

UNIVERSIDADE FEDERAL DE SANTA CATARINA  
CURSO DE PÓS-GRADUAÇÃO EM MATEMÁTICA

ANÁLISE DO COMPORTAMENTO DO SISTEMA RECUPERADOR DE ONDAS, DO  
GRUPO DE RADIOCIÊNCIA DE GASPAR (SC)

OSIRIS TURNES

FLORIANÓPOLIS

1981

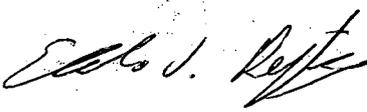
Esta tese foi julgada adequada para a obtenção do título de

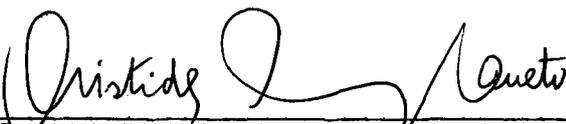
"MESTRE EM CIÊNCIAS"

Especialidade em MATEMÁTICA e aprovada em sua forma final pelo Curso de Pós-Graduação

  
Prof. WILLIAM GLENN WHITLEY  
Coordenador

BANCA EXAMINADORA:

  
Prof. ÍTALO JOSE DEJTER, Ph.D.  
Orientador

  
Prof. ARISTIDES CAMARGOS BARRETO, Dr.

  
Prof. TARCÍSIO PRACIANO PEREIRA, Ph.D.

Aos meus queridos  
Papi, Petito, Rafa e Marta.

## A G R A D E C I M E N T O S

- Ao Professor Phenix Manusa Ramirez Pardo, pela sugestão do assunto e por seu indispensável e paciente acompanhamento na condução da pesquisa.
- Ao Professor Ítalo José Dejter, pela orientação e pelo inestimável apoio à realização do trabalho.
- Ao Professor Aristides Camargos Barreto pelo incentivo e valiosas sugestões apresentadas.
- Ao Professor José Luiz R. Muzzio pela colaboração durante a preparação do texto.
- Aos componentes do Grupo de Radiociência de Gaspar, pelo apoio e amizade manifestados.
- À equipe do C.P.D. da FURB, pela sua eficaz cooperação.
- À FURB que permitiu a realização do trabalho.

"Hay hombres que luchan un día, y son buenos.  
Hay otros que luchan un año, y son mejores.  
Hay quienes luchan muchos años, y son muy buenos.  
Pero hay los que luchan toda la vida,  
esos son los imprescindibles."

Bertold Brecht

## RESUMO

O presente trabalho tem como objetivo fornecer, sob o aspecto matemático, resultados sobre o comportamento de um pulso eletromagnético, ao passar pelas partes principais do aparelho resgatador de ondas do ruído, o TDH-9 Waveform Eductor, usado pelo Grupo de Radiociência de Gaspar, SC (convênio CTA-FURB), o qual está pesquisando o comportamento das ondas de muito baixa frequência e de baixa frequência ao passarem pelas camadas baixas da ionosfera.

#### ABSTRACT

The goal of this work is to appoint results, in a mathematical point of view, over the distortion degree of an eletromagnetical pulse circulating through the principal parts of the "waves from noise recover" - TDH-9 Waveform Eductor. This solid state is used by the Radioscience Group of Gaspar, Santa Catarina (contract FURB-CTA) which staff is researching the behavior of the VLF and LF waves passing through the lower layers of the ionosphere.

## ÍNDICE

PÁG.

Introdução	13
Objetivos do trabalho	18
CAPÍTULO I.....	19
1.1 - Descrição do funcionamento do TDH-9 Waveform Eductor.....	19
CAPÍTULO II.....	21
2.1 - Descrição do problema.....	21
2.2 - Estudo do Gráfico de $ C_n $ x RP.....	23
2.2.1 - Pontos Críticos.....	23
2.2.2 - Simetria.....	24
2.2.3 - Domínio e Imagem.....	24
2.2.4 - Consideração Final.....	27
CAPÍTULO III.....	32
3.1 - Introdução e Justificativa.....	32
3.1.1 - Condições para a Transformada de Laplace...	35
3.2 - Cálculo da Função de Transferência do Canal do Sinal de Entrada.....	38
3.2.1 - Cálculo da Função de Transferência do 1º circuito.....	38
3.2.2 - Estudo da Função de Transferência do 1º cir cuito.....	39
3.2.3 - Cálculo da Função de Transferência do 2º circuito.....	40
3.2.4 - Estudo da Função de Transferência do 2º cir cuito.....	41
3.2.5 - Cálculo da Função de Transferência do 3º circuito.....	43
3.2.6 - Estudo da Função G (j $\omega$ ) do 3º circuito...	45
3.2.7 - Cálculo da Função de Transferência do 4º circuito.....	45

	<u>PÁG.</u>
3.2.8 - Estudo da Função de Transferência do circuito.....	46
3.2.9 - Conclusão.....	48
CAPÍTULO IV.....	50
4.1 - Memória.....	50
4.2 - Cálculo do tempo em que o Eductor deve ficar ligado para resgatar 99% do sinal, sem considerar a capacitância da comporta.....	56
4.3 - Cálculo do tempo em que o aparelho deve ficar ligado para resgatar 99% do sinal, com a introdução da comporta.....	58
4.4 - Estudo das curvas log RC x log FT.....	60
4.5 - Influência das Comportas na variação de carga e tensão dos capacitores da memória.....	63
4.6 - As condições de contorno do problema da carga do capacitor mudam.....	68
CAPÍTULO V.....	76
5.1 - Estudo da função de transferência do Canal do Sinal de Saída.....	76
5.2 - Cálculo da função de transferência do 2º circuito.....	77
5.3 - Estudo da função de transferência do 2º circuito.....	
CAPÍTULO VI.....	82
6.1 - Visão intuitiva de um circuito ativo e solução usando circuito equivalente híbrido.....	82
APÊNDICE A.....	95
A.1 - Prova de que $f(t) = \cos \omega t$ satisfaz às condições de Dirichlet.....	95

	<u>PÁG.</u>
A.2 - Cálculo de $C_n$ .....	96
APÊNDICE B.....	99
B.1 - Cálculo da primeira derivada de $C_x$ em relação a $X$ .....	99
B.2 - Cálculo da segunda derivada de $C_x$ em relação a $X$ .....	101
APÊNDICE C.....	104
C.1 - Programa 1.....	104
C.2 - Programa 2.....	111
APÊNDICE D.....	114
D.1 - Quadro de valores de $G(j\omega)$ do 2º circuito do Canal do Sinal de Entrada.....	114
APÊNDICE E.....	116
E.1 - Quadro de valores de $G(j\omega)$ do 4º circuito do Canal do Sinal de Entrada.....	116
APÊNDICE F.....	118
F.1 - Tabela dos Parâmetros de Operação da Sonda VLF Pulsada.....	118
APÊNDICE G.....	119
G.1 - Programa 3.....	119
BIBLIOGRAFIA.....	126

## ÍNDICE DAS FIGURAS

<u>FIGURA</u>	<u>PÁG.</u>
0.1 - Representação da técnica de VLF para pequenas distâncias.....	15
I.1 - Esquema da organização interna do Eductor....	19
II.1 - Esboço do processo de emissão do pulso.....	21
II.2 - Espectro de Amplitude da função periódica $f(t) = \cos(\omega t)$ .....	29
II.3 - Curvas da primeira derivada (nula) do Espectro de Amplitude do pulso emitido.....	30
II.4 - Gráfico da curva "Delta".....	31
III.1 - Diagrama do funcionamento de um sistema Linear.....	32
III.2 - Esquema simplificado do circuito do Canal do Sinal de Entrada.....	37
III.3 - Esquema do 1º circuito do Canal do Sinal de Entrada.....	38
III.4 - Esquema do 2º circuito do Canal do Sinal de Entrada.....	40
III.5 - Esquema do 2º circuito do Canal do Sinal de Entrada, considerando a impedância dos circuitos remanescentes.....	42
III.6 - Esquema do 3º circuito do Canal do Sinal de Entrada.....	44
III.7 - Esquema do 4º circuito do Canal do Sinal de Entrada.....	45
III.8 - Esquema do 4º circuito do Canal do Sinal de Entrada, considerando a impedância dos circuitos remanescentes.....	47

FIGURA

PÁG.

IV.1 - Organização básica da Memória do Eductor.....	50
IV.2 - Diagrama da Memória do Eductor.....	52
IV.3 - Representação gráfica de um capacitor.....	53
IV.4 - Curvas log RC x log FT.....	62
IV.5 - O sinal passa por dois canais consecutivos da Memória.....	63
IV.6 - Diagrama que representa dois capacitores consecutivos da Memória, com capacitâncias diferentes.....	66
IV.7 - Representação da aquisição de carga real de um capacitor da Memória do Eductor.....	73
IV.8 - Representação gráfica da aquisição de carga real de um capacitor da Memória do Eductor...	75
V.1 - Esquema simplificado do circuito do Canal do Sinal de Saída.....	76
V.2a- Esquema do 2º circuito do Canal do Sinal de Saída.....	77
V.2b- Esquema do circuito equivalente ao 2º circuito do Canal do Sinal de Saída.....	77
VI.1 - Circuito equivalente em "T" do 1º circuito do Canal do Sinal de Entrada, considerados os transistores acoplados.....	84
VI.2 - Transistor considerado como um quadripolo....	85
VI.3 - Tipos de configuração de transistor.....	87
VI.4 - Modelo híbrido para um transistor em CC.....	88
VI.5 - Modelo híbrido do circuito em estudo.....	89
VI.6 - Circuito utilizado para cálculo da resistência de saída.....	92

## INTRODUÇÃO

O campo magnético terrestre é aproximadamente equivalente ao campo de um dipolo colocado no centro da terra, com um momento magnético igual a  $8,05 \pm 0,02 \times 10^{25}$  gauss  $\text{cm}^3$ ; este dipolo estaria inclinado de  $\sim 11^\circ$  em relação ao eixo de rotação do globo. O polo norte do campo está no hemisfério sul e o polo sul no hemisfério norte. Um modelo ainda mais adequado consegue-se se o centro do dipolo for deslocado do centro da terra em 342 km na direção  $6,5^\circ$  N e  $161,8^\circ$  E geográfica.

Em algumas regiões da terra existem, no entanto, alguns desvios de importância do modelo dipolar. Estas irregularidades são chamadas de "anomalias". A maior delas é a chamada Anomalia Geomagnética do Atlântico Sul, com valores de campo "anormalmente baixos". Esta anomalia, devida a um mecanismo que não será explicado nesta dissertação, propicia a penetração, a baixas altitudes, das partículas aprisionadas no campo magnético terrestre e influi também na física da baixa ionosfera (camadas D e E).

A ionosfera pode ser considerada dividida em três regiões: D, E e F, de baixo para cima, sendo que a ionização é maior nas camadas superiores. A camada mais baixa da ionosfera começa na altura de 50 a 100 km da superfície da terra.

As camadas D e E da ionosfera são responsáveis pela propagação, a grandes distâncias e com alta precisão, das ondas de muito baixa frequência VLF (3 KHz a 30 KHz) e de baixa frequência LF (30 KHz a 300 KHz) e pelo fenômeno de absorção das ondas HF de alta frequência (3.000 KHz a 30.000 KHz). Devido a este fato é de alta importância o conhecimento da região anômala para o desenho de radioenlaces de alta frequência e para a geração de "Normas Brasileiras" na radiodifusão.

Conseqüentemente, um trabalho importante consiste em estudar o comportamento das camadas baixas da ionosfera, bem como a propagação das ondas VLF entre a terra e estas camadas no interior da Anomalia Geomagnética do Atlântico Sul, também conhecida por Anomalia Geomagnética Brasileira.

A Seção de Pesquisas do IAE-CTA, em convênio com a AFCRL "Air-force Cambridge Research Laboratories" dos EUA, elaborou um projeto de pesquisa da Anomalia empregando uma sonda oblíqua com pulsos eletromagnéticos de muito baixa frequência.

Destinado a programar e realizar as atividades de pesquisa com esta sonda, foi assinado um contrato entre o Centro Técnico Aeroespacial (CTA) do Ministério da Aeronáutica e a Fundação Educacional da Região de Blumenau (FURB).

O sondador ionosférico consiste de um transmissor, construído no próprio CTA-SP e instalado no Município de Paula Freitas (PR), que envia sinais pulsados de essencialmente um ciclo de radiofrequência, por meio de uma antena vertical a um equipamento receptor instalado em terreno de propriedade da FURB, no Município de Gaspar (SC), a uma distância de 221,5 km da emissão (vide fig. 1). A reflexão do pulso na ionosfera ocorre aproximadamente sobre o Município de Itaiópolis (SC).

A antena transmissora funciona como uma fonte de ondas esféricas situada sobre a superfície terrestre. A emissão se processa por um sistema oscilante formado por uma bobina e a capacidade do mastro da antena, que está completamente isolada do chão. A antena funciona portanto como um capacitor e, devido a este mecanismo, o pulso emitido é cosenoidal.

A frequência de oscilação é de aproximadamente 40 KHz e é regulada pela conhecida equação

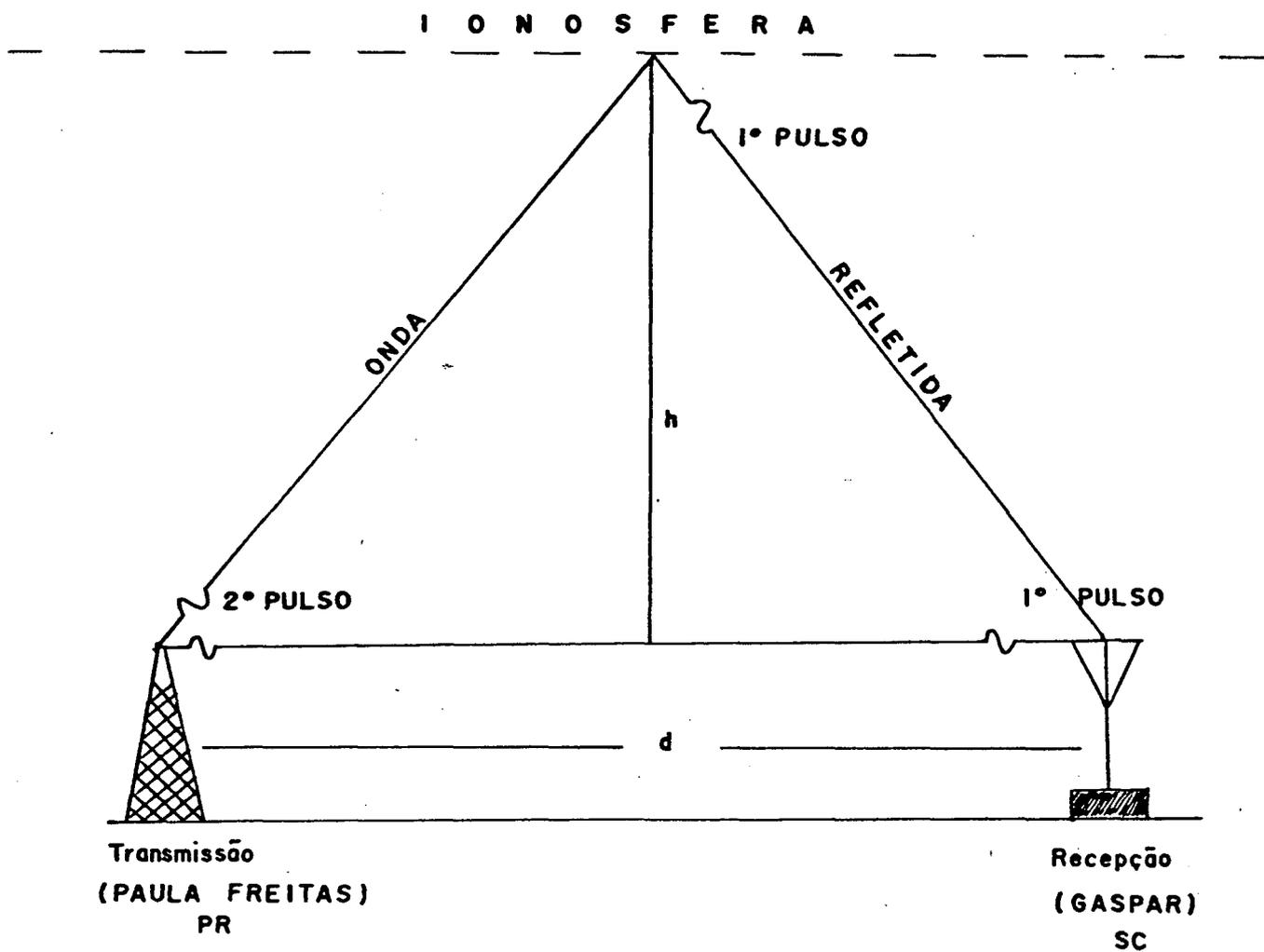


FIG. 1 - REPRESENTAÇÃO DA TÉCNICA DE VLF PARA PEQUENAS DISTÂNCIAS

$$f = \frac{1}{2\pi \sqrt{LC}}, \text{ onde}$$

$f$  = frequência da onda,  
 $L$  = coeficiente de auto-indução,  
 $C$  = capacidade

São consideradas, para facilitar o estudo do problema de propagação, duas ondas principais:

- a - a que se propaga vizinha à superfície terrestre;
- b - a ionosférica, que atinge o receptor após uma ou mais reflexões na ionosfera.

As ondas que sofrem mais de uma reflexão são eliminadas, não chegando a ter influência nas medidas. A onda refletida pela ionosfera, devido à presença do campo magnético terrestre, que origina uma anisotropia, se divide em duas outras, chamadas de: onda ionosférica normal e onda ionosférica extraordinária.

Em Gaspar estão as antenas de recepção e, ligadas a estas, um aparelho resgatador de ondas do ruído, o TDH-9 Waveform Eductor. As antenas de recepção são antenas magnéticas do tipo "loop", uma delas com o seu plano contido no plano vertical que passa por Paula Freitas e Gaspar. A outra, que recebe o pulso ionosférico extraordinário, tem seu plano perpendicular à anterior. Estes pulsos são enviados ao resgatador de ondas cujo funcionamento será explicado no primeiro capítulo.

A sonda utilizada não é do tipo comum como as HF ou radares, onde só interessa o tempo que decorre entre a emissão e a chegada do pulso, pois, objetiva-se estudar qual a deformação que o pulso sofre nas camadas baixas da ionosfera.

O método de análise usado pelo Grupo de Radio-ciência de Gaspar necessita da Análise de Fourier dos pulsos recebidos, a fim de poder comparar o espectro de amplitude do sinal que se propaga pela terra com o do sinal que vem refleti

do pela ionosfera.

Para que esta comparação possa ser feita, necessita-se da certeza de que o aparelho resgatador de ondas não deforma o sinal que recebe.

O Sondador VLF pode ser utilizado também em outras áreas de investigação como sejam: medidas de condutibilidade do solo e prospecção de alguns tipos de minério (Muzzio [10]).

Com efeito, de acordo com a teoria da propagação de ondas em meios condutores (Kraus & Carver [8]), temos que uma solução para uma onda se propagando na direção positiva é:

$$E_y = E_0 e^{-\gamma x}$$

onde  $E_y$  = componente do campo elétrico na direção do eixo .

$E_0$  = amplitude máxima do campo elétrico.

$x$  = distância percorrida.

e  $\gamma$  = constante de propagação que é função da condutibilidade do meio.

Donde se conclui que a intensidade da onda decresce mais onde o meio é melhor condutor. Assim, usando estações de recepção, a distância adequadas, pode-se calcular a condutibilidade do solo e conhecer a existência de minérios.

Além disso, como a profundidade de penetração de um meio condutor é inversamente proporcional à frequência e o método usado é o de muito baixa frequência, então a profundidade de penetração deste tipo de pulso será maior do que a dos métodos usuais, os quais usam frequências mais elevadas. Portanto, este método nos dá melhor prospecção tanto em profundidade como em extensão dos minérios porventura existentes.

### Objetivos do trabalho

Os objetivos do presente trabalho são:

- a - determinar, aplicando Análise de Fourier, o espectro de amplitude do pulso emitido, para posteriores comparações com resultados práticos;
- b - aplicar conhecimentos matemáticos adequados para verificar se o TDH-9 Waveform Eductor, em suas partes fundamentais, não deforma o pulso resgatado.

Concluiremos que:

- a - o espectro de amplitude do pulso emitido não é uma curva simétrica, como se pensava;
- b - o sinal não sofre deformações significativas ao passar pelo TDH-9 Waveform Eductor.

Não pretendemos ter feito um estudo exaustivo sobre o modelo completo do Eductor, mas somente do que é de interesse do Grupo de Radiociência.

## CAPÍTULO I

### 1.1 - Descrição do funcionamento do TDH-9 Waveform Eductor

O resgatador de ondas do ruído (TDH-9 Waveform Eductor) é um sistema eletrônico sofisticado que serve para resgatar ondas repetitivas do ruído.

O valor médio de cada ponto ou amostra de pontos de um sinal, que consiste de uma onda repetitiva mais ruído, é o valor próprio do ponto da onda. Foi provado matematicamente que o valor médio do ruído é nulo (Von Neumann [15]). Por este motivo, o TDH-9 pode usar uma técnica de amostragem e rateio para separar ponto por ponto, amostra por amostra, a onda do ruído.

A organização interna do aparelho está ilustrada na figura I.1:

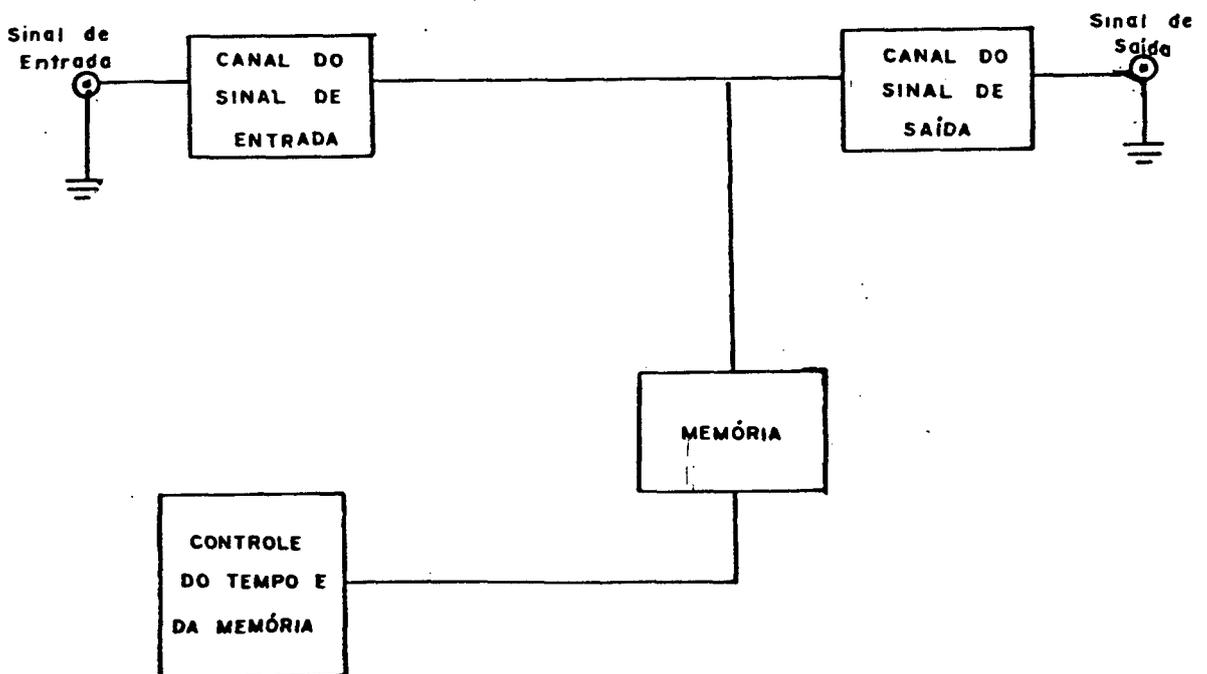


FIG. I.1 - ESQUEMA DA ORGANIZAÇÃO INTERNA DO EDUCTOR

O sistema compreende quatro subsistemas: Canal do Sinal de Entrada, Memória, Controle do Tempo e da Memória e Canal do Sinal de Saída.

O Canal do Sinal de Entrada amplifica o Sinal de Entrada e filtra as componentes que estão fora do alcance da capacidade de resolução do aparelho. O Educator tem três modos de operação: Análise e Leitura, Somente Leitura, Apagar.

Operando no Modo Análise e Leitura, o TDH-9 amostra consecutivamente o Sinal de Entrada em cem intervalos cada vez que a onda repetitiva ocorre, integra separadamente as amostras para suprimir o ruído e armazena cada amostra integrada ou "rateada" em sua memória.

Depois disso, o Sinal é aplicado à entrada do Canal de Saída. Este sinal consiste, agora, de cem graus discretos consecutivos, cujas amplitudes são proporcionais aos correspondentes intervalos na onda de entrada (mesmo que ela esteja misturada com o ruído).

O Canal do Sinal de Saída providencia a amplificação do sinal e, se for desejado, a suavização da onda armazenada, antes de torná-la utilizável na saída.

Para registro da onda armazenada existem diversos métodos: tiras de papel, registros X-Y, bem como combinações câmera - osciloscópio. Em qualquer um dos três métodos se obtêm registros permanentes dos resultados experimentais.

