UNIVERSIDADE FEDERAL DE SANTA CATARINA
CENTRO DE CIÊNCIAS FÍSICAS E MATEMÁTICAS
CENTRO DE CIÊNCIAS DA EDUCAÇÃO
CENTRO DE CIÊNCIAS BIOLÓGICAS
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM EDUCAÇÃO CIENTÍFICA E TECNOLÓGICA

Suelen Maggi Scheffer Vieira

REGISTROS SEMIÓTICOS EM PORCENTAGEM: ANÁLISE DA PRODUÇÃO DE ALUNOS NA RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS TRIPARTICIONADOS

Florianópolis
2013

Suelen Maggi Scheffer Vieira

REGISTROS SEMIÓTICOS EM PORCENTAGEM: ANÁLISE DA PRODUÇÃO DE ALUNOS NA RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS TRIPARTICIONADOS

Dissertação submetida ao Programa de Pós- Graduação em Educação Científica e Tecnológica da Universidade Federal de Santa Catarina para a obtenção do Grau de Mestre em Educação Científica e Tecnológica.
Orientador: Prof. Dr. Méricles Thadeu Moretti

Florianópolis
2013

Ficha de identificação da obra elaborada pelo autor,
através do Programa de Geração Automática da Biblioteca Universitária da UFSC.

Vieira, Suelen Maggi Scheffer
Registros semióticos em porcentagem: análise da produção de alunos na resolução de problemas triparticionados / Suelen Maggi Scheffer Vieira ; orientador, Méricles Thadeu Moretti - Florianópolis, SC, 2013.
205 p.

Dissertação (mestrado) - Universidade Federal de Santa Catarina, Centro de Ciências Físicas e Matemáticas. Programa de Pós-Graduação em Educação Científica e Tecnológica.

Inclui referências

1. Educação Científica e Tecnológica. 2. Semiótica e aprendizagem matemática. 3. Diversidade de registros em porcentagem. 4. Problemas Triparticionados. 5. Noção de porcentagem. I. Moretti, Méricles Thadeu. II. Universidade Federal de Santa Catarina. Programa de Pós-Graduação em Educação Científica e Tecnológica. III. Título.

UNIVERSIDADE FEDERAL DE SANTA CATARINA
CENTRO DE CIÊNCIAS FÍSICAS E MATEMÁTICAS
CENTRO DE CIÊNCIAS DA EDUCAÇÃO
CENTRO DE CIÊNCIAS BIOLÓGICAS
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO
CURSO DE MESTRADO EM EDUCAÇÃO CIENTÍFICA E TECNOLÓGICA

"Registros semióticos em porcentagem: análise da produção de alunos na resolução de problemas triparticionados."

Dissertação submetida ao Colegiado do Curso de Mestrado em Educação Científica e Tecnológica em cumprimento parcial para a obtenção do título de Mestre em Educação Científica e Tecnológica

APROVADA PELA COMISSÃO EXAMINADORA em 09/07/2013

Prof. Dr. **Méricles Thadeu Moretti** (CFM/UFSC – Orientador)__________

Profª. Drª. **Célia Finck Brandt** (PPGE/UEPG- Examinadora)__________

Prof. Dr. **Saddo Ag Almouloud** (PUC/SP – Examinador)__________

Prof. Dr. **David Antonio da Costa** (CED/UFSC – Examinador)__________

Prof. Dr. **José de Pinho Alves Filho** (CFM/UFSC – Suplente)__________

Dr. Carlos Alberto Marques
Coordenador do PPGECT

Suelen Maggi Scheffer Vieira
Florianópolis, Santa Catarina, julho de 2013.

Ao meu esposo,
Jarbas Vieira,
pelo incentivo, apoio e compreensão.
E aos meus pais,
por sempre acreditar em mim.

AGRADECIMENTOS

Penso que agradecer possa ser fácil, pelo simples fato de que o que se almejava antes agora fora conquistado.

O difícil talvez seja não se esquecer de algo ou de alguém que tenha sido de grande valia para a realização deste sonho.

Primeiro, então, peço perdão àqueles que por ora não faço lembrar, e os agradeço também. Mas, como agradecer? Um simples obrigado pode parecer pouco, mas acredito que esta seja uma das palavras ímpares de nosso vocabulário, com um significado único, quando mencionada de forma sincera. Existe um imenso respeito desta autora para com aqueles que a fizeram despertar, seguir e abraçar mais esta etapa de vida profissional e pessoal que se consolida. Por isso faço menção a estas pessoas com palavras simples, porém, envoltas de intenso significado. Assim, inicio os obrigados a um dos maiores iluminadores desta caminhada. Gostaria de agradecer a Deus, por ter me concebido saúde, fé, esperança e força de tornar este sonho realidade, pois, sem ele, nada seria possível.

Com muito apreço agradeço a generosidade do meu orientador, professor doutor Méricles Thadeu Moretti, pelos encaminhamentos, dedicação e empenho que teve para comigo e este trabalho. Muito obrigada pelos ensinamentos.

Ao professor José André Peres Angotti pelo incentivo, colaboração e apoio. Aos professores David Antonio da Costa e Célia Finck Brandt pelas contribuições na análise do projeto.

Aos professores José Francisco Custódio Filho, José André Peres Angotti, Vivian Leyser da Rosa, Rejane Maria Ghisolfi da Silva, Cláudia Regina Flores, Méricles Thadeu Moretti pelas discussões nas aulas de suas disciplinas que colaboraram para a elaboração desta pesquisa.

Aos professores Saddo Ag Almouloud, David Antonio da Costa, Célia Finck Brandt e José de Pinho Alves Filho, por aceitarem fazer parte da Banca Examinadora. Aos professores do Programa de Pós-Graduação em Educação Científica e Tecnológica pelo crescimento intelectual proporcionado. Aos coordenadores do PPGECT pela atenção que sempre tiveram com esta aluna.

À direção, professores e alunos da escola que desenvolvi a pesquisa pela colaboração na realização deste trabalho.

Ao meu esposo Jarbas Vieira, que sempre esteve ao meu lado com todo seu amor, paciência e cumplicidade.

Aos meus pais Antonio Bauer Scheffer e Dalva Maggi Scheffer pelo apoio nas longas viagens de ida e volta a Florianópolis.

A minha irmã Simone Maggi Scheffer Benheck pela correção e revisão feita neste trabalho, meu muito obrigada.

À amiga e colega Vilmarise Bobato, meu agradecimento especial, por dividir tantos momentos de angústias e alegrias.

Aos amigos Ivani Voos, Ana Paula Grimes, Iasmine Pedroso, Liliane Medeiros e Leonardo Marcelino pela ajuda em momentos difíceis desta trajetória. Aos colegas da turma de mestrado 2012, pela amizade e trocas dos saberes.

A todos que contribuíram de uma forma ou de outra para a construção desta pesquisa, em especial minha amiga de vida Ana Patrícia de Souza Vargas Emerim.

A autora

“[...] ninguém educa ninguém,
como tampouco ninguém educa a si mesmo:
os homens se educam em comunhão,
mediatizados pelo mundo.”
(FREIRE, 2006)

RESUMO

O conceito de porcentagem vai muito além do seu uso em questões puramente escolares, saindo deste âmbito para se tornar uma necessidade de cidadania. Os documentos oficiais apontam uma importância para este assunto e, um modo abordado, é por meio da resolução de problemas. Observamos em livros didáticos e nas questões de matemática do Exame Nacional do Ensino Médio (ENEM) um crescente interesse pelo uso de problemas triparticionados: problemas formulados em três partes, uma inicial com informações que contextualizam o problema; outra intermediária, com tabelas, gráficos, figuras icônicas ou geométricas; e uma final, com perguntas a serem respondidas pelos alunos. Por sua formulação, os problemas triparticionados amplificam o fenômeno da não congruência semântica observado por Duval, em sua teoria de aprendizagem matemática, que a tomaremos por referência neste trabalho. A diversidade de registros que pudemos também formular e que tratam da noção de porcentagem é uma aliada, tanto na compreensão das dificuldades, quanto na conceituação da porcentagem. Com essas considerações, pretendemos desvelar quais compreensões que alunos do 8º ano do ensino fundamental de uma escola pública municipal têm sobre porcentagem, quando da resolução de problemas triparticionados. Antecipamos que, nas sequências didáticas formuladas, pudemos observar dificuldades acentuadas dos alunos quando da resolução desse tipo de problema.

Palavras-chave: Porcentagem. Diversidade de registros em porcentagem. Problemas triparticionados. Aprendizagem matemática. Congruência semântica.

ABSTRACT

The concept of percentage goes far beyond its use in purely school, leaving this scope to become a necessity of citizenship. Official documents show importance to this issue and an order addressed is through problem solving. Observed in textbooks and in the math questions Exam National Education (ENEM) a growing interest in the use of tri-partitioned problems: problems formulated in three parts, with an initial information that contextualize the problem, another intermediate, with tables, graphs, iconic figures or geometric, and a final, with questions to be answered by the students. Because of its formulation, the problems tri-partitioned amplify the phenomenon of semantic congruity not observed by Duval, in his theory of mathematics learning that we will take by reference in this work. The diversity of records that could also formulate and dealing with the notion of percentage is an ally, both in understanding the difficulties, as in the concept of percentage. With these considerations, which we intend to unveil understandings that students of the 8th grade of elementary school to a public school have on percentage when solving problems tri-partitioned. We anticipate that, in the didactic sequences formulated, we observed pronounced difficulties of students when solving this type of problem.

Keywords: Percentage. Diversity of records in percentage. Problems tri-partitioned. Mathematics learning. Semantic congruence.

LISTA DE FIGURAS

Figura 1 – Excerto do livro didático analisado 65
Figura 2 – Excerto do livro didático analisado 66
Figura 3 – Excerto do livro didático analisado 67
Figura 4 – Excerto do livro didático analisado 68
Figura 5 – Exemplificação da operação de tratamento 78
Figura 6 - Congruência semântica entre frase e expressão aritmética .. 82
Figura 7 – Esquema da relação de diversos tipos de tarefas, em termos do seu grau de desafio e de abertura 90
Figura 8 – Estrutura tripartícionada generalizada das tarefas 103
Figura 9 – Resposta apresentada pela dupla B 129
Figura 10 – Resposta apresentada pelo trio A 130
Figura 11 – Resposta apresentada pela dupla F 131
Figura 12 – Resposta apresentada pela dupla G 133
Figura 13 – Resposta apresentada pela dupla J 133
Figura 14 – Resposta apresentada pela dupla B 136
Figura 15 – Resposta apresentada pela dupla D 137
Figura 16 – Resposta apresentada pela dupla C 138
Figura 17 – Resposta apresentada pela dupla H 138
Figura 18 – Resposta apresentada pela dupla G 140
Figura 19 – Resposta apresentada pela dupla H 140
Figura 20 – Resposta apresentada pela dupla C 142
Figura 21 – Resposta apresentada pela dupla I 143
Figura 22 – Resposta apresentada pela dupla F 144
Figura 23 – Resposta apresentada pela dupla C 146
Figura 24 – Resposta apresentada pela dupla H 147
Figura 25 – Resposta apresentada pela dupla F 148
Figura 26 – Resposta apresentada pela dupla G 150
Figura 27 – Resposta apresentada pela dupla F 151
Figura 28 – Resposta apresentada pela dupla B 152
Figura 29 – Resposta apresentada pela dupla B 153
Figura 30 – Resposta apresentada pela dupla H 154
Figura 31 – Resposta apresentada pela dupla G 154

LISTA DE TABELAS

Tabela 1 – Classificação dos diferentes tipos de registros mobilizados em matemática 83
Tabela 2 – Resultados dos registros usados na aplicação 1................. 156
Tabela 3 – Resultados dos registros usados na aplicação 2................. 157
Tabela 4 – Resultados dos registros usados na aplicação 3................. 159
Tabela 5 – Resultados dos registros usados na aplicação 4................. 161

SUMÁRIO

1 INTRODUÇÃO 23
2 A PORCENTAGEM: PRESENÇA OU AUSÊNCIA **29**
2.1 OS NÚMEROS RACIONAIS: RELAÇÕES COM A PORCENTAGEM 29
2.1.1 Resgate histórico dos significados para números racionais 30
2.1.2 As ideias da porcentagem 36
2.2 A PORCENTAGEM NA LITERATURA 38
2.3 EXISTEM ENCAMINHAMENTOS PARA O ENSINO DA PORCENTAGEM NAS PROPOSTAS: NCTM, NOS PCNS E LIVROS DIDÁTICOS? 48
2.3.1 NCTM 48
2.3.1.1 Os princípios 49
2.3.1.2 As normas 52
2.3.1.3 As normas para pré-escolar – 2º ano (porcentagem) 55
2.3.1.4 As normas de 3º a 5º ano (porcentagem) 56
2.3.1.5 As normas de 6º a 8º ano (porcentagem) 57
2.3.1.6 As normas de 9º a 12º ano (porcentagem) 60
2.3.2 Análise dos PCNs de matemática de 5ª a 8ª série 60
2.3.2.1 Terceiro ciclo 60
2.3.2.2 Quarto ciclo 62
2.3.3 Análise dos livros didáticos 64
2.3.3.1 Coleções 64
2.3.1.2 Análise de livros individuais 68
3 REFERENCIAL TEÓRICO: RAYMOND DUVAL E JOÃO PEDRO DA PONTE **71**
3.1 NOÇÕES DE REGISTROS DE REPRESENTAÇÃO SEMIÓTICA 71
3.1.1 A representação, o registro, a semiótica 72
3.1.2 Representação mental, computacional e semiótica 75
3.1.3 Os registros 78
3.1.4 Tratamento 78
3.1.5 Conversão 79
3.1.6 Congruência Semântica 79
3. 2 PONTE: TAREFAS ENFATIZANDO PROBLEMAS 86
3.2.1 Exercício 87
3.2.2 Problema 87
3.2.3 Investigação 88
3.2.4 Exploração 89
3.2.5 O grau das tarefas 90
4 APORTES METODOLÓGICOS **93**
4.1 CATEGORIAS DE ANÁLISE DA PORCENTAGEM 93
4.2 CATEGORIAS DE ANÁLISE DOS REGISTROS 93
4.2.1 Registros de representação semiótica 94

4.2.2 Tratamentos **95**
4.2.3 Conversões **95**
4.3 ESTUDO DE CASO 95
5 ANÁLISES DA PESQUISA **99**
5.1 PROCEDIMENTOS DAS ANÁLISES 99
5.2 APLICAÇÕES DAS TAREFAS DE PORCENTAGEM 101
5.2.1 Possíveis respostas de alunos na resolução das tarefas de porcentagem 104
5.2.2 Possíveis respostas dos alunos na elaboração das tarefas de porcentagem 124
5.3 ANÁLISES DAS APLICAÇÕES 127
5.3.1 Análise da aplicação 1 .... **128**
5.3.2 Análise da aplicação 2 .... **134**
5.3.3 Análise da aplicação 3 .... **141**
5.3.4 Análise da aplicação 4 .... **148**
5.4 RESULTADOS DOS REGISTROS UTILIZADOS PELOS ALUNOS NAS APLICAÇÕES 156
CONSIDERAÇÕES E PERSPECTIVAS **163**
REFERÊNCIAS **169**
APÊNDICE A – Termo de consentimento livre e esclarecido **177**
APÊNDICE B – Termo de consentimento livre e esclarecido **179**
ANEXO A – Aplicação da tarefa 1 .... **181**
ANEXO B – Aplicação da tarefa 2 .... **187**
ANEXO C – Aplicação da tarefa 3 .... **193**
ANEXO D – Aplicação da tarefa 4 .... **199**
ANEXO E – Aplicações resolvidas pelos alunos digitalizadas **205**

1 INTRODUÇÃO

As experiências na minha formação e vida profissional fizeram com que tivesse interesse em investigar sobre as necessidades que permeiam o âmbito educacional, tanto no ensino quanto na aprendizagem. Nesse cenário é possível constatar que alunos encontram dificuldades no momento de entender as ideias e aplicações do ensino de porcentagem e professores não têm tanta facilidade em explicá-las.

Acredito que a aprendizagem do professor - insiro-me neste contexto, pois tenho 10 anos de atuação como docente da rede pública estadual e municipal - começa desde os seus primeiros anos escolares, quando este entra em contato com as primeiras representações dos códigos da escrita. Concluída a educação básica, encaminha-se para uma nova etapa de sua vida, quando, movido por um sonho, presta o concurso vestibular e dá início a carreira universitária. No decorrer do curso, descobre que sabe apenas o "razoável" do conteúdo no qual se especializou precisando, dessa forma, estar constantemente em contato com os novos conhecimentos produzidos pelo mundo acadêmico. O saber adquirido durante a caminhada não é um patrimônio individual, mas sim, o produto de um constante esforço em se aprimorar para compartilhá-lo durante a docência.

Essas foram algumas motivações que me trouxeram inquietação e desejo de ingressar no Mestrado de Educação Científica e Tecnológica, a fim de compreender as dificuldades dos alunos com o conteúdo porcentagem.

A riqueza do ensino na abordagem da porcentagem está fortemente relacionada à diversidade de registros que podem ser utilizados. Riqueza que também indica a complexidade inerente a esta noção: a porcentagem é uma noção complexa, mas possui uma diversidade de registros que pode permitir uma abordagem conceitual significativa.

Atualmente, observamos um uso bastante frequente em livros didáticos e também no ENEM[1] de problemas que possuem uma estrutura triparticionada que nomeamos de cabeçalho, corpo e perguntas. Na parte, do que chamamos de corpo, podemos ter um gráfico, uma tabela, uma figura icônica ou geométrica. Esta estrutura de problema força o trânsito entre as partes e, com isso, prepara melhor o aluno na resolução de problemas: é um comportamento bastante conhecido do aluno que não retorna à formulação discursiva da questão.

[1] Exame Nacional do Ensino Médio.

Esta obrigação para resolver o problema de transitar entre essas diversas partes pode amplificar o fenômeno da não congruência semântica conhecido por Duval em sua teoria de aprendizagem matemática.

Preparamos um capítulo exclusivo para detalhar a estrutura destes problemas e as tarefas produzidas, que será apresentado mais a frente.

A necessidade de outras argumentações, de conhecer mais sobre o assunto, fez com que buscássemos em Raymond Duval (2004a, 2004b, 2011) e João Pedro da Ponte (2005) sustentação para novas contribuições desta questão matemática que norteia âmbitos significativos, usuais e teóricos. Âmbitos de grande valia para os sujeitos inseridos no meio educacional e fora dele também.

Para Piaget:[2] citado por PIATTELLI-PALMARINI (1983, p. 39) "[...] nenhum conhecimento se deve somente às percepções, pois estas são sempre dirigidas e enquadradas por esquemas de ações".

O conhecimento procede, pois, da ação, e toda a ação que se repete ou se generaliza por aplicação de novos objetos gera por isso mesmo um "esquema", ou seja, uma espécie de conceito práxico.

As dificuldades parecem muitas, mas, a vontade de educar, pesquisar e investigar, interagindo para o bem maior deste tema, que remete tal relevância, se sobrepõe a todas elas.

O ato de conhecer e reconhecer os números racionais, especificamente neste estudo de porcentagem, se faz necessário para uma aprendizagem com noções desse conceito matemático. Pois, segundo Nunes e Bryant (1997, p.219) "[...] todas as crianças tem que compreender um grande número de conceitos e símbolos novos e tem que aprender como e quando usá-los em uma ampla gama de situações bastante diferentes." Os alunos do ensino fundamental das séries finais se inserem nesta fala, e, sabendo que as porcentagens são tão necessárias e vivenciadas nos cálculos cotidianos de lucros, juros, acréscimos, descontos e tantos outros, se evidencia a relevância desta investigação.

Ao conceber sobre o estudo de números racionais pensa-se muito sobre a fala de Piaget:[3] citado por GUABIRABA E SANTOS (2000) que a combinação da análise lógica com a análise genética (relações do hemisfério esquerdo do cerébro com o potencial no desenvolvimento

---

[2] Piaget (J.), "L'equilibration des structures cognitives, probléme central du développement". É tudes d' epistémologie genétique. vol. XXIII. Paris: PUF, 1975 (PIATTELLI-PALMARINI, 1983).

[3] Piaget (J.). Lógica e Conhecimento Científico. Porto,1967 (GUABIRABA E SANTOS, 2000).

humano) é o único meio de atingir as raízes epistemológicas do conhecimento matemático.

Para Behr:[4] existem diferentes perspectivas do ponto de vista da importância dos conceitos e aplicações associados aos números racionais: pela praticidade e habilidade da criança compreender e lidar como uma série de situações e problemas dentro e fora da escola; do ponto psicológico, esses números constituem um cenário rico para um desenvolvimento intelectual e no ponto de vista matemático, o entendimento dos números racionais constituem-se nos fundamentos sobre os quais as operações algébricas podem desenvolver-se.

Os alunos enfrentam dificuldades quanto aos números racionais até o Ensino Médio, nas suas diversas representações, pelas práticas de aulas que pude observar com os meus alunos desse nível. Demostram que as ideias, seus significados e aplicações não foram dominados até então. Assim, não conseguem transitar entre os diversos registros que constituem o objeto matemático, não havendo aprendizagem (DUVAL, 2004a).

De acordo com os Parâmetros Currículares Nacionais (BRASIL, 2001), o estudo dos números racionais deve ser iniciado formalmente nas 3ª e 4ª séries do Ensino Fundamental por meio de situações-problema, o que possibilitará ao aluno proximidade com esses números, significados e representações.

Com base na revisão das pesquisas elaboradas sobre o assunto de problemas de porcentagem como, Vizolli (2001), Vizolli (2006) e Costa (2010) destacamos que Vizolli (2001) investigou sobre sentido e significado operatório da porcentagem, já Vizolli (2006) tratou a solução de problemas de proporção-porcentagem com professores e educação de jovens e adultos. E, Costa (2010), abordou sentido de porcentagem, capacidade de relações entre si, outras representações e resolução de problemas. A primeira não tratou de elaboração de problemas e não aprofundou a resolução de problemas de porcentagem nas diferentes formas de representação. A segunda abordou a resolução de problemas, mas tratando estes com professores, jovens e adultos. Já a última é uma pesquisa que abordou mais a *noesis* (questão conceitual) do que *semiose* (questão de representações) a qual nossa pesquisa se aproxima mais. E,

---

[4] Behr, M., Lesh, R., Post, T., Silver, E., (1983). Rational number concepts. *In*: Lesh, R., Landau, M. (eds.). Acquisition of mathematical concepts and processes. Orlando: Academic Press, p. 91-126 (GUABIRABA E SANTOS, 2000).

ainda não há pesquisas para compreender as dificuldades dos alunos em porcentagem quando da resolução dos problemas triparticionados.

Contudo, se faz justificar nossa investigação neste tema de interesse apresentado com os alunos da antiga 7ª série – atualmente 8º ano do ensino fundamental. Pois, embora haja algumas pesquisas vinculadas ao assunto porcentagem, ele é tratado ainda restritamente, e como constatamos, há poucas pesquisas abordando resolução ou elaboração, sendo que nenhuma esteve voltada para o entendimento da congruência semântica em problemas triparticionados.

Particularmente trataremos de vários registros de representações e as questões de congruência semântica na estrutura de problemas de porcentagem. Para isto, serão realizadas quatro aplicações em datas diferentes. Cada aplicação irá conter cinco tarefas. Nas quatro primeiras, os alunos produzirão as resoluções destes problemas triparticionados. A quinta tarefa será uma elaboração de problema, todos voltados para a noção da porcentagem.

Pretendemos ainda entrevistar alguns alunos depois de realizadas as aplicações, afim de que melhor entendamos quais foram os caminhos por eles escolhidos para suas respostas, possivelmente clarificando "onde" se apoiam suas noções da porcentagem e formas com que as registraram, novamente, evidenciando a importância desta pesquisa.

Atualmente não há consenso entre os professores sobre a aplicação de problemas de porcentagem no 8º ano. Possivelmente porque este conteúdo está inserido na base curricular dos anos anteriores, presente no currículo da 6ª série (7º ano) na maioria das escolas, inclusive onde foi aplicada esta pesquisa. Este conteúdo contém indicativos de mera revisão nos livros didáticos analisados e nas orientações dos PCNs[5] para o 8º ano. Destacamos que a porcentagem muitas vezes é lecionada de uma única forma como, por exemplo, a numérica (20%), sem ao menos haver aplicações destes para problemas.

Com essas considerações, objetivamos desvelar neste trabalho quais compreensões os alunos do 8º ano do ensino fundamental de uma escola pública municipal têm sobre porcentagem, quando da resolução de problemas triparticionados.

Este objetivo nos orienta a considerar os seguintes objetivos de ordem mais específica, ou seja, estudar:

---

[5] Parâmetros Curriculares Nacionais.

- o que dizem as propostas PCNs, NCTM[6] sobre o ensino/aprendizagem de porcentagem;

- o que diz o livro adotado na escola, aonde as sequências didáticas irão acontecer, o que diz sobre o ensino/aprendizagem de porcentagem;

- a teoria de aprendizagem matemática em Duval;

- as etapas na análise de conteúdo de Bardin;

- as diferentes ideias envolvidas na noção de porcentagem;

- as diferentes formas de representação semiótica envolvidas na noção da porcentagem;

- em termos de congruência semântica, a estrutura dos problemas triparticionados;

- em termos de congruência semântica, a produção dos alunos na elaboração de problemas e principalmente na resolução dos problemas triparticionados;

- a partir da elaboração dos problemas desenvolvidos e, principalmente, da resolução de problemas, que noção da porcentagem os alunos revelam.

Para que com estas ações possamos responder a questão que direciona esta pesquisa: Quais compreensões da porcentagem os alunos do 8º ano do ensino fundamental de escola pública municipal têm ao resolver problemas triparticionados?

Ao estabelecer algumas características da pesquisa, como apresentado anteriormente, percebemos a necessidade de mencionar sobre a tessitura deste estudo, como fazemos a seguir.

No primeiro capítulo apresentamos a introdução da pesquisa, contendo o contexto dos números racionais, a motivação e justificativa pelo tema em estudo, problema que se pretende responder e os objetivos que encaminharam o estudo.

No capítulo dois, temos a abrangência dos números racionais e suas ideias – o objeto da pesquisa tratado de diversas formas no ensino e aprendizagem dos racionais, a pertinência dos mesmos, com destaque para a porcentagem na literatura, bem como a presença ou ausência destas nas propostas: NCTM, PCNs e Livros Didáticos.

No terceiro capítulo apresentamos o referencial teórico da pesquisa em base de Raymond Duval para com os Registros de representação semiótica, apontamentos sobre o fenômeno da

---

[6] National Council of Teachers of Mathematics (Associação de Professores de matemática – Principios e Normas para a matemática escolar)

congruência semântica. Também referências a João Pedro da Ponte sobre as tarefas, em particular aos "problemas".

No capítulo quatro, focamos na metodologia de pesquisa, as categorias para análise tanto dos problemas triparticionados propostos quanto das respostas dos alunos.

No quinto capítulo temos a pesquisa com seus instrumentos elencados, a sequência didática desenvolvida, aplicada com suas respectivas análises.

No capítulo seguinte apontamos as considerações e perspectivas do estudo, optamos por assim nomear, pois acreditamos não esgotar as possibilidades deste tema com este estudo. Pois pretendemos lançar possíveis encaminhamentos para outras pesquisas. Na sequência seguem as referências bibliográficas.

2 A PORCENTAGEM: PRESENÇA OU AUSÊNCIA

A porcentagem, como já citado anteriormente, é o objeto de estudo desta pesquisa. Neste sentido pensamos no presente capítulo que possibilitará buscarmos subsídios que clarifiquem a validade e relevância da porcentagem para o entendimento nos âmbitos social e educacional. E, ainda, se a porcentagem está presente ou ausente nestes entendimentos.

Para este resgate analisamos algumas pesquisas que abordam sobre significados[7] dos números racionais para adentrarmos na relação com a porcentagem e adotarmos ideias para este estudo em diferentes formas de representar. Ideias não como uma categoria de significados, pois percebemos que a porcentagem está para além de puros significados em suas abordagens. Consideramos então que as noções dessas ideias não são disjuntas, ou seja, uma representação da linguagem da porcentagem está envolta de muitas ideias, às vezes por todas. Logo, explicitaremos quais são estas. Neste sentido pensamos nas formas que a porcentagem está conceitualizada. Entretanto, também faremos uma revisão na literatura com o interesse de nos aproximarmos dos estudos que trabalharam com a porcentagem verificando também os afastamentos desta pesquisa para com os mesmos. Investigamos se existem orientações, ou não, para ensino da porcentagem nos documentos: NCTM e PCNs e o que temos de propostas nos livros didáticos sobre nosso assunto.

2.1 NÚMEROS RACIONAIS: RELAÇÕES COM A PORCENTAGEM

Os números racionais são considerados por vários autores, pesquisadores e professores como de relevante cunho social, e estão presentes em diversas pesquisas educacionais. Resgatamos alguns significados dos números racionais, categorizados por algumas pesquisas. Apesar da existência de estudos sobre os números racionais, nenhum apontou para a porcentagem nas suas diferentes ideias, considerando-as apenas como significado. Entendemos que elas vão, além disso, ou seja, não são simplesmente significados, e sim ideias para a porcentagem. Nossa intenção é validar a categoria das ideias para a porcentagem a partir de Gomes (2010) do significado *Porcentagem*, pois acreditamos como este autor (2010) que a porcentagem tem "vida

---

[7] Neste capítulo, estaremos nos referindo a - significados - como conceitos dos números racionais.

própria". E, ainda, que os significados da porcentagem estejam inseridos uns nos outros, formando a conceituação de vários deles num problema só. No entanto, retomamos algumas definições de autores e dos PCNs sobre os significados dos racionais. Ao final desta primeira seção apresentaremos as ideias da porcentagem que acreditamos estarem presentes em seu ensino. Remetemo-nos a esta categorização com a certeza de que nenhuma é mais, ou, menos importante do que a outra, e de que também uma faz parte da outra. As ideias categorizadas na sequência desta pesquisa contribuíram com valores imprescindíveis para reforçar sua validade e, acredita-se, transcender o assunto porcentagem.

2.1.1 Resgate histórico dos significados para números racionais

Nunes e Bryant (1997) relatam que os precursores da proposta de construção dos significados para os números racionais foram Behr e cols.(1993), Kieren (1998; 1994) e Vergnaud (1983) (NUNES; BRYANT, 1997).

Na pesquisa de Lucena (2013) o autor também apresenta as ideias destes significados trazidas por Kieren (1976; 1988), PCNs (1998) e aborda ainda outros referenciais. Na pesquisa de Malaspina (2007) a autora aponta os significados dos números racionais trazidos também por Kieren (1988)[8]. Mais a frente mostra a classificação dos significados para os números racionais que são representados na forma fracionária proposta por Nunes et al. (2003) (MALASPINA, 2007). Podemos traduzir assim a necessidade de verificarmos nestes autores um pouco sobre os diferentes significados dos números racionais, com viés também para os significados das frações. As classificações utilizadas por estes autores se remetem principalmente aos significados abordados por Kieren (1988). Assim, consideramos este fato e tentaremos a frente entender o que o autor (1988) quer dizer sobre os significados dos racionais.

Observamos o que os PCNs (1998) nos apontam sobre os significados dos números racionais, bem como buscamos alguns autores para dialogarmos e construirmos ao final desta seção apontamentos que nos pareçam mais eficazes na escolha e categorização das ideias para as porcentagens, e que estas possam contribuir com o fortalecimento do

[8] Kieren, T.E. (1988), Personal Knowledge of rational numbers: its intuitive and formal development. In J. Hiebert and M. Behr (eds.): Number concepts and Operations in the Middle Grades, pp. 162 – 80. Hillsdale, New Jersey: Erlbaum.

ensino e aprendizagem deste objeto. Para Kieren,[9] citado por MALASPINA (2007), os números racionais possuem quatro subconstrutos.[10] Os subconstrutos na ideia deste autor apresentado na pesquisa de Malaspina (2007) provavelmente atribuem relevância às estruturas cognitivas. Ainda, sobre a ideia demonstrada por Kieren (1988) nesta pesquisa dos significados, podemos salientar que o número racional pode ter ao mesmo tempo um aspecto quociente e de razão. No aspecto quociente o número aborda a ideia de "quanto", já como razão aborda a ideia de relação entre a parte e o todo (MALASPINA, 2007).

Entre as importâncias levantadas por Kieren citado por MALASPINA (2007) para com os subconstrutos dos números racionais, destacamos, "a ideia de ver os números racionais por intermédio dos subconstrutos fornece suporte para uma análise semântica" (MALASPINA, 2007, p.29). Neste aspecto pensamos sobre a porcentagem, o que nos remete a presente pesquisa, que visa também uma análise semântica nos problemas que envolvem este assunto – trata do estudo das ideias da porcentagem, mas voltado a congruência dos registros. Ainda para Kieren citado por MALASPINA (2007) o autor relata que as partições sucessivas podem conduzir crianças pequenas para a noção das grandezas infinitesimais. Neste caso, o quociente envolvido tem sentido de divisão. No significado medida, liga-se geometria com os racionais. Para o significado operador, ressalta que eles viabilizam a aproximação dos racionais com a álgebra, já o subconstruto razão tem vínculos com os conceitos de proporção e probabilidade.

Malaspina (2007) após verificar algumas ideias em Nunes e Bryant (1997; 2003; 2005) e Kieren (1988) já citado, apresenta cinco significados de número racional, e utilizou quatro destes em sua pesquisa: Parte-todo, Quociente, Medida e Operador Multiplicativo. As definições destas ideias para Malaspina (2007), em base de Nunes e Bryant (2003), seguem estas abrangências:

---

[9] Kieren, T.E. (1988), Personal Knowledge of rational numbers: its intuitive and formal development. In J. Hiebert and M. Behr (eds.): Number concepts and Operations in the Middle Grades, pp. 162 – 80. Hillsdale, New Jersey: Erlbaum (MALASPINA, 2007).

[10] Malaspina (2007) refere-se que Kieren usa construtos e subconstrutos. Os construtos podem ser entendidos como conceitos gerais, e os subconstrutos como conceitos menores, que ao juntarem-se formariam um conceito maior): quocientes, operadores, medidas e razões (MALASPINA, 2007).

Parte-todo – “A ideia presente neste significado é a da partição de um todo (contínuo ou discreto):[11] Podendo citar como exemplo, quando temos cinco bolinhas e dividimos a três crianças em *n* partes iguais, em que cada parte pode ser representada como1/mesma n.” (p.36).

Quociente – “Este significado está presente em situações em que está envolvida a ideia de divisão, por exemplo, uma torta a ser repartida igualmente a 5 crianças.” (p.37).

Medida – “Algumas medidas envolvem fração por se referirem à quantidade extensiva, nas quais as quantidades referem-se à relação entre duas variáveis de valor discreto”. (p.38).

Operador Multiplicativo – “Associou-se a esse significado o papel de transformação, isto é, a representação de uma ação que se deve imprimir sobre um número ou uma quantidade, transformando seu valor nesse processo”. (p.39).

Não há grandes diferenças entre a visão de Kieren (1988) e Nunes e Bryant (2003) diante dos significados dos racionais. Destacamos a aproximação para com a porcentagem no subconstruto razão que por sua vez possuí vínculos com probabilidade e proporção, diante do que esses autores apontam. O que de certa forma não garante a presença da porcentagem a ser abordada neste ponto. Porém, pensa-se que poderá aí estar uma das possíveis portas de entrada deste tema no ensino de suas ideias.

Os PCNs (1998) apontam como sendo significados dos números racionais os seguintes: relação parte/todo, divisão, razão e operador apresentados em diversos contextos. Reafirmando,

> Na perspectiva do ensino não é desejável tratar isoladamente cada uma dessas interpretações. A consolidação desses significados pelos alunos pressupõe um trabalho sistemático, ao longo do terceiro e quarto ciclos, que possibilite análise e comparação de variadas situações-problema (BRASIL, 1998, p. 103).

---

[11] Para Malaspina (2007) uma quantidade contínua é aquela que poderá ser dividida exaustivamente, sem perder suas características – por exemplo, uma pizza poderá ser dividida em várias partes sem que deixe de ser pizza. Uma quantidade discreta refere-se a um conjunto de objetos idênticos, representando um único todo, o resultado de sua divisão deverá levar a subconjuntos com a quantidade de unidades (MALASPINA, 2007).

E, fortalecendo o vínculo destes significados dos racionais para com a necessidade de existência das ideias da porcentagem e suas aplicações, temos segundo os PCNs:

> Uma interpretação diferente das anteriores é aquela em que o número racional é usado como um índice comparativo entre duas quantidades, ou seja, quando é interpretado como razão. Isso ocorre, por exemplo, quando se lida com situações do tipo: 2 de cada 3 habitantes de uma cidade são imigrantes e se conclui que $\frac{2}{3}$ da população da cidade é de imigrantes. Outras situações são as que envolvem probabilidades: a chance de sortear uma bola verde de uma caixa em que há 2 bolas verdes e 8 bolas de outras cores é de $\frac{2}{10}$. Ainda outras situações ocorrem na abordagem de escalas em plantas e mapas (escala de 1 cm para 100 m: representada por 1:10.000 ou $\frac{1}{10.000}$). Também, a exploração da porcentagem (70 em cada 100 alunos da escola gostam de futebol: $\frac{70}{100}$, 0,70 ou 70% ou ainda $\frac{7}{10}$ e 0,7) (BRASIL, 1998, p.102).

Notamos então essa aproximação do que traz este documento oficial ao definir o significado de razão relacionando-o com o definido por Kieren e Nunes na pesquisa de Malaspina (2007). Isto vem ao encontro da nossa pesquisa para pensarmos sobre as dificuldades dos alunos em conceitualizar de diferentes formas os números racionais, enfatizados aqui pela porcentagem.

Na perspectiva dos PCNs, a ideia de parte todo seria quando um todo fosse dividido em partes equivalentes. Quando razão, o número racional pode ser usado como comparativo entre duas quantidades. Na divisão, o número inteiro é tido como quociente de outro, levando ao racional. O significado operador vai desempenhar para os PCNs uma transformação, atuando para modificar uma situação, como por exemplo: em problemas do tipo 'que número devo multiplicar por 5 para obter 2' (BRASIL, 1998, p. 103).

Os PCNs reportam-se a possíveis obstáculos que os alunos precisam enfrentar na aprendizagem dos números racionais. Por isso, trazemos o que este documento oficial busca para clarificar este aspecto, "Uma explicação para as dificuldades encontradas possivelmente deve-se ao fato de que a aprendizagem dos números racionais supõe rupturas com ideias construídas para os números naturais" (BRASIL, 1998, p. 101).

Ao pensarmos sobre isto, validamos ainda mais a existência das ideias da porcentagem estar presente no ensino destes números em suas diversas formas. Assim, podem acontecer também às rupturas do conceito da porcentagem com o do número natural. Talvez a contextualização possa ajudar, porém sozinha não promove essas rupturas. Contudo, é necessário estabelecer escolhas como o próprio PCNs afirma existir na forma de registrar, perpassando e transitando por diferentes formas da porcentagem.

Na pesquisa de Lucena (2013), citado anteriormente, o autor apresenta sete significados (dos racionais) de todos que buscou em outras pesquisas. Dentre estes, destaco o significado da porcentagem que ele segue partindo de Gomes (2010) cujo autor tem a porcentagem como um dos significados dos racionais relacionada a ideia de fração centesimal. Contudo, para Gomes (2010):

> Apesar de não fazer parte das sugestões de classificação dos diversos significados de fração apresentados pela maioria das pesquisas anteriores, acreditamos que por sua importância e grande utilização no cotidiano das pessoas e, também, pela sua apresentação em todos os livros didáticos como um tema separado do estudo das frações, o mesmo devesse ter um tratamento diferenciado nas nossas investigações. Pela nossa experiência, verificamos que é muito comum os alunos enxergarem as *porcentagens* como um conceito matemático com "vida própria", que se utiliza, às vezes, da ideia de fração como *operador multiplicativo*. É o caso, por exemplo, do cálculo de 25% de 40 - quando o professor sugere "transformar" 25% em 25/100 e calcular 25/100 de 40. Ainda de acordo com a nossa experiência, na maioria das vezes, a vinculação entre a taxa percentual 25% e a fração 25/100 acontece apenas quando da apresentação inicial do tema *porcentagens* (GOMES, 2010, p.68. Grifos do autor).

Assim temos que a porcentagem ganha um novo "respirar", ou seja, um momento para evidenciar mais uma vez sua importância e necessidade dentro do ensino e aprendizagem da matemática. Ao momento que Gomes (2010) diz que o próprio aluno tem a necessidade, ou, que ele dá importância a porcentagem de forma independente, fica evidente a necessidade de realizarmos algo focado para este conteúdo. Tratar a porcentagem com a devida relevância deste assunto que mobiliza tantas situações de dificuldades para sua aprendizagem.

Podemos dizer ainda que os outros seis significados na qual Lucena (2013) se apoiou foram: Relação parte/todo, Medida, Operador multiplicativo, Quociente, Ponto racional, Probabilidade e Porcentagem. Nenhuma das ideias que apontaremos deverá estar elencada no ensino com maior ênfase do que outra. Entendemos que existe uma junção de várias ideias em um só momento de estudo, podendo ser este o caso dos problemas triparticionados de porcentagem. Nesse tipo de problema, uma forma gráfica poderá ter a ideia de parte-todo, ou, de quociente, e ainda poderá obter a ideia de medida, proporção, regra de três, ou outras, dependendo do foco que se dê a ele. Diante disto percebemos o "abrir das cortinas" para uma compreensão melhor da porcentagem quanto as suas próprias ideias que em frente apontaremos.

Sentimos a necessidade de trazer o que entende Gomes (2010) sobre *Probabilidade* que não havia sido comentado, e em seguida o entendimento de *Ponto Racional*. Logo, para este autor (2010), o significado de probabilidade, em base de Silva (2007)[12], é o de ideias comparativas entre grandezas. Cita ainda que outros autores tratam com outro nome este significado, por exemplo, medida. Quanto ao Ponto Racional, buscou apoio em Malaspina (2007), concordando com ela de que este significado é representado por pontos na reta.

Contudo, pensamos que ao caracterizar a porcentagem como ideia dos números racionais pode proporcionar a esta investigação outro olhar para o conteúdo. Ao abordá-las com "vida própria" demonstra ainda mais sua relevância para a busca sobre as dificuldades dos alunos nos problemas triparticionados de porcentagem (GOMES, 2010, p. 68). Com isto, apresentamos a seguir as categorizações para a porcentagem, as quais também servirão para as análises na elaboração e resolução dos problemas desenvolvidos pelos alunos do 8º ano.

---

[12] Silva, A. F. G. O desafio do desenvolvimento profissional docente: análise da formação continuada de um grupo de professores das séries iniciais do ensino fundamental, tendo como objeto de discussão o processo de ensino e aprendizagem das frações (2007). Tese de Doutorado em Educação Matemática- PUC/SP, Brasil.

2.1.2 As ideias da porcentagem

Nossa proposta para categorização da porcentagem quanto as suas ideias, está em torno das definições que discorrem a seguir. Entendemos, assim como Gomes (2010), que a porcentagem precisa ter sua independência e assumimos desta forma esta categorização. Neste sentido, reforçamos, que essas noções para a porcentagem não se apresentam de formas disjuntas.

