



UNIVERSIDADE FEDERAL DE SANTA CATARINA
CENTRO DE CIÊNCIAS FÍSICAS E MATEMÁTICAS
CENTRO DE CIÊNCIAS DA EDUCAÇÃO
CENTRO DE CIÊNCIAS BIOLÓGICAS
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM EDUCAÇÃO
CIENTÍFICA E TECNOLÓGICA

**ESTUDO DAS PAVIMENTAÇÕES DO PLANO UTILIZANDO
UM OBJETO DE APRENDIZAGEM**

Nazareno Correa

Florianópolis
2013

Nazareno Correa

**ESTUDO DAS PAVIMENTAÇÕES DO PLANO UTILIZANDO
UM OBJETO DE APRENDIZAGEM**

Dissertação submetida ao Programa de Pós-Graduação em Educação Científica e Tecnológica da Universidade Federal de Santa Catarina para obtenção do grau de Mestre em Educação Científica e Tecnológica

Orientadora: Prof.^a Dr.^a Cláudia Regina Flores

Coorientador: Prof. Dr. David Antonio da Costa

Florianópolis
2013

Catologação na fonte pela Biblioteca Universitária
da Universidade Federal de Santa Catarina

Correa, Nazareno

Estudo das pavimentações do plano utilizando um objeto de aprendizagem / Nazareno Correa ; orientadora, Cláudia Regina Flores ; co-orientador, David Antonio da Costa. - Florianópolis, SC, 2013.

189 p.

Dissertação (mestrado) - Universidade Federal de Santa Catarina, Centro de Ciências Físicas e Matemáticas. Programa de Pós-Graduação em Educação Científica e Tecnológica.

Inclui referências

1. Educação Científica e Tecnológica. 2. Educação matemática. 3. Geometria - Estudo e ensino. 4. Tecnologias de informação e comunicação. 5. Pavimentações. I. Flores, Cláudia Regina. II. Costa, David Antonio da. III. Universidade Federal de Santa Catarina. Programa de Pós-Graduação em Educação Científica e Tecnológica. IV. Título.



UNIVERSIDADE FEDERAL DE SANTA CATARINA
CENTRO DE CIÊNCIAS FÍSICAS E MATEMÁTICAS
CENTRO DE CIÊNCIAS DA EDUCAÇÃO
CENTRO DE CIÊNCIAS BIOLÓGICAS
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO
CURSO DE MESTRADO EM EDUCAÇÃO CIENTÍFICA E
TECNOLÓGICA

“Estudo das pavimentações do plano utilizando um objeto de aprendizagem.”

Dissertação submetida ao Colegiado
do Curso de Mestrado em Educação
Científica e Tecnológica em
cumprimento parcial para a obtenção
do título de Mestre em Educação
Científica e Tecnológica

APROVADA PELA COMISSÃO EXAMINADORA em 01/03/2013

Prof. Dr. Cláudia Regina Flores (MEN/CED//UFSC – Orientadora)

Prof. Dr. David Antonio da Costa (MEN/CED/UFSC –Co-orientador)

Prof. Dr. Vincenzo Bongiovanni (UNIBAN – Examinador)

Prof. Dr. José André Peres Angotti (PPGECT/UFSC- Examinador)

Profª. Drª. Sônia Elena Palomino Bean (CFM/UFSC – Suplente)

Dr. Carlos Alberto Marques
Coordenador do PPGECT

NAZARENO CORREA

Florianópolis, Santa Catarina, março de 2013.

Este trabalho é dedicado aos meus queridos e amados pais, Celita e Valdemiro.

AGRADECIMENTOS

A realização deste trabalho marca o fim de uma importante etapa da minha vida. De tal modo que gostaria de agradecer a todos aqueles que, de forma direta ou indireta, contribuíram para a sua concretização.

Agradeço a Deus por me conceder o dom da vida e por iluminar os meus caminhos.

Ao Programa de Pós-Graduação em Educação Científica e Tecnológica por possibilitar a realização desta dissertação e por todos os meios colocados à disposição. Igualmente agradeço a todo corpo docente pelos momentos de discussão que foram úteis para esta dissertação.

À minha orientadora Prof.^a Dr.^a Claudia Regina Flores por possibilitar, não só a mim, mas a vários estudantes, momentos importantes de aprendizagem, sejam nas disciplinas oferecidas pelo programa ou em suas orientações individuais.

Ao meu coorientador Prof. Dr. David Antonio da Costa pela amizade, disponibilidade, colaboração e capacidade de estímulo ao longo de todo o trabalho. E também por todo o material emprestado e referenciado, essencial na fundamentação teórica desta pesquisa.

Ao prof. Dr. Vincenzo Bongiovanni pelos apontamentos discutidos no exame de qualificação, pelas trocas de *e-mails* respondendo às minhas dúvidas e pelas indicações bibliográficas.

Ao prof. Dr. José André Peres Angotti pelas sugestões também dadas durante o exame de qualificação, que me propiciaram reflexões relevantes para a escrita da dissertação e pelos momentos de discussão e reflexão proporcionados em sua disciplina.

À prof.^a Dr.^a Sonia Elena Palomino Bean por ter colaborado com os meus primeiros contatos com as Tecnologias de Informação Comunicação durante o período de graduação e por ter aceito participar desse caminhar, novamente.

Ao prof. Dr. Humberto José Bortolossi por disponibilizar uma versão modificada do Objeto de Aprendizagem utilizado nesta pesquisa.

À direção do Colégio de Aplicação manifesto meu apreço pela possibilidade de realização da experimentação. Em especial, à prof. Claires Sada Boldo que gentilmente cedeu suas aulas para a realização dos encontros, e aos alunos por aceitarem participar do experimento.

Agradeço à CAPES e à comissão de bolsas por sua concessão.

Aos professores e amigos Alessandra Barcelos e Pedro Augusto Gamba pela revisão gramatical e pelas sugestões.

Aos amigos e colegas da pós-graduação por dividir com bom humor as dificuldades e aflições que me acompanharam durante esses dois anos. Em especial às colegas Liliane Medeiros e Piersandra Simão dos Santos por todo o auxílio durante as observações da experimentação.

Manifesto um profundo reconhecimento à minha família pelo apoio incondicional ao longo destes anos. Expresso sentimento idêntico em relação a todos os meus amigos de longa data.

À minha namorada Ana Carolina Soares Parucker que com todo amor e carinho me apoiou nessa caminhada.

Àqueles que me ajudaram a ser quem sou, acreditaram em mim e para os quais sou uma esperança, buscarei não vos desiludir. O meu muito obrigado a todos.

RESUMO

A presente pesquisa investigou de que maneira um Objeto de Aprendizagem (qualquer recurso digital formado a partir de componentes instrucionais com características de reutilização), inserido numa sequência de atividades, favorece o estudo das pavimentações do plano formadas por polígonos regulares. A concepção e realização das atividades contemplaram elementos da metodologia de resolução de problemas. A pesquisa caracteriza-se como qualitativa e se desenvolveu a partir de um experimento de ensino. Ela foi aplicada com alunos do 2º ano do Ensino Médio, do Colégio de Aplicação da Universidade Federal de Santa Catarina. A análise dos registros dos alunos se apoiou no quadro teórico de Bernard Parzysz, que trata sobre o raciocínio geométrico nas resoluções das atividades feitas pelos alunos. As análises feitas a partir dos registros dos alunos (roteiros de atividades, registros de áudio, registros das telas do computador, roteiros dos observadores) inferem que, apesar de algumas limitações apresentadas pelo Objeto de Aprendizagem, o modo como ele foi trabalhado juntamente com as atividades favoreceu no estudo e nas discussões referentes às possibilidades e tipos de configurações das pavimentações regulares e semirregulares.

Palavras-Chave: Pavimentações, Ensino de Geometria, Tecnologias de Informação e Comunicação, Objetos de Aprendizagem.

ABSTRACT

This research has investigated how a Learning Object (any digital resource formed from instructional components with characteristics of reusability), inserted a sequence of activities, promotes the study of tilings of the plane formed by regular polygons. The conception and performance of activities have contemplated some elements of the methodology for problem solving. The research is characterized as qualitative and evolved from a teaching experiment. It was applied with students of 2nd year of High School, College Application, Federal University of Santa Catarina. The analyses of student records have based on the Bernard Parzysz's theoretical framework, which deals with geometric reasoning in resolutions of the activities that have done by the students. The analyses from the student records (scripts activities, audio records, records of computer screens, scripts observers) have concluded that, despite some limitations presented by the Learning Object, the way it was working together with the activities favored the study and the discussions regarding the possibilities of configurations and types of regular and semirregulares tessellations.

Keywords: Tessellations, Geometry Teaching, Information Technology and Communication, Learning Objects.

LISTA DE FIGURAS

Figura 2.1 – Diagrama das características de um OA (HANDA e SILVA, 2003; MARQUESI, 2008).....	46
Figura 2.2 - Partes do OA proposto.	54
Figura 2.3 - Parte 1 do OA: polígonos regulares.	55
Figura 2.4 - Parte 2: Pavimentações Regulares.....	55
Figura 2.5 - Partes 2 e 3 do OA: Tipos de pavimentações.....	56
Figura 2.6 – Detalhes da Parte 3 do OA.	57
Figura 3.1 - Pavimentação de terraço.....	61
Figura 3.2 – Exemplo dos padrões nas cerâmicas marajoara.	62
Figura 3.3 - Pavimentação formada por não polígono.....	63
Figura 3.4 - Pavimentação com polígono não convexo.....	63
Figura 3.5 - Nós e arestas de uma pavimentação.	63
Figura 3.6 - Pavimentação lado-lado	64
Figura 3.7 - Pavimentação não lado-lado.....	64
Figura 3.8 - Pavimentação monoédrica.....	64
Figura 3.9 - Cada nó apresenta a configuração (3,4,6,4).....	65
Figura 3.10 - Pavimentações demirregulares: 2-uniforme, 3-uniforme e 4-uniforme. (VELOSO, 1998).	66
Figura 3.11 - Triângulos equiláteros em torno de um nó.....	67
Figura 3.12 - Triângulos equiláteros em torno de outros nós.	67
Figura 3.13 - As 21 possíveis configurações em torno de um nó.	73
Figura 3.14 - As configurações (3,7,42), (3,8,24), (3,9,18), (3,10,15)..	73
Figura 3.15 - Configuração (4,5,20).....	74
Figura 3.16 - Configuração (5,5,10).....	74
Figura 3.17 - Configuração (3,3,4,12) no vértice A e (3,4,3,12) no vértice B.....	74
Figura 3.18 - Configuração (3,3,6,6) no vértice A e (3,6,3,6) no vértice B.....	75
Figura 3.19 - Configuração (3,4,3,12) no vértice A e (3,12,12) no vértice B.....	75
Figura 3.20 - Configuração (3,4,4,6) no vértice A e (3,4,6,4) no vértice B.....	75
Figura 3.21 - As 11 configurações que formam pavimentação do tipo 1-uniforme.	76
Figura 3.22 - Os 20 tipos de pavimentações do tipo 2-uniforme.....	80
Figura 4.1 - Exemplo de uma não pavimentação.....	86
Figura 4.2 - As configurações que podem ser formadas no OA pavimentação.....	94
Figura 4.3 - Instalação do <i>software</i> de registro de telas.....	97

Figura 4.4 - Tela principal do <i>software</i>	97
Figura 4.5 - Tela de captura das imagens.	98
Figura 5.1 - Imagem (d) da atividade 1.....	102
Figura 5.2 - Imagens (a) e (e) da atividade 1.....	103
Figura 5.3 - Imagens (c) e (h) da atividade 1.....	104
Figura 5.4 - Imagem (f) da atividade 1.....	105
Figura 5.5 - Imagem (g) da atividade 1.....	106
Figura 5.6 - Imagem de uma pavimentação da atividade 2.....	107
Figura 5.7 - Imagens (a), (b) e (e) das duplas D1, D2 e D4, respectivamente, da atividade 2.....	108
Figura 5.8 – Registro da dupla D5 referente ao item (a) da atividade 2.....	108
Figura 5.9 - Registro da dupla D1 referente ao item (c) da atividade 2.....	109
Figura 5.10 - Registro da dupla D8 referente ao item (c) da atividade 2.....	109
Figura 5.11 - Registro das duplas D6 e D9, respectivamente, referente ao item (d) da atividade 2.....	109
Figura 5.12 - Imagens (f) e (j) da atividade 2.....	110
Figura 5.13 - Quadrado e pentágono regular extraídos do OA Pavimentação.....	112
Figura 5.14 - Heptágono regular exibido no OA pavimentação.....	113
Figura 5.15 - Registro da dupla D2 sobre a questão da atividade 03. .	114
Figura 5.16 – A dupla D3 investigando pavimentação com quadrados.....	115
Figura 5.17 - A dupla D3 investigando pavimentação com hexágonos.....	115
Figura 5.18 - A dupla D7 investigando pavimentação com triângulos equiláteros.....	115
Figura 5.19 - A dupla D5 investigando pavimentação com pentágonos.....	115
Figura 5.20 - Registro das duplas D8 e D9, respectivamente, referente ao item (I) da atividade 4.....	116
Figura 5.21 - Configurações possíveis com apenas três polígonos regulares com dois ou mais tipos diferentes.....	119
Figura 5.22 - Construção da pavimentação do tipo (4,6,12) pela dupla D5.....	120
Figura 5.23 - Verificação da dupla D3 para a configuração (3,12,12).	121
Figura 5.24 - Representação da configuração (4,7,9).....	122
Figura 5.25 - Configurações possíveis utilizando quatro polígonos regulares com dois ou mais tipos diferentes.....	123

Figura 5.26 - Verificação da dupla D3 para a configuração (3,4,6,4).	125
Figura 5.27 - Configurações possíveis utilizando cinco polígonos regulares com dois ou mais tipos diferentes.	126
Figura 5.28 - Questões da atividade 6.	127
Figura 5.29 - Construções das duplas D3 e D6, respectivamente, usando a parte 2 do OA.	137
Figura 5.30 - Tutorial do OA pavimentação.	137
Figura 5.31 - Tentativa da dupla D4 em formar uma pavimentação...	138
Figura 5.32 - Construção de pavimentação das duplas D1 e D5, respectivamente.	140

LISTA DE QUADROS

Quadro 2.1 - Classificação da Geometria segundo Parzysz	59
Quadro 4.1 - Quadro resumo das sessões da experimentação.	83
Quadro 5.1 - Algumas configurações produzidas pelos alunos na atividade 6.	128

LISTA DE TABELAS

Tabela 3.1 - Subcaso $a = 3$	69
Tabela 3.2 - Subcaso $a = 4$	70
Tabela 3.3 - Subcaso $a = 5$	70
Tabela 3.4 - Todos os subcasos possíveis com três polígonos em torno de um nó.	71
Tabela 3.5 - Todos os subcasos possíveis com quatro polígonos em torno de um nó.	71
Tabela 3.6 - Todos os subcasos possíveis com cinco polígonos em torno de um nó.	72
Tabela 5.1 - Configurações com três polígonos regulares em torno de um nó, apresentadas pelos alunos.	119
Tabela 5.2 - Configurações com quatro polígonos regulares em torno de um nó apresentadas pelos alunos.	124

LISTA DE SIGLAS

ADL – *Advanced Distributed Learning*
CESTA – Coletânea de Entidades de Suporte ao uso de Tecnologia na Aprendizagem
CINTED – Centro Interdisciplinar de Novas Tecnologias na Educação
IEEE – *Institute fo Electrical and Electronics Engineers*
LEMAT – Laboratório de Estudos de Matemática e Tecnologias
LTSC – *Learning Technology Standards Committee*
MEC – Ministério de Educação e Cultura
NADEC – Núcleo de Apoio à Divulgação e Educação em Ciências
OA – Objetos de Aprendizagem
OEI – Organização de Estados Iberoamericanos
PCN – Parâmetros Curriculares Nacionais
RELPE – Rede Latinoamericana de Portais Educacionais
RIVED – Rede Interativa Virtual de Educação
SCORM – *Sharable Content Object Reference Model*
TIC – Tecnologias de Informação e Comunicação
UFSC – Universidade Federal de Santa Catarina

SUMÁRIO

INTRODUÇÃO.....	27
CAPÍTULO 1 – A TEMÁTICA	31
1.1 O Ensino de Geometria e as Pavimentações.....	31
1.2 O uso das Tecnologias de Informação e Comunicação (TIC).....	33
1.3 O Problema de Pesquisa.....	38
1.4 Objetivo Geral.....	39
1.4.1 Objetivos Específicos.....	39
CAPÍTULO 2 – OS PRESSUPOSTOS TEÓRICOS/ METODOLÓGICOS.....	41
2.1 A integração das TIC nas propostas de ensino	41
2.1.1 Objetos de Aprendizagem (OA)	43
2.2 Resolução de problema como estratégia didática.....	51
2.3 Aspectos do OA escolhido	53
2.4 Para a análise das atividades: o modelo de Bernard Parzysz.....	57
CAPÍTULO 3 - AS PAVIMENTAÇÕES.....	61
3.1 Introdução.....	61
3.2 Pavimentações do Plano.....	62
3.2.1 Alguns tipos de pavimentações do plano.....	64
3.2.2 Pavimentações do Plano com polígonos regulares.....	66
CAPÍTULO 4 - CAMINHOS METODOLÓGICOS.....	81
4.1 Introdução.....	81
4.2 Organização da experimentação	82
4.3 Os materiais para análise.....	83
4.3.1 As atividades propostas: Uma breve descrição e seus objetivos ..	85
4.3.2 O <i>software</i> de registro de telas.....	96
CAPÍTULO 5 - DISCUSSÃO E ALGUNS RESULTADOS	101
5.1 Introdução.....	101
5.2 Atividade 1 - Entendendo as pavimentações	101
5.3 Atividade 2 – Elementos de uma pavimentação plana	106
5.4 Atividade 3 – Conhecendo as propriedades dos polígonos regulares	111
5.5 Atividade 4 – Os tipos de configurações para as pavimentações regulares.....	114
5.6 Atividade 5 – As configurações de pavimentação com polígonos diferentes	118
5.7 Atividade 6 – Identificando configurações de uma pavimentação	126
5.8 Atividade 7 – Explorando outras configurações.....	129
5.9 Um olhar para o uso do <i>OA pavimentação</i>	132
CONSIDERAÇÕES FINAIS.....	143

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS	147
ANEXOS.....	153

ANEXO I – Atividade 1 - Entendendo as pavimentações planas (Aluno)

ANEXO I-a – Atividade 1 - Entendendo as pavimentações planas (Observador)

ANEXO II – Atividade 2 - Elementos de uma pavimentação plana (Aluno)

ANEXO II-a – Atividade 2 - Elementos de uma pavimentação plana (Observador)

ANEXO III – Atividade 3 - Conhecendo as propriedades dos polígonos regulares (Aluno)

ANEXO III-a – Atividade 3 - Conhecendo as propriedades dos polígonos regulares (Observador)

ANEXO IV – Atividade 4 - Os tipos de configurações para as pavimentações regulares (Aluno)

ANEXO IV-a – Atividade 4 - Os tipos de configurações para as pavimentações regulares (Observador)

ANEXO V – Atividade 5 - As configurações de pavimentação com polígonos diferentes (Aluno)

ANEXO V-a – Atividade 5 - As configurações de pavimentação com polígonos diferentes (Observador)

ANEXO VI – Atividade 6 - Identificando configurações de uma pavimentação (Aluno)

ANEXO VI-a – Atividade 6 - Identificando configurações de uma pavimentação (Observador)

ANEXO VII – Atividade 7 - Explorando outras configurações (Aluno)

ANEXO VIII – Termo de consentimento livre e esclarecido

INTRODUÇÃO

A temática dessa pesquisa originou-se das experiências profissionais e acadêmicas constituídas a partir de estudos, inquietações e vivências com outros atores da área de ensino. Assim, descrevo meu caminhar e as experiências com o uso das Tecnologias de Informação e Comunicação. Caminhar este que colaborou, de forma significativa, para a escolha do tema.

Durante o período de graduação do curso de Licenciatura em Matemática, no ano de 2006, tive a oportunidade de trabalhar como bolsista no Laboratório de Estudos de Matemática e Tecnologias (LEMAT)¹ na Universidade Federal de Santa Catarina (UFSC), colaborando com a produção de objetos educacionais que auxiliassem no processo de aprendizagem de alguns conteúdos de matemática. Esse foi o meu primeiro contato com a criação e uso de recursos tecnológicos para apoio ao ensino. Nesse período, desenvolvi um protótipo de Objeto de Aprendizagem (OA)² utilizando recursos computacionais (Macromedia Flash 8)³ que abordava os conteúdos sobre matrizes através de atividades dinâmicas e interativas. Esse projeto serviu de incentivo para a produção do meu Trabalho de Conclusão de Curso (CORREA, 2007) que seguiu a mesma linha, porém abordando os conteúdos sobre Transformações Lineares. Todas essas atividades desdobraram-se com apresentações em um congresso⁴ e em minicursos⁵,

¹ Disponível em: <www.mtm.ufsc.br/lemat>. Acesso em: 20 Mar. 2011.

² Entendemos como OA qualquer recurso digital utilizado para fins pedagógicos e que possui sugestões sobre o contexto que será utilizado, com características de reutilização. Trataremos com mais detalhes no capítulo 2.

³ É um *software* de programação utilizado para criação de animações interativas a partir de gráficos vetoriais.

⁴ Participação do 3º Congresso Brasileiro de Extensão Universitária em 2006, realizado na Universidade Federal de Santa Catarina, com o título: “Inovando e Auxiliando o Aprendizado Matemático com Tecnologias e Material Concreto”.

⁵ Participação do VI FIMAT – Final de Semana Integrativo da Matemática de 2006, realizado na Universidade Federal de Santa Catarina, ministrando o minicurso intitulado “Ambientes de Aprendizagem: Uma perspectiva inovadora”. Participação do minicurso “Atividade de Extensão Visando Auxiliar o Ensino e a Aprendizagem de Conteúdos de Matemática”, realizado pelo Instituto Estadual de Educação em 2007, na cidade de

que foram oferecidos pelo LEMAT e o Núcleo de Apoio à Divulgação e Educação em Ciências (NADEC)⁶.

Em 2007, após a conclusão da graduação, iniciei como professor substituto em uma escola pública de ensino médio noturno. Dentre todas as situações, a que mais chamou atenção foi a insatisfação que muitos alunos demonstravam com o aprendizado da matemática, além dos questionamentos a respeito de o porquê de estar aprendendo “aquilo”. Em uma turma de 2º ano, tive a oportunidade de aplicar o OA das Matrizes, desenvolvido no LEMAT, e percebi que a utilização desse recurso foi de extrema importância para a compreensão desse conteúdo ministrado em sala.

No ano subsequente, fui contratado para lecionar numa escola particular de ensino fundamental e também pude constatar que os alunos apresentavam dificuldades na compreensão dos conteúdos quando abordados em formato de textos ou apresentações estáticas. Em particular, o ensino de geometria era o mais afetado, pois os alunos apresentavam dificuldades em relacionar as representações gráficas das figuras com suas respectivas propriedades geométricas.

Durante esse período pude explorar conceitos de geometria com o auxílio de recursos tecnológicos, dentre eles, a utilização de Objetos de Aprendizagem. A utilização desses recursos tecnológicos, de alguma forma, colaborou positivamente no processo de ensino-aprendizagem. Porém essa utilização se limitou apenas como forma de apoio, ou seja, sempre fora utilizado após introduzir os conteúdos em sala. Em nenhum momento se pensou na possibilidade de explorar um OA como forma de investigação de uma determinada situação-problema.

A partir de 2010, tive a oportunidade de ampliar minha experiência com os OA participando da produção de materiais hiperlinks na área de Bioquímica⁷ baseados em animações e

Florianópolis, com o tema: “Objetos de Aprendizagem para a Educação à Distância: Um Protótipo em Ambiente Virtual para Transformações Lineares e Matrizes”.

⁶ Núcleo formado por professores da Universidade Federal de Santa Catarina (UFSC) e escolas da região metropolitana de Florianópolis que se associaram para desenvolver um projeto de divulgação científica, ensino experimental, formação inicial e continuada de professores nos estabelecimentos de Ensino Médio da região.

⁷ A experiência ocorreu durante o período de 2010-2011, na qual colaborei com a produção de diversos OA relacionados à caracterização de

interatividade com fundamentos da semiótica e de teorias de aprendizagem.

Diante disso comecei a me questionar: E na matemática, como se daria uma abordagem mediada por recursos tecnológicos, em particular um OA? Será que teria que se criar um OA com essas características? Ou optaria por buscar algum na *internet*? Um OA teria condições de mediar uma investigação a partir de uma situação-problema?

Esses questionamentos fizeram com que eu fosse à busca de subsídios que pudessem me auxiliar a respondê-los.

Assim, por entender que, durante esse caminhar, uma diversidade de atores instigaram e orientaram a pesquisa, optamos, a partir daqui, escrever o texto desta dissertação na primeira pessoa do plural. Sua estrutura possui cinco capítulos, além da introdução, das considerações finais, das referências bibliográficas e dos anexos.

No primeiro capítulo, apresentamos as justificativas que nos levaram à escolha da temática das pavimentações do plano, bem como o problema de pesquisa e os objetivos.

No segundo capítulo, explicitamos os pressupostos teóricos e metodológicos que fundamentaram nossa pesquisa, que vai desde o uso das Tecnologias de Informação e Comunicação no ensino de matemática, as diversidades na definição de um Objeto de Aprendizagem e até onde encontrá-los. Citamos também a metodologia de resolução de problemas, que nos orientou na concepção e aplicação das atividades e o quadro teórico de Bernard Parzysz, que nos apoiou durante a análise dessas atividades.

No terceiro capítulo, temos um estudo matemático da problemática das pavimentações. Os tipos de padrões das pavimentações do plano e quais polígonos regulares formam uma pavimentação.

No capítulo quatro, apresentamos os caminhos metodológicos de nossa pesquisa. A partir dos conceitos teóricos expostos nos capítulos anteriores organizamos uma proposta na qual inserimos o uso de um OA. Destacamos também o ambiente onde foi realizado nosso experimento, os sujeitos da pesquisa e os materiais utilizados para a análise.

No quinto capítulo, dá-se início à análise de todo o material produzido durante nossa experimentação. A partir do quadro teórico de Parzysz, buscamos investigar os níveis de raciocínio geométrico

presentes nos registros das atividades produzidas pelos alunos. Finalmente, extraímos da dinâmica de uso do OA junto às atividades, as principais conclusões acerca das contribuições, limites e dificuldades do OA.

CAPÍTULO 1 – A TEMÁTICA

1.1 O Ensino de Geometria e as Pavimentações

Os Parâmetros Curriculares Nacionais (BRASIL, 1998) ao tratar do ensino de Geometria, direcionam a aprendizagem multidisciplinar, para que o aluno tenha a capacidade de representar o mundo que o cerca, por meio de modelos geométricos, de uma argumentação objetiva e apoiada em princípios matemáticos. Com isso, busca-se formar cidadãos conscientes de sua realidade e também habilitados a promoverem conclusões por intermédio de premissas.

Os conceitos geométricos constituem componente importante do currículo de Matemática no ensino fundamental, visto que, “por meio deles, os alunos desenvolvem um tipo especial de pensamento que lhes permite compreender, descrever e representar, de forma organizada, o mundo em que vivem.” (BRASIL, 1998, p. 51). E ao se chegar ao ensino médio, o aluno é levado a consolidar e aprofundar os conhecimentos adquiridos, buscando contemplar formas de apropriação e construção de sistemas mais abstratos (BRASIL, 2000).

A Proposta Curricular Santa Catarina (SANTA CATARINA, 1998) aponta o ensino dos Campos Geométricos como algo gradativo, partindo de um estudo experimental e exploratório do espaço e das formas presentes no cotidiano dos alunos (educação infantil e séries iniciais do ensino fundamental), passando a ter uma abordagem mais sistemática, intensificando o uso do raciocínio hipotético-dedutivo (ensino médio).

Essa proposta destaca algumas possíveis características e habilidades que constitui o pensamento geométrico. São elas:

- estudo ou exploração do espaço físico e das formas;
- orientação, visualização e representação do espaço físico;
- visualização e representação das formas geométricas;
- denominação e reconhecimento das formas, segundo suas características;
- classificação de objetos segundo suas formas;
- estudo das propriedades das figuras e das relações entre elas;
- construção de figuras ou modelos geométricos;
- medição do espaço geométrico uni, bi e tridimensional (conceito e cálculo de perímetro, de área, de volume e capacidade);

- construção e justificação de relações e proposições tendo como base o raciocínio hipotético dedutivo.

Entendemos, portanto, que a Geometria constitui-se uma grande aliada, pois, quando trabalhada em sala de aula, permite ao docente, explorar com os alunos a criatividade, a capacidade argumentativa, seu uso para resolução de diferentes problemas matemáticos e sua aplicação no cotidiano, além de possibilitar a relação com outras disciplinas, uma vez que se trata de algo próximo da realidade dos alunos.

Se voltarmos às civilizações antigas, vamos entender que a atividade social desempenhou papel importante na formação e elaboração das formas geométricas. Gerdes (2012) destaca que não há formas naturais que se distinguem à observação humana, tendo em vista a multiplicidade de formas presentes na natureza. Foi na atividade que se formou a capacidade de reconhecer, em suas construções e na natureza, formas geométricas. Visto que essas atividades assumem esse papel de maneiras distintas, sejam, por exemplo, o uso de ângulos na construção de artefatos rígidos e estáveis, ou a simetria como garantia do belo (IBIDEM, 2012).

Assim, entendemos ser importante o ensino de geometria nas escolas, pois, além de permitir uma relação com as artes, com a beleza das formas, possibilita o desenvolvimento da capacidade de conjecturar, experimentar, testar hipóteses, comunicar ideias, generalizar, entre muitas outras.

E em se tratando das *pavimentações*, consideramos esse tema extremamente rico, já que o estudo de suas propriedades abarca a análise de diversas ideias e conceitos geométricos e como afirma Veloso (1998, p. 216), as pavimentações “mostram a matemática na sua função primordial de interpretar e modelar a realidade”. O autor ainda complementa dizendo que elas “geram problemas e situações estimulantes para investigações e, o que também é importante, são objetos matemáticos apelativos do ponto de vista visual” (IBIDEM, 1998, p. 216).

Isso vai ao encontro do que sugere os PCN, recomendando que

conceitos geométricos sejam explorados a partir de objetos do mundo físico, de obras de arte, pinturas, desenhos, esculturas e artesanato, de modo que permita ao aluno estabelecer conexões entre a Matemática e outras áreas do conhecimento (BRASIL, 1998, p. 51).

Além disso, durante a revisão de literatura, encontramos alguns trabalhos que têm abordado o tema *pavimentações do plano* em diferentes propostas e sugestões de ensino, procurando promover o envolvimento e a participação dos alunos, propondo atividades que valorizem a ação, a interação e a criação, (MURARI, 1999; MARTINS, 2003; ALMEIDA, 2003; SANTOS 2007) evidenciando tal significância que deve ser dada a essa problemática.

O tema relacionado à pavimentação do plano, usando polígonos regulares, permite a abordagem de vários conceitos geométricos, como por exemplo: ponto médio, bissetriz, polígonos regulares, ângulos, entre outros.

Tomando os exemplos de Bkouche (1991) para o ensino das transformações geométricas, o mesmo pode ser problematizado e abordado de pelo menos cinco formas:

- a) movimento (neste caso via translações e rotações);
- b) figuras regulares (polígonos regulares e seus respectivos padrões – frisos e pavimentações; poliedros regulares e os cristais);
- c) figuras semelhantes (homotetias e semelhanças);
- d) relações provocadas por transformações deformantes (que mudam a forma) entre uma figura geométrica e sua imagem;
- e) representações planas dos objetos (perspectiva cônica e paralela).

Tais exemplos demonstram a riqueza das possibilidades em problematizar alguns conteúdos de geometria. Assim como Bkouche, abordaremos as pavimentações do plano formadas por polígonos regulares, buscando discutir com os alunos quais polígonos regulares pavimentam o plano. Estamos interessados em problematizar o ensino dos polígonos regulares que pavimentam o plano. Esse assunto será tratado com mais detalhes no Capítulo 3.

1.2 O uso das Tecnologias de Informação e Comunicação (TIC)

A utilização das Tecnologias de Informação e Comunicação (TIC) vem se inserindo e transformando progressivamente todas as atividades humanas, desde os setores econômicos tradicionais até as utilidades domésticas, o entretenimento, a segurança, a educação, entre outros. Assim, o domínio das TIC passou a ser condição necessária tanto para o sucesso em qualquer uma dessas atividades quanto para a própria vida cotidiana e profissional dos cidadãos (BRASIL, 2010).

E como comenta Pretto (2011), essa informatização generalizada da sociedade (em particular, no Brasil) acaba sendo fator determinante em termos de mercado de trabalho, principalmente nos grandes centros urbanos, no entanto, vivenciando algumas contradições em seus sistemas sociais. Por exemplo, em determinadas e específicas áreas (podemos citar aqui as emissoras de TV), o país está plenamente inserido nesse mercado planetário dos sistemas de informação e comunicação. Por outro lado, quando pensamos no sistema educacional, a situação é um tanto diversa.

Há uma grande distância entre o *mundo* da informática e da comunicação e o *mundo* da educação. Distância esta que nos remete a pensar em uma profunda transformação estrutural de todo o sistema. Mudanças que passam por uma maior articulação com os sistemas de informação e comunicação (PRETTO, 2011).

Crianças, adolescentes e jovens têm acesso cada vez mais cedo aos recursos tecnológicos, seja porque são oferecidos através de meios comerciais como as *lan-houses* espalhadas pelas cidades, seja em sua própria casa, ou até mesmo pelas escolas (públicas ou privadas). Esses recursos, além de motivar os alunos, podem possibilitar uma nova forma de aprendizagem, com uma linguagem muito próxima da dos nossos jovens alunos e com possibilidade de retorno imediato sobre a sua produção.

Segundo Pretto (2011),

compreender os novos processos de aquisição e construção do conhecimento é básico para tentarmos superar este impasse. Esta compreensão, por outro lado, empurra-nos **necessariamente** para considerar como fundamental a introdução das chamadas tecnologias da comunicação e informação nos processos de ensino-aprendizagem (PRETTO, 2011, p. 6, grifo do autor).

É evidente que a introdução destas tecnologias não seja garantia suficiente para esta transformação, porém, entendemos que a escola conectada, interligada, integrada torna-se um elemento importante deste processo de construção do conhecimento. E como destaca Pretto (2011), é preciso que os professores estejam atualizados.

Analisando os Parâmetros Curriculares Nacionais e a Proposta Curricular de Santa Catarina, percebe-se a referência que se faz ao uso

das TIC e os reflexos na educação, passando pela formação de professores.

Segundo os PCN,

essas tecnologias constituem um dos principais agentes de transformação da sociedade, pelas modificações que exercem nos meios de produção e por suas consequências no cotidiano das pessoas, e vêm ocasionando mudanças também na educação (BRASIL, 1998, p. 43).

De acordo com a Proposta Curricular de Santa Catarina (SANTA CATARINA, 1998) a informatização vem sendo utilizada com mais frequência em diversos serviços oferecidos à população. Podemos incluir neste caso, o uso do computador e outros equipamentos tecnológicos nas escolas públicas. Dessa forma, os conteúdos matemáticos podem ser também trabalhados utilizando-se destes recursos, pois estamos diante de sujeitos cada vez mais capazes de se apropriarem e de dominarem os instrumentos criados pelo desenvolvimento tecnológico.

Assim, torna-se indispensável ao professor a compreensão de que a utilização dos recursos tecnológicos é irreversível. O acesso à tecnologia está se tornando cada vez mais comum e, portanto, é necessária ao sujeito a apropriação do conhecimento que a informatização disponibiliza. Além disso, a utilização do computador pode contribuir para a produção de novos saberes (SANTA CATARINA, 1998).

Todavia, associar as TIC de forma efetiva ao sistema de ensino não é tarefa fácil. Porém existem iniciativas, sejam institucionais ou governamentais, que vêm possibilitando a criação de materiais didáticos usando multimídia com maior interatividade. Dentre esses recursos temos os Objetos de Aprendizagem⁸, que podem ser definidos como qualquer recurso suplementar ao processo de aprendizagem, podendo ser reutilizado (TAROUCO *et al.*, 2003).

Porém nos questionamos. Como andam as pesquisas sobre o uso desses recursos em ambientes educacionais? Como vem sendo sugerido o uso de OA para o ensino de matemática? Para tentar responder as

⁸ Uma discussão sobre as definições e padrões é apresentada com mais detalhes no capítulo 2.

questões acima e também para dar apoio a nossa pesquisa, fomos à busca de referências.

