ELISÂNGELA GUZI DE MORAES

MODELAGEM MATEMÁTICA COMO ESTRATÉGIA DE ENSINO

Trabalho de Graduação apresentado ao
Curso de Matemática,
Centro de Ciências Físicas e Matemáticas,
Universidade Federal de Santa Catarina.
Prof ª. Eliana Farias e Soares

FLORIANÓPOLIS
2000/1

ELISÂNGELA GUZI DE MORAES

MODELAGEM MATEMÁTICA COMO ESTRATÉGIA DE ENSINO

Trabalho de Graduação apresentado ao
Curso de Matemática,
Centro de Ciências Físicas e Matemáticas,
Universidade Federal de Santa Catarina.
Prof ª. Eliana Farias e Soares

FLORIANÓPOLIS
2000/1

Esta Monografia foi julgada adequada como **TRABALHO DE CONCLUSÃO DE CURSO** no curso de Matemática - Habilitação Licenciatura, e aprovada em sua forma final pela Banca Examinadora designada pela Portaria n° 06/SCG/2000.

Carmem Suzane Comitre Gimenez

Prof ª Carmem Suzane Comitre Gimenez
Professora da Disciplina

Banca Examinadora:

Eliane Tavares Soares

Orientador

João Paulo Machado

Antonio Vladimir Martins

ÍNDICE

INTRODUÇÃO

Este trabalho visa divulgar a modelagem matemática como uma técnica para melhorar o ensino de matemática.

A escola, hoje, tem que competir com um mundo de informações, e precisa preparar as pessoas para novas situações e desafios do futuro, precisando portanto ser ágil. A modelagem matemática tem contribuído muito pois, segundo alguns pesquisadores, incentiva a pesquisa e desenvolve a criatividade dos alunos.

Em particular este assunto me fascinou pois, por ser iniciante na docência, senti que precisava de algo diferente, talvez mais moderno e dinâmico.

O primeiro capítulo apresenta a modelagem matemática como estratégia de ensino, o que é modelo, e o que é modelagem matemática, bem como os procedimentos para elaboração de modelos. Procuramos esquematizar os procedimentos de obtenção de modelos e apresentamos um modelo da Dinâmica Populacional de uma Colméia para facilitar a compreensão e aplicabilidade.

No segundo capítulo, detalhou-se o modelo de Construção de uma Maquete, contendo o relato de uma experiência que nos apresenta o modelo na prática.

O terceiro capítulo aborda alguns exemplos de modelos que podem servir de incentivo e também pesquisa àqueles que querem iniciar no caminho da modelagem matemática:

- O modelo de Construção de uma Pipa;
- O modelo de Construção de uma Carroça;
- O modelo de Tratamento de Águas Residuais.

Este trabalho não tem a ambição de explorar tudo o que se pensa sobre modelagem, mas a de dar uma visão geral do trabalho com modelagem, além de evidenciar o papel importantíssimo do professor, o papel dos alunos enquanto cúmplices no processo, e o papel do sistema em abrir espaço para novas experiências.

Observamos que nos últimos anos muito se tem pesquisado e publicado sobre o tema. No final deste trabalho o leitor encontrará uma lista de referências bibliográficas com algumas destas publicações.

Capítulo 1 - MODELAGEM MATEMÁTICA COMO ESTRATÉGIA DE ENSINO

Neste capítulo descreveremos brevemente a Modelagem Matemática como estratégia de ensino. Para escrever este capítulo nos baseamos em [2], [4], [8].

1. MODELOS E MODELAGEM MATEMÁTICA

1.1. O QUE É MODELO MATEMÁTICO ?

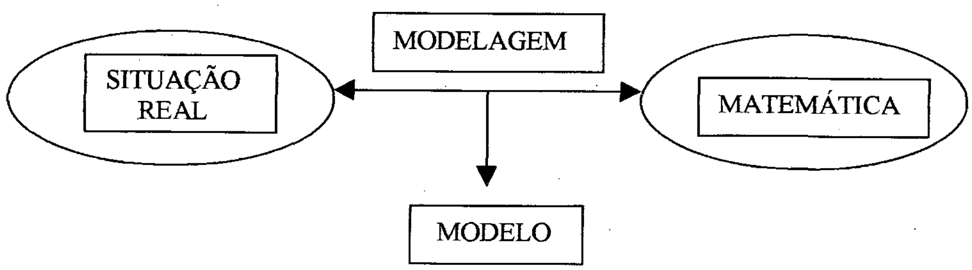
A noção de modelo matemático está presente em quase todas as áreas: Arte, Moda, Arquitetura, História, Economia, Literatura, Matemática. Aliás, a história da ciência é testemunha disso.

Segundo Meyer, [8], há muitas definições de modelo matemático, mas todos identificam modelo como uma descrição de um problema efetivo em termos de elementos do universo matemático, onde sua resolução é estudada e do qual informações relevantes são por assim dizer, trazidas de volta ao problema original. Este processo iterativo, do latim iterare, repetir, caracteriza o trabalho com modelagem matemática - e os próprios modelos.

Para Biembengut, [2], modelo matemático é um conjunto de símbolos e relações matemáticas que procura traduzir, de alguma forma, um fenômeno ou um problema da situação real.

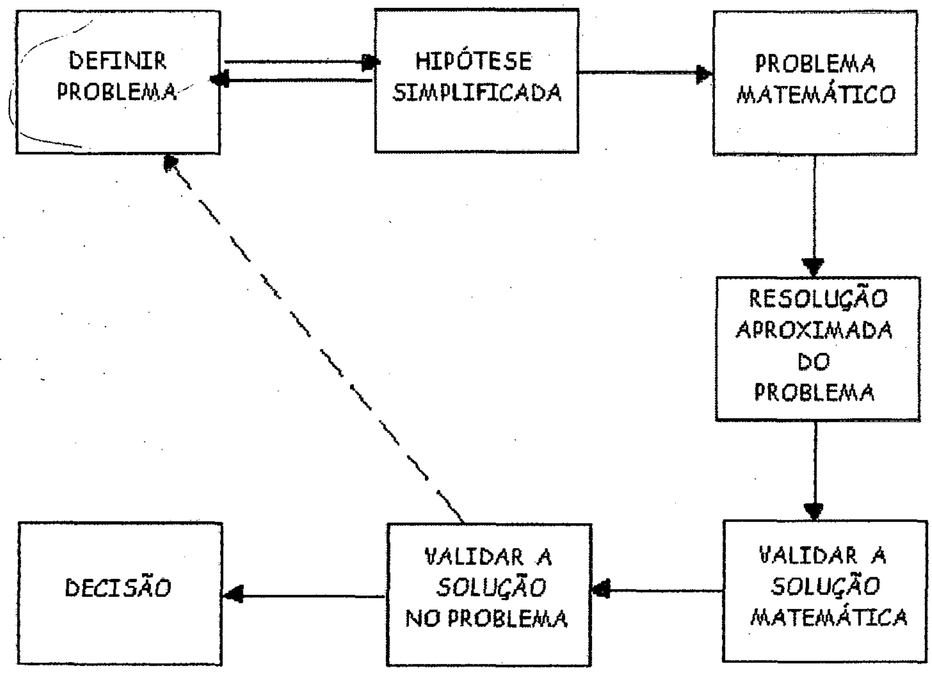
1.2. O QUE É MODELAGEM MATEMÁTICA?

É o processo de construção de um modelo abstrato descritivo de algum sistema concreto; e o processo envolvido na tradução de uma situação problema de qualquer área do conhecimento para uma linguagem matemática. A grosso modo, pode-se dizer que a matemática e a realidade são dois conjuntos disjuntos e a modelagem é um meio de fazê-las interagir:



1.3. Procedimentos para Elaboração de Modelos:

Meyer apresenta o seguinte esquema para a elaboração de um modelo:



Segundo Meyer, [8], a seta pontilhada é fundamental para que se "veja" a dinâmica da modelagem pois, muitas vezes, ao tentarmos validar a solução no âmbito social, isto é , fora do universo da matemática, vemo-nos constrangidos a começar tudo de novo, modificando nossa compreensão do problema original.

Biembengut, [2], agrupa esses procedimentos em três etapas, que ela chama de interação, matematizaçãó, modelo matemático.

1.3.1. – Interação: depois de delinear a situação que se pretende estudar, deve ser feita uma pesquisa sobre o assunto de modo indireto (livros, revistas, internet, etc) ou direto (por meio de entrevistas com especialistas ou experiência em campo, etc).

A situação–problema torna-se cada vez mais clara, à medida que se vai interagindo com os dados.

1.3.2. – Matematização: esta etapa é uma das mais complexas e desafiantes, pois é aqui que se dá a "tradução" da situação-problema para a linguagem matemática. São elementos indispensáveis neste processo: intuição, criatividade e experiência acumulada.

a) Formulação do Problema → Hipótese
O objetivo principal deste momento do processo de modelar é chegar a um conjunto de expressões aritméticas e fórmulas, ou equações, ou gráficos, que levem à solução ou permitam a dedução de uma solução.
Por isso é importante classificar as informações, decidir os fatores a serem perseguidos levantando hipóteses, identificar constantes envolvidas, bem como selecionar variáveis relevantes e, finalmente, descrever essas relações em termos matemáticos.

b) Resolução do Problema em Termos do Modelo
Depois de formulada a situação problema, passa-se à resolução ou análise com o ferramental matemático disponível.
Segundo Meyer, [8], os procedimentos e ferramentas matemáticas não estão definidos a priori, muitas vezes têm que ser apreendidos, compreendidos e testados antes de se poder usá-los efetivamente; além disso, cada resultado tem que ser validado criticamente tanto à luz de conhecimentos matemáticos quanto tendo em vista o problema original.

1.3.3. - Modelo Matemático: para concluir o modelo, torna-se necessário verificar em que nível ele se aproxima da situação problema representada.

- Interpretar o modelo, analisando sua adequabilidade e retornar à situação problema investigada avaliando o quanto relevante é a solução → validação.

Se o modelo não atender às necessidades que o geraram, o processo deve ser retomado na segunda etapa – Matematização – mudando-se ou ajustando hipóteses, variáveis, etc.
Ao concluir um modelo é importante a elaboração de um relatório que registre todo o desenvolvimento, a fim de propiciar seu uso de forma adequada.

