

**ANTÔNIO CARNIATO**

**PLANEJAMENTO DA PRODUÇÃO  
E MISTURA DE CARVÃO MINERAL:  
PROGRAMAÇÃO MATEMÁTICA E ESTUDO DE  
CASO**

**FLORIANÓPOLIS  
2005**

**UNIVERSIDADE FEDERAL DE SANTA CATARINA**

**CURSO DE PÓS-GRADUAÇÃO  
EM ENGENHARIA ELÉTRICA**

**PLANEJAMENTO DA PRODUÇÃO  
E MISTURA DE CARVÃO MINERAL:  
PROGRAMAÇÃO MATEMÁTICA E ESTUDO DE  
CASO**

Dissertação submetida à  
Universidade Federal de Santa Catarina  
como parte dos requisitos para a  
obtenção do grau de Mestre em Engenharia Elétrica.

**ANTÔNIO CARNIATO**

Florianópolis, Novembro de 2005.

# **PLANEJAMENTO DA PRODUÇÃO E MISTURA DE CARVÃO MINERAL: PROGRAMAÇÃO MATEMÁTICA E ESTUDO DE CASO**

Antônio Carniato

‘Esta Dissertação foi julgada adequada para a obtenção do título de Mestre em Engenharia Elétrica, Área de Concentração em *Automação e Sistemas*, e aprovada em sua forma final pelo Programa de Pós-Graduação em Engenharia Elétrica da Universidade Federal de Santa Catarina.’

---

Prof. Dr. Eduardo Camponogara  
Orientador

---

Prof. Dr. Alexandre Trofino Neto  
Coordenador do Programa de Pós-Graduação em Engenharia Elétrica

Banca Examinadora:

---

Prof. Dr. Eduardo Camponogara  
Presidente

---

Prof. Dr. Arlan Luiz Bettiol

---

Prof. Dr. Sérgio Fernando Mayerle

---

Prof. Dr. Werner Kraus Junior

*Dedico a minha esposa Rosilene e aos meus filhos, Vitor e Eloisa.*

*Aos meus pais, André (em memória) e Elisa.*

## **AGRADECIMENTOS**

Meus agradecimentos em especial ao professor Eduardo Camponogara, pela sua paciência e compreensão para o desenvolvimento deste trabalho.

Ao Programa de Pós Graduação em Engenharia Elétrica, em nome das pessoas que fazem parte deste processo, em especial ao secretário Wilson e ao Marcelo.

Ao Engenheiro de Minas José Carlos Franco Costa e ao Técnico em Mineração Gilberto Mariot, pelos esclarecimentos nos procedimentos do beneficiamento do carvão e principalmente ao fornecimento dos dados.

A empresa Mineração Castelo Branco Ltda, por ter possibilitado as visitas nas unidades da empresa, para o melhor conhecimento do processo das indústrias mineradoras de carvão mineral.

Agradeço imensamente a minha irmã Mariléia, por sempre me incentivar e apoiar desde a graduação e por mais esta etapa da minha vida, e ainda por ter me acolhido nas diversas viagens à Florianópolis.

Resumo da Dissertação apresentada à UFSC como parte dos requisitos necessários para obtenção do grau de Mestre em Engenharia Elétrica.

# **PLANEJAMENTO DA PRODUÇÃO E MISTURA DE CARVÃO MINERAL: PROGRAMAÇÃO MATEMÁTICA E ESTUDO DE CASO**

**Antônio Carniato**

Novembro/2005

Orientador: Prof. Dr. Eduardo Camponogara

Área de Concentração: Automação e Sistemas

Palavras-chave: Planejamento da Produção, Carvão Mineral, Programação Matemática, Incerteza, Horizonte Rolante

Número de Páginas: xiii + 125

A presente dissertação desenvolve modelos formais dos processos de extração, beneficiamento e mistura de carvão mineral em programação matemática, visando aumentar o grau de automação e a eficiência das indústrias do sul de Santa Catarina. Para a implementação do modelo é utilizada a linguagem AMPL (*A Modeling Language for Mathematical Programming*) e dados práticos obtidos pelas diversas situações ocorridas na empresa, pois o carvão mineral não apresenta uma composição uniforme e não pode ser representado por uma fórmula química definida. Através do levantamento e da inclusão das incertezas no modelo, faz-se um estudo de caso com o objetivo de minimizar o custo do processo, onde é aplicada a técnica de horizonte rolante para o planejamento operacional de curto prazo. O modelo leva ainda em consideração quanto de carvão deve ser extraído pela mineradora, quais os níveis de beneficiamento que devem ser aplicados, quanto de carvão deverá ser importado para a mistura, entre outras, pois em virtude das limitações das usinas termoeletricas e das normas ambientais, o carvão utilizado deve satisfazer vários critérios químicos e de composição.

Abstract of Dissertation presented to UFSC as a partial fulfillment of the requirements for the degree of Master in Electrical Engineering.

# **COAL PRODUCTION PLANNING AND BLENDING: MATHEMATICAL PROGRAMMING AND CASE STUDY**

**Antônio Carniato**

November/2005

Advisor: Prof. Dr. Eduardo Camponogara

Area of Concentration: Automation and Systems

Keywords: Production Planning, Coal, Mathematical Programming, Uncertain, Rolling Horizon

Number of Pages: xiii + 125

The present dissertation develop formal models about extraction process, processing and mixture of mineral coal in mathematical programming, with objective of grow the automation level and the efficiency of Santa Catarina south industries. For implementation of model is utilized the AMPL language (A Modeling Language for Mathematical Programming) and practical data obtained for several situations occurred in the company, due the mineral coal doesn't present a uniform composition and can't be represented for a defined chemical formula. Through the survey and the inclusion of uncertainly in the model, make a case study with the goal of minimize the process coast, where is applied the rolling horizon technical for the operational planning of short term. The model consider how much coal must be extracted for mineral company, which the processing levels who are applied, how much coal must be import for the mixture, enter others, due the limitations of thermoelectric unit and of environmental standards, the coal used must satisfied several chemicals criteria and of composition.

# Sumário

<b>1</b>	<b>Introdução</b>	<b>1</b>
1.1	Introdução . . . . .	1
1.2	Problemática . . . . .	2
1.3	Objetivos . . . . .	2
1.4	Organização da Dissertação . . . . .	3
<b>2</b>	<b>Revisão Bibliográfica</b>	<b>4</b>
2.1	O Carvão Mineral . . . . .	4
2.1.1	Histórico e Consumo do Carvão Mineral no Brasil . . . . .	7
2.1.2	Propriedades do Carvão Mineral . . . . .	10
2.1.3	O Carvão Mineral para a Termoelétrica . . . . .	13
2.2	O Processo Produtivo . . . . .	14
2.3	Proposta da Pesquisa e Trabalhos Relacionados . . . . .	17
2.3.1	Proposta da Pesquisa . . . . .	17
2.3.2	Trabalhos Relacionados . . . . .	18
2.4	Sumário . . . . .	22
<b>3</b>	<b>Fundamentos</b>	<b>23</b>
3.1	Otimização . . . . .	23
3.2	Modelagem de Problemas . . . . .	24
3.3	Classes de Problemas de Otimização . . . . .	27
3.3.1	Programação Linear . . . . .	27



3.3.2	Programação Linear Inteira . . . . .	29
3.3.3	Programação Linear Inteira Mista . . . . .	29
3.3.4	Programação Quadrática . . . . .	30
3.3.5	Otimização Não-Linear Irrestrita . . . . .	30
3.3.6	Otimização Não-Linear com Restrição . . . . .	30
3.4	Algoritmos . . . . .	31
3.4.1	Algoritmos Exatos . . . . .	31
3.4.2	Algoritmos Heurísticos . . . . .	31
3.4.3	Meta-Heurísticas . . . . .	31
3.4.4	Algoritmos de Aproximação . . . . .	32
3.5	Linguagens de Modelagem . . . . .	32
3.5.1	Linguagem Mosel . . . . .	33
3.5.2	Linguagem AMPL . . . . .	35
3.6	Controle Preditivo . . . . .	37
3.6.1	Introdução ao Controle Preditivo . . . . .	37
3.6.2	Estratégias do CP . . . . .	38
3.6.3	O Modelo de Predição . . . . .	39
3.6.4	A Função Objetivo . . . . .	42
3.6.5	Obtenção da Lei de Controle . . . . .	44
3.6.6	Exemplo de Aplicação do Controle Preditivo . . . . .	45
3.7	Sumário . . . . .	50
<b>4</b>	<b>Modelagem do Processo de Produção e Mistura de Carvão</b>	<b>51</b>
4.1	Modelo Detalhado do Processo . . . . .	51
4.2	Modelo Completo do Processo . . . . .	57
4.3	Horizonte Rolante para o Planejamento da Produção . . . . .	59
4.3.1	Horizonte Rolante Aplicado ao Problema de Planejamento da Produção e Mistura de Carvão Mineral . . . . .	60
4.4	Extensões ao Modelo Proposto . . . . .	65

4.4.1	Processamento de, no Máximo, um Tipo de Carvão e Nível de Beneficiamento por Período . . . . .	65
4.4.2	Aspectos de Recuperação . . . . .	66
4.5	Sumário . . . . .	67
<b>5</b>	<b>Estudo de Caso</b>	<b>68</b>
5.1	Descrição da Mineradora . . . . .	68
5.1.1	Organograma da Empresa . . . . .	68
5.1.2	Caracterização da Mineradora . . . . .	69
5.2	Modelagem das Incertezas . . . . .	71
5.2.1	Levantamento dos Dados . . . . .	71
5.2.2	Histogramas das Incertezas . . . . .	71
5.2.3	Dados para o Experimento . . . . .	73
5.3	Estudo de Caso e Resultados Computacionais . . . . .	77
5.3.1	Resultados . . . . .	79
5.3.2	Dados Complementares da Simulação . . . . .	82
<b>6</b>	<b>Considerações Finais e Trabalhos Futuros</b>	<b>85</b>
6.1	Considerações Finais . . . . .	85
6.2	Sugestões para Trabalhos Futuros . . . . .	87
<b>A</b>	<b>Arquivos do Modelo em AMPL para o Exemplo do Controle Preditivo</b>	<b>88</b>
<b>B</b>	<b>Histogramas das Incertezas</b>	<b>91</b>
<b>C</b>	<b>Arquivos do Modelo em AMPL do Planejamento da Produção e Mistura de Carvão Mineral</b>	<b>97</b>
	<b>Referências Bibliográficas</b>	<b>122</b>

# Lista de Figuras

2.1	Formação do carvão mineral [3]. . . . .	5
2.2	Amostra de uma pedra de carvão mineral [3]. . . . .	6
2.3	Participação na produção mundial de carvão mineral [4]. . . . .	8
2.4	Mapa de localização das jazidas de carvão mineral no Brasil [9]. . . . .	10
2.5	Principais camadas de carvão mineral no Rio Grande do Sul e Santa Catarina [3]. . . . .	11
2.6	Fluxograma do processo produtivo das indústrias mineradoras de carvão mineral. . . . .	15
2.7	Processo de extração do carvão mineral no subsolo [10]. . . . .	16
2.8	Minerador contínuo utilizado para extrair o carvão mineral no subsolo [10].	17
2.9	Saída do carvão mineral do subsolo, boca da mina [1]. . . . .	18
2.10	Processo de extração do carvão mineral a céu aberto [10]. . . . .	19
2.11	Lavador para o beneficiamento do carvão mineral [1]. . . . .	20
2.12	Fluxograma do lavador [6]. . . . .	21
3.1	Esquema de um processo de formulação e validação de um modelo matemático [32]. . . . .	25
3.2	Estratégias de controle preditivo [17]. . . . .	39
3.3	Modelo preditivo [17]. . . . .	40
3.4	Sistemas de fornos para aquecimento de materiais [15]. . . . .	45
3.5	Temperatura de saída do forno 2 ( $x_2$ ) em relação à saída desejada ( $T_s$ ). ( $N_1 = 1$ , $N_2 = 8$ e $N_u = 5$ ), com aplicação do controle preditivo. . . . .	48
3.6	Temperatura de saída do forno 2 ( $x_2$ ) em relação à saída desejada ( $T_s$ ), em malha aberta. . . . .	48

3.7	Temperatura de saída do forno 2 ( $x_2$ ) em relação à saída desejada ( $T_s$ ). ( $N_1 = 1$ , $N_2 = 15$ e $N_u = 3$ ), com aplicação do controle preditivo. . . . .	49
3.8	Característica da ação do sinal de controle do forno 2 ( $u_1$ ). ( $N_1 = 1$ , $N_2 = 15$ e $N_u = 3$ ), com a aplicação do controle preditivo. . . . .	49
4.1	Ilustração da interlação das variáveis do processo. . . . .	52
4.2	Características da recuperação do carvão em função das cinzas ao longo do tempo. . . . .	67
5.1	Organograma da Mineração Castelo Branco Ltda. . . . .	69
5.2	Processo de extração, moagem, transporte, beneficiamento e mistura de carvão mineral da Mineração Castelo Branco Ltda. . . . .	70
5.3	Histogramas das capacidades de extração de carvão das minas. . . . .	72
5.4	Histogramas das propriedades do carvão barro branco, $\alpha_{1,2} = 25\%$ . . . . .	74
5.5	Comportamento das variáveis de decisão $qx_1$ , $qx_2$ e $qo_2$ , com a aplicação do horizonte rolante. . . . .	80
5.6	Comportamento das variáveis de decisão $qx_1$ , $qx_2$ e $qo_2$ , sem a aplicação do horizonte rolante. . . . .	81
5.7	Característica da ação da variável de decisão $qx_1$ , com a aplicação do horizonte rolante. . . . .	81
5.8	Comportamento dos lavadores 1 e 2 em relação às variáveis de decisão $\mu_{1,1,16}$ e $\mu_{2,2,11}$ , sem a aplicação do horizonte rolante. . . . .	82
5.9	Comportamento do lavador 1 em relação às variáveis de decisão $\mu_{1,1,16}$ , com a aplicação do horizonte rolante. . . . .	83
5.10	Comportamento do lavador 2 em relação às variáveis de decisão $\mu_{1,2,2}$ , $\mu_{1,2,3}$ , $\mu_{1,2,4}$ , $\mu_{2,2,5}$ e $\mu_{2,2,11}$ , com a aplicação do horizonte rolante. . . . .	83
5.11	Comportamento da demanda prevista em relação a demanda implementada, com a aplicação do horizonte rolante. . . . .	84
B.1	Histogramas das capacidades de moagem dos britadores. . . . .	91
B.2	Histogramas das capacidades de transporte aos lavadores. . . . .	91
B.3	Histogramas das capacidades de beneficiamento dos lavadores. . . . .	92
B.4	Histogramas das capacidades de aquisição dos carvões de terceiros. . . . .	92
B.5	Histogramas das propriedades do carvão barro branco, $\alpha_{1,6} = 29\%$ . . . . .	92
B.6	Histogramas das propriedades do carvão barro branco, $\alpha_{1,9} = 32\%$ . . . . .	93

B.7	Histogramas das propriedades do carvão barro branco, $\alpha_{1,12} = 35\%$ . . . . .	93
B.8	Histogramas das propriedades do carvão barro branco, $\alpha_{1,14} = 37\%$ . . . . .	93
B.9	Histogramas das propriedades do carvão barro branco, $\alpha_{1,16} = 39\%$ . . . . .	94
B.10	Histogramas das propriedades do carvão bonito, $\alpha_{2,1}=24\%$ . . . . .	94
B.11	Histogramas das propriedades do carvão bonito, $\alpha_{2,3} = 26\%$ . . . . .	94
B.12	Histogramas das propriedades do carvão bonito, $\alpha_{2,5} = 28\%$ . . . . .	95
B.13	Histogramas das propriedades do carvão bonito, $\alpha_{2,7} = 30\%$ . . . . .	95
B.14	Histogramas das propriedades do carvão bonito, $\alpha_{2,9} = 32\%$ . . . . .	95
B.15	Histogramas das propriedades do carvão bonito, $\alpha_{2,11} = 34\%$ . . . . .	96
B.16	Histogramas das propriedades do carvão de terceiros tipo 1. . . . .	96
B.17	Histogramas das propriedades do carvão de terceiros tipo 2. . . . .	96

# Lista de Tabelas

2.1	Informações sobre os recursos não renováveis. . . . .	7
2.2	Composição da matriz energética global. . . . .	7
3.1	Dados do problema da mochila. . . . .	34
3.2	Dados dos parâmetros para o exemplo do controle preditivo. . . . .	47
3.3	Dados das condições iniciais para o exemplo do controle preditivo. . . . .	47
5.1	Parâmetros máximos do processo, em toneladas/dia. . . . .	76
5.2	Propriedades do carvão “barro branco”. . . . .	76
5.3	Propriedades do carvão “bonito”. . . . .	77
5.4	Propriedades dos “carvões de terceiros”. . . . .	77
5.5	Custo de cada etapa do processo, em R\$/tonelada. . . . .	78
5.6	Dados dos parâmetros do horizonte rolante. . . . .	78
5.7	Dados das condições iniciais do processo, em toneladas. . . . .	78
5.8	Dados da demanda, em ton/dia. . . . .	79
5.9	Restrições da usina. . . . .	79
5.10	Dados complementares da simulação. . . . .	84

# Capítulo 1

## Introdução

### 1.1 Introdução

O carvão mineral é um recurso não renovável. Possui diversas denominações devido à grande variedade existente, e isto se deve à maior ou menor intensidade de encarbonização, das condições geológicas, geográficas e biológicas. Dentre estas denominações, temos a turfa, o linhito, a hulha e o antracito, cada qual com suas propriedades e aplicações específicas, como na fabricação de eletrodos, grafita artificial, produção de coque, de gás e na geração de energia elétrica [2]. Ainda, o carvão mineral não apresenta uma composição uniforme e não pode ser representado por uma fórmula química definida [5].

É grande a participação do carvão mineral na matriz energética global, tanto no consumo de energia quanto na geração de eletricidade. As reservas mundiais estão estimadas para mais de 200 anos em comparação ao consumo atual. Ainda, o carvão fica abaixo apenas do petróleo no consumo global de energia, sendo grande seu uso na geração de eletricidade [4].

No final da década de 90 ocorreu uma pequena redução no consumo mundial. Isto se deu em decorrência da substituição pela energia nuclear na geração de energia, e pelo gás e petróleo no aquecimento, principalmente na Europa Ocidental.

As previsões para o mercado mundial de carvão na geração térmica indicam crescimento para a China, Índia, Indonésia, Mercado Europeu, Estados Unidos, Austrália e América Latina.

No Brasil, as jazidas estão localizadas principalmente nos estados do Rio Grande do Sul e Santa Catarina, sendo a sua principal aplicação na geração de energia elétrica nas usinas termelétricas, com aproximadamente 85%. O restante é utilizado nas indústrias cimenteiras, papel e celulose, cerâmicas e outras [3].

O Brasil atualmente contribui com um pequeno percentual em relação às reservas mundiais, mas de suma importância para o setor energético do país, tanto na geração de eletricidade quanto em aplicações industriais, devido à grande disponibilidade das reservas existentes, onde somente no estado de Santa Catarina está estimada para mais de 100 anos.

## 1.2 Problemática

Diversas pesquisas já foram desenvolvidas e constantemente novos estudos são realizados em relação às reservas deste mineral, às suas particularidades, às camadas, às características, ao seu processamento e à possibilidade de novas aplicações. Entretanto, poucos trabalhos são desenvolvidos em relação ao processo das mineradoras de carvão, ou seja, o planejamento da produção.

A falta de planejamento nas mineradoras de carvão, especificamente no sul de Santa Catarina, ocorre desde a extração até o beneficiamento, e ainda quando se faz necessário a importação de carvões de terceiros para que a mistura final possa atender às especificações da usina termoeletrica Jorge Lacerda. Além disso, não são levados em consideração as incertezas que ocorrem em algumas etapas do processo, bem como um planejamento com um horizonte mais adequado.

Todas as etapas do processo das mineradoras, ou seja, a extração, moagem, transporte e armazenamento, beneficiamento e a importação de carvões de terceiros são realizados de forma empírica por engenheiros e técnicos com vários anos de experiência. Através desta prática, ocorrem desperdícios, consumo excessivo de energia e despesas extras em relação aos trabalhos que são executados fora dos dias úteis. Ainda, aumento da manutenção e em consequência menor rendimento das máquinas e equipamentos envolvidos no processo, pois não são efetuados de forma otimizada e podem ser penalizados quando o produto final não atende às especificações.

## 1.3 Objetivos

Os principais objetivos do presente trabalho estão apresentados abaixo:

- modelar formalmente em programação matemática todas as etapas envolvidas no processo das indústrias de carvão mineral, ou seja, desde a extração, moagem, transporte e armazenamento, beneficiamento, importação de carvões de terceiros e a mistura final;
- atender as restrições de usinas termoeletricas, especificamente do Complexo Jorge Lacerda e das leis ambientais, bem como as restrições intrínsecas do processo;
- identificar as incertezas presentes em algumas etapas do processo, bem como a inclusão destas no modelo em programação matemática;
- aplicar a técnica de horizonte rolante para um planejamento mais adequado da produção;
- minimizar o custo do processo das indústrias de carvão mineral; e
- aumentar o grau de automação e a eficiência das indústrias mineradoras de carvão mineral do sul de Santa Catarina.



## 1.4 Organização da Dissertação

Apresentamos a seguir a organização da dissertação:

- no capítulo 2, apresentamos uma revisão bibliográfica em relação ao carvão mineral, o seu histórico, as suas características, aplicações e a importância no setor energético mundial e brasileiro. Posteriormente, mostramos o processo produtivo com todas as etapas, desde a extração até a obtenção do carvão final. Ainda, expomos uma revisão bibliográfica dos trabalhos relacionados ao tema proposto, o que estes contribuem para a pesquisa, como tratam as questões de planejamento, beneficiamento e mistura, bem como modelam o problema com relação às restrições, limitações e quais as técnicas de otimização utilizadas;
- no capítulo 3, apresentamos a fundamentação teórica da dissertação voltada à otimização, como modelar matematicamente os problemas, como estes são classificados e onde se aplicam, os algoritmos utilizados para solucionar os modelos, as linguagens de modelagem e ainda a teoria de controle preditivo (horizonte rolante);
- no capítulo 4, mostramos em detalhes a obtenção do modelo do planejamento da produção e mistura do carvão mineral, levando em consideração as restrições da usina termelétrica Jorge Lacerda e das normas ambientais, bem como as do próprio processo. Ainda, a identificação das incertezas em algumas etapas do processo, bem como a inserção destas no modelo. Apresentamos também, a formulação do planejamento da produção e mistura do carvão mineral através da técnica de horizonte rolante;
- no capítulo 5, descrevemos a empresa mineradora a ser utilizada nos exemplos numéricos e caracterizamos o seu processo produtivo, em relação aos carvões extraídos até a obtenção da mistura final, bem como a execução do levantamento dos dados e das incertezas do processo. Apresentamos ainda, a implementação do modelo na linguagem de modelagem AMPL (*A Modeling Language for Mathematical Programming*), o estudo de caso e os resultados computacionais utilizando a técnica de horizonte rolante aplicada ao planejamento da produção e mistura do carvão mineral; e
- no capítulo 6, apresentamos as considerações finais e sugestões de trabalhos futuros.

# Capítulo 2

## Revisão Bibliográfica

Este capítulo tem como objetivo a familiarização com o carvão mineral, os tipos, as suas características, propriedades e aplicações, as jazidas, a sua história e a importância no setor energético mundial e brasileiro. Apresentamos também em detalhes o processo das indústrias mineradoras, o problema de planejamento, os objetivos do trabalho, como este se propõe a modelar o problema, as suas restrições e as contribuições para as empresas do setor. Além disso, apresentamos uma revisão dos trabalhos relacionados ao tema proposto, o que estes contribuem para a pesquisa, como tratam as questões de planejamento, beneficiamento e mistura, bem como modelam o problema com relação aos objetivos, com relação às restrições do processo, limitações e quais as técnicas de otimização utilizadas.

### 2.1 O Carvão Mineral

De acordo com a maior ou menor intensidade da encarbonização, o carvão mineral, também chamado carvão fóssil ou de pedra, pode ser classificado como linhito, carvão betuminoso e sub-betuminoso (ambos designados como hulha) e antracito. A formação de um depósito de carvão mineral exige inicialmente a ocorrência simultânea de diversas condições geográficas, geológicas e biológicas. Primeiro, deve existir uma vegetação densa em ambiente pantanoso capaz de conservar a matéria orgânica. A água estagnada impede a atividade das bactérias e fungos, que em condições normais decomporiam a celulose. O tempo e a pressão da terra que foram se acumulando sobre o material, transformaram-no em uma massa negra homogênea, as jazidas de carvão. Na Figura 2.1 mostramos uma das etapas da formação do carvão mineral.

A massa vegetal assim acumulada no prazo de algumas dezenas de milhares de anos, tempo curto do ponto de vista geológico, transforma-se em turfa, material cuja percentagem de carbono já é bem mais elevada que a da celulose. Na etapa seguinte, que leva algumas dezenas de milhões de anos, a turfa multiplica seu teor de carbono e se transforma na primeira variedade de carvão, o linhito, cujo nome provém de sua aparência de madeira. Posteriormente surge a hulha, primeiro como carvão betuminoso, depois como sub-betuminoso. Na fase final, a hulha se transforma em antracito, com teores de até noventa por cento de carbono fixo. Quanto maior o teor de carbono, maior também é o poder energético [2].



Figura 2.1: Formação do carvão mineral [3].

Encontrada nos baixos e várzeas ou em antigas lagoas atulhadas, a turfa caracteriza-se pela presença abundante de restos ainda conservados de talos e raízes. Já o linhito, muito mais compacto que a turfa, é empregado na siderurgia como redutor, graças à sua capacidade de ceder oxigênio para a combustão como matéria-prima na carboquímica. Quando o linhito se apresenta brilhante e negro, recebe o nome de azeviche. A hulha é composta de carbono, restos vegetais parcialmente conservados, elementos voláteis, detritos minerais e água. A hulha é empregada tanto como combustível quanto como redutor de óxidos de ferro, e graças às suas impurezas é utilizada na síntese de milhares de substâncias de uso industrial. O antracito, última variedade de carvão surgida no processo de encarbonização caracteriza-se pelo alto teor de carbono fixo, baixo teor de compostos voláteis, cor negra brilhante, rigidez e dificuldade com que se queima, dada sua pobreza de elementos inflamáveis. O antracito é usado como redutor em metalurgia, na fabricação de eletrodos e de grafita artificial, e uma de suas principais vantagens consiste em proporcionar chama pura, sem nenhuma fuligem [2].

O carvão mineral, em qualquer de suas fases, compõe-se de uma parte orgânica formada de macromoléculas de carbono e hidrogênio, pequenas proporções de oxigênio, enxofre e nitrogênio. Essa é a parte útil, por ser fortemente combustível. A outra parte mineral contém os silicatos, que constituem a cinza. As proporções desses elementos variam de acordo com o grau de evolução do processo de encarbonização, quanto mais avançado, mais alto o teor de carbono na parte orgânica e menor o teor de oxigênio. Em virtude dessa estrutura complexa e variável, o carvão mineral apresenta diversos tipos. Seu emprego para fins industriais obedece a uma classificação que toma como base a produção de matéria volátil e a natureza do resíduo. Assim, há carvões que se destinam à produção de gás, de vapor ou de coque, que é um carvão amorfo, resultante da calcinação do carvão mineral, e de largo emprego na siderurgia. Para combustão em caldeira, é preferível o carvão com pequenos teores de cinza e quantidades moderadas de matéria volátil, condições que proporcionam bom rendimento térmico. É preferível que apresente também o mínimo de enxofre e poder calorífico elevado, já que o calor por ele gerado vai ser utilizado diretamente ou transformado em outras formas de energia. Para a produção do coque metalúrgico, com propriedades mecânicas para uso em altos fornos, o carvão mineral precisa apresentar propriedades aglomerantes ainda maiores e teores mais baixos de enxofre e cinza [45, 62]. Na Figura 2.2 mostramos uma pedra de carvão já formada.



Figura 2.2: Amostra de uma pedra de carvão mineral [3].

Na destilação do carvão para produção de gás combustível ou coque metalúrgico, obtêm-se também águas amoniacais, das quais extraem-se a amônia e o alcatrão. A gaseificação do carvão tem a finalidade de converter o carvão mineral em combustível sintético de aplicação direta na produção de energia. Os impactos ambientais e riscos aos operários nas usinas são aqueles relacionados à mineração e transporte do minério, e também aos problemas do processamento, como riscos de incêndio e exposição humana a agentes cancerígenos.

O carvão mineral até 1961 era a principal fonte primária mundial de energia, quando foi suplantado pelo petróleo. No entanto, mantém-se até hoje como fonte energética nobre, pois sua conversão produz o combustível sintético líquido que mais se assemelha ao petróleo de ocorrência natural. O processo de liquefação do carvão é bastante recente e visa transformar o carvão, que é encontrado em estado sólido na natureza, em combustível líquido. Nos EUA já existem usinas de liquefação de carvão, no entanto o processo é bastante sofisticado e caro [2].

Muito embora os derivados de petróleo, como a gasolina, o querosene, o óleo combustível, o diesel e a energia termonuclear tenham deslocado o carvão mineral como fonte de energia, sobretudo para as máquinas móveis, ainda é significativa sua participação no total do consumo energético dos países desenvolvidos, cerca de vinte por cento no final do século XX. A entrada em operação de centenas de usinas hidrelétricas e termonucleares não conseguiu diminuir drasticamente, como se esperava, a participação do carvão, não somente porque essas fontes de energia representam grandes investimentos iniciais e provocam sérios impactos no meio ambiente, mas também porque a disponibilidade das jazidas de carvão mineral é ainda grande.

Entre os recursos energéticos não renováveis, o carvão mineral ocupa a primeira colocação em abundância e perspectiva de vida útil, a longo prazo a mais importante reserva energética mundial, conforme a Tabela 2.1 [16].

Ainda, na composição da matriz energética global, o carvão mineral fica abaixo apenas do petróleo, como podemos observar na Tabela 2.2 [16], sendo que especificamente na geração de energia elétrica passa folgadoamente à condição de principal recurso mundial.

O consumo mundial de carvão diminuiu um pouco na última década, passando

Tabela 2.1: Informações sobre os recursos não renováveis.

<b>Recurso</b>	<b>Recursos Mundiais (Mtce)*</b>	<b>Vida útil estimada (anos)</b>
Carvão	726.000	219
Petróleo	202.000	41
Gás natural	186.000	65

\*Mtce = milhões de toneladas em carvão mineral equivalente.

Tabela 2.2: Composição da matriz energética global.

<b>Recurso</b>	<b>Consumo de energia</b>	<b>Geração de eletricidade</b>
Carvão	23,3%	38,4%
Petróleo	35,7%	8,9%
Gás natural	20,3%	16,1%
Nuclear	6,7%	17,1%
Combustíveis renováveis	11,2%	-
Hídricos	2,3%	17,9%
Outros*	0,4%	1,6%

\*Inclui energia eólica, solar, geotérmica, etc.

de 3.579 Mt em 1989 para 3.465 Mt em 1999, em uma redução de 3,3%. Tal fato se deveu à forte contração ocorrida nesse período no consumo da Europa Ocidental que, com a exaustão de suas jazidas mais rentáveis, fez um esforço de substituição (como exemplos temos a opção da França pela energia nuclear e a substituição generalizada na Europa Ocidental do carvão pelo gás natural e pelo petróleo no aquecimento) [4]. Na Figura 2.3 apresentamos a participação dos países na produção mundial de carvão mineral.

### 2.1.1 Histórico e Consumo do Carvão Mineral no Brasil

O carvão brasileiro foi descoberto no sul de Santa Catarina, em 1827, na localidade de Guatá, município de Lauro Müller, e foi inicialmente explorado por uma empresa inglesa que construiu uma ferrovia ligando este município ao porto de Laguna. Como o carvão catarinense era considerado de baixa qualidade, sua exploração deixou de despertar interesse para os ingleses, obrigando o Governo Federal a repassar a concessão para indústrias cariocas, destacando-se inicialmente empresários como Henrique Lage, Álvaro Catão e Sebastião Neto.

No Rio Grande do Sul, o inglês James Johnson, por solicitação do presidente provincial Luiz Vieira Sinimbu, realiza sondagens e redescobre o carvão em Arroio dos Ratos e abre uma mina que começa a produzir carvão em 1855. O carvão era transportado em vagonetas puxadas por burro e embarcado em Porto Alegre. A mineração de carvão nas localidades

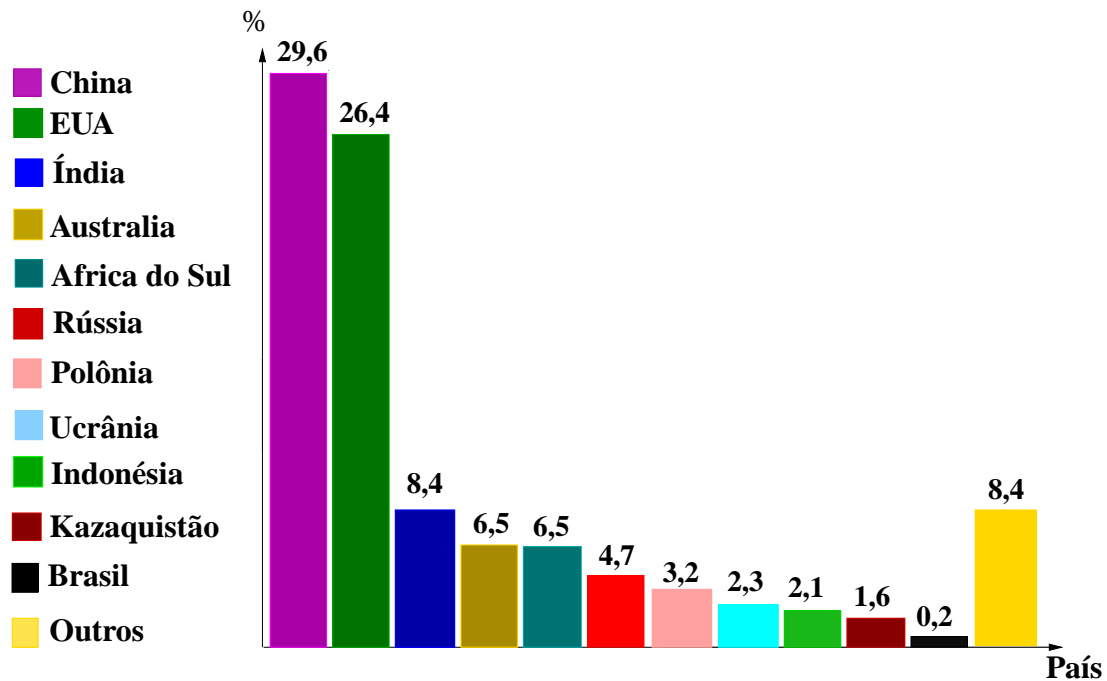


Figura 2.3: Participação na produção mundial de carvão mineral [4].

de Candiota e Hulha Negra, no sudoeste do estado, data de 1863, e tinha inicialmente como principal mercado, as fábricas e as charqueadas da região.

Em 1904, o Governo Brasileiro criou a Comissão do Carvão com o objetivo de avaliar a potencialidade das ocorrências de carvão do sul do Brasil. Neste mesmo ano, o Ministro da Indústria, Dr. Lauro Müller, nomeou o geólogo americano Dr. Israel C. White como chefe da Comissão do Carvão. White e sua equipe desenvolveram trabalhos em Santa Catarina no período de 1904 a 1906, e os resultados de seus estudos foram reportados no "*Relatório Final da Comissão de Estudos das Minas de Carvão de Pedra do Brazil*" em 1908 [3].

Com o advento da Primeira Guerra Mundial, o carvão nacional assistiu seu primeiro surto de exploração, época em que foram ampliados os ramais ferroviários e inauguradas novas empresas de mineração, tais como a *Companhia Brasileira Carbonífera Araranguá* (CBCA), *Companhia Carbonífera Urussanga* (CCU), *Companhia Carbonífera Próspera*, *Companhia Carbonífera Ítalo-Brasileira* e a *Companhia Nacional Barro Branco*.

O segundo surto veio no Governo Getúlio Vargas, com a construção da *Companhia Siderúrgica Nacional* (CSN) em 1946, e com o decreto determinando a utilização de 20% de carvão nacional em sua operação, na composição do coque [8].

Seguiu-se a construção das usinas termoelétricas de Candiota (RS) e Jorge Lacerda (SC), que impulsionaram o consumo do carvão. Com a crise do Petróleo na década de 70, novo impulso foi dado para o consumo do carvão nacional, tendo sido criado pelo Governo Federal o *Programa de Mobilização Energética* (PME), visando conhecer mais detalhadamente as reservas de carvão nacional e incentivar seu uso.

No início da década de 90, o setor foi desregulamentado por decreto federal, mergulhando todo o setor em uma profunda crise. Em Santa Catarina, uma nova fase de desen-

volvimento da atividade carbonífera no sul do estado se avizinha com a implantação de um parque térmico na região.

Como consequência da lavra de carvão <sup>1</sup>, grandes áreas foram degradadas e tiveram seus recursos naturais comprometidos, tanto no Rio Grande do Sul como em Santa Catarina. Somente nas últimas décadas, com a crescente pressão da sociedade organizada, órgãos de fiscalização ambiental, promotorias públicas, empresas, governos estaduais e federal passaram a se preocupar com a recuperação do passivo ambiental decorrente da lavra de carvão. Assim, algumas áreas, em ambos os estados, já foram recuperadas e outras estão em fase de recuperação. Em Santa Catarina encontra-se em desenvolvimento um grande plano de recuperação, o "*Projeto para Recuperação Ambiental da Bacia Carbonífera Sul Catarinense*" coordenado pelo *Sindicato das Indústrias de Extração de Carvão do Estado de Santa Catarina* (SIECESC), e cujos resultados já se fazem notar. Atualmente, a própria evolução dos equipamentos e sofisticação dos métodos utilizados na lavra e na termoelectricidade a carvão nada têm a ver com o passado. Os sistemas de bacias seladas, circuitos fechados de águas, monitoramento do ar e solo, regeneração topográfica com reposição do solo original e revegetação, entre outras, constituem técnicas modernas de prevenção a maiores impactos ambientais, compatíveis com a lavra e utilização do carvão mineral.

As maiores jazidas de carvão mineral do País situam-se nos estados do Rio Grande do Sul e Santa Catarina. As menores, no Paraná e São Paulo. As reservas brasileiras totalizam 32 bilhões de toneladas de carvão "*in situ*". Deste total, o estado do Rio Grande do Sul possui 89,25%, Santa Catarina 10,41%, Paraná 0,32% e São Paulo 0,02%. Somente a Jazida de Candiota, situada no sudoeste do estado do Rio Grande do Sul, possui 38% de todo o carvão nacional, distribuído sob a forma de 17 camadas de carvão. Na Figura 2.4 mostramos os locais das jazidas de carvão no Brasil.

Em todos estes estados, as camadas exploradas acham-se associadas às litologias da Formação Rio Bonito, do Grupo Guatá, de idade permiana. Estas camadas recebem diferentes denominações regionais em cada jazida, tais como: Camada Candiota, S2 e I na Mina do Leão, CL4 na jazida Chico Lomã, no Rio Grande do Sul. Em Santa Catarina são conhecidas a Camada Barro Branco, Camada Bonito e Camada Irapuá, enquanto no Paraná ocorre a Figueira/Sapopema [3]. Na Figura 2.5 apresentamos as principais camadas de carvão no Rio Grande do Sul e Santa Catarina.

Atualmente, o principal uso da combustão direta do carvão é na geração de eletricidade, por meio de usinas termoelétricas, sendo que essa tecnologia está bem desenvolvida e é economicamente competitiva. Os impactos ambientais das usinas a carvão são grandes, não só pelas emissões atmosféricas, mas também pelo descarte de resíduos sólidos e poluição térmica, além dos riscos inerentes à mineração [2].

A produção de carvão brasileiro minerado em 1999 atingiu 10,3 milhões de toneladas e 13,8 milhões no ano 2000. No ano de 1999 o Brasil consumiu 16,2 milhões de toneladas de

---

<sup>1</sup>Lavra é o processo de extração do carvão. Pode ser lavra a céu aberto ou subterrânea. A lavra a céu aberto é possível quando a camada de carvão está aflorando à superfície. A lavra consiste na remoção da camada estéril (superior), deixando a camada de carvão própria para extração, e então, extrai-se o carvão mineral. A lavra subterrânea (mais profunda) é feita através de galerias. Esta extração pode ser manual, semi-mecanizada ou mecanizada.



Figura 2.4: Mapa de localização das jazidas de carvão mineral no Brasil [9].

carvão, parte importada dos Estados Unidos (33%), Austrália (31%), África do Sul (9%) e Canadá (8%), ao custo de US\$ 600 milhões.

Atualmente, 85% do carvão utilizado no Brasil é consumido na produção de termoelectricidade, 6% na indústria cimenteira, 4% na indústria de papel e celulose e os restantes 5% nas indústrias de cerâmica, de alimentos e secagem de grãos [3].

### 2.1.2 Propriedades do Carvão Mineral

O carvão mineral não apresenta uma composição uniforme, e logo não pode ser representado por uma fórmula química definida. Dentre as propriedades de interesse do carvão mineral para a geração de energia elétrica nas usinas termoelétricas, destacam-se:

**Teor de Umidade:** a água presente em uma amostra de carvão é resultante da combinação entre a umidade superficial e a inerente ao produto. Durante as etapas de benefi-



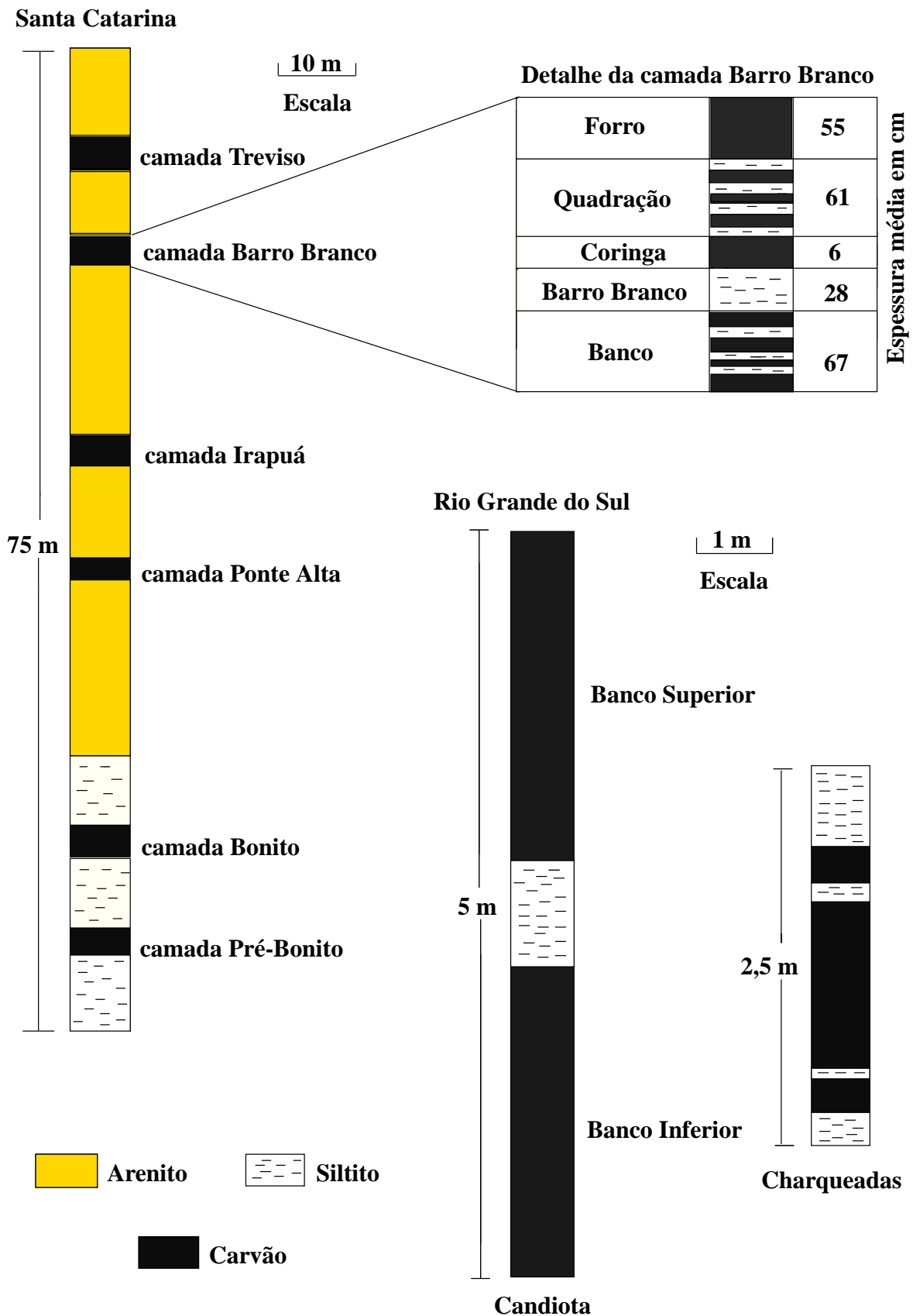


Figura 2.5: Principais camadas de carvão mineral no Rio Grande do Sul e Santa Catarina [3].

amento, transporte e armazenamento ocorrem a incorporação de água superficial, o excedente resulta das propriedades naturais do produto [5].