Em se tratando do ensino superior, encontramos a dissertação de Silva (2006), que se utiliza de OA, num curso de sistemas de informação, e investiga as condições para um uso adequado diante de uma proposta construtivista. Alguns OA foram utilizados em atividades presenciais, em um laboratório de informática. Os alunos interagiram com os OA e compartilharam ideias com seus colegas e com o professor. Em seguida, a autora selecionou alguns alunos para discutir sobre a experiência de aprendizagem ocasionada pelo uso do OA. Dentre os resultados apresentados pela autora, está a possibilidade do OA em favorecer uma interação entre os participantes.

A dissertação de Marquesi (2008) propõe a utilização de OA como recurso de apoio para a compreensão do conteúdo das funções, conteúdo este necessário para o curso de engenharia. Trata-se de uma proposta num contexto de ensino e aprendizagem, onde a reutilização de OA seja a base para a execução das atividades em complemento ao ensino presencial.

No que diz respeito ao ensino médio podemos citar, por exemplo, a tese de Togni (2007) que se centrou no desenvolvimento de atividades pedagógicas com a utilização de OA, sobre a aprendizagem de funções. Em seu trabalho, a autora comparou duas formas de abordagem; a primeira, utilizando-se de uma proposta centrada no professor; e a outra, utilizando-se de resolução de problemas por meio de *software* e OA disponibilizados em repositórios diversos e livres. O objetivo era analisar quais as vantagens em se trabalhar a partir de uma proposta diferenciada. Como resultados, a autora cita que a segunda abordagem pode proporcionar maior integração entre os alunos, além de promover um ambiente de cooperação e colaboração, aproximando a matemática do cotidiano dos alunos.

Soares (2009) busca analisar as potencialidades didáticas de um OA a partir da temática da Geometria Básica (plano cartesiano, distância entre pontos, etc), considerando como hipótese que o uso do OA poderia favorecer a aprendizagem significativa. O estudo foi aplicado em duas turmas de esferas administrativas diferentes (pública e privada), utilizando-se de um pré-teste e um pós-teste. O primeiro teste fora aplicado antes da utilização do OA, e o segundo teste foi aplicado imediatamente após o uso do OA pelos alunos. O autor concluiu que o OA pode contribuir para a aprendizagem dos alunos.

Temos também Araújo (2009), que em sua dissertação busca investigar as contribuições de um OA na construção de significados de

Funções Quadráticas para alunos do 1º ano do Ensino Médio. Por meio de observação participante, a autora pode perceber que a experimentação com o OA (que contemplava diversas representações de Função Quadrática, as equações – parte algébrica e a curva parábola – parte geométrica, a visualização da representação gráfica de forma dinâmica) possibilitou ao grupo investigado conceber significativamente conceitos pertinentes à Função Quadrática.

Na dissertação de Shitsuka (2010), buscou-se investigar a aplicação pedagógica de um OA sobre funções (1º grau, afim, inversa) e suas propriedades, mas por meio de uma situação-problema (envasamento de água mineral). A partir de uma pesquisa qualitativa, envolvendo alunos voluntários do 1º ano do Ensino Médio de uma escola estadual, a autora concluiu que o uso do OA pode favorecer no aprendizado das funções.

E em se tratando do ensino fundamental, podemos destacar a dissertação de Moura (2005), que propõe uma recuperação paralela a alunos de 6º ano com dificuldades de aprendizagem. As temáticas trabalhadas foram sistemas de numeração decimal, números naturais e números fracionários. Inicialmente, a autora construiu e aplicou um teste diagnóstico para “selecionar alunos com maiores deficiências de aprendizagem e identificar suas dificuldades nos tópicos selecionados” (MOURA, 2005, p.6). Os alunos selecionados desenvolveram atividades individuais com os OA durante quatro meses em um laboratório de informática da própria escola. Ao final, com a aplicação de um pós-teste, a autora pode observar que os alunos apresentaram um ganho significativo em seu aprendizado.

Na pesquisa de Leite (2006), o objetivo foi analisar as trocas dialógicas entre professores e alunos (8º ano) durante a utilização de um OA. Denominado como *Balança Interativa*, o OA selecionado pela autora buscava trabalhar as noções de equação, inequação e incógnita, por meio de uma simulação de balança de dois pratos. A autora pode observar a importância da interação entre os participantes, bem como a mediação do professor favorecendo a compreensão dos conceitos matemáticos.

Já Rodrigues (2009) propõe a utilização de um OA denominado *O Universo e seus Contrários*, criada pela própria autora, para alunos de 8º ano. O OA consiste de uma abordagem lógico-histórica dos números inteiros nas suas formas de negatividade chinesa e nas práticas comerciais originadas pelo Renascimento na Europa. Com isso, a autora destinou suas observações sobre o trânsito dos juízos e deduções suscitados em dilemas entre o conhecimento pré-existente e a

apropriação de um novo saber, assim, propiciou concluir que as problemáticas dispostas de modo flexível e interativo viabilizaram pensar e operar com os contrários qualitativa e quantitativamente, em seu movimento e contradição, com as cores vermelha e preta ou sinais “+ e –” como um estado provisório e segundo o princípio de equivalência.

Portanto, percebe-se uma preocupação por parte dos pesquisadores em tentar inserir o uso de OA nas propostas pedagógicas. Apesar de lentamente, pesquisas vão surgindo e trazendo novas formas de abordagem, sendo como forma de apoio ou investigação. Possivelmente, a utilização de tecnologias interativas pode potencializar o processo de aprendizagem e, dentre estas possibilidades, podemos destacar a utilização de OA.

Nossa pesquisa se aproxima das listadas acima, pois temos o interesse de analisar as contribuições de um OA a partir de uma problemática escolhida, no caso as pavimentações do plano. Buscaremos analisar todo o processo de atividade sugerida aos alunos, identificando os indícios sobre o uso do OA que supostamente favoreceram o estudo proposto. Por outro lado, nossa pesquisa se distancia, pois, apesar de nosso referencial nos orientar para uma análise das atividades dos alunos, não temos interesse em medir índice de aprendizagem.

Com efeito, esta pesquisa propõe, portanto, uma sequência didática mediada pelo OA, tendo como enfoque o estudo das pavimentações formadas por polígonos regulares. A escolha dessa temática visa dar continuidade ao trabalho proposto por Costa (2005), que, em sua dissertação, propôs o uso de um *software* de geometria dinâmica para o estudo dos padrões frisos (faixas) a partir das transformações geométricas. O autor sugere como continuidade de seus trabalhos um estudo dos padrões planos. No entanto, limitar-nos-emos às pavimentações formadas por polígonos regulares. Assim, pretendemos responder ao seguinte problema de pesquisa:

1.3 O Problema de Pesquisa

De que maneira um Objeto de Aprendizagem, inserido em uma sequência didática, pode contribuir para o estudo das pavimentações formadas por polígonos regulares?

1.4 Objetivo Geral

Analisar as potencialidades de uso de um Objeto de Aprendizagem (OA), inserido em uma sequência didática que investiga os tipos de pavimentações formadas por polígonos regulares.

1.4.1 Objetivos Específicos

- Elaborar uma sequência didática que possibilite o uso do OA;
- Analisar as atividades à luz do quadro teórico de Parzysz;
- Investigar as contribuições e/ou limites técnicos e pedagógicos do OA diante de sua utilização na sequência didática.

A seguir, passaremos a descrever cada um dos aportes teórico/metodológicos, que serviram de embasamento para nossa pesquisa.

CAPÍTULO 2 – OS PRESSUPOSTOS TEÓRICOS/METODOLÓGICOS

2.1 A integração das TIC nas propostas de ensino

Propostas educacionais recentes têm buscado a superação de dificuldades na aquisição de conhecimentos matemáticos. O uso da tecnologia tem sido proposto como recurso para auxiliar no desenvolvimento conceitual dos alunos, porém é preciso ficar atento ao quanto essas tecnologias podem contribuir para a aprendizagem de um conceito.

Esses recursos tecnológicos já fazem parte da vida dos alunos, e como ressaltam Belloni e Bévolt (2009), são mais interessantes e atrativos que a própria instituição escolar, com os quais eles não apenas aprendem coisas novas, mas também, e talvez principalmente, desenvolvem novas habilidades cognitivas, ou seja, novas maneiras de aprender, mais autônomos e colaborativos, ainda ignorados por professores e especialistas.

Assim, para explorar de forma significativa esses recursos faz-se necessário que educadores estejam em constante atualização e em busca de uma melhor formação para sua vida profissional. Consequentemente é preciso que o professor repense as práticas pedagógicas, originando alternativas inovadoras no processo de ensino-aprendizagem, com a finalidade de melhorar as atividades em sala de aula. Entender que o verdadeiro aparato educacional deve ser o de possibilitar condições de aprendizagem, ou seja, o professor precisa ser o facilitador no processo de desenvolvimento intelectual do aluno (VALENTE, 1995).

Uma mudança qualitativa no processo de ensino-aprendizagem acontece quando conseguimos integrar, dentro de uma visão inovadora, as TIC. Dessa forma, inseri-las de forma significativa, pode favorecer a aprendizagem dos alunos, visto que eles já têm familiaridade com tais ferramentas. Para isso é preciso que os educadores tenham domínio no uso consciente e crítico das mesmas. O docente precisa encontrar o que lhe ajuda mais a sentir-se bem, a comunicar-se bem, ensinar bem, ajudar os alunos a aprenderem melhor. É importante diversificar as formas de dar aula, de realizar atividades, de avaliar (MORAN, 2000).

Segundo Valente (2002), a informática pode contribuir como um recurso auxiliar no processo de ensino e aprendizagem, no qual o foco é o aluno. Além disso, se bem trabalhada, permite que cada aluno avance de acordo com os seus níveis, seguindo seu próprio ritmo.

Diante disso, entendemos que o computador pode também ser usado como ferramenta educacional. Nesta perspectiva, ele não é mais o instrumento que ensina o aprendiz, mas a ferramenta com a qual o aluno desenvolve algo, e, portanto, seu aprendizado ocorre pelo fato de estar executando uma tarefa por intermédio do computador. (VALENTE, 1993). E como mencionam Mussoi e Tarouco (2011),

Neste contexto, pode-se fazer uso de conteúdos e ferramentas digitais, enquanto ferramentas pedagógicas, que podem proporcionar ao aluno, diante de uma situação de aprendizagem, que levem a investigar um problema, levantar hipóteses, testá-las e aprimorar suas ideias iniciais, construindo assim seu próprio conhecimento (p. 297).

Segundo as autoras, as possibilidades de investigação e experimentação proporcionadas pelas TIC podem oferecer aos estudantes possibilidades de articularem suas ideias, criar conjecturas, validá-las, e até mesmo levantar subsídios para justificativas mais rigorosas.

Para Borba (2010), uma abordagem que privilegia um caráter investigativo pode favorecer o envolvimento dos estudantes com o conteúdo trabalhado. Segundo o autor, o uso de *softwares* educacionais que têm a capacidade de realçar o componente visual, por exemplo, pode servir de complemento ao uso do lápis e papel e, além disso, possibilitar o uso de procedimentos de tentativas, a descoberta de resultados desconhecidos e a chance de proporcionar novos experimentos.

Contudo, há a necessidade de os educadores conhecerem as tecnologias disponíveis, e estudar condições de uso desses recursos, ou seja, como eles podem estar auxiliando o processo de aprendizagem dos alunos (BITTAR, 2010). Como menciona a autora,

a aprendizagem deve ser favorecida com situações que a tornem mais significativa e que os alunos possam interagir entre si e com a máquina, construindo conhecimentos, vivenciando situações que, muitas vezes, não tinham sentido, ou tinham outro sentido, no ambiente papel e lápis (BITTAR, 2010, p. 220).

Bittar faz também uma distinção entre os termos *integração* e *inserção* das TIC na educação. Segundo a autora, *inserção* refere-se ao que vem acontecendo na maioria das escolas, ou seja, colocam-se os computadores na escola, os professores usam, mas sem nenhuma mudança em suas metodologias ou formas de abordagem. O computador passa a ser um instrumento fora das práticas pedagógicas.

A autora defende que o uso dos recursos tecnológicos deve fazer parte das atividades rotineiras da escola. Com isso, *integrar* um recurso tecnológico à prática pedagógica significa que eles devem ser usados em diversos momentos do processo de ensino, sempre buscando contribuir para o processo de aprendizagem do aluno. *Integração* implica também, segundo a autora, em mudanças pedagógicas, mudança de pontos de vista em relação ao ensino, que precisam ser estudadas e analisadas pelos educadores.

Nesse sentido corroboramos com Bittar e também entendemos que a escolha dos recursos oferecidos pelas TIC deve ser feita em função dos objetivos do professor, assim não temos como saber se um recurso é melhor ou pior, pois depende das atividades realizadas com o material escolhido, atividades estas que “favoreçam o estabelecimento de um processo de ensino-aprendizagem em que o aluno tenha um papel ativo na elaboração do seu conhecimento” (BITTAR, 2010, p. 221).

Como exemplo desses recursos, podemos indicar os OA, que apesar de não haver uma definição aceita universalmente, sua criação e utilização vêm sendo discutida cada vez mais por pesquisadores das áreas de informática e educação.

2.1.1 Objetos de Aprendizagem (OA)

As primeiras ideias sobre a criação e uso dos OA iniciaram-se a partir da disponibilidade de simuladores físicos e conceitos matemáticos criados por especialistas em informática, e disseminados na Internet. A partir dos cursos à distância via *web* e plataformas de Educação à Distância, apresentando cada vez mais recursos, percebe-se a importância de se reutilizar conteúdos educacionais com o intuito da redução de custos e tempo.

Além disso, geralmente os *softwares* educacionais exigiam que o professor, aluno ou a entidade que os acolhe possuísse-os. Portanto, acabava dificultando a utilização, pois não havendo recursos para investir, não há *software* para trabalhar. Com isso, tomou-se emprestada a ideia dos cursos feitos em conjuntos de blocos da programação

orientada a objetos, referente ao método de modularização⁹ e reutilização no processo de desenvolvimento de *software*, ou seja, blocos de conteúdo educacional autocontidos (com certa independência de conteúdo), que pode fazer referência a outros blocos ou combinados para formar interações educacionais. (SÁ e MACHADO, 2003).

Sobre a definição de OA, não há um conceito aceito universalmente. De acordo com a terminologia adotada pelo Comitê de Normas de Aprendizagem Tecnológicas (LTSC) do Instituto de Engenheiros Elétricos e Eletrônicos (IEEE)¹⁰ OA são definidos como “uma entidade, digital ou não digital, que pode ser usada e reutilizada ou referenciada durante um processo de suporte tecnológico ao ensino e aprendizagem” (IEEE LTSC, 2011).

Podemos observar que, segundo essa definição, um OA pode ser qualquer conteúdo multimídia, instrucional, *software*, textos eletrônicos, imagens, animações, vídeos, tutoriais online, ou qualquer outra forma utilizada com finalidade educacional. Percebe-se que dessa forma, temos uma definição um tanto vaga, já que qualquer recurso pode ser considerado como um OA. Sendo assim, apresentamos outros autores e suas definições.

O termo Objetos de Aprendizagem - *Learning Objects* - segundo Wiley (2000) pode ser definido como qualquer recurso digital formado por componentes instrucionais que pode ser reutilizado e distribuído pela rede, sob demanda, seja este pequeno ou grande.

Sá e Machado (2003, p. 5) complementam dizendo que são “recursos digitais, que podem ser usados, reutilizados e combinados com outros objetos para formar um ambiente de aprendizado rico e flexível”.

Tarouco *et al.*(2003, p. 2) dizem que

Objetos educacionais¹¹ podem ser definidos como qualquer recurso, suplementar ao processo de

⁹ Criação de cursos em módulos, ou seja, blocos de conteúdos independentes que forneçam uma experiência educacional para algum propósito pedagógico. (SÁ e MACHADO, 2003).

¹⁰ *Learning Technology Standards Committee of Institute of Electrical and Electronics Engineers*. (Tradução nossa). Disponível em: <<http://ieeeltsc.org/>>. Acesso em: 22 Mai 2011.

¹¹ As autoras usam o termo Objetos Educacionais (*learning object*) referindo-se aos recursos educacionais padronizados pelo IEEE. Assim, entendemos tratar-se de um sinônimo de OA.

aprendizagem, que pode ser reusado para apoiar a aprendizagem. O termo objeto educacional (*learning object*) geralmente aplica-se a materiais educacionais projetados e construídos em pequenos conjuntos com vistas a maximizar as situações de aprendizagem onde o recurso pode ser utilizado.

Analisando as definições descritas acima, percebe-se que os OA, apesar de não possuir uma definição unânime, podem ser usados e reutilizados em diferentes contextos, e visam sempre buscar ou auxiliar a aprendizagem do aluno.

Pesquisadores como Handa e Silva (2003) e Marquesi (2008) destacam ainda algumas características que possam favorecer o uso de OA, que são:

- Reusabilidade: Representa a potencialidade de um objeto poder ser usado em diferentes contextos e para diferentes propósitos, não exclusivamente para o qual foi concebido.
- Portabilidade: Possibilidade de transportá-lo de uma plataforma a outra, sem necessidade de alterações, nem ocasionar dificuldade de atualização de *hardware* ou *software*.
- Modularidade: Pode conter outros OA ou estar contido em um ou mais Objetos.
- Metadados: Permite a catalogação e a codificação do objeto, tornando-o compreensível para as diversas plataformas, permitindo que seja facilmente localizado por mecanismos de busca, e desta forma, esteja disponível para quem desejar assim utilizá-lo.
- Granularidade: Evidencia de que forma um OA pode ser agrupado em conjuntos maiores de conteúdos.
- Interoperabilidade: Descreve a potencialidade de utilização de um OA, indiferentemente das plataformas envolvidas.

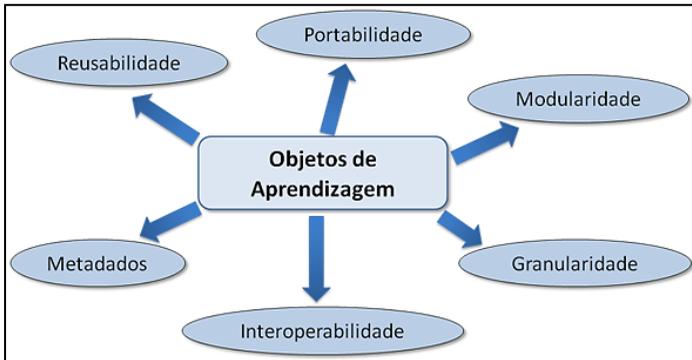


Figura 2.1 – Diagrama das características de um OA (HANDA e SILVA, 2003; MARQUESI, 2008).

Entretanto, para que algum recurso seja considerado um OA, além das características apresentadas anteriormente, é necessário que ele siga alguns padrões. Como menciona Sá e Machado (2003)

Objetos de Aprendizagem devem ser projetados para serem úteis sem causar problemas de atualização de *hardware* ou de *software*. Devem seguir padrões já consolidados e amplamente conhecidos e usados para não causar dificuldades ao usuário. Idealmente, são criados para uso independente de plataforma, navegador de Internet ou *software*, e maximizado para uso em ambientes *web* (p. 4).

Ou seja, para criação de um OA, além dos objetivos de aprendizagem, é preciso estar atento à forma de padronização, já que essa é uma das características necessárias para armazenar e disponibilizar o OA em seus repositórios. Segundo Handa e Silva (2003) esses padrões seguem algumas especificações, tais como a linguagem XML para esquematização de metadados e o padrão SCORM (*Sharable Content Object Reference Model* – Modelo de referência de Objetos de Conteúdo Compartilhado), que proporciona uma metodologia completa para a estruturação de cursos dentro de conceitos decorridos da orientação a objetos.

O modelo SCORM é o recomendado por diversos repositórios, como o RIVED¹², por exemplo, e utilizado por ambientes virtuais de aprendizagem, como o MOODLE¹³, Aulanet¹⁴, WebCT¹⁵, entre outros. Ele consiste de um modelo desenvolvido e distribuído pela ADL¹⁶, com o objetivo de permitir a reusabilidade do material instrucional. Define e descreve um conjunto de normas que especificam tanto as solicitações para os OA como para os ambientes que suportam esse material (TAROUCO e DUTRA, 2007).

Segundo Tarouco *et al.* (2003), os OA

são mais eficientemente aproveitados quando organizados em uma classificação de metadados e armazenados em um repositório integrável a um sistema de gerenciamento de aprendizagem. (...) O compartilhamento de objetos educacionais pode ser condicionado a aspectos legais, financeiros e técnicos e, por este motivo, o acesso aos mesmos pode e deve ser controlado, e este controle de acesso também deve utilizar soluções baseadas em

¹² Rede Interativa Virtual de Educação: criado pela Secretaria de Educação a Distância (SEED-MEC) para armazenar conteúdos pedagógicos digitais em formato de Objetos de Aprendizagem.

¹³ O Moodle é um Ambiente Virtual de Aprendizagem (AVA) gratuito, que disponibiliza a educadores, diversas ferramentas que possibilitam criar e gerenciar materiais e atividades educacionais para seus alunos.

¹⁴ Desenvolvido pelo Laboratório de Engenharia de Software do Departamento de Informática da Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro - PUC-Rio com a finalidade de promover cursos à distância.

¹⁵ O WebCT (*Web Course Tools*) é um conjunto de ferramentas desenvolvido pelo grupo de Murraw W. Goldberg, da *University of British Columbia*, que facilita a criação de cursos educacionais baseados no ambiente *word wide web*. Também pode ser utilizado como ferramenta complementar de um curso já existente, na disponibilização de material. Disponível em: <http://www.dca.fee.unicamp.br/projects/sapiens/Reports/rf2000/node23.html>. Acesso em: 02 Fev. 2012.

¹⁶ *Advanced Distributed Learning* – É uma iniciativa criada pelo Departamento de Defesa (DoD) dos Estados Unidos para padronização e formação de ferramentas e conteúdos de aprendizagem. Possui laboratórios em dois locais: Alexandria, VA e Orlando, FL. Disponível em: <http://www.adlnet.org/>. Acesso em: 01 Dez. 2012.

padrões abertos. (...) O repositório de objetos educacionais pode ser local (uma só instituição) ou distribuído (consórcio de instituições) (p. 2).

Esses repositórios são banco de dados em que podem ser encontrados os OA. A necessidade da criação desses repositórios está na grande quantidade de objetos disponíveis, mas sem localização. E dessa forma, segundo Sá e Machado (2003),

Objetos de Aprendizagem on-line armazenados assim [em banco de dados] permitem potencializar sua localização, já que as razões para efetuar a busca de um recurso podem ser as mais diversas. A localização de conteúdo pode ser executada por rotinas do próprio repositório, preparadas para assegurar consistência e evitar redundância na busca. Repositórios podem também manter registros sobre a utilização de seus objetos. (p. 4).

Através dos repositórios é possível desenvolver também um gerenciamento de direitos autorais, um aspecto importante para evitar a distribuição descontrolada dos OA.

É possível encontrar na *Internet* alguns exemplos de repositórios para OA, tanto para uso de apenas uma instituição, ou em forma de distribuição, em que duas ou mais instituições se unem cooperando uma com as outras.

Podemos citar, por exemplo, o Laboratório Virtual desenvolvido pela Estação Ciência¹⁷ da Universidade de São Paulo – USP, que consiste num projeto que desenvolve situações problemas ligadas ao cotidiano, que são transformadas em simulações e animações publicadas na Internet. Estas situações são discutidas e reutilizadas por diversos grupos e em diversas escolas públicas, contribuindo com o ensino-aprendizagem.

¹⁷A Estação Ciência é um centro de ciências interativo e dinâmico que realiza exposições e atividades nas áreas de Ciência e Tecnologias, com a intenção de popularizar a ciência e promover a educação científica de forma lúdica e prazerosa. Disponível em: <<http://www.eciencia.usp.br/laboratoriovirtual/index.html>>. Acesso em: 02 Fev. 2012.

Temos também o Portal Educar Brasil¹⁸, com sede em Belo Horizonte, Minas Gerais, que tem como objetivo oferecer serviços digitais a comunidade em geral, contribuindo assim para a melhoria da qualidade na educação. O portal armazena recursos digitais de diversos campos de conhecimento e também de diversos formatos, como apresentações, áudios, vídeos, imagens, jogos, *softwares* educativos e OA, todos catalogados por nível de ensino.

O Banco Internacional de Objetos Educacionais¹⁹ é um repositório criado em parceria com o Ministério da Ciência e Tecnologia, Rede Latinoamericana de Portais Educacionais - RELPE, Organização dos Estados Ibero-Americanos - OEI e outros. Instituído em 2008, ele tem o intuito de armazenar e compartilhar diversos recursos educacionais digitais de livre acesso, elaborados em diferentes formatos (audio, vídeo, animação, simulação, *software* educacional, imagens, textos, entre outros). O repositório dispõe de recursos de diversos países, assim, educadores de qualquer parte do mundo poderão acessá-los em sua própria língua, ou traduzir os de outras línguas, além de poder enviar suas produções para análise e publicação no repositório. Segundo dados de 2012, é um dos repositórios mais acessados.

Assim como o Banco Internacional, o Portal do Professor²⁰, também é um repositório criado em 2008, em parceria com o Ministério da Ciência e Tecnologia, mas que busca apoiar o trabalho de professores brasileiros e enriquecer sua prática pedagógica, disponibilizando diversos tipos de materiais em diferentes níveis de ensino.

O projeto Coletânea de Entidades de Suporte ao uso de Tecnologia na Aprendizagem²¹ (CESTA) foi idealizado visando sistematizar e organizar o registro de OA. Os OA são desenvolvidos pela equipe da Pós-Graduação em Informática na Educação e do Centro Interdisciplinar de Novas Tecnologias na Educação (CINTED) da Universidade Federal do Rio Grande do Sul (UFRGS), para cursos de capacitação em Gerência de Redes, Videoconferência e na Pós-

¹⁸ Disponível em: <<http://www.portaleducarbrasil.com.br>>. Acesso em 11 Jun. 2011.

¹⁹ Disponível em: <<http://objetoseducacionais2.mec.gov.br>>. Acesso em 11 Jun. 2011.

²⁰ Disponível em: <<http://portaldoprofessor.mec.gov.br/index.html>>. Acesso em 11 Jun. 2011.

²¹ Disponível em: <<http://www.cinted.ufrgs.br/CESTA/>>. Acesso em 15 Jul. 2011.

Graduação Lato-sensu em Informática na Educação. Portanto, a criação do projeto teve a intenção de alocar todos os OA em um único local.

Temos também o repositório “Ensino de Bioquímica mediado pelas TIC”²² da Universidade Federal de Santa Catarina, criado por um grupo de professores interessados em implementar as tecnologias de informação e comunicação (TIC) e em produzir material de ensino de Bioquímica na forma de OA baseados em animações e interatividade. Tais produções se apoiam nos fundamentos da semiótica e nas teorias de aprendizagem (HEIDRICH, 2011).

É possível encontrar ainda alguns repositórios exclusivos para o ensino da matemática. Podemos citar, por exemplo, o Laboratório Virtual de Matemática da Universidade Regional do Noroeste do Estado do Rio Grande do Sul - Unijui²³ que contém materiais didáticos virtuais e interativos de nível básico e superior. O repositório chamado “Conteúdos Digitais para o ensino e aprendizagem de matemática e estatística”²⁴, da Universidade Federal Fluminense, disponibiliza diversos recursos educacionais, em especial voltados para a geometria básica. Vale ressaltar que o OA escolhido para fazer parte de nossa pesquisa pertence a este repositório.

Portanto, poderíamos dizer que essa ampla divulgação e compartilhamento de recursos auxiliares ao processo de ensino e aprendizagem, possa tornar o uso dos OA amplamente difundido, e como comenta Handa e Silva (2003, p. 116),

questões como a produção em escala, diminuição do tempo de confecção, diminuição do custo e reutilização, além da melhor organização do processo de criação, são relevantes e justificam a implementação e uso dos Objetos de Aprendizagem.

Contudo, apresentar de todas essas características não significa que o OA irá funcionar adequadamente em um ambiente escolar. Se considerarmos atividades conduzidas em sala de aula, na maioria das vezes, priorizando apenas a exposição de conteúdos, deixando de lado

²² Disponível em: <<http://hipermidiasbioquimica.ufsc.br>>. Acesso em 05 Abr. 2013.

²³ Disponível em: <<http://www.projetos.unijui.edu.br/matematica/>>. Acesso em 15 Jul. 2011.

²⁴ Disponível em: <<http://www.uff.br/cdme/>>. Acesso em 15 Jul. 2011.

os recursos que oferecem interação entre o sujeito e o OA (que possibilitam aos estudantes, uma análise de situações reais ou simulações), resultará na utilização de OA estáticos e sem interação.

Nesses casos, a tecnologia apenas conjectura, de forma limitada, uma prática educacional centrada no professor, deixando de explorar os OA de maneira mais interativa. Além disso, como comenta Tarouco e Dutra (2007),

Deve-se pensar em cursos ou unidades de aprendizagem em que os Objetos de Aprendizagem se insiram em um contexto de interação mais amplo, levando-se também em consideração interações entre professores e alunos, bem como entre os próprios alunos (p. 88).

Ou seja, segundo as autoras, mesmo o OA sendo estático, mas se este for socializado e discutido por vários sujeitos (professor-aluno, aluno-aluno), pode promover articulações ricas e, com isso, possibilitar a compreensão dos conteúdos. Como comenta Bittar (2010, p. 216), “tudo depende da forma como cada material é explorado por professores e alunos.” Além disso, a autora enfatiza o papel fundamental do professor na escolha do recurso e na preparação das atividades, sendo estas coerentes com suas escolhas metodológicas.

2.2 Resolução de problema como estratégia didática

Segundo os PCN (BRASIL, 1998), a resolução de problemas possibilita aos alunos mobilizar conhecimentos e desenvolver a capacidade para gerenciar as informações que estão ao seu alcance. Todavia, os alunos terão oportunidade de ampliar seus conhecimentos acerca de conceitos e procedimentos matemáticos, além de ampliar a visão que têm dos problemas, da Matemática, do mundo em geral e desenvolver sua autoconfiança.

Em nosso trabalho, seguiremos a concepção de Onuchic e Zuffi (2007, p.83), que destaca por *problema*, “tudo aquilo que não se sabe fazer, mas que se está interessado em resolver”, ou seja, qualquer situação que instigue o aluno a pensar, que possa interessá-lo e que lhe seja desafiadora. Também é importante que essa situação tenha reflexo na realidade dos alunos a que se destina.

As autoras também descrevem elementos importantes que devem ser estimulados durante a resolução de um problema, dentre eles,

compreender os dados do problema, tomar decisões para resolvê-lo, saber comunicar resultados e ser capaz de usar técnicas conhecidas. O formalismo e as técnicas mais precisas passam a ser introduzidas posteriormente.

Entendemos que os problemas do cotidiano podem se constituir em fonte rica de inspiração e, assim, aproximar as atividades escolares da vida real. Mas para produzir efeitos positivos, como destaca Silva (2008), as propostas oriundas de situações-problema precisam levar em consideração três fatores: o aluno precisa dispor de informações teóricas, como conceitos, leis e propriedades; necessita de procedimentos como cálculo aritmético, algébrico, conhecer e controlar variáveis, interpretar figuras e gráficos, e, por último, necessita de uma atitude favorável em relação à realização da tarefa.

Uma das muitas contribuições da resolução de problemas é o desenvolvimento da confiança nos próprios meios de resolver um problema e de atitudes positivas frente à Matemática, como sugerem os PCN

as atitudes têm a mesma importância que os conceitos e procedimentos, pois, de certa forma, funcionam como condições para que eles se desenvolvam. Exemplos de atitudes: perseverança na busca de soluções e valorização do trabalho coletivo, colaborando na interpretação de situações-problema, na elaboração de estratégias de resolução e na sua validação (BRASIL, 1998, p. 50).

Ainda segundo os PCN (BRASIL, 1998), o estudo da Geometria é um campo fértil para trabalhar com situações-problema e é um tema pelo qual os alunos costumam se interessar naturalmente.

Dessa forma, entendemos que a resolução de problemas é uma importante metodologia de ensino, pois é por meio dela que os alunos podem desenvolver estratégias de enfrentamento, planejar etapas, estabelecer relações, e fazer uso de seus erros para buscar alternativas para resolver o problema.

Como menciona Onuchic (1999), essa metodologia deve orientar uma atmosfera de investigação, fazendo com que os alunos compreendam os conceitos, os processos e as técnicas operatórias necessárias dentro do trabalho proposto. Assim, “à medida que a compreensão dos alunos se torna mais profunda e mais rica, sua

habilidade em usar matemática para resolver problemas aumenta consideravelmente” (ONUChic, 1999, p. 208).

Sendo assim, a concepção e realização de nossas atividades²⁵ buscará contemplar elementos da resolução de problemas, lembrando que temos como tema as pavimentações formadas por polígonos regulares. Nossas atividades terão como objetivo fazer com que os alunos compreendam como se forma uma pavimentação, bem como quais as condições para que os polígonos regulares pavimentem um plano.

A seguir, descreveremos o OA que escolhemos para nos auxiliar na realização das atividades.

2.3 Aspectos do OA escolhido

Como já foi descrito anteriormente, há uma gama de Objetos de Aprendizagem disponíveis na *internet*. No entanto, alguns requerem adaptações, tanto em relação ao texto escrito em língua estrangeira, quanto em relação às interfaces, consideradas complexas, em se tratando ao grupo com o qual se pretende trabalhar.

O exemplo que descreveremos a seguir foi selecionado especificamente para o presente projeto e necessitou de pequenas alterações (omissão de propostas das atividades). Afora isto, ele possui um grau de facilidade razoável para ser usado pelos alunos incluídos no estudo.

Sua busca se deu através do repositório “Banco Internacional de Objetos Educacionais”, descrito anteriormente, intitulado “Pavimentação com polígonos regulares”.²⁶

A seleção deste OA partiu da escolha do tema “Pavimentações do plano”, tema este selecionado por interesse do proponente desta pesquisa. Após diversas buscas nos repositórios citados anteriormente, encontramos alguns exemplares que abordavam o tema, porém, este OA foi o que melhor se enquadrou à nossa proposta, devido à forma que fora criado e os recursos que oferecia.

O OA foi criado pela Universidade Federal Fluminense, a partir de um projeto de construção de conteúdos digitais promovido pelo

²⁵ As atividades serão descritas com mais detalhes na seção 4.3.1.

²⁶ Disponível em: <http://objetoseducacionais2.mec.gov.br/handle/mec/16511>. Acesso em: 13 Jul. 2011.

Ministério de Educação e Cultura – MEC, tendo como responsável, o professor Dr. Humberto José Bortolossi. Sua criação se deu a partir de um *software* de geometria dinâmica e multiplataforma²⁷ chamado “Geogebra”. É formado de três partes que possibilita investigar as propriedades dos polígonos regulares, além de favorecer o estudo das pavimentações regulares e semirregulares²⁸ (BORTOLOSSI, 2009). A Figura 2.2 abaixo destaca as três respectivas partes.

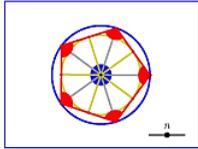
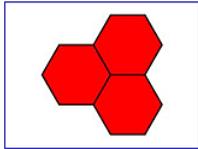
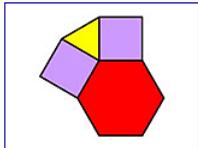
Módulos	
	<u>Parte 1:</u> <u>Polígonos Regulares</u>
	<u>Parte 2:</u> <u>Pavimentação do Plano com Polígonos Regulares de Um Só Tipo</u>
	<u>Parte 3:</u> <u>Pavimentação do Plano com Polígonos Regulares de Tipos Diferentes</u>









Figura 2.2 - Partes do OA proposto.²⁹

Na Parte 1, o objetivo é fazer com que os alunos, por meio de interação com o OA, descubram as principais propriedades relacionadas

²⁷ Capacidade de funcionar em diferentes sistemas operacionais.

²⁸ Este estudo é apresentado detalhadamente na seção 3.2.2.

²⁹ Disponível em: <<http://www.uff.br/cdme/ppr/ppr-html/ppr-br.html>>. Acesso em: 13 Jul. 2011.

aos polígonos regulares: nomes, ângulos internos, ângulo central, entre outras, como podemos observar na Figura 2.3 a seguir.

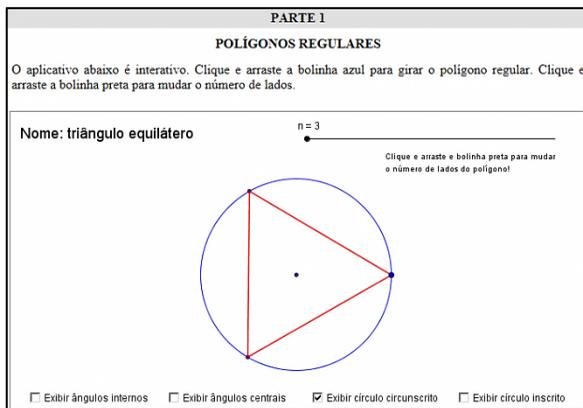


Figura 2.3 - Parte 1 do OA: polígonos regulares.