1.3.4. UM EXEMPLO DO PROCESSO DE MODELAGEM

Apresentaremos a seguir um modelo sobre "Dinâmica populacional de uma colméia" para facilitar a compreensão do processo de modelagem.
Este texto está dividido de forma a atender o esquema de elaboração de um modelo, com os seguintes passos: definição do problema, hipóteses, modelo, validação.

1.3.4.1. DEFINIÇÃO DO PROBLEMA:

A constituição de uma colméia em condições normais é a seguinte:

- Uma rainha que vive até 5 anos;
- 400 zangões que vivem até 80 dias;
- 60 à 80 mil operárias que vivem entre 38 e 42 dias.

Cabe à rainha o comando da colméia e a reprodução; aos zangões o cruzamento com a rainha, e às operárias cabem a limpeza dos favos (abelha faxineira), a alimentação da rainha e das larvas (nutriz), a feitura do favo, do mel e da geléia real(engenheira), a busca dos componentes para o alimento: água, néctar e pólen (abelha campestre). O número de zangões depende da abundância de alimento: e a longevidade de uma operária depende do clima e do seu período de atividade. Uma colméia em plena produção chega a ter entre 60 à 80 mil operárias.
A capacidade de postura de uma rainha vai até 3.000 ovos por dia. Quando uma rainha diminui a quantidade de ovos, as operárias responsáveis pela manutenção das larvas promovem o desenvolvimento de uma nova rainha. A nova rainha, depois do vôo nupcial em que é fecundada por alguns zangões, cerca de 8 à 10, retorna à colméia e expulsa a velha rainha.
A velha rainha sai e leva consigo, aproximadamente, 10.000 operárias: é o enxame voador. A natureza nos mostra que o enxame voador forma uma nova colméia.

Nestes termos, podemos formular o seguinte problema:
Quanto tempo este enxame voador levará para ter uma colméia em condições normais, ou seja, entre 60 à 80 mil abelhas operárias ?

1.3.4.2. LEVANTAMENTO DE HIPÓTESES:
Faremos algumas hipóteses para simplificar o problema:

- O número inicial de operárias da nova colméia é 10.000 (Considerando que o enxame voador não perde nenhum componente no caminho);
- Postura da rainha: 2.000 ovos ao dia;
- Período entre postura e nascimento: 21 dias.

Vamos considerar duas hipóteses adicionais que nos levarão à dois modelos distintos.

a) HIPÓTESE - 01
- **A longevidade das operárias é de 40 dias e as idades das operárias do enxame voador são equidistribuídas.**

b) HIPÓTESE - 02
- **O número de mortes diárias é proporcional ao número de abelhas presentes.**

1.3.4.3. MODELOS:

Sob a hipótese 1, temos que o número de mortes diárias, nos primeiros 40 dias, é de:

$$\frac{10.000}{40} = 250$$

Seja P(n) a população de abelhas em um dia "n" qualquer, e seja P(0) o número inicial de abelhas da nova colméia, isto é, igual à 10.000.
A partir do primeiro dia, logo que elas se fixarem, já haverá mortes à uma taxa de 250 abelhas ao dia. Assim:

$P(0) = 10.000$
$P(1) = 10.000 - 250 = 9.750$ população de abelhas para o 1° dia.

Podemos generalizar para um dia "n" qualquer, ou seja:

$P(n) = 10.000 - n(250)$ fórmula geral para um dia $n < 21$ (I)

Será que esta afirmação é válida para qualquer n ?
O que acontece se n = 21 dias, quando a partir deste passam a nascer 2.000 abelhas operárias ?
A generalização (I) já não é coerente, pois temos que considerar as que morrem mais as que nascem e portanto a população para o 21° dia será:

$P(21) = 10.000 - 21\ (250) + 2.000 = 10.000 - 5250 + 2.000 = 6.750$

Com o passar dos dias obtemos a seguinte generalização:

$P(n) = 5.000 + (n - 20)1.750$ fórmula geral para um dia $n \geq 21$ (II)

Observamos que a partir do 40° dia termina a população de operárias do enxame voador inicial e as operárias que nasceram no 21° dia estão em sua plena juventude e que portanto, nos próximos 20 dias, não haverá mortes, logo a generalização (II) já não é razoável !

$P(41) = 5.000 + (40 - 20)1.750 + 2.000 = 40.000 + 2.000 = 42.000$

Neste caso, com a variação de dias podemos obter a seguinte generalização:

$P(n) = 2.000(n - 40)$ fórmula geral para um dia n qualquer (III)

A partir do 61° dia passam a morrer as operárias que nasceram a partir do 21° dia enquanto continuam nascendo 2.000, isto é:

$P(60) = 2.000(60) - 40.000 = 80.0000$ a colméia está com a população normalizada

$P(61) = 80.000 - 2.000 + 2.000 = 80.000$

$P(n) = 80.0000$ para $n \geq 60$

Considerando a hipótese 1 temos o seguinte modelo matemático que determina a população de abelhas em um dia n qualquer

$$P(n) = \begin{cases} 10.000 - n(250)\_se\_0 \leq n \leq 20dias \\ 5.000 + (n-20)1.750\_se\_21 \leq n \leq 40dias \\ 2.000(n-40)\_se\_41 \leq n < 60dias \\ 80.000\_se\_n \geq 60dias \end{cases}$$

Logo, uma nova colméia, segundo este modelo, atinge sua plena produção (60 à 80 mil abelhas) em 60 dias.

Sob a 2ª hipótese, vamos supor que a constante de proporcionalidade seja 0,025

Seja P(n) a população de abelhas em um dia "n" qualquer, e seja P(0) o número inicial de abelhas da nova colméia, isto é, igual à 10.000.

P(0) = 10.000

P(1) = 0,975 x 10.000 = 0,975 x P(0) Total de abelhas sobreviventes no 1º dia

O que acontece com o passar dos dias?

$$P(n) = (0{,}975)^n x P(0)$$

Podemos generalizar este resultado para um dia "n" qualquer. Chamamos de generalização (I)

Será que esta generalização é coerente com a realidade?

O que acontece se n = 21 dias, quando a partir deste passam a nascer 2.000 abelhas operárias ?

$$P(20) = (0{,}975)^{20} x 10.000 = 0{,}6026 x 10.000 = 6.026$$

$$P(21) = (P(20) + 2.000) x 0{,}975 = 7.826$$

O que acontece com o passar dos dias?

Podemos obter uma nova generalização para um dia "n" qualquer. Chamamos de generalização (II)

$$P(n) = P(20) x (0{,}975)^{n-20} + 2.000(0{,}975^{n-20} + 0{,}975^{n-21} + \ldots + 0{,}975)$$

Vamos somar os (n - 20) elementos:

$$S_{n-20} = 0{,}975^{n-20} + \ldots + 0{,}975$$

$$S_{n-20} = 0{,}975 \frac{(1 - 0{,}975^{n-20})}{1 - 0{,}975}$$

$$S_{n-20} = \frac{975}{25}(1 - 0{,}975^{n-20})$$

$$S_{n-20} = 39(1 - 0{,}975^{n-20})$$

Considerando a hipótese 2 temos o seguinte modelo matemático que determina a *população de abelhas em um dia n qualquer*

$$P(n) = \begin{cases} (0{,}975)^n x10.000\_se\_n \leq 20dias \\ 6.026x(0{,}975)^{n-20} + 2.000x39(1 - 0{,}975^{n-20})\_se\_n > 20dias \end{cases}$$

Para responder à pergunta inicial, P(n) $\geq$ 60.000

$$P(n) = P(20)x(0{,}975)^{n-20} + 2000x39(1 - 0{,}975^{n-20}) \geq 60.000$$

$$(0{,}975)^{n-20}\left[6.026 - 78.000\right] + 78.000 \geq 60.000$$
$$(0{,}975)^{n-20}\left[6.026 - 78.000\right] \geq -18.000$$
$$(0{,}975)^{n-20} \leq \frac{-18.000}{-71.974}$$
$$0{,}975^n.\frac{1}{0{,}975^{20}} \leq 0{,}25$$
$$0{,}975^n \leq 0{,}1506 \Rightarrow n \geq 74{,}7557$$

Observe que com passar do tempo a população se estabilizará em 78.000. Já que

$$\lim_{n\to\infty} P(n) = \lim_{n\to\infty} \lim[6.026(0{,}975)^{n-20} + 2.000x3039(1 - 0{,}975^{n-20})] =$$
$$6.026\lim_{n\to\infty}(0{,}975)^{n-20} + 78.000\lim_{n\to\infty}(1 - 0{,}975^{n-20}) =$$
$$6.026x0 + 78.000x1 = 78.000$$

1.3.4.4. VALIDAÇÃO:

Para concluir o modelo é necessário interpretá-lo, analisando em que nível ele se aproxima da situação problema representada.

Obtiveram-se duas respostas, qual delas é mais coerente ?

Este modelo têm a finalidade de exemplificar os procedimentos necessários para obtenção de modelos, por isso esta análise não é relevante no momento.

OBSERVAÇÃO: Com o modelo descrito acima, pode-se estudar os conceitos de: seqüências, progressões: aritmética e geométrica e através de uma análise gráfica os conceitos de trigonometria e geometria analítica.

2. MODELAGEM MATEMÁTICA COMO ESTRATÉGIA DE ENSINO

2.1. Porque Modelagem Matemática no Ensino

O entusiasmo do aluno-descobridor, a criatividade do aluno-sujeito construtor de conceitos e a flexibilidade crítica na avaliação do trabalho desenvolvido são três características destacadas entre diversas outras para indicar o que se pretende ao defender o uso de modelos matemáticos em processos de ensino aprendizagem.
A modelagem fornece elementos para que os alunos desenvolvam suas potencialidades, proporcionando-lhe capacidade de pensar crítica e independentemente, uma vez que lhes é dada a oportunidade de estudarem situações-problema, através de pesquisa, desenvolvendo seu interesse e aguçando seu senso crítico.
Além disso, a contextualização cultural e histórica da matemática a faz especialmente mais rica e atraente, quando os alunos podem vê-la não como uma região estanque de conhecimentos, mas como uma ferramenta eficiente e direta em todas as áreas.

