UNIVERSIDADE FEDERAL DE SANTA CATARINA
CENTRO DE CIÊNCIAS DA EDUCAÇÃO
PROGRAMA DE PÓS-GRADUÇÃO EM EDUCAÇÃO
CURSO DE MESTRADO EM EDUCAÇÃO

DA PRÁTICA À TEORIA: REFLEXÕES DE UM PROFESSOR DE MATEMÁTICA

José Valdir Floriani

Orientador:
Ubiratan D'Ambrósio

Florianópolis, Santa Catarina
maio, 1989

UNIVERSIDADE FEDERAL DE SANTA CATARINA
CENTRO DE CIÊNCIAS DA EDUCAÇÃO
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM EDUCAÇÃO
CURSO DE MESTRADO EM EDUCAÇÃO

DA PRÁTICA À TEORIA: REFLEXÕES DE UM PROFESSOR DE MATEMÁTICA

Dissertação submetida ao Colegiado do Curso de Mestrado em Educação do Centro de Ciências da Educação em cumprimento parcial para a obtenção do título de Mestre em Educação.

APROVADO PELA COMISSÃO EXAMINADORA em 11 / 12 / 89.

____________ Orientador
Prof. Dr. Ubiratan D'Ambrósio

____
Prof. Dr. Selvino José Assmann

____
Prof. Dr. Arden Zylbersztajn

José Valdir Floriani

Florianópolis, Santa Catarina

maio, 1989

CIP - CATALOGAÇÃO NA PUBLICAÇÃO

Ficha Catalográfica elaborada pela Biblioteca Central da FURB - BLUMENAU/SC

F635d

Floriani, José Valdir

Da prática à teoria: reflexões de um professor de matemática / José Valdir Floriani; orientador Ubiratan D'Ambrosio. - Florianópolis, |s.n.|, 1989.

131p. : il.

Dissertação (mestrado) Universidade Federal de Santa Catarina.

Bibliográfica : p. 110-3.

1. Matemática - Estudo e ensino. 2.Professores de Matemática.

CDD: 370.71
510.7

CDU: 37:51
371.124:51

Índice para catálogo sistemático:

1. Matemática: Didática 37:51
2. Matemática: Estudo e ensino 37:51
3. Professores de matemática 371.124.51

AGRADECIMENTOS

Ubiratan D'Ambrosio e com ele a todos os meus professores;

David Hülse e com ele a todos os meus colegas professores;

Vilmar José Zermiani e com ele a todos os participantes de nossos projetos;

Mário, Maristela e Márcio, meus filhos e com eles todos os outros meus alunos e ex-alunos;

Catarina Assink e com ela todos aqueles que colaboraram na concretização deste trabalho.

RESUMO

O objeto da dissertação materializa-se na construção de um referencial teórico-prático, mediante reflexão crítica sobre a prática vivenciada pelo mestrando, particularmente no projeto "Experiências no Ensino de Matemática". O referencial construído especifica pontos de apoio para um inovador em Educação Matemática que queira transcender a própria prática pedagógica, visando alcançar competência organizacional para transformar sua atuação. O tema é visto sob forma histórico-descritiva e emerge de uma experiência calcada na pesquisa participante.

ABSTRACT

The object of this dissertation is materialized in the construction of a practical-theoretical referential through a critical reflection about the practice lived by the student, particularly in the project "Experiences on the teaching of Mathematics". The built referential specifies supportive points for an innovator in Mathematics Education who wants to go beyond his own pedagogical practice, aiming at reaching an organizational competence in order to transform his own performance. The theme is viewed under a descriptive historical form and raises from an experience based on the participatory research.

SUMÁRIO

DA PRÁTICA À TEORIA: REFLEXÕES DE UM PROFESSOR DE MATEMÁTICA

"Antes de começar quero lavar-me da suspeita de ingratidão para com meus mestres.
O ensino que critico é tanto o que ministrei como o que recebi". (REVUZ : 70).

INTRODUÇÃO

As finalidades da dissertação

A finalidade mais ampla da dissertação é transcender minha prática pedagógica como professor de matemática. O ensejo será fornecido pela reflexão sobre minha longa experiência em atividades docentes e, ultimamente, a participação nos projetos "Experiência de uma Metodologia Inovadora no Ensino de Matemática, através da Utilização de Materiais Instrucionais Concretos" (1) e "Qualificação de Professores em Ciências", ambos executados na Universidade Regional de Blumenau (FURB) a partir de 1984.

Sempre me preocupei com o ensino de matemática, particularmente no primeiro e segundo graus. Nos muitos anos de magistério, tive oportunidade de lecionar em colégios particulares, destinados à formação da elite local, bem como em públicas, onde são acolhidos os filhos das camadas populares. As diferenças de

----

(1) Daqui para frente referenciado como "Experiências no Ensino de Matemática".

aprendizagem são palpáveis, havendo pior desempenho nas escolas públicas. As hipóteses explicativas para o insucesso escolar decorrem da falta de positivo ambiente sócio-cultural, que vai desde à ausência de um mínimo indispensável de material de apoio, juntamente com as disfunções culturais da família, até às imposições ideológicas de classe. Dessa forma, a preocupação maior da dissertação deve voltar-se para a aprendizagem matemática das camadas pertencentes à classe subjugada.

Outra finalidade de ordem prática é construir um referencial teórico-prático que dê sustentáculo aos interessados na etapa de implementação do projeto "Experiências no Ensino de Matemática", tanto para a sub-etapa de sua difusão como a de sua adoção. Neste sentido a dissertação inicia com a apresentação do referido projeto para situar o leitor, ao qual acrescenta-se, com o mesmo objetivo, apenas, o resumo do projeto "Qualificação de Professores em Ciências"; em seguida, centraliza-se a atenção sobre as dificuldades, de inovar no ensino de matemática, produzidas por uma prática pedagógica rotineira; não se pode, por outro lado, abandonar aqueles que já se decidiram pela adesão ao projeto: a eles, em especial dedicaram-se os capítulos três e quatro.

Espera-se, assim com a dissertação, obter o enriquecimento da prática pedagógica, tanto do mestrando como de outros professores que desejam se encaminhar pela trilha da inovação no ensino da matemática, para as camadas populares, especialmente.

O objeto da dissertação materializa-se, pois, na construção de um referencial teórico-prático, mediante reflexão crítica sobre a prática vivenciada pelo mestrando, particularmente no projeto "Experiências no Ensino de Matemática". Daí o título da dissertação: "da prática para a teoria: reflexões de um professor de matemática". O referencial constrói, especificamente, pontos de apoio para um inovador em educação matemática que queira transcender a própria prática pedagógica, visando alcançar competência organizacional para transformar sua atuação. O tema é visto sob forma histórico-descritiva e emerge de uma experiência calçada na pesquisa participante.

Objetivos da dissertação

Os estudos e as reflexões realizadas durante o curso de Mestrado em Educação possibilitaram alcançar, subjetivamente, as finalidades referidas. A dissertação quer dar-lhes realce objetivo através do aprofundamento das principais linhas, teóricas e práticas, orientadoras de minha experiência. Com isso visa-se, também, estimular outros professores a retraçarem sua própria trajetória, repensando aquilo que vivenciam. A dissertação propõe-se atingir, então, três objetivos específicos, referidos ao ensino da matemática.

. identificação de dificuldades para abadonar uma prática pedagógica rotineira;

. explicitação de elementos teóricos básicos de uma prática pedagógica não rotineira;

. descrição de propostas concretas para o ensino de tópicos de álgebra no primeiro grau.

Suporte metodológico

<u>O mestrado em Educação</u>. Embora seja licenciado em matemática e com diversos cursos de pós-graduação <u>lato-sensu</u>, nunca deixei de ser um auto-didata no quanto se refere ao ensino de matemática, excluídas orientações acadêmicas assistemáticas.

Em 1986, no curso de Mestrado em Educação da Universidade Federal de Santa Catarina (UFSC), abriu-se nova linha de pesquisa em Educação e Ciência. Esta foi a primeira oportunidade concreta que apareceu para suprir as falhas de auto-didata.

No curso de mestrado, busquei atingir duas finalidades básicas: (a) aguçar a tomada de consciência da situação e determinação históricas da realidade brasileira e (b) sistematizar uma fundamentação teórica que possibilite maior coerência e consistência à ação pedagógica. As duas finalidades devem propiciar a passagem de uma prática para a práxis pedagógica. A práxis, por seu turno, exige competente aptidão organizacional para condicionar ou mesmo determinar um conjunto de atividades que efetuem transformações na Sociedade. De fato, "a práxis é um conjunto de atividades que efetuam transformações, produções, atuações, a par tir duma competência". (MORIN, vol. I : 151). A prática não domina e não condiciona a transformação de forma organizacional.

Considerando-se ainda a péssima formação em "humanidades", a acentuada impregnação racional-positivista e o autodidatismo impostos ao licenciado em matemática, compreendem-se as dificuldades para transcender a própria prática.

O apoio experimental. Os elementos concretos de minha experiência encontram-se na participação do referido primeiro projeto, na coordenação do segundo e na labuta de sala-de-aula, lecionando desde o curso primário até a pós-graduação. A reflexão baseia-se, metodologicamente, na pesquisa participante (BRANDÃO: 1985) porque atende a seus três aspectos fundamentais: a convivência com professores e alunos de matemática de todos os graus de ensino; a vivência da problemática do ensino de matemática para as mais diversas camadas da população; a impregnação ideológica própria de um licenciado em Matemática num país dependente. Saliente-se, aliás, de passagem, que o esforço para conscientizar-se desta impregnação e libertar-se dela, depara-se com imensos desafios que devem ser enfrentados sem trégua.

Fazem ainda parte do apoio experimental: a participação nas avaliações dos trabalhos desenvolvidos nos projetos, ouvindo (e lendo) depoimentos de professores, alunos, pessoal administrativo e pais; a experiência de iniciador das Feiras de Matemática em Santa Catarina; a criação de material concreto para o ensino de álgebra; a qualificação de professores em cursos diversos; a elaboração de relatórios críticos e gerais dos projetos referidos. Em suma, "o material de observação experimental" é abundante. (RELATÓRIOS : FURB).

Pressupostos. Para que os inovadores em educação, em particular matemática, adquiram competente aptidão organizacional para condicionar ou mesmo determinar um conjunto de atividades voltadas para os interesses das camadas populares (passagem da teoria prática para a práxis), diversos requisitos são necessários. Os requisitos abaixo enumerados são assumidos como pressupostos nesta dissertação.

Ao se pretender a transformação da sociedade mediante o trabalho da escola, é importante que se evite:

. a pedagogia ingênua (pedagogismo), que considera a escola como alavanca de transformação social;

. a sociologia estéril (sociologismo), que centraliza a qualificação dos professores em conteúdos apenas de ordem político-sociais e desacredita os conteúdos específicos;

. a reflexão auto-suficiente (filosofismo), que embora seja uma condição necessária não é suficiente para alterações positivas;

. a psicologia terapêutica (psicologismo), que descampa para os cuidados com as perturbações afetivas;

. a ciência triunfal (cientificismo), que se pretende substituta da Religião;

. a soma eclética (ecletismo), que tenta uma média das posições anteriores. (BALZAN : 60).

A principal função dos pressupostos foi servir de fio orientador na escolha, análise e organização dos textos bibliográficos. Foram eles, também, que ajudaram na manutenção da coerência lógica da dissertação. Serviram, ainda, como filtro para a escolha ou recusa das reflexões de autores tão ecléticos quanto os mencionados nas referências bibliográficas. Em suma, sem um conjunto claro de pressupostos torna-se muito difícil organizar qualquer tema. A clareza não aconteceu desde o início, mas ao longo do trabalho de investigação bibliográfica.

Embora apresentados em sua forma negativa, foi na positiva que cumpriram suas funções e estão presentes na dissertação.

Passos metodológicos. Os principais passos metodológicos, para a construção do presente referencial teórico, foram sendo construídos, enquanto a caminhada ia sendo feita.

> "Na origem, a palavra 'método' significava caminho. Aqui temos de aceitar caminhar sem caminho, fazer o caminho no caminhar. O que dizia Machado: 'caminante no hay camino, se hace camino al andar'. O método só pode formar-se durante a investigação; só pode desprender-se e formular-se depois, no momento em que o termo se torna um novo ponto de partida, desta vez dotado de método. Nietzche sabia-o: 'os métodos vêm no fim". (MORIN : 25).

É claro, porém, que havia marcos metodológicas iniciais bastante definidos.

Inicialmente, desde 1983, começou a investigação sobre materiais instrucionais concretos para o ensino de álgebra no primeiro grau. Como os materiais surgiram ao pesquisador é algo ainda não explicitado: é, apenas, um ato criativo.

Os materiais construídos remetaram para sua testagem. No início, sem grandes cuidados metodológicos. Depois foi esquematizado o projeto: Experiências no Ensino de Matemática. Foi submetido ao PADCT. Reformulado. Aceito. Implantado. Aí começou o controle mais científico contando inclusive com assessoria. Muito se aprendeu, refletindo, estudando, discutindo, praticando e criando.

O desconforto causado pela ausência de uma fundamentação teórica mais profunda e coerente, desembocou na busca do Mestrado. Nele, é óbvio, refletiu-se mais ainda sobre trabalho científico e fundamentação teórica.

Enquanto eram feitos os créditos teóricos do Mestrado, inspirando-se em textos, seminários, discussões, diversas partes dos capítulos dois e três foram escritas e outras anotadas. Concluídos os créditos, mais partes foram escritas, selecionadas, aproveitadas ou não.

Concluído o projeto de dissertação, e durante sua montagem, começou o trabalho de organização do tema. Agora já havia auxílio do orientador e de outros professores do mestrado.

Ao longo do mestrado e destes quase dois anos dedicados a escrever a dissertação, nunca foram abandonados os trabalhos práticos: o contato direto com os fatos e a realidade.

A parte prática das experiências relatadas no capítulo quatro, sob o nome de "propostas didáticas" estavam prontas, praticamente, antes do término do mestrado, incluindo-se testagem e respectivos relatórios.

Finalmente, depois de tudo resumido, selecionado e organizado escreveu-se o presente trabalho, que recebeu críticas do orientador e de outros professores aos quais foi submetido. A colheita para a melhoria da dissertação foi abundante.

Antes da exposição dos três capítulos, objeto da dis sertação, apresenta-se o projeto "Experiências no ensino de Matemática" e o resumo do projeto "Qualificação de Professores em Ciências", para, apenas, situar o leitor no quanto se refere ao "maior apoio experimental", utilizado como base prática na construção do referencial teórico-prático.

CAPÍTULO I

APRESENTAÇÃO DO PROJETO: Experiência de uma Metodologia Inovadora no Ensino de Matemática

1.1. Introdução

Alguns esclarecimentos são necessários sobre a delimitação do capítulo e seus principais objetivos.

Em primeiro lugar pretende-se apresentar com mais detalhes o projeto "Experiências no Ensino de Matemática", deixando o outro sem maiores referências, que seu resumo. Debite-se a decisão à necessidade de evitar um trabalho muito dispersivo, e, com mais forte razão, porque a finalidade da dissertação não é descrever sistematicamente nenhum projeto.

Com este capítulo pretende-se situar o leitor quanto aos antecedentes do projeto, surgimento, expansão e falhas detectadas, porque o desdobramento da dissertação dá-se em função do seu atual endereçamento.

Também pretende-se firmar as coordenadas organizacionais para a continuidade das pesquisas, pois não se deseja que elas se esgotem com a defesa de uma dissertação. Outrossim, até o presente momento as preocupações centraram-se no ensino de matemática para o primeiro grau. Mesmo assim, os temas comumente vistos na oitava série estão em fase de "pesquisa fundamental" e "desenvolvimento". (ver 1.5). O segundo grau ainda está fora de cogitações mais sérias. Em 1.6 levantam-se muitos outros pontos que poderão (deverão) vir a ser objeto de pesquisas.

Para quem convive com professores e técnicos envolvidos na atual etapa de "implementação", delineiam-se dois grupos de problemas, a serem enfrentados, para garantir sucesso ao trabalho proposto pelo projeto.

O primeiro deles refere-se às críticas que são feitas ao projeto por educadores; matemáticos; professores tradicionais; técnicos e professores ligados à licenciatura em matemática. Esta dissertação preocupa-se em responder a estas críticas, identificando dificuldades encontradas para abandonar uma prática pedagógica rotineira, que não podem ser atribuídas ao projeto.

O segundo grupo de dificuldades gira em torno dos interessados na adoção atual do projeto: seu modo de ver e pensar as questões referentes à sua atuação em sala e à construção ou apropriação de propostas científico-didáticas. Esta dissertação busca explicitar alguns elementos teóricos, julgados mais importantes, que fundamentam uma prática pedagógica não rotineira e, apresenta, alguns modelos de propostas científico-didáticas, com o sentido de orientar aqueles que desejam fazer a experiência.

Os dois grupos de dificuldades foram captados através da participação em inúmeros cursos de qualificação e seu processo avaliativo, em discussões formais e informais com as mais diversas pessoas ligadas ao projeto. Procurou-se entender suas dúvidas, hesitações, medos e inadequações.

Julga-se que os esclarecimentos dados são suficientes para o leitor entender a seqüência dada à apresentação do projeto. Deixa-se para outros o trabalho de inventariar evidências para a seleção de questões tratadas na dissertação, partindo de atas, questionários e relatórios. O importante é salientar que na atual etapa de implementação três pontos devem estar bem estruturados:

- fundamentação teórica que faça frente aos críticos do projeto, diante da comprovação de sua aplicabilidade exitosa;
- fundamentação teórica que oriente aos interessados na adoção da experiência;
- descrição de propostas concretas científico-didáticas, já testadas.

1.2. Antecedentes

Ao participar do I Simpósio Sul Brasileiro de Ensino de Ciências, 1983, em Passo Fundo, impressionou-me a ausência de material concreto para o ensino de álgebra, contra a existência de muitos para o ensino de geometria e aritmética. Minha expectativa ao dirigir-me ao Simpósio, era encontrar, finalmente, algo praticável sobre o ensino de álgebra. A decepção foi grande. Soube, então da quase total inexistência de materiais instrucionais. Que fazer ? Encarar a situação, aceitar o desafio e partir para a tentativa de resolvê-la.

Voltando a Blumenau, juntamente com outro colega(*), começamos a pensar e tentar criar algum material concreto para o ensino de álgebra, a nível de primeiro grau. As dificuldades foram grandes no início. Aos poucos, começaram a surgir algumas idéias que frutificaram.

Os nossos alunos, das licenciaturas em Ciências e Matemática, foram os primeiros a trabalharem com o material e a tentarem sua aplicação a nível de primeiro grau. Os resultados foram auspiciosos.

Em 1985, foi publicado na FURB o primeiro livreto com minhas anotações sobre ensino de polinômios, funções e equações. Alguns programas de especialização solicitaram o curso, o que nos animou a dar andamento a projetos mais ambiciosos. Enquanto que eu assumia a responsabilidade pela concretização de um projeto intitulado "Qualificação de Professores em Ciências", meu colega propunha o projeto "Experiência de uma Metodologia Inovadora no Ensino de Matemática através da Utilização de Materiais Instrucionais Concretos". Ambos foram aprovados pelo PADCT para os anos de 1986 e 1987. A aprovação do meu projeto afastou-me bastante da álgebra. Em 1986, tendo sido aberta a linha de pesquisa "Educação e Ciência", no mestrado de Educação da UFSC, candidatei-me a uma das vagas. Fui selecionado, o que contribuiu para quase impossibilitar minha dedicação à pesquisa sobre materiais instrucionais para ensino de álgebra. Mesmo assim, nas horas de "folga" dedicava-me à montagem e orientação de projetos de ensino de álgebra com materiais concretos, principalmente com professores e alunos participantes do referido projeto, cujo resumo é transcrito a seguir

(*) Professor Vilmar José Zermiani

1.3. <u>Resumo</u>: **"Experiências no Ensino de Matemática"**

Este projeto visou experimentar uma metodologia inovadora para o ensino de Matemática, com a utilização de materiais instrucionais praticamente desconhecidos, elaborados e testados pelo Departamento de Matemática da Fundação Educacional da Região de Blumenau (FURB), relativo ao ensino da álgebra, abrangendo operações concretas, propriedades, modelos matemáticos concretos, sistemas de numeração, equação de 1º e 2º graus, polinômios e sistemas lineares.

O projeto foi desenvolvido na região de Blumenau. Envolveu o treinamento de 30 professores de 5ª a 8ª séries do 1º grau e seis licenciandos, que ministraram suas aulas nas escolas em que atuaram, atingindo aproximadamente 1.200 alunos.

A avaliação da fase de teste foi planejada para ser efetuada através do "design" experimental anterior e posterior ao teste, utilizando 10 turmas de controle, escolhidas aleatoriamente junto à rede Estadual de Ensino, na região de Blumenau. Para o controle de algumas variáveis afetivas foi utilizado um questionário de opinião para os docentes, um teste de hábitos e atitudes aplicado aos alunos e os registros das observações feitas pelos professores.

Obteve-se como resultado do desenvolvimento deste projeto, a Implementação de uma nova Metodologia do Ensino de Matemática: a instalação de pequenos laboratórios de Matemática em cada uma das 15 escolas envolvidas; a elevação do nível de desempenho dos alunos em Matemática; a redução da repetência; a transformação da Matemática de "ciência dada" (o aluno agente passivo) em "ciência feita" (aluno ativo); a maior retenção do conteúdo; a integração dos professores de Matemática com os de Artes; e o incentivo à montagem de feiras de matemática na região". (PADCT : 1987). Em anexo, existem mais informações sobre o projeto em pauta.

1.4. <u>Depoimentos</u>

Inicialmente, o projeto "Experiências no Ensino de Matemática" propunha um delineamento de pesquisa clássica, com grupo de controle, grupo experimental, tratamento estatístico dos dados, etc...

Por inferência das sugestões do consultor enviado pelo PADCT antes do início do projeto (*), os ideais da pesquisa clássica foram abandonados e adotou-se a avaliação iluminativa.

Em dezembro de 85, houve reunião da equipe técnica. Resolveu-se que poderiam participar do projeto professores interessados em desenvolver a nova metodologia. Isto, evidentemente, pode introduzir viezes favoráveis à experiência nos depoimentos. (Contudo, existirá alguém que se mantenha neutro numa pesquisa ?)

Ainda resolveu-se escolher escolas de bairros, onde estudam os filhos das camadas pobres. Pensou-se que estudantes das classes abastadas não evidenciariam melhoria na aprendizagem que pudesse ser atribuída aos materiais e metodologias empregadas. E de fato, uma das alunas de Prática de Ensino de Matemática, sob minha orientação, trabalhou com alunos de um dos colégios mais tradicionais de Blumenau, onde se encontram os filhos dos mais abonados. Foi escolhida uma sala da 6ª série, com 48 alunos (21 meninas e 27 meninos), com idade média de 12 anos, para a testagem dos números inteiros com os nossos materiais. Além desta 6ª série a mesma professora lecionava para outras duas sextas, no mesmo colégio.

A experiência possibilitou aferir os fatos abaixo mencionados.

A média final, em termos de notas, não diferiu muito entre as turmas (ficou em torno de 6.5). Porém, a referida aluna de Prática de Ensino salientou diversos fatos em seu depoimento. Entre eles:

(a) os alunos, da referida sexta série, não ficaram presos a "regrinhas" do livro e, aliás, nem ficaram sabendo que elas existiam;

(b) elaboraram por si as próprias "regrinhas";

(c) eram "todos crianças saudáveis, com disposição para aprender. O desempenho delas é excelente devido seus pais estarem sempre atentos para que isso realmente aconteça".

(d) na opinião da professora, por isso, "não importava a metodolo-

(*) O professor O. Frota-Pessoa.

gia empregada porque este tipo de aluno aprenderá de qualquer forma".

(e) os alunos tornaram-se mais questionadores que os das outras duas séries e, também, não desejavam mais ter aulas no estilo clássico. (Relatório de Prática de Ensino de Matemática, 1987).

O depoimento é significativo pois mostrou que, em termos de notas, (quantidade) não houve diferenças sensíveis entre as três turmas. Porém, examinada a experiência sob o aspecto qualitativo, apareceram diferenças. Mais uma razão para se precaver quanto ao uso de nota de testes para aquilatar a aprendizagem. No caso, a avaliação iluminativa propiciou mais insights.

Já nas escolas rurais ou de bairros, as diferenças foram marcantes. Classes em que se aplicou a nova metodologia passaram a ter rendimento nitidamente superior, mesmo nas médias dos testes. Houve casos - refiro-me a outros alunos de Prática de Ensino - em que as médias ficaram com diferenças de até três pontos (classe experimental: média 6,0; classes comuns: média 3,0). Nos bairros de periferia a mudança de aprendizagem em termos quantitativos foi muito grande.

Merecem destaque alguns depoimentos de alunos (questionários aplicados em 1987 aos estudantes da 5ª, 6ª e 7ª série). Foram ouvidos cerca de 939 alunos.

Questionário dos alunos (Ver Anexo à página 122)

Considerando as oito perguntas verificou-se que uma média de 70% dos alunos sempre se manifestou de forma favorável e uma média de 25% manteve-se indiferente, perante a nova metodologia.

De cerca forma, isto aponta para alguma consistência do instrumento avaliador. Por exemplo, os 15% da pergunta 5 (pouco) passaram a 14% (não sei) na 6, e ficaram em 16% (indiferente) na pergunta 7.

Parece razoável concluir-se pela eficácia da intervenção, quanto à mudanças afetivas para com a matemática. Talvez, isto se deva ao próprio professor. Realmente são conhecidos os resultados da pesquisa desenvolvida pela Universidade de Harvard (ano de 1964) na qual evidenciou-se que a previsão de êxito, por parte do seu professor, pode transformar alunos incapazes em alunos brilhantes. (HARPER : 69).

Diziam ainda os alunos, através de seus depoimentos, que desejavam ver a metodologia aplicada em todas as turmas e em todas as séries; achavam que este tipo de trabalho "mexe com a cabeça"; aprendiam coisas "que nem imaginavam que existissem"; com materiais concretos "compreende-se e aprende-se mais".

Há alunos que se declaravam indiferentes ao uso do material concreto. Seriam alunos que teriam ultrapassado o período das operações concretas ? Estariam no período das operações formais ? Infelizmente, através dos depoimentos e dos relatórios, tornou-se impossível saber. Não houve controle de variáveis a respeito. Mereceria um estudo mais detalhado. Também, quanto aos que gostavam de trabalhar com material concreto não houve evidência, nos relatórios, de que fossem alunos em estágio de pensamento concreto. Nesta dissertação assume-se tal fato como verdadeiro, tendo em vista a média de idade dos alunos. Mas estes aspectos não podem ser detalhados através dos materiais de avaliação existentes.

Dos depoimentos dos professores mereceram destaque: a diminuição sensível do número de reprovações; aulas de matemática mais ativas, com grande envolvimento de alunos e professor ; alunos considerados "fracos" com o método tradicional tiveram melhoria significativa com uso de materiais concretos; tornou-se gratificante "ensinar matemática"; os professores sentiram-se "mais seguros depois de ter aplicado o método pela primeira vez", ocasionando inclusive maior rendimento dos alunos, principalmente, porque "seu trabalho na escola tornou-se menos orientado" ; houve aumento de coleguismo; os alunos retiveram os conteúdos aprendidos por mais tempo.

Na própria Universidade (FURB) houve constatação de algumas alterações:

(a) Reversão na tendência dos alunos do Curso de Ciências (Licenciatura Curta) quanto ao estágio e Prática de Ensino.
Atualmente, a maioria dos alunos escolhe Matemática para estagiar, não havendo mais a preferência por áreas de Biologia, Física ou Química.

(b) Integração entre FURB e ensino de primeiro grau, com afluência de seus professores aos cursos de extensão matemática oferecidos pela Universidade.

(c) A criação do laboratório de matemática da FURB;

(d) Bom número de artigos publicados, especialmente, no "Boletim Informativo do Departamento de Matemática".

O depoimento de um dos pais de aluno, envolvido no projeto, foi muito significativo e resumiu a opinião de outros : "Achamos esta nova maneira de ensinar matemática, no início, um pouco vaga, pois quase não apresentava conteúdo no caderno. Com o passar do tempo observamos a facilidade no desenvolvimento do cálculo mental, e o gosto para aprender matemática. Cada vez mais observamos o desenvolvimento. Nas tarefas nós não opinávamos porque ele sempre contestava... Acho interessante este método porque a criança aprende brincando, tornando a tão temida matemática, gostosa".

