

Orlando Gonnelli Netto

ANÁLISE DA DIDATIZAÇÃO DO TEMA RADIAÇÃO DE CORPO
NEGRO SOB A LUZ DA TEORIA ANTROPOLÓGICA DO
DIDÁTICO

Dissertação submetida ao Programa de Pós-graduação em Educação Científica e Tecnológica, da Universidade Federal de Santa Catarina para a obtenção do Grau de Mestre em Educação Científica e Tecnológica.

Orientador: Dr. Frederico Firmo de Souza Cruz.

Co-orientador: Dr. Paulo José Sena dos Santos.

Florianópolis
2014

Ficha de identificação da obra elaborada pelo autor,
através do Programa de Geração Automática da Biblioteca Universitária da UFSC.

Gonnelli Netto, Orlando

Análise da didatização do tema radiação de corpo negro sob a luz da teoria antropológica do didático / Orlando Gonnelli Netto ; orientador, Frederico Firmo de Souza Cruz ; co-orientador, Paulo José Sena dos Santos. - Florianópolis, SC, 2014.

132 p.

Dissertação (mestrado) - Universidade Federal de Santa Catarina, Centro de Ciências Físicas e Matemáticas. Programa de Pós-Graduação em Educação Científica e Tecnológica.

Inclui referências

1. Educação Científica e Tecnológica. 2. Radiação de corpo negro. 3. Teoria antropológica do didático. 4. Praxeologia. 5. Tradição de ensino de física. I. Souza Cruz, Frederico Firmo de. II. Sena dos Santos, Paulo José. III. Universidade Federal de Santa Catarina. Programa de Pós-Graduação em Educação Científica e Tecnológica. IV. Título.



**UNIVERSIDADE FEDERAL DE SANTA CATARINA
CENTRO DE CIÊNCIAS FÍSICAS E MATEMÁTICAS
CENTRO DE CIÊNCIAS DA EDUCAÇÃO
CENTRO DE CIÊNCIAS BIOLÓGICAS
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO
CURSO DE MESTRADO EM EDUCAÇÃO CIENTÍFICA E
TECNOLÓGICA**

**“ANÁLISE DA DIDATIZAÇÃO DO TEMA RADIAÇÃO DE CORPO
NEGRO SOB A LUZ DA TEORIA ANTROPOLÓGICA DO DIDÁTICO”**

**Dissertação submetida ao Colegiado
do Curso de Mestrado em Educação
Científica e Tecnológica em
cumprimento parcial para a obtenção
do título de Mestre em Educação
Científica e Tecnológica**

APROVADA PELA COMISSÃO EXAMINADORA em 29/11/2013

Dr. **Frederico Firmo de Souza Cruz** (CFM/UFSC – Orientador); _____
Dr. **Paulo José Sena dos Santos** (CFM/UFSC – Co-orientador); _____
Dr. **José Francisco Custódio Filho** (CFM/UFSC - Examinador); _____
Dr. **Elio Ricardo** (USP – Examinador); _____
Dr^a. **Tatiana da Silva** (CFM/UFSC – Examinadora); _____
Dr. **José de Pinho Alves Filho** (CFM/UFSC- Suplente); _____

Dr. Carlos Alberto Marques
Coordenador do PPGECT

ORLANDO GONELLI NETTO
Florianópolis, Santa Catarina, novembro de 2013.

AGRADECIMENTOS

Cada contribuição ao trabalho, sendo no início, no fim ou no meio deste é infinitamente enriquecedora, independente do momento em que surgiu.

Agradeço:

Os meus mestres orientadores do grupo de pesquisa Prof. Dr. Frederico Firmo de Souza Cruz, Prof. Dr. Paulo Sena dos Santos e Prof^a. Dr^a. Sonia Maria Correa de Souza Cruz, sempre pacientes, precisos e geniais nas orientações. Vocês são exemplos a serem seguidos.

Aos membros da banca avaliadora que despenderam o seu precioso tempo e contribuíram com suas ideias para este trabalho.

Aos professores do PPGECT, pela competência na arte de ensinar, e aos colegas da turma de mestrado de 2011 que iniciaram comigo essa jornada e com quem troquei importantes experiências.

Ao Thiago Foca, Tiago Loro, Elton, Marcelão, Spliter e Diego Milhouse, amigos inesquecíveis, pelos churrascos e diversão quase sem limites durante as partidas de Smash Bross.

Ao Roberto, Caio, Bruno Cani, Paiotti, Pedrão, Lucas Casé e Lucas Sorriso, amigos, colegas e parceiros com quem passo horas e horas conversando sobre música, praia e assuntos filosóficos e cujas amizades faço questão de manter.

Ao meu irmão Eduardo, meu fiel e mais antigo amigo, que está comigo desde que está vivo; grande parceiro na música, nas artes e nos conselhos.

À minha linda namorada Barbara, sempre carinhosa e companheira que compartilha comigo desta etapa na vida. E um agradecimento especial a este trabalho de dissertação que cruzou nossos caminhos.

Aos meus pais Sueli e Vilmar e aos meus avós Valdir e Lúcia, meus maiores exemplos, por terem me ensinado o valor dos estudos e, principalmente, a não desistir dos meus sonhos. A vocês devo tudo que sou e o que ainda virei a ser.

E por fim, à Capes, pela bolsa de estudos que financiou este projeto e proporcionou minha estadia na ilha da magia.

RESUMO

Neste trabalho de dissertação, analisamos a transposição do tópico Radiação de Corpo Negro para o ensino superior. A análise baseou-se em dois livros-textos propostos para a disciplina Estrutura da Matéria 1, da Universidade Federal de Santa Catarina, nos exercícios das listas de tarefas e nas provas aplicadas durante a apresentação do conteúdo aos alunos. O referencial teórico utilizado para a análise foi da Teoria Antropológica do Didático, de Yves Chevallard, que permite modelar a atividade didática em dois blocos (“saber” e “saber fazer”) e posicionar a tríade aluno-conhecimento-professor imersa numa instituição social e governada pelas regras e praxeologias da instituição. Foi elaborada uma versão didatizada do tema Radiação de Corpo Negro a partir de referências bibliográficas, com a finalidade de definir um texto padrão que permita gerar praxeologias que enfatizem nossa visão de ruptura entre Mecânica Clássica e Mecânica Quântica e suas consequências. Essa didatização foi então comparada à análise das praxeologias da disciplina. Ao todo, 2 livros-textos, 9 provas e 2 listas de exercícios deram origem a 72 exercícios analisados. Os resultados mostram que a didatização presente no livro Física Quântica - Átomos, Moléculas, Sólidos, Núcleos e Partículas, dos autores Robert Eisberg e Robert Resnick, traz uma técnica para a dedução da fórmula de Planck que prioriza a Teoria Ondulatória e associa a quantização da energia das ondas eletromagnéticas ao trabalho de Planck, entre outros resultados. Os exercícios propostos para a disciplina priorizam tarefas que envolvem cálculo, o que acaba por não discutir conceitos fundamentais em Física. Nossa análise parece indicar que há uma tentativa de adequação do tópico Radiação de Corpo Negro ao modelo tradicional de ensino de física utilizado em outros conteúdos, o qual enfatiza exercícios de cálculo em detrimento de outros que poderiam permitir uma discussão mais profunda dos conceitos físicos fundamentais.

Palavras-chave: Radiação de Corpo Negro. Teoria Antropológica do Didático. Praxeologia. Tradição de Ensino de Física.

ABSTRACT

In this thesis it is analyzed the transposition of the theme Blackbody Radiation for higher education. The analysis was based on two proposed textbooks for the discipline Matter Structure 1, at the Federal University of Santa Catarina, in the exercises of the lists of tasks and tests given during the presentation of the content to the students. The theoretical framework used for the analysis was the Anthropological Theory of Didactics, by Yves Chevallard, which allows modeling the didactic activity in two blocks (practical block and theoretical block) and position the triad student-teacher-knowledge immersed in a social institution and governed by the rules and praxeologies of the institution. It was elaborated a text version of the theme blackbody radiation from the references in order to set a default text that may allow generate praxeologies that emphasizes the vision of rupture between classical mechanics and quantum mechanics and its consequences. This didactization was then compared to the analysis of the discipline's praxeologies. Altogether, 2 textbooks, 9 tests and 2 lists of tasks, led to 72 exercises analyzed. The results shows that the didactization in Quantum Physics - Atoms, Molecules, Solids, Nuclei and Particles book, by Robert Eisberg and Robert Resnick, brings a technique for derivation of Planck's formula that prioritizes Wave Theory and associates the quantization of energy of electromagnetic waves by Planck's work, among other results. The exercises proposed for the discipline prioritize tasks involving calculation, which turns out not to discuss fundamental concepts in physics. The analysis suggests that there is an attempt to adapt the topic blackbody radiation to the traditional model of physical education used in other contents that emphasizes calculation over others skills that could enable further discussion of fundamental physical concepts.

Keywords: Blackbody Radiation. Anthropological Theory of Didactics. Praxeology. Tradition of Physics Teaching.

LISTA DE ABREVIATURAS

EM – Ensino Médio

ES – Ensino Superior

FMC – Física Moderna e Contemporânea

RCN – Radiação de Corpo Negro

TAD – Teoria Antropológica do Didático

UFSC – Universidade Federal de Santa Catarina

LISTA DE FIGURAS

Figura 1: Esquema que representa os constituintes básicos da praxeologia e resume brevemente seus significados para a TAD.	28
Figura 2: Possíveis movimentos de uma molécula diatômica: (a) movimento de translação do centro de massa, (b) movimento de rotação ao redor de vários eixos, e (c) movimento de vibração ao longo do eixo molecular.	40
Figura 3: Gráfico do calor específico molar do hidrogênio em função da temperatura. A escala horizontal é logarítmica e o gráfico mostra claramente os graus de liberdade “acionados” conforme há aumento de temperatura.	41
Figura 4: Gráfico do calor específico molar do Silício e Germânio (sólidos) em função da temperatura. Pela lei de Dulong-Petit, deveríamos esperar um valor constante para o calor específico, mas observamos que, em baixas temperaturas, o calor específico tende a zero.	41
Figura 5: Representação de um corpo (2) no interior da cavidade oca de um corpo (1).	42
Figura 6: corpo negro cuja cavidade se comunica com o meio externo por um orifício minúsculo que deixa escapar a radiação da cavidade. Esta radiação deve possuir a forma da distribuição de um corpo negro.	44
Figura 7: Intensidade espectral como função do comprimento de onda obtida por Lummer e Pringsheim em novembro de 1899. A figura mostra os valores calculados (“berechnet”) e obtidos experimentalmente (“beobachtet”).	58
Figura 8: Curvas da energia da radiação versus temperatura, medidas através dos raios residuais (“reststrahlen”), usando-se pedras de sal ($\lambda = 51,2\mu\text{m}$) e comparadas (“berechnet nach” significa “calculado após”) com as fórmulas de Wien, Lord Rayleigh, Thiesen e Planck. ...	60
Figura 9: Figura que ilustra, numa projeção em duas dimensões, como o número de modos no intervalo dl , dm e dn pode ser substituído por um incremento no espaço de fase de volume $12\pi p^2 dp$, onde $l^2 + m^2 + n^2 = p^2$	62
Figura 10: Gráfico da radiância espectral de um corpo negro e sua respectiva legenda, retirados do livro-texto (1).	82

Figura 11: Gráfico da radiância espectral segundo os resultados experimentais em comparação com a previsão de Rayleigh e Jeans (teoria clássica) e sua respectiva legenda retirados do livro-texto (1). . 90

LISTA DE TABELAS

Tabela 1: Quantidade de Exercícios, Tarefas e Tipos de Tarefas encontrados em provas, livros-textos e listas de exercícios.	99
Tabela 2: quantidade de Tipos de Tarefas segundo tipos de atividades, de forma que a porcentagem refere-se à quantidade total de Tipos de Tarefas em cada objeto da tabela 1 anterior.	100
Tabela 3: Quantidade de vezes que as fórmulas e expressões são utilizadas no cálculo de determinado Tipo de Tarefa que envolve Cálculo. Nesta tabela, é levado em conta que alguns tipos de tarefas fazem uso de duas expressões ou mais.	101
Tabela 4: Classificação das tarefas (t) que envolvem cálculo conforme o modo como exploram os conceitos físicos envolvidos na resolução das mesmas. A porcentagem em cada coluna é sempre referente ao TOTAL na última linha.	102

LISTA DE QUADROS

Quadro 1: Quadro esquemático que sintetiza a abordagem de Rayleigh e Jeans ao fenômeno Radiação de Corpo Negro segundo Longair (1986).	69
Quadro 2: Quadro esquemático que sintetiza a abordagem de Planck ao problema do Corpo Negro segundo Longair (1986).	70
Quadro 3: esquema que sintetiza a técnica (τ_{LT1}) utilizada pelo livro-texto (1) para deduzir a fórmula de Planck. Nele, destacamos os exemplos trabalhados ao longo do Capítulo 1 do livro-texto (1), o percurso seguido por ele e as respectivas etapas da técnica (τ_{LT1}) associadas ao percurso.	96

Sumário

INTRODUÇÃO	19
1. A TEORIA ANTROPOLÓGICA DO DIDÁTICO COMO REFERENCIAL TEÓRICO	23
1.1 Detalhando a TAD	24
1.1.1 Objetos, pessoas e instituições.....	24
1.1.2 Relação Institucional e Relação Pessoal	25
1.2 A Praxeologia	27
1.2.1 Os constituintes da praxeologia	28
1.3 Os principais elementos da TAD para este trabalho e a praxeologia como possibilidade de pesquisa	31
2. O CONTEXTO DA RUPTURA ENTRE A FÍSICA CLÁSSICA E A MECÂNICA QUÂNTICA	33
2.1 O contexto da Ruptura	36
2.1.1 O congelamento dos graus de liberdade.	36
2.1.2 O corpo Negro de Kirhhoff.....	42
2.1.3 A Lei de Stefan-Boltzmann	44
2.1.4 Lei de Deslocamento de Wien.....	47
2.1.5 O espectro de radiação do corpo negro de Wien	48
2.1.6 Planck no início da carreira	51
2.1.7 Como Planck Chegou no espectro de radiação do corpo negro	55
2.1.8 A equação de Rayleigh-Jeans	60
2.1.9 A Teoria de Planck sobre a Radiação de Corpo Negro e o ponto de Ruptura.....	64
2.2 O contexto da Ruptura sintetizado	68
2.3 Exemplos de praxeologias a partir do contexto da ruptura	71
2.4 Comentários gerais.....	72
3. INVESTIGANDO A RELAÇÃO INSTITUCIONAL	75
3.1 O caráter institucional do livro-texto e as evidências da tradição de ensino.....	75

3.2 A determinação do livro-texto e dos documentos a serem analisados....	78
3.3 A sequência metodológica adotada	79
3.4 Etapa 1: praxeologia e o livro-texto	80
3.4.1 Introdução.....	80
3.4.2 Radiação térmica	80
3.4.4 Teoria de Planck da radiação de cavidade	89
3.4.5 O uso da lei da radiação de Planck na termometria	93
3.4.6 O postulado de Planck e suas implicações.....	93
3.4.7 Um pouco de história da física quântica	94
3.5 A técnica (τ_{LT1}) do livro-texto (1)	95
3.6 Etapa 2: Categorização das tarefas (t) e tipos de tarefas (T).....	97
3.6.1 Tipos de Tarefas que envolvem cálculo.....	101
3.6.2 Tipos de Tarefas Interpretação-Explicação:	104
4. CONCLUSÕES	109
4.1 O que se ensina	109
4.2 A tradição de ensino e considerações finais	112
Referências	115
Anexo 1	121
Professor 1	121
Professor 2	122
Professor 3	123
Anexo 2	125
Provas Professor 1.....	125
Provas Professor 2.....	128
Livro-texto (1).....	129
Livro-texto (2).....	133

INTRODUÇÃO

Historicamente, nos cursos de formação de professores de Física, é atribuído ao tópico Radiação de Corpo Negro (RCN) papel privilegiado para discutir a ruptura entre a Mecânica Clássica e Mecânica Quântica. Os Sistemas Quânticos são uma nova classe de sistemas físicos que desafiam o senso comum e as explicações a partir da Física Clássica. O tópico RCN é sugerido como um dos tópicos a ser trabalhado no Ensino Médio (OSTERMMAN; MOREIRA, 2000) (OSTERMMAN; PEREIRA, 2009) e é citado no PCN e PCN+ por ser um tema controverso em aplicações como radiação solar, efeito estufa e formas de medir a temperatura em Astronomia e Astrofísica.

A partir de levantamento na literatura, encontramos trabalhos que propõem ou realizam algum tipo de intervenção direta do tópico RCN no Ensino Médio (EM) e Ensino Superior (ES). Valadares e Moreira (2004) apresentam um texto didático que aborda analogias e sugestões conceituais e práticas para se introduzir tópicos de Física Moderna e Contemporânea no EM; Vitor e Corrêa-Filho (2007) descrevem atividades de leitura, palestras e organização de mapa conceitual com alunos do EM sobre a temática RCN; Meggiolaro e Betz (2012) e Alvarenga (2008) trabalham o tema RCN com alunos do EM através de discussões, análise gráfica computacional e roteiro de atividades.

Além disso, é possível encontrar trabalhos referentes ao estado da arte da área de ensino da Física Moderna e Contemporânea (FMC), onde o tópico RCN está inserido. Ostermman e Moreira (2000), Ostermman e Pereira (2009) e Silva e Almeida (2011) realizam revisão da literatura sobre o ensino de FMC através da consulta a artigos publicados nas principais revistas de ensino de ciências do Brasil e do exterior nos últimos anos. É possível constatar que a maioria dos artigos se refere a bibliografias de consulta direcionadas para professores de física que atuam no EM e ES. Tais bibliografias são constituídas de textos de apoio, de recursos didáticos, de propostas de unidades didáticas e divulgação científica, o que mostra uma tentativa de inovação das tradicionais formas de apresentação do conteúdo (aula expositiva e livro-texto) (OSTERMMAN ; PEREIRA, 2009).

Porém, segundo Ostermman e Pereira (2009), há poucos trabalhos que investigam os mecanismos envolvidos no processo de construção de conhecimentos relativos a temas de FMC em sala de aula, tanto no EM como no ES. Ainda conforme Ostermman e Pereira (2009),

poucos trabalhos foram categorizados como “Mudanças no ensino de FMC em nível superior”, sendo que apenas quatro destes tratam de temas referentes à Mecânica Quântica numa abordagem fenomenológica-conceitual, diferente das tradicionais¹. Os resultados apresentados mostraram que os estudantes que tiveram contato com a nova abordagem tiveram uma melhor compreensão da teoria quando comparados a outros que receberam instrução numa abordagem tradicional (OSTERMMAN e PEREIRA, 2009).

Sanches (2006), ao analisar livros-textos para o EM, reforça a existência de tentativa de inserção da FMC no EM por parte dos livros didáticos, mas destaca que a abordagem encontrada nos livros analisados ainda é muito inadequada. Por vezes, os assuntos são resumidos, sintéticos e apresentados como notas complementares, enquanto a repetição dos exercícios, dos problemas e das atividades propostas tende a mecanizar o processo de resolução deles. Quanto à análise de livros didáticos no ensino superior, não foi possível encontrar qualquer trabalho com temática em FMC ou RCN até a data de término desta dissertação.

Do exposto até aqui, notamos que o tópico RCN não é foco específico de análises ou propostas dos trabalhos em ensino de FMC, o que se apresenta como um paradoxo, pois ele é fundamentalmente o início do próprio processo de construção do conhecimento quântico. Notamos também que a análise de Sanches (2006) não contempla o texto didatizado adotado pelos livros e não expõe quais as capacidades exigidas dos alunos na resolução das atividades e exercícios propostos.

¹ Os quatro artigos são:

GRECA, I. M.; MOREIRA, M. A.; HERSCOVITZ, V. Uma Proposta para o Ensino de Mecânica Quântica. *Revista Brasileira de Ensino de Física*, São Paulo, v. 23, n. 4, p. 444-457, dez. 2001.

GRECA, I. M.; FREIRE Jr., O. Does an emphasis on the concept of quantum status enhance student's understanding of Quantum Mechanics? *Science & Education*, New York, v. 12, n. 5-6, p. 541-557, Aug. 2003.

GRECA, I. M.; HERSCOVITZ, V. E. Construyendo significados en mecánica cuántica: fundamentación y resultados de una propuesta innovadora para su introducción en el nivel universitario. *Enseñanza de las Ciencias*, Barcelona, v. 20, n. 2, p. 327-338, jun. 2002.

GRECA, I. M.; HERSCOVITZ, V. E. Superposição linear em ensino de mecânica quântica. *Revista Brasileira de Pesquisa em Educação em Ciências*, Belo Horizonte, v. 5, n. 1, p. 61-77, jan. 2005.

Um livro didático manifesta uma série de escolhas ao determinar seu conteúdo, ao selecionar sua técnica, tarefas e teoria, e estas escolhas refletem o que uma determinada instituição (comunidade de professores e pesquisadores de Física) considera como “saber a ser ensinado”. Neste trabalho de dissertação, pretendemos analisar a versão transposta do tópico RCN por livros-textos do ES (ou seja, a didatização do tópico RCN) e analisar melhor as praxeologias existentes nos cursos de formação dos professores (termo que será melhor detalhado no próximo capítulo). Concentraremos a análise em dois livros didáticos do ES e nos problemas e questões que os estudantes do curso de Física têm contato.

Como objetivos mais específicos, pretendemos identificar em apenas um livro-texto sua praxeologia, termo chave na Teoria Antropológica do Didático (TAD), e categorizar as atividades (exercícios e tarefas) que os estudantes estão sujeitos em categorias de análise desenvolvidas para expor mais claramente quais os saberes são necessários para a realização destas atividades. Também, elaboramos uma versão didatizada do tema Radiação de Corpo Negro a partir de referências bibliográficas escolhidas de maneira pertinente aos nossos propósitos (que serão discutidos no capítulo 2) com a finalidade de definir um texto padrão que permita gerar praxeologias que enfatizem nossa visão de ruptura entre Mecânica Clássica e Mecânica Quântica e suas consequências. Esta didatização evidencia a ruptura entre a Física Clássica e a Mecânica Quântica como a mudança no entendimento da maneira como os sistemas físicos trocam energia entre eles: da maneira contínua para a maneira quantizada. Podemos, por fim, gerar comparações entre a didatização proposta e as praxeologias encontradas na disciplina sob análise.

Para tanto, no Capítulo 1 vamos apresentar o referencial teórico da Teoria Antropológica do Didático e os componentes da praxeologia de Chevallard. No Capítulo 2 apresentaremos nossa versão didatizada do tópico RCN. No Capítulo 3 analisaremos a disciplina Estrutura da Matéria 1 da UFSC e o livro-texto adotado para ela, ou seja, será caracterizado o que chamamos de Relação Institucional entre Objeto Radiação de Corpo Negro e a instituição Disciplina. No Capítulo 4 apresentaremos os resultados, discussões e conclusões da análise.

Sendo assim, assumiremos as seguintes hipóteses:

- a) Existe uma maneira tradicional de ensinar RCN, maneira que se manifesta fortemente nos livros e programas dos cursos de formação;

- b) A escolha do livro-texto implica escolha de atividades e tarefas e formas de avaliação características que variam pouco, embora não se possa afirmar sobre as ações de diferentes professores;
- c) De forma propositada, vamos dar ênfase ao livro-texto, devido ao seu papel crucial na definição do saber que deve ser ensinado ao aluno, com sua ligação orgânica com a tradição de ensino de física e seu papel para aluno e professor, caracterizando a relação destes com a instituição na reprodução desta tradição.

O fenômeno didático é um fenômeno ternário envolvendo o professor, o aluno e o saber. No que concerne ao professor e aluno, pretendemos caracterizar uma instituição de ensino. O foco no livro-texto justifica-se, em primeiro lugar, por ter um papel fundamental na definição, para o aluno, sobre o que é o conhecimento a ser aprendido e, para o professor, sobre o conteúdo a ser ensinado. Nele residem as escolhas feitas sobre o valor, a ênfase e o significado que cada conteúdo tem no contexto da situação didática proposta pelo curso ou disciplina, isto é, a instituição.

Os livros-textos adotados num número muito grande de instituições definem os programas e, mesmo, a ementa das disciplinas e definem até menos critérios de valor com relação aos conteúdos. Além disso, o nível e a profundidade de alguns cursos são muitas vezes analisados a partir do livro didático escolhido. É importante frisar que, embora a subjetividade e as idiossincrasias de professores e das relações que estabelecem com os alunos sejam de fundamental importância, nossa análise no momento focaliza a tradição e a instituição. Não se trata aqui de negligenciar a atividade do professor, mas, sim, de uma tentativa de caracterizar melhor o papel institucional. Em outro trabalho talvez possamos analisar as relações, flexibilidades e/ou imposições que definem o professor, mas acreditamos que nossa análise pode dar bons indícios sobre o professor enquanto persona institucional, isto é, caracterizar o conhecimento institucional do professor e o conhecimento institucional do aluno.

Para tanto, vamos utilizar o referencial teórico da Teoria Antropológica do Didático, que será tratada em detalhes no próximo capítulo.

1. A TEORIA ANTROPOLÓGICA DO DIDÁTICO COMO REFERENCIAL TEÓRICO

Ao observarmos um médico receitando medicamentos, um jornalista escrevendo a respeito do universo, um engenheiro atuando numa linha de produção, um professor ensinando adição, etc., não nos damos conta que todos ali estão participando socialmente na difusão do conhecimento matemático através de diferentes grupos. A matemática é feita de atividades humanas e pode ser produzida, difundida, manuseada, ensinada, através de uma grande variedade de instituições sociais. Nesse mesmo contexto, ainda podemos perceber que a receita médica do século XXI não é a mesma do século XIX, ou seja, os elementos do conhecimento em geral não podem ser considerados produtos finais acabados ou eternos. Eles são criados e desenvolvidos por seres humanos, e sua função varia de acordo com lugares, sociedades e períodos de tempo (CHEVALLARD, 1989b).

Este panorama exemplifica a posição epistemológica de Yves Chevallard (1989a, 1999), que situa a atividade de estudar matemática e seus elementos de conhecimento no conjunto das atividades humanas e instituições sociais. Para ele, a didática é a ciência da difusão do conhecimento e das práticas dos grupos humanos. Seja numa sala escolar ou numa instituição qualquer, a didática visa compreender melhor os fenômenos de difusão dos “saberes” e do “saber fazer” humanos, permitindo-nos uma relação menos ingênua e mais armada desses fenômenos.

A Teoria Antropológica do Didático (TAD) surge como resposta às críticas sobre a Teoria da Transposição Didática, estabelecida no livro *La Transposición Didáctica: del saber sabio al saber enseñado* (Chevallard, 1991). Nele, Chevallard se refere ao “saber sábio”, ou apenas ao “saber”, para designar a fonte dos saberes a ensinar. Desse modo, a crítica de Caillot (1996) aponta para o fato de que a Teoria da Transposição Didática assume como verdade, ou ponto de partida, a existência de um único saber ou referência que, não sendo de uma área específica, poderia ser transposto para outras didáticas (RICARDO, 2012).

Do ponto de vista da TAD, este problema é contornado quando Chevallard insere a atividade matemática e, por conseguinte, a atividade do estudo da matemática, em um conjunto mais amplo de atividades humanas e de instituições sociais, que podem ser descritas e caracterizadas por sua *praxeologia*; noção capital na TAD (RICARDO,

2012). Sendo assim, Chevallard (1991) aponta para a possibilidade de uma antropologia dos saberes e define, para o caso das matemáticas, que seus objetos seriam as *práticas sociais matemáticas* ou, mais propriamente, as *práticas sociais com matemáticas*, lançando a ideia de uma teoria antropológica da didática (RICARDO, 2012 – destaque do autor).

Logo, o fenômeno didático em geral pode ser considerado como a realização de uma tarefa ou atividade humana, o que atribui a ele o caráter Antropológico e que possibilita denominar a teoria como Antropológica do Didático. Deste modo, não é possível compreender a aprendizagem individual sem compreender a aprendizagem institucional, ou seja, aquela aprendizagem mediada por uma instituição social.

Com relação ao termo “didático”:

[...] Chevallard questiona agora qual seria o objeto das didáticas? E responde que seria o *didático*. Entretanto, Chevallard (1991) destaca que o *didático* não se reduz ao *sistema didático*. Para o autor, *didático* se associa ao termo *estudo*, proveniente do grego *didaktikos*, ou seja, “próprio à instrução”, “relativo ao ensino”. (RICARDO, 2012, p. 124 – destaques do autor)

Ricardo (2012) ainda destaca que o significado do termo *didático* não está explícito em Chevallard (1991). O sentido atribuído aqui foi extraído de outras publicações do autor. Passaremos a descrever a TAD com mais detalhes.

1.1 Detalhando a TAD

1.1.1 Objetos, pessoas e instituições

Os principais conceitos da TAD são Objetos (O), Pessoas (X) e instituições (I). Os objetos (O) são caracterizados como tudo aquilo que estiver na mira de uma atividade humana ou toda obra que é produto de uma ação intencional humana. Os saberes, em geral, podem ser considerados objetos, por exemplo: número, tópico ou conceito (aparelhos celulares, *tablets*, conceito de energia, derivadas, Radiação de Corpo Negro, etc.), até mesmo um sentimento (ansiedade, medo, etc.).