2.2. Implementação da Modelagem Matemática

a) Diagnóstico: para iniciar os trabalhos com modelagem deve-se primeiramente diagnosticar em que nível a turma se encontra, ou seja o quanto de matemática os alunos aprenderam. Deste diagnóstico depende também a continuidade dos trabalhos, pois conforme o nível se pode ter mais ou menos temas, ou ainda maior ou menor precisão do modelo.

b) Papel do Professor: o papel do professor, no método da modelagem, assume características diferentes do papel do professor na forma tradicional; nessa proposta o professor tem o papel de mediador da relação ensino-aprendizagem, isto é orientador do trabalho, tirando dúvidas, colocando novos pontos de vista com relação ao problema tratado e outros aspectos que permitam ao aluno pensar criticamente sobre o assunto.

c) Conteúdo Programático: Nos cursos com um programa pré-determinado, o grande desafio é compatibilizar os conteúdos previstos e o conteúdo possível ao se trabalhar com a modelagem matemática.
Essa dificuldade faz com que alguns autores sugiram algumas variantes, que não abandonam totalmente a idéia da modelagem, mas a adaptam à situação.

Biembengut, [2], chama de Modelação Matemática seu método para adaptar a essência da modelagem à exigência do programa a ser cumprido. Ela utiliza um único tema para desenvolver todo o programa.

Mas ela mesma aponta para a possibilidade de se utilizar um modelo matemático para desenvolver cada tópico do programa. Além disso alerta que se a opção for a escolha de um único tema, este deve ser abrangente o suficiente e ao mesmo tempo interessante para que os alunos continuem motivados.

Burak, [4], sugere até que possa-se desenvolver primeiro os conteúdos e depois a parte prática da modelagem, idéia que a nosso ver, se desvia bastante do espírito da modelagem matemática.

Em [4], Burak observa que uma opção seria a de trabalhar parte da carga horária da disciplina de matemática com o tema sugerido pelos alunos e o professor usar o tempo restante para tratar dos conteúdos não contemplados no tema desenvolvido.

Outro ponto a ser considerado, no trabalho com modelagem, é relativo à seqüência dos conteúdos. Diferentemente da forma tradicional, na modelagem não existe uma seqüência rígida, pois os conteúdos são determinados pelo problema ou interesse de cada grupo. Vale destacar também que a modelagem propicia a oportunidade de um mesmo conteúdo repetir-se várias vezes no transcorrer das atividades e em momentos distintos, o que permite a compreensão das idéias fundamentais e ainda contribui para a percepção da importância da matemática no cotidiano.

Biembengut, [2], chama atenção ao risco de fragmentação dos conteúdos aprendidos, principalmente se houverem muitos temas diferentes. Por isso há necessidade de se fazer exposições com apresentação dos trabalhos para os demais colegas. E muitas vezes o professor deve interferir no decorrer do desenvolvimento do trabalho e relacionar os conteúdos com a prática desenvolvida, citando alguns exemplos, ou ainda propondo exercícios de fixação.

d) Escolha do Tema: O professor deve ser flexível, para que os alunos participem da escolha adequada do tema(modelo) e assim sintam-se co-responsáveis pelo aprendizado e andamento dos trabalhos e para que se fortaleçam as relações de amizade e confiança entre alunos/professor.

e) Levantamento de Questões e Formulação da Questão Norteadora: Nesta etapa é muito importante classificar as informações relevantes e identificar fatos envolvidos, levantando hipóteses. É fundamental que se apresente a importância dos conteúdos matemáticos como "ferramenta" para solucionar as questões. Em algumas situações pode-se pedir aos alunos que façam uma pesquisa sobre o assunto.

Segundo Burak, [4] um aspecto importante é a possibilidade de interdisciplinaridade que surge quando os alunos vão fazer pesquisa.

g) Avaliação: deve se dar de forma qualitativa, já que se está aproximando a realidade, tratamos em modelagem de precisão maior ou menor.

É importante destacar o que nos coloca Burak, [4], sobre a avaliação: o caráter punitivo da avaliação tradicional contribui muito sobre a atitude negativa dos alunos com relação à matemática, como por exemplo, o conformismo e aceitação de regras e macetes para agilizar as respostas corretas, sem que se percorra o caminho do raciocínio e estratégia de resolução e se entenda realmente o que se está fazendo.

Capítulo 2 - MODELO DA CONSTRUÇÃO DE UMA MAQUETE

Neste capítulo vamos abordar um modelo de construção de uma maquete que é apresentado em [2], com algumas contribuições particulares. Este texto será apresentado de maneira mais esquematizada e detalhada, a fim de facilitar a compreensão. Está dividido em três etapas:

1.1. Construção da Planta Baixa, Planta de Corte Lateral da Maquete e Fachada Frontal;
1.2. Construção da Maquete;
1.3. Construção do Telhado.

Algumas etapas envolvem conceitos muito mais elaborados que outras e portanto uma atividade pode demorar mais e outra menos. Apesar das etapas estarem numa certa ordem não há necessidade de finalizar uma etapa para então começar outra. O professor deve resolver quais atividades desenvolver e quanto de cada tópico explorar conforme o nível de desempenho da turma.

Não pretendemos esgotar todas as atividades possíveis nem toda a matemática envolvida nesta prática, apenas queremos exemplificar como a modelagem pode ser útil no ensino de matemática.

No final deste capítulo, vamos apresentar o modelo na prática, isto é ,o relato de uma experiência na qual o produto final foi mais que uma maquete, uma casa de verdade.

1. MODELO DA CONSTRUÇÃO DE UMA MAQUETE

1.1. 1ª Etapa: Construção da planta baixa.

Nessa primeira etapa será discutida a forma de representar no plano os cômodos de uma casa.

SUGESTÃO DE ATIVIDADE: Como primeira atividade sugerimos que se peça aos alunos para desenharem no papel um campo de futebol. Este desenho é a representação plana do campo. Como ajuda pode-se sugerir que eles imaginem o campo visto de cima. Esta sugestão está de acordo com uma orientação geral que achamos deve ser seguida que é a de partir de situações que fazem parte do cotidiano do aluno. Observe que, nas transmissões dos jogos pela TV, as câmeras mostram o campo, e até o estádio visto de cima. Também nos games há uma opção *over head* que dá a visão de cima do campo onde os jogadores são representados por pontos coloridos, o campo é um retângulo(para futebol, pois tem quadras de baseball em que o campo é parecido com um losango). A partir daí passar para o desenho de outros tipos de quadras esportivas, de piscinas, canteiros e quadras da escola, etc.

MATEMÁTICA ENVOLVIDA: Nesta etapa podem ser introduzidas as figuras geométricas planas mais simples: quadrado, retângulo, triângulo e círculo, sem entretanto explorar muito suas propriedades.

*****

SUGESTÃO DE ATIVIDADE: Procurar e recortar em revistas especializadas (ou internet) outras representações planas de casas, escolas, escritórios, etc. Verificar se aparecem figuras diferentes das já estudadas. Fazer uma tabela (talvez no computador) contendo a figura e número de lados.

MATEMÁTICA ENVOLVIDA: Classificação mais apurada das figuras: número de lados, ângulos internos. Introdução do conceito de retas paralelas, perpendiculares e ângulo reto, sendo que nesta etapa só se faz distinção entre ângulo reto e não reto, mas não se aprofunda no conceito de ângulo. Aparecem aí as outras figuras planas: paralelogramo, trapézio, polígonos regulares.

*****

SUGESTÃO DE ATIVIDADE: Uma vez entendido como se representam os cômodos de uma casa, passa-se à pergunta de como fazer os tamanhos dos diversos cômodos de modo a se ter na maquete uma representação adequada da casa. Essa discussão pode começar com a comparação dos diversos cômodos em termos de qual é maior, comparação dos lados de cada cômodo. Isto nos leva primeiro à necessidade de medir comprimentos. Sugerimos então que se peça aos alunos para medir os lados da sala de aula usando como unidades as mãos, dedos, pés, etc. Eles podem fazer uma tabela (talvez no computador) constando o que foi medido, a medida e a unidade utilizada. Podem então comparar as diversas tabelas, verificando que há diferenças e explicando porque. Surge então a necessidade de se ter uma unidade padrão.

MATEMÁTICA ENVOLVIDA: Primeiras noções de medidas

*****

SUGESTÃO DE ATIVIDADE: Medir os lados da sala de aula, agora usando o metro e seus múltiplos e submúltiplos. Medir quantos metros, centímetros, etc, têm as unidades anteriormente usadas. Fazer algumas estimativas antes. Fazer novas tabelas. Pesquisar em revistas (ou internet), referências às medidas de comprimento no sistema métrico e outros sistemas. Recortar (ou desenhar) placas de sinalização de trânsito (distâncias e velocidade máxima).

MATEMÁTICA ENVOLVIDA: Sistema métrico de medidas lineares. Transformação de unidades. Representação decimal de números racionais. Operações com números decimais.

*****

SUGESTÃO DE ATIVIDADE: De posse das medidas lineares dos cômodos da casa, tentar fazer o desenho. Como fazer um desenho tão grande ?
Propor ampliações (reduções) de desenhos usando papel quadriculado. Observar mapas do mundo, do Brasil. Como é que o mundo cabe num mapa?
Fazer então a planta baixa usando uma escala escolhida de acordo com o tamanho desejado da maquete.

MATEMÁTICA ENVOLVIDA: Proporção e escalas.

*****

SUGESTÃO DE ATIVIDADE: De posse da planta baixa da sala de aula, por exemplo, agora já com a escala definida, colocam-se as seguintes perguntas: se quisermos representar as carteiras existentes como se faz ? E se quisermos comprar carteiras novas, de medidas conhecidas, quantas dessas carteiras caberão na sala ? Dada a planta de uma sala, como calcular o número de tacos ou cerâmicas necessários para o assoalho ? Como comparar o tamanho de dois cômodos ?
Para estudar estas questões, sugerimos que se faça o desenho da planta baixa da sala (ou maquete) num papel quadriculado para se chegar a uma medida do tamanho dos cômodos a partir do número de quadradinhos contidos em cada um. Fazer a seguinte observação: se multiplicarmos o número de quadradinhos da largura pelo número de quadradinhos do comprimento, obtém-se a mesma resposta só que mais rapidamente.
Caso a sala de aula seja revestida de piso, pode-se contar quantos foram necessários. Observar que para uma casa revestida com cerâmica pode-se usar o número de cerâmicas para expressar o tamanho de um cômodo. Chamar a atenção para a possibilidade de se ter cerâmicas de tamanhos diferentes em cômodos diferentes.