Tanto o conteúdo da Parte 2, quanto da Parte 3, tem como objetivo explorar os tipos de pavimentações possíveis. Na Parte 2 (ver Figura 2.4) trabalha-se com apenas um tipo de polígono de cada vez, ou seja, o interesse está nas pavimentações regulares.

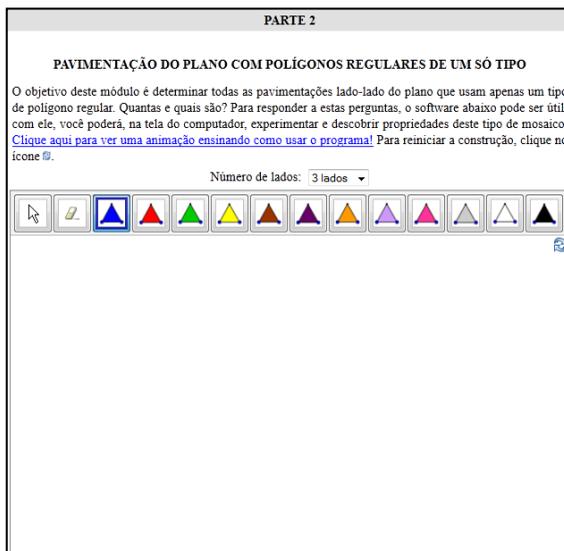


Figura 2.4 - Parte 2: Pavimentações Regulares

Já na Parte 3, aparecem diversos tipos de polígonos simultaneamente, possibilitando explorar as pavimentações semirregulares, como podemos observar na Figura 2.5 que segue.

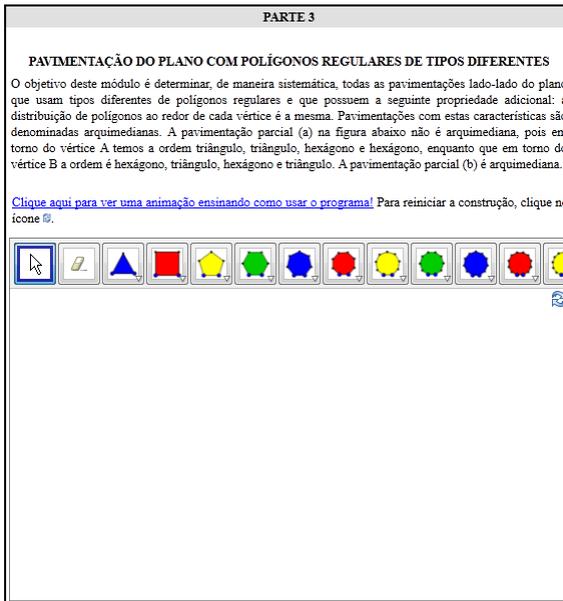


Figura 2.5 - Partes 2 e 3 do OA: Tipos de pavimentações.

Uma breve descrição dos objetivos é apresentada inicialmente e, além disso, cada parte do OA vem acompanhada de um tutorial, em forma de animação, para esclarecer sobre processos de uso de cada parte, bem como um guia para professores, com sugestões de uso em sala de aula.

Cada interface apresenta os polígonos com cores diferenciadas, deixando assim, a construção das pavimentações mais interessante, facilitando a identificação de cada polígono utilizado. A Parte 3, por exemplo, possui polígonos regulares que variam de três a quinze lados, todos apresentados na mesma tela, como mostra a Figura 2.6 abaixo:

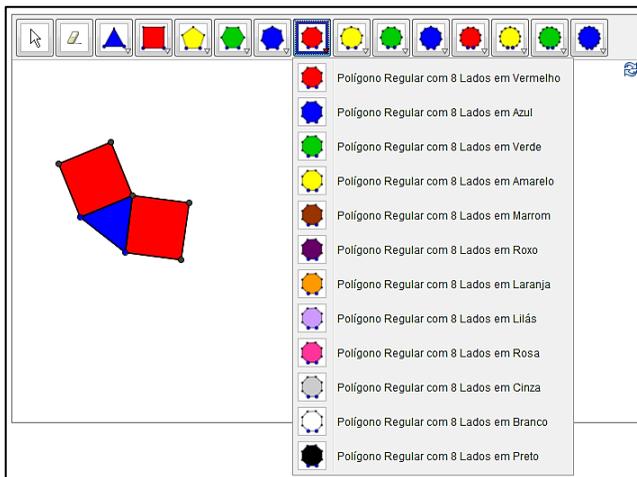


Figura 2.6 – Detalhes da Parte 3 do OA.

É possível escolher as cores de cada polígono regular, facilitando assim, a identificação de cada polígono.

2.4 Para a análise das atividades: o modelo de Bernard Parzysz

De modo geral, segundo Javaroni *et al.* (2011, p. 198), quando desenvolvemos uma pesquisa em Educação Matemática, “estamos buscando entender as relações que acontecem com os ‘objetos’ de nosso estudo, ancorados em uma perspectiva teórica que sustenta nossa forma de conceber o mundo em que vivemos.”

Dessa forma, como comenta Presmeg (2010), os dados não são simplesmente coletados, mas sim, construídos levando em consideração a lente de um ponto de vista teórico. Ou seja, não se tem uma preocupação exclusiva com as generalizações, mas sim, com os elementos que possam constituir algum significado para o pesquisador. Por outro lado, isso leva a não neutralidade do pesquisador, visto que, ao atribuir significados, selecionar o que quer investigar, ele estará interagindo com o seu campo de pesquisa.

Sendo assim, a análise que faremos das atividades dos alunos no que diz respeito ao desenvolvimento do raciocínio geométrico, terá como referência o quadro teórico de Parzysz (2001, 2006). Parzysz, baseado nas pesquisas realizadas por Van Hiele, propôs uma articulação entre os níveis de pensamento geométrico. Assim, tendo por base a

natureza dos objetos de estudo da Geometria e tipo de validação, o autor considera dois tipos de geometrias: não-axiomáticas e axiomáticas.

Na geometria não-axiomática, o estudo é voltado para a situação concreta, ou seja, os objetos são modelos da realidade, com referência aos mesmos, ou a uma representação como por exemplo um desenho. A validação de uma afirmação sobre alguma propriedade desses objetos ou relações entre eles é feita por meio de percepções, em que o aluno afirma que é verdadeiro devido à sua observação.

Além disso, a geometria não-axiomática está dividida em duas partes. A denominada *geometria concreta* (G0), em que os objetos são físicos, e suas características podem influenciar nas observações e constatações. A validação das afirmações é baseada somente na percepção. E a *geometria espaço-gráfico* (G1), em que os objetos, que eram físicos em G0, recebem uma representação gráfica, que pode ser um esboço ou um desenho construído por processos geométricos. A validação de uma afirmação é baseada em comparação visual e/ou sobreposições, apoiadas por medições utilizando-se de régua graduada, compasso e esquadro, ou até mesmo um ambiente informatizado.

Já na geometria axiomática, o que prevalece são os objetos teóricos, porém é aceitável apoiar-se às referências do mundo físico. A validação é baseada em axiomas e teoremas com um caráter mais abstrato. Nesta geometria, uma afirmação que tenha como princípio uma observação só será verdadeira se for possível demonstrá-la.

Ela também se subdivide em duas partes. A *proto-axiomática* (G2) que possibilita ainda recorrer a objetos físicos, tais como representações feitas por processos geométricos, mas a sua existência é garantida pelas definições, axiomas e propriedades entre figuras. E a *axiomática* (G3), onde os objetos são teóricos, e a tentativa de representá-los pode incidir em deformações do objeto representado. A validação só acontece por meio de um discurso dedutivo que se apoia nos postulados e axiomas da geometria euclidiana.

Podemos, portanto, sintetizar as ideias de Parzysz e apresentá-las de acordo com o Quadro 2.1 abaixo:

Quadro 2.1 - Classificação da Geometria segundo Parzysz

	Geometrias não-axiomáticas		Geometria axiomática	
Tipos de Geometria	Geometria concreta (G0)	Geometria espaço-gráfico (G1)	Geometria proto-axiomática (G2)	Geometria axiomática (G3)
Objetos	Natureza física ou concreta		Natureza teórica	
Validação	Perceptiva		Dedutiva	

FONTE: Adaptado de Parzysz (2001, p. 101).

Ainda segundo Parzysz (2001), do ponto de vista didático, a distinção entre essas duas geometrias está na quebra do contrato didático que ocorre entre elas, como por exemplo:

- De G0 para G1 – A materialidade dos objetos (madeira, papelão, etc);
- De G1 para G2 – Espessura das linhas, dos pontos, justificadas pela percepção;
- De G2 para G3 – As propriedades consideradas “óbvias”.

Contudo, segundo o autor, faz parte dos objetivos do ensino da geometria, por meio de escolas primárias e secundárias, ajudar os estudantes a transitarem entre os níveis G0, G1 e G2, e se possível, chegar ao G3.

Em nossa pesquisa buscaremos classificar nossas atividades de acordo com os níveis propostos por Parzysz e tentar identificar vestígios entre as validações perceptivas e dedutivas. Utilizaremos como fonte de análise, as atividades elaboradas pelos alunos, as atividades registradas no OA, bem como alguma fala anotada durante a observação. Os caminhos metodológicos serão descritos mais detalhadamente no Capítulo 4.

CAPÍTULO 3 - AS PAVIMENTAÇÕES

3.1 Introdução

A arte de desenhar pavimentações e padrões é muito antiga. Os detalhes geométricos padronizados vêm sendo utilizados desde as civilizações antigas. Eles utilizavam desses padrões em pisos de castelos e peças de cerâmicas, destacando toda a beleza rica em detalhes.

Segundo Barbosa (1993), os mosaicos se faziam presentes no artesanato e nos utensílios das civilizações gregas, babilônicas, chinesas, entre outras, sendo que, em sua maioria, apresentavam padrões geométricos com simetrias ornamentais, formando desenhos harmoniosos. Atualmente as pavimentações são comuns em terraços, cozinhas e banheiros de nossas casas.



Figura 3.1 - Pavimentação de terraço.³⁰

No Brasil, o uso de padrões se deu a partir das tribos indígenas. Podemos citar, por exemplo, as cerâmicas marajoara, pertencentes às tribos da quarta fase arqueológica da ilha do Marajó (localizada no estado do Pará, na foz do rio Amazonas), por volta de 1300 d.C. Suas artes impressionam pela riquíssima simbologia, beleza e harmonia presentes nos objetos.

³⁰

Disponível

em:

<<http://www.apm.pt/nucleos/coimbra/fotomat/fotomat6/index.htm>>.

Acesso em: 20 Abr. 2012.



Figura 3.2 – Exemplo dos padrões nas cerâmicas marajoara.³¹

Uma das características marcantes está na arte cerâmica que, por meio do convívio em um mesmo objeto, traz uma articulação entre representações naturalistas e representações geometrizarantes, sendo estas últimas também denominadas de grafismo (SCHAAN, 2007).

Nota-se que um conhecimento milenar como esse ainda é muito usado nas construções modernas: usar cerâmica ou ladrilhos para pavimentar pisos ou paredes.

Entretanto, o estudo das propriedades matemáticas das pavimentações utilizando polígonos é recente e, além disso, partes desse tema estão para serem explorados, bem como suas potencialidades pedagógicas. (VELOSO, 1998).

Vale lembrar que há outros tipos de pavimentações, como as espaciais, as esféricas e as hiperbólicas (MARTINS, 2003). Em nosso estudo, vamos considerar as pavimentações de regiões planas formadas por mosaicos (ladrilhos). Portanto, apresentamos neste capítulo alguns conceitos que irão fundamentar a concepção das atividades propostas aos alunos.

3.2 Pavimentações do Plano

As pavimentações do plano incidem no recobrimento de uma região plana sem que haja espaços ou sobreposição (VELOSO, 1998). Ou seja, de acordo com o autor, a pavimentação é um conjunto numerável de ladrilhos que cobrem o plano sem espaços intermediários nem sobreposições.

Na prática, não conseguimos pavimentar todo o plano, pois sua superfície é infinita, o que torna a tarefa impossível. Dizemos, então,

³¹ Disponível em: <<http://artemarajoara.blogspot.com.br/p/pecas-medias.html>>. Acesso em: 20/09/2012.

que um conjunto finito de polígonos pavimenta o plano parcialmente, ou que é uma pavimentação parcial do plano (BARBOSA, 1993).

No entanto, é possível aceitar como pavimentação outros tipos de figuras geométricas que não são polígonos e que não são convexas. Por exemplo, na Figura 3.3, temos uma pavimentação formada por uma figura geométrica que não é um polígono, e na Figura 3.4, uma pavimentação formada por um polígono côncavo.

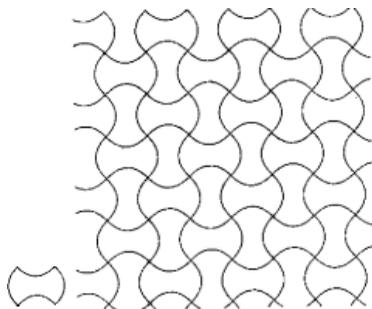


Figura 3.3 - Pavimentação formada por não polígono.

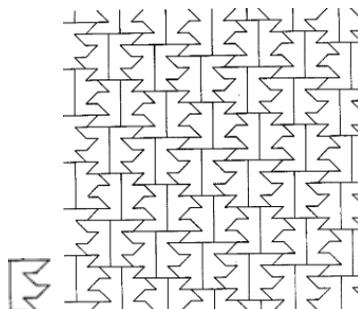


Figura 3.4 - Pavimentação com polígono não convexo.

Podemos destacar alguns elementos constituintes de uma pavimentação. Os vértices dos polígonos são chamados de *nós* da pavimentação e os segmentos de retas que têm por extremos dois nós consecutivos de um mesmo lado do polígono são chamados de *arestas*, como podemos observar na Figura 3.5 abaixo.

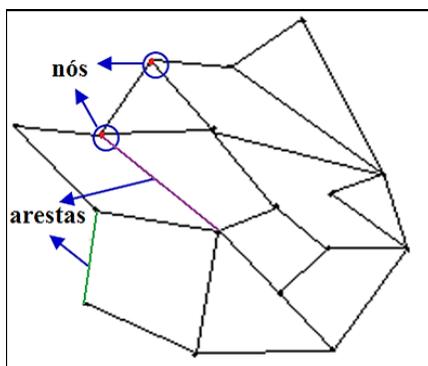


Figura 3.5 - Nós e arestas de uma pavimentação.

3.2.1 Alguns tipos de pavimentações do plano

As pavimentações podem classificar-se em vários tipos: pavimentações lado-lado, puras ou monoédricas, regulares, semirregulares ou arquimedianas e demirregulares. Vamos descrever sucintamente cada uma delas.

Pavimentação lado-lado:

Uma pavimentação é dita lado-lado se, e somente se, toda aresta é lado comum a dois polígonos. Isto significa que, ao pavimentarmos, um novo polígono será acrescentado somente se os lados em contato forem respectivamente congruentes (Figura 3.6). Caso contrário, diremos que a pavimentação não é lado-lado. (Figura 3.7).

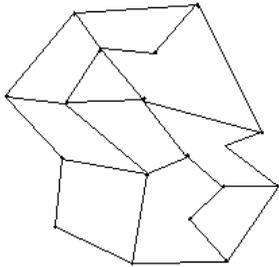


Figura 3.6 - Pavimentação lado-lado

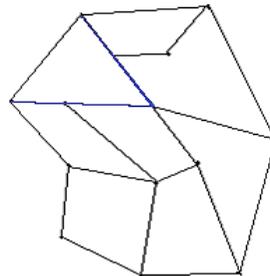


Figura 3.7 - Pavimentação não lado-lado

Pavimentação pura ou monoédrica:

É uma pavimentação lado-lado formada por um único tipo de ladrilho, como podemos observar na Figura 3.8 abaixo:

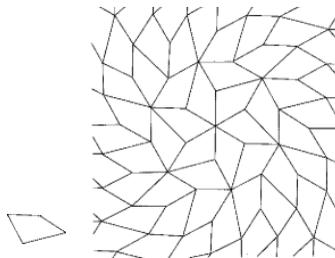


Figura 3.8 - Pavimentação monoédrica.

Segundo Veloso (1998) pelas pavimentações semirregulares se tratarem de pavimentações formadas por polígonos regulares em que em todos os vértices são do mesmo tipo³⁴, elas poderiam incluir as pavimentações regulares, porém ao empregarmos o termo semirregular, vamos nos referir às pavimentações que contêm *mais de um tipo de polígono regular*.

Pavimentação demirregular:

São pavimentações constituídas por mais de um tipo de polígono regular e por mais de uma configuração. Dependendo da quantidade de configurações ela recebe uma denominação. Por exemplo, se possuir dois tipos de configuração é denominada 2-uniforme, por três tipos é denominada 3-uniforme, e assim por diante. Na Figura 3.10, apresentamos alguns exemplos de pavimentações demirregulares:

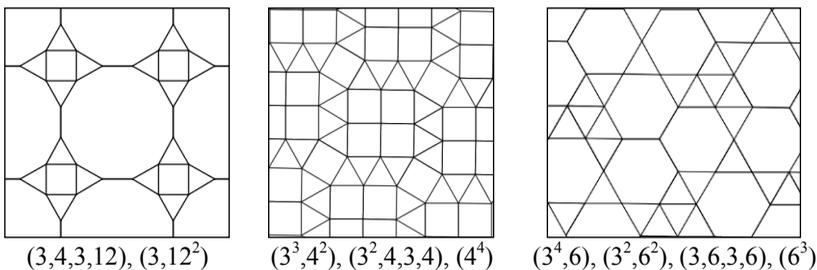


Figura 3.10 - Pavimentações demirregulares: 2-uniforme, 3-uniforme e 4-uniforme. (VELOSO, 1998).

Nesse estudo, daremos ênfase às pavimentações do tipo 1-uniforme como apresentada na Figura 3.9 anterior.

3.2.2 Pavimentações do Plano com polígonos regulares

Nossos estudos se apoiam nos trabalhos de Grünbaum e Shepard (1986), Barbosa (1993) e Veloso (1998). Apresentaremos, portanto, um estudo mais detalhado sobre as condições necessárias para que polígonos regulares possam pavimentar um plano.

³⁴ O autor faz referência ao tipo de configuração ser o mesmo em todos os nós da pavimentação.

Iniciamos, então, com a questão: Quais polígonos regulares pavimentam o plano?

Primeiramente vamos analisar quais polígonos regulares, dispostos em um nó, permanecerá lado-lado, sem sobreposição e sem sobrar espaço. Que condições são necessárias para que isso ocorra?

Verificando essa possibilidade geometricamente para termos uma ideia, podemos observar, por exemplo, que o triângulo equilátero completa uma volta lado-lado a partir de um nó, sem sobreposição.

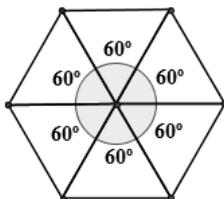


Figura 3.11 - Triângulos equiláteros em torno de um nó.

Ao completarmos os outros vértices, percebemos que o padrão se mantém, como mostra a Figura 3.12 a seguir, e que sempre é possível completar os demais vértices com triângulos equiláteros. Com isso, podemos concluir que o triângulo equilátero pavimenta o plano.

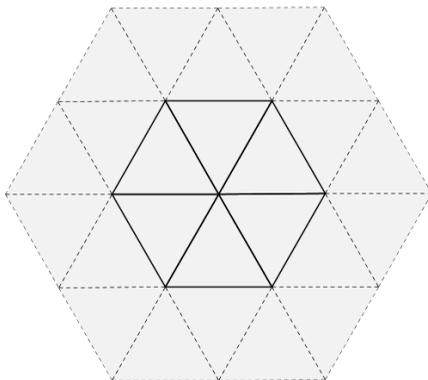


Figura 3.12 - Triângulos equiláteros em torno de outros nós.

Matematicamente, vamos à seguinte demonstração. Seja k o número de polígonos regulares dispostos ao redor de um nó e α a medida do ângulo interno de cada polígono. Sabemos que $k \geq 3$, pois não faz sentido colocarmos 1 ou 2 polígonos. Sabemos também que o

ângulo central de um polígono regular de n lados pode ser dado por $\theta = \frac{360^\circ}{n}$. Com isso podemos concluir que o ângulo interno α pode ser

$$\text{dado por } \alpha = \frac{(n-2) \cdot 180^\circ}{n}.$$

Já que não existe polígonos formados por 1 ou 2 lados, temos que $n \geq 3$. Isso nos garante que o menor ângulo interno de um polígono regular é 60° (triângulo equilátero). Sendo assim, o valor máximo para k é 6 (seis triângulos equiláteros ao redor de um nó), como mostra a Figura 3.12 acima. Portanto, o intervalo de restrição de k inteiro é $3 \leq k \leq 6$. Iremos analisar cada um dos casos.

Caso 1: $k = 3$

Sejam a , b e c os números dos lados dos três polígonos regulares, respectivamente. Como a soma dos ângulos internos ao redor de um nó forma 360° , temos a seguinte equação:

$$\frac{(a-2) \cdot 180^\circ}{a} + \frac{(b-2) \cdot 180^\circ}{b} + \frac{(c-2) \cdot 180^\circ}{c} = 360^\circ$$

$$\text{Dividindo tudo por } 180^\circ \quad \frac{(a-2)}{a} + \frac{(b-2)}{b} + \frac{(c-2)}{c} = 2$$

Eliminando os parênteses

$$1 - \frac{2}{a} + 1 - \frac{2}{b} + 1 - \frac{2}{c} = 2 \Rightarrow \frac{2}{a} + \frac{2}{b} + \frac{2}{c} = 1 \Rightarrow \frac{1}{a} + \frac{1}{b} + \frac{1}{c} = \frac{1}{2} \quad (\text{I})$$

Suponhamos que $a \leq b \leq c$. Substituindo b e c por a na equação (I), temos:

$$\frac{1}{a} + \frac{1}{a} + \frac{1}{a} \geq \frac{1}{2}$$

$$\frac{3}{a} \geq \frac{1}{2} \Rightarrow a \leq 6$$

De onde podemos concluir que $3 \leq a \leq 6$, pois o menor valor pode ser verificado com o triângulo equilátero.

$$\text{Além disso, a equação (I) nos diz que } \frac{1}{b} + \frac{1}{c} = \frac{1}{2} - \frac{1}{a} \quad (\text{II})$$

Se substituirmos c por b obteremos: $\frac{2}{b} \geq \frac{(a-2)}{2a}$ de onde vem que:

$$b \leq \frac{4a}{(a-2)} \quad (\text{III})$$

Agora, vamos analisar cada subcaso. Primeiramente para $a = 3$.

Da equação (II) obtemos $\frac{1}{b} + \frac{1}{c} = \frac{1}{6}$, ou ainda, $c = \frac{6b}{b-6}$. Isso nos indica que $b > 6$, pois não podemos ter valores negativos. Por outro lado, da equação (III) obtemos $b \leq 12$. Portanto, temos o intervalo $6 < b \leq 12$.

Substituindo os possíveis valores de b , e lembrando que c precisa ser um número inteiro, temos a Tabela 3.1 a seguir:

Tabela 3.1 - Subcaso $a = 3$

a	b	$c = \frac{6b}{b-6}$	
3	7	42	válido
3	8	24	válido
3	9	18	válido
3	10	15	válido
3	11	$\frac{66}{5}$	-
3	12	12	válido

FONTE: construída pelo autor.

Para $a = 4$, obtemos $\frac{1}{b} + \frac{1}{c} = \frac{1}{4}$, de onde vem que $c = \frac{4b}{b-4}$. Isso nos garante $b > 4$. E de (III) obtemos $b \leq 8$, fornecendo o intervalo $4 < b \leq 8$.

Novamente, substituindo os possíveis valores de b , e lembrando que c precisa ser um número inteiro, temos a Tabela 3.2:

Tabela 3.2 - Subcaso $a = 4$

a	b	$c = \frac{4b}{b-4}$	
4	5	20	válido
4	6	12	válido
4	7	$\frac{28}{3}$	-
4	8	8	válido

FONTE: construída pelo autor.

Para $a=5$, temos que $\frac{1}{b} + \frac{1}{c} = \frac{3}{10}$. Isolando c obtemos a expressão $c = \frac{10b}{3b-10}$. Isso nos dá $b \geq 4$, porém, $b \geq a$, assim, prevalece $b \geq 5$. De (III) obtemos $b \leq 6$, chegando ao intervalo $5 \leq b \leq 6$.

Substituindo então os dois possíveis valores de b , e cuidando para que c seja um número inteiro, temos a Tabela 3.3:

Tabela 3.3 - Subcaso $a = 5$

a	b	$c = \frac{10b}{3b-10}$	
5	5	10	válido
5	6	$\frac{30}{4}$	-

FONTE: construída pelo autor.

Por fim, temos que para $a=6$ podemos obter a expressão $\frac{1}{b} + \frac{1}{c} = \frac{1}{3}$, de onde vem que $c = \frac{3b}{b-3}$. Com isso, temos que $b \geq 4$, no entanto, $b \geq a$. Sendo assim, vamos considerar $b \geq 6$. E de (III) obtemos $b \leq 6$, ou seja, $b=6$, fornecendo também $c=6$.

Podemos, portanto, agrupar todos os resultados obtidos anteriormente em uma única tabela.

Tabela 3.4 - Todos os subcasos possíveis com três polígonos em torno de um nó.

<i>a</i>	<i>b</i>	<i>c</i>
3	7	42
3	8	24
3	9	18
3	10	15
3	12	12
4	5	20
4	6	12
4	8	8
5	5	10
6	6	6

FONTE: construída pelo autor.

Caso 2: $k = 4$

De maneira análoga à análise anterior, podemos chegar à expressão $\frac{1}{a} + \frac{1}{b} + \frac{1}{c} + \frac{1}{d} = 1$. E considerando $a \leq b \leq c \leq d$ concluímos que $a = 3$ e $a = 4$. Com isso podemos construir a Tabela 3.5 abaixo:

Tabela 3.5 - Todos os subcasos possíveis com quatro polígonos em torno de um nó.³⁵

<i>a</i>	<i>b</i>	<i>c</i>	<i>d</i>
3	3	4	12*
3	3	6	6*
3	4	4	6*
4	4	4	4

FONTE: construída pelo autor.

³⁵ Os casos marcados com * podem ser arranjados de duas maneiras distintas, permutando os polígonos. Seguindo a ordem apresentada, temos: (3,4,3,12); (3,6,3,6); (3,4,6,4); (3,3,4,3,4).

Caso 3: $k = 5$

Da mesma forma, podemos chegar à expressão $\frac{1}{a} + \frac{1}{b} + \frac{1}{c} + \frac{1}{d} + \frac{1}{e} = \frac{3}{2}$. E considerando $a \leq b \leq c \leq d \leq e$ concluímos que $a = b = 3$. Assim, podemos construir a Tabela 3.6:

Tabela 3.6 - Todos os subcasos possíveis com cinco polígonos em torno de um nó.

a	b	c	d	e
3	3	3	3	6
3	3	3	4	4*

FONTE: construída pelo autor.

Caso 4: $k = 6$

Neste caso, temos como resposta a possibilidade de dispor 6 triângulos equiláteros ao redor de um nó. Que seria a configuração (3,3,3,3,3,3).

Na Figura 3.13 abaixo estão dispostos todos os possíveis arranjos ao redor de um nó, apresentados nas tabelas anteriores. Cada notação recebe um nome chamado *configuração*, que indica quais polígonos estão ajustados em torno do nó da pavimentação.

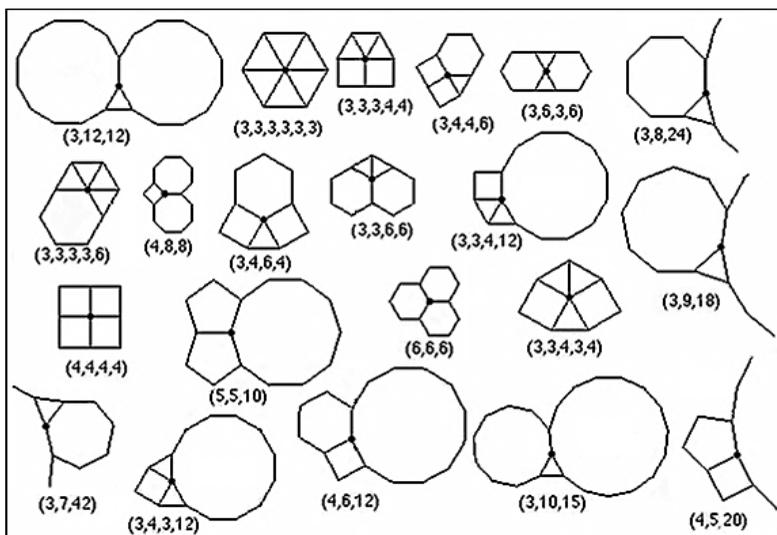


Figura 3.13 - As 21 possíveis configurações em torno de um nó.

Utilizando-se dos conjuntos descritos na Figura 3.13 acima, é possível pavimentar o plano de várias maneiras. Porém levando em consideração os tipos de pavimentações apresentados por Grünbaum e Shepard (1986), Barbosa (1993) e Veloso (1998) neste trabalho, e destacando que como o interesse da pesquisa está nos tipos de pavimentações 1-uniforme, nem todos os conjuntos poderão ser considerados.

Então quais configurações acima formam pavimentações do plano do tipo 1-uniforme? A seguir, descreveremos as razões pelas quais algumas configurações não podem formar uma pavimentação do tipo 1-uniforme.

Observe que as configurações (3,7,42), (3,8,24), (3,9,18), (3,10,15) possuem um triângulo equilátero e outros dois polígonos com número de lados b e c diferentes. Sendo assim, teremos a situação da Figura 3.14, que é absurda, pois se considerarmos, por exemplo, a configuração partindo do vértice B teremos (3,c,b). Por outro lado, considerando a configuração partindo do vértice C teremos (3,c,b), o que é uma contradição, já que $(b) \neq (c)$. Portanto, não formam pavimentações do tipo 1-uniforme.

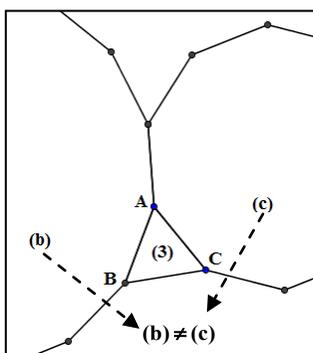


Figura 3.14 - As configurações (3,7,42), (3,8,24), (3,9,18), (3,10,15).

Já a configuração (4,5,20) origina a disposição da Figura 3.15 e a configuração (5,5,10) a disposição da Figura 3.16, formando ângulos de 72° e 36° , respectivamente. Porém esses não são ângulos internos de polígonos regulares, então, também não formam pavimentações do tipo 1-uniforme.

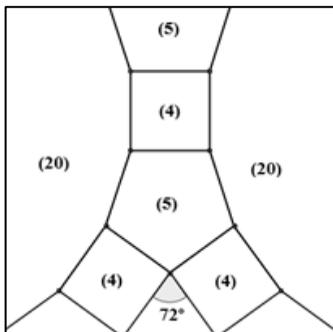


Figura 3.15 - Configuração (4,5,20).

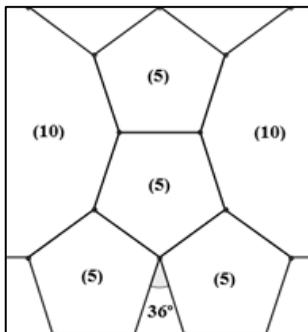


Figura 3.16 - Configuração (5,5,10).

As configurações (3,3,4,12), (3,3,6,6), (3,4,3,12) e (3,4,4,6) também não formam uma pavimentação do tipo 1-uniforme. Como podemos observar nas figuras abaixo, todas apresentam mais de um tipo de configuração. Na Figura 3.17, partindo do vértice A temos a configuração (3,3,4,12), e partindo do vértice B, a configuração (3,4,3,12).

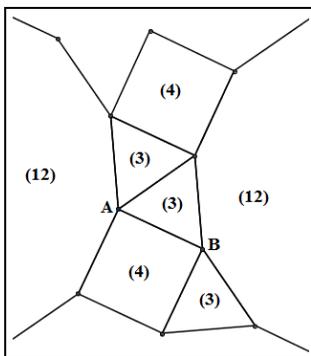


Figura 3.17 - Configuração (3,3,4,12) no vértice A e (3,4,3,12) no vértice B.

Da mesma forma, na Figura 3.18, considerando a configuração do vértice A, temos (3,3,3,6), e no vértice B (3,6,3,6). Já na Figura 3.19, o vértice A tem uma configuração do tipo (3,4,3,12), enquanto que no vértice B é (3,12,12). Por fim, a Figura 3.20 traz a configuração (3,4,4,6) para o vértice A e a configuração (3,4,6,4) para o vértice B.

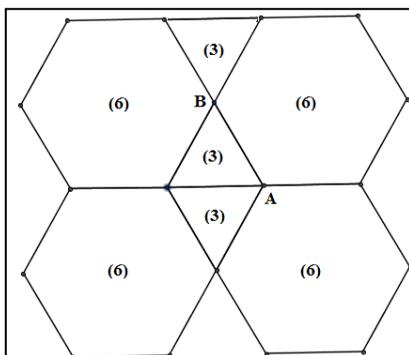


Figura 3.18 - Configuração (3,3,6,6) no vértice A e (3,6,3,6) no vértice B.

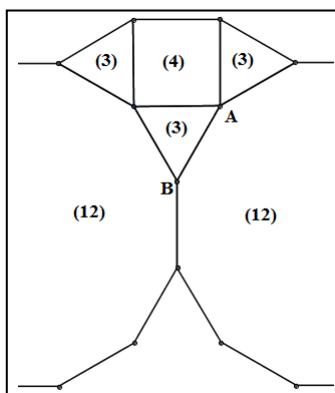


Figura 3.19 - Configuração (3,4,3,12) no vértice A e (3,12,12) no vértice B.

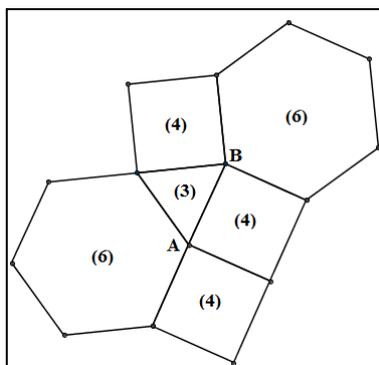


Figura 3.20 - Configuração (3,4,4,6) no vértice A e (3,4,6,4) no vértice B.