**Teor de Cinzas:** durante a formação geológica das jazidas de carvão, diversas impurezas minerais são acrescidas a matriz carbonosa inicial. As procedências destes materiais devem-se as litologias adjacentes, a combinação entre materiais orgânicos e/ou inorgânicos dos restos vegetais que deram origem a jazida, e ao próprio carvão mineral e sua gênese de formação. As relações entre teor de cinzas, poder calorífico e custo do produto são diretas [5].

**Teor de Matéria Volátil:** a matéria volátil existente no carvão é resultado das combinações de carbono, hidrogênio e outros gases. Dentre as variáveis afetadas diretamente pelo teor de matéria volátil está o tamanho da chama e a estabilidade da combustão [5].

**Teor de Carbono Fixo:** o carbono é o principal responsável pela combustão. O carbono fixo é a fração residual do carvão mineral, descontados os teores de cinzas, umidade e matéria volátil [5].

**Poder Calorífico:** o poder calorífico de um combustível é expresso pela quantidade de calor produzido na combustão por unidade de massa deste produto. Normalmente, é expresso em kcal/kg. Dentro do conceito de poder calorífico existem duas variações:

- *Poder Calorífico Superior (PCS):* Como resultantes do processo de combustão temos a produção de cinzas, gases de dióxido de carbono, dióxido de enxofre, nitrogênio e a formação de vapor de água condensado; e
- *Poder Calorífico Inferior (PCI):* Considera a produção das mesmas substâncias que na definição do PCS, porém toda água produzida está no estado de vapor. Em aplicações industriais, como a água não se condensa, neste caso, o PCI é o que representa melhor as condições de combustão do carvão em caldeiras industriais, sendo portanto o que deve ser considerado quando da decisão sobre o tipo de energético a ser empregado [5].

**Moabilidade e Friabilidade dos Carvões Minerais:** a moabilidade está relacionada à facilidade na cominuição <sup>2</sup> da amostra. É de suma importância nos casos das unidades de geração baseadas em carvão mineral, pois a capacidade desta e o tipo de equipamento a ser empregado na pulverização são dependentes do carvão de projeto. A friabilidade apresenta importância quando se avalia a facilidade ou não do carvão sofrer degradação física durante o manuseio e transporte [5, 62].

**Análise das Formas de Enxofre:** o enxofre existente no carvão mineral ocorre tanto na forma orgânica como inorgânica. São conhecidas três formas de ocorrência do enxofre nas amostras de carvão mineral: orgânico, sulfático e o pirítico. Analisando as formas de ocorrência de enxofre, observa-se que a redução pode ser feita a partir da remoção da pirita existente [5].

---

<sup>2</sup>Cominuir é reduzir em pedacinhos; fragmentar.

### 2.1.3 O Carvão Mineral para a Termoelétrica

Em virtude das limitações das usinas termoelétricas e das normas ambientais, a qual citamos o CONAMA (*Conselho Nacional de Meio Ambiente*), através da Resolução N.<sup>o</sup> 005/89 que institui o PRONAR (*Programa Nacional de Controle de Qualidade do Ar*), e da Resolução N.<sup>o</sup> 003/90 que estabelece padrões de qualidade de ar, o carvão utilizado deve satisfazer vários critérios químicos e de composição. Portanto, o carvão mineral deverá ter as seguintes características e propriedades químicas:

- Umidade total  $\leq 10\%$ ;
- $39,5\% \leq \text{Cinza} \leq 43\%$ ;
- $1,7\% \leq \text{Enxofre} \leq 2,3\%$ ;
- Poder calorífico  $\geq 4.500$  kcal/kg;
- Matéria volátil  $\geq 20\%$ ;
- Percentual de finos  $\leq 10\%$ ; e
- Percentual de grossos  $\leq 10\%$ .

Para os estudos sobre o desempenho do carvão mineral como energético, consideramos que a quantidade total de água contida no carvão mineral deverá se evaporar quando ocorre a combustão, acarretando uma perda de calor e um decréscimo de rendimento térmico.

Em aplicações industriais, as cinzas acarretam redução nos níveis de troca térmica, reduzindo a quantidade de calor que poderia ser obtida pelo combustível, e suas características podem fazer com que elas se fundam, formando escórias que prejudicam os refratários e aumentam os custos de manutenção do sistema de geração.

Tanto o enxofre como os óxidos de nitrogênio tem um papel importante na formação de ácidos na atmosfera, que ao precipitarem na forma de chuvas ácidas, prejudicam a cobertura dos solos, vegetação, agricultura, materiais manufaturados que sofrem corrosão e até mesmo a pele do homem. Para a saúde humana, a presença de particulados contendo enxofre e óxidos de nitrogênio provocam ou agravam doenças respiratórias como bronquite e enfisema, principalmente em crianças [48].

Vários dispositivos são utilizados para a filtragem e redução dos níveis de concentração deste ar poluente. Entre estes, citamos os filtros de mangas, os ciclones, os catalisadores e os precipitadores eletrostáticos [57]. Cada um destes dispositivos apresentam vantagens e desvantagens uns em relação aos outros. No Complexo Termoelétrico Jorge Lacerda faz-se uso da tecnologia de sistemas de precipitação eletrostática para o controle da emissão de particulados.

Precipitadores eletrostáticos são dispositivos usados para a remoção de matéria particulada da fumaça, poeira, alcatrão, gases de combustão ou de outras correntes gasosas. Através do sistema de precipitação, as partículas de um fluxo gasoso recebem uma carga elétrica e

são mecanicamente coletadas em um eletrodo, contribuindo para uma redução significativa dos níveis de poluentes lançados na atmosfera [58].

O poder calorífico possui grande importância para auxiliar na correta utilização do carvão mineral como combustível. Ocorre o aumento do poder calorífico em relação ao teor de matéria volátil até um nível de 20%. Acima de 20%, ocorre uma significativa redução em seu valor, porque alguns dos voláteis são formados por compostos de nitrogênio e oxigênio não combustíveis.

O carvão mineral pode sofrer degradação física durante o manuseio e transporte, podendo também ocorrer combustão espontânea. Ainda, o carvão deverá ser de fácil cominuição para a sua pulverização na etapa de combustão. Para isto, a restrição do percentual de finos consiste em dizer que até 10% da sua granulometria não pode ultrapassar 6mm. Para a restrição do percentual de grossos, significa que no máximo 10% da sua granulometria pode ser maior que 25,4mm (1"). Em resumo, 80% da granulometria do carvão a ser entregue à usina deve estar contida entre 6mm e 25,4mm.

## 2.2 O Processo Produtivo

A região de Criciúma, sul de Santa Catarina, é rica em carvão mineral e com reservas estimadas para cerca de "100 anos". Atualmente, existem as mineradoras de grande porte e diversas empresas que atuam no reaproveitamento de rejeitos. Em conjunto, suprem as necessidades do Complexo Jorge Lacerda, localizado no município de Capivari de Baixo e constituído de três usinas, é o maior parque termoelétrico a carvão da América Latina, com capacidade de geração de 857 MW. Outras usinas estão em fase de projeto, como a *Usina Termoelétrica Sul Catarinense* (USITESC) a ser implantada no município de Treviso e com capacidade de geração de até 440 MW, a qual consumirá cerca de 2,5 milhões de toneladas de carvão/ano.

Existem três tipos de carvão na região do sul de Santa Catarina: "barro branco", "bonito" e o "irapuá", cada qual com propriedades químicas distintas, como a umidade, a cinza, o enxofre, o poder calorífico e a matéria volátil. As reservas destes tipos de carvão também são variadas. Em virtude das limitações das usinas termoelétricas e das normas ambientais, o carvão utilizado deve satisfazer vários critérios químicos e de composição. No fluxograma da Figura 2.6 representamos o processo produtivo das indústrias mineradoras de carvão.

De acordo com a Figura 2.6, ocorre a extração do carvão nas minas de subsolo ou na superfície (céu aberto). Para o caso da extração no subsolo, este é transportado por correias para o estoque na superfície, é o chamado carvão ROM (*Run of Mine*). Na Figura 2.7 detalhamos o processo de extração no subsolo e a Figura 2.8 mostramos um equipamento utilizado neste tipo de processo. Ainda, na Figura 2.9 fornecemos uma visão do local de onde o carvão extraído é transportado para a superfície, a chamada boca da mina. Na Figura 2.10 mostramos o processo de extração do carvão a céu aberto, em paralelo a área minerada sendo recuperada.

O carvão ROM possui as propriedades descritas anteriormente, mas inviáveis para a sua utilização direta, por isso deverá passar pelo beneficiamento [45]. Anterior a etapa de

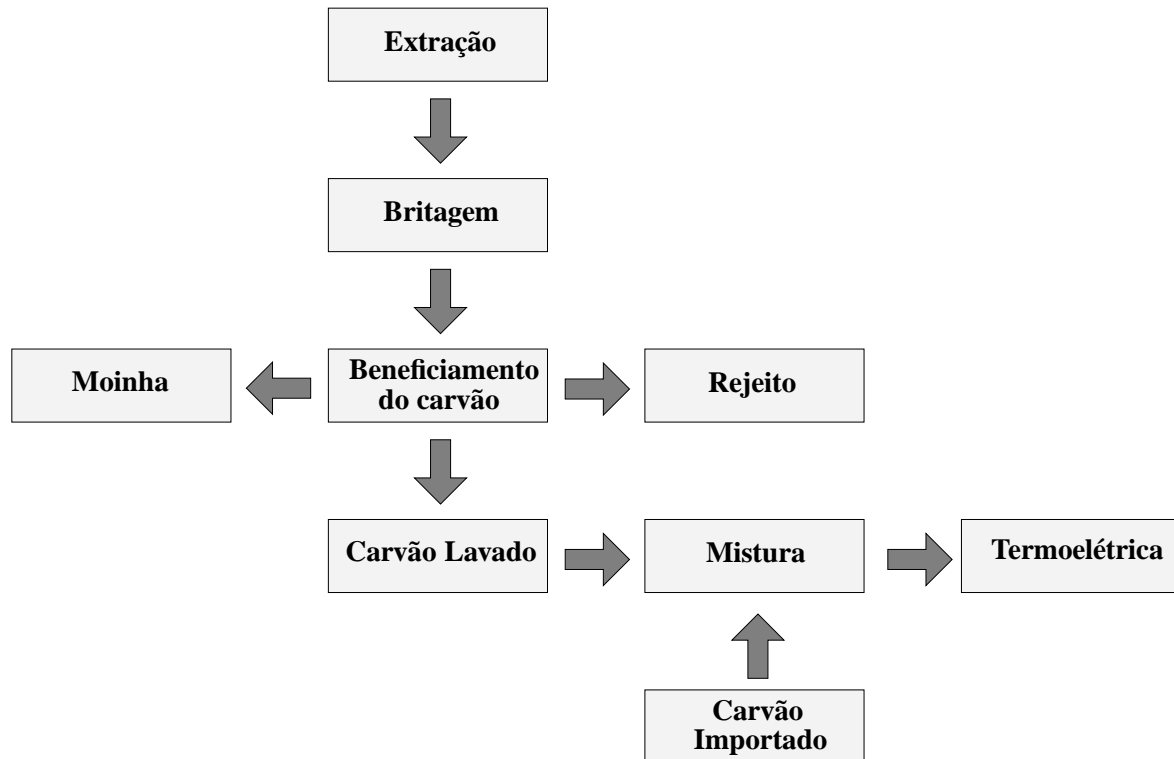


Figura 2.6: Fluxograma do processo produtivo das indústrias mineradoras de carvão mineral.

beneficiamento ocorre a britagem, e antes da britagem ocorre a separação manual das pedras contidas no carvão. A britagem é necessária para romper os blocos de minério e possibilitar a separação entre a matéria carbonosa e a matéria mineral. Uma britagem ruim influenciará diretamente no teor de enxofre (pirita) e na sua recuperação, pois na hora do beneficiamento os nódulos de enxofre não conseguem se desprender dos grãos de carvão, arrastando-os para os rejeitos. O carvão britado, é então transportado e armazenado no lavador para o seu beneficiamento.

Para iniciar o processo de beneficiamento, o carvão armazenado é transportado por correias até a parte superior do lavador. Na Figura 2.11 mostramos a foto de um lavador e na Figura 2.12 o fluxograma do processo de beneficiamento.

Na figura 2.12, observamos que o carvão é transportado para o jigge e neste é injetado água através de bombas. O jigge é um equipamento hidráulico com motores e cilindros, cuja função é movimentar a água para cima e para baixo junto com o carvão, ocorrendo então a separação do carvão lavado do rejeito por gravidade. Nesta etapa poderá ocorrer perdas do carvão, sendo estas reaproveitadas através da mistura com água e injetando-se nos ciclones, os quais possuem a forma de cilindro na parte superior e de cone na inferior. O carvão e a água são introduzidos tangencialmente na seção cilíndrica junto com ar, formando um sistema helicoidal, ocorrendo então a separação do rejeito do carvão através da gravidade. [45].

No lavador ocorrem regulagens, sendo estas feitas na maioria dos equipamentos (peneiras, jigge, bombas, ciclones, etc). Estas regulagens tem a finalidade de adequar o lavador para um certo nível de beneficiamento (percentual), para que as impurezas possam ser retiradas do carvão, e assim aproveitar da forma mais econômica as suas novas propriedades, obtendo-se

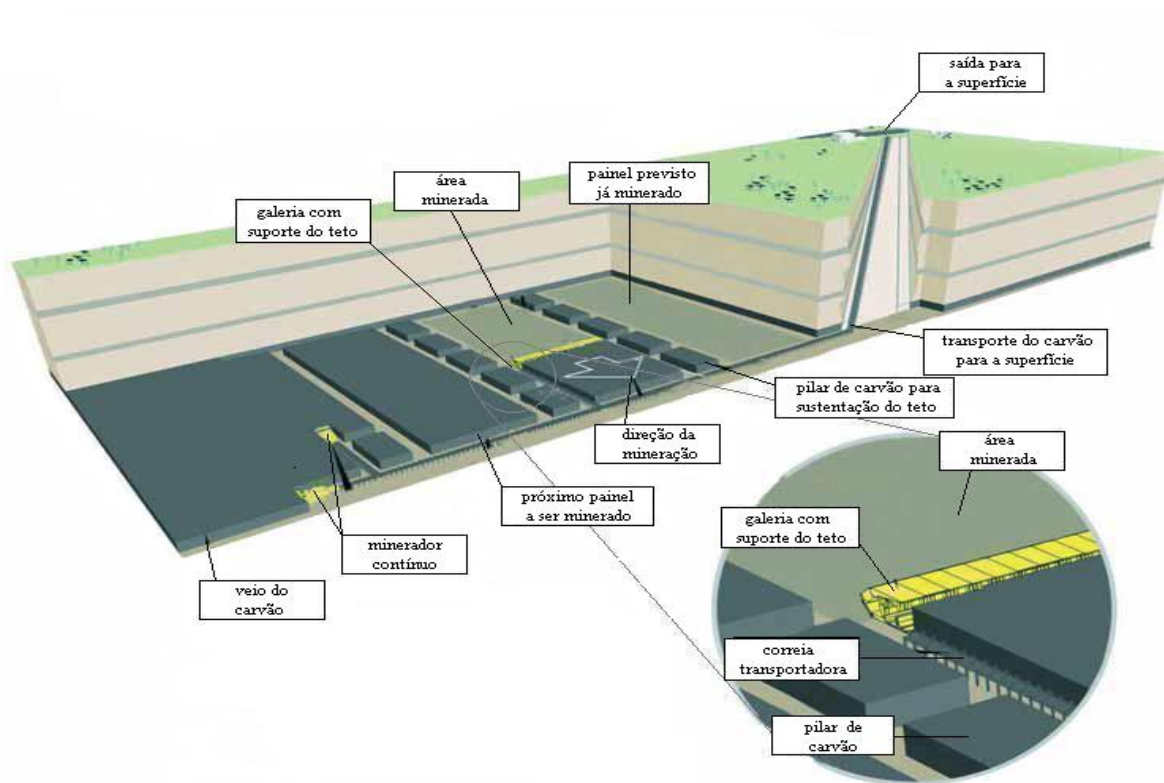


Figura 2.7: Processo de extração do carvão mineral no subsolo [10].

então o carvão lavado. Além disso, a recuperação influencia diretamente no teor de cinzas e inversamente no poder calorífico.

De acordo com o nível de beneficiamento aplicado ao carvão surgem os rejeitos, onde estes deverão ser transportados ao depósito e futuramente poderão ser reaproveitados. Como no beneficiamento do carvão é utilizada a água, esta arrasta uma certa quantidade de carvão fino para uma bacia de decantação. Este carvão é reaproveitado utilizando o chamado circuito de finos, obtendo-se então a moinha, um carvão fino com umidade elevada [62].

Grande percentual do carvão é para a usina termoeletrica, ocorrendo também a venda para indústrias cerâmicas e outras afins. Para o caso da moinha, poderá ocorrer a sua venda ou então ser misturada ao carvão.

Devido a qualidade não muito boa dos carvões na região e o custo de recuperá-los, as mineradoras são obrigadas a beneficiar o carvão bruto, importar carvões já beneficiados de outras jazidas e misturar os diferentes tipos, de maneira a obter um composto aceitável para atender as especificações da usina termoeletrica e das leis ambientais. Após a mistura do carvão, este é transportado até a usina pela ferrovia.



Figura 2.8: Minerador contínuo utilizado para extrair o carvão mineral no subsolo [10].

## 2.3 Proposta da Pesquisa e Trabalhos Relacionados

### 2.3.1 Proposta da Pesquisa

Diversas pesquisas já foram desenvolvidas e novos estudos são realizados em relação às reservas deste mineral [3], às suas particularidades [40, 42, 43], às características [44, 54], ao seu processamento [38, 39, 41, 45, 62] e à possibilidade de novas aplicações [26, 29]. Entretanto, poucos trabalhos são desenvolvidos em relação ao processo das mineradoras de carvão, ou seja, o planejamento da produção.

Devido à realização do planejamento da produção da forma empírica, executada por engenheiros e técnicos com vários anos de experiência, ocasiona problemas de desperdícios, consumo excessivo de energia e despesas extras em relação aos trabalhos que são executados fora dos dias úteis, por não atender a demanda planejada.

Esta forma de realizar o planejamento nas indústrias de carvão, especificamente no sul de Santa Catarina, ocorre em todas as etapas do processo. A falta de planejamento envolve a extração, a moagem, o transporte e o armazenamento, o beneficiamento e até quando se faz necessário a importação de carvões de terceiros para que a mistura final possa atender às especificações da usina termoelétrica.

Outro problema, é que não são levados em consideração as incertezas que ocorrem em algumas etapas do processo, tais como: a capacidade de extração, a capacidade de transporte, a capacidade de beneficiamento e as incertezas das propriedades do carvão, bem como um planejamento com um horizonte mais adequado. Ainda, podemos citar como outras consequências o aumento da manutenção e o baixo rendimento das máquinas e equipamentos



Figura 2.9: Saída do carvão mineral do subsolo, boca da mina [1].

envolvidos no processo, pois não são efetuados de forma otimizada e podem ser penalizados quando o produto final não atende às especificações.

### 2.3.2 Trabalhos Relacionados

Com relação aos trabalhos pesquisados, a maioria destes aplica a programação matemática para modelar determinadas etapas do processo, como a extração e o beneficiamento, ou somente a mistura ou o beneficiamento. Mas, como visto na Seção 2.2 e especificamente na Figura 2.6, para a obtenção do carvão final a ser utilizado em usinas termoeletricas para a geração de energia ou ainda para indústrias cerâmicas, este passa por várias etapas no processo.

Dentre os trabalhos considerados na literatura referentes ao planejamento da produção e a mistura do carvão mineral, destacam-se os relacionados aos problemas para a alocação das máquinas nas frentes de trabalho ou escolha da melhor frente de trabalho para atender a demanda, tanto em minas a céu aberto quanto em minas subterrâneas, existindo nestes casos a necessidade de ser utilizada a programação inteira mista. Segue abaixo uma explicação destes trabalhos.

Pinto [53] propôs o desenvolvimento de modelos matemáticos para resolução de problemas operacionais relacionados com o planejamento de lavra de minas a céu aberto. Os modelos se prestam à determinação do ritmo de lavra a ser implementado em cada frente de lavra, levando-se em consideração a qualidade do minério em cada frente, a relação estéril/minério desejada, a produção requerida, as características dos equipamentos de carga e



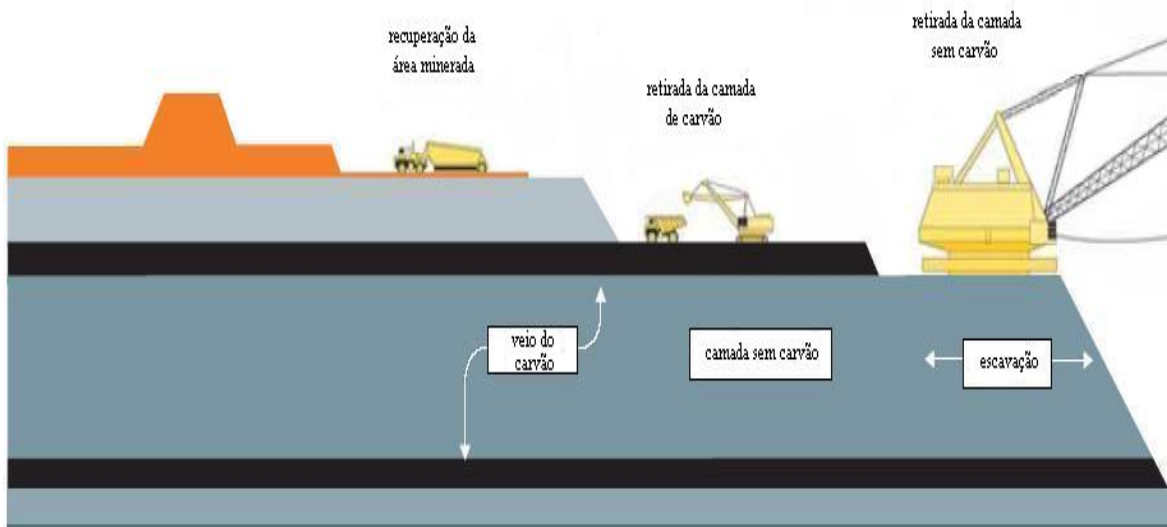


Figura 2.10: Processo de extração do carvão mineral a céu aberto [10].

transporte e as características operacionais da mina. Os modelos também consideram a possibilidade de alocação estática e dinâmica dos caminhões. No caso de alocação dinâmica, o modelo determina qual deve ser a produção de cada frente e aloca os equipamentos de carga às frentes escolhidas. No caso da alocação estática, além da alocação dos equipamentos de carga, o modelo também faz alocação dos caminhões às frentes.

Costa [24] desenvolveu um modelo em programação linear por metas, sendo este uma sequência de [53], onde a principal decisão é determinar o ritmo da lavra de cada frente de trabalho de modo a fornecer à usina de beneficiamento uma alimentação adequada. Ainda é apresentado um modelo em programação matemática para a alocação dinâmica de caminhões, visando prevenir a formação de filas, onde é considerado que os caminhões ao final de cada ciclo são direcionados a um ponto de carga, não necessariamente o mesmo acessado anteriormente.

Bernardo [14] aplicou a programação inteira mista nas minas subterrâneas para a alocação de mineradores contínuos nas frentes de trabalho, para o atendimento da produção requerida.

Newman [50] desenvolveu um modelo de otimização em programação inteira mista para uma mina subterrânea de magnetita, onde ocorre a mineração em subníveis. Da mina são extraídos três tipos de minérios brutos, onde estes são enviados à quatro moinhos para o pré-processamento. As restrições para o modelo estão relacionadas às condições da própria mina, bem como ao atendimento das metas de produção para cada produto.

Outros trabalhos utilizam a lógica fuzzy para modelar o problema de tomada de decisão com atributos múltiplos e para assegurar a qualidade no processo de planejamento da produção, como os de Kesimal [36] e Pendharkar [52], respectivamente.



Figura 2.11: Lavador para o beneficiamento do carvão mineral [1].

Shih [60] desenvolveu o trabalho apenas para a mistura do carvão mineral sob incertezas. Neste trabalho a principal preocupação é a mistura do carvão para a redução da emissão de enxofre das usinas termoelétricas. As decisões na mistura do carvão devem ser usadas com incerteza e variação nas propriedades do carvão, sendo proposto um modelo de otimização com a escolha de multiobjetivos com restrições, sendo que as quantidades de enxofre, a quantidade de cinzas e o poder calorífico são tratados como variáveis aleatórias normalmente distribuídas. Dentre os objetivos do modelo citamos a redução do custo e o desvio padrão com a mistura do carvão; a redução e o desvio padrão da emissão. A função objetivo inclui o custo da compra, o custo de descartar as cinzas, o custo da remoção do enxofre e o custo da interrupção do combustível, e a escolha das restrições incluem diversas medidas de riscos, tal como a probabilidade de exceder a emissão padrão de enxofre.

Sarker [59] aplicou uma seqüência de programas lineares para resolver problemas não lineares na mistura de carvão com multiperíodos, e Mukherjee [49] aplicou apenas ao beneficiamento do carvão.



## 2.4 Sumário

A grande variedade dos carvões existentes se devem a maior ou menor intensidade de encarnização, das condições geológicas, geográficas e biológicas. As principais reservas deste mineral no Brasil estão localizadas nos estados do Rio Grande do Sul e Santa Catarina, sendo a principal aplicação na geração de eletricidade. O carvão mineral não apresenta uma composição uniforme e não pode ser representado por uma fórmula química definida. Os percentuais de umidade, de matéria volátil, de cinzas, de enxofre, de finos e de grossos, e o poder calorífico são as propriedades de interesse do carvão mineral na geração de eletricidade.

A extração, a moagem, o transporte e o armazenamento, o beneficiamento e a aquisição de carvões de terceiros fazem parte das etapas que compõem o processo das indústrias de carvão. A falta de planejamento está presente desde a extração até a mistura final, pois estas são realizadas de forma empírica. Como consequência temos desperdícios, consumo excessivo de energia, aumento da manutenção e as vezes penalidades devido ao não atendimento da qualidade do produto final.

# Capítulo 3

## Fundamentos

Neste capítulo apresentamos alguns conceitos básicos do domínio da Otimização, Modelagem em Programação Matemática, Classes de Algoritmos, Linguagens de Modelagem e também a teoria sobre Controle Preditivo.

### 3.1 Otimização

A Otimização é a área da Matemática Aplicada que se preocupa em calcular e computar valores ótimos para variáveis de decisão que induzem a desempenho ótimo, ao mesmo tempo que satisfazem restrições de um modelo matemático. O conjunto de pontos do espaço de solução que satisfazem as restrições é denominado de *região factível* do problema, e qualquer ponto dentro da região factível é denominado *solução factível*.

Existe um conjunto particular de problemas nos quais é decisivo a aplicação de um procedimento de otimização. Muitos processos podem se beneficiar de uma alocação otimizada de recursos. Esses recursos, que podem incluir capital, equipamentos, tarefas, tempo, ou até mesmo largura de banda, devem ser cuidadosamente alocados nas quantidades corretas, nos tempos corretos, e na seqüência correta para a obtenção do melhor resultado possível. São problemas complexos, muitas vezes de difícil solução e que envolvem significativas reduções de custos, melhorias de tempos de processos ou uma melhor alocação de recursos em atividades.

As técnicas de otimização devem ser utilizadas quando não existe uma solução simples e diretamente calculável para o problema. Isso geralmente ocorre quando a estrutura do problema é complexa, ou existe uma infinidade de possíveis soluções. Nesses casos, é possível que não exista nenhum procedimento direto de solução, de forma que as técnicas de otimização podem ser utilizadas na busca pela melhor solução para o problema.

A otimização global encontra a melhor solução do conjunto de todas as soluções possíveis. A otimização local encontra a melhor solução dentre um conjunto limitado de soluções que são próximas uma das outras. Na otimização local, a solução encontrada depende do ponto de início do processo de busca de otimização [32].

A otimização global sempre encontrará a melhor solução possível, independentemente das condições de início do processo de busca, porém, geralmente, requisita um maior poder de computação. Pode ser praticamente impossível de se encontrar uma solução ótima global em algumas aplicações, entretanto, uma solução ótima local pode ser bastante eficiente.

Em muitos casos, encontrar o ótimo global não é necessário. Encontrar rapidamente uma boa solução (*ótimo local*) pode ser mais desejável do que encontrar demoradamente a melhor solução possível. Quando nenhuma solução pode ser encontrada, o problema é relaxado <sup>1</sup> e a otimização pode ser utilizada para encontrar a solução ótima.

O tipo de otimização empregada depende da estrutura do problema e do grau de confiabilidade dos parâmetros utilizados. A solução de um problema de otimização normalmente possui duas fases: a primeira consiste em transformar o problema em um modelo e, posteriormente, implementar um algoritmo capaz de encontrar uma solução adequada para este modelo.

## 3.2 Modelagem de Problemas

A representação da realidade é uma necessidade da sociedade moderna, seja pela impossibilidade de lidar diretamente com a realidade, seja por aspectos econômicos, seja pela complexidade. Assim, buscamos a representação da realidade por meio de modelos que sejam bem estruturados e representativos desta realidade.

*"Modelos são representações simplificadas da realidade que preservam, para determinadas situações e enfoques, uma equivalência adequada" [32].*

A modelagem de um problema não é uma tarefa trivial, dependendo de fatores subjetivos como intuição, experiência, criatividade e capacidade de síntese. A formulação de um modelo em linguagem matemática consiste em traduzir o modelo para uma linguagem formal, compreendendo variáveis, equações, desigualdades e fórmulas. Os processos de formulação e validação são iterativos, pois envolvem múltiplas etapas de tentativa e erro, e interativos à medida que se faz necessária a intervenção contínua do modelador no processo de refinamento do modelo. Na Figura 3.1 apresentamos o processo de formulação e validação de um modelo matemático.

A definição do problema é uma das fases mais importantes do processo e compreende a clara percepção do desafio colocado. A linguagem utilizada para expressar os problemas de maneira declarativa é conhecida como Programação Matemática [64]. Os elementos de um modelo em Programação Matemática são:

**Variáveis de decisão:** variáveis cujos valores definem uma solução para o problema, por exemplo, quantidades produzidas ou recursos utilizados.

---

<sup>1</sup>Relaxação é a técnica utilizada para se descartar algumas restrições ou alternativas. Citamos a relaxação baseada em programação linear, a relaxação combinatória e a relaxação lagrangeana [66].

**Função objetivo:** uma função das variáveis de decisão que deve ser maximizada ou minimizada; por exemplo: minimizar custos, reduzir o número de homens/hora e maximizar o lucro.

**Restrições:** um conjunto de funções que define o espaço de soluções factíveis, por exemplo, limites para recursos, restrições operacionais de um processo de produção e limitações físicas e tecnológicas.

Um problema geral de otimização pode ser escrito em Programação Matemática como:

$$\begin{aligned} \text{Minimize } & f(x) \\ \text{Sujeito a: } & g(x) \geq 0 \\ & h(x) = 0 \\ & x \in \mathbb{R}^n \end{aligned}$$

onde  $f : \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}$  é a função objetivo,  $g : \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}^p$  e  $h : \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}^q$  são restrições que limitam o espaço de soluções factíveis, e  $x$  é o vetor das variáveis de decisão. Existem exceções a esta formulação geral, são os problemas sem função objetivo (quando deseja-se apenas encontrar um conjunto de decisões que sejam viáveis), problemas com múltiplos objetivos, entre outros.

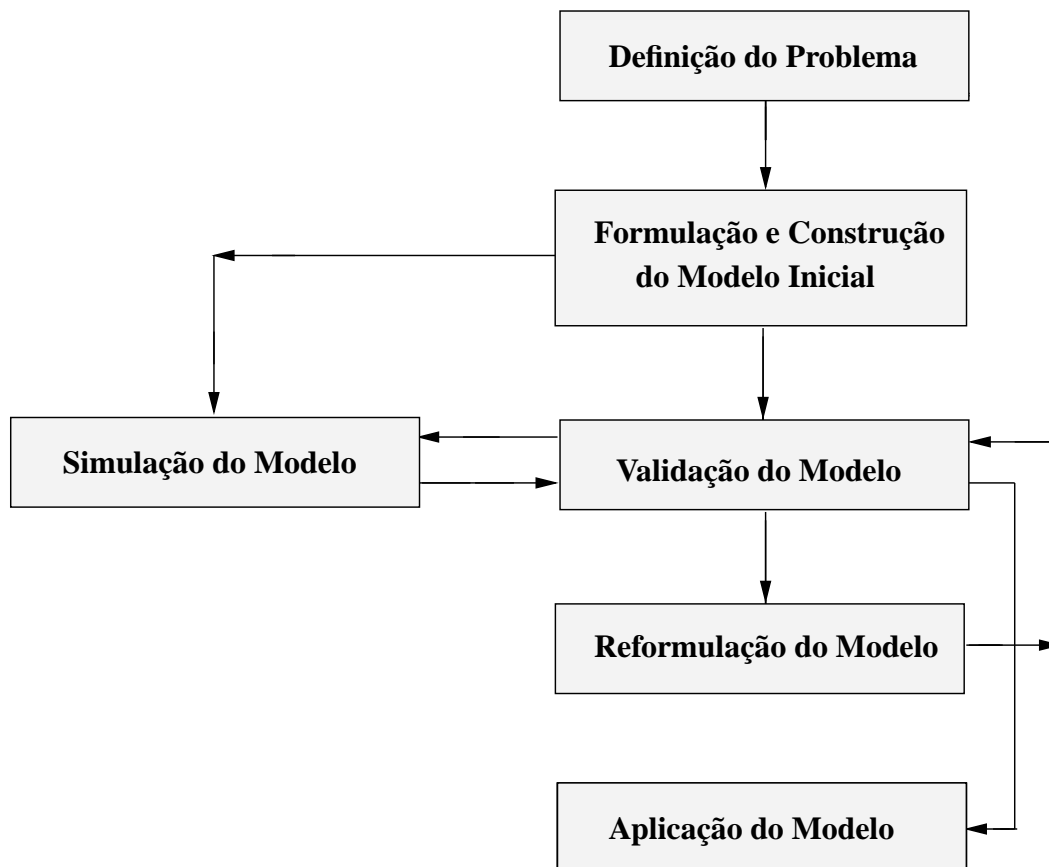


Figura 3.1: Esquema de um processo de formulação e validação de um modelo matemático [32].

**Exemplo:** Um atleta deseja encontrar uma dieta otimizada, ou seja, um programa alimentar com tipos e quantidades de alimentos que atendam às suas necessidades mínimas de nutrientes. Os alimentos devem ser escolhidos de forma a minimizar o custo total da dieta. Os dados do problema são:

- $N$  tipos de alimentos, como arroz, feijão e alface;
- $M$  tipos de nutrientes, como proteínas e lipídios;
- $c_n$  é o preço unitário do alimento  $n$ ;
- $a_{m,n}$  é a quantidade do nutriente  $m$  contida em cada unidade de alimento  $n$ ; e
- $b_m$  é a quantidade mínima do nutriente  $m$  a ser ingerida pelo atleta.

**Variáveis:**  $x_n$  é a quantidade de alimento  $n$  a ser comprada e ingerida,  $n = 1, \dots, N$ .

**Restrições:** a soma das quantidades de nutrientes contidas em cada alimento deve ser maior ou igual à necessidade do atleta para cada nutriente. Isto nos leva as desigualdades:

$$\begin{array}{cccccc} a_{1,1}x_1 & + & a_{1,2}x_2 & + & \dots & + & a_{1,N}x_N & \geq & b_1 \\ a_{2,1}x_1 & + & a_{2,2}x_2 & + & \dots & + & a_{2,N}x_N & \geq & b_2 \\ \vdots & & \vdots & & \dots & & \vdots & & \vdots \\ a_{M,1}x_1 & + & a_{M,2}x_2 & + & \dots & + & a_{M,N}x_N & \geq & b_M \end{array}$$

**Função objetivo:** o custo da dieta  $f(x) = c_1x_1 + c_2x_2 + \dots + c_Nx_N$  deve ser minimizado.

Logo o problema da dieta otimizada pode ser especificado por:

$$\begin{array}{l} \text{Minimize} \quad \sum_{j=1}^N c_j x_j \\ \text{Sujeito a:} \quad \sum_{j=1}^N a_{ij} x_j \geq b_i, \quad i = 1, \dots, M \\ \quad \quad \quad x_j \geq 0, \quad j = 1, \dots, N \end{array}$$

O segredo do sucesso do modelo de otimização depende da adequação de sua tradução, também denominada "formulação". O próprio termo "formular", largamente empregado para exprimir o processo de construção de modelos de otimização, traz consigo uma enorme carga *quantitativa* e *matemática*. Por outro lado, a adequação pretendida depende também de elementos que escapam ao conteúdo estritamente técnico, envolvendo a percepção do elaborador do modelo (ou equipe de elaboração), uma faculdade cognitiva de alto nível. As *fórmulas* ou *equações* do modelo não existem prontas e acabadas na natureza, elas têm que ser identificadas ou criadas.



### 3.3 Classes de Problemas de Otimização

Dependendo da natureza da função objetivo, das restrições e das variáveis, classifica-se os problemas de otimização em subdomínios.

É interessante observar que os modelos de otimização, por objetivarem a redução do contexto em busca da simplificação, podem ser caracterizados pelas seguintes dicotomias [32]:

Determinístico	↔	Probabilístico
Restrito	↔	Irrestrito
Contínuo	↔	Discreto
Univariável	↔	Multivariável
Linear	↔	Não-linear
Uniobjetivo	↔	Multiobjetivo

Alguns exemplos são mostrados a seguir.

#### 3.3.1 Programação Linear

Esse modelo é básico para a compreensão de todos os outros modelos da programação matemática. Uma outra vantagem desse modelo está na extraordinária eficiência dos algoritmos de solução existentes, disponibilizando alta capacidade de cálculo e podendo ser facilmente implementado até mesmo através de planilhas e com o auxílio de microcomputadores pessoais [32].

Para que um determinado sistema possa ser representado por meio de um modelo de Programação Linear, ele deve possuir as seguintes características:

**Proporcionalidade:** a quantidade de recurso consumido por uma dada atividade deve ser proporcional ao nível dessa atividade na solução final do problema. Além disso, o custo de cada atividade é proporcional ao nível de operação da atividade.

atividade em qualquer nível não negativo, e qualquer proporção de um dado recurso deve sempre poder ser utilizado.

**Aditividade:** o custo total é a soma das parcelas associadas a cada atividade.

**Separabilidade:** pode-se identificar de forma separada o custo (ou consumo de recursos) específicos de cada atividade.

Quando a função objetivo e as restrições do problema em questão são lineares, dizemos que o problema é de Programação Linear, que em geral assume a forma:

$$\begin{aligned} \text{Minimize} \quad & c^T x \\ \text{Sujeito a:} \quad & Ax \geq b \\ & x \in \mathbb{R}_+^n \end{aligned}$$

O exemplo que mostramos na Seção 3.2 sobre o problema da dieta é um problema de otimização em Programação Linear.

### 3.3.1.1 Aspectos Históricos

Durante a segunda guerra mundial foi levantado um problema nos EUA, que desafiou os estudiosos de ciências exatas. Este problema ficou conhecido pelo nome de *Problema da Dieta*, como mostramos no exemplo da Seção 3.2. O desafio foi publicado no conhecido jornal *The New York Times* e ganhou repercussão nacional. A melhor solução ao problema foi apresentada por Georg Stigler, em 1945, na qual, partindo de 77 alimentos e levando em consideração a composição de 9 nutrientes em cada um, ele chegou à conclusão de que a dieta ideal implicaria um custo anual de US\$59,88 e seria composta de farinha de trigo, repolho e fígado de porco. A solução apresentada era inusitada, pois Stigler não levou em consideração nenhum aspecto de diversidade, gosto, aspecto, etc; apenas considerou aspectos econômicos. O valor do custo de sua composição ficava muito abaixo das outras propostas mas, certamente, ninguém iria manter aquela única alimentação por qualquer período. Assim, o concurso foi alvo de muitas chacotas, mas em pouco tempo se constatou que aquela técnica poderia ser utilizada sem rejeição em áreas semelhantes, tais como alimentação de animais ou carga de alto-forno de uma siderurgia. Imediatamente se mostrou sujeita a erros, extremamente tediosa e cansativa, além de nem sempre encontrar a solução ótima.

Esta técnica de planejamento somente se consolidou com George Dantzig, em 1947, que desenvolveu o Método Simplex, capaz de resolver qualquer problema de Programação Linear. Dantzig desenvolveu esta técnica quando trabalhava na Rand Corporation no projeto SCOOP (*Scientific Computation of Optimum Programs*) para a Força Aérea Americana, desenvolvendo técnicas de otimização para problemas militares. O algoritmo Simplex implica uma quantidade muito grande de cálculos e, nos primeiros anos de uso, ele se apoiou exclusivamente na resolução manual. Com o surgimento do computador, em 1951, a Programação Linear encontrou seu aliado natural e foi se expandindo de uma maneira extraordinária. Na década de sessenta a Programação Linear tinha a mesma divulgação e fascínio também obtidos por outras técnicas, tal como a *Gestão pela Qualidade Total* tem tido nas décadas de oitenta e noventa.