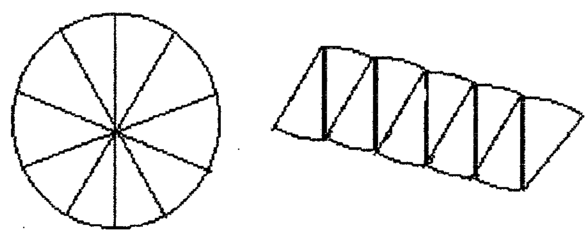
MATEMÁTICA ENVOLVIDA: Conceito de Área - Primeira noção.

SUGESTÃO DE ATIVIDADE: Medir agora a área da sala de aula e de outras superfícies retangulares usando o sistema métrico. Usar os submúltiplos do metro. Comparar as medidas reais de área com as da maquete.

MATEMÁTICA ENVOLVIDA: Sistema métrico - medida de área. Área do retângulo. Multiplicação de decimais.
Relação entre a notação para medidas de área e a de potências.

*****

SUGESTÃO DE ATIVIDADE: Para podermos representar outras formas de pisos e outras formas de cômodos, (por exemplo redondos) pode-se fazer polígonos regulares (mais simples) em papel cartão e com auxilio de régua e esquadro, quadricular uma das faces. Através de recortes pode-se calcular a área do paralelogramo, do triângulo e a área de outros polígonos regulares.
Outra sugestão para se obter que a área do círculo é igual ao raio vezes a metade do comprimento da circunferência, é dividir a circunferência em setores, em seguida recortá-los e uni-los formando um paralelogramo aproximado de base aproximadamente igual à metade do comprimento da circunferência e altura aproximadamente igual ao raio.
Observar que quanto maior o número de setores melhor será a aproximação.



$$\frac{2\pi r}{2} \bullet r \rightarrow base(comprimento\_circunferência/2)\_x\_altua(raio) \Rightarrow \pi r^2$$

MATEMÁTICA ENVOLVIDA: Cálculo de áreas de figuras planas: paralelogramo, círculo e polígonos regulares

*****

SUGESTÃO DE ATIVIDADE: Para podermos representar a altura da casa, o que pode ser importante, caso esta tenha mais de um andar ou mesmo um porão, precisamos de um outro tipo de planta baixa, que denomina-se Planta de Corte Lateral.
A planta de corte lateral contém a altura das paredes, altura do telhado e algum desnível no telhado, caso exista.
Para obtermos um projeto completo precisamos ainda da planta de Corte Frontal ou Fachada que é a vista principal da nossa casa, isto é, como imaginamos que ela vai ficar.

MATEMÁTICA ENVOLVIDA: Esta atividade tem uma finalidade mais lúdica; visa desenvolver a criatividade e incentivar a pesquisa.

*****

SUGESTÃO DE ATIVIDADE: Para encerrar esta etapa e como forma de avaliação dos conceitos desenvolvidos, fazer uma ampliação da planta baixa completa que desenvolveram (usando cartolina, isopor, etc) que será utilizada como material para base da construção da maquete.

MATEMÁTICA ENVOLVIDA: Revisão dos conceitos envolvidos nas atividades anteriores.

*****

1.2. 2ª Etapa: Construção da Maquete.
Nesta segunda etapa construiremos uma maquete do projeto que os alunos desenvolveram e formalizaram na planta baixa.

SUGESTÃO DE ATIVIDADE Como fazer as paredes?
Uma alternativa muito instrutiva é a de se construir tijolinhos de cartolina (prisma retangular), ou utilizar caixas de fósforo, para então assentar as paredes.
Observar que estes tijolos possuem três dimensões: comprimento, largura e altura. Qual a melhor posição em que os tijolos devem ser assentados para ocupar menos espaço, proporcionar maior economia de material e segurança na sustentação da construção ?
Notar que as paredes foram representadas na planta baixa por segmentos de reta e não foi considerada a espessura do tijolo na medida dos cômodos.
Nesta atividade podemos planificar algumas caixas de papelão (prismas retangulares).
MATEMÁTICA ENVOLVIDA: Sólidos geométricos: prisma retangular

*****

SUGESTÃO DE ATIVIDADE: Utilizando a planta de corte lateral, calcular a área da parede, observando que deve-se descontar janela e porta.
Calcular também a área da face que interessa do tijolinho e com estes resultados obter a quantidade de material, no caso tijolos, necessários.

MATEMÁTICA ENVOLVIDA: Revisão do cálculo de áreas, transformação de unidades, operação com decimais.

*****

SUGESTÃO DE ATIVIDADE: A fim de estimular a criatividade e motivar os alunos, pode-se sugerir que façam revestimentos (azulejos, pisos) de cartolina para decoração.

MATEMÁTICA ENVOLVIDA: Isometria e mosaicos.

*****

1.3. 3ª Etapa: Construção do Telhado.
Nesta etapa será discutido a construção do telhado, como montar esta estrutura que envolve triângulos.

SUGESTÃO DE ATIVIDADE: Utilizando canudinhos de plástico colorido, unir suas pontas de modo a fazer um triângulo qualquer, um retângulo, um quadrado, e outros. Mostrar que o triângulo é a figura mais rígida , e que ao puxar as pontas este não deforma. Por isso os telhados e outras estruturas (a ponte Hercílio Luz) são triangulares.
Pode-se propor aos alunos que façam o desenho de um triângulo qualquer, e com um compasso marcar os ângulos e posteriormente recortá-los, ao unir os recortes verificar que a soma dos ângulos internos é 180 graus.
Se desenharmos um triângulo isósceles, escaleno, equilátero, reto, e procedermos da mesma maneira, o que acontece ?

MATEMÁTICA ENVOLVIDA: Classificação quanto aos lados e ângulos, e propriedades de triângulos

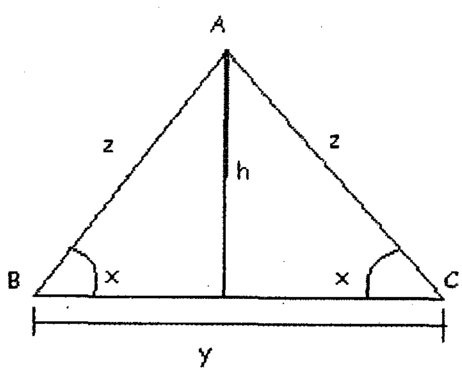
*****

SUGESTÃO DE ATIVIDADE: Na construção do telhado precisamos de estruturas chamadas de tesouras, que são formadas por triângulos que definem o caimento do telhado.
De acordo com as normas da construção civil o tipo de telha que irá revestir o telhado define o caimento deste: para telhas tipo francesa ou paulistinha, por exemplo, o caimento é de 20% (significa que cada 1 metro horizontal sobe 20 cm na vertical)
Pesquisar em revistas especializadas (ou internet) vários tipos de telhas e seu caimento e fazer uma tabela com estes dados e uma pesquisa de preço.
Pode-se utilizar palitos para churrasco, e construir o telhado.

$$\operatorname{sen} x = \frac{h}{z}$$

$$\cos x = \frac{\frac{y}{2}}{z}$$

$$\tan x = \frac{h}{\frac{y}{2}}$$



Vamos supor que a base tenha y metros na horizontal, vamos subir 0,2.y metros na vertical, significa que formaremos dois triângulos retângulos, onde o lado comum h = 0,2.y. Qual o tamanho de z ou seja o palito que vai unir a base y e o lado comum h? Mas supondo que soubéssemos apenas o valor dos ângulos da base de um triângulo isósceles (tesoura do telhado), como fazer para saber o comprimento dos lados?

MATEMÁTICA ENVOLVIDA: Teorema de Pitágoras e razões trigonométricas.

*****

SUGESTÃO DE ATIVIDADE: Para revestir o telhado é preciso saber a área total das duas superfícies planas que cobrem as tesouras, que na construção civil são chamadas de águas.
Depois pode-se deixar que os alunos, utilizando sua criatividade, façam o revestimento.

MATEMÁTICA ENVOLVIDA: Revisão do cálculo de áreas.

*****

SUGESTÃO DE ATIVIDADE: Para representar o reservatório de água da maquete o que deve ser feito? Como comparar o tamanho das caixas d'água para saber qual é mais adequada à necessidade da maquete ?
Para colocar uma piscina na maquete, qual deve ser o tamanho ?
Propor aos alunos que tragam algumas caixas de papelão ou de leite. Utilizando alguns cubos de uma unidade cúbica encher as caixas que os alunos trouxeram e calcular o volume das mesmas. Constatar que se multiplicarmos os cubos da área da base pelos cubos da altura obtemos o mesmo resultado anterior onde foram contados os cubos um a um..

MATEMÁTICA ENVOLVIDA: Volume do prisma. Medida de volume: sistema métrico. Operação com decimais.

*****

SUGESTÃO DE ATIVIDADE:
E se a forma do reservatório de água, ou mesmo da piscina, for redonda ? Como calcular o volume ?
MATEMÁTICA ENVOLVIDA: Cálculo do volume de alguns sólidos.

*****

SUGESTÃO DE ATIVIDADE: Propor aos alunos que tragam recipientes de diferentes formas como: garrafas, latas e outros e calculem o volume. E depois comparem o volume calculado com a medida indicada no rótulo. Fazer uma tabela registrando os recipientes, o conteúdo indicado no rótulo e respectivas medidas dos volumes. Propor aos alunos que façam uma pesquisa (em revistas ou lojas de materiais de construção), contendo o volume das caixas d` água, e também como são vendidos alguns materiais de construção como: areia, cimento, tijolos. Verificar que na prática, a unidade para caixas d'água é o litro.
Nessa atividade fica evidente a importância de saber o volume das coisas e as diversas unidades de volume.