Normalmente os casos deste estudo estão envolvidos por várias ideias e registros de representação, como a regra de três, a proporção, medida, quociente, parte-todo, gráfico, tabela, operador multiplicativo, probabilidade, discurso, taxa e razão. Se não todas de uma vez só, ao menos duas delas são representados nas atividades da porcentagem. Em vários autores citados, houve a repetição, ou, poderíamos dizer reprodução de dois de seus significados em uma mesma questão (atividade), quando citavam os racionais.

Alguns autores, que apresentamos a pouco, como Malaspina (2007) consideram haver significados "repetidos", nomeando-os, apenas, diferentemente. Escolhem somente uma categoria, sintetizando alguns significados de suas classificações mais extensas, validadas por outros pesquisadores. Desta forma, evidenciamos mais um motivo do porque apresentarmos a categoria das ideias para a porcentagem, já que elas se inter-relacionam, têm sentidos intrínsecos e inovadores. Contudo, ao acreditarmos que a porcentagem possui diversas ideias em seus registros, pretendemos tornar isso acessível, esclarecendo como suas ideias estão presentes no ensino e aprendizagem:

Parte-todo – Ideia representada na porcentagem quando tivermos uma figura geométrica, gráfica, ou, objeto qualquer, que pode ser dividido em partes iguais, ou, trabalhado como um todo (100%). Nela poderá ocorrer a inserção de outras ideias. Como exemplo, podemos pensar na figura de gráfico de setores. Quando realizamos uma divisão deste gráfico, podemos quantificar seus resultados em porcentagem que, neste caso, são de iguais valores de cada parte, assim seguindo a ideia de parte-todo. Mas isto também não deixa de ser uma forma de medir e quantificar. A parte-todo é bastante usual e presente em diversos estudos, avaliações como ENEM, concursos, vestibulares, e, principalmente, em nosso cotidiano com simples pesquisas ou distribuições.

Operador numérico ou algébrico – Nesta ideia temos um sentido quase clássico para a porcentagem, por seu uso frequente na vida real, nas propostas escolares, e pela abordagem numérica ou algébrica que representa. Ela transforma quantidades numéricas ou algébricas em uma base percentual, e vice-versa. Um exemplo: quanto será 20% de 130? Habitualmente usamos a operação de multiplicação para chegarmos ao resultado. Existe a possibilidade também de transformamos os números em frações, ou decimais, multiplicá-los e depois retomar a ideia inicial. Outra hipótese, e que reforça o fato de uma ideia estar sempre ligada a outra, é aplicarmos a regra de três, apresentando nela a ideia de operador numérico ou algébrico.

Probabilístico – Envolve o sentido de comparações, de chances possíveis ou prováveis, e, de tratamento da informação. Neste sentido podemos observar a presença da probabilidade, com proporcionalidade, razão e novamente a visão para os gráficos e tabela. Abriga os casos como: em um saquinho temos três bolas amarelas, e oito azuis, qual a probabilidade, ou a porcentagem de se tirar uma bola amarela?

Quociente/Razão e Taxa – A ideia quociente está diretamente relacionada com a divisão. Nomeamos esta também de razão e taxa pelo fato de quando temos na fração *x* dividindo *y*, e após transformamos este número para uma taxa percentual temos aí as três formas em um momento só. Mais uma vez verificando as correlações entre as ideias. Para nosso entendimento, quando se divide na fração o *x* por *y* ocorre o motivo *quociente*, ao obter o número deste, ele se torna a *razão* dessas duas grandezas, que logo poderá ser transformada em uma *taxa* percentual. Por exemplo, existem três bonecas para cada duas meninas, que pode ser representado na forma fracionária, 3/2. Logo temos a razão 3:2 e ainda poderemos obter uma taxa percentual deste valor. Não podemos dissociar estas formas de conceitualizar, e ainda anunciamos uma ligação com proporção, gráficos, tabelas, probabilidade, medidas e outros, dependendo da situação que se aplica.

As ideias categorizadas anteriormente podem aparecer nas formas *geométrica, gráfica, tabelar, icônica ou discursiva*. Os gráficos, a geometria, tabelas, ícones e o discurso estão frequentemente presentes em nosso dia-a-dia, nos jornais e na mídia como um todo. Por isso iremos apontá-los como formas destas ideias, foco do estudo dos problemas triparticionados de porcentagem. Para validar esta categoria apresentamos o seguinte exemplo: no caso dos problemas tripartícionados, quando temos uma tabela, os dados são transferidos para um gráfico. Após recaem os questionamentos quanto a porcentagem, relacionando-a ainda com a proporção, a medida, a divisão, a probabilidade, a regra de três, operador numérico ou algébrico. Por este motivo inserimos esta forma, entendida como completa. Acreditamos que com ela conseguiremos estabelecer melhores vínculos de aprendizagem na porcentagem, relacionando com a elaboração e resolução de problemas triparticionados deste assunto em seus diversos registros. Relembramos ainda que a forma *Geométrica, gráfica, tabelar, icônica ou discursiva* é a que será considerada na análise dos problemas.

2.2 A PORCENTAGEM NA LITERATURA

Nos estudos de porcentagem revisados temos o trabalho de Idemar Vizolli, (2001 – dissertação de mestrado do Programa de Pós-graduação de Educação - UFSC[13]) com o título: "Registro de Representação Semiótica no estudo de porcentagem", que teve como proposta de investigação a seguinte pergunta: A utilização de diferentes registros de representação semiótica e a conversão entre esses registros de representação possibilitam aos alunos aquisição do conceito de porcentagem entendendo-a enquanto proporção?

Vizolli (2001) teve por objetivo realizar abordagem aos aspectos relativos à aquisição do conceito de porcentagem, ao sentido e significado operatório. Estes juntamente a representação semiótica: numérico (percentual, fracionário, decimal e proporcional) e geométrico: em língua natural, tabela e gráfico, com destaque as operações cognitivas de tratamento e conversão utilizando os procedimentos matemáticos proporcional, escalar, funcional e regra de três. Para este estudo foi desenvolvida a pesquisa com alunos da 6ª série do Ensino Fundamental da Escola de Educação Básica Professora Júlia Miranda de Souza – Navegantes- Santa Catarina.

O autor teve suporte teórico em Raymond Duval sobre os registros de representação semiótica e desenvolveu uma sequência didática baseada na metodologia da Engenharia Didática. Esta sequência didática foi composta por sete atividades que visavam conceituar a porcentagem enquanto proporção e abordando aspectos relativos ao sentido e significado operatório.

[13] Universidade Federal de Santa Catarina.

Os resultados apontaram que por meio da utilização de diferentes registros de representação semiótica, trabalhando-se o tratamento e a conversão, possibilitou-se aos alunos a compreensão do sentido e do significado operatório. No entanto, há que se trabalhar de forma sistemática na resolução de problemas. Este último item é o que nos aproxima desta pesquisa. Em relação aos resultados, sobre a aplicação dos registros de representação na resolução de problemas de porcentagem, não houve um aprofundamento do autor, o que pretendemos investigar.

Idemar Vizolli apresenta em 2006 o trabalho de sua tese, com aprofundamentos do anterior, feito para o mestrado. Sua pretensão foi aprimorar o estudo de problemas de proporção-porcentagem. Porém, o interesse no presente foi na forma de resolução dos mesmos pelos alunos e professores do EJA[14]. O título de sua tese foi: "Registros de alunos e professores de Educação de Jovens e Adultos na solução de problemas de proporção-porcentagem". O autor relata que essa pesquisa foi resultante de um "ouvir e escutar" nas falas e nos registros de representação de alunos e professores do EJA ao solucionar problemas de proporção-porcentagem. Suas perguntas de pesquisa foram como os professores e alunos do curso de EJA escrevem a solução de problema de proporção-porcentagem? E, que registros de representação semiótica os alunos e professores de EJA utilizam para solucionar problemas de proporção-porcentagem?

Vizolli (2006) foi quem elaborou os problemas e por meio de entrevistas solicitou que os participantes realizassem a solução dos mesmos, escrevendo-as em papel. O autor gravou as entrevistas em áudio e as transcreveu. Realizou quatro estudos, nos quais participaram três alunos e dois professores de 3º e 4º ciclo do EJA da Universidade de Itajaí, Santa Catarina.

No estudo I, os participantes solucionaram os problemas individualmente. Já o II, III e IV foram realizados em duplas. Nas análises, Vizolli (2006) baseou-se no RRS[15] de Duval. As soluções analisadas indicaram que os participantes apoiam seus raciocínios em situações do contexto cultural e do contexto matemático. Usaram os registros verbais orais e os registros semióticos. O autor infere que os resultados do processo de ensino-aprendizagem de proporção-porcentagem devem proporcionar oportunidades para que os alunos estabeleçam relações intercontextuais que lhes permitam generalizar

[14] Educação de Jovens e Adultos.
[15] Registros de Representação Semióticas - Duval (2004a, 2004b, 2011).

procedimentos de situações familiares. Relata que um dos participantes foi da equação para a função (do registro algébrico para registro gráfico), ou seja, de um RRS para outro, o que o autor acredita que este participante compreende conceitualmente a proporção-porcentagem.

Também aponta como resultado que os alunos possuem compreensão parcial do conceito proporção-porcentagem, assim como um dos professores. Vizolli (2006) ainda recomenda estudos e reflexões sobre os fundamentos de congruência, devido à importância do processo de conversão entre os diferentes RRS. Assim, se faz perceber mais uma vez o quão é necessário, importante e atual nosso tema de investigação, e ligações para com estes poucos que abordaram porcentagem, mas não trataram da elaboração de problemas e a congruência semântica nos mesmos, citada por Duval.

O trabalho de Maria João Batalha Reis Vieira da Costa, também um estudo em porcentagem, (2010 – dissertação de mestrado em educação, área de especialização em Didática da matemática da Universidade de Lisboa, Instituto de Educação) com o nome: "A noção de percentagem no 2º ciclo do ensino básico: uma experiência de ensino" vem ao encontro de um dos temas que será abordado em nossa pesquisa, porém, com as contribuições dos registros de representação semiótica. O objetivo da pesquisa de Costa (2010) foi compreender de que modo os alunos do 6º ano de escolaridade desenvolvem o sentido de percentagem, a capacidade de relacioná-las entre si e com outras representações e a capacidade de resolver problemas que envolvem percentagens, este último vinculando-se ao nosso tema de interesse. Tendo nesta pesquisa quando a aprendizagem se realiza por meio de uma unidade de ensino que realça o cálculo mental das percentagens e respectivas estratégias teve por base o conhecimento prévio dos alunos. A autora tentou estabelecer durante a pesquisa a relação entre dois mundos neste conteúdo: o das ideias matemáticas e o das questões do dia-a-dia. A pesquisa teve abordagem qualitativa e interpretativa sobre a prática profissional da investigadora, ou seja, da própria autora. A mesma aplicou uma aula diagnóstico, dois testes, desenvolvendo uma unidade de ensino. Além disso, foi pesquisado um aluno, como estudo de caso, com duas entrevistas. Teve apoio teórico em Vergnaud; Lamon (2001), Goldin (2000) e Ponte (2005), para tratar da resolução das tarefas com números racionais. Os alunos eram de Escola Básica no Conselho de Cascais, a turma era de 6º ano com 20 alunos (sete meninas e 13 meninos) com idade entre dez e 14 anos. O aluno do estudo de caso foi escolhido por ser o aluno que apresentava razoável capacidade de expressão oral e escrita, a entrevista com ele se deu antes e depois da aplicação da unidade de ensino. Depois que se deu a aula diagnóstico para ter a prévia dos alunos quanto aos conhecimentos de porcentagem, Costa (2010) aplicou em sete aulas sua unidade de ensino sobre cada tarefa que pretendia: cálculo mental de percentagens, conversões entre diferentes representações e resolução de problemas da vida corrente. Depois destas, as desenvolveu com o caso do aluno individual.

Os resultados que Costa (2010) obteve em sua pesquisa mostram que no final da unidade de ensino a maioria dos alunos desenvolveu de modo assinalável o sentido de porcentagem e demonstrou boas capacidades na conversão das diferentes representações. Porém, também ao final dela, alguns alunos ainda revelaram dificuldades em resolver problemas que envolvam porcentagem. Todos os alunos ao final da unidade apresentaram bom raciocínio no cálculo mental de porcentagem, o que a autora considera que pode ser ao fato de ter privilegiado estratégias de cálculo mental como composição e decomposição de porcentagem e raciocínio proporcional.

Os resultados finais do trabalho de Costa (2010) sugerem que os alunos desenvolvam um bom sentido de porcentagem e capacidade em estabelecer relações entre diferentes representações, não se registrando uma evolução significativa na capacidade de resolução de problemas. É então neste ponto que nosso trabalho se aproxima desta autora principalmente, pois há dúvidas se nossos alunos têm as mesmas condições, se obteremos os mesmos resultados, ou, se há semelhanças nestes estudos. É com este intuito que vamos investigar nossa pesquisa com alunos de 8º ano e sobre as compreensões deles de porcentagem quando resolvem problemas tripartícionados.

O estudo de Janecler Aparecida Amorin Colombo (2008 - tese de doutorado do Programa de Pós-graduação de Educação – UFSC), com o título: Representações Semióticas no ensino: contribuições para reflexões acerca dos currículos de matemática escolar vem realizar uma reflexão crítica e teórica sobre a questão da representação semiótica articulada aos currículos de matemática, com o propósito explicitar com um exemplo de proposta curricular para o campo numérico dos naturais, as conversões entre diferentes registros de representações semióticas suscitadas em tarefas de diferentes naturezas. É neste último ponto que concentra nosso interesse nessa pesquisa. Ou seja, como podem ocorrer as diferentes tarefas em várias conversões de representações semióticas?

Colombo (2008) concentra seu estudo nas pesquisas e propostas curriculares, também sobre o processo de ensino aprendizagem da matemática. Primeiramente a autora analisa algumas propostas curriculares nacionais e internacionais, sob o ponto de vista da articulação das representações semióticas, nas orientações metodológicas e sequências de conteúdo, além de fazer levantamento de pesquisas brasileiras que tiveram como foco a noção de registro de representação semiótica.

Na tese, a autora procura compreensões sobre o conceito de currículo e busca uma configuração curricular adequada à sua investigação. Neste ponto há um afastamento de nossa pesquisa, pois, não abordaremos currículo. Ainda assim, não podemos deixar de lado que novas reflexões sobre currículo também possam contribuir com formas para resolução destes problemas.

Na discussão teórica, Colombo (2008) aborda Duval, Vergnaud e João Pedro da Ponte e a possibilidade de articular seus elementos de teorias no âmbito de organizações curriculares. Como resultados a autora tenta trazer ao final um ensaio sobre proposta curricular para o campo numérico dos naturais do Ensino Fundamental com referencias. Considerando a matemática ensinada nas escolas, aspecto conceitual e representação semiótica.

Ainda sobre alguns estudos de registros de representação semiótica relacionados com compreensão de textos e problemas temos o trabalho de Cátia Maria Nehring (2001 – tese de doutorado no Programa de Pós-graduação em Educação – UFSC). Intitulado: Compreensão de texto: Enunciados de Problemas Multiplicativos Elementares de Combinatória. Com efeito, a autora enfoca a resolução de problemas multiplicativos elementares de combinatória, isto sendo um texto matemático que possui conteúdo cognitivo (invariante) e variações redacionais (variante). Tem como problema: “o enunciado dos problemas matemáticos com o propósito de fazer uma análise de congruência e não congruência dos sistemas de multiplicações elementares de combinatória”. Na análise de congruência e não congruência dos problemas esta pesquisa se aproxima da nossa, mas se afasta ao ponto que tratou de combinatória.

Nehring (2001) apresenta como questões, quais seriam os fatores (intrínsecos e extrínsecos) que determinam a congruência ou não destes problemas? E a proposição de uma representação intermediária auxilia significativamente o processo de conversão? A autora teve por objetivo identificar as diferentes situações multiplicativas elementares sustentadas pelo sentido operatório, trabalhadas nas séries iniciais na perspectiva de auxiliar o processo pedagógico na construção do conceito da operação de multiplicação, considerando as variáveis redacionais do enunciado do problema, que os tornam congruentes ou não.

Teve como base de seu referencial teórico Duval tratando das compreensões dos textos, Vergnaud, Greer, Schuwartz, Nesher, Nunes, Bryant, Maza e Franchi para entender o sentido operatório multiplicativo. Envolveu três procedimentos metodológicos, os quais foram os livros didáticos, os professores e os alunos de 5ª e 8ª séries.

A pesquisadora realiza dois momentos, um de sondagem e o segundo de elaboração de enunciados multiplicativos de combinatória com variações redacionais. Nehring (2001) obteve como resultados que a operação de multiplicação possui dois sentidos operatórios: adição sucessiva e produto cartesiano, eles são complementares para a compreensão das situações matemáticas como resolução de problemas. Também que, os enunciados devem variar sua redação focando em fatores intrínsecos com representações intermediárias, significativas, que sejam congruentes para o estabelecimento do processo de conversão. A autora ainda conclui que essa variação é fundamental para modificar o processo de conversão, pois quanto mais congruente o enunciado for, maior facilidade de se estabelecer a conversão. Então, surge nosso questionamento: será esta uma hipótese para a resolução de problemas com porcentagem?

A pesquisa de Simone Ribeiro (2009 – artigo parte de dissertação de mestrado) publicada na revista Cientifica Internacional teve por objetivo discutir a aprendizagem da matemática em torno dos obstáculos epistemológicos dentro da didática na educação matemática, e na teoria dos registros de representação semiótica, aprofundando no registro fracionário e seus significados.

Desenvolvida a abordagem teórica com foco nos alunos de 6º ano de uma escola estadual de Mantena - MG, sendo a população de 105 alunos, com amostra utilizada de 63 que equivale a 60%, tomando 21 de cada uma das três turmas das 5ª série - 6º ano.

Os resultados concluíram que os alunos demonstraram dificuldades, com erros superiores a 70% em todos os significados para o número racional, exceto no significado parte-todo.

A grande porcentagem de erros demonstra que os alunos do 6º ano desta escola não compreendem todos os significados; ou melhor, só reconhecem um significado. Possuem obstáculos epistemológicos na passagem do número natural ao número racional superior a 60%. Nosso interesse nesta pesquisa é pelo fator obstáculo epistemológico abordado nos números racionais para que possamos perceber, ou não, estas possibilidades de obstáculos nos números racionais, porém no momento com a porcentagem. Novamente esta com referências a Duval, e se afastando em razão de trabalhos com séries diferentes.

No trabalho de Maria Arlita da Silveira Soares (2007 – dissertação de mestrado em Educação nas Ciências, Universidade do Noroeste do estado do Rio Grande do Sul, Injuí) com o título: "Os números racionais e os registros de representação semiótica: análise de planejamento das séries finais do Ensino Fundamental" teve o objetivo de analisar os planejamentos de 4ª a 8ª série, elaborados por uma professora em relação ao número racional. Ao abordar este objeto matemático como seu estudo, vem ao encontro do nosso, pois, de certa forma os trataremos, porém com foco na porcentagem. A autora também tratou como referencial teórico Raymond Duval. Sua metodologia foi qualitativa por estudo de caso, que se assemelha com a nossa, mas investigou o caso de uma professora com seus planejamentos. Nossa pesquisa será com alunos.

Soares (2007) investigou primeiramente um grupo de 18 professores com questionário, analisando suas falas concluiu que os planejamentos dos docentes são elaborados a partir de vários livros didáticos. Coletou também os dados por meio de análise dos planejamentos de 4ª a 8ª séries, de uma professora, por entrevistas e análises, sobre os números racionais.

Contudo a pesquisadora obteve que a organização do planejamento para ensinar o número racional tem um caráter linear, predominando o uso de regras, bem como em diversas situações houve confusão entre objeto e representação. Ao momento que Soares (2007), analisou os planejamentos constatou que na apresentação de vários registros de representação do número racional observou-se que foram mobilizados todos os registros no decorrer das séries finais do ensino fundamental com ênfase no registro numérico. Brevemente vamos reportar o que a autora conseguiu em seus resultados. Na 4ª série e início da 5ª série prevaleceu o uso dos registros figural e numérico fracionário, nas demais séries (5ª, 6ª e 7ª) houve destaque para o registro numérico nas representações fracionárias e decimais. Soares (2007) também evidenciou que prevaleceu o tratamento no registro numérico em todas as séries. Sobre as conversões, observou que são promovidas quase sempre em um único sentido. Sendo que na 4ª e 5ª séries são potencializadas conversões entre os registros figural e fracionário, na 6ª e 7ª séries entre os registros algébricos e numéricos, bem como em raros exemplos entre os registros fracionários e decimais, o que levou a autora a concluir que aparecem de forma pouco significativa, ocorrendo confusão entre objeto e a representação, principalmente quando a professora utilizou diferentes terminologias: fração, número fracionário, número decimal, como sendo objeto diferente e não representações do número racional. Houve então uma constatação pela pesquisadora que a própria professora não distingue estas bases matemáticas as quais Duval cita sendo imprescindíveis para compreender os registros das representações e seus objetos.

A pesquisa de Simone Tormohlen Gehlen (2009 – tese de Doutorado do Programa de Pós- Graduação em Educação Científica e Tecnológica- UFSC), com o nome: "A função do problema no processo ensino-aprendizagem de ciências: Contribuições de Freire e Vygotsky" se aproxima de nossa pesquisa justamente porque trata da questão "problema", uma de nossas abordagens na investigação. A autora aborda o processo de ensino e de aprendizagem tratando de "problema" com Freire e também Vygotsky. Pois, embora Freire não tenha feito em sua trajetória educacional nenhuma menção específica ao ensino da matemática, é preciso tê-lo sempre por perto quando quer se argumentar sobre a educação no Brasil.

Gehlen (2009) investigou a noção de problema nas principais obras de Vygotsky, sua relação com as produções brasileiras no ensino de Ciências e seu papel na estruturação de práticas pedagógicas. Foram analisados trabalhos baseados na perspectiva de Vygotsky, publicados nas seis primeiras edições do ENPEC (Encontro Nacional de Pesquisa em Educação em Ciências) e entrevistas semiestruturadas realizadas com pesquisadores dessa área. Também foi feita análise das propostas curriculares Situação de Estudo e Abordagem Temática Freireana, sistematizadas para o ensino de Ciências.

Os resultados obtidos pela autora foram que a noção de problema na obra de Vygotsky está diretamente vinculada ao processo de humanização em que o homem ao enfrentar o problema específico, num determinado momento histórico, se humaniza.

Ressalta que algumas pesquisas em Educação em Ciências que se referem à Vygotsky, buscam de alguma forma valorizar aspectos que podem fazer parte da realidade dos educandos. Outro aspecto no âmbito da educação escolar, sobretudo, no que concerne às organizações curriculares, é que o ponto de partida das práticas educativas é um problema que não se reduz somente a mediação de um conceito, mas que também envolve o processo de humanização.

Há uma complementaridade entre as propostas Situação de Estudo e abordagem temática Freireana que se constitui em uma das possibilidades de se explorar as articulações entre as ideias de Freire e Vygotsky, contexto da educação básica.

Ainda dentro do mesmo programa de pós-graduação temos também a pesquisa da Célia Finck Brandt (2005 – tese de Doutorado –

UFSC), intitulado: “Contribuições dos registros de representação semiótica na conceituação do sistema de numeração” que descreveu momentos de investigação da compreensão do sistema de numeração decimal de origem indo arábica por crianças de escolas estaduais dos estados do PR e SC, a partir da aplicação de um instrumento composto por tarefas e atividades cujas respostas obtidas em entrevista clínica, constituíram registros videografados dos dados que foram submetidos à análise.

A autora teve como problema, quais as formas de organizar e propor, no processo de ensino situações que permitam aos alunos compreender o SND (sistema de numeração decimal) enquanto forma de comunicação e de registro da medida de um conjunto, expressa por um número, e atribuir sentido e significação aos registros de representação do número: escrita e numeral arábico que veiculam a estrutura do SND.

Os fundamentos teóricos tiveram base em Raymond Duval (1988) como mais adequada para adentrar e enfrentar a problemática da incompreensão do SND pelas crianças. Brandt (2005) apresentou uma análise dos padrões de organização da palavra e do numeral arábico que constituem registros de representação do número e resultados de pesquisa que apontam a complexidade da aprendizagem, leitura e escrita de um sistema de numeração.

A autora conclui que as crianças utilizam os nomes de número e a escrita arábica para denominar objetos de uma coleção ou para se referir à medida de um conjunto (peso, volume, velocidade, etc.), mas, não reconhecem nesses registros de representação a estrutura SND e isso significa uma denominação de objeto singulares idênticos.

Brandt (2005), também coloca que no caso do SND foi possível a utilização da língua materna e da escrita arábica e constituem sistemas que dão especificidades significantes representacionais diferentes, independentes do objeto representado. É por essa razão que os alunos encontrariam dificuldades em relação à aprendizagem do SND, tem que ser estudado nas relações entre a produção dos registros de representação no sistema que permitiu esta produção e em virtude de suas especificidades, segundo a autora.

Neste estudo, a autora analisou dois registros de representação e concluiu que não há congruência entre a palavra e o numeral arábico. Ela coloca ainda que, foi possível apontar evidências de que a aprendizagem dos conteúdos escolares faz-se em um processo, se houver a intervenção de ensino, e este depende de estruturações processuais, cognitivas que lhes são subjacentes, decorrentes também do desenvolvimento cognitivo. O desenvolvimento cognitivo por sua vez será dependente de estruturações conceituais específicas decorrentes de um ensino que efetivamente as provoque.

Contudo, esta pesquisa se aproxima muito da nossa quando reflete esta conclusão acima apresentada, ao tratar das representações e congruência. E, ainda podemos citar que é preciso sabermos um pouco mais sobre o SND e como as crianças aprendem, ou não, estas representações (numericamente ou suas formas de escrita) para que possamos mais tarde entender como se processam as aplicações de problemas de porcentagem, o qual nos propomos a investigar.

Na pesquisa de Melisse Maria Valim Reis, intitulado: "Estudo de um caso de implantação da metodologia de resolução de problemas no Ensino Médio" (2007 – artigo, baseado em atividades desenvolvidas dentro de um projeto mais amplo, modalidade Fapesp – título: "Desenvolvimento e avaliação de uma pedagogia universitária participativa no Ensino Médio: atividades com ênfase em matemática, ciências e comunicação") publicado na revista Bolema nele foram utilizados métodos de pesquisa qualitativa para o estudo de implantar a metodologia de ensino de matemática através da resolução de problemas. Tema de nosso interesse, não por aplicação de metodologia propriamente, mas por entendimento da resolução de problemas.

Reis (2007) realizou sua pesquisa com alunos de escola pública, no interior de São Paulo. Adota a concepção de Onuchic (1999), ao entender que a metodologia de ensino da matemática por meio de resolução de problemas consiste em apresentar e trabalhar com alunos no início do tratamento dos conceitos de matemática. Ou seja, nesta perspectiva podemos dizer que a *noesis* está presente antes da *semiose.* Mas segundo Duval (2012b) não existe noesis sem semiose.

Os resultados obtidos pela autora foram de que com este modelo, foi possível analisar situações de sala de aula reais, que envolveram a metodologia da resolução de problemas que não foram exclusivamente conduzidas por pesquisadores. Trouxe indícios de que metodologias diferenciadas podem ser eficazes no ensino público, apesar das contingências do mesmo e das dificuldades geradas pelas mudanças, segundo Reis (2007). Para finalizar elencamos de sua conclusão que a análise de dados mostrou que a experiência teve êxito, tanto para gerar significados aos alunos, aproximando-os de uma proposta investigativa, quanto para a melhoria de sua participação em sala de aula.

O trabalho de Darcy de Liz Biffi, (2001- dissertação de mestrado interinstitucional UFSC – UNIPLAC - Lages- SC), intitulado: "O conceito de frações através do estudo de registros de representação." Se propôs a responder a seguinte pergunta: A utilização de diferentes registros de representação semiótica e a conversão entre esses registros de representação possibilitam aos alunos a aquisição do conceito de frações?

Sendo seu objetivo contribuir para uma prática pedagógica, fazendo uso de diferentes registros de representação semiótica e a conversão entre esses registros de representação, que possibilitem não somente a aquisição do conceito de frações, mas, oportunizem uma metodologia para o ensino e aprendizagem da matemática, na formação dos professores das séries iniciais.

Os sujeitos da pesquisa foram 44 alunas do 3º semestre do curso de pedagogia- UNIPLAC (Universidade do Planalto Catarinense). Sua base foi na teoria de Raymond Duval, tendo em pesquisa-ação como irá decorrer a mesma, de característica principal a intervenção, acompanhada de reflexão e avaliação dos resultados. A pesquisa mostra que 35 alunas que participaram do pré-teste desconheciam os vários significados que uma fração pode ter e das quais esta pesquisa trabalhou (parte-todo, medida, quociente, razão e operador).

Também não sabiam diferenciar quantidades contínuas ou discretas. Quanto à aquisição do conceito de fração, a autora afirma que foi positivo o uso de vários registros de representações, porém, quanto à representação da língua natural escrita, algumas alunas apresentaram notável dificuldade de se expressar corretamente. Assim, esta pesquisa se aproxima da nossa em razão de que abordou o mesmo referencial e trabalhou com números racionais também. É claro que neste momento há o afastamento por se tratar dos fracionários e de um estudo com alunas de pedagogia.

2.3 EXISTEM ENCAMINHAMENTOS PARA O ENSINO DA PORCENTAGEM NAS PROPOSTAS: NCTM, NOS PCNS E LIVROS DIDÁTICOS?

2.3.1 NCTM

O NCTM (2008) - National Council of Teachers of Mathematics - associação de professores de matemática – que trata dos Princípios e Normas para a matemática escolar é um documento elaborado para orientar o ensino, o currículo, a avaliação da educação matemática. Ele surgiu em 1989 e vem sendo aperfeiçoado ao longo dos anos. São princípios e normas estabelecidas por um conselho de professores que visam qualidade em orientações importantes e necessárias para o ensino de matemática. Descrevem processos, conteúdos dos quais os alunos devem aprender e com princípios de qualidade. O documento estende-se desde o pré-escolar até os doze anos de escolaridade. Um dos enfoques destas orientações é a apresentação de seis princípios – Equidade, Currículo, Ensino, Aprendizagem, Avaliação e Tecnologia (NCTM, 2008).

> As suas recomendações fundamentam-se na crença de que todos os alunos devem aprender conceitos e processos matemáticos relevantes com **compreensão**. Princípios e Normas defende a importância dessa **compreensão** e descreve as formas pelas quais os alunos a poderão atingir (NCTM, 2008, p.15. Grifos nossos).

Com estas normas e princípios pretendemos buscar apoio no que nos remete sobre a compreensão da porcentagem para a resolução de problemas, e, talvez o que podemos estar relacionando com a elaboração destes também, fundamento de nossa pesquisa. Sabermos qual a orientação do NCTM (2008) sobre este objeto matemático ao ser ensinado. Assim, nestas normas e princípios cada um dos seus capítulos se refere aos níveis etários nos quais estaremos apreciando o que se pretende investigar: os problemas de porcentagem. De que forma estes se apresentam ou "aparecem" nas mesmas. Pois, segundo o NCTM, e concordamos com este, "todos os alunos necessitam de uma educação matemática que os prepare para o futuro de acentuadas e continuas mudanças" (NCTM, 2008, p. 8).

E, ainda abreviamos este início de relato sobre a importância de se conhecer mais sobre o NCTM para nossa pesquisa com a seguinte reflexão:

> A visão para a educação matemática descrita em *Princípios e Normas para a Matemática Escolar* é bastante ambiciosa. A sua aquisição exige um currículo matemático sólido, professores preparados e competentes que consigam fazer a integração do ensino com a avaliação, políticas educativas que estimulem e suportem a aprendizagem, salas de aula com acesso imediato às tecnologias, e um compromisso dirigido à equidade e a excelência. O desafio é enorme, mas alcançá-lo é essencial (NCTM, 2008, p. 4. Grifos do autor).

2.3.1.1 Os princípios

Para almejar uma educação matemática de qualidade os princípios vão descrever que são necessárias algumas características centrais, que não se limitam a matemática escolar e relaciona-se ao pensamento dos educadores.

Uma dessas características é a *equidade,* algo desafiador em primeiro instante, pois ela vem justamente desmistificar que só alguns aprendem matemática, ou, que só alguns são capazes. A equidade significa uma adaptação adequada, quando se revelar necessária, de modo que promova o acesso e aquisição dos conteúdos a todos os alunos (NCTM, 2008).

O segundo que se apresenta é o *currículo*, este primordialmente deve ser coerente, para que o aluno realmente aprenda o que nele conste. Sua composição deve estar sempre associada às compreensões dos conceitos, sendo ampliada com as aplicações da matemática (NCTM, 2008).

Este é um dos pontos de relevância para nosso trabalho, pois, buscamos por esta excelência, a compreensão de ideias por aplicação da porcentagem, para que possivelmente amenizem as dificuldades de aprendizagem deste objeto. Mesmo que este tipo de excelência, talvez ainda sejam sinônimos de conflitos entre docentes e currículos em muitos ambientes formais de educação.

O princípio *ensino* remete que o professor deve ter muito conhecimento para que possa ensinar, que o mesmo conheça o que os alunos já saibam previamente. Que o aluno deve ter um grande empenho para desenvolver as compreensões relativas a matemática (NCTM, 2008). Segundo Wilson; Shulman & Richert:[16] citado pelo NCTM (2008), os professores precisam compreender, diversas representações de uma ideia, o que cada uma pode ter de forte ou de fraco e como se relacionam umas com as outras. Esta afirmação vem ao encontro do que estamos pretendendo elencar em nossa pesquisa. As orientações são pertinentes ao dizer que se trata de uma tarefa bastante complexa. E que não existe uma receita onde todos os alunos aprendam e todos os professores sejam eficientes. Porém, o arcabouço sobre o que torna a matemática um ensino efetivo é vasto, e algumas destas formas foram citadas anteriormente, mas não podemos deixar de lembrar do que o NCTM (2008) também elenca como fundamental para tal, sendo o

---

[16] Wilson, S. M., L.S. Shulman, e A. Richert. “One Hundred Fifty Ways of knowing.” In Exploring teachers’ Thinking, editado por James Calderhead, PP 104 – 24. London: Cassel, 1987 (NCTM, 2008).

aperfeiçoamento constante dos professores, oportunidades para se refletir sobre a prática do ensino de matemática (NCTM, 2008).

O quarto princípio foi elencado como sendo o da *aprendizagem*. Neste o que domina em matemática é o termo compreensão, que se identifica e muito ao nosso objetivo geral de investigação. Desde a década de 30 que a aprendizagem sem compreensão vem sendo debatida e pesquisada (NCTM, 2008). Uma frase que está presente nestas orientações sobre a aprendizagem e que nos chama muito atenção é a seguinte: “No século vinte e um, deverá esperar-se que todos os alunos compreendam e sejam capazes de aplicar os seus conhecimentos de matemática” (NCTM, 2008, p.21). Assim também surge uma indagação: será que se isso realmente já tivesse acontecido, ou, acontecendo neste século, seria válida nossa investigação? Ou, esta afirmação torna ainda mais válida nossa investigação, porque estamos no século vinte e um e existem tantas dificuldades em torno da aprendizagem da matemática?

Em base de algumas pesquisas e estudos de psicologia segundo o NCTM (2008) se estabelece uma grande relevância na ação da compreensão conceitual para aprendizagens de matérias complexas como a matemática.

Contudo, Schoenfeld:[17] citado por NCTM (2008, p. 21):

> A aprendizagem com compreensão tem, ainda, a capacidade de tornar mais fácil a aprendizagem subsequente. A matemática faz mais sentido e é mais facilmente memorizada e aplicada, se os alunos relacionarem o conhecimento novo com o conhecimento prévio, de forma significativa.

O antepenúltimo princípio vem ser a *avaliação*, questão muito debatida há bastante tempo, mas que de certa forma poderíamos até arriscar e chamar de um dos tabus da educação como um todo, e assim, da matemática, por consequência. Tanto para alunos, quanto para professores, a avaliação precisa apoiar-se numa aprendizagem de matemática que seja relevante e tenha informações úteis (NCTM, 2008).

A avaliação contribui de forma significativa para a aprendizagem dos alunos, mas deverá ser parte integrante do ensino. Ou seja,

---

[17] Schoenfeld, Alan H. “When Good Teaching Leads to Bad Results: The Disasters of Well Taught mathematics classes.” Educational psychologist 23 (Spring 1988) (NCTM, 2008).

> De modo a assegurar uma aprendizagem aprofundada e de elevada qualidade para todos os alunos, a avaliação e o ensino deverão ser integrados, de forma que a avaliação se torne uma rotina na atividade da sala de aula, em vez de constituir uma interrupção da mesma (NCTM, 2008, p. 24).

O último princípio que se elenca dentro destas orientações é o da *tecnologia*. Este se traduz como essencial para outros dois princípios já apresentados o de ensino e da aprendizagem. Pois, se entende que com a tecnologia a matemática ensinada é mais bem influenciada e melhora a aprendizagem dos alunos (NCTM, 2008).

As calculadoras, computadores, tidas como tecnologias eletrônicas "proporcionam imagens visuais das ideias matemáticas, facilitam a organização e a análise de dados, e realizam cálculos de forma eficaz e exata" (NCTM, 2008, p. 26).

Nas normas e princípios, nas aulas de matemática, todos os alunos tem acesso à tecnologia, a fim de que a mesma facilite a aprendizagem, mas com a orientação de um professor capacitado (NCTM, 2008). Porém, temos neste século ainda uma realidade inversa nas salas de aula ao que prega o NCTM.

2.3.1.2 As normas

Nas orientações do NCTM estão também, além dos princípios, as normas para a matemática escolar, as quais apresentam aqui alguns de nossos entendimentos e reflexões. Tentamos nos aproximar do que o NCTM vem tratar sobre nosso assunto de interesse, as compreensões dos alunos do 8º ano sobre porcentagem quando resolvem problemas triparticionados. São dez normas que são úteis para a matemática escolar: do pré-escolar ao 12º ano, segundo NCTM (2008). Estas normas descrevem de que forma poderia se ter, ou, fazer um ensino melhor em matemática, para que assim se tenha uma compreensão mais vasta da mesma e ocorra aprendizagem significativa.

Brevemente refletiremos sobre o nosso entendimento de cada uma delas, e, como já citado, com foco em nosso tema de pesquisa. Os *Números e Operações* se fazem compreender no desenvolvimento dos mesmos entre o pré-escolar e o 2º ano, diante de que os alunos conseguem contar e aprendem a reconhecer quantos números tem (quantos existem) em um conjunto de objetos (NCTM, 2008).

Ao falarmos desta norma, recorremos ao que diz o NCTM, vinculado aos registros de representação: “No 2º ciclo, os alunos deverão saber que os números podem ser representados de várias maneiras de modo a compreenderem que ¼, 25%, e 0,25 são apenas designações diferentes do mesmo número” (NCTM, 2008, p. 35). Ou seja, o objeto matemático é o mesmo, porém as representações são diferentes, e de acordo com este documento, no segundo ciclo, o aluno já deveria saber destas representações. Com estes dados fazemos a indagação: mas o aluno chega ao segundo ciclo sabendo estas representações, porque existe tanta dificuldade em diferenciar estes registros?

Álgebra é uma das normas que “é mais do que a manipulação de símbolos” (NCTM, 2008, p. 39). É preciso haver compreensão de conceitos na álgebra, estruturas algébricas e princípios que norteiam a simbologia para registrar as ideias das situações matemáticas que são necessárias para os alunos.

A terceira norma, *Geometria,* é importante para a resolução de problemas, um dos focos de nossa pesquisa. A geometria modelada e o raciocínio espacial podem proporcionar ao aluno interpretações e descrições de ambientes físicos. (NCTM, 2008).

Para o NCTM (2008):

> As ideias geométricas revelam-se muito úteis na representação e resolução de problemas em outras áreas da matemática e em situações do dia-a-dia, pelo que a geometria deverá ser integrada, sempre que possível, com outras áreas. As representações geométricas poderão ajudar os alunos a dar significado a áreas e frações, os histogramas e os diagramas de dispersão poderão ajudá-los a clarificar a informação e os gráficos de coordenadas poderão estabelecer um elo entre a geometria e a álgebra (NCTM, 2008, p. 44).

Ainda na perspectiva desta norma, as orientações chamam a atenção de que para a análise de problemas e o estudo de matemática, os alunos devem ir adquirindo experiência nas diversas formas de representar, quer sejam estas visuais, coordenadas, enfim, a geometria deverá estar presente por relevância em várias situações. Para falarmos em *Medida,* o NCTM (2008) afirma que “em todos os níveis, os alunos devem aprender a escolher sensatamente as unidades, ou, escalas, dependendo da situação do problema em causa” (NCTM, 2008, p. 49).

Fazendo uma conexão desta orientação com os problemas de porcentagem, novamente pensamos se isto faz parte da nossa realidade de sala de aula.

Na sequência temos a norma de *Análise de Dados e Probabilidades* e, dentro desta, os programas de ensino, do pré-escolar ao 12º ano, deverão habilitar todos os alunos para a formulação de questões que possam ser abordadas por meio de dados recolhidos, organizados e apresentados relevantemente para que possam responder a estas questões, ponto que vem ao encontro de nosso trabalho. Contudo, chegamos a norma *Resolução de problemas*, também chamada de tarefa, assim como Ponte (2005) em nosso referencial. Diz-se que para encontrar a solução de um problema, os alunos devem estar desenvolvidos para exploração de seus próprios conhecimentos e, por meio deste, conseguem desenvolver frequentemente novos conhecimentos matemáticos (NCTM, 2008).

Não podemos descartar os contextos dos problemas que, com suas variações, podem ser integrados a uma gama de tópicos que estejam envolvidos de matemática significativa. Nas orientações se comenta quanto ao papel do professor na seleção dos problemas e nas demais tarefas, o que é fundamental. Esta norma, "a resolução de problemas pode e deve ser utilizada para ajudar os alunos a desenvolverem destreza em capacidades específicas" (NCTM, 2008, p. 58).

O processo de resolução de problemas poderá ter várias estratégias, segundo NCTM (2008) os conhecimentos matemáticos não justificam o insucesso dos alunos quando resolvem problemas, mas sim sobre a forma de suas utilizações. Ao partir para *Raciocínio e Demonstração* façamos uma ligação com as possíveis elaborações que teremos em nossa pesquisa. O raciocínio é um eixo fundamental para a compreensão da matemática, em base dessas orientações. Pois é "[...] através do desenvolvimento de ideias, da exploração de fenômenos, da justificação de resultados, e da utilização de conjecturas matemáticas em todas as áreas do conteúdo [...]" que a matemática faz sentido (NCTM, 2008, p. 61). O raciocínio e a demonstração devem ser desenvolvidos numa diversidade de contextos, os alunos devem trabalhar com colegas na formulação, representação e exploração de hipóteses, bem como ouvir e compreender as dos colegas (NCTM, 2008).

A *Comunicação* também segue com as normas que facilitam a compreensão da matemática e partilham ideias. É preciso a discussão dos assuntos relevantes em matemática. Faz-se lembrar nas normas de que: "é importante evitar a imposição precoce e prematura da linguagem matemática formal”, ou seja, é necessário que os alunos discutam, criem, conversem sobre suas possibilidades informais de expressar a matemática (NCTM, 2008, p. 70). Quanto as *Conexões,* ela nos traz a ideia central de que a matemática é um estudo integrado. Assim destacamos que do 6º ao 8º ano, os alunos precisam a estar vendo como uma matéria de ideias inter-relacionadas. Para comprovar, temos:

> Se a compreensão conceitual estiver relacionada com os procedimentos, os alunos não considerarão a matemática como um conjunto arbitrário de regras. Esta integração de procedimentos e conceitos deverá constituir um aspecto primordial da matemática escolar (NCTM, 2008, p. 70).