1.5. <u>Etapas do Projeto</u>: Experiências no Ensino da Matemática

O paradigma de inovação educacional seguido pelo projeto pode ser identificado com o modelo "pesquisa-desenvolvimento". Segundo Goldberg: (GOLDBERG : 240) o modelo veio do mundo da indústria e compõe-se, basicamente, de três etapas.

(a) Pesquisa fundamental. É a etapa da descoberta de novas idéias sobre métodos e materiais que sejam adequados aos alunos e aos conteúdos a serem estudados.

(b) Desenvolvimento. É a etapa da aplicação das novas idéias em situações concretas de sala-de-aula, buscando solucionar o problema da aprendizagem de matemática.

Até a presente data, estas duas etapas foram atingidas em plenitude pelo projeto, que parte, definitivamente, para a terceira etapa.

(c) Implementação. Esta última é subdividida em duas sub-etapas :
Difusão. Tornar a inovação amplamente conhecida diante da comprovação da sua aplicabilidade em situações comuns de escolas públicas.
Adoção. Fazer a experiência de forma sistemática e ampla, sob orientação de pessoas qualificadas, adaptando-as às limita-

ções do próprio contexto de trabalho.

Na implementação da última etapa deverá ser tomada uma precaução quanto às limitações do modelo, para evitar a maior crítica que lhe é feita: a ditadura do cientificismo. Para contorná-la, impõe-se um diálogo permanente, conduzido com inteligência, com os pais, alunos, professores e administradores durante esta fase.

Para que os inovadores possam manter um diálogo inteligente necessitam de fundamentação teórica que justifique sua atuação. Os aspectos mais importantes situam-se na área das dificuldades para abandonar uma prática pedagógica rotineira.

Nos diversos encontros mantidos entre os idealizadores do projeto, pessoas interessadas e seus críticos são muito comuns questionamentos sobre os aspectos mencionados a seguir.

Para responder aos críticos e manter um diálogo eficaz, parecem importantes os seguintes temas:

- esclarecimentos sobre a relação entre inovação pedagógica e sociedade;
- nítida distinção entre formação do matemático profissional e do educador matemático;
- finalidades da educação matemática;
- cuidados especiais ao se pensar em estabelecer metas e objetivos em educação matemática:
- a prática pedagógica rotineira - sua origem e formas de superá-la, incluindo-se aí, uma crítica à licenciatura de matemática ;
- problemas referentes a um ensino qualificador.

1.6. Aspectos gerais do projeto: questões para pesquisa

1.6.1. Inovações

Neste item são levantadas questões que deverão orientar as pesquisas teóricas e práticas, no sentido de se buscar respostas mais seguras, cientificamente, para as atividades propostas pelo projeto Experiências no Ensino da Matemática.

Segundo GOLDENBERGE (<u>id. ibid</u>. : 238) já mencionado, as inovações podem ser classificadas em seis grupos.

Inovações conservadoras. Sua finalidade é a manutenção da situação atual.

Inovações reformistas moderadas. Visam melhorar o rendimento da escola, sem questionar suas finalidades.

Inovações reformistas avançadas. O sistema é questionado, mas aceito como tal e dentro dele procuram-se superar as dificuldades específicas dos alunos.

Inovações revolucionárias moderadas. Questionam-se as finalidades da escola, mas a mesma é vista como um lugar privilegiado para alavancar mudanças da sociedade.

Inovações revolucionárias avançadas. Inovações sociais e culturais, visando a transformação da sociedade, onde a educação escolar entra como uma das componentes.

Inovações "nihilistas". São os movimentos de desescolarização.

Considerando-se os depoimentos dos professores participantes do projeto, não resta dúvida de que a média situa-se na faixa dos reformistas avançados: porque questionam o sistema de ensino, mas querem superar as dificuldades encontradas pela melhoria do mesmo, propondo, por exemplo, mudanças de pessoas no comando. Alguns atingem a faixa dos revolucionários moderados. Já foi acentuado que o forte dos professores de matemática não é propriamente uma visão crítica da educação e da sociedade.

1.6.2. Filosofia da educação

Se, com Saviani, (SAVIANI : 17) forem admitidas quatro concepções fundamentais de Filosofia da Educação, a média dos professores envolvidos poderá ser arrolada entre os que admitem uma concepção humanista moderna. Alguns a ultrapassam e se inserem numa concepção dialética.

Para melhor entendimento, apresentam-se algumas notas sobre cada uma das quatro concepções. Pode-se dizer que os humanistas modernos vêem a inovação centrada no educando e não do educador; na atividade do aluno e não no conhecimento; na vida e não no intelecto; numa metodologia predominantemente psicológica em vez de lógica. No entanto, as finalidades do ensino são as tradicionais, apenas os métodos são substancialmente alterados. São aqueles professores que recebem influxos do pragmatismo, vitalismo, historicismo, existencialismo ou da fenomenologia.

Para os dialéticos, inovar significará sempre mudar as bases da própria educação porque se pretende mudança da própria sociedade. Não lhes bastará substituir métodos por outros. Trata-se de reformular as finalidades da educação, colocando-as a serviço das camadas emergentes da sociedade.

As outras duas concepções encontram-se pouco presentes entre os participantes do projeto. A primeira seria a do humanista tradicional, para o qual a inovação tem papel secundário, periférico e acidental. A outra, a concepção analítica, é pouco conhecida entre os professores e por isso mesmo exerce pequena ou nenhuma influência. Esta concepção concebe a inovação meramente como um problema de análise de linguagem educacional.

De qualquer forma, um cuidado especial deve ser dedicado à orientação dos professores do projeto para evitar que o eixo das preocupações seja deslocado do âmbito político relativo à Sociedade, seu lugar certo, para o âmbito técnico-pedagógico, relativo ao interior da escola. Caso isso venha a acontecer, a inovação será mantida dentro dos limites tolerados pelos interesses dominantes e, poderá acontecer o pior: eficiente para os mesmos.

1.6.3. Prática Pedagógica

Para Ferretti, (FERRETTI : 55) as inovações, sob o aspecto da prática pedagógica, dizem respeito a:

. organização curricular;
. métodos e técnicas de ensino;
. materiais instrucionais e tecnologia industrial;
. relação professor-aluno;
. avaliação educacional.

É óbvio que mudanças numa das áreas ocasionam repercussões nas outras, porque a prática pedagógica é um todo que não pode ser fragmentado, a não ser para efetuar uma análise classificatória.

Em "Experiências no Ensino de Matemática", as áreas mais afetadas pelas experiências são as de métodos e técnicas, e as de materiais instrucionais. Diversas hipóteses podem ser levantadas para explicar esta concentração.

Primeiramente, a área de métodos e materiais está sob o controle do próprio professor, o que lhe facilita a atuação. O professor não tem as mesmas condições de agir sobre as outras áreas porque sofre cerceamento, legal e administrativo.

Em segundo lugar, a área referida é um elemento concretamente manipulável pelo professor, na medida em que representa o nexo entre os objetivos do ensino e seus resultados. Uma terceira hipótese não pode ser deixada de lado: o fascínio pela novidade, tão estimulado no mundo dominado pelo modo de produção capitalista. E em métodos e técnicas sempre surgem modismos.

Claro que todas estas hipóteses estão presentes entre os professores do projeto, uma motivando mais do que outra.

1.6.4. Objetivos

Há uma falha no projeto que deve ser sanada. É preciso tornar contínua a coleta de informação e não limitá-la a determinados momentos (reuniões de avaliação), bem como aprimorar os instrumentos a serem usados. Com os dados dos relatórios fica muito difícil fazer uma análise completa do projeto, Daí, também, a insuficiência de sustentação dos fatos aqui mencionados, e mais ainda, dos que são arrolados a seguir.

Que aspectos do processo educacional são enfatizados pelos professores do projeto ?

O método utilizado visaria:

- estimular o aluno a exercitar o pensamento reflexivo;
- favorecer a construção de conceitos e algoritmos;
- possibilitar a participação integrada nos níveis intelectual, afetivo, físico e social;
- permitir o desenvolvimento das potencialidades lógico-matemáticas do aluno mais que o domínio de conteúdos.

Convém ressaltar que, para a maioria dos professores envolvidos no projeto, a inovação não consiste propriamente na criação de um novo método, técnicas ou materiais concretos. Antes a inovação, para eles, situa-se na dimensão de sua adoção. É positivo que a adoção esteja sendo feita de forma bastante crítica, isto é, como resposta aos desafios encontrados no ambiente de trabalho e não como mera transposição de experiência, sem análise da contribuição efetiva que os materiais podem proporcionar e sua respectiva adaptação local. Não resta dúvida que a maioria dos professores são muito criativos nesta dimensão. Um fato que interfere negativamente é a pretensão de adotar a nova metodologia sem uma tentativa séria de estudos mais aprofundados dos conteúdos em si e de seus pressupostos (sociológicos, psicológicos, filosóficos, didáticos).

Das avaliações feitas sobre este fator negativo resultou serem aspectos relevantes para ajudar aos interessados na adoção das experiências: conhecimento, a nível de vivência, da teoria cognitivista e do processo educativo; problemas sobre treinamento e qualificação de docentes; uso de materiais concretos e aulas expositivas, entre outros.

1.7. <u>Projeto: "Qualificação de Professores em Ciências"</u>

<u>Resumo</u>

A qualificação de professores proposta pelo presente projeto visou atingir professores de Ciências dos três graus de ensino de Santa Catarina, com o propósito de estimular a produção científica, e de preparar campo para o surgimento de lideranças inovadoras na área do ensino de Ciências.

O projeto teve início com um curso de especialização concluído em 1984 para professores de Biologia, Física, Química e Matemática. A proposta objetiva, pois, principalmente, o primeiro grau, com atividades curriculares centradas em estudos especiais (só os cursistas) e em simpósios e encontros (alunos e professores dos três graus de ensino.

Para garantir o alto nível dos cursos foram convidados docentes com experiências inovadoras, reconhecidas nacionalmente na área científica.

Pretendeu-se, portanto, com a realização do projeto: renovação contínua do ensino de Ciências e Matemática; implantação e sedimentação de atividades extraclasse nos municípios atingidos pelos encontros regionais; formação e estabilização de grupos de pesquisa emergentes em sala de aula; nova postura dos professores quanto à liderança na área científica em seus locais de trabalho ; surgimento de linhas de pesquisa com base nas necessidades curriculares; formação de massa crítica, pensante e atuante, capaz de influir nas decisões relativas ao ensino de Ciências de Santa Catarina.

A filosofia do projeto baseou-se nas seguintes crenças: (a) que reflexão e ação devem ser concomitantes; (b) que a ciência e a tecnologia devem estar a serviço do homem; (c) que recursos pobres podem promover mudanças; (d) que ensinar (dialogar), pesquisar (aprender), estender (desenvolver), servir (repassar) são tarefas da Universidade; (d) que o professor deve ser valorizado como gerador de soluções para o ensino; (f) que o professor deve ser apoiado em suas atividades e na busca de melhores condições para o ensino (PADCT : 1987).

CAPÍTULO II

DIFICULDADES

2.1. <u>Introdução</u>

O segundo capítulo estabelece uma fundamentação teórica aprofundada aos dois projetos referidos, enquanto sistematiza o encaminhamento das reflexões sobre as dificuldades encontradas por um professor que pretenda abandonar sua prática pedagógica rotineira (primeiro objetivo específico da dissertação). Tenta-se captar as dificuldades mais profundas, poder-se-ia dizer até ideológicas, e não encontradas na literatura mais à mão dos professores e nas aulas da maioria das licenciaturas de matemática, dificuldades referentes à educação matemática, sugerindo formas de superá-las.

O conteúdo desenvolvido serve também, como alerta sobre os perigos de fracasso e desânimo que espreitam o inovador em educação, sem perspectivas críticas e historicizadas, as quais, lamentavelmente, estão ausentes na grande maioria dos mesmos bem preparados professores de matemática.

Estrategicamente, este capítulo, é um diálogo imaginário (para alguns, certamente, mais diatribe que diálogo) entre os idealizadores dos dois projetos e seus principais críticos: educadores em geral; matemáticos e professores tradicionais; administradores e docentes de conteúdos ligados às licenciaturas de matemática.

Pretende-se, também, melhor fundamentar, aquelas pessoas que desejam implementar em suas escolas, as experiências desenvolvidas no projeto referido no capítulo primeiro. Fundamentação que lhes permita fazer frente aos seus críticos, diante da comprovação da aplicabilidade exitosa das experiências. Ao mesmo tempo, a fundamentação teórica deve possibilitar-lhes superar os perigos da ditadura do cientificismo, (referida em 1.5), tendo elementos para um diálogo permanente, conduzido com inteligência com os pais, os próprios alunos, outros professores e os administradores da escola.

Já foram referidos, no capítulo primeiro, os principais temas a serem desenvolvidos e como se chegou à identificação da sua importância para as finalidades expostas.

Desta forma, neste capítulo, serão tecidas algumas considerações sobre as relações entre educação e sociedade, destacando-se a interdependência entre ambas. Como pano de fundo, a presença das teorias reprodutivas: Althusser; Bowles & Gentis; Bordieu; Bernstein; temperadas pelas colocações dos defensores do reconstrucionismo social: Willis; Hebdige; Corrigan; Apple; Olson; Giroux. (GIROUX : 1986).

A distinção entre professor de matemática (educador) e matemático profissional (cientista) será estabelecida, para orientar na formação diversificada de ambos os profissionais. Algumas pinceladas sobre finalidades, metas e objetivos da educação matemática, admitidos a nível mundial, são apresentados, com a intenção de salientar cuidados especiais que devem ser tomados ao estabelecê-los, para não prejudicar alunos das camadas populares. Em seguida discutir-se-á a prática pedagógica rotineira: sua possível origem e formas para superá-la, incluindo-se uma crítica à licenciatura de matemática, tomada como sua principal causadora. Conclui-se com algumas observações sobre qualidade do ensino da matemática. Este tema será retomado, em melhor contexto, no próximo capítulo.

2.2. Inovação pedagógica e sociedade

É sabido que a forma como evolui a prática social de uma região interfere e reflete-se na organização do ensino. A interferência pode variar muito. Pode existir uma total submissão da escola, transformada em mero aparelho reprodutor da sociedade, com tanta maior ênfase quanto mais os agentes da inovação forem politicamente ingênuos. Pode ocorrer uma resistência crítica, com sensível aumento das inter-relações entre escola e sociedade, especialmente quando a ingenuidade política tiver sido substituída por uma práxis corretamente dimensionada para uma sociedade dependente. (BERGER : 200).

Em sociedades dependentes, a interferência da prática social sempre estará presente e será marcante na organização escolar. Pode o sistema econômico, por exemplo, criar demanda por determinados recursos humanos a serem preparados pela escola. Pode reforçar as escolhas profissionais da população pela valorização de determinadas áreas. A própria herança cultural, fruto dos próprios desníveis econômicos, influi sobre a preferência por determinados cursos e profissões. Mesmo a forma como se organiza o poder se relaciona com os rumos oficiais impostos à organização escolar. (ROMANELLI : 14).

São muitas as variáveis que condicionam o êxito da inovação pedagógica, sendo que a maioria delas estão totalmente fora do controle dos professores. Começam com a criança e seu lar, passam pela escola e terminam na sociedade com seu modo de produção. Seria ingenuidade supor que o insucesso no processo escolar possa ser superado pela experimentação e planejamento ou pela modernização de métodos e técnicas. A insatisfação do inovador em educação escolar não pode voltar-se, unicamente, contra os aspectos pedagógicos, se quiser ter alguma chance de sucesso. A educação, incluindo-se aí todas as formas de conhecimento, faz parte das estratégias do indivíduo para conformar-se às aspirações gerais impostas pela sociedade, havendo alguma margem, apenas, para esperanças utópicas de realização pessoal.

Todo professor que queira voltar-se para a solução de problemas pedagógicos deve orientar-se pela perspectiva das inter-relações entre sociedade e educação. E ao querer estudar as interferências na área específica do ensino e aprendizagem da matemática, muitas outras exigências devem ser levadas em consideração.

2.3. <u>O professor de matemática e o matemático profissional</u>

Para dar significado ao estudo sobre os pontos de estrangulamento do ensino-aprendizagem da matemática, é necessário ter uma visão clara das diferenças existentes entre ciência matemática e educação matemática, preliminarmente. A distinção remete diretamente, para as metas e os objetivos da educação matemática , dentro dos propósitos (despropósitos!) da Sociedade.

A negligência na distinção mencionada pode dar consistência a opiniões veneráveis pela sua antigüidade e respeitáveis pela sua origem, porém nefastas por sua confusão epistemológica e perigosas por suas implicações pedagógicas.

Estas opiniões são comumente encontradas, em epígrafe, em livros e revistas dedicados à orientação de professores de matemática. Vejamos alguns exemplos.

> "Nenhuma outra construção humana tem a unidade, a harmonia da ciência matemática: nenhuma a iguala na solidez, no equilíbrio perfeito e na delicadeza". (Amoroso Costa).
>
> "A matemática é a honra do espírito humano". (Leibniz).
>
> "Sem a matemática não nos seria possível compreender muitas passagens da Santa Escritura". (Santo Agostinho).
>
> "A prosperidade de uma nação está intimamente ligada com o progresso e o desenvolvimento dos estudos matemáticos". (Napoleão Bonaparte).
>
> "Podem os físicos trabalhar em diferentes campos adotando métodos diversos: uns cavam; outros semeiam; muitos ceifam. Mas a colheita final será, sempre, um feixe de fórmulas matemáticas". (James Jean).

Certamente que são opiniões veneráveis e respeitáveis, mas devem ser aceitas com restrições, especialmente, pelos professores de um país dependente e periférico da economia mundial. São opiniões perigosas porque podem afastar os professores de metas e objetivos de desaristocratização da matemática e, por isso mesmo, justificar a reprovação em massa dos alunos das camadas populares. Podem ajudar a deformar a visão sobre a realidade circundante já que estão impregnadas de ideologia indiferente à melhoria da qualidade de vida dos menos afortunados. São nefastas porque sustentadas por uma epistemologia embasada na hipótese da existência de uma ciência neutra, objetiva, fria e de igual valor universal.

A distinção entre ciência matemática e educação matemática e suas respectivas caracterizações não pode, pois, ser procurada tão inocentemente, nas páginas dos escritos dos "grandes homens".

2.3.1. A educação matemática

A educação matemática é uma disciplina embrionária que vem se constituindo desde meados deste século. Nos encontros mundiais de estudos sobre as tendências atuais do ensino nas várias ciências, promovidos pela UNESCO, a educação matemática começa a marcar presença a partir de 1973. (UNESCO, 1973).

Embora seja uma disciplina em construção, é uma área de conhecimento com relativa autonomia, investigando problemas próprios e específicos, em especial, conduzindo estudos sobre o processo de construção do conhecimento matemático por aquele que a estuda. Não é, contudo, de sua preocupação a natureza da ciência matemática ou mesmo o processo de invenção de novos conhecimentos.

Como área de conhecimento bastante jovem, utiliza conceitos e teorias de outras disciplinas, não tendo ainda um paradigma que sustente, apóie e direcione suas investigações, além de validar-lhe as conclusões. Carecendo de uma teoria unificadora, os pesquisadores ficam entre dois desejos opostos: resolver as questões da realidade das salas de aula ou conduzir experimentos conforme o modelo clássico de ciência. Desta forma, surge forte motivação para que a educação matemática seja uma espécie de ponte entre a investigação científica e a prática escolar. (UNESCO, 1973 : 151).

A tentativa de mediação tem seu ponto fraco exatamente na falta de uma metodologia apropriada. Assim, o que é legítimo para um cientista: orientar-se por um paradigma, fica vedado, de certa forma, aos estudiosos de educação matemática. Os investigadores, também, não podem simplesmente se limitar a selecionar resultados de outras ciências e interpretá-los para fins práticos. Isto é legítimo para o professor, que pode e deve ser unilateral nas decisões que se vê obrigado tomar sobre os temas a serem ensinados. As terríveis pressões do tempo e do contexto da sala de aula obrigam o professor a decidir sobre o que, o como, o quanto e o quando, em curto espaço de tempo, quando não, no próprio momento da execução de sua aula. (UNESCO, 1979 : 128).

A situação do educador matemático torna-se então, bastante problemática. Não pode diminuir a complexidade de suas investigações seguindo modismos e movimentos da opinião pública. Não pode perder-se num pragmatismo orientado para a solução de questiúnculas de sala de aula. Não pode legitimar suas verdades por paradigma ainda não construído. Não pode invocar a urgência do tempo para justificar sua unilateralidade. Desta forma, o estudioso da educação matemática vê-se compelido a construir seu método científico enquanto investiga.

As dificuldades apontadas não precisam ser vistas necessariamente como desvantajosas para os educadores matemáticos. A situação pode até ser altamente compensadora em relação a outras "disciplinas" bem constituídas. Afinal, uma "disciplina" distingue-se de outras por razões históricas e, também, por motivos tão prosaicos como conveniências administrativas, tendências burocráticas sistematizadoras ou desentendimentos entre pesquisadores. É igualmente pacífico que já se foi a época em que uma "disciplina" devia ter objeto formal e conteúdo próprios. "Estudamos problemas, não matérias: problemas que podem ultrapassar as fronteiras de qualquer matéria ou disciplina". (POPPER : 96). A educação matemática, como disciplina em plena construção, enfrenta problemas reais e não deveria ser desviada, prematuramente, para a discussão de quase pseudo-problemas referentes a métodos, objeto próprio, organização teórica, paradigma sistematizador de conhecimentos. A multidisciplinaridade, a ausência de dogmatismo e o estudo de problemas reais representam vantagens para o estudioso. Contudo, não se deixe de ter boa dose de prudência diante das fraquezas da disciplina.

2.3.2. O matemático profissional

Conforme já foi mencionado, a falta de clareza na delimitação dos campos de trabalho da educação matemática e da ciência matemática obscurece o questionamento sobre metas e objetivos do ensino da matemática. A confusão entre formação de futuros cientistas matemáticos e melhoria das condições que permitam o pleno desenvolvimento da capacidade lógico-formal de cada indivíduo gera distorções em todos os graus de ensino, conforme pretende-se evidenciar nos próximos parágrafos. Aliás, saliente-se que, segundo Piaget, o desenvolvimento da capacidade lógico-matemática pode ocorrer, independentemente de estudos matemáticos. Por outro lado, como alguém se torna um matemático é algo que ainda está envolto nas brumas das conjecturas.

Para tentar uma explicitação sobre a ciência matemática toma-se por guia o livro A experiência matemática de DAVIS & HERSH, por serem ambos dois experientes matemáticos profissionais.

O que é matemática ?

Respondem os autores: "a definição de matemática muda. Cada geração e cada matemático sério, em uma dada geração, formulam uma definição de acordo com seu entendimento". (DAVIS & HERSH : 33).

É a matemática uma ciência neutra ?

"Durante os protestos contra a guerra do Vietnã houve ataques físicos diretos contra instituições matemáticas. Começou-se ouvir dizer que a primeira guerra mundial foi a guerra dos químicos; que a segunda, foi a guerra dos físicos e que a terceira (que ela nunca aconteça!) será a guerra dos matemáticos. Com isso a consciência geral percebeu plenamente que a matemática está inevitavelmente entrelaçada no tecido geral da vida". (id. ibid: 125).

Percebe-se que os autores estão longe de ver a matemática como uma ciência inexoravelmente lógica, fria, neutra, distante da Sociedade em que vivem seus cultores. A suposta neutralidade e a-historicidade da matemática favorecem o endurecimento dos professores nas exigências do desempenho dos alunos. É que o equívoco de desconsiderar a situação e a determinação históricas da ciência, torna todas as pessoas iguais. A conseqüência se impõe: se iguais, os níveis de desempenho também deveriam equivaler-se. E desta forma, admite-se que um ginasiado brasileiro deveria ter o desempenho matemático de um ginasiado francês, por exemplo, para não considerar um brasileiro do sul comparado com um do norte. Ou então, que um estudante oriundo de família menos favorecida deverá ter desempenho idêntico ao de outra de status mais elevado. E sob pena de não se permitir baixar o nível (mas qual nível ?!) as reprovações em massa são justificadas e aceitas até pelas próprias vítimas da incompreensão da historicidade de qualquer ciência.

O que é um matemático profissional (idealizado)?

Valeria transcrever o texto dos referidos autores (id. ibid.: 61-70) pela fina ironia com que respondem à pergunta. Contudo, para realçar algumas características da ciência matemática e os propósitos da dissertação, far-se-á um pequeno resumo.

"O trabalho do matemático ideal é inteligível somente a um pequeno grupo de especialistas. Este grupo existe há poucas décadas, e há fortes probabilidades de que seja extinto dentro de mais algumas". Sua fé: as demonstrações rigorosas. Não concebe condenação mais execrável do que a afirmação: não sabe nem o que é uma demonstração. Contudo, se indagado sobre "demonstração rigorosa" não conseguirá dar nenhuma explicação coerente.

O matemático ideal é classificado por assunto, quanto pública, e, especialmente, pelos autores que cita.

Ele estuda objetos cuja existência é suspeitada (suspeitada mesmo) por apenas um pequeno grupo de colegas, e são necessários anos e anos de estudos árduos para poder chegar à mesma suspeita. Tais objetos inexistiam há trinta anos... hoje são o principal interesse da vida de algumas dúzias de pessoas. Na verdade, o seu maior feito foi ter demonstrado a existência de tais objetos suspeitados. Para o matemático ideal, seus objetos de estudo existem de fato, ao passo que, por exemplo, para ele a cidade de Blumenau é altamente provável que exista, mas não rigorosamente demonstrado.

O matemático ideal acha difícil conversar significativamente com a maioria da humanidade, que ignora seus objetos. A seus colegas, comunica seus resultados num estilo descuidado. Este estilo ameno jamais será encontrado em suas publicações. Seus escritos oficiais procuram esconder qualquer vestígio de que o autor e seus possíveis leitores sejam seres humanos. Somente seus colegas (todos os doze!) aos quais são dirigidos seus escritos podem decodificar o texto. Mas para os não iniciados, trata-se de um código que jamais revelará seus segredos.

O matemático ideal julga-se preparado para encontrar-se com inteligências extragalácticas. Acha óbvio que qualquer inteligência seria matemática. (Embora nunca tenha sido dada uma demonstração rigorosa deste fato!).

O matemático ideal supõe, em geral, que a visão sobre si mesmo é a única que precisa ser levada em conta. A seus críticos propõe o seguinte: que se sujeitem, pacientemente, durante anos ao estudo da matemática, com duas hipóteses. Se aprovada, pelos matemáticos, tal pessoa será inteligente e naturalmente cessará com as críticas. Se reprovada, bem, não será tão inteligente e então...

Os autores terminam acrescentando: "os esboços acima não têm a intenção de serem maldosos; em verdade, são aplicáveis aos autores deste livro. Mas é demasiadamente óbvio, e portanto facilmente esquecido, que o trabalho matemático, aceito sem explicações pelos matemáticos, sem dúvida como resultado de uma longa familiaridade, é um fenômeno misterioso, quase inexplicável, do ponto de vista do não-iniciado. Neste caso, o não-iniciado poderia ser um leigo, outro professor da universidade, ou mesmo um cientista que usa a matemática em seu próprio trabalho". (id. ibid. 70).

Ao ouvir depoimentos de professores de matemática que trabalham nos projetos já referidos identificam-se vários traços do matemático ideal, principalmente quanto à importância da ciência matemática. É claro que se reconhece a importância dela e do trabalho do matemático profissional. A matemática é uma ciência fundamental, pelo menos, nas ciências atuais e no mundo hodierno. Ninguém pretende, com as críticas ao matemático ideal, negar seu valor. Porém, o professor que se dedica à educação matemática, advertido pela descrição, deve buscar um são equilíbrio nas exigências quanto ao conhecimento de linguagem, simbolismo, habilidades e técnicas próprias da matemática.

