

CAUÊ RORATTO

**ENSINO DE MATEMÁTICA: PARA ALÉM DO  
FORMALISMO**

FLORIANÓPOLIS

2007

UNIVERSIDADE FEDERAL DE SANTA CATARINA  
CENTRO DE CIÊNCIAS FÍSICAS E MATEMÁTICAS  
DEPARTAMENTO DE MATEMÁTICA

CAUÊ RORATTO

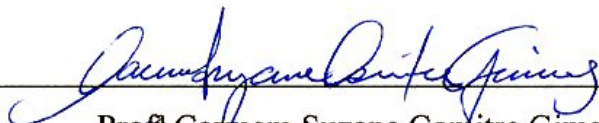
**ENSINO DE MATEMÁTICA: PARA ALÉM DO  
FORMALISMO**

Trabalho de Conclusão de Curso  
apresentado ao curso de Matemática –  
Habilitação Licenciatura como parte dos  
requisitos para a obtenção do título de  
graduado em Matemática.

Sob a orientação da Professora  
Dra. Neide Arrias Bittencourt.

FLORIANÓPOLIS  
2007

Esta Monografia foi julgada adequada como TRABALHO DE CONCLUSÃO DE CURSO no Curso de Matemática - Habilitação Licenciatura, e aprovada em sua forma final pela Banca Examinadora designada pela Portaria nº 59/CCM/07.



---

Profª Carmem Suzane Comitre Gimenez

Professora da disciplina

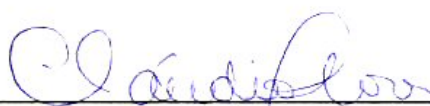
Banca Examinadora:



---

Neide Arrias Bitencourt

Orientadora



---

Cláudia Regina Flores



---

Mericles Thadeu Moretti

*“Mostremos valor, constância, nessa ímpia e injusta guerra.  
Sirvam, nossas façanhas, de modelo a toda Terra”.*

## **Agradecimentos**

Aos guias e mentores espirituais, que a todo momento acompanham e iluminam minha caminhada.

Aos amigos Leonardo, Mateus e Viviam, que nos momentos difíceis ofereceram uma conversa, um abraço, um carinho...

Aos familiares, mesmo distantes, nunca deixaram de apoiar e confiar em minha capacidade.

À professora Neide Arrias Bittencourt, pela disposição à orientação e pelas ótimas indicações bibliográficas.

## Sumário

Introdução.....	7
1. Contextualização Histórica.....	9
2. Movimento da Matemática Moderna.....	17
3. Reflexos do MMM e a Utilidade da Matemática.....	37
4. Considerações Finais.....	47
Referências Bibliográficas.....	50

## Introdução

Vive-se hoje em dia um contexto social marcado por um intenso dinamismo. Seja na cultura, na economia, na moda, nas idéias, nas tecnologias, enfim, a mudança é um registro característico da sociedade contemporânea. Embora haja incessantes alterações e desenvolvimentos do todo, no que tange a educação, ainda há uma resistência às reformas e às novas propostas, além da insistência no antigo e no tradicional.

Dessa forma, tem-se como resultado um processo educativo ultrapassado que não condiz com a realidade social do momento em que se vive, já que o mundo evolui e os métodos de ensinamentos permanecem os mesmos. Devido a isso, a comunidade educacional tem voltado suas atenções às pesquisas, tentando levantar hipóteses e buscar soluções, almejando uma educação mais apropriada ao mundo contemporâneo e fazendo-a mais significativa, já que, da forma como está, as disciplinas têm se mostrado distante da realidade dos estudantes. Isso acontece, em particular, com o ensino de matemática, pois por se tratar de uma disciplina de conhecimento básico e fundamental para as demais, mais marcante mostram-se as características ultrapassadas de seu ensino.

A presente monografia busca uma investigação das características necessárias aos indivíduos do mundo atual, fazendo um paralelo do que é necessário a esse mundo e ao que é, efetivamente, desenvolvido pelo atual sistema de ensino. Tem por objetivo também, analisar propostas de mudanças que tenham surgido, como o Movimento da Matemática Moderna, que emerge como base deste estudo. Busca-se entender os motivos de seu desenvolvimento, os ideais propostos e suas conseqüências ao atual ensino de Matemática. Ao fazer esse apanhado histórico da educação matemática, acredita-se ter condições de se levantar padrões e características antigas que se mostram semelhantes nos dias de hoje, podendo assim ser criticamente analisadas as causas e conseqüências de eventos que, de forma semelhante, possam acontecer no presente e futuro. Tendo o conhecimento de fatos do passado, acredita-se ter condições para tomar-se atitudes mais condizentes, apropriadas e promissoras, além de perceber possibilidades de caminhos antes não pensados.

Para isso apresenta-se alguns estudos que defendem que implementar de imediato um formalismo no ensino de matemática, ocasiona um pensamento errôneo de que

a matemática surgiu com uma estrutura lógica previamente estabelecida. Indo mais além, mostra-se como essa visão e postura têm influenciado na formação dos professores que despontam como uma nova geração de profissionais da educação.



# CAPÍTULO 1

## Contextualização Histórica

Por volta do ano de 1890, os matemáticos começaram a questionar o modo com que a lógica estava estruturada. Desenvolvida consideravelmente pelos gregos e sistematizada por Aristóteles, a lógica formal, embora num estágio bastante avançado, ainda estava exposta com uma linguagem corrente, ou seja, com palavras cotidianas. Acreditava-se que esta estrutura não era suficiente para sustentá-la. Para ser encarada com real cientificismo, exigiu-se algum tipo de linguagem diferente, já que foi defendida a tese de que palavras geram ambigüidades. Surgiu então, a idéia de implantar uma representação simbólica, onde signos substituiriam palavras.

Em 1897, eclode um fato marcante para a história da matemática. Este acabou por reforçar a tese de que a estrutura em que a matemática estava assentada, necessitava de olhares mais críticos e minuciosos, uma revolução estava por acontecer.

O marco em questão ficou conhecido como a terceira crise nos fundamentos da matemática. Trata-se da descoberta de paradoxos na teoria dos conjuntos de Cantor. A constatação desta antinomia foi vista com espanto e temor, pois levantou a hipótese de a matemática estar fundamentada em estruturas não confiáveis, chegando a ser posta em xeque a credibilidade dessa ciência.

O paradoxo de Cantor envolve resultados extremamente teóricos dos conjuntos, sendo até mesmo, de difícil entendimento às pessoas que não são da área. Porém Bertrand Russel (1872 - 1970), formulou exemplos de paradoxos que seguem a mesma base do encontrado em Cantor, todavia sem utilizar elementos da teoria dos conjuntos. A versão mais clássica é conhecida como Paradoxo do Barbeiro. Trata-se de um barbeiro de uma pequena cidade, que oferece seus serviços a todas pessoas que não se barbeiam. Faz-se então a seguinte pergunta: O barbeiro em questão, barbeia-se ou não? A resposta desta pergunta gera uma antinomia. Se a resposta for afirmativa, ele estará barbeando a si mesmo, mas como ele só oferece seus serviços a quem não se barbeia, ele não deve barbear-se, verifica-se uma contradição. Barbear-se implica em não se barbear. Da mesma forma, o paradoxo acontece se a resposta for negativa, se ele não se barbear, estará

enquadrado no grupo das pessoas da cidade que não se barbeiam, ou seja, o grupo que ele oferece seus serviços. Não se barbear implica na constatação de que ele barbeia-se.

À primeira leitura, parece ser um raciocínio confuso e difícil de acompanhar. Porém o que se destaca é que uma afirmação acarretava em sua negação e vice-versa. Como poderia a matemática, ciência exata, permitir um acontecimento como esse? A busca por esta resposta, e mais ainda, por uma solução desse problema, tirou o sono de grande parte dos pensadores da época.

Para solucionar os problemas do Paradoxo de Cantor e de Russel, seria necessário reconstruir a base teórica dos conjuntos, entretanto, desta vez, em cima de uma axiomática suficientemente forte e restrita. Estudos com esse propósito foram feitos por Zermelo, Fraenkel, Neumann e outros lógico-matemáticos nas duas primeiras décadas do século XX.

Essa incessante busca por reparos, ocasionou o surgimento de três correntes filosóficas da matemática, o Logicismo, o Intuicionismo e o Formalismo.

**LOGICISMO:** A tese do logicismo é que a matemática é um ramo da lógica. Assim, a lógica, em vez de ser apenas um instrumento da matemática, passa a ser considerada como a geradora da matemática. Todos os conceitos da matemática têm que ser formulados em termos de conceitos lógicos e todos os teoremas da matemática têm que ser desenvolvidos como teoremas da lógica; a distinção entre matemática e lógica passa a ser uma questão de conveniência prática. (Eves – 1995, p. 677).

Nesta corrente estavam inseridos matemáticos como Dedekind, que desenvolveu vasto estudo na construção dos conjuntos dos números Reais, através da teoria dos Cortes; e Peano, que formalizou e inseriu a simbologia nos teoremas matemáticos de conjuntos.

Percebe-se no logicismo, os esforços em sintetizar o método axiomático. O objetivo principal era enraizar as teorias matemáticas, tornando suas estruturas mais lógicas e por conseqüência mais estáveis.

**INTUICIONISMO:** A tese do intuicionismo é que a matemática tem de ser desenvolvida apenas por métodos construtivos finitos (...) aliada ao nosso senso temporal de antes e depois, que nos permite conceber um objeto, depois mais um, depois outro mais e assim por diante. (...) A partir dessa base intuitiva, a elaboração de qualquer outro objeto matemático deve ser

feita necessariamente por processos construtivos, mediante um número finito de passos e operações. (Eves – 1995, p. 679).

Focado no desenvolvimento genético, o intuicionismo beirou a levar o crédito de solução para a matemática, caso conseguisse reconstruí-la dentro dos padrões que se propusera. Grande parte foi feita, mas a lentidão e dificuldade prática desse método acabaram deixando muito por fazer. Contudo, acredita-se que essa corrente não leva a contradições. Poincaré e mais tarde Weyl, são dois nomes fortes dessa proposta.

FORMALISMO: A tese do formalismo é que a matemática é, essencialmente, o estudo dos sistemas simbólicos formais. De fato, o formalismo considera a matemática como uma coleção de desenvolvimentos abstratos em que os termos são meros símbolos e as afirmações são apenas fórmulas envolvendo esses símbolos; a base mais funda da matemática não está plantada na lógica mas apenas numa coleção de sinais ou símbolos pré-lógicos e num conjunto de operações com estes sinais. (Eves – 1995, p. 682).

Esta escola teve o grande matemático David Hilbert como fundador. Hilbert foi um dos maiores responsáveis pela reestruturação da Geometria Euclidiana, dando ênfase a rigorosas demonstrações, assentadas numa estrutura puramente axiomática, estrutura essa, que levada ao extremo, registra-se como principal característica dessa corrente.

Segundo Eves (1995), no universo formalista “só demonstrações consistentes garantem a ausência de contradições”.

De acordo com essa ótica, o que se pode constatar é que em cada corrente, a busca da minuciosidade, do rigor e da estruturação lógica da matemática eram os objetivos principais. Desencadeados por essas circunstâncias, vários outros movimentos e fatos desprenderam-se. Destaca-se na seqüência o chamado Movimento Bourbaki.

Refletindo as tendências formais de matemática do século XX, uma série de livros com uma estrutura rigorosa, axiomática e abstrata de autoria de Nicolas Bourbaki, começaram a ser publicados na França por volta de 1939.

Nicolas Bourbaki foi, na verdade, um pseudônimo utilizado por um grupo de matemáticos, na maioria franceses, que começaram a difundir essa onda formalista da matemática. Não era um grupo fixo, chegou a ter até vinte elementos que se vangloriavam

do anonimato a que estavam submetidos. Apenas com o tempo é que nomes de integrantes começaram a ser expostos.

Um desses foi Jean Dieudonné, que exemplificou de forma figurada o que era, e quais os propósitos do movimento Bourbaki. Segundo Eves (1995), Dieudonné via a matemática como um emaranhado de fios. Estes fios estão dispostos como uma bola, porém de forma extremamente densa em um núcleo. A medida que se caminha para o exterior da bola, os fios vão se soltando, chegando ao ponto de, na superfície, apenas pontas de fios se desembaraçarem. O que o movimento Bourbaki propõe, é cortar essas pontas de fios que nada tem em conexão com o núcleo, restando apenas este último. Denso, firme e apertado, é no núcleo que são encontrados os processos e instrumentos fundamentais da matemática. É apenas nesta parte que N. Bourbaki arranja a matemática, moldando-a de forma coerente e lógica, em sua visão, numa teoria de fácil aplicação.