Portanto, dentre os 21 conjuntos listados na Figura 3.13, apenas 11 pavimentam o plano do tipo 1-uniforme. São eles:

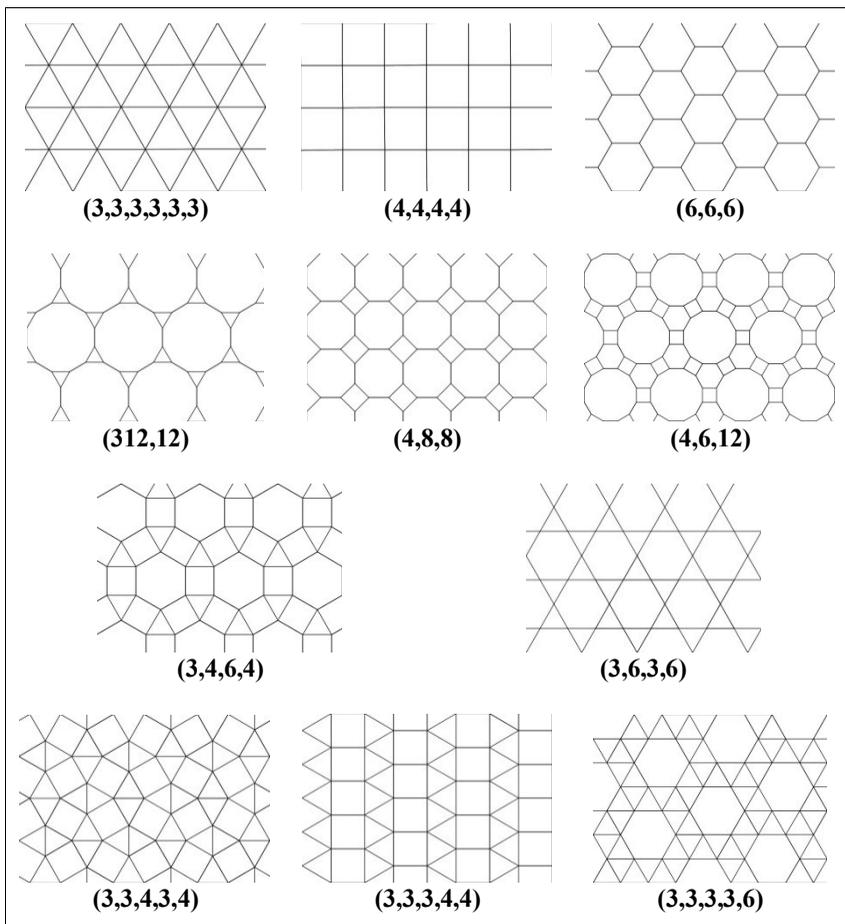
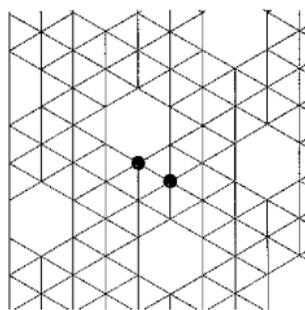
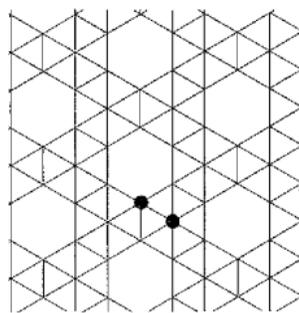
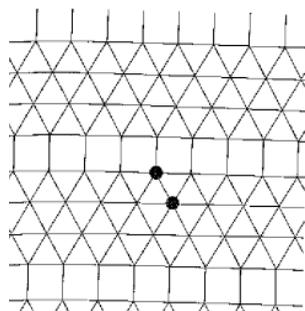
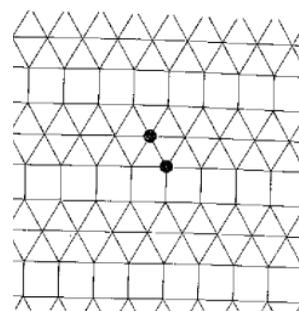
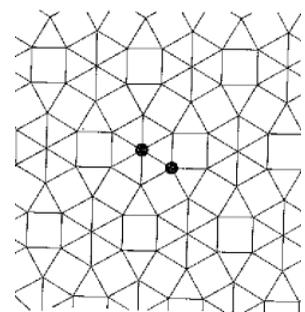
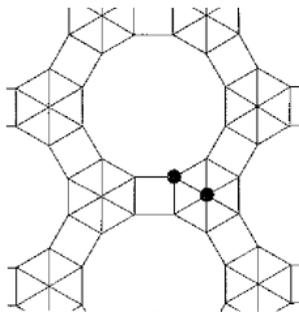


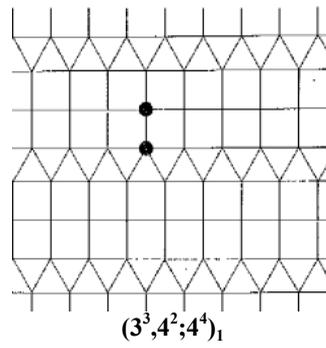
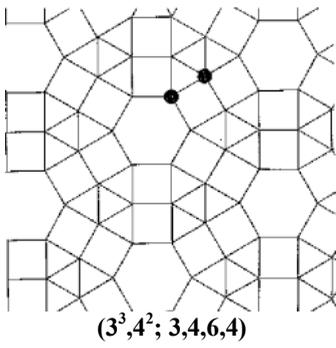
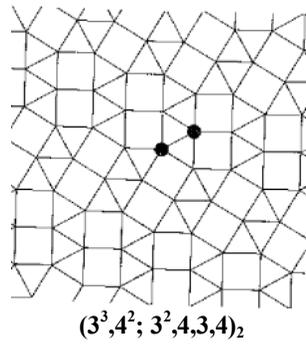
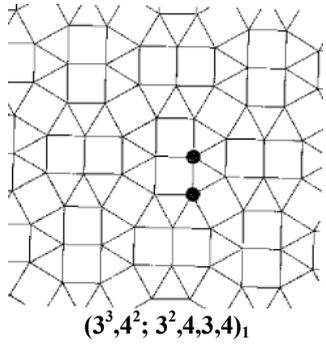
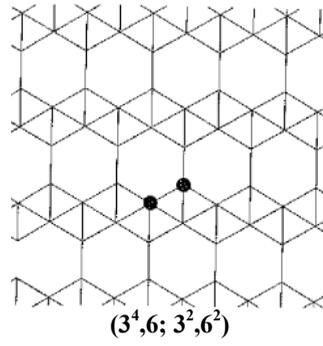
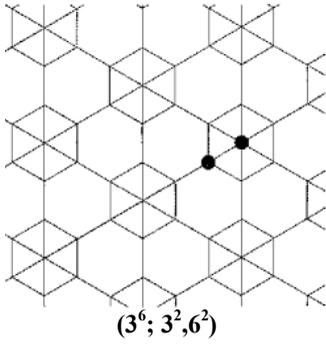
Figura 3.21 - As 11 configurações que formam pavimentação do tipo 1-uniforme.

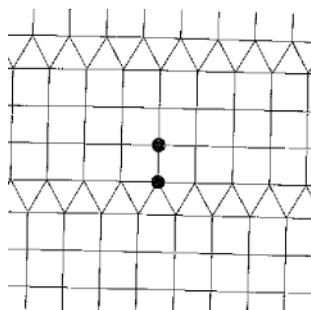
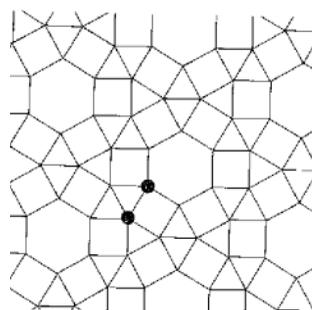
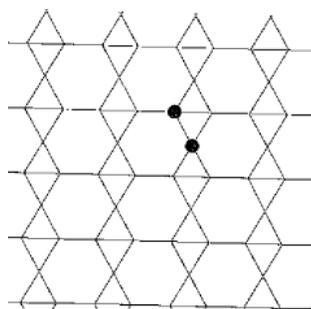
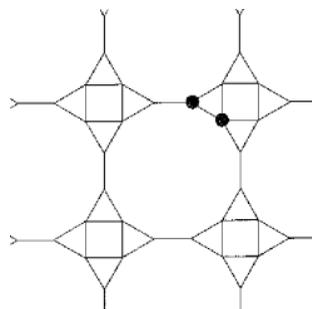
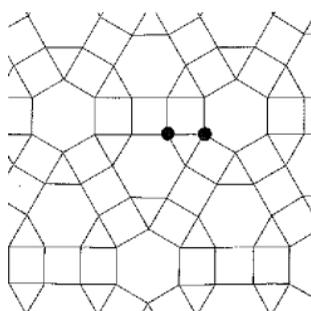
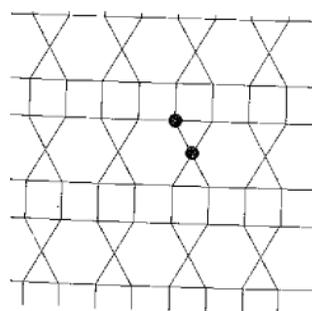
Dentre essas 11 configurações listadas acima, as três primeiras formam as chamadas *pavimentações regulares*, enquanto que as oito restantes são chamadas de *pavimentações semirregulares ou arquimedianas*. (VELOSO, 1998).

Apesar do foco de nossa pesquisa estar voltado para as pavimentações regulares e semirregulares, vale ressaltar que existem

estudos que obtiveram resultados relacionados ao número de pavimentações demirregulares do tipo 2-uniforme, 3-uniforme, entre outros. Temos como exemplo, Krötenheerdt (apud GRÜNBAUM e SHEPHARD, 1986), que apresenta os resultados sobre a existência de 20 tipos de pavimentações demirregulares do tipo 2-uniforme. Dessa forma, apresentamos na Figura 3.22 abaixo, esses resultados.


 $(3^6; 3^4, 6)_1$

 $(3^6; 3^4, 6)_2$

 $(3^6; 3^3, 4^2)_1$

 $(3^6; 3^3, 4^2)_2$

 $(3^6; 3^2, 4, 3, 4)$

 $(3^6; 3^2, 4, 12)$




 $(3^3, 4^2; 4^4)_2$

 $(3^2, 4, 3, 4; 3, 4, 6, 4)$

 $(3^2, 6^2; 3, 6, 3, 6)$

 $(3, 4, 3, 12; 3, 12^2)$

 $(3, 4^2, 6; 3, 4, 6, 4)$

 $(3, 4^2, 6; 3, 6, 3, 6)_1$

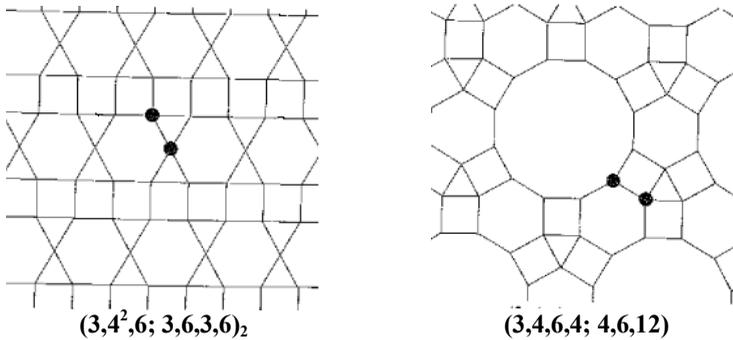


Figura 3.22 - Os 20 tipos de pavimentações do tipo 2-uniforme.

Observe que os pontos em destaque indicam uma configuração de cada classe, isto é, o tipo de configuração presente naquele nó. Porém é possível notar que algumas pavimentações possuem a mesma configuração, mas a figura é diferente. Isso se dá pelo fato de que Grünbaum e Shephard chamam de *classes de transitividade relativas ao grupo de simetria das pavimentações*³⁶.

³⁶ Essas classes relacionam-se aos grupos de transformações geométricas possíveis nas pavimentações. O assunto é tratado com mais detalhes em Grünbaum e Shephard (1986).

CAPÍTULO 4 - CAMINHOS METODOLÓGICOS

4.1 Introdução

Entendemos que se trata de uma pesquisa qualitativa, visto que, segundo Borba (2004), é necessário que se tenha uma visão de conhecimento em sintonia com os procedimentos tais como atividades, entrevistas, análise de áudio e vídeo, entre outros, e interpretações, isto é, ela prioriza procedimentos descritivos permitindo que a visão de conhecimento tenha interferências subjetivas. Caracteriza-se por sua natureza interpretativa, na qual o pesquisador, apoiado no seu referencial teórico, interpreta os registros obtidos a partir de sua pesquisa.

Borba (2004) aponta que a pesquisa qualitativa pode se desdobrar em algumas modalidades, dentre elas, a pesquisa colaborativa³⁷, história oral³⁸ e experimento de ensino.

Um experimento de ensino (*Design Experiment*), segundo Cobb *et al.* (2003) está relacionado com a elaboração de experimentos de domínios específicos, visando fornecer inovações no ensino de Matemática. O sujeito de pesquisa é considerado como um elemento fundamental do processo, visto que o objetivo dessa metodologia é investigar sua trajetória na construção do conhecimento. Uma hipótese inicial é apresentada com base nas evidências detectadas nas pesquisas científicas da área, entretanto o experimento é adaptável às produções dos alunos, o que possibilita criar novas conjecturas que são posteriormente testadas. Assim, o processo é iterativo, cíclico e deve ter como característica a flexibilidade para mudanças durante o processo.

Dentre as diferentes características existentes neste tipo de metodologia, nossa pesquisa selecionou alguns elementos. De acordo com Borba (2004, p. 7) essa modalidade, “visa permitir que o pesquisador compreenda a maneira com que estudantes, ou pares deles, lidam com as Tecnologias de Informação e Comunicação”. Ou seja, um experimento de ensino procura criar ambientes de discussão, onde os alunos, trabalhando em grupos (no nosso caso, duplas), possam refletir e

³⁷ Pesquisa em que o projeto, os trabalhos de campo, a escrita e autoria dos relatórios são compartilhados com todo o grupo.

³⁸ Busca inserir vozes e memórias aos documentos tradicionais. Traz a noção de que não há multiplicidade de olhares que precisam ser registrados e interpretados.

buscar soluções para os problemas propostos. O professor, por sua vez, através da análise das conjecturas levantadas pelos alunos, poderá auxiliá-los na busca de melhores estratégias. Em nosso trabalho, o pesquisador assumiu o duplo papel de pesquisador e professor. Neste contexto, o professor-pesquisador atuou como orientador do processo, estabelecendo intervenções apenas nos momentos de bloqueio.

Neste capítulo iremos descrever sobre o ambiente e os sujeitos da pesquisa, bem como a concepção das atividades propostas e os materiais utilizados para a análise.

4.2 Organização da experimentação

O estabelecimento de ensino onde ocorreu nossa experiência foi o Colégio de Aplicação, situado no campus da Universidade Federal de Santa Catarina, em Florianópolis. Atualmente, a instituição atende alunos de ensino fundamental e médio, comportando 25 alunos em cada sala. O funcionamento dá-se da seguinte maneira: ensino médio no período matutino e fundamental no período vespertino.

Os alunos participantes de nossa pesquisa foram alunos do 2º ano do ensino médio. A professora responsável pela turma já conhecia o tema da pesquisa, uma vez que fizemos uma disciplina do Programa de Pós-Graduação em Educação Científica e Tecnológica denominada *Discussão Crítica de Artigos em Educação Matemática*, em 2011.

Foi proporcionado um encontro onde tivemos a oportunidade de apresentar a proposta completa, para que a professora pudesse entender e tomar ciência de como iríamos proceder. Inicialmente, nossa intenção era promover os encontros em horários contra turnos. Após o momento de discussão junto à professora, decidimos aplicar as atividades no horário regular das aulas.

O número de aulas de Matemática por semana era um total de quatro, sendo duas na quarta-feira e duas na quinta-feira. Ficou acordado que realizaríamos as sessões nas aulas de quinta-feira, em um total de três encontros. As intervenções aconteceram nos dias 20 e 27 de Setembro e no dia 04 de Outubro de 2012, entre 7h30min e 9h30min, totalizando 6 horas.

Na primeira sessão, as atividades 1 e 2 foram realizadas em sala de aula, com duração de 90 minutos. Em seguida, os alunos se dirigiram ao laboratório de informática, onde foram dados os esclarecimentos da atividade 3.

Os computadores do laboratório foram previamente preparados com uma pasta, no ambiente de trabalho, denominada “OA

pavimentação”. Nesta pasta continha o OA³⁹ e os posteriores arquivos gerados pelas atividades a serem realizadas.

A atividade 3 ocorreu em 30 minutos, totalizando 120 minutos, na primeira sessão. As duas sessões posteriores foram realizadas exclusivamente no laboratório de informática. O Quadro 4.1 abaixo sintetiza as informações sobre o andamento da experimentação.

Quadro 4.1 - Quadro resumo das sessões da experimentação.

1º Sessão	120 min.
Atividade 01 – Entendendo as pavimentações planas Atividade 02 – Elementos de uma pavimentação plana Atividade 03 – Conhecendo as propriedades dos polígonos regulares	
2º Sessão	120 min.
Atividade 04 – Os tipos de configurações para as pavimentações regulares Atividade 05 – As configurações de pavimentação com polígonos diferentes	
3º Sessão	120 min.
Atividade 06 – Identificando configurações de uma pavimentação Atividade 07 – Explorando outras configurações	

FONTE: Construído pelo autor.

4.3 Os materiais para análise

Durante cada encontro, as duplas receberam uma pasta (que denominaremos diário dos alunos) contendo os roteiros das atividades juntamente com algumas questões com espaço em branco para serem respondidas.

Os roteiros das atividades de 1 a 5 foram apresentados aos alunos sob a forma de material impresso (ANEXO I a V), e os roteiros das atividades 6 e 7, em formato digital (ANEXO VI e VII).

³⁹ Tendo em vista a sua portabilidade, optamos por trabalhar com o OA localmente, ou seja, inserimos o OA em uma pasta criada na área de trabalho de cada computador do laboratório. Usaremos o termo “OA pavimentação” para nos referir ao OA escolhido para nossa pesquisa, lembrando que sua configuração é diferente (omissão das atividades) da versão *online*. As suas características estão descritas na seção 2.3.

Os alunos foram divididos em grupos de 11 duplas e um trio⁴⁰, visto que a turma era formada por 25 alunos. Designamos cada dupla por D1, D2, D3, D4, D5, D6, D7, D7b⁴¹, D8, D9, D10 e o trio por T1, procurando preservar a identidade dos alunos. Essa configuração se manteve tanto em sala de aula (nas atividades 1 e 2), como no laboratório de informática (atividades 3 a 7).

Um termo de consentimento livre e esclarecido (ANEXO VIII) foi enviado aos pais ou responsáveis dos alunos, informando sobre a participação dos alunos na pesquisa, e solicitando sua autorização.

Para fazer o acompanhamento da aplicação, decidimos selecionar cinco duplas (D1 a D5) que foram observadas e suas interações registradas em áudio. Contamos com a colaboração de quatro observadores, (a função do quinto observador fora assumida por mim), que acompanharam o andamento das atividades realizadas pelos alunos. Cada observador recebeu um roteiro (ANEXO I-a a VI-a) para preenchimento.⁴²

Para que pudéssemos registrar as atividades realizadas pelos alunos juntamente com o *OA pavimentação*, optamos por escolher um *software* de registro de telas. A escolha deu-se de maneira que esse *software* fosse gratuito e que atendesse as nossas expectativas, ou seja, um programa que conseguisse armazenar, em um arquivo, todos os registros dos alunos. Mais adiante, descreveremos suas características e funcionalidades.

Assim, os materiais para nossa análise tiveram como base os registros contidos nos diários preenchidos pelas duplas de alunos, os roteiros dos observadores, os registros de áudio e as imagens das telas produzidas pelos alunos no decorrer das atividades gravadas pelo *software*.

⁴⁰ A escolha das duplas ficou a cargo da professora regente e um critério estabelecido foi a afinidade entre os alunos.

⁴¹ A dupla D7b esteve ausente na 1ª sessão, participando apenas das sessões 2 e 3. Devido à ausência da dupla D7, a dupla D7b utilizou-se do material produzido na 1ª sessão, pela dupla D7, para dar continuidade às atividades. Por esse motivo utilizamos essa nomenclatura.

⁴² Fizeram parte do grupo de observadores, a professora da turma, e mais três professores colegas do Programa de Pós-Graduação em Educação Científica e Tecnológica. Suas funções eram observar e registrar as ações de cada dupla. A função assumida por mim era de observar uma dupla e intervir para quaisquer esclarecimentos, se acaso houvesse necessidade.

4.3.1 As atividades propostas: Uma breve descrição e seus objetivos

Nosso experimento se compõe de sete atividades. As duas primeiras, realizadas em sala de aula, permitiram a imersão dos alunos na problemática das pavimentações. As atividades 3, 4 e 5 foram concebidas de forma que os alunos pudessem identificar as propriedades dos polígonos e os tipos de configurações das pavimentações. As duas últimas atividades promoveram a mobilização dos conhecimentos anteriores.

A seguir, iremos descrever de forma sucinta cada uma das atividades, bem como seus objetivos. Cada uma delas está presente nos anexos.

Atividade 1 - Entendendo as pavimentações do plano (ANEXO I)

Nesta atividade estão presentes algumas imagens, sendo que nem todas caracterizam uma pavimentação plana. O objetivo é instigar os alunos a compreender os critérios necessários para formar uma pavimentação.

Pavimentação do plano é um conjunto numerável de ladrilhos (coloridos) que cobrem o plano sem espaços intermédios (espaços vazios/em branco) nem sobreposições (um ladrilho sobre o outro).

No enunciado, como mostrado acima, primeiramente são definidas as principais características de uma pavimentação plana. Em seguida, solicitamos aos alunos que identificassem nas imagens, quais se enquadrariam como uma pavimentação, justificando suas respostas. E também que fossem nomeadas as figuras que formavam cada suposta pavimentação.

Dentre os exemplos da atividade 1, temos pavimentações monoédricas (as imagens: **a**, **c**, **e**, **h**), pavimentações regulares (a imagem **a**, formada por triângulos equiláteros com configuração 3,3,3,3,3,3) e pavimentações semirregulares (a imagem **f**, com a configuração 4,6,12). As demais imagens não caracterizam uma pavimentação plana.

Utilizamos os termos “coloridos” caracterizando a figura que forma a possível pavimentação, e “em branco” para dar ideia de espaço vazio, visto que o aluno poderia confundir o espaço em branco do desenho como uma figura geométrica de cor branca. Como podemos ver na Figura 4.1 abaixo.

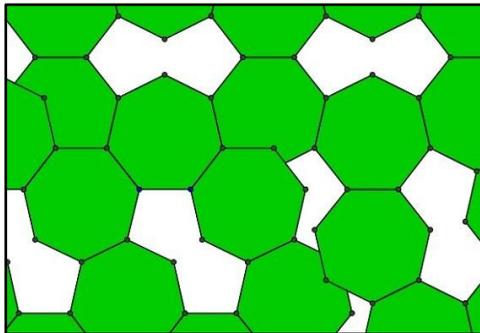


Figura 4.1 - Exemplo de uma não pavimentação.

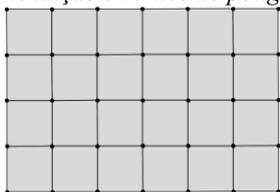
Para esta atividade, esperávamos que os alunos pudessem identificar sem dificuldades os exemplos que formavam uma pavimentação. Provavelmente, as justificativas ficariam em torno da indicação dos espaços não pavimentados e/ou as sobreposições. Além disso, os alunos talvez não conseguissem identificar todas as figuras geométricas presentes em cada exemplo.

Atividade 2 – Elementos de uma pavimentação plana (ANEXO II)

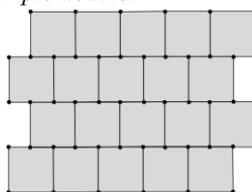
A atividade 2 enuncia dois novos termos utilizados nas pavimentações: nós e arestas e discute a diferença entre pavimentações lado-lado e não lado-lado. Como podemos ver no quadro a seguir:

Nas pavimentações envolvendo polígonos, seus vértices são chamados de nós da pavimentação e os lados dos polígonos são chamados de arestas.

Uma pavimentação é dita lado-lado quando toda aresta é lado comum a dois polígonos. Ou seja, todo nó da fronteira de um polígono da pavimentação é vértice do polígono. Veja o exemplo abaixo:



Pavimentação lado-lado



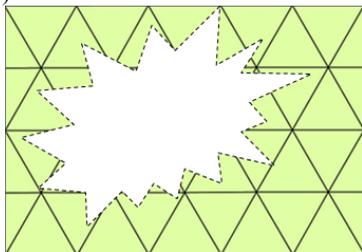
Pavimentação não lado-lado

(De modo geral, um lado do polígono precisa encaixar no lado de outro polígono).

Constam também algumas pavimentações, com diversas configurações, porém incompletas. Os alunos terão que completá-las e identificar as figuras geométricas que as formam. Segundo Onuchic e Zuffi (2007), as atividades, concebidas na metodologia de resolução de problemas, precisam instigar o aluno a pensar, elas têm que ser desafiadoras.

Abaixo temos pavimentações lado-lado, formadas por polígonos regulares, mas que se encontram incompletas. Utilizando régua e lápis, complete a figura e identifique os polígonos. Em seguida, descreva o procedimento utilizado. Você notou algum padrão na formação da pavimentação? Qual?

a)



Assim, essa atividade apresenta as pavimentações regulares e semirregulares, propostas com diferentes figuras geométricas e diferentes níveis de dificuldade. Ao todo temos onze figuras envolvendo pavimentações do tipo 1-uniforme, cada uma contemplando um tipo de configuração⁴³.

Possivelmente, os alunos não irão completar todas as pavimentações, exceto aquelas formadas por polígonos regulares do mesmo tipo (**a**, **c** e **e**) e/ou aquelas que se apoiam em retas paralelas (**b** e **d**). A dificuldade poderá surgir nas pavimentações formadas por diferentes tipos de polígonos regulares (**f**, **g**, **h**, **i**, **j** e **k**). Da mesma forma que na atividade anterior, talvez eles não consigam identificar todas as figuras geométricas envolvidas. E sobre os padrões de configuração, talvez possam surgir classificações com relação à

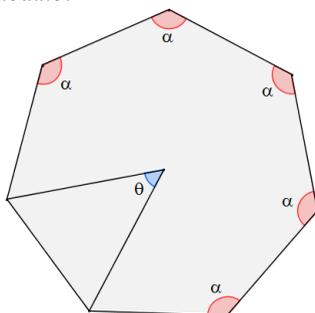
⁴³ Lembrando que existem apenas 11 tipos de configurações de pavimentação do tipo 1-uniforme. Sendo três regulares (3^6 ; 4^4 ; 6^3) e oito semirregulares: (3,12,12); (4,6,12); (4,8,8); (3,4,6,4); (3,6,3,6); (3,3,4,3,4); (3,3,3,4,4) e (3,3,3,3,6). Essas configurações encontram-se no CAPÍTULO 3.

quantidade de polígonos e não relacionados à maneira com que as figuras geométricas aparecem em torno de um nó.

Atividade 3 – Conhecendo as propriedades dos polígonos regulares (ANEXO III)

Esta atividade envolve a análise das características dos polígonos regulares, presentes nas pavimentações. Ela traz como objetivo, por meio do uso da Parte 1 do *OA pavimentação*⁴⁴, reconhecer/relacionar as principais características dos polígonos regulares, a saber:

As pavimentações da atividade 2 são formadas por polígonos regulares. Denotaremos de α o ângulo interno de um polígono regular e de θ o ângulo central. Veja a figura abaixo:



O OA permite explorar algumas propriedades dos polígonos regulares (nome do polígono, ângulo interno α , ângulo central θ). Nesse sentido, a atividade propõe organizar uma tabela para descrever as características apresentadas no OA.

⁴⁴ Disponível em: <<http://www.uff.br/cdme/ppr/ppr-html/ppr-pr-br.html>>. Acesso em: 05/09/2012. Apresentado na seção 2.3.

Na área de trabalho do seu computador (*desktop*), acesse a pasta **OA pavimentação**, e abra o arquivo “index”. Abrirá uma página de *internet*. Vá até o final da página e clique em “Parte 1: Polígonos Regulares”.

Utilizando o OA, complete a tabela abaixo:

Nome do polígono regular	Número de lados	Ângulo interno (α)	Ângulo central (θ)
	3		
	4		
	5		

Acreditamos que esta atividade não apresentará dificuldades, uma vez que se trata de transcrever os resultados apresentados.

O objetivo dessa atividade é proporcionar o estudo das principais características dos polígonos regulares, em particular, os ângulos internos a partir da relação $\alpha = \frac{(n-2)180^\circ}{n}$ e sua relação como ângulo central (θ).⁴⁵

Atividade 4 – Os tipos de configurações para pavimentações regulares (ANEXO IV)

A atividade 4 é enunciada da seguinte forma:

Nas construções, é muito comum a utilização de ladrilhos com formato de polígonos regulares para revestir paredes ou pisos. Porém, será que qualquer polígono regular pode ser utilizado para pavimentar o plano, sem que haja espaços não preenchidos ou sobreposições?

Temos como objetivo problematizar os tipos de configurações para as pavimentações regulares. Assim, os alunos são levados a analisar quais polígonos regulares formam uma pavimentação regular, ou seja, utilizando um único tipo de polígono regular. Como podemos ver na descrição abaixo:

⁴⁵ Essas relações aparecem na tela do OA.

Na área de trabalho do seu computador (*desktop*), acesse a pasta “**OA pavimentação**”, e abra o arquivo “**index**”. Abrirá uma página de *internet*. Vá até o final da página e clique em “Parte 2: Pavimentação do Plano com Polígonos Regulares de Um Só Tipo”.

Pavimente o plano utilizando cada um dos polígonos regulares apresentados. Anote os resultados na tabela abaixo: (Se tiver dificuldade, acesse o *link*, em azul, disponível na página e observe o tutorial).

Polígono Regular	Foi possível?	
	Sim	Não

Os alunos, utilizando a Parte 2 do *OA pavimentação*, irão construir as pavimentações utilizando um único tipo de polígono, e registrar na tabela seus resultados observados.

O objetivo desta atividade é instigar os alunos a entenderem que para se obter uma pavimentação do plano, exclusivamente com polígonos regulares de um só tipo de n lados, é preciso que o ângulo interno (α) dos polígonos analisados seja um divisor de 360° .

Assim, espera-se que os alunos identifiquem que as únicas pavimentações do plano com polígonos regulares de um só tipo são aquelas obtidas com: seis triângulos equiláteros, quatro quadrados e três hexágonos regulares.

Tais objetivos poderão ser alcançados com as respostas das questões I a V, como descrito abaixo:

- I) Quais foram os polígonos que pavimentaram o plano?
- II) Dentre os polígonos regulares que pavimentaram, quantos foram utilizados em cada caso para dar a volta em um nó da pavimentação?
- III) Qual é a medida dos ângulos internos dos polígonos que pavimentaram o plano?
- IV) Considerando os polígonos que pavimentaram o plano, qual o valor da soma dos ângulos em torno de um nó?
- V) Que relação é possível estabelecer entre os ângulos internos de cada polígono e a possibilidade de pavimentar o plano?

Atividade 5 – As configurações de pavimentação com polígonos diferentes (ANEXO V)

Na atividade 5, pretende-se explorar as pavimentações formadas por polígonos regulares de tipos diferentes⁴⁶. Com isso, a atividade propõe investigar, as possíveis configurações que formam uma pavimentação semirregular⁴⁷. Assim, a atividade inicia com as seguintes questões:

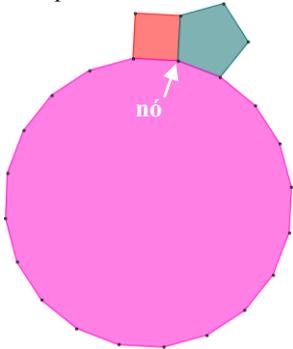
Seria possível pavimentar o plano utilizando polígonos regulares diferentes? Quais seriam os tipos de configurações possíveis?

A seguir, apresentamos dois exemplos para orientar os alunos durante a identificação das configurações. Para auxiliar os alunos, propomos a utilização da Parte 3 do *OA pavimentação*, em que eles poderão desenhar a pavimentação dada.

⁴⁶ Estamos tratando aqui das pavimentações do tipo lado-lado, assim, os lados dos polígonos regulares são todos do mesmo tamanho. É possível construir pavimentações com polígonos regulares com lados de tamanhos diferentes, porém são pavimentações não lado-lado (BARBOSA, 1993).

⁴⁷ É uma pavimentação formada por polígonos regulares de tipos diferentes, mas que possui a mesma configuração em torno de cada nó. Também pode ser chamada de pavimentação do tipo 1-uniforme. (VELOSO, 1998).

Exemplo 2:



No exemplo 2 temos uma configuração do tipo; quadrado, pentágono e icoságono, ou seja, $(4,5,20)$, a partir do nó indicado.

Também completou uma volta.

Observe que a notação é feita, preferencialmente, em ordem crescente, sempre no sentido horário.

Para sabermos se essas configurações formam uma pavimentação, teríamos que completá-la a partir de outros nós.

Para facilitar o andamento desta atividade, decidimos dividi-la em três itens: (a, b, c). Cada item busca contemplar a quantidade de polígonos que completam uma volta em torno de um nó. No item (a), o objetivo é investigar as configurações formadas por apenas três polígonos regulares em torno de um nó; no item (b), as configurações formadas por quatro polígonos regulares em torno de um nó; e (c) contemplando as configurações formadas por cinco polígonos regulares em torno de um nó.

Em cada item, apresentamos uma tabela com as condições para completá-la (quantidade de polígonos regulares a usar).

De fato, o resultado do exemplo 2, citado acima, configuração $(4,5,20)$, é utilizado no preenchimento da tabela indicada no item **a** da atividade.

a) Utilizando apenas três polígonos regulares em torno de um nó, identifique quais as configurações podem se formar a partir de um nó:

Polígono 1	Polígono 2	Polígono 3
4	5	20
6	6	6

Preenchidas as tabelas de acordo com as configurações que são encontradas, os alunos, em seguida, respondem três questões como descritas a seguir:

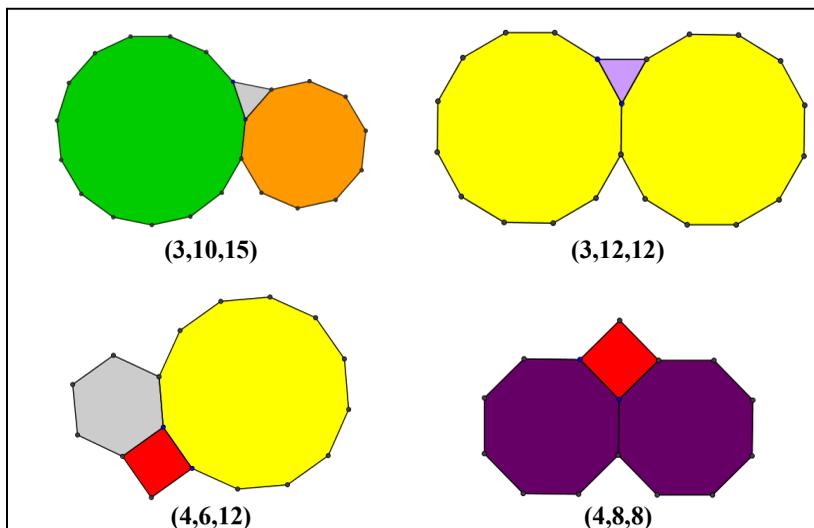
I) *Que procedimento você utilizou para encontrar as possíveis configurações?*

II) *Se você continuar o procedimento de pavimentação, quais destas configurações acima formam uma pavimentação do plano? Analisando outros nós, eles possuem a mesma configuração?*

III) *Que razão poderia estabelecer para as que não formaram uma pavimentação do plano?*

Tais questões buscam averiguar se as configurações apresentadas pelos alunos em cada uma dos itens formam pavimentações.

Dadas as limitações do *OA* *pavimentação*, não conseguiremos explorar as 21 configurações possíveis em torno de um nó, como apresentada no capítulo 3. Assim, as configurações (3,8,24), (3,9,18), (3,7,42), (4,5,20) não poderão ser criadas pelo OA, visto que ele possui polígonos regulares de, no máximo, 15 lados. Portanto, apenas as configurações apresentadas na Figura 4.2, a seguir, serão possíveis:



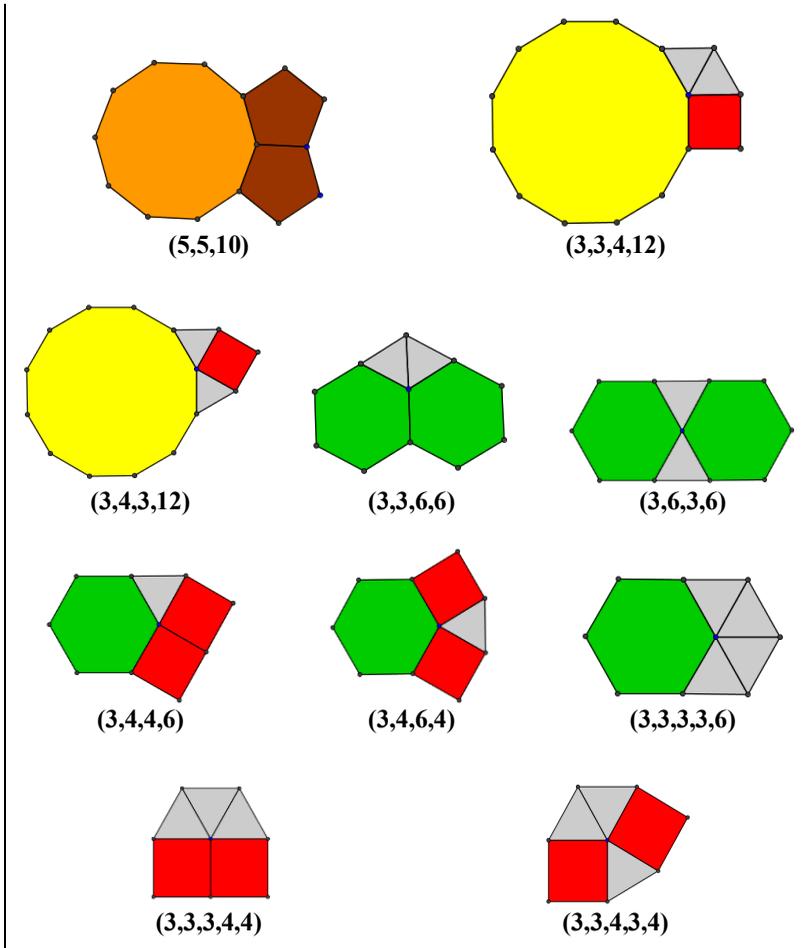


Figura 4.2 - As configurações que podem ser formadas no OA pavimentação.