O atual endereçamento dos altos estudos matemáticos (matemática de ponta) está muito mais embasado na cosmovisão do primeiro mundo e muito mais voltado à solução de seus problemas. O professor deverá sempre indagar-se sobre a coincidência dos objetivos de seu ensino com os da sociedade onde vive e atua. E as finalidades e objetivos de cada sociedade podem diferir, e de fato, diferem muito. Para os países dependentes, os objetivos da sociedade podem não coincidir com os da ciência quantitativa da sociedade desenvolvida. Talvez, nos países dependentes, a ciência e a matemática deva ser uma prática social específica e seletiva, cultivadas, por isso mesmo, por uma pequena minoria, não sendo válidas por isso mesmo, comparações com sociedades desenvolvidas.

> "Considerando o primeiro dos Brasis, o Brasil de Ipanema e Jardim América, isto é, um país de 20 milhões de habitantes, o número de cientistas, médicos e engenheiros, etc., que temos não é tão baixo: apesar de haver áreas carentes. Estas áreas precisam ser reforçadas mas os números não são tão ruins quanto poderia parecer, porque o País não tem 100 milhões

> de habitantes, na prática; ele deveria ter, mas não tem e as necessidades imediatas são as desses 20 milhões que vão crescendo lentamente". (GOLDENBERGE : 66).

Isto tudo nos leva à discussão das finalidades e objetivos da educação matemática.

2.4. Finalidades da educação matemática

Considera-se premissa fundamental que as finalidades da educação matemática devam manter estrita dependência das metas da edugação geral e apontar, de forma inequívoca, para as necessidades da Sociedade. Assim, as finalidades da educação matemática dependem do tipo de sociedade que os educadores almejam, ou gostariam de ver instalada, e assim, todo o peso do mundo ideológico e da visão utópica desaba sobre eles (por mais neutros que pretendam considerar-se!). Dizer que não é necessário assumir, preliminarmente, tais questionamentos, seria condenar os educadores matemáticos a uma espécie de limbo social, formado por cidadãos sem historicidade e ingenuamente críticos.

Historicamente sempre existiram duas correntes ou duas orientações no campo matemático:

(a) a utilitária, profissionalizante ou artesanal ;

(b) a especulativa, contemplativa ou artística. (UNESCO, 1979 : 218-19).

As duas correntes refletem, como não poderia deixar de ser, as posições filosóficas, ideológicas, prevalecentes nas sociedades desenvolvidas da Europa. Com a revolução industrial, a segunda corrente perdeu cada vez mais sua força, especialmente quando a sociedade norte-americana se impôs econômica e politicamente à própria Europa. Por isso os educadores matemáticos de um país dependente podem, com relativa facilidade, tornar-se presas da alienação cultural. E, então, onde deverão buscar fontes legítimas de metas para seu país ? Certamente nas aspirações de suas populações, com particular atenção naquelas das camadas menos favorecidas. Felizmente, os estudos de etnomatemática podem ser uma fonte bastante segura de objetivos colados nas aspirações de um povo. Além da etnomatemática, a distinção entre saber e conhecimento (matemáticos) pode ser outro fio muito útil para sair do labirinto criado pela alienação cultural. É o que se tentará estabelecer.

Sabe-se que o conhecimento é aberto, inacabado, tendencialmente decodificado, onde, porém, ao mesmo tempo, estão englobados os valores, as experiências, as crenças e os mitos de um povo. O conhecimento está inconscientemente ligado às estruturas de uma sociedade. Já o saber é representado pelo sistêmico, pelo codificado e ordenado racionalmente. Nele valores e mitos estão, presumivelmente, decodificados e desmistificados. O saber está mais descolado da sociedade que lhe deu origem. Contudo, tanto o saber como o conhecimento estão interligados mediante a apropriação. Apropriar-se do saber significa explicitar formalmente o conhecimento. Apropriar-se do conhecimento é endossar aquilo que ainda está amorfo, aberto e não sistematizado. (MENDES : 13).

Agora reencontram-se as duas correntes já referidas, mas historicizadas. O saber, como conhecimento formalizado, pode adquirir um caráter utilitário. E a etnomatemática é a forma de aceitar, no regaço do saber especulativo, o conhecimento utilitário de uma população. Por esta maneira valoriza-se a teoria mediatizada pelos fatos e vice-versa. Esta parece ser a via para escapar, em países subdesenvolvidos, da armadilha preparada pela alienação cultural. Reafirmando: quanto mais o professor se afastar da visão utilitária da matemática, tanto mais se afastará de seus alunos portadores dos fatos. E quanto mais os alunos se afastarem da visão especulativa da matemática, tanto mais se afastarão de seus professores representantes da teoria sistematizada. "E quanto mais os que representam os fatos se afastam dos que representam a teoria tanto mais, obviamente, a teoria se afasta dos fatos". (MENDES : 73). Nesta situação, abre-se espaço para o empobrecimento da ação, porque opaca, e a rejeição da inteligência, porque densa.

Conclui-se que as duas visões devem ser levadas em consideração pelos professores de países dependentes para evitar a alienação cultural. Esclareça-se que a visão utilitária considera a matemática como um corpo utilitário de técnicas e habilidades pensado e desenhado para satisfazer as necessidades da vida social. E que a visão especulativa olha a matemática como componente de um grande corpo de modelos do pensamento e da linguagem para simular os fenômenos. (UNESCO, 1979 : 220).

Segundo depoimentos dos professores, alunos e administradores envolvidos nos referidos projetos, as duas visões aparecem bastante mescladas.

Alguns opinam pela orientação do ensino da matemática como um saber (sistematizado) com certo desprezo pelo conhecimento (não sistematizado) do aluno. É uma visão próxima da especulativa. Em geral, estes professores usam uma frase característica: "no meu tempo, os alunos sabiam mais e estudavam coisas mais profundas". Porém, ao aprofundar-se na análise da questão propondo ao entrevistado se, em seu tempo, a matemática era sentida como linguagem conveniente e útil para simular o real, a resposta é normalmente negativa. Afirmam que os alunos resolviam questões mais complicadas e que "hoje os alunos chegam na oitava série e nem sabem resolver equações de primeiro grau", por exemplo. A alienação cultural é patente e não merece maiores comentários.

Outros parecem mais preocupados com as aplicações práticas ou visão utilitária. Há uma frase característica: "não ensino muito teoria, exijo prática". Aprofundando-se na análise percebe-se que, tendo sido abandonada a teoria, o ensino descambou para a valorização de técnicas de cálculo e meros automatismos, numa visão completamente errada do real sentido da matemática.

A grande maioria dos professores, alunos e administradores entrevistados sempre se referem à utilidade da matemática, mas quando instigados para uma melhor explicitação percebe-se, também sobre este ponto, uma grande dose de alienação cultural. As explicações não passam de chavões sem maior significado. Convém, então, deter-se no exame da questão ora levantada para situá-la de forma mais crítica e menos alienada.

Inicialmente, vale a pena refletir sobre uma afirmação de um grande matemático:

> "As possibilidades de utilização da matemática expandiram-se continuamente. Entretanto, talvez, nem um por cento daqueles que aprenderam matemática na escola secundária, terá feito qualquer uso dela". (FREUDENTHAL : 6).

Apesar desta afirmação, Freudenthal defende a manutenção da matemática nos estudos do primeiro grau. Segundo ele, a referida disciplina serviria para o desenvolvimento e aguçamento da inteligência (aliás um dos chavões muito batidos). Porém, à luz dos estudos da psicologia genética, sabe-se que a hipótese pode ser perfeitamente falsa. Não seria a matemática que aguça a inteligência. Seria, antes, o desenvolvimento da capacidade lógico-formal que permitiria uma boa aprendizagem da matemática. O próprio Freudhental parece contradizer-se, porque um pocuo adiante afirma: "O matemático treinado pratica os métodos do raciocínio matemático a cada instante, normalmente sem perceber o que está fazendo, ou como está procedendo". (id. ibid: 6). Ora, isto acontece com toda pessoa que utiliza o seu pensamento lógico-formal em qualquer campo da atividade humana e não só em matemática.

Se a matemática deve ser mantida nos estudos do primeiro grau, não será somente pelos seus conteúdos utilitários ou por sua suposta capacidade de desenvolver a inteligência. O valor utilitário direto não é a melhor parcela de sua contribuição educativa. É o fortalecimento da capacidade lógico-formal dos alunos que representa sua justificativa maior para mantê-la no currículo. Com isso desloca-se, um pouco, a questão sobre qual das duas correntes ou visões da matemática seria mais interessante para um país dependente. Não é propriamente seu valor especulativo ou utilitário que mereceria destaque. Antes, a matemática parece ser um modelo do funcionamento da inteligência humana, e aí residiria sua maior contribuição educativa.

Ainda sobre a questão da utilidade da matemática, merece ser lembrada a contribuição deveras interessante dos autores de a experiência matemática, já citados. (DAVIS & HERSH : 111-2).

Os autores discutem a utilidade da matemática que atinge o homem comum, o homem do povo, chamando-a de "utilidade ordinária". Segundo eles, as aplicações da matemática que têm utilidade ordinária, estão envoltas em "mitos, ignorância, desinformação e racionalização de desejos". (id. ibid. 112). Há mitos, como o das aplicações da matemática à vida diária do cidadão comum, que segundo DIENES poderiam ser ensinadas em um semestre letivo. (DIENES : 22). Há ignorância, porque, lamentavelmente, estudos sobre a utilidade ordinária da matemática são pouquíssimos. A desinformação corre por conta e risco da falta de interdisciplinaridade na formação do licenciado. A racionalização de desejos aparece sempre que se invoca a grande utilidade da matemática, sem a capacidade de dizer claramente onde e para quê.

Certamente, aquilo que uma sociedade julga ter utilidade ordinária tem sérias implicações sobre a educação matemática, a preparação de textos, a listagem de programas e o apoio financeiro à pesquisa. E pesquisadores desta área devem ser muito versáteis e críticos, além de terem de devotar muitos anos para visitar fábricas, escritórios, granjas, etc. Como aliás acentua muito bem Aebli, embora não se referindo especificamente aos professores de matemática:

> "Para encontrar o contexto prático em que pode ser colocado o problema da unidade de ensino, deve ser rigorosamente analisada não só a estrutura lógica da operação, mas também a da situação prática, pois é necessário que haja identidade entre as duas estruturas. O cumprimento desta tarefa supõe não apenas inteligência, mas também muitos conhecimentos práticos por parte do professor. Este não deverá viver só na sala de estudo, mas estar familiarizado também com a agricultura, a indústria e de maneira geral com todas as condições e realidades econômicas. Se, por orgulho intelectual, julga tal contato indigno da sua pessoa, o seu lugar não é a sala de aula. Um povo que não tiver professores que estejam com os pés na realidade não deixará de sentir as conseqüências de tal situação". (AEBLI, 1982 : 134).

2.5. Metas e objetivos da educação matemática

Após a discussão já feita pode-se considerar algumas metas para orientar o estabelecimento de objetivos educacionais em matemática, conformes com as peculiaridades de cada região ou mesmo escola.

Atualmente, há acordo sobre quatro metas da educação matemática:

1. Cada indivíduo deveria poder adquirir a competência matemática adequada ao mesmo.
2. Cada indivíduo deveria ser preparado para a vida adulta, reconhecendo-se que alguns necessitam de mais instrução matemática que outros.

3. A utilidade fundamental da matemática em nossa sociedade atual deveria ser reconhecida e fomentada.

4. A habilidade para usar a modelagem matemática deveria ser desenvolvida, visando a solução de problemas. (UNESCO, 1979 : 209).

As quatro metas acima deveriam estar presentes ao se tentar estabelecer objetivos gerais no ensino da matemática.

Os diversos autores consultados giram emtorno destas metas, ao indicarem objetivos, o que se procurará demonstrar pela citação de dois deles, bastante conhecidos e voltados para a problemática do ensino. Dienes divide os objetivos em econômicos e pessoais. Para ele, os objetivos econômicos estão ligados às necessidades da vida diária (utilidade ordinária da matemática) e às necessidades do progresso científico (utilidade não ordinária da matemática). (DIENES : 22). Morris Kline também se refere à necessidade dos conhecimentos matemáticos, citando como objetivos, entre outros: o ingresso na Universidade, o treinamento da mente e as aplicações da matemática. Segue a mesma linha de pensamento dos autores de países desenvolvidos. (KLINE : 1976).

Diversos autores comentam as dificuldades para atingir os objetivos, sendo citadas, entre outras: a matemática como uma disciplina teórica muito difícil; o sentimento de aversão à disciplina transmitida pela própria sociedade familiar; o rigor matemático; seu conteúdo pouco utilizado na vida real e os métodos de ensino passivadores do aluno.

As dificuldades levantadas parecem difíceis de serem superadas porque ultrapassam as fronteiras da escola e sobre elas os professores têm pouca possibilidade de ação efetiva. E realmente, assim acontece quando não há acordo entre a situação essencial da escola e da sociedade onde está inserida. Supõe-se que as dificuldades, em sua maioria, podem ser superadas pela eliminação do desacordo. De fato, o desacordo explicaria porque a maioria dos professores é incapaz de criar inovações ou iniciativas originais, para superar as dificuldades e atingir os objetivos de um ensino qualificado. Os professores estariam alienados, isto é, descolados do contexto e da cultura nos quais trabalham. E por isso, não conseguem retirar de si mesmos, de sua situação objetiva, as matrizes com que construir sua consciência. Ao contrário, tudo vem de fora, de comunidades européias e norte-americanas ou dos grandes centros do país. Os professores passam a incorporar determinantes externos e a proceder como se fossem seus. (PINTO : 52).

Daí surgirem concepções que, no fundo, atribuem ao próprio aluno a incapacidade de aprender matemática. Quando se referem à sociedade, a tomam como simples meio ambiente onde "aconteceria" a prática social e, não como sede determinante de alguma prática social imposta ou, pelo menos, tolerada. As exortações morais e as atitudes reprobatórias aos alunos situam-se e contextualizam-se nesta visão alienada de "acontecimento". Na verdade, tais professores pouco se importam com a ignorância do povo, da qual, aliás, o supõem culpado. Alguns estudantes escaparão da mortalidade geral e se tornarão bons matemáticos, e isto lhes basta. A ignorância é um peso morto que um dia desaparecerá como outro "acontecimento" (PINTO : 94-5).

As licenciaturas também padecem do mesmo mal: a alienação, isto é, não têm estrutura pertinente com sua finalidade maior da formação do professor. Exibem uma essência não própria e tendem a se aproximar de algum modelo imposto por outro curso, em geral, de um país desenvolvido. A licenciatura não é "em si" e nem "para si". (PINTO : 52). É claro que os "profissionais" por ela "formados" projetam a sombra da vara torta original.

Aliás, a política das universidades quanto à proposta das licenciaturas é falha porque desarticulada com a realidade. Por exemplo, dever-se-ia reconhecer que os alunos das licenciaturas, em sua maioria, jamais desejariam ser professores secundários ou primários. A profissão de professor é, apenas, tolerada porque não se consegue outro caminho mais atraente (medicina, engenharia, etc.) pelos motivos mais diversos. Porém, a todos é imposto ganhar a vida mesmo que não seja na profissão buscada, e daí surge a rejeitada profissionalização do magistério. Ser professor torna-se uma profissão tolerada mas não ansiosamente buscada. (SCHWARTZMANN : 1988). A referida política das Universidades possibilita a instalação e a permanência de uma prática pedagógica rotineira no próprio centro formador, a licenciatura. Esta prática, por sua vez, é reproduzida nas escolas dos graus inferiores.

2.6. Prática pedagógica rotineira

Percebe-se, então, como a prática pedagógica rotineira, juntamente com outras variáveis, impede que a maioria dos professores das escolas públicas adquiram uma visão clara e global sobre os aspectos psico-pedagógico-culturais de seu trabalho. Por sua vez, esta falta de visão não lhes permite elaborar propostas científico-didáticas praticáveis para superar as dificuldades, deficiências e impropriedades encontradas no ensino. (D'AMBROSIO, 1984 : 28).

Os professores envolvidos no projeto "Qualificação de Professores em Ciências" por exemplo, receberam contínuos estímulos no sentido de aprofundarem seus conhecimentos, tanto em conteúdos como na realidade psico-pedagógico-cultural. E mais, foram induzidos a buscar condições objetivas e subjetivas para enfrentar os problemas próprios de sua profissão. Conclui-se por afirmar que o abandono ou reforço de uma prática pedagógica rotineira, melhora ou piora a qualidade do ensino ministrado.

Contudo, convém insistir, a instalação de uma prática rotineira nas escolas tem, também, suas raizes na Universidade, pelo menos, no que se refere à licenciatura em matemática.

As licenciaturas são consideradas áreas de baixo status acadêmico porque são avaliadas por critérios não pertinentes. De fato, as licenciaturas não são estruturadas em torno do seu cerne pedagógico pertinente: a elaboração de propostas científico-didáticas que ponham ao alcance dos alunos dos diversos graus de ensino, as concepções científicas estudadas na Universidade. Na elaboração deste tipo de propostas tem-se que levar em conta, pelo menos, um tríplice aspecto da questão: matemático, psicólogo e didático. Ora, uma elaboração deste tipo exige uma capacidade científica de alta criatividade e originalidade interdisciplinar não comuns, as quais, são pouco estimuladas e valorizadas dentro e fora da Universidade. (ANAIS : 91).

Contrariamente, no projeto acima referido estiverem presentes professores com largo tirocínio em pesquisa científico-didática, dando ao trabalho docente uma valorização toda especial, porque visto como rara e rica oportunidade de pesquisa ocasionada pelos problemas de ensino.

Pode-se concluir que a prática pedagógica rotineira é reforçada pela própria licenciatura de matemática porque estruturada distante de seu específico cerne pedagógico.

Poder-se-ia pensar que a falha no pedagógico devesse ser debitada ao interesse da licenciatura em preparar um professor mais qualificado para o exercício da cidadania por muitos considerado um dos maiores objetivos do ensino de primeiro grau.

Não parece ser assim. A licenciatura não forma o professor, na medida em que seria de esperar, tanto cultural como política e profissionalmente.

O que encontra, sob o aspecto cultural, o licenciado de matemática na Universidade ?

> "Tradicionalmente, o ensino de matemática é feito pelo acúmulo de conteúdo (...). Na realidade, o aluno passando por um currículo universitário de matemática não sentiu e não recebeu o impacto do mundo que ele vive.
>
> Não sentiu quais são os problemas básicos que determinam a estrutura social à qual ele pertence. Ocasionalmente, se vê alguma tentativa de melhorar o programa modificando ligeira e superficialmente algumas ementas de disciplinas e os programas dos exames de qualificação". (D'AMBROSIO, 1986 : 22).

Junte-se, agora, à alienação cultural, a pesquisa inconseqüente, quando não totalmente ausente. Se o licenciado fosse formado pela pesquisa - porque professores pesquisadores ensinam até subliminarmente a pesquisar - ficaria capacitado para participar criticamente do processo decisório na condução dos "negócios" da Sociedade. Mas, lamentavelmente, a licenciatura em matemática, estruturada longe de seu cerne específico, é transformada em bacharelado, túnel certo para a pós-graduação, onde se julga deveria dar-se a "iniciativa" á pesquisa.

> "Não há bons docentes na Universidade quando a pesquisa não está integrada a seu trabalho. O ensino universitário muda mais ou menos a cada dez anos, a ciência ainda mais depressa e um bom docente está a par das pesquisas recentes. Isto é verdade para todas as disciplinas. Que se pensaria de um médico que não reciclasse regularmente seu conhecimento ?
>
> Acontece o mesmo com o professor da Universidade que não deve se deixar distanciar dos progressos realizados na matéria que leciona, e mesmo nas disciplinas afins. O ensino deve estar estreitamente ligado á pesquisa. A personificação do mau docente

> é o que repete o mesmo curso todos os anos". (SCHWARTZ : 84).

E quanto à formação profissional, estaria melhor situada a licenciatura ?

> "(...) É importante o desenvolvimento de uma 'pedagogia da miséria'. Por não considerar isso, nossas escolas de educação e de licenciatura vêm preparando professores para uma realidade inexistente, onde viveriam alunos bem nutridos e bem formados. Isso faz com que, já na segunda semana de aula, os professores excluam de seu trabalho aqueles que, por não apresentarem os requisitos ideais, deixam de ser assumidos como desafio a ser suprido". (RODRIGUES : 99).

Como fica nosso 'formado' pela licenciatura em matemática ?

Sem ter recebido uma formação adequada para enfrentar os problemas do mundo em que vive; sem uma visão crítica das mazelas do ensino público e suas maiores motivações; despreparado para organizar suas pesquisas, tomando como ponto de partida os problemas identificados na prática concreta do ensino, da administração escolar, e em suma, da vida social, o professor fica sem uma base sólida para atingir metas e objetivos. Não consegue explicitar, nem para si mesmo e nem para os outros, sua profissão. Confundindo-a com a atitude passiva de simples transmissão de 'saber sistematizado' encontrado positivamente nos 'livros didáticos' , ele próprio, professor, é compelido a abrir as portas para maus ou não profissionais do ensino. Degrada, assim, sua profissão e frustra-se em suas funções.

E desta forma caímos no pior dos idealismos. Existe uma forma de 'idealismo' muito perigosa que consiste em contestar e denunciar determinada prática, sem propor alguma alternativa para dar conta da situação.

> "Importa, pois, evitar o fundo oco da repetição, sem cerne e sem osso, de gramáticas e frases, de fórmulas e equações, de datas, fatos e vultos, de lugares e espaços e de regimes e símbolos. Interessa a construção de um conhecimento concreto no interior do processo de afirmação histórica das pessoas e das classes populares". (WITTMANN : 10).
> (...) É o efetivo adensamento da prática que dá sentido último à construção da sustentação teórica. (id. ibid. 12).

Para evitar esse "idealismo" deve-se encaminhar a prática pedagógica de tal forma que, não se limitando a mero exercício acadêmico, possibilite a concretização de propostas praticáveis de ensino qualificado de matemática.

Poder-se-ia, então, talvez atingir um ensino qualificado de matemática para as massas. Mas antes, o que vem a ser "ensino qualificado" ?

Um ensino qualificado deve ser subordinado ao nexo dialético* quantidade-qualidade. Deve ser quantitativo, no sentido de ser acessível às grandes massas da população, sem causar grande mortalidade acadêmica, quer por evasão forçada, quer por reprovação injusta. Deve ser qualitativo, isto é, um ensino no qual os 'conteúdos' sirvam para o reforço e o fortalecimento do pensamento lógico-matemático, existente em toda pessoa, base da visão crítica da realidade. Num ensino qualificado visa-se o aumento do qualitativo no quantitativo.

Um ensino qualificado deve beneficiar (1) um número cada vez maior de cidadãos propiciando-lhes (2) um sensível aumento quantitativo de elementos qualitativos. De um ensino qualificado devem surgir cada vez mais e mais pessoas que possuam visão histórico-crítica da sociedade, sensível coerência das palavras com as ações, maior vigor lógico de análise, conhecimento evolutivo do pensamento matemático, capacidade teórico-prática de retomar questões e conceitos em seu atual contexto, sempre na busca ativa de soluções para os problemas próprios de cada comunidade.

Como diria Gramasci:

> "A questão está relacionada com outra, expressa no provérbio: 'primum vivere deinde philosophari'. Na realidade, não é possível destacar o viver do filosofar; todavia, o provérbio tem um significado prático: viver significa ocupar-se principalmente com a atividade prática econômica; filosofar, ocupar-se com atitudes intelectuais de 'otium litteratum'. Todavia, existem os que vivem obrigados a um trabalho servil e extenuante sem os quais determinadas pessoas não poderiam ter a possibilidade de se exonerarem de atividades econômica para filosofar. Sustentar a 'qualidade' contra a quantidade significa precisamente, apenas isto: manter intactas determinadas condições de vida social, nas quais alguns são pura quantidade, outros pura qualidade". (GRAMSCI : 50).

* Visto como: integração de opostos e mútua reação.

Foram estabelecidos, neste capítulo, alguns dos pontos fundamentais teóricos, necessários ao inovador em educação matemática para poder situar-se perane as variáveis externas ao seu trabalho. Sobre elas deve estar antes prevenido, do que esperar alterações mais profundas, sem uma sensível mudança no atual modo de produção.

Convém agora instrumentá-lo, novamente no plano teórico, sobre algumas das variáveis internas ao seu trabalho e sobre as quais tem maiores facilidades de atuar, no sentido de mudá-las a seu favor. É o que se fará no próximo capítulo, buscando atingir o segundo objetivo específico da dissertação: explicitação de alguns elementos teóricos básicos de uma prática pedagógica não rotineira.

Conforme foi estabelecido no capítulo primeiro, dois grupos de problemas afligem os inovadores envolvidos na etapa de "implementação" das experiências no ensino da matemática. O primeiro grupo, com temas selecionados numa espécie de amostragem estatística, foi examinado neste capítulo. O segundo grupo deve ser subdividido em duas partes. Uma delas, refere-se às variáveis presentes na atuação do próprio professor. A outra, à construção de modelos de propostas científico-didáticas. O próximo capítulo é dedicado à primeira parte das dificuldades. O seguinte, à outra.

CAPÍTULO III

PERGUNTAS E OBJEÇÕES

3.1. Introdução

Os temas deste capítulo foram escolhidos, também numa espécie de amostragem (ver final de 1.6.4.) porque é impossível desenvolver a todos (ver anexo ao capítulo). Dizia-se em 1.6.4, que os interessados na adoção de novas metodologias têm que enfrentar um desafio muito sério: estudo cada vez mais profundo dos conteúdos matemáticos - condição inicial para construção de propostas científico-didáticas - e dos pressupostos sociológicos, psicológicos, filosóficos e didáticos.

É óbvio que na presente dissertação nenhuma incursão será feita na linha do aprofundamento dos conteúdos. Também, quanto aos pressupostos, haverá um limite de enfoque aos aspectos filosóficos e didáticos. Assim, o terceiro capítulo responde algumas perguntas, sob determinado enfoque, feitas por professores que iniciam um processo de qualificação nos dois projetos referidos. A resposta às perguntas, a bem da verdade, explicita a postura filosófica do mestrando diante de questões de prática pedagógica rotineira.

Desta forma, em 3.2 e 3.3 procura-se exemplificar como a prática pedagógica rotineira - sustentada na própria licenciatura e já examinada - pode ser abandonada mediante um processo de conscientização. A mesma postura filosófica tem continuidade no anexo ao capítulo, sob o título: "apontamentos para estudo". Estão ali englobados os assuntos que mereceriam destaque no capítulo, os quais, se fossem bem detalhados, prolongariam por demais a dissertação. São anotações sobre muitas indagações e dúvidas dos participantes nos projetos, que deverão sofrer um processo de depuração.

Em 3.4 abandona-se o enfoque filosófico e ataca-se um problema didático. Talvez, pode-se especular sobre a importância dada ao tema das aulas expositivas. Ao longo do desenvolvimento temático são apresentadas diversas razões. Não se pode, porém, esquecer que aulas expositivas predominam em toda parte e em todos os graus de ensino. Desta forma, o verbalismo toma conta das escolas. E assim, pessoas que jamais tiveram contato concreto com seu objeto de ensino, passam a preparar outras para, apenas fazer e passar em provas, sem haver construção ou, pelo menos, transmissão de conhecimentos científicos vivos. E como já foi dito, uma sociedade na qual seus professores não andam com os pés na realidade sentirá as conseqüências funestas de tal situação.

3.2. **Qual a contribuição da educação matemática** ?

Em reuniões de educadores é comum ouvir-se uma estória cujo estereótipo resume-se a um garoto pobre, bom na aritmética do seu ganha-pão e reprovado na escola. A estória termina com um sorriso indicador da leitura desveladora da realidade social.

Parece não ser assim. É preciso afirmar que a Psicologia Genética mostra ser o estágio de inteligência concreta (a aritmética não estruturada do garoto) inferior ao estágio do pensamento formal (a aritmética estruturada da sala de aula). A mesma psicologia permite predizer a reprovação e explicar os motivos.

Segundo os princípios da Psicologia Genética, é o pensamento formal que abre caminho para o domínio da Ciência e permite a criação da consciência crítica. Pensar formalmente permite, inclusive, contestar os valores da ordem econômico-social. Exaltar, pura e simplesmente, o conhecimento concreto, empírico, indica adoção de posição não crítica, conservadora e reacionária. (ROUANET, 1985).