Aliada a essa tendência formalista do início do século XX é imprescindível situar o que mais estava ocorrendo no globo nessa época. Dois dos eventos mais marcantes da história da humanidade acontecerem na primeira metade desse século, as duas Grandes Guerras. Tanto em 1918 quanto em 1945 as atenções do mundo voltaram-se ao estado beligerante que se instaurava. Não cabe aqui a discussão sobre elas, mas apenas destacar o cenário econômico da época: uma incessante corrida entre nações para aprimorar seus estoques militares e usá-los contra seus inimigos. Essa tônica ficou ainda mais evidenciada com o fim da Segunda Guerra Mundial, quando se marcou o advento das duas nações que vieram a ser chamadas superpotências. De um lado Estados Unidos, de outro a União das Repúblicas Socialistas Soviéticas, representada principalmente pela Rússia. Ambas nações começaram a travar uma batalha conhecida como Guerra Fria. A relação entre os dois países era crítica, uma possível Terceira Guerra Mundial era considerada iminente. Devido a isso, ambas as nações buscaram, a qualquer custo, desenvolver suas indústrias, principalmente as indústrias bélicas. A fim de fazer avanços cada vez mais surpreendentes e impactantes, o estímulo à ciência foi efetivado. Mais cientistas significaria novas descobertas, que poderiam ser aplicadas à construção de novas tecnologias armamentistas. Um acontecimento marcante que ressaltou essa necessidade foi o lançamento do primeiro *Sputnik* pelos russos em 1957. A Rússia havia ganhado o espaço. Tal ocorrido, imediatamente gerou repercussões em todos os setores Norte-Americanos.

Com a conquista espacial da república rival, o governo dos EUA percebeu que estava com um déficit de conhecimento físico e matemático quando comparado com a Rússia. Concluiu que urgia uma reforma curricular para criar novos cientistas. Acreditava que maiores habilidades em física e matemática eram necessárias para o sucesso na corrida técnico-científica instaurada. Essa proposta de reforma curricular, completamente ditada pela realidade político-social da época, acabou gerando o Movimento da Matemática Moderna, que se acredita ser o ponto inicial quando se propõe estudar a realidade do ensino de ciências no mundo.

No século XXI vive-se em uma época fortemente marcada pelo mundo capitalista, um mundo global onde uma nação, ou até mesmo um indivíduo, não consegue viver isolado do restante ao seu redor. Cada vez mais, faz-se necessário o poder de comunicação e grandes esforços para conseguir-se qualquer espécie de destaque, principalmente no campo profissional.

Ante ao exposto, Seabra (1994, p. 78) afirma que “o profissional do futuro terá como principal tarefa aprender”. Não mais terá sucesso o indivíduo que tiver suas habilidades centradas em tarefas repetitivas, para estas, far-se-ão uso de computadores e robôs, “ao homem competirá ser criativo, imaginativo e inovador”. Além disso, conforme Toro (2002), é necessária a formação de um cidadão com “consciência democrática e internacional”, visto que, segundo o autor, esta é a única maneira de garantir “um mundo de justiça e paz”.

Toro afirma que nos dias de hoje, o jovem, quando chegar a idade adulta, não mais restringirá suas ações a seu bairro ou sua cidade, seu campo de ações será o mundo. Com isso, elenca sete competências básicas que se fazem necessárias nesse cidadão global, quais sejam: dominar as linguagens utilizadas pelo homem; saber resolver problemas; analisar e interpretar fatos; compreender o entorno social e atuar sobre ele; receber criticamente os meios de comunicação; localizar e selecionar informações; planejar e decidir em grupo além de uma oitava competência, a de ter uma mentalidade internacional, ressaltando, dessa forma, a característica globalizadora que se vivencia no presente.

Em tempos como este, as atenções voltam-se para a educação. É esperada dela a atitude de iniciar, instigar, desenvolver ou aprimorar características que permitam

uma pessoa adaptar-se às exigências deste século. Segundo Ferreira (1977), “Educação: 1. Ato ou efeito de educar(-se). 2. Processo de desenvolvimento da capacidade física, intelectual e moral da criança e do ser humano em geral. 3. Civilidade, polidez”.

Frisa-se nesta definição, a parte correspondente ao “desenvolvimento da capacidade física, intelectual e moral” do indivíduo. O que se pretende levantar agora são questões como “o que?”, “por quê?”, “para quem?”, “como?” e “qual o contexto?” da educação. A partir destas perguntas é que se poderá ter uma idéia da estratégia ideal a ser promovida para desenvolver a capacidade necessária do educando. Em outras palavras, a partir destes questionamentos saberemos se um trabalho realizado com um indivíduo, realmente é educação, ou seja, se realmente é um processo de desenvolvimento, e não um processo indesejável, impróprio ou até mesmo inútil.

Existe uma ilustre frase pregada pela Sociedade dos Poetas Mortos que diz: “Educar é ensinar a andar sozinho”. Cabe ao educador ter a perspicácia de ensinar uma pessoa não só andar, mas andar em direção certa. E é com as interrogações levantadas acima que se terá idéia se o rumo a ser tomado é realmente apropriado.

As repostas dessas perguntas não são encontradas apenas no aluno, na mente do professor, em livros... As repostas vêm através de uma profunda análise de todo o meio que a educação está inserida. Assim como no atual mundo globalizado, onde tudo se relaciona com o restante, a educação, do mesmo modo, não é uma ilha isolada de todas as outras terras. A educação está diretamente ligada com o lugar, a época, a realidade local e o contexto histórico da sociedade em que ela está assentada.

Tomemos como exemplo a educação na Antiguidade Clássica, mais precisamente no período Arcaico da Grécia (800-500 a.C.). Tal período foi marcado pela Segunda Diáspora Grega, momento em que a população deu início a formação de diversas cidades-Estado, cidades auto-sustentáveis e independentes, conhecidas como Polis. Destas, houve duas que mais prosperaram, Esparta e Atenas.

Esparta estava localizada a sudeste da Península do Peloponeso, no vale do rio Eurotas. Região de terras férteis, propícias para agricultura, era invejada por toda nação e por nações vizinhas, visto que poucas eram as áreas adequadas à cultura agrícola. Esta qualidade do território deixava Esparta em freqüente estado de guerra, sucessivas vezes foi vítima de invasões e tentativas de conquistas. Devido a essas circunstâncias, havia-se a

necessidade de muitos soldados. Por conseqüência, a educação Espartana era fundamentalmente destinada à formação de guerreiros. Esta ideologia fica evidente na seguinte: “a educação espartana, não terá mais por fim selecionar heróis, mas formar uma cidade inteira de heróis – soldados prontos a devotarem a sua vida à pátria” (Roratto – Santos – Silva, 2006). Além de técnicas de combate, os meninos (apenas os homens tinham direito à educação em Esparta), recebiam educação sobre justiça, honra e patriotismo, espírito de sacrifício, domínio de si mesmo e honestidade. Tratava-se de uma educação pública, supervisionada por um superintendente designado pelo estado chamado de *Paidomos*.

Enquanto Esparta deteve-se na fase guerreira e autoritária, Atenas, com sua marcante democracia, priorizava a formação intelectual. A democracia ateniense permitia ao povo dar opiniões em questões governamentais. Porém, embora se trate de uma democracia, não era qualquer cidadão que detinha esse direito político. O cidadão, para participar das decisões do governo, deveria ter um grau mínimo de instrução, de conhecimentos gerais, políticos e a principal, oratória bem desenvolvida. Para usufruir desse direito, cidadãos começaram a investir numa educação voltada para a formação do intelecto. Foi muito comum na época, o aparecimento dos *Sofistas*, que mediante contribuições elevadas, preparavam a juventude e desenvolviam as habilidades necessárias para que esta, tivesse condição de gozar os direitos que a democracia lhe concedera.

O que se vê aqui, de forma transparente, é a forte influência do contexto social e histórico, do local e da época nos rumos da educação. Se um *Sofista* empregasse seu modelo de educação em Esparta, a mesma não teria sentido nem serventia para a realidade local. O mesmo aconteceria se um *Paidomos* a fizesse em Atenas, de nada adiantaria um guerreiro inserido numa sociedade democrática, com cidadãos com uma oratória aprimorada. O que se está querendo dizer, é que para realmente darmos sentido a palavra educação, devemos considerar todo o mundo que cerca uma sociedade. De nada vai adiantar ensinar a um morador do deserto do Saara as estratégias de se pescar um peixe no gelo, técnicas estas que são altamente dominadas pelos esquimós. A realidade local deve ser levada em consideração para que, realmente, faça sentido empregarmos a palavra “educação”, ou seja, para que verdadeiramente haja um desenvolvimento no indivíduo.

Na seqüência, analisar-se-á o que se acredita ser um ponto de fundamental importância no estudo da realidade do ensino de ciências, o Movimento da Matemática Moderna, procurando perceber se estava, e como estava sendo aplicado esse ideal de matemática vinculada ao contexto social que se fez referência.



## CAPÍTULO 2

### Movimento da Matemática Moderna

Ao final da década de 50, o mundo educacional voltou suas atenções a elaboração de um novo currículo. A idéia de romper com o já existente, o chamado currículo tradicional<sup>1</sup>, veio com a intenção de eliminar o ensino de matemática mecânico e assentado na memorização. Alegava-se que no tradicional, a compreensão estava sendo deixada de lado como se pode perceber em Kline (1976, p. 42):

Uma das grandes críticas ao currículo tradicional é a de que os estudantes aprendem a estudar matemática de cor, memorizando processos e provas. Alegam os defensores da matemática moderna que, quando a matemática é ensinada logicamente, quando se revela o raciocínio por trás do método, os estudantes não mais tem que apoiar-se na aprendizagem de cor.

Indiscutivelmente, a luta por um ensino afastado da aprendizagem de cor e da memorização de processos e provas fazia-se necessária. De tal maneira, o conteúdo estudado não oferecia o devido atrativo ao aluno, que passava a aprender por obrigação. Alegou-se que, por meio da lógica, o estudante seria capaz de tirar as devidas conclusões com respeito a um determinado tema.

O novo currículo apoiou-se nas tendências educacionais da época citadas anteriormente. O que se buscou com o Movimento da Matemática Moderna (MMM), foi incorporar ao ensino, os ideais pregados pelo Movimento Bourbaki. Neste, a matemática deveria ser vista com rigor, formalismo e as atenções deveriam voltar-se para o cerne da ciência, aparando os fios que não estão emaranhados no núcleo do conhecimento matemático, como figurado por Dieudonné (1939). O que o MMM defendeu, foi a incorporação desse formalismo à educação, levar a axiomatização para a sala de aula dos ensinos fundamental e médio, incorporar a lógica, fundamentando com definições e axiomas, as conclusões e os resultados obtidos. Não contentes apenas com o desenvolvimento dedutivo da matemática, os líderes do movimento ansiavam por uma cadeia de deduções rigorosas, unificando a matemática através de símbolos lógicos e

---

<sup>1</sup> O presente trabalho não se propôs em realizar uma análise do currículo tradicional, mas sim apresentar a contribuição de alguns autores sobre o tema.

recorrendo às estruturas da Teoria dos Conjuntos e da álgebra abstrata que, porventura, vieram a ser os conteúdos com maior destaque do novo currículo.

Outra alegação marcante dos defensores da nova proposta, é que se estava ensinando uma matemática ultrapassada. Era necessário um novo conteúdo, desvencilhando-se da suposta antiga geometria apresentada por Euclides (300 a.C.) e de outros conteúdos que não estavam condizentes com as atuais descobertas e concepções dessa ciência. Novas abordagens eram necessárias, como, por exemplo, substituir a Geometria Euclidiana pela Geometria puramente axiomática elaborada por David Hilbert (1899), que estava em voga por ser fruto da corrente filosófica formalista do início do século XX.

Por volta de 1960, as atenções quase que exclusivas a elaboração de novas propostas, começaram a resultar em modelos de currículo que, na seqüência, foram vendidos aos Estados Unidos, incorporando-se assim, a Nova Matemática.

Embora criada e desenvolvida essencialmente pelos Norte Americanos, a nova matemática não ficou restrita a esse país. Imediatamente após serem criados, os modelos curriculares começaram a ser vendidos e implantados em diversos países do mundo.