No modo Somente Leitura, o Canal de Entrada está desligado, permanecendo carregada a Memória e ligada ao Canal de Saída.

No modo Apagar, a Memória é descarregada para a terra e o Canal de Saída também está desligado.

## CAPÍTULO II

### 2.1 - Descrição do problema

Nosso problema consiste de um pulso co-senoidal de 40 KHz na portadora, repetido 792 vezes a cada segundo. Esta repetição de pulso (RP) foi escolhida por dois motivos técnicos:

- 1 - a cada novo pulso emitido, deve ter sido possível registrar no receptor o pulso refletido pela ionosfera;
- 2 - o capacitor (representado pela antena emissora) deve ter tempo para recarregar entre um pulso e outro.

Uma representação matemática adequada para pulsos repetidos periodicamente é dada pelo desenvolvimento da função em Série de Fourier. Temos o pulso

$$f(t) = \cos \omega t \quad (2.1)$$

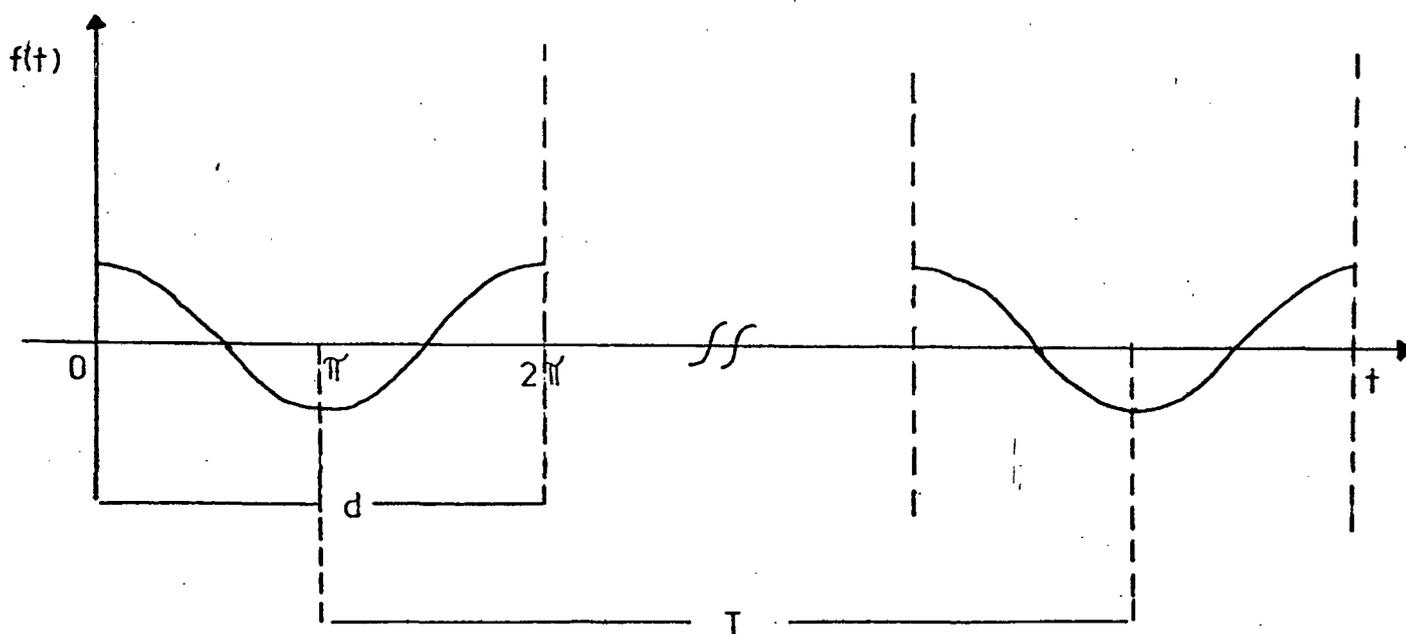


FIG. II.1 - ESBOÇO DO PROCESSO DE EMISSÃO DO PULSO

$$d = \frac{1}{f} = \frac{1}{4 \times 10^4}$$

$$T = \text{PRP} = \frac{1}{\text{RP}} = \frac{1}{792}$$

A função  $f$  satisfaz às condições de Dirichlet, conforme verificação feita no Apêndice A, logo é representável em Série de Fourier.

Interessa-nos a forma complexa da Série de Fourier, pois expressa o pulso em termos de  $e^{jn\omega_0 t}$  e é a mesma utilizada na parte prática da pesquisa. Seu desenvolvimento está calculado em detalhes no Apêndice A.

Seja, portanto,

$$f_i(t) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} C_n e^{jn\omega_0 t}$$

onde

$j$  = unidade imaginária dos complexos e

$$C_n = \left(\frac{d}{T}\right)^2 \frac{n\pi \operatorname{sen}(n\pi d/T)}{\pi^2 - (n\pi d/T)^2}$$

a Série de Fourier do pulso emitido.

A seguir, faremos um estudo da curva do espectro de amplitude deste pulso, para  $n \in \mathbb{N}$ .

## 2.2 - Estudo do Gráfico de $|C_n|$ x RP

Uma informação essencial sobre os harmônicos de um sinal periódico consiste dos seus módulos e isto pode ser resumido pelo conhecimento do comportamento da curva  $|C_n|$ .

Esta curva é chamada espectro de amplitude de  $f(t)$ . Este espectro é obtido também experimentalmente, através das informações obtidas na prática com o Educador. O modelo teórico que agora será elaborado servirá para posteriores comparações de resultados com os obtidos na prática.

Faremos um estudo do gráfico da envolvente de  $|C_n|$  que denotaremos por

$$|C_x|: \mathbb{R}^+ \longrightarrow \mathbb{R}^+$$

$$x \longmapsto \left| \left( \frac{d}{T} \right)^2 \frac{x\pi \operatorname{sen}(x\pi d/T)}{\pi^2 - (x\pi d/T)^2} \right|, \forall x \neq 50,504$$

$$\text{e } |C_{50,504}| = \frac{d}{2T}$$

aplicando, no que couber, as conclusões a  $|C_n|$ .

### 2.2.1 - Pontos críticos

Para analisar os pontos críticos, calculamos as derivadas 1a. e 2a. de  $C_x$ , conforme Apêndice B.

Foi elaborado o Programa 1 constante do Apêndice C para verificar em que harmônico se encontra o ponto crítico. Os resultados do programa nos mostram que temos pontos críticos entre

$$\begin{array}{l} n = 56 \quad \text{e} \quad n = 57 \\ n = 123 \quad \text{e} \quad n = 124, \text{ etc.} \end{array}$$

Para o estudo do espectro de amplitude do sinal, interessam-nos os valores de  $|C_n|$  desde  $n = 25$  até  $n = 30$ , pois, os coeficientes fora desta faixa variam pouco entre si, além de serem valores numéricos muito pequenos.

Procuramos então, localizar, com boa aproximação, o ponto crítico que se situa dentro do intervalo de interesse. Para isto, elaboramos o Programa 2, do mesmo apêndice. O resultado deste programa nos mostra que o ponto crítico situa-se em  $x = 56,85185$ , com erro absoluto de  $0,00000743$ . Além disso, o mesmo programa, após substituir  $x$  na derivada segunda pelo valor acima, constata a existência de um ponto de máximo.

### 2.2.2 - Simetria

A curva  $C_x$  é uma curva cíclica que se anula em  $x = 0$ ,  $x = 101,008$ , e daí para frente a cada acréscimo em  $x$  de  $\frac{T}{d}$ , ou seja  $\cong 50,504$ . Entretanto, a mediatriz de cada par de zeros consecutivos da curva não contém o ponto de máximo correspondente àquele ciclo. Logo os ciclos da curva não possuem eixos verticais de simetria.

### 2.2.3 - Domínio e Imagem

Observa-se que  $|C_x|_{x=50,504}$  conduz à forma

$$\frac{0}{0}.$$

Temos, portanto, uma indeterminação neste ponto. Isto nos leva a verificar se é possível definir  $|C_x|$  no ponto  $x = 50,504$ , de modo que a função resulte contínua. Para tanto, calculamos os limites pela esquer

da e pela direita de  $x = 50,504$ .

Limite pela esquerda:

$$\begin{aligned} & \lim_{h \rightarrow 0} \left( \frac{d}{T} \right)^2 \frac{\{(x-h)\pi \operatorname{sen} [(x-h)\pi d/T]\}}{\pi^2 - [(x-h)\pi d/T]^2} \\ &= \lim_{h \rightarrow 0} \left( \frac{d}{T} \right)^2 \left\{ \frac{x\pi \operatorname{sen} [(x-h)\pi d/T]}{\pi^2 - [(x\pi d/T) - (h\pi d/T)]^2} - \right. \\ & \quad \left. - \frac{h\pi \operatorname{sen} [(x-h)\pi d/T]}{\pi^2 - [(x\pi d/T) - (h\pi d/T)]^2} \right\} \\ &= \lim_{h \rightarrow 0} \left( \frac{d}{T} \right)^2 \left\{ \frac{x\pi \operatorname{sen} [(x\pi d/T) - (h\pi d/T)]}{\pi^2 - [(x\pi d/T) - (h\pi d/T)]^2} - \right. \\ & \quad \left. - \frac{h\pi \operatorname{sen} [(x\pi d/T) - (h\pi d/T)]}{\pi^2 - [(x\pi d/T) - (h\pi d/T)]^2} \right\} = \frac{0}{0} \end{aligned}$$

Levantando a indeterminação da expressão

$$\begin{aligned} & \lim_{h \rightarrow 0} \left( \frac{d}{T} \right)^2 \left\{ \frac{x\pi \operatorname{sen} [(x\pi d/T) - (h\pi d/T)]}{\pi^2 - (x\pi d/T)^2 + 2xh(\pi d/T)^2 - (h\pi d/T)^2} - \right. \\ & \quad \left. - \frac{h\pi \operatorname{sen} [(x\pi d/T) - (h\pi d/T)]}{\pi^2 - (x\pi d/T)^2 + 2xh(\pi d/T)^2 - (h\pi d/T)^2} \right\} \end{aligned}$$

usamos L'Hospital, donde

$$\begin{aligned}
 &= \lim_{h \rightarrow 0} \left( \frac{d}{T} \right)^2 \frac{-x\pi \cos [(x\pi d - h\pi d)/T] (\pi d)/T}{2x(\pi d/T)^2 - 2h(\pi d/T)^2} + \\
 &+ \frac{h\pi \cos [(x\pi d - h\pi d)/T] (\pi d)/T}{2x(\pi d/T)^2 - 2h(\pi d/T)^2} - \\
 &- \frac{\pi \operatorname{sen} [(x\pi d - h\pi d)/T]}{2x(\pi d/T)^2 - 2h(\pi d/T)^2} = \frac{d}{2T}
 \end{aligned}$$

O limite pela direita, calculado de modo análogo, dá o mesmo resultado. Definimos, então, o valor da função em  $x = 50,504$  como  $\frac{d}{2T}$ .

Como os limites laterais são iguais e reais e iguais ao valor da função no ponto, não há descontinuidade.

Domínio de  $|C_x| = \mathbb{R}^+$  e Domínio de  $|C_n| = \mathbb{N}$ .

Para encontrarmos o conjunto imagem de  $|C_n|$ , consideramos  $|C_x|$  como o produto de duas funções:

$$|C_x| = |E_x| \cdot |F_x|$$

$$|C_x| = \underbrace{\left| \left( \frac{d}{T} \right)^2 \frac{x\pi}{\pi^2 - (x\pi d/T)^2} \right|}_{(\text{limitante})} \cdot \underbrace{\left| \operatorname{sen} (x\pi d/T) \right|}_{(\text{oscilante})}$$

Considerando que  $|F_x|$  assume valores no intervalo  $[0,1]$ ,  $|E_x|$  é limitante de  $|C_x|$ . Como  $|E_x|$  é decrescente a partir de  $x = 50,504$  e o primeiro ponto de máximo ocorre em  $x = 56,58158$ , concluímos que os pontos de máximo dos ciclos de  $|C_x|$  são decrescentes.

Logo Conjunto Imagem de  $|C_x| = [0, |C_x|_{\text{máximo}}]$ , aproximadamente

$$[0; 0,1022 \times 10^{-1}].$$

O Conjunto Imagem de  $|C_n|$  fica contido no intervalo acima.

#### 2.2.4 - Consideração Final

Além dos pontos de máximo encontrados, observamos que a primeira derivada de  $|C_x|$  se anula no ponto  $x = 50,504$ , o que nos poderia fazer crer na existência de um ponto de máximo ou mínimo. Tal não ocorre, como se pode observar na tabela, em anexo, das diferenças  $\Delta$  que ocorrem entre as curvas da primeira derivada anulada, denominadas CURV 1 e CURV 2 (vide fig. II.4).

$\alpha$	$\Delta$
45	- 0,03485074
46	- 0,02123599
47	- 0,0116304
48	- 0,00533438
49	- 0,00171143
50	- 0,00016902
50,504	0
51	- 0,0001397
52	- 0,00106722
53	- 0,00239052
54	- 0,00352856
55	- 0,00386266
56	- 0,00271656
57	- 0,0006675
58	- 0,00716095
59	- 0,017789
60	- 0,03378609

Em  $\alpha = 50,50$ , temos  $\Delta = 0$ , mas o sinal das diferenças permanece negativo nos dois harmônicos laterais, o que significa a não existência de ponto de máximo ou de mínimo.

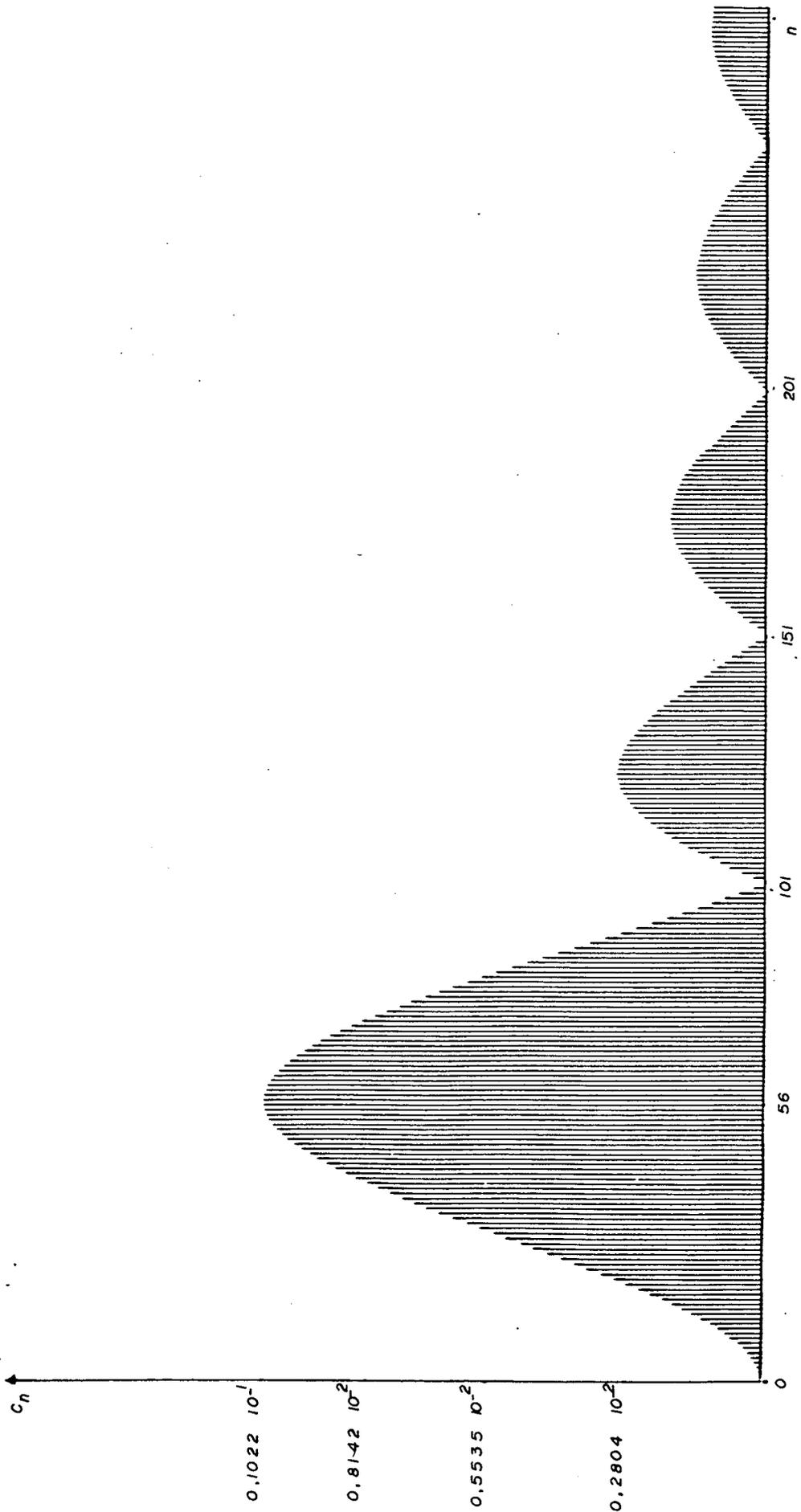


FIG. II.2 - ESPECTRO DE AMPLITUDE DA FUNÇÃO PERIÓDICA  $f(t) = \cos(\omega t)$

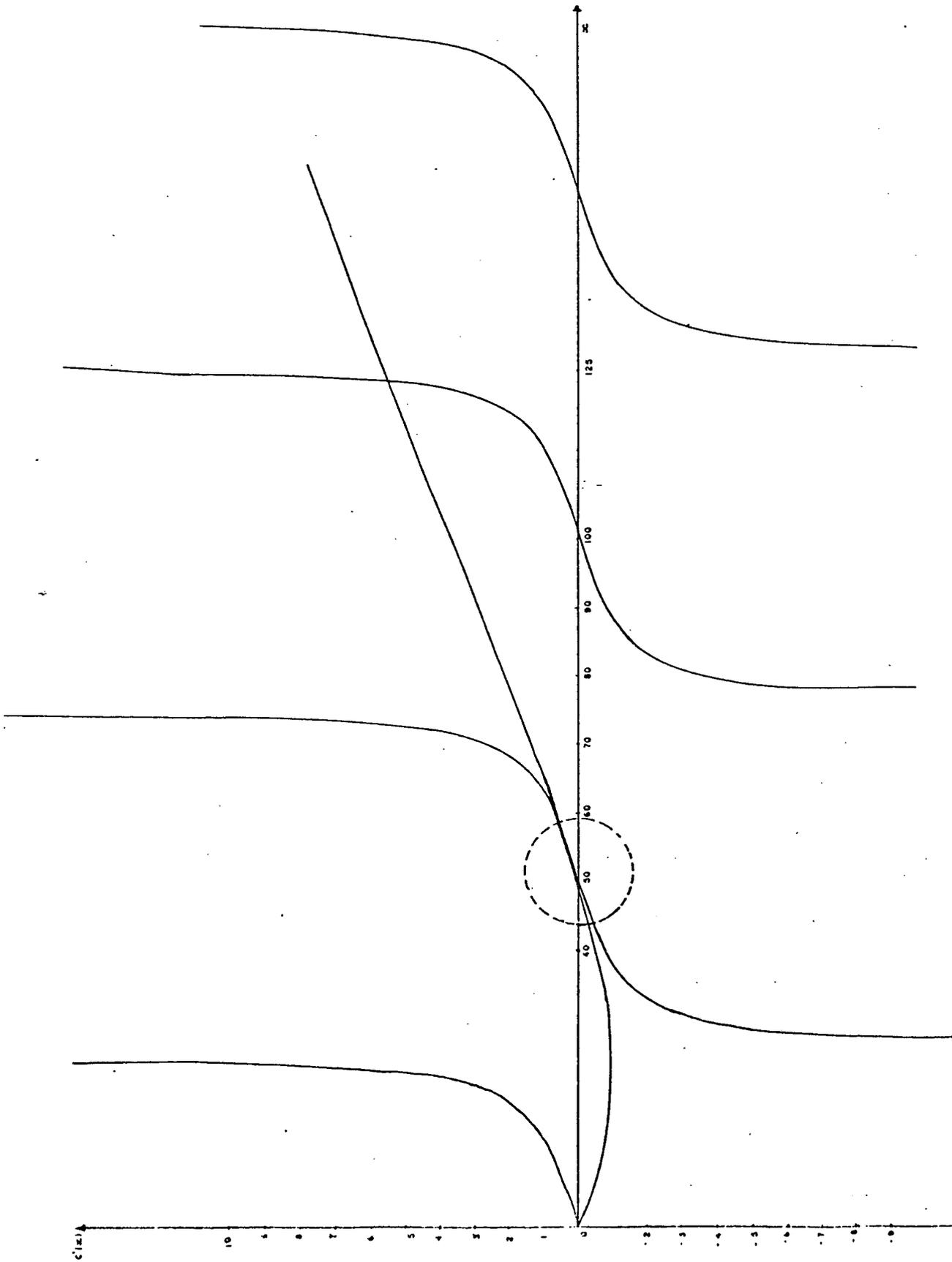


FIG. II.3 - CURVAS DA PRIMEIRA DERIVADA (NULA) DO ESPECTRO DE AMPLITUDE DO PULSO EMITIDO.

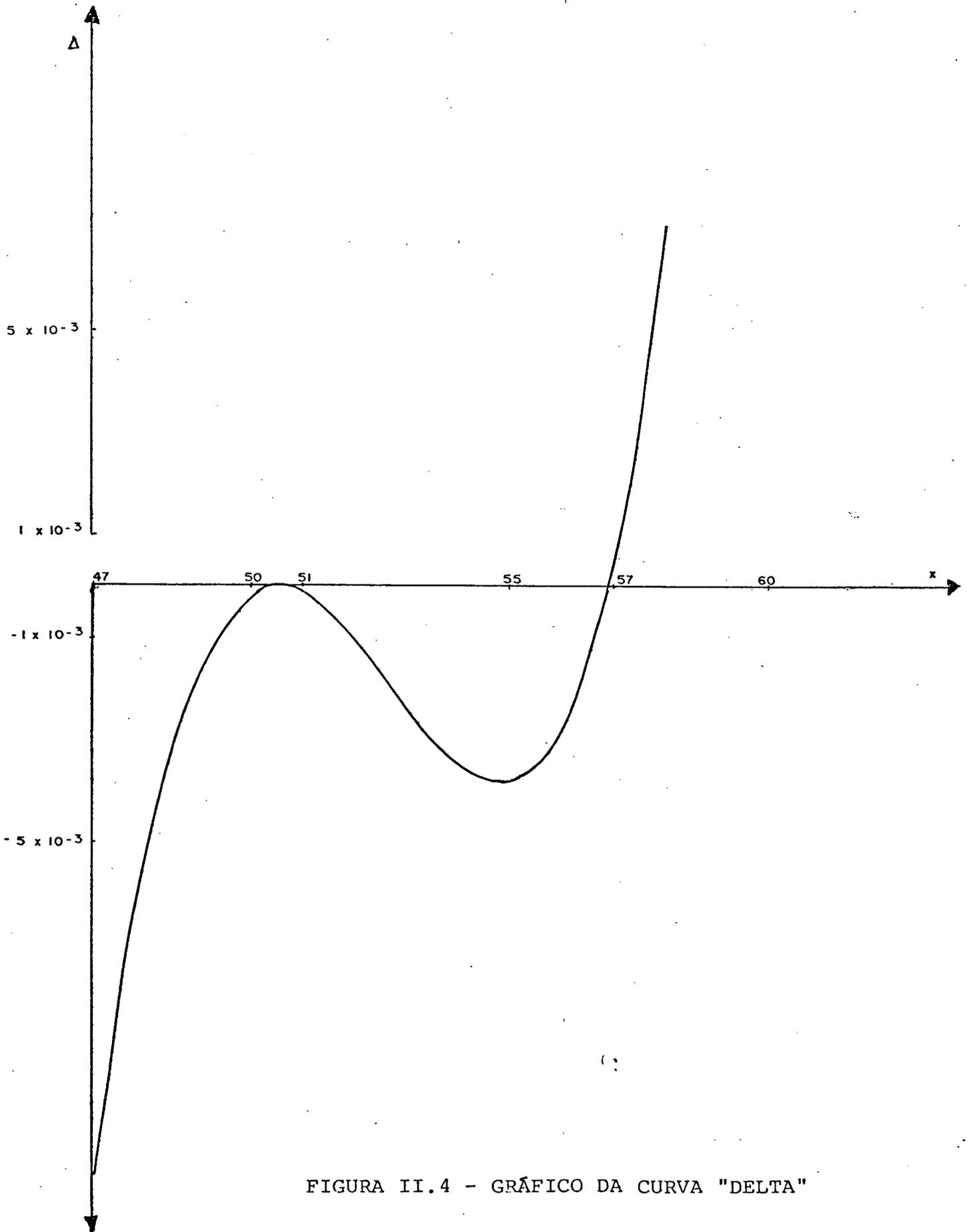


FIGURA II.4 - GRÁFICO DA CURVA "DELTA"

### CAPÍTULO III

#### 3.1 - Introdução e Justificativa

O estudo das redes lineares exige resolução de equações diferenciais ordinárias, lineares e de coeficientes constantes, ou a determinação de soluções de equações desse mesmo tipo. Esta solução, quando resolvida pelo método tradicional é geralmente trabalhosa, sobretudo na etapa de determinação das constantes de integração, a partir das condições iniciais. A transformação de Laplace é um método relativamente simples para resolver as equações deste tipo, com a vantagem de introduzir automaticamente as condições iniciais. Além disso, a transformação de Laplace permite o tratamento bastante geral e uniforme da Teoria de Circuitos Elétricos, independente do tipo de variação temporal das excitações.

