A Aritmética no Curso de Admissão. IV

Prof. Leon. Tochtrop

(O programa de Aritmética conforme foi executado em 1940 no Curso de Adm. do Col: Roque Gonzales de P. A.)

MÊS DE MAIO

No mês de Maio, como ainda em junho e Julho será o centro de nossa preocupação a *fração ordinária*. Nossa colaboração, nos n.os 14, 15 e 16 desta Revista, dispensará detalhes minuciosos. Limitar-nos-emos, em Maio, às fases da *introdução* e da *amplição*, que pelo nosso método de realização com rodas de papel, exige determinado espaço de tempo. Êsse desperdício, entretanto, será ricamente compensado pelo número elevado do observações, conhecimentos práticos que os alunos colherão.

E não relaxaremos no exercício por escrito das operações fundamentais com números inteiros. Assim, seguidamente inventaremos "carreiras". Escrevo na pedra os números:

357.357 365.365 287.287 etc.

"Multipliquem estes números cinco vezes por 7, por 8 e por 9 e somem os resultados!" Para que os números não cresçam ao infinito, despresaremos os algarismos além da sexta casa; assim:

357.357 vezes 7
2.501.499
3.510.493
. 573.451
. 014.157
etc.
———
soma

E para incentivar o entusiasmo, acompanhe o professor as contas. "Vamos ver se um de Vocês já é mais ligeiro do que eu!" Minhas experiências em Março e Abril demonstraram um progresso muito apreciável. Nos primeiros dias, a maioria da aula apenas executava uma destas contas em uma meia hora, sendo que 90% erradas. Hoje, depois de um mês, a maioria leva menos de 5 minutos para cada problema, com mais de 50% certos. Para selecionar os melhores calculadores e estimular um pouco os atrazados, uso de um meio que tem dado ótimo resultado, e que consiste no seguinte: Coloco em cima da mesa um determinado número de cartões, metade branca, metade colorida. O número de cartões deverá ser inferior ao dos alunos. Autorizo, então, a cada um que tenha terminado o seu problema, se servir de um dos cartões. Depois de conferidos os resultados, trocam-se os cartões de modo que os do segundo grupo, mas com os resultados exatos, fiquem com um cartão branco, em prejuizo de um dos possuidores de cartão branco, que teve resultado errado. E assim o portador do cartão branco demonstra que reuniu à rapidez do trabalho, a exatidão do mesmo. Desta forma se estabelecem 3 grupos: o grupo dos mais hábeis, os portadores assíduos dos cartões brancos, o grupo dos cartões coloridos, com capacidade média, e o grupo daqueles, que não conquistam cartões, ou só muito acidentalmente o fazem. Esta seleção tem a utilidade de indicar os alunos atrazados, e porisso, devemos então procurar um meio de adiantá-los. Êste meio será o emprêgo de um trabalho complementar que preencha essa deficiência intelectual. Êsse trabalho complementar poderá consistir em tarefas para serem feitas em casa, ou em substituição aos exercícios sôbre matérias nas quais êles se revelem adiantados.

Êste processo estatístico e de seleção pode ser realizado num tempo mínimo com uma eficiência completa e sem detrimento dos trabalhos escolares. Não há, desta maneira, perigo de desviar o precioso tempo de uma aula de 50 minutos em favor de trabalhos exclusivamente de seleção e de nenhum aproveitamento imediato para o aluno.

Já, em colaboração anterior, expuz maneiras de se variarem exercícios com a mesma finalidade do exercício numérico acima explanado. Os números adotados como multiplicadores podem variar entre 2 e 9. O número de parcelas pode ser aumentado. A multiplicação pode ser substituida pela divisão, convencionando-se um meio que evite a diminuição do número de casas.