Logo em 1961, com a criação do Grupo de Estudos em Educação Matemática (GEEM), os ideais modernistas começaram a ser discutidos no Brasil. Não tardou, e uma profecia divulgadora do movimento instaurou-se no país. Suportada financeiramente por parcerias do GEEM e do MEC, a onda de capacitação dos professores brasileiros, teve a finalidade de que estes aprendessem e implantassem a Nova Matemática em suas práticas docentes. Acredita-se que os princípios do MMM adentraram ao Brasil no ano de 1964, em uma conferência promovida pela Comissão Interamericana de Educação Matemática e pela National Science Foudation (Fundação Nacional da Ciência) dos Estados Unidos. Nesse congresso, foi decidido que o aprimoramento do ensino de matemática que ocorria nos EUA, seria, de igual forma, implantado no Brasil e em outros países do continente americano.

A partir desse momento, um número extraordinário de congressos, palestras, cursos, livros e reportagens direcionadas ao assunto assolaram-se sobre o território nacional. Dentre estes, a principal estratégia de difusão da MM foi a divulgação através da

imprensa escrita, freqüentemente matérias com manchetes chamativas apareciam nos jornais. Conforme destacado por Soares (2007) a divulgação não foi feita, essencialmente, em imprensa especializada em educação. A nova matemática estava sendo difundida em periódicos acessíveis a população em geral, dando, propositadamente, a idéia de que a abordagem moderna estava ao alcance de todos.

Chama a atenção, o forte apelo emocional das matérias relacionadas ao movimento. O título dos textos procurava palavras que causassem forte impacto ao leitor, levando esse a acreditar que o ideal que estava chegando, revolucionaria o ensino da tão temida matemática. De acordo com a pesquisa de Soares (2007), citam-se alguns:

Matemática de hoje é ensinar sem assustar. (Diário Popular 03/02/1965)

Geometria moderna revolucionará o ensino. (Folha de São Paulo 11/02/1965)

Matemática Moderna revolucionará o ensino. (Jornal dos Sports 19/10/1969)

O suplicio acabou. (Jornal do Brasil 19/12/1969).

Como se pode perceber, o ideal revolucionário é o mais enfatizado. O curioso é que essa trama revolucionária se desenlaça em meados da década de 60 e início da década de 70, época esta, marcada pela ditadura militar instaurada no Brasil. Uma época autoritária, repreensiva, adepta da prática da censura, principalmente no meio artístico e na imprensa, tanto que é criado o SNI ou Serviço Nacional da Imprensa, responsável por controlar e censurar a produção artística e informativa no país. Com base nesse cenário, o que levaria à permissividade de tais matérias de cunho revolucionário?

A verdade é que o governo militar era adepto da reforma. Tal afirmação pode ser suplantada em Bürigo (apud Soares, 2007, p. 5) que aponta a visão da aceitação da ditadura ao fato de os alunos brasileiros terem uma educação tão moderna quanto a americana, favorecendo à modernização do consumo e do emprego pregado por ela. Uma das plataformas políticas correntes era a da modernização da economia brasileira, buscando o advento dos setores industriais. A exemplo do que estava acontecendo nos Estados Unidos, acreditava-se que tal desenvolvimento seria facilitado mediante uma formação tecnicista. Nesse sentido, acordos foram firmados com este país, vinculando a educação brasileira àquela. Dessa forma, a inserção dos ideais do Movimento da Matemática

Moderna foi facilitada. Logo, a MM estabeleceu-se não só nos EUA, mas, também, no Brasil e em outros países.

Voltando com o destaque dado à nova matemática pelos jornais, cita-se a reportagem “A matemática que ensina a pensar” da Folha de São Paulo (07/10/1970), contida no levantamento de Liao (2007, p. 5): “As crianças vão aprender de forma muito mais lógica. Elas não farão mais cálculos – uma coisa mecânica – que ficará para as máquinas. Aprenderão tudo por meio da lógica”.

Porém, logo de início alguns problemas começaram a emergir. Alguns erros nesse processo de elaboração do novo currículo foram percebidos e devem aqui, ser evidenciados. Primeiramente o fato de terem sido desenvolvidos essencialmente por matemáticos. Célebres pesquisadores de matemática, tais como C. Chevalley, J. Dieudonné, A. Weil, foram quem ditaram os ideais da nova grade, inserindo, de acordo com suas idéias, os conteúdos “necessários” ao aprendizado de crianças e jovens dos ensinos fundamental, médio e também superior. Nesse âmbito, foram deixadas de lado, todas as opiniões dos educadores e teorias pedagógicas como se pode confirmar em Oliveira (2007, p. 136):

O estudo de conteúdos matemáticos, sobretudo conteúdos de Matemática superior, se sobrepôs à discussão de questões relacionadas à prática do professor de Matemática, ou às metodologias de seu ensino.

Em seu artigo, Oliveira (2007) elenca o discurso de Lima (2006) sobre o GEEM, corroborando com seu argumento acima descrito:

As questões didáticas, a preocupação com a forma, se o aluno está aprendendo ou não, se está conseguindo fazer conexões lógicas entre os conceitos aprendidos parecem não fazer parte dos cursos realizados pelo grupo. (Oliveira – 2007, p. 136).

A necessidade de conhecimento científico era tão grande que, aparentemente, só os grandes pesquisadores da ciência teriam condições de julgar o que é, e como é que deve ser tratado o novo ensino. Isso se o “como” deve ser tratado o novo ensino foi mesmo levado em consideração já que Oliveira (2007, p. 140) afirma que os novos programas são “desprovidos de argumentos didáticos” assim como se fossem “teoremas matemáticos sem as demonstrações correspondentes”.

O que se percebe no MMM é que seus defensores basearam suas propostas fundamentalmente nos objetos de estudo, ou seja, no conteúdo. A ênfase ficou no “que” ensinar, isso faz remeter-se às questões iniciais desse trabalho, lembrando que ao fazer

educação, deve-se procurar responder “o que?”, “por quê?”, “para quem?”, “como?” e “qual o contexto?” de um estudo. Analisando os argumentos de Oliveira e de Lima, percebe-se que da forma como foi inserida, a Nova Matemática não se preocupou com o “como”.

Outra falha merece ser apontada. É de se imaginar que para inserir essa revolução no sistema educacional, vastas experiências teriam sido feitas ao longo do território americano, a fim de avaliar a reação, o desenvolvimento e os resultados da nova abordagem de matemática. Entretanto, isso não se verificou. Pouca, ou nenhuma experiência foi feita antes da incorporação dos novos currículos. O fato de ser outorgado sem a devida experimentação, fez com que os principais afetados pela mudança, os professores e, principalmente, os alunos, não tivessem sido levados em consideração na elaboração da nova grade curricular. Na ânsia por formação de cientistas, esqueceu-se de ver para quem estava-se criando um novo currículo. Novamente, remete-se às perguntas guia, dessa vez percebe-se a supervalorização do “que” em detrimento do “para quem”.

A característica de corte de conteúdos antigos, já citada anteriormente, também não se mostrou ditosa. A matemática é uma ciência cumulativa, não se pode excluir o antigo sabendo-se que o novo constrói-se sobre aquele. Segundo Henri Poincaré em seu livro intitulado Fundamentos da Ciência:

Os zoólogos afirmam que, num breve período, o desenvolvimento do embrião de um animal recapitula a história de seus antepassados de todas as épocas geológicas. Parece que o mesmo se dá no desenvolvimento da mente. A tarefa do educador é fazer a mente da criança passar pelo que seus pais passavam, atravessar rapidamente certos estádios, mas sem omitir um. Para esse fim, a história da ciência deve ser nosso guia. (apud Kline – 1976, p. 58)

No mesmo sentido, D’Ambrósio (1996, p. 23):

Todas as experiências do passado, reconhecidas e identificadas ou não, constituem a realidade na sua totalidade e determinam um aspecto do comportamento de cada indivíduo.

Dessa forma, sustenta-se a afirmação de que os cortes dos conteúdos não foram apropriados, já que tudo o que acontece com um indivíduo, ou com a humanidade como um todo, constitui a realidade do ser, não podendo ser descartado.

Voltaremos as atenções mais tarde nesse ponto, mas adianta-se a construção da geometria nesse aspecto. São comuns aulas de geometria que logo no início é enunciado o Teorema de Tales, por exemplo, e, na seqüência, são demonstradas propriedades de congruência de triângulos. O fato é que apresentado nessa ordem, aparenta a geometria, ter sido construída nesse prognóstico. O que não é verdade, muita geometria já havia sido construída no Egito muito tempo antes, embora de forma mais intuitiva. Por volta de 1650 a.C, datam dois famosos papiros egípcios, os de Rhind e Moscou, neles, muita geometria pode ser observada. Neste, aparece a fórmula para o cálculo do volume do tronco de pirâmide tal qual conhecemos hoje, evidenciando a importância e o grau do conhecimento da época. Contudo, nas escolas, o ensino começa com uma visão de quase mil anos depois, quando Tales e Pitágoras, por volta de 600 e 500 a.C., iniciaram raciocínios matemáticos mais formais. Mais ainda, a ênfase ao formalismo, veio a ter destaque apenas por volta de 300 a.C. com Euclides. Toda a noção intuitiva dos egípcios perde a serventia para a construção de matemática na ótica adotada para o ensino atual, como se a verdadeira matemática, fosse a já estruturada, formalizada e desprovida de raciocínio intuitivo. Nota-se historicamente que a matemática mais sofisticada não adentrou, e dificilmente adentrará de imediato e com facilidade nos processos cognitivos dos estudantes, uma inserção precoce do formalismo, não parece atentar ao desenvolvimento natural do raciocínio de uma pessoa.

À medida que as primeiras turmas foram formando-se, percebeu-se que na visão dos alunos, a matemática não estava tão lógica e acessível como a pregada pelo MMM. O novo raciocínio de resolução de problemas não mostrava o progresso almejado. Na teoria, a nova matemática mostrou-se eficiente e com um nobre designo, gerando um conhecimento mais técnico e eficaz, porém na prática, os resultados propostos não estavam sendo angariados. Questiona-se agora, qual a validade de uma proposta que é eficaz teoricamente, porém, na prática, não atinge seus resultados.

De acordo com Vázquez (1977, p. 209), a teoria, por si só, não se realiza, não é prática e “não produz mudança real” no ambiente em que exposta. Correntes filosóficas sustentam que é a prática que dá sentido a uma teoria, é ela que justifica uma teoria e, de forma alguma, esta esclarece ou serve como guia para aquela. É essa a visão do pragmatismo. A respeito desse, Vázquez (1977, p. 212) esclarece que:

A verdade fica subordinada a nossos interesses, ao interesse de cada um de nós. Por conseguinte, não se manifesta em concordância com uma realidade

que nossa consciência reproduz, e sim corresponde a nossos interesses, ao que seria – para nós – melhor, mais vantajoso ou mais útil acreditar.

Essa visão pragmática, da validade de algo ser dependente da sua utilidade e serventia, é o que fundamenta e dá norte ao marxismo, sobre isso, Vázquez (1977, p. 213) diz que “o conhecimento verdadeiro é útil na medida em que com base nele, o homem pode transformar a realidade”.

Se por um lado, pragmático e marxista, a prática sobrepõe-se a teoria, por outro, Vázquez relata o pensamento grego antigo, onde a prática era considerada como mera aplicação ou degradação da teoria, ou seja, não se tinha idéia de como a prática poderia enriquecer a teoria.

Baseando-se nesse conflito de posições, conclui-se que “não existe tal posição absoluta (...) devemos falar principalmente da unidade entre teoria e prática e, nesse âmbito, da autonomia e dependência de uma com relação a outra” (Vázquez, 1977, p. 215). Indo mais além, na seqüência o autor expõe que “consideradas as relações entre teoria e prática no mesmo plano dizemos que a primeira depende da segunda, na medida em que a prática é fundamento da teoria, já que determina o horizonte de desenvolvimento e progresso do conhecimento”.

Portanto, acredita-se que uma teoria só pode ser considerada verdadeira, após sua aceitação na prática. Pode-se dizer que não era o que estava acontecendo com a implantação da Nova Matemática, apenas na teoria estava dando certo, na prática, estava-se cada vez mais, presenciando-se um distanciamento entre matemática e os estudantes, além de dificuldades impostas pelo seu forte formalismo. Foi neste momento que se verificou a falta de instrumentos avaliativos para verificar a implantação do novo currículo e como o fato do “para quem” ele estava sendo feito ter sido ignorado, pode ter resultado na baixa aceitação da proposta.

Formar cientistas já nos bancos escolares dos ensinos fundamental e médio, mostrou-se uma idéia sonhadora. A mente da criança ainda estava prematura para receber os ideais formalistas, era necessário de antemão, a construção de uma base intuitiva que tornasse a matéria plausível ao aluno. Como visto na frase expressa por Poincaré, é necessário guiar o ensino através dos desenlaces históricos com que o objeto de estudo se desenvolveu, fazendo com que o aluno passe pelas diversas dificuldades encontradas pelos

seus antepassados. Nesse sentido, submetê-lo imediatamente ao formalismo significa ceifar parte da história e do conhecimento desenvolvido por gerações anteriores.