Em virtude dessas vantagens, faremos o cálculo das Funções de Rede do nosso trabalho através do uso da Transformada de Laplace.

Para qualquer sistema existe uma função de entrada  $f_i(t)$  e uma função de saída ou função resposta  $f_o(t)$ . O sistema é completamente caracterizado se a natureza da dependência da resposta sobre a entrada é conhecida.



FIG. III.1 - DIAGRAMA DO FUNCIONAMENTO DE UM SISTEMA LINEAR

A resposta a uma função de entrada da forma  $e^{st}$ , onde "s" é um parâmetro independente que é uma constante em relação a t, será estudada a seguir.

A solução particular tem a forma

$$y_p(t) = H(s) e^{st}$$

onde  $H(s)$  é um fator multiplicativo cujo valor depende do parâmetro " $s$ " mas não de  $t$ .

$$y_p(t) = H(s) e^{st} \quad \text{quando a função de entrada}$$

$$x(t) = e^{st} \quad (3.1)$$

A forma geral da equação diferencial que relaciona a entrada e a saída de um circuito é:

$$a_n \frac{d^n y}{dt^n} + \dots + a_1 \frac{dy}{dt} + a_0 y =$$

$$b_m \frac{d^m x}{dt^m} + \dots + b_1 \frac{dx}{dt} + b_0 x \quad (3.2)$$

Substituindo (3.1) em (3.2), temos

$$(a_n s^n + \dots + a_1 s + a_0) H(s) e^{st} =$$

$$(b_m s^m + \dots + b_1 s + b_0) e^{st} \quad (3.3)$$

Portanto,

$$H(s) = \frac{b_m s^m + \dots + b_1 s + b_0}{a_n s^n + \dots + a_1 s + a_0} = \frac{B(s)}{A(s)}$$

$H(s)$  é o quociente de dois polinômios em  $s$ . Os coeficientes do numerador e denominador são iguais aos coeficientes dos lados direito e esquerdo, respectivamente da

equação (3.3).

$H(s)$  é chamada frequentemente de função de circuito.

Estas idéias podem ser aplicadas a circuitos elétricos. Se a rede linear, com condições iniciais quiescentes, é submetida a uma excitação  $f_i(t)$  transformável segundo Laplace, a resposta transformada da rede será

$F_o(s) = H(s) \cdot F_i(s)$ , onde  $H(s)$  é a função de circuito ou função operacional do sistema ou ainda Função de Rede.

Como a resposta e a excitação do nosso problema se referem a pares distintos de terminais, a função de rede é uma função de transferência. Uma das funções de transferência é chamada de Ganho de Voltagem  $G(s)$ , assim definida

$$G(s) = \frac{E_o(s)}{E_i(s)} \quad (\text{Close [3]})$$

Consideraremos  $G(s) = G(j\omega)$  (Orsini [11])

O sistema é considerado não distorsivo se a resposta do sinal for a réplica do sinal de entrada. Entretanto, a amplitude da resposta pode ser diferente daquela da entrada. Para tanto, a função de transferência, tem amplitude  $G(j\omega)$  constante e uma fase de resposta linear, isto é

temos:  $G(j\omega) = |G(j\omega)| e^{j\phi(\omega)}$

$|G(j\omega)| = K_1$  constante independente de  $\omega$ .

$\theta(\omega) = \omega K_2$  uma função linear de  $\omega$

$K_1$  e  $K_2$  são constantes arbitrárias.

No nosso caso, a fase é nula, portanto, vamos analisar a Função de Transferência, somente quanto ao seu módulo.

Nosso próximo passo consiste em calcular a Função de Transferência para os diversos circuitos de entrada, memória e saída do Eductor e verificar como se comportam estas funções para posteriores conclusões.

### 3.1.1 - Condições para a transformada de Laplace

Dada a função  $f(t)$ , a transformada de Laplace é definida por:

$$\mathcal{L}[f(t)] = \mathcal{F}(s) = \int_0^{\infty} f(t) e^{-st} dt$$

onde  $s = (\sigma + j\omega)$

Para que  $\mathcal{F}(s)$  exista é suficiente que

$$\int_0^{\infty} |f(t)| e^{-\sigma_1 t} dt < \infty$$

$\forall \sigma_1 \in \mathbb{R}$ , positivo. (Psu [12])

A aplicação da transformada de Laplace a uma equação diferencial é muito simples, quando as condições iniciais são zero.

As transformações usadas são as seguintes:

$$\frac{d}{dt} \Rightarrow s \quad \int dt \Rightarrow \frac{1}{s} \quad x(t) \Rightarrow X(s)$$

Vamos considerar o circuito completo, dividido em circuitos menores, acoplados uns aos outros. A cada circuito destes será associada uma impedância que corresponde a todo o circuito remanescente. Esta impedância será considerada totalmente resistiva. (vide figura III.2).

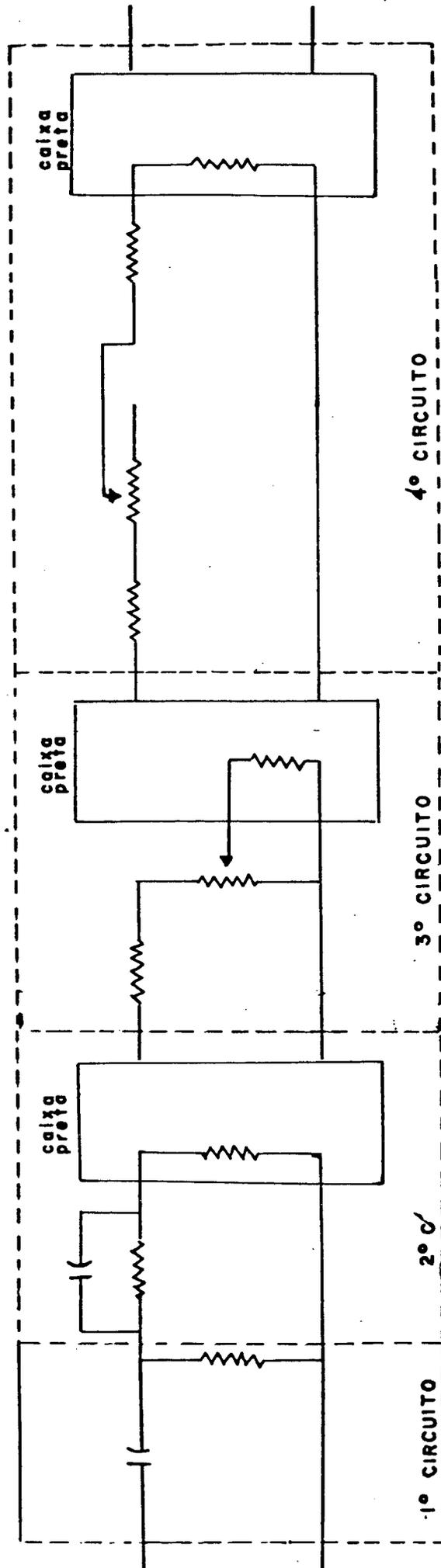


FIG. III.2 - ESQUEMA SIMPLIFICADO DO CIRCUITO DO CANAL DO SINAL DE ENTRADA

### 3.2 - Cálculo da função de transferência do canal do sinal de entrada

Dividimos o Canal do Sinal de Entrada em quatro circuitos ligados em série, calcularemos e estudaremos cada uma das funções de transferência destes circuitos e no final faremos as conclusões sobre o comportamento da função de transferência de todo o Canal do Sinal de Entrada.

#### 3.2.1 - Cálculo da função de transferência do 1º circuito

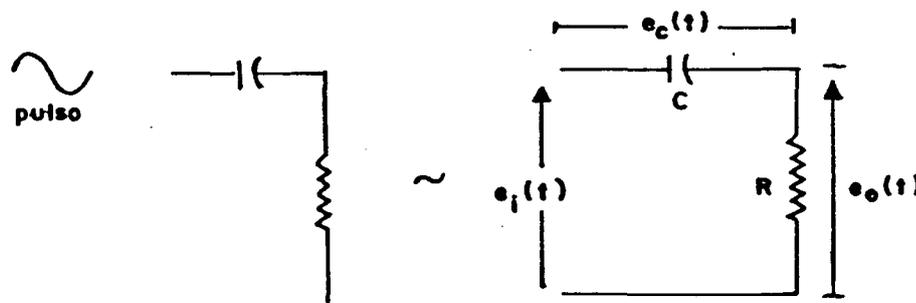


FIG. III.3 - ESQUEMA DO 1º CIRCUITO DO CANAL DO SINAL DE ENTRADA

Notamos pela figura que entre a tensão de entrada e as tensões parciais sobre o capacitor e sobre a resistência, temos a seguinte relação:

$$e_i(t) = e_o(t) + e_c(t)$$

mas para o capacitor cumpre-se

$$e_c(t) = \frac{q}{C} = \frac{1}{C} \int_0^t i(t) dt \quad (\text{Close [3]})$$

então:

$$e_c(t) = \frac{1}{RC} \int_0^t R i(t) dt$$

$$e_c(t) = \frac{1}{RC} \int_0^t e_o(t) dt$$

Substituindo o valor de  $e_c(t)$  na primeira relação, temos:

$$e_i(t) = e_o(t) + \frac{1}{RC} \int_0^t e_o(t) dt$$

$$\frac{d}{dt} e_i(t) = \frac{d}{dt} e_o(t) + \frac{1}{RC} \frac{d}{dt} \int_0^t e_o(t) dt$$

Tomando a transformada de Laplace, temos

$$E_o(s) = RC s E_i(s) - RC E_o(s)$$

$$[1 + RC s] E_o(s) = RC s E_i(s) \Rightarrow$$

$$G(s) = \frac{E_o(s)}{E_i(s)} = \frac{RC s}{1 + RC s} = \frac{s}{s + \frac{1}{RC}}$$

### 3.2.2 - Estudo da função de transferência do 1º circuito

Fazendo  $s = j\omega$

$$G(j\omega) = \frac{j\omega}{j\omega + \frac{1}{RC}}$$

Como, devido às condições do equipamento e de operação

$$j\omega \gg \frac{1}{RC}$$

pois  $R = 4,7 \text{ k}\Omega$

$$C = 1 \mu\text{f}$$

e a frequência média é de 40 KHz

então podemos desprezar  $\frac{1}{RC}$ , e

$|G(j\omega)| \cong 1 \implies$  o sinal é reproduzido fielmente.

### 3.2.3 - Cálculo da função de transferência do 2º circuito

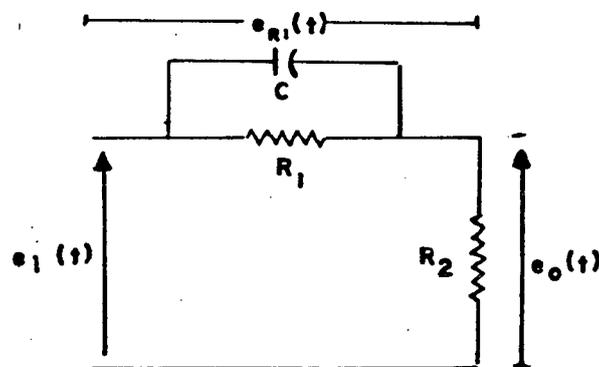


FIG. III.4 - ESQUEMA DO 2º CIRCUITO DO CANAL DO SINAL DE ENTRADA

$$i = i_C + i_{R_1} \quad (3.4)$$

$$e_i(t) = e_{R_1}(t) + e_o(t) \quad (3.5)$$

$$e_i(t) = R_1 i_{R_1}(t) + R_2 i(t) \quad (3.6)$$

Considerando que

$$\frac{i_c}{i_{R_1}} = \frac{R_1}{X_{RC}} \quad X_{RC} = \frac{1}{\omega C}$$

e combinando com as equações anteriores, temos:

$$i_c = i_{R_1} \omega R_1 C$$

e com simples cálculos algébricos chega-se a

$$e_i(t) = \frac{R_1}{R_2 (1 + \omega R_1 C)} e_o(t) + e_o(t)$$

Por processo análogo ao do 1º circuito,

$$\left[ \frac{R_1}{R_2 (1 + \omega R_1 C)} + 1 \right] \simeq E_o(s) = \simeq E_i(s)$$

donde, a função de transferência será

$$G(j\omega) = \alpha \frac{1 + \omega R_1 C}{1 + \alpha \omega R_1 C}$$

$$\text{onde } \alpha = \frac{R_2}{R_1 + R_2}$$

### 3.2.4 - Estudo da função de transferência do 2º circuito

Para verificarmos o comportamento de  $G(j\omega)$ , precisamos conhecer o valor de  $R_2$ , ou seja, a impedância do circuito remanescente.

Foram tomadas as seguintes medidas no Eductor:

Tensão no Capacitor C

$$e_c = 2 \text{ mV}$$

Tensão na Resistência  $R_2$

$$e_{R_2} = 21,5 \text{ mV}$$

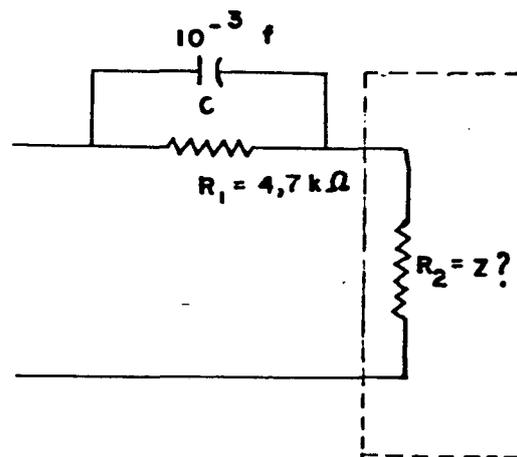


FIG. III.5 - ESQUEMA DO 2º CIRCUITO DO CANAL DO SINAL DE ENTRADA CONSIDERANDO A IMPEDÂNCIA DOS CIRCUITOS REMANESCENTES

Já que a tensão no capacitor é a mesma que na resistência  $R_1$

$$i_{R_1} = \frac{e}{R_1} = 0,426 \times 10^{-6} \text{ A}$$

$$X_c = \frac{1}{2\pi\omega C} = 398 \Omega$$

e com simples algebrismo concluimos que

$$Z = \frac{e_{R_2}}{i_{R_1} + i_c} = 3,96 \text{ k}\Omega$$

Usando a hipótese simplificadora de que a impedância remanescente é totalmente resistiva, então

$$R_2 = Z$$

$$\text{Logo } R_2 = 3,96 \text{ k}\Omega$$

A função de transferência deste circuito é

$$G(j\omega) = \frac{\alpha (1 + \omega R_1 C)}{1 + \alpha \omega R_2 C} \quad \text{onde } \alpha = \frac{R_2}{R_1 + R_2}$$

O quadro de valores de  $G(j\omega)$  está tabelado no Apêndice D.

Como a nossa faixa de interesse abrange apenas do 25º ao 80º harmônico, estudamos o comportamento de  $G(j\omega)$  neste intervalo. Depois de efetuada a tabela, foi calculada a reta dos mínimos quadrados deste conjunto de pontos. Esta reta possui declividade 0,00096, o que corresponde a 0,055°, e pode ser considerada como uma reta paralela ao eixo X. Isto implica que

$$|G(j\omega)| \cong \text{constante}$$

Portanto, o sinal não se modifica ao passar por este circuito.

### 3.2.5 - Cálculo da função de transferência do 3º circuito

As tensões estão assim relacionadas:

$$e_i(t) = e_1(t) + e_2(t) + e_o(t)$$

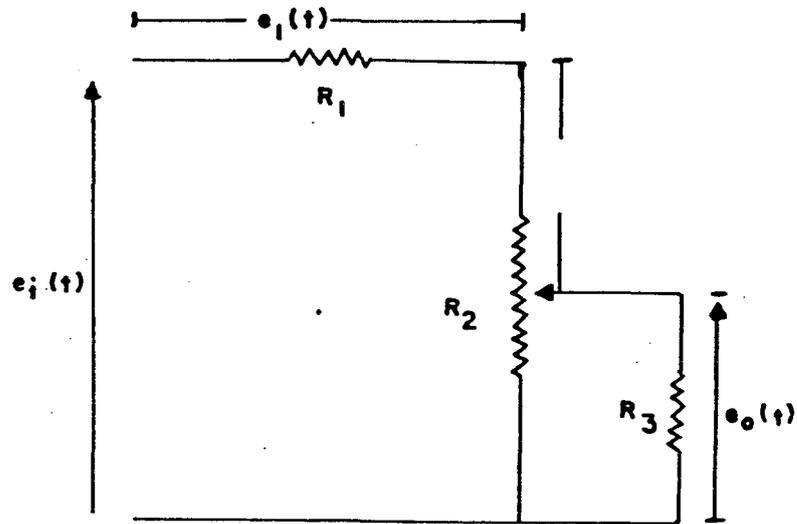


FIG. III.6 - ESQUEMA DO 3º CIRCUITO DO CANAL DO SINAL DE ENTRADA

Com a aplicação das Leis de Kirchoff chegamos a

$$e_i(t) = \left[ R_1 \frac{(R_x + R_o)}{R_x R_o} + (R_2 - R_x) \frac{(R_x + R_o)}{R_x R_o} + 1 \right] e_o(t)$$

Transformando, temos

$$\simeq E_i(s) = \left[ \frac{(R_x + R_o)(R_1 + R_2 - R_x + 1)}{R_x R_o} \right] \simeq E_o(s)$$

donde,

$$G(s) = \frac{E_o(s)}{E_i(s)} = \frac{R_x R_o}{(R_x + R_o)(R_1 + R_2 - R_x + 1)}$$

3.2.6 - Estudo do comportamento da função  $G(j\omega)$  do 3º circuito

Fazendo  $s = j\omega$

$G(j\omega) = K \implies$  o sinal é reproduzido fielmente.

3.2.7 - Cálculo da função de transferência do 4º circuito

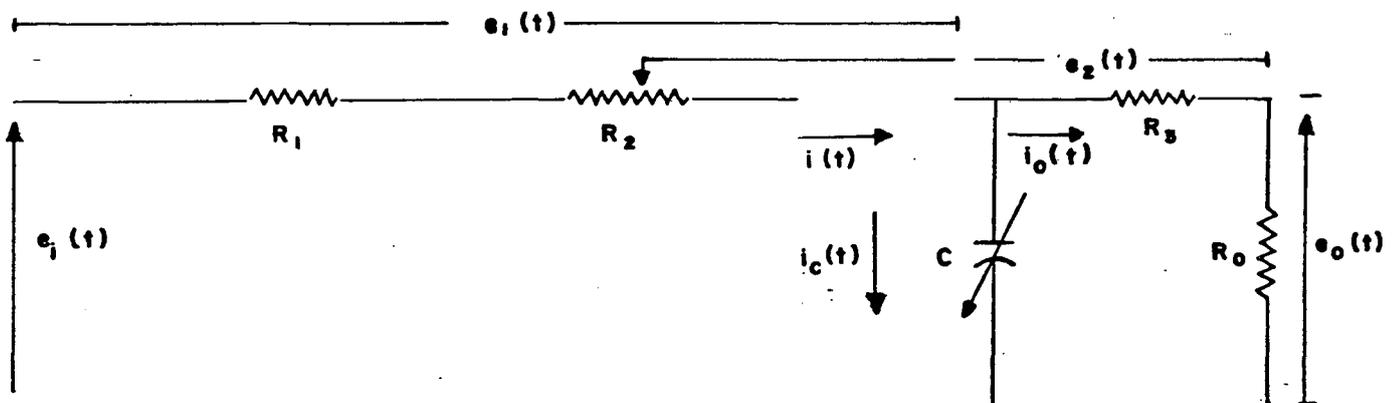


FIG. III.7 - ESQUEMA DO 4º CIRCUITO DO CANAL DO SINAL DE ENTRADA

As tensões estão assim relacionadas:

$$e_2(t) = e_1(t) + e_2(t) + e_0(t)$$

Como  $R_1$  e  $R_2$  estão em série e por sua vez  $R_3$  e  $R_0$  também, temos:

$$e_1(t) = (R_1 + R_2) i(t)$$

$$e_2(t) = R_3 i_0(t)$$

$$e_0(t) = R_0 i_0(t)$$

Por sua vez,

$$i(t) = i_c(t) + i_o(t)$$

$$e \quad X_c = \frac{1}{\omega C}$$

Com simples álgebra e substituições convenientes:

$$e_i(t) = \left\{ \frac{R_1 + R_2}{R_o} \left[ (R_3 + R_o) \omega C + 1 \right] + \frac{R_3}{R_o} + 1 \right\} e_o(t)$$

Transformando temos:

$$\sphericalangle E_i(s) = \left\{ \frac{R_1 + R_2}{R_o} \left[ (R_3 + R_o) \omega C + 1 \right] + \frac{R_3}{R_o} + 1 \right\} \sphericalangle E_o(s)$$

e daí

$$G(j\omega) = \frac{R_o}{(R_1 + R_2)(R_3 + R_o) \omega C + R_1 + R_2 + R_3 + R_o}$$

### 3.2.8 - Estudo do comportamento da função de transferência do 4º circuito

Para verificarmos o comportamento desta função de transferência, necessitamos conhecer o valor da resistência  $R_o$ , que corresponde segundo o nosso modelo à impedância do circuito remanescente.

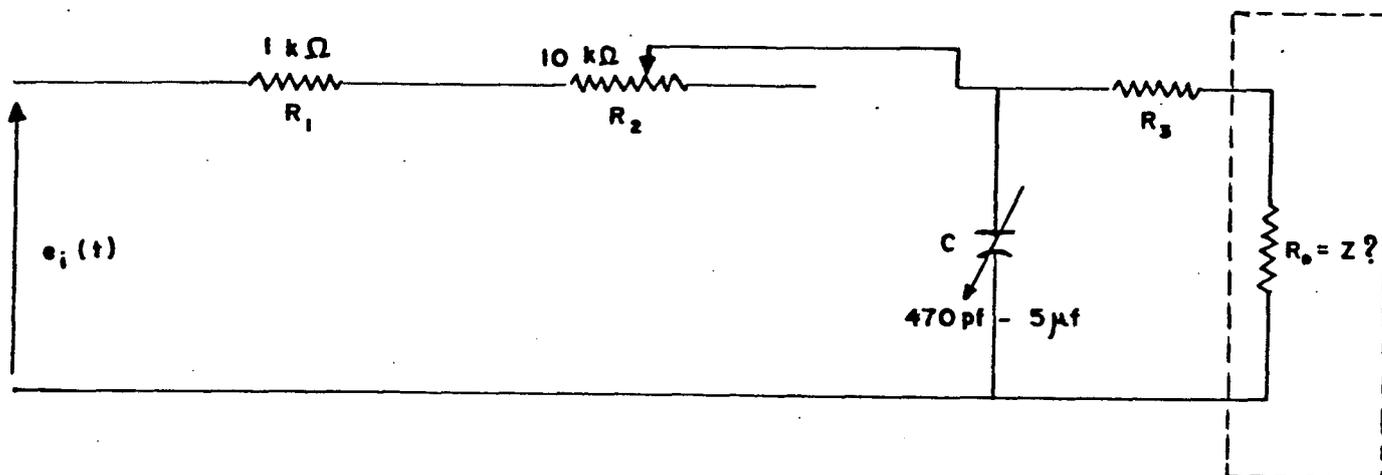


FIG. III.8 - ESQUEMA DO 4º CIRCUITO DO CANAL DO SINAL DE ENTRADA, CONSIDERANDO A IMPEDÂNCIA DOS CIRCUITOS REMANESCENTES

Medidas tomadas no Eductor:

Tensão na resistência  $R_3$

$$e_{R_3} = 0,13 \text{ mV}$$

Tensão na resistência  $R_0$

$$e_{R_0} = 11 \text{ mV}$$

daí

$$i_{R_3} = \frac{e_{R_3}}{R_3} = 1,3 \times 10^{-7} \text{ A}$$

Como  $R_3$  e  $R_0$  estão em série, então:

$$i_{R_3} = i_{R_0} = 1,3 \times 10^{-7} \text{ A}$$

por outro lado  $R_0 = \frac{e_{R_0}}{i_{R_0}} = 84 \text{ k}\Omega$

Conforme cálculo feito no ítem anterior

$$G(j\omega) = \frac{R_o}{(R_1 + R_2)[(R_3 + R_o)\omega C + 1] + R_3 + R_o}$$

onde

$$R_1 = 1 \text{ k}\Omega \quad R_3 = 1 \text{ k}\Omega$$

$$R_2 = 10 \text{ k}\Omega \quad R_o = 84 \text{ k}\Omega$$

$$C = 470 \text{ pf} - 5 \mu\text{f}$$

O quadro de valores de  $G(j\omega)$  deste circuito está calculado no Apêndice E. Depois de efetuada a tabela, calculamos a reta dos mínimos quadrados deste conjunto de pontos, somente para a capacitância de 470 pf, pois, para este valor de capacitância, os valores de  $G(j\omega)$  variam um pouco, o que praticamente não acontece para os valores de capacitância intermediários.