As pessoas (X) são os sujeitos propriamente ditos (um garoto, estudantes, professor, funcionário, etc.) e as instituições (I) são organizações que possuem suas próprias regras, métodos, tecnologias e

ideias, e que impõem estes últimos a qualquer pessoa (X) que seja membro dela (CHEVALLARD, 1989a). Por exemplo, tornar-se cientista é institucionalizar-se, no sentido de que a pessoa submeteu-se a uma determinada instituição (I'), a Comunidade Científica, e passou a aceitar suas condições, ficando de acordo com ela. Nessa teoria, a interação entre as unidades estruturais acima gera o que denominamos de “Relação” entre elas.

1.1.2 Relação Institucional e Relação Pessoal

A Relação Institucional é definida como a relação entre a instituição (I) e o objeto (O). Esta relação é estabelecida quando o objeto (O) é inserido nessa instituição (I), e passa a fazer parte dela. A partir de então, de acordo com Chevallard (1989a), as Relações Institucionais definem o que a instituição (I) faz com um determinado conhecimento, determinam a finalidade deste, bem como a forma como é trabalhado e interpretado, quais aspectos do objeto serão mais enfatizados e priorizados, etc.

Portanto, para Chevallard (1992), nessa abordagem antropológica, um objeto (O) só vai existir, se for definido ou aceito por uma determinada instituição (I). Por exemplo, o tópico Radiação de Corpo Negro é um objeto reconhecido e estabelecido pela instituição social Comunidade Científica. A partir de então, tal instituição pode definir, por exemplo, através de um livro didático, qual o significado desse objeto para ela e quais aspectos do objeto serão enfatizados aos alunos membros da instituição.

Como sabemos que existem diversos materiais didáticos produzidos no mercado, cada qual enfatizando determinado aspecto de um dado saber, é típico da instituição escolher o material que melhor lhe represente. Este livro didático pertencente à instituição social Comunidade Científica acaba por caracterizá-la e torna-se uma manifestação dela. Desta maneira, o livro didático assume também caráter institucional, e nele estarão presentes as “regras do jogo”, ou seja, tarefas, exercícios e técnicas que deverão ser apresentadas aos alunos. Chevallard, Bosch e Gascón (2001) ressaltam que o significado de *tarefa*, entendida como ações dos seres humanos, reflete o sentido antropológico da teoria, logo é planejada e possível de ser realizada, revelando, com isso, o principal objeto de análise da TAD como sendo o *conjunto de tarefas*.

A Relação Pessoal é definida como a relação estabelecida quando um objeto (O) passa a existir dentro da mente individual de uma pessoa (X), o que significa que esta pessoa (X) conhece este objeto (O), e passa a ter uma relação pessoal com ele. Segundo Chevallard (1989), a Relação Pessoal é definida como toda a coleção de conhecimento, habilidades, percepções e intelecto que uma pessoa (X) possui em relação a um determinado objeto (O). Numa visão mais ampla: é toda relação entre o indivíduo e o conhecimento.

O conjunto de Objetos (O) que possuem relação com uma pessoa (X) é denominado de *Universo Cognitivo* da pessoa (X). Estes objetos podem ter relação com diferentes instituições (I), e acabam por definir *Universo Cognitivo* de maneira ampla, no sentido de que este é todo o conhecimento que a pessoa possui do mundo. Por exemplo, os Objetos ($O_1, O_2, O_3, etc.$) de uma determinada pessoa (X) podem ser “tênis”, “skate” “café” ou “teoria da perturbação”. Analisar especificamente uma relação entre determinado objeto (O) e a pessoa (X) é, portanto, entender melhor parte do universo cognitivo desta última.

Nota-se, então, que, para estabelecer a Relação Pessoal de (X) com (O), é necessário que (X) esteja situada socialmente. Isso significa que a relação pessoal se forma sob a influência da instituição (I), da qual a pessoa (X) faz parte ou está diretamente ligada (CHEVALLARD, 1989). Dessa maneira, quando uma pessoa (X) passa a fazer parte de uma instituição (I), sua relação pessoal com um dado objeto (O) irá ser alterada conforme as regras determinadas pela instituição (I), isto é, a partir da relação institucional de (I) com (O). Consequentemente, o Universo Cognitivo da pessoa (X) é modificado ou, caso esta pessoa (X) não possua qualquer tipo de relação com (O), esta relação será criada.

Uma vez estabelecida a Relação Pessoal, (X) passa a adquirir determinado papel dentro da instituição (I), desempenhando determinada função e definindo o que chamamos de *persona*. Como (X) pode fazer parte de diferentes instituições (I), (X) adquire diferentes papéis em cada uma delas, com diferentes características, assumindo uma *persona* diferente em cada instituição (I). Esta *persona* então é o conjunto de relações com vários objetos. E, conclusivamente, a *persona* é alterada se a relação pessoal com determinado objeto (O) alterar-se. A pessoa (X) é o indivíduo invariante, o que muda é a *persona*.

Nessa teoria, a aprendizagem é definida como sendo a alteração na relação pessoal entre (X) e (O). Os mecanismos que estabelecem essas relações pessoais estão ligados às tarefas e atividades que (X) desenvolve em relação a um determinado objeto (O), conforme as regras

da instituição (I). Desta forma, não somente as tarefas, mas também, a maneira de realizá-las, definem “o que aprender” e “como aprender”. Assim, é introduzido o conceito de Praxeologia.

1.2 A Praxeologia

Para realizar atividades e tarefas, a TAD leva em conta dois aspectos complementares da atividade humana: o primeiro é o aspecto funcional, que pode ser analisado por meio da teoria dos momentos didáticos (DIOGO et. al. 2007). O segundo é o aspecto estrutural da atividade. No que diz respeito a este último, Chevallard postula que todas as atividades humanas desempenhadas regularmente podem ser descritas através de um modelo único, que recebe o nome de Praxeologia (CHEVALLARD, 1999). Explicitando melhor, Chevallard, Bosch e Gascón (2001, p. 251) escrevem:

Na atividade matemática, como em qualquer outra atividade, existem duas partes, que não podem viver uma sem a outra. De um lado estão as tarefas e as técnicas e, de outro, as tecnologias e teorias. A primeira parte é o que podemos chamar de “prática”, ou em grego, a práxis. A segunda é composta por elementos que permitem justificar e entender o que é feito, é o âmbito do discurso fundamentado – implícito ou explícito – sobre a prática, que os gregos chamam de logos.

Primeiramente, a praxeologia propõe que as atividades humanas seguem um roteiro para serem realizadas: uma tarefa deve ser cumprida e, para tanto, uma técnica deve ser utilizada. Esta técnica é justificada por uma tecnologia, que por sua vez é fundamentada por uma teoria mais geral. Por exemplo, um estudante de física que cursa a disciplina Estrutura da Matéria 1 e está diante do tópico Radiação de Corpo Negro deverá desempenhar tarefas para que possa criar relação pessoal com este objeto em estudo. Tais tarefas, que podem ser agrupadas em tipos de tarefas, são, na maioria das vezes, encontradas nas provas e testes aplicados durante a disciplina. Para que as tarefas sejam cumpridas, determinadas técnicas serão utilizadas. O que garante a validade da técnica é um discurso fundamentado, uma tecnologia, que justifica o uso de determinada técnica. Esta tecnologia é encontrada no livro-texto da disciplina, e será lida pelo estudante. Ela só possui garantia porque uma teoria mais geral a fundamenta, uma vez que, para adquirir um conhecimento completo de todo o trabalho realizado, é importante que a

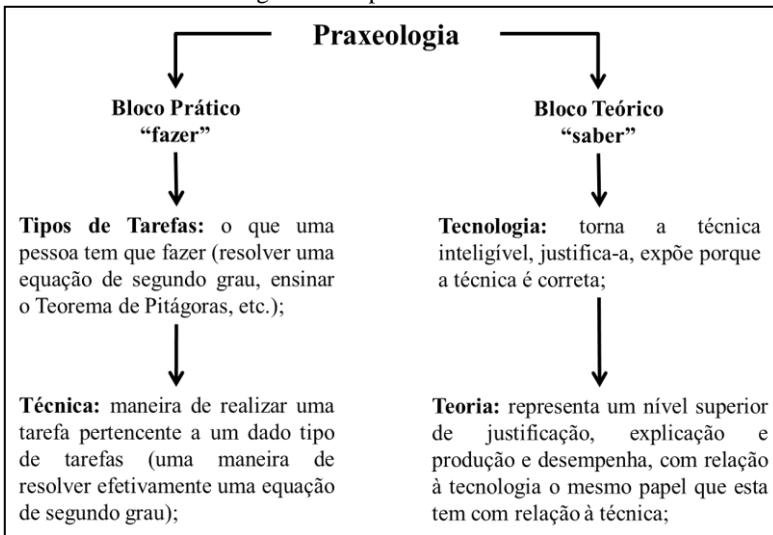
teoria, tecnologia, técnica e tarefa sejam bem compreendidas pelo estudante ou leitor. Um exemplo prático será descrito em detalhes mais adiante.

Um segundo aspecto a ser considerado é que, apesar de a TAD ter sido criada no campo da didática da matemática, tomando como base a citação de Chevallard, Bosch e Gascón (2001, p. 251), podemos estendê-la a outras atividades humanas e áreas do conhecimento, como a física, a química, a biologia, entre outras. Portanto, o fenômeno didático, enquanto atividade humana, também pode ser decomposto em tipos de tarefas, técnicas, tecnologias e teorias.

1.2.1 Os constituintes da praxeologia

A seguir, a figura 1 exemplifica os constituintes básicos da praxeologia.

Figura 1: Esquema que representa os constituintes básicos da praxeologia e resume brevemente seus significados para a TAD.



Fonte: (KURNAZ ; ARSLAN, 2009, p.75)

1.2.1.1 O Bloco prático

Vamos explicar um pouco melhor os constituintes básicos da praxeologia. Designamos tarefas por (t), e estas podem ser agrupadas em determinados tipos de tarefas, designados por (T). Na maioria dos casos, uma tarefa (e um tipo de tarefa associado a ela) se expressa por um verbo: *limpar* o quarto, *interpretar* o texto, *subir* uma escada, *calcular* a intensidade máxima no pico de emissão, etc. Um tipo de tarefa representa um grupo de atividades bastante preciso. *Subir* uma escada é um tipo de tarefa, mas *subir*, simplesmente, não é. Da mesma maneira, *calcular* a intensidade máxima no pico de emissão é um tipo de tarefa, mas *calcular*, simplesmente, é o que se denomina um *gênero* de tarefas, que necessita de um complemento (CHEVALLARD, 1999). Ainda conforme Chevallard (1999), tarefas, tipos de tarefas e gêneros de tarefas são construções institucionais.

Como exemplo, considere o exercício a seguir, conforme Diogo et. al. (2007): *Dois automóveis A e B percorrem a mesma reta no mesmo sentido com velocidades $v_A = 15 \text{ m/s}$ e $v_B = 10 \text{ m/s}$. Num determinado instante, A está 100 m atrás de B. Determine a posição e o instante em que A alcança B.* Este exemplo é uma tarefa (t_1) a ser realizada e ele se enquadra num tipo de tarefa (T_1) bastante direta: determinar a posição e o instante de encontro de dois móveis.

A fim de realizar corretamente as tarefas (t) pertencentes a (T), deve-se determinar uma maneira para tal. Esta maneira recebe o nome de técnica (do grego *tekhnê*, saber fazer), designada por (τ) (CHEVALLARD, 1999). Portanto, a praxeologia possui um bloco prático, o “saber fazer”, onde cada tipo de tarefa (T) possui ao menos uma determinada maneira de ser realizado. Esta determinada maneira não é única, sendo possível priorizar técnicas mais eficientes e superiores que outras para a execução de (T); prioridade que depende fortemente da instituição (I) onde (T) está contido.

Voltando ao nosso exemplo, uma técnica (τ_1) que possibilita realizar tarefas pertencentes ao tipo de tarefa (T_1) pode ser escrita seguindo, respectivamente, as etapas:

- 1) Escrever as funções horárias (posição em função do tempo) dos dois móveis;
- 2) Igualar as funções horárias para determinar o instante do encontro;

- 3) Substituir o valor obtido para o instante do encontro em uma das funções horárias, para obter a posição de encontro.

Esta técnica não é a única que pode ser utilizada. Como escrito em Diogo et. al (2007), outra técnica (τ_2) que permite resolver esse tipo de tarefa (T_1) consiste nas etapas:

- 1) Escrever as funções horárias dos dois móveis;
- 2) Traçar um sistema cartesiano no qual o eixo das ordenadas representa a posição, e o eixo das abscissas, o tempo;
- 3) Construir o gráfico das duas funções horárias;
- 4) Determinar o ponto de interseção das duas retas, obtendo-se a posição e o instante do encontro.

Notemos que cada técnica possui sua diferença, sendo a técnica (τ_1) desenvolvida com ajuda de equações, enquanto a técnica (τ_2) prioriza a construção de gráficos no plano cartesiano. Cada uma exige conhecimentos distintos por parte do aluno que a utiliza, portanto, cada uma pode gerar interpretações diferentes do mesmo problema. Fica claro que a escolha de uma determinada técnica por parte da instituição (I) acaba delimitando o que o aluno vai aprender.

1.2.1.2 O bloco Teórico

A tecnologia, representada por (θ), é o discurso que justifica racionalmente a técnica (τ), mostra o porquê de ela estar correta. A tecnologia compõe o bloco do saber (*logos*), e fica a critério de cada instituição (I) determiná-la. Geralmente, uma instituição (I) adota uma única tecnologia (CHEVALLARD, 1999).

Em nosso exemplo, uma tecnologia possível, a tecnologia (θ_1), que permite justificar e explicar a técnica (τ_1) pode ser descrita, conforme Diogo et. al (2007, p.5), da seguinte maneira:

a função horária da posição em função do tempo, de um objeto que se move em trajetória retilínea com velocidade constante é dada por: $x(t) = x_0 + v.t$, onde: $x(t)$ é a posição do objeto num instante t , em relação à origem do sistema de referência adotado; x_0 é posição inicial do objeto, em relação à origem do sistema de referência adotado; v é a velocidade do móvel. Dois objetos se movendo em uma mesma direção se

encontrarão, ou seja, ocuparão a mesma posição, quando suas funções horárias forem iguais: $x_1(t) = x_2(t)$. Ao se igualar as duas funções determina-se um valor para a variável independente t , que revela o instante do encontro. A posição do encontro é determinada pela substituição do valor encontrado para o instante do encontro em qualquer das funções horárias.

O outro componente do bloco do saber é a teoria, representada por (Θ) . Esta passa a ser um nível superior de justificação-explicação-produção, que adquire, em relação à tecnologia, o papel que esta última tem em relação à técnica. No geral, a teoria possui enunciados teóricos que aparecem frequentemente como “abstratos”, muito diferentes das simples preocupações técnicas ou tecnológicas. Este efeito de abstração possibilita a grande generalidade dos enunciados teóricos e sua capacidade para justificar, para explicar, para produzir (CHEVALLARD, 1999). A teoria Θ_1 que explica e justifica a tecnologia θ_1 é a Mecânica Clássica de Newton, sintetizada nas Leis de Newton, das quais podemos derivar a equação horária da posição de um móvel em movimento retilíneo e uniforme num referencial inercial.

1.3 Os principais elementos da TAD para este trabalho e a praxeologia como possibilidade de pesquisa

Uma instituição é definida pelo conjunto de tarefas, técnicas, tecnologias e teorias que adota, isto é, a sua praxeologia ou conjunto de praxeologias. A princípio, podemos definir a Física Moderna como uma grande instituição (I_1), que possui suas determinadas organizações praxeológicas. Paralelamente, podemos olhar para uma instituição (I_2) diferente, a Disciplina Estrutura da Matéria 1 da UFSC, que tem por característica o ensino daquelas praxeologias de (I_1). A instituição (I_2) teve sua origem na instituição (I_1), a Física moderna, ou mais pontualmente, a Física da Radiação de Corpo Negro, da qual (I_2) foi objeto de transposição.

Neste trabalho de dissertação, os três principais elementos da Teoria Antropológica do Didático são definidos da seguinte forma:

- Instituição (I_2) → Disciplina Estrutura da Matéria 1 da Universidade Federal de Santa Catarina;
- Objeto (O) → Tema Radiação de Corpo Negro;

- Pessoas (X) → Estudantes de Física cursando Estrutura da Matéria 1 da Universidade Federal de Santa Catarina;

Nessa perspectiva, a relação institucional é expressa ou manifesta-se a partir do livro-texto da disciplina, das atividades propostas por ele, das listas de exercícios e, principalmente, das provas de avaliação. Estes são elementos de institucionalização e acabam por definir o que o estudante deve saber com relação ao conteúdo proposto. Essas atividades e a maneira como executá-las constituem as regras e os valores da instituição (I_2), ou seja, são a Relação Institucional entre a instituição Disciplina Estrutura da Matéria 1 da Universidade Federal de Santa Catarina e o objeto Radiação de Corpo Negro.

Uma vez colocado este panorama, é possível identificarmos quais modificações ocorreram na transposição do conjunto de praxeologias da instituição (I_1) Física da Radiação de Corpo Negro, tal qual ocorreu na sua construção histórica, para a instituição (I_2) disciplina Estrutura da Matéria 1. Tais modificações podem ser identificadas através de uma análise epistemológica e didática, nos termos de Chevallard (1991), das praxeologias da instituição (I_2) em comparação com as praxeologias de (I_1). Usando o referencial da TAD, nossa investigação referente às praxeologias de (I_2) é guiada pelas seguintes questões: quais são os tipos de tarefas (T) presentes nas atividades que envolvem o tópico RCN? Elas têm a mesma natureza que os tipos de tarefas (T) referentes a outros conteúdos tradicionais? Quais os componentes do modelo praxeológico são mais enfatizados num livro-texto da disciplina que visa trabalhar RCN?

Como um último comentário, é importante pontuar que, a partir do momento em que um professor, inserido na disciplina Estrutura da Matéria 1 da Universidade Federal de Santa Catarina passa a trabalhar com um livro didático proposto, ele está aceitando quais são as prioridades, métodos e interpretações do objeto RCN propostos pela instituição disciplina. Assim, o sujeito professor é momentaneamente tirado do foco da análise. Indiretamente, estamos penetrando na forte tradição educacional que uma instituição (I) cria ao longo do tempo, o que possibilita uma reflexão crítica acerca desta tradição, e somos levados a questionar acerca da capacidade da instituição disciplina formar professores completos, que trabalham os diferentes pontos de vista da ciência, inclusive a Ruptura entre as Físicas Clássica e Mecânica Quântica. No próximo capítulo, definiremos com clareza o termo “ruptura”.

2. O CONTEXTO DA RUPTURA ENTRE A FÍSICA CLÁSSICA E A MECÂNICA QUÂNTICA

Neste capítulo, desenvolvemos um texto cujos pontos principais caracterizam de forma fidedigna o trabalho de caráter fenomenológico do físico alemão Max Planck (1858 - 1947) e aspectos relevantes da Física Clássica e Mecânica Quântica associados ao fenômeno da Radiação de Corpo Negro (RCN). A construção deste texto e o registro do mesmo dentro desta dissertação tem um papel metodológico importante para a investigação e análise. A análise dentro do referencial da TAD enfatiza as escolhas de técnicas, tecnologias e teorias na praxeologia didática, o que indica que a análise de um dado fenômeno didático não se encerra em si mesma, pois necessita também da contextualização das escolhas e implica situar estas escolhas dentro de finalidades didáticas e pedagógicas. O problema da RCN é um tema associado à construção dos conceitos que levaram à Mecânica Quântica, é um momento onde se toma consciência da necessidade de uma nova física, é um momento, portanto, de ruptura. Usualmente a grande justificativa deste tema se baseia nos argumentos acima. As escolhas praxeológicas deveriam então brindar estes aspectos, e a análise da praxeologia deve também levar isto em conta. O texto escolhido vai ter, assim, um papel metodológico.

Alguns critérios foram utilizados na escolha do texto: o livro de Longair (1986) contextualizou historicamente as perguntas centrais da física da época que envolvem o problema da RCN. O texto desenvolve com a profundidade necessária as várias técnicas, tecnologias e teorias (termodinâmica e eletromagnetismo) empregadas no ataque a estas questões; trata com o devido cuidado histórico as ligações entre problemática de Planck e os problemas de sua época; enfatiza as questões do contexto da ruptura e, numa linguagem moderna, discute de forma didática os conhecimentos necessários para que alunos possam compreender que o problema central reside na compreensão do equilíbrio térmico da radiação em corpos aquecidos e na maneira como a energia é compartilhada diferentemente da esperada em sistemas clássicos. Portanto, o texto não pretende ser a expressão histórica nem a reprodução dos textos científicos que historicamente contribuíram para as conclusões de Planck. Ao invés disso, ele é uma versão já didatizada do momento histórico e dos desenvolvimentos científicos que levaram à conclusão de Planck sobre a existência de uma classe de objetos que não se adequavam ao tratamento clássico. Em resumo, a escolha específica

desse livro-texto justifica-se em função de observarmos nele a presença das características principais que norteiam a nossa análise segundo a TAD: contextualização histórica, exposição clara de todas as técnicas, tecnologias e teorias envolvidas no problema Radiação de Corpo Negro, contextualização da ruptura quântica.

Além disso, o texto é uma espécie de modelo no sentido físico do termo, isto é, ele tem uma idealização do objeto a ser analisado e, como todo modelo, é obviamente uma aproximação que tem como função guiar a investigação sobre o objeto. Portanto, não estamos propondo que o texto de Longair (1986) seja uma proposta didática ideal, e nem que seja o único modelo. Na literatura, outros textos poderiam ser utilizados para a construção deste referencial de análise². Mas consideramos que o conteúdo de Longair (1986) nos dá os instrumentos adequados e suficientes para fazer a análise proposta. Logo, enfatizamos que, metodologicamente, este texto funciona como ferramenta de análise, onde, a partir dele, descrevemos organizações praxeológicas da instituição (I_1) Física da Radiação de Corpo Negro, associadas ao trabalho de Planck e de Rayleigh e Jeans, que dão atenção aos momentos de ruptura na construção do conhecimento científico, criando, assim, critérios, a partir dos quais pudéssemos, depois, realizar uma comparação entre este texto e a análise das praxeologias da instituição (I_2) disciplina Estrutura da Matéria 1.

A RCN é um tópico dentro dos primeiros cursos de Física Moderna que tratam das origens da Mecânica Quântica. A problemática em torno da RCN e suas discrepâncias com as teorias e conhecimento físico da época manifestam as limitações da Física Clássica, e apontam para a necessidade de uma nova teoria, sendo que o problema da RCN é um dos pontos mais significativos na ruptura entre Física Clássica e a Mecânica Quântica. Existe uma classe de fenômenos, estudos, experimentos e evidências espalhadas ao longo de anos que caracterizam em definitivo uma determinada ruptura entre a Física Clássica e a Mecânica Quântica. Sabemos que o trabalho de Planck e a conseqüente quantização da energia não estabelecem de início uma ruptura ou quebra de paradigma na maneira de pensar ou fazer física da época, o que ainda levou anos para a aceitação por parte da comunidade científica e até mesmo do próprio Planck. Vamos utilizar o termo

² Podemos citar como exemplos: artigos originais de Planck; Blackbody Theory and the quantum discontinuity - 1894-1912, de Thomas Khun; Quantum Mechanics - volume1, de Shin'ichiro Tomonaga; Física Atômica, de Max Born, entre outros.

ruptura neste trabalho no sentido de apontar a mudança na maneira de descrever como os sistemas físicos absorvem e emitem energia, ou seja, como a energia destes sistemas varia: num sistema mecânico clássico, a troca de energia ocorre continuamente, enquanto que em sistemas físicos quânticos (átomos e moléculas), a variação de energia ocorre discretamente em porções de energia bem definidas, ou quantas de energia. Este apontamento mistura-se a uma classe de outros fenômenos que caracterizam um momento de ruptura ou contexto de ruptura muito maior e que, para nossos propósitos, não se encontram descritos aqui. Assumimos esta visão de ruptura por ela ser uma das diferenças mais profundas entre a Física Clássica e a Mecânica Quântica e possibilitar uma ampla discussão conceitual em diversas áreas da Física.

Nos cursos e livros didáticos, na apresentação deste tema, este momento de ruptura é enfatizado. Destacamos a seguir pequenos fragmentos introdutórios de alguns livros-textos: Eisberg e Resnick (1994), Longair (1986) e Tipler e Llewellyn (2008):

“[...] as repetidas contradições com as leis clássicas nos mostrará a necessidade da mecânica quântica [...]” (EISBERG; RESNICK, 1994, p. 19).

“[...] esta é uma das passagens mais maravilhosas da história intelectual [...] Nós vamos encontrar um contraste impressionante entre as coisas que podem ser provadas classicamente e aquelas que são necessariamente quânticas em essência.” (LONGAIR, 1986, p. 171 e 172).

“[...] já havia rachaduras vexatórias na fundação do que hoje chamamos de física clássica [...] o fracasso da teoria para explicar o espectro de radiação emitida por um corpo negro e os resultados inexplicáveis da experiência de Michelson-Morley. Na verdade, a ruptura da física clássica ocorreu em diversas áreas [...]” (TIPLER; LLEWELLYN, 2008, p. 2).

Como ficará evidente ao final do capítulo, a escolha das referências na construção do texto amplia sensivelmente a teoria (Θ) por trás de possíveis futuras didatizações do tópico RCN, o que possibilita diversificar tarefas (t) e estabelecer diferentes técnicas (τ) e tecnologias (θ) para executá-las. Com isso, pode-se criar praxeologias que enfatizem os momentos de ruptura na construção do conhecimento científico; auxilie na compreensão dos modelos e idealizações em física; mostrem a natureza do trabalho científico, a importância do debate de

ideias, o fato de uma teoria não nascer “da noite para o dia”; evidenciem a integração das diferentes áreas da física e ajudem na superação da visão ingênua de linearidade da ciência. Conclusivamente, acreditamos que, durante a formação do professor, é importante que ele tenha contato com didatizações desta natureza, contribuindo com uma possível vigilância epistemológica dentro de seus limites. A versão didatizada deste capítulo receberá a nomenclatura de “Contexto da Ruptura”. O Contexto da Ruptura traz o conceito de Corpo Negro segundo a construção cronológica, desde os primeiros pesquisadores a atacarem o problema até os passos de Max Planck para o desenvolvimento de sua teoria e a descoberta da quantização da energia.

2.1 O contexto da Ruptura

2.1.1 O congelamento dos graus de liberdade.

Historicamente, o prelúdio de uma Ruptura surge pela primeira vez com o problema do “congelamento dos graus de liberdade”. Tal problema é de suma importância, pois é onde nos deparamos, pela primeira vez, através dos reflexos dinâmicos da estrutura molecular sobre os calores específicos, uma indicação clara de que a mecânica clássica deixa de ser aplicável no domínio atômico (NUSSENZVEIG, 2002).

Podemos descrever classicamente os gases como minúsculas partículas esféricas idênticas em constante movimento para todas as direções. A descrição detalhada da teoria cinética dos gases pode ser encontrada em Nussenzveig (2002), volume 2, capítulo 11, página 237. A partir de um tratamento estatístico num gás contido dentro de um pistão, é possível concluir que a energia cinética média $\langle \mathfrak{E} \rangle$ de uma molécula desse gás é dada por $\frac{1}{2} m \langle v^2 \rangle$, onde m é a massa da partícula e $\langle v^2 \rangle$ é a média de sua velocidade ao quadrado nas três direções espaciais. Inicialmente, para um modelo simples de um gás monoatômico, a única forma de energia expressa pelo gás seria a energia de translação, ou seja, sua energia cinética. Logo, é possível escrevermos a energia cinética média total do gás de N_0 partículas (1 mol de partículas) como sendo sua energia interna U :

$$\langle \mathfrak{E} \rangle = U = N_0 \frac{1}{2} m \langle v^2 \rangle \quad (2.1)$$

Por outro lado, consideremos a 1ª Lei da Termodinâmica e a 2ª Lei da Termodinâmica:

$$1^{\text{a}} \text{ Lei: } dQ = dU + p \cdot d \quad (2.2)$$

$$2^{\text{a}} \text{ Lei: } dS = \frac{dQ}{T} \quad (2.3)$$

Onde dQ é uma quantidade de calor infinitesimal fornecida ao sistema num processo reversível à temperatura T , dS é uma variação infinitesimal da entropia do sistema, p é a pressão do gás mantida constante e dV é a variação infinitesimal do volume do gás, de tal forma que $p \cdot dV$ é o trabalho realizado pelo gás numa transformação reversível. Para mais detalhes, vide Nussenzveig (2002), volume 2, capítulo 10, páginas 222 e 223.