Na mesma linha de raciocínio de Poincaré, Félix Klein em “Elementary Mathematics from an advanced standpoint” defende:

Um obstáculo natural na disseminação desse método natural e verdadeiramente científico, de instrução, é a falta de conhecimento histórico que quase sempre se faz sentir. A fim de combater isto, insisti em introduzir observações históricas em minha apresentação. Ao fazê-lo, confio em que deixei claro como todas as idéias matemáticas surgiram lentamente, como quase sempre elas apareceram primeiro em forma um tanto preliminar e somente depois de longo desenvolvimento se cristalizaram e adquiriram a forma definitiva tão familiar na apresentação sistemática. (apud Kline 1976, p. 59).

Ao ignorar a história de um determinado assunto a ser ensinado, rompe-se com a naturalidade da descoberta em questão. Um conteúdo está sempre ligado com o momento em que foi descoberto, sempre está inserido no dinamismo do mundo, e caminha *pari passu* com as mudanças da sociedade. Toda e qualquer mudança nesta, reflete no conhecimento produzido em seu tempo. Seja um acontecimento importante, um estilo de governo, um momento social específico que se vive, enfim, tudo afeta o desenvolvimento de uma teoria, seja como agente propulsor, modificador ou difusor. Devido a isso, faz-se necessário manter um estudo sempre enraizado com sua história. Ignorá-la, além de acarretar na desnaturalização desse estudo, ainda pode gerar interpretações equivocadas.

É a “análise crítica que revelará acertos e distorções nas fases que prepararam os elementos essenciais para as descobertas” (Bicudo, 1999, p. 104).

Ratificando o expresso no parágrafo anterior, D’Ambrósio diz que:

Sem essa análise crítica do processo histórico, a criação de novas teorias e práticas, respondendo à complexidade do mundo moderno, pode ser pouco eficiente e sobretudo, conduzir a equívocos. (Apud Bicudo – Borba, 2005, p. 29)

Com base no exposto, crê-se a seqüência histórica, de criação e descoberta de teorias, ter relevante importância para o aprendizado do aluno. Dessa forma, evita-se o desligamento do conteúdo da realidade daquele momento. No mesmo sentido, é útil para guiar o processo de aprendizagem no sentido de expor ao estudante, a seqüência de dificuldades passadas pelo homem.



Alguns estudos defendem que implementar de imediato um formalismo matemático no ensino, implica em passar, erroneamente, a idéia de que a matemática surgiu assim, com uma lógica previamente estabelecida. A lógica vem a *posteriori*, tendo por objetivo justificar propriedades matemáticas, e não apenas, determiná-las. O que se vê no atual ensino de matemática, como reflexo desse ideal “modernista”, é a lógica formulando a matemática a partir de definições e axiomas, ou seja, segue-se um caminho lógico e chega-se a conclusões e a novos resultados.

Tomando como exemplo a geometria do triângulo retângulo, o Teorema de Pitágoras está certo porque o quadrado da hipotenusa é, realmente, igual a soma dos quadrados dos catetos e não o contrário, isto é, não devemos concluir que sendo  $a$  a hipotenusa,  $b$  e  $c$  os catetos de um triângulo retângulo então  $a^2 = b^2 + c^2$  porque o teorema de Pitágoras assim o diz. Ao longo dos tempos, é essa a idéia que vem se passando para os estudantes, de que os resultados são verdadeiros por causa de uma dedução de um grande gênio da matemática que, por ter um raciocínio além do normal, formulou um teorema absoluto para todos os triângulos. Toda a idéia empírica, os erros, as falsas suposições que certamente Pitágoras fez de início, ficam escondidas, como se o matemático tivesse chegado, sem erros, às suas conclusões. Dificilmente algum matemático raciocina de forma dedutiva, a formalização está presumida de raciocínios intuitivos que, depois de verificados, são expressos por uma formulação lógica e simbólica.

É indiscutível que abordar um conteúdo matemático de forma dedutiva é menos trabalhoso. O conhecimento está pronto e lapidado, a seqüência está disposta de forma clara e nítida, cabendo ao professor apenas repetir essa estrutura/fórmula. Contudo, aos olhos de quem vê esse conteúdo pela primeira vez, o formalismo obscurece e força-o a crer em algo que, aos seus olhos, não é óbvio. Dessa forma, a matemática assume um caráter dogmático. O grande problema é que montada segundo esse caráter, a aula, tipicamente tradicional, prioriza os conteúdos factuais/conceituais, podendo atingir, em parte conteúdos procedimentais<sup>2</sup>. Para Zabala (1998), aprendizagem significativa só ocorre quando bem trabalhados os conteúdos conceituais e os procedimentais. Faz-se necessário, também, os conteúdos atitudinais, que promovem a socialização, a postura, e o caráter do

---

<sup>2</sup> Zabala defende a necessidade da avaliação totalizadora, para isso lista as seguintes tipologias do conhecimento: Factuals, Conceituais, Procedimentais e Atitudinais.

aluno, desenvolvendo assim, os saberes necessários a uma educação significativa e totalizadora, quais sejam o “saber”, “saber fazer” e o “ser”. Conclui dizendo que:

Uma aprendizagem significativa de fatos envolve sempre a associação dos fatos aos conceitos que permitem transformar este conhecimento em instrumento para a concepção e interpretação das situações ou fenômenos que explicam. (Zabala, 1998. p. 202).

Deste modo, nem no estudo do fato poderia se esquecer as demais tipologias propostas pelo autor.

Apresentar os conteúdos matemáticos de forma dedutiva, apresentá-los sob uma seqüência pronta e lapidada, faz com que sua função seja seletiva e propedêutica, imputa um ensino uniformizador e essencialmente transmissivo e, em conseqüência, apresenta-se distante da realidade do aluno. Segundo Aristóteles: “Nada existe no intelecto que não estivesse primeiro nos sentidos”. Feita uma descoberta, a lógica deve intervir para controlar e julgar sua veracidade, serve como uma análise final, que verifica se não há alguma falha na construção do pensamento, está, portanto, subordinada às descobertas baseadas em intuições e tentativas. Sendo assim, quando aplicada ao ensino, a demonstração é válida quando responde às dúvidas dos estudantes, quando deixa de ser apenas conceitual e passa a fazer parte de um procedimento, uma técnica necessária à verdade, levando-o a “ser” uma pessoa crítica, com espírito de investigação e comprovação. Quando uma demonstração é feita em cima de algo que o estudante considera óbvio, a mesma perde o sentido e, como se não bastasse, elimina a obviedade antes tida, colocando uma dúvida que inicialmente não existia. O formalismo, se não julgado necessário pelos jovens, certamente acarreta em confusão e serve como agente desmotivador.

Fazendo descobertas empírica e intuitivamente, o estudante poderá vir a sentir a necessidade do rigor como um meio de ratificação do resultado, passando a ser uma ferramenta da qual ele precisa e sente necessidade, o formalismo deixa, então, de ser imposto à vida acadêmica do aprendiz.

Portanto, a matemática não se fundamenta exclusivamente em raciocínio dedutivo ou em uma lista de axiomas e teoremas, estes, aceitos apenas mediante provas formais. Deve ser passada uma visão de que o raciocínio matemático permite, de uma situação abstrata, extrair conceitos apropriados, além de, a partir de casos observados, generalizar argumentos indutivos. Nesse caso, a noção de rigor pode ser aprendida de

forma muito mais aceitável partindo de exemplos concretos, ou seja, é necessário permitir ao estudante fazer matemática, e não apenas usá-la. Um exemplo dessa validade do pensar matematicamente é evidenciado a seguir: Um pai de um garoto de cerca de doze anos de idade, vivia explanando que o alto valor da conta de energia elétrica verificava-se devido aos, supostamente, longos banhos que o menino tomava. Mês após mês, aumentava o gasto com energia elétrica e, na mesma proporção, aumentavam as brigas e explicações referindo-se aos banhos demorados. Certo dia o garoto voltou-se ao seu pai e explanou que todo mês aumenta a energia, sendo assim, supostamente a duração do seu banho aumenta a cada mês, se o responsável pelo aumento da energia fosse mesmo seu banho, este estaria durando mais de horas! O menino argumentou que os sucessivos aumentos são devidos à inflação no valor da energia, pois a duração de seus banhos permanecia a mesma ao longo dos últimos meses. A partir desse momento, o pai aceitou a argumentação do seu filho e cessaram-se as brigas, porém aumentou a revolta com a carga tributária brasileira...

Cabe ao professor guiar os estudantes ao conhecimento necessário e útil ao cotidiano deste, com a maturidade do discente cabe, aos poucos, a condução ao rigor que ele possa vir necessitar. Essa condução deve ser controlada, respeitando o nível de desenvolvimento do jovem, pois o formalismo é de interesse dos matemáticos profissionais, ou àqueles que já tem um conhecimento mais avançado dessa ciência, não adianta forçá-lo a quem ainda não percebeu sua importância.

Baseado nesse enfoque do formalismo D'Ambrósio (1986, p. 23) expõe:

O tratamento rigoroso da matemática é um mito contra o qual devemos lutar. (...) A ênfase estaria em despertar no estudante curiosidade e espírito inquisitivo que, aliado a algum gosto pelo assunto, o motivaria para um tratamento mais aprofundado e mais rigoroso.

A motivação e o interesse pelo assunto são as chaves para o aprendizado. Nas concepções modernas, baseadas em linguagem conjuntista, o estudo de Funções, assunto de ordem bastante prática na matemática, acaba atingindo um grau tal de abstração, que seu real significado acaba por perder-se.

Segundo as concepções modernas, a idéia prática de função ser uma relação de dependência entre duas variáveis, de tal forma que, ao determinar-se uma, automaticamente a outra será determinada, é uma negligência matemática. Para definir função na nova matemática, outros dois conceitos são antes estabelecidos.

Como exposto por Kline (1976), primeiro é dado o conceito de *par ordenado*, que se trata de uma dupla de números reais, tais como (1,3), (-2,4), (7,2), ou, generalizando, (x,y).

O próximo conceito a ser definido, é o de *relação*, que consiste em um subconjunto qualquer de pares ordenados.

Finalmente define-se *função* como sendo uma relação em que dois pares ordenados diferentes, não têm o mesmo primeiro número, por exemplo: (3,2) e (3,-4) não pertencem ao conjunto dos pares ordenados que definem uma função por terem ambos a mesma primeira entrada.

Feita a exposição dessas três definições, espera-se que o aluno perceba que  $y^2 = 2x + 3$  é relação e que  $y = 2x + 3$  é função.

Além de confusa e abstrata, essa definição de função esconde aplicação prática desse conteúdo. Conforme Kline defende, o professor deveria destinar seus esforços para o uso de exemplos concretos e não se prender a conceitos abstratos, já que, a familiarização com o uso e com a aplicação, são de importâncias maiores do que a definição. Com o tempo, terá condições de interpretar a definição, ou até mesmo criar a sua própria, baseada em suas observações. É com a experiência que se desenvolve o conhecimento. Corroborando com essa visão ressalta-se que “a prática em seu mais amplo sentido e, particularmente, a produção, evidencia seu caráter de fundamento da teoria na medida em que esta se encontra vinculada as necessidades do homem social” (Vázquez, 1977, p. 222). Ou seja, é na prática que uma teoria encontrará seu sentido e seu propósito, longe dela, não fará parte da realidade e não demonstrará propósito algum. Contudo, vale o destaque já comentado anteriormente, esta “defesa” dos aspectos práticos não prega o empobrecimento da teoria, ao contrário, defende-se a indissociabilidade entre teoria e prática. Esta, necessita daquela para ser considerada como verdade. A prática carece de teoria, a teoria funde-se na prática para ter um significado, ou seja, o processo de aprendizagem dos conteúdos matemáticos necessita executar o movimento dialético entre Ação – Reflexão – Ação. Com isso, evidencia-se a validade do professor partir de preceitos concretos para depois, justificá-los com conceitos e propriedades.

Entretanto, o incessante zelo pela precisão, fez dos textos modernistas um imenso campo de termos, definições e, além disso, uma complexa estrutura simbólica. Com

respeito a esta, olhando criticamente, percebemos que não tem uma serventia tão benéfica a ponto de suprir a clareza da língua portuguesa. É verdade que, com a utilização dos símbolos, há uma economia de espaço na descrição de uma sentença matemática, no entanto, essa economia acaba por gerar dificuldades ao aprendizado. É desagradável e, às vezes, até mesmo assustador ver uma frase composta quase por inteira, ou até mesmo inteira, de símbolos. Segundo Kline (1976), torna a leitura e a compreensão mais difíceis, devendo então, ser aplicadas moderadamente. Ainda segundo esse autor, é de suspeitar-se que essa imersão em símbolos é feita propositadamente, com a finalidade de dar “um ar de profundidade a material simples e sóbrio. (...) como se símbolos esclarecessem palavras”.