Concluiu-se que esta reta tem declividade  $-0,0044$ , o que corresponde a  $-0,2520998^\circ$  e, consequentemente, pode ser considerada paralela ao eixo  $X$ . Isto implica que

$G(j\omega) \cong \text{constante}$  e o sinal também não se deforma ao passar por este circuito.

### 3.2.9 - Conclusão

De acordo com a Teoria dos Grafos (Gehmlich[5]), como estes quatro circuitos estão ligados em série, a Função de Transferência do Canal do Sinal de Entrada será o produto destas quatro funções de transferência que obtivemos neste capítulo. Como todas elas são constantes ou consideradas como tal, o produto delas

também será constante e podemos concluir que o sinal não se modifica ao passar pelo Canal do Sinal de Entrada do Eductor.

## CAPÍTULO IV

### 4.1 - Memória

A memória do Eductor consiste de cem capacitores de alta qualidade, essencialmente iguais entre si, os quais, a cada vez que o aparelho varre "vêem", consecutivamente o sinal de entrada através de uma resistência determinada pelo Seletor da Constante de Tempo Característica (CTC).

Durante cada varredura, um relógio oscilador interno avança um anel contador que controla as comportas da memória, e cada um dos capacitores da memória é ligado por vez ao Canal do Sinal. Vide figura IV.1.

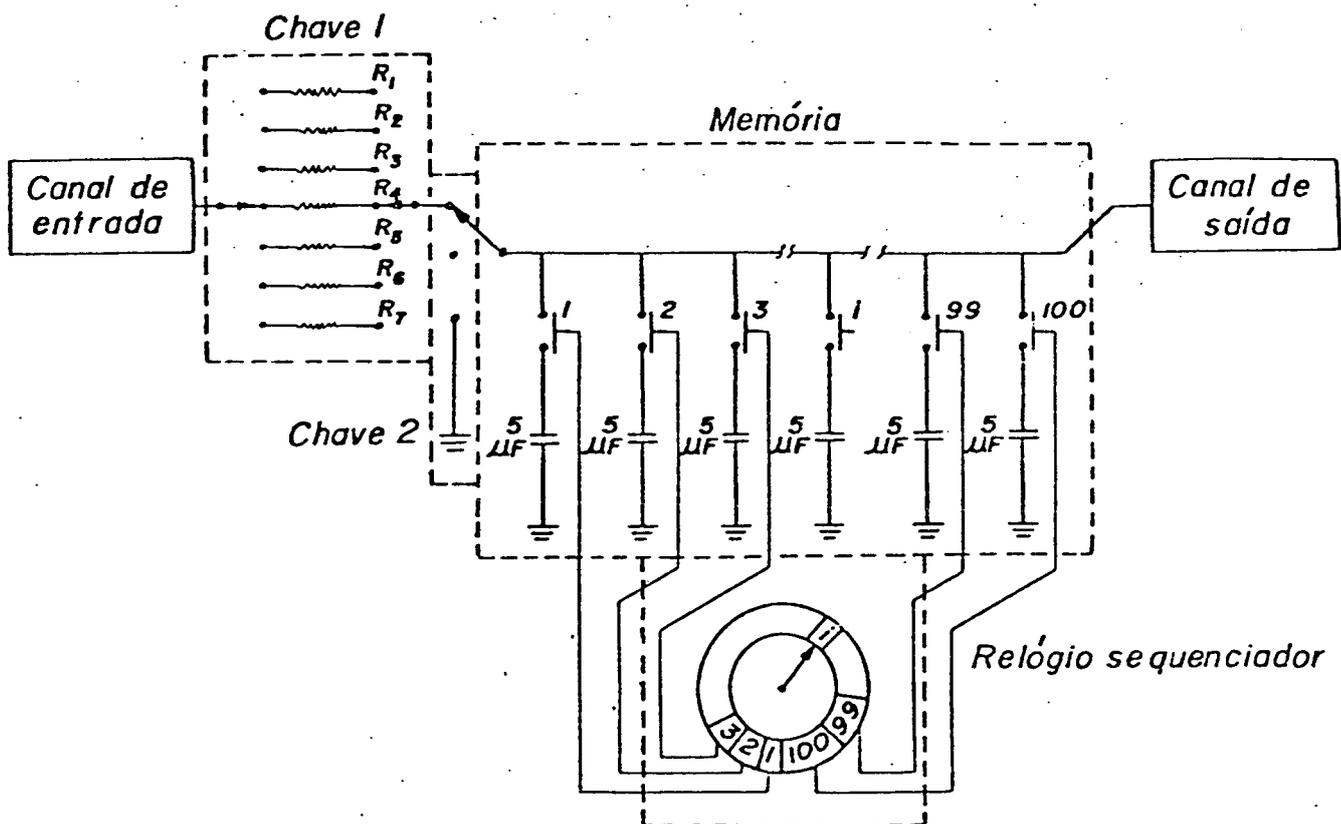


FIG. IV.1 - ORGANIZAÇÃO BÁSICA DA MEMÓRIA DO EDUCTOR

O Eductor deve ser sincronizado com a onda periódica na qual se está interessado, por isso, a mesma porção do sinal de entrada será vista por qualquer capacitor, em cada varredura, e cada capacitor carregará até o valor médio do sinal sobre 1% do intervalo de tempo de varredura em que ele está ligado. Após um número suficiente de varreduras (diretamente proporcional a CTC), cada capacitor carrega até um limite correspondente à amplitude da onda repetitiva sobre o intervalo apropriado e a componente sincronizada da onda do sinal de entrada estará armazenada.

O tempo que cada capacitor fica ligado é determinado pelo Controle de Tempo e Memória, que também determina o Tempo de Varredura (TV) - tempo necessário para que o sinal passe pelas cem posições da memória, tempo de atraso e inserção e modo de disparo.

Chamaremos de Fator de Trabalho (FT) a fração do tempo total entre disparos da varredura em que a memória está sendo varrida. Sendo que o tempo entre os disparos é o inverso da Repetição de Pulso (RP) (vide página 22), então temos

$$FT = \frac{TV}{PRP}$$

$$PRP = \frac{1}{RP}$$

ou

$$FT = TV \cdot RP$$

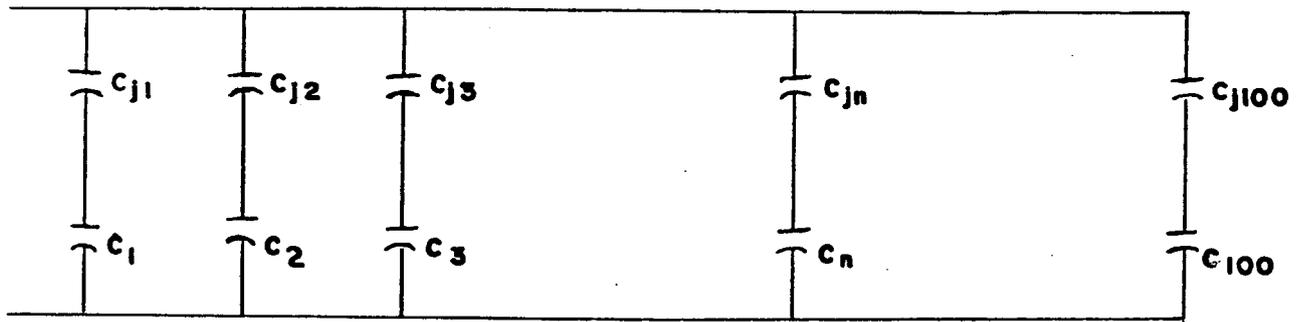
Definimos a Constante de Tempo Efetiva (ETC) como

$$ETC = \frac{CTC}{FT}$$

Além disso, existe uma relação entre CTC, ETC, FT e o tempo exigido para que o aparelho armazene completamente o sinal de entrada. Este tempo é chamado Tempo Ótimo de Análise (OAI) e é o tempo exigido para que o conteúdo da memória chegue a 90% ou 99% do seu valor final. Se não se tem perdas, não há problema em deixar o aparelho ligado por mais tempo que o ótimo, a não ser aquele que o operador está fazendo uso ineficiente do tempo.

O número de varreduras pode ser determinado como função da CTC e TV, pois o limite de carga de cada capacitor da memória em cada varredura é diretamente proporcional a TV e indiretamente proporcional a CTC.

Graficamente a memória pode ser assim descrita



$C_{jn}$  = capacitância das comportas, não conhecidas perfeitamente.

$C_n = 5 \mu f$        $n = 1, \dots, 100$

FIG. IV.2 - ESQUEMA DA MEMÓRIA DO EDUCATOR

Portanto, é um circuito composto de 100 capacitores, cada um deles ligado em série com uma comporta, cuja capacitância não é perfeitamente conhecida. Além disso, as capacitâncias das comportas são diferentes entre si. Consideramos a comporta como uma capacitância "parasita".

A capacitância ideal é considerada sem a comporta, portanto

$$C = 5 \mu f$$

Quando um capacitor descarregado é ligado a dois pontos com potenciais diferentes, o capacitor não se carrega instantaneamente, mas a uma razão que depende da sua capacitância e da resistência do circuito. Na figura IV.3, temos um capacitor e uma resistência conectados em série, ligados a dois pontos, com diferença de potencial  $V_{ab}$ . Seja  $i(t)$  a corrente do circuito e  $Q$  a carga do capacitor em algum instante depois de ligado o aparelho.

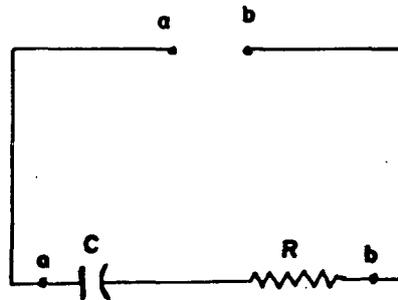


FIG. IV.3 - REPRESENTAÇÃO GRÁFICA DE UM CAPACITOR

Temos as seguintes relações:

$$i = \frac{dq}{dt}$$

$$V_{ax} = \frac{q}{c} \quad V_{xb} = iR$$

$$V_{ab} = V_{ax} + V_{xb}$$

Estas equações combinadas dão:

$$\frac{dq}{dt} + \frac{1}{RC} q = \frac{V_{ab}}{R}$$

é uma equação diferencial não homogênea, com a seguinte so-lução para a parte homogênea:

$$r + \frac{1}{RC} = 0 \implies r = -\frac{1}{RC}$$

$$\frac{dq}{dt} + \frac{1}{RC} q = 0$$

$$\frac{dq}{dt} = -\frac{1}{RC} q$$

$$\int \frac{dq}{dt} = -\frac{1}{RC} \int dt$$

$$\ln q = -\frac{t}{RC} + ct_e \quad ; \text{ exponenciando: } c:$$

$$q = A e^{-t/RC}$$

(4.1)

Para que esta solução sirva para a equação não homogênea, faremos a variação da constante  $A$ , isto é:

$A = A(t)$ , com  $A(t)$  a determinar.

$$\frac{dA}{dt} e^{-t/RC} - \frac{A}{RC} e^{-t/RC} + \frac{A}{RC} e^{-t/RC} = \frac{V_{ab}}{R}$$

$$\frac{dA}{dt} e^{-t/RC} = \frac{V_{ab}}{R}$$

$$\frac{dA}{dt} = \frac{V_{ab}}{R} e^{t/RC} \implies$$

$$\int \frac{dA}{dt} = \frac{V_{ab}}{R} \int_0^t e^{t/RC} \quad \text{mas } V_{ab} = V$$

$$A(t) = \frac{V_{ab}}{R} RC \int_0^t e^{t/RC}$$

$$A(t) = CV (e^{t/RC} - 1) \implies \text{substituindo em (4.1)}$$

$$q = CV (e^{t/RC} - 1) e^{-t/RC}$$

$$q = CV (1 - e^{-t/RC})$$

onde  $CV$  é a carga final do capacitor, que chamaremos de  $Q_{\infty}$ .

$$q = Q_{\infty} (1 - e^{-t/RC}) \quad (4.2)$$

4.2 - Cálculo do tempo em que o Eductor deve ficar ligado para resgatar 99% do sinal, sem considerar a capacitância da comporta

Conforme se pode ver pela equação (4.2), a carga num capacitor alcança seu valor final assintoticamente, donde é exigido um tempo infinito para o capacitor atingir sua carga final. O tempo para que a carga cresça até uma fração fixada do seu valor final, entretanto, é perfeitamente definido, e com qualquer valor de R e de C encontrados na prática, um tempo muito pequeno é suficiente para que a carga cresça ao valor final, essencialmente. Para fins práticos, interessa-nos calcular o tempo em que o Eductor deve ficar ligado para que a carga dos capacitores atinjam 99% da carga final. Este tempo será chamado de tempo ativo e denotado por " t ".

Da solução da equação de carga temos a equação (4.2). Se escolhermos no aparelho uma constante de tempo de 10s, teremos então:

$$q = 0,99 Q_{\infty} \implies$$

$$1 - e^{-t/RC} = 0,99$$

$$\ln 0,01 = -\frac{t}{RC}$$

$$t = 4,6 RC$$

Como cada comporta está ligada somente  $f_i$  do tempo de varredura, o tempo ativo total será:

$$t = 460 RC$$

Mas RC, para qualquer CTC, por construção do equipamento, será sempre 1% da CTC escolhida na frente do painel, então voltamos a ter

$$t = 4,6 RC \quad (4.3)$$

O tempo do relógio ou tempo real (TR), difere do tempo ativo pelo Fator de Trabalho (FT), através da seguinte relação

$$TR = \frac{t}{FT} \implies t = (TR) \cdot (FT) \quad (4.4)$$

e como

$$FT = \frac{TV}{PRP} \quad \text{então}$$

$$FT = \frac{320 \mu s}{1/792 s} = 0,25344$$

Para achar o tempo real de funcionamento do aparelho, substituímos  $t$  em (4.3), pelo valor encontrado em (4.4) e obtemos

$$TR = 4,6 \frac{RC}{FT}$$

$$TR = 4,6 \left( \frac{10}{0,25344} \right)$$

$$TR = 181,5 s \cong 3 \text{ min e } 2 s$$

Este tempo é chamado Tempo Ótimo de Análise (OAI). O resultado acima obtido ocorre se considerarmos que a comporta não influenciou na capacitância do circuito, o que na realidade não acontece. Acabamos de analisar, pois, o caso ideal.

Passamos, agora, a analisar o mesmo circuito, fazendo algumas suposições a respeito do capacitor "parasita" e sua influência no tempo em que o aparelho deve ficar ligado para resgatar 99% do sinal.

4.3 - Cálculo do tempo em que o aparelho deve ficar ligado para resgatar 99% do sinal, com a introdução da comporta

Em primeiro lugar, vamos introduzir o capacitor "parasita". Neste caso, como eles estão ligados em série, teremos:

$$C' = \frac{C_1 C_2}{C_1 + C_2}$$

$$C_2 = 5 \mu f$$

$$C_1 = \text{parasita}$$

Passamos a calcular o valor da capacitância de  $C_1$  de modo que esta não altere a capacitância total em 1%, ou seja:

$$C' = \frac{C_1 C_2}{C_1 + C_2} = 0,99 C_2, \text{ pois, } C_2 \text{ é a capacitância ideal do circuito.}$$

daí  $C_1 = 99 C_2$

Portanto, para diminuir a capacitância total do circuito de 1%, o capacitor "parasita" (comporta) pode ser 99 vezes maior do que o capacitor da memória. A pergunta que surge imediatamente é a seguinte: quantas vezes menor esta capacitância pode ser, ou seja, aumentar a capacitância total do circuito de 1%? Esta situação não acontece porque a capacitância resultante é menor que a menor !

Calcularemos, em seguida, a alteração no tempo que o Eductor deve ficar ligado para resgatar 99% do sinal, com a introdução do capacitor parasita  $C_1$ , usando como capacitância total  $C'$ . Temos, então,

$$C' = \frac{C_1 C_2}{C_1 + C_2}, \text{ onde}$$

$$C_2 = 5 \mu\text{f}$$

$$C_1 = 99 C_2 = 495 \times 10^{-6} \text{ f}$$

Teremos,

$$C' = \frac{(495 \times 10^{-6})(5 \times 10^{-6})}{495 \times 10^{-6} + 5 \times 10^{-6}}$$

$$C' = 4,95 \times 10^{-6} \text{ f}$$

como  $R = 20 \times 10^3 \Omega$  então

$$RC' = 99 \times 10^{-3} \text{ s}$$

donde

$$CTC = 99 \text{ s}$$

$$\text{Cálculo do tempo real: } TR = 4,6 RC'/FT$$

$$TR = 4,6 (99/0,25433)$$

$$TR = 179,68 \text{ s} \cong 3 \text{ min} \quad (4.5)$$

Este resultado significa que se a capacitância total é diminuída de 1% do total, o tempo em que o aparelho deve ficar ligado também diminui. No caso, a diminuição do tempo corresponde a mais ou menos 2 segundos, ou seja, 1% do tempo de espera. A conclusão a que se chega é que esperando 3 min e 2 segundos consegue-se 99% do sinal, mesmo com a introdução da comporta.

#### 4.4 - Estudo das curvas log RC x log FT

As curvas  $\log RC$  x  $\log FT$ , paramétricas em  $TR$ , são retas com coeficiente de posição  $\log (TR/4,6)$  e declividade 1. Com efeito, aplicando a logaritmação na expressão do tempo real em que o aparelho deve ficar ligado temos:

$$TR = 4,6 RC/FT$$

$$TR/4,6 = RC/FT$$

$$\log (TR/4,6) = \log RC - \log FT$$

$$\log RC = \log FT + \log (TR/4,6)$$

Estas retas tem duas limitantes (vide figura IV.4). A primeira, pela direita, que é atingida quando o Fator de Trabalho é igual a 1. Isto ocorre quando o Tempo de Varredura do aparelho é igual ao Período de Repetição de Pulso.

A limitante pela esquerda é causada por problema físico e ocorre quando  $OTC = 5.000$  s, onde  $OTC =$  Constante de Tempo Observada.

$$OTC = \frac{CTC}{FT}$$

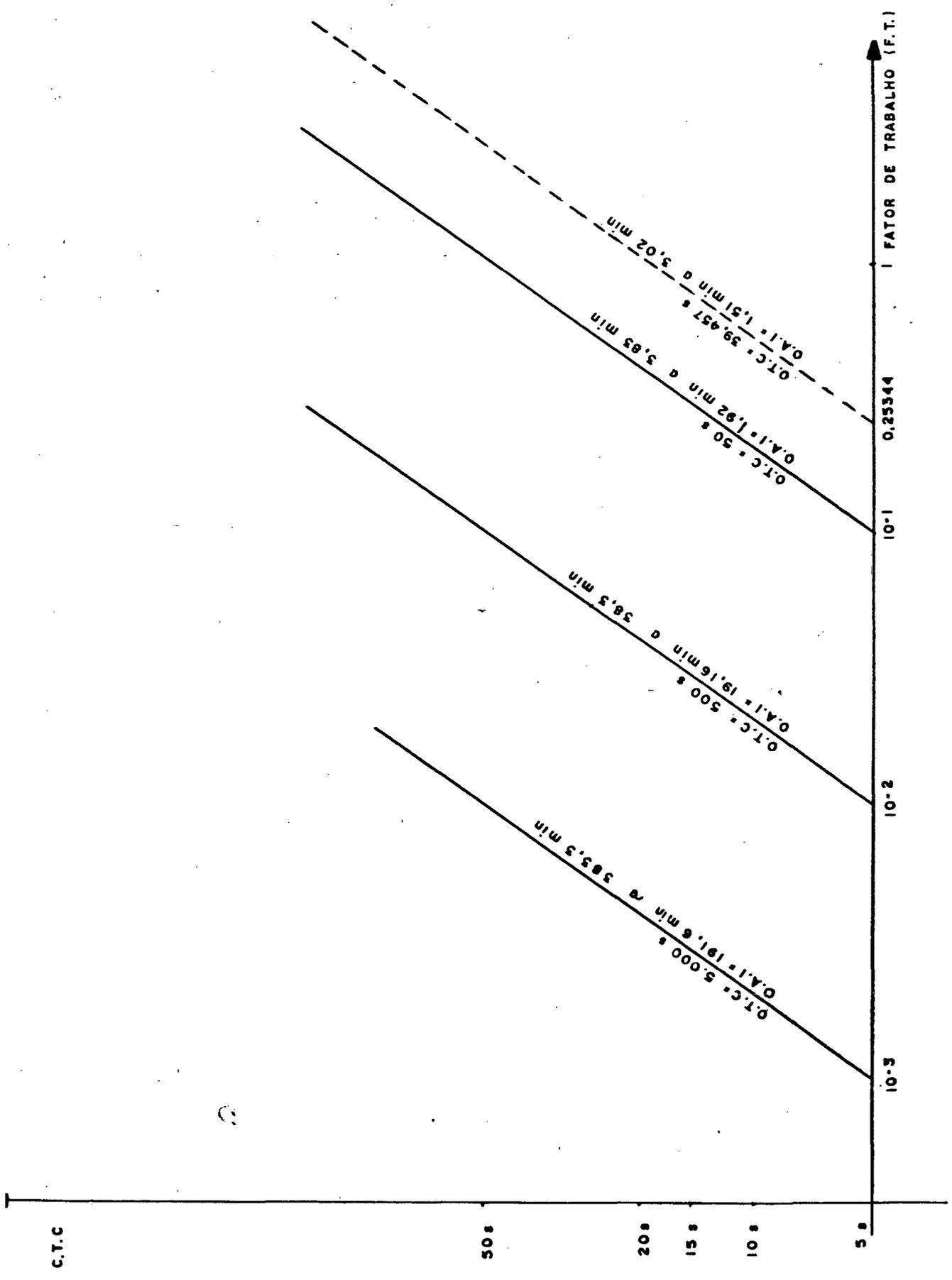


FIG. IV.4 - CURVAS LOG RC X LOG FT

#### 4.5 - Influência das comportas na variação de carga e tensão dos capacitores da memória

Passamos a fazer, agora, a seguinte análise: vamos supor que uma varredura está se realizando e que o sinal passa por dois canais consecutivos da memória. Graficamente temos:

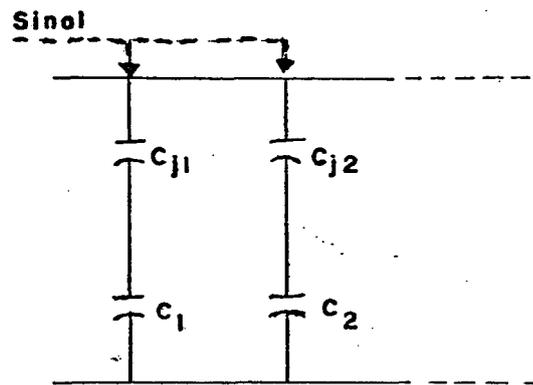


FIG. IV.5 - O SINAL PASSA POR DOIS CANAIS CONSECUTIVOS DA MEMÓRIA

nestes termos

$$C'_1 = \frac{C_{j1} C_1}{C_{j1} + C_1} \quad \text{e} \quad C'_2 = \frac{C_{j2} C_2}{C_{j2} + C_2}$$

Consideraremos três casos:

- 1)  $C'_2 = 0,99 C'_1$
- 2)  $C'_2 = 0,95 C'_1$
- 3)  $C'_2 = 0,90 C'_1$

Feita a suposição, no mesmo tempo de 181,5 s, queremos conhecer o que acontece com as cargas e consequentemente com a diferença de potencial nestes dois canais. Ou seja, pergunta-se

$$Q C'_1 = ?$$

$$V C'_1 = ?$$

$$Q C'_2 = ?$$

$$V C'_2 = ?$$

O tempo em que o aparelho precisa ficar ligado para que a capacitância

$$C'_1 = \frac{C_{j1} C_1}{C_{j1} + C_1}$$

atinga 99% da carga final, já foi calculado em (4.5) e é de 179,68 s.

Supondo que o próximo canal da memória tenha uma capacitância igual a 0,99, 0,95 ou 0,90 desta, vamos calcular a porcentagem de carga que  $C'_2$  adquire. A porcentagem de carga final que um capacitor adquire é dada pela expressão:

$$\left( 1 - e^{-t/RC} \right)$$

$$1 - \left( 1 - e^{-\frac{TR}{RC'_2} \cdot FT} \right) =$$

$$= \left( 1 - e^{-\frac{179,68}{20 \times 10^5} \cdot 4,9005 \times 10^{-6}} \right) \cong 1 \quad (4.6)$$

$$\begin{aligned} & \left( 1 - e^{-TR/RC'_2 \cdot FT} \right) = \\ & = \left( 1 - e^{-179,68 \text{ s} / (20 \times 10^5 \cdot 4,7025 \times 10^{-6})} \right) \cong 1 \quad (4.7) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} & \left( 1 - e^{-TR/RC'_2 \cdot FT} \right) = \\ & = \left( 1 - e^{-179,68 \text{ s} / (20 \times 10^5 \cdot 4,455 \times 10^{-6})} \right) \cong 1 \quad (4.8) \end{aligned}$$

Notamos que, em qualquer um dos casos, a capacitância adquirida é quase total.

Para calcular a diferença de potencial, precisamos do cálculo do tempo em que o aparelho deve ficar ligado para atingir 99% da carga final, com uma capacitância 10% menor do que  $5 \mu\text{f}$ . Faremos isto, pois esta é a pior das hipóteses.