Em todos os níveis deveria se incluir experiências matemáticas, oportunizando a resolução de problemas que possuam contextos exteriores a disciplina, pois estas conexões fazem com que os alunos se tornem mais confiantes as relações da matéria com o mundo real (NCTM, 2008). A última norma que as orientações apresentam a *Representação,* também possui uma ligação bastante forte com nossa pesquisa, que pretende abordar os diversos registros de representação semiótica. Para o NCTM (2008), o termo representar é um processo, ou, o resultado, à aquisição de um conceito que é expresso de uma forma.

As representações podem ser ferramentas eficazes para modelar, interpretar fenômenos. Podemos utilizá-las para resolver problemas. A diversidade das representações é necessária aos alunos pelo fato destes garantirem sua compreensão (NCTM, 2008).

2.3.1.3 As normas para pré-escolar – 2º ano (porcentagem)

Ao analisar o que o NCTM (2008) aborda sobre as normas acima já elencadas para o pré-escolar até o 2º ano, percebemos que não há orientação para que nesta fase haja apontamentos para a porcentagem. Porém, conseguimos perceber alguns indicadores que podem “abrir” caminhos para a representação, a resolução de problemas e outros neste período. Assim, apoiado neles é que comentaremos momentos da orientação que nos chamaram atenção.

Por exemplo: ao orientar que nesta fase se constitui um desenvolvimento matemático importantíssimo, que “a aprendizagem matemática é construída a partir da sua curiosidade e entusiasmo e é desenvolvida, de forma natural, a partir de suas experiências” (NCTM, 2008, p. 83). Ou seja, desde pequenos, nossos alunos precisam ser estimulados ao meio matemático, mesmo que, informalmente, não somente ao chegar aos ciclos obrigatórios de ensino.

O NCTM afirma que em nenhuma outra fase escolar se tem notado tanto o desenvolvimento em aspecto cognitivo. Mas, ele não ocorre de uma maneira uniforme para todos os alunos, que se desenvolvem em diferentes momentos. Relembra também que as dez normas precisam estar interligadas para estimular as ideias matemáticas e ocorrer uma aprendizagem significativa. Cita a validade de discussões e orientações dos professores para com seus alunos, que deverão também ser observados, afim de que se perceba a melhor forma de aprendizagem das questões matemáticas aplicadas. O entendimento mais próximo do nosso objeto de estudo, sobre esta fase, se estabelece com a frase: "É imprescindível que, no final do 2º ano, os alunos desenvolvam uma sólida compreensão do sistema de numeração decimal e dos conceitos relativos ao valor de posição do número" (NCTM, 2008, p. 93). Pensamos que assim, mais a frente, nas demais séries, os alunos possam estar mais familiarizados com os números, inclusive com frações simples.

Os professores têm o papel de encorajá-los a transitar pelos registros, segundo o NCTM (2008). Suas representações fazem das ideias matemáticas serem mais concretas e refletidas. Assim temos,

> A compreensão de que a maioria das coisas varia ao longo do tempo, de que grande parte dessas variações pode ser descrita matematicamente e de que muitas são previsíveis contribui para estabelecer as bases para uma futura aplicação da matemática a outras áreas e ajuda a compreensão do mundo (NCTM, 2008, p. 110).

2.3.1.4 As normas de 3º a 5º ano (porcentagem)

O documento NCTM pontua que se a matemática estudada no 3º, 4º e 5º anos for interessante e de possível compreensão, progressivamente suas noções serão aprofundadas. Neste nível poderá ser mantido o entusiasmo e o envolvimento dos alunos por esta ciência (NCTM, 2008).

Nos anos de ensino citados começa uma breve abordagem da porcentagem (dentro dos números racionais), assim, "Deverão compreender (*os alunos*) a equivalência entre frações, decimais e percentagens e a informação que cada uma destas formas de representação transmite" (NCTM, 2008, p. 173. Grifo nosso). Também,

> Os alunos deverão **entender** o significado de uma percentagem como parte de um todo e utilizar percentagens comuns como 10 por cento, 33 -1/3 por cento ou 50 por cento como pontos de referência para a interpretação das situações que encontram. Por exemplo, se um rótulo indica que 36 por cento de um produto é água, os alunos poderão pensar nessa quantidade como cerca de 1/3 do produto. Ao estudarem frações, decimais e percentagens em simultâneo, os alunos podem aprender a alternar entre formas equivalentes, escolhendo e usando uma forma adequada e conveniente para resolver problemas e expressar quantidades (NCTM, 2008, p. 175. Grifo nosso).

O último trecho do documento nos faz ir ao referencial teórico de Duval (2004a, 2004b), e confirmar o que o autor diz, para que haja aprendizagem matemática é necessário o trânsito pelos diversos registros, ou, ao menos dois deles. Assim, é possível pensarmos que ao transitar de decimais para porcentagem ou, vice-versa, nestes anos, os alunos poderiam estabelecer melhor estas relações de compreensão do mundo com a matemática. O mesmo documento solicita, desde este nível de estudo, que se dedique um tempo somente para o ensino dos números racionais, e que este estudo seja significativo.

As porcentagens são dados cotidianos. Não podendo negar este aspecto, voltamos a norma de análise de dados e probabilidades do 3º ao 5º ano que nos faz lembrar: "aos longos dos anos compreendidos entre o pré-escolar e o 2º ano de escolaridade, os alunos terão já apreendido que os dados lhes podem transmitir informações a cerca de vários aspectos de seu mundo" (NCTM, 2008, p. 205).

As normas para estes anos orientam que, na mesma proporção, os alunos podem aprender a formular e a resolver problemas (NCTM, 2008), ressaltando a relevância de nosso estudo. Nas formas de representar estes problemas poderão revelar-se maneiras diferentes de raciocínios. Este estudo poderá ajudar os alunos a compreender melhor a visualização do problema, no caso da porcentagem, em diversas perspectivas.

2.3.1.5 As normas de 6º a 8º ano (porcentagem)

Esta é a idade, ou anos escolares, nos quais as normas mais se referem no estudo de porcentagem, pois, como vimos anteriormente, nas primeiras séries eles são brevemente lembrados, quando surge a introdução dos racionais. Agora não. Eles são realmente trabalhados, ou ao menos, as normas indicam que deveria e como deveria ser. Citam também esta fase de estudos com um pouco de cuidado, pois, na adolescência se evidenciam mais alterações físicas, psíquicas e emocionais do que nas outras fases.

Os alunos precisam ser instigados por questões, ou, problemas, que sejam estimulantes. Isso os fará compreender melhor as noções de matemática (NCTM, 2008). É importante deixar que os discentes envolvam-se em atividades ligadas a sua capacidade de determinar estruturas dos problemas, formulando-as e as compreendendo.

O NCTM (2008) comenta ainda que o estudo dos números racionais precisa ser mais aprofundado em seus conhecimentos, que os alunos consigam relacionar e pensar sobre as formas de fração, decimal e porcentagem, aprendendo flexivelmente. Uma abrangência mais vasta sobre a porcentagem está localizada na norma *Números e Operações* para estes anos, que inicia dizendo:

> Os alunos do 6º ao 8º ano deverão aprofundar seus conhecimentos sobre frações, decimais, **percentagens** e inteiros relativos, devendo adquirir competência na sua utilização a quando da resolução de problemas. Ao resolverem problemas que exijam comparações multiplicativas (p. ex., 'Quantas vezes mais...?' ou 'Quantos por...?'), os alunos adquirem prática no trabalho com razões, taxas e percentagens, o que contribui para a consolidação dos conhecimentos e para a familiarização com a proporcionalidade. Nestes anos, o estudo dos números racionais deverá basear-se nos conhecimentos prévios dos alunos, acerca dos conceitos e capacidades relacionados com os números inteiros, e na sua prática em anos anteriores, bem como na sua vida quotidiana com frações, decimais e **percentagens** (NCTM, 2008, p. 253. Grifo nosso).

Segundo o NCTM, os alunos deverão ter mais desenvolvimento no trabalho com representações de decimais, frações e porcentagem (NCTM, 2008).

Os discentes teriam que ter aprendido os casos simples do 3º ao 5º ano para que, agora, desenvolvessem e aprofundassem o que ficou de significativo nessas experiências de utilização de frações, decimais e porcentagem. Assim teriam como ver as vantagens e desvantagens das diversas representações. É claro que precisariam saber que as formas “15/100, 3/20, 0,15 e 15% constituem representações do mesmo objeto” (NCTM, 2008, p.254), mas que depende do contexto inserido, umas são mais adequadas que outras na forma, ou, maneira de representar. Os alunos devem ter ampliação de significados, representações e utilizações dos números racionais não negativos.

Vamos nos remeter com um pouco mais de afinco ao nosso foco de interesse, a porcentagem. Esta orientação das normas e princípios não poderia deixar de ser elencada, percebendo sua validade,

> As porcentagens, que podem ser visualizadas de formas que combinem aspectos quer das frações, quer dos números decimais, proporcionam aos alunos outra forma importante de representar números racionais. As porcentagens revelam-se particularmente úteis para a comparação de partes de conjuntos ou números de diferentes ordens de grandeza, sendo frequentemente encontradas em problemas que surgem na vida quotidiana. Tal como com as frações e os numerais decimais, torna-se necessário, durante o ensino, abordar as dificuldades conceituais sentidas pelos alunos de forma cuidadosa. As porcentagens inferiores a 1 e as superiores a 100, em particular, constituem um desafio do qual os alunos poderão beneficiar, quando se deparam com problemas envolvendo porcentagens destas ordens e grandeza, conduzindo ao desenvolvimento de conhecimentos sólidos (NCTM, 2008, p. 255).

As normas chamam atenção para quando os alunos estiverem neste trânsito dos números inteiros para os números racionais. Os professores precisam estar atentos ao surgirem os obstáculos dos conceitos. O uso do cálculo mental e também das estimativas são úteis para os cálculos com porcentagem (NCTM, 2008). Citamos que nestes anos, a resolução de problemas é ainda mais importante por sua presença constante nos currículos. Os alunos poderão sentir sua utilização integrada aos números racionais (um dos conteúdos principais destes anos), algo de grande valia para o aprendizado.

2.3.1.6 As normas de 9º a 12º ano (porcentagem)

Nos anos finais a porcentagem aparece mais envolvida em outros conjuntos estudados na matemática. Ela não figura como um conteúdo a se abordar: está intrínseca a outros. Assim, alguns aspectos do conteúdo são apresentados ao retomar a comparação entre os conjuntos dos irracionais com a sequência dos reais. Também há uma forte ligação com a geometria, normas de medida, médias, entre outros.

Na norma sobre resolução de problemas destes anos, pontuou-se um aspecto que nos fez refletir sobre as citações de Duval (2004a, 2004b), da congruência semântica, forte ponto de discussão e análise de nosso estudo. Assim, "é necessário que os alunos adquiram experiência na identificação de problemas e na sua formulação clara, para que saibam determinar quando é que atingem as soluções" (NCTM, 2008, p. 395). Relembrando ainda que do 6º ao 8º ano os alunos usam ainda mais as representações matemáticas de objetos que não tem uma observação direta. Por exemplo, os números racionais e taxas.

Concluímos que o NCTM está em evolução. A falta de envolvimento da sociedade como um todo, não só do professor e do aluno, é um obstáculo que precisa ser superado para que estas normas e princípios possam ser aplicados na prática escolar.

2.3.2 Análise dos PCNs de matemática de 5ª a 8ª série

Pretendemos investigar com uma breve análise o que trazem os Parâmetros Curriculares Nacionais - PNCs (1998) sobre a porcentagem: quais as abordagens e formas de tratamentos que o documento indica para este assunto no período de ensino acima determinado. Para melhor desenvolvermos nossa pesquisa apreciaremos o assunto no terceiro ciclo (5ª e 6ª série – atualmente 6º e 7º ano) e quarto ciclo (7ª e 8ª série – atualmente 8º e 9º ano) do ensino fundamental.

2.3.2.1 Terceiro ciclo

Os PCNs abordam o terceiro ciclo lembrando o quanto não é simples tratar com alunos destas séries. Muito por conta dos conflitos de idade entre os que estão na pré-adolescência e outros de maior idade por conta das reprovações. Esta convivência nem sempre é positiva ao âmbito escolar. Entretanto, não deixam de elencar o papel fundamental do professor na elaboração das aulas, na escolha de conteúdos e nos contextos em que a matemática está e pode ser inserida (BRASIL, 1998).

Ao apresentar os conteúdos para o terceiro ciclo, os PCNs abordam em quase todos os momentos a importância da aplicação de situações problemas contextualizadas (BRASIL, 1998).

Os números racionais são abordados pelos PCNs para o terceiro ciclo com maior destaque para a fração e decimais. Mencionam a importância de seus significados como: razão, relação parte/todo, quociente e operador. O documento traz argumentos quanto ao uso da calculadora neste ciclo, citando, como exemplo, um caso de porcentagem para seu uso (BRASIL, 1998).

> Com relação aos recursos de que o professor pode lançar mão no terceiro ciclo, a calculadora, apesar das controvérsias que tem provocado, tem sido enfaticamente recomendada pela maioria dos pesquisadores e mesmo pelos professores do ensino fundamental. Dentre as várias razões para seu uso, ressalta-se a possibilidade de explorar problemas com números frequentes nas situações cotidianas e que demandam cálculos mais complexos, como: os fatores utilizados na conversão de moedas, os índices com quatro casas decimais (utilizados na correção da poupança), dos descontos como 0,25%, etc (BRASIL, 1998, p. 67).

Os PCNs mencionam ainda que a escola deveria proporcionar a aproximação dos problemas de porcentagem aos seus alunos, procedendo da maneira que normalmente faz (BRASIL, 1998). Este raciocínio argumenta sobre as formas de representar e sua validade neste período de ensino, vindo fortemente este ponto ao encontro de nossa investigação.

> O uso de símbolos e da linguagem matemática para representar números pode ser estudado do ponto de vista histórico e também do ponto de vista prático. Neste ciclo, os alunos têm boas

> condições para perceber que os números têm **múltiplas representações e compreender melhor as relações entre representações fracionárias e decimais, frações equivalentes, escritas percentuais** e até a notação científica (BRASIL, 1998, p. 67. Grifo nosso).

Ao citar os conceitos e procedimentos para este ciclo, apontam que pelo uso de formas não convencionais, os alunos possam resolver situações problemas envolvidas de proporção e cálculos de porcentagem (BRASIL, 1998). Esta afirmação nos aproxima ainda mais da ideia de aplicarmos a elaboração e após a resolução de problemas de porcentagem, fugindo do convencional, para que possivelmente os alunos melhor procedam com este conceito e formas de representar.

Nos encaminhamentos de avaliação, os PCNs indicam que os educandos do terceiro ciclo devem fazer uso de vários significados e representações dos números racionais, inteiros, naturais e das operações que os envolvem para que possam resolver problemas de diferentes contextos e áreas do conhecimento (BRASIL, 1998).

2.3.2.2 Quarto ciclo

Neste ciclo, o último do Ensino Fundamental e, abrangendo as 7ª e 8ª séries - atualmente 8º e 9º anos - surgem às inquietações sobre o futuro dos estudos, como será sua continuidade e qual o campo profissional a ser escolhido. Estas são algumas das preocupações dos discentes, relembrando que as mudanças psicológicas, físicas e emocionais ainda existem (BRASIL, 1998).

Os PNCs colocam que devem estar presentes neste ciclo os problemas de aritmética, que por vezes perdem espaço para os algébricos.

> [...] é desejável que o professor proponha aos alunos a análise, interpretação, **formulação e resolução** de novas situações-problema, envolvendo números naturais, inteiros e racionais e os diferentes significados das operações, e que valorize as resoluções “aritméticas” tanto quanto as “algébricas” (BRASIL, 1998, p. 83. Grifo nosso).

O conteúdo de porcentagem neste ciclo vem na retomada dos números racionais, aplicados no ciclo anterior, dando continuidade agora aos números irracionais (BRASIL, 1998). O documento menciona a relação e importância da porcentagem para o ensino e aprendizagem aprofundado das proporções e, ainda, não deixando de lado suas aplicações em situações problemas contextualizadas.

Na referência dos PCNs para o ensino e aprendizagem do quarto ciclo está clara a presença de questões como representar, compreender, significar, formular e resolver, pois, nos conceitos e procedimentos requeridos no documento se apresentam: “Análise, interpretação, formulação e resolução de situações-problema, compreendendo diferentes significados das operações, envolvendo números naturais, inteiros, racionais e irracionais aproximados por racionais” (BRASIL, 1998, p. 87). E, solicita com atitude “Interesse por utilizar as diferentes representações matemáticas que se adaptam com mais precisão e funcionalidade a cada situação-problema de maneira que facilite sua compreensão e análise.” (BRASIL, 1998, p. 91).

Para avaliar o educando destas séries o documento define ser necessário que os mesmos saibam usar as várias significações dos números para resolver problemas dos diferentes contextos (BRASIL, 1998).

No terceiro e no quarto ciclo a intenção é demonstrar que os números naturais apreendidos nos ciclos anteriores são insuficientes para realização de determinadas situações. E que os números podem apresentar-se por diferentes representações e interpretações.

> A familiaridade do aluno com as diferentes representações dos números racionais (representação fracionária, decimal, percentual) pode levá-lo a perceber qual delas é mais utilizada ou adequada para expressar um resultado. Numa situação em que se deve comunicar um aumento de salário é mais frequente dizer, por exemplo, que o acréscimo no salário foi de 12% (12/100) do que de 3/25 (BRASIL, 1998, p.103).

Contudo, estes são os primeiros apontamentos desta pesquisa que visa compreender as noções de porcentagem dos alunos quando resolvem problemas triparticionados que, por ora, vem demonstrar as parciais obtidas nas análises dos PCNs diante deste tema.

2.3.3 Análise dos livros didáticos

A fim de conhecer como são abordadas, ou, ao menos têm indicações de ser tratada a porcentagem nos livros didáticos, analisamos algumas coleções na íntegra e alguns livros das séries em que se pretende aprofundar este estudo. A seleção das coleções obedeceu aos seguintes critérios: A primeira foi escolhida para análise pelo fato de ter sido aprovada pelo PNLD[18] anterior a coleção usada pelo 8º ano, sujeitos desta pesquisa. Já a segunda coleção analisada é utilizada atualmente pelos alunos em questão. Os livros individuais foram escolhidos por estar à disposição para consultas na biblioteca da escola que desenvolvemos a pesquisa.

Partindo do conhecimento de que a porcentagem faz parte do estudo dos números racionais, averiguamos como estes são apresentados de maneira geral em cada série e, como, e, quando, são abordados, além de saber quais suas sustentações.

Pretendemos observar também a presença, ou, ausência nos livros didáticos dos problemas triparticionados. Eles são de interesse da nossa pesquisa em razão de que podem contribuir para um grau de não congruência semântica, podendo relacionar-se com as dificuldades dos alunos do ensino fundamental sobre porcentagem. Os problemas triparticionados são aqueles, como já comentado anteriormente, que possuem uma estrutura de três partes, podendo ser estas nas formas: discursiva, geométrica, gráfica, tabelar ou icônica.

2.3.3.1 Coleções

Uma das coleções analisadas foi Cavalcante, Sosso, Vieira e Poli (2006), chamada: "*Para saber matemática*", Matemática para Ensino Fundamental. Verificaram-se os quatro exemplares de cada série, ou seja, 6º ano - 5ª série, 7º ano - 6ª série, 8º ano - 7ª série e 9º ano - 8ª série. Esta coleção foi aprovada pelo PNLD para os anos 2008/2009/2010.

No livro da 5ª série apresentaram-se três capítulos de trabalho sobre números racionais. O primeiro - no livro a numeração era capítulo 9 - abordava as frações com suas noções gerais. O segundo – no livro era capítulo 11 – apresentou os números na forma decimal, nas formas de registros com desenhos, forma fracionária e decimal. Abordou também o modo de leitura dos mesmos. No terceiro – no livro a

[18] Programa Nacional de Livros Didáticos.

numeração era capítulo 14 - é que foi abordada a porcentagem, tema de nosso interesse de estudo propriamente. Neste, fez ligações com as frações apresentadas anteriormente, simbologias e representações em fração, decimal e percentual.

No âmbito geral as atividades de todos os capítulos procuraram apresentar figuras do dia-a-dia, escritas numéricas, figuras geométricas e formas das quais se leem. Esta última não se apresenta no capítulo de porcentagem que contém várias atividades numéricas, porém com relações ao cotidiano e ênfase nas atividades envolvendo desconto e acréscimo, além de questões interdisciplinares.

Alguns livros apresentaram poucos problemas na estrutura triparticionada. Surge então a dúvida se estes não estão tão presentes nesta coleção pelo fato de que os alunos apresentam maiores dificuldades neles e os professores não conseguem articular com o fenômeno da não congruência mais evidente? Ou ainda, aparecem discretamente em algum livro, mas não é selecionado para produção dos alunos? Porém, podemos destacar que as situações-problema que se aproximaram desta estrutura triparticionada apresentaram ao menos ligações com o cotidiano.

O livro da 6ª série possui um capítulo – no livro número 1 - que aborda os números na forma fracionária e na forma decimal (juntos num só), apresentou-se como uma revisão geral do conteúdo de números racionais, mencionou questões com receitas e outras da atualidade. As formas de representar continuaram as mesmas.

Apresenta outro capítulo – número 14 – que trata da porcentagem. Nele abordou situações problemas, indicou uso da calculadora, algumas atividades interdisciplinares, mas novamente apontou questões envolvendo desconto e acréscimo como formas gerais relacionadas ao cotidiano. Não aparecem atividades para escrever nas formas de ler, ou tratamento com língua natural. No excerto a seguir, mostramos uma atividade comum do livro desta série para entender um pouco mais sobre as diversas encontradas neste mesmo que caracterizam a ausência de conexões nas formas de registrar o objeto em estudo com outro registro. Precisa-se que aconteça trânsito, coordenação entre ao menos dois registros (do mesmo objeto matemático), de acordo com Duval (2004a), para que tenhamos aprendizagem matemática.

Figura 1 – Excerto do livro didático analisado

Copie e complete as frases em seu caderno com os números adequados.

Em uma eleição da qual participaram 200 000 eleitores:

a) o candidato **A** obteve 52% dos votos, ou seja, ■ votos; 104 000

b) o candidato **B** obteve 28% dos votos, ou seja, ■ votos; 56 000

c) o candidato **C** obteve 10% dos votos, ou seja, ■ votos; 20 000

d) ■ % dos votos, ou seja, ■ votos, foram brancos ou nulos. 10 / 20 000

Fonte: CAVALCANTE, SOSSO, VIEIRA E POLI (2006, p. 216).

O livro da 7ª série não aborda porcentagem. Trabalha esta representação dentro dos contextos de probabilidade e de regra de três, os quais também se envolvem com as representações de frações. Nesta mesma perspectiva de trabalho, o livro da 8ª série apresenta a porcentagem envolvida nas representações dos conteúdos de juros e de estatística. Não abordando o conteúdo de porcentagem diretamente. Como pode ser observado no excerto a seguir:

Figura 2 – Excerto do livro didático analisado

Calcule no caderno o montante obtido no final de 6 meses de uma aplicação a juro composto em que:

Se achar necessário, diga aos alunos que utilizem a calculadora para auxiliar na resolução desta atividade.

- o capital aplicado é de R$ 800,00 e a taxa é de 5% ao mês; R$ 1.072,08
- o capital aplicado é de R$ 1.890,00 e a taxa é de 0,9% ao mês; R$ 1.994,38

Fonte: CAVALCANTE, SOSSO, VIEIRA E POLI (2006, p. 189).

Outra coleção que analisamos, e mais recente, foi de Ribeiro (2009), com o nome: “*Matemática*”- Ensino Fundamental do Projeto *Radix – raiz do Conhecimento*. Aprovado pelo PNLD para os anos de 2011/2012/2013.

A coleção trata as séries como anos. Assim, no livro do 6º ano (5ª série), o autor aborda dois capítulos para trabalhar as frações e decimais. No capítulo 10, assim nomeado no livro, temos as frações propriamente. Inicia com uma introdução de ideias e de receitas, questionamentos do dia-a-dia, e segue com representações geométricas e numéricas. As atividades são com figuras também geométricas, problemas atuais e reais. Trata números na forma mista, operações e algumas histórias da matemática relacionadas. No capítulo 11, como o livro chama, ele vem tratar dos números decimais. Nas representações geométricas, numéricas e como se leem. Atividades envolvem sistema monetário e operações. A porcentagem aparece no tratamento de informações (gráficos e tabelas), não há um capítulo próprio.

Nesta coleção os problemas triparticionados ficam mais evidentes, porém, ainda não sabemos se estas atividades são as escolhidas para que os alunos as realizem. Desta forma, adotamos alguns destes para nossas aplicações. Ao escolhê-los tivemos a preocupação de utilizar alguns na íntegra, enquanto que outros adaptamos, ou seja, construímos algumas das partes de sua estrutura triparticionada para que melhor vinculasse a noção de porcentagem com o grau de congruência semântica. Os problemas escolhidos, adaptados ou integrais podem ser melhor visualizados nas quatro aplicações, seguem as mesmas nos anexos.

O livro do 7º ano (6ª série) apresenta três capítulos sobre os números racionais, os quais se subdividem em: *Operações com frações*, sendo o capítulo 2 considerado no livro, onde relembra as frações nas operações. Depois vem o capítulo 3, assim nomeado pelo livro, com o título: *Operações com os decimais*, onde também faz menção ao relembrar as operações com estes citados. Somente no capítulo 12 é que surge a porcentagem propriamente.

O autor faz uma introdução relacionada com a realidade diária seguindo com análise de gráficos. Representações nas formas fracionárias, decimais e percentuais são trabalhadas. As atividades são envolvidas por frações, figuras geométricas, situações-problema, de língua natural e interdisciplinar. Já no livro do 8º ano (7ª série) a porcentagem é tratada dentro de três capítulos, os quais são: *Operações com frações, Tratamento da informação e Regras de três*.
Como apresentamos no excerto a seguir:

Figura 3 – Excerto do livro didático analisado

Cerca de 70% do corpo humano é constituído de água, que é eliminada continuamente, por exemplo, por meio do suor e da urina. Por isso, para permanecer saudável, o corpo humano exige uma constante reposição de água. De outra forma, a grande maioria das pessoas não sobreviveria por mais de duas semanas, e, se o ambiente fosse muito quente, esse tempo se limitaria a 3 dias.

Veja na tabela ao lado as fontes de reposição de água do corpo humano e, de acordo com as informações indicadas, construa um gráfico de setores.

Fonte de reposição de água do corpo humano

Líquidos	60%
Alimentos	30%
Metabolismo	10%

HERLIHY, Barbara; MAEBIUS, Nancy K. *Anatomia e Fisiologia do Corpo Humano Saudável e Enfermo*. Tradução de Cintia Bovi Binotti et al. Barueri: Manole, 2002. p. 439.

metabolismo: conjunto de transformações em um organismo vivo, necessário para formação, desenvolvimento e renovação das estruturas celulares

Fonte: RIBEIRO (2009, p. 251)

No livro do 9º ano (8ª série) a porcentagem novamente não ganha um capítulo exclusivo, mas é abordada de diferentes formas nos capítulos como: *Tratamento da informação e Juros.*

2.3.1.2 Análise de livros individuais

Analisamos dois livros individualmente, especificamente da 7ª série, aprovados pelo PNLD de anos distintos - 2004 e 1999 - com intuito de comparar se haveria muita diferença nos conteúdos coforme o ano e o autor. Logo, analisamos o livro: "*Tudo é matemática*" de Dante (2004), aprovado pelo PNLD para 2005.

Verificamos que este livro contém um capítulo chamado: *Números e aplicações*, que trata especificamente de frações, probabilidade, decimais e porcentagem. Aborda atividades relacionadas ao dia-a-dia, perguntas e questões mais de escritas, sem tanto valor numérico. Também apresenta várias formas e possibilidades de representar os números da porcentagem que se apresentou na problemática de exemplo. Contém leituras de jornal, gráficos e pede para justificar as respostas.

Este livro aborda problemas triparticionados, constatamos até aqui, que estes problemas estão presentes nos livros didáticos e quando em nossa prática de sala de aula são escolhidos como atividade para os alunos resolverem, eles apresentam insegurança e dificuldades, muitas vezes não os resolvendo.

Outro livro que analisamos foi "*Matemática – uma aventura do pensamento*", também da 7ª série de Guelli (1999), aprovado pelo PNLD para o ano de 2002. Este livro não contém nenhum capítulo sobre porcentagem, apresenta apenas um capítulo do conjunto dos números reais, onde aborda os racionais rapidamente, nas formas de registro de representação fracionária, decimal e de porcentagem. Apresenta exercícios puramente numéricos e sem ligação com o cotidiano. Para melhor demonstrar essa ideia de algoritmização presente neste livro, apresentamos o excerto a seguir:

Figura 4 – Excerto do livro didático analisado

1 Preencha a tabela a seguir com os números 7, 11, -13, 0, $\frac{6}{5}$, $-0{,}48$, $-\frac{17}{101}$, $2{,}6\overline{8}$, $-0{,}\overline{125}$, 27%, 3,5%.

$\mathbb{N}$	7, 11, 0
$\mathbb{Z}$	7, 11, -13, 0
$\mathbb{Q}$	7, 11, -13, 0, $\frac{6}{5}$, $-0{,}48$, $-\frac{17}{101}$, $2{,}6\overline{8}$, $-0{,}\overline{125}$, 27%, 3,5%

2 Escreva cada expressão numérica como uma razão de dois inteiros.

a) 0,6 $\frac{3}{5}$

c) 10% $\frac{1}{10}$

e) $\dfrac{0{,}1}{\frac{1}{2}}$ $\frac{1}{5}$

g) 0,24% $\frac{3}{1\,250}$

b) 1,5 $\frac{3}{2}$

d) 81% $\frac{81}{100}$

f) 2,5% $\frac{1}{40}$

h) $\dfrac{4}{1{,}5}$ $\frac{8}{3}$

Fonte: GUELLI (1999. p. 13).

3 REFERENCIAL TEÓRICO: RAYMOND DUVAL E JOÃO PEDRO DA PONTE

Este capítulo reúne dois momentos teóricos de nosso estudo, o primeiro trazendo o foco central da pesquisa com os ensinamentos da teoria de Raymond Duval (2004a, 2004b, 2011) sobre os registros de representação semiótica e o fenômeno da *congruência semântica* para com a aprendizagem matemática.

No segundo momento trazemos a noção de tarefas de aprendizagem, partindo das definições de João Pedro da Ponte (2005) considerando destaque para uma delas: *problema.* Pensamos que com estes embasamentos poderemos ter um aprofundamento nos subsídios para que possamos sustentar nosso trabalho.

3.1 NOÇÕES DE REGISTROS DE REPRESENTAÇÃO SEMIÓTICA

Na matemática os registros de representação semiótica ocupam um lugar especial, pois abrangem uma conexão com formas de representar de diferentes maneiras e linguagens. Uma necessidade que vem de longos anos de ensinamentos e aprendizagens no universo.

Nos dias atuais, no âmbito educacional, cada vez mais se busca relacionar a matemática e suas formas de registro, para com possíveis interações de aprendizagens e entendimentos, melhorando assim o ensino. Os resultados do trabalho de Colombo, Flores & Moretti (2008) sobre pesquisas no Brasil apontam a tendência para a teoria de Duval e nos ajuda a clarificar esta questão ao dizer que:

> Os dados coletados permitem dizer que as pesquisas estão articuladas em torno das principais dificuldades apresentadas por alunos — sejam estes do Ensino Fundamental, Médio ou Superior — que, ao utilizarem a noção de registros de representação semiótica, buscam possíveis soluções para minimizar tais dificuldades (COLOMBO, FLORES & MORETTI, 2008, p.19).

Nesta perspectiva buscamos apoio desta teoria, pois, além de aprendizagem e ensino, hoje em dia tem se preocupado em como o saber pode ser construído para estar presente no ensino e na aprendizagem.

Nosso trabalho será norteado pela teoria de Raymond Duval (1993, 2004a, 2004b, 2011), que vem tratar dos registros de representação semiótica.

O estudo de Colombo, Flores & Moretti (2008) comprova outra vez a importância dos estudos de Duval para matemática, dos seus construtos teóricos para a realidade educacional. Comenta ainda os trabalhos com foco nesta teoria, divulgados em congressos de Educação Matemática tais como EBRAPEM (Encontro Brasileiro de Estudantes de Pós-Graduação em Educação Matemática), CIEM (Congresso Internacional de Ensino de Matemática), ENEM (Encontro Nacional de Educação Matemática), EPREM (Encontro Paranaense de Educação Matemática), SIPEM (Seminário Internacional de Pesquisa em Educação Matemática). Todos são de suma relevância para discussões e apontamentos de novas alternativas para o ensino e aprendizagem da matemática (COLOMBO, FLORES & MORETTI, 2008). Segundo os estudos de Duval citado por Colombo, Flores & Moretti (2008) a concepção de educando é de sujeito ativo no seu processo de aprendizagem, é um sujeito que constrói seus conhecimentos junto do meio, do professor, da linguagem, do próprio aluno, das representações semióticas, das várias interações que compõe o âmbito pedagógico, assim, o raciocínio, a análise e a visualização se desenvolvem no funcionamento cognitivo apontando para as aprendizagens matemáticas (COLOMBO, FLORES & MORETTI, 2008).

Seguidamente em nosso trabalho tentaremos entender o que se dá por registros, o que se tem por representações, o que seria a semiótica trazida por este autor, e estudos feitos a base destes. Queremos que estes registros sirvam como base para investigarmos as elaborações e resoluções de problemas de porcentagem em diferentes representações com as tarefas dadas. Para que não se reproduza tantas vezes registros de representação semiótica usaremos (RRS) durante nosso trabalho.

3.1.1 A representação, o registro, a semiótica

Antes de sairmos investigando, tentamos nos debruçar em cima de muitas leituras que trouxessem esclarecimentos de questões como: o que é representar, como registrar, o que é semiótica; para que depois pudéssemos estar mergulhados na pesquisa sem dificuldades breves, ao menos. Podemos entender a palavra "representação" por sua significação verbal, ou seja, representar. Uma forma de expor a variedade matemática. Na visão de Piaget e Vygotsky, as representações semióticas preenchem um papel decisivo na aprendizagem (MORETTI, 2002). “Em matemática toda comunicação se estabelece com base em representações” Damm:[19] citado por SOARES (2007, p. 26).

Para Duval [...] não pode haver compreensão em matemática se não distinguir um objeto de sua representação. [...] pois, o mesmo objeto matemático pode dar-se por meio de representações muito diferentes (DUVAL, 2004a). Os objetos matemáticos que Duval fala seriam os números propriamente, as funções, por exemplo, já as suas representações seriam as escritas dos números e das funções por meio de gráficos ou de outros (DUVAL, 2004b). Ainda para esclarecer sobre o termo representação, tenhamos sempre conosco esta definição que Duval (2004b) nos remete:

> Tem uma grande variabilidade semântica no emprego do termo ‘representação’. Esta variabilidade é tão grande, que cada vez que se emprega se corre o risco de equívocos com o interlocutor. Esquematicamente, esta variedade se pode reduzir a utilização de três grandes posições: Língua/ Imagem, Mental/ Material, Subjetivo/ Objetivo. Na grande maioria dos casos, o sentido do termo representação depende da posição que se tome como referencia (DUVAL, 2004b, p.31).

Ao sabermos brevemente sobre o termo representação, tentaremos esclarecer o diálogo que existe entre esta e os registros semióticos. Ou seja, desde já, temos que ter claramente o que Duval (1993) nos conceitua sobre isto, que não há aprendizagem matemática sem transitar por ao menos dois registros semióticos (DUVAL, 1993).

O trânsito entre as mais diversas representações possíveis de um mesmo objeto matemático em questão é que assume importância fundamental (MORETTI, 2002). Ao falarmos de objeto matemático, em nossa pesquisa, estamos nos referindo como nosso objeto sendo a compreensão dos alunos sobre porcentagem quando resolvem os problemas triparticionados. Assim, temos num primeiro instante que talvez para haver entendimento na elaboração e resolução de problemas de porcentagem pelos alunos do 8º ano, eles precisam “transitar”, ir e vir, passar pelas diferentes formas que se podem registrar estes

---

[19] Damm, R. F. Registros de Representação. In: Machado, Silvia Dias Alcântara. Educação Matemática: uma introdução. São Paulo. EDUC, pp. 135-153, 2002 (SOARES, 2007).

conhecimentos. Ou seja: na forma da linguagem natural, nas suas simbologias, numericamente, algebricamente, e outros quando possível.

Segundo Duval (2004a) se chama ***semiose*** a apreensão e a produção de uma representação semiótica, e ***noesis*** os atos cognitivos como a apreensão conceitual de um objeto (DUVAL, 2004a. Grifo nosso). Assim, ao pretendermos pesquisar sobre o fenômeno da congruência semântica na elaboração e resolução de problemas de porcentagem nos diferentes registros de representação, estamos abordando a questão conceitual deste objeto matemático e as formas de produzir, elaborar, resolver e representá-lo matematicamente. Nestas possíveis produções e representações, o pensamento matemático é inseparável do desenvolvimento de simbolismos específicos para representar os objetos e suas relações (GRANGER, 1979).

Ao afirmar que com os diferentes registros de representações semióticas e havendo trânsito entre elas, há compreensão matemática, Duval (2004a) também coloca que os conceitos somente serão apreendidos quando articulados com as mesmas. Logo, não haverá *noesis* sem *semiose*. E ainda, “[...] os problemas específicos de compreensão que os alunos enfrentam na aprendizagem da matemática têm sua origem na situação epistemológica particular do conhecimento matemático, e não somente nas questões de organização pedagógica das atividades” (DUVAL, 2011, p. 9).

Contudo, não podemos desconsiderar a diversidade dos registros de representação. Duval nos chama atenção para isto, quando diz: “A linguagem natural e as línguas simbólicas não podem ser consideradas como formando um único e mesmo registro” (DUVAL, 2004a, p. 31, tradução nossa). O autor quer nos dizer que estes são registros diferentes, cada um com suas questões especificas para a aprendizagem. Esses diferentes registros para se representar um objeto matemático, como apresentamos brevemente, podem ser entendidos como as figuras geométricas, os gráficos e as tabelas.

Existe ainda um segundo ponto levantado por Duval (2004a), que seria a diferença do representante para o representado. Esta diferenciação, segundo ele, está ligada a compreensão do que é uma representação e assim a possibilidade de associar outras representações integrando-as nos processos de tratamento. Mais a frente trataremos destes processos. Um terceiro fenômeno ligado aos obstáculos (conhecimento histórico) encontrados para a compreensão de textos e tratamentos matemáticos para Duval (2004a), é a coordenação entre esses diferentes registros disponíveis. E, para o autor, a explicação está em: “O principal obstáculo à realização espontânea desta coordenação é a importância dos fenômenos de não congruência entre as representações produzidas em vários sistemas" (DUVAL, 2004a, p. 31. Tradução nossa).

Nesta perspectiva das representações congruentes e não congruentes se pesquisará também nos problemas de porcentagem. Mas antes de falar sobre elas precisamos apreciar como se dá o funcionamento do sistema semiótico nas relações de tratamento e conversão.

Primeiramente Duval (2004a), define tratamento e conversão sendo:

> Um tratamento é uma transformação que se efetua no interior de um mesmo registro, aquele em que são utilizadas as regras de funcionamento: um tratamento, pois, não mobiliza mais que um só registro de representação. A conversão é, ao contrário, uma transformação que tem que passar de um registro a outro; requer, pois sua coordenação por parte do sujeito que a efetua (DUVAL, 2004a, p. 32. Tradução nossa).

Temos então que a operação de tratamento, segundo Duval, poderia ser entendida como uma das formas de resolver um problema em porcentagem, pois numa resolução de problemas poderão ocorrer vários tratamentos e conversões. Logo a conversão se entende como as formas que posso transferir, elaborar esta resolução de outra forma, ou em outras maneiras de registros, mas que se estabeleça ainda sua resolução coerente, ou seja, o tratamento que lhe foi efetuado.

3.1.2 Representação mental, computacional e semiótica

Abordaremos algumas classificações de representações as quais estão voltadas para o campo da cognição. Pois, queremos com esta aproximação cognitiva poder buscar as maneiras que a cognição funciona para a produção de tarefas matemáticas, segundo Duval. Portanto, temos características destas representações sendo internas/externas e consciente/não consciente. Esta última como explica Duval "é a oposição entre, de uma parte, o que aparece ante a um sujeito e ele observa, e de outra, o que escapa e não se pode observar" (2004a, p.33). Ou seja, o consciente consiste nas questões, coisas que o sujeito olha, "vê" e toma como fato.

A não consciência é o momento de passagem para a consciência num processo de objetivação para o sujeito que se tornará consciente.

Pois, para Duval "as representações conscientes são aquelas que tiveram um caráter intencional e que cumprem uma função de objetivação" (2004a, p.33. Tradução nossa). O que se torna essencial neste caráter intencional, desde a parte cognitiva, é a permissão as significações na determinação dos objetos que foram observados pelo sujeito. Sempre através das significações é que podemos ter a apreensão do conceito ou perceptiva dos objetos (DUVAL, 2004a). Para compreendermos a significação elencada acima, trazemos uma passagem de Duval (2004a):

> Significação estado de 'objeto suscetível de ser visto ou apreendido por alguém', são dois aspectos recíprocos de toda representação consciente. A significação é a condição necessária da objetivação para o sujeito, é dizer, da possibilidade de tomar consciência (DUVAL, 2004a, p.33. Tradução nossa).

As oposições externas e internas são o que as próprias palavras remetem no sentido de cada uma, para o sujeito. Segundo Duval (2004a), estas cumprem o papel de comunicação, porém, também outras funções cognitivas, como objetivação e tratamento assim como as representações conscientes. O autor comenta ainda que: "não são sintomas, como por exemplo, a expressão das emoções que se percebe na cara" (DUVAL, 2004, p. 34. Tradução nossa). Estas são por natureza representações semióticas e essenciais para a função de tratamento. Nas representações internas, temos aquelas que pertencem a um sujeito. Ao contrário das externas, não são comunicadas a outros através das produções destas representações. Um forte interesse entre estas distinções e aproximações é o fato de chamar atenção para a heterogeneidade dos registros de representação. Pois, Duval afirma que as representações semióticas são representações externas e conscientes, pois é possível "olhar" o objeto por meio de traços, pontos, os quais são estímulos perceptíveis e que possuem um valor de significação.

Assim Duval (2004a), coloca nesta definição a seguir, aquilo que conseguimos por estas características a fim de chegar aos tipos de representações que trataremos logo à frente.

> Os distintos registros de representação se diferenciam não só pela natureza de seus significados, são também pelo sistema de regras que autoriza sua associação e pelo número de dimensões em que pode efetuar-se essa

> associação. Estas duas últimas diferenciações são mais importantes que a primeira, pois fundamentam o que da toda a flexibilidade e força a uma diversidade de registros: não somente a possibilidade de efetuar tratamentos equivalentes com custos menores sim se efetua uma troca de registros apropriada é também a complementaridade dos tratamentos que permitem sobrepassar os limites inerentes a cada registro na realização de uma atividade complexa (DUVAL, 2004a, p.35-36. Tradução nossa).