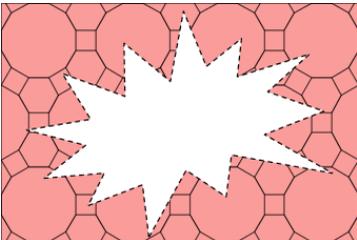
Dentre as configurações listadas na Figura 4.2 acima, apenas oito formam pavimentações semirregulares, são elas: (3, 12, 12), (4, 6, 12), (4, 8, 8), (3, 6, 3, 6), (3, 4, 6, 4), (3, 3, 3, 3, 6), (3, 3, 3, 4, 4) e (3, 3, 4, 3, 4). Porém não descartamos a possibilidade dos alunos encontrarem configurações distintas das apresentadas aqui. No entanto, não farão parte dos tipos de pavimentações semirregulares, como já discutido em nossa pesquisa.

Atividade 6 – Identificando configurações de uma pavimentação (ANEXO VI)

Esta atividade trata-se da reaplicação de algumas imagens contidas da atividade 2, mas desta vez, buscando explorar, além das figuras geométricas, as configurações que compõe cada pavimentação, ou seja, analisar se os alunos irão reconhecer as pavimentações semirregulares.

Das onze pavimentações contidas na atividade 2, selecionamos seis, dentre elas: (4,6,12), (3,12,12), (3,6,3,6), (3,4,6,4), (3,3,3,3,6), (3,3,4,3,4), buscando contemplar a maior variedade de polígonos e configurações possível. Cada uma dessas configurações está presente em imagens.

Para auxiliá-los, propomos a utilização da Parte 3 do *OA pavimentação*, em que eles poderão desenhar a pavimentação dada. Cada uma das seis imagens vem seguida de duas questões que os alunos terão que responder. O quadro abaixo descreve como cada figura é apresentada na atividade:

	<p>Quais os polígonos regulares formam a pavimentação? E quais as medidas dos seus ângulos internos?</p>
	<p>Resposta:</p> <div style="border: 1px solid black; height: 100px; width: 100%;"></div>
<p>Qual é o tipo de configuração presente em cada nó?</p>	
<p>Resposta:</p> <div style="border: 1px solid black; height: 60px; width: 100%;"></div>	

Talvez, dessa forma, os alunos consigam identificar os exemplos que formam as pavimentações e, possivelmente, reconhecerão os polígonos regulares contidos em cada uma. Como forma de registro, é proposto aos alunos que façam uma cópia da tela do computador (*print*

screen) de cada pavimentação construída por meio do OA e colem abaixo das questões.

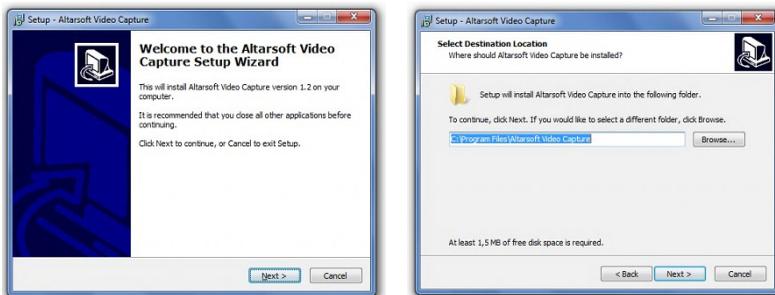
Atividade 7 – Explorando outras configurações (ANEXO VII)

Nesta atividade os alunos irão criar pavimentações diferentes das apresentadas na atividade 6, utilizando a Parte 3 do *OA pavimentação*. Como forma de registro, os alunos farão uma cópia da tela do computador de cada pavimentação construída.

Pretendemos verificar se eles conseguirão identificar as configurações das pavimentações por eles construídas. Durante a produção dos alunos, poderão surgir pavimentações diferentes das estudadas em nosso trabalho.

4.3.2 O software de registro de telas

Após diversas buscas e testes, encontramos o *software “Altarsoft Video Capture”*. Este é um programa que faz capturas de vídeos e áudios da área de trabalho do computador. Trata-se de uma versão gratuita, disponível em diversos *sites* e *blogs*⁴⁸, e que gera arquivos com diversas extensões (avi, wmv, mpg, mp3, wave). O processo de instalação também é bem simples como podemos observar na Figura 4.3 abaixo:



⁴⁸ Especificamente neste trabalho, o *download* do programa foi feito no *site* do *baixaki*, disponível em: <http://www.baixaki.com.br/download/altarsoft-video-capture.htm>. Acesso: 05/09/2012.

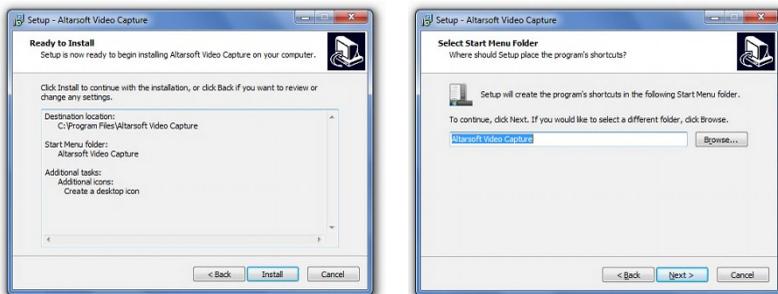


Figura 4.3 - Instalação do *software* de registro de telas.

Apesar da quantidade de informações, o programa não é complicado e todos os seus recursos estão disponíveis de modo organizado na tela principal. Na Figura 4.4 abaixo, apresentamos a tela principal do programa:

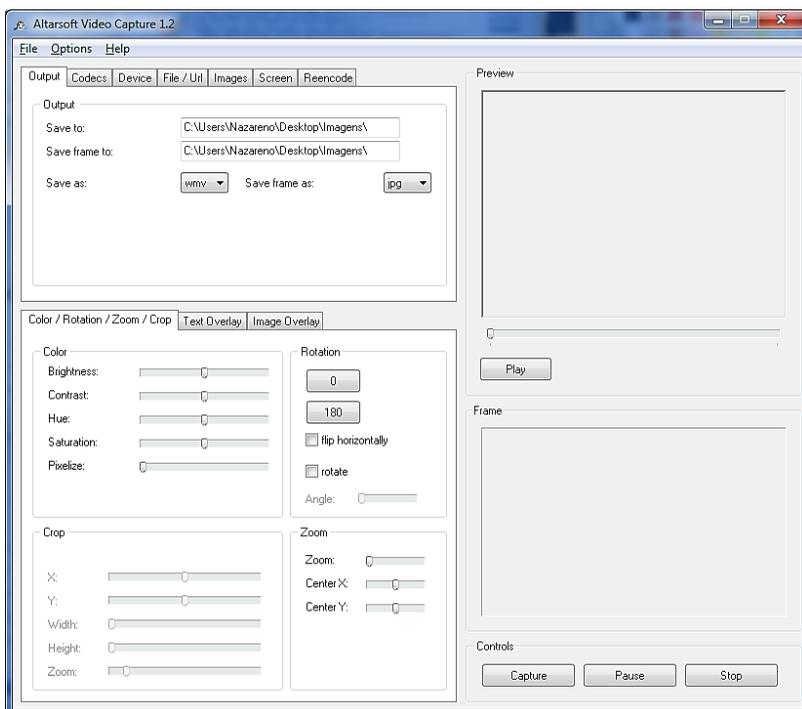


Figura 4.4 - Tela principal do *software*.

Nesta tela, é possível configurar o local onde serão salvos os arquivos dos registros (no nosso caso, a pasta *OA pavimentação*) e o tipo de arquivo, seja ele imagem ou vídeo, bem como o tipo de extensão para os arquivos. Em nossos arquivos utilizamos a extensão *wmv*, pois dentre todas as extensões, essa é a que utiliza menos espaço no computador para armazenamento, mantendo uma qualidade razoável.

Após Ajustar as configurações desejadas, vamos para a tela de registros, denominada “*Screen*”, como mostra a Figura 4.5 abaixo:

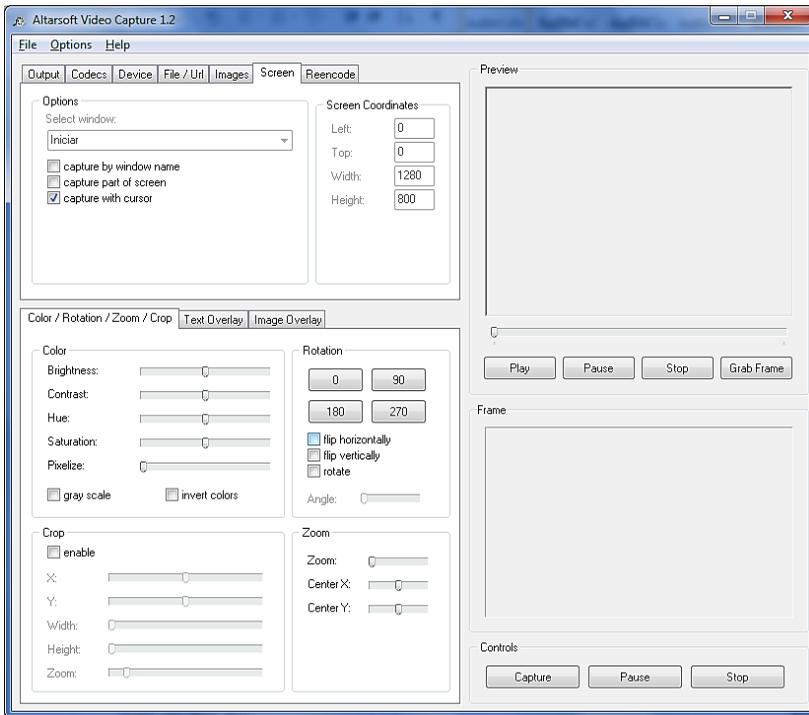


Figura 4.5 - Tela de captura das imagens.

É nesta tela que daremos início à captura dos registros feitos no computador. Observe que no quadro “*Options*” temos três opções. A primeira é se caso desejarmos capturar telas de um programa ou pasta específico; a segunda opção refere-se a uma região delimitada da área de trabalho; e a terceira opção diz respeito ao registro das telas em que há o movimento do cursor do *mouse*. Em nossos registros, optamos pela terceira opção, porque pretendíamos analisar todos os caminhos escolhidos pelos alunos (uso de calculadores, editores, entre outros).

Realizadas todas as configurações necessárias, é só iniciar a captura clicando no botão “*Capture*” no final da tela. A mesma ficará minimizada na barra de tarefas, podendo, posteriormente, abrir o programa para verificar o andamento da captura, bem como pausar ou parar a captura.

Utilizamos o *Altarsoft Video Capture*, pois consideramos uma boa opção para a captura de vídeos do computador. Suas ferramentas permitiu-nos configurá-lo de acordo com as nossas necessidades. Além disso, podemos dizer que o *Altarsoft Video Capture* não é um programa pesado, visto que as atividades foram registradas e, em nenhum momento, os computadores apresentaram algum problema de desempenho. Porém, após a sua instalação, é bom verificar se o antivírus instalado no computador não irá bloqueá-lo. Isso pode fazer com que não ocorra a captura das telas de maneira adequada.

CAPÍTULO 5 - DISCUSSÃO E ALGUNS RESULTADOS

5.1 Introdução

Este capítulo apresenta as análises das atividades realizadas pelos alunos. Tais atividades foram elaboradas levando em conta os aspectos indicados na metodologia de resolução de problemas. Sendo assim, em todas as atividades o aluno é levado a buscar justificativas em suas afirmações, e, como comenta Onuchic e Zuffi (2007, p.83), “saber comunicar resultados e ser capaz de usar técnicas conhecidas são elementos importantes dentro da resolução de problemas”. Para atingir tais objetivos, tomamos o cuidado de utilizar aspectos da realidade dos alunos, de forma a buscar sempre a compreensão dos enunciados.

Utilizamos o quadro teórico de Bernard Parzysz (2001, 2006) para realizar as análises das atividades, fundamentalmente nas justificativas apresentadas pelos alunos nos processos de resolução, como também procuramos apontar as influências, facilidades ou dificuldades encontradas durante a utilização do OA na experimentação.

Fizemos uso dos registros dos alunos (nas atividades escritas e nas telas gravadas, produzidas pela evolução das atividades no OA), dos áudios e também dos registros dos observadores.

Muitos dados foram produzidos. Procuramos destacar aqueles que nos auxiliassem a responder nossa questão de pesquisa, isto é, *de que maneira um Objeto de Aprendizagem, inserido em uma sequência didática, pode contribuir para o estudo das pavimentações do plano formadas por polígonos regulares?*

5.2 Atividade 1 - Entendendo as pavimentações

Constavam nesta atividade algumas imagens, sendo que nem todas caracterizavam uma pavimentação plana. A fim de introduzir nossa problemática, tal atividade apresentava aos alunos alguns critérios necessários para formar uma pavimentação.

Participaram desta atividade dez duplas e um trio (nomeamos de D1 a D10 e T1)⁴⁹. A atividade foi entregue aos alunos em formato impresso (ANEXO I) e foi realizada na própria sala de aula. A atividade apresentava nove imagens de supostas pavimentações identificadas de

⁴⁹ As duplas D1 a D5 foram selecionadas e acompanhadas pelos nossos observadores e suas interações registradas em áudio.

(a) a (i)⁵⁰, e os alunos tinham que julgá-las se poderiam ser pavimentações ou não, de acordo com a definição da própria atividade, bem como reconhecer os polígonos presentes nas imagens.

Dessa forma, separamos nossa análise em duas partes, uma referente às justificativas das pavimentações, e outra referente ao reconhecimento dos polígonos.

- Identificando e justificando as pavimentações.

Os termos “espaços vazios/ou em branco” e “sobreposição” foram utilizados como justificativas por quase todas as duplas. Apenas D9 e T1 utilizaram termos como “não se encaixam” ou ainda, “não formam um padrão”.

Notamos que a imagem (d), apresentada abaixo, gerou certo conflito diante dos alunos, visto que alguns a julgaram como pavimentação, pois apesar de ainda não estar completamente preenchida era possível pavimentá-la, devido ao espaço “em branco” possuir o mesmo padrão, ou seja, possibilidade de encaixar seis hexágonos regulares. Observemos os registros relativos à questão: “pode ser considerada uma pavimentação?”

D2: *Sim, pois já vimos esse tipo de pavimentação.*

D5: *Sim, pois não existe espaço vazio.*

D9: *Sim, pois se encaixam.*

T1: *Sim, pois, apesar do “buraco”, se colocarmos mais hexágonos completamos a parte em branco.*

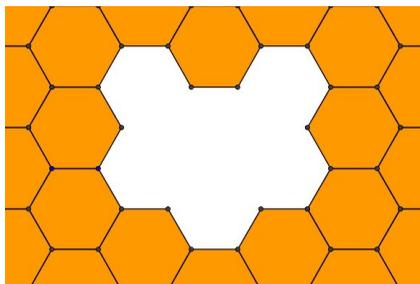


Figura 5.1 - Imagem (d) da atividade 1.

⁵⁰ As imagens (a), (b), (d), (f), (g) e (i) são representações de pavimentações feitas no computador. Enquanto que (c), (e) e (h) são fotos de pavimentações utilizando objetos reais. (pavimentações de calçadas).

As pavimentações das imagens (c) (e) e (h), por se tratarem de ladrilhos presentes nas pavimentações de calçadas foram justificadas com facilidade. A dupla D2, inclusive, empregou essa condição para justificar algumas pavimentações.

D2: (c) *Sim, pois já vimos este tipo de pavimentação na rua.* (h) *Sim, pois vemos nas ruas e segue as normas da pavimentação.*

Nota-se, a partir dos registros dos alunos, que seus argumentos baseiam-se essencialmente na percepção visual.

De acordo com Parzysz (2001, 2006), quando os objetos são físicos e suas características físicas influenciam as observações e constatações dos alunos nas atividades, caracteriza-se o que ele denomina de uma Geometria Concreta (G0). Os alunos executam as atividades propostas, mas, para estes casos, segundo o autor, a validação é baseada somente na percepção.

Deste modo, podemos considerar que essa atividade foi desenvolvida dentro da denominação G0 indicada por Parzysz.

- Identificação dos polígonos.

Os alunos, em geral, apresentaram dificuldades em identificar corretamente os polígonos que formavam as supostas pavimentações. A dupla D6, por exemplo, deixou em branco o campo de resposta deste item.

Dentre as imagens que representavam pavimentações, os polígonos presentes em (a) e (e) foram identificados por todos os alunos.

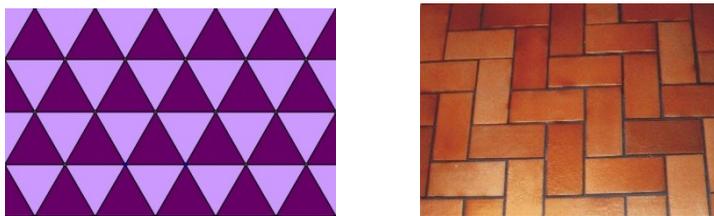


Figura 5.2 - Imagens (a) e (e) da atividade 1.

Talvez por se tratarem de triângulos e retângulos, respectivamente, considerando que tais polígonos estão presentes nas atividades escolares regulares.

Por outro lado, o reconhecimento dos polígonos presentes na imagem (c) e (h), como mostra a Figura 5.3, apesar de corresponderem às imagens de objetos de pavimentações de calçamentos, houve maior dificuldade por parte dos alunos. Seguem alguns de seus registros:

D2: (h) *retângulo ondulado*.

D4: *figuras desconhecidas. São lajotas.*

D7: (h) *é um paralelepípedo*.

D8: (c) *3 hexágonos grudados*; (h) *um retângulo ondulado*.

D10: (c) *3 hexágonos juntos*; (h) *não tem uma geometria definida*.

T1: (c) *forma: dodecágono*. (h) *forma: paralelepípedo*.



Figura 5.3 - Imagens (c) e (h) da atividade 1.

Novamente o uso da percepção da observação é utilizado pelos alunos para identificar as figuras geométricas. A mobilização de argumentação, fruto da percepção visual, nos remete ao que Parzysz denomina de G0, como visto acima.

As respostas evasivas dos alunos na identificação dos polígonos, presentes nas figuras, permite inferir que tais conceitos não foram vistos anteriormente ou adequadamente estudados em momentos anteriores de sua escolarização. Esta, como as demais atividades, cumprem um papel relevante na retomada de algumas características dos polígonos. Tais características são necessárias para o estudo das configurações de uma pavimentação, tema das atividades seguintes.

A imagem representada no item (c) refere-se a um dodecágono côncavo. Entendemos tratar-se de uma figura não trivial, pouco explorada em atividades escolares. De fato, apenas o trio T1 conseguiu classificar a figura geométrica de (c) como um dodecágono. As duplas D8 e D10, por meio de traços feitos nesta imagem, fizeram referência à esta figura como três hexágonos.

A imagem da pavimentação do item (h) tratava-se de uma figura geométrica irregular de 16 lados (hexadecágono). Nenhuma dupla

conseguiu classificá-la de forma correta. Provavelmente a deformidade do material (na construção da pavimentação, na própria imagem, etc.) possa ter dificultado tal reconhecimento.

A imagem representada no item (f), como mostra a Figura 5.4 abaixo, apesar de apresentar três tipos de polígonos (quadrado, hexágono e dodecágono), proporcionou uma quantidade de acertos considerável. As duplas D1, D3, D4 e D10 identificaram os três corretamente. Entretanto, a dupla D6 não apresentou respostas, e as duplas D2, D5, D7, D8 e D9 e trio T1 apresentaram como respostas os seguintes registros:

D2: *nome: quadrado, hexágono e 12 lados.*

D5: *As figuras da imagem são: Hexágono, Círculo, hexágono.*

D7: *Figuras: quadrado, pentágono, dodecágono.*

D9: *São hexágonos, quadrados e círculos.*

D10: *Círculo, hexágono e quadrado.*

T1: *...formas geométricas diferentes (dodecágono, pentágono, e quadrado)...*

Analisando os registros de áudio das duplas D1 a D4, identificamos como procedimento utilizado pelos alunos para classificar os polígonos o uso da contagem da quantidade de lados das figuras. Pode ser que a dupla D7 e o trio T1 tenham se apoiado neste mesmo procedimento, porém, se equivocaram ao responderem que um dos polígonos, presentes nesta pavimentação, era o pentágono no lugar de hexágono. Já as duplas D5 e D9 mencionaram um círculo ao invés de dodecágono. Isso pode significar que seus registros ainda estão apoiados na observação.

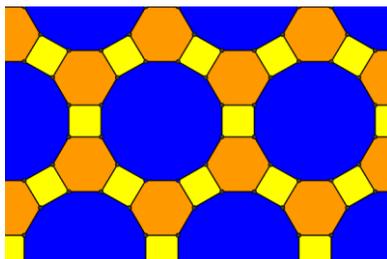


Figura 5.4 - Imagem (f) da atividade 1.

Dentre as imagens que não formavam pavimentação plana, apresentamos a da alternativa (g). Os polígonos presentes na imagem

(Figura 5.5) geraram conflitos muito parecidos com os polígonos contidos na imagem (f) destacada anteriormente (Figura 5.4). Ou seja, desta vez surgiu nos registros dos alunos, a identificação de um círculo ao invés do decágono (duplas D5 e D9).

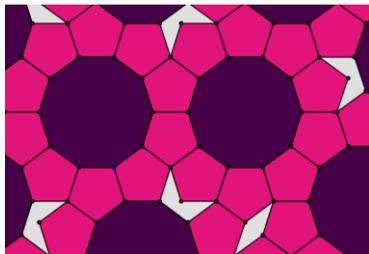


Figura 5.5 - Imagem (g) da atividade 1.

Esta atividade serviu, portanto, para familiarizar os alunos com alguns termos utilizados para reconhecimento de pavimentações e dos polígonos utilizados. Houve maior dificuldade no reconhecimento dos polígonos (exceto triângulo, quadrado, hexágono e retângulo), principalmente com os alunos que se apoiaram apenas à observação.

5.3 Atividade 2 – Elementos de uma pavimentação plana

A atividade 2 consistia das 11 possíveis pavimentações do tipo 1-uniforme⁵¹, porém incompletas. O desafio proposto na atividade era, utilizando régua e lápis, completar tais pavimentações (ver exemplo na Figura 5.6 abaixo). Em seguida, os alunos deveriam descrever o procedimento utilizado e identificar os polígonos utilizados em cada pavimentação.

⁵¹ As dos itens (a), (c), (e), são as pavimentações regulares (formadas por apenas um tipo de polígono) e as demais, as semirregulares (formadas por polígonos regulares de tipos diferentes). Existem apenas 11 tipos de configurações de pavimentação do tipo 1-uniforme. Sendo três regulares (3^6 ; 4^4 ; 6^3) e oito semirregulares: $(3,12^2)$; $(4,6,12)$; $(4,8^2)$; $(3,4,6,4)$; $(3,6,3,6)$; $(3,3,4,3,4)$; $(3^3,4^2)$ e $(3^4,6)$ (VELOSO, 1998).

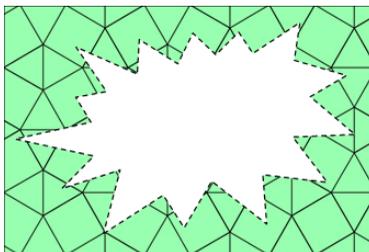


Figura 5.6 - Imagem de uma pavimentação da atividade 2.

Novos termos relacionados às pavimentações do plano tais como *nós*, *arestas* e *vértices*, foram apresentados na atividade.

Para esta atividade, que foi realizada em sala de aula imediatamente após a realização da atividade anterior, as dez duplas e o trio foram mantidos. Ela foi idealizada em forma de material impresso (ANEXO II).

Ao analisarmos os materiais (registros dos alunos, áudios e as anotações dos observadores), percebemos algumas semelhanças nos procedimentos utilizados por algumas duplas ao completarem algumas pavimentações. Em particular, as pavimentações representadas nos itens (a), (b) e (e) foram completadas por todos. Segue o registro das respectivas duplas e trio:

D1: (a) *Completamos as retas para completar os triângulos. Havia retas na diagonal e na horizontal;* (b) *Completamos com retas diagonais e horizontais.*

D2: (a) *Seguimos as linhas e completamos o que faltava;* (b) *Seguimos as linhas;* (e) *Seguimos as linhas e observamos a pavimentação lado-lado.*

D3: *Continuamos as linhas que estavam incompletas.*

D4: (a) e (b) *Usamos a régua para completar os espaços em branco. Usamos em linha reta e completamos os triângulos.*

D7: *Tentamos fazer uma continuação das linhas que já existiam, em alguns deu certo, porém, com as formas mais “complexas” não conseguimos ir até o fim.*

T1: (a) e (e) *Linhas contínuas.*

As duplas D1, D2, D3, D4, D7 e T1 se apoiaram na ideia de retas paralelas, e as outras duplas não explicitaram o procedimento.

Como podemos observar na Figura 5.7, realmente as três pavimentações possuem essa característica. Ou seja, é possível completá-las traçando feixe de retas paralelas.



Figura 5.7 - Imagens (a), (b) e (c) das duplas D1, D2 e D4, respectivamente, da atividade 2.

Inclusive, nas descrições dos procedimentos, os termos: “...completamos com retas diagonais e horizontais...”, “seguimos as linhas e completamos o que faltava”, “usamos a régua em linha reta para completar...” demonstram ainda que, de maneira implícita, houve o uso das retas paralelas. Mesmo as duplas (D5, D6, D8, D9 e D10) que não descreveram seus procedimentos (ver Figura 5.8), usaram traços paralelos, como os da Figura 5.7 acima, para completar as imagens.

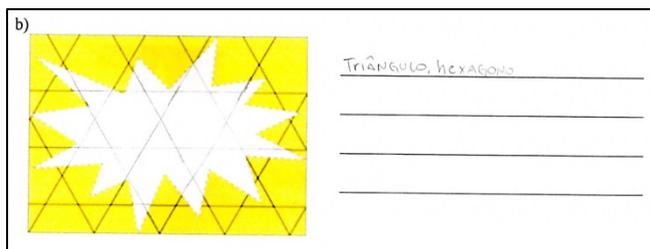


Figura 5.8 – Registro da dupla D5 referente ao item (a) da atividade 2.

Já as pavimentações representadas nos itens (c) e (d), por exemplo, mesmo sendo de configurações que se apresentam de forma não trivial quanto às descritas anteriormente, poderiam ser resolvidas traçando linhas paralelas.

Porém, analisando os registros em que cada dupla completou as imagens, constatamos que, na pavimentação do item (c), apenas as duplas D1, D4, D6 e D10 apoiaram-se em retas paralelas para completar a imagem, como podemos observar na Figura 5.9 a seguir:

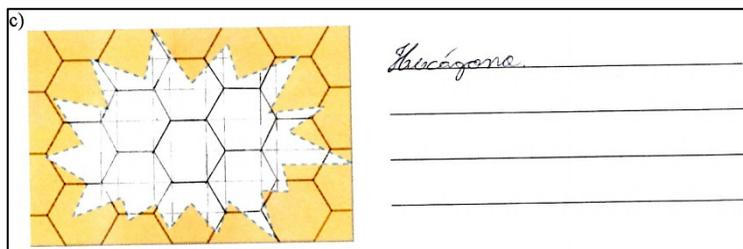


Figura 5.9 - Registro da dupla D1 referente ao item (c) da atividade 2.

As duplas D2, D3, D8 (Figura 5.10) e D9 desenharam os polígonos um a um. As duplas D5 e D7 e o trio T1 não conseguiram completar.

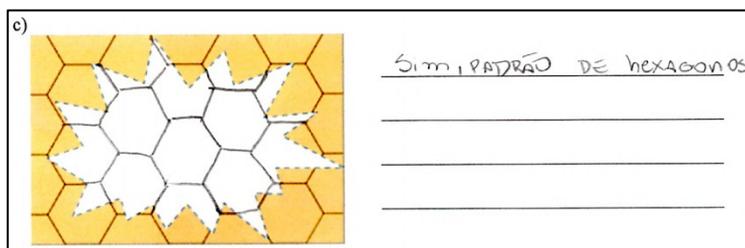


Figura 5.10 - Registro da dupla D8 referente ao item (c) da atividade 2.

Na pavimentação do item (d), as duplas D3, D4, D6 e D10 continuaram as retas paralelas, as duplas D2, D5, D8 e D9 desenharam os polígonos e as duplas D1, D7 e o trio T1 não completaram a imagem.

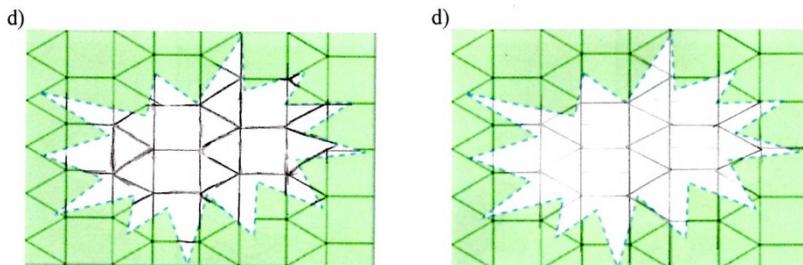


Figura 5.11 - Registro das duplas D6 e D9, respectivamente, referente ao item (d) da atividade 2.

Somente as duplas D2 e D3 explicitaram seus procedimentos, como segue:

D2: (c) *Desenhamos conforme a figura; (d) seguimos a sequência de encaixe de triângulos e outra fileira de quadrados.*

D3: (c) *Continuamos os hexágonos incompletos; (d) continuamos as linhas.*

As demais representações de pavimentação, em que não havia um padrão envolvendo paralelismo, não foram completadas por nenhuma dupla. Como é possível observar na Figura 5.12, realmente torna-se trabalhoso por causa do excesso de passos para o preenchimento solicitado na atividade, utilizando apenas régua e lápis.

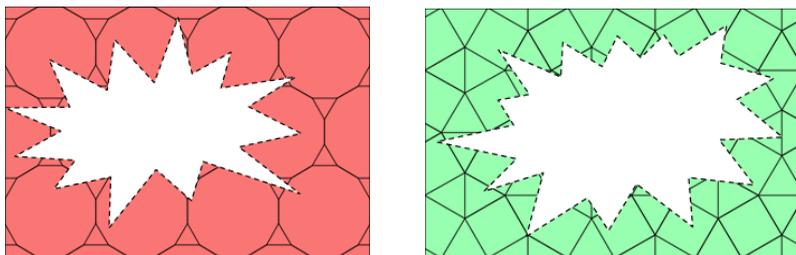


Figura 5.12 - Imagens (f) e (j) da atividade 2.

Em relação aos padrões das pavimentações, presentes nas justificativas solicitadas aos alunos, observamos que as duplas D2 e D3 fizeram referência apenas aos polígonos e a disposição em que os mesmos aparecem nas pavimentações. A seguir, descrevemos os registros:

D2: (b) *Um hexágono e dois triângulos servindo como encaixe.*

D3: (a) *Um triângulo para cima e outro para baixo; (b) ... a cada hexágono tem um triângulo para cima e um para baixo; (c) São hexágonos um ao lado do outro; (d) ... quadrados e triângulos se intercalando; (e) São quadrados um do lado do outro.*

Nota-se que a dupla D3, apresentou em seus registros, algumas descrições mais detalhadas de como os polígonos são arranjados nas pavimentações, porém nada se menciona a respeito das configurações em torno dos nós.

De acordo com o quadro teórico de Parzysz (2001, 2006), na geometria G1 (espaço-gráfico) os objetos em jogo são representações (modelos, diagramas, imagens de computador...) e as validações e

argumentações são de natureza perceptiva (visão, comparação, medida, etc.).

Assim, as resoluções das duplas que, se apoiando nos padrões das retas paralelas, utilizaram régua e lápis e fizeram modificações nas pavimentações para criar suas argumentações se encaminham para o G1. Porém as resoluções dos alunos que buscaram completar as representações das pavimentações à mão livre ainda estão inseridas em G0.

De maneira geral, a atividade 2 foi extremamente significativa para a aproximação dos alunos à problemática das pavimentações do plano.

5.4 Atividade 3 – Conhecendo as propriedades dos polígonos regulares

A atividade 3 tinha como objetivo o reconhecimento e relacionamento de algumas características dos polígonos regulares (nomenclatura, ângulos internos e ângulo central). Utilizando a Parte 1 do *OA pavimentação*, os alunos teriam que analisar tais características.

Esta foi a última atividade proposta no primeiro encontro, porém realizada no laboratório de informática. Uma dupla, por motivos pessoais, necessitou se ausentar desta atividade (D10). Ficamos, portanto, com nove duplas e o trio (D1 a D9 e T1).

Distribuímos os alunos de modo que ficasse um computador por dupla (um computador para o trio também). Os alunos, após se acomodarem à frente dos computadores, foram instruídos sobre o uso do *OA pavimentação*.

Em seguida, os alunos receberam a folha de registro (ANEXO III). Nela continha uma tabela em que eles tiveram que transcrever algumas informações contidas na Parte 1 do *OA pavimentação*, tais como: classificação dos polígonos em relação ao número de lados e os valores dos ângulos internos e ângulos centrais.

Nesta atividade, a intenção era promover discussões, por parte dos alunos, acerca das classificações, das medidas dos ângulos centrais e internos, bem como da relação existente entre os ângulos dos polígonos. Transcrevemos, portanto, uma discussão da dupla D1⁵² sobre classificação de polígonos:

⁵² A dupla D1 era formada por um menino e uma menina, que denotaremos por J e M. O observador denotaremos por N.

J: “Com 5, pentágono regular. Tem irregular?”

M: “O quadrado não diz regular.”

J: “É que pentágono é uma figura de 5 lados, e pode ser meio torta.”

M: “Precisamos colocar regular aqui? O quadrado não aparece regular.”

J: “O quadrado só é regular.”

M: “Mas o pentágono também.”

J: “O pentágono é uma figura de cinco lados, que pode ter um lado torto.”

M: “Mas aqui tem lados iguais.”

J: “Então é regular?”

N: “Regular significa então que...?”

M: “que tem lados iguais.”

J: “e ângulos iguais também.”

A discussão se originou no momento em que a dupla D1 observou no *OA pavimentação*, como mostra a Figura 5.13, que no “quadrado” não aparecia a palavra regular, e que, a partir do “pentágono”, todas as outras telas vinham acrescidas da palavra “regular”. (por exemplo, hexágono regular, heptágono regular e assim por diante).

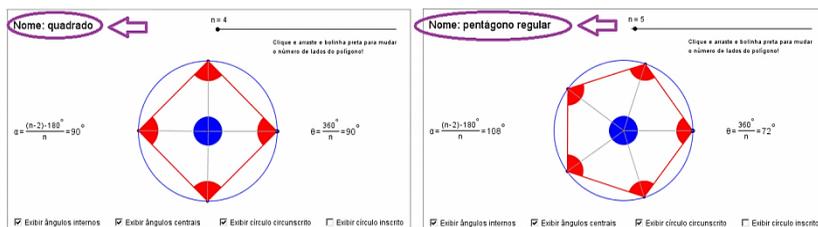


Figura 5.13 - Quadrado e pentágono regular extraídos do OA Pavimentação.

O que percebemos nessa transcrição é a mobilização de conhecimentos prévios. Possivelmente isso tenha ocorrido porque as classificações dos polígonos são estudadas no 8º ano do ensino fundamental. As justificativas começam a ter um caráter mais dedutivo (uso de lados e ângulos congruentes para nomear um polígono regular), porém ainda sem um rigor. Nesse sentido, muito mais que simples interações, compreendemos que o uso do OA pôde proporcionar tais discussões e, assim, mobilizar conhecimentos anteriores.

A possibilidade de avançar e voltar na escolha do polígono regular desejado pode favorecer a discussão e, assim, como comenta Borba (2010), é importante que recursos educacionais possam proporcionar o uso de procedimentos de tentativas, de experimentar e encontrar resultados. Talvez não fosse possível somente com o uso de lápis e papel.

Outro ponto que consideramos importante surgiu quando a dupla D2 apresentou dúvidas ao registrar a quantidade de casas decimais dos ângulos não inteiros. A Figura 5.14 abaixo mostra o polígono que originou tal dúvida.