Essas Leis podem ser combinadas da seguinte maneira:

$$dS = \frac{dU}{T} + \frac{p dV}{T} \quad (2.4)$$

A função entropia S é uma função de estado, o que significa dizer que, para um fluido, cujo estado é definido por qualquer par das variáveis (p , V e T), podemos considerar S como função de qualquer um desses pares: $S = S(p, V)$; $S = S(p, T)$; $S = S(V, T)$. Também consideramos a expressão para a pressão do gás em função da energia interna U , cuja demonstração pode ser encontrada em Nussenzveig (2002), volume 2, capítulo 11, página 244:

$$p = \frac{2}{3} \frac{U}{V} \quad (2.5)$$

Utilizando-se as expressões (2.5) na expressão (2.4):

$$dS = \frac{dU}{T} + \frac{2}{3} \frac{U}{VT} dV \quad (2.6)$$

A energia interna do gás U é função apenas da temperatura T , de tal forma que podemos escrever:

$$U = U(T) \quad (2.7)$$

$$dU = \frac{\partial U}{\partial T} dT \quad (2.8)$$

Assim, utilizando (2.8), reescrevemos (2.6) da seguinte forma:

$$dS = \frac{1}{T} \frac{\partial U}{\partial T} dT + \frac{2}{3} \frac{U}{VT} dV \quad (2.9)$$

Como S é função apenas de (V, T) , também podemos escrever:

$$dS = \left(\frac{\partial S}{\partial V} \right) dV + \left(\frac{\partial S}{\partial T} \right) dT \quad (2.10)$$

Comparando agora a expressão (2.9) com a expressão (2.10), chegamos à conclusão que:

$$\left(\frac{\partial S}{\partial V} \right) = \frac{2}{3} \frac{U(T)}{VT} \quad \text{e} \quad \frac{\partial S}{\partial T} = \frac{1}{T} \frac{\partial U}{\partial T} \quad (2.11)$$

Notemos, em relação à expressão acima que $\frac{\partial S}{\partial T}$ não depende de V . Como as operações de derivação parcial em relação a V e a T são independentes, podemos aplicá-las em qualquer ordem na função S :

$$\frac{\partial}{\partial V} \left(\frac{\partial S}{\partial T} \right) = \frac{\partial}{\partial T} \left(\frac{\partial S}{\partial V} \right) \quad (2.12)$$

Mas, como $\frac{\partial S}{\partial T}$ não depende de V , o lado esquerdo de (2.12) resulta em zero (derivada de uma constante). Portanto, podemos escrever a partir de (2.12) e (2.11):

$$\begin{aligned} 0 &= \frac{\partial}{\partial T} \left(\frac{\partial S}{\partial V} \right) = \frac{\partial}{\partial T} \left(\frac{2}{3} \frac{U(T)}{VT} \right) \\ 0 &= \frac{1}{V} \frac{\partial}{\partial T} \left(\frac{2}{3} \frac{U(T)}{T} \right) \end{aligned} \quad (2.13)$$

Portanto, a expressão entre colchetes representa uma constante. Como $U(T)$, para uma dada temperatura T , tem o mesmo valor para todos os gases, concluímos que essa constante é uma constante universal:

$$\frac{2}{3} \frac{U}{T} = R = \text{constante} \quad (2.14)$$

Escrevendo $U = \frac{3}{2}R \cdot T$ e utilizando (2.1), temos:

$$\frac{1}{2}m\langle v^2 \rangle = \frac{3}{2}kT \quad (2.15)$$

Onde k é a constante de Boltzmann ($k = R/N_0$) e T a temperatura absoluta do gás no recipiente. Esta última expressão fornece uma interpretação microscópica da temperatura absoluta, como medida da energia cinética média de translação das moléculas de um gás ideal.

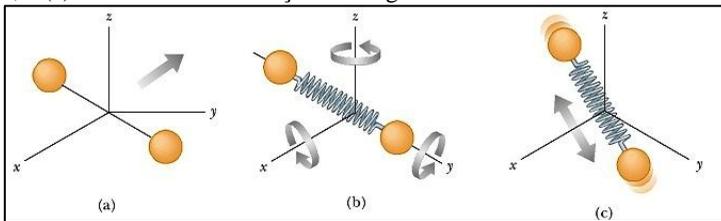
Podemos calcular então a capacidade térmica de um gás ideal monoatômico em volume constante C_V e em pressão constante C_p através das expressões:

$$C_V = \frac{d}{dt}U \quad \text{e} \quad C_p = C_V + R \quad (2.16)$$

Isso resulta em $C_V = \frac{3}{2}R$ e $C_p = \frac{5}{2}R$. Experimentalmente, quando determinados os calores específicos e, conseqüentemente, a capacidade térmica de um gás diatômico, os valores encontrados são maiores que os deduzidos acima, mostrando claramente que, além de energia cinética de translação, deve-se levar em conta outras contribuições à energia das moléculas.

Segundo um teorema fundamental da mecânica estatística clássica, o Teorema da Equipartição de Energia, numa situação de equilíbrio térmico à temperatura T , a energia média associada a cada grau de liberdade é igual a $\frac{1}{2}kT$ por molécula. Por “grau de liberdade” entende-se “maneiras de um sistema utilizar a energia”. Por exemplo, a energia de translação (visto que uma molécula pode transladar pelas 3 coordenadas espaciais) é $\frac{1}{2}kT + \frac{1}{2}kT + \frac{1}{2}kT = \frac{3}{2}kT$, ou seja, a partícula pode ter velocidade (energia cinética) em cada dimensão espacial. Caso a molécula seja diatômica (forma de halter), ela pode rodar em torno de mais dois eixos (exceto seu próprio eixo – partículas pontuais), e a energia de rotação será $\frac{1}{2}kT + \frac{1}{2}kT = kT$. Caso a distância entre os átomos da molécula diatômica se modifique, como presos a uma mola, temos aí mais dois graus de liberdade (um termo cinético e outro potencial), e a energia total da vibração será $\frac{1}{2}kT + \frac{1}{2}kT = kT$.

Figura 2: Possíveis movimentos de uma molécula diatômica: (a) movimento de translação do centro de massa, (b) movimento de rotação ao redor de vários eixos, e (c) movimento de vibração ao longo do eixo molecular.



Fonte: disponível em Kshitij Education India Private Limited.

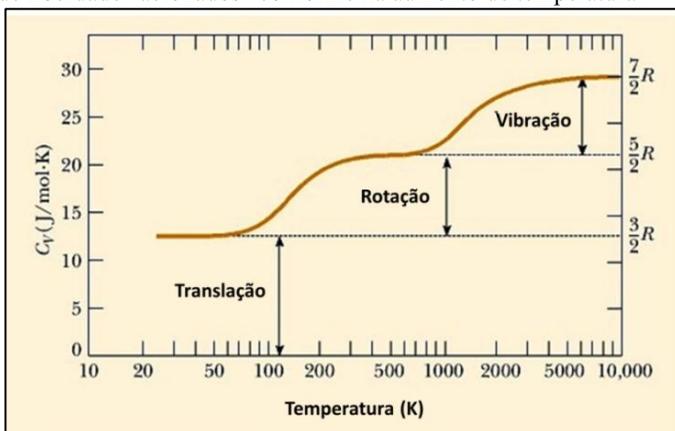
Podemos utilizar estes resultados para calcularmos os calores específicos de moléculas monoatômicas, diatômicas e poliatômicas, uma vez que os calores específicos se relacionam com a energia total do gás e, conseqüentemente, com os graus de liberdade. Segundo a teoria, moléculas monoatômicas deveriam apresentar $C_V = \frac{3}{2}R$ e $C_P = \frac{5}{2}R$. Moléculas diatômicas rígidas, que transladam e giram como halteres, deveriam apresentar $C_V = \frac{5}{2}R$ e $C_P = \frac{7}{2}R$, moléculas diatômicas com vibração $C_V = \frac{7}{2}R$ e $C_P = \frac{9}{2}R$, e moléculas poliatômicas $C_V \geq 3R$ e $C_P \geq 4R$. Para sólidos, cujo modelo do arranjo atômico assume átomos presos a uma rede cristalina ocupando posições bem definidas, a energia térmica estaria associada a pequenas vibrações dessas partículas em torno da posição de equilíbrio. Como há 3 direções independentes de oscilação para cada partícula, teríamos $3kT$ de energia total de vibração, o que ocasionaria $C_V = 3R$ (Lei de Dulong e Petit).

Deveríamos esperar que uma mínima variação de temperatura, ou seja, o mínimo aumento de energia fosse distribuído igualmente para todos os graus de liberdade do sistema, o que ocasionaria valores de C_V e C_P constantes para qualquer temperatura, e todos os graus de liberdade estariam contribuindo e absorvendo igualmente a energia fornecida. Portanto, segundo o Teorema da Equipartição e as leis clássicas, a taxa de variação da energia de um corpo com a temperatura deveria ser uma constante, dependendo apenas do número de graus de liberdade.

No entanto, na faixa de baixas energias, ou seja, na região de temperaturas muito baixas, o que se observa é que, conforme aumentamos a temperatura, somente alguns graus de liberdade são acionados, isto é, recebem energia. Os demais permanecem “congelados”, e passam a se manifestar a partir de uma temperatura

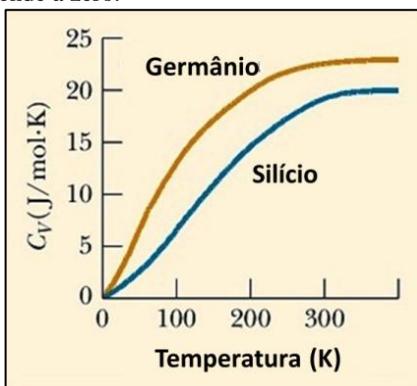
maior. Fica evidente que a maneira como o sistema absorve energia do meio não obedece à descrição clássica.

Figura 3: Gráfico do calor específico molar do hidrogênio em função da temperatura. A escala horizontal é logarítmica e o gráfico mostra claramente os graus de liberdade “acionados” conforme há aumento de temperatura.



Fonte: (KITTEL, 2006).

Figura 4: Gráfico do calor específico molar do Silício e Germânio (sólidos) em função da temperatura. Pela lei de Dulong-Petit, deveríamos esperar um valor constante para o calor específico, mas observamos que, em baixas temperaturas, o calor específico tende a zero.



Fonte: (KITTEL, 2006).

Maxwell foi provavelmente o primeiro a perceber este problema; numa conferência que deu em 1869, referindo-se a ele nesses

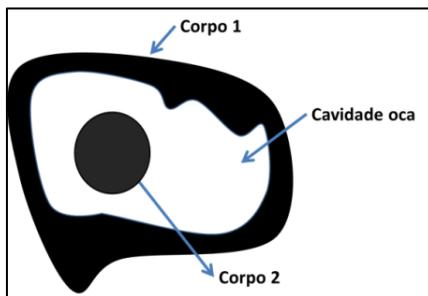
termos: “Apresentei-lhes agora o que considero a maior dificuldade até hoje encontrada pela teoria molecular” (NUSSENZVEIG, 2002). A explicação deste fenômeno só veio a ser fornecida pela mecânica quântica, mais precisamente, quantização da energia e os trabalhos de Planck. O problema com os graus de liberdade internos das moléculas (vibração e rotação) indica que os corpos absorvem energia de maneira diferente da apreendida pela física clássica, apontando para uma anomalia. Este episódio é a primeira evidência clara de que a mecânica clássica não consegue explicar fenômenos de natureza microscópica.

2.1.2 O corpo Negro de Kirchhoff

O estudo da Radiação de Corpo Negro teve origem com os trabalhos de Gustav Kirchhoff (1824 – 1887). Amparado pelas leis da Termodinâmica, Kirchhoff formula uma lei que relaciona a emissão e absorção de radiação por corpos em geral e, no inverno de 1859 e 1860, anuncia resultados importantes (KUHN, 1978). Aqui será descrita uma linha de raciocínio que nos leva às conclusões de Kirchhoff. Apesar de ele ter interpretado a energia irradiada e absorvida por um corpo na forma de ondas de calor, conceito não mais aceito hoje, ele as trata com características semelhantes à luz, o que faz seus resultados concordarem, depois de 30 anos de suas publicações, com os resultados de Maxwell e Hertz.

Imagine o corpo extenso (1) que possui uma cavidade em seu interior mantido a certa temperatura T . Colocamos então um corpo (2) com temperatura diferente de T no interior dessa cavidade, conforme figura 5.

Figura 5: Representação de um corpo (2) no interior da cavidade oca de um corpo (1).



Fonte: arte do autor

Este corpo (2) irá absorver a energia originada da radiação no interior da cavidade e irá se aquecer até alcançar uma temperatura de equilíbrio. Em equilíbrio, o corpo deve continuar absorvendo energia da radiação incidente, mas também deverá emitir radiação no mesmo passo, pois só assim ele se manterá em equilíbrio, isto é, com a mesma temperatura. Se o corpo (2) estiver a uma temperatura maior, ele irradia mais energia que absorve. Logo, ambos os corpos (1) e (2), na mesma temperatura T , emitem energia na mesma taxa que absorvem. Baseado na Termodinâmica, caso não haja influência externa, o equilíbrio será mantido.

O corpo (2) no interior da cavidade está imerso na radiação da cavidade. Esta radiação tem sua energia distribuída pelas ondas eletromagnéticas de várias frequências e intensidades. Portanto, sobre o corpo (2) incide um fluxo de energia por unidade de área que é função dos diferentes comprimentos de onda λ e da temperatura T , dado por $I(\lambda, T)$. Para um corpo qualquer, uma fração α da energia é absorvida, parte pode ser refletida e/ou transmitida sem ceder energia para o corpo. O corpo por sua vez, na medida em que aquece, emite radiação térmica. Por outro lado, quando este corpo alcançar o equilíbrio térmico, ele deverá emitir tanta radiação quanto a que ele absorve. Se definirmos o fluxo de energia emitida como ε , o equilíbrio entre emissão e absorção deve se estabelecer para cada componente da luz, isto é, para cada frequência ν . Portanto, podemos escrever $\varepsilon = \alpha \cdot I(\lambda, T)$.

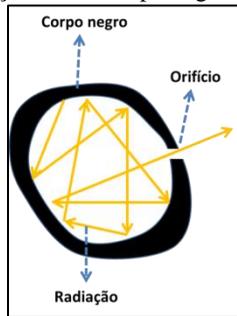
Se supusermos que outro corpo (3) feito de outro material está agora imerso na cavidade no lugar do corpo (2) e absorve mais devido às características de sua composição química, ele conseqüentemente tem que emitir mais para que se estabeleça o equilíbrio. Portanto, a razão entre emissão e absorção de energia por um corpo não pode depender das características do material que o compõe, somente da temperatura em que se encontra, caso queiramos obedecer à Segunda Lei da Termodinâmica. Assim, para dois corpos 1 e 2 quaisquer, temos sempre:

$$\frac{\varepsilon_1}{\alpha_1} = \frac{\varepsilon_2}{\alpha_2} = I(\lambda, T) \quad (2.17)$$

Isso mostra que a função $I(\lambda, T)$ vale para qualquer material e é portanto universal. Para o caso em que um corpo é perfeitamente negro, ou seja, absorve toda radiação que nele incide, teremos $\alpha = 1$, e a emissão do corpo tomará a forma da função $I(\lambda, T)$. Portanto, esta

função universal descreve como a Intensidade se distribui para cada comprimento de onda, isto é, $I(\lambda, T)$ dá a distribuição da energia por comprimento de onda, ou a Intensidade por comprimento de onda, numa dada temperatura, que é emitida por um corpo negro. É importante observar que um corpo negro é também, quando em equilíbrio térmico, um emissor perfeito. Kirchhoff também notou que, se um corpo negro possui uma cavidade com um pequeno orifício que se comunica com o meio externo, a intensidade da radiação que sai por este buraco pode ser observada e pode-se, assim, obter experimentalmente a função $I(\lambda, T)$ no equilíbrio. Esta radiação deve ter a forma da distribuição de corpo negro.

Figura 6: corpo negro cuja cavidade se comunica com o meio externo por um orifício minúsculo que deixa escapar a radiação da cavidade. Esta radiação deve possuir a forma da distribuição de um corpo negro.



Fonte: arte do autor

Portanto, Kirchhoff deu aos físicos um objeto hipotético (corpo negro) e um experimento hipotético (irradiador de cavidade) que pode ser usado para estudar o espectro de emissão de um corpo negro. Ele também notou que uma descrição matemática completa deste espectro deveria guiar a um entendimento profundo sobre o equilíbrio termodinâmico da radiação.

2.1.3 A Lei de Stefan-Boltzmann

O primeiro passo para o entendimento da radiação emitida por um objeto ao ser aquecido surge dos trabalhos de Joseph Stefan (1835 - 1893), com a lei empírica de Stefan, de 1879. Esta lei diz que a densidade de energia total emitida por um objeto a cada segundo é proporcional à temperatura elevada à quarta potência:

$$-\frac{dE}{dt} = \textit{energia total irradiada por segundo} \propto T^4 \quad (2.18)$$

Em 1884, Ludwig Eduard Boltzmann (1844 - 1906) deduz a mesma expressão através de considerações da termodinâmica clássica. Em seu modelo, um recipiente de volume V que possui uma parede móvel na forma de pistão é preenchido por radiação eletromagnética. Este “gás” de radiação, mantido à pressão constante p , recebe uma quantidade de calor dQ do ambiente, sofrendo uma variação de energia interna dU e expandindo de um volume dV . Conforme a 1ª Lei da Termodinâmica:

$$dQ = dU + p \cdot dV \quad (2.19)$$

Rearranjando esta expressão para introduzirmos a variação da entropia $dS = \frac{dQ}{T}$, temos:

$$TdS = dU + p \cdot dV \quad (2.20)$$

Dividindo ambos os lados de (2.20) por dV , temos:

$$T \left(\frac{\partial S}{\partial V} \right)_T = \left(\frac{\partial U}{\partial V} \right)_T + p \quad (2.21)$$

Consideremos também uma das Relações de Maxwell (o leitor mais interessado pode encontrar em Longair (1986), páginas 149 e 150, a dedução desta relação):

$$\left(\frac{\partial p}{\partial T} \right)_V = \left(\frac{\partial S}{\partial V} \right)_T \quad (2.22)$$

Com isso, podemos escrever a equação que relaciona a pressão p do “gás” eletromagnético à temperatura T contido no volume V com a energia interna U (equação de estado do “gás” eletromagnético) substituindo (2.22) em (2.21):

$$T \left(\frac{\partial p}{\partial T} \right)_V = \left(\frac{\partial U}{\partial V} \right)_T + p \quad (2.23)$$

Boltzmann pode relacionar a pressão que a radiação causa ao chocar-se com as paredes de um recipiente à energia total dessa radiação. Esta relação é deduzida a partir das equações de Maxwell quando partimos do modelo de uma caixa quadrada cujas paredes internas refletem a radiação. Ao ser refletida, esta radiação “empurra” as paredes, o que causa o efeito de pressão. Esta passagem é feita em detalhes em Longair (1986), página 175 até 182, e pode-se mostrar que a soma das densidades de energia ϵ_0 das ondas refletidas e incidentes unidimensionais entre duas placas condutoras, isto é, a densidade de energia total da radiação, é igual à pressão exercida na parede:

$$p = \epsilon_0 \quad (2.24)$$

Expressão válida para o caso unidimensional (uma onda que se propaga em x). No caso tridimensional, cada coordenada recebe ϵ_0 de energia. A pressão total então é $\epsilon = 3\epsilon_0$, e, ao longo de x , temos:

$$p = \frac{1}{3}\epsilon \quad (2.25)$$

Note que, para esta dedução, utilizamos argumentos do eletromagnetismo e termodinâmica clássicos. Utilizando $U = \epsilon V$ e (2.25) na expressão de Boltzmann (2.23), encontramos:

$$T \left(\frac{\partial \left(\frac{1\epsilon}{3} \right)}{\partial T} \right)_V = \left(\frac{\partial (\epsilon V)}{\partial V} \right)_T + \frac{1}{3}\epsilon \quad (2.26)$$

Precisamos resolver esta equação a fim de determinar $\epsilon(T)$. Podemos rearranjar (2.26) da seguinte maneira:

$$\frac{1}{3}T \left(\frac{\partial \epsilon}{\partial T} \right)_V = \left(\frac{\partial (\epsilon V)}{\partial V} \right)_T + \frac{1}{3}\epsilon \quad (2.27)$$

$$\frac{1}{3}T \left(\frac{\partial \epsilon}{\partial T} \right)_V = \epsilon \left(\frac{\partial V}{\partial V} \right)_T + \frac{1}{3}\epsilon \quad (2.28)$$

$$\frac{1}{3}T \left(\frac{\partial \epsilon}{\partial T} \right)_V = \epsilon + \frac{1}{3}\epsilon \quad (2.29)$$

$$\frac{1}{3}T \left(\frac{\partial \epsilon}{\partial T} \right)_V = \frac{4}{3}\epsilon \quad (2.30)$$

$$\frac{1}{3}T \left(\frac{\partial \epsilon}{\partial T} \right)_V = \frac{4}{3}\epsilon \quad (2.31)$$

$$\frac{d\epsilon}{\epsilon} = 4 \frac{dT}{T} \quad (2.32)$$

Quando resolvida, chegamos à relação:

$$\ln(\epsilon) = 4. \ln(T) \quad (2.33)$$

$$\epsilon \propto T^4 \quad (2.34)$$

Esta lei foi vista com pouca credibilidade até 1897, quando experimentos cuidadosos corroboraram sua validade (LONGAIR, 1986). Mesmo assim, até este ponto, o espectro de emissão do corpo negro não era inteiramente conhecido. Uma expressão que descrevesse qual a densidade de energia do espectro em função dos comprimentos de onda da luz emitida pelo corpo aquecido, $I(\lambda, T)$, ainda não era conhecida. É de se pensar que os argumentos termodinâmicos e eletromagnéticos permitem descrever perfeitamente essa função, uma vez que Boltzmann obteve sucesso em sua análise baseado nessas duas áreas da física. Wilhelm Wien também utilizará de argumentos termodinâmicos e eletromagnéticos clássicos na tentativa de encontrar uma função que relacione a energia irradiada pelo corpo negro para cada frequência de radiação emitida.

2.1.4 Lei de Deslocamento de Wien

O trabalho de Wilhelm Carl Werner Otto Fritz Franz Wien (1864 - 1928) foi publicado em 1894, e assume papel crucial no desenvolvimento da teoria do corpo negro. Como dito anteriormente, Wien mistura eletromagnetismo e termodinâmica para atingir seus resultados. Ele ataca o problema inicialmente, imaginando o que acontece com um gás de radiação se ele for expandido adiabaticamente dentro de uma cavidade esférica de raio r . A expansão adiabática sugere que não está havendo trocas de calor com o meio externo, logo a temperatura da cavidade e, conseqüentemente a temperatura da radiação, permanecem em equilíbrio termodinâmico à temperatura T .

Utilizando a equação de estado de Boltzmann (2.23), agora com $dQ = 0$, e a lei de Stefan-Boltzmann, concluímos que a temperatura do gás é inversamente proporcional ao raio: quanto maior o raio da

cavidade, menor a temperatura do gás de radiação. O leitor mais interessado pode encontrar essa discussão mais detalhada em Longair (1986), páginas 182 e 183. A consideração anterior é possível se assumimos uma cavidade que expande muito pouco:

$$T \propto r^{-1} \quad (2.35)$$

O que Wien faz em seguida é buscar uma relação entre o comprimento de onda da radiação e o raio da cavidade. Com isso, é possível relacionar o comprimento de onda com a temperatura a partir da relação (2.35). Se imaginarmos a radiação incidindo sobre um espelho plano que se afasta com determinada velocidade, conseguimos extrair uma relação da mudança do comprimento de onda da luz incidente e refletida após várias reflexões em função da velocidade de afastamento. Imaginando agora uma cavidade esférica de raio r que expande para $r + dr$ muito lentamente, Wien consegue a relação:

$$\lambda \propto r \quad (2.36)$$

Novamente, optamos por não demonstrar a dedução rigorosa. Esta se encontra em Longair (1986), página 183 até 187. Comparando (2.35) com (2.36), concluímos que:

$$T \propto \frac{1}{\lambda} \quad \text{ou} \quad T\lambda = \text{constante} \quad (2.37)$$

Este é um dos aspectos da Lei de Deslocamento de Wien. O que essa lei mostra é que o comprimento de onda da radiação é “deslocado” conforme a temperatura da cavidade é alterada, o que é perfeitamente observado na prática.

2.1.5 O espectro de radiação do corpo negro de Wien

Wien foi além e, a partir da lei de Stefan-Boltzmann e desta última relação (2.37) entre o comprimento de onda e a temperatura da cavidade, obteve informações sobre a forma que a radiação no interior da cavidade deve assumir (LONGAIR, 1986). Primeiramente, Wien nota que, quando aprisionamos radiação numa cavidade, todo o sistema deve atingir uma temperatura de equilíbrio, uma vez que a radiação está sendo refletida nas paredes e sendo emitida por elas. Se esperarmos tempo suficiente para o equilíbrio, o que teremos é o próprio espectro de

radiação do corpo negro. Tal espectro isotrópico é caracterizado somente pela temperatura da cavidade e pelo comprimento de onda da radiação que ela emite e absorve.

A segunda característica a ser notada é o fato de que, se o sistema transita entre a temperatura T_1 e T_2 em expansão quase-estática, ou seja, muito vagarosamente, a radiação deve estar em equilíbrio com a cavidade a cada pequena variação da temperatura durante a expansão. Logo, o espectro da radiação toma forma do espectro do corpo negro durante toda a expansão, e tem uma íntima relação com a temperatura da cavidade.

Então, para cada aumento do volume, teremos uma temperatura e um conjunto de comprimentos de onda. Consideremos uma porção de radiação entre os comprimentos de onda λ_1 e $\lambda_1 + d\lambda_1$. A densidade de energia contida nessa porção de radiação será $\epsilon = u(\lambda_1)d\lambda_1$. Pela lei de Stefan-Boltzmann (2.34), essa quantidade de energia é proporcional à T^4 . Se considerarmos dois estados diferentes (1) e (2) para a cavidade, podemos escrever a relação abaixo:

$$\frac{u(\lambda_1)d\lambda_1}{u(\lambda_2)d\lambda_2} = \left(\frac{T_1}{T_2}\right)^4 \quad (2.38)$$

Mas, como $T\lambda = \text{constante}$, teremos $T_1\lambda_1 = T_2\lambda_2$, e podemos escrever $d\lambda_1 = (T_2/T_1)d\lambda_2$. Substituindo na equação (2.38), teremos:

$$\frac{u(\lambda_1)}{T_1^5} = \frac{u(\lambda_2)}{T_2^5} \quad (2.39)$$

Conclusivamente:

$$\frac{u(\lambda)}{T^5} = \text{cte} \quad (2.40)$$

Usando (2.37) novamente, podemos escrever:

$$\frac{u(\lambda)}{\lambda^{-5}} = \text{cte} \quad (2.41)$$

Perceba que $u(\lambda)$ é a densidade de energia em função do comprimento de onda. Este espectro de radiação é a equação que queremos. Como sabemos, através dos argumentos acima, que o espectro de radiação deve depender somente da temperatura e do comprimento de onda, e que a única combinação entre T e λ constante é

o produto entre eles, para que a relação $\frac{u(\lambda)}{\lambda^{-5}}$ seja constante, ela deve ser igual a uma função que envolva o produto $T\lambda$. Assim:

$$u(\lambda) = (\lambda^{-5}) \cdot f(\lambda T) \quad (2.42)$$

Quando escrito em termos da frequência, temos:

$$u(v)dv = v^3 f\left(\frac{v}{T}\right) dv \quad (2.43)$$

onde $u(v)$ é a densidade de energia por intervalo de frequência da onda eletromagnética. Agora, o problema limita-se em encontrar a função $f\left(\frac{v}{T}\right)$. Wien alcança este resultado a partir de considerações essencialmente termodinâmicas. Estes resultados, publicados em 1894, eram resultados de ponta quando Planck se interessa pela primeira vez pela questão do corpo negro (LONGAIR, 1986).

Wien ainda arriscou uma função para $f\left(\frac{v}{T}\right)$ segundo sua teoria de corpo negro. Para ele, a forma da função de distribuição de energia assemelhava-se à distribuição de Maxwell para velocidades de moléculas de um gás. Segundo Studart (2000, p.526), Wien argumentou que:

“o número de moléculas é proporcional a $e^{\frac{-mv^2}{kT}}$ – expressão que deveria ser válida também para moléculas no sólido – e ‘uma visão atualmente aceita é que as cargas elétricas das moléculas podem excitar ondas eletromagnéticas...[e] como o comprimento de onda λ da radiação emitida por uma dada molécula é uma função de v , v também é uma função de λ .’”

Publicada em 1896, a proposta era coerente com os dados experimentais daquele ano: esta função deveria tender para zero no limite de altas frequências e possuir um valor finito para baixas frequências, de tal forma que a intensidade é zero quando a frequência é zero. Ele então propõe uma expressão para sua Lei de Distribuição que pode ser escrita da seguinte maneira:

$$u(v)dv = \frac{8\pi}{c^3} v^3 \alpha e^{-\frac{\beta v}{T}} dv \quad (2.44)$$

$$f\left(\frac{v}{T}\right) = \frac{8\pi\alpha}{c^3} e^{-\frac{\beta v}{T}} \quad (2.45)$$

onde α e β são constantes (WIEN, 1897).

2.1.6 Planck no início da carreira

Planck inicia a carreira universitária assistindo às aulas de Kirchhoff e Hermann von Helmholtz (1821 – 1894), que, segundo ele mesmo, não eram bons professores, apesar de físicos excepcionais. Planck se interessa pela Segunda Lei da Termodinâmica e suas aplicações, além dos trabalhos de Rudolf Clausius (1822 - 1888), que o estimulam a escrever uma dissertação nesta área. Após a morte de Kirchhoff, Planck assume sua cadeira na Universidade de Berlim em 1889. Ele tem contato com o fenômeno do corpo negro a partir da publicação de Wien, em 1894, e começa a tratar o assunto (LONGAIR, 1986).