Outra grande preocupação continua absorvendo o nosso interêsse. E' o minucioso preparo da DIVISÃO por escrito. Nota-se muito entre nós o seguinte uso: a divisão á introduzida com divisor constituido de um algarismo, não indo além até terminar o ano. Acontece que no curso seguinte um outro professor toma conta da classe, e se esquece de aumentar gradualmente as dificuldades, pois a criança, que aprendeu a dividir por 7, ainda não é capaz de dividir por 75 e mesmos por 753. A nosso vêr, a escala devia ser: 11, 12, 20, 21. Nesta altura já se interrompe o trabalho introduzindo o estudo das taboadas de 21, 31, 41, e só posteriormente a êle experimentaremos a divisão pelos mesmos números. Assim a criança perderá, pouco a pouco, o medo aos números maiores, e não cairá na tentação de executar tais problemas com uma tabela de multiplicações à parte, de maneira absolutamente infrutífera. Quando chegarmos a cálculos com divisores de três algarismos, escolheremos primeiro o número 199, fazendo com que a criança veja a proximidade dêste número com 200, assim o produto de um algarismo do quociente por 199 aproxima-se do proxima-se do produto dêste mesmo algarismo por 200, produto êste que é conhecido por qualquer aluno nesta altura. O divisor seguinte será 299, depois 298, e só paulatinamente chegaremos a executar divisões com números difíceis de produtos como por exemplo 365.

Nos meados do mês, quando alcançado em relação às frações o necessário grau de compreensão e a destreza desejável no manêjo de 1/2, 1/4, 1/8, 1/16 — 1/3, 1/6 1/12 — 1/5, 1/10 poderemos tentar a verdadeira compreensão da vírgula.

Aliás, de passagem seja lembrado que entre os tratadistas existem duas correntes a respeito do ensino da fração decimal. Dizem uns que o momento oportuno para introduzí-la é o do estudo do sistema métrico decimal, da moeda, dos pesos etc. E de fato a maioria das crianças sabe muito bem, que o "tostão" é a décima parte do milréis, e compreenderá, sem dificuldade, que seu lugar é à direita da unidade dêste. Dizem outros que a fração decimal não deixa de ser uma fração que será compreendida a fundo somente como tal. A nossa opinião é que são viáveis os dois caminhos. O professor hábil obterá bons resultados tanto de um como de outro modo, ainda mais por que terá a ocasião de aprofundar os conhecimentos, quando mais tarde topar novamente com o assunto.

Desta vez procuraremos focalizar de início a fração decimal como um caso especial da fração ordinária. Limitar-nos-emos à consideração de décimos e centésimos somente: somando, diminuindo 2/10 — 7/10, 45/100 — 34/100. Reduzindo décimos a centésimos, e viceversa. Afinal, contaremos aos alunos que não fazem ainda muitos anos que um homem inteligente descobriu que há outra possibilidade de se anotarem as frações decimais, com grandes vantagens para o calculista. Os nossos trabalhos com a "máquina russa" e com o ábaco romano" ainda estão em boa lembrança. Ficou naquela ocasião bem claro que o valor de um algarismo dentro de um número aumenta 10 vezes, cada vez que marcha para casa à esquerda:

$\underline{1}$
$\underline{1}0$
$\underline{1}00$
$\underline{1}000$
$\underline{1}0000$

E da mesma forma vale 10 vezes menos, quando passar uma casa para direita:

$\underline{1}0000$
$\underline{1}000$
$\underline{1}00$
$\underline{1}0$
$\underline{1}$

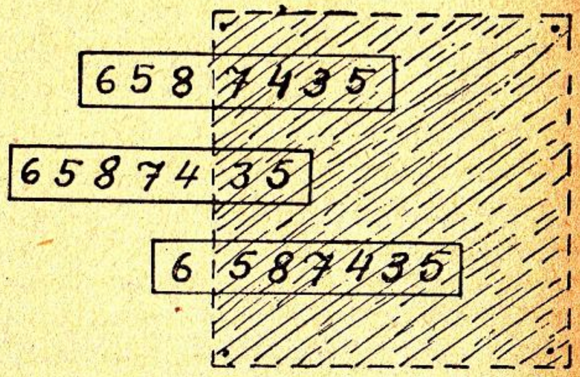
Acompanhamos agora o algarismo 1 na sua marcha da esquerda para direita. Será que êle não poderá ser transportado para além da casa das UNIDADES? Que concepção feliz, que trouxe à humanidade o conhecimento das frações decimais a seu manêjo. Os números fracionários doravante poderiam ser tratados da mesma maneira como os inteiros. E a coluna agora continúa:

$\underline{1}00$
$\underline{1}0$
$\underline{1}$
$0,\underline{1}$
$0,0\underline{1}$
$0,00\underline{1}$

E assim compreendemos a vírgula como a linha divisória entre o campo dos inteiros e o campo das frações. E quando multiplicamos um número qualquer por 10, que acontece? Costuma-se dizer que acrescentamos um zero (quando número inteiro), e que se passa a vírgula uma casa para a direita (quando número decimal), — propriamente deviamos dizer que todos os algarismos do número marcham uma casa para a direita, e que a vaga é preenchida por um Zero (quando inteiros):

567	5678,78	
$567\underline{0}$	56787,8	
$567\underline{00}$	567878	etc. etc.