Para entender melhor a estória, convém iniciar pela constatação da existência de duas formas de matemática: a espontânea, que todos entendem e usam no seu dia-a-dia, e a elaborada,que deveria ser construída na escola. A seguir, um exemplo ilustrativo da intervenção das duas formas.

Matemática espontânea. Estória. Joãozinho chegou em casa e viu quinze balas na mesa. Pediu à mãe: posso pegar três ? A mãe respondeu afirmativamente. Mais que depressa Joãozinho pegou dez balas. A mãe, que percebera a manobra toda, lhe disse: devolva sete balas, por favor ! (Estórias como esta existem muitas no cotidiano).

Matemática elaborada. Tradução da pequena estória para a linguagem ultra fina da matemática:

$$15 - (10-7) = 15 - 10 + 7.$$

Pode-se caminhar um pouco mais na matemática sistematizada, e traduzir esta e todas as estórias semelhantes, pela sentença geral:

$$a - (b - c) = a - b + c,$$

onde não se devem ver contradições dialéticas, mas apenas signos de uma linguagem. Com o pensamento formal, ultrapassou-se a matemática espontânea. Isto talvez, permitirá ao garoto pobre não ser condenado a fazer sempre as mesmas operações manuais e intelectuais.

Pode-se avançar um pouco mais e perceber que a sentença referida não deixaria de ser verdadeira se for modificada para:

$$a - n(b - c) = a - nb + nc.$$

Para ajudar o entendimento, imagine-se que **n** indique a repetição da estória durante **n** dias.

Com o uso do bom senso, regado a pitadas de pensamento formal, conclui-se que a sentença é válida para quaisquer números. Escolhendo-se alguns números em especial, pode-se escrever :

$$0 - 3(0 - 4) = 0 - 3.0 + 3.4$$

Efetuando as operações e eliminando os zeros supérfluos, obtém-se:

$$(-3) . (-4) = 12$$

A expressão pode despertar suspeitas de profundas relações dialéticas para algum filósofo dialetante, mas, nela patenteia-se, apenas, a elevação de nível do senso comum, pela depuração lógica da matemática sistematizada.

Em conclusão: quer-se motrar que, no ensino, dever-se-ia partir do conhecimento espontâneo de matemática dominado pelo aluno em seu próprio trabalho, utilizado no seu dia-a-dia, para propostas científico-didáticas que estruturassem todo este conhecimento e lhe dessem toda a sua potencialidade. E mais: evitar-se-ia, desta forma, a perda ou o desprezo pelos conhecimentos populares frente aos sistematizados. Joãozinho continuaria com a mesma aritmética de casa em sala de aula, sem ser reprovado porque:

> "Parece ser essencial que a escola aprenda mais sobre as formas que a criança inventa para resolver problemas e procure utilizar essas descobertas da criança na escola, ao invés de impor à criança procedimentos escolares que podem mesmo competir e interferir com o raciocínio espontâneo da criança". (CARRAHER : 68).

Convém ressaltar que a separação entre matemática prática e teórica chegou ao auge no século passado, motivada por problemas de fundamentação lógica dos conceitos matemáticos. A moderna sociedade capitalista, evidentemente, não favoreceu a interfecundação, antes, sua separação cada vez maior.

Pergunta final: quem seria beneficiado com as denúncias nas estórias do Joãozinho de nossas tertúlias educacionais ?

A resposta: com certeza, não o serão as camadas populares.

O problema central está em explicitar a dimensão lógico-formal presente em toda ação humana e em identificar as possíveis contribuições nesta direção presentes na Matemática, negadas pelo seu ensino em sala e que poderiam (deveriam) ser ativadas pela Educação Matemática.

3.3. A matemática é uma ciência neutra ? (auto-análise)

Como professor de matemática de formação positivista, demorei muito a convencer-me que a educação é um ato político e a ciência não é neutra. Foi-me difícil alcançar uma compreensão teórico-prática da ação política da escola e da ciência e da aparente neutralidade de ambas, face a uma comunidade e face aos valores inerentes à mesma.

O ideal de justiça é um dos valores mais caros aos que lutam por uma racionalidade emancipatória, ou seja, pelo aparecimento de cidadãos questionadores na sociedade e pelo estudo da ciência, na escola. Não basta ser questionador. É preciso orientar-se por princípios democráticos de crítica e de ação e, obviamente, a existência de uma sociedade democrática lhes dá mais vigor. Não se pode adotar tranqüilamente a posição positivista que limita o papel do professor-pesquisador ao de um passivo observador e fiel descritor da problemática da sala-de-aula. Todo pesquisador constrói, com a observação, seu objeto de estudo.

Claro que a construção do objeto de estudo não pode ser arbitrária. A eficácia do trabalho científico encerra um núcleo de positividade (verdade) e as pressões da sociedade não podem alterá-lo a seu bel-prazer, sem que advenham sérias conseqüências. A realidade só pode ser manipulada dentro de certos limites e não se submete aos delírios de uma sociologia da ciência, que nega, contra a história, a lógica e a racionalidade científica. Não se pode defender uma indistinção entre a sociedade e a natureza. O professor de matemática deve ensinar sua disciplina e nela existem nós de positividade que não podem ser dissolvidos na historicização do saber. (OLIVEIRA : 47).

É também pacífico que não compete ao cientista, apenas, observar e descrever a realidade mas, principalmente, transformá-la.

Quero, agora, descrever minha caminhada até compreender que educação, mesmo matemática, é sempre um ato político.

Talvez, alguém estranhe a fala em primeira pessoa. Poderá ser vista como um linguajar que não se distancia suficientemente de seu objeto de estudo. O linguajar científico, aprende-se, deve ser impessoal.

E por quê ? Porque a ciência deve esforçar-se por ser neutra. Acontece que os cientistas são seres humanos, cheios de defeitos e qualidades, como quaisquer outros da mesma espécie. Entre os cultores da matemática, a atitude de impessoalidade e distanciamento pode levar a crer que partilham nos mistérios da própria divindade. Poderiam até invocar a frase de Galileu: "a matemática é o alfabeto com que Deus escreveu o mundo", invocação imprópria porque Galileu pensava a verdade científica como uma construção humana, numa época que quase lhe custou a vida. A mesma atitude aumenta, ainda mais, a sensação de distância e inacessibilidade à ciência.

O esforço pelo distanciamento através do expurgo das opiniões pessoais não deve escamotear a ânsia pelo poder, disfarçada em manifestação de uma inteligência superior ou obediência cega a um ideal de neutralidade desumana.

Retomo minha caminhada rumo à identificação da escola e das aulas de matemática como espaços políticos. Neste percurso encontrei muita ajuda nos textos de Paulo Freire (FREIRE & SHOR : 1986).

Como ponto de partida, busquei formular uma boa pergunta. Uma boa pergunta surge de um problema bem posto. Um problema está bem posto quando inclui uma hipótese de solução.

A primeira pergunta referia-se ao tipo de política que faria ou proporia em sala-de-aula. Não foi uma boa pergunta, porque não consegui formular uma resposta. Refleti mais, porque má pergunta é indicadora de problema mal formulado.

Da reflexão resultou a nova pergunta: a favor de quem me posiciono em sala ? E conseqüentemente, o mais assustador: contra quem ?

Era ainda difícil dar uma resposta clara, irrefutável. Iluminou mais o problema, porém continuou a incerteza. Apenas, conseguiu-se restringir a amplidão inicial, do tipo de política para algo mais restrito: política a favor ou contra quem.

Pode-se tomar coragem e arriscar a hipótese: contra o povo e a favor das camadas mais bem aquinhoadas. Assim mesmo, é difícil para um professor, que ensina conteúdos de matemática, aceitar a hipótese de que em seu trabalho possa estar a favor ou contra alguém. Certamente pensará: "ensino equações. Alguns dos alunos pobres aprendem, e são os que se esforçam; alguns alunos ricos não aprendem, e são os que não se esforçam. De qualquer forma tudo depende do próprio aluno. E quem não domina certas questões deve ser reprovado". Tudo parecia simples.

Certo dia surgiu uma pergunta inquietante: quem é reprovado ? e por quê ?

Reprovados são, com mais condescendência não deveriam ser, aqueles que não têm tempo para estudar. Não têm tempo porque trabalham. E trabalham porque necessitam. A reprovação ajuda a jogá-los para longe dos melhores empregos, ou no mínimo, os atrasa até eles. No entanto, são todos pessoas excelentes. Custei entender como, por exemplo, a questão de resolver certos problemas se encaixava a favor de certos alunos e contra os que não tinham sido habituados desde sua vida familiar ao linguajar da escola.

Percebi que as atitudes, as habilidades e mesmo os conhecimentos que tanto prezava, faziam parte de um sonho, um sonho ideológico de uma sociedade.

Ora, a sociedade que se deseja ver construída é um projeto político, que exige um determinado perfil de cidadão.

E finalmente, bem delimitado o problema, surgiram as perguntas iluminadoras: exijo atitudes passivas ou questionadoras? Habilidades práticas ou teóricas ? Conhecimentos do contexto atual ou de uma ciência neutra mumificada ? Enfim: reprovo, porque o aluno não sabe resolver uma equação (seria ridículo!) ou pelos valores que sustento em favor de certa visão de sociedade, dos quais a resolução da equação seria uma evidência ? Ensino certas questões porque são válidas "per-se", o teorema de Pitágoras, por exemplo, ou pelas valorações subjetivas em função de certo projeto político ?

Concluí, então, que o professor de matemática escolhe certos conteúdos para valorizar certas habilidades, criar certas atitudes. Agora posso formular a pergunta com toda a nitidez : como conciliar minha prática pedagógica com meu sonho político ?

Vale o registro de Paulo Freire:

> "Agora descobri a realidade da sociedade e minha opção é em favor de uma educação libertadora. Sei que o ensino não é a alavanca para a mudança ou a transformação da sociedade, mas sei que a transformação social é feita de muitas tarefas pequenas e grandes, grandiosas e humildes ! Estou incumbido de uma dessas tarefas. Sou um humilde agente da tarefa global de transformação. Muito bem, descubro isso, reclamo isso, verbalizo minha opção. A questão agora é como por minha prática ao lado de meu discurso. Isto é, como posso ser coerente em classe". (FREIRE & SHOR : 60).

E a minha matemática era neutra ? Cabia aos alunos descrever e demonstrar teoremas. Fazer exercícios de fixação. Não lhes competia pensar em mudar a realidade. O importante era serem capazes de resolver a equação que os reprovava. Se tinham que trabalhar para poder estudar... este, não era, certamente, um teorema digno de ser demonstrado nas aulas de matemática. Os alunos deviam demonstrar, sem julgar. Executar ordens sem questionar. Ter habilidades técnicas de cálculo, sem contato crítico com a realidade. A neutralidade e objetividade da matemática, (ah?! e sua beleza!), eram em tudo, uma imagem da sociedade fixa e perfeita existente lá fora.

A ideologia dos que detêm o poder marca sua presença na sala de aula, sob muitos disfarces; entre eles, o da neutralidade da ciência. A neutralidade torna obscura a realidade. A realidade obscurecida desativa a criatividade das pessoas porque é uma espécie de cortina encobrindo as desigualdades sociais e que precisariam ser vistas para iniciar a transformação.

E, assim, percebi como a escola e as próprias aulas de matemática identificam-se com um espaço político.

3.4. Aulas expositivas

3.4.1. Introdução

O uso do material concreto nas propostas didáticas da matemática é muito comum e com acentuada força nas primeiras séries do primeiro grau. Em geral, confundem-se os pressupostos teóricos de seu uso. Um professor, por exemplo, cujo ensino está ancorado nos princípios da psicologia sensual-empirista, utilizará os materiais concretos para formar imagens na mente dos alunos; outro, cujo ensino se apóia nos postulados da psicologia genética, para ajudar seus alunos na construção dos conceitos.

Professores impositivos, amantes da coerção, não a de Gramsci, para forçar a aprendizagem, poderão não gostar de metodologia apoiada no uso de materiais instrucionais concretos. Esta metodologia exige clima de liberdade na sala-de-aula, apreço pela independência na construção dos conceitos, promoção da autonomia moral e intelectual do educando.

Para quem se propõe trabalhar com material concreto como nova metodologia, vale lembrar a posição de Piaget a respeito da autonomia:

> "Entre a anomia própria ao egocentrismo e a heteronomia própria à coerção, está a autonomia, atividade disciplinada ou auto-disciplinada, igualmente distante da inércia (anomia), ou da atividade forçada (heteronomia)". (BATTRO : 1978).

O uso de materiais concretos deve ultrapassar a simples finalidade de facilitar a aquisição de conhecimentos. Deve, antes, oportunizar a construção da autonomia moral e intelectual do educando.

3.4.2. **Aulas expositivas e material concreto**

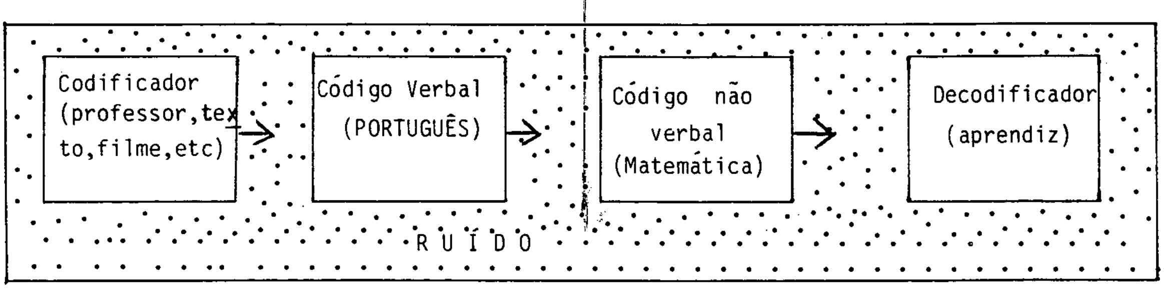
Na literatura pedagógica são formuladas restrições às aulas expositivas sendo até proposto, radicalmente, seu total banimento do cenário escolar, como forma de melhoria na qualidade de ensino.

O posicionamento mencionado seria procedente para a matemática ? Em caso afirmativo, como apresentar alternativas para a comunicação entre aprendiz e docente, a nível de primeiro grau ? Encontra-se apoio teórico suficiente para posicionar-se, pró ou contra, as aulas expositivas ?

As perguntas colocam as questões: Existe alguma forma de comunicação, de nível mais simples, que a forma linguística e simbólica-matemática ? Em caso afirmativo, em que consiste ? Bastará permanecer no nível alternativo ?

Todo professor vivencia a pouca produtividade da maioria dos alunos, conseguida através de explicações verbais, mesmo acompanhadas de sofisticados recursos áudio-visuais.

A comunicação de conteúdos de matemática mediante a aula expositiva obedece, de forma simplificada, ao esquema:



O esquema evidencia que existem dois códigos simbólicos intercalados entre a vivência de significado no professor e sua decodificação pelo aluno. O esquema funcionaria bem, na hipótese de o aprendiz comportar-se como "observador privilegiado" do processo. Mas o que se passa no aluno que observa o professor expondo e realizando certa atividade (por exemplo, resolução da equação de segundo grau). Uma primeira resposta é dada pela teoria da "imitação interior".

Esta teoria (AEBLI, 1982 : 67-76) admite a existência de uma forma mais direta de comunicação do que os códigos verbais e não verbais. Popularmente, o processo é reconhecido nos verbos: ver e imitar. A maioria das habilidades e técnicas são transmitidas pelo processo de imitação daquele que mostra e faz. É pelo mesmo motivo que a maioria dos treinamentos de professores em habilidades e técnicas (dimensão metodológica do agir) falham sempre que os mesmos ficam sujeitos a uma instrução divorciada de sua prática imediata.

O que se passaria no aluno que "observa" o seu professor realizando uma atividade ? Admite-se que, em seu íntimo, imita o professor realizando a atividade observada. Evidentemente que o grau de acompanhamento na realização interior da atividade pode variar muito, desde a assistência passiva até o comprometimento.

Esta variação de intensidade da imitação interior pode ser observada em assistentes de uma partida de futebol. Os mais envolvidos chegam a "chutar" a bola e fazer muitos outros gestos, juntamente com os jogadores, sendo fonte de riso para o assistente desligado do jogo.

Nas salas de aula, a maioria dos alunos limita-se a "tomar notas". Significa que o grau de engajamento na imitação interior da atividade realizada pelo docente é muito baixo, consistindo, praticamente, em prestar atenção suficiente para não cometer erros graves de cópia. O esforço de imitação interior não existe. Às vezes tão ausente, que ao se voltar o docente para fazer a clássica pergunta "entenderam ?", em geral, recebe um mutismo total como resposta.

Poder-se-ia pensar que a situação corre assim porque não existem, no aluno, métodos adequados de estudo e preparação psicológica para saber ouvir e anotar. Observando, porém, o procedimento de professores de matemática, podem tirar-se também outras conclusões. A atitude de passividade é sedimentada pelo próprio professor. De fato, no limite do exagero, há professores de matemática que apagam com a esquerda o que a direita vai escrevendo. Que resta ao aluno diante de tal situação ? Imitar, interiormente, a atividade desenvolvida pelo professor ? Como, se mal há tempo para copiá-la ? Só lhe resta, como atitude de prudência, tomar nota e estudar depois. E muitas falhas surgirão na tentativa de reproduzir o exercício. Mas como reproduzir se não houve imitação interior ?

O professor (e os alunos) que agem conforme se acabou de expor, provavelmente admitem que ver e ouvir equivalem à recepção de imagens (fotografar) ou de sons (gravar). Uma teoria da percepção assim concebida poderia explicar a realização posterior de uma ação motora ? Exagerando, para sentir o impacto: salvo exceções, seria possível ouvir a execução de uma peça e tocá-la, em seguida, ao piano ?

Considerando a percepção como processo de imitação interior, torna-se mais simples a explicação da posterior tentativa de execução: da observação da demonstração, sincrônica com a imitação interior do modelo comportamental ("imitação diferida"), decorre a posterior realização do exercício ("imitação efetiva"). É importante não subordinar a realização da ação efetiva a um modelo imagético ou de registro mnemônico mas à imitação interior positivamente existente no momento da observação do modelo. O aluno reproduz o exercício porque o imitou interiormente, como aquele que chuta a bola juntamente com o jogador, por ser forte, a imitação do modelo.

E o aluno que simplesmente toma notas, como poderá realizar o exercício depois ? Na prática, recorrendo ao processo conhecido por 'ensaio e erro', admitido também pelo professor, tendo em vista o modo como 'executou' sua aula.

O processo de ensaio e erro resume-se em repetir o modelo até que se atinja o resultado desejado. Mas o processo está longe da teoria da imitação interior e encaixa-se na teoria sensualista da percepção.

Na imitação efetiva, o aluno se apercebe do ponto fun damental que muda sua reação, permitindo o acerto. Por exemplo. Seja resolver a equação (nos reais) **x + 5,49 = 17,28**. Se o aluno percebe que se deseja determinar o número que somado a **5,49** produz **17,28**, passará a fazer a subtração conveniente, como forma correta de obter a solução. Mas, depois de aulas expositivas, o aluno na maioria das vezes não percebe o que está acontecendo e acabará achando que "o **5,49** passou (efetivamente) para o outro lado, mudando (efetivamente) de sinal". Bastará apresentar outra equação um pouco diferente, para que a imitação efetiva não se dê, e o aluno passe a "chutar", isto é, usar tentativamente o processo de ensaio e erro.

Na situação de "ensaio e erro", o aluno passará a fazer exercícios e mais exercícios (exemplo típico: aprendizagem de integrais) e aos poucos conseguirá o resultado desejado mas sem saber propriamente como o conseguiu.

3.4.3. Treinamento e qualificação de docentes

Há um mito, muito difundido, que afirma: "matemática só se aprende com suor e sangue". Para quem se apóia na teoria sensualista da percepção, o mito é verdadeiro; fazer e refazer exercícios, até adquirir a habilidade desejada, sem saber muito bem o que está acontecendo. Lê-se, também com certa freqüência que "adultos têm valores enraizados difíceis de serem mudados e que treinamentos considerados excelentes não provocam mudanças efetivas e duradouras na sala de aula". (PADCT/SPEC, 1978).

À luz da teoria da percepção sensualista, sem dúvida, que a afirmação é sustentada e pode até ser reforçada pelos próprios treinamentos. Contudo, "treinamento", que seja uma "qualificação", pode ocasionar mudanças auto-sustentadas, desde que certas distinções de Administração estejam presentes. É que o treinamento baseia-se no processo sensualista de gravação e impressão passivas, em geral. Mas se o próprio professor sofrer um treinamento onde as mudanças pretendidas estão vividamente presentes (experiência teórica e experiência vivenciada, ou imitação diferida) então, pode haver qualificação, que se manifestará na imitação efetiva na sala de aula. No processo de qualificação, a imitação não é uma recepção passiva, antes o processo todo deve ser sintetizado, isto é, reconstruído pelo próprio treinando.

Os administradores há tempo estabeleceram distinção entre treinamento e qualificação (desenvolvimento de recursos humanos, em sentido estrito).

> "Quando a administração quer preparar empregados para futuras responsabilidades de cargo, esta atividade é chamada de desenvolvimento de recursos humanos. A distinção entre treinamento e desenvolvimento está principalmente na intenção. O treinamento prepara as pessoas para o desempenho de seus atuais cargos. O desenvolvimento prepara os empregados para cargos futuros. (WERTHER & DAVIS : 198).

Já na opinião de Cleber P. Aquino:

> "Atualmente, a concepção de treinamento está evoluindo para desenvolvimento de pessoal. Enquanto o treinamento associa a idéia de formação de hábitos práticos de trabalho, o desenvolvimento de pessoal envolve o crescimento do empregado como pessoa e como profissional". (AQUINO : 174).

Será que os treinamentos falham porque "os adultos têm valores enraizados" ou porque a ESCOLA não oferece a seus professores oportunidades mínimas de crescimento "como pessoa e como profissional" ?

De qualquer forma, não basta propor a substituição da palavra "treinamento" por "qualificação". Na verdade, sob a distinção existem, numa primeira linha de considerações, teorias diferentes da percepção: a primeira sensualista e a segunda da imitação interior; a primeira como processo linear de causa e efeito; a segunda, como processo complexo de análise e síntese. E numa segunda, linha de considerações, de ordem prática, ao professor são negadas as condições básicas para satisfazer o desejo natural de qualquer pessoa progredir, existencial e profissionalmente, dentro da escola dedicando-lhe todo seu esforço e inteligência.

3.4.4. Exemplo prático

Para que a imitação interior se desancadeie, é necessária a nítida visualização do resultado pretendido pela ação. Na teoria sensualista, como o aprendiz não tem idéia clara do resultado desejado, resta-lhe o caminho do "suor e sangue", ou seja, do "ensaio e erro". Na matemática, conhecer o resultado desejado é tão ou mais importante que a observação da atividade em si, conforme se pretende clarificar com o exemplo abaixo.

Considere-se uma cena típica de sala de aula: a "resolução" de certa equação de segundo grau.

Considerem-se as anotações deixadas no quadro, pelo professor.

$$\frac{392}{x^2} - 5 = 3$$

$$\frac{392}{x^2} = 5 + 3, \text{ pelo princípio aditivo}$$

$$392 = 8x^2, \text{ pelo princípio multiplicativo.}$$

$$x^2 = 392/8 = 49, \text{ pelo princípio multiplicativo}$$

$$x = \pm 49, \text{ pela definição de raiz}$$

$$x = \pm 7$$

A maioria dos alunos (e boa parte dos professores !) percebem apenas as ações mecânicas de "passar para o outro lado", ora somando ou subtraindo, ora multiplicando ou dividindo, muito embora sejam invocados teoremas e definições de álgebra.

No entanto, o bom professor de matemática sabe que o essencial de uma operação não está na ação externa manipulativa, mas nas suas relações internas: a estrutura lógica e a origem prática da operação. Quando professores dizem que alunos de quinta série (ou mesmo de oitava) não sabem ainda dividir, para patentear como estes professores interpretam mal a situação, basta propor que efetuem, eles professores, uma divisão na base sete, por exemplo. Eles descobrem, assustados, que também não sabem dividir: que a estrutura lógica e prática da operação está totalmente encoberta, e acabam confessando que não sabem dividir tanto quanto seus alunos, excluída a base dez, onde os automatismos funcionam.

No exemplo dado, um professor que não crê em automatismos e menos ainda em impressões sensualistas e nem no suor dos exercícios, procurará explicar a resolução da seguinte forma, aproximadamente. (Onde houver um quadradinho deve-se entender que o professor cobre provisoriamente a parte escrita com uma folha de papel).

$\square - 5 = 3$ E dirá: qual o número que subtraindo 5 deixa 3 ? Resposta 8.

$\square = 8$ Registro feito. Agora, virando o papel aparece $392/x^2 = 8$ (No verso do papel deve estar previamente escrito $392/x^2$).

$\frac{392}{\square} = 8$. Qual o número que dividindo 392 produz 8 ? Resposta 49

$\square = 49$. Registro feito. Virando o papel, previamente preparado: $x^2 = 49$.

$\square^2 - 49$ Quais os números cujo quadrado é 49: Resposta $^+7$ ou $^-7$

$\square = +7$ ou $\square = -7$. Virando os papéis: $x = +7$ ou $x = -7$

A resolução foi encaminhada, no sentido de convidar o aluno, continuamente, a imitar interiormente o que o professor fazia mentalmente, para obter cada resultado parcial. Ademais, toda a ação foi desenvolvida deixando claro o objetivo final: descobrir os números que tornassem a sentença proposta verdadeira. E assim, ficaram ressaltados o objetivo e a intenção da própria atividade que dirigiu e motivou a observação do modelo comportamental. Isto só pode acontecer onde 'qualificação' substitui 'treinamento' com significado de estrutura lógica diferente, em cada caso, para o processo de percepção.

Em resumo, os materiais concretos são utilizados como forma de se obter um nível mais baixo de comunicação do que a forma lingüística. A sustentação teórica do processo de mostrar e imitar é dada pela teoria da imitação efetiva e diferida. A teoria sensualista, que desemboca no ensaio e erro, explica o processo quando automatismos estão sendo fixados. A aula expositiva pode continuar a existir desde que não signifique crença em aprendizagem por mera exposição.

3.4.5. Imagem e operação

(O presente texto apóia-se em AEBLI, 1971 : 47-57).

Como se dariam as aquisições intelectuais ?

Duas hipóteses são aqui apresentadas: uma da Psicologia Sensual-Empirista e outra da Psicologia Genética. As hipóteses da primeira orientam a prática didática da maioria dos professores de aprendizagem no ensino, e por isso merece destaque.

Para a Psicologia Sensual-empirista (associacionismo, behaviorismo) os elementos fundamentais do pensamento humano são imagens, cópias estáticas de modelos exteriores, impressas na mente que seria uma <u>tabula rasa</u> (lousa limpa). Destas imagens resultariam as noções gerais, através de um processo de abstração que eliminaria os caracteres secundários e acidentais das imagens. Assim, existiria no homem uma faculdade de abstração, que poderia ser definida como a capacidade de receber impressões e a aptidão para extrair os elementos comuns às diferentes imagens.

Para a Psicologia Genética, contrariamente, são as ações e as operações que constituem os elementos fundamentais do pensamento humano. Em outras palavras, os elementos fundamentais do pensamento humano são esquemas de atividade em cuja elaboração o sujeito toma parte ativa e importante, mas não exclusiva. Das ações, resultariam as noções gerais por um processo de contínua interiorização de operações.

A imagem e a operação são parentes porque a origem de ambas é a ação do sujeito. São, porém, opostas quanto à sua função no pensamento.

A imagem não é, como quer o associacionismo base do pensamento, ou o vestígio sensorial do objeto. A imagem, diz a Psicologia Genética, representa o elemento estático do pensamento. Sua função é recordar instantâneos das transformações operadas pelo sujeito sobre o objeto. Logo, a imagem é o símbolo da operação.

Na perspectiva de Piaget a imagem pode ser vista como uma cópia, sem dúvida, mas uma cópia ativa; um desenho, mas executado pelo sujeito em seu interior. Nunca, apenas, uma fotografia que emergiria da memória. Tanto a imagem como o desenho são imitações exteriores ou interiores de ações. Nunca fotografias perceptivas, apenas. Aliás, diga-se de passagem, a própria percepção envolve uma atividade particular do sujeito.