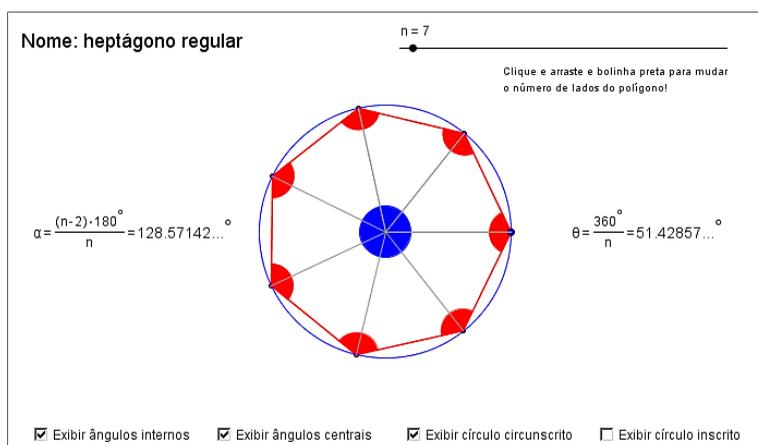


Figura 5.14 - Heptágono regular exibido no OA pavimentação.

O heptágono regular foi o responsável pelo surgimento da dúvida, pois as medidas dos ângulos dos polígonos que o antecedem são números inteiros. Outros polígonos que sucederam o heptágono regular também apresentaram, como medidas dos ângulos, números não inteiros.

Então, foi acordado utilizar a quantidade de casas decimais que achasse necessária. Assim, cada dupla registrou a quantidade que considerava pertinente. Em geral, as duplas registraram as cinco casas decimais, como apresentava o *OA pavimentação*. As duplas D3 e D6 registraram duas casas. As duplas D2 e o trio T1 registraram apenas uma casa decimal.

Apesar da dificuldade apresentada pela dupla D2, o uso da parte 1 do *OA pavimentação* foi importante para que os alunos pudessem

analisar as propriedades dos polígonos e transcrever os dados para a tabela contida na atividade.

Com relação à pergunta “Qual a relação entre o ângulo interno (α) e o ângulo central (θ) de cada polígono?” a maioria das duplas apresentou como registro que juntos somavam 180° . Apenas as duplas D7, D9 e T1 não responderam. Na Figura 5.15 a seguir podemos perceber que a dupla D2 trouxe em seus registros, além de a soma das medidas dos ângulos centrais e internos de cada polígono resultar em 180° , uma relação entre a quantidade de lados e a abertura do ângulo interno e central, como segue.

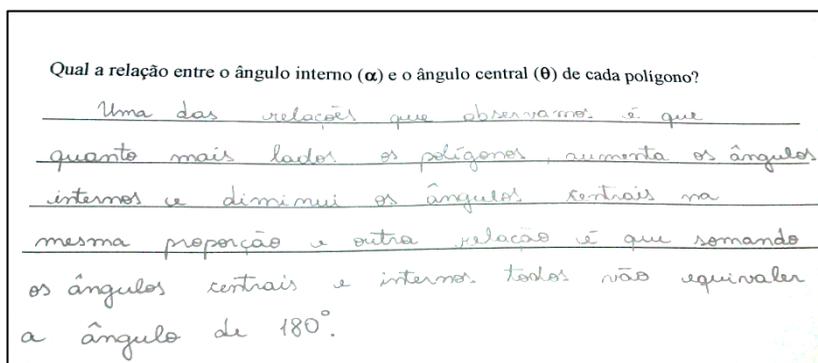


Figura 5.15 - Registro da dupla D2 sobre a questão da atividade 03.

Vale ressaltar que esta atividade serviu de suporte para o estudo das pavimentações do plano, contidas nas atividades seguintes.

5.5 Atividade 4 – Os tipos de configurações para as pavimentações regulares

Esta atividade inicia a segunda sessão da experimentação. Tínhamos como objetivo problematizar os tipos de configurações para as pavimentações regulares. Portanto, os alunos foram instigados a analisar e justificar quais polígonos regulares pavimentavam o plano, utilizando um tipo de polígono de cada vez.

Novamente, o laboratório de informática foi organizado de forma que ficasse um computador por dupla (um computador para o trio também). Os alunos utilizaram a Parte 2 do *OA pavimentação* para construir as pavimentações.

Essa parte do OA permite a investigação das possíveis pavimentações do plano com polígonos regulares de um só tipo. Ela apresenta, inicialmente, uma breve descrição dos objetivos, em seguida, um *link* de um tutorial em forma de animação, para esclarecer sobre processos de uso. Em sua interface contém representações de polígonos regulares com cores diferenciadas, como podemos observar nas Figuras 5.15 a 5.18.

Para anotar os resultados obtidos e as justificativas, eles receberam a folha de registros (ANEXO IV).

As duplas D7 e D10 não participaram dessa atividade. A dupla D7b, que este ausente na sessão anterior, inicia suas atividades apoiando-se no material produzido pela dupla D7. As duplas assim definidas se mantiveram até o fim da experimentação.

As estratégias elaboradas pelos alunos para investigar as pavimentações foram bem variadas. Alguns se preocuparam em preencher toda a tela do OA, outros, encerravam assim que se certificavam da possibilidade de pavimentação em torno de alguns nós. A seguir apresentamos alguns exemplos retirados das telas criadas pelos alunos.

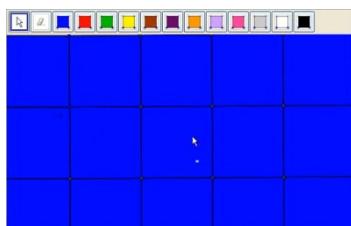


Figura 5.16 – A dupla D3 investigando pavimentação com quadrados.

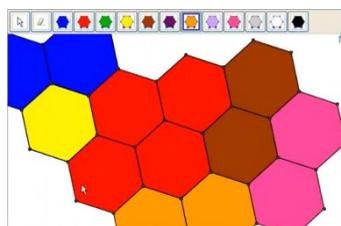


Figura 5.17 - A dupla D3 investigando pavimentação com hexágonos.

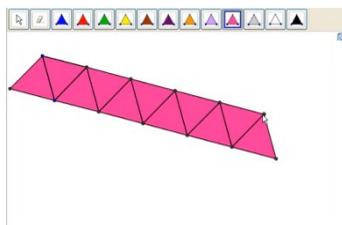


Figura 5.18 - A dupla D7 investigando pavimentação com triângulos equiláteros.

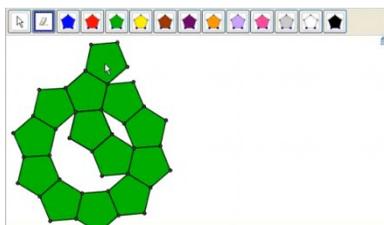


Figura 5.19 - A dupla D5 investigando pavimentação com pentágonos.

A maioria dos alunos conseguiu encontrar os três polígonos regulares que pavimentam o plano (triângulo equilátero, quadrado e hexágono regular). As duplas D8 e D9, por sua vez, não indicaram somente esses três polígonos em suas investigações como se pode observar em seus registros:

<p>I) Quais foram os polígonos que pavimentaram o plano?</p> <p>TRIÂNGULO, QUADRADO, HEXÁGONO, QUADRADO</p> <p>OCTÓGONO, DODECÁGONO.</p>
<p>I) Quais foram os polígonos que pavimentaram o plano?</p> <p>TRIÂNGULO, QUADRADO, HEXÁGONO, heptágono.</p>

Figura 5.20 - Registro das duplas D8 e D9, respectivamente, referente ao item (I) da atividade 4.

Em relação às justificativas apresentadas pelos alunos em seus registros, podemos destacar:

D1: *Todos os ângulos internos dos polígonos que pavimentam o plano são divisíveis (divisores) por 360° . O triângulo, por exemplo, tem ângulos internos de 60° , e para dar a volta em um nó, foram necessários 6 triângulos que formariam 360° . Portanto, foi possível porque seus ângulos juntos em volta de um nó darão sempre 360° , sem sobrar e nem faltar para completar o plano.*

D2: *A soma dos ângulos internos resulta em 360° no plano.*

D3: *Os ângulos internos tem que somar 360° em torno de cada nó.*

D4: *Que eles precisam ser ângulos de graus inteiros.*

D5: *Ao dar um nó (volta) todos os polígonos que pavimentam o plano têm, quando somado seus ângulos, 360° . E todos aqueles que pavimentaram são múltiplos (divisores) de 360° .*

D6: *Pra fazer a pavimentação precisa ter 360° na soma dos ângulos internos.*

D7b: *Que o resultado do ângulo tem que ser 360° .*

T1: *A soma de seus ângulos internos em torno do nó é 360° .*

As duplas D1 e D5, por exemplo, apresentaram as justificativas mais completas. Reconheceram que para ocorrer uma pavimentação do plano, utilizando polígonos regulares de um só tipo, o mesmo precisa ser um divisor de 360° (ainda que com alguns equívocos referentes aos conceitos de múltiplos e divisores)⁵³. As duplas D2, D3, D6 e o trio T1, por sua vez, apoiaram-se na condição de a soma das medidas dos ângulos internos dos polígonos, em torno de um nó, resultar em 360° .

A dupla D4, no entanto, equivocou-se ao registrar que a medida dos ângulos precisaria ser inteira. Talvez, pelo fato de anotarem como medida do ângulo interno do hexágono regular o valor de 72° , ocasionando dificuldades para relacionar com os mesmos padrões que satisfizeram o triângulo equilátero e o quadrado. Além disso, de acordo com os registros do observador dessa dupla, eles não utilizaram a tabela da atividade 4 para consulta, com isso, apresentaram dificuldades em registrar os nomes dos polígonos. As duplas D8 e D9 não apresentaram justificativas em seus registros.

Durante o andamento da atividade, houve a necessidade de intervenção do pesquisador para esclarecer o que seria o *nó* de uma pavimentação. Por mais que este conceito tenha sido trabalho em uma atividade do encontro anterior, alguns alunos não conseguiram associá-lo.

Alguns elementos, presentes nos registros dos alunos, dão indício de uma melhor organização em suas justificativas. Apoiando-se no referencial teórico de Parzyzs (2001), podemos inferir que tais justificativas nos encaminham para a Geometria Proto-axiomática (G2). Segundo o autor, no nível G2, a verificação de uma propriedade é feita a partir de um raciocínio dedutivo, fazendo uso de definições, propriedades e teoremas. Assim, considerando que alguns alunos utilizarem-se das propriedades dos ângulos dos polígonos para justificar a possibilidade de pavimentação, entendemos que esses elementos, presentes nas resoluções das atividades, possivelmente as encaminham para o nível G2.

Esta atividade possibilitou, de alguma forma, fazer com que os alunos mobilizassem conteúdos vistos anteriormente, tanto referentes ao estudo das propriedades dos polígonos, como na condição para formar uma pavimentação regular.

⁵³ A demonstração dessa condição consta no Capítulo 3.

5.6 Atividade 5 – As configurações de pavimentação com polígonos diferentes

Esta atividade tinha como objetivo expandir a investigação iniciada na atividade anterior. Assim, buscou-se explorar as pavimentações formadas por polígonos regulares de tipos diferentes, ou seja, as pavimentações semirregulares.

Os alunos utilizaram a Parte 3 do *OA pavimentação* para explorar as pavimentações. Os resultados obtidos e as justificativas foram anotados na folha de registro (ANEXO V).

Lembrando que esta atividade foi dividida em três itens (a, b, c), buscando contemplar a quantidade de polígonos usados para dar a volta em torno de um nó (três, quatro e cinco polígonos, respectivamente), sendo, pelo menos, dois diferentes entre si. Portanto, faremos nossa análise de acordo com esses três itens.

Configurações formadas por apenas três polígonos regulares com dois ou mais tipos diferentes:

Nesta primeira parte, usando a Parte 3 do *OA pavimentação*, os alunos investigaram as configurações formadas por apenas três polígonos regulares em torno de um nó. Os resultados foram transcritos em uma tabela contida na folha de registro. Em seguida, os alunos analisaram, dentre as configurações encontradas por eles, quais formavam uma pavimentação plana. Para isso, foi solicitado que eles continuassem a pavimentação em outros nós e verificassem tal possibilidade.

Vale lembrar que as configurações que podem ser criadas pelo *OA pavimentação*, nesta primeira parte, são (3,10,15), (3,12,12), (4,6,12), (4,8,8) e (5,5,10), como podemos observar na Figura 5.21, e que apenas as configurações (3,12,12), (4,6,12) e (4,8,8) formam uma pavimentação semirregular.⁵⁴

⁵⁴ As condições para essas configurações estão descritas na seção 3.2.2.

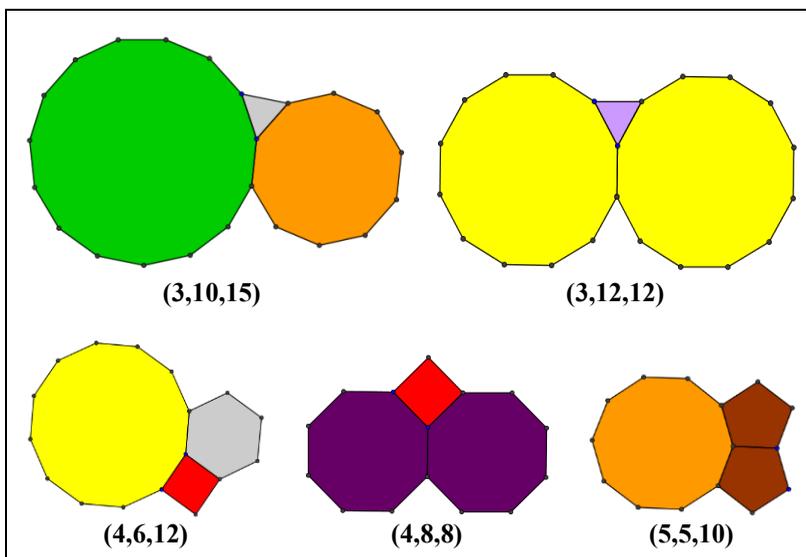


Figura 5.21 - Configurações possíveis com apenas três polígonos regulares com dois ou mais tipos diferentes.

Todas as duplas conseguiram encontrar pelo menos um tipo de configuração, porém, apenas a dupla D5 conseguiu apresentar em seus registros todas as cinco configurações possíveis. As duplas D1 e o trio T1 encontram quatro configurações, as duplas D3 e D6 registraram três configurações, D2 e D4 somente duas, e as duplas D7b, D8 e D9, apenas uma configuração. A tabela a seguir explicita esses registros.

Tabela 5.1 - Configurações com três polígonos regulares em torno de um nó, apresentadas pelos alunos.

Configuração	Duplas/Trio									
	D1	D2	D3	D4	D5	D6	D7b	D8	D9	T1
(3,10,15)		X	X		X	X				X
(3,12,12)	X		X		X	X				X
(4,6,12)	X	X			X			X	X	X
(4,8,8)	X		X	X	X	X				
(5,5,10)	X			X	X		X			X

FONTE: Criada pelo autor.

Dentre as configurações, a (4,6,12) foi a que mais apareceu, com seis registros, seguida das demais, com cinco registros cada uma.

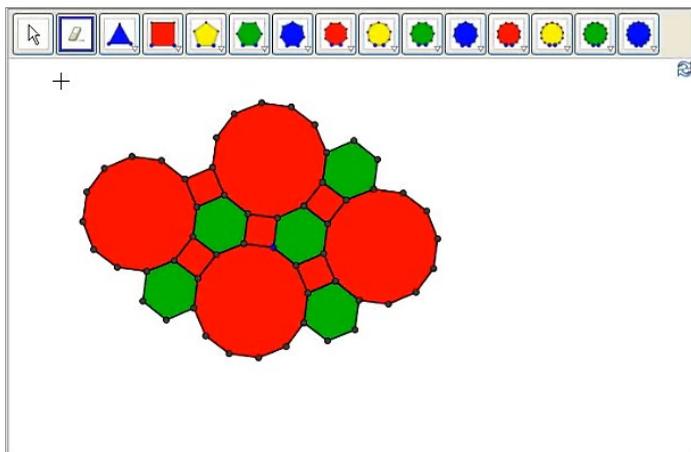


Figura 5.22 - Construção da pavimentação do tipo (4,6,12) pela dupla D5.

Em relação aos procedimentos utilizados, algumas duplas se apoiaram na condição de que a soma dos ângulos internos ao redor de um nó equivale a 360° (VELOSO, 1998). Como podemos observar em seus registros:

D1: *Somamos alguns ângulos internos dos polígonos até conseguirmos uma soma exata de três polígonos que dessem 360° . Somando ângulos internos aleatórios até que 3 dessem juntos 360° para fechar exatamente uma volta em um nó.*

D2: *Somando os ângulos internos dos polígonos até fechar o ângulo de 360° e por tentativa e erro.*

D3: *Escolha aleatória, e vendo onde os polígonos se encontravam certo sem sair das regras da pavimentação.*⁵⁵

D5: *Procuramos fazer com que a soma dos polígonos desse 360°*

D6: *A soma dos ângulos internos pra conseguir 360° .*

D9: *Fiz a conta na calculadora.*

A combinação das medidas dos ângulos internos dos polígonos regulares até resultar em 360° faz parte de uma técnica dedutiva que,

⁵⁵ Segundo os registros do observador, a dupla somava os ângulos dos polígonos até fechar 360° .

associada ao uso do OA como forma de verificar o procedimento, pode ser usada para validar ou refutar as configurações. Como podemos observar na figura abaixo:

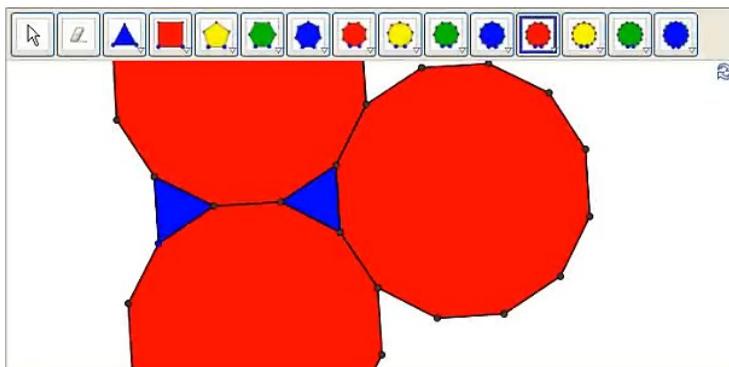


Figura 5.23 - Verificação da dupla D3 para a configuração (3,12,12).

Nesse sentido, podemos dizer que as estratégias adotadas pelas duplas na resolução das atividades, bem como suas justificativas se convergem para a Geometria Proto-axiomática (G2), assim definida por Parzysz (2001, 2006).

Lembrando que na atividade 4, quando os alunos analisaram as pavimentações regulares, embasaram-se nessa mesma argumentação, assim, essa atividade proporcionou aos alunos a possibilidade de utilizar estratégias discutidas anteriormente.

Contudo, nem todas as duplas empregaram esse procedimento para investigar as configurações. As duplas D4 e D7b e o trio T1 utilizaram-se de tentativas aleatórias. Por isso, suas resoluções ainda permanecem inseridas em G1. Além disso, a dupla D2 apesar de usar como procedimento a soma 360° em torno de cada nó, tiveram suas validações ainda repousando na percepção visual. Em seus registros, a dupla apresentou a configuração (4,7,9) como possível. Ou seja, um quadrado, um heptágono regular e um eneágono regular. Porém ao analisarmos a medida dos ângulos internos desses polígonos (quadrado: 90° , heptágono regular: $128,6^\circ$, eneágono regular: 140°)⁵⁶ constatamos que a soma não equivale a 360° e sim, a $358,6^\circ$. De fato, devido à aproximação, o desenho feito no *OA* *pavimentação* possa ter

⁵⁶ Vale ressaltar que as duplas podiam consultar as informações referentes a nome e medidas dos ângulos contidas na tabela da atividade 3. Os valores das medidas desses polígonos foram retirados dos registros da dupla D2.

influenciado na afirmação da dupla. Como podemos perceber na Figura 5.24, quanto menor a configuração for desenhada, mais a representação da pavimentação aparenta ser “verdadeira”.

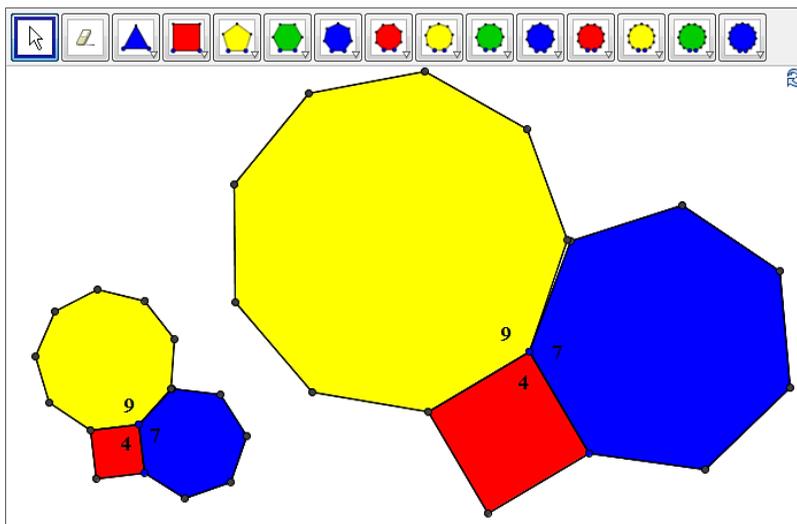


Figura 5.24 - Representação da configuração (4,7,9).

Em seguida, foi solicitado aos alunos que continuassem o procedimento de pavimentação com as configurações obtidas por eles. E que verificassem a possibilidade de formar uma pavimentação do plano. Descrevemos, portanto, os registros das duplas que assim o fizeram.

D1: $(3,12,12)$; $(4,6,12)$; $(4,8,8)$. Seguirão a mesma formação, independente do nó.

D2: O $(4,6,12)$ forma uma pavimentação, pois os polígonos se encaixam, sem que haja espaços em branco entre eles.

D4: A de $(4,8,8)$ sim, não mudam de figura para poder se encaixarem.

D5: Todas, pois todas elas formaram um ângulo de 360° .

D6: $(4,8,8)$; $(3,12,12)$ dão pra pavimentar.

T1: $(3,12,12)$; $(4,6,12)$. Possuem a mesma configuração.

Percebe-se que a maioria das justificativas dos alunos vai ao encontro dos objetivos propostos nesta atividade, que era investigar as condições para se formar uma pavimentação do plano. A partir dos registros é possível notar que os alunos começam a descrever procedimentos e argumentações de maneira mais organizada. A dupla

D1, por exemplo, conseguiu reconhecer as três possíveis pavimentações e utilizou, de forma explícita, a possibilidade das medidas dos ângulos internos dos polígonos regulares somar 360° .

Configurações formadas por apenas quatro polígonos regulares com dois ou mais tipos diferentes:

De modo análogo à primeira parte, os alunos foram levados a investigar as configurações formadas por quatro polígonos regulares em torno de um nó. Sendo que as configurações possíveis nesta segunda parte são $(3,3,4,12)$, $(3,4,3,12)$, $(3,3,6,6)$, $(3,6,3,6)$, $(3,4,4,6)$ e $(3,4,6,4)$ (Ver Figura 5.25), e que somente as configurações $(3,4,6,4)$ e $(3,6,3,6)$ formam uma pavimentação semirregular.⁵⁷

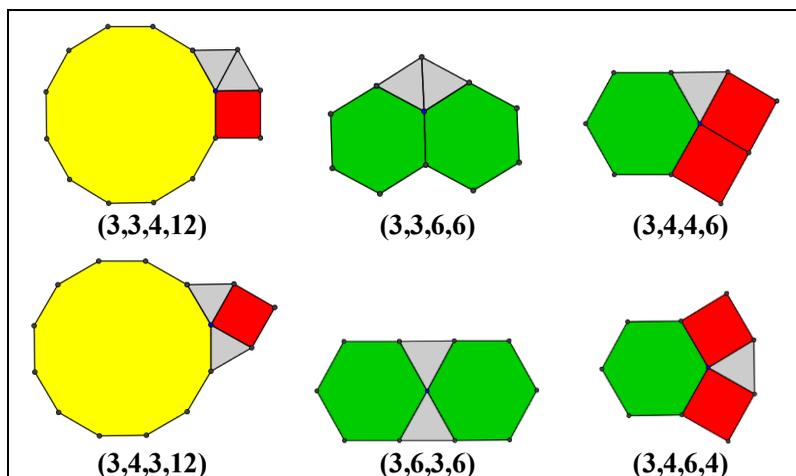


Figura 5.25 - Configurações possíveis utilizando quatro polígonos regulares com dois ou mais tipos diferentes.

Assim, ao analisarmos os registros dos alunos, percebemos que nem todas as duplas conseguiram encontrar as configurações. As duplas D4, D6 e D9 e o trio T1 não registraram nenhuma configuração. E

⁵⁷ Lembrando que as condições para essas configurações e as justificativas para a formação das pavimentações semirregulares encontram-se descritas na seção 3.2.2.

nenhuma dupla conseguiu encontrar todas as seis configurações. Como consta na seguinte tabela:⁵⁸

Tabela 5.2 - Configurações com quatro polígonos regulares em torno de um nó apresentadas pelos alunos.

Configuração	Duplas					
	D1	D2	D3	D5	D7b	D8
(3,3,4,12)	X		X		X	
(3,4,3,12)				X		
(3,3,6,6)	X		X	X	X	
(3,6,3,6)						X
(3,4,4,6)	X		X	X	X	
(3,4,6,4)		X				

FONTE: criada pelo autor.

Consideramos esta parte da atividade com um nível de dificuldade mais elevado em relação à anterior, tendo em vista que são quatro polígonos para se analisar e fazer a combinação até somar 360° . Contudo, a estratégia de somar os ângulos internos dos polígonos até resultar em 360° continuou predominando em algumas duplas, como podemos observar em seus registros.

D1: *Somamos os ângulos internos dos 4 polígonos até encontrarmos os que fechavam 360° , ou seja, volta completa em um nó.*

D3: *Ver se os ângulos somam 360° .*

D5: *Somamos os ângulos internos até encontrar os polígonos cuja suas somas fecham 360° .*

Podemos notar que as argumentações dos alunos que registraram seus procedimentos tendem para um caráter mais dedutivo, ou seja, as duplas se apoiam, essencialmente, na condição da medida dos ângulos somar 360° em torno de um nó. Ao analisarmos os registros dos observadores, identificamos que, mesmo as duplas que não apresentaram em seus registros o procedimento, utilizaram a mesma estratégia indicada pelas duplas D1, D3 e D5.

⁵⁸ A configuração (4,4,4,4) foi registrada pelas duplas D1, D3 e D5, porém, ela faz parte das pavimentações regulares, estudadas por eles na atividade 4.

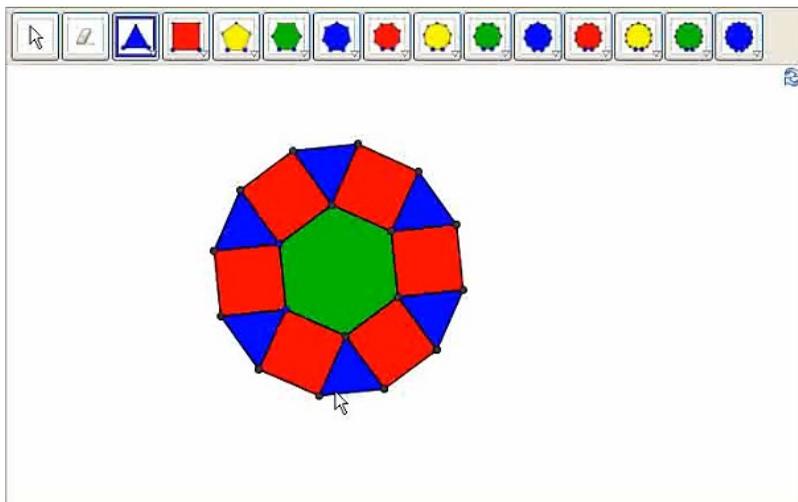


Figura 5.26 - Verificação da dupla D3 para a configuração (3,4,6,4).

Vale ressaltar que o período que os alunos tiveram para fazer esta segunda parte e a parte seguinte foi menor que o anterior. Eles acabaram se envolvendo na primeira parte, restando um tempo insuficiente para que pudessem concluir esta parte da atividade. Houve um julgamento de nossa parte de que o tempo seria suficiente.

Todavia, encontramos vestígios de uma geometria do tipo G2, pois, assim como destacado por Parzysz (2001, 2006), mesmo que as justificativas das atividades se recorram às representações feitas por processos geométricos (nesse caso, verificar no OA se os polígonos regulares se encaixam em uma volta), as validações são garantidas pelas definições e propriedades entre as figuras (soma das medidas dos ângulos internos, em torno dos nós, resultar em 360°).

Configurações formadas por apenas cinco polígonos regulares com dois ou mais tipos diferentes:

Nesta última parte, os alunos tinham que investigar as configurações formadas por cinco polígonos regulares em torno de um nó. Poucos alunos conseguiram fazer esta parte da atividade, como já descrito anteriormente. Apenas as duplas D1 e D5 apresentaram, em seus registros, alguma configuração. D1 registrou as configurações (3,3,3,4,4) e (3,3,3,3,6), enquanto que D5, apenas a configuração

(3,3,3,3,6). Sendo que, apenas D1 apresentou o seu procedimento e o processo de validação da pavimentação, como descrito abaixo:

D1: *Somamos os ângulos internos dos 5 polígonos até encontrarmos os que fechavam 360°, ou seja, volta completa em um nó.*

D1: *Todos deram certo, e todos os seus nós sempre fecharão 360° independente de sua configuração no plano.*

Cabe ressaltar, no entanto que, utilizando cinco polígonos regulares, existem apenas três tipos de configurações semirregulares (Ver Figura 5.27).

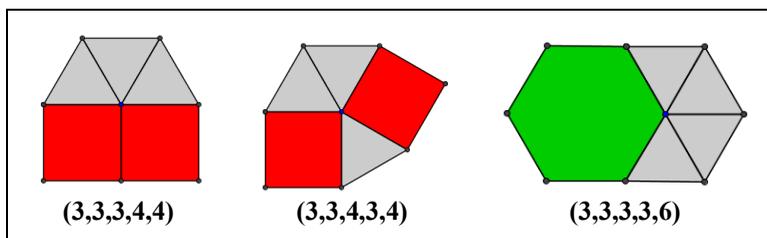


Figura 5.27 - Configurações possíveis utilizando cinco polígonos regulares com dois ou mais tipos diferentes.

A dupla D1 conseguiu apresentar pelo menos duas configurações. Isso significa dizer que a estratégia de somar a medida dos ângulos internos dos polígonos regulares até resultar em 360°, novamente adotada pela dupla, foi fator importante para o desenvolvimento da atividade. Como fizeram uso do OA para verificação das possibilidades listadas por eles, a maneira com que a dupla D1 conduziu a atividade, indica-nos que o reconhecimento das configurações foi além da percepção visual, apresentando particularidades de um nível G2, como denominado por Parzysz (2001, 2006).

5.7 Atividade 6 – Identificando configurações de uma pavimentação

Esta atividade deu início a terceira e última sessão de nossa experimentação. Nela buscou-se explorar, além das propriedades dos polígonos, as configurações que compõe cada pavimentação, ou seja, queríamos analisar se os alunos conseguiriam reconhecer pavimentações semirregulares a partir de suas configurações.

Foram selecionadas, a partir da atividade 2, aplicada na primeira sessão da experimentação, seis imagens contendo diferentes tipos de

configurações de pavimentação (ANEXO VI). Então, foi proposta aos alunos a reutilização da Parte 3 do *OA pavimentação*. Os alunos tinham que recriar as pavimentações de cada uma das seis imagens, e, em seguida, responder a duas questões (Ver Figura 5.28). Os alunos registravam suas respostas no próprio computador.

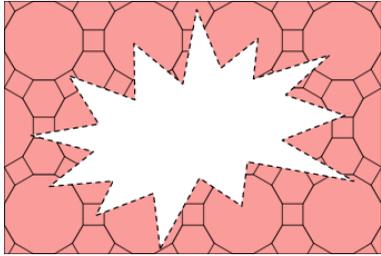
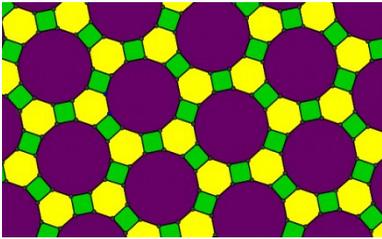
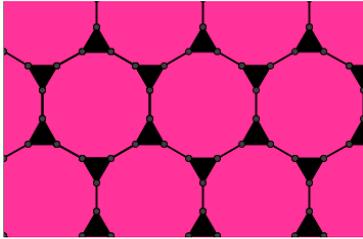
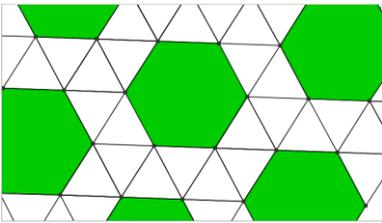
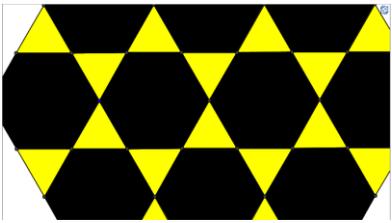
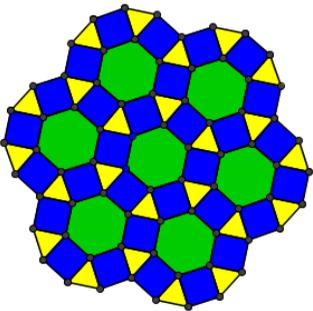
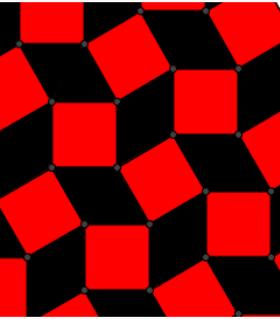
	<p>Quais os polígonos regulares formam a pavimentação? E quais as medidas dos seus ângulos internos?</p>
<p>Qual é o tipo de configuração presente em cada nó?</p>	<p>Resposta:</p> <div data-bbox="605 496 994 646" style="border: 1px solid black; height: 94px;"></div>
<p>Resposta:</p>	<div data-bbox="199 730 994 805" style="border: 1px solid black; height: 47px;"></div>

Figura 5.28 - Questões da atividade 6.

Todos os alunos conseguiram identificar os polígonos presentes em cada item da atividade proposta. De acordo com os registros dos observadores, algumas duplas (D2, D3, e D5) consultaram a tabela da atividade 3 para reconhecer os polígonos regulares e/ou verificar a medida dos ângulos internos. A seguir, apresentamos um quadro com algumas pavimentações criadas pelos alunos:

Quadro 5.1 - Algumas configurações produzidas pelos alunos na atividade 6.

 <p>Configuração (4,6,12) da dupla D1.</p>	 <p>Configuração (3,12,12) da dupla D4.</p>
 <p>Configuração (3,3,3,3,6) da dupla D6.</p>	 <p>Configuração (3,6,3,6) da dupla D8.</p>
 <p>Configuração (3,4,6,4) da dupla D3.</p>	 <p>Configuração (3,3,4,3,4) da dupla D5.</p>

FONTE: Construído pelo autor.

Em relação ao reconhecimento das configurações, apenas as duplas D1 e D5 conseguiram apresentar as configurações como descrito no Quadro 5.1 acima, ou seja, analisando os nós das pavimentações e verificando a ordem com que os polígonos estão dispostos. As demais

duplas usaram apenas o tipo de polígono que aparecia na configuração, ignorando a ordem com que os mesmos apareciam.

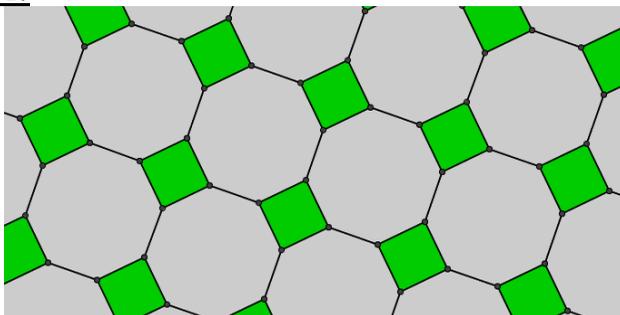
Contudo, conseguimos observar a evolução de alguns alunos mediante o reconhecimento das configurações de pavimentação, além de permitir que eles explorassem sua criatividade durante a construção das pavimentações. Ou seja, de certa forma, os alunos conseguiram transitar entre os níveis G0, G1 e G2, como denominado por Parzysz (2001, 2006). E de acordo com o autor, a passagem por essas diferentes geometrias, de forma articulada, pode favorecer a aprendizagem de conceitos geométricos cada vez mais elaborados e teóricos. A possibilidade de selecionar as cores de cada polígono, no OA, favoreceu o envolvimento dos alunos na atividade.