As representações mentais são para Duval "as que permitem olhar o objeto na ausência total de significado perceptível" (2004a, p. 36. Tradução nossa). Isto que apresentamos até aqui, dentro das ideias de Duval, é opor-se as representações mentais, que seriam independentes de toda a semiose, segundo o mesmo autor. A questão que relaciona esses dois tipos de representação é bastante complexa. Pois, pode haver diferenças entre estas representações, assim podendo estabelecer a independência entre as funções de objetivação e de expressão que seguem representações conscientes (DUVAL, 2004a). Também podemos destacar como diferença que as separa, sendo as representações semióticas possuidoras de um grau de liberdade necessário a todo tratamento de informação, o qual a representação mental não possui (DUVAL, 2004a).

As representações computacionais não requerem o olhar ao objeto, permitindo uma transformação algorítmica de uma série em outra. Ao nos referirmos do sujeito as representações não são conscientes, nem internas. Ou seja, podemos entendê-las melhor ao estabelecer uma ligação destas com operações elementares do tipo efetuadas por uma máquina. Mas a relevância desta e da mental para com a semiose e ligações, vamos apresentar brevemente. Pois, Duval comenta que as representações semióticas e as computacionais não tem a mesma natureza.

> Esta diferença de natureza se expressa na existência de dois tipos de tratamento, cuja complementaridade é indispensável para dar conta do funcionamento e do desenvolvimento cognitivo do pensamento humano: os tratamentos quase instantâneos e os tratamentos intencionais (DUVAL, 2004a, p.40. Tradução nossa).

3.1.3 Os registros

Como antecipamos brevemente no texto já decorrido, não poderíamos deixar de elencar e distinguir os registros na forma de tratamento e conversão das representações semióticas. Pois, num sistema semiótico, precisamos que os signos tenham uma associação de sentido. “Os registros são as ferramentas que permitem analisar todas as produções matemáticas, e em primeiro lugar aquelas construídas com objetivo de ensino ou de aprendizagem” (DUVAL, 2011, p.104).

Sabemos que este sistema comporta regras, mas sem deixar de possibilitar até mesmo um potencial inventivo ao mesmo, que se faz por estas combinações e possibilidades (DUVAL, 2004b). Este autor afirma que devemos considerar “a possibilidade de transformar uma representação semiótica em outra representação semiótica” (DUVAL, 2004b, p.44. Tradução nossa).

Podemos entender que é essencial transformar as representações já produzidas, quando possível. Assim, tentamos clarificar estes pontos a seguir.

3.1.4 Tratamento

Definimos anteriormente o que Duval diz ser tratamento, mas vamos tentar simplificar o que este conceito nos traduz ao dizer que um tratamento é uma transformação que se dá internamente a um registro, ou melhor, é o mesmo representado de diferentes formas. O tratamento pode ser específico dependendo de seu registro, de suas possíveis funcionalidades representacionais. Por exemplo, temos uma representação inicial e chegaremos a uma representação final. Essa transformação é um tratamento. Citamos como referência de tratamento nas perspectivas de Duval, a resolução de uma equação do tipo 2x - 6 = 4, extraído de Moretti (2002) que se apresenta da seguinte maneira:

Figura 5 – Exemplificação da operação de tratamento

$$
\begin{aligned}
2x - 6 = 4 \quad & \Leftrightarrow 2x - 6 + 6 = 4 + 6 \\
& \Leftrightarrow 2x = 10 \\
& \Leftrightarrow x = 5
\end{aligned}
$$

Fonte: MORETTI (2002, p. 350).

3.1.5 Conversão

Para compreendermos um pouco mais de conversão, pensamos primeiramente em nosso objeto matemático. Temos também uma situação ou uma informação dada por um registro desse mesmo objeto. Assim ao transformar a representação deste objeto que está em um sistema semiótico num outro sistema semiótico, é que se caracteriza a conversão. (DUVAL, 2004a). O autor ainda nos chama atenção para,

> A característica da conversão é **conservar a referência do mesmo objeto** (objeto no sentido escrito, situação...) **sem conservar a explicitação das mesmas propriedades desse objeto**. Neste sentido, a representação do objeto no registro de chegada não terá o mesmo conteúdo que sua representação no registro de partida (DUVAL, 2004b, p. 45. Tradução nossa, grifos do autor).

Ao contrário do tratamento, a conversão é uma transformação externa ao registro de representação de qual parte, como já citado.

Como exemplo, de conversão, temos a transformação de uma frase em equações matemáticas, a representação no plano cartesiano de funções, tipo: $y = ax + b$ (MORETTI, 2002). Sendo este último à passagem de uma representação gráfica para a escrita algébrica, ou, vice-versa, conservando-se os mesmos objetos matemáticos.

A conversão sustenta uma operação cognitivamente muito mais complexa e muito mais evoluída que a operação de tratamento (DUVAL, 2004b). Na questão complexidade é que se dão algumas dificuldades para a aprendizagem. Trata de um obstáculo à troca de registros e a ausência de coordenação entre eles, porém Duval afirma que somente a conversão pode favorecer essa coordenação dos registros de representação. Segundo Duval (2011) “[...] os alunos ficam sem argumentos se as conversões a realizar não são congruentes e se os tratamentos a efetuar não são uma aplicação automática de algoritmos de cálculo” (DUVAL, 2011, p.103). Aspecto de interesse e foco de nossa pesquisa que iremos abordar na sequencia.

3.1.6 Congruência Semântica

A congruência semântica para Duval é uma medida que procura estabelecer o grau de transparência de duas representações de um mesmo objeto matemático. Ela é caracterizada por expressões ou objetos matemáticos, que possuem a mesma referência para serem transformados. Ou seja, para algumas transformações o custo cognitivo pode ser maior ou menor. Então surge a congruência semântica, ou, até mesmo, a não congruência. Para o pensamento matemático é essencial o processo em que se substitua uma representação, expressão por outra, que se referencie equivalentemente (DUVAL, 2012a).

Para Duval (2011) "A variação de congruência e não congruência é uma das maiores causas da incompreensão ou dos erros de interpretação dos enunciados do problema para os alunos" (DUVAL, 2011, p.121).

Portanto, o tema desses tópicos nos interessa, pois, em nossa investigação buscaremos verificar a manifestação do fenômeno da congruência semântica na estrutura dos problemas de porcentagem, partindo das atividades de ensino em que os próprios alunos produzam para melhor compreender a noção de porcentagem, contribuindo para a aprendizagem matemática. Vamos averiguar ainda as dificuldades dos alunos ao resolver problemas do tipo triparticionados, e, se possuem relações com a congruência semântica, dentro dos aportes teóricos de Duval e para o pensamento matemático melhor se desenvolver. Nesta linha do desenvolvimento do pensamento precisamos "ver" a matemática de outras maneiras, para isso apresentamos a ideia de Duval (2011):

> Para ver e para ensinar a matemática de outra forma é preciso, ao contrário, ter consciência dos processos cognitivos específicos que requer o pensamento matemático e desenvolvê-los com os alunos, mesmo que, fazendo isso, os professores tenham a impressão de não mais fazer (momentaneamente) matemática! (DUVAL, 2011.p. 9).

Este autor nos mostra que o primeiro a colocar a questão da congruência em foco foi Clark (1969) e Clark & Chase, (1972) na psicologia (DUVAL, 2004a).

Para Duval (2011),

> Os fenômenos de não congruência são mais numerosos que os fenômenos de congruência. É isso que faz a riqueza criadora da diversidade de registros. Eles não são previsíveis, mas devem ser

> estudados caso a caso, para cada atividade ou cada problema que propomos (DUVAl, 2011, p.124).

A congruência semântica é maior nos casos de conversão. Temos por base esta definição de Duval:

> Para determinar se duas representações são congruentes ou não, é necessário começar segmentações em suas respectivas unidades significativas, de tal maneira podem ser postas em correspondência. Ao termino desta segmentação comparativa, então se pode ver se as unidades significativas são, em cada um dos dois registros, unidades significantes simples ou combinações de unidades simples. Esta comparação pode obter diretamente ou por intermédio de uma terceira representação que de alguma maneira 'codifique' as representações que se querem comparar (DUVAL, 2004a, p. 51. Tradução nossa).

No caso da resolução de problemas de porcentagem temos, principalmente, um sistema semiótico que é o sistema discursivo e o outro, o sistema algébrico. A passagem de um a outro caracteriza a conversão, já as operações que se mantêm em cada um desses sistemas, caracterizam os tratamentos. O fenômeno da congruência semântica aparece de forma mais significativa nas operações de conversão.

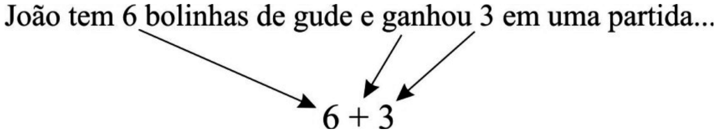
A congruência semântica surge relacionada ao custo cognitivo observado nas transformações entre registros.

São três os critérios para indicar se duas expressões são semanticamente congruentes (DUVAL, 2004b, p. 79 - 93):

> CRITÉRIO 1: Correspondência entre as unidades significativas própria a cada registro; CRITÉRIO 2: Univocidade para cada unidade significativa a ser convertida. Para uma unidade de partida, não há mais de uma unidade (significativa) possível no registro de chegada; CRITÉRIO 3: A ordem na organização das unidades significativas de partida é conservada na representação de chegada.

Para entender um pouco melhor o que este autor quer dizer na citação, comecemos com o exemplo a seguir:

Figura 6 - Congruência semântica entre frase e expressão aritmética



Fonte: MORETTI (2012b, p. 704).

Constatamos no exemplo desta figura que há congruência semântica entre a frase e a expressão matemática equivalente.

Já a frase *Um pai (p) tem 33 anos a mais do seu filho (f)* possui congruência semântica, segundo os três critérios acima, com a expressão "p + 33 = f". No entanto, frase e expressão não são referencialmente equivalentes.

Esta mesma frase não possui congruência semântica com a expressão "p – f = 33", mas a frase e expressão aritmética são referencialmente equivalentes: esta última é uma expressão (outra poderia ser "p = 33 + f") que pode conduzir à resolução correta do problema. Tanto "p – f = 33" quanto "p = 33 + f" são referencialmente equivalentes, mas não são congruentes com a frase referida.

A conversão será uma transformação congruente quando pudermos "ver" nos registros de partida e de chegada o mesmo objeto matemático envolvido. Devemos, segundo Duval, levar sempre em conta a natureza dos registros. Assim o autor clarifica:

> A conversão de uma representação de um registro plurifuncional discursivo (um enunciado) em uma representação de um registro plurifuncional não discursivo (uma figura), não se cumpre da mesma maneira que sua conversão em uma representação de um registro monofuncional discursivo (uma expressão literal ou algébrica) (DUVAL, 2004b, p. 78. Tradução nossa).

Contudo, veremos o que Duval nos traz como sendo registro multifuncional e monofuncional brevemente citado pelo mesmo. O registro monofuncional seria da própria matemática, já o multifuncional é usado fora dela, ou seja, para a comunicação, objetivação e às vezes para função de tratamento (DUVAL, 2011). Assim temos os registros discursivos e não discursivos apresentados no quadro abaixo:

Tabela 1 – Classificação dos diferentes tipos de registros mobilizados em matemática

	Representação Discursiva	Representação não discursiva
REGISTROS MULTIFUNCIONAIS: Os tratamentos não são algoritmizáveis	Língua natural Associações verbais (conceituais) Descrição, definição, explicação Raciocínio: - argumentação a partir de observações, de crenças... - dedução válida a partir da definição ou de teoremas	Figuras geométricas planas ou em perspectiva (configuração de formas em 0, 1, 2, 3 D) Apreensão operatória e não somente perceptiva Construção com instrumentos Modelização de estruturas físicas (Ex: cristais, moléculas...)
REGISTROS MONOFUNCIONAIS: Os tratamentos são principalmente algoritmizáveis	Sistemas de escritas: - numéricas (binária, decimal, fracionária...) - algébricas - simbólicas (línguas formais) cálculo literal, algébrico,	Gráficos cartesianos (visualização de variações) Troca de sistema de coordenadas, Interpolação, extrapolação

	formal...	

Fonte: DUVAL (2004b, p.52).

Acreditamos que nas elaborações feitas pelos alunos dos problemas de porcentagem, estes estarão de alguma forma, em um desses registros, mono ou multifuncionais, e deverá, ou, poderá então, acontecer o trânsito entre registros para que se tenha a aprendizagem matemática deste conceito. Assim, para que a noção de porcentagem seja mais bem compreendida, analisaremos a existência de congruência semântica presente, ou não, nestes mesmos problemas elaborados e se esta é um ponto de dificuldade para os sujeitos desta pesquisa. Para Duval é necessário, para o pensamento natural ter sentido nesta troca de registros: a continuidade semântica e a associatividade entre as expressões a serem substituídas (DUVAL, 2012). O autor nos clarifica, também que:

> Entre duas expressões, duas apresentações de uma informação, há duas relações independentes a serem consideradas: a relação de equivalência referencial e a relação de congruência semântica. Duas expressões diferentes podem ser referencialmente equivalentes sem que sejam semanticamente congruentes. Inversamente, duas expressões podem ser semanticamente congruentes sem que sejam referencialmente equivalentes (DUVAL, 2012, p.100).

No ensino de matemática relacionado aos RRS é importante que se tenha as substituições, ou, trocas entre registros, como queiram chamar, afirmando isto, “A conduta em matemática implica uma substitutividade tanto inter-registro quanto intrarregistro com base na invariabilidade da referência” (DUVAL, 2012, p.101). Na maioria dos livros podemos comprovar isto, ao ver a passagem de uma frase para uma fórmula que poderá ser algébrica ou aritmética, de uma figura geométrica para um enunciado, ou, vice-versa. E, é nesta intenção de substitutividade que pensamos na elaboração primeiramente dos problemas de porcentagem. Partindo de um registro de representação do objeto (porcentagem) os alunos produziram seu problema podendo registrar a passagem do mesmo para outro registro semiótico. Tendo assim, a possibilidade de transitar em ao menos dois registros de representação.

Duval (2012) comenta que existem algumas dificuldades na substitutividade quanto às possíveis diferenças semânticas. Assim, algo que se apresente em uma rede semântica, por exemplo, uma expressão, vê-se com dificuldades para que a mesma seja transponível a outra rede semântica (DUVAL, 2012).

Podemos ainda evidenciar na teoria de Duval, o quão se faz necessário conhecermos e entendermos sobre a congruência semântica para a aprendizagem em matemática. Assim, atentamos ao que este reflete,

> Não é apenas na situação de comparação entre imagem e frase que o fenômeno de congruência semântica tem um papel importante, mas também no interior de um mesmo registro e, mais particularmente, nos discurso natural. **Isto aparece de modo particularmente claro no caso de resposta a uma questão solicitada em problema.** Se a formulação da questão é congruente com a formulação das informações dadas no enunciado do problema e, se esta formulação também é congruente com uma formulação possível da resposta, esta resposta será mais rápida, desde que não seja um caso de não congruência (DUVAL, 2012, p.104. Grifos do autor).

Quanto à congruência e não congruência semântica apresentada por Duval não podemos deixar de fora as dificuldades locais e globais, envolvidas nestas questões, que o autor também se refere.

As dificuldades locais podem estar ligadas a introdução de uma noção que seja nova, ou, até mesmo procedimento de uma aula, de atividades que se estendem por uma semana. Já nas globais seriam atividades por um período maior, de até um ano, e que podem ser recorrentes. Estas últimas estariam ligadas a resolução de problemas, as visualizações, ao raciocínio, a ausência de transferir possíveis aplicações do conhecimento adquirido para sua realidade (DUVAL, 2011).

Desta forma, as globais a qual Duval fala, têm aproximação com nossa pesquisa, pois as dificuldades de nossos alunos, não são de uma atividade em particular, por uma semana apenas, mas sim se arrastam por anos, às vezes, e, em diversas situações da aprendizagem, como observamos em nossa experiência profissional.

Esta pesquisa apresentará uma análise das produções dos alunos do 8º ano do ensino fundamental sobre quais compreensões eles têm de porcentagem quando os mesmos elaboram e principalmente resolvem problemas triparticionados. A fala de Duval (2011), a seguir, nos faz refletir o quão é importante pensarmos, antes da resolução dos problemas, também nas suas formas de elaboração.

Assim sendo, "A análise do conhecimento não deve considerar apenas a natureza dos objetos estudados, mas igualmente a **forma como os objetos nos são apresentados** ou como podemos **ter acesso a eles por nós mesmos**" (DUVAL, 2011, p.15. Grifos nossos).

3.2 PONTE: TAREFAS ENFATIZANDO PROBLEMAS

A ideia vista sobre os registros de representação semiótica, anteriormente, de que precisam de no mínimo dois tipos de registros diferentes, para melhor transitar entre as representações, e haver compreensão matemática, faz com que adotemos as tarefas como uma forma destes registros. Embora Duval não faça relação ao tipo de registro como tarefa dos objetos matemáticos, elas são tidas por João Pedro da Ponte como "atividades matemáticas ricas e produtivas", logo assumimos os problemas do tipo triparticionados como uma tarefa (PONTE, 2005, p.1).

Na atualidade, temos clara a importância de estarmos em sintonia com nossos alunos, e, se possível, estes conosco e com o presente ensino, para que possivelmente melhor apreendam não só sobre matemática, mas sobre o que esta pode lhes ajudar na construção do seu pensamento. O aluno assumindo papel de ser ativo numa sociedade em progresso acelerado, de novas produções, atividades e tarefas problematizadoras, onde ele atue como produtor de suas tarefas e elaborador de suas soluções. Nesta perspectiva, temos, como professores, a necessidade de fazer nossos alunos desenvolverem essas atividades, problematizar, criar situações de vários tipos e diferentes formas para que os discentes construam seu aprendizado nas diversas tarefas que possam estar envolvidos.

Essas tarefas podem ser problemas, exercícios, investigações, ou, atividade de exploração de projetos. Nosso foco, porém, ficará nos problemas propriamente, como já mencionado. Antigamente poderia se ter como tarefa a simples cópia, redação ou ditado. Colombo (2008, p.135) entende que essas tarefas de diferente natureza permitem que sejam acessadas representações semióticas distintas do objeto matemático e, com isso, é possível conceitualizar.

É neste ponto que as tarefas podem ser articuladas, buscando os entendimentos na forma de resolver os problemas de porcentagem nos diferentes registros deste conceito. Segundo Ponte (2005, p.1), as tarefas podem acontecer de formas diferentes, pois estas são elaboradas pelo professor, ou pelo aluno, ou ainda num conjunto destas relações a fim desta produção.

Os tipos de tarefas são muitos, porém uma tarefa que para certo aluno é um determinado problema, para outro pode não ser, configurando-se apenas como um exercício. Por isso, o interesse em melhor esclarecê-las neste estudo, para que se amenizem algumas dúvidas quanto a elas.

3.2.1 Exercício

A significação de exercício, considerada como um tipo de tarefa por Ponte, pode ser explicada como a atividade mais simples, nas quais os alunos resolvem com mais facilidade. Melhor dizendo, se o que foi proposto na situação planejada pelo professor tiver resolução imediata pelo aluno, a questão será um exercício. Se não ocorrer desta forma, poderá se tornar um problema. Neste caso, os exercícios serviriam para revisitar os conhecimentos já adquiridos. Assim, merece destaque a citação de Ponte (2005, p.4):

> Servem essencialmente um propósito de consolidação de conhecimentos. No entanto, para a maioria dos alunos, fazer exercícios em série não é uma atividade muito interessante. Reduzir o ensino da matemática à resolução de exercícios comporta grandes riscos de empobrecimento nos desafios propostos e desmotivação dos alunos (PONTE, 2005, p.4).

3.2.2 Problema

Os problemas em matemática não surgem nos dias de hoje. Trata-se de algo histórico, uma problemática que vem sendo desvendada e utilizada há muitos anos, dada sua relevância para o ensino e aprendizagem. Hoje isso está mais claro. Sabemos do papel importante que os problemas têm no âmbito educacional e para o ensino da matemática.

Um dos pioneiros foi George Pólya (1975, 1981), segundo Ponte (2005, p.3). Pólya:[20] citado por COSTA (2010) destaca o papel do professor, pois este deve propor problemas aos seus alunos de forma a entusiasmá-los para se sentirem desafiados nas suas capacidades matemáticas e experimentar o gosto pela descoberta. O problema também poderá ser entendido como este, pelo contrário do que se define um exercício o qual já mencionamos. Pois, se existir um grau de dificuldade para além do processo que o aluno já conhece, este se estabelece como problema. Portanto, o grau de dificuldade deve ser apreciável, pois do contrário o aluno pode nem mesmo querer resolvê-lo (PONTE, 2005, p.3).

Neste sentido podemos conectar a congruência semântica que Duval se refere. Com efeito, este grau de dificuldade poderá estar ligado com um problema que seja não congruente, tidos como de fundamental importância para Duval. Também se vincula a esta intenção de Ponte, a aplicação de nossos problemas serem na estrutura tripartricionada, na forma apresentada aos alunos, os problemas já são desafiadores. O aluno precisa articular as representações dadas, as informações contidas e ir em busca da resolução desta tarefa.

3.2.3 Investigação

Em uma tarefa de investigação se deseja do aluno um trabalho de formulações, elaboração de estratégia e de resolução.

São tarefas como o próprio nome se refere investigativas. O aluno precisa ir além da sala de aula, investigar na íntegra o que foi lhe solicitado para que depois se volte a tarefa apresentada e consiga desenvolver as pretensões de formular, elaborar estratégias e criar possíveis resoluções (PONTE, 2005, p. 5). O autor demonstra um exemplo do que seria esta tarefa. Transcrevemos na sequência, para um melhor entendimento:

> 1. Vai a um supermercado e verifica se existem diferentes tipos de pacotes de café de uma mesma marca. No caso de estares interessado em adquirir uma grande quantidade de café (por exemplo, para abastecer o bar da escola), qual a melhor opção de compra?

[20] Pólya, G. (1975). A arte de resolver problemas. Rio de Janeiro: Interciência (COSTA, 2010).

> 2. Para o pacote de 250 gramas, analisa, no teu supermercado, os preços das diferentes marcas. Qual o preço médio? Que mais podes dizer acerca da distribuição de preços? Quais podem ser as razões que levam umas marcas a oferecer preços mais baixos e outros mais altos? PONTE (2005, p. 5).

Ponte, Brocardo e Oliveira (2006) citado por Colombo (2008) colocam algumas diferenciações entre exercícios, problemas e investigação, como, no enunciado dos exercícios e problemas indica-se claramente o que lhe é dado e pedido, sem ambiguidade. Nas investigações isso não acontece, são de natureza mais aberta.

Mas, neste contexto, contém uma questão que se faz necessária apresentar: Então, poderíamos dizer que nos exercícios e problemas há congruência semântica partindo desta afirmação? E as investigações seriam tarefas com menos congruência, ou não teriam congruência?

O ponto de articulação pode estar em que as tarefas das quais alguns tipos apresentamos aqui, são dadas por um mesmo contexto, o da vida real. Assim, este poderia ser o elo de congruência semântica nas tarefas que se queiram desenvolver em certo objeto matemático. O que também não quer dizer que se tivermos algumas tarefas em âmbitos mais puramente matemáticos, não haja interesse dos alunos. Pelo contrário, pode se estabelecer o mesmo empenho de antes, segundo Abrantes, Ponte, Fonseca e Brunheira:[21] citado por PONTE (2005).

3.2.4 Exploração

O grau de desafio que abordaremos mais a frente é que irá diferenciar as tarefas de investigação das de exploração. Ou seja, quando não há muito planejamento das ações e o aluno já começa seus trabalhos para com a tarefa, esta será de exploração.

Podemos dizer que as tarefas de exploração e os exercícios podem confundir-se em algum momento, o que desencadeará para um, ou, para outro, serão os conhecimentos prévios dos alunos. Assim, dizemos ainda que em um exercício o aluno usa dos conhecimentos que já domina, o que conhece; na tarefa exploratória, propriamente, ele irá

---

[21] Abrantes, P., Ponte, J. P., Fonseca, H., & Brunheira, L. (Eds.). (1999). Investigações matemáticas na aula e no currículo. Lisboa: APM e Projecto MPT (PONTE, 2005).

usar conhecimentos intuitivos primeiramente, para que posteriormente estes se tornem os prévios.

Ponte defende a ideia de que é falso que um aluno não possa fazer certa tarefa se ainda não a aprendeu, ou lhe foi ensinado a resolver. “Os alunos aprendem fora da escola muita coisa que são capazes de mobilizar na aula de matemática” (PONTE, 2005, p.9).

Comenta ainda da validade, da eficácia de um método próprio do aluno, para resolver as questões, as tarefas, do que ficar esperando que aprendam o método matemático de resolvê-la, o método do professor de resolver esta determinada tarefa para que assim, e somente assim, se consolide a aprendizagem frente a certa situação (PONTE, 2005).

Compartilhamos deste ponto de vista de Ponte, pois, cremos e vivenciamos isso em sala de aula, e nesta perspectiva pretendemos investigar quais as compreensões dos alunos sobre porcentagem quando da resolução de problemas tripartícionados em diferentes formas de seus possíveis registros, quais são suas (do aluno) possibilidades de construção, elaboração e resolução destes problemas. Qual seu entendimento disto.

3.2.5 O grau das tarefas

Ponte vai nos falar que as tarefas em matemática consistem em alguns tipos de graus, os quais ele denomina de “grau de desafio matemático” e “grau de estrutura” (2005, p.7). O que podemos entender é que o primeiro se constitui variando naturalmente entre graus elevados e reduzidos. Relacionando-se com as dificuldades de uma questão.

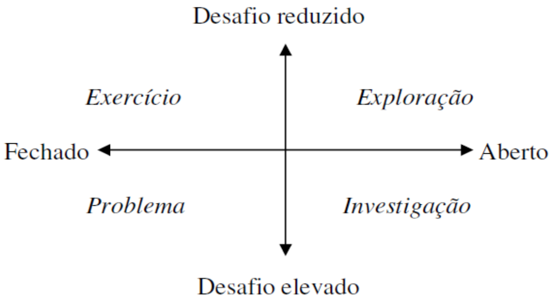
Já o grau de estrutura não é muito comum, atualmente é que iniciou sua expansão. É aquele grau que irá indicar uma tarefa de estrutura mais “aberta”, ou, “fechada”.

Uma tarefa fechada é aquela em que tudo está claramente dito, aquilo que se dá e que se pede dela.

Na aberta poderá ocorrer o inverso, ou seja, nestas, não está claro o que se pede, o que se quer, como Ponte chama, “comporta um grau de indeterminação significativo” (2005, p.8).

Ao cruzar as informações apresentadas aqui, Ponte consolida uma explanação das propriedades em alguns tipos de tarefas para melhor visualizar e interpretar seu esquema o apresentamos aqui:

Figura 7 – Esquema da relação de diversos tipos de tarefas, em termos do seu grau de desafio e de abertura.



Fonte: PONTE (2005, p.8)

Um exercício é uma tarefa fechada e de desafio reduzido (2º quadrante); Um problema é uma tarefa também fechada, mas com elevado desafio (3º quadrante); Uma investigação tem um grau de desafio elevado, mas é uma tarefa aberta (4º quadrante) (PONTE, 2005, p. 8).

O autor menciona que a exploração classifica-se em seu esquema como tarefa fácil e aberta, por este localiza-se no 1º quadrante (PONTE, 2005).

4 APORTES METODOLÓGICOS

O capítulo a seguir abordará os aspectos metodológicos da nossa investigação.

A preocupação desta pesquisa é investigar quais compreensões os alunos do 8º ano do ensino fundamental têm sobre porcentagem quando resolvem e elaboraram problemas triparticionados. Na relação com as suas diferentes representações nos registros semióticos e a noção de congruência semântica nesse tipo de problema. Para isto, pensamos em realizar a análise desse tipo de problema, o triparticionado, averiguando quanto as ideias da porcentagem, ou seja, nas formas que se apresentam e depois quanto aos registros destas ideias.

No capítulo dois apresentamos a categoria para as ideias da porcentagem que serão usadas nesta análise, em primeiro momento. Em seguida apresentaremos a categoria para os registros das representações relacionados à teoria de Duval. Para nossa categoria de registros semióticos adotamos o enfoque encontrado na teoria de RRS de Duval (2003, 2004a, 2004b). No primeiro momento faremos a análise das possíveis respostas nas resoluções e elaborações de porcentagem, as quais serão aplicadas aos alunos do 8º ano, quanto ao sentido de classificar quais as prováveis ideias da porcentagem presentes nas tarefas.

Em seguida virá o momento da análise que será com o uso da categoria dos registros de representação semiótica dos números racionais que apontaremos na sequência, para que os itens identificados na primeira análise possam ser verificados quanto ao registro contido neles, bem como os tratamentos e conversões que poderão ocorrer em cada item elaborado e solucionado.

4.1 CATEGORIAS DE ANÁLISE DA PORCENTAGEM

Para reconhecermos as ideias de porcentagem utilizadas na elaboração e resolução dos problemas desenvolvidos pelos alunos, usaremos da categorização apresentada no segundo capítulo, como já foi dito, nas formas *Geométrica, gráfica, tabelar, icônica e discursiva*, que ao nosso entendimento compreendem a diversidade de conceituação da porcentagem. Essas ideias podem ser apresentadas em conjunto, afim de que nelas possam estar presentes todas as mobilizações que os alunos precisam realizar.

4.2 CATEGORIAS DE ANÁLISE DOS REGISTROS

A categoria para os registros de representação semiótica dos números racionais que usaremos está descrita na sequência. Apoiados na teoria de Duval (2004b) para análise dos registros desenvolvidos pelos alunos nos problemas já analisados em primeiro momento. São registros presentes, ou não, na estrutura do problema triparticionado analisado. Também teremos a noção do registro de partida para o registro de chegada, assim elencamos os tratamentos e conversões.

4.2.1 Registros de representação semiótica

Registro Numérico Simbólico (RNS): Este registro é quando tivermos o número ou expressão numérica de números racionais acompanhado da simbologia %. Para Duval os registros numéricos são monofuncionais com representação discursiva. Logo, os dois que seguem abaixo também se classificam nesta definição de Duval. Um exemplo é quando temos que desenvolver 25% de 300 reais (DUVAL, 2004b, p. 52).

Registro Racional Decimal (RQD): Este registro ocorre quando no número, ou, expressão numérica de racionais está presente números com vírgula, que poderão transformar-se em forma fracionária a/b, com b ≠ 0. Um exemplo seria 0,5 % para 1/2 %.

Registro Racional Fracionário (RQF): Segue a mesma ideia do decimal, porém com forma fracionária. O exemplo poderá ser o mesmo do decimal, porém o registro de partida será aquele que antes foi o de chegada, invertendo a ordem do exemplo anterior.

Registro Proporção (RPr): Este registro surge quando o número racional na forma de percentual é uma incógnita. Semelhante a ideia de regra de três, ou, proporcional. Neste sentido, segundo Duval, o RPr é um registro monofuncional de representação discursiva. Exemplo: quando temos o litro da gasolina que custava R$ 2,75 e passou a custar R$ 2,89. Qual a taxa percentual de aumento? (DUVAL, 2004b, p.52).

Registro Geométrico (RGe): É quando temos figuras geométricas em até três dimensões. Para Duval este registro é multifuncional de representação não discursiva. Como exemplo citamos um recipiente com líquido dentro, a quantidade, a visualidade tridimensional desse líquido poderá ser dada em porcentagem (DUVAL, 2004b, p.52).

Registro de Tabela (RTa): É o tipo de registro que contém uma "tabela", ou seja, um quadro que traz informações para resolução da questão. Duval traz que este também é um registro monofuncional de representação discursiva. Como exemplo, uma tabela simples de linhas e colunas, sem quantidade exata das mesmas (DUVAL, 2004b, p.52).

Registro Gráfico (RGr): É quando podemos encontrar qualquer tipo de gráfico, por exemplo, de setores, barras, colunas, linhas e outros. Para Duval o registro na forma de gráfico é um tipo de registro monofuncional de representação não discursiva. Este tipo de registro vai exigir do sujeito o controle de ao menos duas variáveis, por exemplo, perceber a proporção e identificar a porcentagem indicada no gráfico (DUVAL, 2004b, p.52).

Registro Discursivo (RDi): Estes registros são textos, entendidos também como enunciados, como direção ou sentido para as questões. Segundo Duval este registro é monofuncional de representação discursiva (DUVAL, 2004b, p.52). Vizolli (2006) fala que esse registro não é garantia de que o sujeito reconheça o objeto representado num registro matemático. "Muitas vezes os alunos utilizam o registro verbal escrito, combinado com o registro de representação numérico. Neste caso, podemos dizer que se trata de um registro de representação semiótica misto" (VIZOLLI, 2006, p.95). Um exemplo deste registro são os próprios textos escritos em língua natural, onde neles encontramos informações ou dados para resolver os problemas.

4.2.2 Tratamentos

Os tratamentos ocorridos nos registros de representação semiótica serão analisados em comum acordo com a forma de resolução, ou seja, a estratégia que foi utilizada para desenvolvimento do problema. Categorizados conforme os registros que ocorreram.

4.2.3 Conversões

As conversões entre os registros de representação deverão ser analisadas dependendo do que foi utilizado na resolução do problema. Categorizando entre registro de partida e de chegada.

4.3 ESTUDO DE CASO

Ao falar de metodologia para a pesquisa presente, que pretende investigar as compreensões dos alunos do 8º ano sobre porcentagem quando elaboram e resolvem problemas de porcentagem nas diferentes formas de representação semiótica e suas tarefas, iniciamos lembrando uma citação em Canales e Peinado:[22] citado por Sadín Esteban (2010, p. 149) que:

> 'sem epistemologia e metodologia que a sustente, uma técnica de pesquisa é apenas um conjunto confuso de procedimentos canônicos. Esta afirmação, válida para qualquer técnica, adquire especial relevância no caso das chamadas técnicas qualitativas'.

Não trataremos propriamente de uma técnica, mas sim, do estudo de caso, que é também um método usado em pesquisas qualitativas, dentro da semiótica. O estudo de caso é considerado um método de pesquisa que surge das Ciências Sociais e Humanas para analisar a realidade social e se inscreve na família da metodologia qualitativa. Latorre[23] citado por Sadín Esteban (2010, p. 180 -181).

Para Sadín Esteban, (2010, p.181) o estudo de caso também se enfatiza, adéqua e é pertinente ao estudo da realidade socioeducativa. Stake[24] (1998:15) citado por Sadín Esteban (2010, p.181) chama este de 'trabalho de campo de casos em educação'. O que para nós não deixa de ser, pois estaremos estudando qualitativamente casos do campo educacional. Necessariamente com uma turma de 8º ano do ensino fundamental de uma escola pública municipal da cidade de Sombrio, no estado de Santa Catarina. Os sujeitos de um estudo de caso são, normalmente, pessoas, ou, programas. Em nossa pesquisa como já citado, não abordaremos programas, mas sim pessoas. Nesta caracterização, temos a composição da turma em pesquisa por 20 alunos, faremos o trabalho com duplas. Desenvolveremos quatro aplicações de tarefas, cada aplicação conterá quatro tarefas de resolução de problemas tripartícionados e uma tarefa para elaboração de problema

[22] Canales M, Peinado A. Grupos de discusión. In: Delgado JM e Gutiérrez J (Eds.). Métodos y técnicas cualitativas de investigación en ciencias sociales. Madri: Síntesis Psicología; 1995; p. 287 – 316 (SADÍN ESTEBAN).
[23] Latorre A, Del Rincón D, Arnal J. Bases metodológicas de La investigación educativa. Barcelona: GR92, 1996 (SADÍN ESTEBAN).
[24] Stake RE. Investigación com estudio de casos. Madri: Morata; 1998 (SADÍN ESTEBAN).

sobre a porcentagem. Cada aplicação ocorrerá em duas aulas (45 minutos cada) de matemática, compondo 1 hora e 30 minutos cada aplicação. E, ainda realizaremos algumas entrevistas com as duplas que de uma maneira mais clara apresentem em suas respostas vínculo com alguma compreensão sobre a porcentagem. Afim de que nestes estudos de caso, possamos detalhar melhor como realizaram seus registros, o que usaram e se houve coordenação entre registros. Merriam:[25] diz que "o estudo de caso consiste na observação detalhada de um contexto, ou indivíduo, de uma única fonte de documentos, ou de um acontecimento específico" (BIKLEN & BOGDAN, 1994, p.89).

Ainda há outras definições para estudo de caso, segundo alguns autores, como considera Wolcott:[26] citado por SADÍN ESTEBAN (2010, p. 182), estudo de caso é um produto final, e não um método. Ou como Yin:[27] citado por SADÍN ESTEBAN (2010, p.182) que mostra sua aplicação em diversos campos disciplinares; e entendendo o estudo de caso como uma estratégia de projeto da pesquisa. O estudo de caso não é uma opção metodológica, mas uma escolha sobre o objeto a estudar, segundo Stake:[28] citado por SADÍN ESTEBAN (2010, p.182). Segundo Biklen e Bogdan (1994), o planejamento do estudo caso pode ser comparado a um funil. (BIKLEN E BOGDAN,1994). Ou seja, na parte mais larga do funil estariam os investigadores procurando as pessoas, os lugares para sua pesquisa. Então seguem sua escolha de dados, sujeitos, como irão analisar, assim a medida que isto vai sendo canalizado, passa da fase de exploração para uma parte mais restrita, afunilada, menos alargada como antes.

Segundo Biklen e Bogdan (1994), tudo aquilo que for partilhado entre si, quando for ao individual solicitado se revelará mais claro (BIKLEN E BOGDAN, 1994). Ainda os mesmos autores lembram de que quando e se formos escolher um grupo como nosso foco de estudo, quanto menor o número de participantes, maior é a probabilidade de que estes se comportem com a presença do investigador com alteração nos mesmos. Pois um maior número de pessoas torna menos intrusiva à

---

[25] Merriam, S. B. (1988). The case study research in education. San Francisco: Jossey-Bass (BIKLEN E BOGDAN,1994).

[26] Wolcott HF. Posturingin qualitative inquiry. In: Le Compte MD, MillroyWL, Preissle J (Eds.). The handbook of qualitative research in education. Califórnia: Academic Press; 1992; p.41 - 52 (SADÍN ESTEBAN, 2010).

[27] Yin RK. Applications of case study research. Newbury Park, CA: Sage:1993 (SADÍN ESTEBAN, 2010).

[28] Stake RE. Case studies. In: Denzin NK, Lincon YS (Eds.). Handbook of qualitative research. Londres: Sage; 1994 (SADÍN ESTEBAN, 2010).

presença do investigador. Porém temos o contraste de que as informações e dados de todos são mais difíceis de organizar.

5 ANÁLISES DA PESQUISA

O seguinte capítulo foi dedicado à proposta de análises ao desenvolvimento que ocorreu nesta investigação.

Embasados em Laurence Bardin (1977), no que é uma análise de conteúdo, pretendemos apresentar uma análise das produções dos alunos, numa proposta de discursos mais objetivos e breves sem que se perca a ênfase da pesquisa e o foco no ensino e aprendizagem da matemática.

5.1 PROCEDIMENTOS DAS ANÁLISES

Nossa pesquisa abordará em suas reflexões, as bases da análise do conteúdo segundo Laurence Bardin (1977), pois, este trabalho está ao encontro do que tratam estes aportes. Segundo a autora (1977) "A análise de conteúdo aparece como um *conjunto de técnicas de análises das comunicações, que utiliza procedimentos sistemáticos e objetivos de descrição do conteúdo das mensagens*" (BARDIN, 1977, p.38. Grifo da autora). Logo, teremos neste estudo comunicações diversas dos alunos, assim se fazendo uma das justificativas de trabalharmos com análise de conteúdo. Duas funções da análise que Bardin (1977) diz poder ou não dissociar-se são:

> - uma *função heurística*: a análise de conteúdo enriquece a tentativa exploratória, aumenta a propensão à descoberta. É a análise de conteúdo *para ver o que dá*.
> - uma *função de administração* da prova: Hipóteses sob a forma de questões ou de afirmações provisórias servindo de diretrizes, apelarão para o método de análise sistemática para serem verificadas no sentido de uma confirmação ou de uma informação. É a análise de conteúdo *para servir a prova* (BARDIN, 1977. p. 30. Grifos da autora).

Um ponto crucial que a autora (1977) cita e que devemos ter bastante claro, desde o início, ao pensarmos em análise de conteúdo e que concordamos com ela é onde reflete: "Não existe o pronto a vestir em análise de conteúdo, mas somente algumas regras de base, por vezes dificilmente transponíveis. A técnica de análise de conteúdo adequada ao objetivo pretendido tem que ser reinventada a cada momento [...]” (BARDIN, 1977. p.31).

Ao termos claro que pretendemos investigar com os alunos do 8º ano do ensino fundamental sobre quais suas compreensões de porcentagem ao resolver os problemas triparticionados, pensamos no que afirmam Henry e Moscovici:[29] citado por BARDIN (1977) de que tudo que seja escrito ou dito poderá submeter a uma análise de conteúdo.

Bardin (1977) apresenta três fases para a análise de conteúdo, sendo estas: 1) *Pré-análise* - momento em que se organiza o material, podendo ser estas análises documentais, observações, entrevistas ou questionários; 2) *Descrição analítica* – momento em que os dados do estudo são norteados pelo referencial teórico e 3*) Interpretação inferencial* - momento de intensidade nas reflexões produzidas a partir de toda a coleta e organização dos dados, para interpretar as mensagens.

Desta forma, apresentamos os três momentos do nosso estudo relacionado à análise de conteúdo de Bardin (1977). A pré-análise se constituirá em nosso estudo da análise sobre os documentos PNCs, NCTM, Livros Didáticos, sobre como abordam a porcentagem. Ainda, a análise da literatura, as categorias de ideias e de registros da porcentagem como também as possíveis respostas na resolução e elaboração dos problemas triparticionados. A pré-análise em nossa pesquisa contemplou o capítulo dois como também o item 5.2 deste estudo.

A descrição analítica será construída nas análises das produções dos alunos tendo em vista o nosso referencial teórico apresentado no capítulo três, a categorização dos registros, a congruência semântica, o trânsito entre registros e outras possíveis características que poderão ser analisadas nas respostas dos alunos. Compreenderá a descrição analítica no item 5.3 deste trabalho.

Na terceira fase, que Bardin (1977) nomeou de interpretação inferencial, apresentaremos as reflexões obtidas deste todo analisado a partir dos dados de nossa pesquisa. Compreenderá o item 5.4 deste trabalho.

Segundo Bardin (1977) “enquanto esforço de interpretação, a análise de conteúdo oscila entre os dois polos do rigor da objetividade e da fecundidade da subjetividade” (BARDIN, 1977. p. 9), bem como,

---

[29] Henry (P.), Moscovici (S.), Problèmes de l’analyse de contenu, em Langages, Setembro1968, II (BARDIN, 1977).

> A análise de conteúdo pode ser uma análise dos *significados* (exemplo: a análise temática), embora possa ser também uma análise dos *significantes* (análise léxica, análise dos procedimentos). Por outro lado, o *tratamento descritivo* constitui um primeiro tempo do procedimento, mas não é exclusivo da análise de conteúdo (BARDIN, 1977. p.34. Grifo da autora).

5.2 APLICAÇÕES DAS TAREFAS DE PORCENTAGEM

Neste momento como já comentado anteriormente, contemplaremos também a pré-análise de nossa pesquisa segundo Bardin (1977) tratando de como se apresentarão os problemas triparticionados aos alunos.