Utilizando a simbologia, além da dificuldade natural de se aprender matemática, o estudante ainda se depara com a nova dificuldade, qual seja lembrar o significado de cada novo signo.

Sabe-se que a matemática é um tipo de linguagem, todavia no momento em que se cria uma estrutura diferenciada para a representação de suas idéias, esse fato fica evidenciado. Baseado nisso, os discentes são obrigados a aprender uma nova língua, onde, muitas vezes, não há o devido interesse nessa aprendizagem. Há o interesse dos mesmos, quando percebem que o aprendizado de uma nova língua propiciar-lhe-á a capacidade de inserção no mundo global, seja por facilidade para viagens ao exterior, ou então apenas para dar-lhe condições de saber significados e traduções de músicas de suas bandas favoritas e assim por diante. Nesse caso sim, o conhecimento mostra-se útil. A linguagem matemática, como está, não oferece nenhum benefício, tão pouco mostra algum valor para a inserção no mundo global. Sendo assim, a simbologia moderna afugenta a compreensão.

Um raciocínio análogo pode ser feito no que se refere à precisão das definições. Acaba-se, muitas vezes, por inserir uma quantidade desnecessária de palavras, apenas para dar uma precisão que, repetindo, é desnecessária. Kline (1976) expressa em seu livro alguns exemplos dessas.

Uma delas diz respeito ao ato de fazer referência a uma pessoa pelo seu nome. Na concepção moderna, não basta referenciar-se a Getúlio Vargas, é preciso dizer: o presidente cujo nome é Getúlio Vargas. Nesta forma, ao dizer “o presidente cujo nome é Getúlio Vargas, tratar-se-ia precisamente do presidente, ou seja, da pessoa Getúlio. Na primeira frase, estaríamos versando apenas um nome, sem estar referindo-se precisamente à

pessoa. Com a finalidade de ilustrar a explicação, toma-se as frases: “O homem cujo nome é Getúlio Vargas, é presidente do Brasil”. Aqui, evidencia-se que quem é o presidente, é o homem possuidor do nome Getúlio. Para os ideais modernistas, seria uma falsidade dizer “Getúlio Vargas é o presidente do Brasil” já que Getúlio Vargas é apenas um nome, é uma forma de representar uma pessoa. Para a nova proposta, quem é o presidente é a pessoa, e não o nome desta.

Contudo, o que se percebe é um preciosismo, já que o contexto da frase já deixa evidente o tratamento ao presidente, e não ao nome.

Seguindo com os exemplos, é citado o artigo de Feynman (1965, apud Kline, 1976, p. 95): “New text books for the new mathematics” (“Novos textos para a nova matemática”), que também critica o excesso de zelo nas definições usando a linguagem dos conjuntos:

Um guarda do jardim zoológico, dando instruções a seu assistente para que tire da gaiola os lagartos poderia dizer: ‘tire da gaiola esse conjunto de animais que é a interseção do conjunto de lagartos com o conjunto de animais doentes’. Essa linguagem está certa, é precisa, uma linguagem teórica de conjuntos, mas não diz mais que ‘Tire da gaiola os lagartos doentes’.

Embora a linguagem da teoria dos conjuntos seja de uma precisão admirável, é desnecessária. A compreensão poderia ser dada com uma sentença mais curta e direta. O grande problema não é a precisão, mas sim a clareza, é esta que deve ganhar esforços para ser atingida. A realidade é que, a linguagem moderna, por vezes pode acabar com essa facilidade de percepção e compreensão. Pode ser evidenciado isto em um terceiro exemplo, também exposto por Feynman (1965, apud Kline, 1976, p. 96):

Um texto diz: ‘Colore de vermelho a figura da bola’ em vez de ‘colore a bola de vermelho’. A fraseologia ‘Colore de vermelho a figura da bola’ começa a criar dúvidas, ao passo que ‘colore a bola de vermelho’ não cria. A figura da bola inclui a bola e um fundo. Deve-se colorir também o fundo todo? .

Novamente, como no caso da referência a Getúlio Vargas ou ao presidente cujo nome é Getúlio Vargas, o contexto dá a idéia do que é necessário colorir. A preocupação em garantir precisão acaba por gerar confusão. Referir-se apenas com o nome, quando na verdade deseja referir-se ao objeto que possui aquele nome, é uma prática diária,

onde a comunicação não fica prejudicada por esse “descaso” com a precisão pregada pelo movimento modernista.

Em resumo, pode-se dizer que esse excesso de definições e símbolos da teoria dos conjuntos, que surgiram com o propósito de evitar más interpretações, ambigüidades e garantir a clareza, acabou por gerar complicações ao entendimento de uma sentença.

Embora, até o momento, tenham sido enfatizados os aspectos da teoria dos conjuntos, esse não foi o único tópico abordado na nova matemática, foi o principal, mas não exclusivo. Dos outros tópicos de estudo que foram propostos pelo movimento, os mais populares foram as Bases de Sistemas Numéricos e, também, Congruências.

Com respeito ao primeiro, foi proposto com o intuito de dar uma visão de como se dá o trabalho dos computadores. Estes, diferentemente do sistema decimal ao qual estamos habituados a lidar diariamente, operam em base dois.

No decimal, cada algarismo de um número, dependendo da posição que ocupa, representa uma potência de dez. Por exemplo, o número 3246 pode ser expresso de acordo com uma soma de potências de dez, da seguinte forma:

$$\begin{aligned} 3246 &= 3000 + 200 + 40 + 6 = \\ &= (3 \cdot 1000) + (2 \cdot 100) + (4 \cdot 10) + 6 = \\ &= (3 \cdot 10^3) + (2 \cdot 10^2) + (4 \cdot 10^1) + 6 \cdot 10^0 \end{aligned}$$

Já em base dois, ao invés de em potências de dez, o número é expresso como uma soma de potências de dois. Nesta, o número que conhecemos por 29, seria representado por  $(11101)_2$  já que:

$$\begin{aligned} (11101)_2 &= 1 \cdot 2^4 + 1 \cdot 2^3 + 1 \cdot 2^2 + 0 \cdot 2^1 + 1 \cdot 2^0 = \\ &= 16 + 8 + 4 + 1 = \\ &= 29 \end{aligned}$$

Acreditava-se que ensinar os estudantes a pensar e calcular em outras bases resultaria num aprimoramento do processo de aprendizagem da base dez. Todavia, esse novo aprendizado não é significativo ao estudante. Era, ao menos, de se esperar, que esse ensino fosse dado no momento em que os estudantes estivessem prontos para aprender

sobre o funcionamento dos computadores, porém isso não acontece. No Brasil, tal conteúdo é transmitido entre as quinta e sexta série, momento no qual, o funcionamento dos computadores não está inserido na realidade do aprendiz. Dessa forma, este aprende de forma forçada, por memorização e sem saber a real utilidade do conteúdo.

Com o ensino de Congruências ocorre o mesmo. É freqüentemente inserido com o nome Aritmética do Relógio, neste, as horas são registradas até doze, voltando após isso, novamente ao um. Assim sendo, ao se passar 17 horas de um dia, o relógio estará marcando 5 horas. Ficam então, suplantadas em um ciclo de 12 horas. Cada número pode ser subtraído o número de “doze” quanto for possível. Esse caso de congruência é dito ser “congruência módulo doze”, onde o ciclo se fecha a cada doze unidades. Podemos generalizar como “congruência módulo  $n$ ”, aquela que, a cada  $n$  quantificações, volta novamente ao início da escala, sempre subtraindo de um número tal, a máxima quantidade de  $n$  possíveis.

Tomando-se como exemplo o número 37, pode-se concluir que é cômruo a um em módulo quatro, já que pode-se subtrair nove vezes o número quatro, até chegar-se ao número um. Em módulo cinco, podemos dizer que 37 é cômruo a dois, já que pode-se subtrair sete vezes o número cinco até chegarmos ao número dois, e assim por diante.

A exemplo das Bases dos Sistemas numéricos, o assunto de congruência foi proposto no Brasil, para quinta ou sexta série. No entanto, segundo Kline, esse assunto “não tem aplicação em ciência nem engenharia”, sendo assim, o aprendizado torna-se supérfluo, é de valor apenas a uma minoria que se interessam em matemática por ela mesma, contentam-se em aprender por curiosidade ou desafio, ressalta-se a raridade desses casos, que demonstram a já apreciação do aluno pela matemática.

É difícil que um aluno sintase motivado e interessado a estudar essa disciplina, quando imerso em conteúdos que aparentemente não lhe acrescentam aplicação à vida real, ou seja, muito da matemática ensinada não tem serventia alguma ao aprendiz, tornando-se desprezível aos olhos deste.

O simbolismo da matemática moderna enquadra-se nesse aspecto. O símbolo de união e intersecção de conjuntos, raríssimas vezes aparecem em quaisquer trabalhos de física, engenharia ou ciências em geral. Fica evidenciada a pouca utilidade desses símbolos como meios de expressão, tanto que, referindo-se a eles neste parágrafo, não foram



expressos em formas de signos, e sim como palavras. Indo mais além, talvez ao substituir-se as palavras união e intersecção respectivamente por  $\cup$  e  $\cap$ , algum leitor não muito familiarizado com matemática não entenderia o que se estava falando, a simbologia afasta o entendimento.

Dificuldade de compreensão também é gerada pela definição de função, como sendo um conjunto de pares ordenados  $(x,y)$  com primeiras entradas distintas. Estes são infinitos e parecem estar dispostos aleatoriamente ao pertencer a uma função, sem relação entre um par e outro, porém não é o que acontece, a medida que  $x$  varia,  $y$  também varia de acordo com uma regra, uma métrica, ou um padrão. O conceito de dependência entre as variáveis envolvidas numa função é o que dá a vasta aplicabilidade desse conteúdo e, lamentavelmente, fica obscuro na linguagem modernista dos conjuntos.

Seguindo esse enfoque, boa parte dos conteúdos trabalhados em matemática não se mostram úteis, basta ver o estudo de Matrizes no ensino médio. Estudantes aprendem, se é que realmente aprendem, seu conceito e sua manipulação, aceitam forçosamente o seu algoritmo de multiplicação, resolvem exercícios, mas não sabem para que funcionam. Toda a noção intrínseca a esse conteúdo, no sentido de transformações lineares, não é mostrada, provocando um estudo mecânico, desinteressante e sem sentido.

Muito conveniente, explicita-se uma passagem do livro Fracasso da Matemática Moderna:

Matemáticos profissionais pretendem de tal forma fazer sua carreira através da pesquisa matemática que pouco ou nenhum tempo tomam para adquirir conhecimento da história de sua matéria ou de seu significado humano e cultural (...) Por conseguinte, os matemáticos não estão realmente preparados para colocar sua matéria sob uma luz interessante e, com isso, atrair para a matéria estudantes que poderiam muito bem aceitá-la se o material da aula fosse atraente. (...) Esquecem de que eles mesmos precisaram de anos para alcançar essa compreensão, acreditaram que poderiam transmitir de uma só vez a mentes jovens. (...) Concentram-se no aspecto superficial da matemática, isto é, no padrão dedutivo das estruturas bem estabelecidas, ao invés de enfatizar como pensar matematicamente, como criar e como formular e solucionar problemas. Além disso, os matemáticos profissionais já estão motivados para prosseguir no estudo da matemática. Por conseguinte eles deixaram de levar em consideração que outras pessoas não vêem qual a vantagem de estudá-la. (Kline, p. 159-160)

O dia-a-dia de um matemático erigi-se em abstrações, generalizações, estruturas, rigor e axiomas. Como no Movimento da Matemática Moderna, um dos

objetivos era formar cientistas, não é surpreendente a aplicação dessas propostas ao ensino básico, assim, priorizou-se a especificidade dos conteúdos matemáticos em detrimento do enfoque pedagógico. Novamente, com essa faceta, a matemática fica distante do aluno. Essa perspectiva estava evidente ao decorrer do MMM, até mesmo alguns defensores do novo currículo já apontavam falhas. Kline cita o discurso de um professor, Beberman, defensor da nova grade:

Em alguns casos penso termos tentado responder a perguntas que as crianças jamais formulam e a resolver dúvidas que elas jamais tiveram, mas na realidade respondemos nossas próprias dúvidas como adultos e professores, mas estas não eram dúvidas e perguntas das crianças. (apud Kline 1976 – p. 138).