MATEMÁTICA ENVOLVIDA: Outras medidas de volume. Transformação de unidades. Operação com decimais.

*****

SUGESTÃO DE ATIVIDADE: Para fixar a aprendizagem, fazer uma pesquisa em casa, no supermercado, ou farmácias verificando as medidas de capacidade no rótulo dos produtos e o preço, e então comparar algumas embalagens de um mesmo produto, de tamanhos diferentes e verificar qual o mais barato, por exemplo.

MATEMÁTICA ENVOLVIDA: Sistema de medida de capacidade. Proporção.

*****

SUGESTÃO DE ATIVIDADE: De posse de algumas contas d'água (6 últimos meses por exemplo) fazer uma tabela contendo: mês, consumo em metro cubico ou em litros e então fazer as transformações e verificar a diferença de um mês para outro.

MATEMÁTICA ENVOLVIDA: Sistemas decimal X Litros.
Nesta etapa final o aluno deve ter concluído a maquete, dando seu toque pessoal nos acabamentos de acordo com sua criatividade e motivação.
A avaliação deverá levar em conta todas as tabelas e exercícios realizados durante a construção da maquete e ainda a criatividade de cada trabalho.
Como forma de motivação deve-se fazer uma exposição desses trabalhos para toda a comunidade escolar.

*****

1.4. INTERDISCIPLINARIDADE:

Gostaria de chamar à atenção para essa possibilidade que pode ser explorada com a construção da maquete:

- Pesquisas de mercado para verificação de preços - **Economia.**

- Pode-se fazer pesquisas sobre poluição das águas, sobre os rios que abastecem a cidade ou ainda fazer uma visita à companhia responsável pela tratamento da água utilizada nas casas. - **Geografia**.

- Importância do tratamento da água - **Ciências e Ecologia**.

- Localização da casa no terreno, levando em consideração o sol - mudança do sol no inverno e verão - as estações - **Geografia**.

- Forma de organizar o jardim e plantas ornamentais - **Educação Artística.**

- Localização da caixa d'água - **Física**.

- Eletricidade - **Física**.

2. O MODELO NA PRÁTICA

Para finalizar, gostaríamos de relatar a experiência da professora Beatriz Vaz, que desenvolveu em sua turma de 8ª série da Escola Municipal Dom Jaime de Barros Câmara, em Joinville - S.C., um trabalho de modelagem, que é uma variante do modelo que descrevemos: em vez de maquete o produto final foi uma casa real.

A professora propôs aos alunos a construção de uma casa, em tamanho natural e a idéia logo empolgou todo mundo. "Uma casa de verdade, com telhado e tudo mais?". Estavam muito animados que começariam a construção naquele mesmo momento sem saber por que fariam isso. Mas a professora tinha um projeto em mente que envolvia a aplicação prática dos conceitos vistos em sala de aula. [6]

Inicialmente a professora sugeriu que planejassem a obra, e o primeiro passo foi escolher o modelo da casa. Depois que material utilizar, onde conseguir, a quem pedir ajuda e quanto gastar.
Para isso fizeram visitas à alguns bairros da cidade, pesquisaram em revistas, garimparam material no ferro-velho, recorreram ao padre da comunidade, a quem pediram a madeira, aos pais para obterem novas idéias e, é claro à direção da escola para conseguir apoio ao projeto.

O PROJETO

Para escolher o tipo de casa que iriam construir, procederam da seguinte maneira:
Em primeiro lugar buscaram exemplos de casas em revistas e anúncios, onde puderam verificar como é feita a planta baixa ,cortes laterais e outras técnicas de representação de um projeto. Em seguida visitaram diversos bairros da cidade para escolher um modelo. A decisão por uma casa do mangue foi unânime. "Primeiro porque os alunos ficaram emocionados com a situação das pessoas que vivem lá. Depois por que o material para esse modelo era mais simples de ser conseguido".

O MATERIAL

Num ferro-velho da cidade os alunos reuniram latas de alumínio(que depois foram planificadas e transformadas em paredes), pregos e parafusos usados.
No galpão da igreja encontraram pedaços de madeira, que foram doados pelo padre.
Para a estrutura da casa, a professora resolveu comprar madeira mais resistente, para isso gastou R$ 80,00 (R$ 69,00 do bolso e R$ 11,00 arrecadados numa vaquinha feita pela classe). Aproveitando a necessidade de ir às compras, fizeram orçamentos com os alunos trabalhando um pouco de matemática financeira para calcular os custos do material.

O TELHADO

Utilizaram caixas de leite no lugar das telhas.

PORTAS E JANELAS

Para uma porta e uma janela se encaixarem perfeitamente nos seus devidos espaços, suas medidas devem coincidir com os perímetros internos dos batentes. Essa condição foi precisamente observada pelos alunos na hora de calcular e construir cada uma delas.
O material utilizado nessa fase foram armações de gavetas velhas no lugar do batente das janelas.
Nas instalação das dobradiças, o cuidado com as medidas também teve de ser respeitado. Antes de fazer os furos, era preciso marcar as medidas com exatidão; para isso os alunos aprenderam a usar um metro de madeira.

O CHÃO

Para montar a base da casa, os alunos tiveram que construir uma armação em que as madeiras foram dispostas em paralelas e perpendiculares. A importância dessa configuração é obvia: qualquer desvio deixaria a casa torta. Nessa etapa era necessário encontrar ângulos retos e determinar as medidas com precisão. A professora propôs o seguinte problema: Qual deve ser a área do piso se forem utilizadas 20 tábuas de dimensões: 3 metros de comprimento por 0,13 metros de largura, sem que seja preciso cortá-las?
Para montar vigas e colunas, os alunos produziram encaixes como fazem os carpinteiros, usando uma régua esquadro para conferir os ângulos formados.

AS PAREDES

Para a construção das paredes os alunos calcularam as áreas de cada uma das paredes e descontaram , quando foi o caso, a área das janelas e da porta.

O esforço deu certo e o resultado é uma casa modesta de apenas um cômodo de 8 metros quadrados, mas sem limites para a aprendizagem: "Foi o suficiente para tratar de diversos assuntos da matemática e abrir espaço também para questões sociais".
O modelo da casa foi tirado das casas da região do mangue, que foi visitado pela turma. Nesta ocasião os estudantes puderam observar as condições de vida das famílias carentes. Sensibilizados, resolveram doar a casa para uma das famílias que vivem lá.
Os alunos puderam conhecer novas profissões, como a de carpinteiro e aprenderam a manusear diversas ferramentas.
Um arranhão aqui e um dedo amassado ali foram inevitáveis, mas nada que quebrasse a garra dos alunos.
Nessa experiência ficou evidente que para se fazer um bom trabalho na escola, ou seja para obter um melhor desempenho dos alunos e tornar a matemática mais real, muitas vezes não é necessário material caro, etc. Basta ter força de vontade para mudar um pouco a rotina do quadro negro, giz e apagador.

Capítulo 3 - EXEMPLOS DE MODELOS

1. MODELO DE CONSTRUÇÃO DE PIPAS

As crianças de todos os cantos do país adoram empinar pipas. Então por que não aproveitar esse brinquedo para tornar as aulas de matemática mais divertidas ?
A seguir apresentaremos dois relatos de experiências com pipas. O primeiro é proposto feita pela professora Maria Antonieta Pirrone, da faculdade de Educação da Universidade Federal Fluminense(UFF) [5], que sugere a construção das pipas para ensinar geometria em todas as séries do primeiro grau. Diz ela: "Quando aproveitamos elementos da cultura popular e do cotidiano das crianças nas aulas, o desempenho é muito melhor; pois aí as disciplinas perdem aquele ar de mistério e se tornam tão agradáveis quanto soltar pipas com os amigos ".
O segundo é o relato de uma atividade realizada na UFSC, 1999 - pelo professor de metodologia de Ensino de Matemática - Sinval de Oliveira - no curso de Licenciatura em matemática, num exemplo de como tornar a matemática mais atraente aos alunos.

1.1. GEOMETRIA PLANA FEITA COM LEVEZA

Os alunos e professores devem montar a pipa juntos, de forma a identificar as figuras e fixar o conteúdo que já aprenderam, como por exemplo:

- de 1ª à 4ª série, é possível estudar as retas paralelas e perpendiculares, tipos de segmentos , mediatrizes, classificação de ângulos e elementos de quadriláteros;
- de 5ª à 8ª série, é possível tratar, entre outros temas, do teorema de Pitágoras, cálculo de áreas, perímetro, conceitos de simetria.

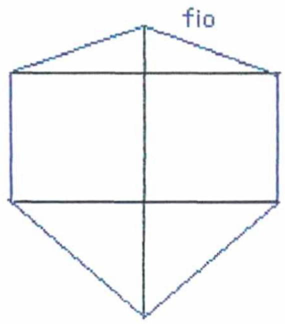
HEXÁGONO VOADOR: que é chamada pipa maranhão

<u>Material Utilizado:</u>

- 02 varetas de bambu, de 32 cm;
- 01 vareta de bambu, de 51 cm;
- 01 folha de papel seda;
- fio de nylon;
- cola tipo bastão;

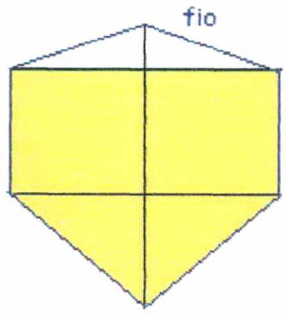
Montagem:

Faça uma armação com duas varetas (32 cm) paralelas e uma transversal (perpendicular). Passe o fio em todas as extremidade da estrutura: varetas + fio, formando um hexágono irregular. Veja a figura da estrutura

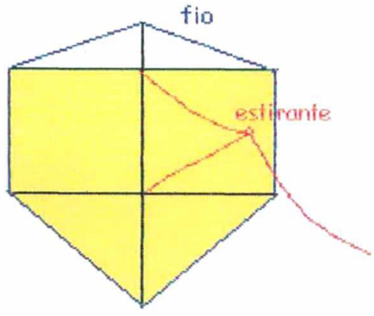


Cole essa estrutura bem no centro do papel, pois a simetria é essencial para a pipa ter equilíbrio durante o vôo, recorte deixando 1cm para acabamento. Na pipa maranhão, o papel não recobre toda a armação, ficam os dois triângulos menores vazados, isto é o papel recortado forma um pentágono irregular.