A pesquisa apresentou desde o início a ideia de aplicarmos uma sequência didática[30] de problemas de porcentagem para alunos de 8º ano para que os mesmos resolvessem e após elaborassem problemas sobre as diversas formas e registros deste conteúdo. Para que pudéssemos averiguar o trânsito entre registros, as possíveis dificuldades com os mesmos e a relação com a congruência semântica.

Contudo, elaboramos nossa sequência que se encontra nos anexos. Adotamos como livro base das nossas produções de tarefas a coleção de Ribeiro (2009), com o nome: "*Matemática*"- Ensino Fundamental do Projeto *Radix – raiz do Conhecimento*, aprovado pelo PNLD para os anos de 2011/2012/2013. Esta coleção é atualmente utilizada pelos alunos deste 8º ano, e por toda escola da pesquisa. Escolhemos esta coleção por este fato e por verificarmos que estes livros traziam conteúdo de porcentagem e dos problemas triparticionados. Também porque, diante de que os alunos "tiveram" estudos sobre este assunto nos anos anteriores, conforme os PCNs, poderíamos ter maior acesso as suas dificuldades, ou, entendimentos, já que nossas questões foram extraídas em sua maioria dos livros desta coleção dos anos anteriores, ou seja, do 6º e 7º ano.

Algumas das tarefas foram reproduzidas na íntegra, como segue no livro, e construídas por partes retiradas de atividades do livro citado anteriormente. As intervenções desta pesquisadora se deram ao verificar nas análises anteriores a esta coleção de que havia pontos cruciais da porcentagem que em nenhum momento do livro eram abordados. Por

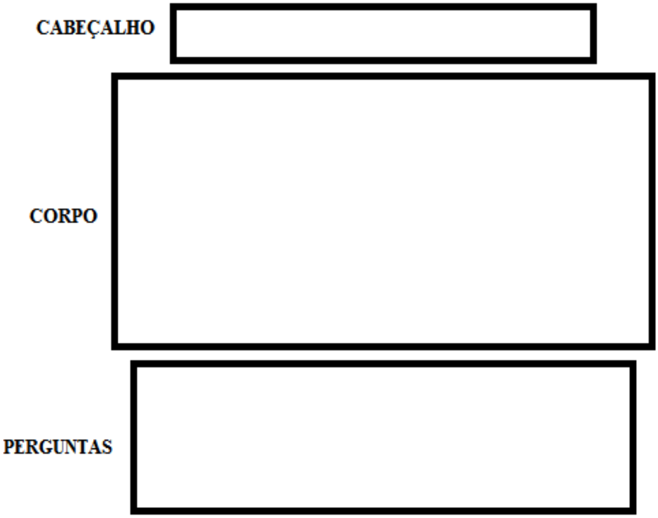
---

[30] Os termos de Consentimento Livre e Esclarecido assinado pelos estudantes e direção da escola encontram-se no Apêndice A e B respectivamente.

exemplo, as ideias parte-todo, quociente e outras abordadas em uma mesma questão. As tarefas foram produzidas também com a preocupação de que conteriam nelas as formas *geométrica, gráfica, tabelar, icônica e discursiva* adotadas para pesquisa, bem como, pudesse possibilitar nestas tarefas estar presente a diversidade dos registros que categorizamos no capítulo quatro. Para isto, teremos quatro aplicações. Cada aplicação constitui-se de quatro tarefas para resolver e uma tarefa para elaborar.

Numeramos as aplicações como foram realizadas para melhor identificarmos e, posteriormente, analisarmos. Apresentaremos possibilidades de respostas que os discentes poderão utilizar para resolver e elaborar os problemas de porcentagem diante das tarefas propostas. As tarefas estão estruturadas na forma triparticionada em sua maioria, e outras de forma não triparticionada. Porém, gostaríamos de lembrar da existência de relação das mesmas com o fenômeno de congruência, que também é um fator importante antes de direcionarmos a avaliação de cada uma delas. Assim podemos dizer que a maioria das tarefas está produzida estruturalmente, dividida em três momentos de observação. Nomeamos esta estrutura de problemas triparticionados. Como já citamos anteriormente a intenção destes é que "forcem" o trânsito entre as repartições. Para visualizarmos melhor esta estrutura exemplificamos com a figura 8 a seguir:

Figura 8 – Estrutura tripartida generalizada das tarefas



Fonte: Dados da pesquisa (2013).

Portanto, chamamos a primeira parte de *cabeçalho*, ou seja, o enunciado da questão, este, na maioria das questões, não representa uma informação tão significativa para o aluno no ato da resolução do problema de porcentagem.

A segunda etapa é constituída normalmente por um conjunto de informações, que neste momento chamamos de *corpo*. Este corpo da questão se faz necessário para o aluno. Podemos citar como exemplo uma figura geométrica, uma tabela, um gráfico, ou, um ícone. Assim como a terceira etapa de constituição da questão se faz importante também, pois lá está estruturado o discurso, que chamamos de *perguntas*. Logo, é nestas duas últimas etapas da questão que o aluno precisa transitar realizar idas e vindas de leituras das informações para construir e elaborar suas possíveis respostas, demonstrando quais compreensões tem da porcentagem.

O aluno ainda poderá precisar realizar retornos entre as etapas um e dois, ou dois e três, bem como entre três e um. E, nestas configurações, poderão ocorrer as relações de congruência semântica ou de não congruência. Nesta estrutura, possivelmente a tendência será maior para um caso de não congruência. Teremos outras configurações ainda, como na primeira parte o cabeçalho, na segunda as questões e somente depois uma tabela, um gráfico, um ícone, ou uma figura geométrica. Outra estrutura que teremos é primeiro um enunciado breve, depois a informação de figura, ícone, tabela ou outro, seguido de outro enunciado, este contendo informações mais necessárias ao aluno para o desenvolvimento do problema. E, depois, as questões - *perguntas*.

Nestas duas estruturas pensamos da mesma forma que a primeira apresentada. O que se modifica apenas são as ordens das etapas destas questões. Apresentamos uma quarta estrutura das questões. Nesta encontramos o enunciado (cabeçalho) produzido juntamente com a questão, ou seja, é uma etapa só. Depois teremos apenas outro conjunto de informação que se constituirá de tabela, gráfico, ícone ou figura - o corpo. Com esta estrutura de tarefa, teremos uma possibilidade maior para congruência, pois o aluno precisa ir e vir apenas nas estruturas apresentadas. O aluno poderá nem mesmo precisar retornar a primeira etapa, tendo ficado claro o que se pretendia com a etapa seguinte. Pensamos desta forma, pois entendemos que a congruência é uma medida que procura estabelecer o grau de transparência de duas representações de um mesmo objeto matemático.

5.2.1 Possíveis respostas de alunos na resolução das tarefas de porcentagem

Neste período faremos a análise de cada questão conforme sua estrutura se apresenta, desencadeando as possíveis respostas que os alunos formularão para os problemas a serem resolvidos. Segundo Bardin (1977) o tratamento descritivo, constitui um dos primeiros momentos do procedimento de análise. As tarefas estarão organizadas para análise da seguinte forma,

- Questões com o corpo tabelar
- Questões com o corpo gráfico
- Questões com o corpo icônico
- Questões com o corpo geométrico

A proposta neste momento de análise não segue a mesma ordem das aplicações, pois, nas aplicações intercalamos as formas da porcentagem. A ordem das aplicações poderá ser consultada em anexos. Porém, seguimos a mesma numeração utilizada nelas para que facilite sua leitura.

Desta forma, explicitamos que o primeiro algarismo de cada questão representa o número da atividade, ou seja, sua ordem. O segundo algarismo de cada questão significa em qual aplicação foi efetuada tal tarefa. Por exemplo, a questão 1.1, o primeiro 1 é motivado pela ordem desta atividade em que foi realizada. E, o segundo 1, significa que esta tarefa foi realizada na aplicação 1 deste trabalho.

Questões com o corpo tabelar

As questões que seguem apresentarão em sua maioria a estrutura triparticionada generalizada da figura 8. E, ainda possuem uma pré-disposição para a forma tabelar não deixando de estar junta das outras como comentamos anteriormente. Pois, elucidamos que as ideias da porcentagem não são disjuntas.

Questão 1.1
Na tabela apresentada está indicada a porcentagem de energia elétrica consumida por alguns aparelhos em uma residência.

Energia Elétrica consumida por aparelho (em %)

Aparelho Elétrico	Porcentagem de consumo
Chuveiro Elétrico	30%
Geladeira	30%
Lâmpadas	15%
Lavadora	5%
Outros	20%

Sabendo que nesta residência o consumo de energia elétrica em um mês foi de R$ 80,00, calcule quantos reais foram gastos com:

- Chuveiro elétrico;
- Lâmpadas

- Nesta primeira tarefa a ideia de tabela está mais presente na relação operador numérico, ou, algébrico, ao momento que se pede para saber quanto seria 30% de 80 reais, por exemplo. Surge aí uma multiplicação. A ideia do todo para esta parte, ou medida (quanto vale a porcentagem na versão do nosso sistema monetário). Nesta atividade, bem como em outras, estivemos preocupados em trazer um pouco da realidade dos alunos para as mesmas. A estrutura segue enunciado/tabela/questões, insistimos assim que a primeira parte não é de grande importância para o aluno resolver o problema. Mas os dois conjuntos de informações seguintes são imprescindíveis para o seu desenvolvimento, ou seja, novamente o aluno precisa buscar dados na tabela e voltar nas questões para realizar bem o processo de solução, e, ainda, o caminho inverso também é válido. Do contrário terá uma pré-disposição para um caso de não congruência. É preciso ler o *RDi*, assumir os dados do *RTa*, e aplicar estes na solicitações, ou, vice-versa.

Questão 4.2

Em uma escola estudam 558 meninos. Essa quantidade corresponde a 45% do total de alunos da escola.

Alunos	Porcentagem
558	45
x	100

a) Quantos alunos estudam nessa escola?

b) Quantas meninas estudam nessa escola?

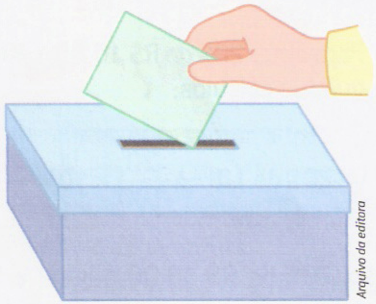
- Na tarefa acima, a intenção dos dados referidos na tabela é retirá-los desta para o cálculo que poderá usar de proporção, regra de três, partindo da ideia geral do 100% e indo para as partes, que, no caso, seriam meninos e meninas desta escola. Nesta situação possivelmente teremos uma relação dos *RDi*, *RTa* e *RPr*. Esta tabela é mais simples, temos duas linhas e duas colunas para as informações, mesmo que a estrutura seja idêntica a anterior. Esta disposição poderá possibilitar um grau menor de não congruência.

Questão 3.3

Análise a situação-problema abaixo:

Veja, a seguir, a porcentagem de votos obtidos pelos candidatos a diretor de uma escola.

Candidato	Porcentagem
João	40%
Kátia	34%
Neuza	26%



Sabendo que 150 pessoas votaram nessa eleição, calcule quantos votos recebeu:

a) João b) Kátia c) Neuza

- Na atividade apresentada o discente poderá versar para um registro de gráfico para formular sua resposta e trabalhar com a ideia de operador novamente. Neste momento lembramos do grau de dificuldade que os problemas devem assumir para se tornarem interessantes aos alunos (PONTE, 2005). Ele precisa ir e vir entre o texto (questões), forma discursiva e tabela para realizar a atividade, possibilitando que o grau de congruência seja maior. A estrutura desta tarefa segue a da anterior, nela o que importa para o aluno é o conjunto de informações da tabela relacionado com as questões. Em todas as questões o aluno pode entender o número dado na tabela como resposta (pronta e acabada) do que se pede, ou seja, não analisa se sua resposta está coerente, ou não, com o que foi solicitado. Não esquecemos que Duval (2003) fala que uma tabela tem dupla entrada, logo estas dificuldades podem ocorrer. As respostas poderão ainda ser numericamente (usando números inteiros), com simbologia da porcentagem, ou, explicativa em linguagem natural sem números.

Questão 4.4

A maioria dos hospitais brasileiros tem leitos desocupados, ou seja, inativos. Veja na tabela a taxa média de ocupação dos leitos.

Taxa média de ocupação de leitos

Média no Brasil	38%
Hospitais Municipais	40%
Hospitais Federais	23%
Hospitais Estaduais	55%
Públicos Ligados a Faculdades	65%
Nos países desenvolvidos	70%

a) Qual a taxa média de ocupação dos leitos dos hospitais estaduais?
b) Que porcentagens dos leitos de hospitais federais ficam ocupados, em média?
c) Qual a diferença entre a porcentagem média de ocupação de leitos no Brasil e nos países desenvolvidos?
d) Com os dados da tabela podemos analisar e concluir o quê sobre as taxas de ocupação de leitos nos hospitais públicos brasileiros?

- Nesta última questão temos a estrutura comentada acima, de enunciado/tabela/questões, o que poderá versar para uma relação de não congruência. Pelos fatores de que, segundo Duval (2003), uma tabela por si só tem uma leitura bidimensional (dupla entrada), o que teria uma tendência para dificuldades em sua leitura, dependendo ainda do que se pretende nas questões. O aluno poderá ler a tabela como uma grade de informações, apenas para consulta de dados. Esta questão é de análise numérica, onde o aluno precisa também de comparativos entre os dados fornecidos, bem como precisa analisar a coerência das questões com o que se refere na tabela para ter um grau de congruência possível em seu registro de chegada. Neste momento ele precisa ir e vir, como comentamos anteriormente, para que estabeleça relações com as informações dadas e não se configure um caso de não congruência. Consideramos a primeira etapa, o enunciado, uma base sem grande relevância para que o aluno desenvolva o problema. Esta tarefa aborda além da representação tabelar, a possibilidade de trânsito para gráficos. Também com a ideia de operador numérico e de que as partes, ou seja, os hospitais federais, estaduais e municipais fazem parte de um todo na média dos hospitais públicos do Brasil.

Resgatamos nestas possíveis respostas alguns indicativos para a congruência semântica nas questões. Mas, o fator determinante para desencadear este fenômeno, ou não, serão as idas e vindas dos alunos. Dependerá dos retornos feitos na estrutura das tarefas.

Questões com o corpo gráfico

As questões que seguem apresentarão em sua maioria a estrutura triparticionada generalizada da figura 8. Possuem pré-disposição para a forma gráfica. Estarão as demais formas da porcentagem não disjuntas nas mesmas.

Questão 2.1

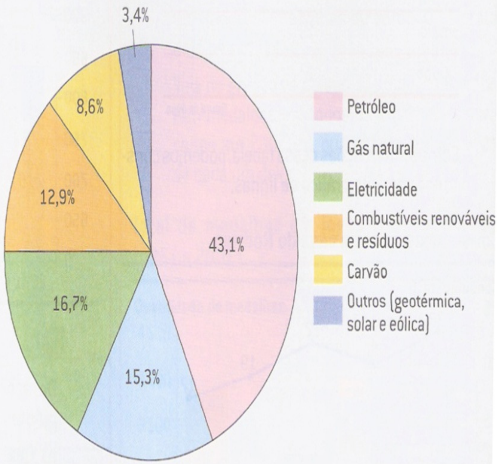
Análise a situação-problema abaixo:

Quando ligamos um eletrodoméstico ou acendemos o fogo para aquecer um alimento, estamos consumindo energia. Essa energia é obtida de fontes renováveis, como o vento, o Sol e combustíveis renováveis, e de fontes não-renováveis, como o gás natural, o petróleo e os elementos nucleares. Atualmente, existe uma grande preocupação com o esgotamento das fontes de energia não-renováveis, pois o consumo de energia torna-se cada vez maior.

No gráfico abaixo, está representado o consumo mundial de energia no ano de 2008 de acordo com a fonte de energia.

Iara Venanzi/kino.com.br

Consumo energético mundial em 2008



IEA. *Publications & Papers*. Disponível em: <www.iea.org>. Acesso em: 18 out. 200

Responda, no caderno, às seguintes questões:

a) Qual é a fonte de energia mais consumida em todo o mundo?

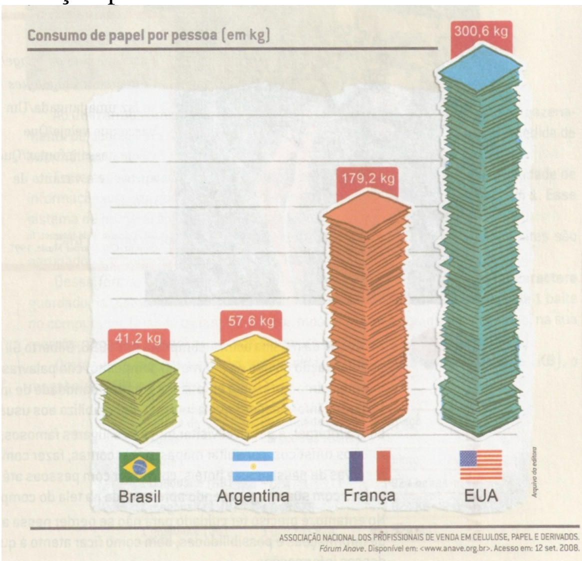
b) Quantos por cento a mais de gás natural são consumidos em relação ao carvão?

c) Juntas, qual é a porcentagem de consumo de energia elétrica e de combustíveis renováveis e res duos?

- Nesta questão persiste a ideia do dia-a-dia do aluno, o mesmo precisará ir e vir nas questões e sua forma gráfica para realizar os comparativos de medida que se pede. Mesmo que cada questão explicite uma necessidade individual de resposta, as taxas percentuais que estão escritas no gráfico servirão de auxílio, a partir do momento que o aluno saiba o que é solicitado para comparação na mesma. Caso contrário corre o risco de realizar apenas reproduções dos registros numéricos percentuais presentes na atividade. Com apenas esta pré-intenção para análise numérica, seu custo cognitivo poderá ser menor, com isso, fazem análise individual e restrita do que está escrito, sem grau comparativo. Poderá caracterizar uma tarefa com congruência.

Questão 1.2

Análise a situação-problema abaixo:



a) O gráfico apresenta a quantidade de consumo de papel por pessoa no ano de 2006 em alguns países. No ano seguinte se o aumento proporcional for de 1% para cada país, de quantos quilos por pessoa seria este aumento?

b) Qual a quantidade de quilos de papel serão consumidos por pessoa na Argentina em 2013, se a probabilidade de aumento seguir a mesma do ano de 2007?

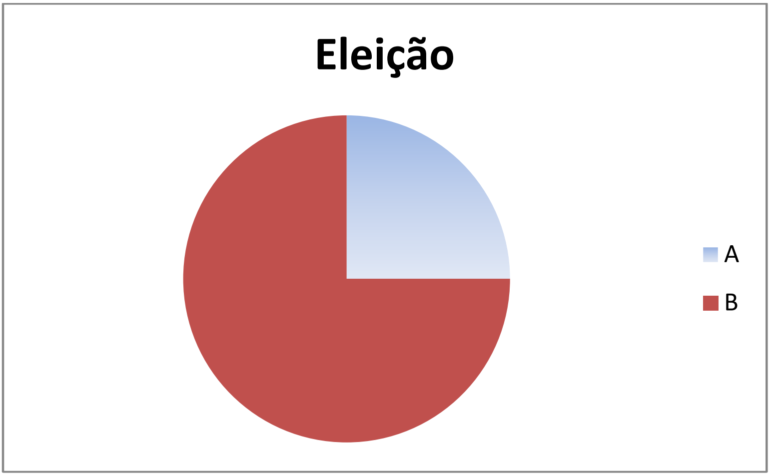
- Nesta atividade além da ideia central de gráfico (histograma) está associada a ela a relação de proporção e probabilidade de um evento ocorrer, e no caso de ocorrer calcularmos a porcentagem envolvida. Possui a relação com o todo que seria os gastos totais de papel, mas também aborda as partes, ou ao menos, uma delas. Esta tarefa está estruturada de enunciado/gráfico/questões onde a primeira etapa poderá ser entendida como pouco significativa para seu desenvolvimento. Mas, os dados do histograma, tido por Duval (2003) como uma leitura também bidimensional e desta maneira, mais custosa, precisa ir e vir com as questões para que o grau de congruência seja possível. Pois, poderemos ter como unidade de chegada, uma única, como na partida. Teremos a ordem mantida das unidades e a correspondência própria a cada registro.

Questão 4.3

O gráfico de setores mostra o resultado de uma eleição na qual concorreram os candidatos A e B. O número total de votos válidos foi 12.000. Responda:

Quantos votos teve o candidato A?

Qual foi a porcentagem de votos dados a B?



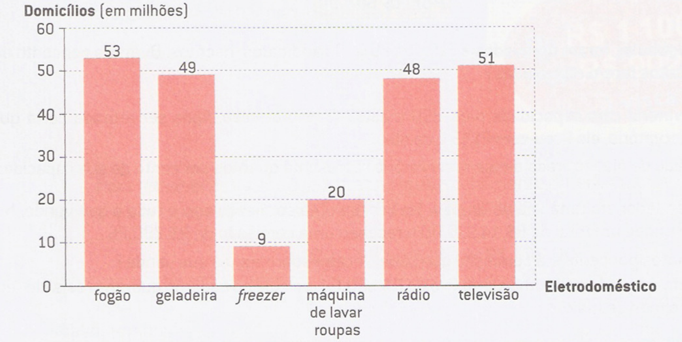
- Na questão acima, mais uma vez, está presente o vínculo com o contexto, a realidade dos alunos. Pois, segundo Ponte (2005) precisamos propor problemas para entusiasmar nossos alunos, relacionando as suas capacidades matemáticas. A questão está voltada para que o aluno busque o número percentual que não está localizado no gráfico, nem no texto. Nela existe uma forte aproximação com "saber o que representa 100%", deste segue sua metade e proporções, divisões. Poderá estar presente ainda na resposta do aluno a resolução partindo da regra de três. Ou ainda, relações com frações. Nesta questão percebemos um grau de não congruência. Pelo fato de que as unidades de registros de partida são em partes diferentes dos de chegada. E, ainda, mesmo que a estrutura desta seja diferente, ela é formada por enunciado junto das questões e a segunda parte é o gráfico. Assim teriam os alunos que versar algumas idas e vindas entre elas para possibilitar a solução da mesma. Pois, o número 12.000 não aparece no gráfico, nem mesmo a proporção do gráfico em representações de frações, decimais ou percentuais. Além do que, as respostas que os alunos terão que conseguir são de representações diferentes. Eles terão que relacionar quantidades de voto, percentual de voto e para isto precisarão "ler" o todo e as partes do gráfico. Anunciamos como informação que o gráfico acima presente neste trabalho na forma digitalizada apresenta características diferentes nas cores que destacam sua "divisão" de partes. Por isso, nos preocupamos em fazer a parte menor em cor clara e a maior em cor escura, para que a versão impressa não fosse prejudicada aos leitores. Para a versão entregue aos alunos possibilitaremos fazer algumas "listras" na parte menor, ou seja, para a legenda "A", garantindo uma visualização melhor do desenho do gráfico, o que às vezes a impressão ou xerox no preto e branco não garante.

Questão 3.4

Analise a situação-problema a seguir:

No gráfico está representada a quantidade aproximada de domicílios brasileiros nos quais havia alguns eletrodomésticos em 2006.

Existência de alguns eletrodomésticos



IBGE. *SIDRA*. Disponível em: <www.ibge.gov.br>. Acesso em: 22 ago. 2008.

Segundo o IBGE, em pesquisas realizadas em 2006, no Brasil, existiam cerca de 54,6 milhões de domicílios. De acordo com essa informação e com o gráfico acima, resolva as questões em seu caderno.

a) Em quantos por cento de domicílios, aproximadamente, havia fogão?

b) Qual é o eletrodoméstico que havia em menos domicílios? Em quantos por cento de domicílios, aproximadamente, havia esse eletrodoméstico?

c) Em quantos domicílios, aproximadamente, havia televisão? Qual porcentagem aproximada representa essa quantidade de domicílios?

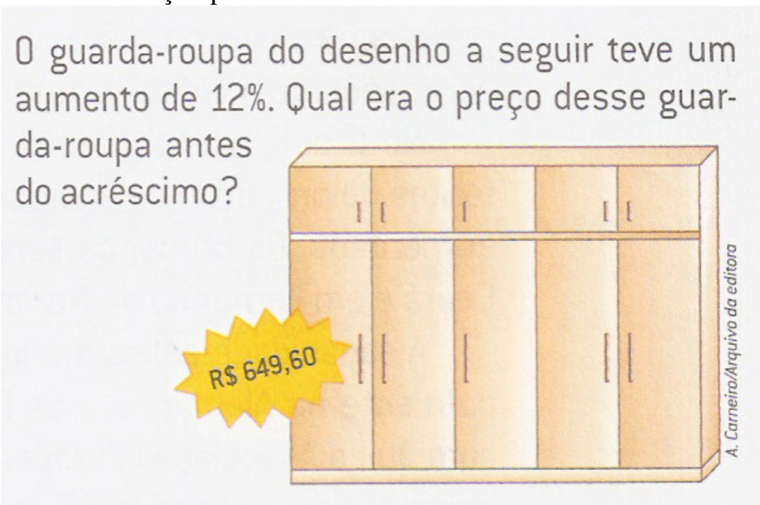
- Na atividade apresentada, sua estrutura está disposta entre um breve enunciado seguido do gráfico, outro enunciado e depois as questões. Esta estrutura geral normalmente exige que se façam idas e vindas às informações do gráfico para o segundo enunciado, e também nas questões. Mas, vale lembrar que as questões desta tarefa são independentes, ou seja, cada uma delas poderá ser solucionada sem necessariamente precisar de uma informação advinda da outra. Poderá ocorrer o fenômeno da congruência semântica nesta perspectiva. As questões poderão ser resolvidas em registros numérico simbólico, conforme cada solicitação. Bastante forte a presença da proporcionalidade e da ideia do operador numérico ou algébrico. Os alunos poderão realizar transferências dos dados para outras formas de registros (tabelas, discursos, ou ainda outras). Neste caso, pensamos que o grau de não congruência poderá ser elevado quando o aluno precisa dispor de leitura de enunciado, leitura de gráfico, leitura das questões abaixo e ainda fazer as transformações de unidades, ou seja, o tratamento necessário para possivelmente haver transparência das representações.

As tarefas com corpo gráfico demonstram em sua maioria uma dificuldade de acesso às informações caso não realize o trânsito entre os registros discursivo e gráfico. Realizar coordenação em ao menos dois registros ocorre aprendizagem matemática, conforme Duval (2004a).

Questões com o corpo icônico

As próximas questões, em sua maioria, não seguem a estrutura triparticionada generalizada, apontada na figura 8. Apresenta sim, uma estrutura de cabeçalho envolvido já por questões, seguido do ícone. Comentamos sobre esta modificação de estruturas anteriormente.

Questão 3.1
Análise a situação-problema abaixo:



- Nesta questão o ícone é numérico também, para ser usado juntamente com as informações da atividade. Nesta, a escolha está pelo uso da regra de três, operador, proporção para relacionar a questão de acréscimo, também presente no cotidiano. Pensamos que esta tarefa seja possivelmente um caso de não congruência, pois, quando na estrutura da questão há a expressão “aumento de 12%” poderá entender-se que é para adicionar ao valor contido no ícone. De outra forma, as palavras “antes do acréscimo” apresentam congruência com o ícone que já sofreu alteração e está em destaque agora. Quer se saber o valor anterior, ou seja, menor que este apresentado.

Questão 2.2

Em certo dia, uma loja de eletrodomésticos colocou em oferta os produtos a seguir:

Calcule, para cada produto apresentado a porcentagem correspondente ao desconto oferecido. E, diga qual foi o produto que possui maior desconto percentual para compra.

- Na questão acima temos um comparativo de percentuais advindos dos valores reais contidos nos ícones. O discente deverá observar os valores, e ícones, podendo calcular por regra de três, proporção e suas divisões. Poderá fazer registro para tabela, desenvolver suas respostas com algum tipo de ícone para servir de apoio na justificativa da sua resposta, pois o mesmo está presente na pergunta. Esta também se identifica como provável caso de não congruência, pelo fato das unidades de partidas não serem as mesmas de chegada e ainda a estrutura se apresenta como uma das generalizações que citamos no início de nossas análises. Ela apresenta um enunciado, com poucas informações para o aluno desenvolver o problema. Na segunda parte temos os ícones com seus respectivos dados e depois a questão. Para estes dois pontos o aluno precisa ir e vir, transitar e não confundir valores percentuais com valores reais. Ponte (2005) diz que os alunos precisam experimentar o gosto pela descoberta, nestes problemas triparticionados acreditamos que há indícios para isto.

Questão 1.3

Uma indústria produz certo biscoito com a seguinte composição: 71% de carboidratos; 16% de gorduras; 9,8 % de proteínas e 3,2% de outros componentes. Quantos gramas de cada um desses componentes há em um pacote como este abaixo?

- Na atividade acima o ícone está para ser usado quando o aluno deverá encontrar as gramas no pacote para realizar o que é solicitado. Poderá o aluno utilizar de operador numérico, ou, algébrico se preferir, ou ainda proporção para calcular. Esta tarefa estabelece fatores para congruência semântica, pois segundo Duval (2004a) é necessário que cada unidade de partida tenha uma única unidade correspondente na chegada, e ao realizar a transformação dos registros esta as teria. Também manteria a ordem das unidades. Bem como, teria correspondência significativa entre registros. Além da estrutura que apresenta está na forma de enunciado junto da questão, seguido do ícone o que favorece nas idas e vindas necessárias para esta generalização.

Questão 2.4
Análise a situação-problema abaixo:

Maria comprou a máquina fotográfica representada ao lado.
Como Maria pagou à vista, ela recebeu R$ 90,00 de desconto.
Qual foi o desconto, em porcentagem, que Maria recebeu sobre o valor da máquina fotográfica?

- Na atividade apresentada a ideia do desconto está vinculada ao ícone para que se solucione a mesma. Com uma atenção a mais voltada para esta estrutura, ela é uma generalização de enunciado em conjunto de questões seguido do ícone. De certa forma esta disponibilização parece dar possibilidades maiores de transitar, para que o aluno possa ir ao ícone buscar a informação que precisa voltar ao texto e realizar a solução, apontando para uma medida congruente. Mas, por outro ponto, poderá caracterizar um grau de não transparência, pois o aluno deverá dar o resultado do desconto em percentual e não em valores reais. Esta tarefa os discentes precisarão representar na unidade de chegada unidade diferente da de partida.

Para a maioria das tarefas com ícone as possíveis respostas dos alunos parecem que irão surgir sem grandes dificuldades. Mais uma vez isto dependerá dos acessos que se farão nos registros contidos em sua estrutura.

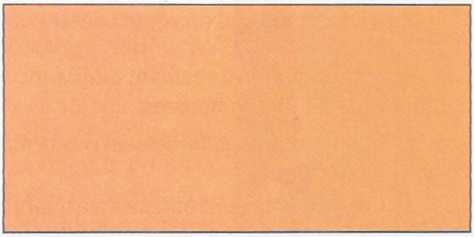
Questões com o corpo geométrico

As possíveis respostas para as atividades com forma geométrica em sua essência, juntamente com a intenção das demais, parece-nos que apresentarão um maior grau de dificuldades. Para esta afirmação nos apoiamos no fato de que embora os PCNs tragam a orientação para o ensino de noções geométricas em vários níveis, na prática isso não acontece. Desta forma, os alunos já teriam uma pré-dificuldade em função da falta de compreensão das questões básicas de geometria.

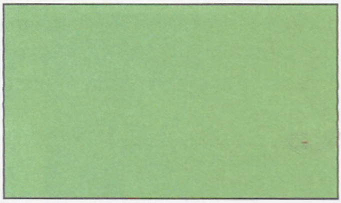
Questão 4.1
Análise a situação-problema abaixo:

Os retângulos a seguir foram desenhados para representar a superfície do mesmo terreno.

a)



b)



Sabendo que esse terreno tem na realidade 20 m de comprimento e 12 m de largura, responda em seu caderno às questões a seguir.

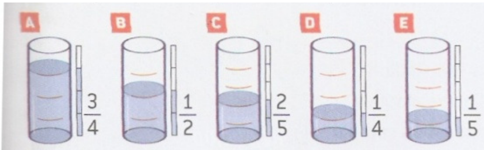
a) Qual dos retângulos acima é uma representação proporcional do terreno?

b) Qual foi a escala utilizada para fazer essa representação?

- Nesta primeira situação temos a ideia central de proporção de escala para resolver. O aluno poderá ainda fazer uso de frações se preferir. Pensamos que para esta questão a não congruência está presente, não no primeiro enunciado da estrutura, mas, no segundo em saber o que o texto (enunciado) se refere com "escala", depois em coordenar esta informação com os registros geométricos apresentados nas figuras. Esta atividade estabelece um grau de dificuldade um pouco além, do que o aluno já saiba, em relação a escala. Para Ponte (2005) este grau se faz necessário para que se diferencie uma tarefa problema de um exercício.

Questão 3.2

Os recipientes apresentados a seguir têm a mesma capacidade. Ao lado de cada um está indicada a quantidade de líquido que ele contém e a fração que essa quantidade representa.

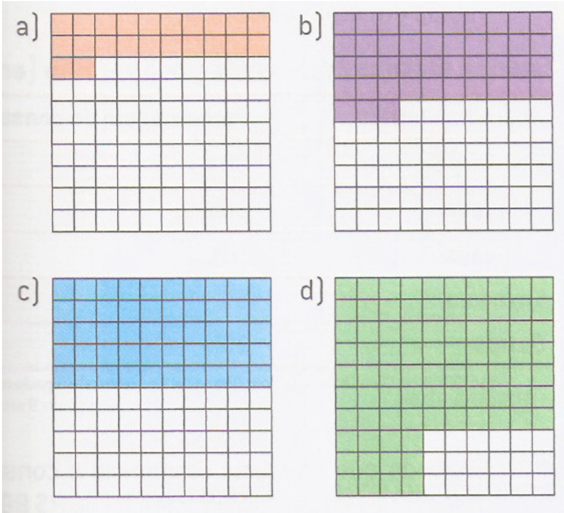


a) Escreva as frações em forma de porcentagem.
b) Sabendo que cada recipiente tem capacidade de 20 litros, calcule quantos litros de líquido há em cada um deles.

- Na questão acima temos a noção de quantidade, muito próximo da ideia de medida. O aluno poderá seguir a medida já feita do todo para sua parte representando por fração e fazer a transferência para porcentagem. Nesta tarefa, existe a possibilidade de congruência, pois a unidade de partida vai gerar uma única de chegada, a ordem vai ser a mesma. E as unidades são significativas para cada registro, mesmo havendo questão a e b para serem respondidas, a possibilidade permanece. A estrutura da questão é de enunciado/ figura geométrica/questões, mesmo sendo uma das generalizações da estrutura esta tarefa não demonstra impossibilidades para os alunos ir e vir, buscar informações no enunciado, voltar para o desenho, ir novamente as questões e voltar ao desenho se necessário. Aparentemente é um provável caso de congruência semântica.

Questão 2.3

Represente qual a porcentagem de cada figura da parte não pintada.

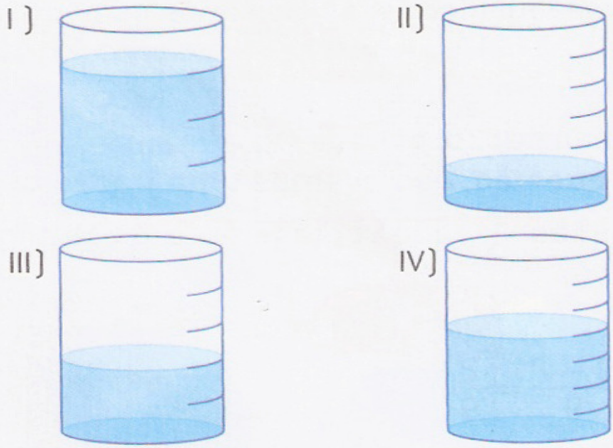


- Na questão apresentada temos o todo para ser visualizado geometricamente como seu 100% como ponto de partida, no ponto de chegada é preciso analisar as partes pintadas para representar qual a porcentagem da parte não pintada. Um ponto de não congruência poderá ser a falta de "leitura" do enunciado que neste caso é imprescindível para resolução sem dificuldades. Pois, ao especificar neste que a unidade de chegada é a parte não pintada a unidade de partida poderá ser a parte pintada. Existe um possível acesso deste trânsito bastante tranquilo, um possível grau de congruência.

Questão 1.4

Análise a situação-problema e responda:

Os recipientes a seguir têm a mesma capacidade. Cada um deles, porém, está com uma quantidade de líquido.



a) Escreva que porcentagem representa a quantidade de líquido de cada um dos recipientes?
b) Qual é o recipiente que contém a menor quantidade de líquido? Que porcentagem do recipiente representa essa quantidade de líquido?
c) Escreva que porcentagem que representa a quantidade de líquido que falta para encher cada recipiente?

- Na presente situação surge a noção de comparar medidas percentuais, equivalência, capacidade, relação parte-todo e divisões, podendo o educando fazer uso de qualquer uma dessas para solucionar ou até mais de uma delas. O aluno poderá visualizar o 100% e representar o que se pede de várias formas. Também poderá não visualizar a ideia de 100% escrevendo possíveis respostas com números naturais, sem utilizar percentuais, fazendo uso da ideia de litros. Nesta tarefa, a estrutura genérica de enunciado/figura geométrica/questões tem na primeira parte, no enunciado, um contexto informativo para o aluno solucionar o problema. O aluno precisa ter clareza das questões e observar, visualizar as figuras e fazer as idas e vindas entre estes. Poderá estar presente o grau de transparência destas representações no sentido de congruência.

Segundo Duval (2012c), casos de congruência semântica ou não congruência estão presentes também em problemas de geometria. Desta forma, ao relacionar geometria com o estudo de porcentagem percebemos que a fala dele se torna evidente nas tarefas.

5.2.2 Possíveis respostas dos alunos na elaboração das tarefas de porcentagem

Neste momento analisaremos as prováveis elaborações que serão realizadas pelos alunos em cada atividade que segue. Apontamos nestas um grau de dificuldade apreciável, fator importante levantado por Ponte (2005) a conter nos problemas. Pois, segundo este autor, isto desafia o aluno a fazer. Se o grau de dificuldade não for tão apreciável pelo aluno, poderá levar este a não querer resolver a tarefa.

Questão corpo tabelar

Questão 5.1
Análise a situação a seguir e elabore um problema envolvendo porcentagem.

Municípios por região no Brasil (2007)

Região	Quantidade de municípios
Norte	449
Nordeste	1 793
Sudeste	1 668
Sul	1 188
Centro-Oeste	466

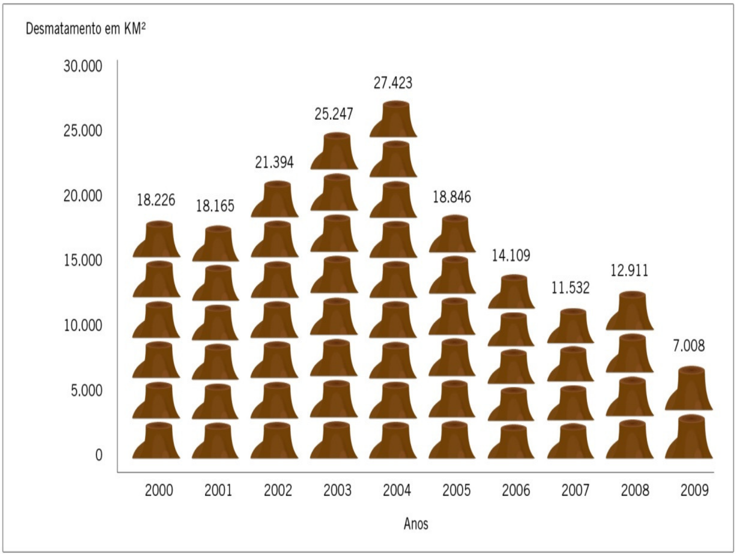
IBGE. *Brasil em Síntese*. Disponível em: <www.ibge.gov.br>. Acesso em: 3 out. 2008.

- Nesta situação o aluno poderá transitar por este registro de partida indo possivelmente para outra representação que seria na ideia de chegada de sua elaboração e resolução da mesma. Desta forma, ocorrerá provável fenômeno de congruência semântica. Espera-se que o aluno utilize para elaboração regra de três, medida, proporção, análise numérica ou algébrica. Mas considerando que uma tabela possui dupla entrada, poderá ocorrer fenômeno da não congruência semântica.

Questão corpo gráfico

Questão 5.2
Análise a situação a seguir e elabore um problema envolvendo porcentagem.

DESMATAMENTO NA AMAZÔNIA



- Nesta questão o aluno visualiza gráfico com unidades numéricas podendo o mesmo versar para uma unidade percentual ao fazer sua elaboração. E, ainda transitando deste gráfico para tabela, ícone ou forma geométrica. Esta tarefa também poderá ser sobre um caso de congruência, desde que o discente perceba a conversão de uma unidade (número natural do gráfico) em uma única outra representação (percentual), em novo gráfico ou até outro registro qualquer.

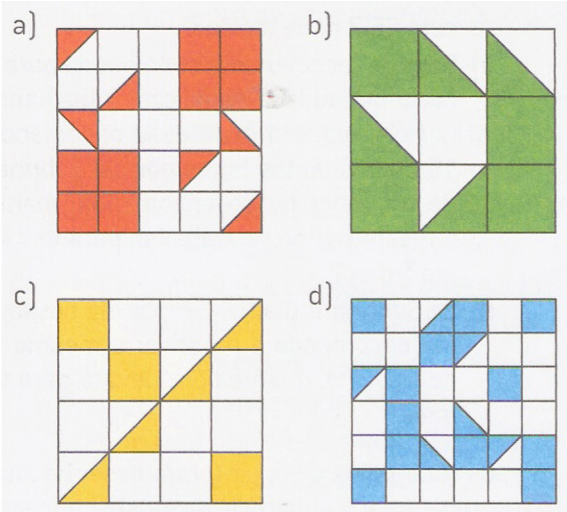
Questão corpo icônico

Questão 5.3
Análise a situação a seguir e elabore um problema envolvendo porcentagem.

- A questão acima aborda a ideia de ícone, para a elaboração o aluno deverá usá-los versando para representá-los com o trânsito para outros registros. Poderá realizar cálculos percentuais com operador numérico ou algébrico, regra de três, medida, parte-todo ou outros ainda. Pensamos que este seja um caso também de congruência, pois, as unidades estariam postas, ou, expostas neste ícone. Necessita-se que o aluno também perceba isto elaborando sua questão nesta mesma ideia congruente.

Questão corpo geométrico

Questão 5.4
Análise a situação a seguir e elabore um problema envolvendo porcentagem.



- Nesta questão a ideia central da forma geométrica poderá vincular-se com parte-todo, medida, quociente, taxa, entre outras. As solicitações podem ser numéricas apenas, com outros enfoques ainda, como textos que não se fazem presentes. Para esta tarefa, pensamos que a não congruência poderá estar presente, novamente pelo enfoque de texto versus desenho geométrico, ou seja, poderá solicitar sobre as partes pintadas, ou não, aí estará o ponto de congruência, ou não, diante do discurso e gemétrico.