É importante mencionar que Planck tem resultados originais em Termodinâmica: escreveu um livro sobre o assunto e um dos princípios da Termodinâmica recebe seu nome (princípio de Kelvin-Planck). Portanto, sua ênfase para analisar a Radiação de Corpo Negro é na Termodinâmica. Esta é uma abordagem diferente da abordagem estatística de Boltzmann, que havia deduzido a Segunda Lei da Termodinâmica a partir de considerações estatísticas, e mostrado, em termos de probabilidade, que um sistema isolado possui grande chance de aumentar a entropia, mas uma chance pequena, porém finita, de que ela decresça. Planck e seus estudantes publicaram artigos criticando alguns passos da abordagem de Boltzmann.

O primeiro grande passo de Planck foi tratar as paredes da cavidade do corpo negro como osciladores que interagem com a radiação. Esses osciladores nada mais são do que cargas elétricas da parede da cavidade, as quais, ao oscilarem, produzem ondas eletromagnéticas que se espalham pela cavidade. Dado um tempo suficientemente grande, os osciladores e a radiação entrariam em equilíbrio. Desta forma, o Eletromagnetismo de Maxwell também é pressuposto válido obrigatório para o desenvolvimento da teoria. Segundo esta teoria, uma carga elétrica acelerada emite radiação conforme a equação:

$$\left(-\frac{dE}{dt}\right)_{radial} = \frac{q^2|a|^2}{6\pi\epsilon_0 c^3} \quad (2.46)$$

A dedução da (2.46) pode ser encontrada em Caruso (2006), capítulo 5 - seção 5.6.7 e capítulo 10 - seção 10.2.2. Notemos que, de (2.46), a taxa de radiação total emitida é conhecida e depende da carga do elétron ao quadrado e da aceleração dele ao quadrado.

O próximo passo de Planck foi analisar a dinâmica de um oscilador harmônico e agora amortecido. A conclusão a seguir é demonstrada em detalhes em Longair (1996), página 194 até 196. É possível escrever a taxa de emissão de energia do oscilador em termos da constante de amortecimento γ e da energia média E do oscilador:

$$\left(-\frac{dE}{dt}\right) = 3 \cdot \gamma \cdot E \quad (2.47)$$

As polarizações do campo eletromagnético imprimem um fator 3 à equação (2.47). Durante o desenvolvimento de (2.47), Planck consegue mostrar que não há energia dissipada na forma de calor, somente na forma de radiação. Também, percebe-se que uma possível constante de amortecimento dependeria somente de constantes fundamentais, diferentemente se tratássemos as perdas de energia através de calor, o que resultaria em amortecimento dependente do material, o que não iria condizer com a lei de Kirchhoff.

O próximo passo é tratar o elétron como oscilador amortecido e forçado, excitado por uma radiação externa advinda da cavidade. Como o trabalho realizado pelo campo elétrico incidente é suficiente para suprir as perdas de energia por segundo do oscilador, o sistema mantém-se em equilíbrio, ou seja, os osciladores permanecem em equilíbrio térmico com a radiação da cavidade. Portanto, esta condição de equilíbrio térmico nos permite afirmar que a radiação emitida que preenche a cavidade e escapa em pequena quantidade para o exterior toma a forma de uma distribuição de corpo negro.

Consideremos uma carga elétrica que oscila com frequência natural ω_0 a partir de uma amplitude inicial x_0 . A equação do oscilador harmônico amortecido é dada por:

$$m\ddot{x} + m\gamma\dot{x} + kx = 0 \quad (2.48)$$

Tal equação pode ser reescrita como:

$$\ddot{x} + \gamma\dot{x} + \omega_0^2 x = 0 \quad (2.49)$$

onde $\omega_0^2 = \frac{k}{m}$. Se uma onda eletromagnética incide sobre o oscilador, a energia pode ser transferida para ele, e então é possível escrever no lado direito da equação (2.49) um termo referente à força elétrica:

$$\ddot{x} + \gamma\dot{x} + \omega_0^2 x = \frac{F}{m} \quad (2.50)$$

Consideremos uma força externa do tipo $F = eE_0 e^{i\omega t}$, onde ω é a frequência de oscilação do campo elétrico externo, E_0 é a amplitude de oscilação deste campo elétrico e e é a carga elétrica. Como solução geral de (2.50), podemos adotar $x = x_0 e^{i\omega t}$, e substituir em (2.50) para encontrarmos:

$$x_0 = \frac{eE_0}{m(\omega_0^2 - \omega^2 + i\gamma\omega)} \quad (2.51)$$

Esta expressão (2.51) possui um fator complexo no denominador. Estamos interessados em encontrar uma expressão para a aceleração da carga elétrica para utilizarmos na equação (2.46). Como havíamos assumido que $x = x_0 e^{-i\omega_0 t}$, tomando a parte real deste número, temos:

$$x = x_0 \cos(\omega_0 t) \quad (2.52)$$

Assim, a aceleração pode ser dada por:

$$a = \frac{d^2 x}{dt^2} = -\omega_0^2 \cdot x \quad (2.53)$$

Dessas duas últimas expressões:

$$a = -\omega_0^2 \cdot x_0 \cos(\omega_0 t) \quad (2.54)$$

Mas, como em (2.46) aparece o módulo da aceleração ao quadrado, devemos trabalhar com o módulo ao quadrado da expressão da amplitude x_0 , para depois substituímos o resultado em (2.54). Calcular o módulo ao quadrado de um número complexo é multiplicarmos este número por seu complexo conjugado:

$$|x_0|^2 = x_0 \cdot x_0^*$$

$$|x_0|^2 = \left(\frac{eE_0}{m(\omega_0^2 - \omega^2 + i\gamma\omega)} \right) \cdot \left(\frac{eE_0}{m(\omega_0^2 - \omega^2 - i\gamma\omega)} \right)$$

O que resulta em:

$$|x_0|^2 = \frac{e^2 E_0^2}{m^2 [(\omega_0^2 - \omega^2)^2 + \gamma^2 \omega^2]} \quad (2.55)$$

Por fim, se introduzirmos (2.54) em (2.46), temos:

$$\left(-\frac{dE}{dt} \right)_{radial} = \frac{\omega_0^2 e^2 x_0^2}{6\pi\epsilon_0 c^3} \cos^2(\omega_0 t) \quad (2.56)$$

Introduzindo-se (2.55) em (2.56), temos:

$$\left(-\frac{dE}{dt} \right)_{radial} = \frac{\omega^4 e^4 E_0^2 \cos^2(\omega t)}{6\pi\epsilon_0 c^3 m^2 [(\omega_0^2 - \omega^2)^2 + \gamma^2 \omega^2]} \quad (2.57)$$

Os próximos passos estão desenvolvidos em detalhes em Longair (1986), páginas 197 e 198: inicialmente a média temporal da expressão (2.57) é extraída para que seja eliminado o termo quadrático do cosseno. Em seguida, na expressão resultante, deve-se substituir a amplitude do campo elétrico pela soma de todas as amplitudes das ondas que atingem as paredes da cavidade. Mas, esta soma ainda pode ser substituída por toda a intensidade incidente $I(\omega)$ contida num intervalo $d\omega$ de frequência. Se considerarmos que a intensidade incidente varia lentamente em comparação com a resposta do oscilador e possui o valor constante de $I(\omega_0)$, encontraremos:

$$\left(-\frac{dE}{dt} \right) = \frac{\omega_0^2 4\pi^2 r_e^2}{3\gamma} I(\omega_0) \quad (2.58)$$

Onde r_e é o raio clássico do elétron dado por $r_e = e^2 / 4\pi\epsilon_0 m_e c^2$. A expressão (2.58) é a taxa de perda de radiação de um elétron oscilante. Agora, podemos igualar (2.58) à taxa de emissão de energia do oscilador (2.47):

$$\frac{\omega_0^2 4\pi^2 r_e^2}{3\gamma} I(\omega_0) = 3\gamma E \quad (2.59)$$

Rearranjando a equação:

$$u(\omega_0) = \frac{I(\omega_0)}{c} = \frac{\omega_0^2}{\pi^2 c^3} E \quad (2.60)$$

onde $u(\omega_0)$ é a densidade de energia numa dada frequência ω_0 . Como esta equação é válida para qualquer frequência, podemos utilizar $2\pi\nu = \omega$ para encontrarmos:

$$u(\nu) = \frac{8\pi\nu^2}{c^3} E \quad (2.61)$$

A equação (2.61) surpreende, pois não possui informação sobre os argumentos eletrodinâmicos utilizados inicialmente por Planck nem as características específicas do modelo de elétron como oscilador harmônico, como por exemplo, sua massa ou carga elétrica! Planck atinge esses resultados e os publica em junho de 1899. Basta agora encontrar a relação da energia cinética média E do oscilador com a temperatura e a frequência.

2.1.7 Como Planck Chegou no espectro de radiação do corpo negro

De acordo com a teoria clássica e como visto na sessão 2.1.1 desta dissertação, no equilíbrio termodinâmico, cada grau de liberdade de um sistema recebe $\frac{1}{2}kT$ de energia, e por isso, a energia média do oscilador é kT , devido aos graus de liberdade associados a x^2 e \dot{x}^2 . A resposta então seria:

$$u(\nu) = \frac{8\pi\nu^2}{c^3} kT \quad (2.62)$$

Esta é a conhecida expressão de Rayleigh-Jeans para baixas frequências, que será discutida em breve. Mas, Planck não procedeu dessa forma. Para ele, analisar a energia ou qualquer sistema físico do ponto de vista estatístico não era adequado, uma vez que, em meados de 1899, não era clara qual a abordagem correta era a abordagem através da equipartição de energia (basta lembrar que a abordagem estatística de Maxwell para calcular os calores específicos das substâncias não gerava resultados satisfatórios – “congelamento dos graus de liberdade”).

Diferentemente dos demais físicos, Planck suspeitava que deveria encontrar relações fundamentais se entendesse como a entropia

do sistema estava relacionada com a energia da cavidade (LONGAIR, 1986). A expressão de variação de entropia que ele encontra para um oscilador que recebe uma variação de energia ΔE é:

$$\Delta S = \Delta E dE \frac{3}{5} \frac{\partial S^2}{\partial E^2} \quad (2.63)$$

Desta equação (2.63), a variação da entropia ocorre quando a energia do oscilador varia uma quantidade dE . Assim, se ΔE e dE tem sinais opostos, e o sistema tende a retornar à posição de equilíbrio, isto é, variação de entropia positiva, podemos concluir que a função $\frac{\partial S^2}{\partial E^2}$ deve necessariamente assumir valor negativo. Um valor negativo para a função $\frac{\partial S^2}{\partial E^2}$ indica que deve haver um máximo de entropia e, portanto, se ΔE e dE tem sinais opostos, o sistema deve tender ao equilíbrio.

Planck assume que a Lei de Distribuição de Wien (2.45) para o espectro do corpo negro seja correta. E, para tanto, (2.45) deve respeitar a Segunda Lei da Termodinâmica. Portanto, Planck passa a trabalhar com a Lei de Distribuição de Wien e a estuda segundo os princípios termodinâmicos. Esta Lei está bastante de acordo com os dados experimentais da época. Planck, comparando (2.61) com (2.44) obtém:

$$E = \alpha v e^{-\frac{\beta v}{T}} \quad (2.64)$$

Podemos notar que, da expressão (2.20) escrita por Boltzmann: $\left(\frac{\partial S}{\partial U}\right)_V = \frac{1}{T}$, a variável energia interna U pode ser considerada a energia média do sistema E em nossa análise. Da expressão (2.64), podemos encontrar uma relação entre E e $1/T$, o que resulta em:

$$\frac{1}{T} = \left(\frac{\partial S}{\partial E}\right)_V = -\frac{1}{\beta v} \ln\left(\frac{E}{\alpha v}\right) \quad (2.65)$$

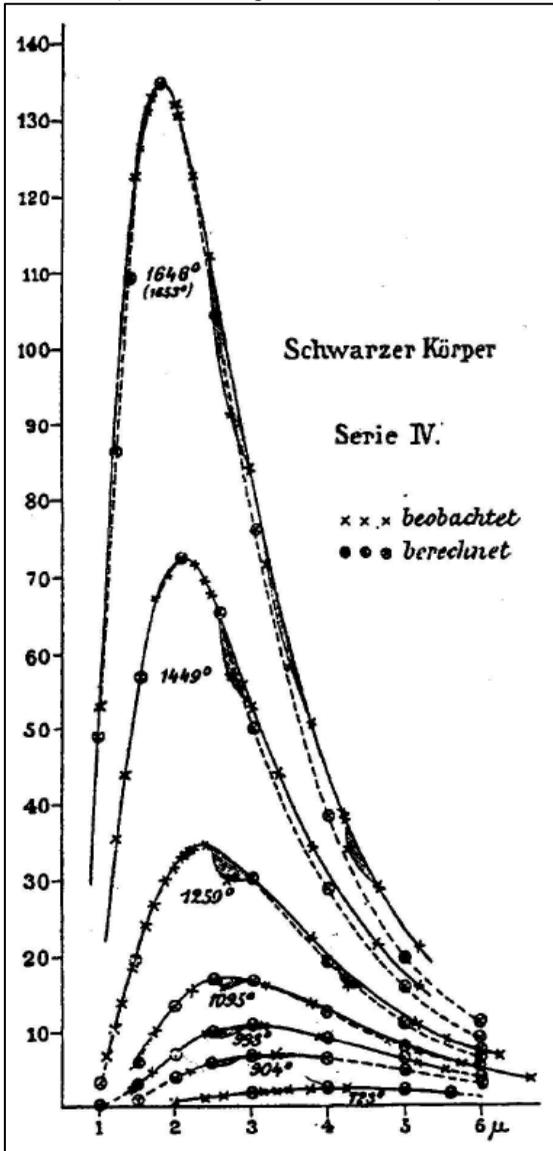
Se tomarmos a segunda derivada desta expressão, temos:

$$\frac{\partial^2 S}{\partial E^2} = -\frac{1}{\beta v} \frac{1}{E} \quad (2.66)$$

Na definição da lei de distribuição de Wien a constante β , a frequência v e a energia média E devem assumir valores positivos e,

portanto, $\frac{\partial^2 S}{\partial E^2}$ é negativa. Logo, além de ser uma expressão de grande simplicidade, a lei de distribuição de Wien é totalmente consistente com a Segunda Lei da Termodinâmica, conforme discutido a partir de (2.63). Estes resultados foram expostos em junho de 1900, mas, em outubro daquele mesmo ano, as coisas mudaram novamente. Medidas mais precisas da Radiação de Corpo Negro realizadas por Lummer e Pringsheim comprovam que a lei de Wien é inadequada para descrever o espectro de energia irradiada na região de baixas frequências e altas temperaturas (LONGAIR, 1986). As medidas indicam que, nesta faixa de frequências e temperaturas, a intensidade da radiação deve ser proporcional a T , o que é claramente incoerente com a lei de distribuição de Wien, a qual tende a uma expressão independente de T para altas temperaturas.

Figura 7: Intensidade espectral como função do comprimento de onda obtida por Lummer e Pringsheim em novembro de 1899. A figura mostra os valores calculados (“berechnet”) e obtidos experimentalmente (“beobachtet”).



Fonte: (STUDART, 2000, p. 526).

Planck agora sabe que a lei de distribuição deve tender a algo proporcional à temperatura quando a razão $\frac{\nu}{T} \rightarrow 0$, ou seja, para baixas frequências: $u(\nu) \propto T$. Portanto: $E \propto T$. Da primeira Lei da Termodinâmica, temos: $\frac{dS}{dE} = \frac{1}{T}$. Logo: $\frac{dS}{dE} \propto \frac{1}{E}$ e $\frac{d^2S}{dE^2} \propto \frac{1}{E^2}$ para baixas frequências.

Sabemos também que, para altas frequências, a Lei de Wien é uma ótima aproximação. Logo, a partir da Lei de Wien, Planck conclui que: $\frac{d^2S}{dE^2} \propto \frac{1}{E}$. Agora, levando em conta essas condições de limites, nas palavras do próprio Planck (PLANCK, 2000, p.536):

“[...] finalmente comecei a construir expressões completamente arbitrárias para a entropia que, embora mais complicadas do que a expressão de Wien, ainda parecem satisfazer completamente todos os requisitos da termodinâmica e da teoria eletromagnética. Fui especialmente atraído por uma das expressões, então construídas, que é quase tão simples quanto a expressão de Wien, e que mereceria ser investigada uma vez que a expressão de Wien não é suficiente para cobrir todas as observações.”

Obtemos essa expressão, colocando:

$$\frac{d^2S}{dE^2} = -\frac{A}{E(b+E)} \quad (2.67)$$

Que, quando resolvida, resulta:

$$E = \frac{b}{e^{\frac{A}{E}} - 1} \quad (2.68)$$

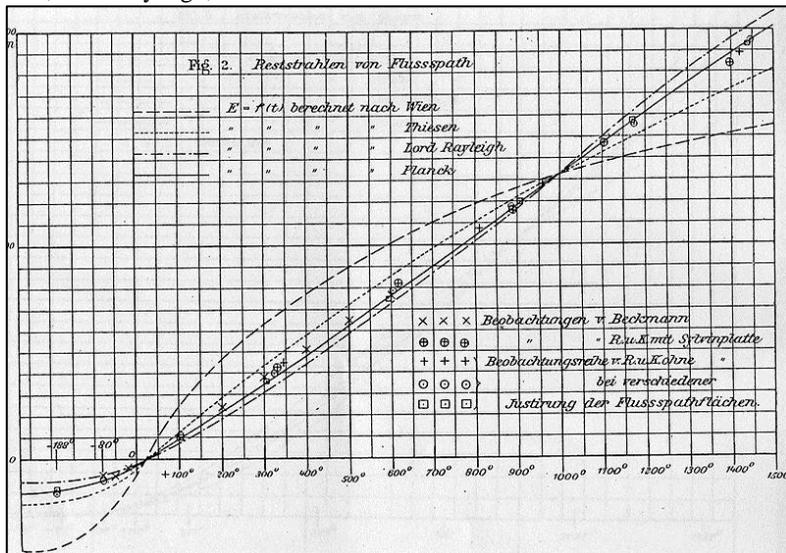
Substituindo este resultado em (2.61), temos:

$$u(\nu) = \frac{8\pi b \nu^2}{c^3} \frac{1}{e^{\frac{b}{A\nu}} - 1} \quad (2.69)$$

Agora, para que a função da energia esteja de acordo com a expressão (2.43), e, conseqüentemente, com a lei de deslocamento de Wien (2.37), a constante b deve ser proporcional à frequência ν do oscilador. Integrando a expressão $\frac{dS}{dE}$ para encontrar a expressão da entropia do oscilador, Planck atinge o seguinte resultado:

$$S = a \left[\left(1 + \frac{E}{b}\right) \ln \left(1 + \frac{E}{b}\right) - \frac{E}{b} \ln \left(\frac{E}{b}\right) \right] \quad (2.70)$$

Figura 8: Curvas da energia da radiação versus temperatura, medidas através dos raios residuais (“reststrahlen”), usando-se pedras de sal ($\lambda = 51,2\mu\text{m}$) e comparadas (“berechnet nach” significa “calculado após”) com as fórmulas de Wien, Lord Rayleigh, Thiesen e Planck.



Fonte: (STUDARD, 2000, p.528).

2.1.8 A equação de Rayleigh-Jeans

Lord Rayleigh faz uma abordagem diferente para tratar a Radiação de Corpo Negro e atinge um resultado curioso. Seu interesse no problema da Radiação de Corpo Negro surge quando toma ciência das inadequações da Lei de Deslocamento de Wien ao comportamento, em baixas frequências, da Radiação de Corpo Negro em função da temperatura (LONGAIR, 1986). Rayleigh aplica a teoria de ondas para tratar o problema. O nome de Jeans é posteriormente introduzido à equação por ter publicado um trabalho na *Nature*, em 1906, onde corrige um fator numérico erroneamente calculado por Rayleigh (LONGAIR, 1986).

Lorde Rayleigh primeiramente inicia o tratamento do problema considerando a radiação eletromagnética sob a forma de ondas no interior de um cubo com lados de comprimento L . Tais ondas no interior da cavidade cúbica oscilam para todas as direções. Em notação atual, a equação que descreve o sistema é:

$$\nabla^2 \psi = \frac{\partial^2 \psi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \psi}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 \psi}{\partial z^2} = \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 \psi}{\partial t^2} \quad (2.71)$$

onde c é a velocidade das ondas. Considerando as paredes fixas e metálicas, um resultado clássico do Eletromagnetismo mostra que as ondas formam nós sobre as paredes, ou seja, para $x, y, z = 0$ e $x, y, z = L$ teremos $\psi = 0$. A solução da equação de ondas (2.71) para essas condições é conhecida e tem a forma:

$$\psi = C e^{-i\omega t} \sin\left(\frac{l\pi x}{L}\right) \sin\left(\frac{m\pi y}{L}\right) \sin\left(\frac{n\pi z}{L}\right) \quad (2.72)$$

onde C é uma constante, ω é a frequência angular de vibração das ondas e l, m e n são números inteiros. Esta equação garante que a radiação no interior da cavidade cúbica mantém-se sob a forma de ondas estacionárias, cujos modos normais de vibração, são dados pelas combinações de l, m e n . Os modos são todos independentes e, portanto, representam maneiras independentes de as ondas oscilarem. Também formam um conjunto ortogonal completo. Logo qualquer distribuição pode ser escrita como uma soma de modos normais de vibração. Substituindo a expressão de ψ na equação de onda (2.71), obtemos uma relação entre l, m e n com ω :

$$\frac{\omega^2}{c^2} = \frac{\pi^2}{L^2} (l^2 + m^2 + n^2) \quad (2.73)$$

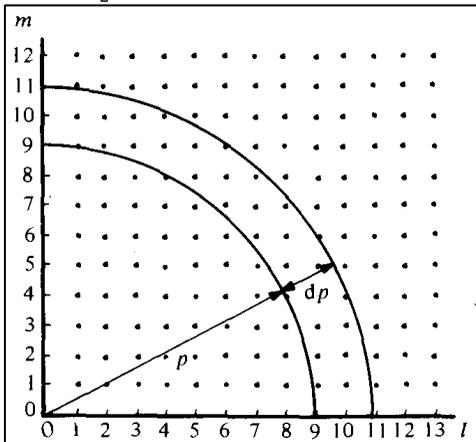
Escrevendo $l^2 + m^2 + n^2 = p^2$, temos a relação:

$$\frac{\omega^2}{c^2} = \frac{\pi^2}{L^2} p^2 \quad (2.74)$$

De acordo com o Teorema da Equipartição da Energia, deve-se distribuir igualmente a energia por todos os graus de liberdade do sistema, ou seja, os modos normais de vibração. Para tanto, é necessário que se conheça quantos modos existem no intervalo entre p e $p + dp$. O procedimento padrão é desenhar uma grade tridimensional de

coordenadas l, m e n e contar o número de modos normais contidos em um oitavo da esfera, cuja projeção é representada na Figura 9 a seguir.

Figura 9: Figura que ilustra, numa projeção em duas dimensões, como o número de modos no intervalo dl, dm e dn pode ser substituído por um incremento no espaço de fase de volume $\frac{1}{2}\pi p^2 dp$, onde $l^2 + m^2 + n^2 = p^2$.



Fonte: (LONGAIR, 1986).

Se p for grande, o número de modos é:

$$n(p)dp = \frac{1}{8}4\pi p^2 dp \quad (2.75)$$

Expressando este resultado em função de ω , a partir de (2.74), temos:

$$p = \frac{L\omega}{\pi c} \quad (2.76)$$

$$dp = \frac{Ld\omega}{\pi c} \quad (2.77)$$

E, portanto:

$$n(p)dp = \frac{L^3 \omega^2 d\omega}{2\pi^2 c^3} \quad (2.78)$$

Como estamos trabalhando com ondas eletromagnéticas, não podemos nos esquecer de que há duas polarizações independentes para

cada valor \vec{k} , o vetor de onda. Portanto, temos o dobro de modos normais do que a equação (2.78) mostra:

$$n(p)dp = \frac{L^3 \omega^2 d\omega}{\pi^2 c^3} \quad (2.79)$$

Como sabemos que $\omega = 2\pi\nu$, e, conseqüentemente, $d\omega = 2\pi d\nu$, substituímos por (2.79), para escrevermos:

$$n(\nu)d\nu = \frac{8\pi L^3 \nu^2 d\nu}{c^3} \quad (2.80)$$

Para finalizar, a densidade de energia total do espectro irradiada por segundo deve ser o número total de ondas estacionárias multiplicado pela energia média de cada onda (lembrando que é necessário dividir a expressão final pelo volume da cavidade, já que estamos escrevendo a densidade de energia):

$$\frac{n(p)dp.E}{L^3} = u(\nu)d\nu = \frac{8\pi \nu^2 d\nu}{c^3} E \quad (2.81)$$

$$u(\nu) = \frac{8\pi \nu^2}{c^3} E \quad (2.82)$$

Este resultado é igual ao que Planck deduziu percorrendo um caminho diferente. A constante de proporcionalidade de ambas é idêntica. A diferença crucial agora reside no cálculo da energia média dos osciladores, onde as hipóteses de como ocorre a troca de energia entre a cavidade e a radiação devem ser consideradas. Rayleigh busca na mecânica estatística o valor da energia média para cada grau de liberdade, considerando o Princípio da Equipartição da Energia como válido e substituindo $E = kT$:

$$u(\nu) = \frac{8\pi \nu^2}{c^3} kT \quad (2.83)$$

Este resultado está em desacordo com os dados experimentais. Em seu artigo de 1900, Rayleigh ainda sugere que um termo exponencial seja introduzido *ad hoc* em sua fórmula de maneira a ajustá-la às observações. Mas, experimentos posteriores mostram a incompatibilidade com tal proposta.

Certamente Planck se impressionou com a facilidade de Rayleigh em obter a mesma relação entre a densidade de energia da radiação e a energia média dos osciladores atacando o problema pelo método estatístico. Também atentou para o fato de que a diferença entre sua lei de distribuição e a proposta por Rayleigh reside agora no cálculo da energia média dos osciladores. Apesar do método estatístico da equipartição de energia mostrar-se errado para descrever o problema, Planck sabe que deve olhar com cuidado para a maneira como essa dedução da energia média é desenvolvida. Para tanto, ele também deve trabalhar com a mecânica estatística que havia evitado até agora.

Planck percebeu que sua expressão para a Radiação de Corpo Negro deveria basear-se em fundamentos sólidos, e não somente em ajustes da sua equação com os dados experimentais, como ele havia feito (LONGAIR, 1986). Mesmo mostrando que esses ajustes estavam de acordo com a termodinâmica, não havia qualquer informação sobre as constantes presentes na fórmula (2.69).

2.1.9 A Teoria de Planck sobre a Radiação de Corpo Negro e o ponto de Ruptura

A expressão (2.69) encontrada por Planck descreve perfeitamente os dados observacionais do espectro da radiação do corpo negro, mas não era claro o porquê. Para tanto, Planck utiliza agora a teoria estatística da termodinâmica para obter com mais detalhes a entropia do sistema, como havia feito a partir da Termodinâmica dos osciladores. Nas palavras de Planck (FELDENS et al, 2010, p. 2602-7):

“Mas mesmo que a validade absolutamente precisa da fórmula da radiação seja assumida, na medida em que ela tenha meramente o status de uma lei revelada por uma sorte da intuição, ela não poderia esperar possuir mais do que um significado formal. Por essa razão, no próprio dia em que formulei a lei, comecei a devotar-me à tarefa de investiga-la com um real sentido físico. Essa procura automaticamente levou-me a estudar a inter-relação de entropia com probabilidade, em outras palavras, a perseguir a linha de pensamento inaugurada por Boltzmann.”

A análise que Planck faz dos osciladores é semelhante à de Boltzmann para um conjunto de partículas. A dedução em detalhes pode ser encontrada em Longair (1986), páginas 114 até 120. O modelo

proposto tem início assumindo N ressonadores, cada qual com energia média E , de modo que a energia total E_N do sistema é $E_N = NE$. Esta energia total E_N pode ser dividida em pequenos pedaços de energia ϵ . Se tendermos esse pequeno pedacinho a um valor muito pequeno, precisaremos de infinitos pedacinhos para compor a energia total, dizendo assim que a energia é contínua.

Para Planck, a energia total é $E_N = P\epsilon$, onde P é o número total de elementos de energia do sistema. O que Planck faz a partir daí é descobrir quantas maneiras existem de distribuir os P elementos entre os osciladores. Conforme Planck (PLANCK, 2000, p.539):

“É evidente que agora a distribuição dos P elementos de energia entre os N ressonadores não pode ocorrer segundo um número finito e determinado de maneiras. Chamaremos cada uma destas repartições de um ‘complexo’ [complexion], segundo o termo utilizado por Boltzmann para uma noção semelhante. Se designarmos os ressonadores pelos números 1, 2, 3, ..., N , se os escrevermos uns em seguida aos outros, e se, debaixo de cada ressonador, colocarmos o número de elementos de energia que lhes são atribuídos quando de uma repartição arbitrária, obtemos para cada complexo um padrão da seguinte forma:

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
7	38	11	0	9	2	20	4	4	5

Fizemos a suposição aqui de que $N = 10$, $P = 100$. O número R de todos os complexos possíveis é visivelmente igual ao número de todos os arranjos possíveis de números que se pode obter para a linha inferior, quando N e P forem fixos. Para sermos precisos, notemos que dois complexos devem ser considerados como distintos se apresentarem os mesmos números, mas dispostos em ordem diferente.”