Para evidenciar melhor êste ponto de vista escreve o professor um número de 7 algarismos numa fita de papel. Um traço vertical mostra o lugar e função da vírgula, e um menino mostra pelo movimento da fita (para a direita ou para a esquerda) que compreendeu o assunto.



Êste exercício mais tarde será repetido. Um menino movimentará a fita com o número uma, duas, três casas à direita ou à esquerda e um outro interpretará: multiplicou por 100 porque movimenta todos os algarismos duas casas à esquerda, — dividiu por 10000, porque movimentou os algarismos da fita 4 casas para a direita. E constatamos que poderemos observar em muitos lugares êste movimento verdadeiro dos números, onde a "vírgula" está fixa, enquanto os algarismos crescem (aparelho de quilometragem do auto contador da luz).

Mas, como na prática os números estão fixos no papel, temos que ceder fazendo a vírgula movimentar-se (em sentido oposto).

Si fizermos então os alunos executar a soma:

356,789 + 35678,9 e a diferença:

35678,9 — 356,789 os resultados provarão, se há ou não clareza: É a inteligência do aluno que deverá concluir que, indicando a vírgula o limite entre inteiros e parte fracionária, se deve 1) colocar vírgula embaixo de vírgula, 2) preencher as vagas com zeros.

Dificuldades encontraremos em divisões com divisor fracionário. Costumamos habituar nossos alunos a um esquema certo:

345 : 6,7	65 : 0,00067	7,89 : 0,0035.
34 : 67	650000 : 67	7890000 : 35

Mas seria errado o professor limitar-se a um simples mostrar, fazendo o aluno decorar a respectiva regra. Sempre que fôr possível, o aluno deve ser induzido à descoberta da regra. Em nosso caso o caminho será fazer ver a igualdade das operações:

$$\begin{aligned} 8 &: 2 = 4 \\ 80 &: 20 = 4 \\ 800 &: 200 = 4 \\ 8000 &: 2000 = 4 \\ 80000 &: 20000 = 4 \end{aligned}$$

e assim será:

$$345 : 6{,}7 = 3450 : 67$$

Daí a nossa resolução: cada vez que o problema apresentar como divisor um número decimal, eliminaremos nêle a vírgula, multiplicando o dividendo por 10, 100, 1000 etc. respectivamente.

Devem ser tratados ainda os casos em que o divisor é maior do que o dividendo. E aos poucos, os alunos deverão chegar à nítida compreensão da igualdade entre qualquer divisão e a fração ordinária correspondente:

isto é:

$$157 : 27 = \frac{157}{27}$$

ainda neste mês nos ocuparemos com o tratamento do ZERO nas multiplicações. Teremos os seguintes tipos a observar:

1) O primeiro fator termina em zeros:

$$\begin{array}{l} 6780000 \times 71 \\ 4746 \\ \hline 481380000 \end{array}$$

Desprezaremos durante a operação os zeros e só os acrescentaremos ao resultado.

2) O segundo fator termina em zeros:

$$\begin{array}{l} 678 \times 710000 \\ 4746 \\ \hline 481380000 \end{array}$$

Execução idêntica ao caso anterior: mas deve ser tratado especialmente.

3) Os dois fatores terminam em zeros. Desprezam-se os zeros na operação, acrescentando-se sua soma ao resultado.

4) Zeros atraz de decimais são riscados, antes de se começar a operação:

$$185\$4\underline{00} \times 37; \quad 5{,}5\underline{00}\text{ km.} \times 6{,}3\underline{00}\text{ km.}$$

$$\begin{array}{lr} 12978 & 315 \\ 5562 & 315 \end{array}$$

Acrescentam-se os zeros novamente na resposta conforme a designação em apreço.