Como já mencionado no início deste capítulo, ganha, com o argumento do professor Beberman, ainda mais consistência a idéia de que a elaboração do novo currículo ignorou os sujeitos mais afetados pela mudança, quais sejam os estudantes, comprovando que os mesmos não foram levado em consideração na elaboração da proposta, principalmente a ausência de instrumentos avaliativos que verificassem a sua eficiência, a capacidade de entendimento e aproximação dos conteúdos à realidade do estudante sustentam essa afirmação.

Segundo D'Ambrósio (1986, p. 21):

Acelerar a formação de nossos jovens pesquisadores é da mais alta importância para o nosso futuro científico e tecnológico (...) no entanto, nessa idade, com toda criatividade e idealismo característico do jovem, o estudante é sujeito a uma construção teórica (...) que de nenhum modo o conduz a uma apreciação dos problemas em que sua contribuição seria tão essencial .

Ao invés da busca de inserção do rigor e do formalismo, o que se deveria procurar seria o desenvolvimento da motivação para o estudo, promovendo uma visão de matemática instigadora, a qual motivasse para uma busca de novos fundamentos e resultados, não forçando imediatamente o pensamento científico, como se verificou na proposta da nova matemática, ou seja, é necessário oferecer a apreciação e a motivação para o conhecimento matemático.

Também, a educação matemática deve ter um caráter que acentue a unidade das ciências, não a vendo como algo isolado e desconectada do restante do mundo. Como expresso por D'Ambrósio, “uma escola para o desenvolvimento exige motivação

adequada”, ainda nesse sentido, a conexão da matemática com outras áreas “permite ao aluno compreender a posição do homem na natureza e na sociedade”.

O MMM pregou um método formal que acabou por distanciar matemática do mundo real. No contexto sócio-econômico que se vive hoje, os ideais modernistas não se mostram condizentes. D’Ambrósio frisa que o “currículo é função do momento social em que ele está inserido”, e, para o cenário global atualmente instaurado “técnicas de comunicação devem necessariamente ser incorporadas em todos níveis de ensino”.

É importante ressaltar que mesmo com o visível “insucesso” do Movimento, seus ideais ainda estão impregnados na realidade escolar brasileira.

Podemos evidenciar isso com uma breve análise e posterior reflexão do Censo do Professor realizado pelo Instituto Nacional de Estudos e Pesquisas Educacionais (INEP) do ano de 1997. Essa pesquisa foi feita com o intuito de colher dados abrangentes com respeito à educação brasileira. Realizada com um mais de um milhão e seiscentos mil professores das redes pública e particular de ensino, o Censo do professor de 1997 foi o levantamento mais abrangente já feito sobre a realidade da classe docente, tendo alcançado mais de noventa por cento dessa classe profissional.

O Censo relata diversos dados, tais como grau de formação, sexo, tempo de magistério e média de salário. Porém é no tópico referente a média de idade que se destinará maior atenção.

Segundo dados do Censo-97, a média etária do professor brasileiro era de 37 anos, fazendo uma análise básica pode-se traçar um guia da vida acadêmica de um dado professor enquadrado nessa faixa etária. Nascido no ano de 1960 e seguindo os padrões legais de ingresso no ensino fundamental aos sete anos de idade, no ano de 1967 está matriculado no primário, tendo completado a educação básica supostamente oito anos depois, em 1975. Seguindo o raciocínio, concluiu o ensino médio no ano de 1978, ou seja, este professor tivera o desenvolvimento de sua vida acadêmica durante a instauração e o transcorrer do Movimento da Matemática Moderna, tivera na sua formação básica, os traços e as metodologias da Nova Matemática.

O padrão e a referência de educação para este professor está basicamente nos ideais modernistas, o formalismo e o rigor fizeram parte da formação desse indivíduo e,

assim sendo, acaba levando essas experiências às suas práticas docentes. Com vista nisso, percebe-se a presença no ensino atual, de reflexos das concepções da MM.

## CAPÍTULO 3

### Reflexos do MMM e a Utilidade da Matemática

Até o momento foi apontada, neste estudo, uma visão crítica da Matemática Moderna, porém, deve ser evidenciado, que seu propósito inicial tinha boas intenções, principalmente no que se refere a busca de rompimento da realidade do ensino tradicional, onde estava sendo contestada, dentre outras, a mecanicidade dos cálculos, da mesma forma como ocorre a contestação nos dias de hoje.

Em D'Ambrósio (1996, p. 54-58), percebe-se um exemplo desse discurso favorável aos propósitos iniciais do MMM:

(...) sem dúvida foi um movimento da maior importância na demolição de certos mitos então preponderantes na educação matemática. Como toda inovação radical, sofreu as consequências do exagero, da precipitação e da improvisação.

Mais adiante, continua:

Se a matemática moderna não produziu os resultados pretendidos, o movimento serviu para desmistificar muito do que se fazia no ensino da matemática e mudar – sem dúvida para melhor – o estilo das aulas e das provas e para introduzir muitas coisas novas, sobretudo a linguagem moderna dos conjuntos. Claro, houve exageros e incompetência, como em todas as inovações. Mas o saldo foi altamente positivo. Isso se passou, com essas mesmas características, em todo o mundo.

No que diz respeito a nova linguagem mencionada por D'Ambrósio, a dos conjuntos, foi evidenciado anteriormente o zelo em definir precisamente os conceitos matemáticos e o largo emprego de símbolos nessa conceituação. Flores (2006), em seu estudo sobre essa nova representação simbólica, dita representação semiótica, esclarece que um signo “dá a ver aquilo que não está presente aos olhos”, ou seja, é um objeto que representa um outro objeto, fazendo uma ponte entre um “significado e um significante”. Em seu artigo, Flores elenca a defesa de Raymond Duval, de que essas representações são “essenciais para as atividades cognitivas de pensamento”.

Para enriquecer o exposto, explicita-se a análise etimológica da palavra ensinar presente em Seabra (1994, p. 76). Ensinar deriva-se do latim *insignare*, e significa ato de depositar signos, ou então de depositar uma definição. Não se pretende levantar uma

contradição nesse ponto, onde antes foi ressaltado o fracasso do movimento e agora se apresentam justificativas para seu implante, o que se pretende sim, é buscar o motivo pelo qual uma teoria amplamente defendida e fundamentada, uma representação que, segundo Duval, é essencial para o aprendizado, acabou imergindo em fracasso.

Nesta ótica pode-se aceitar como explicação coerente, o raciocínio do antropólogo Clifford Geertz em seu livro “A interpretação das Culturas”:

Certas idéias surgem com tremendo ímpeto no panorama intelectual. Elas solucionam imediatamente tantos problemas fundamentais que parecem prometer também resolver todos os problemas fundamentais, esclarecer todos os pontos obscuros. (...) A moda repentina de tal grande idéa, exclui praticamente tudo o mais por um momento.

(...) Entretanto, ao nos familiarizarmos com a nova idéia, após ela se tornar parte do nosso suprimento geral de conceitos teóricos, nossas expectativas são levadas a um maior equilíbrio quanto às suas reais utilizações, e termina com sua popularidade excessiva. (...) depois de algum tempo, fixam-se nos problemas que a idéia gerou efetivamente. (Geertz – 1989, p. 13).

Isso pode ter ocorrido com o Movimento da Matemática Moderna, essa busca de equilíbrio e acabar com os problemas do ensino tradicional de matemática eram seus propósitos iniciais. Porém com o tempo, perceberam-se outros problemas que foram trazidos junto consigo. A matemática, ensinada de tal forma, não estava sendo vista com seu real significado, tampouco se percebeu a real eficiência metodológica que estava sendo defendida.

Uma das concepções modernas mais contestadas foi o enfoque dado às estruturas algébricas. Um nome forte do cenário nacional que combate o algebrismo é o de Malba Tahan<sup>3</sup>, importante matemático brasileiro do século XX. Fragoso (2001), em seu artigo “O medo da matemática”, desenvolve seu discurso fundamentando-se, principalmente, nos estudos críticos de Tahan, que aponta que o algebrismo prende-se a problemas obscuros e distantes da realidade prática, indo mais além, afirma que os problemas estariam desligados até mesmo da realidade teórica.

O professor de Matemática, quando é algebrista, em geral, afasta-se por completo da realidade e parece inspirado pela preocupação constante de torturar os seus alunos com problemas absurdos, trabalhosos, ou com

---

<sup>3</sup> Malba Tahhan, pseudônimo do professor de matemática Júlio César de Mello e Souza (1895 - 1974), é autor de mais de 120 livros sobre matemática e literatura infanto-juvenil. Tinha como característica o enfoque “nos contos e lendas do povo árabe (...) que, sem perder o clima de aventura da terra das mil e uma noites, ensina matemática por meio da ficção”. (Tahan, 2004).

equações difíceis, atulhadas de denominadores e com largo sortimento de radicais e equações que afinal não oferecem utilidade alguma. (Fragoso – 2001, p. 95).

Prendendo-se ao algebrismo, um professor foge da real utilidade da ciência e ignora a utilidade e a concepção do estudante a respeito do tema a ser tratado. Duas perguntas básicas ao se preparar uma aula são ignoradas, “qual é a finalidade desse problema ou dessa transformação?” e “a que curso ou a que concurso esse problema (ou essa transformação) será destinada?”. Segundo defesas de Fragoso e de Malba Tahan, a primeira pergunta fica sem resposta em um ensino algébrico. No máximo, alguns exemplos forçados usam casos cotidianos para ilustrar a sua aplicação, porém, no fundo, utilidade prática não há nenhuma. Na entrevista de Lopes (2007), evidencia-se que a única utilidade do algebrismo é para “eliminar candidatos nos exames de admissão, já que havia mais candidatos que vagas”. Para esse propósito, a matemática apresentava-se como solução. Porém para a realidade, a matemática não demonstra grande desígnio, como expresso por Hardy:

Se conhecimento útil é (...) o conhecimento que, provavelmente agora ou num futuro próximo, contribuirá para o conforto material da humanidade de modo que a mera satisfação intelectual seja irrelevante, então a maior parte da Matemática Superior é inútil. (apud Skovsmose in: Bicudo – Borba, 2005, p. 30).

Esse padrão de ensino, ignorando a real aplicação e prendendo-se à Matemática por si só, perdura até hoje, mantendo uma idéia de que é uma disciplina isolada de tudo o mais e é dotada de um conhecimento auto-suficiente, porém, ilustrando a falsidade dessa concepção, pode-se citar D’Ambrósio ao lembrar a descoberta de Gödel:

Vamos encontrar, metaforicamente, essa conclusão num dos mais importantes resultados científicos do século XX, mais uma vez justamente na ciência que, como dissemos acima, tem sido apontada como a representante por excelência do racionalismo ocidental, a Matemática. Kurt Gödel (1906-1978) mostrou em 1931 que é impossível provar a consistência de um sistema formal utilizando somente argumentos que podem ser formalizados no sistema. É necessária a busca de outros caminhos. (apud Bicudo – Borba, 2005, p. 26).

Com isso, não é de se imaginar que numa concepção fechada, isolada e auto-suficiente, a matemática perduraria até hoje nas salas de aula. A sua utilidade,

indiscutivelmente existe, apenas está obscurecida pela forma como é abordada, ignorando o fato de permitir que, através dela, o homem compreenda e domine o mundo físico, econômico e também social. Como expresso por Kline (1976), “a matemática serve a fins e propósitos”, sendo necessário que o professor mostre as realizações dessa ciência fora dos seus domínios, não fazendo isso, torna-se uma matéria sem sentido, sem atrativo e obsoleta.

Um exemplo interessante a respeito dos problemas que o isolamento pode causar é encontrado em D’Ambrósio (1996) que se refere à época das grandes navegações. Embora com uma natureza totalmente distinta, elucida as conseqüências de um isolamento. A partir do século XVI, Portugal e Espanha afastaram-se do desenvolvimento intelectual do restante da Europa, focaram-se exclusivamente no domínio dos mares e conquistas de novas terras. O custo dessa limitação foi verificado no momento em que os demais países europeus iniciaram o processo de colonização por meio de invasões aos novos territórios espanhóis e portugueses. A fim de defender as terras conquistadas, todos os recursos humanos e materiais destas duas nações foram destinados à defesa. Tarefa essa, insustentável que acarretou em um “atraso na assimilação da ciência moderna”. Até hoje, pode-se evidenciar que Portugal e Espanha têm um desenvolvimento econômico modesto quando comparados as demais nações européias.