Queremos, portanto

$$\begin{aligned} q &= 0,99 Q_{\infty} \quad \text{com} \quad C' = 0,9 C \\ C &= 5 \mu\text{f} \quad \implies \quad C' = 4,5 \mu\text{f} \end{aligned}$$

$$TR = 4,6 \frac{RC'}{FT}$$

$$TR = 4,6 \times \frac{9}{0,25344}$$

$$\text{e } TR = 163,35 \text{ s} \cong 2 \text{ min e } 43 \text{ s}$$

Cálculo da variação da diferença de potencial:

Temos o seguinte, graficamente

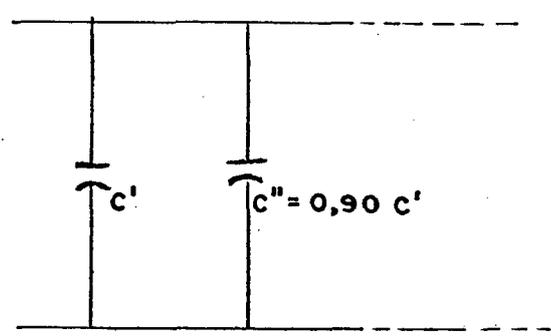


FIG. IV.6 - DIAGRAMA QUE REPRESENTA DOIS CAPACITORES CONSECUTIVOS DA MEMÓRIA, COM CAPACITÂNCIAS DIFERENTES

$$TR = 163,35 \text{ ns} = t$$

$$C'' = 4,05 \mu\text{f}$$

$$C' = 4,5 \mu\text{f}$$

$$q_1 = 0,99 Q_{\infty 1}$$

Temos

$$Q_{\infty 1} = \Delta V_{\infty 1} C'$$

$$Q_{\infty 2} = \Delta V_{\infty 2} C''$$

$$\Delta V_{\infty 1} = \Delta V_{\infty 2} = \Delta V_{\infty} \implies$$

$$Q_{\infty 1} = \Delta V_{\infty} C'$$

$$Q_{\infty 2} = \Delta V_{\infty} C'' \quad \therefore \quad Q_{\infty 2} = \frac{Q_{\infty 1}}{C'} C''$$

$$q' = \Delta V_{\infty} C'$$

$$q'' = Q_{\infty 2} (1 - e^{-t/RC})$$

$$q'' = \frac{Q_{\infty 1} C_2}{C_1} (1 - e^{-t/RC})$$

$$q'' = \frac{Q_{\infty 1} 4,05 \times 10^{-6}}{4,5 \times 10^{-6}} (1 - e^{-163,35 / (20 \times 10^5) (4,05 \times 10^{-6})})$$

$$q'' = Q_{\infty 1} 0,9 \implies q = 0,9 Q_{\infty 1}$$

Temos que:

$$\Delta V' = \frac{q}{C'}$$

$$\Delta V'' = \frac{q}{C''}$$

$$\Delta V' = \frac{0,99 Q_{\infty 1}}{4,5 \times 10^{-6}}$$

$$\Delta V'' = \frac{0,9 Q_{\infty 1}}{4,05 \times 10^{-6}}$$

$$\implies \frac{\Delta V'}{\Delta V''} = 0,99 \quad \therefore \begin{aligned} \Delta V' &= 0,99 \Delta V'' \\ \Delta V'' &= 1,01 \Delta V' \end{aligned} \quad (4.9)$$

O resultado (4.9) significa que a diferença de potencial do canal subsequente  $C_2'$ , tem uma variação insignificante em relação ao canal anterior, portanto, não deforma o sinal.

4.6 - As condições de contorno do problema da carga do capacitor mudam

Os capacitores da memória do Eductor não alcançam a sua carga final em uma varredura, mas sim, em um número muito grande de varreduras. Além disso, como o tempo de varredura é menor do que o tempo de repetição de pulso, os capacitores carregam enquanto o aparelho varre e perdem carga até a próxima varredura. Este fato nos apresenta uma nova face do problema: procurar uma equação que nos forneça a carga adquirida de qualquer capacitor, em qualquer tempo. Com isto, mudam as condições de contorno para a equação de carga de um capacitor. Temos

$$\frac{dq}{dt} + \frac{1}{RC} q - \frac{V}{R} = 0$$

uma equação diferencial não-homogênea, cuja parte homogênea é

$$\frac{dq}{dt} + \frac{1}{RC} q = 0$$

$$\frac{dq}{dt} = - \frac{1}{RC} q$$

$$\frac{dq}{q} = - \frac{1}{RC} dt$$

Condição inicial:  $q(t = t_1) = q_1$

Condição final:  $q(t \rightarrow \infty) = Q_\infty$

Resolvendo, temos

$$\int \frac{dq}{dt} = -\frac{1}{RC} \int_{t_1}^t dt + cte$$

$$\ln q = -\frac{1}{RC} (t - t_1) + cte$$

$$\ln q = \frac{-(t - t_1)}{RC} + cte$$

$$q = e^{-(t - t_1)/RC} \exp(cte)$$

$$q = K e^{(t_1 - t)/RC} \tag{4.10}$$

Para que esta solução sirva para a equação não homogênea, fazemos a variação da constante  $K$ , isto é  $K = K(t)$ , com  $K(t)$  a determinar.

$$\frac{dK}{dt} e^{(t_1 - t)/RC} - \frac{K}{RC} e^{(t_1 - t)/RC} + \frac{K}{RC} e^{(t_1 - t)/RC} = \frac{V}{R}$$

$$\frac{dK}{dt} = \frac{V}{R} e^{-(t_1 - t)/RC} \text{ onde,}$$

$$K(t) = \frac{V}{R} \int_{t_1}^t e^{-(t_1-t)/RC} dt + K_0$$

$$K(t) = \frac{V}{R} RC \int_{t_1}^t e^{-(t_1-t)/RC} \frac{1}{RC} dt + K_0$$

$$K(t) = VC \left[ e^{-(t_1-t)/RC} \right]_{t_1}^t + K_0$$

$$K(t) = CV \left[ e^{-(t_1-t)/RC} - e^0 \right] + K_0$$

$$K(t) = CV \left[ e^{-(t_1-t)/RC} - 1 \right] + K_0$$

Substituindo em (4.10)

$$q = CV \left( e^{(t-t_1)/RC} - 1 \right) e^{-(t-t_1)/RC} + K_0 e^{-(t-t_1)/RC}$$

$$q = CV \left( 1 - e^{(t_1-t)/RC} \right) + K_0 e^{(t_1-t)/RC}$$

Mas  $CV$  é a carga final do capacitor, então

$$q = Q_{\infty} (1 - e^{-(t_1-t)/RC}) + K_0 e^{-(t_1-t)/RC}$$

Aplicando as condições de contorno  $t = t_1 \implies q = q_1$

obtemos  $K_0 = q_1$

donde

$$q = Q_{\infty} (1 - e^{-(t_1-t)/RC}) + q_1 e^{-(t_1-t)/RC}$$

$$q = Q_{\infty} + (q_1 - Q_{\infty}) e^{-(t_1-t)/RC} \quad (4.11)$$

Vamos verificar se a solução está correta.

quando  $t \rightarrow \infty$

$$q = Q_{\infty} + (q_1 - Q_{\infty}) \cdot 0$$

$$q = Q_{\infty}$$

quando  $t = t_1$

$$q = Q_{\infty} + (q_1 - Q_{\infty}) e^0$$

$$q = q_1$$

quando  $t = 0$  temos  $q = 0$

$$0 = Q_{\infty} + (q_1 - Q_{\infty}) e^{t_1/RC}$$

$$(q_1 - Q_{\infty}) e^{t_1/RC} = -Q_{\infty}$$

$$q_1 - Q_{\infty} = -Q_{\infty} e^{-t_1/RC}$$

$$q_1 = Q_{\infty} - Q_{\infty} e^{-t_1/RC}$$

$$q_1 = Q_{\infty} (1 - e^{-t_1/RC})$$

Da equação (4.11) temos que a carga de um ciclo a partir de um ponto  $i$ , onde a carga foi  $q_i$ , no instante  $t_i$ , será:

$$q(t) = Q_{\infty} - (Q_{\infty} - q_i) e^{-(t-t_i)/RC}$$

no instante  $t = t_{i+1}$ , a carga atinge um valor

$$q_{i+1} = Q_{\infty} - (Q_{\infty} - q_i) e^{-(\Delta t/RC) \text{ carga}} \quad (4.12)$$

Por outro lado,  $q_i$  é atingida após um processo de descarga da carga alcançada no instante  $t_{i-1}$ , (vide figura IV.7) com um valor  $q_{i-1}$ , ou seja:

$$q_i = q_{i-1} e^{-(\Delta t/RC) \text{ descarga}} \quad (4.13)$$

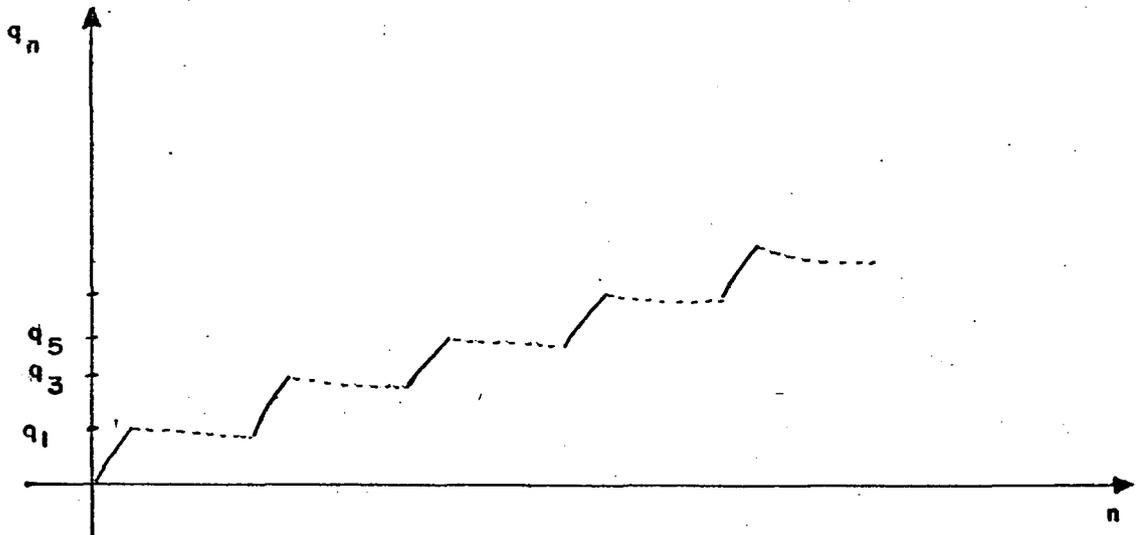


FIG. IV.7 - REPRESENTAÇÃO DA AQUISIÇÃO DE CARGA REAL DE UM CAPACITOR DA MEMÓRIA DO EDUCATOR

Substituindo (4.13) em (4.12), temos:

$$q_{i+1} = Q_{\infty} - (Q_{\infty} - q_{i-1} e^{-(\Delta t/RC)_{\text{descarga}}}) e^{-(\Delta t/RC)_{\text{carga}}}$$

ou

$$q_{i+1} = Q_{\infty} - (Q_{\infty} - q_{i-1} e^{-T_D}) e^{-T_C}$$

$$q_{i+1} = Q_{\infty} (1 - e^{-T_C}) + q_{i-1} e^{-(T_D + T_C)}$$

onde

$$T_D = \frac{\Delta t}{RC} \quad \text{da descarga}$$

$$T_C = \frac{\Delta t}{RC} \quad \text{da carga}$$

Com esta equação podemos calcular o tempo real que o capacitor da memória leva para carregar 99% da sua carga final.

Para isto foi elaborado o Programa 3, constante do Apêndice G. Obtivemos o seguinte resultado: o capacitor atinge 99% da carga final na 235.000ª varredura (vide figura IV.8), o que leva um tempo de 4 minutos e 57 segundos.

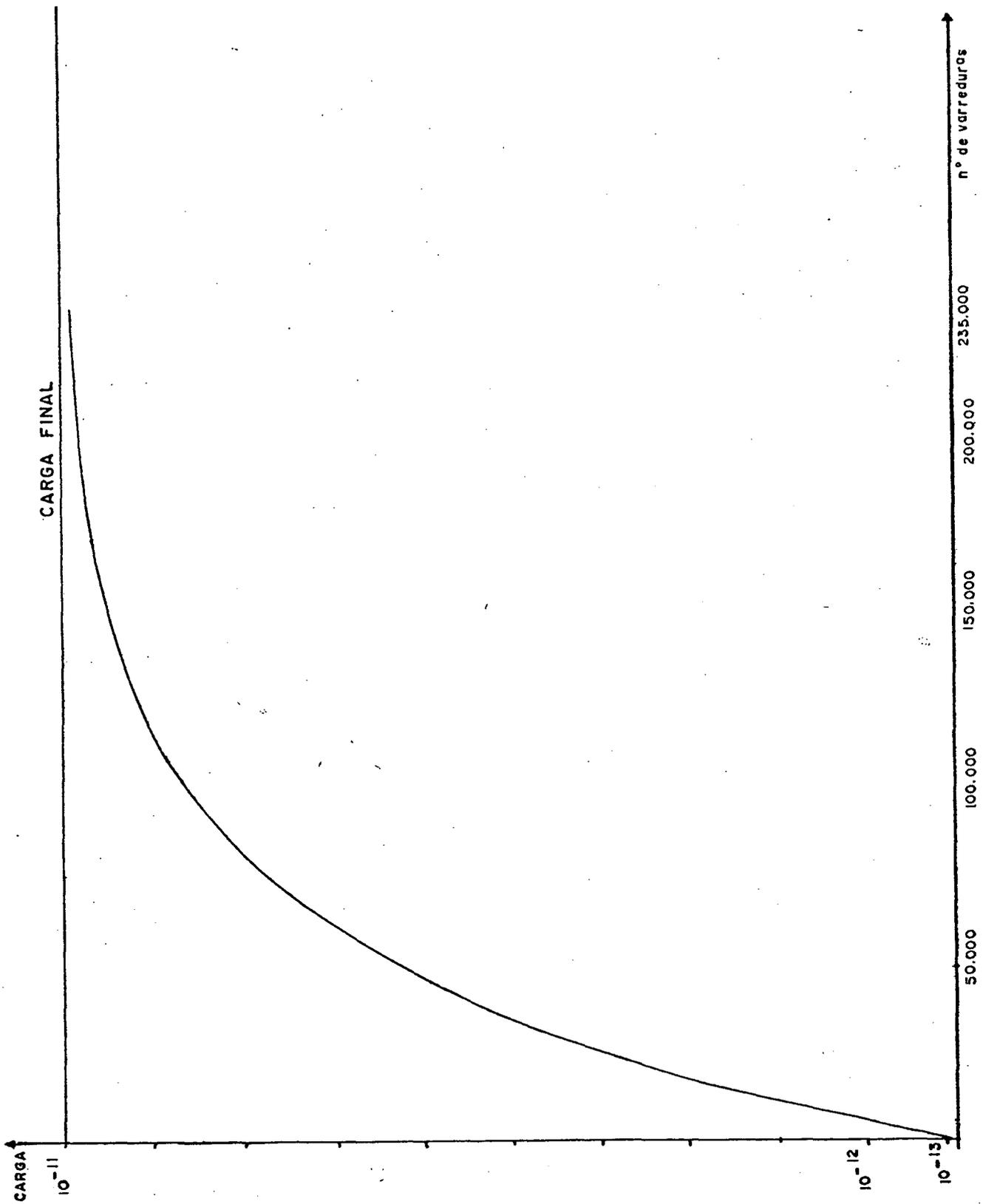


FIG. IV.8 - REPRESENTAÇÃO GRÁFICA DA AQUISIÇÃO DE CARGA REAL DE UM CAPACITOR DA MEMÓRIA DO EDUCTOR

## CAPÍTULO V

### 5.1 - Estudo da função de transferência do canal do sinal de saída

A exemplo do que foi feito no Canal do Sinal de Entrada, este também foi dividido em circuitos menores, acoplados uns aos outros em série, conforme a Fig. V.1. O primeiro circuito é análogo ao 2º do Canal de Entrada (vide figura III.2), sendo, portanto, considerado não distorsivo. O segundo circuito será estudado em detalhes.

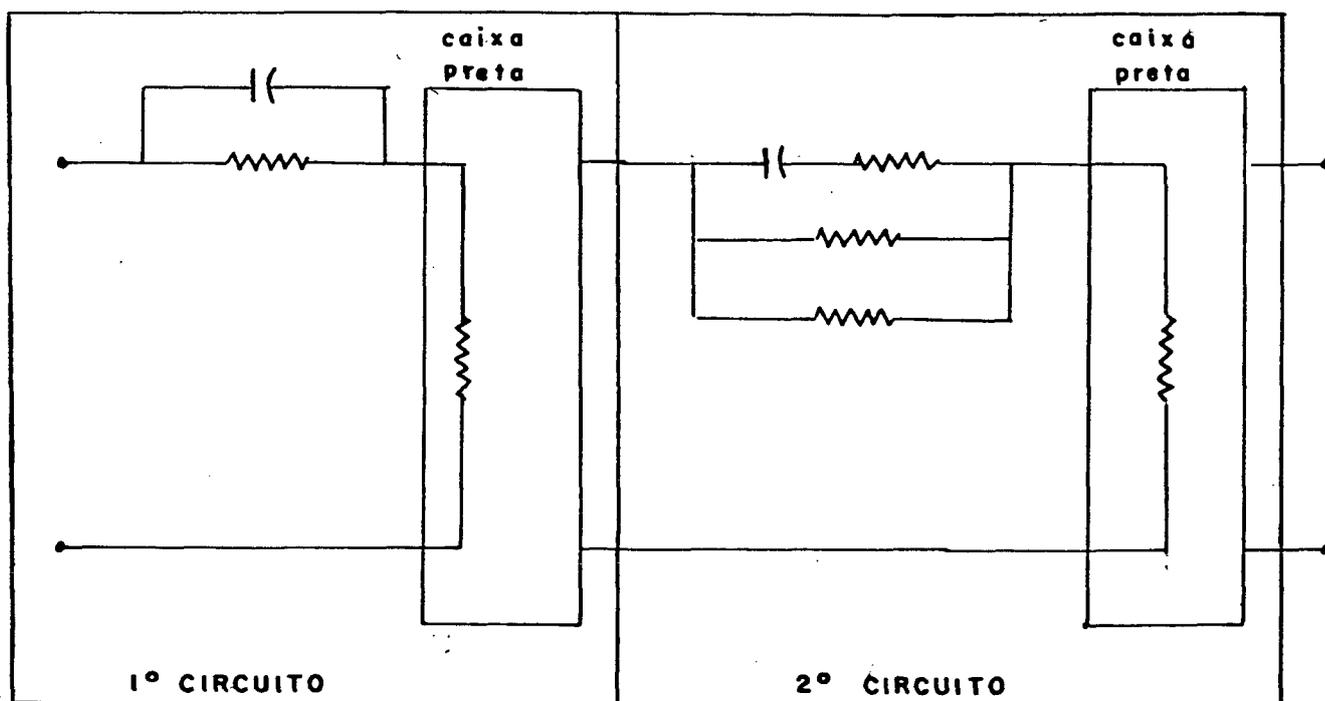


FIG. V.1 - ESQUEMA SIMPLIFICADO DO CIRCUITO DO CANAL DO SINAL DE SAÍDA

5.2 - Cálculo da função de transferência do 2º circuito

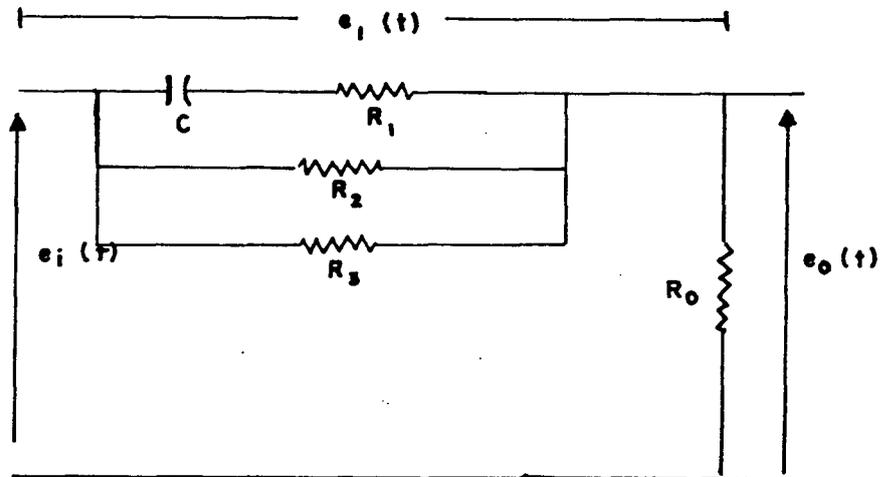


FIG. V.2a - ESQUEMA DO 2º CIRCUITO DO CANAL DO SINAL DE SAÍDA

Este circuito é equivalente a:

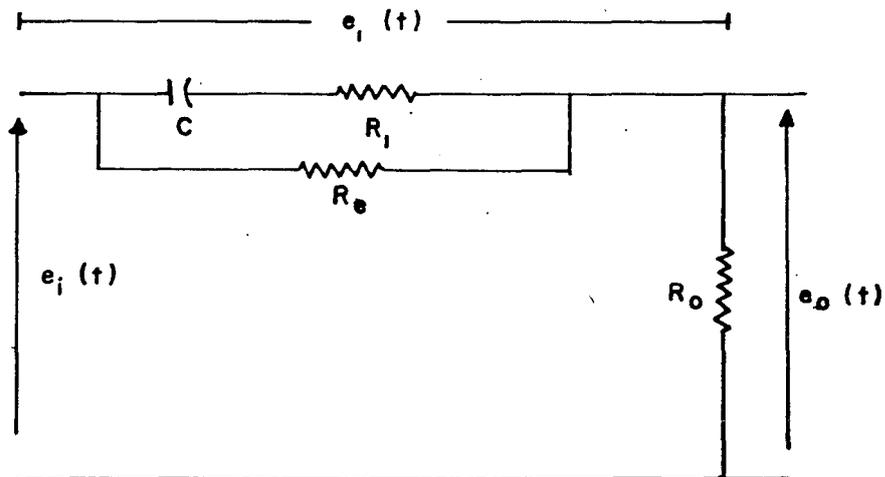


FIG. V.2b - ESQUEMA DO CIRCUITO EQUIVALENTE AO 2º CIRCUITO DO CANAL DO SINAL DE SAÍDA

Usando a Lei das Malhas e a Lei dos Nós, temos as seguintes relações:  $i = i_1 + i_e$  (5.1)

$$e_i(t) = e_1(t) + e_o(t) \quad (5.2)$$

Além disso, temos as seguintes relações

$$Z = \sqrt{R_1^2 + X^2}$$

$$X = X_L - X_C \quad \text{mas} \quad \begin{aligned} X_L &= \omega L = 0 \\ X_C &= \frac{1}{\omega C} \quad \therefore \end{aligned}$$

$$X = -X_C$$

$$X = -\frac{1}{\omega C} \quad \Rightarrow \quad Z = \sqrt{R_1^2 + \frac{1}{(\omega C)^2}}$$

$$\frac{i_1}{i_e} = \frac{R_e}{Z} = \frac{R_e}{\sqrt{R_1^2 + \frac{1}{(\omega C)^2}}}$$

$$i_1 = \frac{R_e}{\sqrt{R_1^2 + \frac{1}{(\omega C)^2}}} i_e$$

Substituindo o valor de  $i_1$  na equação (5.1) obtemos

$$i = \left[ \frac{R_e \omega C}{\sqrt{(R_1 \omega C)^2 + 1}} + 1 \right] i_e$$

$$i = \left[ \frac{R_e \omega C + \sqrt{(R_1 \omega C)^2 + 1}}{\sqrt{(R_1 \omega C)^2 + 1}} \right] i_e$$

donde,

$$i_e = \left[ \frac{\sqrt{(R_1 \omega C)^2 + 1}}{R_e \omega C + \sqrt{(R_1 \omega C)^2 + 1}} \right] i$$

Podemos agora calcular  $e_i(t)$  em função de  $e_o(t)$  usando a equação (5.2) e o fato de que

$$e_o(t) = R_o i(t)$$

$$e_i(t) = R_e i_e(t) + R_o i(t)$$

$$e_i(t) = \left\{ \frac{R_e \sqrt{(R_1 \omega C)^2 + 1}}{R_o [R_e \omega C + \sqrt{(R_1 \omega C)^2 + 1}]} \right\} R_o i(t) + R_o i(t)$$

$$e_i(t) = \left\{ \frac{R_e \sqrt{(R_1 \omega C)^2 + 1}}{R_o [R_e \omega C + \sqrt{(R_1 \omega C)^2 + 1}]} + 1 \right\} e_o(t)$$

$$e_i(t) = \left\{ \frac{R_e \sqrt{(R_1 \omega C)^2 + 1}}{R_o [R_e \omega C + \sqrt{(R_1 \omega C)^2 + 1}]} + \frac{R_o [R_e \omega C + \sqrt{(R_1 \omega C)^2 + 1}]}{R_o [R_e \omega C + \sqrt{(R_1 \omega C)^2 + 1}]} \right\} e_o(t)$$

$$\frac{d}{dt} e_i(t) = \frac{d}{dt} \left\{ \frac{R_e \sqrt{(R_1 \omega C)^2 + 1}}{R_o [R_e \omega C + \sqrt{(R_1 \omega C)^2 + 1}]} + \frac{R_o [R_e \omega C + \sqrt{(R_1 \omega C)^2 + 1}]}{R_o [R_e \omega C + \sqrt{(R_1 \omega C)^2 + 1}]} \right\} e_o(t)$$

Fazendo a transformação segundo Laplace, temos

$$\begin{aligned} \approx E_i(s) &= \left\{ \frac{R_e \sqrt{(R_1 \omega C)^2 + 1}}{R_o [R_e \omega C + \sqrt{(R_1 \omega C)^2 + 1}]} + \frac{R_o [R_e \omega C + \sqrt{(R_1 \omega C)^2 + 1}]}{R_o [R_e \omega C + \sqrt{(R_1 \omega C)^2 + 1}]} \right\} \approx E_o(s) \end{aligned}$$

$$G(s) = \frac{R_o [R_e \omega C + \sqrt{(R_1 \omega C)^2 + 1}]}{R_e \sqrt{(R_1 \omega C)^2 + 1} + R_o R_e \omega C + R_o \sqrt{(R_1 \omega C)^2 + 1}}$$

como  $s = j\omega$ , então

$$G(j\omega) = \frac{R_o R_e \omega C + R_o \sqrt{(R_1 \omega C)^2 + 1}}{(R_e + R_o) \sqrt{(R_1 \omega C)^2 + 1} + R_o R_e \omega C}$$

$$G(j\omega) = \frac{R_e + \sqrt{R_1^2 + \frac{1}{(\omega C)^2}}}{\frac{R_e + R_o}{R_o} \sqrt{R_1^2 + \frac{1}{(\omega C)^2}} + R_e}$$

Chamando  $\frac{R_e + R_o}{R_o} = \alpha$ , temos

$$G(j\omega) = \frac{R_e + \sqrt{R_1^2 + \left(\frac{1}{\omega C}\right)^2}}{R_e + \alpha \sqrt{R_1^2 + \left(\frac{1}{\omega C}\right)^2}} \quad (5.3)$$

## 5.2 - Estudo da função de transferência do 2º circuito

Como as resistências  $R_2$  e  $R_3$  estão em paralelo e a resistência total é de  $750 \text{ k}\Omega$ , a resistência equivalente  $R_e \leq 750 \text{ k}\Omega$ . Por outro lado,  $\frac{1}{\omega C}$  é da ordem de  $10^7$ , logo  $R_e$  é desprezível em relação a  $\frac{1}{\omega C}$ .