5.3 ANÁLISES DAS APLICAÇÕES

Neste momento analisaremos as produções dos alunos desenvolvidas em cada aplicação realizada, tendo em vista nosso referencial teórico. Destacamos então Duval (2003, 2004a, 2004b, 2012a, 2012b, 2012c) e ainda nos referenciaremos para esta análise no trabalho de dissertação de mestrado de Buehring (2006) que se remete a uma análise de dados por meio dos registros de representação semiótica no início da escolaridade. Em alguns momentos o trabalho da autora (2006) vem ao encontro do nosso ao tratarmos de gráficos e tabelas relacionando a sua análise de dados.

Relembramos que para Bardin (1977), este momento é chamado de descrição analítica e para estas análises tivemos quatro aplicações com cinco tarefas cada. Nas quatro primeiras tarefas os alunos resolveram os problemas triparticionados e a última delas uma tarefa de elaboração de problema. As tarefas na estrutura de problemas triparticionados sempre envolvidas das formas geométricas, gráfica, tabelar, icônica e discursiva, com suas resoluções, estão no CD em anexo.

5.3.1 Análise da aplicação 1

A aplicação da primeira etapa das tarefas aconteceu no dia 05 de abril do ano de 2013, com a turma de 8º ano já anunciada previamente. Os vinte alunos puderam se organizar em duplas de trabalho, onde cada uma recebeu em sequencia as propostas da aplicação 1. As mesmas foram preparadas para acontecerem nos períodos de aula de matemática do decorrente dia, os quais totalizaram 1 hora e 30 minutos de aula.

A primeira aplicação constituiu-se de quatro tarefas para resolução de problemas triparticionados sobre porcentagem e uma atividade para elaboração de problema do mesmo tema. Nas questões estiveram presentes as formas geométricas, gráficas, tabelares, icônicas e discursivas como anunciamos que seria nosso interesse de pesquisa, por perceber que uma está inserida na outra. Também averiguaremos a presença dos registros de representação semiótica.

Então a professora/pesquisadora colocou que estaria naquele momento entregando cada tarefa para ser feita em duplas, uma de cada vez, em folha separada, e que os mesmos deveriam na folha realizar o que era solicitado, bem como registrar o que estava sendo feito pela dupla.

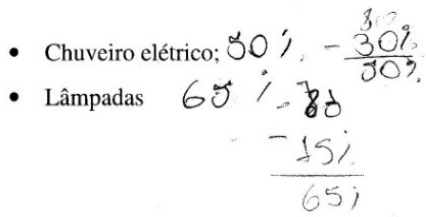
Assim, iniciamos a primeira tarefa da aplicação 1, que se encontra em anexo A para consulta. Esta atividade é voltada a forma tabelar como já foi anteriormente elencada. Porém não estando fora desta, a ideia de transitar estas informações para o gráfico ou geométrico, por exemplo. O registro desta atividade se apresenta na categoria *RTa*. Os alunos realizaram sem muitas dúvidas, perguntavam se deveriam colocar ali na folha "*os cálculos*", então, a professora insistiu com eles que tudo aquilo que fizessem deveria ser registrado, escrito. Esqueceu-se de comentar, que o uso da calculadora em minhas aulas de matemática é permitido. De comum acordo, que todos tenham e façam o uso correto dela, caso contrário, não a utilizamos em alguns processos. Para esta primeira aplicação foi permitido que a usassem e depois refletiríamos sobre o desenvolvimento da questão. Desta forma os alunos entregaram a primeira atividade e receberam a segunda a ser feita, que se tratava da ideia central da forma gráfica e *RGr*. Nesta tarefa a versão original continha cores no gráfico e uma legenda referente. Como a atividade foi entregue na versão sem cores, a professora/pesquisadora indicou previamente aos alunos as cores que correspondia cada setor. Realizou estas indicações com o auxílio do quadro de forma coletiva e também oral. Os alunos fizeram as anotações necessárias na questão em papel.

Ao fim entregaram-na e receberam a terceira atividade desta aplicação. Esta continha a forma de ícone no problema com porcentagem, com *RDi*. Na quarta tarefa, pensamos em reunir a ideia de escala, proporção e o todo do 100%, numa atividade voltada para forma geométrica com *RGe*.

Não havendo tempo em aula para realizar a quinta e última tarefa desta aplicação, que era a elaboração do problema, solicitou-se para as duplas que fizessem a mesma como tarefa de casa para ser entregue na próxima aula. Entendemos que isso é possível, pois, temos a intenção de ensino e aprendizagem nestas sequências didáticas. Desta forma agimos de maneira comum aos demais dias de aula. Esta tarefa continha o registro de uma tabela com informações para que os alunos elaborassem um problema de porcentagem, possibilitando acesso a outros registros e representações com a porcentagem.

Para Bardin (1977) a análise objetiva descreve o conteúdo das mensagens, ou seja, das respostas dos alunos. Usaremos comunicações diversas em nossa análise. De forma direta e bastante cautelar, tentamos organizá-la para que possamos compreender os resultados e como os mesmos podem contribuir para a pesquisa. Desta maneira, averiguamos que na tarefa 1.1, sete, das dez duplas, solucionaram a mesma de forma muito semelhante, ou seja, não tinham a noção básica de porcentagem, pois utilizaram a quantidade dos 80 reais como se fossem 100 reais e não 100%. Confusão também ao "ler" a tabela quando usaram 30% como reais, tratando como dinheiro. Logo, a maioria das respostas das sete duplas ficou semelhante a este exemplo: "30% é igual a 50 reais e 15% como sendo 65% ou reais". A figura a seguir ajuda a compreender melhor o que analisamos:

Figura 9 – Resposta apresentada pela dupla B.

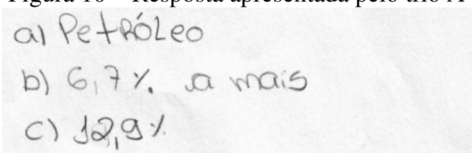


Fonte: Dados da pesquisa (2013).

Notamos uma forte ausência da compreensão básica de porcentagem, a ideia do todo, do 100%, não esteve presente nestas respostas. Para Duval, de alguma forma, uma tabela é uma forma de apresentar informações que é o oposto de uma declaração ou um texto. (DUVAL, 2003. Tradução nossa).

Os registros destas duplas foram feitos na forma escrita numérica e língua natural, usando a simbologia da porcentagem algumas vezes. Podemos classificar então como *RNS* e *RDi*. Outra dupla realizou registro numérico apenas, sem cálculo e a resposta estando desvinculada com qualquer possível entendimento do seu erro, ou de qual forma pensaram para chegar neste resultado. Duas duplas apenas, nesta tarefa 1.1, a realizaram com sucesso. Porém, apenas uma delas realizou *RPr* para o cálculo. A outra registrou numericamente, *RQD* para sua resposta. A forma de análise a qual Bardin (1977) se refere, poderá ser reinventada a cada novo momento. Adequando aos objetivos pretendidos. Evidenciamos ainda, uma não leitura de dados para com as questões e nem das questões para as informações da tabela, ou seja, a maioria das duplas não realizou as idas e vindas necessárias para que pudesse diminuir o grau de dificuldades, o grau de transparências das representações. Na tarefa 2.1 o resultado já foi um pouco melhor, pensamos que possa se relacionar com a ideia de leitura de gráfico, ou seja, precisaria neste momento compreender os dados e retirar as informações do mesmo para responder o solicitado. A figura a seguir, apresenta um destes resultados.

Figura 10 – Resposta apresentada pelo trio A

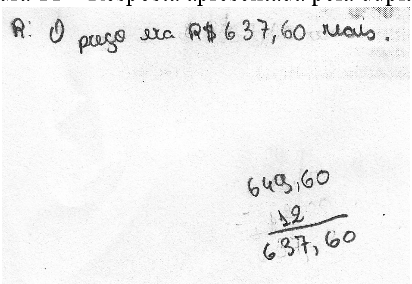


Fonte: Dados da pesquisa (2013).

Segundo Buehring (2006), “a compreensão de gráficos e tabelas é uma exigência para o ato de ler e de escrever que remete à compreensão do contexto” (BUEHRING, 2006, p.16). Seis duplas, erraram ao menos uma alternativa das três que precisaram responder, porém, as outras duas conseguiram solucionar. Já as demais, quatro duplas realizaram satisfatoriamente as três questões da 2.1. Contudo, todas as duplas usaram *RNS* para suas respostas e *RDi*. Pensamos que estes resultados possam ter sido um pouco melhores, pois como anunciamos nas possíveis respostas anteriormente esta questão estabelece grau de congruência. Estabelece um maior grau de transparência entre as formas do objeto matemático.

Na tarefa 3.1 a média permaneceu como na anterior, sendo que seis duplas realizaram a questão com a forma do ícone e mais uma vez não tinham a noção da porcentagem para realizá-la. Solucionaram a tarefa diminuindo 12 por cento do número 649,60 tratando os dois como número inteiro ou decimal. Conseguindo para suas possíveis respostas, por exemplo, 649,48 ou 637,60 não realizando cálculo percentual. Para melhor visualização deste está a figura a seguir:

Figura 11 – Resposta apresentada pela dupla F.



Fonte: Dados da pesquisa (2013).

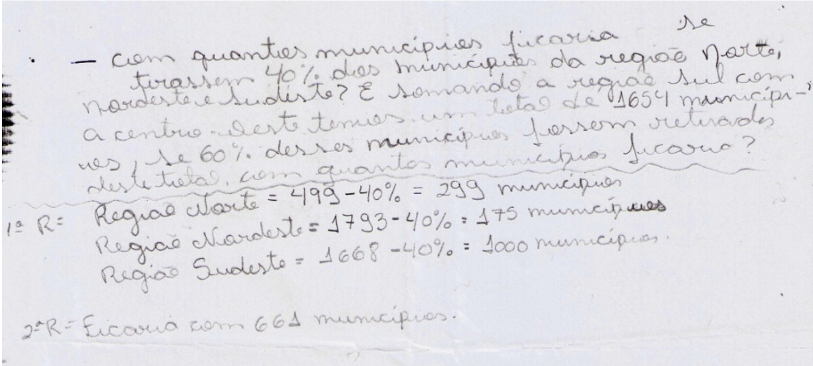
O estudo dos números no ensino fundamental, séries finais, segue normalmente uma linearidade, no que tange começar pelos naturais, inteiros, racionais, irracionais, chegando ao conjunto dos reais, para no ensino médio termos a plenitude com os números complexos.

Para Romanatto (1997) isto se dá pela evolução histórica dos números. É uma organização bastante formal, mas que o mesmo autor (1997), argumenta: para o ensino ser organizado e desenvolvido na ampliação da noção de números, tem como justificativa novas classes de problemas, pois, os conjuntos que se apresentam anteriormente não conseguem resolver ou representar situações cotidianas. É uma necessidade resolver problemas diferentes da nossa prática. Os problemas triparticionados que apresentamos nesta investigação vêm ao encontro desta ideia. Ou seja, precisamos inserir problemas em nossas práticas cotidianas e não apenas de um conjunto numérico, podendo "podar" nossos alunos como possivelmente se evidencia diante da solução deste problema de porcentagem. Apenas quatro duplas fizeram a solução adequada com uso dos *RPr* ou *RNS*. Como citamos anteriormente, a dificuldade se confirmou, havendo uma falta de congruência para estabelecer transparências das formas de representar, pois, neste caso, as dificuldades se apresentaram para além das possibilidades previstas. Pensava-se que estas iriam permanecer na dúvida do aumento dos 12%, mas não foi somente isto, ocorreu a confusão de diferenciar unidades de registros e tratamentos.

Na tarefa 4.1, os alunos apresentaram muita dificuldade, não compreenderam o enunciado, não souberam o que seria uma escala. Logo, não conseguiram realizar a proporção sugerida. As dez duplas não solucionaram a tarefa que envolvia forma geométrica e *RPr* o e *RGe*. Para Duval, "o problema das figuras geométricas está inteiramente ligado à diferença entre a apreensão perceptiva e uma interpretação necessariamente comandada pelas hipóteses" (DUVAL, 2012c p. 120 - 121). Percebemos mais uma vez a desvinculação das noções básicas, desta vez de geometria também. E, ainda nesta tarefa, tivemos a clareza de que a possível não congruência se confirmou quando os alunos não conseguiram nem ao menos coordenar a leitura da parte do enunciado, ou seja, não tiveram a noção de escala e de área. Logo, as dificuldades nas coordenações dos demais só persistiram.

Na tarefa 5.1 - elaboração do problema pelas próprias duplas com a forma tabelar - das dez duplas, apenas cinco realizaram o solicitado. As demais deixaram a questão em branco. Antes de comentarmos sobre estas, é preciso que voltemos nas possíveis respostas que os alunos fariam. Dissemos que esta poderia ser um caso de congruência, dependendo da forma com que o aluno realizasse o trânsito entre as informações dos registros. Logo, observamos que os alunos não desenvolveram as idas e vindas necessárias. Assim apenas uma das duplas elaborou um problema, que questionava quanto a porcentagem. Compararam se retirassem ou acrescentassem municípios o que aconteceria. Tentaram realizar algumas formas de representar a porcentagem usando as informações da tabela, porém, o registro desta dupla ficou em torno do *RDi* e do *RNS*. A seguir o mesmo para observações:

Figura 12 – Resposta apresentada pela dupla G


— com quantos municípios ficaria se tirassem 40% dos municípios da região Norte, Nordeste e Sudeste? E somando a região Sul com a centro-oeste temos um total de 1654 municípios, se 60% desses municípios fossem retirados deste total, com quantos municípios ficaria?

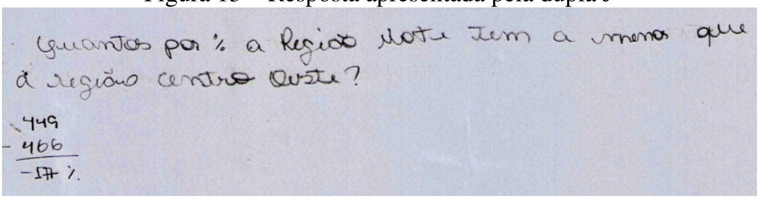
1º R= Região Norte = 499-40% = 299 municípios
Região Nordeste = 1793-40% = 175 municípios
Região Sudeste = 1668-40% = 1000 municípios.

2ºR= Ficaria com 661 municípios.

Fonte: Dados da pesquisa (2013).

As indagações deste problema não foram elaboradas de forma clara e que explicitasse sua validade de questionar. Pois, para Duval (2003), cada matriz, ou tabela propriamente, vai ter uma unidade de informação independente das outras caixas. Nem mesmo isso foi notado, observado pelos alunos, que poderiam ter articulado uma unidade de informação apenas para com a porcentagem. Duas duplas elaboraram perguntas sobre o que continha na tabela, mas questionando sobre quantidades obtidas por números naturais, realizando até operação de adição para os mesmos. Não estabelecendo assim ligações com a porcentagem. Os registros destes foram apenas *RDi*. As outras duas duplas que fizeram a tarefa, apenas elaboraram uma pergunta, e não uma situação-problema. Na pergunta usaram das relações de porcentagem, símbolo, linguagem e dados da tabela, porém ao registrar sua possível resposta através de cálculo, novamente surge a confusão com o uso dos números naturais representando percentual. Para melhor entendimento, observemos a figura a seguir:

Figura 13 – Resposta apresentada pela dupla J


Quantos por % a Região Norte tem a menos que a região Centro Oeste?

449
\- 466
-17 %

Fonte: Dados da pesquisa (2013).

Diante destas demonstrações decidimos retomar as abordagens quanto às definições, noções de porcentagem com os alunos. Pois, concordamos com Buehring (2006), que quando ensinarmos a Análise de Dados desde a primeira série não devemos apenas inserir um novo conteúdo nos currículos escolares, mas, passar a ver, também na escola, essa forma de comunicação visual e reflexão da realidade social. Não adianta estar no currículo desde a primeira série, é necessário acontecer este ensino de análise de dados desde então e retomá-lo. Caso contrário, o que temos é esta ausência de noções básicas, ou que ao menos entendemos por básicas.

Desta forma no dia 10 de abril de 2013, retomamos as tarefas feitas no dia 05 como proposta de atividade para retomada de ensino. Presenciamos o fato de que embora estes alunos do 8º ano tenham perpassado por este conteúdo em seus 6º e 7º anos seguindo o currículo da escola e seguindo as orientações dos PCNs, os mesmos não detêm as noções básicas de porcentagem.

Assim, partindo das tarefas da 1ª aplicação, retomamos alguns tópicos básicos e noções gerais sobre o conteúdo a fim de promover melhores entendimentos para estudos posteriores, bem como para o conhecimento intelectual e matemático destes alunos.

5.3.2 Análise da aplicação 2

A segunda aplicação aconteceu no dia 12 de abril de 2013. Nos dois períodos de aula que tínhamos para a disciplina de matemática, o que somou 1 hora e 30 minutos. Para esta aplicação combinamos de fazer sem o uso de calculadoras para "sentir" como fariam ou conseguiriam responder estas questões.

Neste dia tínhamos dezenove alunos. Desta forma precisamos organizar oito duplas e um trio para realizar as aplicações. As duplas continuaram as mesmas de antes, apenas o trio[31] teve a junção do novo colega que estava sem seu companheiro de dupla. Depois das duplas e trio organizados, os mesmos receberam sobre orientação da professora a primeira tarefa da 2ª aplicação. Ela continha enfoque gráfico, utilizando também da ideia de ícone, indo desta forma ao encontro da nossa

[31] O trio quando foi formado continuou com alunos de uma dupla já existente agregando a este um colega que estava sem dupla, em função de seu companheiro de dupla ter faltado a aula desta aplicação. Assim compondo o "trio" que se manteve nesta estrutura, enquanto falamos de "trio".

categoria de porcentagem nas formas *geométrica, gráfica, tabelar, icônica e discursiva.*

O registro mais presente era o *RGr* seguido do *RNS*, *RDi*. Nesta questão os alunos sentiram muita dificuldade, resistiram em fazê-la. Havíamos combinado de não fazer uso de calculadora nesta aplicação e assim seguiu-se até o seu fim, embora alguns alunos comentassem "sem a calculadora não é possível fazer esses cálculos". Depois de certo tempo os discentes receberam a tarefa dois, mesmo não entregando a primeira. Esta continha formas com ícones presente a ideia de *RNS*, *RQD*, *RPr*, *RDi*. Ao receberem a proposta da atividade, a primeira dúvida que surgiu é que "sabiam o que era o desconto, mas como passar para a porcentagem?" e isto foi o que mais fez com que os alunos demorassem em tentar desenvolver a questão.

Depois de passados alguns minutos a professora entregou a terceira tarefa desta segunda aplicação. Neste momento de entrega e de primeiras observações, pareceu-me que os alunos sabiam o que estavam recebendo e o que precisava ser feito nesta questão que permeava os *RGe*, *RQF*, *RDi*. A maioria fez suas anotações rapidamente e voltaram a terminar as outras que ainda não haviam feito. Na quarta tarefa os alunos demonstraram não compreender o enunciado e o que tinha de informação na tabela logo abaixo dele. Questionaram se o 100% estava no lugar correto da tarefa.

A última tarefa é aquela onde se encontra a proposta de elaboração de um problema de porcentagem através de uma das formas de representar. Nesta, preparamos uma que tivesse mais enfoque com gráfico estabelecendo vínculos com ícones e possíveis trânsitos para tabela ou geometria. Para realizar esta tarefa os alunos levaram a folha com a forma representada para casa. Para que assim elaborassem até a próxima aula, em duplas e trio, e a trouxessem para entregar a professora.

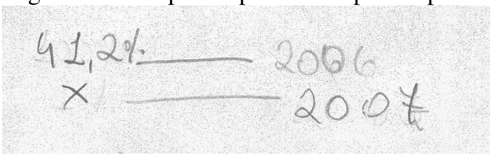
No final da aula a professora recolheu as propostas realizadas pelas duplas e trio. Como havia alguns minutos antes do término do período, fizemos novamente uma retomada coletiva, de como resolveríamos a questão um e dois da segunda aplicação.

A professora notou que os alunos estavam "presos" no sistema de demonstrar como se faz, dar exemplo e depois seguir exercícios, onde reproduzem aquilo que o professor faz antes sobre o conteúdo que está sendo estudado. A expressão de "satisfação" dos discentes no momento que a professora resolvia e explicava as questões era visível, com falas como: "agora sim entendi", quando se demonstrava um dos caminhos a seguir para a solução.

Analisaremos a segunda aplicação que constitui de oito duplas e um trio. Na tarefa 1.2 uma dupla apenas não tentou nenhum tipo de solução, deixando-a em branco. As demais, assim como o trio, ao menos fizeram algum tipo de registro tentando solucionar o problema. Duas duplas e o trio fizeram cálculos diversos, muitas anotações numéricas, simbologia da porcentagem, escrita natural, regra de três para responder a questão, porém, nenhum destes desenvolvimentos teve proximidade com a solução da tarefa.

Outras duas duplas fizeram a solução através de retirar do valor dado em quilograma o que se questionava para calcular em percentual. Ou seja, se pedia para realizar o cálculo de 1% de 41,2 assim os alunos responderam que seria “41,1”, por exemplo. As outras duas duplas cometeram o equívoco de usar os anos de 2006 e 2007, que eram para informações do gráfico, como números para calcular a porcentagem, ou seja, usaram 41,2 como o % de 2006. Segue figura para observação:

Figura 14 – Resposta apresentada pela dupla B

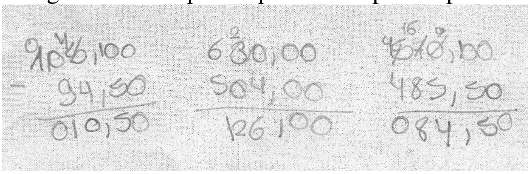


Fonte: Dados da pesquisa (2013).

Segundo Romanatto, assuntos como: “números decimais, razão, proporção, regra de três, *porcentagem*, para serem plenamente compreendidos deveriam ser vistos com novas classes de problemas ou representações diferentes de determinados tipos de números”. (ROMANATTO, 1997, p. 98. Grifo nosso). O que entendemos é que diante da situação vivenciada nesta tarefa se torna gritante que Romanatto queria nos dizer lá em 1997, estes números, a *porcentagem* precisa ganhar outros olhos para com o conceito de números, pois eles continuam não sendo compreendidos plenamente, eles são confundidos com outros tipos de números. Nesta tarefa tivemos a presença dos *RPr*, *RDi*, *RQF*, *RNS*. E, retornando ao que elencamos como possíveis respostas, podemos afirmar categoricamente que nesta tarefa o grau de não congruência foi bastante alto. Em nenhuma das duplas, ou trio, estabeleceu-se algum grau de transparência das representações para com o objeto em estudo, a porcentagem.

Na tarefa 2.2 duas duplas desta vez não realizaram nenhum registro sobre a solução da questão. Outras duas duplas realizaram o cálculo do desconto em valores do sistema monetário que estava disposto nas imagens, era preciso apenas subtrair um do outro. Não solucionando assim o valor percentual destes descontos. Observemos a figura a seguir:

Figura 15 – Resposta apresentada pela dupla D



Fonte: Dados da pesquisa (2013).

As demais quatro duplas e o trio tentaram solucionar indicando algumas porcentagens apenas, sem cálculos adicionais. Alguns deles se aproximaram do valor percentual do desconto, outros ficaram bastante afastados dos percentuais reais desta tarefa. Diante destas respostas nos remetemos ao que pensa Soares:[32] citado por BUEHRING (2006) “nos dias atuais, não basta apenas ler e escrever, é preciso também fazer uso do ler e do escrever, saber responder às exigências de leitura e de escrita que a sociedade faz continuamente” (p.19). Com estas reflexões retornamos no ponto de análise das possíveis respostas dos alunos. Identificamos lá prováveis dificuldades dos alunos em resolvê-la por haver a necessidade dos mesmos ter que ir e vir entre as conceituações para que houvesse transferência de informações, ou seja, congruência. Os registros presentes na solução desta foram com maior frequência do *RNS*, seguido do *RDi*.

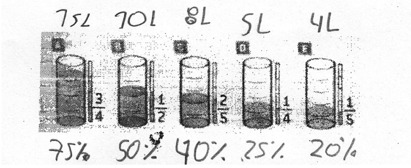
Na terceira tarefa a 3.2, duas duplas e o trio não realizaram a solução da questão, deixando-a em branco. Duas duplas fizeram alguns cálculos de divisões para solucionar a questão e usaram números decimais para isto, mas, não conseguiram transitar destes para o registro dos percentuais, deixando assim suas respostas. Três duplas fizeram a escrita das frações em forma de porcentagem utilizando os números que continham nas frações. Por exemplo: ¾, para porcentagem 3,4%, o que traduz outro equívoco e confusão na representação dos números. Segundo Duval, “problemas de geometria refere-se a um registro de representações espaciais que originam formas de interpretações autônomas” (DUVAL, 2012c, p. 120). Os alunos demonstram que não

---

[32] Soares, Magda. Letramento: um tema em três gêneros. Belo Horizonte, Autêntica, 1998 (BUEHRING, 2006).

detém estas interpretações autônomas, nem mesmo por meio destes registros de representações espaciais. Apenas uma dupla conseguiu registrar os percentuais equivalentes assim como as quantias dos litros, porém não demonstrou cálculos somente *RNS*, demonstrado na figura a seguir:

Figura 16 – Resposta apresentada pela dupla C



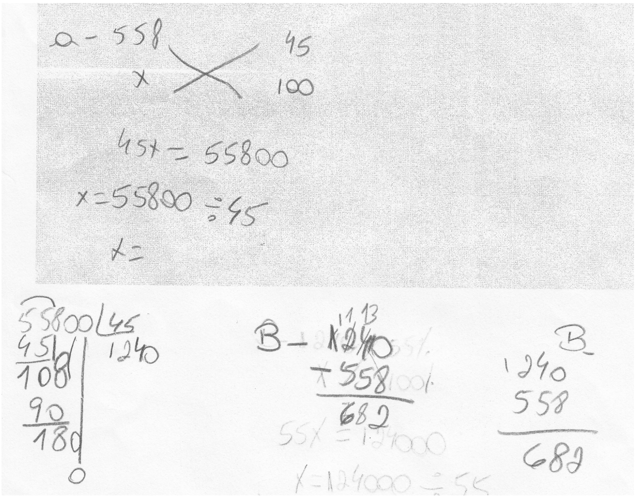
Fonte: Dados da pesquisa (2013).

Logo, o registro mais presente nesta tarefa foi *RNS*, seguido do *RQD*. Para nossa surpresa esta tarefa apresentou grau de não congruência para sua solução, havíamos dito que seria um possível caso de congruência. Mas, os alunos não conseguiram transitar com as transparências das figuras e suas informações indo até as questões e fazendo medidas congruentes com as mesmas. Na tarefa 4.2 duas duplas não fizeram a solução, deixando a questão em branco.

Nas tarefas, em que os alunos não resolveram, deixando-as em branco, gostaríamos de esclarecer que as duplas que não conseguiram solucionar não foram sempre às mesmas em todas as aplicações. Uma dupla, por exemplo, citada nesta aplicação que não tenha resolvido a tarefa proposta, não necessariamente é a mesma que não conseguiu na tarefa anterior.[33] Cinco duplas e o trio realizaram representações para a solução, mas não obtiveram aproximação com as respostas. Apenas uma dupla conseguiu chegar na solução das respostas para esta tarefa, que foi desenvolvida por meio de regra de três, subtrações e divisões, apresentada a seguir:

Figura 17 – Resposta apresentada pela dupla H

[33] Segue CD em anexo para consulta de cada aplicação desenvolvida com os alunos e suas tarefas produzidas.

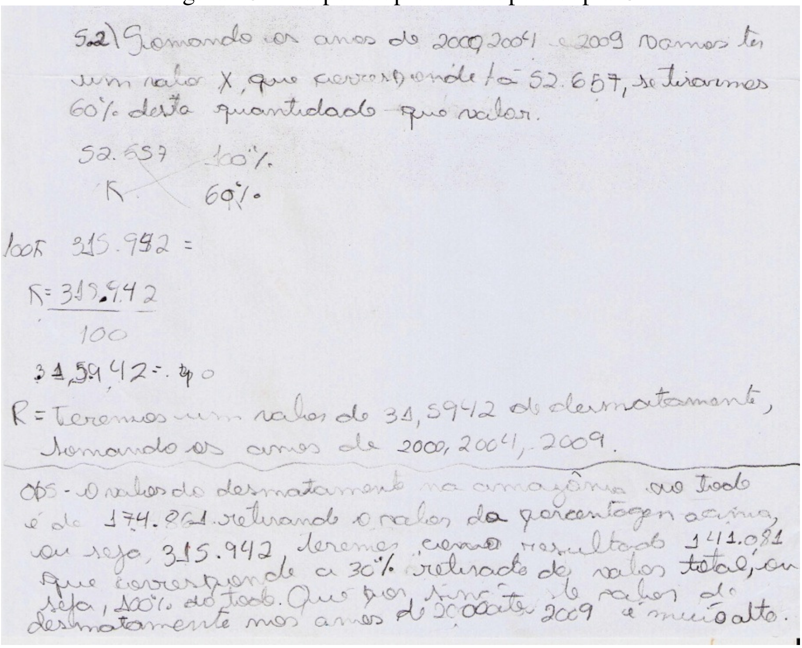


Fonte: Dados da pesquisa (2013).

Buehring (2006) demonstrou em seu discurso que é preciso possibilitar a alfabetização em análise de dados. Fato que se torna evidente e urgente diante da tentativa de solução desta tarefa. Os registros usados pelas duplas e trio nesta foram *RNS* e *RPr*. E, como havíamos mencionado nas possíveis respostas anteriormente sobre o grau de congruência desta tarefa, o resultado demonstrou que os alunos não observaram esta tabela de forma simples. Tiveram sim dificuldades em realizar a leitura de dupla entrada das informações contidas na tabela para construir o trânsito de voltar as questões e verificar o que estava sendo solicitado. Podemos destacar ainda a falta da noção geral de porcentagem que vai ao encontro da alfabetização em análise de dados citado por Buehring (2006).

Para a tarefa 5.2, como já comentado, os alunos a levaram para casa, retornando com ela na aula seguinte, do dia 17 de abril. Desta forma uma das duplas elaborou um problema usando *RDi*, *RPr*, *RNS*, tentando envolver a quantidade de desmatamentos em alguns anos contidos no gráfico, porém a porcentagem conseguida através de cálculo correto não era compatível com a ideia do problema, ou seja, realizaram cálculo com a noção de porcentagem, mas tiveram problemas na elaboração da questão. Duas duplas fizeram perguntas diretas, não podendo ser consideradas neste caso como problemas ou situações-problema, nestes dois pontos os cálculos também não foram realizados de forma compreensível diante da ideia de porcentagem. Uma outra dupla tentou na elaboração de seu problema esboçar a noção de porcentagem, mas, ao questionar no final e com o cálculo percebemos a perda destas noções. Uma aluna preferiu realizar a tarefa sozinha, a mesma elaborou sua questão de forma congruente com os dados do gráfico, porém, ao realizar o registro da possível resposta não teve compreensão da noção de porcentagem para realizá-la. A seguir temos duas versões das respostas apresentadas nesta tarefa.

Figura 18 – Resposta apresentada pela dupla G


5.2) Tomando os anos de 2000, 2004 e 2009 vamos ter um valor X, que corresponde a 52.657, se tirarmos 60% desta quantidade qual valor.

52.657 100%
K 60%

100K 315.942 =

K = 315.942 / 100

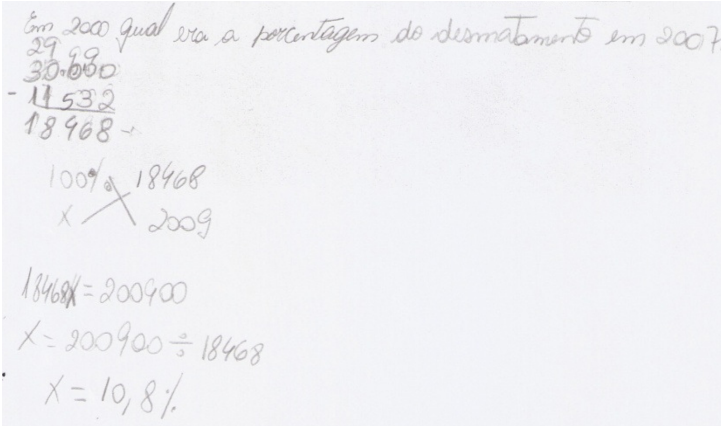
31,5942 = [illegible]

R = Teremos um valor de 31,5942 de desmatamento, tomando os anos de 2000, 2004, 2009.

Obs - O valor do desmatamento na amazônia no todo é de 174.861 retirando o valor da porcentagem acima, ou seja, 315.942, teremos como resultado 141.081 que corresponde a 30% retirado do valor total, ou seja, 100% do todo. Que por sinal, o valor do desmatamento nos anos de 2000 até 2009 é muito alto.

Fonte: Dados da pesquisa (2013).

Figura 19 – Resposta apresentada pela dupla H


Em 2000 qual era a porcentagem do desmatamento em 2007
30.000
- 11532
18468
100% — 18468
x — 2009
18468x = 200900
x = 200900 ÷ 18468
x = 10,8%

Fonte: Dados da pesquisa (2013).

Desta forma nos deparamos mais uma vez com o que Duval (2004a) fala, em saber a representação do objeto e da diferenciação do que é o objeto para poder os discentes transitar entre os registros semióticos.

5.3.3 Análise da aplicação 3

A aplicação 3 aconteceu no dia 17 de abril, depois de fazermos algumas retomadas de ensino para os resultados obtidos na aplicação 2. Então, depois de fazermos esta etapa, iniciou-se a etapa 3 com o mesmo número de duplas e trio da anterior.

A primeira tarefa estava voltada para uso de ícone e ideia do todo, das partes com possíveis registros entres *RPr*, *RDi*, *RNS*. Neste primeiro momento senti que os alunos demonstraram mais vontade em resolver a questão, talvez pelo fato de termos retomado as anteriores e agora estarem mais seguros no que fazem, ou, justamente porque se iremos retomar é importante que a parte deles esteja bastante desenvolvida. Isto foi um fator positivo, pois fez com que todas as duplas tivessem esse sentimento de vontade. Aparentemente fizeram sem grandes dificuldades esta questão. Uma dupla questionou durante a realização: “professora, então se para 100 gramas é 71% então para o pacote de 200 gramas é só dobrar!” tentei deixar livre sem uma resposta definitiva, pois a proposta era ver o que eles solucionariam por si mesmos.

Desta forma, iniciaram a tarefa dois, a qual não demoraram muito para sua resolução. Ao receber a atividade três, os alunos se impressionaram com o tamanho da questão, o que muitas vezes não influencia no seu decorrer. De certa forma, notamos com esta exposição, que ainda persiste entre os educandos a ideia de que a matemática é "número", é "breve", sem textos alongados ou coisas do gênero.

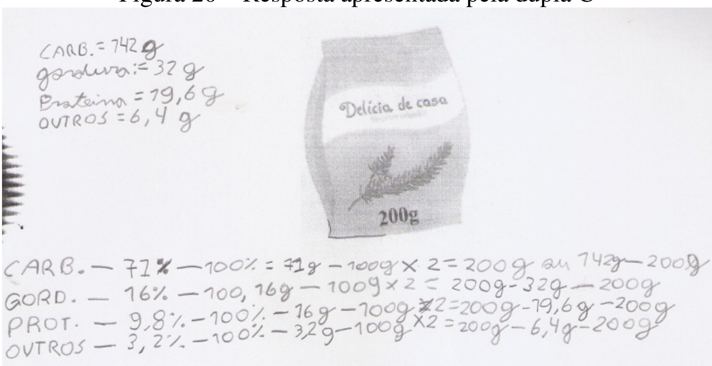
Na tarefa quatro os alunos estavam bastante envolvidos, posso dizer engajados. Fizeram-na, aparentemente, sem grandes queixas. A única persistência foi quanto ao uso da calculadora. Porém nos mantivemos nesta etapa sem utilizá-la. Acreditamos que na próxima e última etapa poderemos fazer à retomada do uso desta tecnologia a depender do que apresentem na análise seguinte.

Na última tarefa foi realizado o mesmo procedimento da aula anterior. Os alunos, em duplas, e trio, a realizaram como tarefa de casa para ser entregue na aula seguinte.

Contudo, e com as oito duplas e um trio realizando as propostas dos problemas de porcentagem obtiveram-se os seguintes dados ao analisar as soluções.

Na tarefa 1.3 quatro duplas a solucionaram, usando na maioria delas primeiro a ideia de parte-todo para depois voltar ao todo do 100%. Souberam usar da informação do pacote que demonstrava ser de 200 gramas o seu 100%. A maioria das duplas usaram do registro *RPr* – como foi previsto nas possíveis respostas anteriormente - outras utilizaram outros registros como *RDi*, *RNS* e *RQD*. Na figura a seguir, a dupla realizou a questão usando bastante da ideia parte-todo.

Figura 20 – Resposta apresentada pela dupla C

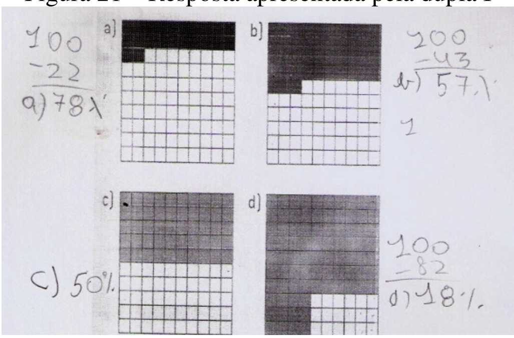


Fonte: Dados da pesquisa (2013).

Três outras duplas usaram do *RPr* e fizeram tratamento, mas não conseguiram chegar no resultado desejado da questão. O trio e a outra dupla realizaram cálculos de divisão e subtração o que levou estes mais uma vez a falta de compreensão da porcentagem, pois, com isto, não obtiveram resultados que satisfizessem esta atividade. Para Duval, “a distinção entre um objeto e sua representação é, portanto, um ponto estratégico para a compreensão da matemática” (DUVAL, 2012c, p.268). De certa forma ao analisar esta questão, os resultados não são tão ruins, pois, quase metade dos alunos conseguiu desenvolver o problema. Isso demonstra que existia na mesma um grau de congruência, como prevíamos, nas generalizações das possíveis respostas dos alunos.

Na tarefa seguinte, a 2.3, a qual citamos que os alunos fizeram rapidamente, tivemos seis duplas com acertos totais da questão. Porém a maioria fez uso de apenas um registro o *RNS*, algumas inseriram o *RPr* ou o *RDi*. Um desses casos está apresentado na figura a seguir:

Figura 21 – Resposta apresentada pela dupla I



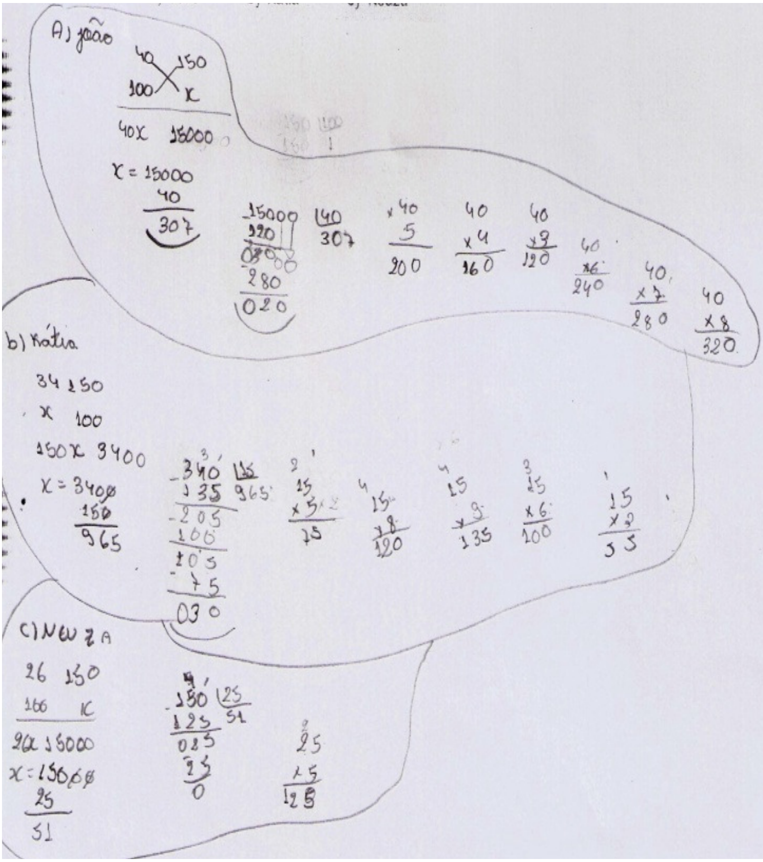
Fonte: Dados da pesquisa (2013).

Uma dupla e o trio conseguiram responder corretamente apenas uma das quatro alternativas que continha a questão. Nas demais usaram cálculos diversos e valores aleatórios como se não soubessem o que representar. Logo, talvez decidiram representar números quaisquer, voltando aquela ideia de que matemática é número, e por si só isso basta.

Uma dupla apenas representou em porcentagem a parte pintada, o que consideramos como equívoco, pelo fato de que o enunciado pedia a porcentagem das partes não pintadas. Estes fatores causam o que Duval chamaria de *isolamento de registros de representação.* E, aos fatores ocorridos com as primeiras duplas nesta tarefa, ele nos diz que: “Quando há congruência entre a representação de partida e a representação de chegada, a conversão é trivial e poderia quase ser considerada, intuitivamente, como um simples código" (DUVAL, 2012c, p. 283-284). Nestas duplas os registros foram os mesmos citados das anteriores. Como dissemos nas possíveis respostas dos alunos, este caso poderia ser de congruência e pensamos que foi, pois, mais da metade solucionou a questão, embora não tenham feito registros distintos, fizeram as idas e vindas sugestionadas para que se tivesse a congruência. Na tarefa 3.3 obtivemos três duplas com desempenho totais da questão, sendo que os mesmos apresentaram registros do tipo *RPr*, *RNS* e *RDi*. Outras duas duplas e o trio realizaram corretamente apenas um dos valores solicitados para o problema, ou seja, conseguiram 33,33% do total da questão, com registros como os das duplas anteriores.

As demais três duplas fizeram uso de *RPr*, mas, seus tratamentos efetuados não foram possíveis de alcançar as respostas da solicitação, nem ao menos se aproximaram. Para este, apresentamos a figura a seguir:

Figura 22 – Resposta apresentada pela dupla F

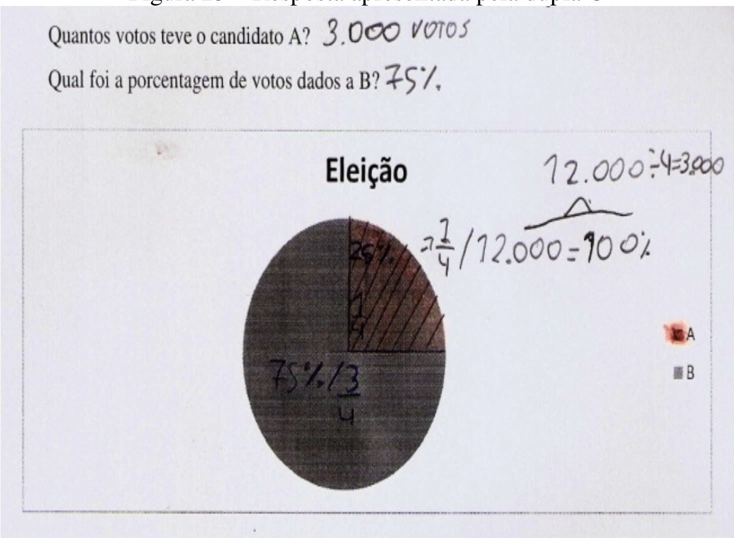


Fonte: Dados da pesquisa (2013).