5.8 Atividade 7 – Explorando outras configurações

A última atividade de nossa experimentação apresentada aos alunos foi a construção de pavimentações utilizando configurações escolhidas por eles mesmos. Nesta atividade, os alunos tinham que explorar novamente a Parte 3 do *OA pavimentação* e criar pelo menos duas pavimentações utilizando polígonos regulares de tipos diferentes. Em seguida, identificar as configurações presentes. O objetivo da atividade era verificar se eles conseguiriam reconhecer e registrar as configurações das pavimentações por eles construídas.

A seguir apresentamos alguns resultados produzidos pelos alunos, seguido de alguns comentários:

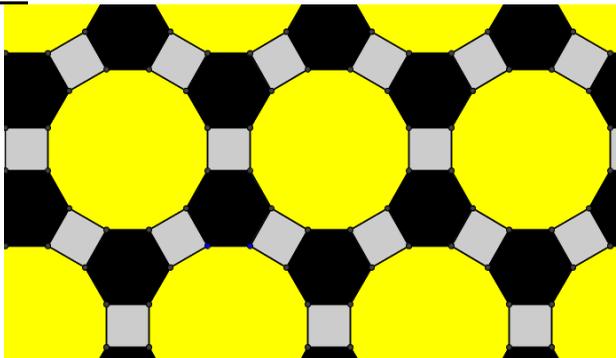
Dupla D1:



Uma das construções desta dupla foi uma pavimentação do tipo semirregular, e em seus registros constam a correta configuração (4,8,8), ou seja, tomado cada um dos nós, percebemos uma mesma configuração

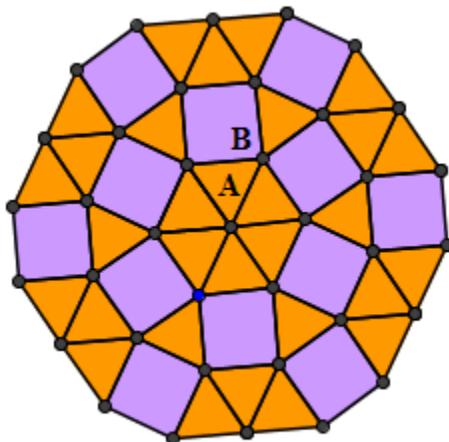
(quadrado, octógono, octógono), e isso caracteriza exatamente a configuração descrita pela dupla.

Dupla D8:



A construção da dupla D8 apresenta também uma pavimentação semirregular, para tanto utilizou a configuração do tipo (4,6,12). Contudo a forma com que a dupla registrou a configuração relaciona apenas aos tipos de polígonos regulares presentes na pavimentação e não a maneira com que eles estão dispostos em cada nó.

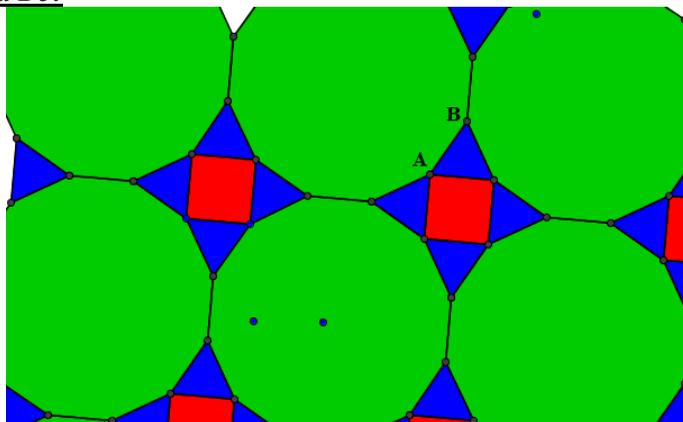
Dupla D2:



A dupla D2 utilizou na construção da pavimentação apenas triângulos e quadrados. No entanto a maneira com que foram dispostos

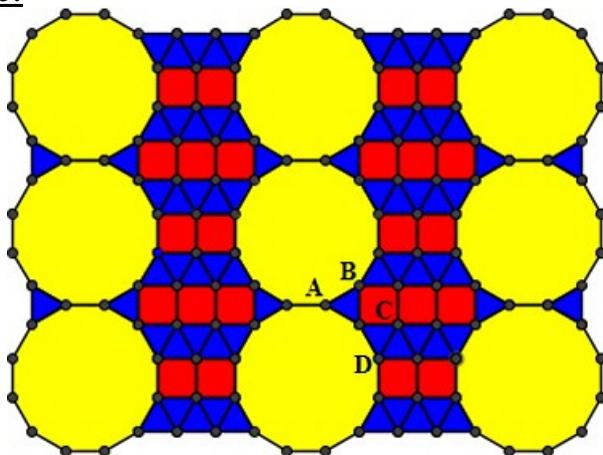
acabou originando uma pavimentação do tipo 2-uniforme⁵⁹, isto é, com dois tipos de configurações. Notemos que, no ponto **A** a configuração é do tipo $(3,3,3,3,3,3)$, e no ponto **B** ela é do tipo $(3,4,3,3,4)$. Além disso, a dupla D2 registrou corretamente essas configurações.

Dupla D5:



A dupla D5 utilizou na construção da pavimentação, três polígonos regulares (triângulo equilátero, quadrado e dodecágono regular). Uma configuração apresentada pela dupla foi a $(3,4,3,12)$. De fato, essa configuração corresponde ao ponto **A** na imagem. Contudo a pavimentação apresenta no ponto **B** a configuração do tipo $(3,12,12)$. Dessa forma, temos novamente uma pavimentação do tipo 2-uniforme, ou seja, com dois tipos de configurações.

⁵⁹ As pavimentações estudadas em nosso trabalho são do tipo 1-uniforme (que incluem as regulares e semirregulares), isto é, cada nó apresenta sempre a mesma configuração. Porém, existem estudos que obtiveram resultados relacionados ao número de pavimentações demirregulares do tipo 2-uniforme, 3-uniforme, entre outros. (GRÜNBAUM e SHEPHARD, 1986).

Dupla D3:

A pavimentação apresentada pela dupla D3 merece uma atenção especial. Percebe-se que a dupla D3 utilizou os mesmos polígonos regulares utilizados pela dupla D5. No entanto, podemos perceber que as pavimentações não possuem a mesma configuração. A quantidade e a forma com que foram dispostos os polígonos acabaram originando configurações totalmente distintas da pavimentação criada pela dupla D5. A dupla D3 apresentou como configuração $(3,12,12)$. Realmente tal configuração está presente na pavimentação, e refere-se ao ponto **A**, destacado na imagem acima. Porém, ela apresenta mais três tipos de configurações, a saber. Ao analisarmos os pontos **B**, **C** e **D**, encontramos as configurações $(3,4,3,12)$, $(3^3,4^2)$ e $(3^2,4,12)$, respectivamente. Ou seja, a dupla conseguiu construir uma pavimentação do tipo 4-uniforme, isto é, uma pavimentação formada por polígonos regulares com quatro tipos de configurações.

5.9 Um olhar para o uso do *OA* pavimentação

Recapitulando o conceito de *OA* descrito no Capítulo 2, o mesmo pode ser considerado como qualquer recurso digital formado a partir de componentes instrucionais que possa ser reutilizado (WILEY, 2000), e que combinados com outros *OA* pode formar um ambiente favorável ao processo de ensino-aprendizagem (SÁ e MACHADO, 2003; TAROUCO *et al.* 2003). Além disso, precisa apresentar características de Reusabilidade, Portabilidade, Modularidade, Granularidade,

Interoperabilidade e Metadados (HANDA e SILVA, 2003; MARQUESI, 2008).

O *OA pavimentação*, utilizado em nossa experimentação, traz estas características como destacaremos a seguir:

- Reusabilidade: Esta característica se associa a possibilidade de uso do OA em diferentes contextos. O *OA pavimentação*, por exemplo, pode ser usado com alunos do ensino fundamental no reconhecimento dos polígonos regulares, ou ainda, com um enfoque mais complexo e teórico, como foi o caso de nossa experimentação, que envolveu o estudo das pavimentações e suas diferentes configurações.
- Portabilidade: O *OA pavimentação* foi desenvolvido a partir do *software* de geometria dinâmica “Geogebra” que possibilita seu uso em diferentes plataformas, navegadores ou ambiente *web*. Além disso, é possível fazer o seu *download* e usá-lo localmente, determinando assim sua característica de portabilidade.
- Modularidade: O *OA pavimentação* é constituído de três partes que foram utilizadas nas sessões 1, 2 e 3 de nossa experimentação. A possibilidade de serem utilizadas de maneira independente caracteriza o que denominamos de modularidade.
- Metadados: A partir dos metadados associados ao OA é que se permite a localização do mesmo por meio dos *sites* de busca. Este recurso foi extremamente importante. Encontramos o *OA pavimentação* disponível no repositório “Banco Internacional de Objetos Educacionais”, com a descrição “Pavimentação com polígonos regulares”⁶⁰.
- Granularidade: Devido à possibilidade do seu uso localmente e também de ser armazenado em qualquer ambiente, o *OA pavimentação* pode ser combinado com outros OA. Na nossa experimentação isso não ocorreu, mas poderíamos ter associado este OA a outros.
- Interoperabilidade: O *OA pavimentação* possui uma potencialidade de utilização bem favorável, indiferentemente das plataformas envolvidas. Na nossa experimentação, o

⁶⁰

ambiente informatizado utilizado foi a plataforma *Windows*. Esta era a disponível no laboratório de informática do Colégio de Aplicação.

Como já descrito, a escolha do *OA pavimentação* foi feita em função dos objetivos de nossa pesquisa. Pretendemos apontar algumas questões que subsidiaram nossas escolhas e que pudemos verificar no decorrer do experimento.

Segundo Bittar (2010), não temos como saber se um recurso favorece o ensino, sem considerar as atividades realizadas com o material escolhido. Portanto, iremos destacar os pontos que favoreceram e/ou que dificultaram o andamento da experimentação, analisando as atividades em que o mesmo foi inserido, ou seja, as atividades 03 (já na primeira sessão) a 07. Faremos nossa análise de acordo com a utilização de cada parte.

OA pavimentação Parte1: Polígonos Regulares

Os alunos utilizaram a Parte 1 para analisar as características dos polígonos regulares e transcrever tais informações para uma tabela que estava em sua folha de registro (ANEXO III).

PARTE 1

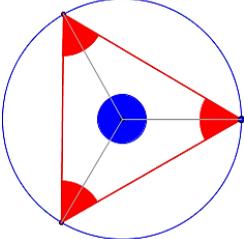
POLÍGONOS REGULARES

O aplicativo abaixo é interativo. Clique e arraste a bolinha azul para girar o polígono regular. Clique e arraste a bolinha preta para mudar o número de lados.

Nome: triângulo equilátero n = 3

Clique e arraste a bolinha preta para mudar o número de lados do polígono!

$$\alpha = \frac{(n-2) \cdot 180^\circ}{n} = 60^\circ$$



$$\theta = \frac{360^\circ}{n} = 120^\circ$$

Exibir ângulos internos
 Exibir ângulos centrais
 Exibir círculo circunscrito
 Exibir círculo inscrito

Com uma interface favorável, o OA oferecia todas as informações necessárias para uma boa navegação e para o andamento da atividade. Ao clicar e arrastar o botão preto, o OA apresentava o polígono regular de acordo com o valor de n indicado, bem como o nome do polígono e todas as medidas de ângulo central e inscrito.

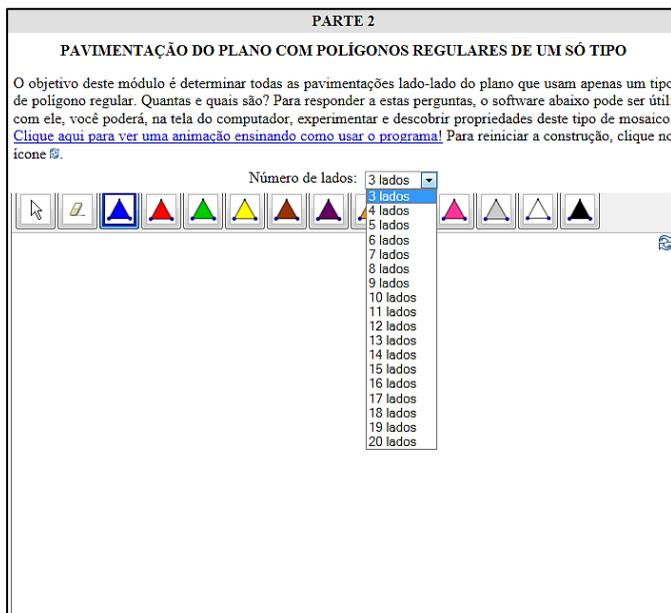
Essa característica foi importante, pois possibilitou que os alunos pudessem rever o nome dos polígonos, analisassem os valores das medidas dos ângulos centrais e internos de cada polígono, bem como a relação entre esses ângulos.

Em geral, a Parte 1 não apresentou dificuldades de acesso, a não ser durante o registro dos valores não inteiros dos ângulos internos e centrais de alguns polígonos regulares. Porém se a atividade fosse conduzida somente com papel, lápis e o uso de um transferidor, por exemplo, possivelmente o conflito teria sido ainda maior. Lembrando que esses registros serviram de consulta para as atividades posteriores. Portanto, anotar as casas decimais era importante para que as demais atividades fossem realizadas de maneira adequada.

OA pavimentação Parte 2: Pavimentação do Plano com Polígonos Regulares de Um Só Tipo

Os alunos utilizaram a Parte 2 do *OA pavimentação* para investigar, na atividade 4, quais polígonos regulares pavimentavam o plano, utilizando um tipo de polígono de cada vez. Os resultados e justificativas eram anotados na folha de registro (ANEXO IV).

Antes de iniciarmos a atividade, fizemos uma breve apresentação das funcionalidades dessa Parte 2 e lembramos sobre a possibilidade de uso de um tutorial, inserido no OA, se acaso surgisse alguma dúvida.



A maneira com que foi conduzida a atividade 4 pôde proporcionar momentos de discussão e troca de ideias entre os alunos. Nesse sentido, o OA teve papel importante, pois segundo Tarouco e Dutra (2007), um OA socializado e discutido por vários sujeitos permite promover articulações ricas e, com isso, possibilitar a compreensão dos conteúdos. Os alunos podiam escolher os polígonos e construir as pavimentações. Cada dupla organizava do seu jeito o modo de proceder para criar as pavimentações. Essa multiplicidade de caminhos e formas para a resolução da proposta apresentada somente se viabilizou graças à caracterização do *OA pavimentação*.

Outra característica importante foi a possibilidade de construir as pavimentações utilizando polígonos de cores diferentes. Os alunos exploraram essa característica muito bem.

Os resultados estampados nas telas dos alunos (Figura 5.29) demonstram a preocupação dos mesmos em mesclar as cores entre os polígonos de tipos diferentes, de forma que a pavimentação fosse assegurada por um padrão devidamente escolhido.

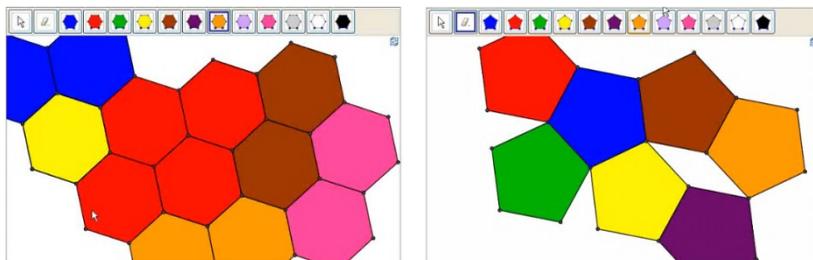


Figura 5.29 - Construções das duplas D3 e D6, respectivamente, usando a parte 2 do OA.

Contudo algumas dificuldades referentes à utilização do OA foram perceptíveis. Principalmente relacionadas à restrição do OA ao criar as pavimentações. Para construir as pavimentações, primeiramente selecionava-se o número de lados do polígono regular que iria se trabalhar. Ao clicar na tela, aparecia um ponto de cor azul. A partir do segundo clique é que se formava o primeiro polígono. Assim, os demais polígonos da pavimentação eram construídos, clicando nos vértices dos polígonos já existentes. No entanto havia a necessidade de se manter uma ordem anti-horária. Mesmo com os esclarecimentos antes de iniciar a atividade, e mencionando que o OA possuía um tutorial (Figura 5.30) para consulta, alguns alunos apresentaram tais dificuldades.

COMO USAR O SOFTWARE?

(ATENÇÃO: NÃO É POSSÍVEL INTERAGIR COM ESTA ANIMAÇÃO!)

Número de lados: 3 lados ▾

Os demais polígonos da pavimentação são construídos clicando-se nos vértices já existentes!

A ordem em que os vértices são escolhidos é importante!

Figura 5.30 - Tutorial do OA pavimentação.

Abaixo apresentamos uma tela do momento em que a dupla D4 começa a usar a Parte 2 do OA.

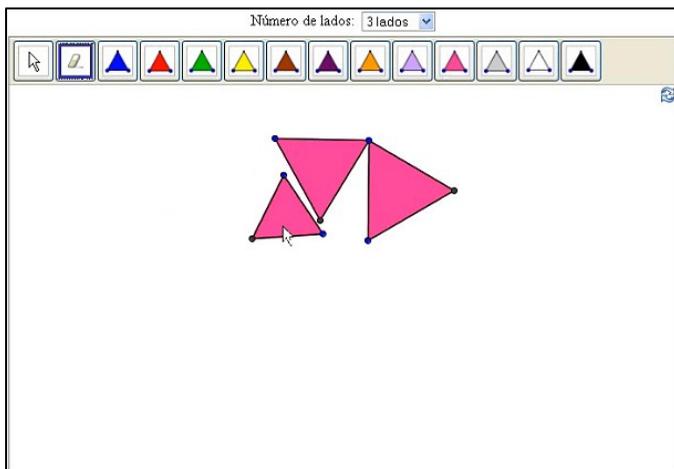


Figura 5.31 - Tentativa da dupla D4 em formar uma pavimentação.

Percebe-se que a dupla não utilizou o que era informado pelo tutorial, ou seja, clicar nos vértices já existentes para formar a pavimentação. E, assim, permaneceu tentando construir a pavimentação arrastando os triângulos existentes. Neste caso, houve a necessidade de intervenção por parte do observador (função assumida pelo pesquisador) para esclarecer o procedimento.

É nesse momento que percebemos o papel fundamental do professor durante as orientações das atividades. Sendo que para isso, ele precisa conhecer e saber manipular os recursos utilizados (MORAN, 2000). E como comenta Valente (1995), o professor precisa ser o facilitador no processo de desenvolvimento intelectual do aluno.

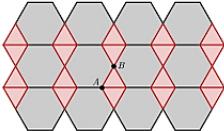
OA pavimentação Parte 3: Pavimentação do Plano com Polígonos Regulares de Tipos Diferentes

Essa foi a parte mais explorada pelos alunos em nossa experimentação, pois foi utilizada para mediar as atividades 5 a 7, nas sessões 2 e 3. A tela do *OA pavimentação* apresentava uma breve descrição dos objetivos e o tutorial que auxiliava na construção das pavimentações.

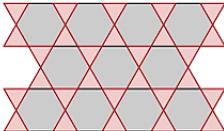
PARTE 3

PAVIMENTAÇÃO DO PLANO COM POLÍGONOS REGULARES DE TIPOS DIFERENTES

O objetivo deste módulo é determinar, de maneira sistemática, todas as pavimentações lado-lado do plano que usam tipos diferentes de polígonos regulares e que possuem a seguinte propriedade adicional: a distribuição de polígonos ao redor de cada vértice é a mesma. Pavimentações com estas características são denominadas arquimedianas. A pavimentação parcial (a) na figura abaixo não é arquimediana, pois em torno do vértice A temos a ordem triângulo, triângulo, hexágono e hexágono, enquanto que em torno do vértice B a ordem é hexágono, triângulo, hexágono e triângulo. A pavimentação parcial (b) é arquimediana.

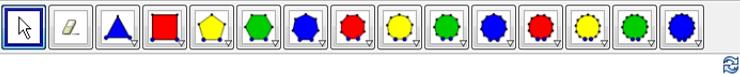


(a)



(b)

[Clique aqui para ver uma animação ensinando como usar o programa!](#) Para reiniciar a construção, clique no ícone .



Em cada uma das atividades, o uso dessa parte do *OA* *pavimentação* teve um papel fundamental.

Na atividade 5, os alunos investigaram as possíveis configurações das pavimentações semirregulares. A possibilidade do *OA* em disponibilizar polígonos regulares de 3 a 15 lados e de diferentes cores favoreceu o andamento dessa atividade. A seguir, temos dois exemplos de produções das duplas D1 e D5, respectivamente:

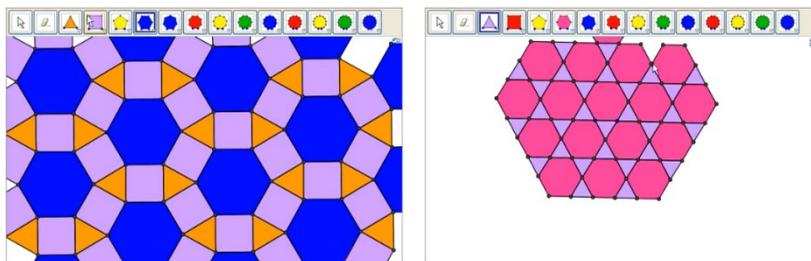
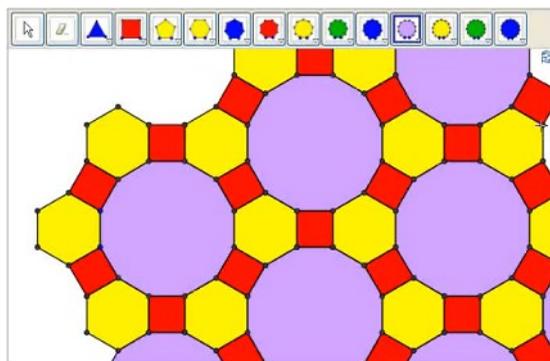
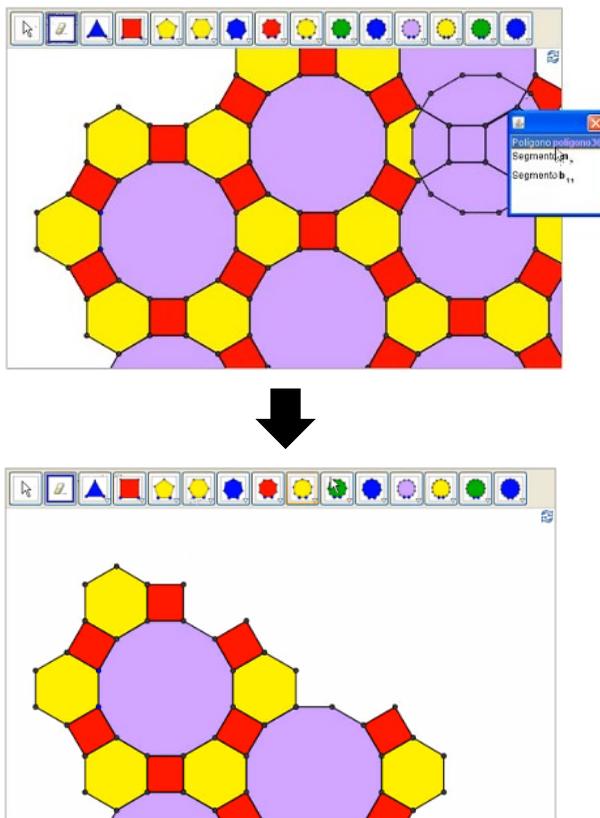


Figura 5.32 - Construção de pavimentação das duplas D1 e D5, respectivamente.

Dentre as limitações dessa parte do OA destacamos a impossibilidade em explorar as 21 configurações possíveis em torno de um nó, assim discutidas no capítulo 3. As configurações (3,8,24), (3,9,18), (3,7,42), (4,5,20) não puderam ser construídas, já que o OA possuía polígonos regulares de, no máximo, 15 lados.

Cada polígono criado erroneamente era possível de ser corrigido, porém em certas situações isso gerava problemas. Em alguns casos, quando se apagava um polígono, outros polígonos também se apagavam e, às vezes, se perdia toda a pavimentação já criada. Os alunos tinham que refazer a atividade. A seguir, transcrevemos uma sequência de telas produzidas pela dupla D4, exemplificando o problema.





Nas atividades 6 e 7, também foi possível perceber a potencialidade de mediação do OA para responder as questões propostas em cada atividade. Além disso, os alunos tiveram a oportunidade de explorar sua criatividade. Criaram pavimentações as quais eles mesmos se entusiasmaram ao visualizar sua própria criação.

De modo geral, o OA favoreceu o andamento das atividades propostas. Sua integração⁶¹ nas atividades elencadas pôde articular de maneira significativa as discussões referentes às possibilidades de pavimentação.

⁶¹ Como proposto por Bittar (2010) no sentido de sempre buscar contribuir para o processo de aprendizagem do aluno.

CONSIDERAÇÕES FINAIS

O objetivo principal de nossa pesquisa foi de analisar as potencialidades de uso de um OA inserido em uma sequência didática que buscava investigar os tipos de pavimentações formadas por polígonos regulares.

Assim, com base nos referenciais teóricos que deram suporte e fundamentaram nosso estudo (BKOUCHE, 1991; BARBOSA, 1993; VELOSO, 1998; GRÜNBAUM e SHEPHARD, 1986), elencamos como problemática as pavimentações do plano. A partir da escolha dessa problemática, selecionamos um OA que abordasse esse conteúdo matemático. Tal escolha nos remeteu a delimitar nossa pesquisa apenas às pavimentações formadas por polígonos regulares. Portanto, esta pesquisa propunha uma sequência didática mediada pelo OA com abordagem no estudo das pavimentações formadas por polígonos regulares.

Direcionando nossos olhares para o objeto de pesquisa, entendemos que os procedimentos para a elaboração desse trabalho foram motivados pela seguinte questão: *De que maneira um Objeto de Aprendizagem, inserido em uma sequência didática, poderia contribuir para o estudo das pavimentações formadas por polígonos regulares?*

Com isso, para estruturar e aplicar as atividades, apoiamo-nos na metodologia de resolução de problemas (ONUCHIC, 1999; ONUCHI e ZUFFI, 2007), pois consideramo-na favorável aos nossos objetivos, visto que possibilitou uma efetiva interação entre os alunos e as atividades, bem como entre os próprios alunos na medida em que os mesmos trocavam ideias para solucionar as questões indicadas nas atividades. Estas, por sua vez, foram apresentadas aos alunos por meio de situações desafiadoras, em que eles precisavam criar estratégias, desenvolver sua resolução e explicitar suas justificativas.

O experimento de ensino foi composto de sete atividades (aplicadas durante três sessões). As duas primeiras, realizadas em sala de aula, possibilitaram a aproximação dos alunos na problemática das pavimentações. As atividades 3, 4 e 5 foram concebidas de modo que, ao longo de sua execução, os alunos pudessem identificar as propriedades dos polígonos regulares e os tipos de configurações das pavimentações, por meio do uso das duas primeiras partes do *OA pavimentação*. As duas últimas atividades (6 e 7) proporcionaram aos alunos a exploração da criatividade e a mobilização dos conhecimentos anteriores. Tais atividades foram realizadas com a terceira parte do *OA pavimentação*.

A análise dos registros produzidos pelos alunos (telas produzidas pelo OA; registro dos instrumentos, e algumas transcrições da fala e relatos dos observadores) durante a utilização do OA, nas justificativas das atividades, foi feita a partir do quadro teórico de Bernard Parzysz (2001, 2006), no que diz respeito ao desenvolvimento do raciocínio geométrico.

Dentre os resultados, destacamos a evolução nos processos de resolução, bem como as argumentações apresentadas pelos alunos. As resoluções das duas primeiras atividades majoritariamente se situaram numa Geometria Concreta (G0), de acordo com Parzysz, pois as argumentações e justificativas dos alunos se apoiaram, essencialmente, na percepção. A partir da terceira atividade, a qual deu início à utilização do OA, tem-se os vestígios da Geometria Espaço-gráfica (G1) presentes nas justificativas. Nos registros de alguns alunos, nas demais atividades (4, 5, 6 e 7), constatamos elementos que se encaminham para argumentações mais estruturadas, com justificativas que não se sustentaram apenas no visual. Dessa forma, esses elementos são indícios que nos direcionam para atividades desenvolvidas no campo da Geometria Proto-axiomática (G2), assim nomeada por Parzysz.

Para Parzysz (2001), o principal objetivo do ensino de geometria nas escolas primárias e secundárias é ajudar os estudantes a transitarem pelos níveis G0, G1, chegando ao nível G2, uma vez que a geometria surge como local privilegiado para por em jogo as provas hipotéticas-dedutivas.

Em nosso experimento, foi possível observar tal evolução e isso nos permite dizer que o *OA pavimentação* (juntamente com as atividades propostas a essa turma) potencializou o ensino das pavimentações regulares e semirregulares.

A integração do *OA pavimentação* nas atividades propostas, assim como indicada por Bittar (2010), pôde articular de maneira significativa as discussões referentes às possibilidades de pavimentação. Tal proposta se tornaria inviável se utilizássemos apenas papel, lápis e régua.

De fato, o uso do *OA pavimentação* e a maneira com que foram conduzidas as atividades, constituíram fatores importantes no envolvimento dos alunos durante a experimentação. E, como afirma Bittar (2010), os resultados dependem da forma como cada material é explorado pelos sujeitos envolvidos.

Durante nossa pesquisa, evidenciamos 21 tipos de configurações de uma pavimentação do plano, a partir de um nó, utilizando polígonos regulares. E que destas, apenas 11 formam uma pavimentação do tipo 1-

uniforme (regular ou semirregular). No entanto, devido às limitações técnicas do *OA pavimentação*, não foi possível explorar todas as configurações. As configurações do tipo (3,8,24), (3,9,18), (3,7,42), (4,5,20) não puderam ser construídas, pois o OA possuía polígonos regulares, de no máximo 15 lados.

Por outro lado, como destaca Tarouco e Dutra (2007), o uso de um OA quando discutido por vários sujeitos, pode ocasionar momentos que favorecem a compreensão dos conteúdos. Assim, a boa organização da interface do *OA pavimentação*, com informações suficientes para a navegação e o modo como foram aplicadas as atividades, proporcionaram momentos de discussão entre os alunos.

O uso do *OA pavimentação* permitiu realçar alguns componentes visuais, como destacado por Borba (2010). A possibilidade de escolha das cores para cada polígono regular, por exemplo, fez com que os alunos pudessem explorar sua criatividade, construindo pavimentações belíssimas.

As possibilidades de investigação e experimentação proporcionada pelos OA puderam oferecer aos alunos condições de articularem suas ideias (MUSSOI e TAROUCO 2011) e, com isso, criar subsídios para justificativas mais rigorosas. Nas resoluções apresentadas pelos alunos identificamos 16 possibilidades de configuração de uma pavimentação (dentre as 17 possíveis de serem construídas no *OA pavimentação*), e 10 pavimentações do tipo 1-uniforme (de um total de 11).

À medida que as atividades avançavam, as argumentações dos alunos iam sendo registradas de forma mais organizada. Portanto, isso também possibilita inferir o bom resultado que o uso do *OA pavimentação*, associado à sequência didática elaborada nesta pesquisa, proporcionou junto a este grupo de alunos, possibilitando também a construção do conceito de pavimentação. Além disso, cada dupla pôde trabalhar seguindo seu próprio ritmo como mencionado por Valente (2002).

Inicialmente, algumas restrições na maneira de criar as pavimentações geraram conflitos, isto é, os alunos tiveram dificuldades em compreender o processo de construção das pavimentações. Contudo as intervenções feitas durante o andamento das atividades fez com que essas dificuldades fossem superadas. O próprio *OA pavimentação* apresentava um tutorial, que poderia ser sempre seguido em qualquer fase de sua utilização. Ocorre que esta característica, ainda que disponível no *OA pavimentação*, não foi bem utilizada pelos alunos. Tal situação configura na prática uma limitação.

O caráter específico de nossa experimentação, cujo estudo abordado refere-se aos tipos de pavimentações do plano, não nos permite expandir conclusões quanto às possibilidades de investigação que os recursos tecnológicos, em particular os OA, podem oferecer aos estudantes.

Espera-se que o empreendimento a que se propôs esta pesquisa possa oferecer contribuições ao ensino, e possa se estender a futuras pesquisas que consideram metodologias e contextos diferentes.

Outros olhares podem ser dados em relação à temática proposta. Em nosso trabalho, nos limitamo-nos ao estudo das configurações das pavimentações formadas por polígonos regulares (devido às características impostas pelo OA escolhido). Ainda, dentro desta mesma problemática e com estes mesmos recursos, poderiam ser exploradas as pavimentações demirregulares (aquelas com mais de um tipo de configuração).

Também sugerimos que novas pesquisas podem ser propostas, como por exemplo, o estudo das pavimentações a partir dos padrões de transformações geométricas, ou até mesmo envolvendo polígonos irregulares. Tais produções realizadas pelo OA, articuladas à dimensões artística, poderiam ser vistas para além do ponto de vista matemático.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

ALMEIDA, S. T. **Um estudo de pavimentação do plano utilizando caleidoscópio e o software Cabri Géomètre II**. Dissertação (Mestrado) – Instituto de Geociências e Ciências Exatas - Universidade Estadual Paulista, Rio Claro, 2003.

ARAÚJO, M. I. L. de. **Um estudo sobre o desempenho dos alunos na interpretação da Função Quadrática**. Dissertação (Mestrado) – Faculdade de Tecnologia SENAI CIMATEC, Salvador, BA, 2009.

BARBOSA, R. M. **Descobrendo Padrões em Mosaicos**. São Paulo: Atual, 1993.

BELLONI, M.L.; BÉVOLT, E. Mídia-Educação: conceitos, história e perspectivas. **Revista Educação e Sociedade**, Campinas, vol. 30, n. 109, 2009, p. 1081-1102. Disponível em: <<http://www.scielo.br/pdf/es/v30n109/v30n109a08.pdf>>, acesso em: 20 Jun. 2011.

BERTOLOSSI, H. J. **Pavimentação com Polígonos Regulares**. 2009. Disponível em: < <http://www.uff.br/cdme/ppr/ppr-html/ppr-br.html>>, acesso em: 13 Jul. 2011.

BKOUICHE, R. De la Geometrie et des Transformations. **REPÈRES – IREM**, n.4, juillet, 1991, p. 134-158.

BITTAR, M. A escolha do software educacional e a proposta didática do professor: estudo de alguns exemplos em matemática. In: BELINI, W; LOBO DA COSTA, N. M.(Org.) **Educação Matemática, Tecnologia e Formação de professores**: algumas reflexões. Campo Mourão: Editora da FECILCAM, 2010. p. 215-242.

BORBA, M. C. A Pesquisa Qualitativa em Educação Matemática. In: **Anais da 27ª Reunião Anual da Anped**, Caxambu, MG, 2004.

_____. Softwares e Internet na sala de aula de matemática. In: X Encontro Nacional de Educação Matemática, 2010, Salvador. **Anais do X Encontro Nacional de Educação Matemática**, Salvador, BA, 2010, p. 2-4.

BRASIL. Secretaria de Educação Fundamental. **Parâmetros curriculares nacionais: 3º e 4º ciclos do Ensino Fundamental - Matemática**. Brasília: MEC/ SEF, 1998.

_____. Secretaria de Educação Fundamental. **Parâmetros curriculares nacionais (Ensino Médio)**, Brasília: MEC/ SEF, 2000.

_____. **Livro Azul da 4ª Conferência Nacional de Ciência e Tecnologia e Inovação para o Desenvolvimento Sustentável**. Brasília: Ministério da Ciência e Tecnologia (MTC) – Centro de Gestão e Estudos Estratégicos, 2010.

COBB, P; CONFREY, J.; DISESSA, A.; LEHNER, R.; SCHAUBLE, L. Design experiments in education research. **Educational Researcher**, Washington, v.32, n.1, p.9-13, 2003.

CORREA, N. **Objetos de Aprendizagem para Educação à Distância: Um protótipo em Ambiente Virtual para Transformações Lineares**. Trabalho de Conclusão de Curso – TCC, Universidade Federal de Santa Catarina, Florianópolis, 2007.

COSTA, D. A. da. **O Estudo dos Frisos no Ambiente Informatizado Cabri-géomètre**. Dissertação (Mestrado) - Pontifícia Universidade Católica, São Paulo, 2005.