Sendo assim, a expressão (5.3) se reduz a

$$G(j\omega) = \frac{\sqrt{R_1^2 + \left(\frac{1}{\omega C}\right)^2}}{\alpha \sqrt{R_1^2 + \left(\frac{1}{\omega C}\right)^2}} = \frac{1}{\alpha} = \frac{R_o}{R_e + R_o} = K \implies$$

O sinal não é deformado ao passar por este circuito.

## CAPÍTULO VI

### 6.1 - Visão intuitiva de um circuito ativo e solução usando circuito equivalente híbrido

O tratamento dado aos circuitos até o momento foi o mais simplificado possível, ou seja: consideramos os circuitos passivos de Entrada, Memória e Saída por partes e a cada uma delas era acoplada uma impedância (totalmente resistiva) correspondente à carga do circuito remanescente do Eductor.

Neste capítulo, estudaremos em detalhe, a título de exemplo, um circuito ativo para verificar o que ocorre ao sinal ao passar por qualquer um dos amplificadores do aparelho. Trata-se do amplificador  $A_1$  que é o primeiro pelo qual o sinal passa ao entrar no aparelho. Este amplificador é composto de três transistores, sendo dois seguidores de emissor e uma fonte de corrente constante. O seguidor de emissor é um transistor ligado com coletor comum.

A solução mais racional para este problema consiste em substituir o transistor por um circuito elétrico composto pelos elementos que forem necessários para representar o funcionamento do mesmo, ligados de maneira conveniente: fontes de tensão ou corrente, resistências, capacitores.

Conhecido este circuito, chamado de circuito equivalente ou modelo, torna-se possível substituir o transistor por seu circuito equivalente e resolver o problema pelo cálculo aplicando os métodos conhecidos de análise de circuitos.

Foi o que fizemos, com a intenção de calcular a função de transferência do mesmo modo como vinha-

mos procedendo até o capítulo anterior, ou seja, escrever a tensão de saída em função da de entrada, calcular a Transformada de Laplace e em seguida a função de transferência do circuito equivalente para depois concluir sobre o comportamento do sinal ao passar pelo amplificador.

Primeiramente, preocupamo-nos apenas com um seguidor de emissor acoplado ao circuito de entrada. O circuito equivalente em  $T$  está exposto graficamente a seguir.

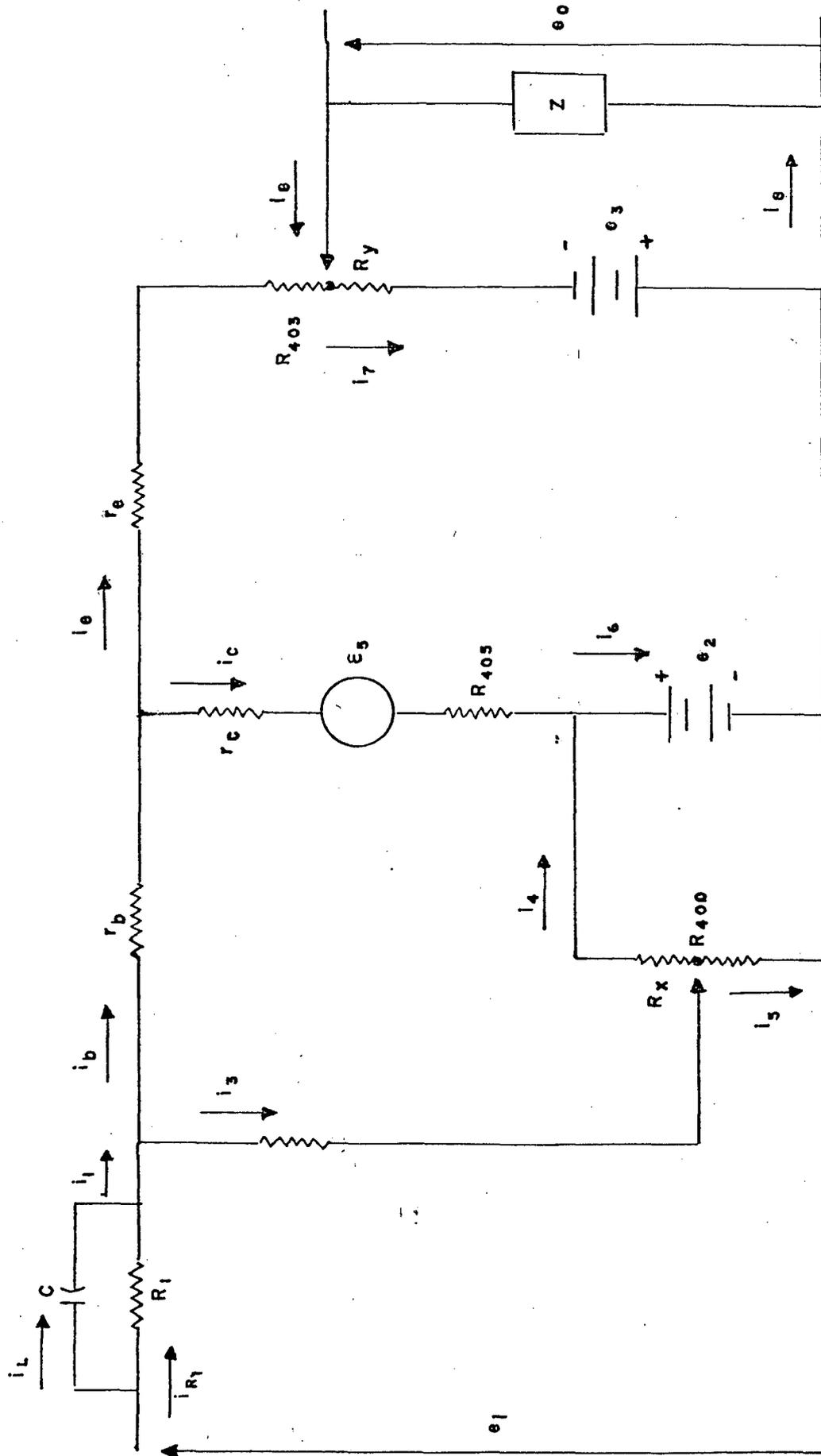


FIG. VI.1.1 - CIRCUITO EQUIVALENTE EM "T" DO 1º CIRCUITO DO CANAL DO SINAL DE ENTRADA, CONSIDERADOS OS TRANSISTORES ACOPLADOS

Mais tarde colocaríamos o outro seguidor de emissor em cascata com o que aparece ilustrado.

Aplicando a Lei das Malhas e a Lei dos Nós obtivemos 11 equações a 11 variáveis o que tornava o cálculo da expressão  $e_i = f(e_o)$  muito laborioso.

Resolvemos então aplicar um tipo de análise mais moderna e eficiente para o caso que é a do circuito equivalente híbrido.

Este modelo tem origem ao considerarmos o transistor como um quadripolo, ou seja, como um conjunto de componentes elétricos representados por uma caixa preta com quatro terminais externos.

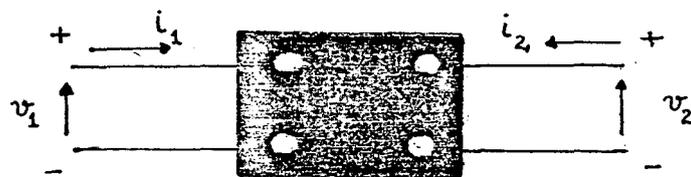


FIG. VI.2 - TRANSISTOR CONSIDERADO COMO UM QUADRIPOLO.

Sabemos que o transistor sõ tem três terminais, mas como um deles é sempre comum à entrada e à saída, podemos considerá-lo como um quadripolo.

Estamos interessados somente nas grandezas que podem ser medidas na parte externa da caixa preta, ou seja, interessa-nos verificar se o sinal que entra na caixa sai ou não modificado, sem preocupação com o que ocorre dentro da caixa. Além disso, se a excursão do sinal em torno do ponto de operação é pequena, podem ser escritas as seguintes relações lineares entre as quatro grandezas:  $v_1$ ,  $v_2$ ,  $i_1$  e  $i_2$ .

Interessa-nos exprimir  $v_1$  e  $i_2$  como combinação linear de  $v_2$  e  $i_1$

$$\begin{cases} v_1 = h_{11} i_1 + h_{12} v_2 \\ i_2 = h_{21} i_1 + h_{22} v_2 \end{cases} \quad \text{onde } h_{11}, h_{12}, h_{21} \text{ e } h_{22} \\ \text{são os chamados parâmetros} \\ \text{do circuito equivalente -} \\ \text{parâmetros H ou híbridos.}$$

Colocando a saída em curto-circuito,  $v_2 = 0$ , temos então

$$h_{11} = \left. \frac{v_1}{i_1} \right|_{v_2=0} \quad h_{21} = \left. \frac{i_2}{i_1} \right|_{v_2=0}$$

donde

$h_{11}$  tem dimensão de resistência, sendo a própria resistência de entrada do quadripolo, com a saída em curto.

$h_{21}$  é um número adimensional que representa o ganho de corrente do circuito com a saída em curto.

Vamos fazer agora  $i_1 = 0$ , ou seja, entrada em aberto. Teremos então :

$$h_{12} = \left. \frac{v_1}{v_2} \right|_{i_1=0} \quad h_{22} = \left. \frac{i_2}{v_2} \right|_{i_1=0}$$

donde

$h_{12}$  é um número adimensional que representa o ganho de tensão inverso, com a entrada aberta.

$h_{22}$  tem a dimensão do inverso de uma resistência, ou seja, uma admitância, a admitância de saída do transistor, com entrada aberta.

Estas considerações foram feitas para um quadripolo genérico, sem levar em conta qual o terminal comum do transistor. Portanto, os resultados se aplicam para qualquer configuração de transistor. Existem três maneiras de ligar um transistor bipolar num circuito, dependendo de qual terminal é comum à entrada e à saída, sendo tais configurações indicadas na figura abaixo.

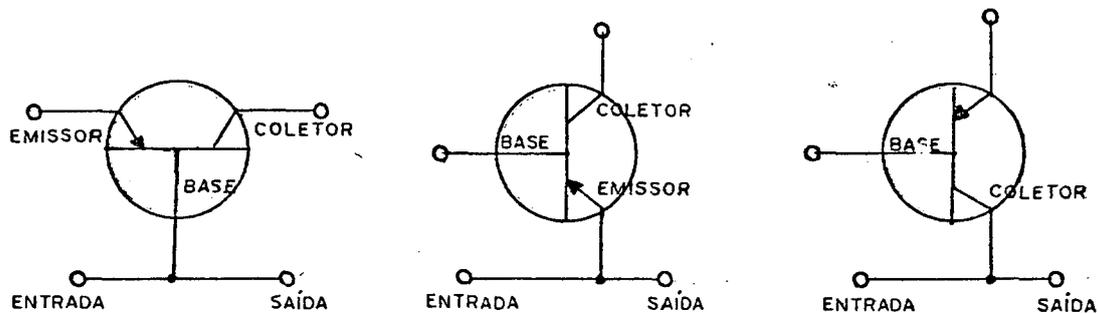


FIG. VI.3 - TIPOS DE CONFIGURAÇÃO DE TRANSISTOR

Quando a base é comum à entrada e à saída do circuito, a ligação é chamada de ligação ou configuração BASE COMUM (BC). As outras duas possibilidades são chamadas de ligação EMISSOR COMUM (EC) e COLETOR COMUM (CC).

No nosso caso, o transistor é um seguidor de emissor, ou seja, um transistor ligado em coletor comum (CC).

Temos então o seguinte circuito equivalente híbrido ao transistor em configuração CC:

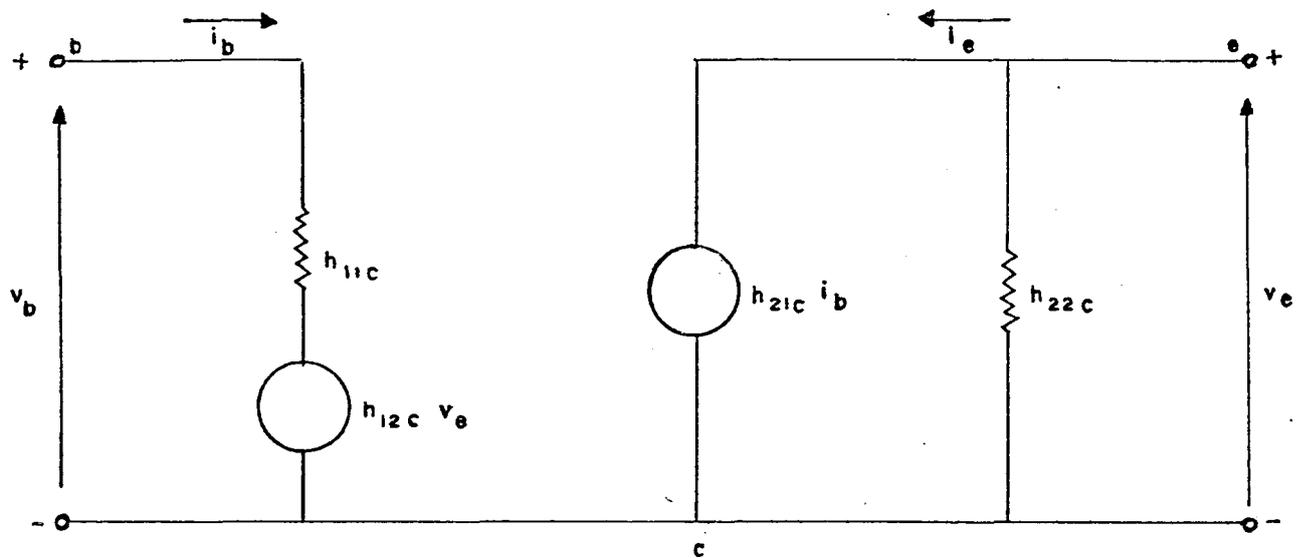


FIG. VI.4 - MODELO HÍBRIDO PARA UM TRANSISTOR EM CC

onde

$h_{11c}$  = resistência de entrada do transistor em CC, com saída em curto.

$h_{12c}$  = ganho de tensão inverso do transistor em CC, com entrada aberta.

$h_{21c}$  = ganho de corrente do transistor em CC, com saída em curto.

$h_{22c}$  = admitância de saída do transistor em CC, com entrada aberta.

Uma vez escolhido o tipo de circuito equivalente a ser utilizado numa determinada aplicação e conhecidos os parâmetros correspondentes, podemos calcular as características do transistor como amplificador.

Para determinar estas características necessitamos conhecer as seguintes grandezas : ganhos de tensão e

de corrente e as resistências de entrada e de saída.

Ora, os parâmetros  $H$  são exatamente estas grandezas, com a entrada aberta ou saída em curto. Mas estas condições não são preenchidas quando o transistor está em funcionamento. Portanto, devemos calcular estas grandezas em função dos parâmetros do transistor e das resistências externas do circuito.

Seja o transistor em CC destinado a amplificar o sinal que sai do circuito anterior à linha pontilhada e fornecer o sinal amplificado à resistência de carga  $R_L$ , conforme a figura a seguir:

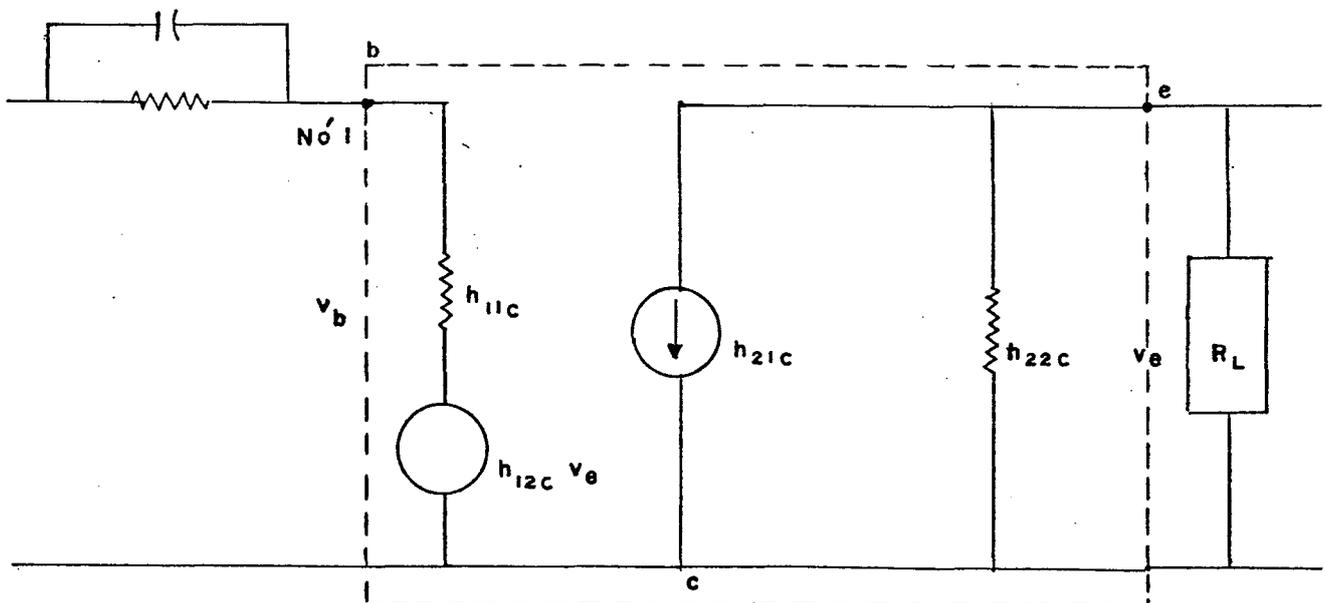


FIG. VI.5 - MODELO HÍBRIDO DO CIRCUITO EM ESTUDO

De acordo com a Lei dos Nós, temos

NÓ 1

$$v_b = h_{11c} i_b + h_{12c} v_e$$

Nó 2

$$i_e = h_{21c} i_b + h_{22c} v_e$$

$$v_e = -R_L i_e$$

$$\frac{-v_e}{R_L} = h_{21c} i_b + h_{22c} v_e \quad \text{ou}$$

$$0 = h_{21c} i_b + \left( h_{22c} + \frac{1}{R_L} \right) v_e$$

Temos portanto, o seguinte sistema de equações:

$$\begin{cases} v_b = h_{11c} i_b + h_{12c} v_e \\ 0 = h_{21c} i_b + \left( h_{22c} + \frac{1}{R_L} \right) v_e \end{cases}$$

Utilizando a Regra de Cramer, calcularemos  $i_b$  e  $v_e$ .

$$\Delta = \begin{vmatrix} h_{11c} & h_{12c} \\ h_{21c} & h_{22c} + \frac{1}{R_L} \end{vmatrix}$$

$$\Delta = \frac{h_{11c}}{R_L} + \Delta h,$$

$$\text{onde } \Delta h = h_{11c} h_{22c} - h_{12c} h_{21c}$$

$$i_b = \frac{\Delta i_b}{\Delta} = \frac{\begin{vmatrix} v_b & h_{12c} \\ 0 & h_{22c} + \frac{1}{R_L} \end{vmatrix}}{\Delta} = \frac{v_b}{\Delta} \left( h_{22c} + \frac{1}{R_L} \right)$$

$$v_e = \frac{\Delta v_e}{\Delta} = \frac{\begin{vmatrix} h_{11c} & v_b \\ h_{21c} & 0 \end{vmatrix}}{\Delta} = \frac{1}{\Delta} (-h_{21c} v_b)$$

O ganho de corrente, que denominamos de  $A_i$ , será:

$$A_i = \frac{i_e}{i_b} = \frac{h_{21c}}{1 - h_{22c} R_L}$$

O ganho de tensão  $A_v$  será:

$$A_v = \frac{v_e}{v_b} = \frac{-h_{21c} R_L}{\Delta h R_L + h_{11c}}$$

A resistência de entrada  $r_i$  será:

$$r_i = \frac{h_{11c} + \Delta h R_L}{1 + h_{22c} R_L}$$

Verificamos que essas três características dependem da resistência de carga

Para o cálculo da resistência de saída, elaboramos novo circuito, como segue:

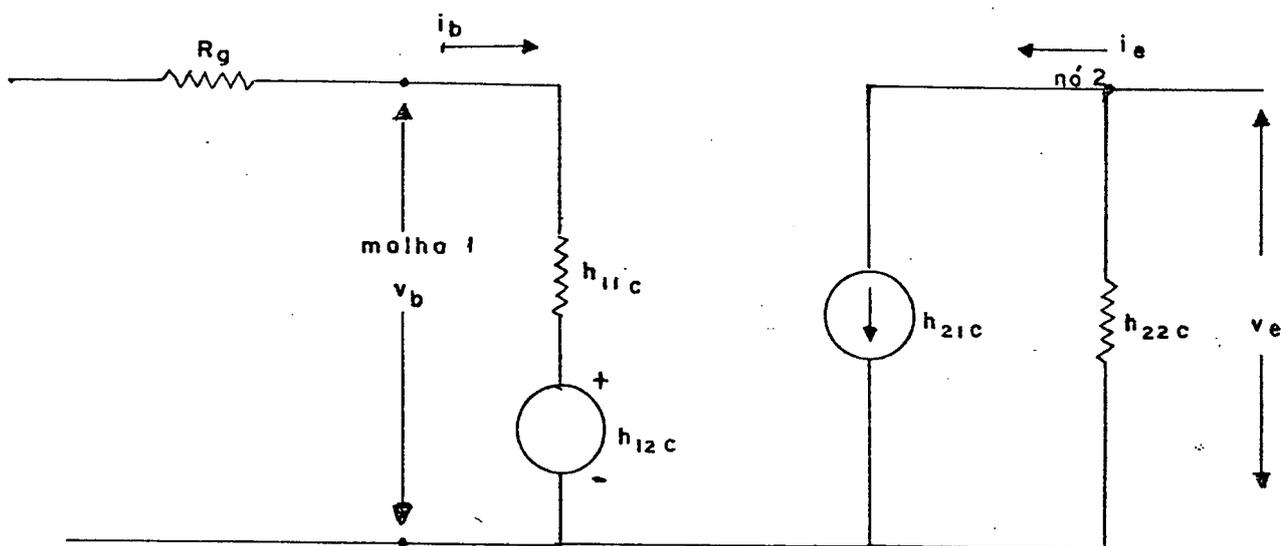


FIG. VI.6 - CIRCUITO UTILIZADO PARA O CÁLCULO DA RESISTÊNCIA DE SAÍDA

As equações do circuito serão agora as da Malha 1 e a equação do NÓ 2

Malha 1

$$i_b = \frac{-h_{12c}}{h_{11c} + R_g}$$

NÓ 2

$$i_e = h_{21c} + h_{22c} v_e$$

A resistência de saída  $R_o$  será:

$$R_o = \frac{h_{11c} + R_g}{1 + h_{22c} R_g}$$

Para analisar o que ocorre com o sinal ao passar por este seguidor de emissor temos de estudar os parâmetros híbridos do transistor CC em função de um EC, pois, normalmente os parâmetros de um transistor CC não são mensuráveis. Ou seja,

$$h_{11c} = h_{11e}$$

$$e \quad h_{12c} = 1 - h_{12e}$$

$$h_{21c} = -(1 + h_{21e})$$

$$h_{22c} = h_{22e}$$

$$\Delta h = \Delta h_e + 1 + h_{21e} - h_{12e}$$

Logo, fazendo as substituições devidas, obtemos:

$$A_v \cong \frac{h_{21e} R_L}{h_{11e} + h_{21e} R_L}$$

depois de admitir que  $h_{12e} \ll 1$ , que  $h_{22e} R_L \cong 1$  e que  $h_{21e}$  é muito maior do que a unidade. Pode ser esperado que para valores usuais de  $R_L$  no denominador será pequeno e o ganho de voltagem será bem próximo de 1.