Conclusivamente, o número total de maneiras de distribuir a energia E_N por N osciladores é:

$$R = \frac{N(N+1)(N+2)\dots(N+P-1)}{1.2.3\dots P} = \frac{(N+P-1)!}{(N-1)!P!} \quad (2.84)$$

Podemos fazer a aproximação:

$$R = \frac{(N+P-1)!}{(N-1)!P!} = \frac{(N+P)!}{N!P!} \quad (2.85)$$

De acordo com a fórmula de Stirling temos, como primeira aproximação $N! = N^N$. Utilizando em (2.85):

$$R = \frac{(N+P)!}{N!P!} = \frac{(N+P)^{N+P}}{N^N P^P} \quad (2.86)$$

A hipótese adicional de Planck é considerar (2.86) como sendo a probabilidade de encontrar os osciladores num determinado estado W . Conforme Planck (PLANCK, 2000, p.539 e 540):

Consideremos agora que a entropia S_N do sistema é, a menos de uma constante aditiva arbitrária, proporcional ao logaritmo da probabilidade W , sendo que os N ressonadores tem todos em conjunto a energia total E_N :

$$S = k \cdot \log(W) + \text{const.}$$

No fundo, esta relação se torna, me parece, uma definição da probabilidade W , porque, nas hipóteses sobre as quais se baseia a teoria da radiação eletromagnética, nenhuma indicação nos permite dar a esta probabilidade um sentido ou outro. Convém utilizar esta definição por sua simplicidade, e também pela sua conexão íntima com um teorema da teoria cinética dos gases.”

Substituindo (2.86) na expressão da entropia de Boltzmann ($S = k \cdot \log[W]$), estamos aptos a calcular a entropia S_N do conjunto de osciladores:

$$\begin{aligned} S_N &= k \cdot \log(R) = \\ &= k \cdot [(N+P) \log(N+P) - N \log N - P \log P] \end{aligned} \quad (2.87)$$

Considerando: $E_N = NE$ e $E_N = P\epsilon$, podemos escrever $P = \frac{NE}{\epsilon}$.

Logo:

$$S_N = k \cdot \left[\left(N + \frac{NE}{\epsilon} \right) \log \left(N + \frac{NE}{\epsilon} \right) - N \log N - \left(\frac{NE}{\epsilon} \right) \cdot \log \left(\frac{NE}{\epsilon} \right) \right] \quad (2.88)$$

$$S_N = N \cdot k \left[\left(1 + \frac{E}{\epsilon} \right) \ln \left(1 + \frac{E}{\epsilon} \right) - \frac{E}{\epsilon} \ln \left(\frac{E}{\epsilon} \right) \right] \quad (2.89)$$

E, portanto, a entropia S de cada oscilador será dada por:

$$S = k \left[\left(1 + \frac{E}{\epsilon}\right) \ln \left(1 + \frac{E}{\epsilon}\right) - \frac{E}{\epsilon} \ln \left(\frac{E}{\epsilon}\right) \right] \quad (2.90)$$

Esta é análoga à expressão da entropia do oscilador (2.70). Comparando ambas, descobrimos que $\epsilon = b$. Como b é proporcional à frequência do oscilador, Planck conclui que cada pedacinho de energia é proporcional à frequência e escreve esta conclusão da forma como a conhecemos hoje:

$$\epsilon = h\nu \quad (2.91)$$

Considerando a estatística clássica, deveríamos agora fazer o valor de ϵ tender à zero, mas isso entraria em discordância com a expressão da entropia do oscilador (2.90). Os pequenos pedaços de energia não podem desaparecer da expressão e possuem uma magnitude finita $h\nu$. Planck poderia muito bem ter rejeitado esses resultados, mas como foi dito e enfatizado algumas vezes anteriormente, ele está muito bem amparado pelas bases sólidas da Termodinâmica: olhar para a entropia dos osciladores através da Termodinâmica clássica está em completo acordo com a análise do problema através da descrição estatística da Termodinâmica. Portanto, esses resultados são válidos e merecem ser interpretados. Eis o ponto de Ruptura!

Devemos notar também que a constante $a = k$ (da teoria de Boltzmann, é a sua própria constante $k = 1,3806 \times 10^{-23} \text{ m}^2 \cdot \text{kg} \cdot \text{s}^{-2} \cdot \text{K}^{-1}$). Assim, a expressão de Planck para a distribuição de energia do corpo negro é:

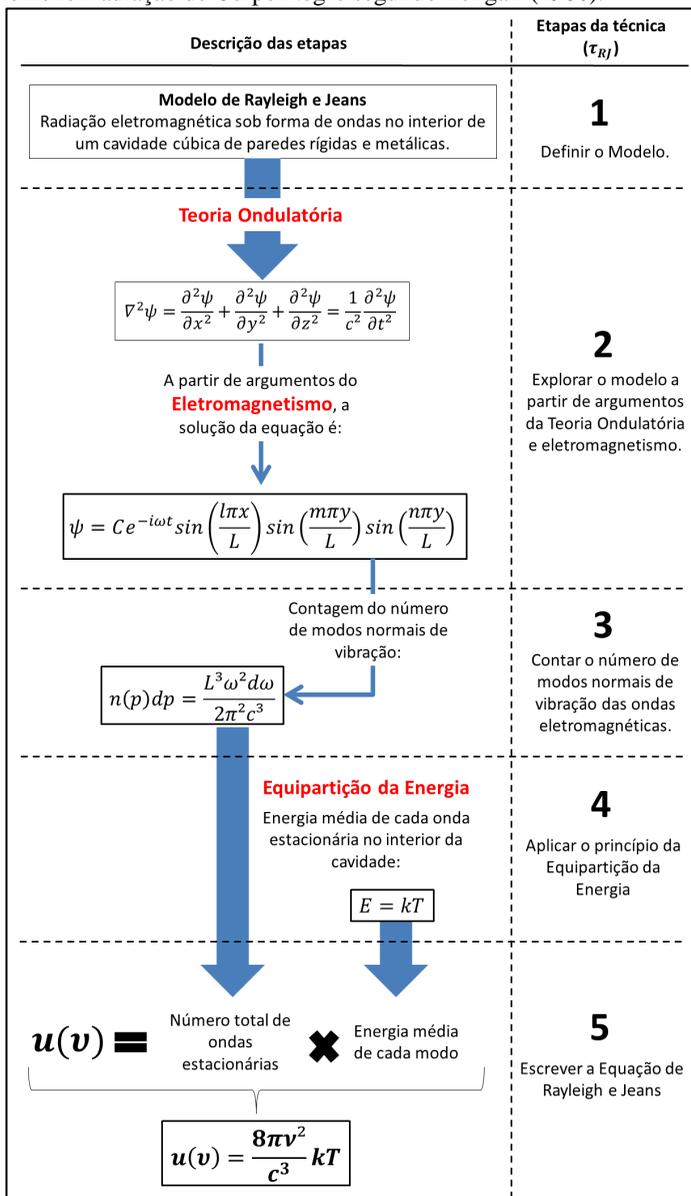
$$u(\nu) = \frac{8\pi h\nu^3}{c^3} \frac{1}{e^{\frac{h\nu}{kT}} - 1} \quad (2.92)$$

É justo notar que ninguém havia entendido o que Planck acabara de fazer (LONGAIR, 1986). Sua teoria não foi aceita de imediato. Mas vale enfatizar que, gostando ou não dela, o conceito de quanta aparece naturalmente através do conceito de energia, porque, sem ele, não é possível escrever a equação de Planck. Podemos terminar por aqui nossa descrição do Contexto da Ruptura e, a partir disso, gerar algumas considerações e comentários que serão úteis para os propósitos deste trabalho.

2.2 O contexto da Ruptura sintetizado

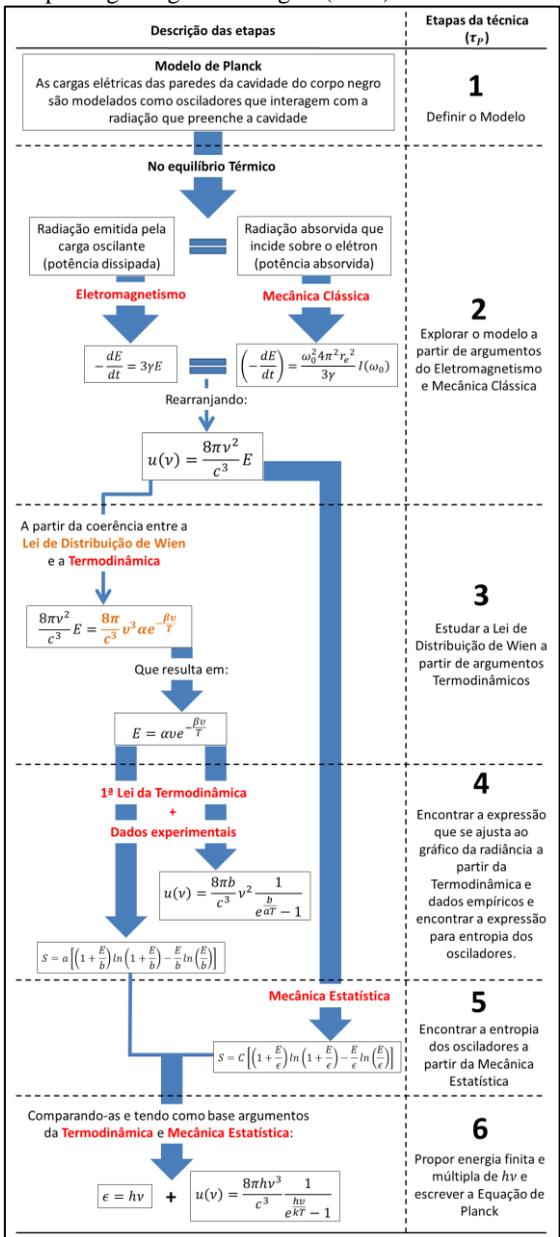
A leitura acima nos mostra que Longair (1986) aproxima-se de uma discussão sobre a mudança no entendimento da maneira de descrever a troca de energia entre sistemas, mostra também onde falha o Princípio da Equipartição da Energia, e sua pretensão é descrever, o melhor possível, o processo da construção e obtenção da fórmula de Planck (2.92). Para tanto, Longair (1986) descreve a abordagem de Planck e também a abordagem dos cientistas Rayleigh e Jeans, que, como visto, percorrem caminhos diferentes. Faremos então um quadro esquemático que mostra o percurso de cada abordagem e suas conclusões.

Quadro 1: Quadro esquemático que sintetiza a abordagem de Rayleigh e Jeans ao fenômeno Radiação de Corpo Negro segundo Longair (1986).



Fonte: Dados da pesquisa

Quadro 2: Quadro esquemático que sintetiza a abordagem de Planck ao problema do Corpo Negro segundo Longair (1986).



Fonte: Dados da pesquisa.

Inicialmente, destacamos as teorias encontradas nas abordagens, o que podemos chamar de saber clássico. Em Rayleigh e Jeans, a Teoria Ondulatória é utilizada em quase todo o processo. Em Planck, temos: Eletromagnetismo, Mecânica Estatística, Mecânica Newtoniana e, principalmente, Termodinâmica. Essas teorias envolvidas demonstram claramente a complexidade do objeto Radiação de Corpo Negro (RCN), sendo que cada abordagem enfatiza determinada teoria e uma determinada técnica.

Também concluímos que conceitos como as leis da Termodinâmica, equilíbrio térmico entre corpo negro de Kirchhoff e radiação de cavidade, função de distribuição e alguma noção de mecânica estatística são fundamentais para que se compreenda o problema da RCN como um todo.

2.3 Exemplos de praxeologias a partir do contexto da ruptura

Podemos localizar a síntese desenvolvida acima na organização praxeológica de Chevallard. Segundo o Modelo, existe um conjunto de tarefas (t) que devem ser executadas, técnicas (τ) que possibilitam resolvê-las, tecnologias (θ) que justificam as técnicas e as teorias (Θ) nas quais os pesquisadores basearam-se.

Para Planck, o problema central era compreender a termodinâmica dos osciladores. Dessa forma, podemos nomear as teorias envolvidas: Eletromagnetismo (Θ_1); Mecânica Estatística (Θ_2); Mecânica Clássica (Θ_3); Termodinâmica (Θ_4), com uma ênfase na teoria Termodinâmica (Θ_4). Segundo a abordagem de Rayleigh e Jeans, cujo problema maior consistia em determinar o número total de ondas estacionárias na cavidade, é possível identificar grande ênfase na Teoria Ondulatória (Θ_5).

Da análise do trabalho de Planck, uma praxeologia possível a partir da teoria (Θ_4) é considerar a Segunda Lei da Termodinâmica como tecnologia (θ_1). Esta tecnologia justifica a técnica (τ_1) que se mostrou satisfatória para deduzir parte da expressão para a distribuição e energia $u(\nu)$. (τ_1) pode ser escrita da seguinte maneira:

- 1) Derivar a expressão de variação de entropia ΔS para um oscilador em função da variação de energia ΔE ;
- 2) Estudar a Lei de Wien e mostrar sua consistência com a Segunda Lei da Termodinâmica;

3) Ajustar a expressão para a derivada segunda da entropia do oscilador em função da energia para os limites de altas e baixas temperaturas;

4) Resolver a expressão $\frac{d^2S}{dE^2} = -\frac{A}{E(b+E)}$;

5) Comparar o resultado com a lei de deslocamento de Wien e concluir que a constante $b \propto \nu$. Dessa maneira, nota-se que a teoria (Θ_4) é bastante explorada.

A técnica (τ_1) permite realizar parte do tipo de tarefa (T_1): deduzir a forma da função de distribuição de Planck. E, obviamente, esta técnica (τ_1), explicada pela tecnologia (θ_1), não é a única que possibilita executar o tipo de tarefa (T_1), pois outras técnicas e tecnologias permitem trabalhar diferentes teorias para a resolução de um mesmo tipo de tarefa.

Na abordagem de Rayleigh e Jeans, que despendeu grande parte dos esforços em contar o número de modos normais de vibração das ondas eletromagnéticas, a teoria Termodinâmica (Θ_4) não é enfatizada ou discutida. Pode-se notar que o princípio da equipartição de energia foi utilizado como uma etapa da técnica desenvolvida, o que diminui as possibilidades de aproximação da técnica com a noção de mudança na maneira como os sistemas trocam energia. Quando assumimos determinada praxeologia e a didatizamos e a inserimos num livro didático, estamos selecionando e enfatizando determinados saberes ao invés de outros, o que torna importante pensar cuidadosamente sobre a didatização de determinado conteúdo. Podemos afirmar aqui que escolher desenvolver uma técnica ao invés de outra define o saber a ser ensinado.

2.4 Comentários gerais

Como fechamento do capítulo, elencamos alguns pontos que não podem ser negligenciados ou mantidos em segundo plano a respeito do que foi construído:

- a) Em qualquer tipo de didatização referente à RCN, é importante existir sempre a definição clara do que significa equilíbrio térmico entre radiação e cavidade. Também apresentar uma noção detalhada do que é o corpo negro;
- b) Pesquisadores atacam o problema da Radiação de Corpo Negro a partir de modelos diferentes e atingem resultados que

mostram que o ponto chave reside nas considerações a respeito da maneira como os sistemas absorvem e emitem energia. É isto que está por trás do problema do congelamento dos graus de liberdade, a catástrofe do ultravioleta de Rayleigh e Jeans e onde se encontra o postulado de Planck. Em Longair (1986), a didatização escolhida enfatiza muito este aspecto;

- c) As diversas tentativas de Planck para resolver o problema da Radiação de Corpo Negro basearam-se na Física Clássica. As conclusões às que ele chega a partir delas enfatizam a necessidade de postular algo novo e romper com a velha física. Portanto, como ficou demonstrado, o postulado não é uma hipótese inserida *a priori*, como se caísse dos céus e omitisse as tentativas de soluções a partir da física clássica;
- d) Para a Física, a importância de modelos e idealizações é inegável, e, em Longair (1986), é enfatizado os modelos de cada pesquisador: Planck e cargas oscilando; Wien e cavidade esférica expandindo; Boltzmann e o pistão preenchido com “gás de radiação”; Rayleigh e ondas estacionárias. Na perspectiva do ensino de física, podemos dizer que o estudante de física só tem a ganhar quando em contato com esta riqueza de ideias e criatividade por parte dos pesquisadores;
- e) É notável a resistência do cientista a novas e diferentes abordagens daquelas comumente aceitas pela comunidade científica. Planck rejeita a Mecânica Estatística até o limite em que se vê obrigado a utilizá-la para atacar o problema mais a fundo. Ocorre, portanto, uma superação pessoal do cientista diante de suas crenças em teorias amplamente aceitas que, dentro de certos limites, não conseguem mostrar resultados satisfatórios: é necessário aceitarmos o novo e o diferente para entendermos os fenômenos recentes! Esta superação é um viés do processo de desenvolvimento da ciência, aspecto quase nunca tocado no processo de formação do futuro cientista ou professor. É importante ensinar isso ao aluno?

Acreditamos que, até este ponto, ficam determinadas e delimitadas técnicas e teoria que caracterizam o momento da ruptura. Podemos, inclusive, afirmar categoricamente que, dada a riqueza de conceitos que envolvem a temática do Corpo Negro e a dinamicidade com que esta teoria atinge diferentes áreas da Física, é importante que o aluno de Física saiba que existe um processo de construção de conhecimento culminando na quantização da energia, e que esta

quantização não pode ser apresentada meramente na forma de passagens ou técnicas matemáticas isentas de um significado mais profundo. No próximo capítulo, vamos investigar como a instituição (I_2) disciplina efetivamente transpõe este tópico aos seus alunos.

3. INVESTIGANDO A RELAÇÃO INSTITUCIONAL

Segundo a TAD, investigar a Relação Institucional que determinada instituição possui com o objeto é revelar quais os aspectos deste objeto são importantes para ela e o que esta instituição pretende de fato ensinar às pessoas pertencentes a ela. Conforme já descrito anteriormente, os três principais elementos da nossa investigação, sob o ponto de vista da TAD, são definidos da seguinte forma:

- Instituição (I_2) → Disciplina Estrutura da Matéria 1 da Universidade Federal de Santa Catarina;
- Objeto (O) → Tema Radiação de Corpo Negro;
- Pessoas (X) → Estudantes de Física cursando Estrutura da Matéria 1 da Universidade Federal de Santa Catarina;

Portanto, neste capítulo procuramos entender melhor como o tópico Radiação de Corpo Negro é tratado no livro-texto e nos exercícios, provas e demais atividades trabalhadas na disciplina Estrutura da Matéria 1 da Universidade Federal de Santa Catarina. Isso significa observar as praxeologias desta instituição (I_2) e expandir nossas conclusões a partir dos dados e resultados atingidos.

3.1 O caráter institucional do livro-texto e as evidências da tradição de ensino

O curso de Física da Universidade Federal de Santa Catarina (UFSC) conta com a disciplina Estrutura da Matéria 1, cuja parte da ementa é o estudo das evidências que levaram ao surgimento da Mecânica Quântica³, sendo que é nesta etapa que o tópico Radiação de Corpo Negro é apresentado aos alunos. Na UFSC, a disciplina é de caráter obrigatório e tem a duração de um semestre para os cursos de Bacharelado em Física e Licenciatura em Física, sendo o conteúdo programático de ambos os cursos iguais. A disciplina é oferecida nos cursos de graduação em Física em diversas outras instituições de ensino de nível superior do país, podendo apresentar nomenclatura diferente da encontrada na UFSC, mas com ementa e, principalmente, bibliografia similar.

³ Ementa, programa e bibliografia podem ser consultados em:

<http://www.fsc.ufsc.br/ensino/cursodegraduacaoemfisica/gradefsc2009/FSC5506.pdf>

A partir de um levantamento junto à ementa das disciplinas destes diversos cursos de graduação⁴ é possível constatar que, na grande maioria, inclusive na disciplina Estrutura da Matéria 1 da UFSC, três livros são citados:

- a) *Física Quântica - Átomos, Moléculas, Sólidos, Núcleos e Partículas*, dos autores Robert Eisberg e Robert Resnick;
- b) *Física Moderna*, dos autores Paul Tipler e Ralph Llewellyn;
- c) *Física Moderna: Origens Clássicas e Fundamentos Quânticos*, dos autores Francisco Caruso e Vitor Oguri.

Dentre estes três livros, “Física Quântica - Átomos, Moléculas, Sólidos, Núcleos e Partículas” aparece em oito das dez bibliografias; o livro “Física Moderna”, em cinco das dez bibliografias; o livro “Física Moderna: Origens Clássicas e Fundamentos Quânticos”, em três das dez bibliografias.

Embora haja liberdade de escolha bibliográfica para o professor, é sintomático que estes livros citados nas bibliografias sejam sempre os mais utilizados. O aparecimento dos dois primeiros livros como os mais citados sugere que seu conteúdo e a maneira de transpô-lo sejam similares, enquanto que o terceiro livro “Física Moderna: Origens Clássicas e Fundamentos Quânticos”, dos autores Francisco Caruso e

⁴ Cursos de graduação em Física de importantes instituições de ensino superior que disponibilizam o programa das disciplinas na internet foram consultados e encontram-se abaixo.

PUC-Rio - <http://www.puc-rio.br/ferramentas/ementas/ementa.aspx?cd=FIS1061>

UDESC - <http://www.joinville.udesc.br/porta/ensino/graduacao/fisica/disciplina.php?d=FMO1001&c=fisica>

UFC - <http://www.fisica.ufc.br/ementas/fisica/CD222.htm>

UFMG - <http://www.fisica.ufmg.br/fisicamoderna/>

UFPR - <http://fisica.ufpr.br/grad/cf099.pdf>

UFRGS - <http://www.if.ufrgs.br/tex/fis01208/index.html>

UnB - <http://www.fis.unb.br/cgrad/cg/e118346.txt>

Unicamp - http://portal.ifi.unicamp.br/images/stories/imagens/arquivos/programas_disciplinas.pdf (pag. 51)

USP – São Carlos - <https://uspdigital.usp.br/jupiterweb/obterDisciplina?sgldis=FFI0775>

USP – São Paulo - <https://uspdigital.usp.br/jupiterweb/obterDisciplina?sgldis=4300375>

Vitor Oguri, não se assemelha a eles. De fato, este último possui características especiais: é um livro recente que traz contexto histórico, aproxima-se mais do contexto da descoberta, apresenta o tópico RCN a partir da abordagem de Planck, isto é, desenvolve o conteúdo do ponto de vista teórico de Planck, com suas técnicas e enfatiza a Termodinâmica. Este livro fica de fora da maioria das bibliografias por destoar dos tradicionais livros utilizados, o que nos permite dizer que ele não caracteriza as escolhas institucionais. Por esta razão, vamos nos fixar nos livros-textos mais citados.

Como já foi discutido no capítulo 2 desta dissertação, os livros-textos desempenham papel duplo em nossa análise. Vamos assumir aqui que, devido à forte tradição dos cursos de física, os livros-textos têm papel central nas relações institucionais entre algumas disciplinas e determinados tópicos em física e definem o papel da relação tanto entre professor e “saber a ser ensinado”, quanto entre aluno e “saber a ser aprendido”. Os livros-textos manifestam fortemente as escolhas didáticas da instituição disciplina, isto é, escolhas de determinadas tarefas (t), técnicas (τ), tecnologias (θ) e teorias (Θ) que caracterizam a sua transposição. Além disso, vamos assumir também que a escolha de determinado livro-texto implica fortemente na escolha de exercícios para as provas e listas de tarefas, o que acaba por definir os exercícios, questões e problemas do livro-texto como base de boa parte das atividades.

Em nossa análise, é possível identificar que os professores da disciplina Estrutura da Matéria 1 utilizam os livros mais citados nas bibliografias dos outros cursos de graduação⁵: “Física Quântica - Átomos, Moléculas, Sólidos, Núcleos e Partículas” dos autores Robert Eisberg e Robert Resnick e o livro “Física Moderna” dos autores Paul Tipler e Ralph Llewellyn. O livro “Física Moderna: Origens Clássicas e Fundamentos Quânticos” dos autores Francisco Caruso e Vitor Oguri, não é mencionado.

Existe uma maneira quase que institucionalizada de se ensinar este tema, maneira que se manifesta fortemente nos programas de cursos de formação, na bibliografia utilizada, nas listas de atividades, problemas, exercícios e nas avaliações. De todos os aspectos citados, o livro-texto tem papel marcante, pois nele se encontra não apenas o

⁵ Num primeiro momento ou pesquisa exploratória, um questionário foi aplicado aos professores que ministram e já ministraram esta disciplina na UFSC. O questionário e respostas encontram-se em anexo.

conteúdo associado às disciplinas de Física Moderna, mas também mostra os caminhos adotados, a forma de didatização com suas respectivas técnicas de derivação, forma de apresentação, recursos didáticos, aspectos enfatizados e a escolha de atividades e tarefas. Em suma, os livros-textos contêm todo o conhecimento, teorias e justificação das técnicas utilizadas, como também as atividades e tarefas propostas, o que pode ser compreendido como o “*know how*” das técnicas que ele utiliza. Os livros-textos trazem o “saber” e o “saber fazer”, ou seja, uma praxeologia ou conjunto de praxeologias referentes a determinado objeto.

3.2 A determinação do livro-texto e dos documentos a serem analisados

Segundo o que foi colocado, é possível afirmar aqui que o livro “Física Quântica - Átomos, Moléculas, Sólidos, Núcleos e Partículas”, dos autores Robert Eisberg e Robert Resnick, possui forte caráter institucional, muito representativo de uma tradição de ensino, sendo largamente utilizado nas instituições de ensino nacionais e estrangeiras. Apesar de não possuímos estudo mais detalhado, é possível afirmar que este livro é utilizado como balizamento para outros e, portanto, vamos analisá-lo em detalhes e com bastante rigor, a fim de clarificarmos melhor sua didatização do objeto RCN.

No livro “Física Moderna”, os autores Paul Tipler e Ralph Llewellyn seguem a mesma abordagem do primeiro livro, descrevem as mesmas técnicas e derivações, apenas com rigor matemático menor e sem aprofundamento de certos conteúdos. Por isso, optamos por não apresentarmos aqui a análise do seu texto, pois ela seria completamente redundante. Mas, como as atividades deste livro são utilizadas pelos professores, conforme citado no questionário, vamos analisar as tarefas e exercícios propostos nele.

Vamos aqui identificar os livros-textos como (1) e (2):

- Livro-Texto (1) - Eisberg, Resnick – **Física Quântica: Átomos, Moléculas, Sólidos, Núcleos e Partículas**, edição 1 e 2 – em português;
- Livro-Texto (2) - Paul A. Tipler, Ralph Llewellyn – **Física Moderna**, 5ª edição;

Por fim, baseado na TAD, é possível considerar as provas da disciplina, ou seja, a avaliação do desempenho do aluno durante o semestre como a forte manifestação daquilo que a instituição disciplina acredita que o aluno deveria conhecer ou aprender. Podemos escrever que o desempenho do aluno nas avaliações ou provas mostra a adequação dele à relação da instituição disciplina com o objeto de conhecimento, e nelas encontramos as tarefas (t) ou tipos de tarefas (T) que devem ser executadas. Conclusivamente, a partir do questionário respondido pelos professores, na disciplina Estrutura da Matéria 1, da UFSC, as provas são baseadas nos exercícios dos livros-textos e nas listas de exercícios, o que torna fundamental analisá-los.

Foram coletados junto aos professores os seguintes documentos aplicados durante a apresentação do tópico Radiação de Corpo Negro:

- 9 (nove) provas;
- 2 (duas) listas de exercícios.

3.3 A sequência metodológica adotada

Inicialmente, definimos uma versão didatizada do tópico RCN que atende aos nossos propósitos e identificamos as praxeologias envolvidas (Capítulo 2). Em seguida, analisamos em detalhes as praxeologias da instituição disciplina estrutura da matéria 1 da UFSC (I_2). Temos, portanto, dois resultados que podem ser comparados. Para investigar a relação entre (I_2) e o objeto Radiação de Corpo negro, elaboramos duas etapas de análise que complementam a metodologia desenvolvida para este trabalho de dissertação. São elas:

- a) Etapa 1 – Praxeologia e o Livro-texto: definição das tarefas (t) técnicas (τ), tecnologias (θ) e teorias (Θ) desenvolvidas no capítulo que trata da RCN. Ao mesmo tempo, tecemos comentários e críticas, sempre em comparação com o Contexto da Ruptura construído no Capítulo 2, para depois sintetizarmos os resultados da análise num esquema que torne sua visualização mais clara.
- b) Etapa 2 – Categorização das tarefas (t) e tipos de tarefas (T): classificação das atividades que os alunos do curso de física realizam em tarefas (t) e tipos de tarefas (T) a fim de compreender um pouco melhor quais saberes são necessários para suas realizações. Tais atividades são exercícios do livro-texto (1), do livro-texto (2) e dos documentos coletados.