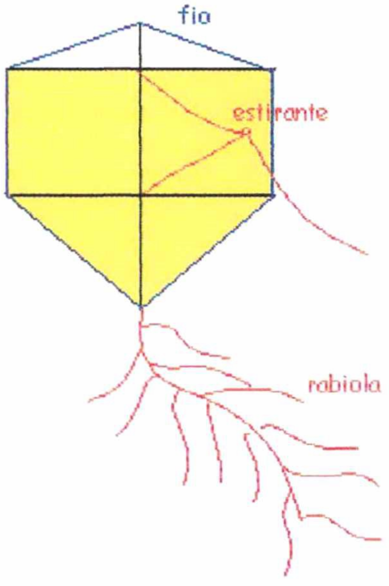
Aproveite e peça para os alunos (de 5ª à 8ª série) calcularem a área do hexágono, do pentágono e descobrirem a área dos triângulos menores. O aluno verifica a formação de ângulos internos, calcula o perímetro e conhece os vértices e diagonais de um polígono.



O estirante, também conhecido como cabresto, faz a ligação da pipa com a linha, formando um ângulo entre o eixo da pipa e a linha, e deverá ser amarrado nos dois cruzamentos entre as varetas.



Para finalizar, construir a rabiola com tiras de papel de mesma medida presas à um fio de 2 metros.

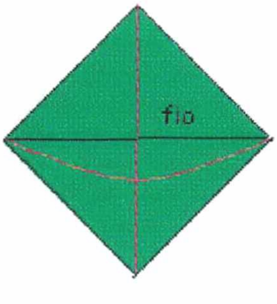


ARRAIA

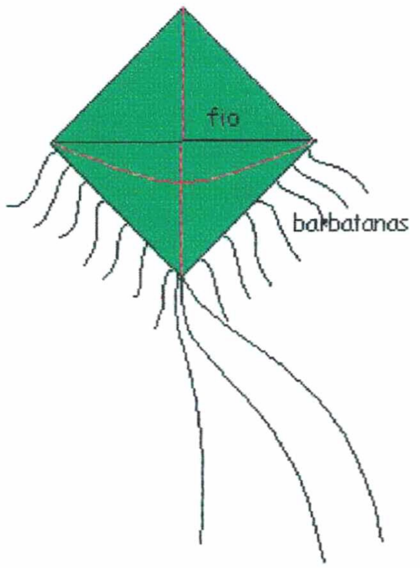
Material Utilizado:

- 01 vareta de bambu de 50 cm;
- 01 vareta de bambu de 55 cm;
- 01 folha de papel seda;
- fio de nylon;
- cola tipo bastão;

Sabendo que a vareta de 50 cm é a diagonal (ou a hipotenusa) da pipa quadrada, pedir aos alunos que calculem o tamanho do lado, para saber o tamanho que deve ter o quadrado de papel.
Cole a diagonal (vareta 50 cm) na pipa. Em seguida cole a vareta de 55 cm envergada formando um arco.



Recomenda-se que sejam coladas algumas tiras de papel sobre a diagonal, como reforço.
Amarre o cabresto no cruzamento das varetas e no vértice inferior.
Na arraia, as barbatanas fazem o papel de estabilizador da pipa, portanto as barbatanas devem ter o mesmo tamanho. Neste tipo de pipa a rabiola é decorativa, isto é não tem nenhuma função específica.



1.1.1. AVALIAÇÃO: A sugestão da professora é aproveitar o entusiasmo da turma com a construção das pipas para fazer alguns exercícios baseados num esquema de representação de uma pipa e verificar a aprendizagem.

1.1.2. INTERDISCIPLINARIDADE: A atividade não fica restrita às aulas de matemática, outras disciplinas podem aproveitar o tema e a motivação dos alunos na construção das pipas. Por exemplo na aula de ciências os professores podem exemplificar e explorar com as pipas a invenção do pára-raios (Benjamin Franklin estudava a atmosfera utilizando pipas) e do avião 14 Bis (Santos Dumont aproveitou o modelo de uma pipa japonesa tridimensional, para projetar a asa do seu primeiro avião).
Na aula de história, pode-se falar sobre a utilização de pipas pelos negros do Quilombo de Palmares na sinalização de perigo. E em Geografia, o professor pode explorar o regionalismo das pipas no Brasil.

A professora lembra dos cuidados que devem ser observados na hora de empinar as pipas:

- oriente os alunos a empinar as pipas longe de estradas, calçadas e curiosos;
- atenção também às motos, bicicletas e veículos em geral;
- procure campos de futebol, parque ou praças para soltar as pipas, pois estes quase sempre estão livres de fios elétricos;
- PROÍBA o uso de cerol (cola de madeira + vidro moído), pois este composto corta como navalha e pode provocar sérios acidentes.

1.2. PIPA TRIDIMENSIONAL COM ASAS - Uma experiência com uma turma de metodologia do ensino de matemática - UFSC.

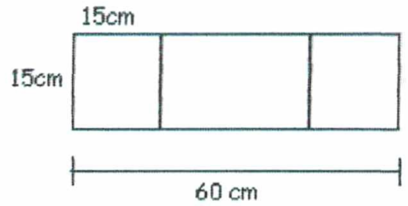
<u>Material:</u> para construir essa pipa, vamos precisar de:

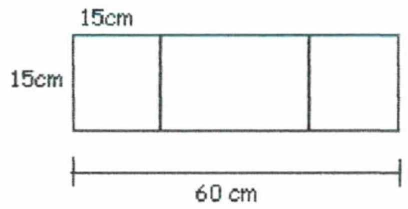
- duas folhas de papel seda (colorido);
- 06 varetas (de bambu) de 60 cm;
- 16 varetas (de bambu) de 15 cm;
- alfinete (aproximadamente 50 unidades);
- fio de nylon para empinar n° 30 ou 40;
- fio de costura;
- cola tipo bastão;
- muita criatividade;

<u>Montagem:</u>

1° PASSO: Inicialmente vamos cortar as peças(varetas) nos tamanhos necessários, sempre observando a resistência do material.

2° PASSO: Montar dois retângulos utilizando duas vareta de 60 cm e quatro varetas de 15 cm, fixando as varetas menores num intervalo de 15 cm entre elas.
(Conforme figura).



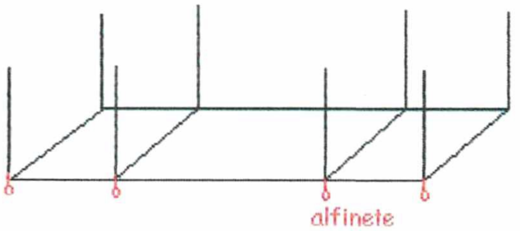


Neste passo pode-se explorar conceitos de medidas, áreas, decomposição de figuras, etc.

3° PASSO: Unir os retângulos feitos no passo anterior formando um prisma de base quadrada, prendendo as pontas com alfinetes.

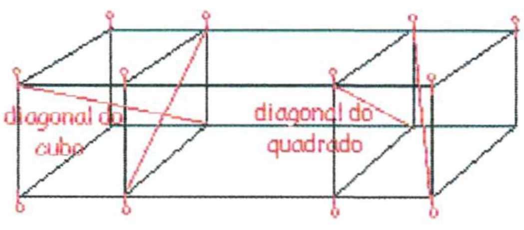
3.1. Montagem do prisma retangular

Nesta etapa podemos explorar o conceito de sólidos geométricos e volume.

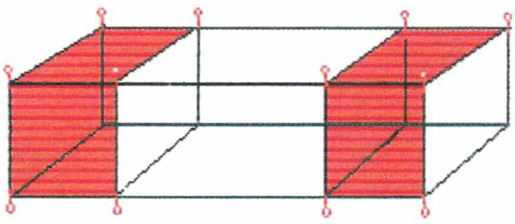


3.2. Colocar algumas diagonais para maior resistência.

Neste passo podemos explorar os conceitos de diagonais de superfícies planas ou de sólidos.

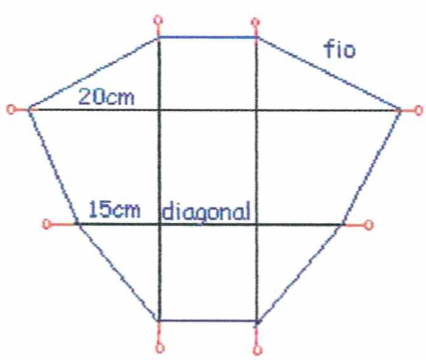


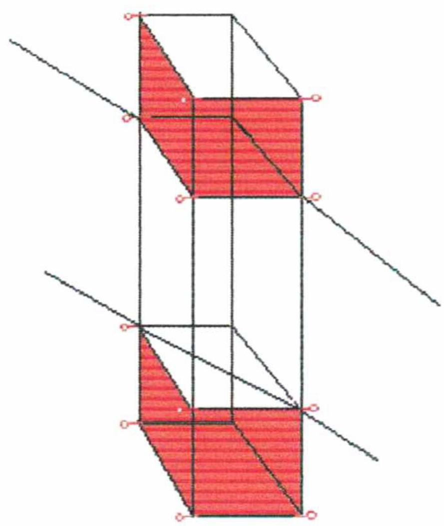
3.3. Revestir os cubos das extremidades, utilizando cola para fixar o papel nas varetas. Para melhor aproveitamento do papel, recorte as tiras no sentido do comprimento. Nesta atividade está implícito noções de otimização.



4° PASSO: Construção das asas

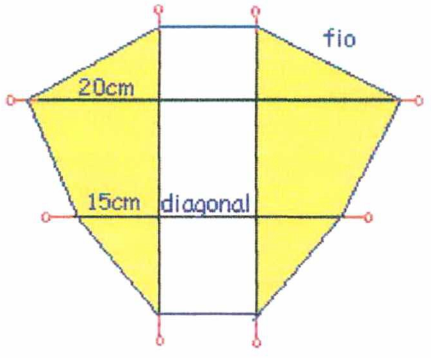
Prenda duas varetas, uma maior que a outra, diagonalmente nas duas bases quadradas do prisma retangular central. Deixar um alfinete na ponta de cada vareta nas extremidades das asas. Passe o fio de costura em volta de toda a estrutura das asas (no perímetro da estrutura), formando um octógono irregular.