As funções mentais elementares (percepção, motricidade, associação) interagem com as funções mentais superiores (noção, operação e representação). As últimas caracterizam o pensamento humano como um sistema de operações lógicas, físicas e numéricas. O pensamento é uma forma de ação que não pára de diferenciar-se, organizar-se e melhorar o seu desenvolvimento genético.

Piaget apresenta a seguinte definição de operação :

> As operações outra coisa não são, com efeito senão o produto da interiorização e da coordenação das ações, de tal maneira que, sem atividade, não poderia haver a inteligência autêntica". (PIAGET in AEBLI, 1971, XX).

Em resumo, pode-se dizer que uma vez adquirida a operação pela atividade do sujeito em íntima interação com o objeto, a imagem torna-se um símbolo, cuja representação lhe permite evocar a operação.

3.4.6. Crítica à exposição

Tomando em consideração as descobertas da Psicologia Genética sobre a construção do conhecimento intelectual, pode-se propor uma crítica ao verbalismo (aula expositiva) cujo apoio encontra-se na Psicologia Sensual-empirista. Para facilitar a crítica serão supostas quatro formas básicas de verbalismo.

a) Verbalismo puro. O verbalismo consiste em descrever com palavras o objeto de ensino sem haver contato algum do aluno com o mesmo. O pior verbalismo é aquele em que o próprio professor jamais teve contato com o objeto. Em tal situação, dá-se mera reprodução do conhecimento porque existe no professor um conhecimento vazio de experiência. O professor verbalista crê que a simples exposição do aprendiz ao objeto de estudo desencadeia a aprendizagem, pela impressão de sons e imagens na mente e na memória.

Professor e aluno estão iludidos pela falsa teoria behaviorista. O primeiro dita conceitos, imaginando criar imagens. O segundo repete mecanicamente os sons memorizados.

Mas, possivelmente, ambos não adquirem nenhum conhecimento científico. Apenas, o primeiro que aprendeu determinadas respostas a certas perguntas ensina o segundo a repetir as mesmas respostas. A situação é tipicamente ilustrada pelos professores de matemática que afirmam não poderem ensinar tópicos da oitava série, por exemplo, porque seus alunos, ainda não sabem multiplicar e dividir. Estes mesmos professores, já licenciados, ficam pasmos ao constatarem que também, ainda, não sabem como multiplicar e dividir numa base de numeração diferente de dez. Só quando confrontados com outra base percebem que seus supostos conhecimentos não passam de mecânica repetição de algoritmos, sem nenhuma intelecção do processo. Alguns professores safam-se por isoformismo (trabalham na base dez, e convertem para a nova base), mas não atinam com o funcionamento do mecanismo. É interessante acrescentar que o professor de matemática que domina conceitos e não apenas automatismos, em geral, queixa-se pouco de seus alunos e os ajuda a superarem as deficiências.

Por que o verbalismo puro funciona sem causar maiores problemas ?

É que alguns alunos já estruturaram a função da imagem no pensamento (as palavras recordam instantâneos das transformações operadas sobre o objeto), e saem-se bem no trabalho escolar. Justificam a aprendizagem pela aparente exposição do sujeito ao objeto de estudo e, pior ainda, justificam o fracasso dos demais (estes não teriam prestado suficiente atenção, não se teriam esforçado, etc...)

Para desinstalar o verbalismo puro é necessário atacá-lo em duas frentes. A primeira consiste em convencer o professor da falácia do associacionismo, no que tange à explicação do processo de aprendizagem de conceitos pela mera exposição. Ao mesmo tempo deve ser estudada a alternativa construtivista. Esta última deverá ser feita na nova perspectiva, isto é, sendo o próprio professor sujeito de sua aprendizagem. A segunda frente diz respeito aos alunos, os quais devem receber as novas informações que lhes possibilitarão uma explicação científica para os fracassos e sucessos. A permanecer a atual situação, pais e alunos continuarão culpando-se pelos fracassos, com recurso a prêmios e castigos para estimular o processo de "reprodução dos conhecimentos".

O verbalismo puro, a aula expositiva mais tradicional, será abandonada quando duas hipóteses se cumprirem. O professor domina a nova teoria construtivista e a põe em prática. O aluno e seus pais repudiam o associacionismo como teoria de aprendizagem de novos conceitos.

b) Verbalismo Imagético. Há um pequeno avanço em relação ao 'método' anterior: se o objeto de estudo não está presente, pelo menos o professor recorre à imaginação do aluno. Quando, ao introduzir o conceito de fração, por exemplo, o professor solicita aos alunos imaginarem um bolo partido em meios, terços, etc..., há um apelo claro ao verbalismo imagético. O professor, e não o aluno que apenas copia, fará desenhos e até esquemas. Mas, terá que falar, cada vez mais e melhor, para provocar a evocação de imagens, suposta base da construção do conceito.

Os alunos que já conseguem executar ações sob forma interiorizada, certamente obterão algum sucesso. Novamente o sucesso de alguns justifica o fracasso dos outros, daqueles que, ainda não tendo atingido mobilidade suficiente nas ações interiorizadas, necessitam de manipulações concretas.

Nada há contra as aulas expositivas, desde que os alunos tenham alcançado o estágio das ações interiorizadas diferidas e a mobilidade do pensamento lógico-formal.

E não se pense que na Universidade tal preocupação não deva existir !

> "O resultado desse tipo de educação é o que Mckinnon, Renner (1971) e Schwebel (1975) descobriram em suas pesquisas sobre a capacidade de pensar logicamente a um nível operacional formal dos calouros na faculdade. Mcknnon e Renner relatam que somente 25% de seus pesquisados foram capazes de pensar sólida e logicamente ao nível formal. Schwebel constata que somente 20% atingem esse nível. Esses alunos foram os que sairam bem no 1º e 2º graus". (KAMII & CLARK : 77).

Os mesmos pesquisadores concluiram que os professores não ensinaram os estudantes a pensar logicamente. E os mesmos autores acusam as Universidades pelo mau desempenho dos professores. Estas experiências foram conduzidas nos Estados Unidos.

Uma preleção pode ser absolutamente necessária quando na Universidade há verdadeira pesquisa, isto é, quando o professor formula a cultura que vai ensinar. Nesta situação, a preleção pode ser considerada um livro falante, cheio de tonalidades emocionais, próprio de quem relata suas ações e operações executadas na busca de um novo conceito. Um livro didático deveria ser escrito como um relatório de pesquisa já concluída, especialmente a nível universitário. O aprendiz poderia, então, replicar a experiência vivenciada pelo autor. Na replicação o aluno, como sujeito, apossar-se-ia de seu objeto de estudo. O erro associacionista, base teórica que sustenta o verbalismo, é a hipótese de que basta mera exposição ao objeto de estudo para obter aprendizagem. Aliás, é por isso mesmo que o verbalismo é conhecido como "aula expositiva".

c) <u>Verbalismo com audio-visuais</u>. Mais avançado que o anterior, pois para facilitar a aprendizagem apresentam-se imagens e sons, elaborados até com sofisticação, do objeto de ensino.
Mas continuam os falsos pressupostos.

De fato. O aluno é chamado a imaginar as operações diante de uma situação muito rica em imagens e sons e que servirão de forte apoio para despertar a imitação interior da ação. Continua, porém, valendo a advertência de que não se constroem novas operações apenas com percepções sensuais.

O professor, ao dar-se conta da pouca eficácia dos áudio-visuais e não possuindo uma teoria que explique o fracasso, quase fatalmente retorna ao verbalismo. Até por desencanto. O uso de áudio-visuais permitirá um sucesso relativo a um maior número de alunos. Porém, muitos continuarão decorando receitas como se fossem conhecimentos reais.

d) <u>Verbalismo com computadores</u>. Finalmente o auge em imagens ! Já não são apresentadas em quadros sofisticados mas brotam diante dos olhos, na tela do computador. Os alunos são chamados a acompanhar a construção. (Supõe-se seja evitado o pior: a entrega de um programa. Seria a receita de como executar uma receita!).

Mas se inexistir a imitação interior, as imagens e suas construções não se 'imprimirão' na mente dos alunos.

É possível predizer o sucesso do verbalismo com computador ?

Sim. Maior contingente de alunos obterá melhores resultados e já sabemos quais e em que tipos de conhecimentos. Mas para construir novos conceitos e novas operações, ainda inexistentes de forma consciente no sujeito, não bastará contemplar imagens, nem saber como elas se produzem ou mesmo produzi-las sob programa. Sem a atividade do aprendiz não há aquisição.

É preciso insistir. Uma operação é construída pelo sujeito e nunca impressa. Não havendo imitação interiorizada da ação, também não haverá aquisição duradoura. A participação do aluno é sempre imprescindível. O conhecimento é adquirido pela interação entre sujeito e objeto: à assimilação do objeto pelo sujeito corresponde a adaptação do sujeito ao objeto, até ser atingida a equilibração, estado dinâmico de acomodação ao novo conhecimento.

Haverá alunos que conseguirão aprender com os 'métodos' expositivos, e o professor, com o aplauso dos alunos, dos pais e da administração financeira, voltará ao verbalismo, às receitas muito cômodas para todos. Para o aluno, porque, recebendo uma receita pronta, só poderão exigir-lhe que a reproduza, e para isto, existe <u>know how</u> abundante, do mais legítimo ao ilegítimo. Para o professor, que poderá ganhar a vida impressionando os demais com conhecimentos de saber inútil. Como teria dito Feymann, com tristeza:

> "Não posso ver qualquer pessoa sendo educada por este sistema auto-reprodutor no qual pessoas fazem provas e ensinam umas às outras como fazer provas, mas ninguém sabe nada". (FEYMANN : 1985).

3.4.7. <u>Aprendizagem da matemática</u>

Finalmente: é difícil a solução do problema da aprendizagem no ensino da matemática no primeiro grau ?

A solução diante das descobertas da Psicologia Genética (cognitivismo) é até simples! Resume-se em procurar propostas científico-didáticas fáceis, baratas, acessíveis e interessantes, que possibilitem a ação concreta e diferida de cada aluno e conseqüente interiorização, seguida pela simbolização e por fim, a operacionalização.

> "Da mesma maneira que a experiência reconcilia o pensamento formal com a realidade das coisas, o trabalho efetivo e constante, desde que empreendido em situação concreta e bem definida, cura todos os devaneios". (PIAGET : 69).

Nas propostas científico-didáticas, o aluno passa a ser construtor de seus conhecimentos. Conhecimentos em perfeita interação com a sua experiência, realizando na prática a elevação do bom senso à cientificidade, construindo o seu saber, incorporando a etnomatemática. Conhecimento que, não sendo vazio, será útil e poderá servir para transformar a sociedade. Experiência que não sendo cega porque estruturada no pensamento, permitirá uma ação crítica com melhor cérebro.

. . .

Depois do anexo, e no próximo capítulo, a atenção voltar-se-á para a descrição de algumas propostas científico-didáticas. Visa-se apresentar ao inovador modelos, espécie de catalisadores da própria criatividade. Pelo menos, tiveram êsse efeito na maioria dos professores participantes nos dois projetos.

Parece que, naqueles professores onde o efeito criativo não foi provocado pelos modelos, encontra-se uma resistência às idéias expressas, direta ou indiretamente, nos temas dos capítulos anteriores. Parece estarem demasiadamente presos a sua herança tradicionalista e querem, dos materiais instrucionais, um desempenho automático na promoção da aprendizagem. No fundo, parece atribuirem aos alunos a incapacidade de aprender e vêem a sala de aula como um simples ambiente onde "aconteceria" ou "não aconteceria" a aprendizagem, a qual pode ser auxiliada pela "presença" de materiais instrucionais concretos, conforme se explicitou no capítulo anterior em "aulas expositivas". Adverte-se, porém, que trata-se de hipóteses que devem ser melhor investigadas. Esta investigação em nada afeta os objetivos da dissertação, que são limitados a explicitar elementos teóricos - e não comprovar seus efeitos - e descrever propostas concretas, sempre referentes ao ensino da matemática. No capítulo quarto, atinge-se este último objetivo específico da dissertação.

3.4.8. **Apontamentos para estudo: Problemas em aberto com alguma tentativa de encaminhar a solução**

Ação - "Toda ação, ao ser aplicada aos objetos, acomoda-se a eles. Isto é, recebe negativamente a impressão das coisas sobre as quais age. O essencial da ação não é, naturalmente, esta impressão: está na modificação imposta ao objeto, isto é, na assimilação deste aos esquemas do sujeito.

É ação toda conduta observável exteriormente, inclusive por interrogatório clínico, visando a um objetivo do ponto de vista do sujeito considerado.

É preciso definir a ação como uma reequilibração da conduta nos casos de modificação do meio". (BATTRO : 18).

Aprender - "Não é saber como foi o mundo ou como deverá sê-lo; essencialmente, é o esforço por re-inventá-lo numa práxis que assume e supera as condições objetivas da situação histórica em que se vive. Se o aprendizado criador é substituído pelo ensinamento de um saber separado da produção real da existência, então, esse saber trai sua vocação originária e passa a instrumentalizar as mais terríveis alienações humanas". (ANDREOLA : 35).

Afetividade - "Sem bases científicas, os escolanovistas derivaram para a ortofrenia, o freudismo, a "pedagogia do amor" e para outras atividades terapêuticas eficazes nas perturbações afetivas, mas sem nenhum valor pedagógico, pois a afetividade não constrói estruturas mentais, funcionando como frenador ou acelerador da construção dos conhecimentos". (LIMA, 1987 : 55). Toda atividade, em suas diversas formas (sensoriomotora, verbal e mental) supõe uma quantidade de energia ou 'força': a afetividade é o motor, enquanto a inteligência é a estratégia da ação (não existe uma sem a outra). Mas, é a inteligência que regula a 'vazão' energética, de modo que jamais a inteligência está ausente. (...) Quem separa afetividade de inteligência produz uma 'esquizofrenia'. A educação, pois, compreende também a afetividade (regulação do fluxo energético e criação das escalas de valores"). (LIMA, 1984 : 29-30).

Ciência - "É um corpo de conhecimento organizados e hierarquizados de acordo com uma graduação de complexidade e generalidade que procuram revelar a ordem cósmica e natural, bem como elucidar o comportamento físico emocional e psíquico do outro e do próprio indivíduo; conhecer-te e conhecer-me". (D'AMBRÓSIO, 1987 : 51). (Tradução do mestrando).

Conteúdos-inertes - "Não têm qualquer efeito para o desenvolvimento de habilidades nas áreas a que pertencem, mas têm o grande poder de imprimir uma concepção estática, a-política e a-história da realidade (...) Conteúdos inertes são os mais ensinados aos estudantes das classes dirigidas: detalhes, regras, fatos isolados, juntamente com as idéias de obediência e fidelidade à hierarquia". (OTTI : 17).

Criatividade - "(...) Adaptação a novas circunstâncias. Ora, a criatividade depende da plasticidade dos elementos que combinam para transformar o sistema (organismo, psiquismo, sociedade). O hábito (automatismo, instinto, condicionamento, etc) é a anticriatividade (...) A inteligência é, fundamentalmente, um processo de produzir novas combinações (criatividade). Não existe criatividade a partir do nada: a criatividade é sempre a construção de elementos preexistentes (...) Ensinar a criatividade é simplesmente, propor exercício combinatório. Daí a escola dever estimular as soluções inusitadas, inclusive prestigiando o erro resultante de combinatórios imprevistos. O exame deveria ser um desafio à criatividade". (LIMA, 1984 : 44).

Cultura - "Cultivar-se é tornar-se capaz de perceber todos os problemas impostos à humanidade. Olhando, ouvindo, defendendo os humildes, alarga-se consideravelmente a própria cultura.

Muitos pensam que são cultos. Sabem tudo da história dos homens passados, todas as filosofias antigas e modernas. São iniciados em todas as ciências exatas e aplicadas, seguem todas as publicações literárias na medida em que aparecem. Vivem, ou encolhidos em si mesmos, ou debruçados sobre os maiores problemas da pedagogia e da política. São capazes de julgar e falar de tudo. Mas ignoram o homem, o homem real de seu tempo; grupo, classe por classe; a miséria profunda do tempo em que vivem lhes é estranha; o grande sofrimento dos lares sem ar e sem pão, a grande resignação e a grande revolta íntima dos infelizes, a realidade da vida das vilas operárias, dos cortiços, das favelas insalubres, do barzinho consolador, da evasão ao acaso nos cinemas e nos encontros, da compreensão no álcool, no sindicato, na política. Nada sabem do contato dos dirigentes com os homens, da grande pureza e do grande apelo que existem muitas vezes no coração dos humildes; do egoísmo sórdido de muitos de seus amigos que subiram; da generosidade que cochila ou estoura nos menos afortunados. Falam do povo sem conhecê-lo; incapazes de compreendê-lo, de amá-lo, de auxiliá-lo". (LEBRET : 60).

Dialética - "Para compreender a filosofia de um escritor marxista, é útil começar pelo conceito que ele tem de dialética e pela função que lhe atribui". (BOBBIO : 62).

Pode-se dizer que a 'dialética' assume três significados bem distintos, que podem ser conjugados com as assim ditas leis dialéticas que regem as mudanças:

1. lei da negação ou do processo de tese-antítese-síntese.
2. lei do salto quantitativo para o qualitativo ou da conversão da quantidade em qualidade e vice-versa.
3. lei da coincidência dos opostos ou integração dos opostos, ou da ação recíproca.

cumpre ainda esclarecer o significado do adjetivo 'dialético' aplicado em diversas situações.

Um dos primeiros significados do adjetivo 'dialética' vem unido a substantivos tais como: relação, conexão, nexo, unidade, contradição. O adjetivo nesta situação refere-se mais à terceira lei dialética. Exemplos: relação dialética (ação recíproca); unidade dialética (coincidência dos opostos); contradição dialética (integração dos opostos).

Um segundo significado prende-se a substantivos como: movimento, desenvolvimento, processo e liga-se mais à primeira lei. Exemplos: desenvolvimento dialético (negação da negação); processo dialético (tese, antítese e síntese).

Um terceiro significado corresponde à lei do salto qualitativo. Por exemplo, em Gramsci (GRAMSCI : 112) lê-se: "a dialética quantidade-qualidade é idêntica àquela necessidade-liberdade".

Ainda, a dialética pode indicar posicionamento da pessoa frente ao real e não a certeza do real ser dialético.

Ensino-qualificado - Um ensino que permite o acesso e permanência na escola a todos e visa o aumento do qualitativo no quantitativo sendo o 'conteúdo' um deles. No ensino qualificado age-se sobre o aspecto quantitativo para desenvolver o qualitativo.

> "Afirmar, portanto, que se quer trabalhar sobre a quantidade (...) não significa que se pretenda esquecer a 'qualidade', mas ao contrário, que se deseja colocar o problema qualitativo de maneira mais correta e realista, isto é, deseja-se desenvolver a qualidade pelo único modo no qual tal desenvolvimento é controlável e mensurável". (GRAMSCI : 50).

Erudição - "A cultura do espírito é sempre um equilíbrio que recompensa um trabalho metódico e contínuo. Difere da erudição. O erudito aprendeu muito, mas sobretudo nos livros. O erudito aprendeu muito, mas sobretudo nos livros. Não equilibrou, não harmonizou, não repensou seu saber. Não verificou à objetividade de seus conhecimentos fundamentais. Não centrou toda sua bagagem nos problemas do homem". (LEBRET : 60).

Escola - "É uma incorporação, histórica e estrutural, de formas de cultura que são ideológicas.(...) Estabelece as condições sob as quais alguns indivíduos e grupos determinam os termos pelos quais os outros vivem, resistem, se afirmam e participam da construção de suas próprias identidades e subjetividades. (...) É um espaço de contestação e luta e, como área de produção cultural, incorpora representações e práticas que constroem ou bloqueiam as possibilidades de ação dos estudantes". (GIROUX, 1987 : 82-84).

Etnociência - "É um estudo dos fenômenos científicos e, por extensão, tecnológicos, sociais, econômicos e culturais.

Porém, a etnociência, como um modo de pensar não tem sido reconhecida como forma estruturada de conhecimento". (D'AMBROSIO, 1987 : 74). (Tradução do mestrando).

Etnomatemática - Etno (sociedade, cultura, jargão, códigos, mitos, símbolos) + matema (explicar, conhecer) + tica (tchné, arte e técnica). Raízes sócio-culturais da arte ou técnica de explicar e conhecer". (D'AMBROSIO, 1987, capa).

Idéia - "Limite de uma aproximação intelectual". (RICOEUR : 31).

Matemática - "É uma estratégia para atingir as mais importantes metas sociais. É vista como promotora de certo modelo de poder através do conhecimento.

- É um sistema de codificação que possibilita a descrição, o procedimento, o entendimento e a manipulação da realidade. (D'AMBROSIO, 1987 : 22-27). (Tradução do mestrando).

Método - "Modo de se fazer o tratamento teórico e prático, colocando-se a questão, assim, na óptica das instrumentalidades e das formas de abordagem ou de ataque dos problemas. Diferentemente do tratamento teórico e prático, que diz respeito ao conteúdo construído, o método respeita o modo de o construir, sem estabelecermos jamais, entre as duas esferas, divisões estanques. (DEMO : 14).

Miséria do povo - "A miséria, toda a miséria humana, toda a miséria das habitações, dos vestuários, dos corpos, do sangue, das vontades, dos espíritos; a miséria dos desclassificados, dos proletários, dos que ajuntam avaramente, dos banqueiros, dos nobres e dos príncipes, das famílias, dos sindicalismos, dos cartéis, dos impérios.

Devemos acolher antes de tudo em nosso coração a miséria do povo. É a menos merecida, a mais tenaz, a mais opressiva, a mais fatal (...). Cuidar das necessidades imediatas adianta pouco, enquanto as inteligências não forem alargadas, enquanto as vontades não forem retificadas e fortalecidas, enquanto os melhores não estiverem animados por um grande ideal, enquanto as opressões e as injustiças não forem suprimidas, ou pelo menos atenuadas, enquanto os humildes, não se unirem para a conquista progressiva da própria felicidade". (LEBRET : 14).

Objetividade - "(sentido epistemológico estrito) - é objetivo aquilo que o pensamento metódico elaborou, põe em ordem, compreendeu, e que por essa maneira pode fazer compreender. Há tantos níveis de objetividade quantos procedimentos metodológicos". (RICOEUR : 24).

Operação - "Denominaremos operações as ações interiorizadas ou interiorizáveis reversíveis e coordenadas em estruturas totais. (...) todo sistema de operações intelectuais apresenta-se psicologicamente sob dois aspectos paralelos: exteriormente trata-se de ações coordenadas entre si (ações efetivas ou mentalizadas) enquanto que interiormente, isto é, para a consciência, trata-se de relações que se implicam umas às outras. (...) Psicologicamente a operação é uma ação interiorizada e tornada reversível por sua coordenação com outras ações interiorizadas em uma estrutura de conjunto que comporta certas leis de totalidade.

Chamaremos 'operação' a transformação reversível de uma estrutura em outra, seja por modificação da 'forma', seja por substituição que incide sobre o 'conteúdo'. A operação (...) não é outra coisa que uma intuição articulada tornada móvel e totalmente reversível porque vazia de seu conteúdo representativo e que subsiste a título de simples 'intenção'". (BATTRO : 173).

Pedagogia - "É, simplesmente, a codificação das normas que presidem o ato de ensinar, regras semelhantes às da agricultura, da pecuária, da medicina, da culinária, etc". (LIMA, 1987 : 47).

Poder - "É um fenômeno geral da sociedade em todos os níveis de seu desenvolvimento e em todas as dimensões do convívio humano das organizações sociais. As características do poder - soberania, liderança e obediência, hierarquia e subordinação, influência, prestígio e autoridade - encontram-se em todas as relações e formações sociais". (DEMO : 32).

Processo educativo - Existem duas doutrinas que justificam o processo educativo. Ambas apoiam-se na imperfeição do homem ao nascer. A mais comumente aceita é a conhecida teoria da imaturidade do homem. Nascido imaturo torna-se obrigação da pedagogia apressar e direcionar a maturação. Outra, sugerida por Furter (FURTER : 70), considera o homem um pré-maturo desde seu nascimento. Compete, então, à pedagogia permitir, estimular e possibilitar a contínua manifestação do homem. Esta dissertação é francamente favorável à perspectiva da pré-maturidade. Apresenta-se um quadro comparativo entre ambas. (Ver quadro página 125).

Religião - "O princípio da fé consiste em diminuir as palavras e aumentar as ações. Aquele cujas palavras excedem os atos - sabei, verdadeiramente, que sua inexistência é melhor que sua existência, sua morte melhor que sua vida". (ESSLEMONT : 72).

(...) E no entanto, não será o objetivo de cada Revelação efetuar uma transformação no inteiro caráter da humanidade, transformação esta que se mostre tanto exterior como interiormente, que afete não só sua vida interior como as condições externas ?

Pois se o caráter da humanidade não fosse transformado, tornar-se-ia evidente a futilidade dos Manifestantes universais de Deus". (id. ibid. 98).

(...) "A religião é o maior instrumento para a ordem no mundo e a tranqüilidade de todos os seres existentes" (...) (id. ibid. : 104).

"O conhecimento é como asas para o ser humano, e uma escada para ele ascender. Compete a todos adquirir o conhecimento, mas o das ciências que possam beneficiar os povos da Terra e não de tais ciências que começam por meras palavras e também assim terminam... Na verdade, o verdadeiro tesouro do homem é seu conhecimento. O conhecimento é o meio de se atingir honra, prosperidade, alegria, júbilo, ventura e exultação". (id. ibid. : 117).

Ali, o genro de Maomé, disse: "O que está de acordo com a ciência, também o é com a religião". O que a inteligência do homem não pode compreender, a religião não deve aceitar. A religião e a ciência devem andar de mãos dadas. A religião contrária à ciência não é verdadeira". (id. ibid. : 145).

Subjetividade - "(...) Esperamos do "historiador" uma certa qualidade de subjetividade, não qualquer subjetividade que seja precisamente apropriada à objetividade que convém à história. Trata-se, pois, duma subjetividade 'exigida', exigida pela objetividade que se espera. Pressentimos, por conseguinte, que existe uma subjetividade boa e uma subjetividade má. (...) Não é tudo: sob o título de subjetividade, esperamos algo de mais grave do que a boa subjetividade do historiador; esperamos que a história seja uma história dos homens e que essa história dos homens ajude o leitor, instruído pela história dos historiadores, a edificar uma subjetividade de alta categoria, a subjetividade não só de mim mesmo, mas do homem. Mas esse interesse, essa expectativa de uma passagem - pela história - de mim mesmo ao homem, não é mais exatamente epistemológica, mas propriamente filosófica: pois é exatamente uma 'subjetividade de reflexão' que esperamos da leitura e da meditação das obras do historiador; esse interesse já não mais diz respeito ao historiador que escreve a história, mas ao leitor - e singularmente o leitor filosófico - o leitor no qual se completa, por conta própria, todo livro, toda obra". (RICOEUR : 24).

CAPÍTULO IV

PROPOSTAS DIDÁTICAS

4.1. Explicação inicial

Neste capítulo serão descritas, sumariamente, algumas propostas didáticas para o ensino de tópicos de álgebra do primeiro grau: números inteiros; equações de primeiro grau a uma incógnita; sistemas lineares a duas incógnitas e polinômios. A parte teórica será desenvolvida, somente, para os polinômios porque o tema recebeu um tratamento não convencional. Todas as propostas foram testadas com muito êxito por grande número de professores. Em anexo, encontram-se mais detalhes.

4.2. Números inteiros. Generalidades

A contagem se impõe a todos nas mais variadas circunstâncias. A necessidade da contagem foi resolvido pela criação (invenção) dos números naturais.

A vida social, porém, impõe outras situações nas quais a contagem deve ser mais sofisticada. O pastor para comunicar onde há boa pastagem deve indicar, se rio acima ou rio abaixo, e não somente a tantos passos; uma pessoa pode ter débitos e créditos, e ter uma quantia credora ou devedora; modernamente, a ciência considera quantidades ora positivas ora negativas.

Impõe-se reconhecer a necessidade, tanto mais premente quanto mais amplo o relacionamento social, de além de mencionar a quantidade modificá-la (relativizá-la) pelo acréscimo do sentido em que ela se realiza.

O problema foi parcialmente resolvido pela criação (invenção) dos números inteiros.