Do ponto de vista histórico, é importante saber que o assunto iniciou em 1936 por Wassily Leontieff, que criou um modelo constituído por um conjunto de equações lineares, considerado como o primeiro passo para o estabelecimento das técnicas de Programação Linear. O matemático russo L. V. Kantorovick, em 1939, publicou um trabalho sobre planejamento da produção o qual apresentava, dentre diversas abordagens, o uso de equações lineares. Este trabalho somente veio a ser conhecido no ocidente em 1960. É importante ainda citar que, em 1940, Frank L. Hitchcock apresentou uma abordagem ao problema de transportes [55].

O nome do algoritmo tem suas raízes no conceito de simplex: um plano que corta os vetores unitários. O algoritmo como é conhecido atualmente, difere da versão original e tem servido de base para versões extendidas para tarefas específicas como, por exemplo, o método dual simplex que é amplamente adotado em implementações *branch-and-bound* e *branch-and-cut* para resolução de problemas inteiros, e o método simplex adaptado para o problema de fluxo em rede de custo mínimo [32].

O algoritmo simplex pode ser visto como um processo combinatório, que procura encontrar as colunas da matriz de restrições que induzem a uma base e, portanto, uma solução básica ótima. A dificuldade advém do fato que tipicamente existe um número exponencial de possíveis combinações de colunas, gerando portanto um desempenho de pior caso de ordem exponencial. Apesar deste aspecto desfavorável, o algoritmo simplex é eficaz e para muitas instâncias continua sendo o algoritmo mais rápido, mesmo quando comparado com algoritmos de ponto-interior que tem desempenho polinomial no pior caso.

### 3.3.2 Programação Linear Inteira

Semelhante ao caso anterior, porém as variáveis de decisão assumem valores discretos [66]. Sua formulação geral é:

$$\begin{aligned} \text{Minimize} \quad & c^T x \\ \text{Sujeito a:} \quad & Ax \geq b \\ & x \in \mathbb{Z}_+^n \end{aligned}$$

Um exemplo de problema de Programação Linear Inteira é o problema de localização de depósitos (*facility location*) [35]. O problema é definido por um certo número de possíveis locais para instalação de depósitos, um número de clientes, suas respectivas demandas por determinados produtos (que devem ser atendidas por apenas um depósito), as capacidades de atendimento dos depósitos, os custos de transporte/atendimento aos clientes por cada depósito e o custo dos depósitos. A solução do problema consiste na definição dos locais de instalação, de modo a suprir as demandas ao mesmo tempo que os custos são minimizados.

### 3.3.3 Programação Linear Inteira Mista

Quando somente algumas das variáveis assumem valores inteiros. Em geral:

$$\begin{aligned} \text{Minimize} \quad & c^T x + h^T y \\ \text{Sujeito a:} \quad & Ax + Gy \geq b \\ & x \in \mathbb{R}_+^n \\ & y \in \mathbb{Z}_+^m \end{aligned}$$

Se o problema de localização de depósitos for ligeiramente alterado, permitindo que as demandas dos clientes sejam fracionadas e atendidas por mais de uma instalação, então o problema se torna um problema de otimização em Programação Linear Inteira Mista.

### 3.3.4 Programação Quadrática

Quando a função objetivo é uma função quadrática das variáveis de decisão. A forma geral de um problema de Programação Quadrática é:

$$\begin{aligned} \text{Minimize} \quad & \frac{1}{2}x^T Qx + c^T x \\ \text{Sujeito a:} \quad & Ax \geq b \\ & Cx = d \end{aligned}$$

onde  $Q$  é uma matriz simétrica. Quando a matriz  $Q$  é positiva definida ou semi-definida positiva ( $Q > 0$  e  $Q \geq 0$ , respectivamente), encontrar o ótimo global é relativamente fácil. Porém, quando  $Q$  é indefinida (ou negativa semi-definida ou definida), o problema se torna bastante difícil.

Um exemplo de aplicação de Programação Quadrática [25] é o controle preditivo [17], onde minimiza-se um custo quadrático usualmente composto pela diferença entre a referência e o valor predito da saída, e uma componente associada à amplitude do sinal de controle.

### 3.3.5 Otimização Não-Linear Irrestrita

Classe de problemas que possuem função objetivo não-linear e não possuem restrições sobre as variáveis de decisão [13]. Em geral:

$$\begin{aligned} \text{Minimize} \quad & f(x) \\ \text{Sujeito a:} \quad & x \in \mathbb{R}^n \end{aligned}$$

onde  $f : \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}$  é contínua e diferenciável. Uma aplicação de Otimização Não-Linear Irrestrita é o treinamento de redes neurais [46, 47], onde por exemplo procura-se um conjunto de pesos que minimiza a diferença entre a saída da rede e um determinado valor de saída desejado.

### 3.3.6 Otimização Não-Linear com Restrição

Semelhante ao caso anterior, porém as variáveis de decisão podem assumir valores dentro de certos limites especificados por um espaço de decisões factíveis. Sua forma geral:

$$\begin{aligned} \text{Minimize} \quad & f(x) \\ \text{Sujeito a:} \quad & g(x) \geq 0 \\ & h(x) = 0 \\ & x \in \mathbb{R}^n \end{aligned}$$

onde  $f : \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}$ ,  $g : \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}^p$  e  $h : \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}^q$  são funções contínuas e diferenciáveis. Os modelos de Otimização Não-Linear Restritos são os mais gerais no domínio da otimização contínua.

## 3.4 Algoritmos

A modelagem em programação é tanto arte quanto ciência. Pode-se dizer que um problema bem formulado pode ser resolvido eficientemente com algoritmos de propósito geral.

Formulado o problema, o próximo passo é encontrar um algoritmo eficiente para o cálculo da solução ótima. Alguns tipos de problema de otimização como, por exemplo, os problemas de Programação Linear, possuem algoritmos bastante eficientes para sua solução (método Simplex e método de ponto interior). Porém, para outros problemas não existem algoritmos eficientes capazes de encontrar uma solução ótima, como é o caso de alguns problemas de Programação Inteira pertencentes à classe NP-difícil <sup>2</sup>.

A seguir, citamos alguns tipos de algoritmos utilizados na resolução de problemas de otimização.

### 3.4.1 Algoritmos Exatos

São algoritmos capazes de encontrar a solução ótima global para um problema de otimização como, por exemplo, o método Simplex para problemas de Programação Linear, algoritmos de Programação Dinâmica [66] e algoritmos de *Branch-and-Bound* [23].

### 3.4.2 Algoritmos Heurísticos

Nem sempre é possível encontrar a melhor solução de um problema de otimização em tempo razoável por meio de algoritmos exatos. Nestes casos, uma solução relativamente boa pode ser suficiente para a aplicação em questão. Os métodos heurísticos são algoritmos que não garantem encontrar a solução ótima de um problema, mas são capazes de retornar uma solução de qualidade em um tempo adequado para as necessidades da aplicação [18].

### 3.4.3 Meta-Heurísticas

Uma boa parte das heurísticas são desenvolvidas para resolver uma classe específica de problemas. Há, no entanto, algumas regras que se podem aplicar a uma vasta gama de heurísticas. Essas regras são sistematizadas em métodos denominados meta-heurísticas [31]. Uma meta-heurística consiste na aplicação de uma determinada filosofia, uniformemente, para a resolução de uma gama de problemas, ou seja, paradigmas de desenvolvimento de

---

<sup>2</sup>Um problema pertence à classe P (problema polinomial) se pode ser resolvido em tempo polinomial no seu tamanho (por exemplo, problemas de ordenação, caminhos mínimos em grafos, fluxo máximo em redes, Programação Linear). Um problema pertence à classe NP (problema polinomial não-determinístico) se uma suposta solução para este problema pode ser verificada em tempo polinomial no seu tamanho. Dizemos que um problema é NP-difícil se ele é pelo menos tão difícil quanto qualquer problema em NP. Um problema é NP-completo se qualquer problema em NP pode ser reduzido a este problema em tempo polinomial (por exemplo, caminho Hamiltoniano e clique máxima em grafos) [66].

algoritmos heurísticos. Diversas propostas de meta-heurísticas surgiram nos últimos anos impulsionadas pelos problemas pertencentes à classe NP-difícil. Dentre as meta-heurísticas mais conhecidas podemos destacar:

- *Algoritmos Genéticos*: família de modelos computacionais inspirados na evolução natural dos seres vivos. Tem suas raízes na Teoria da Evolução de Charles Darwin, podendo este ser visto como um mecanismo de evolução simulada [33];
- *Simulated Annealing*: baseada originalmente em conceitos de Mecânica Estatística, considerando a analogia entre o processo físico de recozimento de sólidos (comportamento de um sistema de vários graus de liberdade em equilíbrio térmico a uma temperatura finita) e a resolução de problemas de otimização combinatória (encontrar um mínimo de uma dada função dependendo de vários parâmetros) [11];
- *Busca Tabu*: se caracteriza pela utilização de uma memória para orientação de busca de soluções, impedindo que uma solução visitada num passado recente seja visitada novamente, tornando a busca menos aleatória e evitando a ciclagem das soluções, ou seja, a repartição da mesma seqüência de soluções [30]; e
- *Algoritmos Gulosos*: é a técnica de utilizar a otimalidade local para a solução de um problema. Observando o problema como um todo, a cada ponto onde uma decisão é tomada temos um estado do problema. A técnica “gulosa” consiste em observar-se o contexto “local” deste estado para escolhermos o próximo estado. Em outras palavras, a decisão tomada em cada ponto é aquela que é melhor no momento, sem que sejam analisadas suas consequências futuras [23].

### 3.4.4 Algoritmos de Aproximação

Nos métodos heurísticos não há garantia alguma a respeito da solução encontrada, ou seja, não há como saber se a solução obtida está “perto” ou “longe” da melhor solução possível. Contudo, há ocasiões em que essa noção de proximidade faz-se necessária. Podemos estar interessados por exemplo em uma solução que não precisa ser a melhor, mas que deve ser no máximo 10% pior que a melhor solução possível. Nesses casos, são utilizados os Algoritmos de Aproximação [20, 63].

## 3.5 Linguagens de Modelagem

Nesta seção apresentamos os elementos fundamentais de duas linguagens de modelagem (*AMPL e Mosel*), que permitem especificar problemas de otimização em uma linguagem muito semelhante à programação matemática. Tais linguagens procuram separar o modelo dos dados, dessa forma permitindo que um modelo possa ser utilizado na resolução de diferentes instâncias de uma mesma classe de problemas. Elas também são responsáveis pela parte de pré-processamento e interface com algoritmos de otimização, tais como ILOG CPLEX, MINOS e XPress-MP [7].

### 3.5.1 Linguagem Mosel

A linguagem Mosel faz parte do pacote de software de otimização Xpress-MP, o qual é uma ferramenta de software para modelagem matemática e solução de problemas de otimização linear, quadrática e linear inteira. As ferramentas do Xpress-MP compreendem uma coleção de interfaces, objetivando atender necessidades de usuários diversos e permitindo a solução de problemas bem como a integração com outros produtos de software. Os dois componentes básicos do Xpress-MP são o Xpress-Mosel e o Xpress-Optimizer, mas há outros componentes também relevantes, destacando-se Xpress-IVE, Console Xpress e Xpress-MP Libraries [27]. Segue abaixo uma breve descrição destes componentes.

**Xpress-Mosel:** é um ambiente para modelagem e solução de problemas de programação linear, programação quadrática e programação inteira mista. Mosel permite separar modelo dos parâmetros que definem uma instância e tem facilidades de transferência de dados.

**Xpress-Optimizer:** é a parte central da ferramenta Xpress-MP, representando décadas de pesquisa e desenvolvimento de métodos de solução de problemas iguais ao do Xpress-Mosel.

**Xpress-IVE:** é um ambiente para modelagem e solução de problemas de otimização disponível em sistemas MS-Windows. IVE apresenta Mosel dentro de uma interface gráfica amigável com editor embutido.

**Console Xpress:** consiste em uma interface tipo texto para Mosel e Optimizer. Este modelo permite a carga de modelos armazenados em arquivos e resolução de problemas, podendo ser executado em plataformas computacionais diversas, incluindo Unix e MS-Windows.

**Xpress-MP Libraries:** para implantações especializadas, bibliotecas Xpress-MP são oferecidas para prover acesso direto a Mosel e Optimizer a partir de código C/C++, Java e Visual Basic implementado e customizado pelo usuário.

Na sequência, descrevemos os passos necessários para se resolver um problema através da Interface Mosel. Consideramos o problema da mochila ou *knapsack problem*, o qual é um problema de programação linear inteira, onde este se caracteriza pelo estreito relacionamento com um grande número de outros modelos de programação. Sua importância está associada exatamente por esse fato. Metaforicamente podemos entendê-lo como o desafio de encher uma mochila sem ultrapassar um determinado limite de peso, otimizando o valor do produto carregado. Foi possivelmente reportado pela primeira vez na literatura por Dantzig (1957) e constitui um marco das técnicas de programação inteira, otimização combinatória e programação dinâmica [32]. Segue abaixo a formulação do problema da mochila.

$$\begin{aligned} \text{Maximize} \quad & \sum_{i=1}^N c_i x_i \\ \text{Sujeito a:} \quad & \sum_{i=1}^N w_i x_i \leq b \\ & x_i \in \{0, 1\}, \quad i = 1, \dots, N \end{aligned}$$

Na Tabela 3.1 [27] fornecemos os dados para uma instância particular do problema da mochila, tendo o limite de peso  $b=120$ .

Tabela 3.1: Dados do problema da mochila.

Item ( $i$ )	Peso ( $w_i$ )	Valor ( $c_i$ )
filmadora	2	15
colar	20	100
vaso	20	90
foto	30	60
televisão	40	40
vídeo	30	15
cofre	60	10
tijolo	10	1

Segue abaixo a especificação do problema na linguagem Mosel.

```

model mochila
uses "mmxprs"

declarations
  Itens= 1..8
  b= 120
  Peso: array(Itens) of real
  Valor: array(Itens) of real
  x: array(Itens) of mpvar
end-declarations

! Itens: filmadora, colar, vaso, foto, televisão,
! vídeo, cofre, tijolo
Peso:= [2, 20, 20, 30, 40, 30, 60, 10]
Valor:= [15, 100, 90, 60, 40, 15, 10, 1]

! Todas as variáveis x são binárias
forall(i in Itens) x(i) is_binary
! Função objetivo
ValorTotal:= sum(i in Itens) x(i)*Valor(i)
! Restrições da capacidade da mochila
PesoTotal:= sum(i in Itens) x(i)*Peso(i) ≤ b

maximize(ValorTotal)

writeln("O Valor da Função Objetivo é", getobjval)
forall(i in Itens) writeln("x(",i,")=",getsol(x(i)))

end-model

```



### 3.5.2 Linguagem AMPL

AMPL (*A Modeling Language for Mathematical Programming*) [28], pode ser vista como uma linguagem de computador utilizada para descrever de uma forma declarativa problemas de planejamento, escalonamento e distribuição da produção, e muitos outros problemas conhecidos em geral como problemas de otimização em larga escala ou programação matemática. A notação algébrica de AMPL e o seu ambiente de comandos interativos foram projetados para auxiliar na formulação de modelos, comunicar com uma variedade de pacotes de otimização e examinar o resultado de soluções. A flexibilidade de AMPL a torna ideal para prototipação rápida e desenvolvimento de modelos, enquanto que sua velocidade e generalidade proveêm os recursos necessários para resolução em regime de produção.

AMPL foi projetada para combinar e estender as habilidades expressivas de linguagens de modelagem, mas sem perder a facilidade de ser utilizada em aplicações elementares. AMPL é notável pela simplicidade e naturalidade de sua sintaxe e pela generalidade dos seus conjuntos e expressões de indexação. Esta ainda provê forte suporte à validação, verificação e análise de soluções ótimas através de um conjunto de alternativas para apresentação de dados e resultados.

A descrição de um problema é feita através da especificação de três arquivos: o arquivo com o modelo genérico; o arquivo com os dados; e o arquivo de comandos. Abaixo segue o modelo AMPL do problema da mochila.

#### Arquivo do Modelo

```
# Problema da mochila

set Itens;

param c {j in Itens}; # c[j] é o valor do item j
param w {j in Itens}; # w[j] é o peso do item j

param b ≥ 0;

var x {j in Itens} integer ≥ 0, ≤ 1;

# Função objetivo
maximize valor: sum{j in Itens}c[j]*x[j];

# Sujeito as restrições da mochila
subject to mochila:
    sum{j in Itens} w[j]*x[j] ≤ b;
```

#### Arquivo de Dados

```
set Itens:= filmadora colar vaso foto televisão vídeo cofre tijolo;

param:          w      c :=
    filmadora   2      15
```

colar	20	100
vaso	20	90
foto	30	60
televisão	40	40
vídeo	30	15
cofre	60	10
tijolo	10	1;

```
param b:= 120;
```

### Arquivo de Comandos

```
solve;
display valor;
display w;
display c;
display x;
```

A seguir, apresentamos os resultados obtidos da simulação do problema da mochila através no site <http://www-neos.mcs.anl.gov>. Este site fornece uma grande quantidade de informações sobre otimização e ferramentas para simulação, onde o usuário seleciona a categoria que utilizará, como: programação linear, programação linear inteira mista, otimização combinatória, otimização global entre outras. Após a definição da categoria é escolhida a linguagem de programação matemática, como: Fortran, Mosel, AMPL, entre outras.

```
valor = 224

w [*] :=
    cofre          60
    colar          20
    filmadora     2
    foto          30
    'televisão'   40
    tijolo        10
    vaso          20
    'vídeo'       30
;
c [*] :=
    cofre          100
    colar          100
    filmadora     15
    foto          60
    'televisão'   40
    tijolo        1
    vaso          90
    'vídeo'       15
;
x [*] :=
    cofre          0
```

colar	1
filmadora	1
foto	1
'televisão'	1
tijolo	0
vaso	1
'vídeo'	0
;	

## 3.6 Controle Preditivo

A seguir, apresentamos uma introdução à teoria de controle preditivo (CP). O CP está sendo largamente aplicado em sistemas industriais, com diversas vantagens em relação aos controladores clássicos [21, 51]. O termo CP é aplicado aos sistemas de controle industrial, recebendo a denominação de técnica de *horizonte rolante* quando aplicado aos modelos de programação matemática e otimização e, em particular, aos problemas de planejamento da produção.

O CP é baseado em modelo e é uma das técnicas de controle moderno mais potentes e provavelmente a que teve maior êxito nas aplicações na indústria. As principais razões deste êxito devem-se a que as estratégias de CP podem ser aplicadas tanto a sistemas monovariáveis como multivariáveis, as restrições na saída e nas ações do controle podem ser consideradas no projeto da lei de controle em tempo real, e pela própria definição dos algoritmos, podem ser usadas para controlar processos com atrasos.

O texto a seguir foi baseado em [17].

O CP não é uma estratégia de controle específica, mas o nome é dado a um conjunto muito grande de métodos de controle que foram desenvolvidos considerando algumas idéias comuns. Estes métodos de projeto competem com os controladores lineares, os quais têm praticamente a mesma estrutura e apresentam graus de liberdade semelhantes.

### 3.6.1 Introdução ao Controle Preditivo

As idéias que aparecem em maior ou menor intensidade em todas as famílias de controladores preditivos são:

- usar explicitamente um modelo para produzir a saída de um processo para instantes de tempos futuros (horizonte de predição);
- calcular uma seqüência de ações de controle que minimizam uma certa função objetivo; e
- estratégia retrocedente, tal que, a cada instante, o horizonte é deslocado para o futuro, envolvendo a aplicação do primeiro sinal de controle da seqüência, a cada passo de tempo.

Os vários algoritmos de CP diferem quanto ao modelo usado para representar o processo e os ruídos, e a função custo a ser minimizada.

O CP apresenta uma série de vantagens sobre os outros métodos como, por exemplo:

- é atrativo para equipes técnicas com conhecimentos limitados em controle de processos, por utilizar conceitos intuitivos, além da sua sintonia ser relativamente simples;
- pode ser usado para controlar uma grande variedade de processos, desde aqueles com dinâmicas relativamente simples até as mais complicadas, incluindo sistemas com grande tempo morto e fases não uniformes ou instáveis;
- é facilmente estendido a sistemas multivariáveis;
- aplica-se bem quando as referências futuras são conhecidas; e
- é uma metodologia totalmente aberta baseada em certos princípios básicos, permitindo futuras extensões.

Apesar da lei de controle resultante ser relativamente fácil e requerer pouco esforço computacional para o caso linear e sem restrições, sua derivação é mais complexa do que a dos controladores clássicos PID<sup>3</sup>. O maior esforço é obter um modelo que represente apropriadamente a dinâmica do processo. O projeto do algoritmo é baseado em um conhecimento prévio do modelo e os benefícios do controlador irão depender diretamente das discrepâncias existentes entre o processo real e o modelo adotado.

### 3.6.2 Estratégias do CP

A metodologia de todos os controladores pertencentes à família CP é caracterizada pela seguinte estratégia, a qual representamos na Figura 3.2 e descrevemos a seguir.

- as saídas futuras para um determinado horizonte  $N$ , chamado de horizonte de predição, são estimadas a cada instante de tempo  $t$  usando o modelo do processo. Estas saídas estimadas  $\hat{y}(t+k|t)$ <sup>4</sup> para  $k = 1, \dots, N$  dependem dos valores conhecidos no instante  $t$  (entradas e saídas passadas) e do sinal de controle estimado  $\hat{u}(t+k|t)$ , para  $k = 0, \dots, N-1$ , o qual é enviado ao sistema para ser calculado;
- o conjunto de sinais das ações futuras do controlador é calculado por otimização, atendendo a um determinado critério, de forma a manter o processo o mais perto possível da trajetória de referência  $y_{ref}(t+k)$  (a qual pode ser o próprio *set point* ou uma aproximação do mesmo). Este critério toma, em geral, a forma de uma função quadrática do erro entre o valor predito para a saída do processo e a trajetória de referência proposta. O esforço do controlador é, muitas vezes, incluído na função objetivo. Uma solução explícita pode ser obtida se o critério é quadrático, o modelo é linear e não existem restrições; caso contrário, um método de otimização iterativo tem que ser usado [65]; e

---

<sup>3</sup>Controlador Proporcional, Integral e Derivativo.

<sup>4</sup>A notação indica o valor da variável para o instante  $t+k$  calculado no instante  $t$ .

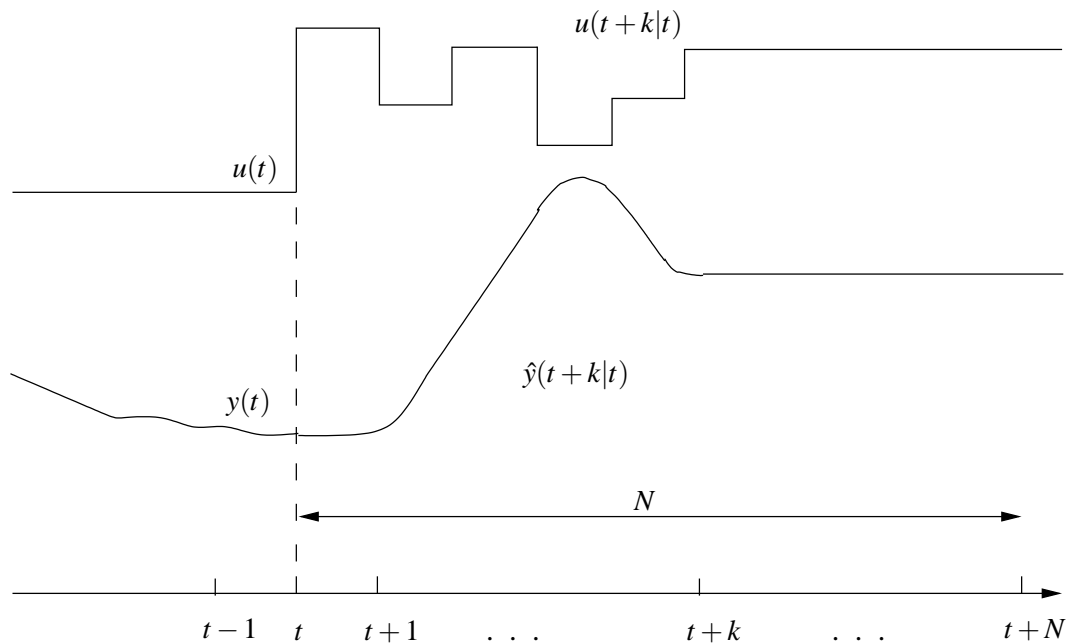


Figura 3.2: Estratégias de controle preditivo [17].

- o primeiro sinal da seqüência do controle  $\hat{u}(t|t)$  estimada é enviado ao processo, enquanto o restante da seqüência é descartada, implicando  $u(t) = \hat{u}(t|t)$ .

Para implementar esta estratégia, utilizamos a estrutura da Figura 3.3. Um modelo é usado para prever as saídas futuras da planta, baseada nos seus valores presentes e passados, e nas ações de controle futuras propostas pela otimização. Estas ações são calculadas pelo otimizador levando em consideração a função custo, assim como as restrições impostas ao sistema.

O modelo do processo tem um papel decisivo no desempenho do controlador. O modelo escolhido deve ser capaz de captar a dinâmica do processo de forma a prever precisamente as saídas futuras, assim como ser simples na sua implementação e entendimento. Como o CP não é uma técnica única, mas um conjunto de diferentes metodologias, existem vários tipos de modelos usados nas mais diferentes formulações.

A seguir, apresentamos os elementos do CP, ou seja, o modelo, a função objetivo e a lei de controle.

### 3.6.3 O Modelo de Predição

O ponto mais importante do controle preditivo é o modelo do processo. Os modelos podem ser subdivididos em função de suas características. Como o CP requer a solução de um modelo para prever as saídas futuras do processo, a forma do modelo selecionado vai repercutir também no desempenho do método. Segue abaixo algumas categorias de modelos.

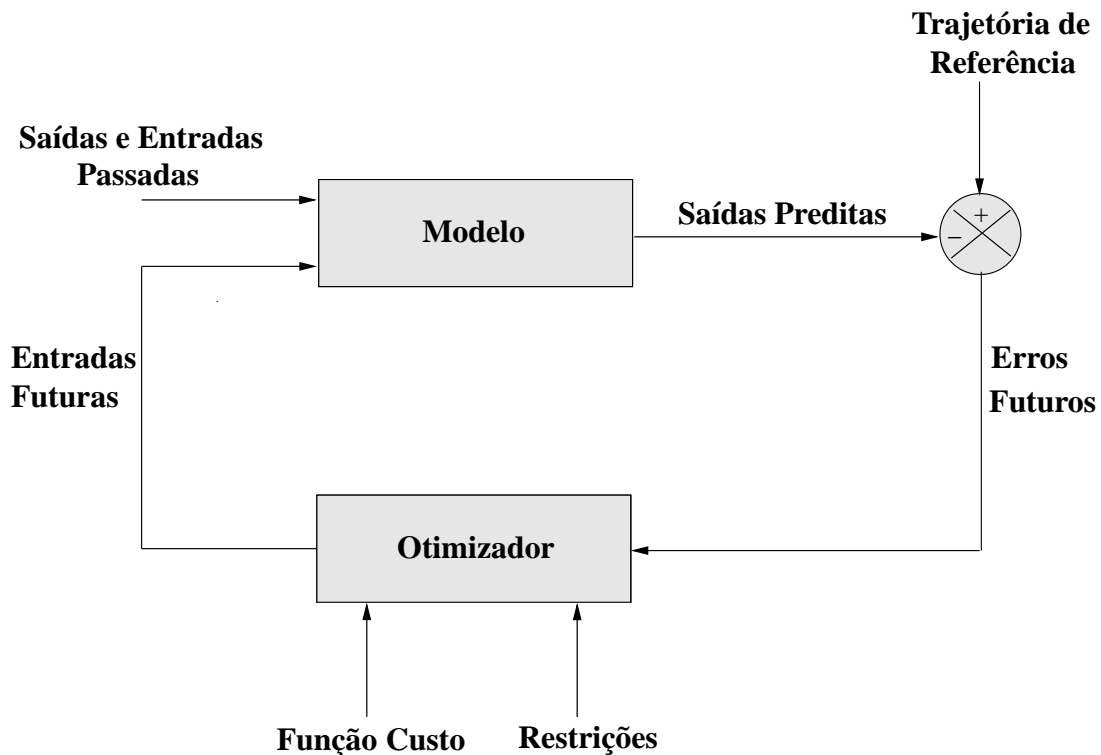


Figura 3.3: Modelo preditivo [17].

### 3.6.3.1 Linear ou Não Linear

A resposta de sistemas dinâmicos lineares obedece ao princípio da superposição, isto é, a resposta do sistema a uma combinação linear de entradas é igual a uma combinação linear de suas respostas a cada entrada separadamente. Muitos sistemas de engenharia aproximam-se deste comportamento para pequenos desvios na entrada. As técnicas de controle linear são as primeiras a serem adotadas na maioria das aplicações de controle, sendo satisfatórias para a maior parte delas, principalmente aquelas que envolvem manter o processo no estado estacionário em um ponto de operação. Modelos lineares são extremamente usados nas aplicações industriais do CP [56].

Modelos não lineares não têm características específicas, exceto a de não se incluírem no caso linear. Isto torna difícil a sua generalização, já que os modelos não lineares podem ter qualquer característica. Em contraposição às aplicações dos modelos lineares, os modelos não lineares são utilizados em processos que envolvem grandes variações nas condições de operação e em processos com não linearidades acentuadas.

### 3.6.3.2 Contínuo ou Discreto

A maioria das leis físicas usadas pelos engenheiros no desenvolvimento dos modelos é representada na forma de equações diferenciais, tendo o tempo como variável independente. Uma representação típica é da forma  $\dot{y} = f(y, u)$ .

Antes do uso difundido dos computadores digitais, modelos em equações diferenciais eram as ferramentas centrais dos pesquisadores e engenheiros de controle para o estudo da

dinâmica de sistemas. Com o advento dos computadores digitais, pode-se escrever uma equação a diferenças não linear como  $y_{k+1} = f(y_k, u_k)$ . Como o CP tem sido implementado através de computadores digitais, as equações a diferenças têm sido preferidas em relação às equações diferenciais [56].

### 3.6.3.3 Parâmetros Distribuídos ou Parâmetros Agrupados

Um modelo com parâmetros distribuídos envolve equações diferenciais parciais, ao invés de equações diferenciais ordinárias. Os conceitos básicos do CP permitem que o mesmo seja perfeitamente aplicável a modelos com parâmetros distribuídos, apesar da sua complexidade de solução.

### 3.6.3.4 Determinístico ou Estocástico

Todos os processos físicos estão sujeitos a distúrbios não preditos. Estes distúrbios podem afetar o projeto e operação do CP de, ao menos, duas formas distintas:

- na identificação do processo, o modelo é selecionado baseado em resultados experimentais. O processo de seleção usa considerações (implícitas ou explícitas) sobre os distúrbios para selecionar e avaliar o modelo. Estas considerações têm um impacto direto sobre o modelo selecionado; e
- depois que a fase de identificação do modelo está completa, as considerações sobre os distúrbios são, às vezes descartadas e o projeto do controlador pode ser baseado no seu modelo nominal. Se o modelo do processo nos permite prever as variações estatísticas do processo baseadas em considerações sobre os efeitos aleatórios no modelo, dizemos que o modelo é estocástico.

### 3.6.3.5 Entrada-Saída ou Espaço de Estado

Como indicado pelo nome, modelos entrada-saída fornecem uma relação entre a entrada e a saída do processo sem referências às variáveis internas do processo. Como a maioria dos modelos de espaço de estado é baseada em balanços de calor, massa e momento, cada estado têm um significado físico. Os estados também podem ser encontrados com um modelo entrada-saída através de manipulações matemáticas e variáveis intermediárias.

Um caso especial de entrada-saída é a rede neural artificial [12], a qual têm sido usada em diversas aplicações de engenharia, incluindo o controle preditivo.

### 3.6.3.6 Fenomenológicos ou Caixa Preta

Modelos que são derivados a partir de balanços de calor, massa e momento são, geralmente, chamados de fenomenológicos ou fundamentais, em contraste com outro esquema de

modelagem que ajusta um conjunto de dados a uma função arbitrária. Ambas as abordagens têm sido usadas em aplicações de controle preditivo.

As diferenças nesta classe de modelos, fenomenológicos ou caixa preta, estão na sua capacidade de extrapolação e no seu custo de obtenção. Um modelo fenomenológico, a princípio, pode ser usado em uma ampla faixa de aplicação, mesmo sem experiências operacionais anteriores, desde que as condições assumidas no seu desenvolvimento permaneçam válidas. Por outro lado, modelos do tipo caixa preta não têm a capacidade de extrapolar com segurança na obtenção de valores fora das condições operacionais em que os dados foram coletados. Porém, a calibração e validação de modelos tipo caixa preta são muito mais simples e menos custosas de se atingir do que os modelos fenomenológicos.

### 3.6.4 A Função Objetivo

Os vários algoritmos CP propõem diferentes funções custo para obter a lei de controle. O objetivo principal é que a saída futura ( $y$ ) no horizonte considerado deve seguir um determinado sinal de referência ( $y_{ref}$ ) e, ao mesmo tempo, o esforço do controlador ( $\Delta u$ ) necessário, para isto deve ser penalizado. A expressão geral para tal função objetivo deve ser:

$$J(N_1, N_2, N_u) = \sum_{k=N_1}^{N_2} \delta(k) [\hat{y}(t+k|t) - y_{ref}(t+k)]^2 + \sum_{k=1}^{N_u} \lambda(k) [\Delta u(t+k-1)]^2 \quad (3.1)$$

Em alguns métodos, o segundo termo que considera o esforço do controlador não é levado em consideração, enquanto que em outros (UPC - *Controle Preditivo Unificado* [61]), os valores do sinal do controlador (não o seu incremento) também aparecem diretamente na formulação da função custo. As considerações que podem ser efetuadas na função custo são apontadas a seguir.

#### 3.6.4.1 Parâmetros

$N_1$  e  $N_2$  são os valores mínimo e máximo do horizonte de predição da função custo, respectivamente e,  $N_u$  é o horizonte de controle, o qual não é necessariamente coincidente com o horizonte máximo. O significado de  $N_1$  e  $N_2$  é intuitivo. Eles marcam os limites dos instantes no qual é desejado que a saída do processo siga a referência. Então, se um valor muito alto para  $N_1$  for adotado é porque não é importante que existam erros nos primeiros instantes, o que irá provocar uma resposta suave para o processo. Nota-se que em processos com um tempo morto  $d$  não existe razão para  $N_1$  ser menor que  $d$ , pois a saída não começará a evoluir até o instante  $t+d$ . Variando  $N_u$  é possível penalizar durante mais ou menos tempo a ação de controle.

Os coeficientes  $\delta(k)$  e  $\lambda(k)$  são seqüências que consideram o comportamento futuro. Usualmente valores constantes ou seqüências exponenciais são consideradas.



### 3.6.4.2 Trajetória de Referência

Uma das vantagens do controle preditivo é que se a trajetória de referência futura for conhecida *a priori*, o sistema pode reagir antes que as mudanças sejam efetivamente implantadas, evitando-se com isto os efeitos do retardo na resposta do processo. A evolução futura da referência  $r(t+k)$  é conhecida em muitas aplicações, tais como robótica, processos servos ou tipo batelada. Na minimização da Equação 3.1, a maioria dos métodos usa uma trajetória de referência  $y_{ref}(t+k)$  que não coincide necessariamente com a referência real. Ela é, normalmente, uma aproximação suave do valor atual da saída  $y(t)$  em direção à referência conhecida por meio de um sistema de primeira ordem:

$$y_{ref}(t) = \hat{y}(t) \quad (3.2)$$

$$y_{ref}(t+k) = \alpha y_{ref}(t+k-1) + (1-\alpha)r(t+k) \quad k = 1, \dots, N \quad (3.3)$$

$\alpha$  é um parâmetro entre 0 e 1 (quanto mais próximo de 1, mais suave será a aproximação), sendo um valor ajustável e que irá influenciar na resposta dinâmica do sistema.

### 3.6.4.3 Restrições

Na prática, todos os processos estão sujeitos às restrições. Os atuadores têm um campo limitado de ação, assim como uma determinada taxa de variação como, por exemplo, as válvulas que estão limitadas por sua posição totalmente aberta ou fechada e pela taxa de resposta, que é o tempo para a sua abertura ou fechamento. Faz-se necessário então, a introdução destas possíveis restrições no modelo. Normalmente, os limites na amplitude e na taxa de variação do sinal de controle e os limites do processo são considerados:

$$u_{min} \leq \hat{u}(t) \leq u_{max} \quad (3.4)$$

$$du_{min} \leq \hat{u}(t) - \hat{u}(t-1) \leq du_{max} \quad (3.5)$$

$$y_{min} \leq \hat{y}(t) \leq y_{max} \quad (3.6)$$

A adição destas restrições torna a minimização da função objetivo mais complexa, tal que a solução não pode ser obtida explicitamente como nos casos sem restrição.

### 3.6.4.4 Restrições de Sobre Elevação

Em alguns processos, a sobre elevação (*overshoot*) não é desejável por diferentes razões. Restrições para a sobre elevação são de fácil implementação. Sempre que uma mudança é produzida no *set point*, e o mesmo se mantém constante por um período de tempo suficientemente longo, as seguintes restrições são adicionadas ao sistema de controle:

$$\hat{y}(t+k) \leq y_{ref}(t), \quad k = N_{01}, \dots, N_{02} \quad (3.7)$$

onde  $N_{01}$  e  $N_{02}$  definem o horizonte onde a sobre elevação não pode ocorrer.

### 3.6.4.5 Comportamento Monotônico

Alguns sistemas de controle tendem a exibir oscilações não desejáveis na variável controlada antes de atingir o *set point*, conhecidas como *kickback*. Pode-se adicionar restrições ao sistema de controle para evitar este tipo de comportamento, impondo um comportamento monotônico à variável de saída. Cada vez que o *set point* muda, novas restrições são adicionadas ao sistema de controle, como as que seguem:

$$\hat{u}(t) \leq \hat{u}(t+1) \quad \text{se} \quad \hat{y}(t) < y_{ref}(t) \quad (3.8)$$

$$\hat{u}(t) \geq \hat{u}(t+1) \quad \text{se} \quad \hat{y}(t) > y_{ref}(t) \quad (3.9)$$

### 3.6.5 Obtenção da Lei de Controle

Em todos os algoritmos de CP o objetivo é calcular  $\hat{u}(t+k|t)$  para minimizar a função  $J$  da Equação 3.1. Para isto, é necessário calcular as previsões  $\hat{y}(t+k|t)$  como função do controle futuro (a partir do método utilizado por cada algoritmo) e substituir na função  $J$ , obtendo assim uma expressão cuja minimização leva aos valores procurados. No caso de utilizar um modelo linear e sem restrições, é possível obter uma solução analítica no domínio da função  $J$ . Em outro caso, a solução é obtida de forma iterativa por algum método de otimização.

Independente do método utilizado, a solução é, em geral, complexa devido ao número de variáveis envolvidas, principalmente quando os horizontes são grandes. Para reduzir os graus de liberdade deste problema, alguns algoritmos propõem estruturar a lei de controle. Isto pode ser feito como no GPC (*Controle Preditivo Generalizado* [22]), EPSAC (*Controle Adaptivo de Predição Estendida* [37]) e EHAC (*Controle Adaptivo de Horizonte Estendido* [67]), ajustando o horizonte de predição  $N_u$ , o que implica em zerar as variações do controle após um certo valor de horizonte  $N_u < N_2$ :

$$\Delta u(t+k-1) = 0, \quad k > N_u \quad (3.10)$$

Outra forma de estruturar o controle, que é usada no PFC (*Controle Preditivo Funcional* [22]), consiste em calcular o controle como uma combinação de funções preestabelecidas:

$$u(t+k) = \sum_{i=1}^n \mu_i(t) B_i(k) \quad (3.11)$$

onde os  $B_i$  são escolhidos de acordo com o tipo de processo e de referência.

Neste ponto também existe um grande campo para pesquisas de CP, já que os problemas de otimização associados ao cálculo do controle ótimo não têm sido resolvidos de forma geral.

### 3.6.6 Exemplo de Aplicação do Controle Preditivo

Com o objetivo de ilustrar e consolidar os conceitos de controle preditivo, apresentamos a seguir um exemplo de aplicação.

Um certo material é submetido a uma seqüência de dois fornos, conforme a Figura 3.4. As variáveis são:

- $x_0$  é temperatura inicial do material;
- $x_w$  ( $w = 1, 2$ ) é a temperatura do material na saída forno  $w$ ; e
- $u_{w-1}$  ( $w = 1, 2$ ) é a temperatura interna do forno  $w$ .

Assumimos o modelo dinâmico da forma:

$$x_{w+1} = (1 - \alpha)x_w + \alpha u_w, \quad w = 0, 1 \quad (3.12)$$

onde  $\alpha$  é um parâmetro constante e conhecido, sendo que  $\alpha \in (0, 1)$ . O objetivo é que a temperatura  $x_2$  se aproxime de um valor desejado  $T_s$ , ao mesmo tempo que se minimiza a energia despendida. Esse objetivo pode ser expresso através da função objetivo que segue:

$$r(x_2 - T_s)^2 + u_0^2 + u_1^2 \quad (3.13)$$

sendo  $r$  uma constante positiva. O modelo é determinístico.

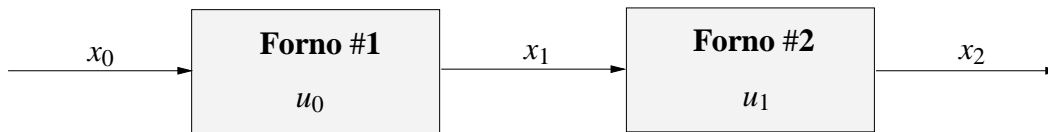


Figura 3.4: Sistemas de fornos para aquecimento de materiais [15].

Para a aplicar o controle preditivo no modelo, faz-se necessário a notação para a função custo  $J$  da Equação 3.14:

$$J_k(x(k)) = \sum_{j=N_1}^{N_2} r[\hat{x}_2(k+j|k) - T_s(k+j)]^2 + \sum_{j=0}^{N_u} [\hat{u}_0(k+j|k)^2 + \hat{u}_1(k+j|k)^2] \quad (3.14)$$

onde:

- $T$  é o período de simulação;
- $N_1$  é o valor mínimo do horizonte de predição;
- $N_2$  é o valor máximo do horizonte de predição;
- $N_u$  é o horizonte de controle;

- $k = 0, \dots, T - (N_2 + 1)$  é o passo de amostragem;
- $x(i) = [x_0(i), x_1(i), x_2(i)]^T$  é o conjunto das variáveis de estado do sistema na amostra  $i$ , para  $i = k, \dots, (k + N_2)$ ;
- $u(i) = [u_0(i), u_1(i)]^T$  é o conjunto das variáveis de controle na amostra  $i$ , para  $i = k, \dots, (k + N_2 - 1)$ ;
- $\hat{x}(k + j|k)$  é a predição do estado do sistema para a amostra  $k + j$ , obtido no tempo  $k$ , para  $j = 0, \dots, N_2$ ; e
- $\hat{u}(k + j|k)$  é a predição do sinal de controle para a amostra  $k + j$ , obtido no tempo  $k$ , para  $j = 0, \dots, N_u$ .

Apresentamos abaixo o modelo em programação matemática do problema  $P_k(x(k))$  resolvido a cada passo de amostragem  $k$ .