5) Zero num dos fatores é trocado por vírgula no outro:

$$18\underline{,}5 \times 17\underline{0}; \quad 18\underline{,}55{,}5 \times 17\underline{00}$$

Devia ser proíbido estritamente o uso da borracha. O uso da borracha favorece a negligência. Conta errada é simplesmente riscada por um traço (um só!) elegante. Zeros, vírgulas serão riscadas e não apagadas à borracha. Outra exigência será que o aluno no seu caderno apresente o problema todo, em todos os seus pormenores, e não só o problema e o resultado final. Não nos bastará somente o resultado certo; muito mais nos interessará a inteligência com que o aluno soube vencer as dificuldades, evitando voltas desnecessárias.

Num compêndio de *"Aritmética Comercial"*, relativamente novo, deparou-se-nos, há pouco a seguinte demonstração:

```
    456000
     17000
    ------
    000000
   000000
  000000
 3192000
 456000
----------
7752000000
```

Se fôssemos da vida comercial e nos aparecesse contabilista dêsse quilate, preferiamos dispensar o seu serviço. No ano de 1940 não têm mais cabimento os métodos de 1750!

MÊS DE JUNHO

Tentaremos levar o estudo da fração à terceira fase: a da abstração. O aluno deve chegar a resolver com presteza os problemas de adição e subtração, multiplicação e divisão, redução, simplificação, comparação. Quasi diariamente iniciaremos a aula com um rápido exercício oral:

a) Reduzir a $\frac{-}{7}$: 5, 7, 9, 3, ... inteiros.

b) Reduzir a inteiros:

$\frac{40}{5}$, $\frac{40}{7}$, $\frac{40}{6}$, $\frac{40}{9}$, ...

c) Reduzir a fração imprópria:

7 3/4, 5 7/8, 9 2/3 ...

d) Simplificar:

$\frac{2}{12}$, $\frac{3}{12}$, $\frac{4}{12}$, $\frac{5}{12}$, $\frac{6}{12}$, $\frac{7}{12}$, $\frac{8}{12}$, $\frac{9}{12}$, $\frac{10}{12}$ ...

e) Dividir 50 por: 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9 (Não se fala mais em resto!)

f) Multiplicar por 7: 2/3, 3/4, 4/5, 5/6, 5/7 ...

g) Diminuir 1/32 de 1/2, 1/4, 1/8, 1/16.

Outra grande preocupação será o estudo minucioso do sistema métrico decimal, em cujos pormenores o aluno não deve ser iniciado, sem que esteja ao par de como foi criado o mesmo. Para isso faremos um retrospecto ao estado das coisas antes da Revolução Francesa. Cada povo tinha suas medidas especiais, o que deu origem a grandes dificuldades: assim existiam as milhas francesa, inglesa, alemã, etc. etc. para não falar nos sistemas de medida de pesos, volumes e moedas. Lembraram-se então os franceses de dar ao mundo uma medida simples e de validade universal. Acharam esta medida no METRO. Como obtiveram êste novo METRO? — Dos astrônomos. Estes verificaram a medida exata do equador do globo terrestre. Dividiram-no em quatro partes. Cada parte (quadrante) subdividiram em 10.000 partes, e o pedaço assim conseguido é o nosso *quilômetro*. A milésima parte do km. é o METRO, isto é um pedaço nem muito grande, nem muito pequeno. Feita esta medição e fixadas as novas denominações e subdivisões, convidaram a todos os governos da terra, a abandonarem suas medidas habituais, nacionais, e contribuirem com sua autoridade, para que seus povos doravante se acostumassem às novas medidas internacionais. As medidas antigas se baseavam em sua maioria sôbre o número 10: era um sistema rigorosamente *decimal*. A escolha, do número *doze* nas medidas antigas se explica pelo fato de sua maior divisibilidade em comparação ao número 10. 12 se divide por 2, 3, 4 e 6 sem resto, enquanto que o 10 só tem dois divisores, o 2 e o 5. Pela mesma razão ainda hoje é usado o saco de 60 kg. Assim podemos conseguir sem resto:

1/2, 1/3, 1/4, 3/4, 1/5, 1/6 de saco de 60 kg; mas só
1/2, 1/5, de saco de 50 kg.

A vantagem do 12 sôbre o 10 diminuiu muito com a descoberta da fração decimal, pois esta admite operar com as frações da mesma forma como com os números inteiros.