Que princípios teóricos poderiam ter orientado a humanidade na expansão dos conjuntos numéricos ?

Podem ser invocados dois princípios fundamentais. O de extensão manifestado na tendência da generalização das aquisições do pensamento e na procura do maior rendimento possível da generalização, pela exploração metódica de todas as suas conseqüências. (CARAÇA : 10). O de economia manifestado na tendência de preferir nas construções mentais, o caminho mais simples e mais curto. (CARAÇA : 27).

O princípio de extensão leva a ampliar o conjunto dos naturais, pelo acréscimo do zero e dos números negativos, ao mesmo tempo em que se identificam (generalizam) os naturais com os positivos. O princípio de economia leva a evitar a invenção de novos símbolos e dar as definições de modo que a estrutura anterior dos naturais seja preservada.

A criação dos números inteiros permite a construção de uma álgebra (estrutura de álgebra linear), porque mantêm-se as operações de adição e multiplicação, como nos naturais, e abre-se a possibilidade da multiplicação por escalar. Muitos professores não se apercebem da importância do estudo dos múltiplos e potências, antigamente feito na primeira série do ginásio. Mas são estes conceitos que introduzem e possibilitam o desenvolvimento da álgebra.

A teoria dos números inteiros deve agora ser elaborada em proposta didática, a nível de alunos de 6ª série de primeiro grau, que, em geral, têm entre 10 e 12 anos. Nesta fase da vida, segundo o construtivismo de Piaget, acontece:

. o período de preparação e organização das operações concretas de classe, relação e número;

. o estágio das operações complexas;
. o nível de operações concretas;
. o período operatório do desenvolvimento cognitivo das operações concretas. (OEA : 25).

A proposta didática para ensino dos inteiros resultará da junção da parte epistemológica com a dos pressupostos psicológicos e da estrutura matemática própria dos inteiros.

Os alunos de sexta série, excluídos os adultos, em termos teóricos (10 - 12 anos) já deveriam ter passado pelos estágios do pensamento simbólico, intuitivo, das operações simples e deveriam estar no das operações complexas. (É relativamente "fácil" saber se a criança está neste estágio, pois ela percebe a conservação da substância e do peso, tendo dificuldades para perceber a conservação do volume). Os materiais utilizados pressupõem, apenas, o estágio das operações simples. Isto quer dizer que o aluno dirá que "menos com menos dá mais" na multiplicação, com compreensão construtiva e não como mera verbalização. Mas não se espere tanta prontidão para dar justificativas básicas estruturais porque ele não alcançou ainda a fase de pensamento formal. É muito importante situar psicologicamente cada aluno, porque não é fácil perceber a diferença entre aquele que apenas repete "menos com menos dá mais" de outro que foi além e construiu a sentença. Esperar a justificação lógica da sentença referida, com base nas propriedades da estrutura de grupo, é muito temerário. Para a grande maioria dos alunos de sexta série seria uma façanha.

4.3. <u>Números inteiros. Construção concreta</u>

4.3.1. <u>Colocação do problema. Exemplificação da vida real</u>

Muitas são as situações em que surge a oportunidade de referência aos números inteiros. Alguns exemplos. Moro três quadras à <u>direita</u> da Rodoviária. Mergulhou de um rochedo a três metros <u>acima</u> do nível do mar e <u>desceu</u> 4 metros no mar. As formigas construíram seu ninho um metro <u>abaixo do solo</u> e o passarinho três metros <u>acima</u> do solo. A temperatura estava três graus <u>abaixo de zero</u>, agora está cinco <u>acima</u>. Tenho um <u>débito</u> de dez mil cruzados, mas com o salário do mês, pagarei o débito e terei ainda um <u>saldo positivo</u> de trinta mil. O dentista fica quatro andares <u>acima</u> do consultório médico; dobre à <u>direita</u> e ande duas quadras; dobre à <u>esquerda</u> e ande mais três quadras.

4.3.2. Direção e sentido

a) Mostram-se cartões nas cores azul, vermelha e verde. A cor azul indica mover-se em certo sentido, então, a vermelha em sentido contrário. O verde indica ficar parado. Exemplo. Mãos na carteira. Cartão azul: indica mover a mão direita para a orelha direita; novo cartão azul: por a mão na nuca; novo cartão azul: tocar a orelha esquerda com a mão direita; novo cartão azul: mão no queixo; novo cartão azul: voltar à posição inicial. O cartão vermelho indica os mesmos movimentos na seguinte ordem: orelha esquerda; queixo; orelha direita; nuca; posição inicial. O cartão verde indica não fazer movimento algum.

b) Com os cartões pode-se, também, levar os alunos para o pátio e fazê-los mover-se, andando.

4.3.3. Operações: conceito concretizado

c) Dados. Um dado pintado de azul numerado de um a seis e outro dado pintado de vermelho. Dois alunos jogam. Pontos iguais em dados de cores diferentes anulam-se. Assim 5 azul com 3 vermelho dará 2 azul. Após dez jogadas somar os pontos. Vencerá quem tiver mais pontos em azul. O último lugar pertencerá a quem tiver mais pontos em vermelho.

d) Variação do jogo anterior. Introduzir uma tira de papel. Mostrar cartões de cor azul, vermelha e verde, com números escritos neles. O aluno mover-se-á, com os dedos, conforme a quantidade e a cor. No cartão verde, está escrito zero.

e) Corrida Matemática. (Construção das operações de adição, subtração, multiplicação e divisão).

É composta por duas tiras, uma em cor azul e outra em vermelho, na qual estão marcados números em preto, de zero a trinta e oito. No número onze, há uma parada obrigatória (casa da mentira) e no número vinte, outra (posto). O número trinta e dois está marcado com o nome "cidade" e seis números após termina a corrida. Jogam dois alunos de cada vez, um na pista azul e outra na vermelha. O objetivo é percorrer toda a pista, vencendo quem a completar antes.

Regras fundamentais:

1) O jogo inicia com o dado da cor escolhida pelo jogador; a segunda jogada será feita com dois dados. E assim se procede com a alternância, até o fim;

2) Se o resultado obtido for da cor escolhida, o jogador avança. Caso contrário, retrocede.

3) Na casa da mentira, joga-se sempre com dois dados, e para sair, inverte-se a cor do resultado obtido.

4) No "posto" cada jogador utiliza os dois dados e joga duas vezes, fazendo a multiplicação dos resultados, combinando os sinais.

5) Passando a "cidade", o jogador usa apenas um dado e deverá obter o número exato faltante para ganhar.

6) As anotações são feitas de acordo com as normas das expressões numéricas.

4.3.4. Escrita simbólica. Exercício operatório e de fixação

O professor apresenta qualquer um dos jogos e propõe fazer sua transcrição para o papel. Os alunos serão convidados a usar as cores azul, vermelha, verde e amarela (giz branco) para os sinais. Assim, se no dado azul der "três" e no vermelho "cinco", escrever-se-á: "três" em cor azul; o sinal "mais" em cor amarela, "cinco" em cor vermelha; o sinal "igual" em amarelo e o resultado "dois" em cor vermelha.

Depois de bem fixada esta representação simbólica, faz-se uma simplificação, para evitar o uso de tantas cores. (Nem todos os alunos irão gostar da idéia. Quanto mais próximo do pensamento formal, maior adesão haverá ao abandono de cores ?) A simplificação consistirá em usar uma única cor adotando as seguintes convenções: para indicar cinco em cor azul, por exemplo, escrever-se-á: ${}^{a}5$; para indicar 3 em cor vermelha, escrever-se-á: ${}^{v}3$. O zero será escrito sem sinal algum.

Fixada esta fase segue nova simplificação. Como só é preciso indicar duas cores, é possível eliminar uma delas. Convenciona-se eliminar o "a" de azul.

Escrevia: ${}^{a}5 + {}^{v}3 + 0 = {}^{a}2$ e agora: $5 + {}^{v}3 + 0 = 2$.

Finalmente, chama-se a atenção para a escrita convencional dos números inteiros. Dir-se-á que o "v" de "vermelho" será reduzido apenas a uma parte dele, assim: "\". Com a última simplificação escreve-se: 5 + \3 + 0 = 2.

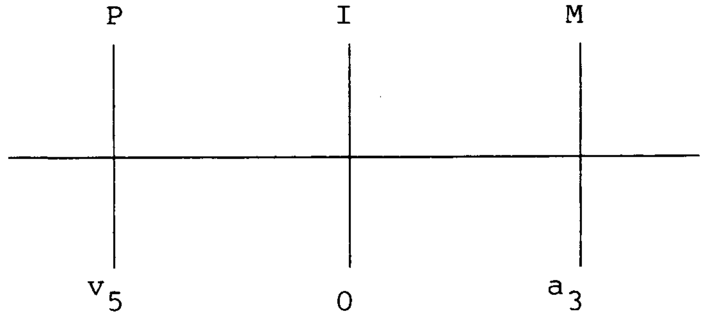
4.3.5. <u>Subtração</u>

a) A distância entre as cidades **A** e **B** é de 20 km. A distância entre **A** e **C**, passando por **B**, é de 45 km. Qual a distância entre as cidades **B** e **C** ?

A resposta é obtida mediante a subtração 45-20 = 25. Chamar a atenção para a utilidade da subtração na solução do problema. (Deverão ser feitos outros exercícios semelhantes até haver clareza quanto ao uso da subtração).

b) Marcos e Patrícia são amigos. Marcos mora três quadras à direita da Prefeitura e Patrícia, cinco quadras à esquerda. Quantas quadras deverão andar para se visitarem ? E, em que sentido ? Como representar a situação toda com os números coloridos ?

A resposta é oito quadras, mas caminhadas em sentido opostos, conforme Marcos visite Patrícia ou Patrícia visite Marcos. É uma situação em que devem ser empregados os números inteiros. De que forma ? Considere como ponto de referência a Prefeitura (marcar com zero verde). Use três, em cor azul, para indicar a posição de Marcos e cinco, em cor vermelha, para Patrícia.



A distância entre ambos é sempre de oito quadras. Marque em vermelho, o movimento de Marcos e em azul o movimento de Patrícia. De fato, para Marcos visitar Patrícia, deverá caminhar 8, em cor vermelha, ou seja:

$$^{v}5 - {}^{a}3 = {}^{v}8$$

Para Patrícia visitar Marcos deverá caminhar, 8 em cor azul, ou seja:

$$^{a}3 - {}^{v}5 = {}^{a}8$$

c) As crianças estão acostumadas a contar nos dedos para obter o resultado da subtração. Assim, nas naturais 8-3, contam nos dedos a partir de 3, até atingir o oito, obtendo cinco. Com os números inteiros, a contagem pode ser regressiva e então, e indicada pela cor vermelha, ou a contagem pode ser progressiva, e indicada pela cor azul. (Antes de começar a efetuar as subtrações deve-se fazer contagens deste tipo: 3 vermelho, 2 vermelho, um vermelho, zero, um azul, dois azul, etc. em contagem progressiva. Inverter para a contagem regressiva: dois azul, um azul, zero, um vermelho, dois vermelho, etc.).

Agora $^{v}5 - {}^{a}3$, significa partir de "três azul" e, em contagem regressiva, atingir o "cinco vermelho" o que dá "oito vermelho". De forma semelhante, mas em contagem progressiva, far-se-á $^{a}3 - {}^{v}5$, obtendo "oito azul".

4.3.6. **Multiplicação**

Como usar os números coloridos para indicar que se deve mudar o sentido de um percurso ?

Convencionando que: o verde indica voltar ao ponto de origem, o azul continuar na direção em que se está, o vermelho, mudar o sentido do movimento.

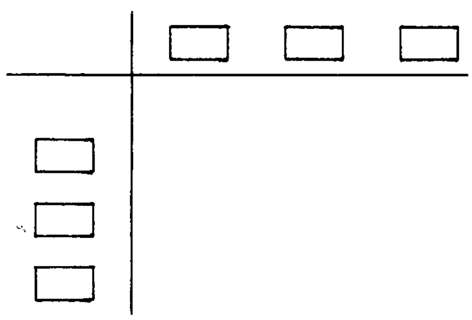
(a) Cartão azul: levantar braço direito. Novo cartão azul: dar um passo para a direita com o braço direito erguido.
Cartão vermelho: levantar o braço esquerdo. Novo vermelho: dar um passo para a esquerda, com o braço erguido. (Mostrar o mes-

mo cartão duas vezes seguidas apenas, para evitar multiplicações maiores).

Cartão verde: em qualquer situação voltar ao ponto inicial com os braços caídos.

Cartão azul seguido de vermelho: inverter a posição em relação a origem. Cartão vermelho, seguido de azul, repetir todo o movimento já feito, no mesmo sentido. Cartão vermelho, seguido de vermelho, inverter o movimento, repetindo tudo no novo sentido. A cor azul passa a significar: continuar o movimento no mesmo sentido. A cor vermelha: inverter o sentido do movimento.

(b) Completar o quadro para os seguintes significados: verde com verde, permanece verde, azul com outra cor, manter a outra cor; vermelho, mudar a cor.



4.4. <u>Potenciação</u>

a) base azul e expoente azul: manter o procedimento como nos números naturais.

b) base vermelha e expoente azul: seguir as regras da multiplicação.

c) base azul ou vermelha e expoente nulo. Seqüência de cartões:

$$5^4 : 5^4 \rightarrow \frac{5^4}{5^4} \rightarrow \frac{5.5.5.5.}{5.5.5.5.} \rightarrow 1 \rightarrow 5^4 : 5^4 \rightarrow 5^{4-4} = 5^0 \rightarrow$$

d) base azul ou vermelha, expoente "um vermelho":

$5^1.5^{-1} = 5^{1+^-1} = 5^0 = 1 = 5^1.5^{-1} = 5.5.^{-1} = 1$

Então:

$5. \boxed{} = 1$

$\boxed{} = \frac{1}{5}$ (no verso do cartão deve estar 5^{-1})

$5^{-1} = \frac{1}{5}$

e) base azul ou vermelha, "expoente vermelho":

$5^{-2} = 5^{-1.2.} = (5^{-1})^2 = (\frac{1}{5})^2 = \frac{1}{25}$, etc.

4.5. **Equação de Primeiro Grau**

Material necessário

. pratos de papelão, dois para cada equipe;

. palitos azuis e vermelhos, em número suficiente conforme equações propostas;

. cubos azuis e vermelhos de mesmo tamanho.

Procedimento

(a) Os pratos de papelão representam uma balança que deve manter-se em equilíbrio.

(b) Palitos azuis representam números positivos e palitos vermelhos, números negativos.

(c) Cubos azuis representam variáveis de coeficiente positivo e cubos vermelhos, de coeficiente negativo, tantos cubos quantos forem indicados pelo coeficiente.

(d) É permitido qualquer movimento com o material desde que não seja desiquilibrada a balança. (Devem ser obedecidos os princípios aditivo e multiplicativo das igualdades).

(e) Cubos ou palitos de cores opostas, no mesmo prato, não pesam (porque anulam seus pesos) e podem ser colocados ou retirados de um único prato.

(f) Cubos e palitos verdes não têm peso.

<u>Estratégia</u>

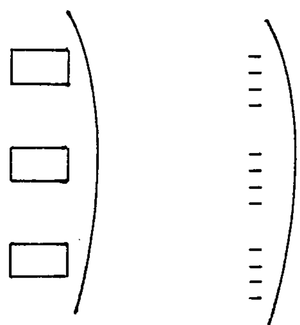
(a) O professor inicia propondo um problema da vida diária.
Exemplo: comprei três botões e paguei doze cruzados. Quanto custa cada botão ?

(b) Num prato colocam-se três cubos azuis no outro doze palitos. A balança está equilibrada. Quanto pesa cada cubo ? equivalendo a quanto custa cada botão ?

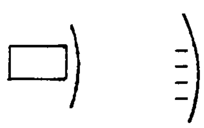
(c) Os alunos buscam a solução e a desenham no caderno.

(d) Deixar os alunos pensar e agir.

Resultado provável:



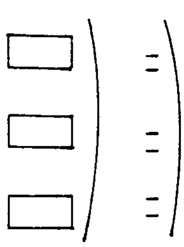
(e) <u>Conclusão</u>



Fazer outros exemplos, variando as dificuldades.
Introduzir, também, números fracionários. Neste caso, ao invés de cortar palitos de madeira, usam-se canudinhos de refresco
Exemplo:

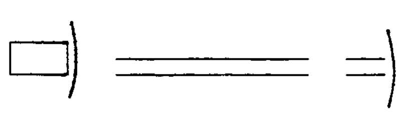
$3x = 8$

Obtem-se



Como sobram dois palitos, devem ser cortados, cada um, em três pedaços.

Faz-se, isso usando canudinhos de refresco. A cada cubo correspondem, então, dois pedaços dos canudinhos cortados em três partes iguais.



Assim: $X = 2 + \frac{2}{3} = 2\,\frac{2}{3}$ ou $\frac{8}{3}$.

Depois de vários exercícios o professor proporá representar os cubos por x e a quantidade de palitos por números, usando sinais de adição para azul e subtração para vermelho.

Exemplo mais complicado:

$2(x-1) - 3(1-2x) = 5 \quad -2(2x-3)$

no primeiro prato:

expressão	Interpretação
$x - 1$	um cubo azul e um palito vermelho
$2(x-1)$	duas vezes um cubo azul e um palito vermelho ou seja, pegam-se da caixa dois cubos azuis e 2 palitos vermelhos.
$1-2x$	Um palito azul e dois cubos vermelhos.
$-3\,(1-2x)$	Não quero, três vezes, um palito azul e dois cubos vermelhos. Logo, quero três palitos vermelhos e seis cubos azuis.

no segundo prato:

5	cinco palitos azuis
$2x -3$	dois cubos azuis e três palitos vermelhos.
$-2(2x - 3)$	Não quero, duas vezes, dois cubos azuis e três palitos vermelhos. Logo, quero quatro cubos vermelhos e seis palitos azuis.

Usando os símbolos:
A = cubo azul
V = cubo vermelho
/ = palito azul
| = palito vermelho

Obtem-se nos "pratos da balança":

```
| A A | |     ||| AAAAAA |        | ////   VVVV  ////// |
```

ou simbolicamente:

$2x - 2 - 3 + 6x = 4x + 6$

Agora, procede-se como anteriormente.

4.6. **Sistemas Lineares**

Descrição do Material: . Cubos de duas cores e dois tamanhos
. Pratos de papelão

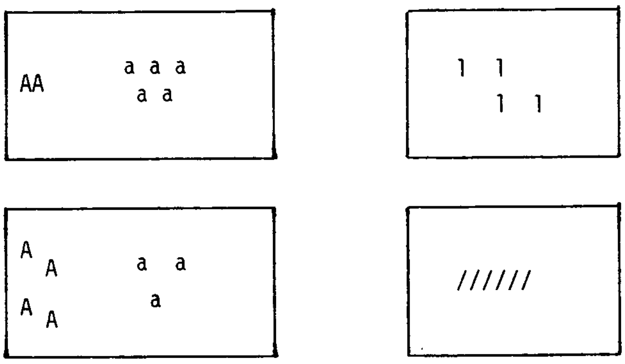
Objetivo: Permitir ao estudante assimilar as regularidades na solução de sistemas lineares a duas incógnitas.

Procedimento: Cada incógnita é representada por cubos de tamanhos diferentes.
A cor azul é utilizada para indicar coeficientes positivos: a cor vermelha, para coeficientes negativos.
Usam-se tantos cubos quantas unidades tiver cada coeficiente.
Cada equação é armada sobre dois pratos de papelão, que simulam pratos de balança em equilíbrio.
Cubos de mesmo tamanho (ou palitos) e cores diferentes consideram-se de peso nulo.
Palitos de cor azul ou vermelha serão usados para indicar termos independentes.
A finalidade da brincadeira é descobrir o peso de cada cubo.

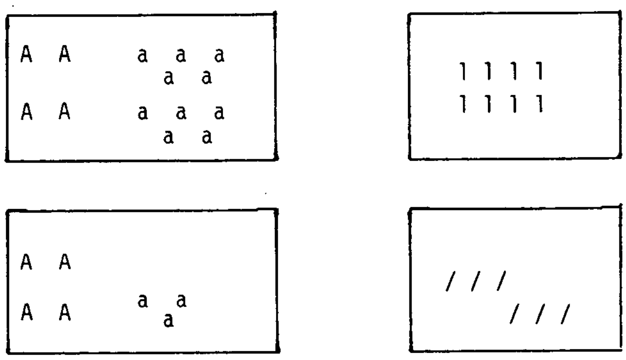
Observações: 1) É conveniente começar por equações em que todos os coeficientes sejam positivos.
2) O método de solução mais evidente é o da adição.

EXEMPLO

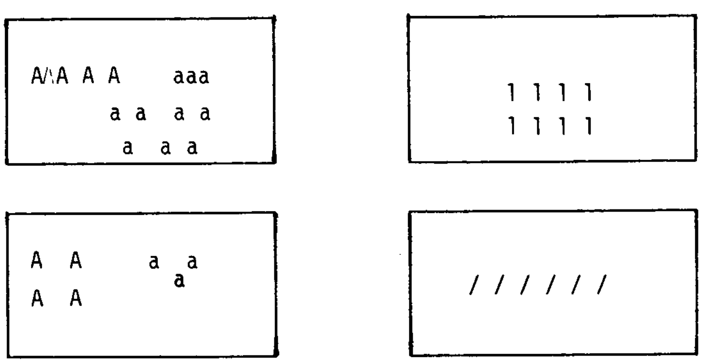
Símbolos: A = cubo azul grande
a = cubo azul pequeno
/ = palito azul
1 = palito vermelho



$$2x + 5y = {}^{-}4$$
$$4x + 3y = 6$$

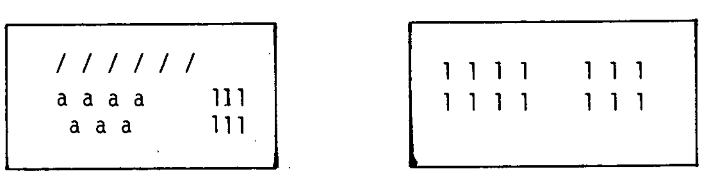


$$4x + 10y = {}^{-}8$$
$$4x + 3y = 6$$



$$(4x+3y)+7y = {}^{-}8$$
$$4x + 3y = 6$$

(Palitos de cores diferentes anulam seu peso. Não se altera o equilíbrio da balança).



$$7y + 6 + {}^{-}6 = -8 + {}^{-}6$$

a a a a a a a	1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1	$7y = {}^{-}14$
a a a a a a a	11 11 11 11 11 11 11	$y = {}^{-}2$
A A 11 11 A A 11	/ / / / / /	$4x + {}^{-}6 = 6$
A A 11 11 11 AA // // //	/// /// /// ///	$4x + {}^{-}6 + 6 = 6 + 6$

(Palitos de cores diferentes não pesam, podem ser retirados da balança).

A A A A	/// /// /// ///	$x = 3$

4.7. Polinômios

- Parte Teórica

1. Definição - Polinômios sobre os reais é uma n-upla ordenação de números reais, com um número finito deles diferentes de zero.

Exemplo: $P = (-1, 1/3, 0, -2, 6, 0, 0, 0, \ldots)$
Coeficiente: Cada elemento da n-upla ordenada que representa o polinômio, é chamado coeficiente.

Normalmente escreve-se:

$$P = (-1, 1/3, 0, -2, 6)$$

entendendo-se

$$P = (-1, 1/3, 0, -2, 6, 0, 0, 0, \ldots)$$

Indica-se o polinômio genérico por

$$P = (a_0, a_1, a_2, \ldots, a_n, 0, 0, 0, \ldots)$$

ou mais simplesmente

$$P = (a_0, a_1, a_2, \ldots, a_n), \text{ com } a_n \neq 0.$$

Observações:

(i) A nível de 2º grau - Polinômio sobre os reais é uma sucessão de números reais com um número finito deles, distintos de zero.

(ii) A nível de 3º grau - Polinômio sobre um anel a uma indeterminada é uma sucessão de elementos do anel com um número finito deles, distintos do neutro aditivo. (RUBIO : 1968)

(iii) Para caracterizar os polinômios há que definir ainda "igualdade", "adição" e "multiplicação".

2. Grau do Polinômio - Considere o polinômio genérico:

$$A = (a_0, a_1, a_2, \ldots, a_n), \text{ com } a_n \neq 0$$

O número **"n"** que indica a posição do último coeficiente não nulo, é chamado grau do polinômio.

O grau do polinômio também pode ser obtido descontando-se uma unidade do número indicador da posição do último coeficiente diferente de zero. A perda de uma unidade acontece porque a posição do primeiro coeficiente foi indicada por a_0 e não por a_1.

O polinômio P = (0,0,0,...) não tem grau e é chamado polinômio nulo.

Os polinômios $P_0 = (a_0,0,0,0,...)$, com $a_0 \neq 0$, são de grau zero e correspondente aos números reais já conhecidos.

Observação - O número real 6, pode ser visto também como o polinômio (6,0,0,0,...) E para lembrar este fato, diz-se que o polinômio é de grau zero zero, assim como, uma representação muito ruim poderia ser caracterizada pela nota zero... Os polinômios de grau zero não seriam bem polinômios...

Os polinômios $P_1 = (a_0,a_1,0,0,0, ...)$, com $a_1 \neq 0$ são de primeiro grau, ou polinômios lineares.

3. <u>Igualdade de Polinômios</u> - Ao colocar o sinal "=", lido "igual" entre dois polinômios, indica-se que o primeiro pode ser substituído pelo segundo.

Dois polinômios são ditos iguais, ou melhor, idênticos, se, e somente se, seus coeficientes correspondentes são iguais.

Sejam $A = (a_0,a_1,..., a_n)$ e $= b_0,b_1,... b_n)$ dois polinômios. Se A = B então, $a_0 = b_0$, $a_1 = b_1,...$, $a_n = b_n$.

Exemplo: Sendo $A = (a_0,a_1)$ e $B = (b_0,b_1)$ e $C = AB = (a_0.b_0 - a_1.b_1) +(a_0.b_1 + a_1.b_0)$ achar C quando A = (3.-2) e B = (-5.2)

$$C = AB = (3.-5 - {}^-2.2) + (3.2 + {}^-2.{}^-5) = ({}^-11,16)$$

4. <u>Adição de Polinômios</u> - Ao colocar o sinal "+", lido "mais", entre dois polinômios, indica-se a "soma" dos polinômios.

Sejam os polinômios:

$C = c_0,c_1,...,c_n)$, $A = (a_0,a_1,...,a_m)$ e $B = (b_0,b_1,...,b_p)$.

Por C = A + B, indica-se $C = (a_0+b_0,a_1+b_1,..., a_n+b_n)$, onde cada $c_i = a_i + b_i$, $i = 0,1,2,..., n$.

Exemplo:

$(5,-3,0,4) + (-2,3,1,-7,2) = (3,0,1,9-7-2)$

5. Polinômios Opostos - Dois polinômios são ditos opostos, se, e somente se, sua soma for o polinômio nulo.

Para indicar que dois polinômios são opostos, escreve-se: $A + B = (0,0,0,\ldots)$, ou também, $A = {}^{-}B$ ou $B = -A$.

Exemplo: O polinômio oposto de $X = (-3,0,4,-1)$ é $Y = (3,0,-4,1)$ porque $X + Y = (0,0,0,\ldots)$.

6. Subtração de Polinômios - Ao colocar o sinal "-", lido "menos", entre dois polinômios indica-se a "diferença" entre os polinômios.

Sejam A e B dois polinômios. Por A - B, indica-se, A + (-B).

Exemplo: $(4,-8,0,-5) - (0,-2,3,7,-4) =$

$(4,-8,0,-5,0) + (0,2,-3,-7,4) = (4,-6,-3,-12,4)$.

7. Multiplicação de Polinômios sobre os Reais - Ao colocar o sinal ".", lido "vezes", entre dois polinômios indica-se o "produto" dos polinômios.

Sejam os polinômios sobre os reais:

$C = (c_0,c_1,c_2,\ldots,c_m)$; $A = (a_0,a_1,a_2,\ldots,a_n)$ e

$B = (b_0,b_1,b_2,\ldots,b_p)$. Por $C = A.B$, indica-se,

$C = c_0,c_1,c_2,\ldots,c_m$, onde cada $c_i = a_ib_o + a_{i-1}b_1 +$

$+\ldots+a_0b_i$.