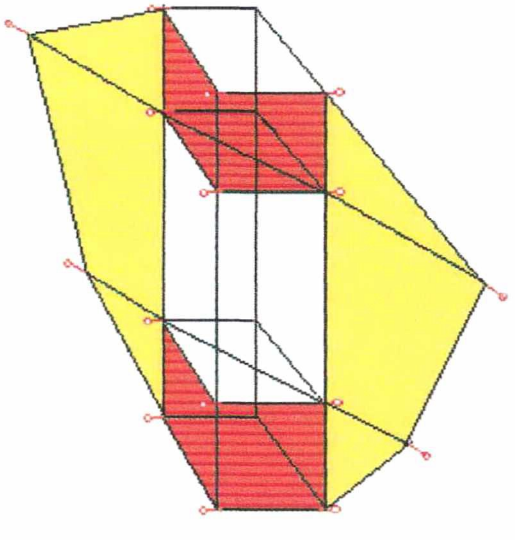
5° PASSO: Revestimento das asas

Agora utilizando sua criatividade forre as asas, utilizando cola para fixar o papel nas varetas.



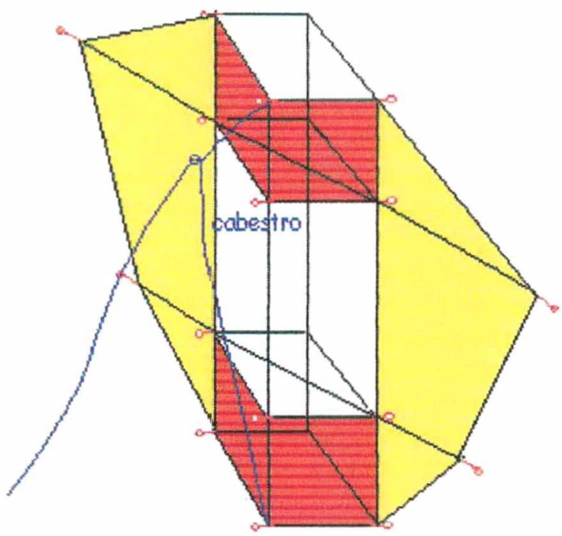
6° PASSO: Montagem da pipa: Prisma + Asa

As asas são colocadas na diagonal do prisma retangular central.



7° PASSO: Fazer o estirante ou cabresto.

Amarre a linha de nylon na extremidade superior da pipa e faça um nó, depois meça 15 cm aproximadamente (tamanho do lado do cubo) e faça um laço, deixando espaço para passar a linha para soltar, e finalmente amarre o nylon na base inferior. Essa amarra deve formar um ângulo com a pipa.



Com esta atividade pode-se explorar alguns conteúdos, entre eles:

- retas paralelas cortadas por uma transversal(Talles);
- ângulos: retos, alternos internos, etc;
- triângulo retângulo(Pitágoras);
- trigonometria;
- cálculo de área dos sólidos geométricos (prisma retangular);
- proporção;

2. MODELO DE CONSTRUÇÃO DE UMA CARROÇA

O seguinte relato é baseado num trabalho de pós-graduação que trata das peças e da montagem de uma carroça. Este modelo foi apresentado à UNICENTRO - Universidade Estadual do Centro-Oeste, em Guarapuava - P.R., sob a orientação de Burak. No meio rural as carroças são o transporte mais utilizado, por isso a importância da análise do modelo para este ambiente.
A seguir serão relatadas algumas das atividades propostas:

- O primeiro passo foi medir a altura, largura e comprimento da carroça , e para tanto foi preciso definir as peças que poderiam influenciar nestas grandezas, e posteriormente medi-las. Estes dados foram organizados em tabelas.
  Nesta atividade fica evidente o desenvolvimento de conteúdos como: sistemas de medida.

- Para saber o comprimento que devem ter as chapas de metal que revestem as rodas de uma carroça, precisa-se inicialmente fazer uma análise das rodas dianteiras e traseiras, que são maiores, determinando seu raio, diâmetro que podem ser medidos de forma aproximada. E então através da expressão do comprimento da circunferência, calcular o perímetro.

- Para reduzir ou aumentar o tamanho de uma carroça é preciso que cada peça diminua ou aumente na mesma proporção. Nesta atividade pode-se desenvolver os conceitos de razão, proporção e embasar o estudo de relação e função e ainda oferecer subsídios par o estudo de operações com racionais.

- Pelo fato de haver um desgaste maior no eixo dianteiro com relação ao traseiro, porque a roda dianteira dá mais voltas que a roda traseira, pode-se perguntar: Qual o número de voltas da roda dianteira para uma volta da roda traseira ?
  Para resolver esta questão pode-se determinar uma relação entre o número de voltas da roda traseira e o número de voltas da roda dianteira. Como as rodas traseiras e dianteiras têm diâmetros diferentes, implica que terão comprimentos diferentes. Para um mesmo percurso, podemos determinar o número de voltas de uma roda em função do número de voltas da outra.
  Nesta etapa pode-se estudar funções.

- Sabendo o comprimento que deve ter a chapa de metal que serve para revestir uma roda, e sabendo que quando arqueada esta chapa diminui, pergunta-se:

Qual o coeficiente de diminuição no arqueamento da chapa? Qual será o comprimento da chapa depois de ser arqueada?
Na prática os marceneiros acrescentam 1,5 cm antes de cortar a chapa, e no arqueamento afirmam que a chapa diminui 3 cm.
Utilizam um instrumento denominado roseta para conferir as medidas.
Sabe-se que o tamanho da chapa é marcado a partir de um ponto de referência na roda, nesse caso pode-se estudar a curva formada com o ponto de referência na roda. Nesta atividade pode-se estudar conteúdos tais como: retificação de curvas, comprimento de arcos, estudos de curvas e etc.

- Sabendo-se que a chapa é aquecida até atingir a dilatação desejada para que seja ajustada à roda, pode-se perguntar:
  Qual a temperatura que deverá atingir a chapa para que sofra a dilatação necessária ao ajuste?
  Sabe-se que após ajustada, a roda deve sofrer um resfriamento rápido, para que não venha a queimar a madeira, para tanto a roda deve ser colocada em recipiente com água, para efetuar trocas de calor.
  Nesta atividade pode-se explorar os conceitos de dilatação linear e trocas de calor (Física).

- Na pesquisa de campo, obtiveram a informação de que a carroça pode trafegar com facilidade em terrenos acidentados.
  Nestes termos, qual o ângulo máximo de curvatura que a carroça pode fazer em relação à direção?
  Qual a área de maior circunferência descrita pela roda de uma carroça para que esta faça uma volta de 360 graus, mantendo sempre o ângulo máximo de curvatura?
  Nesta atividade é evidente a necessidade de se estudar ângulos, relações trigonométricas, área do círculo, etc.

- Qual é a capacidade de carga de uma carroça, sabendo que a caixa de uma carroça tem a forma de um tronco de pirâmide.
  Nesta atividade, a partir da história da matemática egípcia, estudaram a evolução do desenvolvimento da fórmula do volume do tronco de pirâmide, a qual foi utilizada para calcular o volume da caixa da carroça.
  Na prática sabe-se que uma carroça padrão, poderia transportar "meia-talha". O que isto significa? Através de pesquisa e algumas transformações de unidades chega-se à 4 sacas de grãos.

3. MODELO DO TRATAMENTO DE ÁGUAS RESIDUAIS

Apresentaremos um trabalho experimental realizado no 2º semestre letivo de 1997, na disciplina Cálculo 1 do curso de Engenharia Civil da UFSC pela profª. Maria Salett Biembengut, utilizando-se de um modelo matemático sobre tratamento de águas residuais, para desenvolver o conteúdo.

Para se obter um diagnóstico da turma, isto é, saber o quanto de matemática estes alunos conheciam, elaborou-se inicialmente uma lista de exercícios relativamente simples em nível de 1º e 2º graus. Esta lista continha ainda questões como: data de entrada no curso, número de vezes que cursou a disciplina de cálculo 1 e atuação profissional.
A partir deste diagnóstico estabeleceram-se objetivos e efetuaram-se planejamentos para o desenvolvimento das aulas.
O principal objetivo do trabalho era promover o conhecimento e habilidade em aplicar o conteúdo matemático, além de despertar a criatividade na formulação e resolução de problemas aplicados ao curso de engenharia civil.

Uma das disciplinas do curso é Saneamento I, que trata de assuntos como:

- Saúde pública e saneamento;
- Epidemiologia e saneamento;
- Poluição: hídrica, atmosférica, sonora e do solo;
- Sistemas simplificados de tratamento de esgotos domésticos;
- Recursos Híbridos, entre outros.

Inicialmente a professora fez uma exposição sobre o tema: "Composição do Esgoto".

A concentração das substâncias existentes nos esgotos depende da quantidade de água consumida por habitante em um dia, bem como dos hábitos alimentares, da existência de águas pluviais misturadas e de outros fatores. De maneira geral, considera-se na Alemanha a contribuição de 200 litros de esgoto por habitante em 24 horas. A composição média de um efluente urbano, que não contenha resíduos industriais, em gramas/ metro cúbico, é a seguinte:

	MINERAIS	ORGÂNICOS	TOTAL	DBO5
Sólidos sedimentáveis	100	150 à 250	100	
S. não - sedimentáveis	25	50 à 75	50	
Substâncias dissolvidas	375	250 à 625	150	200
Total	500	450 à 950	300g/m cúbico	

De acordo com condições particulares, o teor de impurezas nos efluentes varia durante 24 horas do dia assim como também as vazões. Geralmente se verifica a razão máxima nas proximidades do meio-dia, o que consequentemente altera a carga poluidora que também atinge seu máximo.