Segundo Duval (2003, Tradução nossa) de alguma forma, uma tabela é uma forma de apresentar informações que é o oposto de uma declaração ou um texto. Podemos desta forma tentar pensar que não havia nesta forma de enunciado, tabela, questões dados que “conversassem” para uma congruência semântica, ao menos na solicitação da questão. Porém, lembremos que a maioria das duplas conseguiu ao menos chegar em um dos resultados, o que não descaracteriza as dificuldades, mas abre um canal de possibilidades para que nestes ocorreram alguns momentos de idas e vindas nas representações do objeto. Configurando possivelmente algum grau de congruência semântica.

Na aplicação da tarefa 4.3 duas duplas solucionaram corretamente a questão, usando registros como *RDi*, *RPr*, *RNS* e *RQF*. Outra dupla e o trio fizeram parte da tarefa, sendo que as partes que solucionaram estavam corretas. Registros *RPr* e *RNS*. Três duplas fizeram suas produções de possíveis respostas, mas não obtiveram sucesso com o resultado delas. Estas duplas até usaram registros como *RPr* mas que não contribuiu para a noção da porcentagem de que precisavam. O que se torna evidente neste momento é a hipótese de Duval de que apenas um registro não daria acesso a compreensão do objeto, teríamos que ter trânsito de no mínimo dois. As demais duas duplas não realizaram a proposta da tarefa sugerida, deixando-a em branco. A seguir uma figura com resolução:

Figura 23 – Resposta apresentada pela dupla C

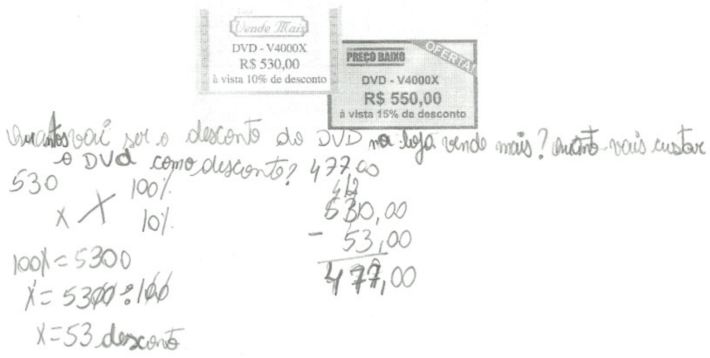


Fonte: Dados da pesquisa (2013).

Contudo, ao observarmos esta resposta acima, percebemos congruência. Porém, a maioria das duplas não conseguiu realizar estas idas e vindas na estrutura da questão, tornando as dificuldades fortalecidas por este grau de transparência que não ocorreu nas representações.

Para a realização da última proposta de tarefa sendo a de elaboração do problema, procedemos ao encaminhamento da mesma para ser feita em casa, ou, em local adequado para realizar como trabalho a ser entregue pela dupla. Esta tarefa 5.3 foi entregue pelos alunos no dia 19 de abril. Duas duplas elaboraram o problema, questionando sobre porcentagem a partir do ícone disponível. Neste ponto percebemos em nossa análise de conteúdo, a chamada análise de *significados*, segundo Bardin (1977) é uma análise de nossa temática, no caso, porcentagem. De forma congruente com seus enunciados uma delas foi bastante clara ao demonstrar através de seus registros do tipo *RDi* e *RPr* o que tinha sido solicitado por si próprios, como veremos a seguir:

Figura 24 – Resposta apresentada pela dupla H



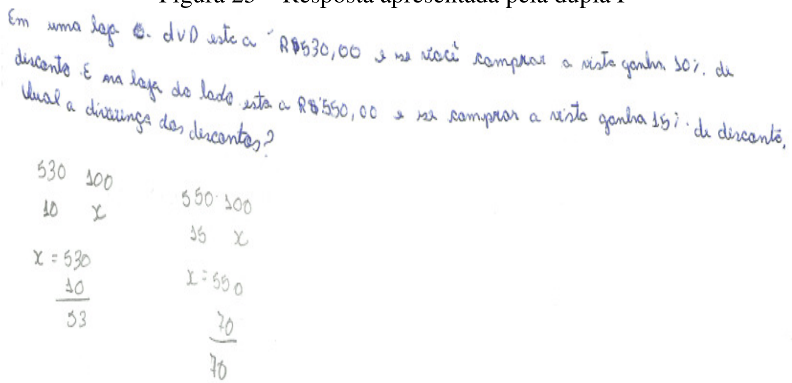
Fonte: Dados da pesquisa (2013).

A outra dupla realizou o que pediu no enunciado, mas em seu discurso havia um período de não congruência quando solicitou a diferença dos descontos, e não especificou de qual forma, podendo ser na forma de registro *RQD* ou *RNS*, ou talvez outro, ocorrendo duplicidade de sentidos.

Outra dupla realizou apenas cálculos diretos a partir do ícone, como se já estivesse implícito que era pedido os cálculos de 10% e de 15% para saber os valores dos descontos. Fizeram apenas uma parte destes cálculos, faltando seu desenvolvimento final. Responderam em *RDi* e *RPr* os descontos conseguidos. Uma aluna realizou a proposta da tarefa sozinha, reproduziu na forma de *RDi* o que continha no ícone para “elaborar” seu problema, realizando a resposta com *RPr*.

Outras duas duplas também produziram elaboração do problema com dificuldades em sua formulação, o *RDi* ficou de certa forma não congruente. Talvez, por este fenômeno, os registros de chegada também seguiram essa dimensão, ou seja, ao perguntar qual a porcentagem de cada loja em seus descontos, a resposta já estava pronta. Porém os alunos calcularam e declararam como resposta correta “53%” e “82,5%” e também usaram *RQF* ao responder que os descontos eram “10/53” e “70/70”. Destacamos a resposta a seguir:

Figura 25 – Resposta apresentada pela dupla F



Fonte: Dados da pesquisa (2013).

O que demonstra mais uma vez a perda da compreensão de porcentagem, de número percentual. E como Duval (2004a) já nos apresentou, para que aconteça a compreensão matemática é preciso que se saiba representar seu objeto e não confundir o próprio objeto com sua representação, bem como poder coordenar, distinguir entre suas várias representações.

5.3.4 Análise da aplicação 4

A aplicação 4 aconteceu no dia 26 de abril nos dois períodos de aula que tínhamos de matemática com o 8º ano, o que resulta em 1 hora e 30 minutos de aula. Primeiramente coloquei aos alunos que esta seria a última aplicação realizada dentre estas que vínhamos fazendo. Esclareci que o estudo não estava encerrado, apenas as aplicações, que logo serão retomadas.

Neste dia alguns alunos faltaram a aula. Logo, das oito duplas e o trio, formamos apenas sete duplas. Os alunos receberam a primeira tarefa e logo nos primeiros instantes sentiram e demonstraram dificuldades. Por exemplo, já não possuíam mais a ideia do todo, do que na atividade seria o 100%. Uma dupla também questionou que precisariam saber a quantidade de litros dos recipientes para resolvê-los. Também várias duplas diziam que o primeiro e o terceiro recipiente sabiam fazer, mas os outros não "chegavam" a resposta correta.

Na sequência os alunos receberam a segunda tarefa, que num primeiro instante a maioria demonstrou conhecimento. Mas, no decorrer, foram apresentando cálculos de regra de três somente, sem vínculos com possíveis respostas. O que deixa margem para pensarmos na algoritmização, que basta usar regra de três para cálculos de porcentagem que vai tudo dar certo. Ao receber a tarefa três, a maioria revelou dificuldades em saber o que se queria na questão, não leram nem o enunciado 1 nem o 2, não tiveram noção de interpretações e de códigos. A professora precisou intervir na leitura coletiva com algumas duplas para que se realizasse o mínimo de entendimento do que se falava nos dados e enunciados. Após este momento, tentaram desenvolver o problema com frequentes dificuldades.

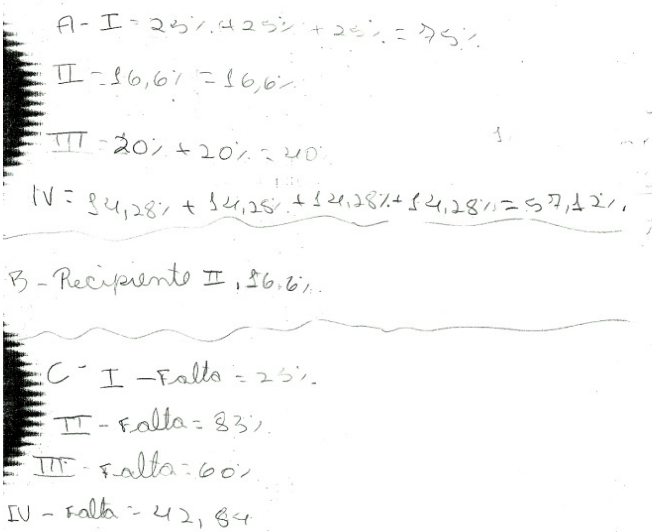
Na entrega da questão quatro, leram a estrutura disposta, o enunciado, tabela, e questões e não sabiam novamente o que realizar por não acreditarem que era apenas observar os dados e quase que simplesmente reutilizá-los nas questões abaixo. De certa forma, isto caracteriza uma dificuldade em aceitar questões que são mais congruentes como possíveis de serem estudadas em matemática.

Para a última questão, a tarefa cinco que se identifica como a de elaboração do problema, realizaram demonstrando mais facilidade. Como havia dito anteriormente, na aplicação 1, os alunos usariam calculadoras novamente quando retomassem os registros na escrita. E, nas duas últimas aplicações, houve uma melhora nos registros, desta maneira, os alunos retomaram o uso da calculadora nesta aplicação 4. Estes apontamentos que realizamos agora versam para uma análise de conteúdo a qual Bardin (1977) chamou de análise dos *significantes,* ou seja, análise dos procedimentos desencadeados nas aplicações. A seguir apresentaremos as análises por tarefa aplicada que desenvolvemos nesta etapa.

Na tarefa 1.4 apenas uma dupla solucionou corretamente todas as alternativas que haviam para ser respondidas. Usaram dos registros, *RNS*, *RQD* e *RDi.* Esta dupla apresenta com a coordenação entre estes registros e sua solução do problema um possível entendimento das noções de porcentagem. E, de certa forma, a não congruência pré-existente nesta mesma, não foi fator determinante para resolvê-la. Provavelmente temos nas representações destes registros um sistema semiótico com as operações de tratamento e conversão bem definidas.

Retomamos Duval (2012b) que afirma, para termos desenvolvimento cognitivo do pensamento humano, precisamos dar conta de três atividades, as representações formadas, o tratamento e a conversão. Contudo, parece-nos que esta dupla atende, ou atendeu a estes nesta tarefa, considerando ainda a congruência neste contexto. A tarefa da dupla citada está a seguir:

Figura 26 – Resposta apresentada pela dupla G



Fonte: Dados da pesquisa (2013).

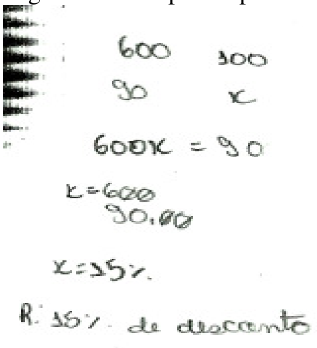
Outras duas duplas usaram de tratamentos que levaram a algumas respostas corretas e outras não. Havia questão a, b e c desta tarefa para ser respondida, nestes dois casos a média de acertos ficou em torno de 75%. Assim, demonstraram alguns períodos de dificuldades e que não foram desconstruídos. Suas respostas tiveram registros *RQD*, *RNS*, *RDi* e *RPr*.

Nas demais quatro duplas, ao apresentarem suas soluções, percebemos que ainda persiste a falta da noção geral de porcentagem – noção que vários autores já disseram ser fundamental - de leitura dos enunciados e questões para fazer as idas e vindas aos registros. Usaram dos mesmos registros indicados anteriormente, porém não coordenando e sim usando apenas um por cada dupla.

Nestes casos, Duval (2012b) apresenta que até, talvez fosse possível, de se compreender o objeto estudado, com apenas um, mas que ele descartaria esta possibilidade para alunos em fases de construção de saberes. Deixaria somente para professores ou matemáticos. Assim, apresentamos que a maioria das duplas aponta para esta tarefa como aquela que não houve as transparências necessárias para sua resolução. Consideramos anteriormente nas possíveis respostas dos alunos que esta questão nos parecia o contrário disto, ou seja, um pouco congruente. Para Duval (2012c) "A congruência semântica abre ou fecha a porta de entrada na resolução de um problema; ela não é suficiente para sua busca" (DUVAL, 2012c, p. 125).

Na realização da tarefa 2.4 se confirmou o que havíamos observado: quatro duplas conseguiram realizar a questão com sucesso, e as outras três fizeram cálculos de regra de três por fazer, como falamos anteriormente, sem vínculos com a atividade. Percebemos que o uso do *RPr* e *RNS* foram predominantes, com variação do *RDi*. Analisando que mais da metade das duplas solucionou a tarefa, confirmamos a prévia das possíveis respostas que os alunos dariam. A estrutura, enunciado junto das questões seguido da observação do ícone teria tendência congruente. Pois, segundo Duval (2012a) a problemática da congruência ou da não congruência semântica entre duas apresentações do objeto é, a questão, da distância cognitiva entre estas representações, estando elas pertencendo, ou não, ao mesmo registro. Para melhor compreensão observemos a figura a seguir:

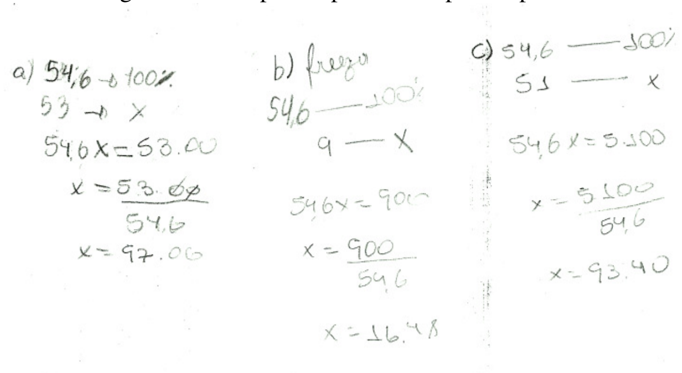
Figura 27 – Resposta apresentada pela dupla F



Fonte: Dados da pesquisa (2013).

Na tarefa 3.4 apenas uma dupla solucionou a questão com as três alternativas. Mas, com alguns fatores de representações das questões incompletas, como, por exemplo, o símbolo de porcentagem para não haver confusão com o número natural ao registrar a resposta final. Segue a figura para observação:

Figura 28 – Resposta apresentada pela dupla B



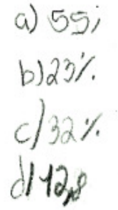
Fonte: Dados da pesquisa (2013).

Reafirmando as dificuldades que tiveram nas leituras e não realizando as idas e vindas que era preciso para que tivesse um grau de transparência nas formas de representar o objeto porcentagem. Esta dupla usou *RPr* e *RDi*. Para Duval (2012a) na matemática assim como para outras disciplinas, estas mudanças de registros são importantes e também frequentes. O autor (2012a) diz ainda que bastaria abrir manuais escolares de diferentes níveis e ver em mesmas páginas a passagem de uma frase para uma fórmula aritmética ou algébrica, a passagem de um enunciado para uma figura geométrica, ou ainda da escrita algébrica para o gráfico (DUVAL, 2012a).

Outra dupla desenvolveu todas as possibilidades que habilitava para solução correta, porém, fizeram troca de posição da vírgula no final e o registro percentual com vírgula, *RQD*, ficou errado. Duas outras duplas fizeram tentativas, aproximações das respostas com auxílio de regra de três, mas não desenvolveram soluções finais. Utilizaram registros *RPr* e *RDi*. As demais três duplas não conseguiram chegar nas possíveis soluções, embora tenham tentado através dos registros *RPr* e *RDi*. A intenção de caso de não congruência para esta tarefa, pensamos que se confirmou pelas respostas que tivemos nas soluções com a falta de coordenação dos registros e de certo grau de transparência para com as representações. Contudo, gostaríamos de pontuar que esta professora/pesquisadora realizou a leitura de parte das questões para algumas duplas, e posteriormente no coletivo que pertenciam a esta atividade. De certa forma, marca uma influência para sua realização. Acabou por ter essa ação, pois a dificuldade era muita, as falas dos alunos constantes em dizer que não conseguiam de maneira alguma desenvolver a tarefa. Por este motivo optou-se a fazer sua leitura.

A tarefa 4.4 apresentou os seguintes resultados. Uma dupla respondeu totalmente e corretamente a questão. Usou de *RDi* e *RNS*. Outra dupla conquistou metade das soluções, usando os mesmos registros. As demais cinco duplas acertaram 75% da questão, sendo que todas não conseguiram realizar a alternativa “d”. Para o 75% de acertos usaram *RNS*. Um destes casos apresentamos na figura a seguir:

Figura 29 – Resposta apresentada pela dupla B



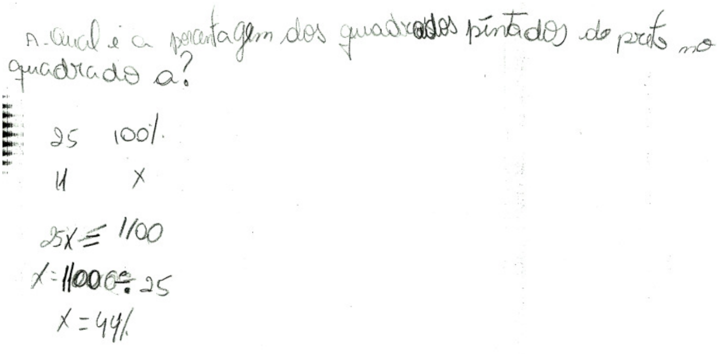
Fonte: Dados da pesquisa (2013).

Desta forma pensamos que a tarefa era genericamente congruente, mas, em sua última alternativa, a qual exigia que os alunos retornassem a tabela e ainda transitassem em seus dados, se pensa o inverso. Pois, assim como Duval (2003) relata, uma tabela tem leitura bidimensional, e este pode ser um claro exemplo do que o autor se refere.

Na última tarefa a 5.4, onde a dupla deveria elaborar o problema, nesta a forma geométrica está presente em conjunto com a de ícone.

Uma dupla elaborou uma pergunta simples que envolveu apenas a questão “a”, não considerando as outras alternativas. Porém conseguiu realizar tratamento vinculado a questão corretamente. Utilizou do objeto matemático em estudo, porcentagem, com registros *RDi*, *RPr* e *RNS*. A dupla em análise parece-nos ter realizado algumas coordenações entre registros, o que nos dá a possibilidade de pensar em existência de congruência semântica também. Pois, a medida de transparência destas representações tem um grau congruente estabelecido. Para melhor visualização está a figura a seguir:

Figura 30 – Resposta apresentada pela dupla H

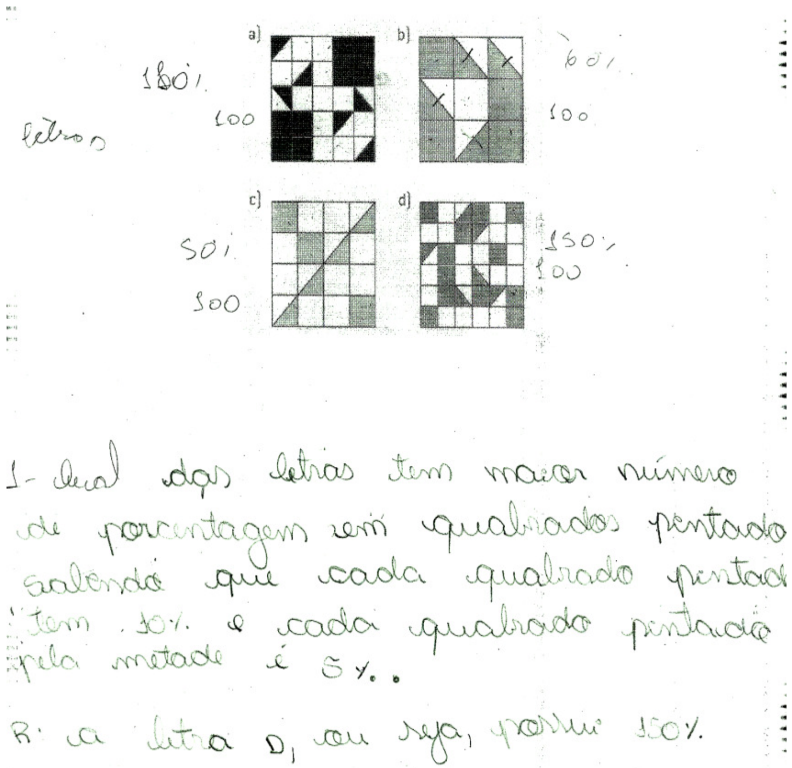


Fonte: Dados da pesquisa (2013).

Para outra dupla, a elaboração e desenvolvimento ficaram um pouco que confusas. Pensamos que não houve noção novamente da ideia de porcentagem. Não havendo as trocas, os retornos, ela acaba tendenciada a não congruência. Seus registros usados foram *RDi* e *RNS*. Veja a realização desta dupla na figura que segue. Segundo Burgaud:[34] citado por DUVAL (2012c) os obstáculos encontrados por alunos na utilização de transformações em geometria plana são consequências da não congruência entre o tratamento matemático do problema e a apreensão operatória da figura.

Figura 31 – Resposta apresentada pela dupla G

[34] Burgaud, B. Quelques exemples d'utilization des transformations en géométrie plane: obstacles rencontrés chez les élèves. Enseignement de la géométrie. Bulletin Inter-Irem, 23, p. 52 - 56, 1983 (DUVAL, 2012c).



Fonte: Dados da pesquisa (2013).

Outra dupla realizou uma pergunta breve que envolveu todas as alternativas, questionando sobre a porcentagem dos quadrinhos em branco. Porém, esta dupla apresentou tratamento apenas na letra “a” da atividade não aplicando resultados corretos. Contabilizaram cada metade não pintada como quadro inteiro, logo, mais uma demonstração das dificuldades com relações de números naturais e racionais. Outra dupla não elaborou problema, ou questão discursiva alguma. Apresentou apenas cálculos numéricos e simbologia da porcentagem. Porém, sem ligações reais e válidas para a noção de porcentagem, por exemplo, apresentaram que uma certa figura era 50% apenas. Não identificando o que queriam dizer ou representar com este valor. Como estas elaborações, e outras que já tivemos de respostas mais empobrecidas nas tarefas, em que os alunos precisam produzir o problema, identificamos dificuldades nossas em analisar fatores de congruência, e até mesmo outros fatores como coordenações de registros. Mas, neste ponto, pensamos nestes registros realizados de forma menos discursiva e com ausência de porcentagem por nossos alunos, que os mesmos são o que os discentes nos apresentam. Logo, pensamos, os alunos talvez apresentem registros desta forma, pois existe uma provável e forte necessidade de compreensão do objeto porcentagem, e, ainda, não diferenciam este de suas representações.

5.4 RESULTADOS DOS REGISTROS UTILIZADOS PELOS ALUNOS NAS APLICAÇÕES

Os resultados que anteriormente pudemos observar sobre o uso dos registros de porcentagem pelos alunos apresentaram-se, segundo Bardin (1977), de uma certa forma, um pouco "brutos", necessitando que eles se tornem ainda mais significativos, por isso, refletiremos sobre eles (BARDIN, 1977, p. 101). Retratamos o terceiro momento da análise de conteúdo para Bardin (1977) a interpretação inferencial. Tratamos dos resultados sobre os registros utilizados pelos alunos do 8º ano do ensino fundamental em cada tarefa resolvida e elaborada de acordo com suas respectivas aplicações.

Observamos a tabela a seguir com alguns resultados dos registros usados na aplicação 1. Uma síntese para melhor exploração dos dados obtidos.

Tabela 2 – Resultados dos registros usados na aplicação 1

	RNS	*RQD*	*RQF*	*RPr*	*RGe*	*RTa*	*RGr*	*RDi*
Tarefa 1.1	X	X		X				X
Tarefa 2.1	X							X
Tarefa 3.1	X			X				
Tarefa 4.1								
Tarefa 5.1	X							X

Fonte: Autora (2013).

Com esta explanação averiguamos um maior índice no uso do registro numérico simbólico dentre as variadas tarefas propostas. Talvez porque este traduz a forte ideia de que porcentagem seria o símbolo "%" e só. O *RDi* aparece na sequência de uso, porém destacamos que os registros discursivos obtidos nas tarefas foram breves, ou seja, registros de palavras apenas, ou, de pequenas frases. O *RPr* é o terceiro na posição dos mais usados. Frequentemente ele é utilizado sozinho, sem coordenação com os demais.

A utilização do *RQD* ocorreu apenas uma tarefa e sobre os demais registros que não foram usados, pensamos que os alunos não os utilizaram por, talvez, acreditarem que porcentagem não se representa nestas formas de registros. Que a porcentagem é apenas registro de símbolo "%" e cálculo de regra de três com a ideia do registro proporcional.

Na tabela a seguir os registros que os alunos mais utilizaram nas resoluções e elaborações dos problemas de porcentagem da aplicação 2.

Tabela 3 – Resultados dos registros usados na aplicação 2

	RNS	*RQD*	*RQF*	*RPr*	*RGe*	*RTa*	*RGr*	*RDi*
Tarefa 1.2	X		X	X				X
Tarefa 2.2	X							X
Tarefa 3.2	X	X						
Tarefa 4.2	X			X				
Tarefa 5.2	X			X				X

Fonte: Autora (2013).

Percebemos que o *RNS,* registro mais utilizado, apareceu em 100% dos tratamentos, ou conversões, desta aplicação. Empatados com 60% de uso estão os *RPr* e *RDi*, evidenciando a ideia do cálculo para representar matemática e da língua por uma palavra, ou, frase apenas. Como se por si só estes bastassem para compreender matemática, sem contar que não houve coordenação entre eles no momento da resposta, o que não garante trânsito entre ao menos dois registros, havendo possibilidades de não congruência nestas resoluções de porcentagem.

Precisamos entender melhor a expressão "não garante trânsito". Por isso verificaremos a produção das respostas dos alunos, no momento em que fazem os registros das resoluções deste tipo de problema. Para isso entrevistamos a dupla H que "explicou" como produziu a tarefa 4.2, onde evidenciamos várias dificuldades dos alunos, podendo até caracterizar momentos de obstáculos epistemológicos, como Brousseau (1996) se refere. A tarefa poderá ser consultada na figura 17. A entrevista transcrita na íntegra foi realizada na semana seguinte da aplicação em horário extraclasse dos alunos.

- *Bom aqui a gente fez como a professora explicou pra gente tipo, de quinhentos e cinquenta e oito que era a quantidade de alunos e quarenta e cinco por cento que seria a porcentagem a gente queria saber quantos alunos estudavam na escola aí a gente fez aquele x que a professora ensinou, multiplicou, dividimos por quarenta e cinco depois e o resultado foi mil duzentos e quarenta de alunos e a pergunta b seria de quantas meninas tem nessa escola que a gente só de mil duzentos e quarenta, a gente diminuiu quinhentos e cinquenta e oito e sobrou seiscentos e oitenta e cinco.*

A solução final da dupla H na figura 17 está correta. Os alunos desenvolveram a tarefa solicitada. Porém, ao verificarmos suas "explicações", de como chegaram nesta forma de registrar, é que chegamos a conclusão de que não garante trânsito.

Os alunos relatam que solucionaram a questão fazendo como a professora explicou, desta maneira seguem uma algoritmização. Eles não apreenderam a noção do que é a porcentagem, realizam o cálculo pelo cálculo. Por que é assim que viram fazer, e deve ser assim que devem fazer. Surge aí um provável obstáculo, pois, os alunos não criam, nem solucionam por suas compreensões os problemas triparticionados. Partem sempre do algoritmo do professor. Notamos ainda, a ideia do "x" na fala da dupla. Coloca *aquele x*, pois, a professora ensinou, mas não têm noção de sua real representação. Em seguida os alunos afirmam que fizeram uma divisão, conseguindo o resultado de uma alternativa. E, para a outra é só diminuir. Neste momento observamos que os alunos erram ao falar o resultado do número de meninas. Na figura 17 a escrita está correta, mas, a fala não acompanhou este resultado chegando em *685*. Possivelmente isso pode ter sido um momento de distração da dupla na parte final da entrevista.

Consideramos então que os alunos reproduziram o ensino sobre regra de três da professora para representar o registro de suas aprendizagens, não considerando outras formas de registrar e solucionar a questão, não garantindo assim o trânsito destes registros utilizados.

Na tabela 3 apontamos os *RQD* e *RQF* aparecendo empatados em 20% de uso. Já os registros *RGe*, *RTa* e *RGr* parecem não existir para tratamentos e conversões matemáticas, ao menos no que tange o "mundo" matemático dos alunos deste 8º ano. Em nenhum momento há presença, ou, coordenação, de algum destes registros, um fato preocupante, pois são de suma importância para o desenvolvimento do pensamento matemático como um todo.

Por vezes, perguntamo-nos: será que estes alunos possuíram em algum momento acesso a todos estes registros? Ou, ao menos há algum deles? Como seguem os PCNs, as orientações são para que eles tivessem acesso desde o 6º ano, antiga 5ª série, retomando no 7º ano. Os livros didáticos também trazem estas abordagens de registros nestes anos citados. Mas, então porque o aluno não utiliza destes registros no estudo de porcentagem? Pensamos como hipóteses, primeiro: os alunos podem não ter tido estas orientações, mesmo constando nos PCNs e livros didáticos. Segundo: porque os professores podem não ter clareza destes importantes acessos. E, terceiro: os alunos podem ter tido sim estes acessos nos anos anteriores, que podem ter sido trabalhados de forma que não houvesse coordenação entre outros registros a estes, nem mesmo possibilitando que estes registros dessem acesso ao objeto em estudo no momento.

A partir destas reflexões, voltamos a Bardin (1977), quando cita que a análise de conteúdo varia entre dois polos, o da objetividade e o da subjetividade. Neste último se enquadraria estas recentes reflexões.

Na tabela a seguir apresentamos os registros mais usados para a elaboração e resolução dos problemas de porcentagem da aplicação 3.

Tabela 4 – Resultados dos registros usados na aplicação 3

	RNS	*RQD*	*RQF*	*RPr*	*RGe*	*RTa*	*RGr*	*RDi*
Tarefa 1.3	X	X		X				X
Tarefa 2.3				X				X
Tarefa 3.3	X			X				X
Tarefa 4.3	X		X	X				X
Tarefa			X	X				X

5.3								

Fonte: Autora (2013).

Com estes resultados observamos que os registros mais usados em todas as tarefas foram o *RPr* e o *RDi*, o que pode transparecer que os alunos estão “presos” aos cálculos algoritmos como formas de representar seus objetos matemáticos, bem como, algumas palavras que “codifiquem” sua resposta, mas que talvez não representem o objeto em estudo.

Em seguida houve uma utilização do registro numérico simbólico em três tarefas. Em duas houve uso do *RQF*, seguido do aparecimento em apenas uma do *RQD*. Os demais registros, como, *RGe*, *RTa* e *RGr* mais uma vez não apareceram nas formas de tratamento ou conversões. Isto evidencia a falta de coordenação entre registros na maioria das respostas para compreender o objeto em estudo, como Duval (2012c) já comentou.

Lembramos que os demais registros variados, que por vezes aparecem em uma única tarefa, não são de coordenações feitas pela mesma dupla que tratou, ou, converteu esta tarefa. Mas, sim, o resultado dos registros que foram usados pelas diversas duplas em cada tarefa.

Para contrastarmos o resultado das análises que acabamos de realizar sobre a coordenação de registros que a maioria dos alunos não realizou, apresentamos a seguir a maneira que a dupla C pensou para registrar a tarefa 4.3 apresentada na figura 23. Entrevistamos um dos alunos desta dupla[35], para entendermos melhor suas formas de registrar esta questão. A entrevista ocorreu na semana seguinte da aplicação em período extraclasse dos alunos. Realizamos a gravação em áudio e a transcrevemos a seguir:

- Tarefa 4.3 – O aluno começa dizendo: “*Na atividade quatro é o seguinte: o gráfico de setores mostra o resultado de uma eleição na qual concorreram os candidatos A e B, o número total de votos válidos foi de doze mil responda: quantos votos teve o candidato A? Na resposta eu coloquei três mil votos porque no gráfico mostra que ele recebeu um quarto dos votos e doze divido por quatro é igual três então eu botei três mil de doze mil ou um quarto de doze mil; Na b perguntava qual foi a*

[35] Não entrevistamos os dois alunos da dupla, pois no dia da entrevista um deles faltou.

porcentagem de votos dados ao B. Bem o gráfico, ele, tinha ¼ sobra ¾ ou seja era dividido por quatro como ¼ ou três mil votos de doze mil foram dados ao candidato A eu coloquei assim que ele recebeu setenta e cinco por cento dos votos.

Notamos que esta dupla consegue coordenar entre ao menos dois registros, quando tem a noção de que o 100% é o 12.000 votos. Isso observou-se em sua fala e na forma discursiva do registro que apresentamos na figura 23. Observamos também a ideia quociente presente nesta produção do aluno quando ele divide por quatro a figura total, ou, os 12.000. Podemos arriscar ainda, a presença também das ideias parte-todo e proporcional. Por ora, em sua linguagem natural, e também na forma discursiva, apresenta a relação com o registro racional fracionário, quando utiliza que o ¼ é 3.000. Motivados por esta reflexão, e sobre as demais questões que esta dupla apresentou pensamos que provavelmente esta dupla realizou coordenação entre dois registros, ou mais. Desta forma podendo ter ocorrido aprendizagem matemática segundo Duval (2004a), compreendendo as noções de porcentagem, logo, conseguindo resolver o problema na forma triparticionada.

Para a última aplicação das tarefas apresentamos os seguintes resultados dos registros utilizados pelos alunos:

Tabela 5 – Resultados dos registros usados na aplicação 4

	RNS	*RQD*	*RQF*	*RPr*	*RGe*	*RTa*	*RGr*	*RDi*
Tarefa 1.4	X	X		X				X
Tarefa 2.4	X			X				X
Tarefa 3.4		X		X				X
Tarefa 4.4	X							X
Tarefa 5.4	X			X				X

Fonte: Autora (2013).

Os resultados desta última aplicação em relação aos registros demonstram uma forte presença do *RDi*. Este registro muitas vezes esteve apresentado por uma ou duas palavras apenas, sem abrir condições de uma análise mais profunda, embora tenha aparecido em todas as tarefas seguido por um empate de uso dos registros *RNS* e *RPr*. Com a presença frequente destes podemos dizer que os discentes tratam a porcentagem na sua maioria como símbolo, ou, regra de três apenas, para ser representadas.

O registro *RQD* esteve presente em duas tarefas distintas. Os demais não foram usados pelos alunos nas tarefas propostas. Embora tenhamos buscado a junção da conceituação da porcentagem, bem como dos registros, por entender que elas não são disjuntas, os educandos ainda buscam formas individuais de representar e registrar, sem a presença dos gráficos, tabelas, figuras geométricas ou icônicas, registros de grande valia social e educacional.

Em suma, podemos considerar que os alunos apresentaram na maioria das tarefas nas formas de resolver ou elaborar apenas um registro. Destacamos que usaram diferentes tipos como *RDi*, *RNS*, *RPr,* mas, usando um de cada vez em suas tarefas. Não realizaram coordenação entre vários, ou, ao menos dois registros, para que aconteça aprendizagem matemática, segundo Duval. Logo, é provável que os alunos deste 8º ano do ensino fundamental não compreendam o conteúdo de porcentagem conceitualmente. Pois, para Duval (1993) “A compreensão (integral) de um conteúdo conceitual repousa sobre a coordenação de ao menos dois registros de representação [...]” (DUVAL, 1993, p.51).

CONSIDERAÇÕES E PERSPECTIVAS

Neste estudo investigou-se a compreensão sobre porcentagem dos alunos do 8º ano do ensino fundamental de uma escola pública municipal quando da resolução de problemas triparticionados. E, também, a elaboração de problemas produzidos pelos mesmos alunos sobre este conteúdo. A motivação para esta pesquisa surgiu da constatação prática, desta professora investigadora, das dificuldades encontradas pelos alunos em estabelecer relações da noção de porcentagem na elaboração e resolução de problemas desta estrutura. Este cenário, muitas vezes, impossibilita a aprendizagem matemática.

Para a pesquisa, pensamos sobre os problemas triparticionados e sua relação ao fenômeno da congruência semântica, fator que se destaca na teoria dos registros de representações semióticas de Raymond Duval. Ou ainda, pela não congruência, fato que Duval afirma ser influenciador das dificuldades dos alunos ao acesso da aprendizagem matemática. Essa teoria foi base de toda evolução deste trabalho, tanto para as categorias elaboradas, quanto para análise das repostas dos alunos nos registros da porcentagem.

As categorias surgiram pelo fato de que o estudo de porcentagem pode ser representado por diversas formas. Adotamos *tabela, gráfica, geométrica, icônica e discursiva* por entendermos que abrangem todas as demais, e suas formas não são disjuntas. Nesta perspectiva, elaboramos uma categoria específica que tratou dos registros semióticos envolvidos pela noção de porcentagem, com base em Duval (2004b). Os registros foram categorizados como: *Registro Numérico Simbólico – RNS, Registro Racional Decimal – RQD*, *Registro Racional Fracionário – RQF, Registro Proporção – RPr, Registro Geométrico – RGe, Registro de Tabela – RTa, Registro Gráfico – RGr* e *Registro Discursivo – RDi,* os quais serviram de apoio na análise das respostas dos alunos quando elaboraram e resolveram os problemas de porcentagem.

Para a noção de problema, buscamos apoio em Ponte (2005), que chama este tipo de atividade de tarefa. E, em Bardin (1977) para fundamentar as análises. Segundo Bardin (1977) a análise de conteúdo é dividida em três fases. Tivemos três momentos em nossa análise: a pré-análise, caracterizando as análises dos documentos como PCNs, NCTM, Livros Didáticos, também a revisão da literatura, as categorias de análise e as possíveis respostas dos alunos quando fossem resolver ou elaborar os problemas; a descrição analítica, onde analisamos as respostas dos alunos tendo em vista o referencial teórico; e a interpretação inferencial na qual refletimos intensamente sobre os registros utilizados nas resoluções e elaborações, bem como a falta de trânsito entre eles.

Quanto a produção das tarefas, elas foram elaboradas abordando a forma categorizada, citada anteriormente. Foram quatro aplicações desenvolvidas com os alunos. Em cada uma delas havia quatro tarefas de resolução e uma de elaboração. Os problemas triparticionados deram ênfase as formas de porcentagem. Estas versões podem ser consultadas nos anexos.

Além disso, analisamos as orientações dos PCNs, NCTM e Livros Didáticos referentes a porcentagem. Uma das orientações que o NCTM (2008) trata é do princípio - currículo - abordado por este documento como fundamental. Em nossa pesquisa evidenciamos a dificuldade dos alunos em relembrar as ideias, ou, formas de porcentagem, presentes nos currículos dos anos anteriores. Notamos que a orientação está apenas documentada, ou seja, não é validada na prática com ações e reflexões de suas formas de aplicação.

O NCTM também trouxe várias informações relevantes para nos orientar sobre ensino e aprendizagem da porcentagem. Por exemplo: de que os professores precisam ter cautela ao escolher as tarefas de resolução dos problemas. Os alunos podem, e, devem ter acesso a resolução, bem como a elaboração de problemas, e que o trabalho concomitante poderá proporcionar melhores compreensões do objeto em estudo. Outro ponto marcante é o trabalho efetivo dos números racionais, abrangendo decimais, porcentagem e fracionários desde o pré-escolar, com ênfase do 6º ao 8º ano, e não simplesmente um momento para relembrar este objeto.

Na análise dos PCNs tivemos a nítida impressão de que as orientações existentes são de grande valia para o ensino e aprendizagem da matemática como um todo, desde que fossem colocadas em prática. Neste documento oficial fica claro o incentivo para o estudo de problemas ou de situação-problema vinculadas ao ensino dos números racionais, bem como nas suas respectivas e diversas representações - decimal, fracionária e percentual – que na prática, também não acontece. Outro ponto crucial, que não pode ser esquecido, é a importância das ideias da porcentagem, trazidas pelos PCNs como significados, para a compreensão do objeto matemático: razão, relação parte/todo, quociente e operador. Para nossa pesquisa validamos outras ideias já citadas pela categoria.

Com relação aos resultados dos livros didáticos, nota-se que o tema porcentagem tem ênfase nas 5ª e 6ª séries e é esquecido nas séries seguintes. Aqui também se incluem os PCNs, pois, a porcentagem no quarto ciclo tem caráter recordatório, ou, faz parte de outros objetos de estudo. As porcentagens são abordadas na maioria dos livros didáticos sem interesse de conectar um registro a outro.

Nos livros das duas séries finais do ensino fundamental, o objeto desta pesquisa aparece em situações mediadas por gráficos, juros, tratamentos da informação, somente com interesse vinculado a estes assuntos, brevemente trabalhados, não realizando processos cognitivos com problemas.

As atividades nos livros, em sua maioria, seguem um tipo de algoritmização, um ensino hermético no sentido dado por Moretti e Thiel (2012). Mesmo tratando de registros diferentes, as atividades não são propostas procurando a articulação entre registros que pressupõe idas e vindas aos registros tratados: as variações, em um registro, devem ser seguidas das variações correspondentes no outro registro.

As questões são propostas sem seguir um grau de dificuldade (muitas vezes esses graus são equivalentes aos de congruência semântica). Ponte (2005) também sugere este grau de dificuldade aos problemas. O autor comenta que isto se torna desafiador ao aluno. Desta maneira, as atividades contidas nos livros se apresentam “soltas”, ou seja, sem conexões nas formas de representar o mesmo objeto. Não há trânsito nos registros solicitados, apoiando-nos na teoria de Duval, assim não podendo haver aprendizagem, compreensão matemática. Quanto aos problemas na estrutura triparticionada, eles estão lá, simplesmente impressos em alguns livros didáticos. Os alunos têm dificuldades em resolvê-los e o professor, por vezes, poderá deixar de escolhê-los como atividade, por acreditar que os alunos “não consigam resolvê-los”.

Analisamos também os trabalhos baseados na perspectiva R. Duval vinculados à porcentagem, ou, ainda, com uma ideia geral dos números racionais para que aprimorássemos nossa investigação. A maioria das pesquisas revisadas apresentou em seus resultados percentuais altos em relação a não utilização de vários registros sobre o objeto que se estudou. Os alunos focaram o uso de normalmente um. Pesquisas apontaram que professores também não compreendem os registros de representações dos seus respectivos objetos realizando suas distinções. Outros apresentaram algumas significações para o sentido de porcentagem, porém, deixando clara a necessidade de compreender-se melhor sobre a resolução de problemas.