O mesmo exemplo pode ser trazido para o ensino de matemática, o afastamento do restante do mundo pode acarretar numa degeneração e numa descontextualização da matemática perante o universo que a cerca. Sustenta essa hipótese o fato de as idéias elementares de matemática terem surgido de idéias práticas, quase sempre relacionadas a problemas físicos. Diferentemente da restrição à matemática por si só vivenciada hoje em dia, até o final do século XIX, compreender as funções da natureza era o objetivo precípua dessa ciência. Apenas com os ideais formalistas ocasionados pelo descobrimento do paradoxo de Cantor, é que a matemática começou a alimentar-se de si própria. Antes disso, era vista como a “rainha e a serva das ciências” (Kline - 1976), servindo a grandes descobertas nos mais variados campos, quais sejam astronomia, mecânica, hidrodinâmica, elasticidade, eletricidade, magnetismo, entre outras, voltava-se para descobertas postas além de seu domínio.

Grandes matemáticos como Newton, Euler, Descartes e Gauss aplicaram seus estudos, respectivamente, em movimentos da lua aplicados a navegação, elaboração de



mapas e projetos de navios, desenvolvimento de microscópio e telescópio, aprimoramento do telegrafo e medição do magnetismo. Baseado nisso, de acordo com Kline (1976), a natureza tem guiado o caminho para a matemática seguir, sendo assim, será provavelmente, a física quem deva guiar as novas descobertas matemáticas, o que se mostra viável e condizente com a explanação já feita a respeito da unidade entre teoria e prática, no sentido de que a teoria necessita da prática para ter seu critério de verdade, ao passo que a primeira vê na segunda a possibilidade de ter uma serventia e uma finalidade. Com isso, acrescenta-se que:

Para que as matemáticas se ponham a serviço da produção e tenham que atender a necessidades práticas, é preciso que a prática produtiva lhe apresente seus problemas não diretamente, mas sim através das exigências da técnica a ela vinculada, e principalmente por meio da ciência mais estreitamente vinculada a essas necessidades técnico-produtivas: a física. É a física que, para atender às exigências da produção e da técnica, tem necessidade da matemática a solução de seus próprios problemas. (Vázquez, 1977, p. 218).

Abrindo um parêntese para analisar o ensino do conteúdo de Funções, ao invés de estudá-lo de uma forma pura e descontextualizada, poderia iniciar, seu estudo, através dos preceitos físicos, pois assim, além de inserir Funções com a finalidade de perceber como seus diversos tipos, ajudariam o estudante a compreender a natureza, propiciando a relação da matemática com o mundo exterior. Desta forma a tão incentivada e buscada interdisciplinaridade de fato ocorreria. De acordo com Fazenda (1994), antes de buscar uma tarefa interdisciplinar, é necessário que o indivíduo perceba-se interdisciplinar. Assim, analisar as funções relacionadas com física é um impulso para essa percepção.

É às vezes na perseverança de alguém em tentar recorrer a outras fontes de conhecimento para compreender a complexidade de um texto teórico ou de um problema surgido na prática, que o indivíduo consegue perceber-se interdisciplinar. É no grau de envolvimento que o problema o conduz, na forma aberta como se dispõe a discuti-lo ou na paciência da espera para compreender fatos insuspeitados de ângulos ainda por conhecer que o indivíduo consegue perceber-se interdisciplinar. (Fazenda, 1994, p. 78).

Envolver-se em uma atividade interdisciplinar, é perceber-se como agente desta mudança, onde todos têm sua devida importância e tornam-se parceiros, cada qual, com sua aptidão própria. Fazenda (1994) explicita ainda que depois de feitas observações e avaliações de atividades desse gênero, constata-se que prevalece o “respeito ao modo de ser

de cada um” e ainda mais, cada pessoa envolvida busca sua autonomia. Aliada as necessidades de cidadãos no mundo atual, atividades desse gênero mostram-se coerentes. Conclui que dizendo que “a interdisciplinaridade decorre mais do encontro entre indivíduos do que entre disciplinas” (p. 86). Sendo assim, é estimulado o conviver, a socialização e o respeito entre os aprendizes, onde cada um pode “revelar a sua própria potencialidade, a sua própria competência, (...) possibilitando a construção coletiva de um novo conhecimento”, atingindo assim, os conteúdos atitudinais propostos por Zabala, aproximando-se ainda mais da aprendizagem significativa. Além disso:

Numa sala de aula interdisciplinar a autoridade é conquistada, enquanto na outra é simplesmente outorgada. Numa sala de aula interdisciplinar a obrigação é alternada pela satisfação; a arrogância, pela humildade; a solidão, pela cooperação; a especialização, pela generalidade; o grupo homogêneo, pelo heterogêneo; a reprodução, pela produção do conhecimento. (Fazenda, 1994, p. 86).

É de se esperar que, com uma aula onde a autoridade não é imposta, onde há satisfação, cooperação e produção do conhecimento, a matemática pode, realmente, ser mais significativa aos estudantes e, além disso, ainda estaria propondo uma educação assentada na inclusão e na troca de experiências preocupada com a formação totalizadora.

Não restringindo essa metodologia apenas ao estudo das Funções, deve-se buscar aplicá-la a todos os conteúdos de matemática. Para Kline “há apenas uma matéria para educação, e esta é a vida”, ou seja, conteúdos que não permitam essa unidade em torno da vida deveriam ser erradicados. O autor continua criticando o currículo dizendo que “em vez desta simples unidade, oferecemos às crianças álgebra, da qual nada se segue”, além de demonstrações e abstrações tipicamente modernas que de nenhum interesse mostram-se aos estudantes, principalmente devido à faixa etária destes, acredita-se ser precoce o oferecimento do formalismo e do rigor durante a educação básica.

Obviamente, o desejo de um professor, seria de poder oferecer a matemática dedutiva e aprimorada aos seus alunos, buscando atingir uma educação completa, no que se refere a transmitir, ao aluno, toda a matemática, inclusive a avançada. Kline classifica um ensino desse tipo como elegante, porém “o valor para o estudante é inversamente proporcional à elegância”. Essa, dita por Kline, matemática elegante, é dotada de rigor excessivo, presa a formalismos abstratos e a conteúdos que não se mostram de real aplicabilidade.

Há o devido momento para esse tipo de enfoque, e acredita-se apresentar essa matemática na escola, excessivamente prematuro. Essa visão formalista nas escolas enseja descobrir futuros matemáticos em perspectiva. Um currículo voltado a extrair de uma turma alguns futuros cientistas está longe da matemática para todos que se defende atualmente. O currículo deve contribuir à formação e à educação, no seu real sentido, qual seja de desenvolvimento. Nesse sentido, Lopes (2007):

Não é papel da escola formar futuros matemáticos. É papel da escola dar condições àqueles que desejam desenvolver suas potencialidades. O professor de matemática tem que pensar na formação de um indivíduo pleno, preparado para decidir seu futuro.

Assim sendo, o que deve ser transmitido ao estudante, é a visão do papel que a matemática tem na sociedade e como está inserida na cultura. Estar presente na cultura não é ser conteúdo de exames os quais exigem um treinamento adequado, significa realmente ser aplicado na rotina do ser humano. Da forma como está estruturada, o ensino matemático não apresenta essa característica e aparenta estar morta. Dando seqüência a essa argüição cita-se mais uma passagem de D'Ambrósio (1996, p. 31):

Muitos dirão: mas a matemática está viva, está-se produzindo mais matemática nestes últimos 20 anos do que em toda a história da humanidade. Sem dúvida. Mas essa produção é produto de uma dinâmica interna da ciência e da tecnologia e da própria matemática. Naturalmente muito intensa, mas não como fonte primária de motivação. Interessa à criança, ao jovem e ao aprendiz em geral aquilo que tem apelo às suas percepções materiais e intelectuais mais imediatas.

Sempre, ao preparar uma aula, o professor deve lembrar-se do público alvo, do “para quem” se está ensinando. Deve-se pensar como um conteúdo será visto aos olhos deste público, com qual grau de complexidade ele apresentar-se-á. A teoria dos conjuntos e o algebrismo, por exemplo, tem fundamental importância para as teorias mais adiantadas e sofisticadas da matemática, entretanto, para a matemática elementar, não apresentam tal relevância, cabendo ao professor julgar a pertinência de certos conteúdos a determinados níveis de formação.

Obviamente não são todos os professores atuais que são adeptos de tais conteúdos, todavia, mesmo alguns desses, contrariando sua visão de educação, ainda continuam a trabalhar com as estruturas algébricas e com outros assuntos de pouca aplicabilidade prática. A verdade é que romper com essa realidade do ensino não é uma

tarefa fácil. Fragoso (2001) cita alguns exemplos de motivos que impedem que uma mudança imediata seja possível, dentre eles destacam-se dois: “a imposição dos programas curriculares” e “a exigência das provas dos concursos em geral”.

Com relação ao primeiro, a forma atual em que o ensino está disposto, qual seja um ensino seriado, onde há um aprendizado cumulativo e seqüencial ao decorrer dos anos da vida acadêmica, favorece, ou até mesmo exige, a continuidade do algebrismo. Isso recebe um tónus ainda maior pelo fato de um professor, geralmente, não dar seqüência a seus trabalhos em uma mesma turma de uma série para outra. Devido a isso, um certo professor da sétima série, por exemplo, vê-se obrigado a ensinar todo o conteúdo proposto no currículo, já que um outro professor pode vir a exigir esse conteúdo na série subsequente, e assim perdura o ensino de conteúdos inapropriados, distantes, e muitas vezes inúteis à vida do aluno.

Em segundo lugar, destacam-se os exames de seleção de concursos, freqüentemente, ou mesmo sempre, abordam questões difíceis, intrincadas, e “repletas de algebrismo”. O professor acaba ficando sem saída, e vê-se obrigado a ensinar tais conteúdos, visto que o não fazê-lo, implica em fracasso absoluto de seus alunos, tachando-o assim, de mau professor. O maior exemplo destes concursos, são os exames de admissão em universidades, Alves (2003, p. 28) os critica severamente:

Resumindo: os vestibulares são, em primeiro lugar, inúteis. Um leitor, assustado com minha sugestão insólita de que os vestibulares sejam substituídos por um sorteio, enviou-me um e-mail em que me acusava de estar trocando um critério baseado na competência – critério racional, portanto – por um critério baseado na sorte, coisa irracional. Mas eu pergunto a você que conseguiu sobreviver à câmara de torturas: o vestibular os tornou competentes em que?

Competência tem a ver com capacidade de resolver problemas reais, situações tais como elas aparecem na vida. Em que o preparo para os vestibulares o tornou competente? Eu me arrisco a dizer que a única competência que o preparo para os vestibulares desenvolve é... a efêmera capacidade de passar nos vestibulares.

Os vestibulares testam, nada mais, que a capacidade de um aluno reproduzir cálculos, vencerem o tempo, o nervosismo, e demonstrarem que foram bem treinados para tal propósito. Se o foram, são recompensados com uma vaga em uma faculdade, caso não, fracassam. Dessa forma, os exames vestibulares instigam não a educação, mas valorizam o treinamento. Fragoso (2001) citando “o Prof. Euclides Roxo em seu livro O Ensino da

Matemática, publicado em 1937, que havia muita coisa que se aprende só para fazer exame”.

Nesse sentido, D’Ambrósio (1996, p. 69) critica a educação atual, ressaltando o que viria ser uma educação efetiva:

O objetivo não é, naturalmente, ter alguém capacitado a repetir coisas desligadas da realidade de hoje, isto é, passar em testes e exames que são absolutamente artificiais.

Continuando com seu discurso, mais adiante reitera que educação, de forma alguma é:

(...) repetição de técnicas, a mera demonstração de habilidade ou de capacidade para resolver um problema de tipo já conhecido. Isso é resultado de treinamento. Não há nesses casos um ato de criatividade, não há a demonstração de capacidade de reunir conhecimentos variados para lidar com uma situação nova e global.

Da forma como está sendo desempenhada, a educação é reflexo do Taylorismo, onde o aluno é visto como sendo um automóvel que, ao final de um processo de montagem, deve sair pronto. D’Ambrósio exalta a pobreza dos objetivos desse modelo, ressaltando que não merece ser chamado de educação, trata-se de um treinamento que apenas “capacita o aluno como mão de obra para a execução de trabalhos de rotina”, ficando deixado de lado “o componente crítico, que deveria ser dominante num modelo educacional conduzido a cidadania plena”. Nesse âmbito, a matemática torna-se inútil, o que reflete, novamente, no rendimento dos alunos nessa disciplina. É difícil esperar que os alunos sintam interesse e motivação no aprendizado de uma matéria obsoleta e inútil, já que, como expresso por Fragoso “teorias complicadas e obscuras fazem nascer, no espírito do aluno, verdadeira aversão e intolerância pela Matemática”.