O ganho de corrente é  $A_i \cong -(1 - h_{21e}) \cong -h_{21e}$ .

que é aproximadamente equivalente ao do circuito emissor comum.

A resistência de entrada

$$R_i \cong h_{11e} + (1 - h_{21e}) R_L \cong -h_{21e} R_L$$

Assim, o seguidor de emissor age como um transformador de impedância que é igual à resistência de carga multiplicada por  $h_{21e}$ , no circuito de entrada.

A impedância de saída é

$$R_o = \frac{h_{11e} + R_g}{h_{21e}}$$

e será muito pequena para valores usuais de  $R_g$ . Assim, o seguidor de emissor age como um transformador de impedância para tornar uma entrada com alta impedância em uma carga de baixa impedância.

Pelo cálculo do ganho de tensão, concluímos que o sinal não se altera ao passar por este transistor. Colocando o outro transistor em cascata, ligado da mesma maneira que o anterior, chegaremos à mesma conclusão. (Ryder [13]).

Aplicando então novamente o recurso oferecido pela Teoria dos Grafos (Gehmlich [5]) podemos afirmar que o sinal, ao passar pelos transistores, também não sofre de formação.

## APÊNDICE A

A.1 - Prova de que  $f(t) = \cos \omega t$  satisfaz às condições de Dirichlet que relacionamos abaixo:

- 1 - A função  $f$  tem um número finito de descontinuidade em um período;
- 2 - A função  $f$  tem um número finito de máximos e mínimos em um período;
- 3 - A função  $f$  é absolutamente integrável sobre um período, ou seja,

$$\int_0^T |f(t)| dt < \infty$$

### Verificação

- 1 -  $f$  é contínua, por ser diferenciável.
- 2 - Os pontos críticos da  $f$  ocorrem onde  $\omega \sin(\omega t) = 0$ , ou seja, onde  $\sin(\omega t) = 0$ . O número de zeros da função  $\sin(\omega t)$  é finito em qualquer período, logo o número de pontos críticos de (2.1) é finito em um período.
- 3 - A função é absolutamente integrável sobre um período. Com efeito

$$\int_{-T/2}^{T/2} |\cos \omega t| dt = \int_{-d/2}^{d/2} |\cos \omega t| dt = 2 \int_0^{d/2} |\cos \omega t| dt =$$

$$= \frac{2}{\omega} |(-\sin \omega t)| \Big|_0^{d/2} = \frac{2}{\omega} |\sin \omega d/2| \leq \frac{2}{\omega} < \infty$$

A.2 - Cálculo de  $C_n$

A forma complexa da Série de Fourier é a seguinte:

$$f(t) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} C_n e^{-jn\omega_0 t}$$

com  $C_n$  a determinar.

$$C_n = \frac{1}{T} \int_{-d/2}^{d/2} \cos \omega t \cdot e^{-jn\omega_0 t} dt$$

$$\omega = \frac{2\pi}{d}$$

$$\omega_0 = \frac{2\pi}{T}$$

$$C_n = \frac{1}{T} \int_{-d/2}^{d/2} \frac{e^{j\omega t} + e^{-j\omega t}}{2} \cdot e^{-jn\omega_0 t} dt$$

$$C_n = \frac{1}{2T} \int_{-d/2}^{d/2} e^{(j\omega t - jn\omega_0 t)} dt + \frac{1}{2T} \int_{-d/2}^{d/2} e^{-(j\omega t + jn\omega_0 t)} dt$$

$$C_n = \frac{1}{2T} \int_{-d/2}^{d/2} e^{(\omega - n\omega_0)jt} dt + \frac{1}{2T} \int_{-d/2}^{d/2} e^{-(\omega + n\omega_0)jt} dt$$

$$C_n = \frac{1}{2T(\omega - n\omega_0)j} \left( e^{(\omega - n\omega_0)jt} \right) \Bigg|_{-d/2}^{d/2}$$

$$- \frac{1}{2T(\omega + n\omega_0)j} \left( e^{-(\omega + n\omega_0)jt} \right) \Bigg|_{-d/2}^{d/2}$$

$$C_n = \frac{1}{T(\omega - n\omega_0)} \left[ \frac{e^{(\omega - n\omega_0)j d/2} - e^{-(\omega - n\omega_0)j d/2}}{2j} \right] -$$

$$- \frac{1}{T(\omega + n\omega_0)} \left[ \frac{e^{-(\omega + n\omega_0)j d/2} - e^{(\omega + n\omega_0)j d/2}}{2j} \right]$$

como  $\sin kx = \frac{e^{kx} - e^{-kx}}{2j}$  e multiplicando e dividindo a expressão por  $d/2$ , temos

$$C_n = \frac{d}{2T(\omega - n\omega_0)d/2} \sin(\omega - n\omega_0)d/2 +$$

$$+ \frac{d}{2T(\omega + n\omega_0)d/2} \sin(\omega + n\omega_0)d/2 \quad (\text{A.1})$$

Calculando

$$a - (\omega - n\omega_0)d/2 = \left( \frac{2\pi}{d} - \frac{n2\pi}{T} \right) \frac{d}{2}$$

$$= \left( \frac{2\pi T - n2\pi d}{dT} \right) \frac{d}{2} = \pi - \frac{n\pi d}{T} \quad (\text{A.2})$$

$$b - (\omega + n\omega_0)d/2 = \left( \frac{2\pi}{d} + \frac{n2\pi}{T} \right) \frac{d}{2}$$

$$= \left( \frac{2\pi T + n2\pi d}{dT} \right) \frac{d}{2} = \pi + \frac{n\pi d}{T} \quad (\text{A.3})$$

Além disso,

$$c - \operatorname{sen} \left( \pi + \frac{n\pi d}{T} \right) = - \operatorname{sen} \left( \frac{n\pi d}{T} \right) \quad (\text{A.4})$$

$$\operatorname{sen} \left( \pi - \frac{n\pi d}{T} \right) = \operatorname{sen} \left( \frac{n\pi d}{T} \right) \quad (\text{A.5})$$

Logo, substituindo (A.1) por (A.2), (A.3), (A.4) e (A.5) temos:

$$C_n = \frac{d}{2T} \left( \frac{1}{\pi - n\pi d/T} \operatorname{sen} \frac{n\pi d}{T} - \frac{1}{\pi + n\pi d/T} \operatorname{sen} \frac{n\pi d}{T} \right)$$

$$C_n = \frac{d}{2T} \left[ \operatorname{sen} \frac{n\pi d}{T} \left( \frac{1}{\pi - n\pi d/T} - \frac{1}{\pi + n\pi d/T} \right) \right]$$

$$C_n = \frac{d}{2T} \left[ \operatorname{sen} \frac{n\pi d}{T} \left( \frac{\pi + n\pi d/T - (\pi - n\pi d/T)}{\pi^2 - (n\pi d/T)^2} \right) \right]$$

$$C_n = \frac{d}{2T} \left[ \operatorname{sen} \frac{n\pi d}{T} \left( \frac{2 n\pi d/T}{\pi^2 - (n\pi d/T)^2} \right) \right]$$

$$C_n = \left( \frac{d}{T} \right)^2 \frac{n\pi \operatorname{sen} (n\pi d/T)}{\pi^2 - (n\pi d/T)^2}$$

APÊNDICE B

B.1 - Cálculo da primeira derivada de  $C_x$  em relação a  $x$

$$C_x = \left(\frac{d}{T}\right)^2 \frac{x\pi \operatorname{sen}(x\pi d/T)}{\pi^2 - (x\pi d/T)^2}$$

$$= \left(\frac{d}{T}\right)^2 [x\pi \operatorname{sen}(x\pi d/T)] [\pi^2 - (x\pi d/T)^2]^{-1}$$

$$\begin{aligned} \frac{dC_x}{dx} &= (d/T)^2 \left\{ \pi \operatorname{sen}(x\pi d/T) [\pi^2 - (x\pi d/T)^2]^{-1} + \right. \\ &\quad \left. + x\pi \cos(x\pi d/T) (\pi d/T) [\pi^2 - (x\pi d/T)^2]^{-1} + \right. \\ &\quad \left. + x\pi \operatorname{sen}(x\pi d/T) (-1) [\pi^2 - (x\pi d/T)^2]^{-2} [(-2x\pi d/T) \cdot \pi d/T] \right\} \end{aligned}$$

Os pontos críticos ocorrem onde  $\frac{dC_x}{dx} = 0$  i.e.

$$\begin{aligned} \left(\frac{d}{T}\right)^2 \pi \left\{ \left[ \frac{\operatorname{sen}(x\pi d/T)}{\pi^2 - (x\pi d/T)^2} \right] + \left[ \frac{x\pi d}{T} \frac{\cos(x\pi d/T)}{\pi^2 - (x\pi d/T)^2} \right] + \right. \\ \left. + \left[ 2 \left(\frac{x\pi d}{T}\right)^2 \frac{\operatorname{sen}(x\pi d/T)}{[\pi^2 - (x\pi d/T)^2]^2} \right] \right\} = 0 \end{aligned}$$

Como  $\left(\frac{d}{T}\right)^2 \pi \neq 0$ , então basta

$$\left[ \frac{\sin(x\pi d/T)}{\pi^2 - (x\pi d/T)^2} \right] + \left[ \frac{x\pi d}{T} \frac{\cos(x\pi d/T)}{\pi^2 - (x\pi d/T)^2} \right] +$$

$$+ 2 \left( \frac{x\pi d}{T} \right)^2 \frac{\sin(x\pi d/T)}{[\pi^2 - (x\pi d/T)^2]^2} = 0$$

ou seja:

$$\frac{\sin(x\pi d/T) [\pi^2 - (x\pi d/T)^2] + (x\pi d/T) \cos(x\pi d/T) [\pi^2 - (x\pi d/T)^2]^2}{[\pi^2 - (x\pi d/T)^2]^2}$$

$$+ \frac{2(x\pi d/T)^2 \sin(x\pi d/T)}{[\pi^2 - (x\pi d/T)^2]^2} = 0$$

Para isto, basta que o numerador seja nulo. Portanto devemos ter:

$$\sin(x\pi d/T) [\pi^2 - (x\pi d/T)^2 + 2(x\pi d/T)^2] +$$

$$+ (x\pi d/T) \cos(x\pi d/T) [\pi^2 - (x\pi d/T)^2] = 0 \quad \Rightarrow$$

$$\sin(x\pi d/T) [\pi^2 - (x\pi d/T)^2] = -(x\pi d/T) \cos(x\pi d/T) [\pi^2 - (x\pi d/T)^2]$$

$$+ \frac{\sin(x\pi d/T)}{\cos(x\pi d/T)} = - \frac{(x\pi d/T) [\pi^2 - (x\pi d/T)^2]}{\pi^2 - (x\pi d/T)^2} \quad \therefore$$

$$+ \operatorname{tg}(x\pi d/T) = - \frac{(x\pi d/T) [\pi^2 - (x\pi d/T)^2]}{\pi^2 - (x\pi d/T)^2}$$

Para a obtenção do Quadro de Valores das curvas que anulam a primeira derivada, foi elaborado o Programa 2, constante do Apêndice C, onde

$x \longrightarrow t_g(x\pi d/T)$  é chamada de CURV 1

$x \longrightarrow - \frac{(x\pi d/T)[\pi^2 - (x\pi d/T)^2]}{\pi^2 - (x\pi d/T)^2}$  é chamada de CURV 2.

## B.2 - Cálculo da segunda derivada de $C_x$ em relação a $x$

Temos a seguinte expressão da primeira derivada:

$$\begin{aligned} \frac{dC_x}{dx} = & \left(\frac{d}{T}\right)^2 \pi \left\{ \text{sen}(x\pi d/T) [\pi^2 - (x\pi d/T)^2]^{-1} + \right. \\ & + (x\pi d/T) \cos(x\pi d/T) [\pi^2 - (x\pi d/T)^2]^{-1} + \\ & \left. + 2(x\pi d/T)^2 \text{sen}(x\pi d/T) [\pi^2 - (x\pi d/T)^2]^{-2} \right\} \end{aligned}$$

Usando uma propriedade das derivadas, faremos o cálculo da segunda derivada por parcela, para no final obter a derivada da soma. Chamaremos as parcelas de  $p_1$ ,  $p_2$  e  $p_3$ , respectivamente.

$$p_1 = \text{sen}(x\pi d/T) [\pi^2 - (x\pi d/T)^2]^{-1}$$

a - Cálculo da derivada de  $p_1$

$$\begin{aligned} \frac{dp_1}{dx} = & (\pi d/T) \cos(x\pi d/T) [\pi^2 - (x\pi d/T)^2]^{-1} + \\ & + \text{sen}(x\pi d/T) [\pi^2 - (x\pi d/T)^2]^{-2} \cdot 2(x\pi d/T) \cdot (\pi d/T) \end{aligned}$$

$$= \frac{(\pi d/T) \cos(x\pi d/T)}{\pi^2 - (x\pi d/T)^2} + \frac{2x(\pi d/T)^2 \text{sen}(x\pi d/T)}{[\pi^2 - (x\pi d/T)^2]^2}$$

b - Cálculo da derivada de

$$p_2 = (x\pi d/T) \cos(x\pi d/T) [\pi^2 - (x\pi d/T)^2]^{-1}$$

$$\begin{aligned} \frac{dp_2}{dx} &= (\pi d/T) \cos(x\pi d/T) [\pi^2 - (x\pi d/T)^2]^{-1} - \\ &\quad - (x\pi d/T) (\pi d/T) \operatorname{sen}(x\pi d/T) [\pi^2 - (x\pi d/T)^2]^{-1} + \\ &\quad + (x\pi d/T) \cos(x\pi d/T) [\pi^2 - (x\pi d/T)^2]^{-2} \cdot 2(x\pi d/T) \cdot (\pi d/T) \\ &= \frac{(\pi d/T) \cos(x\pi d/T)}{\pi^2 - (x\pi d/T)^2} - \frac{x(\pi d/T)^2 \operatorname{sen}(x\pi d/T)}{\pi^2 - (x\pi d/T)^2} + \\ &\quad + \frac{2x^2(\pi d/T)^3 \cos(x\pi d/T)}{[\pi^2 - (x\pi d/T)^2]^2} \end{aligned}$$

c - Cálculo da derivada de

$$p_3 = 2(x\pi d/T)^2 \operatorname{sen}(x\pi d/T) [\pi^2 - (x\pi d/T)^2]^{-2}$$

$$\begin{aligned} \frac{dp_3}{dx} &= 4(x\pi d/T) (\pi d/T) \operatorname{sen}(x\pi d/T) [\pi^2 - (x\pi d/T)^2]^{-2} + \\ &\quad + 2(x\pi d/T)^2 (2\pi d/T) \cos(x\pi d/T) [\pi^2 - (x\pi d/T)^2]^{-2} + \\ &\quad + 8(x\pi d/T)^2 \operatorname{sen}(x\pi d/T) \{[\pi^2 - (x\pi d/T)^2]^{-3} (x\pi d/T) (\pi d/T)\} \\ &= \frac{4x(\pi d/T)^2 \operatorname{sen}(x\pi d/T)}{[\pi^2 - (x\pi d/T)^2]^2} + \frac{2x^2(\pi d/T)^3 \cos(x\pi d/T)}{[\pi^2 - (x\pi d/T)^2]^2} + \\ &\quad + \frac{8x^3(\pi d/T)^4 \operatorname{sen}(x\pi d/T)}{[\pi^2 - (x\pi d/T)^2]^3} \end{aligned}$$

Portanto, a segunda derivada de  $C_x$  é:

$$\begin{aligned}
\frac{d^2 C_x}{dx^2} = & \frac{2(\pi d/T) \cos(x\pi d/T)}{\pi^2 - (x\pi d/T)^2} + \frac{6x(\pi d/T)^2 \operatorname{sen}(x\pi d/T)}{[\pi^2 - (x\pi d/T)^2]^2} - \\
& - \frac{x(\pi d/T)^2 \operatorname{sen}(x\pi d/T)}{\pi^2 - (x\pi d/T)^2} + \frac{4x^2(\pi d/T)^3 \cos(x\pi d/T)}{[\pi^2 - (x\pi d/T)^2]^2} + \\
& + \frac{8x^3(\pi d/T)^4 \operatorname{sen}(x\pi d/T)}{[\pi^2 - (x\pi d/T)^2]^3}
\end{aligned}$$







85	67320.0001	0.4857854200-02	68112.0001	0.4541398550-02
86	68904.0001	0.423173830-02	69696.0001	0.3903956590-02
87	70488.0001	0.3584521420-02	71280.0001	0.3265636990-02
88	72072.0001	0.2949064700-02	72864.0001	0.2632557600-02
89	73656.0001	0.2319855660-02	74448.0001	0.2010684600-02
90	75240.0001	0.1705759930-02	76032.0001	0.1405767940-02
91	76824.0001	0.111390140-02	77616.0001	0.8232719430-03
92	78408.0001	0.5420436600-03	79200.0001	0.2683074150-03
93	79992.0001	0.2640833980-05	80784.0001	0.2544091270-03
94	81576.0001	0.3023234880-03	82368.0001	0.7406155210-03
95	83160.0001	0.9668307490-03	83952.0001	0.1186546970-02
96	84744.0001	0.1393377560-02	85536.0001	0.1588971050-02
97	86328.0001	0.1773011100-02	87120.0001	0.1945218940-02
98	87912.0001	0.2105353100-02	88704.0001	0.2253208650-02
99	89496.0001	0.2384620120-02	90288.0001	0.2511459240-02
100	91080.0001	0.2671634470-02	91872.0001	0.2719097040-02
101	92664.0001	0.2903830290-02	93456.0001	0.2875854110-02
102	94248.0001	0.2935241240-02	95040.0001	0.2982076990-02
103	95832.0001	0.3016494130-02	96624.0002	0.3038673040-02
104	97416.0002	0.30498809280-02	98208.0002	0.3047127520-02
105	99000.0002	0.3033411010-02	99792.0002	0.3009453850-02
106	100584.0000	0.2774084010-02	101376.0000	0.2923167080-02
107	102168.0000	0.2872069660-02	102960.0000	0.2806217970-02
108	103752.0000	0.2731041120-02	104544.0000	0.2649959540-02
109	105336.0000	0.255459710-02	106128.0000	0.2454226640-02
110	106920.0000	0.2346516590-02	107712.0000	0.2231952370-02
111	108504.0000	0.2111073150-02	109296.0000	0.1984446970-02
112	110088.0000	0.1852624010-02	110880.0000	0.171617020-02
113	111672.0000	0.1575704030-02	112464.0000	0.1431760580-02
114	113256.0000	0.1284939960-02	114048.0000	0.1135826750-02
115	114840.0000	0.9850026470-03	115632.0000	0.8330460180-03
116	116424.0000	0.6805303370-03	117216.0000	0.5220212370-03
117	118008.0000	0.3768757710-03	118800.0000	0.22523449310-03
118	119592.0000	0.7804547110-04	120384.0000	0.7098511610-04
119	121176.0000	0.2153490700-03	121968.0000	0.3565593910-03
120	122760.0000	0.4941471940-03	123552.0000	0.6276638900-03
121	124344.0000	0.7566819660-03	125136.0000	0.8807955220-03
122	125928.0000	0.9996224510-03	126720.0000	0.1112805350-02
123	127512.0000	0.1220010910-02	128304.0000	0.1320935790-02
124	129096.0000	0.1415291090-02	129888.0000	0.1502833400-02
125	130680.0000	0.1583334890-02	131472.0000	0.1656589510-02
126	132264.0000	0.1722459370-02	133056.0000	0.1780775860-02
127	133848.0000	0.1831439150-02	134640.0000	0.1874345590-02
128	135432.0000	0.1909512140-02	136224.0000	0.1936846990-02
129	137016.0000	0.1956378410-02	137808.0000	0.1968140120-02
130	138600.0000	0.1972193240-02	139392.0000	0.1968626370-02
131	140184.0000	0.1975544260-02	140976.0000	0.1939117520-02
132	141768.0000	0.1913481920-02	142560.0000	0.188037100-02
133	143352.0000	0.1841396030-02	144144.0000	0.1795393630-02
134	144936.0000	0.1743085900-02	145728.0000	0.1684748640-02
135	146520.0000	0.162067620-02	147312.0000	0.1551181690-02
136	148104.0000	0.1476591710-02	148896.0000	0.139744650-02
137	149688.0000	0.1313511530-02	150480.0000	0.1225745190-02
138	151272.0000	0.1134329400-02	152064.0000	0.1039651320-02
139	152856.0000	0.9421062530-03	153648.0000	0.8420944800-03
140	154440.0000	0.7400224280-03	155232.0000	0.6362976740-03
141	156024.0000	0.5313302590-03	156816.0000	0.4255298250-03
142	157608.0000	0.3193049800-03	158400.0000	0.2130408630-03



.....  
 \* QUADRO DE VALORES DA DERIVADA DO ESPECTRO DE AMPLITUDE \*  
 \* DA FUNCAO F(T) = COS(NT) \*  
 \* NA FORMA CURVA 1 = CURVA 2 ONDE \*  
 \* CURVA 1 = TAN (NK) \*  
 \* CURVA 2 = NK(I(N-K))<sup>2</sup> - PI<sup>2</sup>/(PI<sup>2</sup> + K<sup>2</sup>) \*  
 \* E K = PI\*OD/T \*  
 \*.....