Das medidas estabelecidas pelos francezes estão praticamente em uso somente o metro, o centímetro, o milímetro e o quilômetro. Ninguem usa o decímetro, menos aínda o Decâmetro e o hectômetro Por isto é de estranhar que tais medidas, desusadas até hoje, sejam ensinadas em cursos elementares e incluidas na matéria do exame de admissão. Que absurdo maltratar cabecinhas de 11 anos com problemas como o seguinte: Reduzir a Dm^2 345,643 dm^2 + 18, 056 m^2 + 0,52897 Hm^2 + 6,1 Dm^2 — 0,04097 km^2 + 76934 mm^2 — 18956,4 cm^2. + 56,07 ha + 453,3 ca (centi-ares!!!) etc. etc.

Podiam os partidários dêste gênero de problemas fazer valer que constituem um ótimo meio de desenvolver a inteligência. E prontamente responderemos: Há por acaso falta dêstes meios? Há talvez falta de matéria no Curso de Admissão, de maneira que seja necessário recorrer a problemas despidos de todo valor prático? Não será melhor dar a César o que é de Cézar e a Deus o que é de Deus? Reservar ao Curso de Admissão a *formação de uma base sólida, geral, elementar*, e deixar para o ginásio o que é do ginásio? O preparo de problemas da natureza dos acima expostos requer, neste período de desenvolvimento, um desperdício de tempo e de energias, que não está em proporção com a sua utilidade direta e indireta.

O programa diz a êste respeito o seguinte: Noções do sistema métrico decimal. Metro, sua definição; metro quadrado e metro cúbico múltiplos e submúltiplos. Resolução de problemas fáceis, inclusive sôbre as medidas do sistema métrico decimal. Haverá quem considere problema como os acima indicados "fácil" para um menino de 10 — 11 anos? Ou não exige sua solução, bem ao contrário, verdadeiras acrobacias intelectuais? Será que o legislador, quando falou em múltiplos e submúltiplos se lembrou justamente dos que, desde que foram estabelecidos nunca acharam aplicação prática? Onde e quando alguém comprou um terreno de 1 Dm, 7m, 5 dm e 5 cm de comprimento e de 75 dm de largura, pedindo a área em centi-ares? Qual é o carpinteiro que compra táboas de 4m, 2dm e 4 cm × 2dm e 3 em × 0,2 dm? Qual é a mãe de família que mede fazenda em dm? Mas na escola o desconhecimento de tais futilidades pode impedir a um menino inteligente e talentoso acesso ao curso secundário!

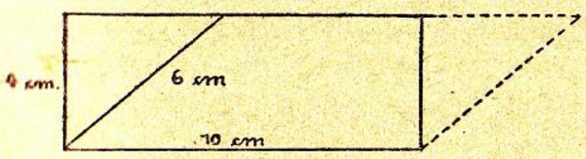
Mas não haverá possibilidade de dar ao citado ponto do programa uma solução prática? E por que não aplicaremos a introdução e o conhecimento do número decimal a noções de geometria, que, embora não façam parte do programa, são, entretanto, de enorme valor prático? Aliás, acho um absurdo falar-se em metro quadrado, sem ter ensinado a calcular a superfície do *quadrado*, e do retângulo, mais tarde também do triângulo, e mesmo do círculo, Nossa longa experiência tem mostrado com que entusiasmo os alunos recebem estes ensinamentos. Mas é necessário dar-lhes um cunho prático, manter afastada tôda teoria e evitar as fastidiosas definições científicas.

Rapidamente torna-se claro, por meio de desenhos, que se acha a superfície do quadrado multiplicando *lado vezes lado*. Seguem exercícios com os números até 10, depois até 20, com as dezenas 30, 40, 50, até 100. Afinal com números decimais : Qual a superfície, sendo o lado de 7,6 cm, de 17,45 m, oportunidade de tratar da colocação da vírgula. Prosseguimos com exercícios idênticos concernentes ao retângulo. Por meio de inúmeros desenhos fica bem claro a relação do retângulo com o triângulo. E, dentro em pouco, o aluno está familiarizado com as primeiras fórmulas geométricas: a . a, — a^2 (porque todos os lados são iguais), a · b = ab (porque comprimento e largura são diferentes), e $a \cdot b : 2 = \frac{ab}{2}$. Estes 3 conhecimentos *dão material* para uma série de problemas práticos.