3.4 Etapa 1: praxeologia e o livro-texto

O capítulo de abertura do livro-texto (1) denomina-se “Radiação térmica e o postulado de Planck”. Ele se divide em sete sessões ou subcapítulos e se encerra com vinte questões e dezoito problemas.

3.4.1 Introdução

A primeira sessão denomina-se “Introdução”, e situa o leitor, mesmo que muito pouco, nos fatos históricos da física na virada do século XIX para o XX. Segundo o livro, a publicação do trabalho de Planck sobre o espectro do corpo negro, em 14 de Dezembro de 1900, é considerado o nascimento da mecânica quântica, cujos aspectos bastantes gerais são também comentados nesta sessão introdutória, que contextualiza brevemente o momento da ruptura.

3.4.2 Radiação térmica

A sessão dois denomina-se “RADIACÃO TÉRMICA”. Nela, são definidos os conceitos importantes que serão utilizados no decorrer do capítulo. São eles: radiação térmica, equilíbrio térmico, corpo negro, radiância espectral, radiância total, Lei de Stefan e Lei de Deslocamento de Wien. Também é apresentado, nessa sessão, o gráfico da radiância espectral de um corpo negro em função da frequência da radiação. Na citação a seguir, encontramos as primeiras definições:

“A radiação emitida por um corpo devido a sua temperatura é chamado radiação térmica. Todo corpo emite esse tipo de radiação para o meio que o cerca, e dele a absorve. Se um corpo está inicialmente mais quente do que o outro, ele irá se esfriar, porque a sua taxa de emissão de energia excede à taxa de absorção. Quando o equilíbrio térmico é atingido, as taxas de absorção e emissão são iguais”. (EISBERG; RESNICK, 1994, p. 20)

Nota-se que, da maneira como as definições são introduzidas, há pouco aprofundamento na teoria termodinâmica se a compararmos com o Capítulo 2. Com isso, o aprofundamento teórico no decorrer da discussão do tópico pode permanecer superficial ou ficar comprometido

com os exemplos que aparecerão em breve. Em seguida, uma descrição qualitativa sobre o fenômeno da emissão de radiação visível por objetos aquecidos é realizada, evidenciando uma relação entre a cor aparente da radiação e a temperatura, sem mencionar a condição de equilíbrio térmico dos corpos aquecidos. O conceito de corpo negro é definido como corpos cujas superfícies absorvem toda a radiação térmica incidente sobre eles, sem mencionar o trabalho de Kirchhoff.

“No entanto, a experiência nos mostra que há um tipo de corpo quente que emite espectros térmicos de caráter universal. Esses corpos são chamados de corpos negros, isto é, corpos cujas superfícies absorvem toda a radiação térmica incidente sobre eles. O nome é apropriado porque esses corpos não refletem a luz e são negros”. (EISBERG; RESNICK, 1994, p. 20)

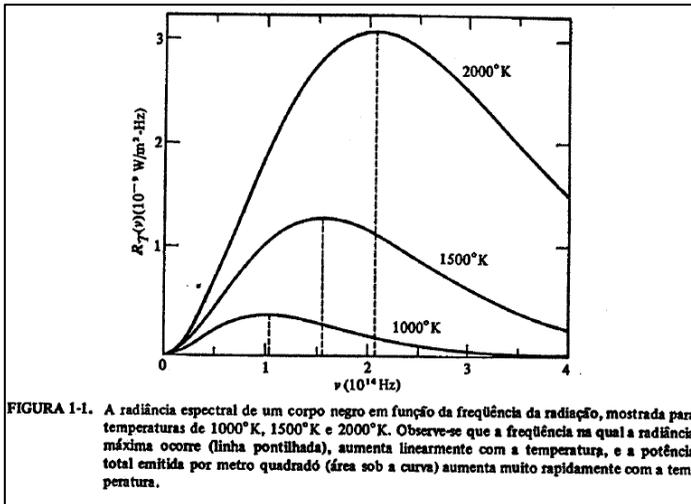
Novamente, aqui, o texto não toca nos aspectos termodinâmicos com clareza, isto é, não é clara a ligação de corpo negro com o equilíbrio térmico ou com a permanência da temperatura do sistema constante. Se utilizarmos a definição acima para aproximar corpos realísticos do modelo de corpos negros ideais, como, por exemplo, um atizador de ferro no fogo ou sistemas mais complexos como o Sol, não conseguiríamos. Segundo a definição do livro-texto (1), seria impossível caracterizar corpos diferentes de uma cavidade ou que não sejam perfeitamente negros como corpos negros. Segundo a definição acima, os corpos tem que ser negros. O atizador de ferro no fogo emite luz, e portanto não é negro! Muito menos o Sol.

A discussão de Kirchhoff que introduz o modelo de corpo negro, como escrito no Capítulo 2, caberia muito bem neste trecho do texto, mas somente no final desta sessão é discutido o balanço energético entre absorção e emissão de radiação de um corpo negro, citando, mesmo que em apenas uma linha, a lei de Kirchhoff.

A radiância espectral é definida como a distribuição espectral da radiação do corpo negro, e o gráfico característico da radiância em função da frequência ν para diferentes temperaturas é apresentado como resultado experimental a partir de Lummer e Pringsheim, em 1899, com seus limites e máximos discutidos. A radiância espectral, talvez um dos conceitos mais importantes do capítulo, é apresentada sem ligação com o equilíbrio térmico e de forma pouco aprofundada. Claro que essas

lacunas podem ser supridas pelo professor, mas no texto as explicações estão ausentes.

Figura 10: Gráfico da radiância espectral de um corpo negro e sua respectiva legenda, retirados do livro-texto (1).



Fonte: (EISGERG ; RESNICK, 1994, pg. 21).

Através de uma análise qualitativa da função de distribuição expressa pelo gráfico, o livro-texto (1) apresenta a radiância total do corpo negro, a Lei de Stefan e a lei de Deslocamento de Wien, sem mencionar argumentos do Eletromagnetismo e da Termodinâmica que foram utilizados originalmente para a dedução dessas leis. Este é o momento em que poderia haver comentários mais significativos sobre a teoria Eletromagnética no texto, como visto no Capítulo 2. Vide citação a seguir:

“A integral da radiância espectral $R_T(\nu)$ sobre todas as frequências ν é a energia total emitida por unidade de tempo por unidade de área por um corpo negro a temperatura T . É dita Radiância R_T . Isto é $R_T = \int_0^{\infty} R_T(\nu) d\nu$. Como vimos da discussão precedente, da figura 1.1, $R_T(\nu)$ cresce rapidamente com o aumento da temperatura. De fato, este resultado é chamado lei de Stefan, e foi enunciado pela primeira vez em 1879 sob a forma de uma equação empírica. $R_T = \sigma T^4$, onde σ é chamada de constante de Stefan-Boltzmann. A

figura 1.1 também mostra que o espectro se desloca para maiores frequências à medida que T aumenta. Este resultado é chamado de lei de deslocamento de Wien: $\nu_{\max} \propto T$, onde ν_{\max} é a frequência ν na qual R_T tem seu valor máximo para uma dada temperatura”. (EISBERG; RESNICK, 1994, p. 21 e 22)

Antes de concluir a sessão, é mostrado que a Radiação de Corpo Negro pode ser substituída pela radiação de uma cavidade mantida a uma temperatura fixa, que escapa para o exterior através de um orifício pequeno, o que caracteriza uma Radiação de Corpo Negro. Tal substituição do objeto “corpo negro” para “cavidade” será importante para a didatização que o livro adota, uma vez que ele passará a trabalhar com a radiação que preenche a cavidade, e não com as paredes ou a superfície de um corpo negro. Neste ponto, podemos perceber que a escolha em enfatizar a radiação e não a matéria e os exemplos que serão colocados a seguir começam a dar indícios da teoria (Θ), tecnologia (θ) e técnica (τ) que o livro-texto (1) pretende desenvolver para tratar o fenômeno da Radiação de Corpo Negro.

A seguir, são mostrados os dois exemplos numéricos, “a” e “b”, para aplicação da lei de Stefan e lei de deslocamento de Wien, segundo a hipótese de que a superfície das estrelas são corpos negros. E esta hipótese parece não ter coerência com a definição de corpo negro apresentada há pouco pelo livro, o que pode tornar confuso o entendimento do leitor.

“a) Como $\lambda\nu = c$, a velocidade constante da luz, a lei de deslocamento de Wien também pode ser colocada na forma $\lambda_{\max} \cdot T = \text{constante}$, onde λ_{\max} é o comprimento de onda na qual a radiação espectral atinge seu valor máximo para uma dada temperatura T. O valor determinado experimentalmente para a constante de Wien é $2,898 \cdot 10^{-3} \text{ mK}$. Se supusermos que as superfícies estelares se comportam como corpos negros, podemos obter uma boa estimativa de sua temperatura medindo-se λ_{\max} . Para o Sol, $\lambda_{\max} = 5100 \text{ \AA}$, enquanto que para a Estrela do Norte (Estrela Polar) $\lambda_{\max} = 3500 \text{ \AA}$. Achar a temperatura dessas estrelas. Para o Sol, $T = \frac{2,898 \cdot 10^{-3} \text{ mK}}{5100 \cdot 10^{-10} \text{ m}} = 5700 \text{ K}$. Para a Estrela do Norte, $T = \frac{2,898 \cdot 10^{-3} \text{ mK}}{3500 \cdot 10^{-10} \text{ m}} = 8300 \text{ K}$.

b) Usando a lei de Stefan e a temperatura obtida acima, determinar a potência irradiada por 1 cm^2 da superfície estelar. Para o Sol, $R_T = \sigma T^4 = 5,67 \cdot 10^{-8} \frac{\text{W}}{\text{m}^2 \text{K}^4} (5700 \text{ K})^4 \cong 6000 \frac{\text{W}}{\text{cm}^2}$. Para a Estrela do Norte, $R_T = \sigma T^4 = 5,67 \cdot 10^{-8} \frac{\text{W}}{\text{m}^2 \text{K}^4} (8300 \text{ K})^4 \cong 27000 \frac{\text{W}}{\text{cm}^2}$. ” (EISBERG; RESNICK, 1994, p. 23 e 24)

3.4.3 A teoria clássica da radiação da cavidade

A sessão três denomina-se “A teoria clássica da radiação de cavidade”. Inicialmente, é definido com clareza que o cálculo utilizado nela será aquele desenvolvido essencialmente por Rayleigh e Jeans. Segue a descrição:

“No início deste século, Rayleigh, e também Jeans, fizeram o cálculo da densidade de energia da radiação da cavidade (ou do corpo negro), o qual mostrou uma séria divergência entre a física clássica e os resultados experimentais. Este cálculo é análogo aos que aparecem ao considerarmos muitos outros fenômenos (por exemplo, calor específico dos sólidos), que serão tratados mais tarde. Apresentaremos os detalhes do cálculo aqui, mas, como uma forma de facilitar a sua compreensão, faremos antes uma digressão sobre o problema.” (EISBERG; RESNICK, 1994, p. 24)

Dessa maneira, a sessão define uma tarefa a ser realizada: descrever a função da distribuição espectral da radiação da cavidade. Denominaremos essa tarefa de (t_1) . Notamos também que as definições e exemplos da sessão anterior parecem servir de base tecnológica para o que será desenvolvido nesta sessão, de maneira que o problema da Radiação de Corpo Negro se resume em determinar a forma da distribuição espectral. Ainda conforme citação anterior, o livro-texto parece justificar, de maneira geral, a escolha da abordagem de Rayleigh e Jeans (em detrimento da maneira desenvolvida pelo Planck, por exemplo) por sua abrangência em tratar outros fenômenos discutidos mais adiante em outros capítulos, inclusive o calor específico dos sólidos. Esta é a sua opção didática. A seguir, o livro apresenta um resumo da sessão:

“Consideremos uma cavidade com paredes metálicas aquecidas uniformemente a uma temperatura T . As paredes emitem radiação eletromagnética na faixa térmica de frequências. Sabemos que isso acontece, basicamente, por causa dos movimentos acelerados dos elétrons nas paredes metálicas, que surgem como resultado da agitação térmica (vide apêndice B). No entanto, não é necessário estudar detalhadamente o comportamento dos elétrons nas paredes da cavidade. Em vez disso, estudaremos o comportamento das ondas eletromagnéticas em seu interior. Rayleigh e Jeans procederam da seguinte maneira. Inicialmente, a teoria eletromagnética clássica é usada para mostrar que a radiação dentro da cavidade deve existir na forma de ondas estacionárias com nós sobre as superfícies metálicas. Usando-se argumentos geométricos, faz-se uma contagem do número dessas ondas estacionárias cujas frequências estão no intervalo de ν e $\nu + d\nu$, de forma a determinar como esse número depende de ν . Então usa-se um resultado da teoria cinética clássica dos gases para calcular a energia total média dessas ondas quando o sistema está em equilíbrio térmico. A energia total média depende, na teoria clássica, apenas da temperatura T . O número de ondas estacionárias no intervalo de frequências, multiplicado pela energia média das ondas e dividido pelo volume da cavidade, nos dá a energia média contida em uma unidade de volume no intervalo de frequências de ν e $\nu + d\nu$. Esta é a quantidade desejada, a densidade de energia $\rho_T(\nu)$. Façamos agora tudo isso em detalhes.” (EISBERG; RESNICK, 1994, p. 24 e 25)

Este resumo define a técnica utilizada pelo livro-texto (1), que vamos denominar (τ_{RJ}), para realizar o cálculo da densidade de energia da radiação de um corpo negro, e explicitamente aponta para a maneira como Rayleigh e Jeans procederam no tratamento do problema, assemelhando-se ao esquema sintetizado na sessão 2.3 do Capítulo 2 desta dissertação.

Atentamos para um fato curioso neste ponto. Ao afirmar que não é necessário estudar os elétrons nas paredes metálicas da cavidade, o livro opta por usar o modelo das ondas eletromagnéticas aprisionadas

numa cavidade de paredes metálicas para tratar os modos normais, passando, portanto, a estudar a radiação eletromagnética da cavidade. Consequentemente, como agora ele trabalha somente com a radiação e não com a matéria, qualquer resultado que venha a ser atingido, inclusive a quantização que será descrita em breve, será referente às ondas eletromagnéticas, e não à energia dos osciladores como do modelo proposto por Planck.

Em seguida, acontece a descrição detalhada da técnica (τ_{RJ}) proposta acima. Inicialmente é estabelecido o modelo de ondas eletromagnéticas dentro de uma cavidade metálica cúbica:

“Suponhamos para simplificar que a cavidade com paredes metálicas contendo radiação eletromagnética tenha a forma de um cubo cujas arestas medem a . Então a radiação que é refletida sucessivamente pelas paredes pode ser decomposta em três componentes, ao longo das três direções mutualmente perpendiculares definidas pelas arestas da cavidade. Como as paredes opostas são paralelas, as três componentes da radiação não se misturam, e podemos tratá-las separadamente. Consideremos inicialmente a componente x e a parede metálica em $x = 0$. Toda radiação nessa direção que incide sobre a parede é refletida por ela, e as ondas incidente e refletida se combinam formando uma onda estacionária. Como a radiação eletromagnética é vibração transversal, com o vetor campo elétrico E perpendicular à direção de propagação, e como a direção de propagação para essa componente é perpendicular à parede considerada, seu vetor campo elétrico E é paralelo à parede. No entanto, na parede metálica não pode haver campo elétrico paralelo à superfície, pois as cargas sempre fluem de forma a neutralizar o campo elétrico. Portanto, essa componente de E deve ser sempre zero na parede. Isto é, a onda estacionária associada à componente x da radiação deve ter um nó (amplitude zero) em $x = 0$. A onda estacionária também deve ter um nó em $x = a$, pois não é possível a existência de campo elétrico paralelo a essa parede. Além disso, condições semelhantes se aplicam às duas outras componentes.” (EISBERG; RESNICK, 1994, p. 25)

Após esta passagem, que brevemente faz considerações eletromagnéticas sobre a radiação na cavidade, é realizada a contagem de modos normais desta radiação em apenas uma dimensão espacial. A contagem dos modos é necessária, pois, conforme a Teoria Ondulatória, estes são os graus de liberdade do sistema ondulatório, ou seja, a maneira como as ondas absorvem energia. Optamos, aqui, por não transcrever as passagens do livro-texto (1) nesta descrição, pois ela é semelhante à contagem de modos desenvolvida por Rayleigh e Jeans já descrita em detalhes no Capítulo 2 desta dissertação.

Em seguida, o resultado do número de modos normais em uma dimensão é generalizado para o caso tridimensional. Depois, são realizadas considerações a respeito do equilíbrio termodinâmico do sistema para que seja possível classificar os modos normais de vibração como constituintes gerais (entes) de um sistema em equilíbrio termodinâmico, a fim de que, por fim, possamos utilizar aqui, como consideraram Rayleigh e Jeans, o princípio da equipartição da energia, e atribuir $\frac{kT}{2}$ de energia a cada grau de liberdade do sistema, que, no caso de ondas estacionárias, são os modos normais de vibração.

“No entanto, para um sistema contendo um grande número de entes físicos do mesmo tipo, que estão em equilíbrio térmico entre si, a uma temperatura T , a física clássica faz uma previsão bem definida dos valores médios das energias desses entes. Isso se aplica ao nosso caso, já que o grande número de ondas estacionárias que constituem a radiação térmica dentro da cavidade são entes do mesmo tipo que estão em equilíbrio térmico entre si a uma mesma temperatura T , a temperatura das paredes da cavidade.” (EISBERG; RESNICK, 1994, p. 31)

Conclusivamente, a fórmula de Rayleigh-Jeans para a densidade de energia da cavidade é alcançada multiplicando-se o número de ondas estacionárias no intervalo de frequências pela energia média dessas ondas, obtendo-se:

$$u(\nu)d\nu = \frac{8\pi\nu^2 kT}{c^3} d\nu \quad (3.1)$$

O último parágrafo desta sessão trata do episódio conhecido como Catástrofe do Ultravioleta:

“Na figura 1-8 comparamos as previsões dessa equação com os dados experimentais. A discrepância é evidente. No limite de baixas frequências, o espectro clássico se aproxima dos resultados experimentais, mas, à medida que a frequência cresce, a previsão teórica vai a infinito. A experiência nos mostra que a densidade de energia sempre permanece finita, como é óbvio que deveria permanecer; na realidade, a densidade de energia vai a zero para frequências muito altas. O comportamento grosseiramente não realista da previsão da teoria clássica para altas frequências é conhecido na física como a ‘catástrofe do ultravioleta’. O termo sugere e enfatiza a não validade da teoria clássica nesta região.” (EISBERG; RESNICK, 1994, p. 31)

Do Capítulo 2 desta dissertação, sabemos que o cerne do problema reside justamente no princípio da equipartição da energia, que leva em conta a maneira como os sistemas trocam energia entre si, mas ao citar a “catástrofe do ultravioleta” e a discrepância experimental, conforme a última citação, o livro-texto (1) não indica onde está exatamente localizado o problema. Não está especificado se a discrepância é causada por imprecisão do equipamento de medida, ou por alguma falha na teoria eletromagnética, ou alguma consideração na teoria ondulatória, ou no princípio da equipartição da energia, ou tudo isso ao mesmo tempo, o que pode gerar confusão para o leitor. Portanto, não há clareza quanto ao objetivo de discutir a “catástrofe do ultravioleta” da maneira como foi feito.

Conclusivamente, podemos constatar que a didatização do livro-texto (1) desenvolve a descrição da função densidade de energia conforme a abordagem de Rayleigh e Jeans descrita no Capítulo 2 desta dissertação. Fica evidente também que a Teoria Ondulatória é predominante durante a descrição e que a ênfase desta abordagem está no cálculo dos modos normais de vibração. Alguns resultados da Teoria Termodinâmica são citados ao se definir rapidamente o conceito de corpo negro, equilíbrio térmico e ao fazer uso do Princípio da Equipartição da Energia. A Teoria Eletromagnética é citada rapidamente quando o livro faz uso das condições de contorno das ondas eletromagnéticas nas paredes metálicas da cavidade. Radiação total, radiação espectral, lei de Stefan, lei de deslocamento de Wien são introduzidos a partir de dados experimentais. Dois exemplos numéricos

para a utilização da Lei de deslocamento de Wien e Lei de Stefan são resolvidos.

Tendo agora uma visão geral da sessão dois, novamente escrevemos a tarefa (t_1) que a praxeologia presente na didatização do livro pretende executar: descrever a função da distribuição espectral da radiação da cavidade. Para executá-la, o livro-texto (1) constrói um percurso didático em etapas, isto é, está definindo as etapas da técnica que utiliza, da qual denominaremos aqui de (τ_{LT1}). Veja que, primeiro, ele expõe a técnica (τ_{RJ}) para, depois, comentar sobre a incoerência entre experiência e saber clássico. Podemos então escrever as três primeiras etapas da técnica (τ_{LT1}) na seguinte ordem:

- 1) definir conceitos básicos;
- 2) desenvolver em detalhes a técnica (τ_{RJ});
- 3) comentar sobre incoerência entre experimento e teoria.

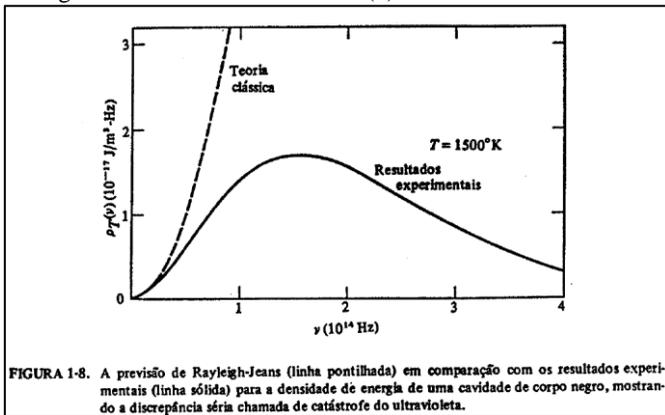
3.4.4 Teoria de Planck da radiação de cavidade

A próxima sessão, quarta na sequência, intitula-se “Teoria de Planck da radiação de cavidade”. Remetendo ao Capítulo 2 desta dissertação, somos levados a notar certa estranheza neste título, uma vez que Planck não possui uma teoria para a radiação da cavidade, e sim para o modelo de cargas oscilantes e suas energias nas paredes dessa cavidade, o que acaba exemplificando a transformação do saber durante o processo de sua transposição. A primeira afirmação desta sessão é a seguinte:

“Ao tentar solucionar a discrepância entre a teoria e a experiência, Planck foi levado a considerar a hipótese de uma violação da lei de equipartição da energia sobre a qual a teoria se baseava.” (EISBERG; RESNICK, 1994, p. 32)

O próximo passo do livro-texto (1) é mostrar de que maneira Planck foi levado a considerar uma violação no princípio da equipartição da energia. A próxima citação e a figura 10 tentam mostrar de que maneira Planck atingiu este feito:

Figura 11: Gráfico da radiância espectral segundo os resultados experimentais em comparação com a previsão de Rayleigh e Jeans (teoria clássica) e sua respectiva legenda retirados do livro-texto (1).



Fonte: (EISGERG ; RESNICK, 1994, pg. 32).

“Da figura 1.8, é claro que a lei [de Rayleigh e Jeans] dá resultados satisfatórios para baixas frequências. Portanto, podemos supor

$$\bar{\epsilon}_{\nu \rightarrow 0} \rightarrow kT$$

A discrepância para altas frequências poderia ser eliminada se houvesse, por algum motivo, um corte, de forma que

$$\bar{\epsilon}_{\nu \rightarrow \infty} \rightarrow 0$$

Em outras palavras, Planck descobriu que, nas circunstâncias que predominam no caso da radiação de corpo negro, a energia média das ondas estacionárias é uma função da frequência... Isso contradiz a lei da equipartição da energia...” (EISBERG; RESNICK, 1994, p. 32)

Dois comentários são importantes neste ponto. Primeiramente, não podemos nos esquecer de que as diversas tentativas de Planck para resolver o problema da Radiação de Corpo Negro basearam-se na Física Clássica, e as conclusões que ele atinge a partir delas enfatizam a necessidade de postular algo novo e romper com a velha física. Segundo citação acima, Planck é levado a esta hipótese de violação analisando simplesmente os limites do gráfico da radiância espectral, como se o problema fosse resumido a um ajuste de curva. Em segundo lugar, conforme citação anterior, Planck atinge suas conclusões trabalhando com o modelo de ondas eletromagnéticas estacionárias na cavidade

metálica, o que discorda de seu trabalho original, onde ele modela os elétrons nas paredes da cavidade como osciladores, conforme visto no Capítulo 2 desta dissertação. Há, aqui, portanto, uma discordância com os trabalhos originais, que culminará com a quantização da energia do campo eletromagnético, e não quantização da energia dos osciladores nas paredes da cavidade.

Em sequência, o livro-texto (1) frisa a origem da equipartição da energia através da distribuição de probabilidades de Boltzmann, distribuição esta deduzida num apêndice no final do livro. Em seguida, usa-se esta probabilidade para se calcular a energia média, segundo:

$$\bar{\varepsilon} = \frac{\int_{-\infty}^{+\infty} \varepsilon P(\varepsilon) d\varepsilon}{\int_0^{\infty} P(\varepsilon) d\varepsilon} \quad (3.2)$$

onde $P(\varepsilon)d\varepsilon$ é a probabilidade de encontrar um dado ente de um sistema com energia num intervalo $d\varepsilon$. Neste caso, os entes são um conjunto de ondas estacionárias oscilando em movimento harmônico simples em equilíbrio térmico em uma cavidade de corpo negro. Por fim, como os entes de um sistema podem assumir qualquer energia, somar todas elas é o papel da integral escrita em (3.2).

Em seguida, lê-se a frase:

“A grande contribuição de Planck surgiu quando ele descobriu que poderia obter o corte necessário, se modificasse o cálculo que leva de $P(\varepsilon)$ a $\bar{\varepsilon}$, tratando a energia ε como se ela fosse uma variável discreta, em vez de uma variável contínua, como sempre foi considerada na física clássica.” (EISBERG; RESNICK, 1994, p. 33)

Todo o trabalho termodinâmico, estatístico e eletromagnético de Planck é resumido em uma frase, bastando agora resolver novamente a equação para $\bar{\varepsilon}$, trocando a integral por uma soma discreta, uma vez que ela não pode mais assumir qualquer valor.

Em seguida, há a passagem:

“Planck descobriu que ele poderia obter $\bar{\varepsilon} \cong kT$ quando a diferença entre energias sucessivas $\Delta\varepsilon$ for pequena, e $\bar{\varepsilon} \cong 0$ quando $\Delta\varepsilon$ é grande. Como ele precisava obter o primeiro resultado para baixos valores de frequência ν , e o segundo para grandes valores de ν , ele obviamente precisava fazer de $\Delta\varepsilon$ uma função crescente de ν . Alguns cálculos lhe mostraram que ele poderia tomar a relação mais simples possível entre $\Delta\varepsilon$ e ν com

essa propriedade. Isto é, ele supôs que essas grandezas fossem proporcionais.” (EISBERG; RESNICK, 1994, p. 34 e 35)

Juntamente a este trecho, é apresentada a equação $\Delta\varepsilon = h\nu$, onde h é a constante de Planck. Depois, basta utilizarmos a expressão de $\bar{\varepsilon}$ com as novas informações, para que seja realizada uma soma e encontrada a nova expressão para a energia média:

$$\bar{\varepsilon} = \frac{h\nu}{e^{kT} - 1} \quad (3.3)$$

Desta forma, o livro-texto (1) descreve a maneira como Planck solucionou o problema da Radiação de Corpo Negro, mostrando, primeiramente, a origem do Princípio da Equipartição da Energia na Mecânica Estatística, para, depois, introduzir o postulado de Planck e, finalmente, revisar o Princípio da Equipartição da Energia e recalculer $\bar{\varepsilon}$. Logo, a técnica (τ_{LT1}) ganhou mais etapas.

Após conseguir a nova expressão para $\bar{\varepsilon}$, o livro-texto trabalha seus limites, para mostrar sua coerência com resultados experimentais do gráfico da radiância espectral em função da frequência. Multiplicando esta nova expressão de $\bar{\varepsilon}$ (3.3) pelo número de modos normais de vibrações das ondas na cavidade (3.1), conforme obtido por Rayleigh e Jeans, escrevemos o espectro de corpo negro de Planck:

$$u(\nu)d\nu = \frac{8\pi\nu^2}{c^3} \frac{h\nu}{e^{kT} - 1} d\nu \quad (3.4)$$

Segundo o livro:

“Devemos lembrar que Planck não alterou a distribuição de Boltzmann. ‘Tudo’ que ele fez foi tratar a energia das ondas estacionárias eletromagnéticas, oscilando senoidalmente com o tempo, como grandeza discreta em vez de contínua.” (EISBERG; RESNICK, 1994, p. 37)

Novamente, aqui, é reforçada a ideia de que Planck, em todo seu trabalho, idealizou um modelo para a radiação, e não para as paredes da cavidade. Em seguida, como exemplo, é realizado o cálculo detalhado da expressão a seguir (3.5), que nos dá a energia média, considerando-se a energia discreta e múltipla de $h\nu$:

$$\bar{\varepsilon} = \frac{\sum_{n=0}^{\infty} \varepsilon P(\varepsilon)}{\sum_{n=0}^{\infty} P(\varepsilon)} \quad (3.5)$$

Também como exemplo, é demonstrado o cálculo detalhado de como escrever o espectro de corpo negro de Planck na variável λ . Ainda no final da sessão, é comentado, sem detalhes de cálculo, como é possível deduzir a lei de Stefan e a lei de deslocamento de Wien a partir do espectro de corpo negro de Planck. Estes exemplos são discutidos para mostrar que a fórmula de Planck é consistente com os resultados clássicos já conhecidos.