$P_k(x(k))$ : Min  $J_k(x(k))$

$$\text{S.a: } \hat{x}_{w+1}(k + j + 1|k) = (1 - \alpha)\hat{x}_w(k + j|k) + \alpha\hat{u}_w(k + j|k), \\ w = 0, 1, j = 0, \dots, N_2 - 1$$

$$\hat{x}_w(k|k) = x_w(k), \quad w = 1, 2$$

$$\hat{x}_0(k + j|k) = x_0(k + j), \quad j = 0, \dots, N_2$$

$$\hat{u}_w(k + N_u + j|k) = \hat{u}_w(k + N_u|k), \quad w = 0, 1, j = 1, \dots, N_2 - N_u - 1$$

$$\hat{u}_w(k + j|k) \geq 0, \quad w = 0, 1, j = 0, \dots, N_u$$

$$\hat{x}_w(k + j|k) \geq 0, \quad w = 0, 1, 2, j = 0, \dots, N_2$$

Assumimos que o modelo é imperfeito, e para isso adicionamos os erros aleatórios  $\xi_1(k)$  e  $\xi_2(k)$  aplicados nas saídas  $x_1$  e  $x_2$  a cada passo de tempo  $k$ . Os erros aleatórios adotados têm uma distribuição uniforme compreendida entre (-20,20). Portanto, as equações abaixo são utilizadas no modelo de simulação para a inclusão de perturbações no processo.

$$\xi_w(k) = \text{rand} * 40 - 20, \quad w = 1, 2 \quad (3.15)$$

$$x_1(k + 1) = \hat{x}_1(k + 1|k) + \xi_1(k) \quad (3.16)$$

$$x_2(k + 1) = \hat{x}_2(k + 1|k) + \xi_2(k) \quad (3.17)$$

Para a implementação do exemplo utilizamos a linguagem de modelagem AMPL, onde no Apêndice A estão os arquivos do modelo, o arquivo de dados e o arquivo de comandos. Nas Tabelas 3.2 e 3.3 apresentamos os parâmetros para a simulação, onde resolvemos  $P_k(x(k))$  para  $\forall k$ . Ainda, para as simulações necessitamos dos dados da saída desejada, onde utilizamos  $T_s(1)$  a  $T_s(10)=200$  e  $T_s(11)$  a  $T_s(20)=250$ .

No gráfico da Figura 3.5 mostramos o comportamento da temperatura de saída do forno 2 ( $x_2$ ) em comparação a saída de referência desejada ( $T_s$ ), com aplicação do controle preditivo.

Tabela 3.2: Dados dos parâmetros para o exemplo do controle preditivo.

parâmetro	valor
$\alpha$	0.5
$N_1$	1
$N_2$	8
$N_u$	5
$k$	0, ..., 11
$r$	100

Tabela 3.3: Dados das condições iniciais para o exemplo do controle preditivo.

parâmetro	valor	parâmetro	valor	parâmetro	valor
$x_0(0)$	30	$x_0(8)$	35	$x_0(16)$	39
$x_0(1)$	35	$x_0(9)$	29	$x_0(17)$	35
$x_0(2)$	28	$x_0(10)$	34	$x_0(18)$	20
$x_0(3)$	40	$x_0(11)$	32	$x_0(19)$	25
$x_0(4)$	35	$x_0(12)$	30	$x_0(20)$	25
$x_0(5)$	30	$x_0(13)$	30	$x_1(0)$	100
$x_0(6)$	30	$x_0(14)$	32	$x_2(0)$	170
$x_0(7)$	32	$x_0(15)$	38	-	-

Já no gráfico da Figura 3.6 apresentamos o comportamento da temperatura de saída do forno 2 ( $x_2$ ) em comparação a saída de referência desejada ( $T_s$ ) em malha aberta, lembrando que foram aplicadas perturbações nas temperaturas de saída dos fornos. Neste gráfico mostramos a sensibilidade do controle de malha aberta em relação às perturbações. Os controles foram calculados no instante  $t = 0$  para todo o período de simulação (até  $t = 20$ ), resolvendo um problema com horizonte de simulação igual ao horizonte de predição, depois aplicando os controles sem realimentação de estados.

Executamos outras simulações para a aplicação do controle preditivo no modelo, com o objetivo de verificarmos a ação dos sinais de controle. Para isso, utilizamos os dados abaixo, e resolvemos  $P_k(x(k))$  para  $\forall k$ .

- $N_1 = 1$
- $N_2 = 15$
- $N_u = 3$
- $k = 0, \dots, 4$

No gráfico da Figura 3.7 mostramos o comportamento da temperatura de saída do forno 2 ( $x_2$ ) em comparação a saída de referência desejada ( $T_s$ ), com aplicação do controle preditivo.

Já no gráfico da Figura 3.8 apresentamos o comportamento o sinal de controle. Podemos também verificar na Figura 3.8 o início da aplicação do sinal de controle até o momento em que ele não é mais modificado, ou seja, até o horizonte de controle  $N_u = 3$ , permanecendo constante até o horizonte de predição máximo  $N_2$ .

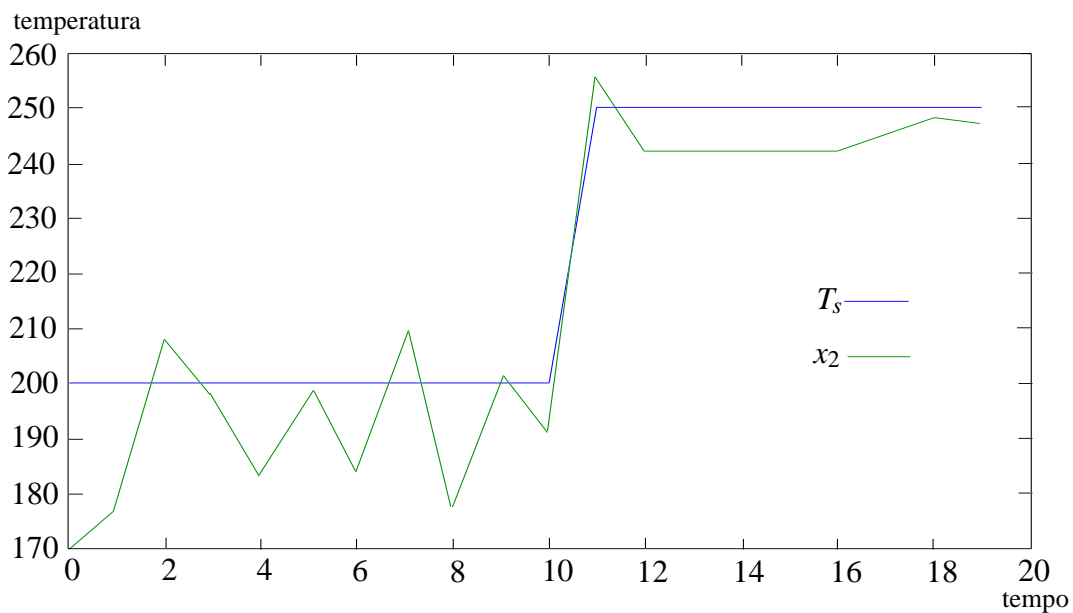


Figura 3.5: Temperatura de saída do forno 2 ( $x_2$ ) em relação à saída desejada ( $T_s$ ). ( $N_1 = 1$ ,  $N_2 = 8$  e  $N_u = 5$ ), com aplicação do controle preditivo.

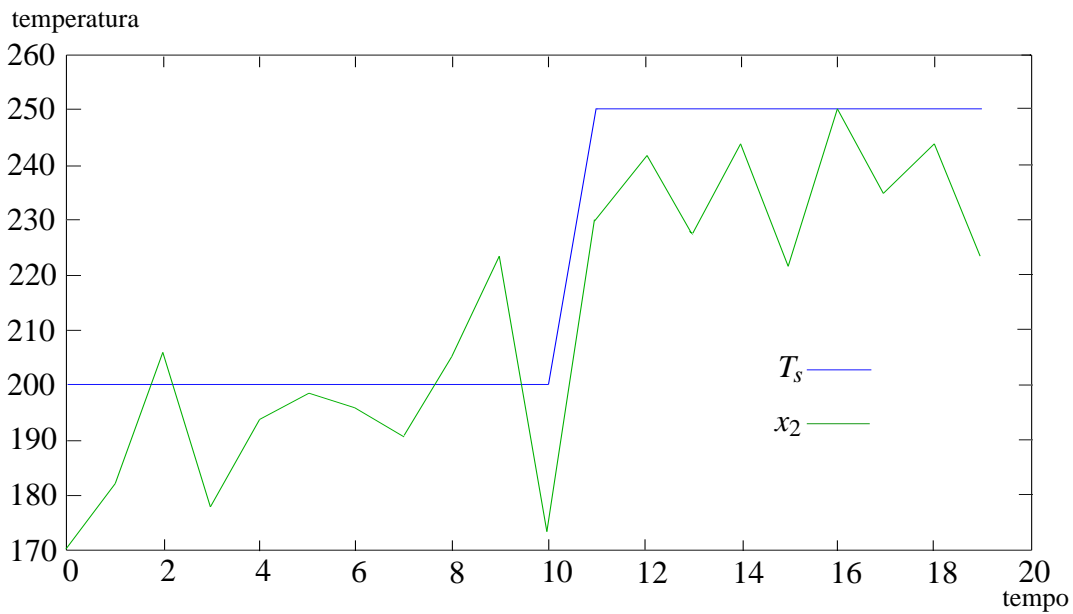


Figura 3.6: Temperatura de saída do forno 2 ( $x_2$ ) em relação à saída desejada ( $T_s$ ), em malha aberta.

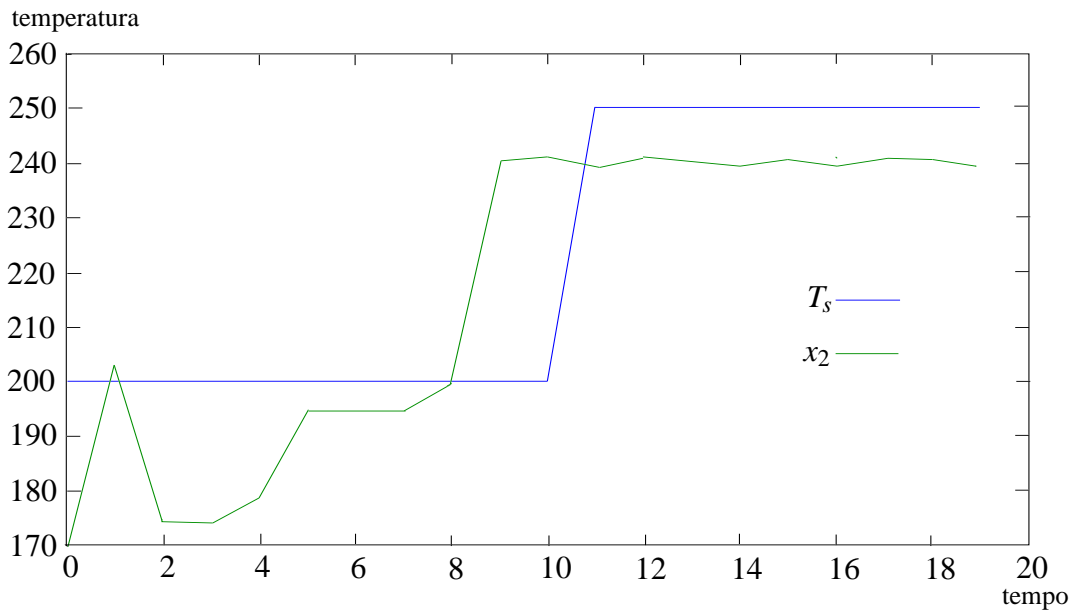


Figura 3.7: Temperatura de saída do forno 2 ( $x_2$ ) em relação à saída desejada ( $T_s$ ). ( $N_1 = 1$ ,  $N_2 = 15$  e  $N_u = 3$ ), com aplicação do controle preditivo.

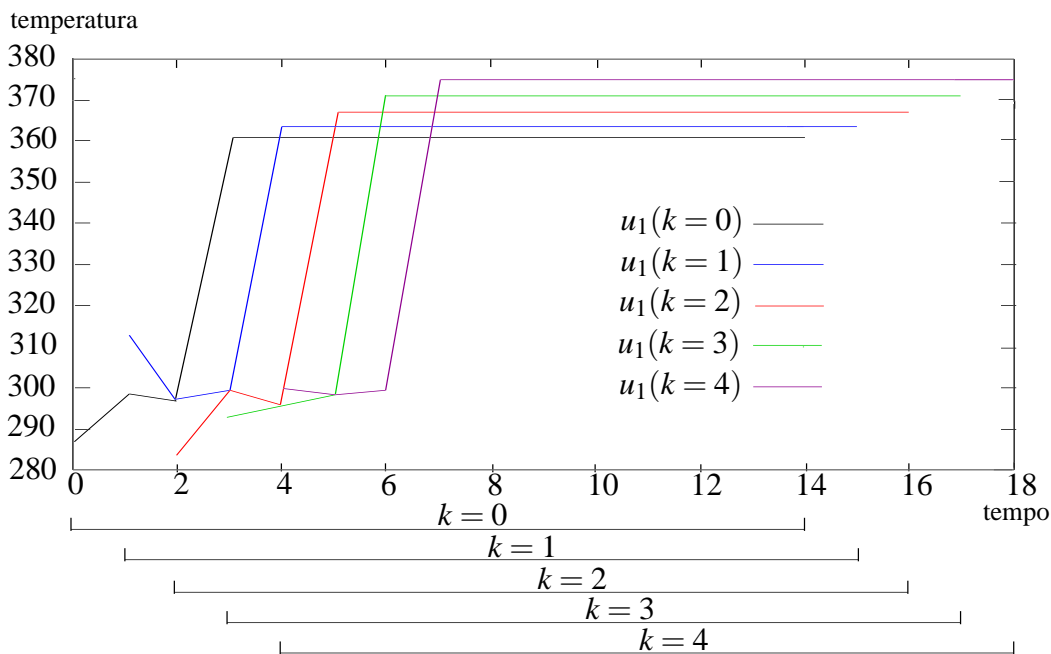


Figura 3.8: Característica da ação do sinal de controle do forno 2 ( $u_1$ ). ( $N_1 = 1$ ,  $N_2 = 15$  e  $N_u = 3$ ), com a aplicação do controle preditivo.

## 3.7 Sumário

As fórmulas ou equações utilizadas para a modelagem dos problemas de otimização não existem prontas, exigindo intuição, experiência, criatividade e capacidade de síntese durante a construção do modelo. Dependendo da natureza da função objetivo, das restrições e das variáveis, os problemas de otimização são classificados em subdomínios, dentre os quais temos a Programação Linear, a Linear Inteira, a Linear Inteira Mista, a Programação Quadrática, a Não-Linear Restrita e a Irrestrita, entre outros. Para a resolução dos problemas de otimização, os algoritmos exatos, como o Simplex, o de Programação Dinâmica e o *Branch-and-Bound* nos fornecem a solução global.

Para a especificação de problemas de otimização, em linguagem semelhante à de Programação Matemática, a Linguagem de Modelagem AMPL tornou-se um padrão entre os pesquisadores e engenheiros.

O Controle Preditivo produz previsões das saídas futuras, sendo a sua aplicação ideal quando as referências futuras são conhecidas. O termo horizonte rolante é aplicado no lugar de controle preditivo quando a programação matemática e a otimização são aplicadas nos problemas de planejamento da produção.



# Capítulo 4

## Modelagem do Processo de Produção e Mistura de Carvão

Neste capítulo apresentamos a obtenção do modelo em programação matemática do processo das indústrias mineradoras de carvão, desde a extração até a mistura final, para que o produto possa ser aceito na usina termoeletrica. Para o modelo em questão, algumas simplificações foram consideradas, mas sem o comprometimento da representação prática do problema. Ainda, apresentamos as incertezas em algumas etapas do processo, bem como a aplicação da técnica de horizonte rolante para o problema de planejamento da produção.

### 4.1 Modelo Detalhado do Processo

Na Figura 4.1 apresentamos os conjuntos, os parâmetros e as variáveis do processo de extração, moagem, transporte e armazenamento, beneficiamento, aquisição e mistura do carvão mineral. A seguir, descrevemos e apresentamos cada etapa do modelo com as suas restrições.

Para iniciar, consideramos um número de intervalos de tempo  $\mathcal{T} = \{0, \dots, T - 1\}$  para o modelo, onde estes intervalos representam dias de trabalho, estendendo-se do período atual  $t_1$  para um horizonte de tempo  $t_T$ . De acordo com a Figura 4.1, o conjunto  $\mathcal{L} = \{1, \dots, L\}$  representa os tipos de carvões brutos que as mineradoras podem extrair, como o carvão “barro branco,” “bonito” e o “irapuá,” e ainda os que podem ser obtidos na mineração a céu aberto, ou seja, na superfície.

A variável  $qx_{l,t}$  é a quantidade de carvão tipo  $l$  a ser extraída durante o período  $t$   $[t_t, t_{t+1})$ , onde esta variável está limitada pelo parâmetro  $qx_l^{max}$  que representa a capacidade máxima de extração do carvão tipo  $l$  por período. A capacidade atual de extração  $qx_l^{max}$  é uma variável aleatória, variando entre um mínimo  $[\bar{q}x_l^{max}]$  e um máximo  $[\hat{q}x_l^{max}]$ . As causas para estas ocorrências se devem às constantes paradas dos maquinários e às reduções na produção decorrentes de problemas na correia principal, a qual é responsável pelo transporte do carvão até a superfície quando a extração ocorre nas minas subterrâneas. Abaixo, apresentamos a família de restrições da capacidade de extração do carvão tipo  $l$ .

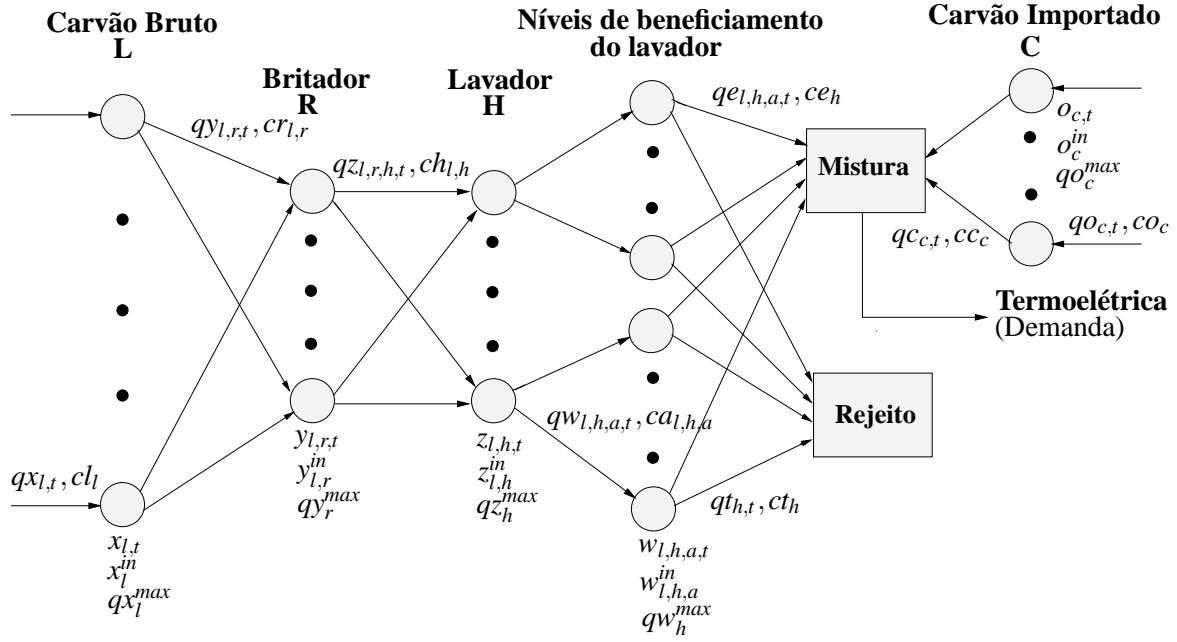


Figura 4.1: Ilustração da interação das variáveis do processo.

- Restrição de extração máxima:

$$qx_{l,t} \leq qx_l^{max} \quad \forall l \in \mathcal{L}, t \in \mathcal{T} \quad (4.1)$$

O parâmetro  $x_l^{in}$  é o estoque inicial de carvão tipo  $l$  já extraído. A variável  $x_{l,t}$  é a quantidade de carvão tipo  $l$  em estoque e disponível no início do período, sendo  $x_{l,t}$  dependente do estoque inicial, da quantidade de carvão que será extraído e da variável  $qy_{l,r,t}$ , a qual fornece a quantidade de carvão tipo  $l$  que será moído no britador  $r$ . Portanto, o conjunto  $\mathcal{R} = \{1, \dots, R\}$  representa os britadores, onde ocorre a moagem do carvão para facilitar o seu beneficiamento. As restrições desta etapa do processo seguem abaixo.

- Restrição de estoque inicial de carvão bruto:

$$x_{l,0} = x_l^{in}, \quad \forall l \in \mathcal{L} \quad (4.2)$$

- Restrição de conservação de fluxo de carvão bruto:

$$x_{l,t+1} = x_{l,t} + qx_{l,t} - \sum_{r \in \mathcal{R}} qy_{l,r,t} \quad \forall l \in \mathcal{L}, t \in \mathcal{T} \quad (4.3)$$

O carvão tipo  $l$  extraído e disponível em estoque está pronto para ser moído no britador  $r$ , mas está limitado pela sua disponibilidade e pela capacidade  $qy_r^{max}$  de moagem do britador  $r$  por período. A capacidade  $qy_r^{max}$  varia entre  $[\bar{qy}_r^{max}, \hat{qy}_r^{max}]$ , pois ocorrem paradas aleatórias devido aos problemas de falta de manutenção ou até mesmo quando objetos ou ferramentas metálicas vindos do subsolo passam pelo britador.

O parâmetro  $y_{l,r}^{in}$  é a quantidade inicial de carvão tipo  $l$  moído no britador  $r$ . A variável  $y_{l,r,t}$  representa a quantidade de carvão tipo  $l$  moído no britador  $r$  e disponível no início do

período. A variável  $y_{l,r,t}$  é dependente da quantidade inicial, da quantidade a ser enviada ao britador  $r$ , e ainda da variável  $qz_{l,r,h,t}$ , a qual proporciona a quantidade de carvão tipo  $l$  transportada do britador  $r$  ao lavador  $h$  durante este período, onde o conjunto  $\mathcal{H} = \{1, \dots, H\}$  representa os lavadores para o beneficiamento dos carvões. As restrições para esta etapa do processo seguem abaixo.

- Restrição da quantidade de carvão a ser moído:

$$\sum_{r \in \mathcal{R}} qy_{l,r,t} \leq x_{l,t}, \quad \forall l \in \mathcal{L}, t \in \mathcal{T} \quad (4.4)$$

- Restrição de moagem máxima de carvão nos britadores:

$$\sum_{l \in \mathcal{L}} qy_{l,r,t} \leq qy_r^{max}, \quad \forall r \in \mathcal{R}, t \in \mathcal{T} \quad (4.5)$$

- Restrição da quantidade inicial de carvão moído:

$$y_{l,r,0} = y_{l,r}^{in}, \quad \forall l \in \mathcal{L}, r \in \mathcal{R} \quad (4.6)$$

- Restrição de conservação de fluxo de carvão moído:

$$y_{l,r,t+1} = y_{l,r,t} + qy_{l,r,t} - \sum_{h \in \mathcal{H}} qz_{l,r,h,t}, \quad \forall l \in \mathcal{L}, r \in \mathcal{R}, t \in \mathcal{T} \quad (4.7)$$

Após a etapa de britagem, o carvão tipo  $l$  deverá ser transportado do britador  $r$  ao lavador  $h$ . O carvão a ser transportado está limitado pela quantidade de carvão  $l$  moído no britador  $r$ , bem como pela capacidade  $qz_h^{max}$  de transporte máximo de carvão do lavador  $h$  por período, a qual é uma incerteza do processo, variando entre  $\bar{qz}_h^{max}$  e  $\hat{qz}_h^{max}$ . Esta incerteza de  $qz_h^{max}$  deve-se ao fato de algumas vezes ocorrer problemas no transporte, ou então, o carvão em estoque não ser totalmente consumido no período anterior, devido ao lavador. O parâmetro  $z_{l,h}^{in}$  representa a quantidade inicial de carvão tipo  $l$  armazenada no lavador  $h$ , e  $z_{l,h,t}$  é a variável da quantidade de carvão tipo  $l$  armazenada no lavador  $h$  no início do período. Esta variável  $z_{l,h,t}$ , por sua vez, é dependente da quantidade transportada até o lavador  $h$  e da variável  $qw_{l,h,a,t}$ , que representa a quantidade de carvão que será beneficiada no lavador  $h$  com nível de beneficiamento  $a$ , durante o período.

No lavador  $h$  ocorrem regulagens para beneficiar o carvão com um certo percentual de recuperação  $\alpha_{h,a}$ , onde o conjunto  $\mathcal{A}_h = \{1, \dots, A_h\}$  representa os níveis de beneficiamento do lavador  $h$ , sendo que cada nível de beneficiamento  $a \in \mathcal{A}_h$  corresponde a um percentual de recuperação  $\alpha_{h,a}$ . As restrições relacionadas nesta etapa do processo seguem abaixo.

- Restrição do carvão a ser transportado:

$$\sum_{h \in \mathcal{H}} qz_{l,r,h,t} \leq y_{l,r,t}, \quad \forall l \in \mathcal{L}, r \in \mathcal{R}, t \in \mathcal{T} \quad (4.8)$$

- Restrição de transporte máximo de carvão aos lavadores:

$$\sum_{l \in \mathcal{L}} \sum_{r \in \mathcal{R}} qz_{l,r,h,t} \leq qz_h^{\max}, \quad \forall h \in \mathcal{H}, t \in \mathcal{T} \quad (4.9)$$

- Restrição de carvão inicial para o beneficiamento:

$$z_{l,h,0} = z_{l,h}^{\text{in}}, \quad \forall l \in \mathcal{L}, h \in \mathcal{H} \quad (4.10)$$

- Restrição de conservação de fluxo de carvão armazenado nos lavadores:

$$z_{l,h,t+1} = z_{l,h,t} + \sum_{r \in \mathcal{R}} qz_{l,r,h,t} - \sum_{a \in \mathcal{A}_h} qw_{l,h,a,t}, \quad \forall l \in \mathcal{L}, h \in \mathcal{H}, t \in \mathcal{T} \quad (4.11)$$

Após o carvão ser transportado ao lavador, inicia-se o processo de beneficiamento. Como parâmetro desta etapa temos  $w_{l,h,a}^{\text{in}}$ , representando a quantidade inicial de carvão  $l$  beneficiado no lavador  $h$  em nível  $a$ . A quantidade de carvão que será beneficiada no lavador  $h$  com nível de beneficiamento  $a$ , está limitada pela quantidade de carvão armazenado e pela capacidade  $qw_h^{\max}$  máxima de beneficiamento do lavador  $h$  por período, a qual também é um parâmetro de incerteza, compreendido entre  $\overline{qw}_h^{\max}$  e  $\widehat{qw}_h^{\max}$ . Esta incerteza pode ocorrer através de problemas de alimentação de carvão, bem como a quantidade de água a ser utilizada no beneficiamento, e ainda a sua regulação e manutenção.

A outra variável para esta etapa é  $w_{l,h,a,t}$ , que define a quantidade de carvão  $l$  beneficiada no lavador  $h$  em nível  $a$ , e disponível no início do período. Esta variável  $w_{l,h,a,t}$  é dependente da quantidade inicial, da quantidade de carvão  $l$  a ser beneficiado no lavador  $h$  em nível  $a$ , do percentual de recuperação  $\alpha_{h,a}$ , e ainda da quantidade  $qe_{l,h,a,t}$  de carvão  $l$  beneficiado no lavador  $h$  em nível  $a$ , e disponível para mistura durante o período. Por sua vez,  $qe_{l,h,a,t}$  está limitada pela disponibilidade de carvão beneficiado. As restrições para esta etapa do processo seguem abaixo.

- Restrição do carvão a ser beneficiado por período:

$$\sum_{a \in \mathcal{A}_h} qw_{l,h,a,t} \leq z_{l,h,t}, \quad \forall l \in \mathcal{L}, h \in \mathcal{H}, t \in \mathcal{T} \quad (4.12)$$

- Restrição da quantidade inicial de carvão processado por lavador e nível de beneficiamento:

$$w_{l,h,a,0} = w_{l,h,a}^{\text{in}}, \quad \forall l \in \mathcal{L}, h \in \mathcal{H}, a \in \mathcal{A}_h \quad (4.13)$$

- Restrição de beneficiamento máximo nos lavadores:

$$\sum_{l \in \mathcal{L}} \sum_{a \in \mathcal{A}_h} qw_{l,h,a,t} \leq qw_h^{\max}, \quad \forall h \in \mathcal{H}, t \in \mathcal{T} \quad (4.14)$$

- Restrição de conservação de fluxo de carvão beneficiado:

$$w_{l,h,a,t+1} = w_{l,h,a,t} + \alpha_{h,a}qw_{l,h,a,t} - qe_{l,h,a,t}, \quad \forall l \in \mathcal{L}, h \in \mathcal{H}, a \in \mathcal{A}_h, t \in \mathcal{T} \quad (4.15)$$

Quando são aplicados os percentuais de recuperação  $\alpha_{h,a}$  na etapa de beneficiamento, surgem os rejeitos  $qt_{h,t}$  do lavador, onde estes devem ser transportados para o depósito. Somente a partir da etapa de beneficiamento, os carvões passam a possuir as suas novas propriedades, representadas pelo conjunto  $\mathcal{B} = \{1, \dots, B\}$ , ou seja, *umidade, enxofre, cinza, poder calorífico, matéria volátil, percentual de finos e de grossos*. O parâmetro  $\beta_{l,h,a,b}$  representa o valor numérico da propriedade  $b \in \mathcal{B}$  do carvão tipo  $l$ , processado no lavador  $h$  em nível  $a$ .

Devido às incertezas e variações na etapa de beneficiamento, como a regulagem do lavador, às propriedades dos carvões brutos e também ao problema da amostra ser manual [34], cada parâmetro  $\beta_{l,h,a,b}$  é uma variável aleatória compreendida entre  $[\widehat{\beta}_{l,h,a,b}, \widetilde{\beta}_{l,h,a,b}]$ .

Muitas mineradoras não conseguem atender as necessidades da termoelétrica quanto às propriedades do carvão, ou ainda, para minimizar o custo do processo, estas mineradoras fazem a aquisição de carvão de terceiros, onde representamos o conjunto  $\mathcal{C} = \{1, \dots, C\}$  de carvão que podem ser adquiridos de terceiros para a mistura, tendo como quantidade inicial disponível o parâmetro  $o_c^{in}$ .

A variável  $qo_{c,t}$  é a quantidade de carvão tipo  $c$  adquirida de terceiros durante o período, sendo limitada por  $qo_c^{max}$ , a qual é a quantidade máxima de carvão de terceiros que pode ser adquirida por período, sendo esta uma variável aleatória compreendida entre  $[\widehat{qo}_c^{max}, \widetilde{qo}_c^{max}]$ . Esta incerteza ocorre devido ao não planejamento, pois poderá ocorrer a necessidade de adquirir carvões de terceiros, sendo este limitado pela sua disponibilidade e ainda pelo capital da empresa. Temos também a variável  $o_{c,t}$  representando a quantidade em estoque de carvão tipo  $c$  disponível no início do período. A variável  $o_{c,t}$  é dependente da quantidade inicial e da quantidade já adquirida de carvão de terceiros, e ainda temos a variável  $qc_{c,t}$  que é a quantidade a ser misturada no lote de entrega durante o período, ou seja, a demanda  $d$  de carvão final para o período, estando esta variável limitada pela quantidade em estoque de carvão  $c$ . Abaixo estão as restrições desta parte do processo.

- Restrição do carvão beneficiado a ser misturado:

$$qe_{l,h,a,t} \leq w_{l,h,a,t}, \quad \forall l \in \mathcal{L}, h \in \mathcal{H}, a \in \mathcal{A}_h, t \in \mathcal{T} \quad (4.16)$$

- Restrição da quantidade de rejeito do lavador até o depósito:

$$qt_{h,t} = \sum_{l \in \mathcal{L}} \sum_{a \in \mathcal{A}_h} (1 - \alpha_{h,a}) qw_{l,h,a,t}, \quad \forall h \in \mathcal{H}, t \in \mathcal{T} \quad (4.17)$$

- Restrição da quantidade inicial de carvão de terceiros:

$$o_{c,0} = o_c^{in}, \quad \forall c \in \mathcal{C} \quad (4.18)$$

- Restrição da aquisição máxima de carvão de terceiros:

$$qo_{c,t} \leq qo_c^{max}, \quad \forall c \in \mathcal{C}, t \in \mathcal{T} \quad (4.19)$$

- Restrição de conservação de fluxo de carvões de terceiros:

$$o_{c,t+1} = o_{c,t} + qo_{c,t} - qc_{c,t}, \quad \forall c \in \mathcal{C}, t \in \mathcal{T} \quad (4.20)$$

- Restrição da quantidade de carvão de terceiros a ser misturada:

$$qc_{c,t} \leq o_{c,t}, \quad \forall c \in \mathcal{C}, t \in \mathcal{T} \quad (4.21)$$

- Restrição de demanda de carvão final:

$$\sum_{l \in \mathcal{L}} \sum_{h \in \mathcal{H}} \sum_{a \in \mathcal{A}_h} qe_{l,h,a,t} + \sum_{c \in \mathcal{C}} qc_{c,t} = d_{t+1}, \quad \forall t \in \mathcal{T} \quad (4.22)$$

O carvão tipo  $c$  é adquirido já beneficiado, pois será utilizado na mistura final, onde este possui propriedades  $b \in \mathcal{B}$ , e seus valores são representados pelo parâmetro  $\delta_{c,b}$ .

Como no caso da incerteza para  $\beta_{l,h,a,b}$  devido a amostra ser manual, isto também ocorre para  $\delta_{c,b}$ , sendo então esta uma variável aleatória compreendida entre  $[\widehat{\delta}_{c,b}, \widehat{\delta}_{c,b}]$ .

As propriedades da demanda do carvão final são representadas pela variável auxiliar  $vp_{b,t}$ , que deve estar contida entre  $\gamma_b^{\min}$  e  $\gamma_b^{\max}$ , as quais são respectivamente os valores mínimos e máximos da propriedade  $b \in \mathcal{B}$  do carvão aceito para o lote de entrega no período.

Segue abaixo estas restrições.

- Cômputo do valor da propriedade  $b \in \mathcal{B}$  do carvão final:

$$vp_{b,t+1} = \frac{\sum_{l \in \mathcal{L}} \sum_{h \in \mathcal{H}} \sum_{a \in \mathcal{A}_h} \beta_{l,h,a,b} qe_{l,h,a,t} + \sum_{c \in \mathcal{C}} \delta_{c,b} qc_{c,t}}{d_{t+1}}, \quad \forall b \in \mathcal{B}, t \in \mathcal{T} \quad (4.23)$$

- Limites para as propriedades do carvão final:

$$\gamma_b^{\min} \leq vp_{b,t} \leq \gamma_b^{\max}, \quad \forall b \in \mathcal{B}, t = 1, \dots, \mathcal{T} \quad (4.24)$$

Como o objetivo do problema é minimizar o custo do processo, cada etapa é representada por um valor. Segue abaixo os parâmetros com os custos de cada etapa do processo:

- $cl_l$  é o custo da extração por tonelada de carvão  $l$ ;
- $cr_{l,r}$  é o custo do transporte e moagem de carvão  $l$  no britador  $r$ , por tonelada;
- $ch_{l,h}$  é o custo por tonelada do carvão  $l$  moído no britador  $r$ , e transportado até o lavador  $h$ ;
- $ca_{l,h,a}$  é o custo do beneficiamento por tonelada do carvão  $l$ , no lavador  $h$  em nível  $a$ ;
- $ce_h$  é o custo do transporte por tonelada do carvão beneficiado no lavador  $h$  até o local da mistura;

- $ct_h$  é o custo do transporte por tonelada do rejeito do lavador  $h$  até o depósito;
- $co_c$  é o custo da aquisição e transporte por tonelada do carvão de terceiros tipo  $c$ ;
- $cc_c$  é o custo do transporte por tonelada do carvão de terceiros tipo  $c$  até o local da mistura.

Para os custos acima, a função objetivo a ser minimizada pode ser expressa como:

$$\begin{aligned}
 f = & \sum_{l \in \mathcal{L}} \sum_{t \in \mathcal{T}} cl_l qx_{l,t} + \sum_{l \in \mathcal{L}} \sum_{r \in \mathcal{R}} \sum_{t \in \mathcal{T}} cr_{l,r} qy_{l,r,t} + \sum_{l \in \mathcal{L}} \sum_{r \in \mathcal{R}} \sum_{h \in \mathcal{H}} \sum_{t \in \mathcal{T}} ch_{l,h} qz_{l,r,h,t} + \\
 & \sum_{l \in \mathcal{L}} \sum_{h \in \mathcal{H}} \sum_{a \in \mathcal{A}_h} \sum_{t \in \mathcal{T}} (ca_{l,h,a} qw_{l,h,a,t} + ce_h qe_{l,h,a,t}) + \\
 & \sum_{c \in \mathcal{C}} \sum_{t \in \mathcal{T}} (cc_c qc_{c,t} + co_c qo_{c,t}) + \sum_{h \in \mathcal{H}} \sum_{t \in \mathcal{T}} ct_h qt_{h,t}
 \end{aligned} \tag{4.25}$$

A seguir, apresentamos o modelo completo com a função objetivo, as suas restrições e variáveis.

## 4.2 Modelo Completo do Processo

Através da introdução das variáveis, restrições e função objetivo, o problema de otimização nas indústrias mineradoras pode ser representado através da forma compacta:

$$\begin{array}{ll}
 P : & \text{Minimize} \quad f \\
 & \text{Sujeito a :} \quad \text{Restrições (4.1)–(4.24)} \\
 & \quad \quad \quad \text{Todas as variáveis são não negativas}
 \end{array}$$

Em relação às características do processo conforme a sua função objetivo, as restrições e variáveis, o modelo obtido para o planejamento da produção e mistura de carvão mineral é um problema no domínio da Programação Linear, como expomos na Seção 3.3.1, facilitando assim a aplicação de algoritmos mais simples e confiáveis para a resolução do problema proposto. Apresentamos ainda, o modelo completo em forma declarativa:

$$\text{Min } f \quad (4.26)$$

S.a:

Para todo  $l \in \mathcal{L}$  :

$$x_{l,0} = x_l^{\text{in}} \quad (4.2)$$

Para todo  $t \in \mathcal{T}$  :

$$qx_{l,t} \leq qx_l^{\text{max}} \quad (4.1)$$

$$x_{l,t+1} = x_{l,t} + qx_{l,t} - \sum_{r \in \mathcal{R}} qy_{l,r,t} \quad (4.3)$$

$$\sum_{r \in \mathcal{R}} qy_{l,r,t} \leq x_{l,t} \quad (4.4)$$

$$x_{l,t} \geq 0$$

$$qx_{l,t} \geq 0$$

Para todo  $r \in \mathcal{R}, t \in \mathcal{T}$  :

$$\sum_{l \in \mathcal{L}} qy_{l,r,t} \leq qy_r^{\text{max}} \quad (4.5)$$

Para todo  $l \in \mathcal{L}, r \in \mathcal{R}$  :

$$y_{l,r,0} = y_{l,r}^{\text{in}} \quad (4.6)$$

Para todo  $t \in \mathcal{T}$  :

$$y_{l,r,t+1} = y_{l,r,t} + qy_{l,r,t} - \sum_{h \in \mathcal{H}} qz_{l,r,h,t} \quad (4.7)$$

$$y_{l,r,t} \geq 0$$

$$qy_{l,r,t} \geq 0$$

Para todo  $l \in \mathcal{L}, r \in \mathcal{R}, t \in \mathcal{T}$  :

$$\sum_{h \in \mathcal{H}} qz_{l,r,h,t} \leq y_{l,r,t} \quad (4.8)$$

Para todo  $h \in \mathcal{H}, t \in \mathcal{T}$  :

$$\sum_{l \in \mathcal{L}} \sum_{r \in \mathcal{R}} qz_{l,r,h,t} \leq qz_h^{\text{max}} \quad (4.9)$$

Para todo  $l \in \mathcal{L}, r \in \mathcal{R}, h \in \mathcal{H}, t \in \mathcal{T}$  :

$$qz_{l,r,h,t} \geq 0$$

Para todo  $l \in \mathcal{L}, h \in \mathcal{H}$  :

$$z_{l,h,0} = z_{l,h}^{\text{in}} \quad (4.10)$$

Para todo  $t \in \mathcal{T}$  :

$$z_{l,h,t+1} = z_{l,h,t} + \sum_{r \in \mathcal{R}} qz_{l,r,h,t} - \sum_{a \in \mathcal{A}_h} qw_{l,h,a,t} \quad (4.11)$$

$$\sum_{a \in \mathcal{A}_h} qw_{l,h,a,t} \leq z_{l,h,t} \quad (4.12)$$

$$z_{l,h,t} \geq 0$$



Para todo  $h \in \mathcal{H}$ ,  $t \in \mathcal{T}$  :

$$\sum_{l \in \mathcal{L}} \sum_{a \in \mathcal{A}_h} qw_{l,h,a,t} \leq qw_h^{max} \quad (4.14)$$

$$qt_{h,t} = \sum_{l \in \mathcal{L}} \sum_{a \in \mathcal{A}_h} (1 - \alpha_{h,a}) qw_{l,h,a,t} \quad (4.17)$$

$$qt_{h,t} \geq 0$$

Para todo  $l \in \mathcal{L}$ ,  $h \in \mathcal{H}$ ,  $a \in \mathcal{A}_h$  :

$$w_{l,h,a,0} = w_{l,h,a}^{in} \quad (4.13)$$

Para todo  $t \in \mathcal{T}$  :

$$w_{l,h,a,t+1} = w_{l,h,a,t} + \alpha_{h,a} qw_{l,h,a,t} - qe_{l,h,a,t} \quad (4.15)$$

$$qe_{l,h,a,t} \leq w_{l,h,a,t} \quad (4.16)$$

$$w_{l,h,a,t} \geq 0$$

$$qw_{l,h,a,t} \geq 0$$

$$qe_{l,h,a,t} \geq 0$$

Para todo  $c \in \mathcal{C}$  :

$$o_{c,0} = o_c^{in} \quad (4.18)$$

Para todo  $t \in \mathcal{T}$  :

$$qo_{c,t} \leq qo_c^{max} \quad (4.19)$$

$$o_{c,t+1} = o_{c,t} + qo_{c,t} - qc_{c,t} \quad (4.20)$$

$$qc_{c,t} \leq o_{c,t} \quad (4.21)$$

$$o_{c,t} \geq 0$$

$$qo_{c,t} \geq 0$$

$$qc_{c,t} \geq 0$$

Para todo  $t \in \mathcal{T}$  :

$$\sum_{l \in \mathcal{L}} \sum_{h \in \mathcal{H}} \sum_{a \in \mathcal{A}_h} qe_{l,h,a,t} + \sum_{c \in \mathcal{C}} qc_{c,t} = d_{t+1} \quad (4.22)$$

Para todo  $b \in \mathcal{B}$ ,  $t \in \mathcal{T}$  :

$$vp_{b,t+1} = \frac{\sum_{l \in \mathcal{L}} \sum_{h \in \mathcal{H}} \sum_{a \in \mathcal{A}_h} \beta_{l,h,a,b} qe_{l,h,a,t} + \sum_{c \in \mathcal{C}} \delta_{c,b} qc_{c,t}}{d_{t+1}} \quad (4.23)$$

Para todo  $b \in \mathcal{B}$ ,  $t = 1, \dots, \mathcal{T}$

$$\gamma_b^{min} \leq vp_{b,t} \leq \gamma_b^{max} \quad (4.24)$$

### 4.3 Horizonte Rolante para o Planejamento da Produção

Os grandes problemas na aplicação de uma simulação direta do modelo, ou seja, uma única simulação referente ao mês de trabalho e atender a demanda diária necessária, são as incertezas presentes no processo. Estaríamos tomando decisões erradas para o planejamento da produção se executássemos uma única simulação, pois este procedimento é válido

somente se não existissem as incertezas no processo, onde seria nos fornecido todas as decisões em um único dia, e as decisões seriam de fato implementadas e os resultados previstos seriam idênticos aos resultados obtidos.