A partir destas informações, foram levantadas as seguintes questões:

- Qual é a vazão diária ?
- Qual é a quantidade diária de esgoto de uma cidade ?
- Quais os processos de tratamento de esgotos ?
- Como recuperar os produtos de esgoto ?

Para responder à estas questões, levantaram dados sobre a variação da vazão durante 24 horas e a quantidade média de sólidos sedimentáveis em 24 horas.
Nesta primeira atividade foi possível trabalhar: conceito de Função Real e através das tabelas foi possível estudar interpolação: linear, quadrática e polinomial, e o método dos Mínimos Quadrados.

- Qual a vazão e respectiva quantidade de sólidos sedimentáveis, quando se aproxima do meio-dia ?

Sabendo que a quantidade de sólidos sedimentáveis aumentam significativamente, entre as 6 e 14 horas, reduzindo entre 14 à 4 horas do dia seguinte, temos então que a taxa de vazão e quantidade de sólidos sedimentáveis dependem do tempo t. Com esta atividade foi possível definir: Limite, Continuidade e Derivadas.

- Qual é a quantidade diária de sólidos sedimentáveis ?

Considerando que a cada instante entra uma quantidade de sólidos sedimentáveis, como proceder para saber a quantidade acumulada ao longo de 24 horas?
Nesta atividade tornou-se necessário somar todas as quantidades e para tanto precisou-se do conceito, propriedades e técnicas de integral.

CONCLUSÃO

Através deste trabalho, percebi que devemos estar sempre atentos às novas pesquisas ou opiniões, pois já existem muitos estudos sendo realizados, teses de mestrado e doutorado desde 1986(UNESP- Rio Claro - SP) na área de modelagem matemática aplicada ao ensino, o que para mim era novidade.

Como professora iniciante, senti muitas angústias por que não queria limitar-me ao livro texto e repetir o que muitos professores fazem, pois entendo que ensinar matemática pode ser muito divertido e interessante. Mas não sabia como proceder para fazer este diferencial. Constatei que a modelagem matemática pode ser um caminho neste sentido.

Por coincidência, realizei meu estágio neste período de intensa pesquisa, e embora inexperiente ainda, pude perceber que uma das dificuldades da implementação da modelagem matemática é a participação ou interação dos alunos no processo. Com a modelagem matemática, o aluno tem seu interesse despertado, pois a aprendizagem se dá de forma mais lúdica e concreta, fazendo sentido para o aluno.

Fica o desafio, aos interessados nesta proposta, de fazer com que os alunos participem ativamente deste processo, para que se obtenha sucesso e os resultados desejados na implementação da modelagem matemática.

BIBLIOGRAFIA

1 BIEMBENGUT, Maria Salett. Modelação Matemática como Método de Ensino Aprendizagem de Matemática em cursos de 1° e 2° graus. Dissertação de mestrado - UNESP. Rio Claro: 1990.210 p.

2 BIEMBENGUT, Maria Salett. Modelagem Matemática & Implicações no Ensino-Aprendizagem de Matemática. Blumenau: Editora da FURB,1999.134 p.

3 BIEMBENGUT, M. S. Qualidade no ensino de matemática na engenharia: uma proposta metodológica e curricular. Florianópolis: Universidade Federal de Santa Catarina, 1997. 305 p. (Tese, Doutorado).

4 BURAK, D. Critérios Norteadores para a adoção da Modelagem Matemática no Ensino Fundamental e Secundário. *Zetetiké*, Campinas, n.2, mar. 1994. P. 47 – 60.

5 FALZETTA, R. Geometria Plana Feita com Leveza. *Nova Escola*, Pinheiros, maio. 1997.

6 FALZETTA, R. Joinville tem mais um Endereço. *Nova Escola*, Pinheiros, nov. 1998.

7 GAZZETA, M. A Modelagem como Estratégia de Aprendizagem na Matemática em Cursos de Aperfeiçoamento de Professores. Rio Claro: Universidade Estadual Paulista, 1989. 150 p. (Dissertação, Mestrado).

8 MEYER, João Frederico. Modelagem Matemática: do Fazer ao Pensar. Anais do ENEM, 1998.

Mais Algumas Publicações

ALSINA, A., CALLÍS, J., FIGUERAS, E. Matemática y realidad: un instrumento y um fin. *Uno - Revista de Didáctica de las Matemáticas*, Barcelona, n. 15, p. 97 - 108, 1998.

ANASTACIO, M. Q. A. *Considerações sobre a modelagem Matemática e a Educação Matemática.* Rio Claro: Universidade Estadual Paulista, 1990. 103p. (Dissertação, Mestrado).

BARBOSA, J. C. Modelagem no ensino-aprendizagem de matemática. *In press.*

BARBOSA, J. C. O que pensam os professores sobre a Modelagem Matemática?. *In Press.*

BARBOSA, J.C. Mathematical Modelling in pre-service teacher education. *Paper presented in the 9th International Conference on the Teaching of Mathematical Modelling and Applications*, Lisboa, 1999.

BASSANEZI, R. C. Modelagem Matemática como Método de Ensino e Aprendizagem. Boletim do SBMAC, 1990.

BASSANEZI, R. C. Modelagem como metodologia de ensino de matemática. *Actas de la Séptima Conferencia Interamericana sobre Educación Matemática*, Paris, 1990. P. 130 – 154.

BASSANEZI, R. C. Modelagem Matemática. *Dynamis*, Blumenau, v. 1, n. 7, abr./jun.1994. P. 55 - 83.

BASSANEZI, R. Modelling as a teaching-learning strategy. *For the learning of Mathematics*, Vancouver, v. 14, n.2, p. 31 - 35, 1994.

BASSANEZI, R., BIEMBENGUT, M. S. Modelación Matemática: una antígua forma de investigación, un nuevo método de enseñanza. *Revista de Didáctica de las Matemáticas*, [S.I.], n. 32, p. 13 - 25, 1997.

BERRY & O'SHEA, T. Assessing Mathematical Modelling. *In International Journal of Mathematical Education Science and Technology.* Vol 13,6,1982.

BERRY, J., HOUSTON, K. *Mahematical Modelling.* London: Edward Arnold, 1995. 145 p.

BIEMBENGUT, M. S., HEIN, N. Uma proposta para o ensino de Cálculo. *Temas & Debates*, Blumenau, n.6, 1995. P. 44 – 59.

BLUM, W., NISS, M. Applied Mathematical Problem Solving, Modelling, Applications, and links to other subjects: state, trends and issues in Mathematics Instruction. *Educational Studies in Mathematics*, v. 22, n.1, p. 27 - 68, 1991.

BORBA, M. de C., MENEGHETTI, R. C. G., HERMINI, H. A. Modelagem, calculadora gráfica e interdisciplinaridade na sala de aula de um curso de Ciências Biológicas. *Revista de Educação Matemática*, São José do Rio Preto, n.3, 1997.p. 63 – 70.

BURAK, D. *Modelagem Matemática: uma metodologia alternativa para o ensino da matemática na 5ª série*. Rio Claro: Universidade Estadual Paulista, 1987. 186 p. (Dissertação, Mestrado).

BURAK, D. *Modelagem Matemática: ações e interações no processo de ensino-aprendizagem*. Campinas: FE/UNICAMP, 1992. 329 p. (Tese, Doutorado).

CARREIRA, S. "Aplicações e modelação" nos currículos de Matemática: contornos do debate atual. *Quadrante*, Lisboa, n. 1, 1992. P. 73 – 91.

CLEMENTS, D. *Mathematical Modelling: a case study approach*. Cambridge: Cambridge University Press, 1989. 166 p.

CROSS, M., MOSCARDINI, A. O. *Learning the art of Mathematical Modelling*. Chichester: Ellis Horwood, 1985. 155 p.

D'AMBRÓSIO, U. Da Realidade à Ação: Reflexões sobre educação e Matemática. São Paulo: Summus. Campinas, UNICAMP, 1986.

D'AMBRÓSIO, U. Relações entre Matemática e Educação Matemática: Lições do Passado e Perspectivas para o Futuro. Anais do ENEM, 1998.

DAVID, M. S. As Possibilidades de Inovação no Ensino-Aprendizagem da Matemática Elementar. *Revista Presença Pedagógica*, 1995.

DOERR, H. M. Experiment, simulation and analysis: na integrated instructional approach to the concept of force. *International Journal of Science Education*, v. 19, n. 3, p. 265 - 282, 1997.

FIORENTINI, D. A. Modelagem Matemática enquanto objeto de pesquisa em Educação Matemática: uma revisão histórico-crítica. *Trabalho apresentado no TG 17 do 8º Congresso Internacional de Educação Matemática*, Sevilha, 1996.

FRANCHI, R. H. de O. L. *A Modelagem Matemática como Estratégia de Aprendizagem no Cálculo Diferencial e Integral nos Cursos de Engenharia*. Rio Claro: Universidade Estadual Paulista, 1993. 148 p. (Dissertação, Mestrado).

FREITAS, A. Aplicações da matemática: dois exemplos. *Educação e Matemática*, Lisboa, n.21. p. 17 – 19, 1992.

GALBRAITH, P. L., CALTWORTHY, N. J. Beyond Standard Models - meeting the challenge of Modelling. *Educational Studies in Mathematics*, v. 21, n. 2, p. 137 - 163, 1990.

HODGSON, T. Secondary Mathematics Modelling: issues and challenges. *School Science and Mathematics*, v. 95, n. 7, p. 351 - 358, nov. 1995.

MONTEIRO, A. *O Ensino de Matemática para Adultos através do Método Modelagem Matemática*. Rio claro: Universidade Estadual Paulista, 1992. 310 p. (Dissertação, Mestrado).

NISS, M. Applications and Modelling in the Mathematics Curriculum: state and trends. *Int. j. Math. Educ. Sci. Technol.*, v.18, n.4, p. 487 - 505, 1987.

SWETZ, F.; FANVEL, J.; BEKEN, O.; JOHANSSON, B.; KATZ, V. Na História Example of Mathematical Modelling: The Trajetory of a Cannonball. In: Learn from the Masters, The Mathematical Association of America, 1995.

UNO - REVISTA DE DIDÁCTICA DE LAS MATEMÁTICAS. *Las matemáticas en el entorno*. Barcelona: Graó, n. 12, abr. 1997.