“A lei de Stefan é obtida integrando-se a lei de Planck sobre todo o espectro de comprimento de onda. Obtém-se que a radiância é proporcional à quarta potência da temperatura, sendo a constante de proporcionalidade $2\pi^5 k^4 / 15c^2 h^3$ identificada com σ , a constante de Stefan, que tem o valor determinado experimentalmente de $5,67 \cdot 10^{-8} W / m^2 K^4$. A lei de deslocamento de Wien é obtida fazendo-se $du(\lambda)/d\lambda = 0$. Encontramos $\lambda_{max} T = 0,2014 hc / k$, e identificamos o lado direito desta equação com a constante de Wien, determinada experimentalmente como sendo $2,898 \cdot 10^{-3} mK$. Usando-se esses dois valores medidos, e supondo-se um valor para a velocidade da luz, podemos calcular os valores de h e k . De fato, isto foi feito por Planck, estando os valores obtidos bastante próximos dos obtidos posteriormente por outros métodos.” (EISBERG; RESNICK, 1994, p. 39)

3.4.5 O uso da lei da radiação de Planck na termometria

Na sequência, a sessão cinco, intitulada “O uso da lei da radiação de Planck na termometria”, discute o princípio de funcionamento do pirômetro óptico para aferir a temperatura de corpos aquecidos. Esse exemplo se justifica por ser possível utilizar a equação de Planck numa aplicação prática e pelo auxílio da termometria na descoberta da radiação cósmica de fundo em micro-ondas.

3.4.6 O postulado de Planck e suas implicações

A sessão seis, intitulada “O postulado de Planck e suas implicações”, generaliza o postulado de Planck e discute basicamente

suas implicações em sistemas macroscópicos, generalizando o termo “coordenada” para “qualquer quantidade que descreva a condição instantânea do ente”. Vide citação a seguir:

“Qualquer ente físico com um grau de liberdade cuja ‘coordenada’ é função senoidal do tempo (isto é, executa oscilações harmônicas simples) pode possuir apenas energias totais e que satisfaçam a relação $\varepsilon = nh\nu$, $n = 1,2,3, \dots$ onde ν é a frequência de oscilação, e h uma constante universal.” (EISBERG; RESNICK, 1994, p. 40)

É importante frisar que, conforme obtido no Capítulo 2 dessa dissertação, o postulado de Planck refere-se a um sistema vibratório material, o que não inclui as ondas eletromagnéticas. O trecho citado anteriormente parece ser introduzido a fim de generalizar o postulado para abranger qualquer “ente” de um sistema que oscile, inclusive a luz. Não há discussão profunda sobre as origens dessa generalização, e novamente neste ponto é reforçada a ideia de que Planck introduz o postulado a fim de quantizar as ondas eletromagnéticas. Esta sessão seis do livro-texto (1) é encerrada com breve discussão de um exemplo de sistema macroscópico: o pêndulo simples.

3.4.7 Um pouco de história da física quântica

Já na sétima e última sessão deste capítulo, intitulada “Um pouco de história da física quântica”, o livro comenta de forma superficial sobre o percurso historicamente trilhado por Planck e escreve sobre a não generalidade do postulado em seu trabalho original. A citação ainda não deixa claro quem ou de que maneira é possível ampliar a abrangência do postulado:

“Em sua forma original, o postulado de Planck não era tão abrangente quanto na forma em que expusemos. O trabalho inicial de Planck foi feito tratando, detalhadamente, o comportamento de elétrons nas paredes do corpo negro e seu acoplamento ou interação com a radiação eletromagnética dentro da cavidade. Este acoplamento leva ao mesmo fator ν^2 que obtivemos se partirmos de argumentos mais gerais, devido a Rayleigh e Jeans. Através deste acoplamento, Planck associou a energia a uma dada frequência da radiação de corpo negro à energia de um elétron na parede oscilando

senoidalmente com a mesma frequência, e ele postulou apenas que a energia da partícula oscilante é quantizada. Somente mais tarde foi que Planck aceitou a ideia de que as próprias ondas eletromagnéticas eram quantizadas, e o postulado foi ampliado de forma a incluir qualquer ente cuja coordenada oscilasse senoidalmente.” (EISBERG; RESNICK, 1994, p. 42)

A análise do capítulo 1 do livro-texto (1) encerra-se aqui.

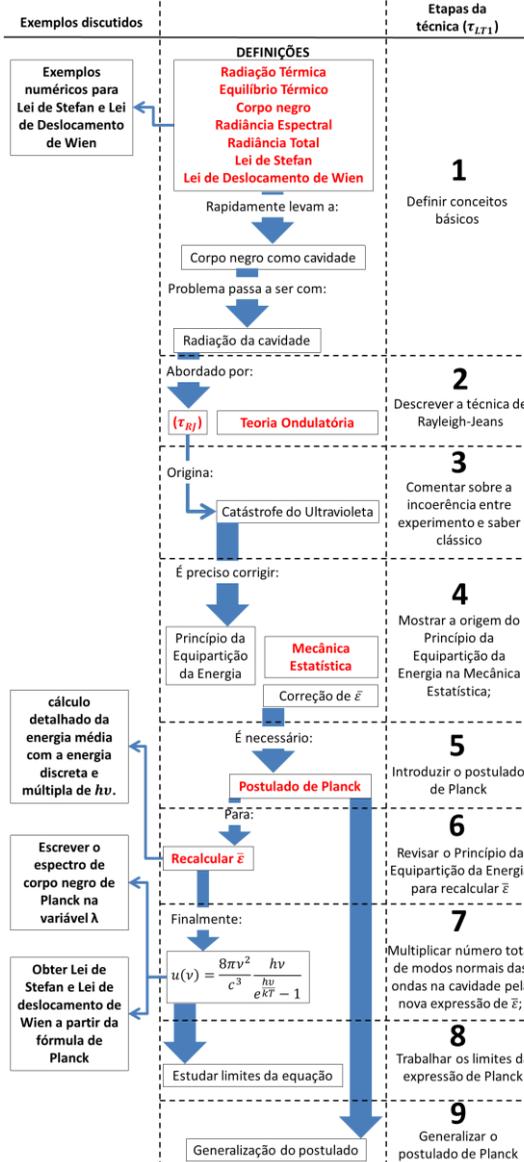
3.5 A técnica (τ_{LT1}) do livro-texto (1)

Agora, é possível escrever todas as etapas da técnica (τ_{LT1}) adotada pelo livro-texto (1):

- 1) Definir conceitos básicos;
- 2) Descrever a técnica de Rayleigh e Jeans (τ_{RJ});
- 3) Comentar sobre a incoerência entre o experimento e o saber clássico;
- 4) Mostrar a origem do Princípio da Equipartição da Energia na Mecânica Estatística;
- 5) Introduzir o postulado de Planck;
- 6) Revisar o Princípio da Equipartição da Energia para recalcular $\bar{\epsilon}$;
- 7) Multiplicar número total de modos normais das ondas na cavidade pela nova expressão de $\bar{\epsilon}$;
- 8) Trabalhar os limites da expressão de Planck;
- 9) Generalizar o postulado de Planck.

Utilizando esta técnica (τ_{LT1}), o livro-texto (1) realiza a tarefa (t_1): descrever a função da distribuição espectral da radiação da cavidade. Apesar de justificar essa didatização adotada por ser útil em outros capítulos, o livro-texto (1) aparentemente a escolheu por ser uma maneira bastante didática (simples e rápida) de deduzir a expressão de Planck para a Radiação de Corpo Negro. É importante, neste ponto, sintetizarmos o percurso didático e os demais exemplos discutidos ao longo da análise nessa Etapa 1 num esquema que facilite a sua visualização. Este esquema também foi montado propositalmente para destacar os exemplos trabalhados pelo livro-texto (1) ao longo do percurso. Tal destaque auxilia a análise dos demais dados nas próximas etapas metodológicas.

Quadro 3: esquema que sintetiza a técnica (τ_{LT1}) utilizada pelo livro-texto (1) para deduzir a fórmula de Planck. Nele, destacamos os exemplos trabalhados ao longo do Capítulo 1 do livro-texto (1), o percurso seguido por ele e as respectivas etapas da técnica (τ_{LT1}) associadas ao percurso.



Fonte: dados da pesquisa

Os exemplos discutidos ao longo do Capítulo foram propositadamente não incluídos na técnica (τ_{LT1}). Isso se deve ao fato que, como será discutido na próxima etapa, somente o conhecimento de tais exemplos é suficiente para a realização de muitas tarefas, reduzindo a utilidade da técnica (τ_{LT1}) em resolver tarefas propostas. A didatização trazida pelo livro-texto enfatiza o bloco tarefa-técnica [t, τ].

Com isso, fica caracterizado o saber a ser ensinado segundo a didatização presente no livro-texto (1), que, conforme nossa análise, privilegia a Teoria Ondulatória e a Mecânica Estatística. Uma pessoa (X) pertencente a uma instituição disciplina que se relaciona com o objeto RCN da maneira como foi identificada, pode criar uma relação pessoal com este objeto RCN com ênfase na Teoria Ondulatória e técnica de contagem de modos normais de vibração numa cavidade. Também constatamos que a técnica descrita acaba quantizando o campo eletromagnético, ou as ondas eletromagnéticas, e não a energia dos osciladores nas paredes da cavidade. Portanto, fica assim definido o que a pessoa vai aprender.

O livro-texto (1) procede desta maneira, pois aparentemente sua pretensão é deduzir o mais rápido possível a fórmula de Planck. Este percurso caracteriza a relação institucional do livro-texto (1) com o objeto Radiação de Corpo Negro. Na próxima Etapa, vamos analisar as tarefas (t) e tipos de tarefas (T) propostas para este conteúdo transposto na técnica (τ_{LT1}).

3.6 Etapa 2: Categorização das tarefas (t) e tipos de tarefas (T)

Primeiramente, é feita a contagem das Tarefas (t) e Tipos de Tarefas (T) identificadas no material coletado. Notemos que os elementos que constituem este material aparecem em momentos de estudos diferentes durante a apresentação do tópico RCN; momentos que abrangem as relações entre a tríade aluno-saber-instituição. As listas de exercícios caracterizam o momento de estudo do aluno e a relação estudante-saber, enquanto que as provas são posteriores e caracterizam o momento de avaliação da instituição. As listas de exercícios balizam o aluno sobre o que o professor considera importante, enquanto que as provas contêm aquilo que o aluno “deveria saber”.

Em consequência, os elementos do material coletado ficam assim classificados: provas, livros-textos e listas de exercícios. Em cada um deles, um problema ou questão pode dar origem a diferentes tarefas

(t), que, por sua vez, podem ser agrupadas em Tipos de Tarefas (T). Por exemplo, nos livros-textos, encontramos o seguinte exercício:

“Encontre λ_m da radiação de corpo negro para (a) $T = 3 \text{ K}$ (b) $T = 300 \text{ K}$ e (c) $T = 3000 \text{ K}$.”

Neste exercício são identificadas três Tarefas (t_1, t_2, t_3) representadas ali pelos itens “a”, “b” e “c”, que se enquadram num mesmo Tipo de Tarefa (T_A): calcular λ_m dada a temperatura do corpo negro. Neste próximo exemplo, em uma das provas, encontramos o seguinte exercício:

“Suponha que a temperatura do filamento de uma lâmpada incandescente de 50 W é de aproximadamente 3.000 K . Supondo que o filamento se comporte como um corpo negro: (a) determine o comprimento de onda λ_m no máximo da distribuição espectral. (b) determine a frequência máxima no máximo da distribuição espectral;”

Nesse caso, identificamos no exercício duas tarefas (t_4, t_5) ali representadas pelos itens “a” e “b”, respectivamente: em “a”, calcular λ_m dada a temperatura do corpo negro, e em “b”, calcular a frequência ν_m no máximo de distribuição a partir da temperatura ou λ_m . Em princípio, (t_4, t_5) podem ser enquadradas, respectivamente, em: $t_4 \rightarrow (T_A)$ (calcular λ_m dada a temperatura do corpo negro); $t_5 \rightarrow$ novo tipo de tarefa (T_B) (calcular ν_m dada a temperatura do corpo negro). Porém, (T_A) e (T_B) são semelhantes, bastando utilizar a Lei de Deslocamento de Wien para resolvê-las. Portanto, podemos ainda enquadrar as tarefas (t_1, t_2, t_3, t_4 , e t_5) no mesmo tipo de tarefa (T_1): calcular λ_m, ν_m ou temperatura a partir da Lei de Deslocamento de Wien. As Tarefas (t), Tipos de Tarefas (T) e os exercícios coletados encontram-se no anexo 2. A tabela abaixo mostra a contagem de exercícios, tarefas (t) e tipos de tarefas (T) dos elementos ou objetos provas, livros-textos e lista de exercícios.

Tabela 1: Quantidade de Exercícios, Tarefas e Tipos de Tarefas encontrados em provas, livros-textos e listas de exercícios.

Atividades	Objetos dos diferentes momentos didáticos				TOTAL
	Provas	Livro-Texto (1)	Livro-Texto (2)	Lista de exercícios	
Exercícios	11	38	12	11	72
Tarefas	37	48	25	23	133
Tipos de Tarefas	14	38	9	9	70

Fonte: Dados da pesquisa.

Na tabela 1, considerando todos os objetos coletados, contamos 133 tarefas que agrupamos em 70 tipos de tarefas. Destes 70 tipos de tarefas, algumas se encontram repetidas em objetos diferentes. Da mesma tabela, notamos que o livro-texto (1) consegue diversificar mais os Tipos de Tarefas que os demais objetos listados. Podemos considerar que muitas tarefas categorizadas em poucos tipos de tarefas exigem do aluno a repetição da mesma atividade diversas vezes. Em si, a repetição não é ruim, uma vez que, para o registro da atividade, é necessário que o aluno repita a operação algumas vezes. Porém, o que seria ideal evitar é a utilização absoluta de uma mesma técnica, sem a exploração de outra.

Para expor os saberes presentes nos Tipos de Tarefas (*T*), os classificamos segundo *Tipos de Atividades* mais comuns praticadas durante a resolução dos exercícios num curso de Física. Algumas categorias são baseadas em Kurnaz e Arslan (2009). São elas: Tipos de Tarefas que envolvem Cálculo, Interpretação-Explicação, Construção de Gráficos, Análise de Gráficos e Análise-Interpretação de Dados Experimentais. Vide tabela 2 a seguir.

Tabela 2: quantidade de Tipos de Tarefas segundo tipos de atividades, de forma que a porcentagem refere-se à quantidade total de Tipos de Tarefas em cada objeto da tabela 1 anterior.

Tipos de Atividades	Quantidade de Tipos de Tarefas				TOTAL
	Provas	Livro (1)	Livro (2)	Lista	
Cálculo	8 (57%)	16 (42%)	7 (77%)	8 (89%)	39
Interpretação-Explicação	4 (29%)	22 (58%)	2 (23%)	0	28
Construção Gráfica	1 (7%)	0	0	1 (11%)	2
Análise de Gráficos	1 (7%)	0	0	0	1
Análise- interpretação de dados experimentais	0	0	0	0	0

Fonte: Dados da pesquisa.

Os Tipos de Tarefas que envolvem Cálculo englobam aquelas que exigem manipulação de equações ou substituição de valores numéricos nas expressões e fórmulas, originando como resposta um valor numérico ou uma expressão matemática. Tarefas Interpretação-Explicação são aquelas que exigem discussão dos conceitos ou discussão dos significados das grandezas físicas e explicação e justificação das respostas, sendo algumas difíceis e emblemáticas. As do tipo Construção de Gráficos são tarefas que exigem construção de gráficos no plano cartesiano e conhecimento das propriedades de derivação, integração, inclinação das curvas, máximos e mínimos, enquanto que Análise de Gráficos são tarefas que conectam os gráficos com significados de conceitos físicos e suas interpretações. Tarefas que apresentam dados experimentais e os conecta com conceitos e os significados destes conceitos enquadram-se no Tipo de Tarefas Análise-Interpretação de Dados Experimentais.

Da Tabela 2, concluímos que tipos de tarefas que exigem cálculo são as mais priorizadas em todo o material coletado, exceto no livro-texto (1), ou seja, o bloco tarefa-técnica $[t, \tau]$ é privilegiado. Logo, tipos de tarefas que envolvem cálculo devem ser analisados com maior rigor, a fim de expor os saberes ali envolvidos. Também, notamos na tabela 2, que os tipos de tarefas que exigem interpretação-explicação somam um número expressivo. Logo, também é interessante analisá-los mais a fundo.

Ainda em relação à tabela 2, notamos que tipos de tarefas que exigem análise e conhecimento gráfico são praticamente inexistentes (elas representam $\frac{3}{70}$ ou 4,2% do total dos Tipos de Tarefas em todo o material coletado), e tipos de tarefas que poderiam permitir analisar ou interpretar dados experimentais não estão presentes.

3.6.1 Tipos de Tarefas que envolvem cálculo

Explorando melhor a categoria cálculo, é possível classificá-las segundo as fórmulas utilizadas e manipuladas. Encontramos aqui os resultados mais famosos da teoria da Radiação de Corpo Negro, conforme descrito no Capítulo 2 desta dissertação. Vide tabela 3 a seguir.

Tabela 3: Quantidade de vezes que as fórmulas e expressões são utilizadas no cálculo de determinado Tipo de Tarefa que envolve Cálculo. Nesta tabela, é levado em conta que alguns tipos de tarefas fazem uso de duas expressões ou mais.

Fórmulas	Quantidade de vezes que a fórmula é utilizada para a realização dos Tipos de Tarefas (<i>T</i>) que envolvem cálculo				TOTAL
	Provas	Livro-texto (1)	Livro-texto (2)	Lista	
Lei de Planck	2	4	4	3	13
Lei de Deslocamento Wien	1	3	2	3	9
Lei Stephan-Boltzmann	1	3	2	2	8
Outros	2	4	1	0	7
Valor médio	0	5	0	0	5
Relação de Kirchoff	2	0	0	0	2
Lei de Rayleigh-Jeans	0	1	0	0	1

Fonte: Dados da pesquisa.

Na Tabela 3, a categoria “outros” engloba conhecimentos gerais pouco importantes ou alheios ao conteúdo Radiação de Corpo Negro, como a aplicação direta de regras de três, relação fundamental da ondulatória, fórmulas sobre Relatividade, constante solar e resolução de integrais em geral. Tais conhecimentos são encontrados nas provas e

significam pouco para a teoria da RCN discutida em sala. O cálculo do valor médio é cobrado 5 vezes em tarefas presentes no livro-texto (1), o que tende a reforçar sua própria técnica (τ_{LT1}), porém parece ser estranho às atividades trabalhadas em sala e desinteressante para as provas, conforme podemos ver da tabela 3.

Apesar de as tarefas que envolvem cálculo aparentemente serem executadas de poucas maneiras, pode haver ainda um caráter interpretativo na manipulação das equações, permitindo conduzir o aluno a uma discussão mais profunda. Não somente isso: ao executar um tipo de tarefa que envolve cálculo, podemos esperar que o aluno aprenda determinadas técnicas de cálculo, que explore equações fundamentais, que ele desenvolva uma interpretação física sobre o tema através da análise do conceito e equações em diferentes contextos, situações e limites. Na tabela a seguir, classificamos as tarefas (t) que envolvem Cálculo segundo a maneira como os conceitos físicos são explorados durante a realização da tarefa. São eles: manipulação das equações, exploração de relação entre conceitos, exploração do significado dos conceitos e exploração de significados na relação entre conceitos.

Tabela 4: Classificação das tarefas (t) que envolvem cálculo conforme o modo como exploram os conceitos físicos envolvidos na resolução das mesmas. A porcentagem em cada coluna é sempre referente ao TOTAL na última linha.

Categorias	Quantidade de tarefas (t)				Quantidade total
	Provas	Livro-texto (1)	Livro-texto (2)	Lista	
Manipulação das equação	15 (68%)	8 (44,5%)	14 (61,1%)	16 (73%)	53 (62%)
Exploração de relação entre conceitos	5 (23%)	2 (11,1%)	6 (26%)	5 (23%)	18 (21%)
Exploração de significado dos conceitos	2 (9%)	3 (16,7%)	1 (4,3%)	1 (4%)	7 (8,5%)
Exploração de significado na relação entre conceitos	0	5 (27,7%)	2 (8,6%)	0	7 (8,5%)
TOTAL	22	18	23	22	85

Fonte: Dados da pesquisa.

Conforme a tabela 4, mais da metade do cálculo presente no material coletado prioriza a manipulação das equações, isto é, a substituição de valores numéricos em fórmulas prontas buscando um resultado numérico final tão somente e também a manipulação algébrica de equações que necessitam de conhecimento matemático, mas não a necessidade de conhecimento conceitual aprofundado. Nesta categoria, grande parte das tarefas necessita da lei de deslocamento de Wien, Lei de Planck e Lei de Stefan-Boltzmann para serem executadas, o que está de acordo com a tabela 3.

Na categoria “exploração de relação entre conceitos”, são enquadradas tarefas que envolvem mais de uma fórmula ou conceito para serem executadas. Na categoria “Exploração de significado dos conceitos”, são enquadradas as tarefas cujas equações, ou até mesmo a resposta numérica final, trazem um significado ou conceito importante para realização da tarefa, os quais não podem ser negligenciados. Nas provas, as questões de Cálculo que exploram o significado dos conceitos são minoria, sendo que a única questão encontrada, que envolve o conceito de equilíbrio térmico, está citada a seguir:

Um corpo negro (c.n.) esférico (com raio $r = 10$ cm) está em equilíbrio térmico. Sua temperatura é mantida em 1000 K devido a um feixe de luz que incide diretamente sobre ele. Qual a potência irradiada pelo c.n.? Qual a energia irradiada em 10 s? Qual a energia absorvida pelo corpo negro em 10 s?

O livro-texto (1) ainda diversifica um pouco mais as tarefas. Em algumas, ele tenta explorar os conceitos que envolvem RCN em situações físicas distintas. Na tarefa citada a seguir, o livro tenta utilizar a Lei de Stefan, que no seu texto é pouco explorada, juntamente com a equivalência massa-energia; resultado da relatividade restrita não explorado no texto:

(a) Supondo que a temperatura da superfície do sol é 5700 K, use a lei de Stefan, para determinar a massa de repouso perdida por segundo pelo sol sob forma de radiação. Considere o diâmetro do sol como sendo $1,4 \cdot 10^{-9}$ m. (b) Que fração da massa de repouso do sol é perdida a cada ano sob forma de radiação eletromagnética? Considere a massa de repouso do sol sendo $2 \cdot 10^{30}$ Kg.

É natural que o livro-texto extrapole o conhecimento desenvolvido por ele para aspectos não tocados anteriormente. Uma finalidade para tal extrapolação é a sondagem do grau de apropriação do

conhecimento pelo aluno. Mas, é possível notar que, para as questões que exploram o significado dos conceitos e o significado na relação entre conceitos, semelhantes à citada anteriormente, não é possível desenvolver uma resposta satisfatória apenas com a leitura do livro-texto (1) e de sua técnica (τ_{LT1}), pois os conhecimentos necessários para responder estes tipos de tarefas encontram-se fora do percurso didático escolhido pelo livro e envolvem conceitos que não estão presentes na leitura. Outras tarefas desta categoria estão listadas no anexo 2.

3.6.2 Tipos de Tarefas Interpretação-Explicação:

Diferentemente das tarefas que envolvem prioritariamente o cálculo, Interpretação-Explicação são questões conceituais, necessitam de aprofundamento teórico e possuem potencial de explorar o significado dos conceitos e a relação entre eles, enfatizando, portanto, o bloco tecnologia-teoria $[\theta, \Theta]$ da praxeologia. Porém quando tentamos respondê-las, alguns imprevistos aparecem. Abaixo, encontramos alguns exemplos de exercícios que contêm tarefas agrupadas em Interpretação-Explicação presentes no livro-texto (1):

“Um corpo negro sempre apresenta ser negro?
Explique o termo corpo negro.”

Nesta pergunta, não fica clara a intenção do autor, pois pode gerar uma resposta superficial e mecânica, bastando repetir a definição do livro. Mesmo assim, utilizando-se apenas o livro-texto (1), há a possibilidade de confusão. Segundo a definição do livro, corpos negros “são corpos cujas superfícies absorvem toda a radiação térmica incidente sobre eles. O nome é apropriado porque esses corpos não refletem a luz e são negros.” Tal sentença sugere que este objeto teórico é sempre negro. Adiante, introduz-se o conceito de radiação de cavidade e de corpos negros considerados como cavidades. No entanto, o livro-texto utiliza a estrela Sol ou um atizador de ferro no fogo como exemplos de corpos negros. Como o aluno enfrenta o fato de o Sol não ser negro e poder ser modelado como um corpo negro? Esta questão pode surgir da pergunta colocada na prova e suscita nova investigação, não podendo ser respondida nesta dissertação.

Vejamos a próxima questão abaixo, também presente no livro-texto (1):

“Mostre que a constante de Planck tem dimensões de momento angular. Isso necessariamente sugere que o momento angular é quantizado?”

Neste caso, apesar de tratar-se do conteúdo do capítulo, é necessário profundo conhecimento de espaço de fase para que uma resposta satisfatória seja construída, mas o livro-texto (1) não dá subsídios para tanto. Apesar de que apenas uma análise dimensional da constante de Planck mostre a igualdade da sua dimensão com a do momento angular, quais argumentos devem ser considerados para uma resposta completa? Na questão a seguir, encontramos o mesmo problema:

“As partículas elementares parecem ter um conjunto discreto de massa de repouso. Pode-se encarar esse fato como uma quantização da massa?”

A análise segundo o livro não leva a uma discussão profunda sobre o que é quantização e quais grandezas são quantizadas. Como se vê historicamente, nem mesmo Planck considera sua solução suficiente para implicar a quantização da luz, então parece que podemos esperar muito pouco de outras grandezas ou sistemas físicos. Como o aluno pode então discutir a colocação desta questão? Quais os parâmetros sobre os quais os alunos poderiam se apoiar para concluir positivamente ou negativamente esta questão? Tais parâmetros não parecem estar nessa didatização do livro-texto (1). O ponto central é que, sem parâmetros para sequer pensar sobre o assunto, resta pouco ao aluno.

Estes três exemplos acima são típicos do livro-texto (1). Neles, notamos claramente um caráter subjetivo, cuja técnica descrita pelo livro-texto (1) e os exemplos por ele apresentados no capítulo não são suficientes para que uma pessoa, que só tenha seguido o livro-texto (1), consiga desenvolvê-los por completo, dependendo praticamente do apoio do professor. Esta conclusão é facilmente estendida às demais tarefas Interpretação-Explicação presentes no livro-texto (1). Em particular, vamos comentar a questão a seguir, também do livro-texto (1): ela foi repartida em três tarefas, onde uma delas exige cálculo e explora significados nas relações entre os conceitos físicos para ser respondida, e as outras duas tarefas são de Interpretação-Explicação. Segue a questão:

“Considere duas cavidades de material e formato arbitrários, as duas a uma mesma temperatura T , ligadas por um tubo estreito no qual podem ser colocados filtros de cor (supostos ideais) que vão permitir a passagem apenas de radiação com uma dada frequência ν . (a) Suponha que em uma certa frequência ν' , $\rho(\nu')d\nu'$ para a cavidade 1 seja maior que $\rho(\nu')d\nu'$ para a cavidade 2. Um filtro

que permite a passagem apenas da frequência ν' é colocado no tubo que liga as duas cavidades. Discuta o que vai acontecer em termos de fluxo de energia. (b) O que vai acontecer com as respectivas temperaturas? (c) Mostre que isto violaria a segunda lei da termodinâmica; portanto, prove que todos os corpos negros a uma mesma temperatura devem emitir radiação térmica com o mesmo espectro, independentemente dos detalhes de sua composição.”

A essência deste problema aparece na discussão de Kirchhoff sobre o corpo negro, conforme descrito no Contexto da Ruptura, no Capítulo 2. Mas, no livro-texto (1), esta discussão é citada muito rapidamente na forma de exemplo. Nota-se também que, para responder satisfatoriamente o que foi colocado, é necessário algum conhecimento de Termodinâmica, cujo conteúdo em nenhum momento foi trabalhado no texto em profundidade suficiente para que pudesse gerar uma resposta.

Nas provas da disciplina encontramos outros tipos de tarefas Interpretação-Explicação baseadas no livro-texto (1) da disciplina. São elas:

“Explique o que é a ‘catástrofe do ultravioleta’.”

“Explique sucintamente as principais diferenças entre a teoria clássica da radiação e a teoria de Planck.”

“O problema da teoria clássica da radiação estava no cálculo do número de modos dos ressonadores ou na energia por modo? Diga o porquê da sua resposta.”

“Defina corpo negro e radiação de cavidade.”