A técnica de horizonte rolante é adequada para o caso de planejamento da produção e da mistura do carvão das empresas mineradoras, pois existem muitas incertezas no processo. Esta técnica produzirá previsões para saídas futuras, sendo também a sua aplicação ideal quando as referências futuras são conhecidas, ou seja, no caso das mineradoras, as demandas a serem atendidas diariamente. Ainda, esta técnica é aplicável para o caso multivariável e principalmente para as equipes técnicas que possuem pouco conhecimento de controle de processos.

A seguir, apresentamos a aplicação da técnica de horizonte rolante ao problema de planejamento da produção e mistura de carvão mineral.

### 4.3.1 Horizonte Rolante Aplicado ao Problema de Planejamento da Produção e Mistura de Carvão Mineral

Para a aplicação da técnica de horizonte rolante ao problema de planejamento da produção e mistura de carvão mineral, faz-se necessário a seguinte notação para a função custo  $J_c$ :

$$\begin{aligned}
Jc_k(x(k)) = & \sum_{l \in \mathcal{L}} \sum_{j=0}^{N_u} cl_l \hat{q}x_l(k+j|k) + \sum_{l \in \mathcal{L}} \sum_{r \in \mathcal{R}} \sum_{j=0}^{N_u} cr_{l,r} \hat{q}y_{l,r}(k+j|k) + \\
& \sum_{l \in \mathcal{L}} \sum_{r \in \mathcal{R}} \sum_{h \in \mathcal{H}} \sum_{j=0}^{N_u} ch_{l,h} \hat{q}z_{l,r,h}(k+j|k) + \\
& \sum_{l \in \mathcal{L}} \sum_{h \in \mathcal{H}} \sum_{a \in \mathcal{A}_h} \sum_{j=0}^{N_u} (ca_{l,h,a} \hat{q}w_{l,h,a}(k+j|k) + ce_h \hat{q}e_{l,h,a}(k+j|k)) + \\
& \sum_{c \in \mathcal{C}} \sum_{j=0}^{N_u} (cc_c \hat{q}c_c(k+j|k) + co_c \hat{q}o_c(k+j|k)) + \sum_{h \in \mathcal{H}} \sum_{j=0}^{N_u} ct_h \hat{q}t_h(k+j|k)
\end{aligned} \tag{4.26}$$

onde:

- $T$  é o período de simulação;
- $N_1$  é o valor mínimo do horizonte de predição;
- $N_2$  é o valor máximo do horizonte de predição;
- $N_u$  é o horizonte de controle <sup>1</sup>;

---

<sup>1</sup>Observar que  $N_u \leq N_2 - 1$ .

- $k = 0, \dots, T - (N_2 + 1)$  é o passo de amostragem;
- $x(i) = [x_l(i), y_{l,r}(i), z_{l,h}(i), w_{l,h,a}(i), o_c(i)]^T$  é o conjunto das variáveis de estado do sistema na amostra  $i$ , para  $i = k, \dots, (k + N_2)$  e para  $\forall l \in \mathcal{L}, r \in \mathcal{R}, h \in \mathcal{H}, a \in \mathcal{A}_h$ ;
- $u(i) = [qx_l(i), qy_{l,r}(i), qz_{l,r,h}(i), qw_{l,h,a}(i), qe_{l,h,a}(i), qt_h(i), qo_c(i), qc_c(i)]^T$  é o conjunto das variáveis de decisão na amostra  $i$ , para  $i = k, \dots, (k + N_2 - 1)$  e para  $\forall l \in \mathcal{L}, r \in \mathcal{R}, h \in \mathcal{H}, a \in \mathcal{A}_h$ ;
- $\hat{x}(k + j|k)$  é a predição do estado do sistema para a amostra  $k + j$ , obtido no tempo  $k$ , para  $j = 0, \dots, N_2$ ; e
- $\hat{u}(k + j|k)$  é a predição da variável de decisão para a amostra  $k + j$ , obtido no tempo  $k$ , para  $j = 0, \dots, N_u$ .

Apresentamos abaixo, as restrições do modelo em programação matemática para a aplicação da técnica de horizonte rolante, a cada passo de amostragem  $k$ .

- Restrição da condição de estoque inicial de carvão bruto:

$$\hat{x}_l(k|k) = x_l(k), \quad \forall l \in \mathcal{L} \quad (4.27)$$

- Restrição da atuação terminal da extração de carvão bruto:

$$\hat{q}x_l(k + N_u + j|k) = \hat{q}x_l(k + N_u|k), \quad \forall l \in \mathcal{L}, j = 1, \dots, N_2 - N_u - 1 \quad (4.28)$$

- Restrição da predição de extração máxima:

$$\hat{q}x_l(k + j|k) \leq qx_l^{max}, \quad \forall l \in \mathcal{L}, j = 0, \dots, N_u \quad (4.29)$$

- Restrição da predição de conservação de fluxo de carvão bruto:

$$\hat{x}_l(k + j + 1|k) = \hat{x}_l(k + j|k) + \hat{q}x_l(k + j|k) - \sum_{r \in \mathcal{R}} \hat{q}y_{l,r}(k + j|k), \quad \forall l \in \mathcal{L}, j = 0, \dots, N_2 - 1 \quad (4.30)$$

- Restrição da predição da quantidade de carvão a ser moído:

$$\sum_{r \in \mathcal{R}} \hat{q}y_{l,r}(k + j|k) \leq \hat{x}_l(k + j|k), \quad \forall l \in \mathcal{L}, j = 0, \dots, N_u \quad (4.31)$$

- Restrição da condição da quantidade inicial de carvão moído:

$$\hat{y}_{l,r}(k|k) = y_{l,r}(k), \quad \forall l \in \mathcal{L}, r \in \mathcal{R} \quad (4.32)$$

- Restrição da predição de moagem máxima de carvão nos britadores:

$$\sum_{l \in \mathcal{L}} \hat{q}y_{l,r}(k + j|k) \leq qy_r^{max}, \quad \forall r \in \mathcal{R}, j = 0, \dots, N_u \quad (4.33)$$

- Restrição da atuação terminal do carvão a ser moído:

$$\hat{q}_{y_{l,r}}(k + N_u + j|k) = \hat{q}_{y_{l,r}}(k + N_u|k), \quad \forall l \in \mathcal{L}, r \in \mathcal{R}, j = 1, \dots, N_2 - N_u - 1 \quad (4.34)$$

- Restrição da predição de conservação de fluxo de carvão moído:

$$\hat{y}_{l,r}(k + j + 1|k) = \hat{y}_{l,r}(k + j|k) + \hat{q}_{y_{l,r}}(k + j|k) - \sum_{h \in \mathcal{H}} \hat{q}_{z_{l,r,h}}(k + j|k), \\ \forall l \in \mathcal{L}, r \in \mathcal{R}, j = 0, \dots, N_2 - 1 \quad (4.35)$$

- Restrição da predição do carvão a ser transportado:

$$\sum_{h \in \mathcal{H}} \hat{q}_{z_{l,r,h}}(k + j|k) \leq \hat{y}_{l,r}(k + j|k), \quad \forall l \in \mathcal{L}, r \in \mathcal{R}, j = 0, \dots, N_u \quad (4.36)$$

- Restrição da condição da quantidade inicial para o beneficiamento:

$$\hat{z}_{l,h}(k|k) = z_{l,h}(k), \quad \forall l \in \mathcal{L}, h \in \mathcal{H} \quad (4.37)$$

- Restrição da predição de transporte máximo de carvão aos lavadores:

$$\sum_{l \in \mathcal{L}} \sum_{r \in \mathcal{R}} \hat{q}_{z_{l,r,h}}(k + j|k) \leq qz_h^{max}, \quad \forall h \in \mathcal{H}, j = 0, \dots, N_u \quad (4.38)$$

- Restrição da atuação terminal do carvão moído a ser transportado:

$$\hat{q}_{z_{l,r,h}}(k + N_u + j|k) = \hat{q}_{z_{l,r,h}}(k + N_u|k), \\ \forall l \in \mathcal{L}, r \in \mathcal{R}, h \in \mathcal{H}, j = 1, \dots, N_2 - N_u - 1 \quad (4.39)$$

- Restrição da predição de conservação de fluxo de carvão armazenado nos lavadores:

$$\hat{z}_{l,h}(k + j + 1|k) = \hat{z}_{l,h}(k + j|k) + \sum_{r \in \mathcal{R}} \hat{q}_{z_{l,r,h}}(k + j|k) - \sum_{a \in \mathcal{A}_h} \hat{q}_{w_{l,h,a}}(k + j|k), \\ \forall l \in \mathcal{L}, h \in \mathcal{H}, j = 0, \dots, N_2 - 1 \quad (4.40)$$

- Restrição da predição do carvão a ser beneficiado por período:

$$\sum_{a \in \mathcal{A}_h} \hat{q}_{w_{l,h,a}}(k + j|k) \leq z_{l,h}(k + j|k), \quad \forall l \in \mathcal{L}, h \in \mathcal{H}, j = 0, \dots, N_u \quad (4.41)$$

- Restrição da condição da quantidade inicial de carvão beneficiado:

$$\hat{w}_{l,h,a}(k|k) = w_{l,h,a}(k), \quad \forall l \in \mathcal{L}, h \in \mathcal{H}, a \in \mathcal{A}_h \quad (4.42)$$

- Restrição da predição de beneficiamento máximo de carvão nos lavadores:

$$\sum_{l \in \mathcal{L}} \sum_{a \in \mathcal{A}_h} \hat{q}_{w_{l,h,a}}(k + j|k) \leq qw_h^{max}, \quad \forall h \in \mathcal{H}, j = 0, \dots, N_u \quad (4.43)$$

- Restrição da atuação terminal do carvão armazenado a ser beneficiado:

$$\begin{aligned}\hat{q}w_{l,h,a}(k+N_u+j|k) &= \hat{q}w_{l,h,a}(k+N_u|k), \\ \forall l \in \mathcal{L}, h \in \mathcal{H}, a \in \mathcal{A}_h, j &= 1, \dots, N_2 - N_u - 1\end{aligned}\quad (4.44)$$

- Restrição da predição de conservação de fluxo de carvão beneficiado:

$$\begin{aligned}\hat{w}_{l,h,a}(k+j+1|k) &= \hat{w}_{l,h,a}(k+j|k) + \alpha_{h,a}\hat{q}w_{l,h,a}(k+j|k) - \hat{q}e_{l,h,a}(k+j|k), \\ \forall l \in \mathcal{L}, h \in \mathcal{H}, a \in \mathcal{A}_h, j &= 0, \dots, N_2 - 1\end{aligned}\quad (4.45)$$

- Restrição da atuação terminal do carvão beneficiado a ser misturado:

$$\begin{aligned}\hat{q}e_{l,h,a}(k+N_u+j|k) &= \hat{q}e_{l,h,a}(k+N_u|k), \\ \forall l \in \mathcal{L}, h \in \mathcal{H}, a \in \mathcal{A}_h, j &= 1, \dots, N_2 - N_u - 1\end{aligned}\quad (4.46)$$

- Restrição da predição do carvão beneficiado a ser misturado:

$$\hat{q}e_{l,h,a}(k+j|k) \leq \hat{w}_{l,h,a}(k+j|k), \quad \forall l \in \mathcal{L}, h \in \mathcal{H}, a \in \mathcal{A}_h, j = 0, \dots, N_u \quad (4.47)$$

- Restrição da predição da quantidade de rejeito do lavador até o depósito:

$$\begin{aligned}\hat{q}t_h(k+j|k) &= \sum_{l \in \mathcal{L}} \sum_{a \in \mathcal{A}_h} (1 - \alpha_{h,a})\hat{q}w_{l,h,a}(k+j|k), \\ \forall h \in \mathcal{H}, j &= 0, \dots, N_u\end{aligned}\quad (4.48)$$

- Restrição da atuação terminal da quantidade de rejeito do lavador até o depósito:

$$\hat{q}t_h(k+N_u+j|k) = \hat{q}t_h(k+N_u|k), \quad \forall h \in \mathcal{H}, j = 1, \dots, N_2 - N_u - 1 \quad (4.49)$$

- Restrição da condição da quantidade inicial de carvão de terceiros:

$$\hat{o}_c(k|k) = o_c(k), \quad \forall c \in \mathcal{C} \quad (4.50)$$

- Restrição da predição da aquisição máxima de carvão de terceiros:

$$\hat{q}o_c(k+j|k) \leq qo_c^{max}, \quad \forall c \in \mathcal{C}, j = 0, \dots, N_u \quad (4.51)$$

- Restrição da atuação terminal da aquisição de carvão de terceiros:

$$\hat{q}o_c(k+N_u+j|k) = \hat{q}o_c(k+N_u|k), \quad \forall c \in \mathcal{C}, j = 1, \dots, N_2 - N_u - 1 \quad (4.52)$$

- Restrição da predição de conservação de fluxo de carvão de terceiros:

$$\begin{aligned}\hat{o}_c(k+j+1|k) &= \hat{o}_c(k+j|k) + \hat{q}o_c(k+j|k) - \hat{q}c_c(k+j|k), \\ \forall c \in \mathcal{C}, j &= 0, \dots, N_2 - 1\end{aligned}\quad (4.53)$$

- Restrição da predição da quantidade de carvão de terceiros a ser misturada:

$$\hat{q}_{c_c}(k+j|k) \leq \hat{o}_c(k+j|k), \quad \forall c \in \mathcal{C}, j = 0, \dots, N_u \quad (4.54)$$

- Restrição da atuação terminal da aquisição de carvão de terceiros a ser misturado:

$$\hat{q}_{c_c}(k+N_u+j|k) = \hat{q}_{c_c}(k+N_u|k), \quad \forall c \in \mathcal{C}, j = 1, \dots, N_2 - N_u - 1 \quad (4.55)$$

- Restrição da predição da demanda de carvão final

$$\sum_{l \in \mathcal{L}} \sum_{h \in \mathcal{H}} \sum_{a \in \mathcal{A}_h} \hat{q}_{e_{l,h,a}}(k+j|k) + \sum_{c \in \mathcal{C}} \hat{q}_{c_c}(k+j|k) = \hat{d}(k+j+1|k),$$

$$j = 0, \dots, N_2 - 1 \quad (4.56)$$

- Restrição da predição do valor da propriedade  $b \in \mathcal{B}$  do carvão final:

$$\hat{v}_{p_b}(k+j+1|k) = \frac{\sum_{l \in \mathcal{L}} \sum_{h \in \mathcal{H}} \sum_{a \in \mathcal{A}_h} \beta_{l,h,a,b} \hat{q}_{e_{l,h,a}}(k+j|k) + \sum_{c \in \mathcal{C}} \delta_{c,b} \hat{q}_{c_c}(k+j|k)}{\hat{d}(k+j+1|k)}$$

$$\forall b \in \mathcal{B}, j = 0, \dots, N_2 - 1 \quad (4.57)$$

- Restrição da predição dos limites para as propriedades do carvão final:

$$\gamma_b^{\min} \leq \hat{v}_{p_b}(k+j|k) \leq \gamma_b^{\max}, \quad \forall b \in \mathcal{B}, j = 1, \dots, N_2 \quad (4.58)$$

Através da introdução das variáveis, restrições e função objetivo, o problema de otimização nas indústrias mineradoras aplicando a técnica de horizonte rolante pode ser representado através da forma compacta, onde o problema  $P_k(x(k))$  deve ser resolvido a cada passo de amostragem  $k$ :

$$P_k(x(k)) : \text{Minimize} \quad J_{c_k}(x(k))$$

$$\text{Sujeito a :} \quad \text{Restrições (4.27)–(4.58)}$$

$$\text{Todas as variáveis são não negativas}$$

Como o modelo é imperfeito, isto é, estão presentes as incertezas em algumas etapas do processo, devemos adicionar erros aleatórios aplicados nas saídas  $x_l$ ,  $y_{l,r}$ ,  $z_{l,h}$ ,  $w_{l,h,a}$  e  $o_c$  a cada passo de amostragem  $k$ . Os erros aleatórios adotados são dependentes das características das etapas do processo. Portanto, as seguintes equações devem ser inseridas no modelo de simulação, mas são desconsideradas pelo método de predição:

$$x_l(k+1) = \hat{x}_l(k|k) + (\hat{q}_{x_l}(k|k) + \xi_l(k)) - \sum_{r \in \mathcal{R}} (\hat{q}_{y_{l,r}}(k|k) + \xi_{l,r}(k)),$$

$$\forall l \in \mathcal{L} \quad (4.59)$$

$$y_{l,r}(k+1) = \hat{y}_{l,r}(k|k) + (\hat{q}y_{l,r}(k|k) + \xi_{l,r}(k)) - \sum_{h \in \mathcal{H}} (\hat{q}z_{l,r,h}(k|k) + \xi_{l,r,h}(k)),$$

$$\forall l \in \mathcal{L}, r \in \mathcal{R} \quad (4.60)$$

$$z_{l,h}(k+1) = \hat{z}_{l,h}(k|k) + \sum_{r \in \mathcal{R}} (\hat{q}z_{l,r,h}(k|k) + \xi_{l,r,h}(k))$$

$$- \sum_{a \in \mathcal{A}_h} (\hat{q}w_{l,h,a}(k|k) + \xi_{l,h,a}(k)), \quad \forall l \in \mathcal{L}, h \in \mathcal{H} \quad (4.61)$$

$$w_{l,h,a}(k+1) = \hat{w}_{l,h,a}(k|k) + (\alpha_{h,a}\hat{q}w_{l,h,a}(k|k) + \xi_{l,h,a}(k)) - (\hat{q}e_{l,h,a}(k|k) + \xi'_{l,h,a}(k)),$$

$$\forall l \in \mathcal{L}, h \in \mathcal{H}, a \in \mathcal{A}_h \quad (4.62)$$

$$o_c(k+1) = \hat{o}_c(k|k) + (\hat{q}o_c(k|k) + \xi_c(k)) - (\hat{q}c_c(k|k) + \xi'_c(k)), \quad \forall c \in \mathcal{C} \quad (4.63)$$

## 4.4 Extensões ao Modelo Proposto

Para o modelo em questão, a formulação proposta foi executada para a forma ideal do processo, mesmo com a inclusão das incertezas. Como na prática nem sempre é aceitável o modelo ideal, extensões do modelo para a sua adequação na realidade das mineradoras serão discutidas a seguir.

### 4.4.1 Processamento de, no Máximo, um Tipo de Carvão e Nível de Beneficiamento por Período

Como o objetivo do modelo é otimizar o planejamento da produção e mistura do carvão mineral, minimizando o custo do processo, no modelo em questão tem-se a possibilidade de processar nos lavadores diferentes tipos de carvão em um único período, ou seja, em um único dia. Na prática isto não é viável, devido as regulagens a serem executadas no lavador possuírem diferentes características para cada tipo de carvão a ser beneficiado, mesmo se os carvões forem beneficiados com igual percentual de recuperação  $\alpha_{h,a}$ , e ainda o tempo relativamente alto para ajustá-las.

Temos também na prática, a dificuldade de processar um tipo de carvão no lavador com diversos níveis de beneficiamento  $a$ , ou seja, a aplicação de diversos percentuais de recuperação  $\alpha_{h,a}$  no mesmo período, onde a dificuldade está relacionada diretamente à regulagem do lavador, como no caso anterior [19].

Para possibilitarmos no modelo a escolha de, no máximo, um tipo de carvão a ser beneficiado em cada lavador por período, e em cada carvão ser aplicado somente um nível de beneficiamento  $a$ , devemos criar a variável  $\mu_{l,h,a,t} \in \{0, 1\}, \forall l \in \mathcal{L}, h \in \mathcal{H}, a \in \mathcal{A}_h, t \in \mathcal{T}$ . Se a variável  $\mu_{l,h,a,t} = 1$ , significa que o carvão tipo  $l$  é beneficiado no lavador  $h$  com nível  $a$  durante o período e se  $\mu_{l,h,a,t} = 0$  ocorre o contrário, ou seja, o carvão tipo  $l$  não é beneficiado no lavador  $h$  com nível  $a$  durante o período.

Para que o modelo tenha estas características, são necessárias as seguintes restrições:

- Restrição de processamento de no máximo um tipo de carvão e nível de beneficiamento por período:

$$\sum_{l \in \mathcal{L}} \sum_{a \in \mathcal{A}_h} \mu_{l,h,a,t} \leq 1, \quad \forall h \in \mathcal{H}, t \in \mathcal{T} \quad (4.64)$$

$$qw_{l,h,a,t} \leq qw_h^{\max} \mu_{l,h,a,t}, \quad \forall l \in \mathcal{L}, h \in \mathcal{H}, a \in \mathcal{A}_h, t \in \mathcal{T} \quad (4.65)$$

$$\mu_{l,h,a,t} \in \{0, 1\}, \quad \forall l \in \mathcal{L}, h \in \mathcal{H}, a \in \mathcal{A}_h, t \in \mathcal{T} \quad (4.66)$$

Portanto, as Restrições (4.14) propostas anteriormente deverão ser substituídas pelas Restrições (4.64), (4.65) e (4.66). Com a inclusão destas variáveis e restrições, o modelo torna-se um problema de Programação Linear Inteira Mista, como expomos na Seção 3.3.3.

Para o caso da aplicação do horizonte rolante com o processamento de no máximo um tipo de carvão e nível de beneficiamento por período, são necessárias as seguintes restrições:

$$\sum_{l \in \mathcal{L}} \sum_{a \in \mathcal{A}_h} \hat{\mu}_{l,h,a}(k+j|k) \leq 1, \quad \forall h \in \mathcal{H}, j = 0, \dots, N_u \quad (4.67)$$

$$\hat{\mu}_{l,h,a}(k+j+N_u|k) = \hat{\mu}_{l,h,a,t}(k+N_u|k), \quad \forall h \in \mathcal{H}, j = 1, \dots, N_2 - N_u - 1 \quad (4.68)$$

$$\hat{q}w_{l,h,a}(k+j|k) \leq qw_h^{\max} \hat{\mu}_{l,h,a}(k+j|k), \quad \forall l \in \mathcal{L}, h \in \mathcal{H}, a \in \mathcal{A}_h, j = 0, \dots, N_u \quad (4.69)$$

$$\hat{\mu}_{l,h,a}(k+j|k) \in \{0, 1\}, \quad \forall l \in \mathcal{L}, h \in \mathcal{H}, a \in \mathcal{A}_h, j = 0, \dots, N_u \quad (4.70)$$

Portanto, devemos substituir as Restrições (4.43) pelas Restrições (4.67), (4.68), (4.69) e (4.70), e aplicá-las a cada passo de amostragem  $k$ .

#### 4.4.2 Aspectos de Recuperação

A forma realizada na prática de processar o carvão no lavador é, primeiramente, escolher as cinzas desejadas e posteriormente, executar as regulagens adequadas no lavador, proporcionando o percentual de recuperação do carvão, bem como as outras propriedades.

No modelo proposto, ocorre o contrário. Primeiramente é escolhido o percentual de recuperação, e então são obtidas as cinzas e as outras propriedades  $b \in \mathcal{B}$  do carvão.

Esta escolha do percentual de recuperação utilizada no modelo não interfere diretamente em sua praticidade, pois as cinzas estão relacionadas às camadas de carvão a serem extraídas, influenciando na recuperação do carvão somente ao longo do tempo, como podemos observar na Figura 4.2 a seguir. O tempo para a interferência das cinzas na recuperação do carvão é da ordem de anos.



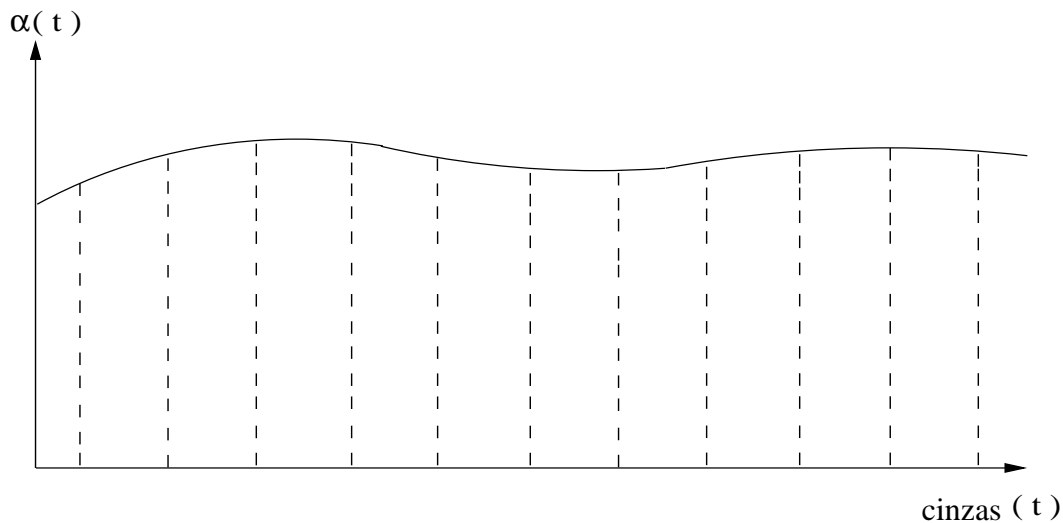


Figura 4.2: Características da recuperação do carvão em função das cinzas ao longo do tempo.

## 4.5 Sumário

Procuramos no modelo proposto do planejamento da produção e mistura de carvão mineral formalizá-lo o mais próximo da realidade das empresas mineradoras. Algumas discrepâncias acontecem, mas não interferem em sua aplicação na prática.

A inclusão das incertezas são também fundamentais para a adequação do modelo na aplicação prática, devido às grandes variações que ocorrem em grande parte dos parâmetros do processo. Para a correta obtenção dos resultados de simulação do modelo com a inclusão das incertezas, faz-se então necessário a aplicação da técnica de horizonte rolante.

Obtivemos primeiramente o modelo como um problema em programação linear, nos facilitando a aplicação de técnicas mais confiáveis e eficientes, como o algoritmo Simplex. Mas para o caso do processamento de, no máximo, um tipo de carvão em cada lavador por período com apenas um nível de beneficiamento, fazendo com que o modelo ficasse ainda mais próximo da realidade, tivemos que incluir variáveis inteiras, tornando o modelo um problema em programação linear inteira mista, de solução mais complexa.

# Capítulo 5

## Estudo de Caso

Neste capítulo serão apresentados os aspectos relacionados à empresa mineradora, para os quais foram tomados os dados para simulação de uma instância real, e ainda descrevemos o processo executado para a obtenção dos dados e das incertezas. Apresentamos também o modelo matemático do planejamento da produção e mistura de carvão mineral em linguagem de modelagem AMPL, onde posteriormente aplicamos a técnica de horizonte rolante para o planejamento da produção e expomos os resultados computacionais do modelo proposto.

### 5.1 Descrição da Mineradora

A Carbonífera Catarinense Ltda, foi criada na década de 30 na cidade de Criciúma, SC, e atualmente pertence ao Grupo Fidélis Barato. Em 1989, o Grupo Fidélis Barato adquiriu a Cia. Barro Branco em Lauro Müller, sob a denominação de Carbonífera Barro Branco S/A. Em 1994, após sérias dificuldades, a Carbonífera Barro Branco S/A paralizou suas atividades. Em julho de 1999 foi iniciada a implantação de duas unidades mineradoras em Lauro Müller. Esse projeto aconteceu devido aos sérios problemas de lavra na Carbonífera Catarinense em Criciúma, culminando com sua paralização, obrigando a incrementação rápida de produção das minas de Lauro Müller, com a razão social de Mineração Castelo Branco Ltda.

No final de 2000, a Mineração Castelo Branco Ltda estava em ciclo de operação normal. Hoje, opera em sistema mecanizado moderno desde o desmonte até a superfície.

#### 5.1.1 Organograma da Empresa

A empresa possui atualmente o seguinte organograma, conforme a Figura 5.1. Este organograma é devido à existência de duas minas para a extração dos carvões.

Na Figura 5.2 mostramos de forma detalhada o processo de extração, moagem, transporte, beneficiamento e mistura de carvão mineral da empresa.

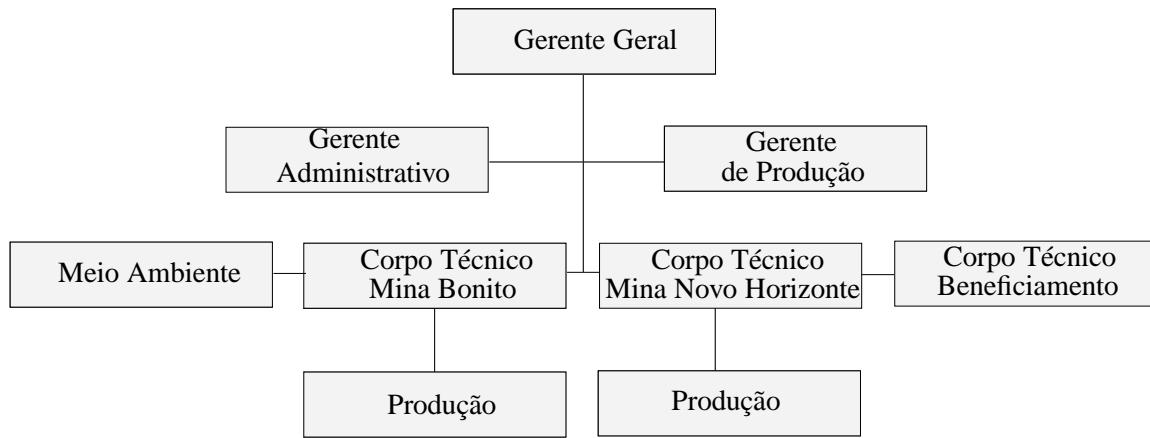


Figura 5.1: Organograma da Mineração Castelo Branco Ltda.

### 5.1.2 Caracterização da Mineradora

Através das Figuras 4.1 e 5.2, obtivemos as seguintes características em seu processo produtivo.

- duas minas onde ocorrem a extração dos carvões brutos “barro branco” e o “bonito”. As minas são denominadas de Novo Horizonte e Bonito, separadas de uma distância de aproximadamente 7 km. A produção média diária da mina Novo Horizonte é de 2.100 toneladas e da mina Bonito de 1.600 toneladas;
- o transporte do carvão bruto extraído das minas até a superfície é feito através de correias transportadoras. Atualmente, o comprimento aproximado da correia transportadora da mina Novo Horizonte é de 3 km e da mina Bonito, de 2 km. As Figuras 2.7, 2.8 e 2.9 dão uma visão destas correias;
- o transporte do carvão bruto em estoque na superfície até os britadores, é feito através de correias transportadoras. O comprimento da correia transportadora da mina Novo Horizonte é de 250 m e da mina Bonito, de 100 m;
- cada mina possui um britador para a moagem de carvão;
- o transporte de carvão moído nos britadores até os lavadores é feito através de correias transportadoras. O comprimento da correia transportadora da mina Novo Horizonte é de 50 m e da mina Bonito de 80 m;
- cada mina possui um lavador para o beneficiamento de carvão. Estes lavadores podem ser regulados para beneficiar o carvão com um certo nível de recuperação;
- os rejeitos obtidos no beneficiamento do carvão nos lavadores são transportados por caminhões até o depósito. A distância do lavador da mina Novo Horizonte até o depósito de rejeito é de 550 m e da mina Bonito é de 200 m;
- o carvão beneficiado com um certo percentual de recuperação é transportado por caminhões até o local da mistura, sendo este localizado próximo à mina Bonito;

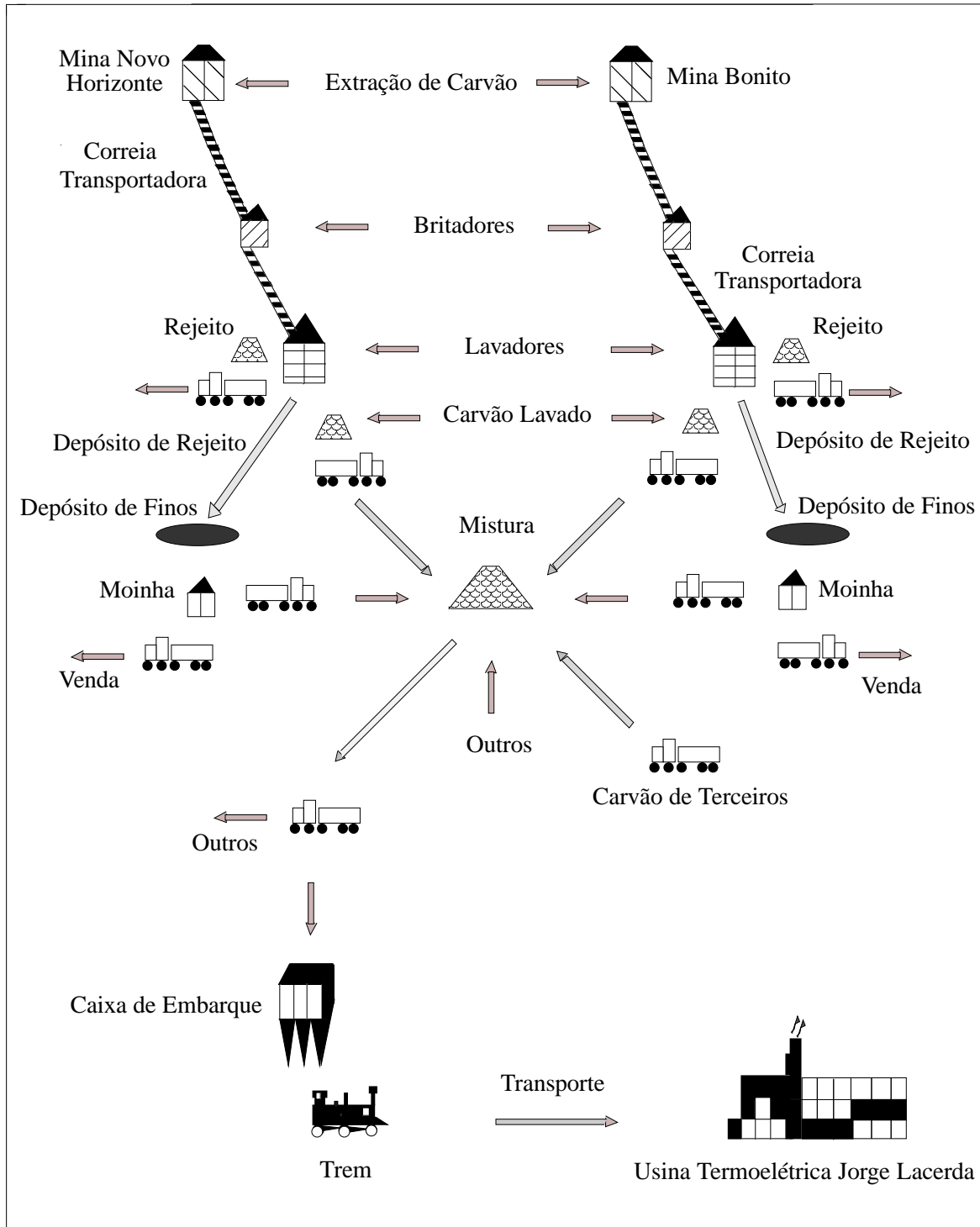


Figura 5.2: Processo de extração, moagem, transporte, beneficiamento e mistura de carvão mineral da Mineração Castelo Branco Ltda.

- carvão de terceiros é adquirido para a mistura;
- a moinha é obtida através do circuito de finos, ou ainda através de um depósito de finos resultante do processo de beneficiamento. A moinha pode ser incluída na mistura ou então ser vendida; e
- após obtida a mistura, o carvão final é transportado por caminhões com capacidade de 30 toneladas, até a caixa de embarque na cidade de Urussanga, onde ocorre o carregamento no trem para ser enviado até a Usina Termoeletrica Jorge Lacerda. A distância de Lauro Müller até Urussanga é de 35 km, e de Urusanga até Capivari de Baixo, onde está localizado o Complexo Jorge Lacerda é de 50 km, sendo que o carregamento diário para a usina é de 1.000 toneladas.

## 5.2 Modelagem das Incertezas

Apresentamos nesta seção o procedimento executado para a obtenção dos dados, o levantamento das incertezas e os valores a serem utilizados para o estudo de caso.

### 5.2.1 Levantamento dos Dados

Desde a formulação do modelo do processo descrito no Capítulo 4, até a obtenção dos dados para a validação do mesmo, foram feitas visitas à mineradora. Através de discussões com os engenheiros e técnicos, em particular com os responsáveis pelo beneficiamento do carvão, foram levantados todos os dados necessários para o estudo de caso.

Primeiramente, obtivemos os dados práticos das propriedades  $b \in \mathcal{B}$  dos carvões, efetuados pelo corpo técnico no processamento do carvão  $l$  nos lavadores. Estas propriedades, ou seja, *a umidade, o enxofre, a cinza, o poder calorífico, a matéria volátil, o percentual de finos e o de grossos*, dependem do tipo de carvão  $l$  e do nível de beneficiamento  $a \in \mathcal{A}_h$  aplicado, ou seja, do percentual de recuperação  $\alpha_{h,a}$ . Os principais percentuais de recuperação utilizados pelo corpo técnico para o beneficiamento do carvão são  $\alpha_{h,a} \in \{24\%, 25\%, \dots, 39\%\}$ , ou seja,  $\mathcal{A}_h = \{1, 2, \dots, 16\}$ . Também foram obtidos os dados referentes às propriedades  $b \in \mathcal{B}$  dos carvões de terceiros tipo  $c$  já beneficiados, os quais a empresa costuma adquirir para a mistura.

Posteriormente, obtivemos os dados relacionados às capacidades máximas dos tipos de carvão extraídos nas minas ( $qx_l^{max}$ ); às capacidades máximas de moagem dos britadores ( $qy_r^{max}$ ); às capacidades máximas de transporte dos britadores aos lavadores ( $qz_h^{max}$ ), às capacidades máximas de beneficiamento de cada lavador ( $qw_h^{max}$ ) e às capacidades máximas de aquisição dos carvões de terceiros ( $qo_c^{max}$ ). Por último, foram repassados os dados referentes aos custos de cada etapa do processo.

### 5.2.2 Histogramas das Incertezas

Na modelagem que executamos na Seção 4.1, apresentamos e discutimos as incertezas intrínsecas do processo.

As incertezas relacionadas às capacidades máximas foram obtidas por intermédio de gráficos. Estes gráficos são levantados todos os meses, através do corpo técnico responsável pelas minas e pelo beneficiamento.

O corpo técnico, responsável pelas minas Novo Horizonte e Bonito, faz o levantamento da capacidade máxima de extração de cada tipo de carvão, ou seja, um gráfico mostrando qual foi a produção diária extraída em cada mina. Já o corpo técnico, responsável pelo beneficiamento, faz o levantamento da capacidade máxima de britagem, da capacidade máxima de transporte, da capacidade máxima de beneficiamento e também da capacidade máxima de aquisição de carvão de terceiros. Estes gráficos também mostram como se comportaram diariamente o britador, o transporte, o beneficiamento e a aquisição de carvão de terceiros.

Através destes gráficos obtidos de alguns meses, foram levantados os histogramas para posteriormente podermos incluir as incertezas no modelo. A Figura 5.3 exemplifica os histogramas referentes à capacidade máxima de extração do carvão “barro branco” e “bonito” obtidos em cada mina. Os histogramas estão em percentual, correspondendo a um período de produção de 25 dias/mês. Como exemplo, podemos analisar a produção de carvão barro branco, ou seja, durante 10 vezes ao mês ocorre diariamente a extração de 2.300 ton dentre os 25 dias de trabalho, isto significa que em 40% dos dias de produção se consegue extrair 2.300 ton/dia da mina Novo Horizonte.

Os outros histogramas referentes às capacidades máximas seguem o mesmo raciocínio, onde podemos observá-los no Apêndice B. Na Figura B.1 estão os histogramas da capacidade de moagem dos britadores, na Figura B.2 os histogramas da capacidade de transporte até os lavadores, na Figura B.3 os histogramas da capacidade de beneficiamento dos lavadores e na Figura B.4 os histogramas da capacidade de aquisição de carvão de terceiros.

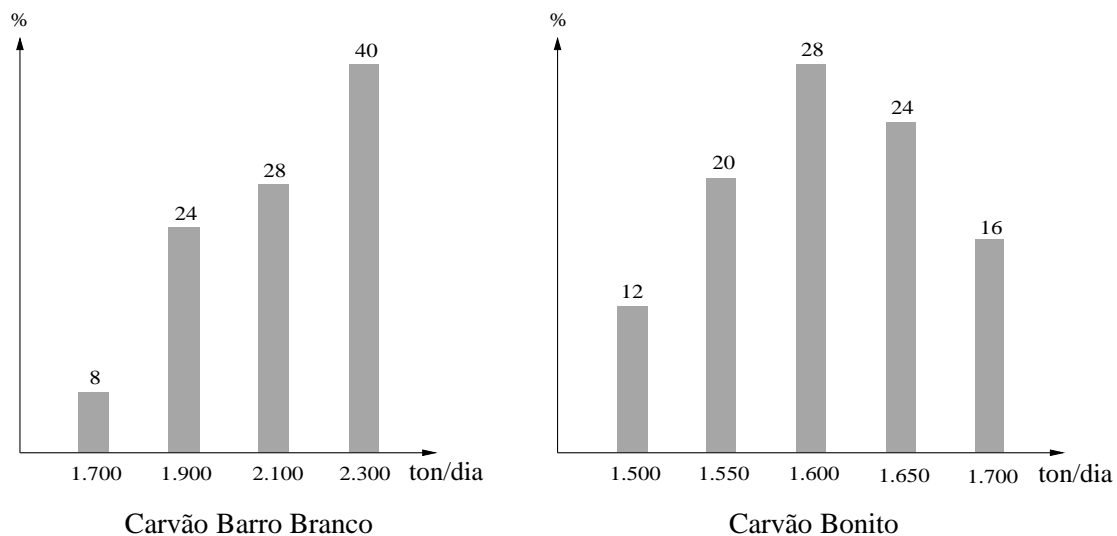


Figura 5.3: Histogramas das capacidades de extração de carvão das minas.