GERDES, P. **Etnomatemática: Cultura e o Despertar do Pensamento Geométrico**. Instituto Superior de Tecnologias e de Gestão (ISTEG), Belo Horizonte, Boane, Moçambique, 2012.

GRÜNBAUM, B.; SHEPHARD, G. C. **Tilings and Patterns**. New York: W. H. Freeman and Company, 1986.

HANDA, J. K.; SILVA, J. B. G. **Objetos de Aprendizagem (Learning Objects)**. Boletim EAD – Unicamp, 2003.

HEIDRICH, D. N. **Ensino de Bioquímica mediado pelas TIC**. 2011. Disponível em: < <http://hipermidiasbioquimica.ufsc.br>>, acesso em: 05 Abr. 2013.

IEEE. Learning Technology Standardization Committee (LTSC). **The Learning Object Metadata Standard**. Versão online. Disponível em: < <http://ltsc.ieee.org/wg12/>>. Acesso em: 22 Mai. 2011.

JAVARONI, S. L.; SANTOS, S. C.; BORBA, M. C. Tecnologias digitais na produção e análise de dados qualitativos. **Revista Educação Matemática Pesquisa**, v. 13, n. 1. 2011.

LEITE, M. **Processos de Mediação de Conceitos algébricos durante o uso de um Objeto de Aprendizagem**. Dissertação (Mestrado) – Faculdade de Educação, Pós-Graduação em Educação Brasileira, Universidade Federal do Ceará, Fortaleza, 2006.

MARTINS, R. A. **Ensino-Aprendizagem de geometria: Uma proposta fazendo uso de caleidoscópios, sólidos geométricos e softwares educacionais**. Dissertação (Mestrado) – Instituto de Geociências e Ciências Exatas, Universidade Estadual Paulista, Rio Claro, 2003.

MARQUESI, A. L. **Objetos Reutilizáveis para Aprendizagem Significativa de Funções em cursos das Áreas de Ciências Exatas e Tecnológicas**. Dissertação (Mestrado) – Pós-Graduação Mestrado em Ensino de Ciências e Matemática, Universidade Cruzeiro do Sul, São Paulo, 2008.

MORAN, J. M. Ensino e aprendizagem inovadores com tecnologias. In: **Revista Informática na Educação: Teoria & Prática**. Porto Alegre, v.3, n.1, 2000, p.137-144.

MOURA, S. A de. **Projeto de Recuperação paralela da Matemática Básica através da utilização de Objetos de Aprendizagem Multimídia**. Dissertação (Mestrado) – Instituto de Matemática, Núcleo de Computação Eletrônica, Universidade Federal do Rio de Janeiro, Rio de Janeiro, 2005.

MURARI, C. **Ensino-Aprendizagem de Geometria nas 7ª e 8ª séries, via caleidoscópios**. Tese (Doutorado) – Instituto de Geociências e Ciências Exatas, Universidade Estadual Paulista, Rio Claro, 1999.

MUSSOI, E. M.; TAROUÇO, L. M. R. Interatividade com Objetos de Aprendizagem. In: **Cadernos de Informática**, v.6, n.1, 2011, Porto

Alegre, UFRGS. **Anais do VI Congresso Ibero-americano de Telemática**, CITA, 2011. p. 297-300.

ONUCHIC, L. R. Ensino-aprendizagem de Matemática através da resolução de problemas. In: BICUDO, M. A. V.(Org) **Pesquisa em Educação Matemática**. São Paulo: Editora UNESP, 1999. cap. 12, p. 199-220.

ONUCHIC, L. R.; ZUFFI, E. M. O ensino-aprendizagem de Matemática através da resolução de problemas e os processos cognitivos superiores. **Unión: revista iberoamericana de educación matemática**, n. 11, 2007, p. 79-97.

PARZYSZ, B. Articulation entre perception et déduction dans une démarche géométrique en PE1. **Coloquio de COPIRELEM**, Tours, 2001.

PARZYSZ, B. A geometria no ensino secundário e na formação de professores para séries iniciais: do que se trata? Tradução: SILVA, Cileda de Queiroz Coutinho. In: **Quaderni di Ricerca in Didattica**, n. 17, 2006.

PRESMEG, N. Theories as Lenses: A Preface on Steve Lerman's Paper. In: SRIRAMAN, Bharath & ENGLISH, Lyn (Eds.). **Theories of Mathematics Education: seeking new frontiers**, p. 97-117. Berlin: Springer, 2010.

PRETTO, N. L. Educação e inovação tecnológica: um olhar sobre as políticas públicas brasileiras. **Revista Brasileira de Educação**, São Paulo, n. 11, 2011, p. 75-85.

RODRIGUES, R. V. R. **A construção e Utilização de um Objeto de Aprendizagem através da Perspectiva Lógico-Histórica na Formação do conceito de Números Inteiros**. Dissertação (Mestrado) – Pós-Graduação em Educação, Faculdade de Ciências e Tecnologia, Universidade Estadual Paulista, Presidente Prudente, 2009.

SÁ FILHO, C. S.; MACHADO, E. de C. **O computador como agente transformador da educação e o papel do Objeto de Aprendizagem**. 2003. Disponível em:

<<http://www.abed.org.br/seminario2003/texto11.htm> > Acesso: 16 Abr. 2011.

SANTA CATARINA. **Proposta Curricular de Santa Catarina:** Educação Infantil, Ensino Fundamental e Médio: Disciplinas curriculares. Florianópolis: COGEN, 1998.

SANTOS, A. A. dos. **Uma Sequência de Ensino para o Estudo das propriedades dos polígonos via pavimentação.** Dissertação (Mestrado) – Pontifícia Universidade Católica, São Paulo, 2007.

SCHAAN, D. P. A arte da cerâmica marajoara: encontros entre o passado e o presente. **Habitus**, v. 5, 2007, p. 99-117.

SHITSUKA, D. M. **Objeto de Aprendizagem para o Ensino de Funções Matemáticas no Ensino Médio.** Dissertação (Mestrado) - Universidade do Cruzeiro do Sul, São Paulo, 2010.

SILVA, E. L. **Uma experiência de Uso de Objetos de Aprendizagem na Educação Presencial:** Ação-pesquisa num curso de sistemas de informação. Dissertação (Mestrado) – Pontifícia Universidade Católica, Belo Horizonte, 2006.

SILVA, M. J. C. **As Estratégias no Jogo Quarto e suas Relações com a Resolução de Problemas Matemáticos.** Tese (Doutorado) – Faculdade de Educação, Universidade Estadual de Campinas, Campinas, 2008.

SOARES, L. H. **Aprendizagem Significativa na Educação Matemática:** uma proposta para a aprendizagem de Geometria Básica. Dissertação (Mestrado) – Pós-Graduação em Educação, Universidade Federal da Paraíba, João Pessoa, 2009.

TAROUCO, L. M. R.; DUTRA, R. Padrões e Interoperabilidade. In: **Objetos de Aprendizagem:** uma proposta de recurso pedagógico, Org.: Carmem Lúcia Prata, Anna Christina Aun de Azevedo Nascimento. – Brasília: MEC, SEED, 2007. p. 81-92.

TAROUCO, L. M. R.; FABRE, M. C. J. M.; TAMUSIUNAS, F. R. Reusabilidade de objetos educacionais. In: **RENOTE** (Revista

Eletrônica de Novas Tecnologias na Educação). Porto Alegre: s.ed., v.1, n.1, 2003, p.1-11.

TOGNI, A. C. **Construção de Funções em Matemática com o uso de Objetos de Aprendizagem no Ensino Médio Noturno**. Tese (Doutorado) – Pós-Graduação em Informática na Educação, Universidade Federal do Rio Grande do Sul, Porto Alegre, 2007.

VALENTE, J. A. Diferentes Usos do Computador na Educação. Em J.A. Valente (Org.), **Computadores e Conhecimento: repensando a educação**, Campinas, SP: Gráfica da UNICAMP, 1993. p. 1-23.

_____. Por quê o Computador na Educação? In: **Computadores e Conhecimento: Repensando a Educação**, 1995. Disponível em: <<http://www.nied.unicamp.br/publicacoes/separatas/Sep2.pdf>>. Acesso em: 05 Out. 2010.

_____. A espiral da aprendizagem e as tecnologias da informação e comunicação: repensando conceitos. In: JOLY, M. C. R. A. **A Tecnologia no Ensino: Implicações para a aprendizagem**. São Paulo: Casa do Psicólogo, 2002.

VELOSO, E. **Geometria: Temas Actuais**. Instituto de Inovação Educacional, Lisboa, 1998.

WILEY, D. A. **Learning objects design and sequencing theory**.

Versão online.

Disponível em: <<http://www.opencontent.org/docs/dissertation.pdf>>. 2000. Acesso em: 2 Mai. 2011.

ANEXOS

ANEXOS - LISTA

ANEXO I – Atividade 1 - Entendendo as pavimentações planas (Aluno)

ANEXO I-a – Atividade 1 - Entendendo as pavimentações planas (Observador)

ANEXO II – Atividade 2 - Elementos de uma pavimentação plana (Aluno)

ANEXO II-a – Atividade 2 - Elementos de uma pavimentação plana (Observador)

ANEXO III – Atividade 3 - Conhecendo as propriedades dos polígonos regulares (Aluno)

ANEXO III-a – Atividade 3 - Conhecendo as propriedades dos polígonos regulares (Observador)

ANEXO IV – Atividade 4 - Os tipos de configurações para as pavimentações regulares (Aluno)

ANEXO IV-a – Atividade 4 - Os tipos de configurações para as pavimentações regulares (Observador)

ANEXO V – Atividade 5 - As configurações de pavimentação com polígonos diferentes (Aluno)

ANEXO V-a – Atividade 5 - As configurações de pavimentação com polígonos diferentes (Observador)

ANEXO VI – Atividade 6 - Identificando configurações de uma pavimentação (Aluno)

ANEXO VI-a – Atividade 6 - Identificando configurações de uma pavimentação (Observador)

ANEXO VII – Atividade 7 - Explorando outras configurações (Aluno)

ANEXO VIII – Termo de consentimento livre e esclarecido

ANEXO I

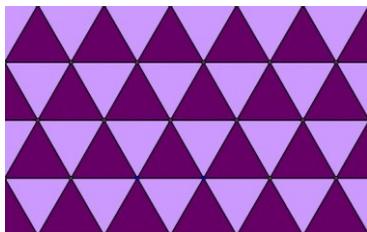
Alunos(as): _____ Data: _____

ATIVIDADE 1 - Entendendo as pavimentações planas

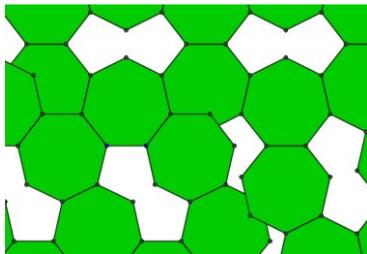
Pavimentação do plano é um conjunto numerável de ladrilhos (coloridos) que cobrem o plano sem espaços intermédios (espaços vazios/em branco) nem sobreposições (um ladrilho sobre o outro).

Observe cada imagem abaixo e responda se pode ser considerada uma pavimentação. Justifique sua resposta. Indique o nome das figuras geométricas que compõe cada imagem.

a)



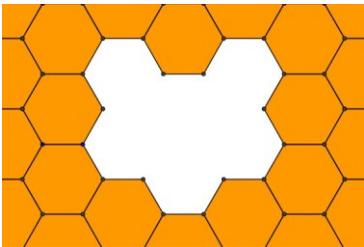
b)



c)



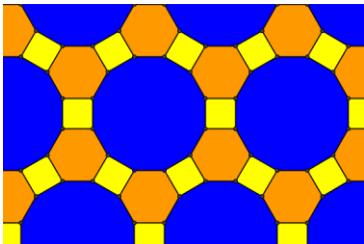
d)



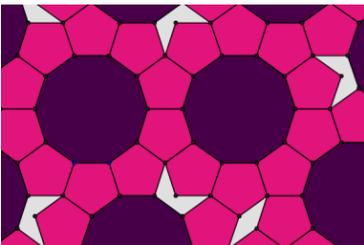
e)



f)



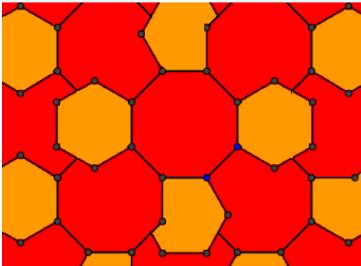
g)



h)



i)



ANEXO I-a

Análise do Observador:

ATIVIDADE 1 – Entendendo as pavimentações planas

Alunos(as): _____

Data: _____ Início: _____ Término: _____

1) Que critérios foram estabelecidos pelos alunos para justificar as possíveis pavimentações?

2) Alguns elementos podem surgir durante a análise dos alunos (ângulos, vértices, figuras geométricas). Descreva-os na ordem em que foram usados.

3) Na sua opinião:

a) O grau de dificuldade da atividade pode ser classificado como:

() Difícil () Moderado () Razoável () Fácil

b) Qual das figuras apresentou maior dificuldade?

(a) (b) (c) (d) (e) (f) (g) (h) (i)

Por quê?

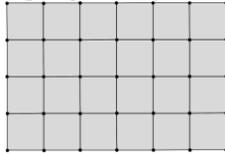
ANEXO II

Alunos(as): _____ Data: _____

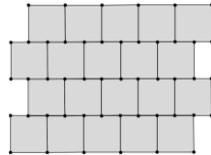
ATIVIDADE 2 – Elementos de uma pavimentação plana

Nas pavimentações envolvendo polígonos, seus vértices são chamados de nós da pavimentação e os lados dos polígonos são chamados de arestas.

Uma pavimentação é dita lado-lado quando toda aresta é lado comum a dois polígonos. Ou seja, todo nó da fronteira de um polígono da pavimentação é vértice do polígono. Veja o exemplo abaixo:



Pavimentação lado-lado

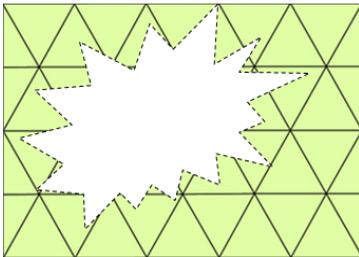


Pavimentação não lado-lado

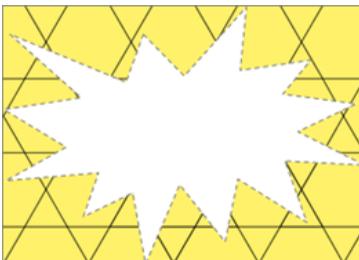
(De modo geral, um lado do polígono precisa encaixar no lado de outro polígono).

Abaixo temos pavimentações lado-lado, formadas por polígonos regulares, mas que se encontram incompletas. Utilizando régua e lápis, complete a figura e identifique os polígonos. Em seguida, descreva o procedimento utilizado. Você notou algum padrão na formação da pavimentação? Qual?

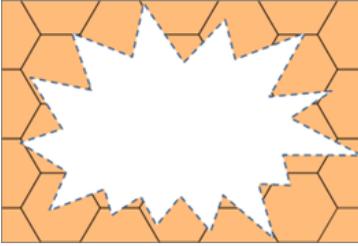
a)



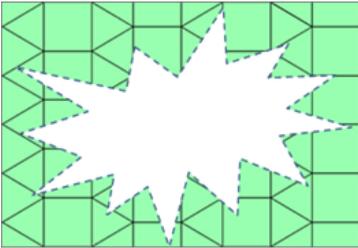
b)



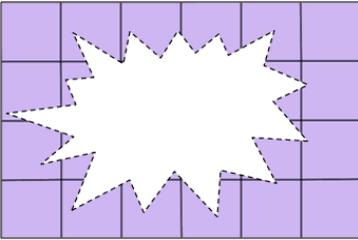
c)



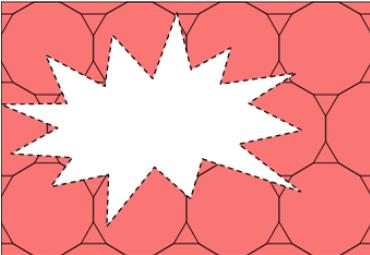
d)



e)



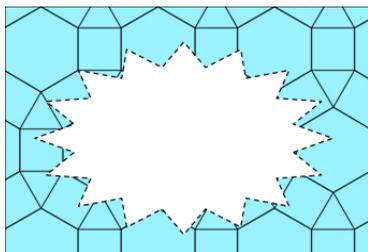
f)



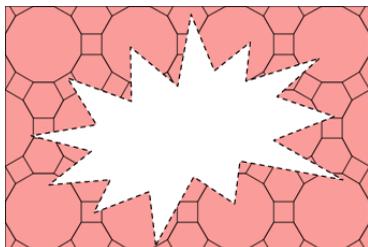
g)



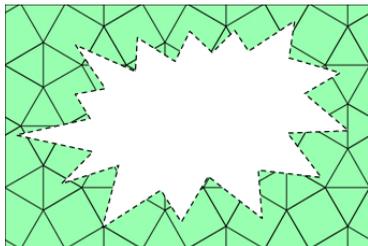
h)



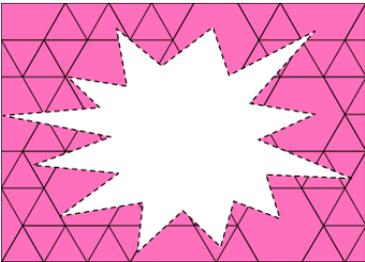
i)



j)



k)



ANEXO II-a

Análise do Observador:

ATIVIDADE 2 – Elementos de uma pavimentação plana

Alunos(as): _____

Data: _____ **Início:** _____ **Término:** _____

1) Os alunos conseguiram entender a proposta? Houve a necessidade de algum esclarecimento?

2) Quais foram as principais estratégias adotadas pelos alunos?

3) Houve algum comentário sobre as formas que estão dispostas as figuras? Alguma relação com a atividade 1? Quais?

4) Qual(is) pavimentação(ões) apresentaram maior dificuldade? Por quê?

Comentários:

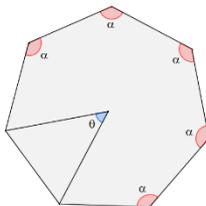
ANEXO III

Alunos(as): _____ Data: _____

ATIVIDADE 3 - Conhecendo as propriedades dos polígonos regulares

As pavimentações da atividade 2 são formadas por polígonos regulares.

a) Denotaremos de α o ângulo interno de um polígono regular e de θ o ângulo central. Veja a figura abaixo:



Na área de trabalho do seu computador (*desktop*), acesse a pasta “OA pavimentação”, e abra o arquivo “index”. Abrirá uma página de *internet*. Vá até o final da página e clique em “Parte 1: Polígonos Regulares”.

Utilizando o OA, complete a tabela abaixo:

Nome do polígono regular	Número de lados	Ângulo interno (α)	Ângulo central (θ)
	3		
	4		
	5		
	6		
	7		
	8		
	9		
	10		
	11		
	12		
	13		
	14		
	15		

Qual a relação entre o ângulo interno (α) e o ângulo central (θ) de cada polígono?

ANEXO III-a

Análise do Observador:

ATIVIDADE 3 - Conhecendo as propriedades dos polígonos regulares

Alunos(as): _____

Data: _____ **Início:** _____ **Término:** _____

1) Os alunos conseguiram entender a proposta? Houve a necessidade de algum esclarecimento?

2) Os alunos conseguiram completar a tabela? Comentaram alguma relação importante?

Comentários:

I) Quais foram os polígonos que pavimentaram o plano?

II) Dentre os polígonos regulares que pavimentaram, quantos foram utilizados em cada caso para dar a volta em um nó da pavimentação?

III) Qual é a medida dos ângulos internos dos polígonos que pavimentaram o plano?

IV) Considerando os polígonos que pavimentaram o plano, qual o valor da soma dos ângulos em torno de um nó?

V) Que relação é possível estabelecer entre os ângulos internos de cada polígono e a possibilidade de pavimentar o plano?

ANEXO IV-a

Análise do Observador:

ATIVIDADE 4 - Conhecendo os tipos de configurações para as pavimentações regulares

Alunos(as): _____

Data: _____ Início: _____ Término: _____

1) Os alunos conseguiram entender a proposta? Houve a necessidade de algum esclarecimento?

2) Os alunos apresentaram alguma dificuldade para completar a tabela? Identificaram as três pavimentações possíveis?

3) Durante a atividade os alunos consultaram a tabela da atividade 2? Quais as razões para a consulta?

4) Os alunos apresentaram dificuldades para responder às perguntas? Quais?

5) Houve alguma dificuldade no uso do Objeto de Aprendizagem – Parte 2?
Quais?

Comentários:

ANEXO V

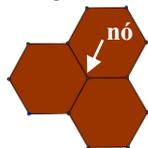
Alunos(as): _____ Data: _____

ATIVIDADE 5 - As configurações de pavimentação com polígonos diferentes

Seria possível pavimentar o plano utilizando polígonos regulares diferentes? Quais seriam os tipos de configurações possíveis?

Observe os exemplos abaixo:

Exemplo 1:

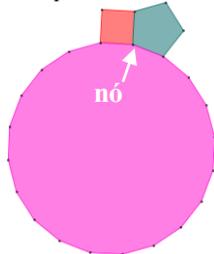


Observe no exemplo 1 que a configuração, utilizando três hexágonos regulares, completou uma volta em torno de um nó.

Neste caso, denotamos a configuração como (6,6,6), ou seja, utilizamos três hexágonos regulares em torno de um nó.

A configuração é lida no sentido horário.

Exemplo 2:



No exemplo 2 temos uma configuração do tipo; quadrado, pentágono e icosaágono, ou seja, (4,5,20), a partir do nó indicado.

Também completou uma volta.

Observe que a notação é feita, preferencialmente, em ordem crescente, sempre no sentido horário.

Para sabermos se essas configurações formam uma pavimentação, teríamos que completá-la a partir de outros nós.

Vamos analisar quais configurações são possíveis, considerando o tipo e a quantidade de polígonos utilizados em torno de um nó. (Para facilitar a identificação, use o número referente ao tipo de polígono. Por exemplo, triângulo indique por 3, quadrado por 4, e assim por diante).

Acesse a [“Parte 3: Pavimentação do Plano com Polígonos Regulares de Tipos Diferentes”](#) disponível na página inicial utilizada anteriormente. (Se tiver dificuldade, acesse o [link](#), em azul, disponível na página e observe o tutorial).

a) Utilizando apenas três polígonos regulares em torno de um nó, identifique quais as configurações podem se formar a partir de um nó:

Polígono 1	Polígono 2	Polígono 3
4	5	20
6	6	6

ANEXO V – Atividade 5 - As configurações de pavimentação com polígonos diferentes (Aluno)

I) Que procedimento você utilizou para encontrar as possíveis configurações?

II) Se você continuar o procedimento de pavimentação, quais destas configurações acima formam uma pavimentação do plano? Analisando outros nós, eles possuem a mesma configuração?

III) Que razão poderia estabelecer para as que não formaram uma pavimentação do plano?

b) Utilizando apenas quatro polígonos regulares, identifique quais as configurações podem se formar a partir de um nó:

Polígono 1	Polígono 2	Polígono 3	Polígono 4

I) Que procedimento você utilizou para encontrar as possíveis configurações?

II) Se você continuar o procedimento de pavimentação, quais destas configurações acima formam uma pavimentação do plano? Analisando outros nós, eles possuem a mesma configuração?

III) Que razão poderia estabelecer para as que não formaram uma pavimentação do plano?

c) Utilizando apenas cinco polígonos regulares, identifique quais as configurações podem se formar a partir de um nó:

Polígono 1	Polígono 2	Polígono 3	Polígono 4	Polígono 5

I) Que procedimento você utilizou para encontrar as possíveis configurações?

II) Se você continuar o procedimento de pavimentação, quais destas configurações acima formam uma pavimentação do plano? Analisando outros nós, eles possuem a mesma configuração?

III) Que razão poderia estabelecer para as que não formaram uma pavimentação do plano?

ANEXO V-a

Análise do Observador:

ATIVIDADE 5 - Conhecendo as configurações de pavimentação com polígonos diferentes

Alunos(as): _____

Data: _____ Início: _____ Término: _____

1) Os alunos conseguiram entender a proposta? Houve a necessidade de algum esclarecimento?

2) Utilizaram-se da estratégia indicada na atividade? Ou elaboraram outra estratégia?

3) Os alunos elaboraram algum tipo de organização para encontrar as configurações? Quais?

4) Houve alguma dificuldade ao preencherem as tabelas? Quais?

5) Durante as justificativas houve alguma referência com relação à atividade 4?

6) Houve alguma dificuldade no uso do Objeto de Aprendizagem – Parte 3? Quais?

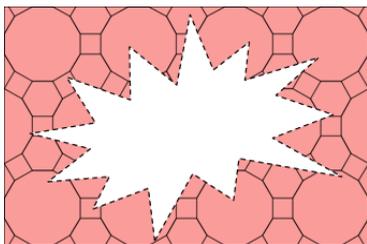
Comentários:

ANEXO VI

Alunos(as): _____ Data: _____

ATIVIDADE 6-a – Identificando configurações de uma pavimentação.

Abaixo temos uma pavimentação lado-lado, formada por polígonos regulares, mas que se encontra incompleta. Utilize o *OA pavimentação* “Parte 3: Pavimentação do Plano com Polígonos Regulares de Tipos Diferentes” e, usando sua criatividade, desenhe-a de forma completa. Em seguida, responda as questões:



Quais os polígonos regulares formam a pavimentação? E quais as medidas dos seus ângulos internos?

Resposta:

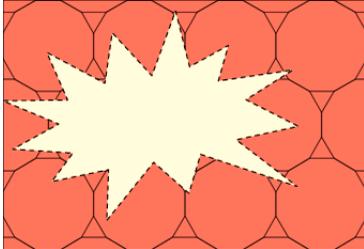
Qual é o tipo de configuração presente em cada nó?

Resposta:

*Após desenhar a pavimentação no **OA pavimentação** aperte a tecla “Print Screen” e cole no Paint. Selecione a área da pavimentação, copie e cole no quadro abaixo:*

ATIVIDADE 6-b – Identificando configurações de uma pavimentação.

Abaixo temos uma pavimentação lado-lado, formada por polígonos regulares, mas que se encontra incompleta. Utilize o *OA pavimentação* “Parte 3: Pavimentação do Plano com Polígonos Regulares de Tipos Diferentes” e, usando sua criatividade, desenhe-a de forma completa. Em seguida, responda as questões:



Quais os polígonos regulares formam a pavimentação? E quais as medidas dos seus ângulos internos?

Resposta:

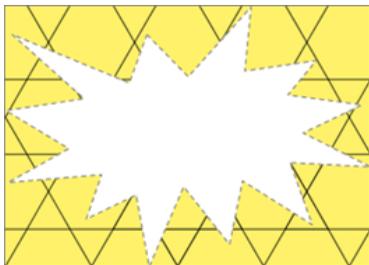
Qual é o tipo de configuração presente em cada nó?

Resposta:

*Após desenhar a pavimentação no *OA pavimentação* aperte a tecla “Print Screen” e cole no Paint. Selecione a área da pavimentação, copie e cole no quadro abaixo:*

ATIVIDADE 6-c – Identificando configurações de uma pavimentação.

Abaixo temos uma pavimentação lado-lado, formada por polígonos regulares, mas que se encontra incompleta. Utilize o **OA pavimentação** “Parte 3: Pavimentação do Plano com Polígonos Regulares de Tipos Diferentes” e, usando sua criatividade, desenhe-a de forma completa. Em seguida, responda as questões:



Quais os polígonos regulares formam a pavimentação? E quais as medidas dos seus ângulos internos?

Resposta:

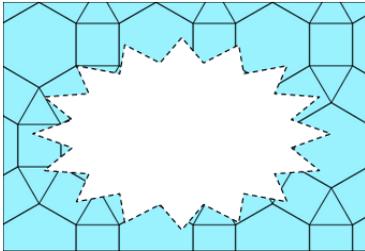
Qual é o tipo de configuração presente em cada nó?

Resposta:

*Após desenhar a pavimentação no **OA pavimentação** aperte a tecla “Print Screen” e cole no Paint. Selecione a área da pavimentação, copie e cole no quadro abaixo:*

ATIVIDADE 6-d – Identificando configurações de uma pavimentação.

Abaixo temos uma pavimentação lado-lado, formada por polígonos regulares, mas que se encontra incompleta. Utilize o *OA pavimentação* “Parte 3: Pavimentação do Plano com Polígonos Regulares de Tipos Diferentes” e, usando sua criatividade, desenhe-a de forma completa. Em seguida, responda as questões:



Quais os polígonos regulares formam a pavimentação? E quais as medidas dos seus ângulos internos?

Resposta:

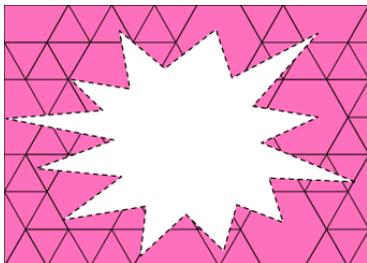
Qual é o tipo de configuração presente em cada nó?

Resposta:

*Após desenhar a pavimentação no *OA pavimentação* aperte a tecla “Print Screen” e cole no Paint. Selecione a área da pavimentação, copie e cole no quadro abaixo:*

ATIVIDADE 6-e – Identificando configurações de uma pavimentação.

Abaixo temos uma pavimentação lado-lado, formada por polígonos regulares, mas que se encontra incompleta. Utilize o **OA pavimentação** “Parte 3: Pavimentação do Plano com Polígonos Regulares de Tipos Diferentes” e, usando sua criatividade, desenhe-a de forma completa. Em seguida, responda as questões:



Quais os polígonos regulares formam a pavimentação? E quais as medidas dos seus ângulos internos?

Resposta:

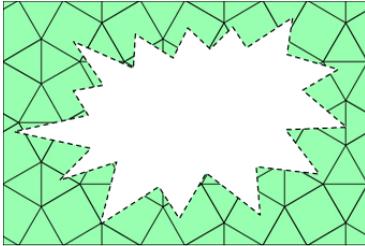
Qual é o tipo de configuração presente em cada nó?

Resposta:

*Após desenhar a pavimentação no **OA pavimentação** aperte a tecla “Print Screen” e cole no Paint. Selecione a área da pavimentação, copie e cole no quadro abaixo:*

ATIVIDADE 6-f – Identificando configurações de uma pavimentação.

Abaixo temos uma pavimentação lado-lado, formada por polígonos regulares, mas que se encontra incompleta. Utilize o **OA pavimentação “Parte 3: Pavimentação do Plano com Polígonos Regulares de Tipos Diferentes”** e, usando sua criatividade, desenhe-a de forma completa. Em seguida, responda as questões:



Quais os polígonos regulares formam a pavimentação? E quais as medidas dos seus ângulos internos?

Resposta:

Qual é o tipo de configuração presente em cada nó?

Resposta:

*Após desenhar a pavimentação no **OA pavimentação** aperte a tecla “Print Screen” e cole no Paint. Selecione a área da pavimentação, copie e cole no quadro abaixo:*

ANEXO VI-a

Análise do Observador:

ATIVIDADE 6 – Identificando configurações de uma pavimentação.

Alunos(as): _____

Data: _____ Início: _____ Término: _____

1) Os alunos conseguiram entender a proposta? Houve a necessidade de algum esclarecimento?

2) Houve algum comentário sobre as formas que estão dispostas as figuras? Alguma relação com a com as atividades anteriores? Quais?

3) Na sua opinião:

a) O grau de dificuldade da atividade pode ser classificado como:

Dificil Moderado Razoável Fácil

b) Qual das figuras apresentou maior dificuldade?

(a) (b) (c) (d) (e) (f)

Por quê?

4) Houve algum tipo de estratégia para realizar a atividade? Qual?

5) Houve alguma dificuldade no uso do Objeto de Aprendizagem – Parte 3? Quais?

Comentários:

ANEXO VII

ATIVIDADE 7 – Explorando outras configurações.

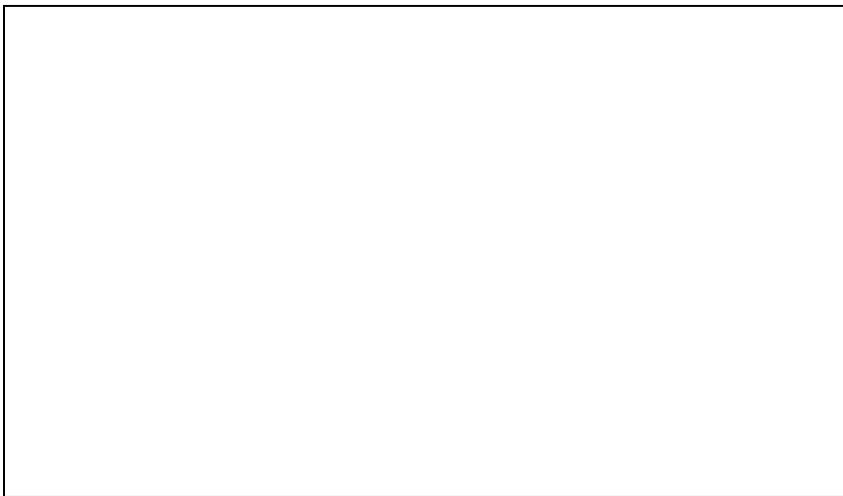
Alunos(as):

Na área de trabalho do seu computador (*desktop*), acesse a pasta “OA pavimentação”, e abra o arquivo “index”. Vá até o final da página e clique em “Parte 3: Pavimentação do Plano com Polígonos Regulares de Tipos Diferentes”.

Utilizando sua criatividade, crie pavimentações (**duas por dupla**) com configurações diferentes das apresentadas na atividade anterior:

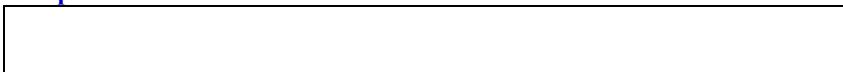
1ª PAVIMENTAÇÃO:

*Após desenhar a pavimentação no **OA pavimentação** aperte a tecla “Print Screen” e cole no Paint. Selecione a área da pavimentação, copie e cole no quadro abaixo:*



Escolha um polígono e analise qual é o tipo de configuração presente em cada nó?

Resposta:



2ª PAVIMENTAÇÃO:

*Após desenhar a pavimentação no **OA pavimentação** aperte a tecla “Print Screen” e cole no Paint. Selecione a área da pavimentação, copie e cole no quadro abaixo:*



Escolha um polígono e analise qual é o tipo de configuração presente em cada nó?

Resposta:



UNIVERSIDADE FEDERAL DE SANTA CATARINA
CENTRO DE CIÊNCIAS FÍSICAS E MATEMÁTICAS
CENTRO DE CIÊNCIAS DA EDUCAÇÃO
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM EDUCAÇÃO
CIENTÍFICA E TECNOLÓGICA



TERMO DE CONSENTIMENTO LIVRE E ESCLARECIDO

Eu, Nazareno Correa, responsável pela pesquisa, convido o aluno (a) _____, do 2º Ano D do Ensino Médio do Colégio de Aplicação da Universidade Federal de Santa Catarina, a participar de 3 (três) encontros, durante os quais serão desenvolvidas atividades relacionadas às pavimentações formadas por polígonos regulares.

Essas atividades são parte integrante da dissertação de Mestrado em Educação Científica e Tecnológica, orientada pela Profa. Dra. Cláudia Regina Flores e co-orientada pelo Prof. Dr. David Antônio da Costa, que pretende investigar a potencialidade de uso de um Objeto de Aprendizagem durante as atividades propostas. Tais atividades incorporam-se no currículo vigente do Ensino Médio.

Os encontros ocorrerão na escola, nos dias 20 e 27 de Setembro e no dia 04 de Outubro de 2012, no período matutino, durante as aulas de matemática.

Todo o material coletado – as atividades realizadas, as transcrições, os registros escritos, os registros de áudio – servirá de base para análise da pesquisa. As informações contidas na pesquisa serão confidenciais, e serão divulgadas apenas em eventos ou publicações científicas. Seus nomes serão trocados por pseudônimos preservando a identidade dos sujeitos em sigilo.

Portanto, solicito aos pais ou responsáveis a autorização para que seus filhos participem do desenvolvimento desta pesquisa.

Desde já agradeço a compreensão.

Florianópolis, 19 de Setembro de 2012.

Nazareno Correa
Pesquisador

(PREENCHER E DEVOLVER À PROFESSORA DE MATEMÁTICA)

Eu, _____, pai/mãe/responsável do aluno(a) _____, do 2º Ano D do Ensino Médio do Colégio de Aplicação – UFSC, estou ciente das informações contidas neste termo de consentimento livre e esclarecido e autorizo meu (minha) filho(a) a participar das atividades propostas.

Assinatura dos pais ou responsáveis