IND. M	CURVA 1	CURVA 2	ORDEM N	CURVA 1	CURVA 2
1	0.06226389	-0.06215478	2	0.12505789	-0.12401750
3	0.18860734	-0.18527837	4	0.25407912	-0.24571215
5	0.32144997	-0.30498028	6	0.39157340	-0.36283295
7	0.46220320	-0.41901105	8	0.54322690	-0.47326794
9	0.62071525	-0.52537093	10	0.71698616	-0.57510274
11	0.81567635	-0.62726258	12	0.92497328	-0.66666707
13	1.04761097	-0.70715094	14	1.18736990	-0.74656742
15	1.34945112	-0.77817655	16	1.54127796	-0.81373510
17	1.72384524	-0.84222643	18	2.04184434	-0.86726012
19	2.44014261	-0.88861139	20	2.85078027	-0.90678249
21	3.69181918	-0.92117196	22	4.87507554	-0.93197325
23	5.09027634	-0.943919470	24	12.80909290	-0.94263755
25	6.365671340	-0.949299539	26	.....	-0.93965485
27	8.16344734	-0.932888463	28	-5.79420622	-0.92275431
29	-4.21190509	-0.90933334	30	-3.28726181	-0.89269996
31	-2.67690014	-0.87293823	32	-2.24098244	-0.85013706
33	-1.91184832	-0.82438931	34	-1.65275828	-0.79479099
35	-1.44203193	-0.7644047	36	-1.26603792	-0.73543766
37	-1.11377125	-0.69368361	38	-0.96503798	-0.65467460
39	-0.86940926	-0.61352654	40	-0.76566456	-0.56924559
41	-0.67136430	-0.52417630	42	-0.58463381	-0.47617618
43	-0.50399776	-0.42662198	44	-0.42827007	-0.37500805
45	-0.35647726	-0.32162662	46	-0.28780396	-0.26565747
47	-0.22154621	-0.20991761	48	-0.15709654	-0.15176216
49	-0.09389397	-0.092718236	50	-0.03142630	-0.03125278
51	0.03077722	0.03093698	52	0.09326002	0.09432724
53	0.15845274	0.15884326	54	0.22608905	0.22441761
55	0.28712306	0.29698572	56	0.35476932	0.35848688
57	0.42752658	0.42885908	58	0.50320992	0.49604097
59	0.58274097	0.56600197	60	0.67045302	0.63666693
61	0.76466822	0.70995522	62	0.86430640	0.77994068
63	0.98379540	0.85245932	64	1.11436151	0.92550959
65	1.26440345	0.99904194	66	1.40098808	1.07304890
67	1.65041585	1.14746516	68	1.90892671	1.22262714
69	2.23720362	1.29742304	70	2.67177772	1.37290305
71	3.27985896	1.44667839	72	4.20161130	1.52472357
73	5.77256088	1.60101223	74	9.11036155	1.67252103
75	21.20493440	1.75422755	76	.....	1.83111078
77	.....	1.90815081	78	-7.12259901	1.98532905
79	-4.89066781	2.06262749	80	-3.70102863	2.14003118



81	-2.9570254	2.21752305	82	-2.44456983	2.29506922
83	-2.06749450	2.37271595	84	-1.77645397	2.45039058
85	-1.54340129	2.52810113	86	-1.35122535	2.60583637
87	-1.10888546	2.68358593	88	-1.04992994	2.76133998
89	-0.92613999	2.83708936	90	-0.81674346	2.91682559
91	-0.71793800	2.99454069	92	-0.62757083	3.07222724
93	-0.54904102	3.14587839	94	-0.52214339	3.22748771
95	-0.39229855	3.30504919	96	-0.46596760	3.38255739
97	-0.25474818	3.46000714	98	-0.418945825	3.53739367
99	-0.12569112	3.61471264	100	-0.06291473	3.69196801
101	-0.00062941	3.76913202	102	0.06145312	3.84622528
103	0.12441473	3.92323660	104	0.18515662	4.00016315
105	0.25341031	4.07700229	106	0.32075680	4.15375159
107	0.37094902	4.23040892	108	0.46443908	4.30697732
109	0.54241338	4.38343997	110	0.62584037	4.45981034
111	0.71603519	4.53608196	112	0.81465041	4.61222359
113	0.92380785	4.68832414	114	1.04627300	4.76429266
115	1.18585671	4.84015876	116	1.34767983	4.91592032
117	1.53915899	4.99157420	118	1.77124259	5.06713139
119	2.00082265	5.14257957	120	2.43562945	5.21792743
121	2.64467115	5.29315978	122	3.68264222	5.36827152
123	4.85952909	5.44331761	124	7.05815165	5.51823009
125	12.70618940	5.59305305	126	61.20752370	5.66776268
127	0.00000000	5.74237223	128	-9.21715077	5.81686695
129	-5.61601233	5.89126216	130	-4.22371286	5.96555329
131	-3.29496710	6.03977075	132	-2.68203975	6.11362966
133	-2.24477178	6.18780647	134	-1.91477703	6.26162581
135	-1.65510549	6.33543352	136	-1.44396829	6.40914025
137	-1.26767485	6.48271657	138	-1.11718290	6.55619311
139	-0.96271185	6.62957062	140	-0.87051329	6.70284974
141	-0.76666180	6.77603116	142	-0.67227633	6.84911565
143	-0.58547727	6.92210393	144	-0.50478600	6.99499875
145	-0.42901394	7.06779488	146	-0.35718576	7.14049908
147	-0.28848402	7.21311018	148	-0.22220756	7.28567493
149	-0.15774049	7.35805614	150	-0.09452793	7.43039265
151	-0.03205525	7.50263923	152	0.03016937	7.57479869
153	0.09262627	7.64696583	154	0.15580910	7.71884760
155	0.22023016	7.79074267	156	0.28444310	7.86255194
157	0.35508162	7.93427630	158	0.42678365	8.00591649
159	0.50243277	8.07747326	160	0.58299683	8.14894756
161	0.66954268	8.22034021	162	0.76367300	8.29165186
163	0.86720503	8.36280347	164	0.98255995	8.43403594
165	1.11295393	0.50510987	166	1.26277220	8.57610626
167	1.43816840	8.64702547	168	1.64807835	8.71786904
169	1.80601222	8.78863732	170	2.23343569	8.85933098
171	2.66667226	8.92995092	172	3.27248640	9.00049810
173	4.18847887	9.07097295	174	5.75107114	9.14137648
175	9.05783994	9.21170950	176	20.92549250	9.28197252
177	0.00000000	9.35216654	178	0.00000000	9.42229701
179	-7.15523875	9.49234979	180	-4.90639003	9.56234080
181	-3.71025446	9.63226650	182	-2.96322626	9.70212464
183	-2.44895958	9.77191898	184	-2.07001277	9.84164934
185	-1.77907993	9.91131615	186	-1.54552839	9.98092028
187	-1.35300226	10.05046240	188	-1.1940292	10.11994280
189	-1.05025048	10.18936250	190	-0.92730786	10.25877240
191	-0.81779140	10.32802330	192	-0.71889056	10.39726500
193	-0.62846693	10.46644660	194	-0.54485560	10.53557480
195	-0.46673273	10.60464380	196	-0.39302371	10.67365640
197	-0.32283212	10.74241440	198	-0.25441435	10.81151630
199	-0.19010916	10.88036430	200	-0.126332947	10.94915790



.....  
PONTOS DE INTERSECCAO DAS CURVAS CURVA 1 E CURVA 2  
.....

ORDEN M	CURVA 1	CURVA 2
46	0.35576932	0.35848588
47	0.42752658	0.42685900
123	4.8595909	5.44331261
124	7.05815165	5.51873809
175	9.05763399	7.21170950
176	20.92542250	7.28197252





```

0025 C1DC      EC TC 6
0027 O1EO      JS WRITE(32,100)XI,ERRO1
0028 O1F8      100 FORMAT(3X,'EXISTE PONTO CRITICO EM X=,'F17.8,5X,'COM ERRO DE,'F11.
0029           1E1)
0030 O232      Z=(PI**2-S**2)
0031 O234      DEPSEG=2*PI*DI*COSS(S)/Z+S*XI*PI*DI**2*SIN(S)/Z**2-XI*PI*DI**2*SIN(S)/
0032           *Z**4*YI**2*PI*DI**3*COSS(S)/Z**2+8*YI**3*PI*DI**4*COSS(S)/Z**4
0033 O4AA      WRITE(32,20)DERSEG
0034 O4C0      20 FORMAT(3X,' DERSEG = ',F17.8)
0035 O4DA      IF(DERSEG)14,15,15
0036 O4E5      14 WRITE(32,19)JI
0037 O4FC      99 FORMAT(3X,'EXISTE UM PONTO DE MAXIMO EM X=,'F17.4)
0038 O52A      EC TC 35
0039 O52E      15 WRITE(32,98)XI
0040 O544      98 FORMAT(3X,'EXISTE UM PONTO DE MINIMO EM X=,'F17.4)
0041 O574      EC TC 35
0042 O578      16 WRITE(32,197)JI
0043 O5AE      97 FORMAT(3X,'EXISTE UM PONTO DE INFLEXAO EM X=,'F17.4)
0044 O5BE      35 STOP
0045 O5C4      END

```

END OF COMPILATION NO ERRORS DTSC COMPILER REVISION 08.1

DISC-LINKER	PASS-1	PROGRAM	PROFORAL	DATE	27/02/83	PAGE	1
CT1	1	1	1	1	1	1	1
PRGM	PROFORAL	**D					
LIBE	FDFTL	OG	CCMPLE				
INCL	/PROFORAL						
INCL	A SIN						
INCL	A COS						
INCL	A TAN						
INCL	A ATN						
INCL	A *7J						
INCL	A *7I						
INCL	A *7H						
INCL	A ABS						
INCL	A *7M						
INCL	A *7AR						
INCL	A *7SR						
INCL	A *7MR						
INCL	A *7DP						
INCL	A *7EB						
INCL	A *7O9						
INCL	A *7FT						
INCL	A *7R						
INCL	A *7C						
INCL	A *7D						
INCL	A *74						
INCL	A *7E						
INCL	A *72						
INCL	A *7J3						
INCL	A *7PP						
INCL	A *7IR						
INCL	A *732						
INCL	A *7IO						
INCL	A *7FL						
INCL	A *7HJ						
INCL	A *7P2						
INCL	A *7PS						
INCL	A *7SP						
INCL	A *7SEG						



DISCIPLINA: ERROS JURIS REVISIV 5.03 DATA: 27/02/81

EXISTE PONTO CRITICO EM X= 55.85185185 COM ERRO DE -0.00000743  
ORSEG = -0.01282599  
EXISTE UM PONTO DE MAXIMO EM X= 55.8519.



## APÊNDICE D

### D.1 - Quadro de valores de $G(j\omega)$ do 2º circuito

$$G(j\omega) = \frac{1 + n\omega_0 R_1 C}{1 + \alpha n\omega_0 R_1 C} \quad \text{onde } \alpha = \frac{R_2}{R_1 + R_2}$$

$$R_1 = 4,7 \times 10^3 \Omega \quad \text{e} \quad n = \text{nº do harmônico da série de Fourier}$$

$$R_2 = 3,96 \times 10^3 \Omega$$

$$C = 10^{-8} \text{ f}$$

Em anexo, quadro de valores de  $G(j\omega)$  do 2º circuito.

A faixa de interesse, para o presente trabalho, abrange desde o 25º até o 80º harmônico.

$n$	$G(j\omega)$
0	0,5969
1	0,6463
2	0,6849
3	0,7159
4	0,7413
5	0,7626
6	0,7806
7	0,7961
8	0,8096
9	0,8214
10	0,8318
15	0,8697
20	0,8937
25	0,9102
30	0,9223
35	0,9315
40	0,9388
45	0,9446
50	0,9495
55	0,9536
60	0,9570
65	0,9600
70	0,9626
75	0,9650
80	0,9669

## APÊNDICE E

E.1 - Quadro de valores de  $G(j\omega)$  do 4º circuito do Canal do Sinal de Entrada

$$G(j\omega) = \frac{R_0}{(R_1 + R_2) [(R_3 + R_0)\omega C + 1] + R_3 + R_0}$$

onde

$$R_1 = 1 \text{ k}\Omega$$

$$R_2 = 10 \text{ k}\Omega$$

$$R_3 = 1 \text{ k}\Omega$$

$$R_0 = 84 \text{ k}\Omega$$

C variável desde 470 pf a 5  $\mu$ f

Em anexo, quadro de valores de  $G(j\omega)$  do 4º circuito do Canal do Sinal de Entrada.

A faixa de interesse, para o presente trabalho, abrange desde o 25º até o 80º Harmônico.

$\eta$	$G(j\omega)$		
	$C = 470 \mu\text{f}$	$C = 25 \mu\text{f}$	$C = 5 \mu\text{f}$
0	0,8750	0,8750	0,8750
1	0,8555	0,007162	0,003596
2	0,8389	0,003596	0,001802
3	0,8190	0,002400	0,001202
4	0,8019	0,001802	0,000902
5	0,7855	0,001442	0,000722
6	0,7698	0,001202	0,000601
7	0,7547	0,001030	0,000516
8	0,7401	0,000902	0,000451
9	0,7261	0,000802	0,000401
10	0,7127	0,000722	0,000361
15	0,6522	0,000481	0,000240
20	0,6011	0,000361	0,000180
25	0,5575	0,000289	0,000144
30	0,5198	0,000241	0,000120
35	0,4869	0,000206	0,000103
40	0,4578	0,000181	0,000090
45	0,4321	0,000160	0,000080
50	0,4091	0,000144	0,000072
55	0,3884	0,000131	0,000066
60	0,3697	0,000120	0,000060
65	0,3527	0,000111	0,000056
70	0,3373	0,000103	0,000052
75	0,3231	0,000096	0,000048
80	0,3100	0,000090	0,000045

## APÊNDICE F

### F.1 - Tabela dos parâmetros de operação da sonda VLF pulsada

Frequência de transmissão para os cálculos	40 KHz
Repetição de pulso	792 p.p.s.
Tempo de varredura do Eductor	320 $\mu$ s
Fator de trabalho do Eductor	0,25344
Constante de tempo característica	10 $\sim$
Latitude do transmissor	26° 12' 30" $\pm$ 10" S
Longitude do transmissor	50° 58' $\pm$ 10" W
Latitude do receptor	26° 56' 26" $\pm$ 10" S
Longitude do receptor	48° 54' 35" $\pm$ 10" W
Distância transmissor - receptor	221,4 km $\pm$ 0,3 km

APENDICE G

G.1 - Programa 3

DATE 12/05/81 PAGE 1

UNIVAC 9300 FORTRAN COMPILATION OF PROGRAM

\*\*\*\*\*  
 \*\*OBTAIN SUCCESS\*\*  
 \*\*DOUBLE PRECISION \*\*0NF

SYMBOL TABLE:

FI	0015	LOCAL	52	0020	LOCAL	I	002A	LOCAL	Q	00CC	LOCAL
FJ	0002	LOCAL									

STORAGE USED (SECT NAME, SIZE, LENGTH):

PROGRAM	01	02A5
CONSTANT	04	002C
TEMP	03	0000
VARIABLE	04	012C
COMMON	05	0000
NUMER	05	0000

TOTAL SIZE 00FF

EXTERNAL REFERENCES AND LIBRARY CALLS:

0000	007	000	Z2FN	R0R	Z2SP	R0Y	Z2J3	R0F	Z20R	R11	Z2J2	R0R	Z2FW	R0C
0001	000	000	Z2J0	R0E	Z2WT	R0F	Z2PK	R1C	Z20R	R11	Z20R	R11	Z2AR	R12
0002	000	000	Z200	R1Q										

UNIVAC 9300 FORTRAN COMPILATION OF PROGRAM

PROGRAM LISTING:

```

0000      C          CALCULO DE AQUISIÇÃO DA CARGA DO CAPACITOR DA MEMÓRIA
0001      C          NESTE PROGRAMA
0002      C          RJ=0.
0003      C          ZEO.
0004      C          S1=0.99997998
0005      C          S2=0.19999801E-15
0006      C          100 00 10 1=1.1000
0007      C          0000 0100
0008      C          0000 0100
0009      C          10 CONTINUE
0010      C          RJE=1.000
0011      C          WRITE(14,2)RJE
0012      C          2 FORMAT(15X,F10.0,5X,F20.15)
0013      C          GO TO 100
0014      C          STOP
0015      C          END
  
```

END OF COMPILATION

NO ERRORS

DISC COMPILER REVISION 08.1

DISC-LINER PASS 1 PROGRAM PROGRAM DATE 12/05/81 PAGE 1

CTL N=02;SCRATCH2;P=00;SCRATCH;S=01;SCRATCH

```

1800      PRG= PROGRAM.***D
1801      LINE SCRATCH.CC.COMPILE
1802      INCL PROGRAM
1803      INCL A Z2AR
1804      INCL A Z2AR
1805      INCL A Z20R
1806      INCL 0 R2C
1807      INCL A R2A
1808      INCL A R2E
1809      INCL A Z202
  
```



1000.  
2000.  
3000.  
4000.  
5000.  
6000.  
7000.  
8000.  
9000.  
10000.  
11000.  
12000.  
13000.  
14000.

0-1980112854759-12  
0-3920977647335-12  
0-5423372302168-12  
0-7688059356032-12  
0-9515786211170-12  
0-1130728546037-11  
0-1306327517561-11  
0-1478445919587-11  
0-1647152740924-11  
0-1812515602946-11  
0-1974600796695-11  
0-2133473259448-11  
0-2209196700758-11  
0-2441833577976-11

15000.	0.2591444921272-11
16000.	0.2736090848155-11
17000.	0.2881630087513-11
18000.	0.3022720253166-11
19000.	0.3160817816966-11
20000.	0.3296178131430-11
21000.	0.3428855451924-11
22000.	0.3558902958410-11
23000.	0.3686372776768-11
24000.	0.381131599680-11
25000.	0.3933782707115-11
26000.	0.4053821986401-11
27000.	0.4171481951899-11
28000.	0.4286809764289-11
29000.	0.4399851649475-11
30000.	0.4510652917110-11
31000.	0.4619257978758-11
32000.	0.4725710365697-11
33000.	0.4830052744365-11
34000.	0.4932326943465-11
35000.	0.5032573950726-11
36000.	0.5130833949334-11
37000.	0.5227146324040-11
38000.	0.5321549672045-11
39000.	0.5414081852973-11
40000.	0.5504779935037-11
41000.	0.5593680278906-11
42000.	0.5680816517778-11
43000.	0.5766225578560-11
44000.	0.5849947695667-11
45000.	0.5932006425746-11
46000.	0.6012434659128-11
47000.	0.6091276635005-11
48000.	0.6168551953357-11
49000.	0.6244295587818-11
50000.	0.6318537898088-11
51000.	0.6391308642105-11
52000.	0.6462636987070-11
53000.	0.653251525640-11
54000.	0.6601080278386-11
55000.	0.6668750714028-11
56000.	0.6734089755941-11
57000.	0.6798623793850-11
58000.	0.6861878694403-11
59000.	0.6923879811546-11
60000.	0.6984651996677-11
61000.	0.704421960815-11
62000.	0.7102606573358-11
63000.	0.7159836143654-11
64000.	0.7215931408363-11
65000.	0.7270914801752-11
66000.	0.7324808362304-11
67000.	0.7377633691752-11
68000.	0.7429411963642-11
69000.	0.7480163931834-11
70000.	0.7529909938824-11
71000.	0.7578669223497-11
72000.	0.7626463431118-11
73000.	0.7673309617167-11
74000.	0.7719227259018-11
75000.	0.7764234761462-11
76000.	0.7808350164489-11
77000.	0.7851591156416-11
78000.	0.7893975051469-11
79000.	0.7935418655743-11

80000. 0-7276233215001-11  
 81000. 0-8016152450851-11  
 82000. 0-8055274561388-11  
 83000. 0-8093621227607-11  
 84000. 0-8131207819689-11  
 85000. 0-8168049403160-11  
 86000. 0-8204160744929-11  
 87000. 0-8239556319211-11  
 88000. 0-8274250313323-11  
 89000. 0-8308256633375-11  
 90000. 0-8344158890941-11  
 91000. 0-8374280503026-11  
 92000. 0-8406784508417-11  
 93000. 0-8437673761933-11  
 94000. 0-84668440845071-11  
 95000. 0-8498596289950-11  
 96000. 0-8528157584251-11  
 97000. 0-8557131174065-11  
 98000. 0-8585530478639-11  
 99000. 0-8613366875032-11  
 100000. 0-86406515222680-11  
 101000. 0-8667395357864-11  
 102000. 0-8693609100098-11  
 103000. 0-8719303256420-11  
 104000. 0-8744488125609-11  
 105000. 0-8769173802310-11  
 106000. 0-8793370181080-11  
 107000. 0-8817086960356-11  
 108000. 0-8840333646434-11  
 109000. 0-8863119556812-11  
 110000. 0-8884533824861-11  
 111000. 0-8907345402548-11  
 112000. 0-8928403064496-11  
 113000. 0-8949935411403-11  
 114000. 0-8970450873493-11  
 115000. 0-8990657713493-11  
 116000. 0-9010444031945-11  
 117000. 0-902987766454-11  
 118000. 0-904906696867-11  
 119000. 0-9067556456396-11  
 120000. 0-9085840515073-11  
 121000. 0-9103760202744-11  
 122000. 0-9121324702012-11  
 123000. 0-9138541053110-11  
 124000. 0-9155416156729-11  
 125000. 0-917195677878-11  
 126000. 0-9188169543098-11  
 127000. 0-9204060954119-11  
 128000. 0-9219637379445-11  
 129000. 0-9234905067508-11  
 130000. 0-9249670122868-11  
 131000. 0-9264538558868-11  
 132000. 0-9278516249936-11  
 133000. 0-9293000958965-11  
 134000. 0-9306822334619-11  
 135000. 0-9320361913402-11  
 136000. 0-9333633122872-11  
 137000. 0-9346441281419-11  
 138000. 0-9359391604397-11  
 139000. 0-9371889201212-11  
 140000. 0-9384139081575-11  
 141000. 0-9396146155506-11  
 142000. 0-9407915235699-11  
 143000. 0-9412851039461-11  
 144000. 0-94307568190593-11  
 145000. 0-9441841791347-11

14000.	0.9452794573344-11
147000.	0.9463352602353-11
148000.	0.9473789575035-11
149000.	0.9484019675158-11
150000.	0.9494047003167-11
151000.	0.9503875574236-11
152000.	0.9513509339871-11
153000.	0.9522952149094-11
154000.	0.9532707791989-11
155000.	0.9541279977220-11
156000.	0.9550172341516-11
157000.	0.955988849131-11
158000.	0.9567431793671-11
159000.	0.9575805799994-11
160000.	0.9584013823086-11
161000.	0.9592657154400-11
162000.	0.9599945018181-11
163000.	0.9607474574256-11
164000.	0.9615250923799-11
165000.	0.9622677100575-11
166000.	0.9629956082160-11
167000.	0.9637090786127-11
168000.	0.9644084077221-11
169000.	0.9650938743504-11
170000.	0.9657657547478-11
171000.	0.9664243177185-11
172000.	0.9670688272291-11
173000.	0.9677025420137-11
174000.	0.9683227156783-11
175000.	0.9689305968019-11
176000.	0.9695284290367-11
177000.	0.9701104512051-11
178000.	0.9706828973961-11
179000.	0.9712439970564-11
180000.	0.9717939750931-11
181000.	0.9723330519434-11
182000.	0.9728614436430-11
183000.	0.9733793621030-11
184000.	0.9738970147561-11
185000.	0.9743946052409-11
186000.	0.9748723329623-11
187000.	0.9753503932122-11
188000.	0.975819774476-11
189000.	0.9762782746075-11
190000.	0.9767284675481-11
191000.	0.9771697372365-11
192000.	0.9776022604231-11
193000.	0.9780262105128-11
194000.	0.9784417574340-11
195000.	0.9788490677469-11
196000.	0.9792463047104-11
197000.	0.9796338628347-11
198000.	0.9800231955839-11
199000.	0.9803991599370-11
200000.	0.9807676723265-11
201000.	0.9811268303852-11
202000.	0.9814829288931-11
203000.	0.9818299597606-11
204000.	0.9821701120452-11
205000.	0.9825035222074-11
206000.	0.9828303237453-11
207000.	0.9831506477480-11
208000.	0.9834646225485-11
209000.	0.9837723744485-11
210000.	0.9840740254997-11
211000.	0.9843726701921-11

213000.	0.984943577199-11
214000.	0.9452220141377-11
215000.	0.9854949321221-11
216000.	0.9857624405644-11
217000.	0.9860246464880-11
218000.	0.9862816555907-11
219000.	0.9865335702874-11
220000.	0.9867804917509-11
221000.	0.9870225189527-11
222000.	0.9872597489026-11
223000.	0.9874927766976-11
224000.	0.9877201955099-11
225000.	0.9879435967242-11
226000.	0.9881625698746-11
227000.	0.988377207307-11
228000.	0.9885875613215-11
229000.	0.9887937899717-11
230000.	0.9889959113339-11
231000.	0.9891940264231-11
232000.	0.9893882146479-11
233000.	0.9895785533032-11
234000.	0.9897651203012-11
235000.	0.989947988018-11
236000.	0.9901272376426-11
237000.	0.9903029236685-11
238000.	0.9904751323003-11
239000.	0.9906439275629-11
240000.	0.9908093771132-11
241000.	0.9909715472670-11
242000.	0.9911305030256-11
243000.	0.9912863091019-11
244000.	0.99144390249460-11
245000.	0.9915887147702-11
246000.	0.9917354375734-11
247000.	0.9918792521652-11

## BIBLIOGRAFIA

- 1 - BUTKOV, Eugene. Física Matemática. Trad. João B. P. Fernandes de Carvalho. Rio de Janeiro, Ed. Guanabara Dois S.A, 1978.
- 2 - CHURCHILL, Ruel V.. Séries de Fourier e Problemas de Valores de Contorno. Trad. Carlos Alberto A. de Carvalho. Rio de Janeiro, Ed. Guanabara Dois S.A., 1978.
- 3 - CLOSE, Charles M. Circuitos Lineares. Trad. Ana Lucia Serio de Almeida e outros. Rio de Janeiro, Ed. da Universidade de São Paulo, 1975. V.1 e 2.
- 4 - COUTINHO, Edsel de F. Introdução às Partículas Presas e à Anomalia Geomagnética Brasileira. Revista Ciência e Cultura, São Paulo, 26(4), 1973.
- 5 - GEHMLICH, Hammond. Electromechanical Systems. New York, Mc Graw Hill Book Company, 1967. 464 p. Cap. 2.
- 6 - HOUPIS, Constantine H.; Jerzy Lubelfeld. Pulse Circuits. New York, Ed. Simon and Schuster, 1970. 212 p.
- 7 - KAPLAN, Wilfred. Operational Methods for Linear Systems. Massachussets, Ed. Wesley Publishing Company, Inc Reading, 1962.
- 8 - KRAUS, John D.; Carver, Keith R. Eletromagnetismo. Trad. Weber Figueiredo da Silva. 2. ed. Rio de Janeiro, Ed. Guanabara Dois S.A., 1978.
- 9 - Le PAGE, Wilbur R. Complex Variables and the Laplace Transform for Engineers. New York, Ed. Mc Graw Hill Company. 1961

- 3)
- 10 - MUZZIO, José Luiz R.. Sondador Ionosférico de VLF - Programa Preliminar de Investigações. São José dos Campos, Instituto de Atividades Espaciais, 1978.
  - 11 - ORSINI, L.Q.. Circuitos Elétricos. Brasília, Ed. Edgar Blucher Ltda., 1975. 324 p.
  - 12 - PSU, Hwi P.. Fourier Analysis. New York, Ed. Simon and Schuster, 1970.
  - 13 - RYDER, John D.. Engineering Electronics. New York, Ed. Mc Graw Hill Book Company, 1967. 690 p. Cap. 4.
  - 14 - SEARS, Francis Weston. Electricity and Magnetism. Cambridge, Ed. Addison Wesley Press, Inc, 1951. Cap. 8.
  - 15 - VON NEUMANN, J.. Mathematische Grundlagen der Quantenmechanik. Berlin, Springer, 1932.