Como no caso do levantamento dos histogramas das capacidades máximas do processo, temos também os histogramas relativos às propriedades  $b \in \mathcal{B}$  dos carvões beneficiados nos lavadores e os adquiridos de terceiros. Para os carvões processados nos lavadores, as propriedades destes dependem do nível de beneficiamento  $a$  aplicado ao carvão. Estas propriedades são as mais importantes do processo, pois são elas que definirão a qualidade do

carvão lavado, e também a possibilidade de reduzir os custos referentes à etapa de beneficiamento devido ao percentual de recuperação  $\alpha_{h,a}$  aplicado, bem como à quantidade de carvão lavado a ser utilizado na mistura final.

Os técnicos e engenheiros responsáveis pelo beneficiamento possuem grande experiência prática para a regulação dos lavadores com um certo percentual de recuperação. Através destas regulagens, aplicando o nível de beneficiamento  $a \in \mathcal{A}_h$ , ou seja, o percentual com o qual será recuperado o carvão, sabe-se então as propriedades  $b \in \mathcal{B}$  que serão obtidas no carvão.

Como exemplo do levantamento de histogramas, mostramos a Figura 5.4, a qual representa o caso do carvão barro branco, beneficiado com percentual de recuperação  $\alpha_{1,2} = 25\%$ . O parâmetro  $\alpha_{1,2} = 25\%$ , significa que o carvão barro branco será beneficiado no lavador 1 da mina Novo Horizonte, com um nível de beneficiamento  $a$  de 2. Nestes histogramas, podemos verificar que as propriedades aleatórias  $b \in \mathcal{B}$  são as cinzas, o poder calorífico, o enxofre e a matéria volátil. A umidade, os percentuais de finos e os percentuais de grossos são insensíveis às regulagens do lavador.

Podemos ver no Apêndice B os outros histogramas referentes aos percentuais de recuperação  $\alpha_{h,a}$ , aplicados tanto ao carvão barro branco quanto ao carvão bonito. Nas Figuras B.5, B.6, B.7, B.8 e B.9, temos os histogramas das propriedades do carvão barro branco, com  $\alpha_{1,6} = 29\%$ ,  $\alpha_{1,9} = 32\%$ ,  $\alpha_{1,12} = 35\%$ ,  $\alpha_{1,14} = 37\%$  e  $\alpha_{1,16} = 39\%$ , respectivamente. Já nas Figuras B.10, B.11, B.12, B.13, B.14 e B.15, temos os histogramas das propriedades do carvão bonito, com  $\alpha_{2,1} = 24\%$ ,  $\alpha_{2,3} = 26\%$ ,  $\alpha_{2,5} = 28\%$ ,  $\alpha_{2,7} = 30\%$ ,  $\alpha_{2,9} = 32\%$  e  $\alpha_{2,11} = 34\%$ , respectivamente.

Para o caso dos carvões adquiridos de terceiros, os histogramas possuem as mesmas propriedades aleatórias  $b \in \mathcal{B}$ , mas estas são oriundas do processo manual de amostragem, pois estes carvões são adquiridos já beneficiados. Nas Figuras B.16 e B.17 estão os histogramas das propriedades do carvão de terceiros tipo 1 e tipo 2, respectivamente.

### 5.2.3 Dados para o Experimento

Através do levantamento de todos os histogramas do processo, os dados para o experimento foram obtidos através da média, e estão apresentados nas tabelas a seguir.

Para facilitar um melhor entendimento dos parâmetros e dos custos de cada etapa do processo, apresentamos abaixo o significado de cada um destes, conforme comentamos na Seção 4.1

- $qx_1^{max}$  é a capacidade máxima de extração de carvão barro branco, em toneladas/dia na mina Novo Horizonte;
- $qx_2^{max}$  é a capacidade máxima de extração de carvão bonito, em toneladas/dia na mina Bonito;
- $qy_1^{max}$  é a capacidade de moagem máxima de carvão no britador, em toneladas/dia da mina Novo Horizonte;

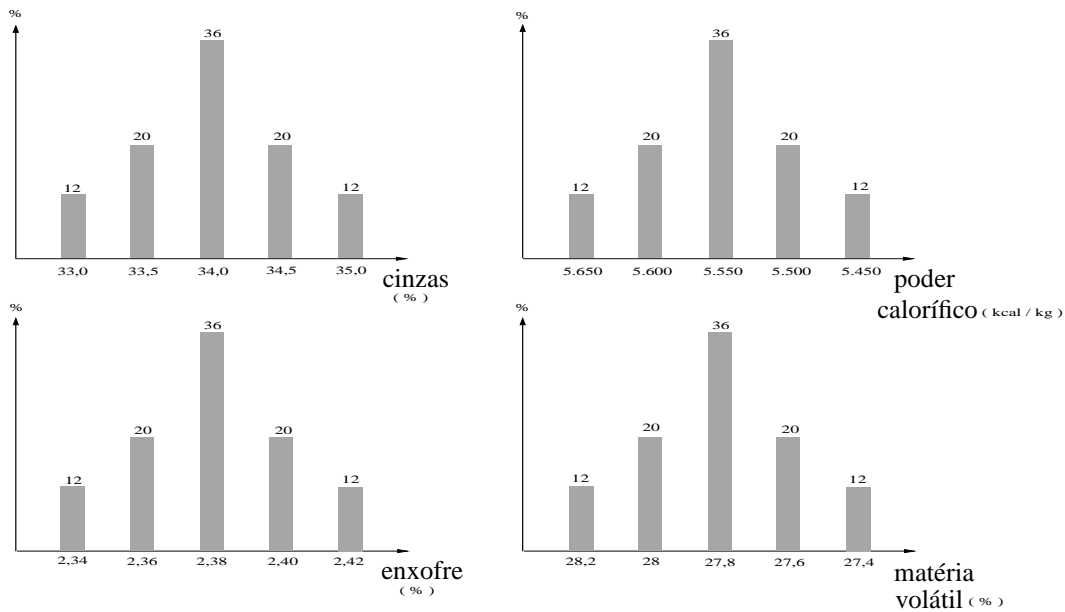


Figura 5.4: Histogramas das propriedades do carvão barro branco,  $\alpha_{1,2} = 25\%$ .

- $qy_2^{max}$  é a capacidade de moagem máxima de carvão no britador, em toneladas/dia da mina Bonito;
- $qz_1^{max}$  é a capacidade de transporte máxima de carvão ao lavador, em toneladas/dia da mina Novo Horizonte;
- $qz_2^{max}$  é a capacidade de transporte máxima de carvão ao lavador, em toneladas/dia da mina Bonito;
- $qw_1^{max}$  é a capacidade de beneficiamento máxima de carvão no lavador, em toneladas/dia da mina Novo Horizonte;
- $qw_2^{max}$  é a capacidade de beneficiamento máxima de carvão no lavador, em toneladas/dia da mina Bonito;
- $qo_1^{max}$  é a capacidade máxima de aquisição de carvão de terceiro tipo 1, em toneladas/dia;
- $qo_2^{max}$  é a capacidade máxima de aquisição de carvão de terceiro tipo 2, em toneladas/dia;
- $cl_1$  é o custo da extração por tonelada do carvão barro branco na mina Novo Horizonte;
- $cl_2$  é o custo da extração por tonelada do carvão bonito na mina Bonito;
- $cr_{1,1}$  é o custo do transporte e moagem de carvão barro branco no britador da mina Novo Horizonte, por tonelada;
- $cr_{1,2}$  é o custo do transporte e moagem de carvão barro branco no britador da mina Bonito, por tonelada;
- $cr_{2,2}$  é o custo do transporte e moagem de carvão bonito no britador da mina Novo Horizonte, por tonelada;



- $cr_{2,1}$  é o custo do transporte e moagem de carvão bonito no britador da mina Bonito, por tonelada;
- $ch_{1,1}$  é o custo do transporte por tonelada do carvão barro branco, moído no britador da mina Novo Horizonte até o lavador da mina Novo Horizonte;
- $ch_{1,2}$  é o custo do transporte por tonelada do carvão barro branco, moído no britador da mina Novo Horizonte até o lavador da mina Bonito;
- $ch_{2,1}$  é o custo do transporte por tonelada do carvão bonito, moído no britador da mina Bonito até o lavador da mina Novo Horizonte;
- $ch_{2,2}$  é o custo do transporte por tonelada do carvão bonito, moído no britador da mina Bonito até o lavador da mina Bonito;
- $ca_{1,1,a}$  é o custo do beneficiamento por tonelada do carvão barro branco no lavador da mina Novo Horizonte em nível de beneficiamento  $a$ ;
- $ca_{1,2,a}$  é o custo do beneficiamento por tonelada do carvão barro branco no lavador da mina Bonito em nível de beneficiamento  $a$ ;
- $ca_{2,1,a}$  é o custo do beneficiamento por tonelada do carvão bonito no lavador da mina Novo Horizonte em nível de beneficiamento  $a$ ;
- $ca_{2,2,a}$  é o custo do beneficiamento por tonelada do carvão bonito no lavador da mina Bonito em nível de beneficiamento  $a$ ;
- $ce_1$  é o custo do transporte por tonelada do carvão beneficiado no lavador da mina Novo Horizonte até o local da mistura;
- $ce_2$  é o custo do transporte por tonelada do carvão beneficiado no lavador da mina Bonito até o local da mistura;
- $ct_1$  é o custo do transporte por tonelada do rejeito do lavador da mina Novo Horizonte até o depósito;
- $ct_2$  é o custo do transporte por tonelada do rejeito do lavador da mina Bonito até o depósito;
- $co_1$  é o custo da aquisição e transporte por tonelada do carvão de terceiros tipo 1;
- $co_2$  é o custo da aquisição e transporte por tonelada do carvão de terceiros tipo 2;
- $cc_1$  é o custo do transporte por tonelada do carvão de terceiros tipo 1 até o local da mistura; e
- $cc_2$  é o custo do transporte por tonelada do carvão de terceiros tipo 2 até o local da mistura.

Os parâmetros das capacidades máximas do processo estão na Tabela 5.1.

No lavador  $h$  ocorrem regulagens para beneficiar o carvão com um certo percentual de recuperação  $\alpha_{h,a}$ , onde o conjunto  $\mathcal{A}_h = \{1, \dots, A_h\}$  representa os níveis de beneficiamento

$a$  do lavador  $h$ , sendo que cada nível de beneficiamento corresponde a um percentual de recuperação  $\alpha_{h,a}$ .

O modelo leva em consideração a possibilidade de cada lavador  $h$  possuir seus níveis de beneficiamento  $a \in \mathcal{A}_h$ . Para o estudo em questão, e sem o comprometimento dos resultados, consideramos  $\alpha_{1,a} = \alpha_{2,a}$ , ou seja, o carvão tipo barro branco poderá ser beneficiado no lavador 2 (da mina Bonito), e ainda possuirá as mesmas propriedades  $b \in \mathcal{B}$  quando este é beneficiado no lavador 1 (da mina Novo Horizonte) com o mesmo percentual de recuperação  $\alpha_{h,a}$ , e vice versa.

As propriedades dos carvões barro branco, bonito e os adquiridos de terceiros podem ser vistas nas Tabelas 5.2, 5.3 e 5.4, respectivamente.

Na Tabela 5.5 apresentamos os custos de cada etapa do processo. Observar nesta tabela, que o custo para beneficiar o carvão com qualquer nível de beneficiamento possui o mesmo valor.

Apresentamos no Apêndice C, o Modelo Completo em linguagem AMPL para o planejamento da produção e mistura de carvão mineral, onde aplicamos a técnica de horizonte rolante no problema de programação linear inteira mista, sendo este constituído de três arquivos; o Arquivo do Modelo Matemático, o Arquivo de Dados e o Arquivo de Comandos, respectivamente.

Tabela 5.1: Parâmetros máximos do processo, em toneladas/dia.

parâmetro	capacidade	parâmetro	capacidade
$qx_1^{max}$	2.100	$qz_2^{max}$	2.056
$qx_2^{max}$	1.606	$qw_1^{max}$	2.612
$qy_1^{max}$	2.770	$qw_2^{max}$	1.681
$qy_2^{max}$	2.158	$qo_1^{max}$	100
$qz_1^{max}$	2.850	$qo_2^{max}$	70

Para as tabelas a seguir, as siglas utilizadas significam: CZ (*cinzas*), S (*enxofre*), MV (*matéria volátil*), UT (*umidade total*), Finos (*percentual de finos*), Grossos (*percentual de grossos*) e PC (*poder calorífico*).

Tabela 5.2: Propriedades do carvão “barro branco”.

UT (%)	CZ (%)	S (%)	PC (kcal/kg)	MV (%)	Finos (%)	Grossos (%)	$h$	$a$	$\alpha_{h,a}$ (%)
6,0	34	2,38	5.550	27,8	1,0	6,0	1	2	25
6,0	36	2,32	5.300	27,2	1,0	6,0	1	6	29
6,0	38	2,38	5.100	26,4	1,0	6,0	1	9	32
6,0	40	2,42	4.920	25,8	1,0	6,0	1	12	35
6,0	42	2,30	4.740	25,1	1,0	6,0	1	14	37
6,0	44	24,4	4.540	2,35	1,0	6,0	1	16	39

Tabela 5.3: Propriedades do carvão “bonito”.

UT (%)	CZ (%)	S (%)	PC (kcal/kg)	MV (%)	Finos (%)	Grossos (%)	$h$	$a$	$\alpha_{h,a}$ (%)
6,0	47	2,80	4.290	19,8	6,5	11,0	2	1	24
6,0	48	2,85	4.190	19,4	6,5	11,0	2	3	26
6,0	49	2,75	4.100	19,0	6,5	11,0	2	5	28
6,0	50	2,70	4.050	18,6	6,5	11,0	2	7	30
6,0	51	2,70	3.910	18,2	6,5	11,0	2	9	32
6,0	52	2,70	3.860	17,8	6,5	11,0	2	11	34

Tabela 5.4: Propriedades dos “carvões de terceiros”.

carvão	UT (%)	CZ (%)	S (%)	PC (kcal/kg)	MV (%)	Finos (%)	Grossos (%)
tipo 1	6,0	36,5	0,90	5.200	21,0	10,0	5,0
tipo 2	40,0	9,0	0,4	5.000	58,0	65,0	0,5

### 5.3 Estudo de Caso e Resultados Computacionais

Para o estudo de caso, consideramos a situação mais próxima da realidade da empresa, ou seja, como as incertezas se fazem presentes no processo, devemos utilizar a técnica de horizonte rolante para obtermos um planejamento mais apropriado. Ainda, utilizamos as restrições de processamento de, no máximo, um tipo de carvão e nível de beneficiamento por período, ou seja, o problema em Programação Linear Inteira Mista, conforme mostramos na Seção 4.4.1. A seguir, apresentamos os dados necessários para o estudo de caso.

- $T$  é o período de simulação;
- $N_1$  é o valor mínimo do horizonte de predição;
- $N_2$  é o valor máximo do horizonte de predição;
- $N_u$  é o horizonte de controle;
- $k = 0, \dots, T - (N_2 + 1)$  é o passo de amostragem;
- $x(i) = [x_l(i), y_{l,r}(i), z_{l,h}(i), w_{l,h,a}(i), o_c(i)]^T$  é o conjunto das variáveis de estado do sistema na amostra  $i$ , para  $i = k, \dots, (k + N_2)$  e para  $\forall l \in \mathcal{L}$ ,  $r \in \mathcal{R}$ ,  $h \in \mathcal{H}$ ,  $a \in \mathcal{A}_h$ ;
- $u(i) = [qx_l(i), qy_{l,r}(i), qz_{l,r,h}(i), \mu_{l,h,a}(i), qw_{l,h,a}(i), qe_{l,h,a}(i), qt_h(i), qo_c(i), qc_c(i)]^T$  é o conjunto das variáveis de decisão na amostra  $i$ , para  $i = k, \dots, (k + N_2 - 1)$  e para  $\forall l \in \mathcal{L}$ ,  $r \in \mathcal{R}$ ,  $h \in \mathcal{H}$ ,  $a \in \mathcal{A}_h$ ;
- $\hat{x}(k + j|k)$  é a predição do estado do sistema para a amostra  $k + j$ , obtido no tempo  $k$ , para  $j = 0, \dots, N_2$ ; e
- $\hat{u}(k + j|k)$  é a predição da variável de decisão para a amostra  $k + j$ , obtido no tempo  $k$ , para  $j = 0, \dots, N_u$ .

Tabela 5.5: Custo de cada etapa do processo, em R\$/tonelada.

etapa	custo	etapa	custo	etapa	custo	etapa	custo
$cl_1$	13,00	$cr_{2,2}$	0,40	$ca_{1,2,a}$	4,17	$ct_1$	0,56
$cl_2$	11,50	$ch_{1,1}$	0,10	$ca_{2,1,a}$	5,14	$ct_2$	0,38
$cr_{1,1}$	0,23	$ch_{1,2} = ch_{2,1}$	3,00	$ca_{2,2,a}$	1,17	$co_1$	65,00
$cr_{1,2}$	3,40	$ch_{2,2}$	0,15	$ce_1$	3,51	$co_2$	48,00
$cr_{2,1}$	3,23	$ca_{1,1,a}$	2,14	$ce_2$	1,55	$cc_1 = cc_2$	0,61

Além das Tabelas 5.1, 5.2, 5.3, 5.4 e 5.5, necessitamos também das Tabelas 5.6 e 5.7, as quais fornecem os dados para aplicarmos a técnica de horizonte rolante e das condições iniciais do processo, respectivamente. Ainda, as outras condições iniciais do processo que não aparecem na Tabela 5.7 possuem valor igual a zero.

Tabela 5.6: Dados dos parâmetros do horizonte rolante.

parâmetro	valor
$T$	20
$N_1$	1
$N_2$	15
$N_u$	14
$k$	$0, \dots, 4$

Tabela 5.7: Dados das condições iniciais do processo, em toneladas.

parâmetro	valor	parâmetro	valor
$x_1(0)$	300	$w_{1,1,9}(0)$	300
$x_2(0)$	400	$w_{1,1,12}(0)$	100
$y_{1,1}(0)$	500	$w_{2,2,1}(0)$	100
$y_{2,2}(0)$	400	$w_{2,2,5}(0)$	250
$z_{1,1}(0)$	300	$w_{2,2,11}(0)$	300
$z_{1,1}(0)$	300	$o_1(0)$	70
$w_{1,1,2}(0)$	200	$o_2(0)$	40

Na Tabela 5.8 fornecemos os dados da demanda diária do carvão final, e na Tabela 5.9 apresentamos aos valores mínimos e máximos das propriedades  $b \in \mathcal{B}$  do carvão final a ser entregue à usina, conforme a Seção 2.1.3. Podemos observar também no Apêndice C, no Arquivo de Dados do modelo em AMPL, todos os dados fornecidos nas tabelas citadas.

Para aplicarmos a técnica de horizonte rolante ao problema de otimização nas indústrias mineradoras, com o objetivo de minimizar a Equação 4.26 da função custo  $Jc$ , devemos resolver a cada passo de amostragem  $k$  o problema  $P_k(x(k))$  abaixo.

Tabela 5.8: Dados da demanda, em ton/dia.

parâmetro	valor	parâmetro	valor
$d(1)$	100	$d(11)$	1000
$d(2)$	100	$d(12)$	1000
$d(3)$	100	$d(13)$	1000
$d(4)$	100	$d(14)$	1000
$d(5)$	1000	$d(15)$	1000
$d(6)$	1000	$d(16)$	1000
$d(7)$	1000	$d(17)$	1000
$d(8)$	1000	$d(18)$	1000
$d(9)$	1000	$d(19)$	1000
$d(10)$	1000	$d(20)$	1000

$$P_k(x(k)) : \text{Minimize } Jc_k(x(k))$$

Sujeito a :

- Restrições (4.27)–(4.42)
- Restrições (4.44)–(4.58)
- Restrições (4.67)–(4.70)
- Todas as variáveis são não negativas

Para introduzirmos as incertezas do processo, devemos adicionar erros aleatórios aplicados nas saídas  $x_l$ ,  $y_{l,r}$ ,  $z_{l,h}$ ,  $w_{l,h,a}$  e  $o_c$  a cada passo de amostragem  $k$ . Cada erro aleatório adotado é dependente da característica da etapa do processo, conforme o seu histograma. Portanto, as Equações (4.59), (4.60), (4.61), (4.62) e (4.63) mostradas na Seção 4.3.1 são inseridas no modelo de simulação, mas são desconsideradas pelo método de predição.

Tabela 5.9: Restrições da usina.

mínimo	propriedade	máximo
-	UT	10%
39,5%	CZ	43%
1,7%	S	2,3%
4.500 kcal/kg	PC	-
20%	MV	-
-	Finos	10%
-	Grossos	10%

### 5.3.1 Resultados

Para facilitar um melhor entendimento dos resultados, apresentamos a seguir o significado de algumas das variáveis de decisão analisadas nas simulações.

- $qx_{1,t}$  é a quantidade de carvão barro branco a ser extraída da mina Novo Horizonte durante o período  $t$ , correspondente ao intervalo de tempo  $[t_t, t_{t+1})$ ;

- $qx_{2,t}$  é a quantidade de carvão bonito a ser extraída da mina Bonito durante o período;
- $qo_{1,t}$  é a quantidade de carvão tipo 1 adquirida de terceiros durante o período;
- $qo_{2,t}$  é a quantidade de carvão tipo 2 adquirida de terceiros durante o período; e
- $\mu_{l,h,a,t} \in \{0,1\}$  é a variável para a escolha de, no máximo, um tipo de carvão  $l$  a ser beneficiado em cada lavador  $h$  por período, e em cada carvão escolhido, ser aplicado somente um nível de beneficiamento  $a$ .

Nas Figuras 5.5 e 5.6, mostramos o comportamento das variáveis de decisão  $qx_1$ ,  $qx_2$  e  $qo_2$ , com e sem a aplicação do horizonte rolante, respectivamente. Para a simulação sem o horizonte rolante, significa que executamos uma única simulação para todo o período, onde neste caso as incertezas não são consideradas e, portanto as decisões tomadas seriam implementadas. Nas simulações com e sem a aplicação do horizonte rolante, a variável  $qo_1$  não foi utilizada pelo programa de otimização, tendo como justificativa o preço para a aquisição deste tipo de carvão.

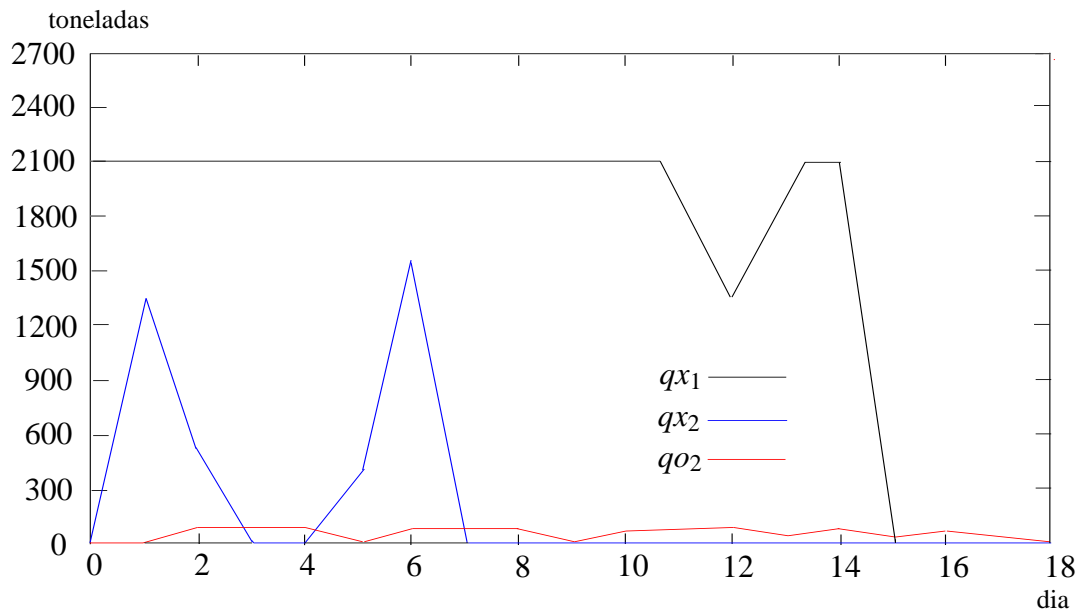


Figura 5.5: Comportamento das variáveis de decisão  $qx_1$ ,  $qx_2$  e  $qo_2$ , com a aplicação do horizonte rolante.

Exemplificamos na Figura 5.7, a característica de ação da variável  $qx_1$  com a aplicação do horizonte rolante, para  $k = 0, \dots, 4$ . Podemos verificar o mesmo comportamento do gráfico da Figura 5.7 com o gráfico da Figura 5.5.

Podemos analisar através da Figura 5.8 que, quando aplicamos a simulação sem o horizonte rolante, o lavador 1 (mina Novo Horizonte) quando está em operação, procura processar sempre o carvão tipo 1 (barro branco) com o mesmo nível de beneficiamento  $a = 16$  para alguns períodos, ou seja, é escolhida a variável  $\mu_{1,1,16}$ . Isto também ocorre para o caso do lavador 2 (mina Bonito), onde o carvão tipo 2 (bonito) é processado sempre com o mesmo nível de beneficiamento  $a = 11$  em alguns períodos, ou seja, é escolhida a variável  $\mu_{2,2,11}$ .

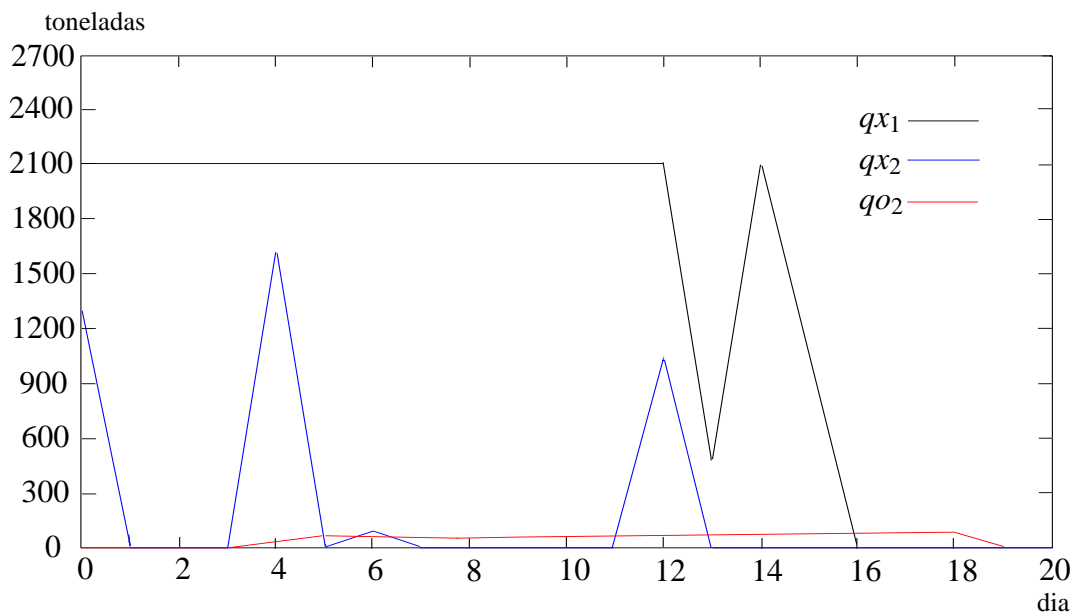


Figura 5.6: Comportamento das variáveis de decisão  $qx_1$ ,  $qx_2$  e  $qo_2$ , sem a aplicação do horizonte rolante.

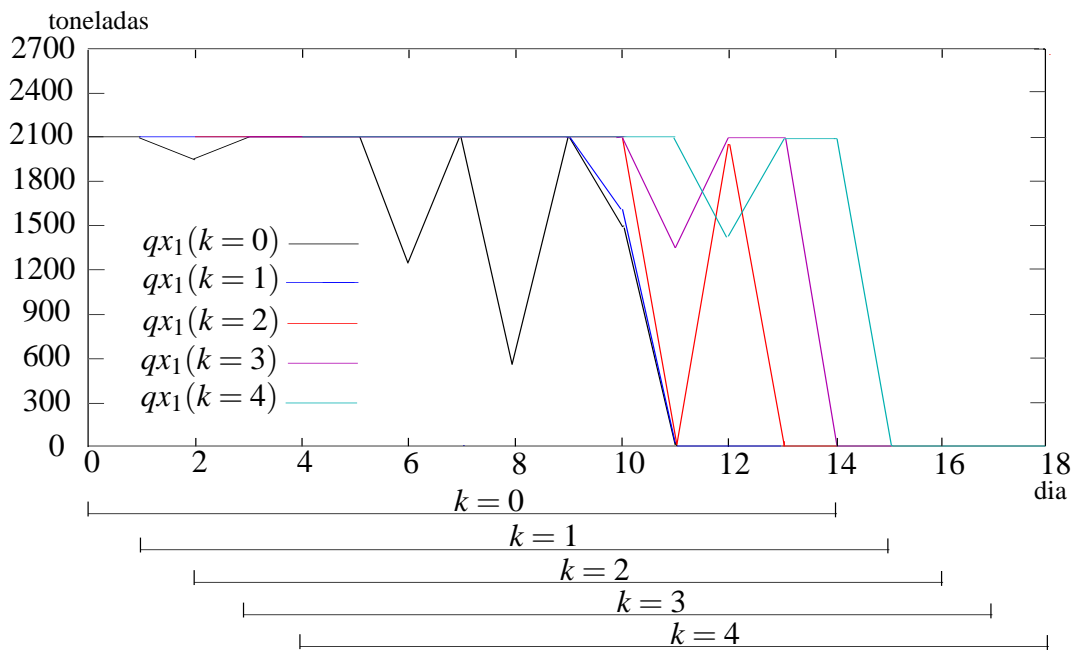


Figura 5.7: Característica da ação da variável de decisão  $qx_1$ , com a aplicação do horizonte rolante.

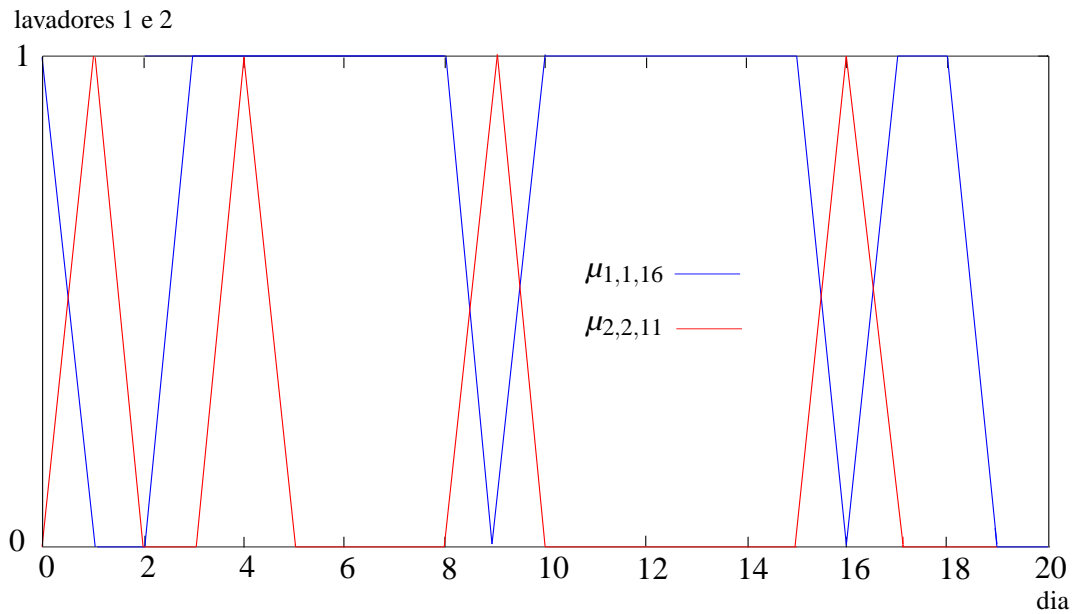


Figura 5.8: Comportamento dos lavadores 1 e 2 em relação às variáveis de decisão  $\mu_{1,1,16}$  e  $\mu_{2,2,11}$ , sem a aplicação do horizonte rolante.

Em resumo, sempre ocorre o processamento do carvão 1 no lavador 1 com nível de beneficiamento 16, e do carvão 2 no lavador 2 com o mesmo nível de beneficiamento 11, quando os lavadores estão em operação.

Com a aplicação da técnica de horizonte rolante, podemos verificar nas Figuras 5.9 e 5.10 a escolha de, no máximo, um tipo de carvão  $l$  a ser processado no lavador  $h$ , com um único nível de beneficiamento  $a$  por período, ou seja, a variável  $\mu_{l,h,a,t} \in \{0,1\}$ . Na Figura 5.9, quando o lavador 1 está em operação, este lavador sempre irá processar o carvão 1 com nível de beneficiamento 16. Como as incertezas foram incluídas nas simulações, ocorre também a necessidade de processar o carvão 1 no lavador 2 em alguns períodos, com diferentes níveis de beneficiamento, para que a demanda diária possa ser atendida. Podemos observar na Figura 5.10, quando o lavador 2 está em operação, este lavador irá processar o carvão 2 com dois níveis de beneficiamento diferentes, em períodos distintos (variáveis  $\mu_{2,2,5,t}$  e  $\mu_{2,2,11,t}$ ), e além disso, o lavador 2 também processará o carvão 1 com três níveis de beneficiamento diferentes, em períodos distintos (variáveis  $\mu_{1,2,2,t}$ ,  $\mu_{1,2,3,t}$  e  $\mu_{1,2,4,t}$ ).

Na Figura 5.11 apresentamos o comportamento da demanda prevista em relação à demanda implementada, com a aplicação do horizonte rolante, ou seja, com a inclusão das incertezas do processo.

### 5.3.2 Dados Complementares da Simulação

Com a finalidade de termos uma noção de alguns dados complementares da simulação, apresentamos na Tabela 5.10 a quantidade de variáveis contínuas e inteiras, o tempo médio de simulação e o valor da função objetivo para o modelo linear, para o modelo inteiro, para o modelo linear com o horizonte rolante e para o modelo inteiro com horizonte rolante.



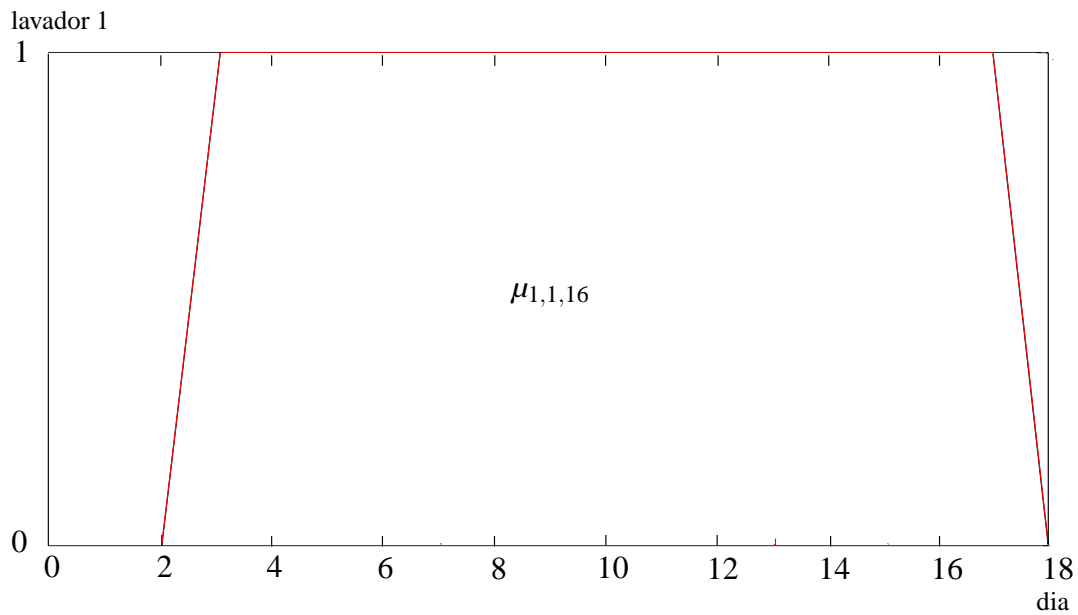


Figura 5.9: Comportamento do lavador 1 em relação às variáveis de decisão  $\mu_{1,1,16}$ , com a aplicação do horizonte rolante.

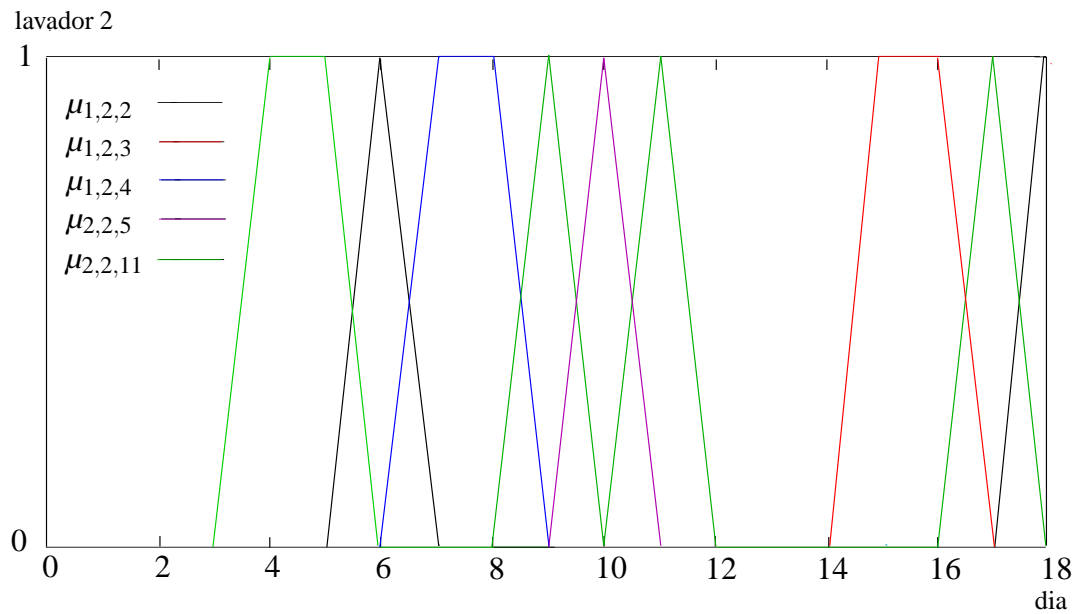


Figura 5.10: Comportamento do lavador 2 em relação às variáveis de decisão  $\mu_{1,2,2}$ ,  $\mu_{1,2,3}$ ,  $\mu_{1,2,4}$ ,  $\mu_{2,2,5}$  e  $\mu_{2,2,11}$ , com a aplicação do horizonte rolante.

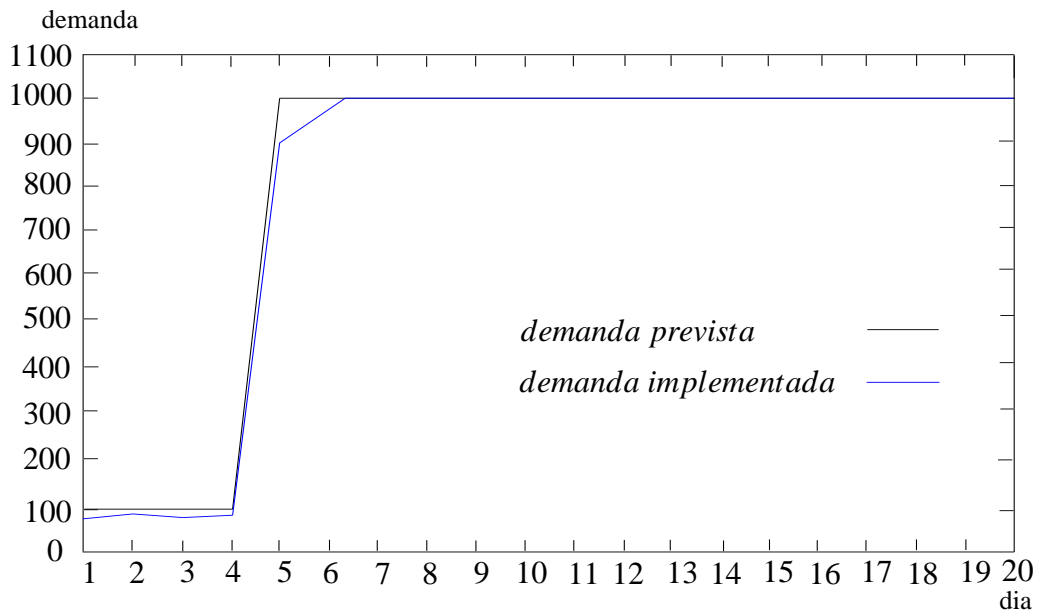


Figura 5.11: Comportamento da demanda prevista em relação a demanda implementada, com a aplicação do horizonte rolante.

Com relação ao valor da função objetivo da Tabela 5.10, podemos notar que o custo é igual para o modelo linear e inteiro sem a aplicação do horizonte rolante, e também é igual para o modelo linear e inteiro com a aplicação do horizonte rolante. Ainda, para o caso da simulação com o horizonte rolante, o valor da função objetivo é o mesmo para o caso linear e inteiro para  $\forall k$ , e isto se deve as folgas existentes.

Tabela 5.10: Dados complementares da simulação.

modelo	var. contínuas	var. inteiras	tempo médio	valor da função objetivo
Linear	4562	-	0,2s	R\$ 638.172
Inteiro	4462	1280	25s	R\$ 638.172
Linear Hor. Rolante	3407	-	0,15s	R\$ 480.499
Inteiro Hor. Rolante	3307	960	20s	R\$ 480.499

# Capítulo 6

## Considerações Finais e Trabalhos Futuros

Neste capítulo apresentamos as principais conclusões obtidas no desenvolvimento do trabalho, com ênfase na análise dos resultados da simulação do modelo do horizonte rolante em programação linear inteira mista, assim como as sugestões para os trabalhos futuros, com o intuito de complementar as informações geradas.

### 6.1 Considerações Finais

Listamos abaixo alguns dos benefícios no desenvolvimento deste trabalho para as indústrias mineradoras de carvão mineral:

- devido a grande disponibilidade do carvão mineral em relação aos outros recursos não renováveis, tanto no Brasil quanto no restante do mundo, existe uma tendência do aumento no consumo deste mineral nas próximas décadas. Como consequência desta tendência, ocorrerá uma maior competitividade entre as indústrias mineradoras, e para isso será necessário que estas indústrias otimizem o seu processo de maneira geral;
- as incertezas são de fundamental importância na formulação do modelo, pois estas estão presentes em algumas etapas do processo e ocorrem constantemente, fazendo-se necessária a utilização da técnica de horizonte rolante para o planejamento mais adequado da produção;
- como o objetivo das indústrias é minimizar o custo do processo e garantir a qualidade do produto, o trabalho desenvolvido auxilia nas tomadas de decisões para a empresa. Estas decisões estão relacionadas principalmente à quantidade e ao tipo de carvão a ser extraído, o nível de beneficiamento que deverá ser aplicado ao carvão, e ainda à quantidade de carvão de terceiros a ser adquirida. Por final, estas decisões também trarão a garantia de que o carvão a ser entregue à usina Jorge Lacerda esteja dentro das restrições impostas; e

- como o planejamento da produção é realizado da forma empírica, com o modelo proposto evitamos também os desperdícios das despesas extras em relação aos trabalhos executados fora dos dias úteis. Ainda, podemos citar os benefícios relacionados à manutenção dos maquinários envolvidos no processo, bem como o consumo excessivo de energia.