Neste momento voltemos ao problema desta pesquisa: Quais compreensões de porcentagem os alunos do 8º ano do ensino fundamental de escola pública municipal têm, ao resolver problemas triparticionados? O apresentamos novamente, por pensarmos que a resposta foi possivelmente alcançada (acreditamos que nosso trabalho não se finda com estes resultados). Conseguimos compreender que os alunos do 8º ano do ensino fundamental, desta escola pública municipal, da cidade de Sombrio, no estado de Santa Catarina, não detêm as noções básicas de porcentagem. Possuem acentuadas dificuldades para resolver e elaborar problemas triparticionados envolvidos por porcentagem, relacionada a uma ausência de coordenação entre registros, envolvidos pelo fenômeno da congruência semântica do qual Duval (2004b) apresentou. A maioria dos alunos não reconheceu o objeto de estudo nas suas diversas formas de representar. Logo, como Duval (2012b) afirma, não poderá haver aprendizagem matemática sem distinguir o objeto de sua representação, e, ainda, reconhecer e transitar entre sua diversidade de representações.

Nas respostas dos alunos, tanto na resolução, quanto na elaboração dos problemas de porcentagem, estiveram ausentes em grande parte das duplas e trio as "idas e vindas" na estrutura da tarefa. Ou seja: a estrutura dos problemas triparticionados que pretendia "forçar" o trânsito entre registros, tornou-se um fator de não congruência evidente, porém, necessária à vivência para aprendizagens. Necessidades, muitas vezes básicas, para realizar o tratamento e até mesmo conversões nas tarefas. Estas operações semióticas apareceram poucas vezes de forma clara nas respostas dos alunos. Podemos dizer ainda, que a operação de tratamento foi a que se fez mais presente, pois para Duval (2004a) para haver a operação de conversão não basta passar de um registro para outro. É preciso saber coordenar entre ao menos dois registros semióticos diferentes e reconhecê-los dentro do mesmo objeto de estudo matemático, o que pode não ter ocorrido.

Destacamos que, nos momentos que houve retornos dos alunos nas estruturas das tarefas buscando uma coordenação entre registros, estes permaneciam normalmente enfatizados pelos *RPr* ou *RNS*. O que até pode evidenciar trânsito, porém, bastante restrito se olharmos a gama de registros que poderiam ser aplicados nas tarefas. Neste ponto, podemos dizer que isto caracterizou um obstáculo epistemológico (BROUSSEAU, 1996). Pois, os alunos apresentaram restrições em suas respostas a um ou dois registros na maioria dos casos. Talvez, por não conhecer novas formas, ou ainda não terem tido acesso a outros que não fossem os que seguem uma algoritmização, na ideia de regra de três.

É importante ressaltar que alguns alunos nem ao menos realizaram as tarefas aplicadas. Simplesmente as deixaram em branco, argumentando que não sabiam desenvolvê-las, ou, as realizando, mas com elaboração bastante "pobre", o que de certa forma dificultou uma análise mais profunda. A maioria das elaborações se apresentou em forma de perguntas breves, o que não caracteriza, propriamente, um problema. Também nestas elaborações estavam presentes apenas parte da informação da questão e não a questão como um todo. Por exemplo, quando uma tarefa para elaboração continha em sua estrutura de corpo alternativa: *a*, *b*, *c* e *d*, o problema, ou a pergunta, enunciado ou cabeçalho não estavam normalmente envolvendo todas, somente uma destas, de forma breve, sem as noções percentuais, empobrecidas em sua forma elaborada.

As entrevistas dos alunos como estudo de caso se mostraram importantes para conhecermos suas formas de registrar e as estratégias utilizadas. Reconhecemos em suas falas um possível trânsito entre registros que não esteve claro em suas escritas. Observamos em algumas duplas que houve compreensão das noções de porcentagem quando resolveram problemas tripartícionados. E, ainda, que a algoritmização pode configurar-se como um obstáculo epistemológico para as aprendizagens da matemática.

Neste momento nos perguntamos: Mas estes alunos, que são do 8º ano do ensino fundamental, já não perpassaram por este conteúdo nos anos anteriores, 6º e 7º anos, como orientam o PCNs e também como seguem as propostas nos livros didáticos? A resposta é sim, perpassaram, porém, de que forma? Acessando a diversidade dos registros e representações? Coordenando retornos das partições entre eles? Tudo isso é necessário para que enfim os alunos tenham uma semiose com noesis, uma representação da porcentagem com noção do conceito. Isto pode caracterizar uma das razões que motiva Duval (2012b) a afirmar que não existe noesis sem semiose.

Concordamos com o autor, pois, isto se confirma nos resultados apresentados por nossa pesquisa. Não há noção conceitual do objeto de estudo sem reconhecimento de sua representação. Bem como, a coordenação entre os registros sem compreender o seu objeto e diferenciá-lo de sua representação, para que enfim ocorram as variações de representação de registros para a aprendizagem matemática na porcentagem. Logo, se a maioria dos alunos deste 8º ano do ensino fundamental de escola pública não detém compreensões das ideias da porcentagem em suas diversas formas de representá-la, segundo Duval, eles não aprendem sobre o objeto. Não coordenam registros, pois não diferenciam a representação do objeto de estudo.

Esperamos que este trabalho possa ter contribuído para percebermos quais compreensões os alunos do 8º ano do ensino fundamental têm sobre a porcentagem quando resolvem problemas do tipo triparticionado. E, que de alguma forma, possa ajudar professores a entender melhor a complexidade do estudo de porcentagem e alguns fatores que contribuem para o insucesso dos alunos na aprendizagem matemática.

Sabemos que nosso trabalho não finaliza com esta dissertação, por isso, apresentamos em nossas considerações finais algumas perspectivas para outros estudos, ou, prosseguimento deste.

Entendemos que os documentos analisados, como NCTM, PCNs, Livros Didáticos foram de grande valia para guiar e firmar questões deste estudo. Pensamos que a Proposta Curricular de Santa Catarina poderá ser um novo norteador de encontros sobre orientações que podemos ter quando do ensino e aprendizagem da porcentagem. E, porque não para sabermos como abordam este estudo no Ensino Médio?

Para um novo e grande desafio, também lançamos que se investigue a estrutura e elaboração dos problemas triparticionados nas provas do ENEM, onde estão frequentemente presentes. Pesquisando sobre as dificuldades dos alunos em resolver estas questões e a relação destes alunos com a compreensão da porcentagem, em função de que existe um baixo índice de acertos no ENEM neste tipo de problema.

Contudo, temos perspectivas de aprofundar as análises de questões relacionadas a não congruência semântica. Investigar se existe uma hierarquia de dificuldades ao tipo de registro utilizado na aprendizagem da porcentagem. Um descortinar que se inicia para futuras investigações.

REFERÊNCIAS

AGUIAR, Maria Cecília Antunes de. A formação dos conceitos de fração e de proporcionalidade a partir da teoria Piagetiana. **Periódicos Eletrônicos em Psicologia,** Brasília, v.3 n.2, p. 86-97, 1983. Disponível em: http://pepsic.bvsalud.org/scielo.php. Acesso em: 20 jun. 2012

ARTIGUE, Micheli. Engenharia Didática. Recherches em didactique des mathématiques. In: BRUN, J. **Didática das Matemáticas**. Lisboa: Horizontes Pedagógicos, 1996.

AUSUBEL, D. **O processo de conhecimento e a formação de conceitos espontâneos e científicos.** Disponível em: www.virtual.udesc.br. Acesso em: 16 jun.2009.

BARDIN, Laurence. **Análise de conteúdo.** Tradução de Luís Antero Reto e Augusto Pinheiro. Lisboa: Edições 70, 1977.

BIFFI, Darcy. D. L. **O conceito de frações através do estudo de registros de representação.** 2001. 179 p. Dissertação (Curso de Mestrado Interinstitucional) – Universidade Federal de Santa Catarina/ Universidade do Planalto Catarinense, Lages, 2001. Disponível em: http://repositorio.ufsc.br. Acesso em: 31 ago. 2012.

BOGDAN, R.; BIKLEN, S. **Investigação qualitativa em educação:** Uma introdução à teoria e aos métodos. Tradução de Maria João Alvarez, Sara Bahia dos Santos e Telmo Mourinho Batista. Portugal: Porto, 1994.

BRANDT, Célia Finck. **Contribuições dos registros de representação semiótica na conceituação do sistema de numeração.** 2005. 244 p. Tese (Curso de Doutorado) – Universidade Federal de Santa Catarina, Florianópolis, 2005. Disponível em: http://ppgect.ufsc.br/files/2012/03/Tese1.pdf. Acesso em: 14 mai. 2012.

BRASIL, Secretaria de Educação Fundamental. **Parâmetros Curriculares Nacionais:** Matemática (5ª a 8ª séries). Brasília: MEC/SEF, 1998.

BRASIL, Secretaria de Educação Fundamental. **Parâmetros Curriculares Nacionais:** Matemática (1ª a 4 ª séries. Brasília: MEC/SEF, 2001.

BROUSSEAU, Guy. Fundamentos e Métodos da didática da matemática. Recherches em didactique des mathématiques. In: BRUN, J. **Didática das Matemáticas**. Lisboa: Horizontes Pedagógicos, 1996.

BUEHRING, Roberta Schnorr**. Análise de dados no início da escolaridade: uma realização de ensino por meio dos registros de representação semiótica.** 2006. p.134. Dissertação (Curso de mestrado) – Universidade Federal de Santa Catarina, Florianópolis, 2006. Disponível em: http://ppgect.ufsc.br/. Acesso em: 03 mar. 2013.

CAMPOS, Tânia Maria M.; SILVA, M. C. L. D.; SILVA, M. J. F. D.; JAHN, A. P. **Lógica das equivalências.** Disponível em: mhttp://www.ufrrj.br/emanped/paginas/conteudo_producoes/docs_22/logica_equivalencias.pdf. Acesso em: 30 jun 2012.

CAVALCANTI, E. M. S.; GUIMARÃES, G. L. **Diferentes significados de fração: análise de livros didáticos das séries iniciais**. Disponível em: http://www.ufpe.br/ce/images/Graduacao_pedagogia/pdf/2007.2/diferentes%20significados%20de%20frao.pdf. Acesso em: 30 jun 2012.

COLOMBO, Janecler Aparecida Amorin. **Representações semióticas no ensino:** contribuições para reflexões acerca dos currículos de matemática escolar. 2008. p. 253. Tese (Curso de Doutorado) – Universidade Federal de Santa Catarina, Florianópolis, 2008.

__________.; FLORES, Cláudia Regina; MORETTI, Méricles Thadeu. Registros de representação semiótica nas pesquisas brasileiras em Educação Matemática: pontuando tendências. **Zetetiké**, v.16, p. 41- 72, 2008. Disponível em: http://www.fae.unicamp.br/revista/index.php/zetetike. Acesso em: 17 jul. 2012.

COSTA, Maria João Batalha Reis Vieira da. **A noção de percentagem no 2º ciclo do ensino básico:** uma experiência de ensino. 2010. p. 162. Dissertação (Curso Mestrado) – Universidade de Lisboa/Instituto de Educação, Lisboa, 2010.

DANTE, Luiz Roberto. **Tudo é matemática.** Matemática – Ensino Fundamental 7ª série. São Paulo: Ática, 2004.

DELIZOICOV, Demétrio. Pesquisa em Ensino de Ciências como Ciências Humanas aplicadas. **Cad. Bras. Ens. Fís.** v. 21: p. 145-175, ago.2004. Disponível em: http://www.diaadiaeducacao.pr.gov.br/diaadia/diaadia/arquivos/File/conteudos/artigosteses/Ciencias/artigos/delizoicov.pdf. Acesso em: 17 abr 2012.

DEWEY, John. **Democracia e Educação:** Introdução à filosofia da educação. Tradução de Godofredo Rangel e Anísio Teixeira. São Paulo: Companhia Editora Nacional, 1959.

DUVAL, Raymond. Registre de représentation sémiotique et fonctionnnement cognitif de La pensée. **Annales de Didactique et de Sciences Cognitives.** p. 37- 64. Strasbourg: IREM – ULP, 1993.

_______. Registros de representação Semiótica e Funcionamento Cognitivo da compreensão em matemática. In: MACHADO, S.D.A (org). Aprendizagem em matemática. Cap.1, p. 11 – 34, 2003.

_______. **Semiosis y pensamiento humano. Registros semióticos y aprendizajes intelectuales.** Tradução de Myriam Vega Restrepo. Colômbia: Universidad Del Valle, 2004a.

_______. **Los problemas fundamentales em El aprendizaje de las matemáticas y las formas superiores del desarrollo cognitivo.** Tradução de Myriam Vega Restrepo. Colômbia: Universidad Del Valle, 2004b.

_______. **Ver e Ensinar a Matemática de outra forma.** Entrar no modo matemático de pensar: os registros de representações semióticas. Organização de Tânia M. M. Campos.Tradução de Marlene Alves Dias. São Paulo: Proem, 2011.

_______. Diferenças semânticas e coerência matemática: introdução os problemas de congruência. Tradução de Méricles Thadeu Moretti. **Revemat:** R. Eletr. de Edu. Matem. Florianópolis, v. 07, n. 1, p.97-117, 2012a.

_______ . Registros de representação semiótica e funcionamento cognitivo do pensamento. Tradução de Méricles Thadeu Moretti. **Revemat:** R. Eletr. de Edu. Matem. Florianópolis, v. 07, n. 2, p.266-297, 2012b.

________. Abordagem cognitiva de problemas de geometria em termos de congruência. Tradução de Méricles Thadeu Moretti. **Revemat:** R. Eletr. de Edu. Matem. Florianópolis, v. 07, n. 1, p.118-138, 2012c.

FREIRE, Paulo. **Educação como prática da liberdade.** Rio de Janeiro: Paz e Terra, 2001.

________. **Pedagogia do Oprimido.** Rio de Janeiro: Paz e Terra, 2006.

________. **A importância do ato de ler:** em três artigos que se completam. São Paulo: Cortez, 1989.

GUABIRABA, S. C. D. S.; SANTOS, R. P. D. **Sobre a formação do conceito de fração numa perspectiva histórico – crítica do ponto de vista psicogenético Piagetiano**, 2000. Disponível em: http://www.fisicainteressante.com/files/artigoperfil_conceitual_de_fracao.pdf. Acesso em; 01 jul 2012.

GEHLEN, Simone Tormohlen. **A função do problema no processo ensino – aprendizagem de ciências:** contribuições de Freire e Vygotsky. 2009. p. 254. Tese (Curso de Doutorado) – Universidade Federal de Santa Catarina, Florianópolis, 2009.
Disponível em: http://www.tede.ufsc.br/teses/PECT0106-T.pdf. Acesso em: 31 mar.2012.

GOMES, R.Q.G. **Saberes docentes de professores dos anos iniciais sobre frações**. 2010.p.112. Dissertação (Mestrado em Ensino de matemática) – Universidade Federal do Rio de Janeiro, Rio de Janeiro, 2010.

GRANGER, G. G. **Langages et épistémologie**. Paris: Éditions Klincksieck, 1979.

GUELLI, O. **Matemática:** uma aventura do pensamento - 7 ª série. São Paulo: Ática, 1999.

LOPES, A. R. C. Bachelard: o filósofo da desilusão. **Cad.Cat.Ens.Fis**, v.13, n3: p.248-273, dez.1996.

______________. A concepção de fenômeno no Ensino de Química brasileiro através dos livros didáticos. **Química Nova.** São Paulo, v. 17, n. 4, 1994. p. 338-41.

LUCENA, A. M. A metacognição no livro didático de matemática: Um olhar sobre os números racionais. 2013. 152 p. Dissertação (Mestrado em Ensino das Ciências) – Universidade Federal Rural de Pernambuco, Pernambuco, 2013.

MALASPINA, Maria da Conceição de Oliveira. **O início do ensino de Fração: uma intervenção com alunos de 2ª série do Ensino Fundamental.** 2007. 184 p. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática) – Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, São Paulo, 2007.

MARANDINO, Martha. Transposição ou recontextualização? Sobre a produção de saberes na educação em museus de ciências. **Revista Brasileira de Educação.** Rio de Janeiro, vol.26, p.94-108, 2004.

MOREIRA, Antonio Flávio Barbosa; KRAMER, Sonia. **Contemporaneidade, educação e tecnologia. Educ. Soc. Campinas**, vol.28, n.100, p.1037-1057, out. 2007. Disponível em: http://www.cedes.unicamp.br**.** Acesso em 29 mai. 2012.

__________. Estudos de currículo no Brasil: abordagens históricas. In: PACHECO, Z. A.; MORGADO, J. C. &VIAYIA, I. C.n (orgs) **Políticas curriculares: caminhos da flexibilização e integração.** Atas do IV Colóquio sobre questões curriculares. Centro de investigação sobre Educação. Universidade do Minho, 2002.

MORETTI, Méricles Thadeu. O papel dos registros de representação na aprendizagem matemática. **Contrapontos**, vol.2, n.6 p. 343-362, set./dez. 2002.

MORETTI, Méricles T.; THIEL, Afrânio A. O ensino de matemática hermético: um olhar crítico a partir dos registros de representação semiótica. **Práxis Educativa**, Ponta Grossa, v. 7, n. 2, p. 379-396, jul./dez. 2012a.

_________, Méricles T. A regra dos sinais para a multiplicação: ponto de encontro com a noção de congruência semântica e o princípio de extensão em matemática. **Bolema**, Rio Claro, v. 26, n. 42B, p. 691-714, abr. 2012b.

NCTM - National Council of Teachers of Mathematics. **Princípios e Normas para a Matemática Escolar**. Tradução: Magda Melo. Lisboa: Associação de Professores de Matemática, 2008.

NEHRING, Cátia Maria. **Compreensão de Texto:** Enunciados de problemas multiplicativos elementares de combinatória. 2001. p. 224 Tese (Curso de Doutorado) – Universidade Federal de Santa Catarina, Florianópolis, 2001.

NUNES, Terezina; BRYANT, Peter. **Crianças fazendo matemática.** Tradução de Sandra Costa. Porto Alegre: Artes Médicas, 1997.

_______. et al. The effect of situations on children's understanding of fractions. Trabalho apresentado à British Society for Research on the learning of Mathematics, Oxford, June, 2003.

NUNES, T. et al. Educação matemática: números e operações numéricas. São Paulo: Cortez, 2005.

OKUMA, Érika K.; ARDENGHI M. J. Ensino e aprendizagem de fração: um estudo comparativo e uma intervenção didática. **Revista Cientifica do Unisalesiano.**, São Paulo, a.2 n.3, p. 81-94, 2011.

PIATTELLI-PALMARINI, M. **Teorias da Linguagem, Teorias da Aprendizagem:** O debate entre Jean Piaget e Noam Chomsky. Tradução de Álvaro Cabral. São Paulo: Cultrix, 1983.

PONTE, J. P. **Gestão curricular em matemática.** In GTI (Ed.), O professor e o desenvolvimento curricular. p. 11-34. Lisboa: APM, 2005. Disponível em: www.educ.fc.ul.pt. Acesso em: 15 nov.2012.

REIS, Melisse Maria Valim. Estudo de um Caso de Implantação da Metodologia de Resolução de Problemas no Ensino Médio. **Bolema**, Rio Claro (SP), v. 28, p.113 -138, 2007. Disponível em:

http://www.periodicos.rc.biblioteca.unesp.br/index.php/bolema. Acesso em: 05 mar.2013.

RIBEIRO, C.; SOUZA. C. H. M. D. **O conceito no número racional em alunos do 6º ano do Ensino Fundamental,** 2009**.** Disponível em http://www.interscienceplace.org/interscienceplace/issue/view/9. Acesso em: 30 jun 2012.

RIBEIRO, J. S. **Matemática do Ensino Fundamental:** Projeto Radix - Raiz do conhecimento. São Paulo: Scipione, 2009.

ROMANATTO, Mauro Carlos. **Número racional: relações necessárias à sua compreensão.** 1997. p. 169. Tese (Curso de Doutorado) - Universidade Estadual de Campinas. São Paulo, 1997.

SADIN ESTEBAN, Maria Paz. **Pesquisa qualitativa em educação:** Fundamentos e Tradições. Tradução de Miguel Cabrera. Porto Alegre: AMGH, 2010.

SILVA, Fernanda Andrea Fernandes. **Significados e representações dos números racionais abordados no exame nacional do ensino médio – ENEM.** 2013.p. 151. Dissertação (Mestrado em Ensino das Ciências) – Universidade Federal Rural de Pernambuco. Recife, 2013.

SOARES, Maria Arlita da Silveira. **Os números racionais e os registros de representação semiótica: análise de planejamentos das séries finais do ensino fundamental.** 2007. p.131. Dissertação (Curso de Mestrado) – Universidade do Noroeste do Estado do Rio Grande do Sul. Ijuí, 2007. Disponível em: http://bibliodigital.unijui.edu.br. Acesso em: 20 nov.2012.

VALERA, Alcir. R. **Uso social e escolar dos números racionais:** representação fracionária e decimal. Marília: 2003,164 p. Dissertação (Mestrado em Educação) - Faculdade de Filosofia e Ciência, Marília. Disponível em: http://www.acervodigital.unesp.br. Acesso em: 18 set.2012.

VILLANI, Alberto., PACCA, J.; FREITAS, D. **Formação do professor de Ciências no Brasil: tarefa impossível?** In: Ata eletrônica do VII Encontro de Pesquisa em Ensino de Física. Florianópolis, mar. de 2010. Disponível em:

http://www.cienciamao.if.usp.br/dados/epef/formacaodoprofessordecie.trabalho.pdf. Acesso em: 24 abr. 2012.

VIZOLLI, Idemar. **Registro de representação semiótica no estudo de porcentagem.** 2001. p. 184. Dissertação (Curso de Mestrado) – Universidade Federal de Santa Catarina, Florianópolis, 2001.

VIZOLLI, Idemar. **Registros de alunos e professores de educação de jovens e adultos na solução de problemas de proporção-porcentagem.** 2006. p. 245. Tese (Curso de Doutorado) – Universidade Federal do Paraná, Curitiba, 2006.
Disponível em: http://siaibib01.univali.br/pdf/Idemar%20Vizolli.pdf.
Acesso em: 21 set. 2012.

APÊNDICE A – Termo de consentimento livre e esclarecido

UNIVERSIDADE FEDERAL DE SANTA CATARINA
Programa de Pós Graduação em Educação Científica e Tecnológica – PPGCT
Mestrado em Educação Científica e Tecnológica
Termo

Meu nome é Suelen Maggi Scheffer Vieira. Sou mestranda do Programa de Pós-Graduação em Educação Científica e Tecnológica da Universidade Federal de Santa Catarina. Juntamente com meu orientador, Professor Doutor Méricles Thadeu Moretti, estou desenvolvendo a pesquisa: Registros Semióticos em Porcentagem: análise da produção de alunos na resolução de problemas triparticionados. O objetivo dessa pesquisa é desvelar neste trabalho quais compreensões os alunos do 8º ano do ensino fundamental de uma escola pública municipal têm, sobre porcentagem, quando da resolução de problemas triparticionados, aplicando uma sequência de ensino que aborde os números racionais tratando das porcentagens e verificar as suas possíveis contribuições no processo de ensino e aprendizagem.

O princípio teórico metodológico desta pesquisa é de ordem qualitativa, fazendo-se, no entanto, uso da estatística descritiva na elaboração de tabelas, gráficos, percentuais, se necessário. Nesse sentido, os instrumentos de investigação serão:

a) a observação participante na turma do 8º ano;

b) teste sobre os Números Racionais (Porcentagem)

Nós garantimos que as informações fornecidas pelos alunos serão utilizadas apenas nesta pesquisa e que o nome do (a) aluno e da escola serão mantidos no anonimato.

Em caso de alguma dúvida, mesmo após a realização da pesquisa, colocamo-nos à disposição para maiores esclarecimentos através do email suel.ms@hotmail.com ou ainda pelo telefone (48) 99188640.

Assinaturas:

Suelen Maggi Scheffer Vieira:____________________________________

Eu, ___________________________________, fui esclarecido(a) sobre a pesquisa: Registros Semióticos em Porcentagem: Análise da produção de alunos na resolução de problemas triparticionados. Concordo que meu filho(a) participe da sequência de ensino.

Sombrio, ________ de ____de 2013.

Assinatura:__________________________________RG:___________________

APÊNDICE B – Termo de consentimento livre e esclarecido

UNIVERSIDADE FEDERAL DE SANTA CATARINA
Programa de Pós Graduação em Educação
Científica e Tecnológica – PPGCT
Mestrado em Educação Científica e Tecnológica
Termo

Meu nome é Suelen Maggi Scheffer Vieira. Sou mestranda do Programa de Pós-Graduação em Educação Científica e Tecnológica da Universidade Federal de Santa Catarina. Juntamente com meu orientador, Professor Doutor Méricles Thadeu Moretti, estou desenvolvendo a pesquisa: Registros Semióticos em Porcentagem: Análise da produção de alunos na resolução de problemas triparticionados. O objetivo dessa pesquisa é desvelar neste trabalho quais compreensões os alunos do 8º ano do ensino fundamental de uma escola pública municipal têm, sobre porcentagem, quando da resolução de problemas triparticionados, aplicando uma sequência de ensino que aborde os números racionais tratando das porcentagens e verificar as suas possíveis contribuições no processo de ensino e aprendizagem.

O princípio teórico metodológico desta pesquisa é de ordem qualitativa, fazendo-se, no entanto, uso da estatística descritiva na elaboração de tabelas, gráficos, percentuais, se necessário. Nesse sentido, os instrumentos de investigação serão:

a) a observação participante na turma do 8º ano;

b) teste sobre os Números Racionais (Porcentagem)

Nós garantimos que as informações fornecidas pelos alunos serão utilizadas apenas nesta pesquisa e que o nome do (a) aluno e da escola serão mantidos no anonimato.

Em caso de alguma dúvida, mesmo após a realização da pesquisa, colocamo-nos à disposição para maiores esclarecimentos através do email suel.ms@hotmail.com ou ainda pelo telefone (48) 99188640.

Assinaturas:
Suelen Maggi Scheffer Vieira:_______________________________________
A direção/ responsáveis da escola esclarecido (a) sobre a pesquisa: Registros Semióticos em Porcentagem: Análise da produção de alunos na resolução de problemas triparticionados. Concorda que a turma do 8º participe da sequência de ensino.
Sombrio,_________ de ______________________________________de 2013.
Assinatura:__________________________CNPJ:________________________

ANEXO A – Aplicação da tarefa 1

Alunos (as):___________________________________Data:_______
Aplicação 1

Q.1.1 Na tabela apresentada estão indicadas a porcentagem de energia elétrica consumida por alguns aparelhos em uma residência.

Energia Elétrica consumida por aparelho (em %)

Aparelho Elétrico	Porcentagem de consumo
Chuveiro Elétrico	30%
Geladeira	30%
Lâmpadas	15%
Lavadora	5%
Outros	20%

Sabendo que nesta residência o consumo de energia elétrica em um mês foi de R$ 80,00, calcule quantos reais foram gastos com:

- Chuveiro elétrico;
- Lâmpadas

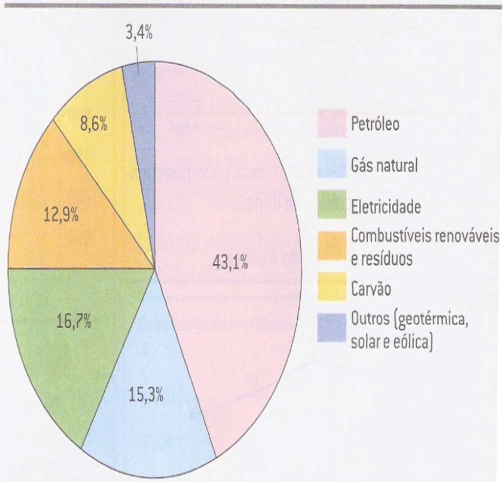
Q.2.1 Análise a situação-problema abaixo:

Quando ligamos um eletrodoméstico ou acendemos o fogo para aquecer um alimento, estamos consumindo energia. Essa energia é obtida de fontes renováveis, como o vento, o Sol e combustíveis renováveis, e de fontes não-renováveis, como o gás natural, o petróleo e os elementos nucleares. Atualmente, existe uma grande preocupação com o esgotamento das fontes de energia não-renováveis, pois o consumo de energia torna-se cada vez maior.

No gráfico abaixo, está representado o consumo mundial de energia no ano de 2008 de acordo com a fonte de energia.

Iara Venanzi/Kino.com.br

Consumo energético mundial em 2008



IEA. *Publications & Papers*. Disponível em: <www.iea.org>. Acesso em: 18 out. 200

Responda, no caderno, às seguintes questões:

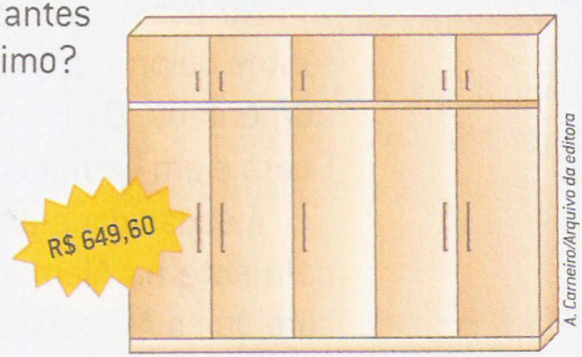
a) Qual é a fonte de energia mais consumida em todo o mundo?

b) Quantos por cento a mais de gás natural são consumidos em relação ao carvão?

c) Juntas, qual é a porcentagem de consumo de energia elétrica e de combustíveis renováveis e res duos?

Q.3.1 Análise a situação-problema abaixo:

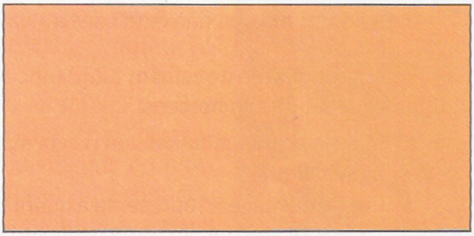
O guarda-roupa do desenho a seguir teve um aumento de 12%. Qual era o preço desse guarda-roupa antes do acréscimo?



Q.4.1 Análise a situação-problema abaixo:

Os retângulos a seguir foram desenhados para representar a superfície do mesmo terreno.

a)



b)

Sabendo que esse terreno tem na realidade 20 m de comprimento e 12 m de largura, responda em seu caderno às questões a seguir.

a) Qual dos retângulos acima é uma representação proporcional do terreno?

b) Qual foi a escala utilizada para fazer essa representação?

Q.5.1 Análise a situação a seguir e elabore um problema envolvendo porcentagem.

Municípios por região no Brasil (2007)

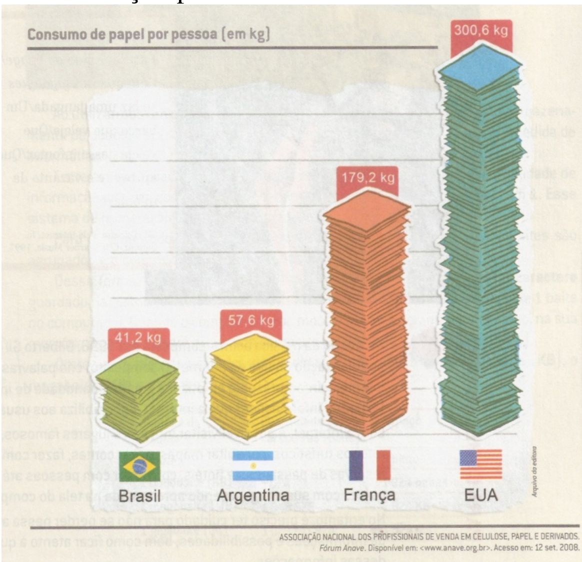
Região	Quantidade de municípios
Norte	449
Nordeste	1 793
Sudeste	1 668
Sul	1 188
Centro-Oeste	466

IBGE. *Brasil em Síntese*. Disponível em: <www.ibge.gov.br>. Acesso em: 3 out. 2008.

ANEXO B – Aplicação da tarefa 2

Alunos (as):___________________________________Data:_______
Aplicação 2

Q.1.2 Análise a situação-problema abaixo:



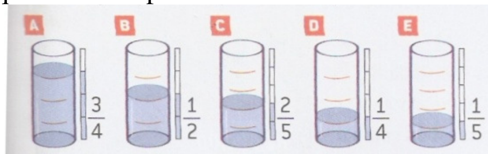
c) O gráfico apresenta a quantidade de consumo de papel por pessoa no ano de 2006 em alguns países. No ano seguinte se o aumento proporcional for de 1% para cada país, de quantos quilos por pessoa seria este aumento?

d) Qual a quantidade de quilos de papel serão consumidos por pessoa na Argentina em 2013, se a probabilidade de aumento seguir a mesma do ano de 2007?

Q.2.2 Em certo dia, uma loja de eletrodomésticos colocou em oferta os produtos a seguir:

Calcule, para cada produto apresentado a porcentagem correspondente ao desconto oferecido. E, diga qual foi o produto que possui maior desconto percentual para compra.

Q.3.2 Os recipientes apresentados a seguir têm a mesma capacidade. Ao lado de cada um está indicado a quantidade de líquido que ele contém e a fração que essa quantidade representa.



a) Escreva as frações em forma de porcentagem.
b) Sabendo que cada recipiente tem capacidade de 20 litros, calcule quantos litros de líquido há em cada um deles.

Q.4.2 Análise a situação-problema abaixo:

Em uma escola estudam 558 meninos. Essa quantidade corresponde a 45% do total de alunos da escola.

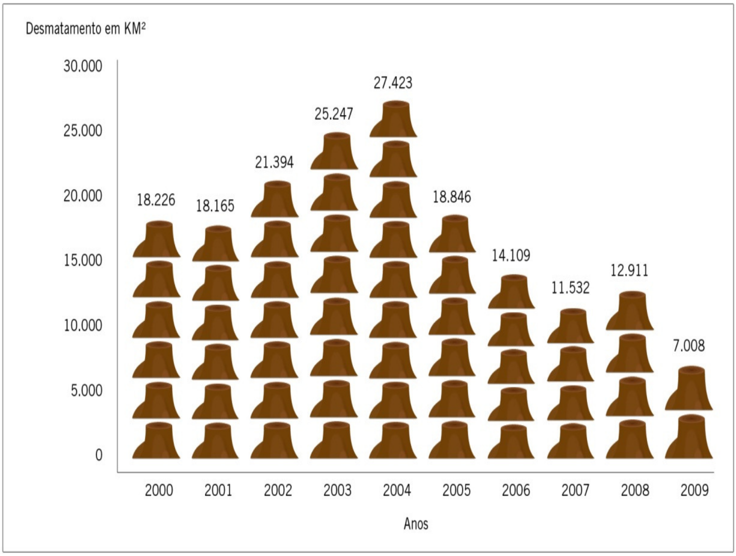
Alunos	Porcentagem
558	45
x	100

a) Quantos alunos estudam nessa escola?

b) Quantas meninas estudam nessa escola?

Q.5.2 Análise a situação a seguir e elabore um problema envolvendo porcentagem.

DESMATAMENTO NA AMAZÔNIA

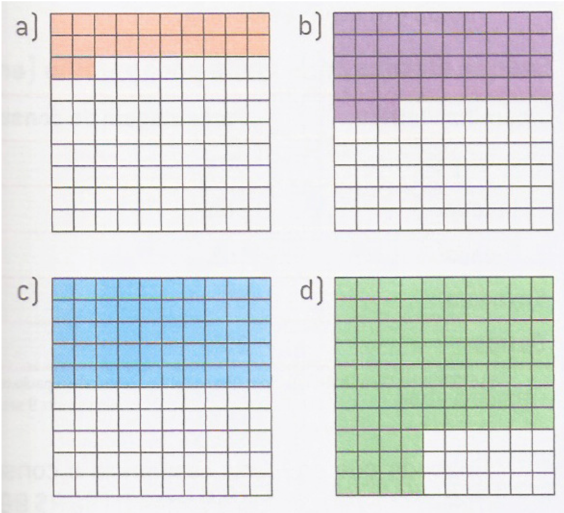


ANEXO C – Aplicação da tarefa 3

Alunos (as):___________________________________Data:_______
Aplicação 3

Q.1.3 Uma indústria produz certo biscoito com a seguinte composição: 71% de carboidratos; 16% de gorduras; 9,8 % de proteínas e 3,2% de outros componentes. Quantos gramas de cada um desses componentes há em um pacote como este abaixo?

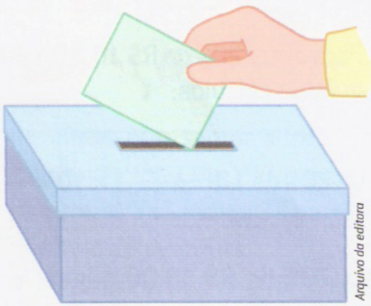
Q.2.3 Represente qual a porcentagem de cada figura da parte não pintada.



Q.3.3 Análise a situação-problema abaixo:

Veja, a seguir, a porcentagem de votos obtidos pelos candidatos a diretor de uma escola.

Candidato	Porcentagem
João	40%
Kátia	34%
Neuza	26%



Arquivo da editora

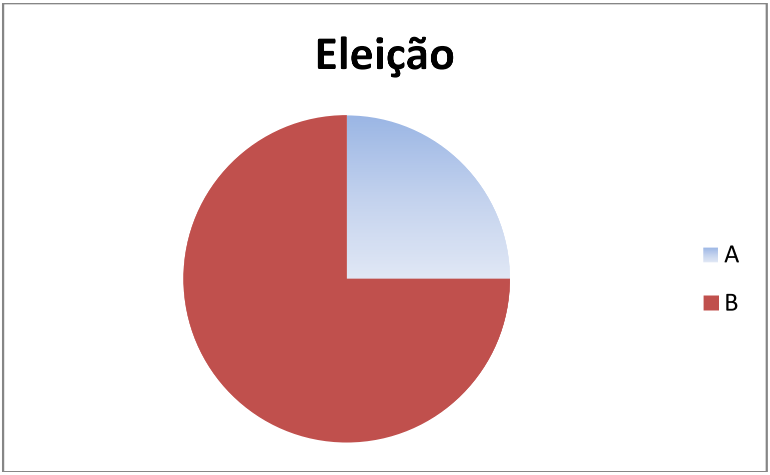
Sabendo que 150 pessoas votaram nessa eleição, calcule quantos votos recebeu:

a) João b) Kátia c) Neuza

Q.4.3 O gráfico de setores mostra o resultado de uma eleição na qual concorreram os candidatos A e B. O número total de votos válidos foi 12.000. Responda:

Quantos votos teve o candidato A?

Qual foi a porcentagem de votos dados a B?


Eleição
A
B

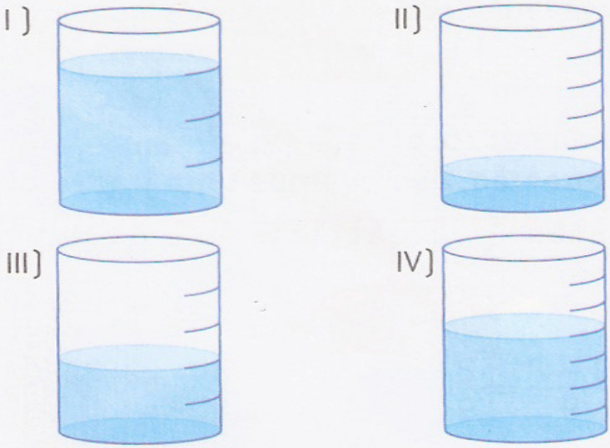
Q.5.3 Análise a situação a seguir e elabore um problema envolvendo porcentagem.

ANEXO D – Aplicação da tarefa 4

Alunos (as):___________________________________Data:_______
Aplicação 4

Q.1.4 Análise a situação-problema e responda:

Os recipientes a seguir têm a mesma capacidade. Cada um deles, porém, está com uma quantidade de líquido.



a) Escreva que porcentagem representa a quantidade de líquido de cada um dos recipientes?
b) Qual é o recipiente que contém a menor quantidade de líquido? Que porcentagem do recipiente representa essa quantidade de líquido?
c) Escreva que porcentagem que representa a quantidade de líquido que falta para encher cada recipiente?

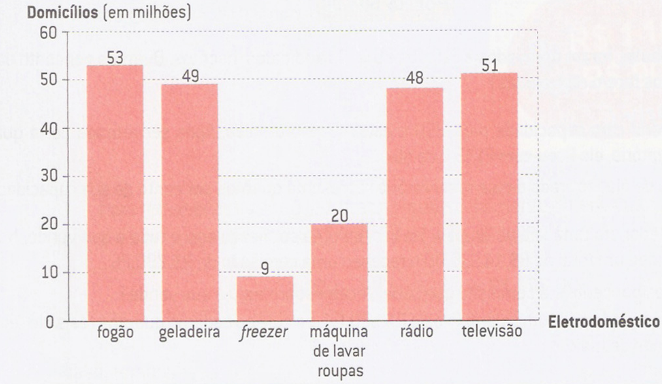
Q.2.4 Análise a situação-problema abaixo:

Maria comprou a máquina fotográfica representada ao lado.
Como Maria pagou à vista, ela recebeu R$ 90,00 de desconto.
Qual foi o desconto, em porcentagem, que Maria recebeu sobre o valor da máquina fotográfica?

Q.3.4 Análise a situação-problema abaixo:

No gráfico está representada a quantidade aproximada de domicílios brasileiros nos quais havia alguns eletrodomésticos em 2006.

Existência de alguns eletrodomésticos



IBGE. *SIDRA*. Disponível em: <www.ibge.gov.br>. Acesso em: 22 ago. 2008.

Segundo o IBGE, em pesquisas realizadas em 2006, no Brasil, existiam cerca de 54,6 milhões de domicílios. De acordo com essa informação e com o gráfico acima, resolva as questões em seu caderno.

a) Em quantos por cento de domicílios, aproximadamente, havia fogão?

b) Qual é o eletrodoméstico que havia em menos domicílios? Em quantos por cento de domicílios, aproximadamente, havia esse eletrodoméstico?

c) Em quantos domicílios, aproximadamente, havia televisão? Qual porcentagem aproximada representa essa quantidade de domicílios?

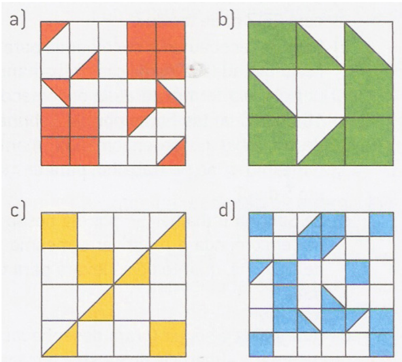
Q.4.4 A maioria dos hospitais brasileiros tem leitos desocupados, ou seja, inativos. Veja na tabela a taxa média de ocupação dos leitos.

Taxa média de ocupação de leitos

Média no Brasil	38%
Hospitais Municipais	40%
Hospitais Federais	23%
Hospitais Estaduais	55%
Públicos Ligados a Faculdades	65%
Nos países desenvolvidos	70%

a) Qual a taxa média de ocupação dos leitos dos hospitais estaduais?
b) Que porcentagem dos leitos de hospitais federais ficam ocupados, em média?
c) Qual a diferença entre a porcentagem média de ocupação de leitos no Brasil e nos países desenvolvidos?
d) Com os dados da tabela podemos analisar e concluir o que sobre as taxas de ocupação de leitos nos hospitais públicos brasileiros?

Q.5.4 Análise a situação a seguir e elabore um problema envolvendo porcentagem.



ANEXO E – Aplicações resolvidas pelos alunos digitalizadas