Mudar essa realidade, como já mencionado, não é uma tarefa fácil, ainda mais como observado no Censo de 1997, onde os professores atuais foram formados e iniciaram sua prática pedagógica imersos no contexto moderno, assim, a tendência é que ocorra um ciclo de ensino-aprendizagem, da mesma forma como aprenderam, a maioria dos professores ensinarão seus alunos, isto é, o movimento deixou como legado reflexos na prática pedagógica de muitos professores.

Cabe agora, a nova geração de professores que estão formando-se, decidir dar seqüência a essa realidade educacional, alimentando essa bola de neve impulsionada pelo MMM, ou então buscar alternativas, esforçando-se para reavaliar os reais objetivos da educação, além de pesquisar a respeito de alternativas e propostas que se apresentam como sendo as novas tendências educacionais. Mesmo com a facilidade e comodidade de deixar tudo como está, não se pode ignorar a necessidade de mudanças. Há, nesse momento de transição de gerações profissionais a possibilidade de lutar por uma nova educação. Prendendo-se à matemática, é o momento de decidir se permanece assim, ou então se é hora de pensar em um ensino de matemática para além do formalismo, buscando, através dela, o desenvolvimento total dos estudantes.

## **CAPÍTULO 4**

### **Considerações Finais**

Na maioria dos casos, um professor julga ser um bom profissional quando tem ciência do seu domínio da matéria que trabalha. Considera-se bom no que faz à medida que quando lhe é apresentado qualquer problema referente a sua disciplina, o sabe resolver. Embora tal característica seja de fundamental importância, não deve ser a única a ser levada em consideração ao avaliar um bom profissional.

O docente que acredita que ter conhecimento é o suficiente para ser bom no que faz, acaba deixando de lado as reflexões que devem ser feitas ao preparar uma aula. Não basta saber o que ensinar, faz-se necessário o conhecimento de “como”, de “por que”, de “para quem” e do contexto do objeto de ensino, buscando, dessa forma, a preocupação com uma formação total do estudante.

Apenas satisfazendo-se com seu conhecimento do objeto de estudo, um professor acaba por se isolar dos discentes. Sua aula aparenta ser destinada apenas para sua satisfação pessoal e para elevar seu ego ao mostrar seu domínio do assunto. Assim, muitas vezes valoriza partes mais intrincadas, complexas e avançadas do conteúdo. No caso da matemática, freqüentemente valoriza demonstrações, formalismos e abstrações, características estas, de cunho mais avançado, reflexos de muito estudo dos antigos matemáticos, resultados tardios, pressupostos de raciocínios, inquisições, suposições e investigações.

Contudo, o objetivo da educação está longe dessa satisfação pessoal. O professor deve esforçar-se para levar sua disciplina a serviço da formação do estudante. A que tudo indica, com o levantado e justificado no desenvolvimento desse trabalho, oferecer de imediato o formalismo e a abstração não facilita a formação dos estudantes, pelo contrário, afugenta e demonstra a matéria estar longe de seu alcance. É necessária uma aproximação, em especial da matemática, da realidade do aprendiz. Um objeto ou conteúdo só explicita-se real, se está a mostra e ao alcance dos sentidos de uma pessoa, portanto, não é por abstrações que se dará essa aproximação entre matemática e estudante. Se fundamentada nos raciocínios mais avançados, a matéria apresenta-se como um dogma, força o aluno a crer em algo que não lhe faz sentido. Por não lhe fazer sentido, o assunto é

rapidamente esquecido e a matemática não mostra serventia alguma, além disso, o verdadeiro propósito dessa disciplina não fica explicitado.

Para as atuais concepções de mundo globalizado, dinâmico e criativo, é necessário usar a matemática como ferramenta que propicie o desenvolvimento de características exigidas por esse contexto. É necessário deixar claro a importância do raciocínio que ela propicia, a importância do pensar matematicamente, que permite a um cidadão ter uma postura mais crítica, inquisitiva e investigativa. Assim sendo, um ser não se torna passivo e fica menos suscetível a domínios e abusos, tem mais poder de arguição e segurança em suas idéias.

Evidenciada essa importância da matemática e buscada a efetivação desse pensamento, poderá ser dito que a matéria é útil à vida do aluno, está contribuindo para o desenvolvimento do discente e pode, dessa forma, ser considerada como educação. Muitas vezes uma tradicional pergunta dos estudantes, como por exemplo: “Podemos cortar o quatro do numerador com o quatro do denominador na expressão  $\frac{x+4}{4}$ ?” é respondida de forma tão artificial que desperdiça uma oportunidade de estímulo a investigação e a descoberta. Responder que não pode “pois o quatro está dividindo, não só o quatro do numerador, como também o  $x$ ” não é, de longe, tão benéfico quanto estimular que os alunos pensem a respeito e cheguem a uma conclusão, o estimular que ele mesmo responda sua dúvida proporciona o desenvolvimento do raciocínio, e este, para a vida do aluno, é muito mais útil que o simples saber que não se pode fazer tal simplificação. Ao apenas saber, a matemática fica estanca na teoria, não é educação, não desenvolve a postura necessária a uma pessoa no mundo dinâmico, criativo e global. Presa apenas à teoria, a matemática mostra-se inútil, já que é na prática que uma teoria encontra seu sentido.

O Movimento da Matemática Moderna pregava a promoção do raciocínio e almejava acabar com a mecanicidade da matemática, porém falhou. Acredita-se que um dos principais motivos desse fracasso tenha sido a ênfase dada à matemática avançada, ao raciocínio científico, ao rigor, abstração e formalismo, ou seja, prendeu-se ao conteúdo, ao “que ensinar”, esqueceu-se dos métodos dos indivíduos que aprenderiam a Nova Matemática, respectivamente o “como” e o “para quem”, deu-se uma ênfase maior à



matemática por si só, aos conceitos e aos fatos, não atingindo uma aprendizagem significativa e por consequência a formação total do indivíduo.

Embora não mais presa aos conteúdos modernos, a matemática de hoje ainda é ensinada de forma artificial e não mostra a devida utilidade para além de seus domínios, logo, o não estar vinculada ao cotidiano do estudante, pode resultar na baixa aceitação e nas grandes dificuldades as quais os discentes ficam submetidos. Uma das razões da permanência dessa característica moderna, de isolamento, pode estar no perfil do professor de matemática. O fato de o professor de hoje ter sido vítima dos ideais modernistas das décadas de sessenta e setenta pode ser um indício da forte presença daqueles nas atuais metodologias. Com base no Censo-97, a média etária de um professor estava em 37 anos e, com uma breve análise, percebe-se que este profissional teve sua formação básica durante o MMM, tendo neste, o padrão e as referências de metodologias de ensino, mantendo-as em suas práticas profissionais até hoje. Contudo, vive-se no presente uma transição de gerações de docentes. É válido olhar para o passado e perceber os motivos pelo qual se deu o insucesso da Matemática Moderna, não com o intuito de críticas, mas com a intenção de aprender com os erros do passado e buscar construir um futuro educacional mais adequado. De acordo com o filósofo Voltaire “A história não se repete, indivíduos que nada aprenderam com ela é que teimam em repetir seus erros”.

Com isso, é necessária uma reavaliação e eventualmente uma reformulação dos cursos de formação de professores, visando inserir uma postura crítica que permita ao futuro educador absorver e aplicar em sua prática o real significado de educação, dando-lhe a capacidade de traçar novos caminhos, sem prender-se ao comodismo de manter a atual conjuntura de ensino que perpetuaria o afastamento de matemática e estudante. Como já explicitado, vive-se um momento de renovação do corpo docente brasileiro. Cabe aos que estão saindo dos cursos de licenciaturas e iniciando sua prática educativa, embora ainda sem terem sido submetidos a um processo de formação excepcional, postar-se criticamente, analisar o passado, e escolher o melhor caminho a ser seguido, não repetindo os possíveis erros cometidos no passado e presente.

## Referências Bibliográficas

- ALVES, Rubem. Inúteis e Perniciosos. **Folha de São Paulo**. São Paulo, 26 de agosto de 2003. Sinapse, p. 28.
- ARANHA, Maria Lúcia de Arruda. **História da Educação**. São Paulo: Moderna. 1989.
- BICUDO, Maria Aparecida Viggiani (Org) **Pesquisa em educação Matemática: concepções e perspectivas**. São Paulo: Editora da UNESP, 1999.
- BICUDO, Maria Aparecida Viggiani. BORBA, Marcelo de Carvalho. **Educação matemática: pesquisa em movimento**. 2ª ed. São Paulo: Cortez, 2005.
- BOYER, C. B - **História da Matemática**. capítulo 27, item 17 [S.l.]: Ed.Edgard Blücher, 1974.
- BRASIL. Secretaria de educação fundamental. **Parâmetros curriculares nacionais: Matemática**. Brasília: MEC/SEF, 1997.
- D'AMBRÓSIO, Ubiratan. **Da realidade à ação: reflexões sobre educação e matemática**. São Paulo: Sumus; Campinas : Editora da Universidade Estadual de Campinas, 1986.
- \_\_\_\_\_. **Educação Matemática: da teoria à prática**. Campinas, SP: Papirus, 1996.
- EVES, Howard. **Introdução a história da matemática**. Trad. Hygino H. Domingues. Campinas, SP: Editora da Unicamp, 1995.
- FAZENDA, Ivani C. Arantes. **Interdisciplinaridade: história, teoria e pesquisa**. Campinas: Papirus, 1994.
- FERREIRA, Aurélio B. de H. **Minidicionário da língua Portuguesa**. 1.ed. Rio de Janeiro: Nova Fronteira. 1977.
- FLORES, Cláudia Regina. Registros de representação semiótica em matemática: história, epistemologia, aprendizagem. **BOLEMA**. Rio Claro, Ano 19, nº 26, p. 77 – 102. 2006.
- FRAGOSO, Wagner da Cunha. O medo da Matemática. **Revista do Centro de Educação da UFSM**. Santa Maria, V. 26, nº 02, p. 95. 2001.
- GEERTZ, Clifford. **A interpretação das culturas**. Rio de Janeiro: Editora Guanabara, 1989.
- INSTITUTO NACIONAL DE PESQUISAS EDUCACIONAIS. **Censo do professor**. Brasília, 1997.

KLING, Morris. **O fracasso da matemática moderna**. Trad Leônidas Gontijo de Carvalho. São Paulo: IBRASA, 1976.

LIAO, Tarliz. **Um estudo bibliográfico sobre a Concepção Mecanicista, o Movimento Bourbaki e a Matemática Moderna**. Disponível em <<http://www.pedroarrupe.com.br/upload/Artigo%20de%20matem%C3%A1tica%201.pdf>> Acesso em 05/07/2007.

LOPES, Antonio José. **Entrevista: Escola sonega dos alunos a verdadeira matemática**. Disponível em <<http://www.matematicahoje.com.br/telas/autor/entrevistas/brasil>> Acesso em 13 de maio de 2007.

OLIVEIRA, Maria Cristina de. Discussões Didático-Pedagógicas Sobre Matemática Moderna. In: **A Matemática Moderna nas Escolas do Brasil e de Portugal: Primeiros estudos**. São Paulo, 2007, p.136-146.

LUZURIAGA, Lorenzo. **História da Educação e da Pedagogia**. São Paulo: Editora Nacional, 1985.

RORATTO, Cauê; SANTOS, Eduardo Mello dos; SILVA, Heloísa Cristina da. **Educação na Grécia**. Florianópolis, 11 p. Trabalho não publicado. 2006.

SEABRA, Carlos. Uma Educação para uma Nova Era. In: **A Revolução e os Novos Paradigmas da Tecnologia e Sociedade**. Belo Horizonte: IPSO, 1994.

SOARES, Flávia. A divulgação da Matemática Moderna na Imprensa periódica. In: V CONGRESSO IBERO-AMERICANO D EDUCAÇÃO MATEMÁTICA. Porto, Portugal. **Grupo de discussão 6: História da Matemática**. Disponível em <[http://www.mytw.net/cibem5/MyFiles/outros/Flavia\\_Soares.pdf](http://www.mytw.net/cibem5/MyFiles/outros/Flavia_Soares.pdf)>. Acesso em 05/07/2007

TAHAN, Malba. **O Homem que calculava**. Rio de Janeiro: Record, 2004.

TORO, Bernardo. Precisamos de cidadãos no mundo. In: **Revista Nova Escola**, nº 149, Janeiro/Fevereiro 2002.

VÁZQUEZ, Adolfo Sánches. **Filosofia da Práxis**. Tradução Luiz Fernando Cardo. Rio de Janeiro: Paz e Terra, 1977.

ZABALA, Antoni. **A Prática Educativa: como ensinar**. Tradução Ernani F. da F. Rosa. Porto Alegre: ArtMed, 1998.