Exemplo: Efetuar $(1,-2,3) . (0,4,-5,6) = (0,4,-13,28,-27,18)$.

Pela definição:

$c_0 = a_0\ b_0 = 1.0 = 0$

$c_1 = a_1b_0 + a_0b_1 = -2.0 + 1.4 = 4$

$c_2 = a_2b_0 + a_1b_1 + a_0b_2 = 3.0 + (-2.4) + (1.(-51) = -13$

$c_3 = a_3b_0 + a_2b_1 + a_0b_3 = 0.0 + 3.4 + (-2).(-50 + 1.6 = 28$

$c_4 = a_4b_0 + a_3b_1 + a_2b_2 + a_1b_3 + a_0b_4 - 0.0 + 0.4 + 3.(-5) +$

$+ (-2).6 + 1.0 = -27$

$c_5 = a_5b_0 + a_4b_1 \% a_3b_2 + a_1b_4 + a_0b_5 = 0.0 + 0.4 + 0.(-5) +$

$+ 3.6 + (-2).0 + 1.0 = 18$

Todos os outros produtos subseqüentes são nulos.

8. <u>Algoritmo da multiplicação</u> - A multiplicação parece complicada. Podemos dispor os coeficientes dos polinômios de tal forma que a complicação desapareça. Isto é sugerido pelo "algoritmo" abai xo.

·	0	4	-5	6			
3	0	12	-15	18			
-2	0	-8	10	-12			
1	0	4	-5	6			
		0	4	-13	28	-27	18

Observação - Na multiplicação de dois polinômios <u>sobre os reais</u> , o grau do produto é igual a soma dos graus dos dois polinômios. No exemplo, grau do produto 5 e graus dos fatores 2 e 3, respecti vamente.

9. <u>Divisão dos Polinômios sobre os Reais</u> - Ao colocar o sinal ":", lido "dividido", entre dois polinômios, indica-se a "divisão" dos polinômios.

Sejam os polinômios sobre os reais C e B. Por C : B, indica-se o polinômio A, tal que: C = AB + R, onde R indica um polinômio de grau inferior a B, podendo eventualmente ser o po linômio nulo. Para dividir adota-se o mesmo algoritmo da multi plicação, colocando o dividendo no lugar do produto, o divisor no lugar de um dos fatores, não esquecendo uma linha para o eventual resto R. Em seguida, procede-se de trás para frente, desmanchando a multiplicação.

Exemplo: (3,-10,19,-19,-2,-8,12,80 : (1,-3,4,0,4).

Grau do quociente = grau do dividendo - grau do divisor.

Grau do quociente: 7 - 4 = 3

Grau máximo do resto: 3

Disposição dos Coeficientes no Algoritmo - Precisam-se de 8 quadros para o dividendo (grau 7); 5 para o divisor, 4 para o quociente e 4 para o resto.

:	1	-3	4	0	4				
2			8	0	8				
3				0	12				
Resto									
		3	-10	19	-19	-2	-8	12	8

Explicação: Para ter 8 no quadro abaixo do 4 é preciso haver 2 no primeiro quadro da primeira linha.
Agora, pode-se completar a primeira linha:

	1	-3	4	0	4
2	2	-6	8	0	8

No quadro, abaixo do último 8, que se acabou de escrever, deve ir 12, pois, 0 + 12 = 12. Em conseqüência, 12 : 4 = 3 será outro coeficiente do quociente. E assim para frente.

10. <u>Produtos Notáveis</u> - É conveniente decorar alguns produtos de polinômios pela freqüência de seu uso.

I - $(a_0,1).(b_0,1) = (a_0b_0,a_0 + b_0,1)$

II - $(a_0,1)^2 = (a_0,1) \, . \, (a_0,1) = (a_0^2,2a_0,1)$

III - $(-a_0,1)^2 = (-a_0,1) \, (-a_0,1) = a_0^2, \; -2a_0,1)$

IV - $(a_0,1) \, . \, (-a_0.1) = (-a_0^2,1)$.

11. <u>Escrita Tradicional dos Polinômios</u> - Tradicionalmente os polinômios sobre os reais são escritos sob outra forma.

Esta forma tradicional é útil no momento em que se quer aplicar a "teoria" dos polinômios em certas situações práticas, como por exemplo, no estudo de "funções polinomiais" e "equações algébricas".

Escolhe-se uma letra qualquer, chamada indeterminada e estabelecem-se as correspondências a seguir.

Em vez de:	Escreve-se:
$(a_0,0,0,0,\ldots)$	a_0x^0, para $a_0 \neq 0$
$(0,a_1,0,0,0,\ldots)$	a_1x^1, para $a_1 \neq 0$
$(0,0,a_2,0,0,0,\ldots)$	a_2x^2, para $a_2 \neq 0$
$(0,0,0,a_3,0,0,0,\ldots)$	a_3x^3, para $a_3 \neq 0$
$(0,0,0,\ldots,0,a_n,0,\ldots,0,\ldots)$	a_nx^n, para $a_n \neq 0$.

Desta forma, em vez de:

$(3,-10,19,-19,-2,-8,12,8)$; $(1,-3,4.0.4)$, escreve-se

$(3x^0-10x^1+19x^2-19x^2-19x^3-2x^4-8x^5+12x^6+8x^7)$; $(1x^0-3x^1+4x^2+0x^3+4x^4)$

onde os sinais "+" e "-" não indicam "somas" e "subtrações" e a indeterminada com expoente não indica "potência", mas apenas a posição de cada coeficiente. Nesta nova notação, ao escrever-se $-7x^3 + 2x^5$, indica-se o polinômio $(0,0,0, -7,0.2)$.

Algumas simplificações são introduzidas nesta escrita, sendo as principais:

- não se escreve x^0 para indicar a primeira posição;
- não se escreve x^1, mas x, para indicar a segunda posição;
- os coeficientes "zero" não são indicados de forma alguma;
- o coeficiente "um" não é escrito, mas tão só a indeterminada.

Assim,

$(3,-4,0,1,0,-1,2) = 3x^0-4x^1+ 0x^2+ 1x^3- 1x^3- 1x^5+ 2x^6$, será escrito apenas: $3 - 4x + x^3 - x^5 + 2x^6$

Observação.

Agora podem ser feitos os exercícios contidos nos livros tradicionais, reescrevendo-se os polinômios sob a nova forma apresentada para efetuar os cálculos. As respostas serão reescritas sob a forma tradicional.

4.8. Polinômios - Parte Didática

1. Definição

2. Grau de polinômios

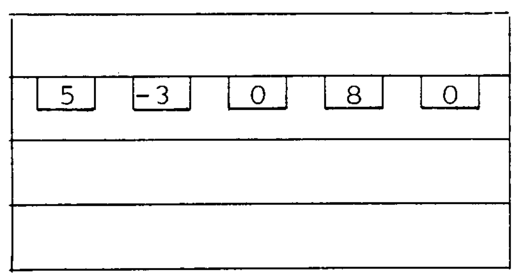
3. Igualdade

ATIVIDADE UM

Material:
- 3 fios que, mantidos esticados, possam suportar cartões
  comprimento mínimo 1 metro
- Cartões de 5 x 10 (cm)
- Canetas ou pincéis
- Grampos de roupa

Procedimento:

Os alunos são convidados a escrever números (numerais) nos cartões e colocá-los, ORDENAMENTE, no primeiro fio.



É necessário discutir uma maneira de ORDENAR, no sentido de saber qual a posição ocupada pelos cartões. Sugerimos que o primeiro cartão seja posto no canto esquerdo.

Para sugerir que depois de certo número, diferente de zero, todas as posições sucessivas são ocupadas pelo zero, coloca-se um pacotinho de cartões, com um zero escrito neles.

Discutir (fazer aparecer nos fios) as situações:

(i) todas as posições ocupadas pelo zero (polinômio nulo);

(ii) somente a primeira posição ocupada por números diferente de zero (polinômio de grau zero).

Em cada caso salientar a POSIÇÃO do último cartão diferente de zero (grau do polinômio).

ATIVIDADE DOIS

Material: Cadernos e canetas

Procedimento:

Proceder como na atividade um. Os alunos deverão copiar os polinômios em seus cadernos.

Como proceder ?

Sugerir a idéia da n-upla ordenada e o abandono, por CONVENÇÃO, da escrita dos zeros após o último numeral diferente de zero.

$\boxed{1}$ $\boxed{-3}$ $\boxed{4}$ $\boxed{0}$

sugestão:

(1,-3,4,0,0,0,...)

convenção:

(1.-3,4)

Copiando polinômios

Em particular, discutir a escrita do polinômio de grau zero.

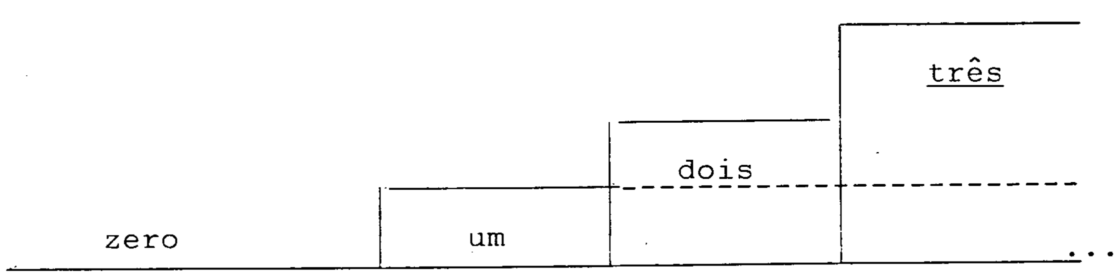
Sua escrita inicial:

$(a_0, 0, 0, 0,...)$ $a_0 \neq 0$

que se converte pela CONVENÇÃO

$a_0, 0, 0, 0,... = a_0$ com $a_0 \neq 0$

O polinômio, nesta última forma, não se distingue de número real, então está no nível ou no grau dos números reais, o qual será o nível "inicial" ou "zero". Pode-se inventar outra história mais interessante.



Graus e Degraus

ATIVIDADE TRÊS

Material: Tiras de papel de cores diferentes.

Procedimento: Escrever polinômios, nestas tiras, com os mesmos COEFICIENTES.

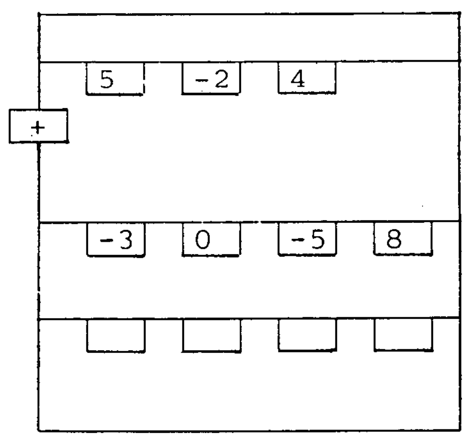
Mostrar que uma tira pode ser posta no lugar da outra mas que todos continuarão a copiar o mesmo polinômio.

Exercícios de fixação: Estes exercícios terão de ser criados pelo professor.

4. Adição de Polinômios
5. Polinômios Opostos
6. Subtração

ATIVIDADE QUATRO

Material: O mesmo da atividade um. Um cartão com o sinal mais escrito.



Polinômio-Varal e a Adição

Procedimento:

Colocar cartões nos dois primeiros fios, representando os polinômios a serem somados.

Colocar à esquerda, o cartão com o sinal "mais".

Explicar que se quer obter um único polinômio no terceiro fio que seja a "SOMA" dos dois.

Como fazer ?

Poderão surgir diversas sugestões e entre elas a desejada. Explicar que os matemáticos escolheram uma delas porque foi a mais útil. (Atenção ao conceito de "utilidade matemática").

Para sugerir a soma de polinômios, o professor poderá escrever no quadro:

$$\begin{array}{r} 5\ 2\ 3\ 1 \\ +\ \underline{2\ 7\ 6\ 4} \end{array}$$

(Evitar o transporte de unidade).

Este tipo de discussão pode ocasionar uma excelente oportunidade para introduzir o algoritmo da multiplicação de polinômios.

Fazer notar (evitando transporte de unidade, inicialmente) como é obtido o produto.

			2	1	3	2
			x 1	3	2	1
			1x2	1x1	1x3	1x2
		2x2	2x1	2x3	2x2	
	3x2	3x1	3x3	3x2		
1x2	1x1	1x3	1x2			

A multiplicação dos polinômios segue este modelo. Se o professor julgar conveniente, poderá adiar esta discussão.

ATIVIDADE CINCO

Material: O mesmo da atividade um.
Cartão com o "sinal menos".

Procedimento:

Colocar o polinômio no primeiro fio e o polinômio nulo, no terceiro. Entre o 1º e 2º fios colocar o sinal "mais".

Os alunos colocarão no 2º fio o polinômio necessário.

Chamar a atenção para polinômio simétricos.

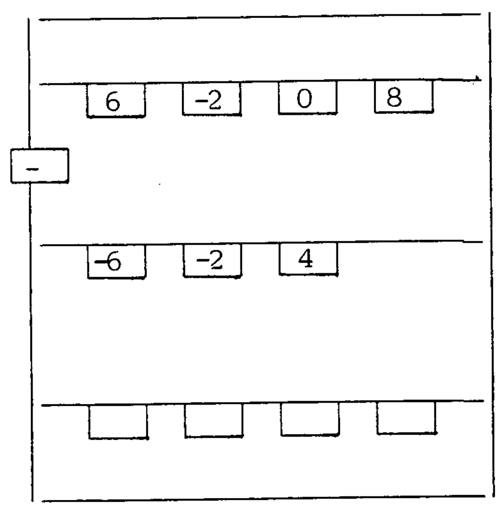
ATIVIDADE SEIS

Material: Material de sempre. Cartão com sinal "menos".

Procedimento:

Colocar dois polinômios no 1º e 2º fios e o sinal "menos", à esquerda.

Discutir. Sugerir a "adição" através do polinômio simétrico. O uso do polinômio simétrico evita definir a subtração como operação independente da adição. Há economia: quem sabe somar, sabe subtrair polinômios. Nesta atividade é conveniente o uso de dois polinômios varais.



O Polinômio-Varal e a Subtração

Exercícios de fixação criados pelo professor.

7. Multiplicação de Polinômios
8. Algoritmo da Multiplicação
9. Divisão de Polinômios

ATIVIDADE SETE

Material e procedimento:

Ver atividade quatro, mudando o que deve ser mudado.

Atenção especial ao grau do polinômio produto. A ob servação da soma dos índices permite intuir o teorema. (No primeiro grau não há necessidade de demonstrações rigorosas. O rigor deve vir para pôr ordem no caos. A ordem numa biblioteca torna-se imperiosa quando existem muitos livros).

ATIVIDADE OITO

Esta atividade difere um pouco das outras, porque tende a fixar um algoritmo. Não é uma atividade reflexiva (matematizante).

Material: Cartolina com o quadro correspondente ao algoritmo da multiplicação.

Procedimento

A cartolina será posta no meio de um semicírculo de alunos. Na cartolina estão marcados os polinômios multiplicando e multiplicador, em seus respectivos lugares. Os números devem ser visíveis a todos os alunos do semicírculo.

Cada aluno receberá cartões com números escritos, que completam os quadros vazios do algoritmo.

x	4	0	-3	-1	5				
1									
-2									
3									

Multiplicação

Um aluno, em frente ao semicírculo, indicará um dos quadros vazios, (inicialmente excluindo-se os referentes ao produto).

O aluno que estiver de posse do cartão conveniente o entregará ao aluno assinalador, e este o depositará no lugar indicado . Procede-se assim até preencher todo o quadrado.

A brincadeira poderá ter variações, como por exemplo, limitar o tempo para entregar o cartão; exclusão do que erra.

ATIVIDADE NOVE

Do mesmo tipo de atividade oito. A atividade objetiva fixar o algoritmo da divisão.

Exercícios de fixação criados pelo professor.

:	1	3	4	0	4				
	x	3	-10	14	19	-2	-8	12	8

Divisão

. . .

Com este capítulo atingiu-se o último objetivo específico da dissertação. Com ele, mostra-se como buscar soluções para os problemas a serem enfrentados em sala. Salienta-se, que não se pode pensar a qualificação do professor, apenas, em termos de conteúdos político-sociais. Deve-se, também, instrumentá-lo para uma transmissão - idealmente uma construção pelo aluno - dos conteúdos especíificos da matemática. Sem ambos os cuidados, corre-se o risco de recusar a aquisição da competência básica de "pensar racionalmente", no estágio "operacional-formal", que permite transformar a própria vida e a sociedade.

No próximo capítulo, são levantadas questões para futuro aprofundamento das reflexões apresentadas na dissertação, talvez, em estudos ulteriores do mestrando.

CAPÍTULO V
PARA CONCLUIR: PERSPECTIVAS

5.1. Função da razão e aplicabilidade da matemática

A função primária da razão é estabelecer, enfatizar e criticar as causas finais, e fortalecer os objetivos a elas direcionadas. (WHITEHEAD : 14).

A função da razão comporta dois aspectos: um prático e outro especulativo. O primeiro possibilita as descobertas e a elaboração de metodologias, e está ligado diretamente com a sobrevivência. O segundo envolve-se com a curiosidade, e o desejo de saber e de compreender o universo. (id. ibid : 19).

As duas correntes históricas da matemática, utilitária e especulativa, que orientam a atividade matemática não seriam um reflexo dos dois aspectos diferentes da função da razão ? Eis uma primeira pergunta.

Os resultados da matemática especulativa acabam encontrando aplicações práticas. Segundo o mesmo WITEHEAD : "a razão especulativa produz o acúmulo de compreensão teórica que, em momentos críticos, possibilita a transição em direção a novas metodologias. Da mesma forma, as descobertas de conhecimentos práticos fornecem a matéria prima necessária ao sucesso da razão especulativa". (id. ibid. : 20).

A explicação para a aplicabilidade da matemática teórica não seria, outra vez, conseqüência da função da razão ? Eis uma segunda pergunta.

Ambas as perguntas mereceriam um estudo mais profundo e detalhado.

5.2. **Matemática e aristocratização**

Seguindo ainda o pensamento de WITEHEAD : "a matemática e a teologia, como ciências, devem assumir a culpa pela difusão do hábito dogmático no pensamento europeu". (id. ibid.: 25).

E atualmente, qual o comportamento da matemática a respeito em um país dependente ? Até que ponto a educação matemática pode contribuir para a democratização da ciência, e da sociedade ? Não estaria a matemática sendo transformada, com particular intensidade no ensino superior, em símbolo cultural de autoridade hierárquica e fundamento de privilégios ?

Um texto de GORZ é transcrito, a seguir, pelo seu valor elucidativo (hipotético) da questão em foco.

> "Para ilustrar o papel do técnico na desqualificação dos operários manuais e na separação arbitrária entre trabalho manual, reduzido a ser pura execução, e trabalho técnico de supervisão e de direção, eis um trecho de conversa que tive com um jovem técnico subalterno (...) de uma fábrica de instrumental mecânico. (...) Ao perguntar-lhe que conhecimentos ele tinha diferentes dos operários, respondeu-me:
> - Fiz cálculo diferencial e mecânica e sou muito bom em desenho industrial.
> - Você usa cálculo diferencial no seu trabalho ?
> - Não. Mas foi bom eu ter feito. Serviu para formar a mente.
> E o desenho industrial você usa bastante ?
> - Lógico. A gente não consegue acertar uma peça se não souber ler o esquema do plano. É o B-A-BÁ.
> - Mas, se todos os operários de sua oficina sabem ler o esquema do plano, que conhecimentos tem você que eles não têm, além do cálculo diferencial ?
> - Tenho a visão de conjunto. O meu pessoal está cada um, com o nariz na sua máquina. Eu conheço as possibilidades de todas as máquinas, preparo e organizo seu trabalho e, quando há um problema, explico-lhes como resolver.

> - Será que os operários poderiam saber tanto quanto você sem ter estado numa escola como a sua ?
> - Há uns velhos na minha oficina que sabem um colosso. Só que leva tempo.
> - Quanto tempo ?
> - Oh, ao menos cinco ou seis anos.
>
> Esse técnico havia seguido cursos durante três anos. Note-se que era sobretudo seu conhecimento de cálculo diferencial que lhe dava um sentimento de superioridade. Esta 'formação da mente' era o fundamento de seus privilégios e de sua autoridade hierárquica. Mas o cálculo diferencial não servia para nada no seu trabalho. O cálculo diferencial era o símbolo cultural que o colocava acima dos operários: de todos os seus conhecimentos, era praticamente o único que os operários não podiam adquirir pela prática.
>
> Trata-se de uma perfeita ilustração do modo como o sistema escolar serve à hierarquização social". (GORZ : 236-7).

Uma terceira pergunta (hipótese) fica para estudos posteriores: até que ponto a educação matemática estaria a serviço da hierarquização social ?

5.3. Saber útil e matemática

Ouve-se sempre dizer que: "a matemática é a rainha das ciências e, ao mesmo tempo, sua serva. "Realmente, não há como negar a utilidade da matemática. Porém, os autores DAVIS & HERSH já advertiam que as aplicações da matemática que têm utilidade ordinária estão envolvidas em "mitos, ignorância, desinformação e racionalização de desejos". Esta questão mereceria um estudo detalhado, especialmente, para orientar o estabelecimento de metas e alocação de recursos que beneficiem a educação do povo.

GORZ, já citado anteriormente, continua :

> A posição hierárquica desse jovem técnico, sua certeza de valer mais do que um simples operário não provinham, de fato, da superioridade do seu saber útil. Segundo suas próprias palavras, o seu saber útil podia ser adquirido pelos operários, sem formação escolar, com cinco ou seis anos de trabalho prático. Sua superioridade hierárquica estava baseada na superioridade do seu saber inútil. Haviam-lhe ensinado o cálculo diferencial não para que, no seu trabalho, ele se tornasse mais eficaz (ou mais produtivo) do que um operário, mas para que se tornasse superior aos operários. E os operários não tinham aprendido cálculo

> não por serem bobos demais, mas porque estavam destinados a tornar-se 'culturalmente' e portanto hierarquicamente inferiores, independentemente de sua qualificação". (id. ibid.: 237). (os grifos nas duas citações são sempre do mestrando).

Eis que surge uma série de perguntas (hipóteses) preocupantes para serem investigadas: A educação matemática é útil para quem ? Quanto do saber matemático é um saber inútil ? As pessoas aprendem matemática espontaneamente ? Em que situações ? O saber matemático exigido, especialmente nos cursos superiores, torna seus possuidores mais eficazes ? Mais produtivos ? (Com particular ênfase, nas licenciaturas ?) A matemática, já no primeiro grau, não estaria servindo para destinar pessoas a serem inferiores, independentemente de suas qualidades ? A quem serve a grande mortalidade acadêmica, desde o primeiro grau, no vestibular, até o nível superior, provocada pela matemática ? É ético estabelecer metas de educação matemática, sem antes ter respondido, pelo menos em parte, ou, em último instância, sem levar em consideração estas hipóteses preocupantes ?

Todas as perguntas formuladas neste capítulo abrem perspectivas para futuras investigações, talvez, em cursos de pós-mestrado.

CONCLUSÃO

Conforme foi dito na Introdução, a presente dissertação teve duas preocupações básicas: construir um referencial teórico-prático, atendendo a três objetivos bem específicos e, transcender a prática pedagógica de um professor de matemática.

Dizia-se, na Introdução, que as duas finalidades tinham sido alcançadas subjetivamente. A dissertação queria dar-lhes realce objetivo. Quanto à primeira finalidade, somente a leitura dos capítulos dois a quatro possibilitará aquilatar em que medida foi atingido o alvo. Quanto à segunda, diversos considerandos ainda devem ser tecidos, quanto mais entende-se que a dissertação tem uma preocupação social, qual seja, a de "estimular outros professores a retraçarem sua própria trajetória, repensando aquilo que viv enciam", conforme estabelecido na Introdução. Então, não só o mestrando deve transcender sua prática dando "maior coerência e consistência à ação pedagógica" e "propiciar a passagem da prática para a práxis pedagógica", mas, também, outros professores.

A preocupação social e suas decorrências foram referidas na dissertação como "inovação" ou "abandono de uma prática pedagógica rotineira".

O professor (educador) de matemática que queira contribuir para a transformação da sociedade, enquanto executa criticamente suas tarefas na escola, deverá ter presentes certos requisitos. É sobre eles, que irá deter-se a atenção do autor, na conclusão.

Os requisitos examinados a seguir, decorrem dos pressupostos, mencionados na Introdução, os quais nortearam a dissertação.

Um professor que queira inovar deve:

(a) Adquirir uma bem estruturada consciência profissional, no sentido de poder enfrentar os problemas do mundo em que vive; organizar sua ação, partindo de sua prática concreta de ensino ; ter base sólida para atingir suas metas e objetivos; explicitar para si e para os outros sua profissão; afastar os maus ou não profissionais do ensino; contribuir para a dignidade da profissão e sentir-se feliz ao exercer suas funções.

Lamentavelmente, a Licenciatura não contribui neste sentido porque estruturada longe de seu cerne pedagógico: a construção de propostas científico-didáticas, conforme já foi estabelecido. E nem toda culpa cabe à Licenciatura porque recebe alunos, em geral, desqualificados para o ensino, porque à própria sociedade não interessa, efetivamente, a profissionalização do Magistério.

(b) Ter uma visão ampla dos limites de sua atuação, para não sentir-se frustrado e, ser abocanhado pelo desânimo diante da impotência de seus desejos. A escola não é a alavanca da transformação social, ela pode dar-se em função de "muitas tarefas pequenas e grandes, grandiosas ou humildes". O professor deve sentir-se "um humilde agente da tarefa global da transformação". (FREIRE & SHOR : 60). E, principalmente, unificar teoria e prática, discurso e ação, sem se deixar imobilizar pelas teorias reprodutivistas.

(c) Refletir continuamente sobre a própria prática. É bem verdade que com os atuais salários pagos ao professor, pouco tempo lhe sobra para reflexão, pois deve estar em quase constante afã, trabalho ativo e urgente: uma verdadeira azáfama diária. O "primum vivere, deinde philosophari" impõe-se com todo o seu peso. Como bem observou Gramsci, não se deveria "destacar o viver do filosofar" contudo, os professores não universitários - até por formação (outra falha da licenciatura ?) - são obrigados a um trabalho, em geral, extenuante.

(d) Buscar constantemente soluções para os problemas do seu dia-a-dia. Tarefa difícil pelo que já foi exposto acima e pela própria formação passivadora recebida na Universidade. Pelo menos, para ajudar o professor devem ser oferecidas ocasiões para reflexão e busca de soluções, quer em cursos de curta duração (férias), quer facilitando o acesso a cursos de pós-graduação.

(e) Assimilar, cada vez mais profundamente, os conteúdos ensinados. O conhecimento, cada vez mais profundo e relacionado com as outras partes, do conteúdo a ser ensinado, é uma das condições que facilitam a inovação. Em particular, a assimilação dos conteúdos deve dar-se a nível de estrutura da própria matemática e, também, do contexto prático - histórico que lhes deu origem.

(f) Vivenciar o referencial teórico a nível de experiência de vida. O bom didata é construído à medida que os referenciais teóricos inspiram sua ação pedagógica e nela são transformados em edificação concreta. Um conhecimento vazio de aplicações práticas é como uma experiência cega que não pode orientar uma ação crítica. Incorporar a teoria na prática e vice-versa é parte da fórmula que permite o abandono de uma prática pedagógica rotineira.

Os seis quesitos representam, de forma muito sintética, o resumo da dissertação como história de vida.

Paira ainda uma pergunta, subjacente a toda dissertação e que por isso merece uma resposta conclusiva. Por que, afinal, inovar ? Por que abandonar uma prática pedagógica rotineira ?

O estamento superior da sociedade brasileira que sempre se beneficiou da dependência do país, impõe, através do seu mundo ideológico defendido pelos intelectuais e políticos orgânicos, um sistema desintegrado, desarticulado e alienado de ensino. Na licenciatura em matemática, impõe-se a formação do matemático. No entanto, para as camadas populares interessa a formação do educador matemático, o qual lhes permitiria apossar-se do saber matemático e potenciar, em benefício próprio, a sua utilidade ordinária.