1) Calcular a súperficie de quadrados (praças, terrenos, taboletas, azulejos, vidraças), calcular os respectivos preços.

2) Calcular a superfície de retangulos (terrenos, fazendas, ruas a calçar, corredores, táboas, assoalhos, etc.) Nestes problemas muitas vezes temos que multiplicar km vezes m. m vezes cm, etc. Os alunos aprenderão que na multiplicação convem, reduzir os fatores à mesma denominação.

3) Calcular triângulos. Sendo o triângulo a metade "do seu paralelogramo", será necessário, estudar um pouco êste paralelograma. Através de diversos desenhos o aluno reconhece que o retângulo é o caso ideal do paralelograma, que, à medida que os ângulos se afastam do "ângulo reto", a superfície diminue, até que afinal é zero. Outra vez o papel nos prestará seus serviços. Distribuimos fôlhas de cadernos velhos. Os alunos dobram-na, recortando pequenos retângulos de mais ou menos 5×3 cm. Dobrando e cortando o lado esquerdo e acrescentando o pedaço no lado direito, compreenderá o aluno aos poucos a relação do paralelogramo com o retângulo, que lhe corresponde vendo êle claramente que não adianta medir os lados, mas sim a *base* e a *altura*.



Evitaremos, por enquanto, a enunciação forçada de definições decoradas. E' o aluno, que deve através das experiências, por si mesmo, chegar à definição. O lugar da definição está *no fim* e não *no início* da matéria em estudo. Fazer decorar definições formuladas previamente pelo adulto, parece-nos contra os princípios da nova escola, mas educar o espírito infantil, disciplinar a fôrça mental da criança à dedução da definição é desenvolver, na verdade, fôrça intelectual.

Só aos poucos e como por acaso aparecem as distinções de formas: triângulo retângulo, triângulo equilátero, triângulo isósceles, etc. Muito mais nos importa que o aluno tenha representações claras a respeito da base e da altura, e que seja capaz de traçar com facilidade as três alturas possíveis de qualquer triângulo dado.

4) Calcular o trapézio. O melhor modo de fazer compreender o trapézio é por meio de recortes de papel.

Afinal o aluno está de posse de 4 *fórmulas*, tomando o primeiro contacto com a *álgebra:*

$$\text{Quadrado} = a^2$$

$$\text{Paralelograma} = ab$$

$$\text{Triângulo} = \frac{ab}{2}$$

$$\text{Trapézio:} \ \frac{A + a}{2} \ . \ b.$$

Todos estes ensinamentos são apenas um meio, de que fazemos, não para obrigar os alunos a executar inúmeras multiplicações, sem o que permaneceriam como meros exercícios mecânicos. Não constituindo parte do pragrama, êles não deixam de ser de grande utilidade tanto para os candidatos ao exame de admissão, como para os que não pretendem cursar o ginásio. Além disso, são plenamente acessíveis à inteligência do aluno dêste curso.

Se o adiantamento da classe o permitir, não vejo razão para que não se possa entrar também no estudo do *circulo.* Aliás, pelo estudo da fração já nos é um conhecido. As mesmas rodas de papel agora nos ajudam a verificar que a circunferência é 3 e 1/7 vezes o diâmetro. Não será difícil provar por meio de desenhos, que esta relação é constante, fato que já foi observado há mais de 2000 anos pelos sábios gregos. Mas, o que nos interessa, é a superfície. Seria demais, querer explicar sistematicamente a fórmula r^2pi. O desenho abaixo demonstra que: multiplicando-se o quadrado do raio por 4, obteremos a superfície do quadrado do diâmetro. Multiplicando-o por 3 obteremos uma área menor que a coberta pelo círculo. E contamos aos alunos, que os antigos gregos já tinham verificado, que é o mesmo número 3 e 1/7 que resolve o problema.

E por enquanto devemos evitar tôdas as considerações teóricas, nem nos interessa a nomenclatura das diversas partes: mas limitemo-nos a fazer muitos exercícios que encerrem cálculos referentes à superfície de círculo, como os seguintes:

Uma praça da forma de um círculo tem um diâmetro de 45 m. Qual a área?

Uma coluna de mármore tem um diâmetro de 0,45 m.

O fundo de uma garrafa de litro tem 8,5 cm de diâmetro, etc. etc.