A seguir, apresentamos os principais resultados das simulações executadas no modelo proposto para o planejamento da produção e mistura de carvão mineral:

- o modelo linear e inteiro sem a aplicação da técnica de horizonte rolante, não é adequado para o planejamento da produção e mistura de carvão mineral, devido às incertezas presentes no processo;
- a vantagem do modelo linear com e sem o horizonte rolante, perante ao modelo inteiro com e sem o horizonte rolante, é o seu baixo tempo de processamento, conforme apresentamos na Tabela 5.10;
- a grande vantagem do modelo estar em programação linear é a aplicação de técnicas mais confiáveis e eficientes, como o algoritmo Simplex, nos fornecendo a solução global do modelo;
- o modelo em programação linear inteira mista representa de forma mais adequada o problema do planejamento da produção e mistura do carvão mineral. Este modelo também considera que cada lavador só pode processar, no máximo, um tipo de carvão por período, e ainda ser aplicado um único nível de beneficiamento ao carvão escolhido. Esta condição do lavador é de suma importância para as mineradoras, pois as regulagens do lavador são diferentes para cada tipo de carvão e para cada nível de beneficiamento, tornando o tempo de execução relativamente alto, influenciando na capacidade de beneficiamento do lavador;
- no modelo em programação linear inteira mista com as incertezas incluídas no processo, podemos observar que, para o atendimento da demanda diária, o carvão barro branco extraído na mina Novo Horizonte, além de ser processado no lavador Novo Horizonte, ocorre também o seu processamento no lavador da mina Bonito para alguns períodos. Podemos verificar nas Figuras 5.9 e 5.10 a atuação da variável  $\mu_{l,h,a,t}$ , a qual representa o processamento de, no máximo, um tipo de carvão por período, e ainda ser aplicado um único nível de beneficiamento ao carvão escolhido; e
- em qualquer modelo simulado não é executada a aquisição de carvão de terceiros tipo 2, e isto se deve ao seu custo de compra. Ainda, em qualquer dos modelos observamos que para a demanda diária final do carvão a ser entregue à usina, e estar de acordo com as restrições das propriedades  $b \in \mathcal{B}$ , as *cinzas* e o *enxofre* ficam sempre nos limites máximos, e o *poder calorífico* no limite mínimo. Esta característica da demanda do carvão final se deve ao custo, ou seja, quanto maior o percentual de recuperação  $\alpha_{h,a}$ , maior o *percentual de cinzas* e de *enxofre*, e como consequência menor o *poder calorífico*, como mostramos na Seção 2.1.2, referente às propriedades do carvão mineral.

## 6.2 Sugestões para Trabalhos Futuros

Como sugestões para trabalhos futuros a serem incluídos no modelo do planejamento da produção e mistura de carvão mineral, podemos citar:

- o custo da venda ou utilização da moinha para a mistura;
- como o problema ambiental é constante, os depósitos de rejeito possuem uma determinada vida útil, sendo difícil a obtenção de outros locais devido às normas ambientais. Podemos incluir no modelo uma variável que represente a quantidade total de rejeito de cada lavador ao longo de um determinado tempo, e assim executar o planejamento para a obtenção do próximo depósito de rejeito;
- tendo em vista a utilização dos dados das incertezas das propriedades  $b \in \mathcal{B}$  através da média, tanto do carvão beneficiado nos lavadores quanto os adquiridos de terceiros, a forma mais adequada para o tratamento destas incertezas deve ser da forma probabilística;
- o modelo prevê uma demanda diária fixa, causando problemas no atendimento à usina devido as incertezas do processo, onde podemos compreendê-la entre um valor mínimo e máximo, e assim conseguir atender a demanda diária;
- executar outras estratégias de modelagem, como as capacidades máximas de cada etapa do processo de forma probabilística, demanda aleatória e estoque de segurança;
- de acordo com os resultados da simulação, o carvão a ser extraído da mina Bonito é pouco utilizado, devido às características das suas propriedades e também o custo para processá-lo. Poderemos então, estipular um valor mínimo para a extração deste tipo de carvão por período; e
- executar a análise estratégica a longo prazo, tais como: consumo dos melhores recursos no curto prazo, esgotamento dos melhores recursos a médio prazo, custos financeiros, entre outros.

Ainda, podemos citar outros estudos que possam ser desenvolvidos ou aperfeiçoados nas empresas mineradoras de carvão na área da programação matemática e otimização:

- as etapas específicas para a extração do carvão, tanto a céu aberto quanto no subsolo, devido aos maquinários que devem ser alocados nas frentes de trabalho, conforme apresentado por [24, 53];
- a alocação dos explosivos para a detonação das frentes de trabalho, com o objetivo de minimizar o custo devido o seu valor representar aproximadamente 30% dos gastos do processo; e
- a alocação das bombas no subsolo para o fornecimento de água na extração do carvão nas frentes de trabalho, a alocação dos exaustores para a retirada do ar poluído devido a detonação, e ainda fazer um planejamento com relação aos materiais utilizados nas minas (correias, parafuso para o suporte do teto, material elétrico, etc), conforme ocorre o avanço da mina.

# Apêndice A

## Arquivos do Modelo em AMPL para o Exemplo do Controle Preditivo

### Arquivo do Modelo

```
# Problema dos fornos

set J; # J é o conjunto das temperaturas internas dos fornos

set I; # I é o conjunto das temperaturas do material

param N2; # N2 horizonte máximo de predição

param N1; # N1 horizonte mínimo de predição

param Nu; # Nu horizonte de controle

param T; # T é o número de intervalos de tempo

param k; # k é o passo de tempo

param r; # r é uma constante

param alfa; # alfa é uma constante

param x_in {0..T, i in I} >= 0; # x_in[t,i]

param TS {t in 1..T} >= 0; # TS[t]
# é o valor de referência da temperatura de saída do forno 2

var x {i in I, t in k..(N2+k)} >= 0; # x[i,t]
# são as temperaturas de entrada e as de saída dos fornos 1 e 2

var u {j in J, t in k..(N2+k-1)} >= 0; # u[j,t]
# é o valor da temperatura interna dos fornos 1 e 2
```

```

# Função objetivo

minimize energia: sum {j in J, t in k..(Nu+k)}u[j,t]2
+ r*(sum {t in (k+N1)..(N2+k)}(x[2,t]-Ts[t])2)

# Restrições

subject to xin {1 in 1..2}: x[i,k]=x_in[k,i]; # Condição inicial

subject to x0in {t in k..k+N2}: x[0,t]=x[t,0];
# Condição da temperatura inicial do material para todo T

subject to controle_fixo {j in J, t in (k+Nu+1)..(k+N2-1)}:
u[j,t]=u[j,k+Nu];
# Condição da temperatura inicial do material para todo T

subject to dinamica {j in J, t in k..(k+N2-1)}:
x[j+1,t+1]=(1-alfa)*x[j,t]+alfa*u[j,t]; # Dinâmica do processo

```

### Arquivo de Dados

```

# Problema dos fornos

set J:= 0 1;

set I:= 0 1 2;

param N1:= 1;

param N2:= 8;

param Nu:= 5;

param T:= 20;

param k:= 0;      # k=0..,11

param alfa:= 0.5;

param r:= 100;

param:   x_in:   0      1      2:= # x_in[t,i]
          0      30     100    170
          1      35      0      0
          2      28      0      0
          3      40      0      0
          4      35      0      0
          5      30      0      0

```

6	30	0	0
7	32	0	0
8	35	0	0
9	29	0	0
10	34	0	0
11	32	0	0
12	30	0	0
13	35	0	0
14	32	0	0
15	38	0	0
16	39	0	0
17	35	0	0
18	20	0	0
19	25	0	0
20	25	0	0;

param:	TS:= # TS[t]
1	200
2	200
3	200
4	200
5	200
6	200
7	200
8	200
9	200
10	200
11	250
12	250
13	250
14	250
15	250
16	250
17	250
18	250
19	250
20	250;

### Arquivo de Comandos

```
# Problema dos fornos

solve;
display k;
display x_in;
display Ts;
display energia;
display u;
display x;
```



# Apêndice B

## Histogramas das Incertezas

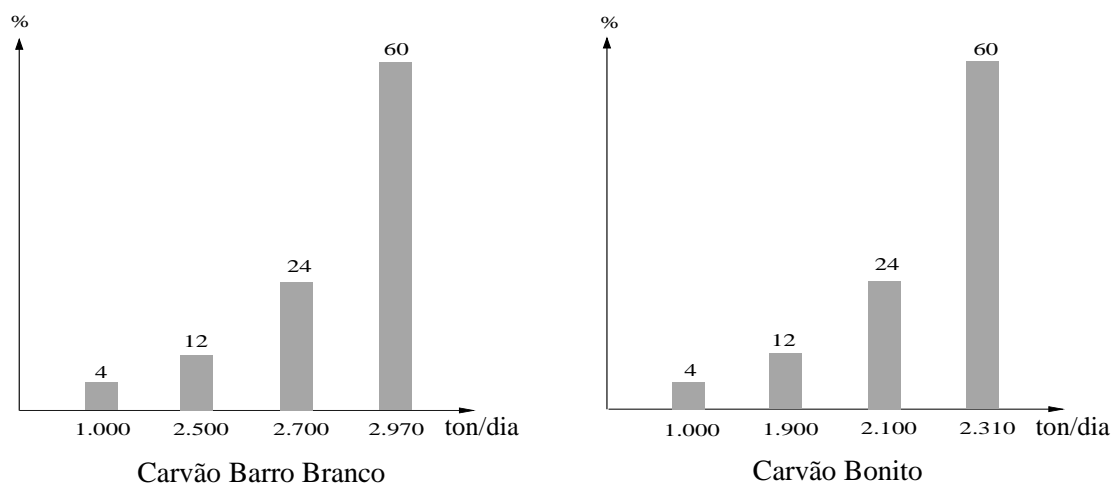


Figura B.1: Histogramas das capacidades de moagem dos britadores.

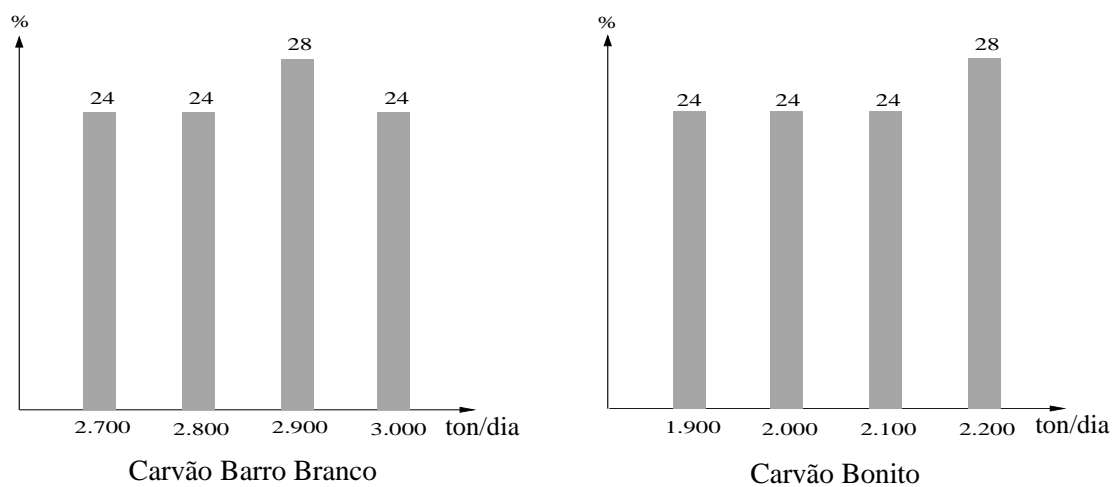


Figura B.2: Histogramas das capacidades de transporte aos lavadores.

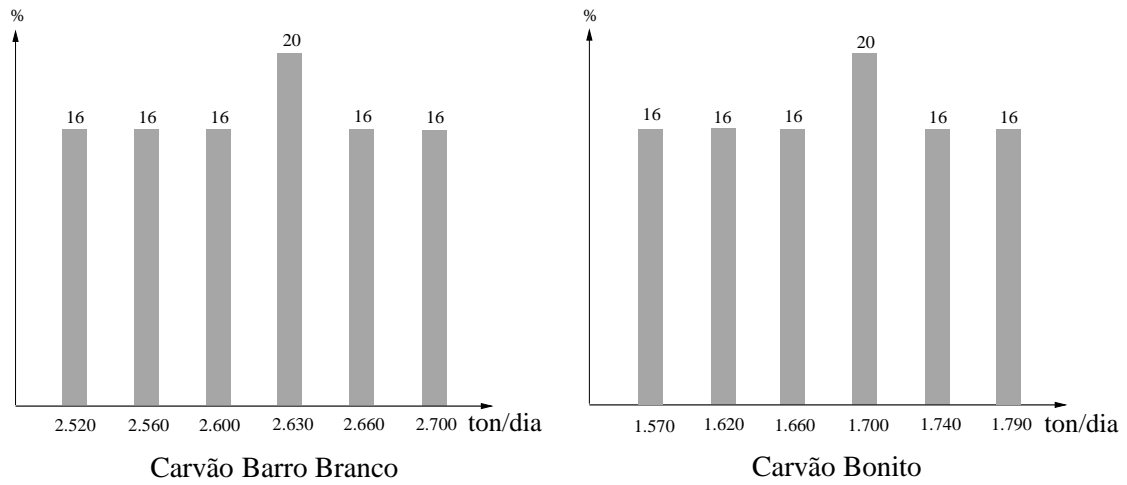


Figura B.3: Histogramas das capacidades de beneficiamento dos lavadores.

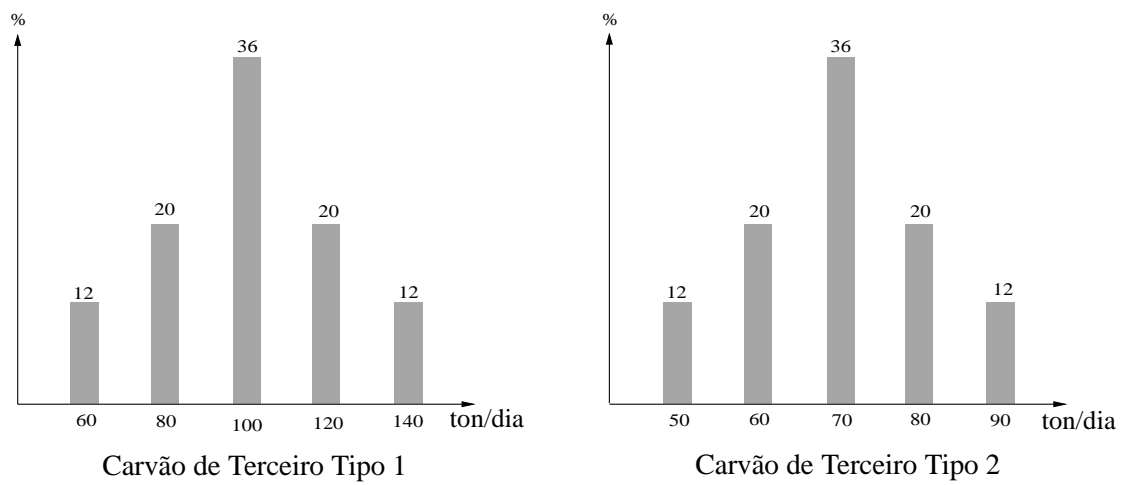


Figura B.4: Histogramas das capacidades de aquisição dos carvões de terceiros.

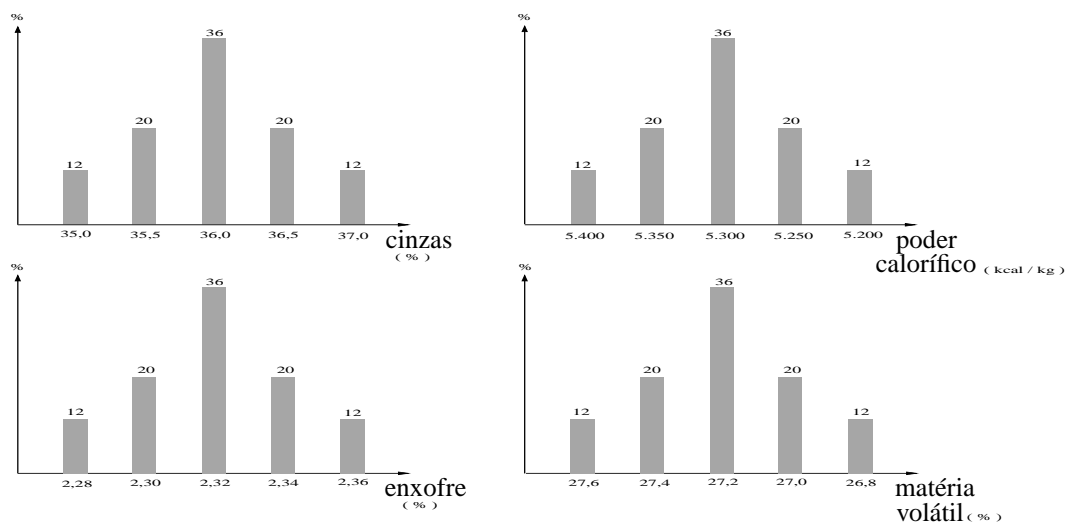


Figura B.5: Histogramas das propriedades do carvão barro branco,  $\alpha_{1,6} = 29\%$ .

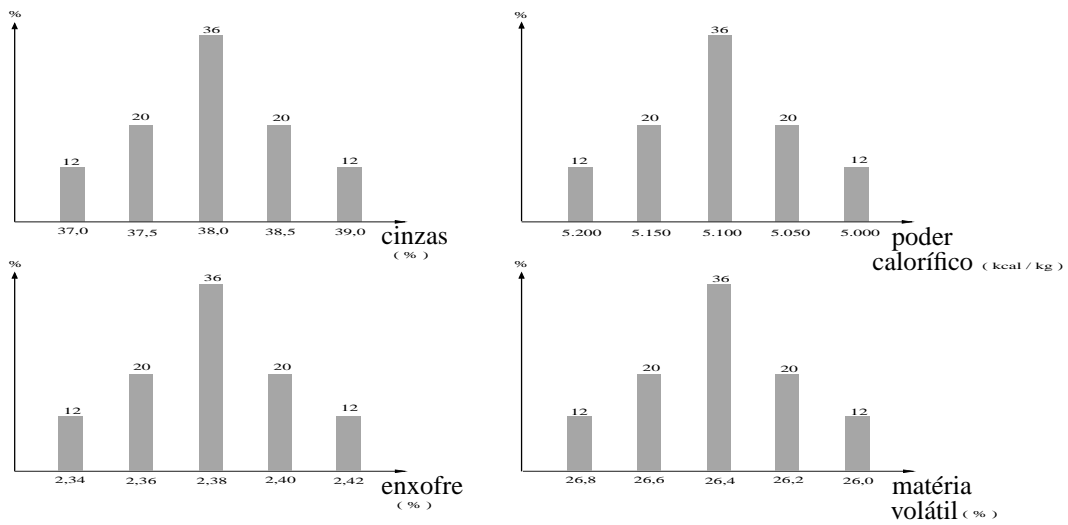


Figura B.6: Histogramas das propriedades do carvão barro branco,  $\alpha_{1,9} = 32\%$ .

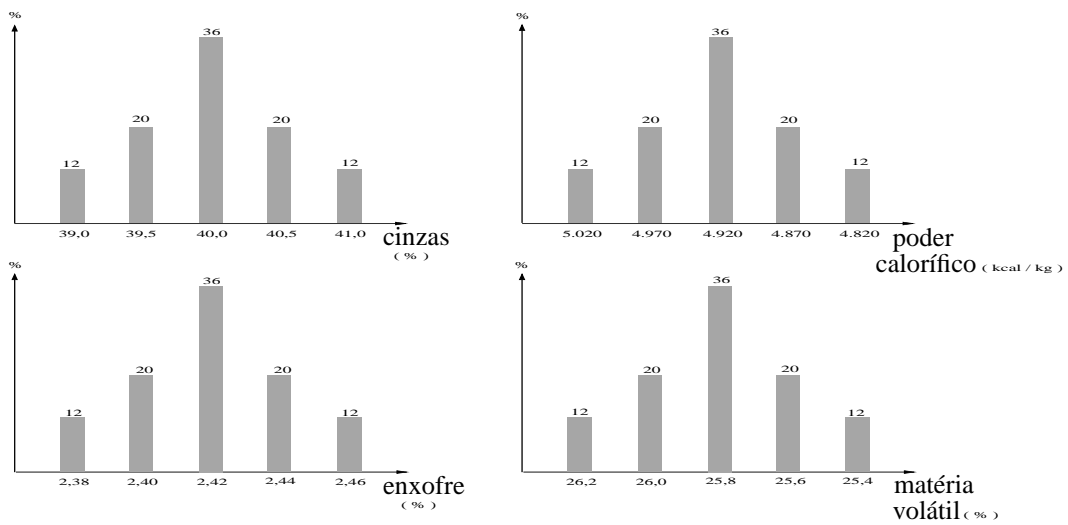


Figura B.7: Histogramas das propriedades do carvão barro branco,  $\alpha_{1,12} = 35\%$ .

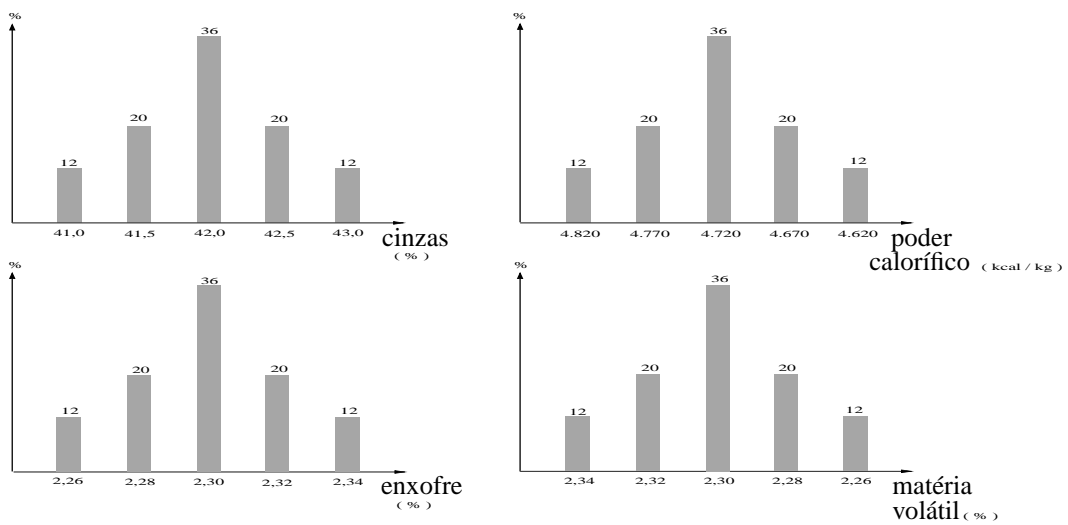


Figura B.8: Histogramas das propriedades do carvão barro branco,  $\alpha_{1,14} = 37\%$ .

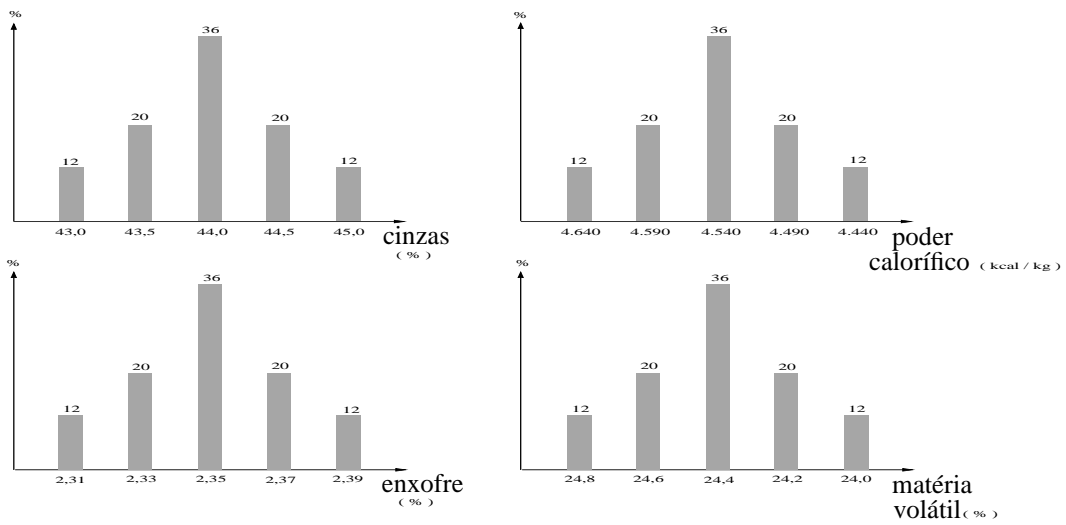


Figura B.9: Histogramas das propriedades do carvão barro branco,  $\alpha_{1,16} = 39\%$ .

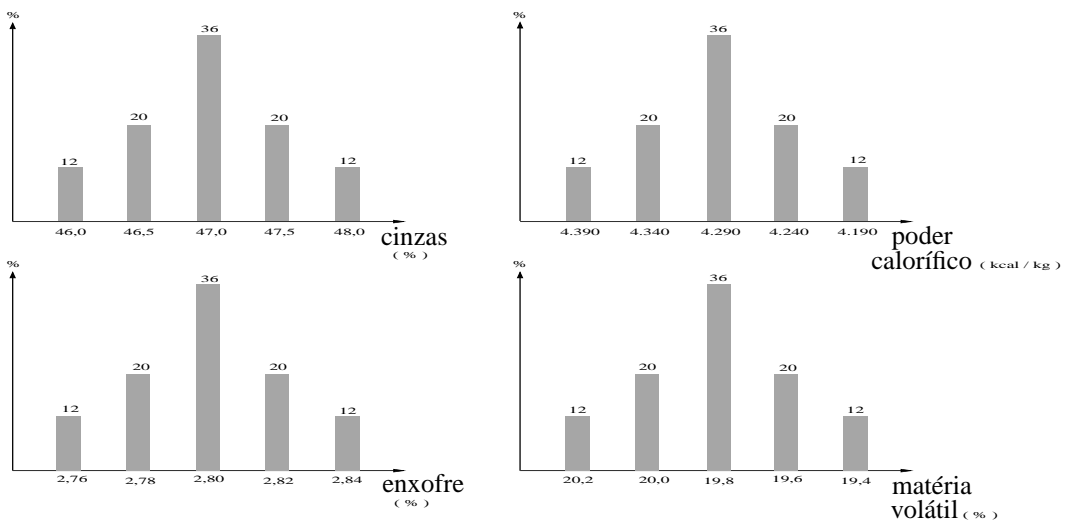


Figura B.10: Histogramas das propriedades do carvão bonito,  $\alpha_{2,1} = 24\%$ .

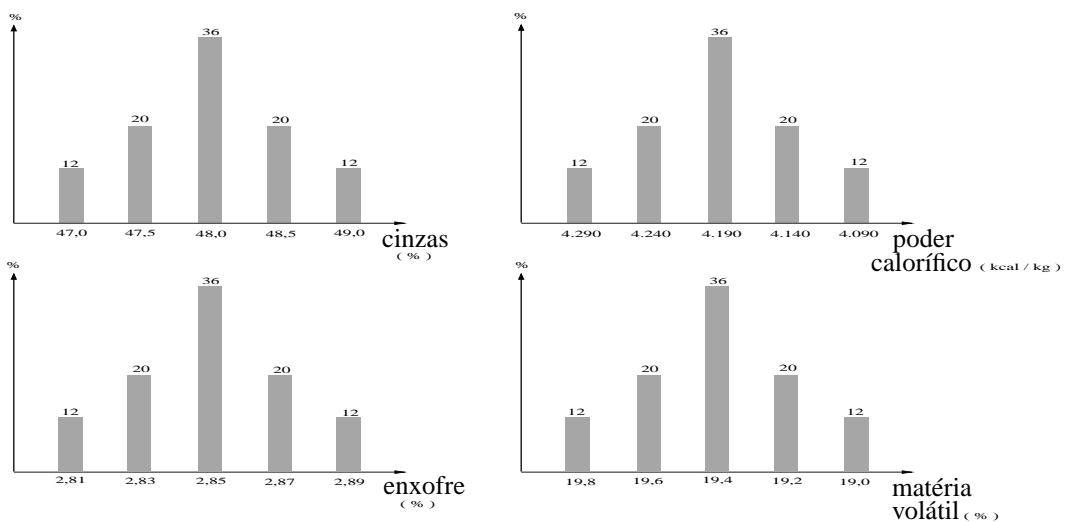


Figura B.11: Histogramas das propriedades do carvão bonito,  $\alpha_{2,3} = 26\%$ .

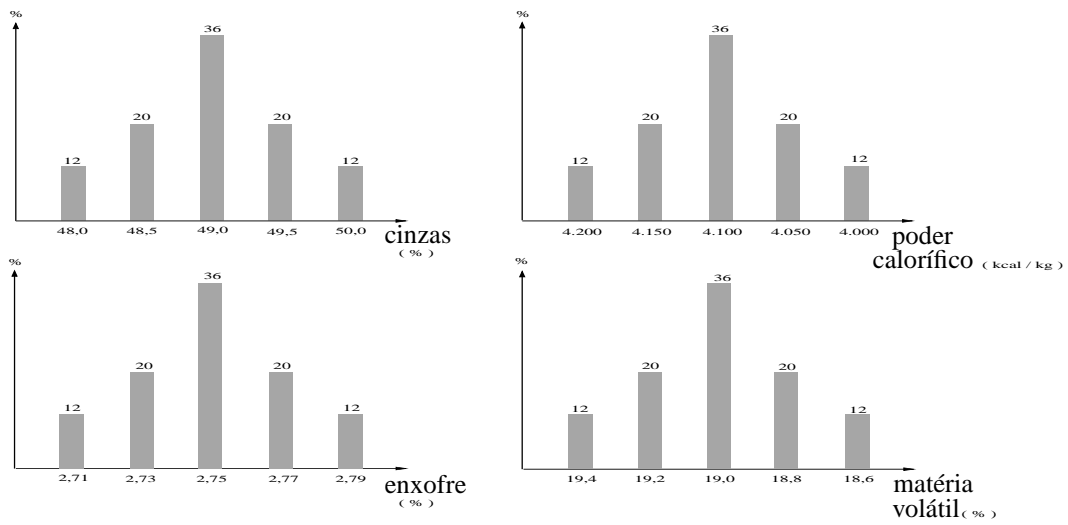


Figura B.12: Histogramas das propriedades do carvão bonito,  $\alpha_{2,5} = 28\%$ .

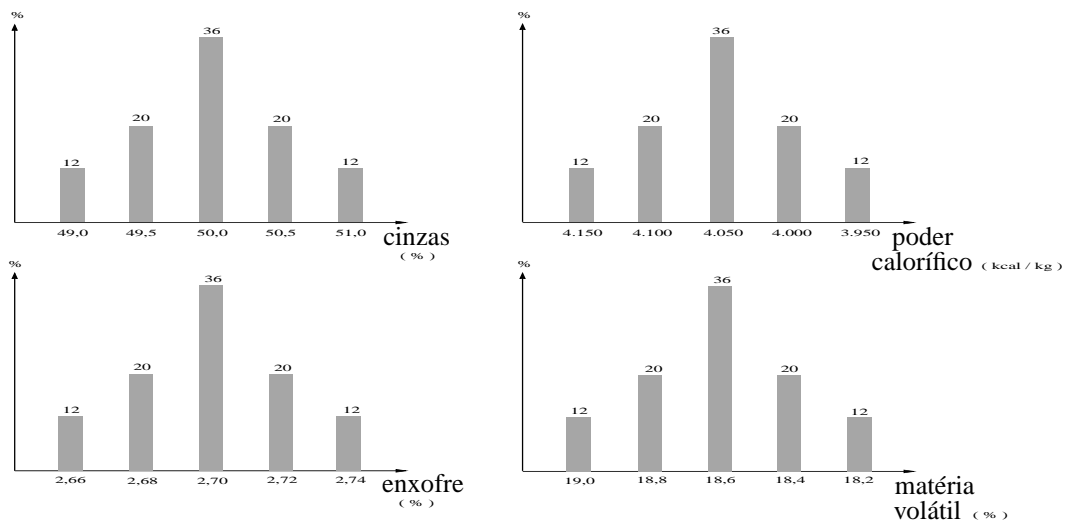


Figura B.13: Histogramas das propriedades do carvão bonito,  $\alpha_{2,7} = 30\%$ .

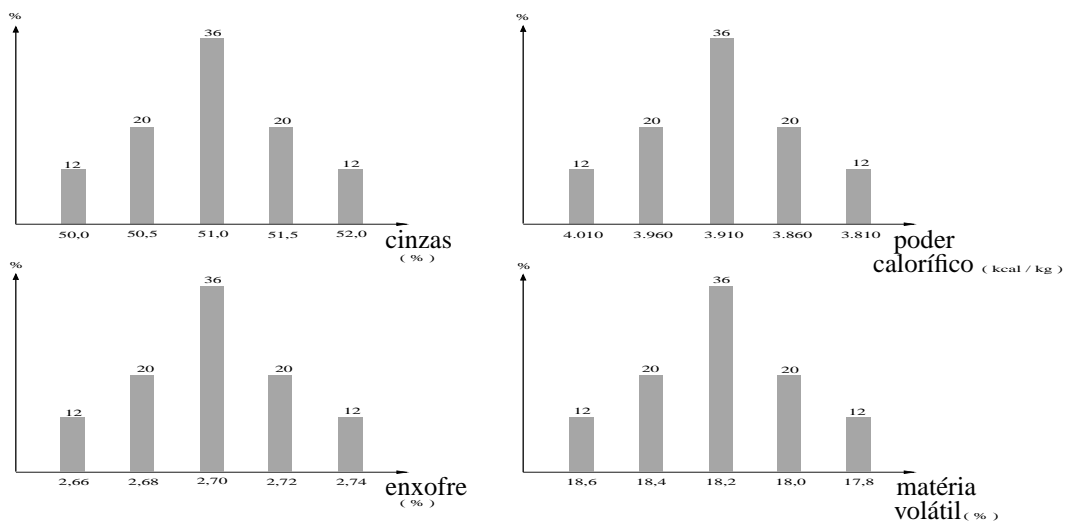


Figura B.14: Histogramas das propriedades do carvão bonito,  $\alpha_{2,9} = 32\%$ .

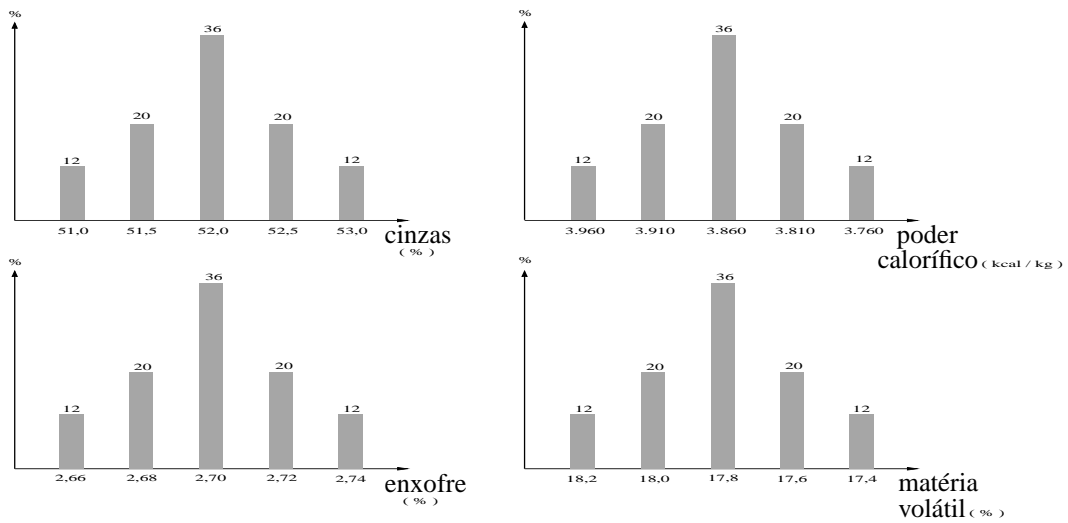


Figura B.15: Histogramas das propriedades do carvão bonito,  $\alpha_{2,11} = 34\%$ .

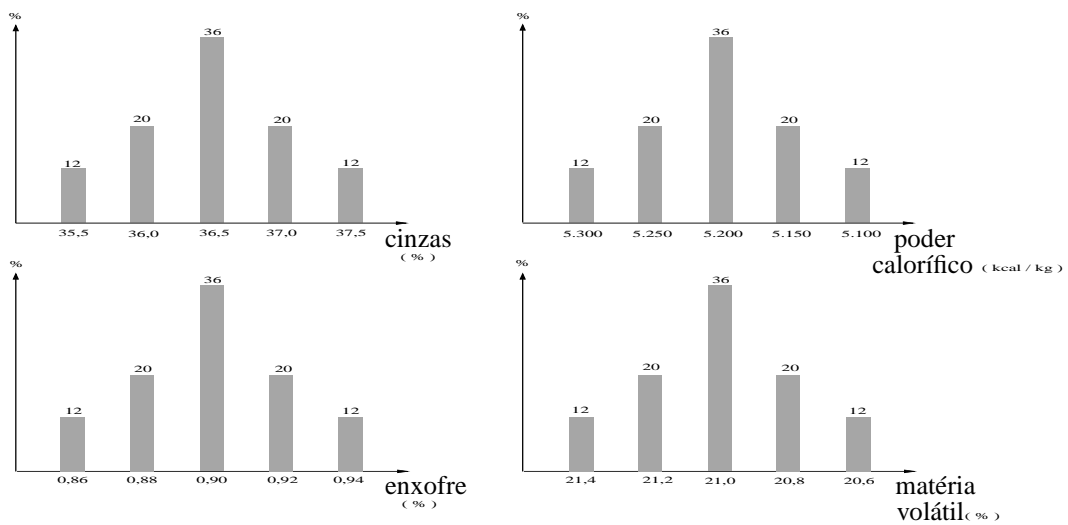


Figura B.16: Histogramas das propriedades do carvão de terceiros tipo 1.

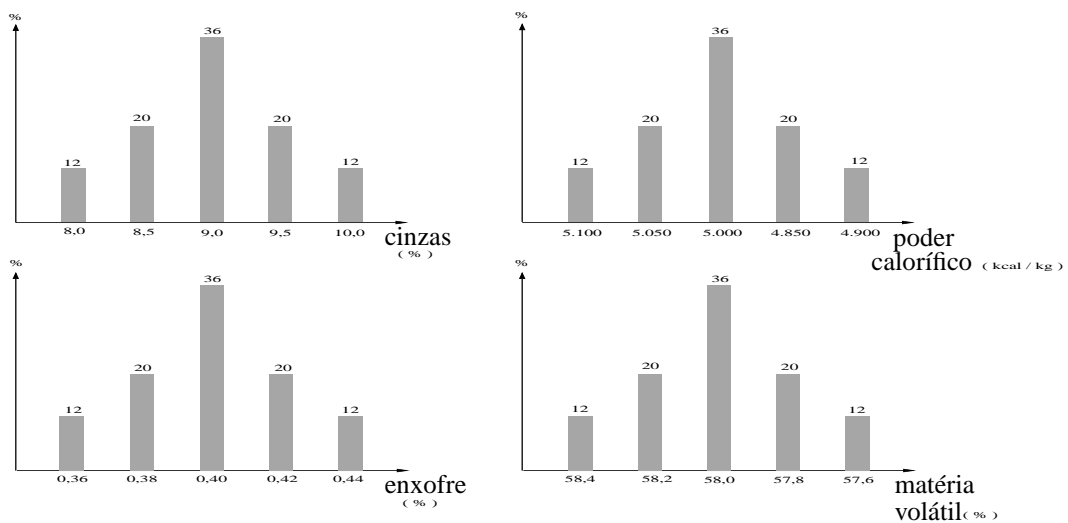


Figura B.17: Histogramas das propriedades do carvão de terceiros tipo 2.