Alguns professores tradicionalistas parecem obter sucesso no ensino de matemática. Por suas qualidades pessoais, conseguem motivar seus alunos para o estudo. O sucesso, porém, é ilusório. Tais professores, em sua maioria, atuam em escolas já destinadas ao estamento superior, onde a matemática funciona quase como símbolo cultural de saber inútil e, onde ainda, estudam os "poucos cidadãos em situação de arcar com os custos diretos (taxas escolares) e indiretos (o afastamento do trabalho durante a instrução)". (BERGER : 263). Os outros poucos, que atuam com algum sucesso nas escolas públicas, não alteram substantivamente o panorama geral. Antes, todos reforçam a idéia de que os filhos das camadas populares, por não terem sequer condições de arcar com os custos diretos da educação, são culturalmente, e em conseqüência, hierarquicamente inferiores.

Uma sociedade dependente, que pretenda transformar sua estrutura interna tornando-a de forma eficaz democraticamente participativa, exige inovações em todo o seu sistema de ensino, em seus aspectos globais científico-didático-pedagógicos. Professores, que se pretendam críticos, devem visar as metas educacionais de sua Sociedade. Alunos, de qualquer camada, não se desejam vítimas da incompreensão histórica da geração adulta. O abandono da prática pedagógica rotineira, impõe-se a todos, porque todos devem trabalhar pela transformação do processo de ensino e da própria Sociedade.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

01. AEBLI, Hans. Didática Psicológica. São Paulo, Nacional, 1971.

02. ________. Prática de Ensino. São Paulo, EPU: Universidade de São Paulo, 1982.

03. ANAIS da 2ª Reunião Regional da SBPC. A Universidade e sua interrelação com outros níveis de ensino. São Paulo, SBPC, 1985. p. 90-1.

04. ANDREOLA, B. A. Paulo Freire e o problema dos conteúdos. Revista de Educação AEC, 16 (63), p. 38-41., jan/mar, 1987.

05. AQUINO, C. Pinheiro. Administração de recursos humanos: uma Introdução. São Paulo, Atlas, 1979.

06. BALZAN, N. C. A Didática e a questão da qualidade do ensino superior. Cadernos CEDES, 22, p. 53-66.

07. BATTRO, M. Antônio. Dicionário terminológico de Jean Piaget. São Paulo, Pioneira, 1984.

08. BERGER, Manfredo. Educação e dependência. 4.ed. São Paulo, DIFEL: Difusão Editorial, 1984.

09. BOBBIO, Norberto. O conceito de sociedade civil. Rio de Janeiro, Graal, 1982.

10. BRANDÃO, R. Carlos. Pesquisa participante. 5.ed. São Paulo, Brasiliense, 1985.

11. CARAÇA, B. de Jesus. Conceitos fundamentais da matemática. 5.ed. Lisboa, Tipografia Matemática, 1952.

12. CARRAHER, Terezinha Nunes (org.). Aprender pensando. 2.ed., Petrópolis, Vozes, 1986.

13. D'AMBROSIO, Ubiratan. Coordenador. O Ensino de Ciências e Matemática na América Latina. Campinas. UNICAMP, 1984.

14. ________. Socio-cultural bases for mathematics education. Campinas, UNICAMP, 1985.

15. ________. Da realidade à ação: reflexões sobre educação e matemática. São Paulo, Summus, 1986.

16. ________. Etnomatemática: raízes sócio-culturais da arte ou técnica de explicar e conhecer. Campinas, UNICAMP, 1987.

17. DAVIS, Philip & HERSH, Reuben. A experiência matemática. 2.ed. Rio de Janeiro, Francisco Alves, 1985.

18. DEMO, Pedro. Sociologia: uma introdução crítica. 2.ed. São Paulo, Atlas, 1987.

19. DIENES, Zoltan P. Aprendizado moderno da matemática. Rio de Janeiro, Zahar, 1970.

20. ESSLEMONT, J. E. Bahá 'u'llah e a nova era. 6.ed. Rio de Janeiro, Baha'é, 1975.

21. FERRETTI, C.A. A inovação na perspectiva pedagógica. In: GARCIA, W. E. Inovação educacional no Brasil: problemas e perspectivas. São Paulo, Cortez: Autores Associados, p. 55-82.

22. FEYMANN, in: BAZIN. Revista do ensino de física. 7(2), dez/85.

23. FREIRE, Paulo & SHOR, Ira. Medo e ousadia - o cotidiano do professor. Rio de Janeiro, Paz e Terra, 1986.

24. FREUDENTHAL, Hans. Perspectivas da matemática. Rio de Janeiro, Zahar, 1975.

25. FURTER, Pierre. Educação e reflexão. 7.ed. Petrópolis, Vozes, 1973.

26. GIROUX, Henry. Escola crítica e política cultural. São Paulo, Cortex: Autores Associados, 1987.

27. __________. Teoria crítica e resistência em educação. Petrópolis, Vozes, 1986.

28. GOLDBERG, M.A. A inovação educacional: a saga de sua definição. In: GARCIA, W.E. Inovação educacional no Brasil: problemas e perspectivas. São Paulo, Cortez: Autores Associados, 1980. p. 183-194.

29. GOLDENBERG, J. Comunicação do professor José Goldenberg. in: CONSELHO FEDERAL DE EDUCAÇÃO. A propósito da qualidade do ensino superior no Brasil: anais de dois encontros. Brasília, MEC, 1982. p.60-4.

30. GORZ, André. Crítica da divisão do trabalho. São Paulo, Martins Fontes, 1980.

31. GRAMSCI, Antônio. Concepção dialética da história. 5.ed. Rio de Janeiro, Civilizaçao Brasileira, 1984.

32. HARPER, Babette et alii. Cuidado, escola! desigualdade, domesticação e algumas saídas. 19.ed. São Paulo, Brasiliense, 1985.

33. KAMII, Constance & CLARK, Gcorgia. Reinventando a aritmética: implicações da teoria de Piaget. 2.ed. Campinas, Papirus, 1988.

34. KLINE, Morris. O Fracasso da matemática moderna. São Paulo, IBRASA - Instituição Brasileira de Difusão Cultural, 1976.

35. LEBRET, L.J. Princípios para a ação. 4.ed. São Paulo/Belo Horizonte, Duas Cidades, 1961.

36. LIMA, L. Oliveira. A Construção do homem segundo Piaget: uma teoria da educação. São Paulo, Summus, 1984.

37. LIMA, L. Oliveira. Educação e a lei dos três estados. Revista da Educação AEC. 16 (63) p. 47-58, jan/mar. 1987.

38. MENDES, D.T. Existe uma filosofia da educação brasileira ? In: MENDES, D.T. Filosofia da educação brasileira. 2.ed. Rio de Janeiro, Civilização Brasileira, 1985. Cap. II, p. 49-133.

39. MORIN, Edgar. O método. 1. A natureza da natureza. 2.ed. Publicações Europa-América, 1977.

40. OEA/FCBTVE. Projeto multinacional de tecnologia educativa. Teorias da Aprendizagem: módulo síntese. (manual do usuário). Rio de Janeiro, Palácio da Cultura, 1982.

41. OLIVEIRA, L. Verdades científicas e relações de força-notas críticas sobre o relativismo de Latour. Ciência e Cultura. SBPC. 40(5) mai./88, p. 442-7.

42. OTTI, M.P. Currículo: um sobreviver no estrangeiro e um sobreviver na própria terra. Revista de Educação AEC. 16 (63) p. 17-9, jan/mar. 1987.

43. PADCT. Educação para a ciência. Brasília, CAPES, 1987. Catálogo de projetos.

44. PADCT/SPEC. Informe educação e ciência. 2 (2) jul./dez. 1987.

45. PIAGET, Jean. Seis estudos de psicologia. Rio de Janeiro, Forense Universitária, 1986.

46. PINTO, A. Vieira. Sete lições sobre educação de adultos. 5.ed. São Paulo, Cortez: Autores Associados, 1987.

47. POPPER, Karl. Conjecturas e refutações: o progresso do conhecimento científico. 2.ed. Brasília, Universidade de Brasília, 1982.

48. RELATÓRIO crítico. FURB. Projeto: Experiências de uma metodologia de ensino de matemática inovadora, através da utilização de materiais instrucionais. Blumenau, 1986-1987. (mimeo).

49. ________. Projeto: Qualificação de professores em ciências. Blumenau, 1984-1987. (mimeo).

50. REVUZ, André. Matemática moderna, matemática viva. Portugal, Livros Horizontes, s.d.

51. RICOEUR, Paul. História e verdade. Rio de Janeiro, Forense, 1968.

52. RODRIGUES, Neidson. Por uma nova escola: o transitório e o permanente na educação. 6.ed. São Paulo, Cortez: Autores Associados, 1987.

53. ROMANELLI, O. Oliveira. História da educação no Brasil (1930/1973). 5.ed. Petrópolis, Vozes, 1984.

54. ROUANET, S.P. Verde-amerelo é a cor do nosso irracionalismo. Folhetim. São Paulo, 17 nov., 1975.

55. RUBIO, Baldomero. Iniciación a la matemática superior. Madrid, Allambera, 1968.

56. SAVIANI, D. A filosofia da educação e o problema da inovação em educação In: GARCIA, W. E. Inovação educacional no Brasil: problemas e perspectivas. São Paulo, Cortez: Autores Associados, 1980. p. 15-29.

57. SCHWARTZ, Laurent. Para salvar a universidade. São Paulo, EDUSP, 1984.

58. SCHARTZMANN, A universidade está indo para o brejo. Jornal da UNESP. São Paulo, IV (29) ago/1988, p.8-9.

59. UNESCO. Nuevas tendencias en la enseñanza de las matemáticas. Paris, UNESCO, Vol. III, 1973.

60. __________. Nuevas tendencias en la enseñanza de las matemáticas. Paris, UNESCO, Vol. IV, 1979.

61. WERTHER Jr., William B & DAVIS, Keith. Administração de pessoal e recursos humanos. São Paulo, McGraw-Hill do Brasil, 1983.

62. WHITEHEAD, A. N. A função da razão: pensamento científico. Brasília, Universidade de Brasília.

63. WITTMANN, L. Educação escolar: o desafio do compromisso com as classes populares. Revista da educação AEC, 16 (63) p. 7-15, jan./mar. 1987.

A N E X O S

QUADRO COMPARATIVO

T E M A S	I M A T U R I D A D E	P R E M A T U R I D A D E
01. Conceito	01. O homem nasce incompleto e deve completar-se (imaturo)	01. O homem nasce completo, porém inacabado (prematuro)
02. Finalidade da Educação	02. Busca de autonomia, fixando-se na heteronomia.	02. Da anomia, pela heteronomia, para a autonomia
03. Função da Educação	03. Completar o homem dando-lhe o que lhe falta para ser maduro	03. Permitir ao homem construir-se, a partir da situação concreta e global na qual está inserido.
04. Processo Educacional	04. Transmissão do saber e da cultura que tornam o homem maduro.	04. Afirmação da nova geração em direção a novas possibilidades.
05. Cultura	05. Bagagem ou capital a ser adquirido e desfrutado	05. Certa maneira de viver; certa forma dada à história pessoal.
06. Dimensão social da Educação.	06. Intervenção na relação passado-presente ou intervenção factual.	06. Intervenção na relação presente-futuro ou intervenção processual.
07. Resultado da Educação	07. Os resultados não pertencem ao existir do educando porque a educação lhe é imposta a fim que amadureça e atinja o ideal.	07. Pertencem ao existir do educando porque a educação é tarefa de cada um, não se devendo desperdiçar possibilidades de evolução.
08. Educador e sua tarefa	08. Impor atividades que apressem a maturação.	08. Companheiro, também em crescimento, cuja presença é catalizadora.
09. Ideal do Homem	09. Valorização do homem culto e maduro como ponto final da maturação.	09. Valorização da história pessoal porque a maturação não tem ponto final, embora o processo possa ser interrompido.
10. Conhecimento	10. A Cultura é um saber e a medida de sua assimilação aquilata a maturidade.	10. Organização da temporalidade para que a vida seja plena e autêntica.
11. Características do Educador	11. O educador é um exemplar vivo do Homem ideal, dominando o Saber e deve ser facilitador da assimilação do saber e da cultura.	11. Companheiro de caminhada, mais experiente, também em processo de evolução. Exemplo de humildade que não se pensa e nem se declara ou se diz maturo.
12. Relação aluno-professor	12. Entre eles há um desnível radical: o professor dará seu saber mediante certas condições e o aluno receberá o saber avidamente e o mais depressa possível.	12. Entre eles há um desnível relativo de vivência. Ambos estão evoluindo lentamente, tão lentamente quanto necessário para poder aproveitar uma aprendizagem complexa e completa.

T E M A S	I M A T U R I D A D E	P R E M A T U R I D A D E
13. Relação inter-subjetiva	13. O diálogo é muito difícil e até impossível. O aluno é objeto da educação.	13. O diálogo é possível e necessário. O aluno é o sujeito da educação.
14. Conseqüências	14. A educação é: conservadora, pois existe um ideal permanente de Homem; adaptadora, pois a socialização é a única maneira de amadurecer; coercitiva, pois é preciso apressar o amadurecimento.	14. A educação não é conservadora, pois não existe ideal permanente de Homem; não adaptadora pois o amadurecimento é quase espontâneo (obedecendo a lei da equilibração de Piaget); não coercitiva , pois o educando é o sujeito da educação.

QUESTIONÁRIOS PARA ALUNOS DE 5ª, 6ª e 7ª SÉRIES - 1987

01. Você gosta de aulas de Matemática ?

69,86%	muito
26,94%	pouco
3,2%	nada

02. Você entendeu melhor as aulas de Matemática ?

61,76%	sim
36,52%	mais ou menos
1,72%	não sei

03. Você construiu materiais para a aula de Matemática ?

37,38%	muito
47,72%	pouco
14,9%	nada

04. Você gosta da explicação de seu professor ?

87,33%	sim
9,9%	mais ou menos
1,28%	não sei

05. Você considera válido estudar com os materiais de Matemática ?

83,4%	muito
15,33%	pouco
1,27%	nada

06. Você gostaria de continuar estudando Matemática com os materiais ?

80,08%	sim
5,96%	não
13,96%	não sei

07. Você prefere as aulas de Matemática com:

- [77,95%] material concreto e joguinhos
- [5,44%] somente com giz e quadro-negro (como antigamente)
- [16,61%] indiferente

08. Assinale os quadradinhos

- [66,77%] não faltei a nenhuma aula de Matemática
- [21,83%] faltei várias aulas de Matemática
- [9,20%] fiz sempre os exercícios e tarefas
- [1,01%] de vez em quando não fiz exercícios e tarefas
- [1,19%] em geral sabia as respostas das perguntas feitas em sala de aula.

HISTÓRICO DO PROJETO:

Experiências no Ensino de Matemática

O projeto de melhoria do ensino de matemática, no primeiro grau, teve início em 1983, inspirado pelo Primeiro Simpósio Sul Brasileiro de Ensino de Ciências, realizado em Passo Fundo.

Em 1984, dois professores do Departamento de Matemática da Universidade Regional de Blumenau criaram materiais concretos para o ensino de tópicos de álgebra no primeiro grau.

Os licenciandos dos cursos de Ciências e Matemática receberam, como tarefa prática na disciplina Álgebra Moderna, a incumbência de aplicar os materiais concretos criados para o ensino, em escolas de primeiro grau, na região de Blumenau. Os resultados foram considerados bons.

Em 1985 foi elaborado o projeto "Experiência de uma Metodologia Inovadora no Ensino de Matemática através da utilização de materiais instrucionais concretos", o qual foi aprovado pelo PADCT para os anos de 1986 e 1987.

Em 1986, doze (12) professores de matemática voluntários, da rede estadual e municipal de ensino de Blumenau, receberam treinamento da Universidade e com apoio e assessoria continuada ao longo do ano, utilizaram a nova metodologia apoiada em materiais concretos, atingindo cerca de 714 alunos de quinta e sexta séries. Nos meses de julho e agosto, os mesmos doze professores fizeram o repasse de suas experiências, com supervisão dos responsáveis pelo projeto, a outros quinze (15) professores de matemática de 5ª a 6ª séries.

Aconteceu então, que professores de 1ª e 2ª séries começaram a procurar a coordenação do projeto para solicitar a inclusão destas séries, em vista do sucesso observado com os colegas de 5ª a 6ª, no mesmo trabalho.

O PADCT concordou com a inclusão das quatro séries iniciais no projeto. Assim em outubro-novembro, com o auxílio da Professora Luiza Gobbi, foi dado treinamento a 12 (doze) professores de 1ª e 2ª séries de Blumenau, visando sua implementação a par tir de março de 1987.

Em 1987, já se tinha mais de 30 (trinta) professores voluntários aplicando a nova metodologia, nas 1ª, 2ª, 5ª, 6ª e 7ª séries de primeiro grau, atingindo cerca de 2.000 alunos.

Em 1988, o projeto teve nova expansão atingindo-se 3ª, 4ª e 8ª séries do primeiro grau. Os professores que já tinham participado do projeto fizeram repasse a outros colegas. Os responsáveis pelo projeto deram treinamento nas séries faltantes.

Diante do sucesso da intervenção, a Prefeitura Municipal de Blumenau, em convênio com o Projeto, resolveu implantar a nova metodologia em todas as séries do primeiro grau. (1989).

Através de palestras, mini-cursos e cursos (de 20 a 40 horas), a nova metodologia foi divulgada em muitos municípios de Santa Catarina, do Rio Grande do Sul e do Paraná, especialmente durante a realização dos Simpósios Sul Brasileiro de Ensino de Ciências.

Também no curso de especialização para o ensino de matemática (1985 - 1986 - 1987) foi tratada a nova metodologia, que possibilitou sua divulgação para muitos outros locais, que não Blumenau.

Atualmente, os responsáveis pelo projeto sentem necessidade de repensar todo o trabalho feito, para dar-lhe maior consistência científica e dinâmica auto-sustentada.

EXTRATOS DO RELATÓRIO TÉCNICO CRÍTICO DO PROJETO "EXPERIÊNCIAS NO ENSINO DE MATEMÁTICA"

Avaliação

Trata-se de uma avaliação iluminativa ou Pesquisa Naturalista Etnográfica e é basicamente qualitativa, que em oposição ao sistema agro-botânico de avaliação, não possui a definição de variáveis dependentes e independentes, mas sim, busca avaliar o impacto da aplicação das inovações como um todo. Por isso, também não tem pré e pós-testes para comparações, nem grupos de controle.

Os dados foram adquiridos a partir dos seguintes instrumentos:

1) Questionário para os alunos;
2) Depoimento dos alunos;
3) Depoimento dos professores em relação ao treinamento;
4) Depoimento dos professores após a aplicação dos materiais;
5) Resumo das Atas das reuniões;
6) Depoimento dos diretores das escolas e orientadores pedagógicos;
7) Depoimento dos coordenadores de matemática das instituições envolvidas;
8) Depoimento dos Diretores da 4ª UCRE, do Centro de Ciências Exatas e Naturais da FURB.

No primeiro semestre do primeiro ano, os instrumentos de avaliação foram aplicados a toda a população envolvida com o projeto. No segundo semestre do 2º ano, porém, aos alunos foi aplicado um questionário de atitudes e depoimentos pessoais, alunos estes escolhidos aleatoriamente, representando, assim, parte da população. No caso dos professores, coordenadores e diretores, todos pariciparam. No segundo ano, os instrumentos foram aplicados somente no final do ano, tendo em vista a greve dos professores da rede estadual de ensino.

A eficácia do projeto está sendo avaliada através da avaliação da aprendizagem. Além de depoimento dos alunos, os professores estão aplicando testes com ênfase no conteúdo e no raciocínio. Através dos depoimentos dos professores, comparando com suas experiências dos anos anteriores, comprova-se a aprendizagem dos alunos.

Instrumentos

Foram aplicados os seguintes instrumentos:

I. Questionários para os alunos;
II. Depoimentos de alunos;
III. Depoimentos dos professores em relação ao treinamento;
IV. Depoimentos dos professores após a aplicação dos materiais;
V. Resumo das atas das reuniões;
VI. Depoimentos dos Diretores e Orientadores pedagógicos das escolas;
VII. Depoimento do Diretor do Centro de Ciências Exatas e Naturais da Universidade;
VIII. Depoimento do Direor da 4ª UCRE;
IX. Depoimento da Chefe da DIADE;
X. Depoimento da Coordenadora de Matemática da 4ª UCRE;
XI. Depoimentos dos pais de aluno.

DEPOIMENTOS DOS ALUNOS

Características Comuns:

- Gostaram muito das aulas de matemática com o uso de materiais concretos;
- gostariam que as aulas de matemática no próximo ano fossem dadas com materiais concretos;
- nas aulas das outras disciplinas também deveriam ser usados materiais concretos;
- as aulas com o uso de materiais se tornam mais fáceis de entender;
- gostaram de trabalhar em equipe;
- as aulas foram divertidas.

Características Interessantes:

- Este método de ensino deve ser aplicado em todas as escolas;
- este tipo de trabalho mexe com a cabeça;
- é um passatempo e se aprende muita coisa em conjunto;
- amplia o raciocínio;
- aprendeu coisas que nem imaginava que existia;
- gostou da operação triângulo porque é mais uma peça que entra na cabeça;
- não vai mais esquecer o que aprendeu nas aulas de matemática;

- através do uso de materiais, a pessoa desenvolve melhor sua capacidade de aprender e compreender;
- aprendeu que existem vários métodos de explicar alguma coisa;
- muitas pessoas que tiravam notas baixas antes de começarem a trabalhar com os aparelhos, agora tiram notas altas;
- com os aparelhos a aprendizagem é mais rápida;
- com este método aprenderam também como se faz um trabalho manual;
- os alunos que gostam de brincadeiras aprendem mais rápido;
- o trabalho com os materiais torna a matemática mais clara;
- os materiais são bons para desenvolver a atividade;
- fazer exercício com o aparelho é uma delícia!

Depoimentos de alguns alunos

- "Nós gostamos muito destas aulas, porque é um trabalho que mexe com a nossa cabeça. Achamos muito bom, pois nós gostamos de fazer. É um passa-tempo e se aprende muita coisa em conjunto".
- "Ótimo porque fica mais fácil e mais rápido de fazer".
- "Eu achei que nós fizemos um trabalho bom, aprendemos muitas coisas novas e nos divertimos. Foi uma ótima brincadeira".
- "Eu estou adorando este tipo de ensino de matemática. É até divertido por um lado e difícil por um outro. No começo eu pensei que fosse ruim prá chuchu. Agora eu mudei de idéia e estou achando o maior barato. Estou adorando".
- "Acho que ficou melhor trabalhando com o material concreto. A pessoa desenvolve melhor a sua capacidade de aprender a matéria, mesmo ela sendo um pouco mais difícil que as outras. Seria bom que sempre fosse assim, que pudéssemos trabalhar com o material concreto pelo menos ao iniciar uma nova matéria. Assim todos compreenderiam melhor a matéria".
- "Aulas de matemática são boas, principalmente quando tem equações. O nosso método de explicação foi ótimo, se fosse com outro método acho que não aprenderia tão fácil. Claro que não peguei o jeito tão fácil, mas com o tempo aprendi, agora acho que não esqueço mais. Essas aulas de equações foram ótimas, pois nós aprendemos que existem vários métodos de explicação, tanto que nossa professora escolheu um método muito bom, com palitinhos vermelhos e azuis, com cartõezinhos e jogos, etc".

DEPOIMENTOS DOS PROFESSORES - APÓS APLICAÇÃO DOS MATERIAIS

Obtiram-se os seguintes elementos significativos, através de depoimentos livres:

- diminuiu o nível de reprovação em relação às mesmas séries em anos anteriores, que utilizavam o método tradicional;
- alunos repetentes, com o uso dos materiais, começaram a compreender alguns conceitos e, principalmente, a gostar de matemática;
- no início da aplicação dos materiais e joguinhos, os alunos, durante as aulas, ficavam exaltados, pois, todos queriam participar ao mesmo tempo;
- os alunos confeccionaram, em casa, seus próprios aparelhos, com material de baixo custo, mesmo estes estando à disposição dos respectivos alunos nas próprias escolas;
- houve com freqüência, interação entre professor-aluno e aluno-aluno;
- gostariam de continuar participando do projeto;
- reclamaram por mais reuniões e treinamento;
- os alunos desenvolveram o espírito crítico e o coleguismo;
- as aulas de matemática deixaram de ser monótonas, passando a serem mais ativas, uma vez que todos participavam;
- alguns alunos ficavam, nos intervalos do período escolar, manipulando os materiais e brincando com os joguinhos;
- alunos de outras turmas, nas quais não havam sido aplicados os materiais e joguinhos, reclamaram o mesmo tratamento;
- houve muita criatividade, por parte dos alunos, na confecção dos materiais em casa;
- os materiais foram confeccionados nas aulas de IPT ou Educação Artística;
- alunos, considerados fracos com o método tradicional, melhoraram de uma forma significativa seus rendimentos;
- durante as provas, alguns alunos manipulavam os materiais para poderem responder as questões;
- os alunos demonstraram muito interesse, participação e criativi

dade, achando, desta forma, as aulas de matemática mais interessantes do que somente com quadro e giz;

- ensinar matemática desta maneira, está sendo muito gratificante, uma vez que os alunos estão demonstrando interesse pelas aulas de matemática, participando ativamente e obtendo rendimento muito bom;
- no segundo ano do projeto na aplicação dos materiais, sentiram-se mais seguros, deixaram os alunos trabalharem mais livremente e houve um rendimento maior;
- alunos considerados mais inteligentes se recusavam em manipular os materiais;
- na falta de professores de outras disciplinas, os alunos pediam que o professor de Matemática substituisse o professor faltante;
- apesar da greve dos professores da rede estadual que ocasionou desânimo a estes professores, o não esquecimento dos conteúdos por parte dos alunos, reanimou o trabalho dos mesmos.

DEPOIMENTOS DOS DIRETORES E ORIENTADORES PEDAGÓGICOS

Levantaram-se os seguintes elementos significativos através de depoimentos livres:

- a medida que o projeto se desenvolveu, aumentou o interesse dos alunos pela matemática;
- o uso destes materiais concretos, em sala de aula, faz com que os alunos abstraiam mais facilmente os conceitos matemáticos;
- Diminuiu a repetência, devido ao aumento do rendimento escolar;
- os alunos estão raciocinando mais e a matemática está se tornando uma ciência gostosa de se estudar;
- os alunos estão desenvolvendo o espírio crítico e a socialização;
- os alunos estão redescobrindo conceios matemáticos;
- o professor está adotando uma postura mais dinâmica;
- os alunos estão participando mais ativamente das aulas;
- a metodologia inovadora despertou a curiosidade dos professores

de outras disciplinas;

- os professores ficaram empolgados com os resultados obtidos em sala de aula;
- o projeto está contribuindo para a melhoria do ensino de matemá tica e deve continuar;
- melhorou a relação professor-aluno e aluno-aluno;
- deveriam ter acontecido mais treinamentos;

DEPOIMENTO DA COORDENADORA DE MATEMÁTICA DA 4ª UCRE

Como orientadora de Matemática da 4ª UCRE, fizemos o acompanhamento pedagógico do Projeto "Experiência de uma Metodo logia Inovadora no Ensino de Matemática através da Utilização de Materiais Instrucionais Concretos", durante o ano de 1987, nas es colas da rede Estadual de ensino.

Este acompanhamento foi feito através de:

- visitas às escolas com assistência às aulas, conversas com os professores, orientadores pedagógicos e diretores;
- reuniões com os professores e entrevistas com alunos.

A opinião dos docentes é de que os alunos das classes integrantes do projeto destacam-se nas atividades da escola. São alunos que além de atingir um rendimento superior em Matemáti ca, mostram-se mais ativos, mais criativos, mais atuantes em sala de aula inclusive nas demais disciplinas. A estes alunos foi opor tunizada a participação do SSBEC, III FEIRA REGIONAL DE MATEMÁTICA e na III FEIRA CATARINENSE DE MATEMÁTICA.

Além da participação dos alunos, muito importante também foi a participação de professores nestes eventos, propiciando um intercâmbio de experiências e um aprimoramento profissional.

Pelo acima exposto, somos de opinião de que o proje to vem provocando uma melhoria no ensino de Matemática e de que sua continuidade é fator essencial para que continuemos a atingir os objetivos de um ensino menos eletizante e mais voltado à nossa realidade e ao interesse dos alunos.