# Apêndice C

## Arquivos do Modelo em AMPL do Planejamento da Produção e Mistura de Carvão Mineral

### Arquivo do Modelo Matemático

```
# Planejamento da Produção e Mistura de Carvão Mineral

set L; # L é o conjunto dos tipos de carvão bruto

param T; # T é o número de intervalos de tempo

param k; # k é o passo de amostragem

param N1; # N1 é o horizonte mínimo de predição

param N2; # N2 é o horizonte máximo de predição

param Nu; # Nu é o horizonte de controle

param x_in {0..T, l in L} >= 0;
# x_in[t,l] é a quantidade em estoque inicial do carvão tipo l

param qx_max {l in L} >= 0;
# qx_max[l] é a quantidade máxima de extração do carvão l

var x {l in L, t in k..(k+N2)} >= 0;
# x[l,t] é a quantidade de carvão l em estoque no início do período t

var qx {l in L, t in k..(k+N2-1)} >= 0; # qx[l,t] é a quantidade
# de carvão tipo l a ser extraída da mina durante o intervalo [t,t+1)

set R; # R é o conjunto dos britadores

param y_in {0..T, l in L, r in R} >= 0; # y_in[t,l,r] é a quantidade
```

```
#inicial de carvão tipo l moído no britador r

param qy_max {r in R} >= 0; # qy_max[r] é a capacidade máxima
# de moagem do britador r

var y {l in L, r in R, t in k..(k+N2)} >= 0; # y[l,r,t] é a quantidade
# disponível de carvão no britador r no início do período t

var qy {l in L, r in R, t in k..(k+N2-1)} >= 0; # qy[l,r,t] é a
# quantidade de carvão a ser moída durante o intervalo t

set H; # H é o conjunto dos lavadores

param z_in {0..T, l in L, h in H} >= 0; # z_in[t,l,h] é a quantidade
# inicial de carvão a ser beneficiado no lavador h

qz_max {h in H} >= 0; # qz_max[h] é a capacidade máxima de transporte
# de carvão l ao lavador h

var z {l in L, h in H, t in k..(k+N2)} >= 0; # z[l,h,t] é a quantidade
# em estoque a ser beneficiado no início do período t

var qz {l in L, r in R, h in H, t in k..(k+N2-1)} >= 0; # qz[l,r,h,t] é
# a quantidade de carvão tipo l a ser transportada do britador r ao
# lavador h durante o período t

set Ah; # Ah é o conjunto de níveis de beneficiamento do lavador h

set B; # B é o conjunto das propriedades do carvão processado

param w_in {0..T, l in L, h in H, a in Ah} >= 0; # w_in[t,l,h,a] é a
# quantidade de carvão tipo l beneficiado no lavador h com nível a

param qw_max {h in H} >= 0; # qw_max[h] é a capacidade de beneficiamento
# do lavador h

var mi {l in L, h in H, a in Ah, t in k..(k+N2)} integer >= 0, <= 1;
# mi[l,h,a,t] beneficiamento de no máximo um tipo de carvão em cada
# lavador por período

var w {l in L, h in H, a in Ah, t in k..(k+N2)} >= 0; # w[l,h,a,t] é
# a quantidade de carvão tipo l disponível em estoque, beneficiado
# com nível a no lavador h no início do período t

var qw {l in L, h in H, a in Ah, t in k..(k+N2-1)} >= 0; # qw[l,h,a,t]
# é a quantidade de carvão tipo l a ser beneficiado no lavador h
# com nível a no início do período t

var qe {l in L, h in H, a in Ah, t in k..(k+N2-1)} >= 0; # qe[l,h,a,t]
# é a quantidade de carvão tipo l, beneficiado em nível a no lavador h,
# a ser misturado no lote do período t
```



```
var qt {h in H, t in k..(k+N2-1)} >= 0; # qt[h,t] é a quantidade
# de rejeito de carvão do lavador h

param bta {l in L, h in H, a in Ah, b in B} >= 0; # bta[l,h,a,b] é o
# valor numérico da propriedade b do carvão tipo l processado no
# lavador h com nível a

param alfa {h in H, a in Ah} >= 0, <= 1; # alfa[h,a] é o percentual
# de recuperação do lavador h com nível de beneficiamento a

set C; # C é o conjunto dos tipos de carvão adquiridos de terceiros
# com propriedades b

param o_in {0..T, c in C} >= 0; # o_in[t,c] é a quantidade em
# estoque inicial do carvão tipo c

param qo_max {c in C} >= 0; # qo_max[c] é a quantidade máxima
# adquirida do carvão tipo c

var o {c in C, t in k..(k+N2)} >= 0; # o[c,t] é a quantidade disponível
# de carvão tipo c no início do período t

var qo {c in C, t in k..(k+N2-1)} >= 0; # qo[c,t] é a quantidade de
# carvão tipo c a ser adquirida durante o intervalo t

var qc {c in C, t in k..(k+N2-1)} >= 0; # qc[c,t] é a quantidade de
# carvão tipo c, a ser misturado no lote do período t

param delta {c in C, b in B} >= 0; # delta[c,b] é o valor numérico da
# propriedade b do carvão tipo c

param gama_max {b in B} >= 0; # gama_max[b] é o valor máximo
# da propriedade b do carvão final

param gama_min {b in B} >= 0; # gama_min[b] é o valor mínimo
# da propriedade b do carvão final

param d {t in 1..T} >; # d[t] é demanda de carvão com propriedades
# definidas no período t

var vp {b in B, t in (k+1)..(k+N2)} >= 0; # vp[b,t] é o valor numérico
# da propriedade b do carvão final entregue no início do período t

param cl {l in L} >= 0; # cl[l] é o custo da extração por tonelada
# do carvão l

param cr {l in L, r in R} >= 0; # cr[l,r] é o custo da moagem de
# carvão tipo l no britador r por tonelada

param ch {l in L, h in H} >= 0; # ch[l,h] é o custo do transporte
```

```

# por tonelada de carvão tipo l até o lavador h

param ca {l in L, h in H, a in Ah} >= 0; # ca[l,h,a] é o custo do
# beneficiamento por tonelada do carvão l no lavador h com nível a

param ce {h in H} >= 0; # ce[h] é o custo do transporte por tonelada
# do carvão beneficiado no lavador h até o local da mistura

param co {c in C} >= 0; # co[c] é o custo de aquisição e transporte
# por tonelada do carvão c

param cc {c in C} >= 0; # cc[c] é o custo do transporte por tonelada
# do carvão c até o local da mistura

param ct {h in H} >= 0; # ct[h] é o custo do transporte por tonelada
# do rejeito do lavador h até o depósito

# Função objetivo

minimize custo: sum{l in L, t in k..(k+Nu)}cl[l]*qx[l,t]
+sum{l in L, r in R, t in k..(k+Nu)}cr[l,r]*qy[l,r,t]
+sum{l in L, r in R, h in H, t in k..(k+Nu)}ch[l,h]*qz[l,r,h,t]
+sum{l in L, h in H, a in Ah, t in k..(k+Nu)}ca[l,h,a]*qw[l,h,a,t]
+sum{l in L, h in H, a in Ah, t in k..(k+Nu)}ce[h]*qe[l,h,a,t]
+sum{c in C, t in k..(k+Nu)}cc[h]*qc[c,t]
+sum{c in C, t in k..(k+Nu)}co[h]*qo[c,t]
+sum{h in H, t in k..(k+Nu)}ct[h]*qt[h,t]

# Restrições

subject to setup_xin {l in L, t in 0..k}: x[l,k] = x_in[k,l];
# Restrição da condição de estoque inicial de carvão bruto

subject to max_qx {l in L, t in k..(k+Nu)}: qx[l,t] <= qx_max[l];
# Restrição da predição de extração máxima

subject to con_fx_qx {l in L, t in (k+1)..(k+N2-Nu-1)}:
qx[l,t+Nu] = qx[l,k+Nu]; # Restrição da atuação terminal da extração
# de carvão bruto

subject to flow_x {l in L, t in k..(k+N2-1)}:
x[l,t+1] = x[l,t] + qx[l,t] - (sum{r in R}qy[l,r,t]);
# Restrição da predição de conservação de fluxo de carvão bruto

subject to qy_x {l in L, t in k..(k+Nu)}:
sum{r in R}qy[l,r,t] <= x[l,t];
# Restrição da predição da quantidade de carvão a ser moído

subject to setup_yin {l in L, r in R, t in 0..k}: y[l,r,k]=y_in[k,l,r];
# Restrição da condição da quantidade inicial de carvão moído

```

```
subject to max_qy {r in R, t in k..(k+Nu)}:
sum{l in L}qy[l,r,t] <= qy_max[r]; # Restrição da previsão
# de moagem máxima de carvão nos britadores

subject to con_fx_qy {l in L, r in R, t in (k+1)..(k+N2-Nu-1)}:
qy[l,r,t+Nu] = qy[l,r,k+Nu]; # Restrição da atuação terminal de
# carvão a ser moído

subject to flow_y {l in L, r in R, t in k..(k+N2-1)}:
y[l,r,t+1] = y[l,r,t] + qy[l,r,t] - (sum{h in H}qz[l,r,h,t]);
# Restrição da previsão de conservação de fluxo de carvão moído

subject to max_qz {l in L, r in R, t in k..(k+Nu)}:
sum{h in H}qz[l,r,h,t] <= y[l,r,t];
# Restrição da previsão de carvão a ser transportado

subject to setup_zin {l in L, h in H, t in 0..k}:
z[l,h,k] = z_in[k,l,h]; # Restrição da condição da
# quantidade inicial para beneficiamento

subject to max_qzh {h in H, t in k..(k+Nu)}:
sum{l in L, r in R}qz[l,r,h,t] <= qz_max[h];
# Restrição da previsão de transporte máximo de carvão aos lavadores

subject to con_fx_qz {l in L, r in R, h in H, t in (k+1)..(k+N2-Nu-1)}:
qz[l,r,h,t+Nu] = qz[l,r,h,k+Nu]; # Restrição da atuação terminal do
# carvão moído a ser transportado

subject to flow_z {l in L, h in H, t in k..(k+N2-1)}:
z[l,h,t+1] = z[l,h,t] + (sum{r in R}qz[l,r,h,t]) -
(sum{a in Ah}qw[l,h,a,t]); # Restrição da previsão de conservação
# de fluxo de carvão armazenado nos lavadores

subject to max_a {l in L, r in R, t in k..(k+Nu)}:
sum{a in Ah}qw[l,h,a,t] <= z[l,h,t];
# Restrição da previsão do carvão a ser beneficiado por período

subject to setup_w {l in L, h in H, a in Ah, t in 0..k}:
w[l,h,a,k] = w_in[k,l,h,a]; # Restrição da condição da quantidade
# inicial de carvão beneficiado

subject to mi_int {h in H, t in k..(k+Nu)}:
sum{l in L, a in Ah}mi[l,h,a,t] <= 1;
# Restrição de beneficiamento de no máximo um tipo de carvão
# e nível de beneficiamento por período

subject to con_fx_mi {l in L, h in H, a in Ah, t in (k+1)..(k+N2-Nu-1)}:
mi[l,h,a,t+Nu] = mi[l,h,a,k+Nu]; # Restrição da atuação terminal de
# beneficiamento de no máximo um tipo de carvão e nível de
# beneficiamento por período
```

```
subject to max_qw {l in L, h in H, a in Ah, t in k..(k+Nu)}:
qw[l,h,a,t] <= qw_max[h]*mi[l,h,a,t];
# Restrição de beneficiamento de no máximo um tipo de carvão
# e nível de beneficiamento por período

subject to con_fx_qw {l in L, h in H, a in Ah, t in (k+1)..(k+N2-Nu-1)}:
qw[l,h,a,t+Nu] = qw[l,h,a,k+Nu];
# Restrição da atuação terminal do carvão armazenado a ser beneficiado

subject to flow_w {l in L, h in H, a in Ah, t in k..(k+N2-1)}:
w[l,h,a,t+1] = w[l,h,a,t] + qw[l,h,a,t]*alfa[h,a] - qe[l,h,a,t];
# Restrição da predição de conservação de fluxo de carvão beneficiado

subject to max_qe {l in L, h in H, a in Ah, t in k..(k+Nu)}:
qe[l,h,a,t] <= w[l,h,a,t];
# Restrição da predição do carvão beneficiado a ser misturado

subject to con_fx_qe {l in L, h in H, a in Ah, t in (k+1)..(k+N2-Nu-1)}:
qe[l,h,a,t+Nu] = qe[l,h,a,k+Nu];
# Restrição da atuação terminal do carvão beneficiado a ser beneficiado

subject to max_qt {h in H, t in k..(k+Nu)}:
qt[h,t] = (sum{l in L}qw[l,h,a,t])*(1-alfa[h,a]);
# Restrição da predição da quantidade de rejeito do lavador ao depósito

subject to con_fx_qt {l in L, h in H, a in Ah, t in (k+1)..(k+N2-Nu-1)}:
qt[l,h,a,t+Nu] = qt[l,h,a,k+Nu]; # Restrição da atuação terminal da
# quantidade de rejeito do lavador ao depósito

subject to setup_o {c in C, t in 0..k}: o[c,k] = o_in[k,c];
# # Restrição da condição da quantidade inicial de carvão de terceiros

subject to max_qo {c in C, t in k..(k+Nu)}:qo[c,t] <= qo_max[c];
# Restrição da predição da aquisição máxima de carvão de terceiros

subject to con_fx_qo {c in C, t in (k+1)..(k+N2-Nu-1)}:
qo[c,t+Nu] = qo[c,k+Nu];# Restrição da atuação terminal da
# aquisição de carvão de terceiros

subject to flow_c {c in C, t in k..(k+N2-1)}:
o[c,t+1] = o[c,t] + qo[c,t] - qc[c,t]; # Restrição da predição de
# conservação de fluxo de carvão de terceiros

subject to max_qc {c in C, t in k..(k+Nu)}:
qc[c,t] <= o[c,t]; # Restrição da predição da quantidade de
# carvão de terceiros a ser misturada

subject to con_fx_qc {c in C, t in (k+1)..(k+N2-Nu-1)}:
qc[c,t+Nu] = qc[c,k+Nu];# Restrição da atuação terminal da
# aquisição de carvão de terceiros a ser misturado
```

```

subject to d_final {t in k..(k+N2-1)}:
d[t+1] = (sum{l in L, h in H, a in Ah}qe[l,h,a,t])+sum{c in C}qc[c,t];
# Restrição da predição da demanda de carvão final

subject to pro_b {b in B, t in k..(k+N2-1)}:
vp[b,t+1] = (sum{l in L, h in H, a in Ah}qe[l,h,a,t])*bta[l,h,a,b] +
sum{c in C}qc[c,t] * delta[c,b])/d[t+1];
# Restrição da predição do valor da propriedade b do carvão final

subject to min_b {b in B, t in (k+1)..(k+N2)}: vp[b,t] >= gama_min[b];
# Restrição predição dos limites mínimo para as propriedades do carvão

subject to max_b {b in B, t in (k+1)..(k+N2)}: vp[b,t] <= gama_max[b];
# Restrição predição dos limite máximo para as propriedades do carvão

```

### Arquivo de Dados

```

# Planejamento da Produção e Mistura de Carvão Mineral

set L := 1 2; # 1=carvão barro branco, 2=carvão bonito

param T := 20;

param k := 0; # k=0,...,4

param N1 := 1;

param N2 := 15;

param Nu := 14;

param x_in:      1      2:= # x_in[t,1]
      0      300    400
      1      0      0
      2      0      0
      3      0      0
      4      0      0
      5      0      0
      6      0      0
      7      0      0
      8      0      0
      9      0      0
     10      0      0
     11      0      0
     12      0      0
     13      0      0
     14      0      0
     15      0      0
     16      0      0

```

```

17      0      0
18      0      0
19      0      0
20      0      0;

```

```

param:  qx_max := # qx_max[l]

```

```

1      2100
2      1606;

```

```

set R := 1 2; # 1=britador da mina Novo Hor., 2=britador da mina Bonito

```

```

param y_in :          1      2:= # y_in[t,l,r]

```

```

0      1      500      0
0      2      0      400
1      1      0      0
1      2      0      0
2      1      0      0
2      2      0      0
3      1      0      0
3      2      0      0
4      1      0      0
4      2      0      0
5      1      0      0
5      2      0      0
6      1      0      0
6      2      0      0
7      1      0      0
7      2      0      0
8      1      0      0
8      2      0      0
9      1      0      0
9      2      0      0
10     1      0      0
10     2      0      0
11     1      0      0
11     2      0      0
12     1      0      0
12     2      0      0
13     1      0      0
13     2      0      0
14     1      0      0
14     2      0      0
15     1      0      0
15     2      0      0
16     1      0      0
16     2      0      0
17     1      0      0
17     2      0      0
18     1      0      0
18     2      0      0
19     1      0      0

```

```

19      2      0      0
20      1      0      0
20      2      0      0;

```

```

param:  qy_max := # qy_max[r]
1          2770
2          2158;

```

```

set H := 1 2; # 1=lavador da mina Novo Hor., 2=lavador da mina bonito

```

```

param z_in :           1      2:= # z_in[t,l,h]
0          1      300    0
0          2          0    200
1          1          0    0
1          2          0    0
2          1          0    0
2          2          0    0
3          1          0    0
3          2          0    0
4          1          0    0
4          2          0    0
5          1          0    0
5          2          0    0
6          1          0    0
6          2          0    0
7          1          0    0
7          2          0    0
8          1          0    0
8          2          0    0
9          1          0    0
9          2          0    0
10         1          0    0
10         2          0    0
11         1          0    0
11         2          0    0
12         1          0    0
12         2          0    0
13         1          0    0
13         2          0    0
14         1          0    0
14         2          0    0
15         1          0    0
15         2          0    0
16         1          0    0
16         2          0    0
17         1          0    0
17         2          0    0
18         1          0    0
18         2          0    0
19         1          0    0
19         2          0    0

```

```

20      1      0      0
20      2      0      0;
param:  qz_max := # qz_max[h]
1      2850
2      2056;

set Ah := 1 2 3 4 5 6 7 8 9 10 11 12 13 14 15 16;

set B := 1 2 3 4 5 6 7; # 1=umidade total 2=cinzas, 3=enxofre 4=poder
# calorífico, 5=matéria volátil, 6=percen. finos, 7=percen. grossos

param w_in: 1 2 3 4 5 6 7 8 9 10 11 12 13 14 15 16 :=
# w_in[t,l,h,a]
0 1 1 0 200 0 0 0 0 0 0 300 0 0 100 0 0 0 0 :=
0 1 2 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 :=
0 2 1 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 :=
0 2 2 100 0 0 0 250 0 0 0 0 0 300 0 0 0 0 :=
1 1 1 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 :=
1 1 2 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 :=
1 2 1 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 :=
1 2 2 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 :=
2 1 1 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 :=
2 1 2 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 :=
2 2 1 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 :=
2 2 2 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 :=
3 1 1 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 :=
3 1 2 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 :=
3 2 1 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 :=
3 2 2 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 :=
4 1 1 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 :=
4 1 2 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 :=
4 2 1 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 :=
4 2 2 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 :=
5 1 1 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 :=
5 1 2 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 :=
5 2 1 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 :=
5 2 2 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 :=
6 1 1 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 :=
6 1 2 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 :=
6 2 1 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 :=
6 2 2 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 :=
7 1 1 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 :=
7 1 2 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 :=
7 2 1 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 :=
7 2 2 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 :=
8 1 1 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 :=
8 1 2 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 :=
8 2 1 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 :=
8 2 2 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 :=
9 1 1 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 :=
9 1 2 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 :=

```





```
param: bta := # bta[l,h,a,b]
1      1      1      1      0.0
1      1      1      2      0.0
1      1      1      3      0.0
1      1      1      4      0.0
1      1      1      5      0.0
1      1      1      6      0.0
1      1      1      7      0.0
1      1      2      1      6.0
1      1      2      2      34.0
1      1      2      3      2.38
1      1      2      4      5550
1      1      2      5      27.8
1      1      2      6      1.0
1      1      2      7      6.0
1      1      3      1      0.0
1      1      3      2      0.0
1      1      3      3      0.0
1      1      3      4      0.0
1      1      3      5      0.0
1      1      3      6      0.0
1      1      3      7      0.0
1      1      4      1      0.0
1      1      4      2      0.0
1      1      4      3      0.0
1      1      4      4      0.0
1      1      4      5      0.0
1      1      4      6      0.0
1      1      4      7      0.0
1      1      5      1      0.0
1      1      5      2      0.0
1      1      5      3      0.0
1      1      5      4      0.0
1      1      5      5      0.0
1      1      5      6      0.0
1      1      5      7      0.0
1      1      6      1      6.0
1      1      6      2      36.0
1      1      6      3      2.32
1      1      6      4      5300
1      1      6      5      27.2
1      1      6      6      1.0
1      1      6      7      6.0
1      1      7      1      0.0
1      1      7      2      0.0
1      1      7      3      0.0
1      1      7      4      0.0
1      1      7      5      0.0
1      1      7      6      0.0
1      1      7      7      0.0
```

---

1	1	8	1	0.0
1	1	8	2	0.0
1	1	8	3	0.0
1	1	8	4	0.0
1	1	8	5	0.0
1	1	8	6	0.0
1	1	8	7	0.0
1	1	9	1	6.0
1	1	9	2	38.0
1	1	9	3	2.38
1	1	9	4	5100
1	1	9	5	26.4
1	1	9	6	1.0
1	1	9	7	6.0
1	1	10	1	0.0
1	1	10	2	0.0
1	1	10	3	0.0
1	1	10	4	0.0
1	1	10	5	0.0
1	1	10	6	0.0
1	1	10	7	0.0
1	1	11	1	0.0
1	1	11	2	0.0
1	1	11	3	0.0
1	1	11	4	0.0
1	1	11	5	0.0
1	1	11	6	0.0
1	1	11	7	0.0
1	1	12	1	6.0
1	1	12	2	40.0
1	1	12	3	2.42
1	1	12	4	4920
1	1	12	5	25.8
1	1	12	6	1.0
1	1	12	7	6.0
1	1	13	1	0.0
1	1	13	2	0.0
1	1	13	3	0.0
1	1	13	4	0.0
1	1	13	5	0.0
1	1	13	6	0.0
1	1	13	7	0.0
1	1	14	1	6.0
1	1	14	2	42.0
1	1	14	3	2.30
1	1	14	4	4740
1	1	14	5	25.1
1	1	14	6	1.0
1	1	14	7	6.0
1	1	15	1	0.0
1	1	15	2	0.0

---

1	1	15	3	0.0
1	1	15	4	0.0
1	1	15	5	0.0
1	1	15	6	0.0
1	1	15	7	0.0
1	1	16	1	6.0
1	1	16	2	44.0
1	1	16	3	2.35
1	1	16	4	4540
1	1	16	5	24.4
1	1	16	6	1.0
1	1	16	7	6.0
1	2	1	1	0.0
1	2	1	2	0.0
1	2	1	3	0.0
1	2	1	4	0.0
1	2	1	5	0.0
1	2	1	6	0.0
1	2	1	7	0.0
1	2	2	1	6.0
1	2	2	2	34.0
1	2	2	3	2.38
1	2	2	4	5550
1	2	2	5	27.8
1	2	2	6	1.0
1	2	2	7	6.0
1	2	3	1	0.0
1	2	3	2	0.0
1	2	3	3	0.0
1	2	3	4	0.0
1	2	3	5	0.0
1	2	3	6	0.0
1	2	3	7	0.0
1	2	4	1	0.0
1	2	4	2	0.0
1	2	4	3	0.0
1	2	4	4	0.0
1	2	4	5	0.0
1	2	4	6	0.0
1	2	4	7	0.0
1	2	5	1	0.0
1	2	5	2	0.0
1	2	5	3	0.0
1	2	5	4	0.0
1	2	5	5	0.0
1	2	5	6	0.0
1	2	5	7	0.0
1	2	6	1	6.0
1	2	6	2	36.0
1	2	6	3	2.32
1	2	6	4	5300

1	2	6	5	27.2
1	2	6	6	1.0
1	2	6	7	6.0
1	2	7	1	0.0
1	2	7	2	0.0
1	2	7	3	0.0
1	2	7	4	0.0
1	2	7	5	0.0
1	2	7	6	0.0
1	2	7	7	0.0
1	2	8	1	0.0
1	2	8	2	0.0
1	2	8	3	0.0
1	2	8	4	0.0
1	2	8	5	0.0
1	2	8	6	0.0
1	2	8	7	0.0
1	2	9	1	6.0
1	2	9	2	38.0
1	2	9	3	2.38
1	2	9	4	5100
1	2	9	5	26.4
1	2	9	6	1.0
1	2	9	7	6.0
1	2	10	1	0.0
1	2	10	2	0.0
1	2	10	3	0.0
1	2	10	4	0.0
1	2	10	5	0.0
1	2	10	6	0.0
1	2	10	7	0.0
1	2	11	1	0.0
1	2	11	2	0.0
1	2	11	3	0.0
1	2	11	4	0.0
1	2	11	5	0.0
1	2	11	6	0.0
1	2	11	7	0.0
1	2	12	1	6.0
1	2	12	2	40.0
1	2	12	3	2.42
1	2	12	4	4920
1	2	12	5	25.8
1	2	12	6	1.0
1	2	12	7	6.0
1	2	13	1	0.0
1	2	13	2	0.0
1	2	13	3	0.0
1	2	13	4	0.0
1	2	13	5	0.0
1	2	13	6	0.0

---

1	2	13	7	0.0
1	2	14	1	6.0
1	2	14	2	42.0
1	2	14	3	2.30
1	2	14	4	4740
1	2	14	5	25.1
1	2	14	6	1.0
1	2	14	7	6.0
1	2	15	1	0.0
1	2	15	2	0.0
1	2	15	3	0.0
1	2	15	4	0.0
1	2	15	5	0.0
1	2	15	6	0.0
1	2	15	7	0.0
1	2	16	1	6.0
1	2	16	2	44.0
1	2	16	3	2.35
1	2	16	4	4540
1	2	16	5	24.4
1	2	16	6	1.0
1	2	16	7	6.0
2	1	1	1	6.0
2	1	1	2	47.0
2	1	1	3	2.80
2	1	1	4	4290
2	1	1	5	19.8
2	1	1	6	6.5
2	1	1	7	11.0
2	1	2	1	0.0
2	1	2	2	0.0
2	1	2	3	0.0
2	1	2	4	0.0
2	1	2	5	0.0
2	1	2	6	0.0
2	1	2	7	0.0
2	1	3	1	6.0
2	1	3	2	48.0
2	1	3	3	2.85
2	1	3	4	4190
2	1	3	5	19.4
2	1	3	6	6.5
2	1	3	7	11.0
2	1	4	1	0.0
2	1	4	2	0.0
2	1	4	3	0.0
2	1	4	4	0.0
2	1	4	5	0.0
2	1	4	6	0.0
2	1	4	7	0.0
2	1	5	1	6.0

---

2	1	5	2	49.0
2	1	5	3	2.75
2	1	5	4	4100
2	1	5	5	19.0
2	1	5	6	6.5
2	1	5	7	11.0
2	1	6	1	0.0
2	1	6	2	0.0
2	1	6	3	0.0
2	1	6	4	0.0
2	1	6	5	0.0
2	1	6	6	0.0
2	1	6	7	0.0
2	1	7	1	6.0
2	1	7	2	50.0
2	1	7	3	2.70
2	1	7	4	4050
2	1	7	5	18.6
2	1	7	6	6.5
2	1	7	7	11.0
2	1	8	1	0.0
2	1	8	2	0.0
2	1	8	3	0.0
2	1	8	4	0.0
2	1	8	5	0.0
2	1	8	6	0.0
2	1	8	7	0.0
2	1	9	1	6.0
2	1	9	2	51.0
2	1	9	3	2.70
2	1	9	4	3910
2	1	9	5	18.2
2	1	9	6	6.5
2	1	9	7	11.0
2	1	10	1	0.0
2	1	10	2	0.0
2	1	10	3	0.0
2	1	10	4	0.0
2	1	10	5	0.0
2	1	10	6	0.0
2	1	10	7	0.0
2	1	11	1	6.0
2	1	11	2	52.0
2	1	11	3	2.70
2	1	11	4	3860
2	1	11	5	17.8
2	1	11	6	6.5
2	1	11	7	11.0
2	1	12	1	0.0
2	1	12	2	0.0
2	1	12	3	0.0

2	1	12	4	0.0
2	1	12	5	0.0
2	1	12	6	0.0
2	1	12	7	0.0
2	1	13	1	0.0
2	1	13	2	0.0
2	1	13	3	0.0
2	1	13	4	0.0
2	1	13	5	0.0
2	1	13	6	0.0
2	1	13	7	0.0
2	1	14	1	0.0
2	1	14	2	0.0
2	1	14	3	0.0
2	1	14	4	0.0
2	1	14	5	0.0
2	1	14	6	0.0
2	1	14	7	0.0
2	1	15	1	0.0
2	1	15	2	0.0
2	1	15	3	0.0
2	1	15	4	0.0
2	1	15	5	0.0
2	1	15	6	0.0
2	1	15	7	0.0
2	1	16	1	0.0
2	1	16	2	0.0
2	1	16	3	0.0
2	1	16	4	0.0
2	1	16	5	0.0
2	1	16	6	0.0
2	1	16	7	0.0
2	2	1	1	6.0
2	2	1	2	47.0
2	2	1	3	2.80
2	2	1	4	4290
2	2	1	5	19.8
2	2	1	6	6.5
2	2	1	7	11.0
2	2	2	1	0.0
2	2	2	2	0.0
2	2	2	3	0.0
2	2	2	4	0.0
2	2	2	5	0.0
2	2	2	6	0.0
2	2	2	7	0.0
2	2	3	1	6.0
2	2	3	2	48.0
2	2	3	3	2.85
2	2	3	4	4190
2	2	3	5	19.4



---

2	2	3	6	6.5
2	2	3	7	11.0
2	2	4	1	0.0
2	2	4	2	0.0
2	2	4	3	0.0
2	2	4	4	0.0
2	2	4	5	0.0
2	2	4	6	0.0
2	2	4	7	0.0
2	2	5	1	6.0
2	2	5	2	49.0
2	2	5	3	2.75
2	2	5	4	4100
2	2	5	5	19.0
2	2	5	6	6.5
2	2	5	7	11.0
2	2	6	1	0.0
2	2	6	2	0.0
2	2	6	3	0.0
2	2	6	4	0.0
2	2	6	5	0.0
2	2	6	6	0.0
2	2	6	7	0.0
2	2	7	1	6.0
2	2	7	2	50.0
2	2	7	3	2.70
2	2	7	4	4050
2	2	7	5	18.6
2	2	7	6	6.5
2	2	7	7	11.0
2	2	8	1	0.0
2	2	8	2	0.0
2	2	8	3	0.0
2	2	8	4	0.0
2	2	8	5	0.0
2	2	8	6	0.0
2	2	8	7	0.0
2	2	9	1	6.0
2	2	9	2	51.0
2	2	9	3	2.70
2	2	9	4	3910
2	2	9	5	18.2
2	2	9	6	6.5
2	2	9	7	11.0
2	2	10	1	0.0
2	2	10	2	0.0
2	2	10	3	0.0
2	2	10	4	0.0
2	2	10	5	0.0
2	2	10	6	0.0
2	2	10	7	0.0

2	2	11	1	6.0
2	2	11	2	52.0
2	2	11	3	2.70
2	2	11	4	3860
2	2	11	5	17.8
2	1	11	6	6.5
2	2	11	7	11.0
2	2	12	1	0.0
2	2	12	2	0.0
2	2	12	3	0.0
2	2	12	4	0.0
2	2	12	5	0.0
2	2	12	6	0.0
2	2	12	7	0.0
2	2	13	1	0.0
2	2	13	2	0.0
2	2	13	3	0.0
2	2	13	4	0.0
2	2	13	5	0.0
2	2	13	6	0.0
2	2	13	7	0.0
2	2	14	1	0.0
2	2	14	2	0.0
2	2	14	3	0.0
2	2	14	4	0.0
2	2	14	5	0.0
2	2	14	6	0.0
2	2	14	7	0.0
2	2	15	1	0.0
2	2	15	2	0.0
2	2	15	3	0.0
2	2	15	4	0.0
2	2	15	5	0.0
2	2	15	6	0.0
2	2	15	7	0.0
2	2	16	1	0.0
2	2	16	2	0.0
2	2	16	3	0.0
2	2	16	4	0.0
2	2	16	5	0.0
2	2	16	6	0.0
2	2	16	7	0.0

param: alfa := # alfa[h,a]

1	1	0.24
1	2	0.25
1	3	0.26
1	4	0.27
1	5	0.28
1	6	0.29
1	7	0.30

1	8	0.31
1	9	0.32
1	10	0.33
1	11	0.34
1	12	0.35
1	13	0.36
1	14	0.37
1	15	0.38
1	16	0.39
2	1	0.24
2	2	0.25
2	3	0.26
2	4	0.27
2	5	0.28
2	6	0.29
2	7	0.30
2	8	0.31
2	9	0.32
2	10	0.33
2	11	0.34
2	12	0.35
2	13	0.36
2	14	0.37
2	15	0.38
2	16	0.39

set C := 1 2; # 1=carvão de terceiro tipo 1, 2=carvão de terceiro tipo 2

```

param o_in:      1      2:= # o_in[t,c]
0                70    40
1                0     0
2                0     0
3                0     0
4                0     0
5                0     0
6                0     0
7                0     0
8                0     0
9                0     0
10               0     0
11               0     0
12               0     0
13               0     0
14               0     0
15               0     0
16               0     0
17               0     0
18               0     0
19               0     0
20               0     0;

```

```
param: qo_max := # qo_max[c]
1      100
2      70;
```

```
param: delta := # delta[c,b]
1      1      6.00
1      2      36.5
1      3      0.90
1      4      5200
1      5      21.0
1      6      10.0
1      7      5.00
2      1      40
2      2      9.0
2      3      0.4
2      4      5000
2      5      58.0
2      6      65.0
2      7      0.5;
```

```
param: gama_max := # gama_max[b]
1      10
2      43
3      2.3
4      20000
5      100
6      10
7      10;
```

```
param: gama_min := # gama_min[b]
1      0
2      39.5
3      1.7
4      4500
5      20
6      0
7      0;
```

```
param: d := # d[t]
1      100
2      100
3      100
4      100
5      1000
6      1000
7      1000
8      1000
9      1000
10     1000
```

```

11          1000
12          1000
13          1000
14          1000
15          1000
16          1000
17          1000
18          1000
19          1000
20          1000;

param:  cl := # cl[l]
1          13.00
2          11.50;

param:  cr := # cr[l,r]
1          1          0.23
1          2          3.40
2          1          3.23
2          2          0.40;

param:  ch := # ch[l,h]
1          1          0.10
1          2          3.00
2          1          3.00
2          2          0.15;

param:  ca := # ca[l,h,a]
1          1          1          2.14
1          1          2          2.14
1          1          3          2.14
1          1          4          2.14
1          1          5          2.14
1          1          6          2.14
1          1          7          2.14
1          1          8          2.14
1          1          9          2.14
1          1          10         2.14
1          1          11         2.14
1          1          12         2.14
1          1          13         2.14
1          1          14         2.14
1          1          15         2.14
1          1          16         2.14
1          2          1          4.17
1          2          2          4.17
1          2          3          4.17
1          2          4          4.17
1          2          5          4.17
1          2          6          4.17
1          2          7          4.17

```

1	2	8	4.17
1	2	9	4.17
1	2	10	4.17
1	2	11	4.17
1	2	12	4.17
1	2	13	4.17
1	2	14	4.17
1	2	15	4.17
1	2	16	4.17
2	1	1	5.14
2	1	2	5.14
2	1	3	5.14
2	1	4	5.14
2	1	5	5.14
2	1	6	5.14
2	1	7	5.14
2	1	8	5.14
2	1	9	5.14
2	1	10	5.14
2	1	11	5.14
2	1	12	5.14
2	1	13	5.14
2	1	14	5.14
2	1	15	5.14
2	1	16	5.14
2	2	1	1.17
2	2	2	1.17
2	2	3	1.17
2	2	4	1.17
2	2	5	1.17
2	2	6	1.17
2	2	7	1.17
2	2	8	1.17
2	2	9	1.17
2	2	10	1.17
2	2	11	1.17
2	2	12	1.17
2	2	13	1.17
2	2	14	1.17
2	2	15	1.17
2	2	16	1.17;

```
param: ce := # ce[h]
1      3.51
2      1.55;
```

```
param: co := # co[c]
1      65.0
2      48.0;
```

```
param: cc := # cc[c]
```

```
1          0.61
2          0.61;

param:  ct := # ct[h]
1          0.56
2          0.38;
```

### Arquivo de Comandos

```
# Planejamento da Produção e Mistura de Carvão Mineral

solve;

display k;
display custo;

display qx;
display x;

display qy;
display y;

display qz;
display z;

display qw;
display w;

display qe;
display qt;

display qo;
display o;
display qc;

display vp;

display mi;
```

# Referências Bibliográficas

- [1] *Carbonífera Belluno Ltda.* <http://www.cbelluno.com.br>. Material extraído da internet em agosto de 2005.
- [2] *Comissão de Estudos de Problemas Ambientais da USP.* <http://www.cepa.usp.br>. Material extraído da internet em abril de 2005.
- [3] *Companhia de Pesquisa Mineral.* <http://www.cprm.gov.br>. Material extraído da internet em março de 2005.
- [4] *Departamento Nacional de Produção Mineral.* <http://www.dnpm.gov.br>. Material extraído da internet em março de 2005.
- [5] *Ministério da Ciência e Tecnologia.* <http://www.mct.gov.br>. Material extraído da internet em abril de 2005.
- [6] *Carbonífera Metropolitana S/A.* <http://www.carboniferametropolitana.com.br>. Material extraído da internet em agosto de 2005.
- [7] *Neos Server.* <http://www-neos.mcs.anl.gov>. Material extraído da internet em julho de 2005.
- [8] *Sindicato das Indústrias de Extração de Carvão do Estado de Santa Catarina.* <http://www.siecesc.com.br>. Material extraído da internet em abril de 2005.
- [9] *Tractebel Energia.* <http://www.tractebelenergia.com.br>. Material extraído da internet em julho de 2005.
- [10] *World Coal Institute.* <http://www.wci-coal.com>. Material extraído da internet em junho de 2005.
- [11] E. Aart and J. Korst. *Simulated Annealing and Boltzmann Machine*. Wiley, 1989.
- [12] M. Agarwal. A systematic classification of neural-network-based control. *IEEE Control Systems Magazine*, 17(2):75–93, April 1997.
- [13] M. S. Bazaraa, H. D. Sherali, and C. M. Shetty. *Nonlinear Programming Theory and Algorithms*. John Wiley, 1993.
- [14] J. J. Bernardo and E. Gillenwater. Sequencing rules for productivity improvements in underground coal mining. *Decision Sciences*, August 1991.
- [15] D. P. Bertsekas. *Dynamic Programming and Optimal Control*, volume I. Athena Scientific, 1995.
- [16] R. F. Borba. Balanço mineral brasileiro 2001. Technical report, DNPM-RS, 2001.
- [17] E. F. Camacho and C. Bordóns. *Model Predictive Control*. Springer Verlag, 1999.



- [18] R. E. Campelo and N. Maculan. *Algoritmos e Heurísticas*. EDUFF, 1994.
- [19] A. Carniato and E. Camponogara. Planejamento da produção e mistura de carvão mineral: Modelagem matemática e estudo de caso. In *I Congresso Brasileiro de Eficiência Energética*, volume 1, Belo Horizonte, setembro 2005.
- [20] M. H. Carvalho, M. R. Ceroli, R. Dehab, P. Feofiloff, C. G. Fernandes, C. E. Ferreira, K. S. Guimarães, F. K. Miyazawa, J. C. Pina Jr., J. Soares, and Y. Wakabayashi. *Uma introdução sucinta a algoritmos de aproximação*. Editora do IMPA - Instituto de Matemática Pura e Aplicada, Rio de Janeiro, 2001.
- [21] C. T. Chen. *Linear System Theory and Design*. Holt, Rinehalt and Wilson, 1999.
- [22] D. Clarck, C. Mothadi, and P. Tuffs. Generalized predictive control. *Automatica*, 23(2):137–148, 1987a.
- [23] T. H. Cormen, C. E. Leiserson, R. L. Rivest, and C. Stein. *Introduction to Algorithms*. MIT Press, second edition, 2001.
- [24] F. P. Costa, M. J. F. Souza, and L. R. Pinto. Um modelo de alocação dinâmica de caminhões visando ao atendimento de metas de produção e qualidade. In *Anais do III CBMCA*, setembro 2003.
- [25] R. W. Cottle, J. S. Pang, and R. E. Store. *The linear complementarity problem*. Academic Press, 1992.
- [26] P. M. Crnkovic, W. L. Polito, C. G. S. Filho, F. E. Milioli, and J. D. Pagliuso. O efeito da granulometria na decipitação durante a decomposição térmica de calcários e carvão. *Química Nova*, Jan/Fev 2004.
- [27] *Xpress-Mp Essential*. Dash Associates, second edition, February 2002.
- [28] R. Fourer, D. M. Gay, and B. W. Kernighan. *AMPL: A Modeling Language for Mathematical Programming*. AT&T Bell Laboratories, 1993.
- [29] D. A. Fungaro and M. G. Silva. Utilização de zeólita preparada a partir de cinza residuária de carvão como adsorvedor de metais em água. *Química Nova*, 2002.
- [30] F. Glover. *Tabu Search*. Kluwer Academic Publishers, 1997.
- [31] F. Glover. *Heuristics for Integer Programming using surrogate constraint*. Decision Science, 1977.
- [32] M. C. Goldberg and H. P. L. Luna. *Otimização Combinatória e Programação Linear. Modelos e Algoritmos*. Seeley W. Mudd Series. Editora Campos Ltda, Rio de Janeiro, 2000.
- [33] D. Goldberg. *Genetic Algorithms in Search, Optimization, and Machine Learning*. Addison Wesley, 1999.
- [34] A. Grigorieff, J. P. C. L. Costa, and J. Koppe. O problema de amostragem manual na indústria mineral. *Revista Escola de Minas*, Julho/Setembro 2002.
- [35] S. Guha. *Approximation algorithms for facility location problems*. PhD thesis, Stanford University, 2000.

- [36] A. Kesimal and A. Bascetin. Application of fuzzy multiple attribute decision making in mining operations. *Mineral Resources Engineering*, August 2002.
- [37] R. D. Keyser and A. Cuawenberghe. Extended prediction self adaptive control. *IFAC Symposium on Identification and System Parameter Estimation*, pages 1317–1322, 1985.
- [38] *Utilização dos finos de carvão estocados nas bacias de sedimentação da mina do Leão e Iruí, 1991-1992*. Laprom - Laboratório de Processamento Mineral.
- [39] *Beneficiamento do carvão do Iruí, 1991-1992*. Laprom - Laboratório de Processamento Mineral.
- [40] *Perda por oxidação do poder calorífico do carvão de Candiota, 1989-1990*. Laprom - Laboratório de Processamento Mineral.
- [41] *Análise técnico-econômica de alternativas para o processamento dos finos do lavador do Recreio, 1992*. Laprom - Laboratório de Processamento Mineral.
- [42] *Análise do carvão de Candiota para obtenção de CE 3700, 1988*. Laprom - Laboratório de Processamento Mineral.
- [43] *Estudos do Carvão de Candiota, 1991-1993*. Laprom - Laboratório de Processamento Mineral.
- [44] *Estudo da variação do poder calorífico do carvão de Candiota durante a estocagem em pilhas, 1988*. Laprom - Laboratório de Processamento Mineral.
- [45] J. W. Leonard and D. R. Mitchell. *Coal Preparation*. Seeley W. Mudd Series. The American Institute of Mining, Metallurgical, and Petroleum Engineers, Inc, New York, third edition, 1968.
- [46] M. Minsky and S. Papert. *Perceptrons*. MIT Press, 1969.
- [47] T. M. Mitchell. *Machine Learning*. McGraw-Hill, 1997.
- [48] L. B. C. Moreira. Avaliação dos aspectos ambientais da geração de energia através de termelétricas a gás natural. Master's thesis, Universidade Federal da Bahia, 2005.
- [49] A. K. Mukherjee and S. Chandra. A robust statical method to evaluate unit operation in coal washery. *International Journal of Mineral Processing*, 2002.
- [50] A. M. Newman, E. Topal, and M. Kuchta. An efficient optimization model for long-term production planning at Lkab's Kiruna mine. *Mineral Resources Engineering Journal London*, 2002.
- [51] K. Ogata. *Engenharia de Controle Moderno*. Prentice-Hall do Brasil Ltda, 1990.
- [52] P. Pendharkar. A fuzzy linear programming model for production planning in coal mines. *Computers Operations Resources*, 1997.
- [53] L. R. Pinto and L. H. C. Merschmann. Planejamento operacional da lavra de mina usando modelos matemáticos. *Revista Escola de Minas*, Julho/Setembro 2001.
- [54] M. Pires and X. Querol. Characterization of Candiota (South Brazil) coal and combustion by-product. *International Journal of Coal Geology*, (60):57–72, July 2004.
- [55] D. Prado. *Programação Linear*. DG, 1998.
- [56] J. B. Rawlings. Tutorial overview of model predictive control. *IEEE Control Systems Magazine*, June 2000.

- [57] V. N. Reinhold. *Air Pollution Engineering Manual*. AWMA, New York, 1992.
- [58] C. Riehle and F. Löffler. Electrical similarity concerning particle transport in electrostatic precipitators. *Journal of Electrostatics*, 29, 1992.
- [59] R. A. Sarker and E. Gunn. A simple SLP algorithm for solving a class of nonlinear programs. *European Journal of Operational Research*, 1997.
- [60] J. S. Shih and H. C. Frey. Coal blending optimization under uncertainty. *European Journal of Operational Research*, 1995.
- [61] R. Soeterboek. *Predictive control: A unified approach*. Prentice Hall, 1992.
- [62] S.C. Tsai. *Fundamentals of Coal Beneficiation and Utilization*, volume 2 of *Coal Science and Technology*. Elsevier Scientific Publishing Company, 1982.
- [63] V. Vazirani. *Approximation Algorithms*. Springer-Verlag, 2000.
- [64] H. P. Williams. *Model Building in Mathematical Programming*. John Wiley & Sons, 1999.
- [65] P. Wolfe. The simplex method for quadratic programming. *Econometrica*, 27:382–398, 1959.
- [66] L. A. Wolsey. *Integer Programming*. John Wiley & Sons, 1998.
- [67] B. E. Ydstie. Extended horizon adaptive control. *Proceeding of the 9th IFAC World Congress*, VII:133–138, 1984.