Estas questões são dissertativas e envolvem sem sombra de dúvida mobilização de conceitos, mas são desbalanceadas. Enquanto a primeira exige o conhecimento sobre a catástrofe, isto é, a sua descrição, clareza sobre as hipóteses (condições físicas supostas), clareza sobre as implicações e finalmente explanação dos paradoxos e problemas gerados por estas consequências, a segunda exige, praticamente, uma revisão de toda a seção. Como o texto dá ênfase ao processo de construção da fórmula de Planck, há o temor que as diferenças sejam explicadas apenas pelo contraste das fórmulas com os dados experimentais. Uma das perguntas envolve de forma intrigante o número de modos dos ressonadores (aparentemente osciladores das paredes), mas o desenvolvimento utilizado fala sempre em ondas

estacionárias. As respostas a estas questões daria uma dissertação sobre o tema. Esses tipos de tarefas encontram-se repetidos nas provas e, certamente, para afirmações mais diretas, deve ser investigado o que o professor esperaria como resposta a elas para enfim afirmar veementemente se há alguma espécie de tentativa de quebra da tradição ou não.

4. CONCLUSÕES

4.1 O que se ensina

Da análise apresentada neste trabalho, mostramos que a didatização do tópico RCN presente no livro-texto (1) concede ênfase maior na Teoria Ondulatória, prioriza, em parte, a contagem de Modos Normais de Vibração da radiação eletromagnética contida na cavidade, conforme executado por Rayleigh e Jeans e exposto no Capítulo 2 desta dissertação; enfatiza a Mecânica Estatística como base teórica para o cálculo da energia média dos modos normais de vibração; não enfatiza a teoria Eletromagnética, apesar de comentar alguns resultados; e não cita a Teoria Termodinâmica. Não há detalhamento do modelo utilizado por Planck (paredes da cavidade como cargas oscilando), apenas breve citação. O postulado de Planck parece surgir da análise dos limites de gráficos experimentais, e ser inserido providencialmente, a fim de resolver o cálculo da energia média dos modos normais das ondas em concordância com os dados experimentais, isto é, sem justificativas teóricas profundas.

As definições inseridas *a priori* nas sessões iniciais do livro-texto (1) não discutem o objeto teórico corpo negro, a Lei de Deslocamento de Wien e a Lei de Stefan-Boltzmann a partir de fundamentos termodinâmicos ou eletromagnéticos. O livro-texto (1) apenas relaciona essas leis com o gráfico da radiância espectral para dizer que são leis verificadas experimentalmente. Isso as tornam isentas de significados termodinâmicos ou eletromagnéticos mais profundos, e, como visto, quando é exigido conhecimento detalhado desses conceitos em tipos de tarefas Interpretação-Explicação, não há como aprofundar a resposta.

Os exemplos numéricos no decorrer da técnica do livro-texto (1) exploram o cálculo (manipulação da equação para atingir um resultado numérico ou uma equação final) (vide Figura 11 e tabela 4), e a técnica (τ_{LT1}) adotada pelo livro-texto (1) segue as etapas:

- 1) Definir conceitos básicos;
- 2) Descrever a técnica de Rayleigh e Jeans (τ_{RJ});
- 3) Comentar sobre a incoerência entre o experimento e o saber clássico;
- 4) Mostrar a origem do Princípio da Equipartição da Energia na Mecânica Estatística;
- 5) Introduzir o postulado de Planck;

- 6) Revisar o Princípio da Equipartição da Energia para recalcular $\bar{\epsilon}$;
- 7) Multiplicar número total de modos normais das ondas na cavidade pela nova expressão de $\bar{\epsilon}$;
- 8) Trabalhar os limites da expressão de Planck;
- 9) Generalizar o postulado de Planck.

Utilizando esta técnica, o livro-texto (1) realiza a tarefa (t_1): descrever a função da distribuição espectral da radiação da cavidade. No decorrer do desenvolvimento da técnica (τ_{LT1}), o livro-texto (1) apresentou a quantização da energia como sendo a energia das ondas eletromagnéticas, e não as energias dos osciladores nas paredes de uma cavidade ou corpo negro, conforme Planck.

Diante disto, é possível concluir que a didatização presente no livro-texto (1) explora o resultado da técnica e não a técnica em si, isto é, prioriza o bloco tarefa-técnica [t, τ] da praxeologia, o que justifica o fato de ele deduzir de maneira rápida e prática a fórmula de Planck e de definir os conceitos de corpo negro e sua relação com equilíbrio térmico, Lei de Deslocamento de Wien e Lei de Stefan-Boltzmann da maneira como fez. Esta ênfase torna-se mais evidente a partir da análise das tarefas propostas.

Com relação às atividades propostas para os estudantes, tarefas que exigem cálculo são as mais comuns, seguidas das tarefas de Interpretação-Explicação. Como vimos nas tabelas 3 e 4, conceitos como Lei de Planck, Lei de deslocamento de Wien, Leis de Stefan-Boltzmann, são os mais cobrados nas tarefas de cálculo e, quando cobrados, seguem o padrão dos exemplos discutidos no decorrer do texto do livro-texto (1). Dessa maneira, utilizá-las em cálculos repetidas vezes pode levar o aluno a sua memorização tão somente. Os exemplos destacados na figura 11 da Etapa 1 foram escritos de modo a não pertencerem à técnica (τ_{LT1}) do livro-texto (1). Como eles são suficientes para a resolução de grande parte das tarefas que envolvem cálculo, podemos dizer que a técnica (τ_{LT1}) do livro-texto 1 não é útil para resolver os Tipos de Tarefas que envolvem Cálculo.

Nota-se também que a Equação de Rayleigh e Jeans é mencionada apenas uma vez nas atividades de Cálculo. Porém, é nela que encontramos um ponto de conflito entre a teoria Clássica e a Mecânica Quântica, o que pode levar a discutir aspectos relevantes da Ruptura. Também, podemos dizer que no momento de interação entre aluno e conhecimento, representado pelos exercícios dos livros-textos (1) e listas de exercícios, não há a utilização da técnica (τ_{LT1}) do próprio livro, com exceção do cálculo do valor médio (tabela 3).

É justo notar que, se, por um lado, a lista de exercícios é uma particularidade do professor, por outro, esta particularidade se destaca pouco ou deixa de ser particular quando constatamos que a lista possui quase que inteiramente atividades semelhantes às do livro-texto e exploram prioritariamente o cálculo (tabelas 2 e 3). Seria uma forte manifestação da força da instituição disciplina em impor uma praxeologia padrão a ser seguida?

Como visto da tabela 2, as provas (momento de avaliação daquilo que a instituição disciplina considera que o aluno deveria conhecer ou aprender) priorizam o cálculo, cujas tarefas configuram mais da metade das atividades, assemelhando-se à distribuição de tarefas do livro-texto (2), às listas de exercícios e exercícios resolvidos do livro-texto (1). Novamente, a particularidade do professor, que poderia estar presente nas provas, não é notada.

Mostramos também que, diferentemente da maioria das tarefas de cálculo, os tipos de tarefas Interpretação-Explicação necessitam de aprofundamento nos conceitos que nos instrumentalizam para resolvê-las. Isso significa que, para realizar tipos de tarefas (T) Interpretação-Explicação presentes no próprio livro-texto (1), é necessário que se conheça e se discuta a tecnologia (θ) e a teoria (Θ), isto é, o modelo praxeológico por completo. As questões discutidas no capítulo 3 desta dissertação exigem que se conheça e entenda a fundo os conceitos de equilíbrio térmico, radiação térmica, Lei de deslocamento de Wien, etc., mas, quando tais conceitos são transpostos pelo livro-texto (1), acabam sendo apenas definidos, e não discutidos, dando-se pouca ênfase ao bloco tecnologia-teoria [θ, Θ] da praxeologia.

As tarefas interpretação-explicação têm potencial para discutir aspectos profundos do contexto da ruptura definido neste trabalho. Como extrapolação de nossos resultados, e assumindo que, tradicionalmente, os conteúdos de Física são transpostos e cobrados com ênfase no cálculo, é possível dizer que o livro-texto (1) apresenta uma tentativa de quebra de tradição, mas da maneira como apresenta a didatização do tópico RCN, pode ocasionar uma forma de rejeição aos tipos de tarefas interpretação-explicação, uma vez que os alunos podem encontrar grande dificuldade em respondê-las somente com a técnica (τ_{LT1}) do livro-texto (1).

4.2 A tradição de ensino e considerações finais

Mostramos que a didatização de um tópico presente em um livro-texto referência no ensino de Física Moderna e Contemporânea adotado em diversas Universidades brasileiras não é satisfatório para discutir aspectos importantes do ponto de ruptura entre Física Clássica e Mecânica Quântica estabelecido neste trabalho. Esta transposição privilegia o cálculo.

A “fixação” por atividades que envolvem cálculo aparece em outros trabalhos e objetos de ensino na física, o que indica forte ênfase neste tipo de atividade dentro da tradição de ensino de física (KURNAZ; ARSLAN, 2009) (PIETROCOLA; BROCKINGTON, 2005). Mostramos que esta ênfase também ocorre no tópico RCN, inserido numa disciplina que tem características especiais, pois trata do contexto da construção de um conhecimento. Os conteúdos visados em Física Moderna e Contemporânea que tratam do momento de Ruptura, além de apresentarem problemas intrínsecos devidos às peculiaridades dos fenômenos Quânticos, enquadram-se no contexto da descoberta, enquanto que o ensino trata tradicionalmente do contexto da justificativa. Nossa análise parece indicar que há uma tentativa de adequação do tópico RCN ao modelo tradicional utilizado em outros conteúdos da física, como se estivéssemos assumindo uma única maneira de se ensinar física: ênfase em cálculo ou bloco tarefa-técnica [t, τ] da praxeologia proposta.

É notável, por exemplo, que um livro-texto recente, que traz contexto histórico, que se aproxima mais do contexto da descoberta e que apresenta o tópico RCN a partir da abordagem de Planck, isto é, que desenvolve o conteúdo do ponto de vista teórico e das técnicas de Planck, enfatizando a Termodinâmica, como é o caso do livro “Física Moderna: Origens Clássicas e Fundamentos Quânticos”, dos autores Francisco Caruso e Vitor Oguri, sugerido para a disciplina Estrutura da Matéria 1 da UFSC, não seja citado pelos professores que ministram ou já ministraram a disciplina, nem esteja presente em grande parte das ementas de disciplinas de cursos similares em outras universidades brasileiras.

Quanto ao referencial teórico da Teoria Antropológica da Didática, mostramos sua potencialidade na análise das propostas didáticas que são hegemônicas no ensino de física moderna. Outro apontamento relevante é a sutileza em colocar a pessoa professor em segundo plano, pois o que analisamos são os parâmetros institucionais

que acabam por definir o professor, definir o que há de fundamental em sua prática. Não estamos desprezando o sujeito professor, estamos apenas falando sobre ele de uma maneira geral. Os professores que possuem aulas diferentes e que trabalham o conteúdo de maneira singular ou enfatizam o bloco tecnologia-teoria [θ, Θ] da praxeologia não caracterizam a tradição de ensino que estamos apontando, e a tentativa deste professor de escapar da tradição cai por terra quando a prova ou avaliação dele acaba por basear-se inteiramente no livro-texto da disciplina. O que caracteriza a tradição de ensino são as tarefas (t), técnicas (T), tecnologias (θ) e teorias (Θ) que a instituição assume, ou seja, a praxeologia adotada por ela e utilizada pelo professor.

Apesar de este estudo concentrar-se num ponto específico do curso de Física, não é difícil encontrar indícios de aspectos similares ocorrendo em outras disciplinas. Portanto, o que devemos esperar do aluno de graduação, futuro professor de física, quando atuar no ensino médio ou ensino superior: uma pessoa (X) formada pela instituição disciplina apontada neste trabalho?

Referências

ALVARENGA, L. L. **Introdução à Física Moderna no Ensino Médio através da Discussão do Dualismo Onda-Partícula**. Dissertação (Mestrado em Ensino de Física) - Universidade Federal do Rio Grande do Sul, 2008.

BRASIL. Secretaria de Educação Fundamental. “**Parâmetros curriculares nacionais**”. Brasília, MEC/SEF, 1998; BRASIL. Ministério da educação. Secretaria de Educação Média e Tecnológica. “Parâmetros curriculares nacionais – Ensino Médio”. Brasília, SEMTEC/MEC, 2000.

CAILLOT, Michel. **La théorie de la transposition didactique est-elle transposable?** In: RAISKY, Claude; CAILLOT, Michel (éds.). *Au-delà des didactiques, le didactique: débats autour de concepts fédérateurs*. Bruxelles: De Boeck & Larcier S.A., 1996.

CARUSO, Francisco ; OGURI, Vitor. **Física Moderna: Origens Clássicas e Fundamentos Quânticos**. 1. ed. Rio de Janeiro: Campus/Elsevier, 2006. v. 1. 654p .

CHEVALLARD, Y. **Le concept de rapport au savoir. Rapport personnel, rapport institutionnel, rapport officiel**, Actes du séminaire de Didactique des Mathématiques et de l’Informatique LSD-IMAG, Grenoble, 211–236, 1989a.

CHEVALLARD, Y. **On Didactic Transposition Theory: Some Introductory Notes**. Communication à l’*International Symposium on Selected Domains of Research and Development in Mathematics Education* (Bratislava, 3-7 août 1988). Paru dans les *Proceedings* de ce symposium (Bratislava, 1989), pp. 51-62, 1989b.

CHEVALLARD, Yves. **La transposición didáctica: del saber sábio al saber enseñado**. Buenos Aires: Aique Grupo Editor S. A., 1991.

CHEVALLARD, Y. **Concepts fondamentaux de la didactique: perspectives apportées par une approche anthropologique**. Grenoble: Recherches em didactique des mathématiques, La Pensée Sauvage-Éditions, vol. 12-1, 1992.

CHEVALLARD, Y. **El análisis de las prácticas docentes en la teoría antropológica de lo didáctico. Recherches en Didactique des Mathématiques.** Traducción de Ricardo Barroso Campos. Departamento de Didáctica de las Matemáticas. Universidad de Sevilla. Con la colaboración de Teresa Fernández García, Catedrática de Francés, IES Martín Montañes, Sevilla. Vol 19, nº 2, pp. 221-266, 1999.

CHEVALLARD, Yves; BOSCH, Marianna; GASCÓN, Josep. **Estudar Matemáticas: O elo perdido entre o ensino e a aprendizagem.** Porto Alegre: Artmed Editora, 2001.

DIOGO, Rodrigo Claudino ; OSORIO, A. S. ; SILVA, D. R. R. . **A Teoria Antropológica do Didático: Possibilidades de Contribuição ao Ensino de Física.** In: VI Encontro Nacional de Pesquisa em Educação em Ciências, 2007, Florianópolis - SC. MORTIMER, E. F. (Org.). ANAIS DO VI ENCONTRO NACIONAL DE PESQUISA EM EDUCAÇÃO EM CIÊNCIAS. Belo Horizonte : ABRAPEC, 2007.

EISGERG, Robert M ; RESNICK, Robert. **Física Quântica. Átomos, Moléculas, Sólidos, Núcleos e Partículas.** Nona Edição; Editora Campus/Elsevier, 1994.

FELDENS, B. CARDOSO DIAS, P. M. SOARES SANTOS, W. M. **E assim se fez o quantum...**, Revista Brasileira de Ensino de Física, v. 32, n. 2, 2602 (2010).

KITTEL, Charles. **Introdução à Física do Estado Sólido.** 8ª edição. São Paulo: Editora LTC, 2006.

KSHITIJ EDUCATION INDIA PRIVATE LIMITED. **The Equipartition of energy.** Disponível em: <<http://www.kshitij-pmt.com/molar-specific-heat-of-a-solid>>. Acesso: 10 abr. 2013.

KUHN, Thomas. **Black-body theory and the quantum discontinuity, 1894-1912.** Oxford University Press, 1978

KURNAZ, Mehmet Altan, ARSLAN, Ayşegül Saglan. **Using the Anthropological Theory of Didactics in Physics: Characterization of the Teaching Conditions of Energy Concept and the Personal**

Relations of freshmen to this Concept. Journal of Turkish Science Education. v.6, n.1, April 2009, pp.72-88.

LOPES JUNIOR, D. ; FREITAS, J. L. M. . **Um estudo sobre práticas pedagógicas de professores de matemática: uma tentativa de articulação entre a TAD e os conceitos de habitus e campo de Bourdieu.** In: 32a. reunião anual da anped, 2009, Caxambu-MG. 32a. reunião anual da anped: Sociedade, cultura e educação: novas regulações?. Timbaúba - PE : Lapa reprodução: Espaço Livre, 2009. v. 1. p. 1-16.

LONGAIR, Malcolm S. **Theoretical Concepts in Physics: An Alternative View of Theoretical Reasoning in Physics for Final-Year Undergraduates.** University of California, Berkeley, 1986.

MEGGIOLARO, GRACIELA .P.; BETZ, MICHEL E. M. **Ensino da Radiação do Corpo Negro em sala de aula.** IX Seminário de Pesquisa em Educação da Região Sul – ANPED. Caxias do Sul, RS. 2012. Disponível em:

<<http://www.ucs.br/etc/conferencias/index.php/anpedsul/9anpedsul/pape r/viewFile/591/894>>

NUSSENZVEIG, H. M. **Curso Básico de Física 2 - Fluidos, Oscilações e Ondas, Calor,** 4ª edição, Ed. Edgard Blücher Ltda., São Paulo 2002.

OSTERMANN, Fernanda; PEREIRA, Alexsandro. **Sobre o ensino de Física Moderna e Contemporânea: uma revisão da produção acadêmica recente.** Investigações em Ensino de Ciências – V14(3), pp. 393-420, 2009.

OSTERMANN, Fernanda; MOREIRA, Marco Antonio. **Uma revisão bibliográfica sobre a área de pesquisa “Física Moderna e Contemporânea no ensino médio”.** Investigações em Ensino de Ciências – V5(1), p. 23-48, 2000.

PIETROCOLA, M., BROCKINGTON, G. **Serão as regras da transposição didática aplicáveis aos conceitos de Física Moderna?** Investigações em Ensino de Ciências (Online), UFRGS - Porto Alegre - RS, v. 10, n.3, p. 387-404, 2005.

PLANCK, M. **Sobre um Aperfeiçoamento da Equação de Wien para o Espectro**. Lida na reunião de 19 de outubro de 1900, da Sociedade Alemã de Física; publicado originalmente em *Verhandlungen der Deutschen Physicalischen Gesellschaft*, vol. 2, p.202 (1900), traduzido para o Português em *Revista Brasileira de Ensino de Física*, vol.22, p.536 (2000)a.

PLANCK, M. **Sobre a Lei de Distribuição de Energia no Espectro Normal**. Publicado originalmente em *Annalen der Physik* 4, 553 (1901); traduzido para o Português em *Revista Brasileira de Ensino de Física*, vol.22, p.538 (2000)b.

RICARDO, Elio Carlos. **Elementos Físicos e Matemáticos da Mecânica Analítica, a Relação entre as Duas Ciências e a Vigilância Epistemológica**. Tese apresentada à Faculdade de Educação, da Universidade de São Paulo, para a obtenção do título de Livre-Docente, São Paulo, 2012.

SANCHES, MÔNICA B. **A Física Moderna e Contemporânea no ensino médio: qual sua presença em sala de aula?** Dissertação (Pós-Graduação em Educação para a Ciência e o Ensino de Matemática) - Universidade Estadual de Maringá, 2006.

SILVA, A. C.; ALMEIDA, Maria J. P. M. **Física Quântica no ensino médio: o que dizem as pesquisas**. *Caderno Brasileiro de Ensino de Física*, v. 28, n. 624 3: p. 624-652, dez. 2011.

STUDART, N. **A invenção do conceito do quantum de energia segundo Planck**. *Revista Brasileira de Ensino de Física*, São Paulo, v. 22, n.4, p. 523-535, 2000.

TIPLER, Paul A. ; LLEWELLYN, Ralph A. **Modern Physics**, 5 edition, W. H. Freeman and Company, New York, 2008.

VALADARES, E. C.; MOREIRA, A. M. **Ensinando física moderna no ensino médio: efeito fotoelétrico, laser e emissão de corpo negro**. *Caderno Brasileiro de Ensino de Física*, Florianópolis, v. 21, p. 359-371, nov. 2004. ed. esp.

VITOR, A.D.M.; CORRÊA-FILHO, J .A. **Para o ensino de Radiação de Corpo Negro no Nível Médio**. XVII Simpósio Nacional de Ensino

de Física - SNEF, 2007, São Luiz. Anais do XVII Simpósio Nacional de Ensino de Física - SNEF. Sao Paulo: SBF, 2007. Disponível em: http://www.cienciamao.usp.br/tudo/exibir.php?midia=snef&cod=_para_oensinoderadiacaodec

WIEN, W. **On the Division of Energy in the Emission - Spectrum of a Black Body**, Phil. Mag. S. 43, 214 (1897). Tradução do Annalen der Physik, 1, viii, p. 662 (1896).

Anexo 1

As entrevistas aconteceram no período de 19 a 23 de Março de 2012.

Professor 1

1) Quanto tempo ministrando a disciplina? (experiência do professor)

Resposta: *6 anos.*

2) Qual o livro adotado para a disciplina?

Resposta: *Eisberg, Resnick - Quantum physics e Paul A. Tipler, Ralph Llewellyn - Modern Physics.*

3) Eram cobradas listas de exercícios? Eram baseadas no livro-texto? Haviam outras atividades?

Resposta: *Eram cobradas listas de exercícios. As listas traziam questões diferentes das do livro-texto. As provas eram baseadas nas listas e na leitura do livro-texto.*

4) Você se incomoda em disponibilizar as listas, provas e demais atividades para análise?

Resposta: *Não.*

5) Qual o objetivo central em transmitir Efeito Fotoelétrico e Radiação de Corpo Negro?

Resposta: *estes conceitos são o fundamento da Física Moderna e contemporânea; A Radiação de Corpo Negro possui importância histórica, o que é fundamental para o estudante; O Efeito Fotoelétrico pode ser utilizado para estudar a física atômica;*

6) O que você gostaria que os alunos aprendessem desses conceitos?

Resposta: *no tópico Corpo Negro, frisar em aula a importância de abstrações e idealizações em Física; aluno ter noção de que fenômenos complicados podem ser descritos com poucas variáveis (por exemplo, Corpo Negro definido apenas pela temperatura); aluno entender a construção da Física Moderna através da história. Quanto ao tópico Efeito Fotoelétrico, o aluno deve conhecer Einstein e sua contribuição para a Física Moderna.*

Professor 2

1) Quanto tempo ministrando a disciplina?

Resposta: 8 anos.

2) Qual o livro adotado para a disciplina?

Resposta: *Paul A. Tipler, Ralph Llewellyn - Modern Physics. Este livro traz uma abordagem histórica e conceitual do Efeito Fotoelétrico que despertou o interesse do professor, mas não possui muita aplicação deste fenômeno. Há a necessidade de outras leituras. Ele indicava para os alunos textos da área da Física Médica e rádio terapia.*

3) Eram cobradas listas de exercícios? Eram baseadas no livro-texto? Haviam outras atividades?

Resposta: *As listas de exercícios eram os exercícios do livro-texto. Fichas de exercícios eram atividades praticadas em aula, e continham exercícios propostos pelo professor. As provas eram baseadas no livro-texto e nas atividades em sala.*

4) Você se incomoda em disponibilizar as listas, provas e demais atividades para análise?

Resposta: Não.

5) Qual o objetivo central em transmitir Efeito Fotoelétrico e Radiação de Corpo Negro?

Resposta: *Com relação ao Efeito Fotoelétrico, o objetivo central é ajudar o aluno a construir a noção de fóton (utilizava para isso o livro-texto); mostrar para o aluno a quantidade de fenômenos cotidianos associados a este efeito.*

Com relação à Radiação de Corpo Negro, o objetivo central era transmitir a “beleza da coisa”, utilizando a cor da radiação como agente estimulante da curiosidade do estudante; sua relação com o conceito de equi-partição de energia.

6) O que você gostaria que os alunos aprendessem desses conceitos?

Resposta: *Mudar a visão de mundo do aluno, permitindo com que ele enxergue o mundo através do olhar do físico, deixando, assim, o mundo mais belo.*

Professor 3

1) Quanto tempo ministrando a disciplina?

Resposta: *2 anos.*

2) Qual o livro adotado para a disciplina?

Resposta: *Eisberg, Resnick - Quantum physics.*

3) Eram cobradas listas de exercícios? Eram baseadas no livro-texto? Haviam outras atividades?

Resposta: *As aulas eram essencialmente expositivas no modelo tradicional, com a diferença de que perguntas eram dirigidas aos alunos na introdução dos tópicos com a finalidade de sondar o conhecimento prévio e provocar interesse e curiosidade em aprender os tópicos. Haviam listas de exercícios inteiramente baseadas no livro-texto.*

4) Você se incomoda em disponibilizar as listas, provas e demais atividades para análise?

Resposta: *Não foi possível encontrar esses materiais.*

5) Qual o objetivo central em transmitir Efeito Fotoelétrico e Radiação de Corpo Negro?

Resposta: *Frisar o enfoque histórico, o sentimento de poder do cientista e a resistência dos cientistas às mudanças; transmitir a necessidade de mente aberta perante às mudanças de paradigmas (podendo fazer um link com a ciência atual em tópicos como energia escura e exoplanetas); transmitir a emoção em descobrir algo novo.*

6) O que você gostaria que os alunos aprendessem desses conceitos?

Resposta: *o conteúdo formal de ambos os tópicos; o fato de a física mudar com o tempo e a ciência se desenvolvendo (a física não é estática).*

Anexo 2

Abaixo, seguem os exercícios e atividades propostas pelos professores, livros-textos e listas de exercícios, assim como Tipos de Tarefas identificadas nesses objetos. Antes, é necessário construir uma identificação que auxiliará na análise dos dados. Os Tipos de Tarefas são identificados por T_x , onde x diferencia um Tipo de Tarefa do outro. Em **azul**, está indicado o número de Tarefas referentes ao determinado Tipo de Tarefa.

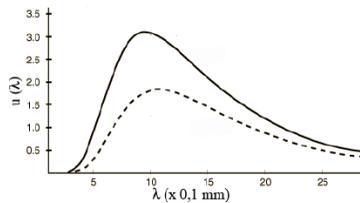
As provas estão divididas segundo dois professores, identificados aqui por professor 1 e 2. O Professor 1 disponibilizou seis provas, enquanto que o Professor 2 disponibilizou três. Para cada professor, as provas são identificadas por P_x . Cada Tipo de Tarefa T_x possui à sua frente, a identificação **azul** de quantas Tarefas são identificadas ali, e a identificação P_x para a prova onde a Tarefa aparece. Por exemplo, no primeiro Tipo de Tarefa abaixo: apenas 1 tarefa pertence a ele, e ela se localiza na prova número 1. Já o Tipo de Tarefa T_3 apresenta 3 tarefas, uma na prova 1, outra na 4 e a última na prova 5.

Provas Professor 1

- 1) (4.0 pontos) Considere um corpo negro.
- Faça um gráfico qualitativo da radiação espectral em função da frequência para diversas temperaturas.
 - Se f_m para uma temperatura T for $2,5 \times 10^{14}$, obtenha f_m para uma temperatura $2T$. (f_m é a frequência relativa ao máximo da distribuição da radiação espectral.)
 - Explique o que é a “catástrofe do ultravioleta” e como a teoria de Planck a elimina.
 - A partir da lei de Planck $u(\lambda) = \frac{8\pi hc \lambda^{-5}}{e^{hc/\lambda kT} - 1}$, escreva $u(f)$.

1) (3 pontos) A figura abaixo mostra duas curvas relativas a dois corpos negros, um deles está a 2,7 K e o outro está a 3 K.

- Qual a temperatura correspondente a cada uma das curvas? Explique sua resposta!
- Usando os dados expostos em uma das curvas na figura ao lado, obtenha uma aproximação para a constante da lei de Wien. (Não esqueça as unidades!)
- O resultado esperado pela teoria clássica é diferente do mostrado na figura. Diga porquê o cálculo clássico falhou e como a teoria de Planck corrigiu o problema.



1) (2 pontos) Um corpo negro (c.n.) esférico (com raio $r = 10$ cm) está em equilíbrio térmico. Sua temperatura é mantida em 1000 K devido a um feixe de luz que incide diretamente sobre ele.

- Qual a potência irradiada pelo c.n.?
- Qual a energia irradiada em 10 s?
- Qual a energia absorvida pelo corpo negro em 10 s?
- Lembrando que o c.n. é irradiado por um feixe de luz, diga qual a razão entre a energia refletida pelo c.n. e a energia absorvida por ele?

1) (3 pontos) Em uma carta enviada a Lorentz em 1908, Planck faz o seguinte comentário sobre sua teoria para a radiação de corpo negro:

"A excitação dos ressonadores não corresponde a conhecida lei do pêndulo simples; pelo contrário, existe um certo limiar; o ressonador não responde a todas excitações muito pequenas; e se responde as maiores, o faz somente de modo que sua energia seja um múltiplo inteiro do elemento de energia hf , tal que o valor instantâneo da energia é sempre representado por tal múltiplo inteiro.

Em suma, eu poderia dizer que faço duas hipóteses:

- A energia do ressonador em um dado instante é ghf (g um número inteiro ou 0);
- A energia emitida e absorvida por um ressonador durante um intervalo de tempo contendo bilhões de oscilações (e portanto também a energia média de um oscilador) é a mesma que a equação do pêndulo."

(a) Explique sucintamente as principais diferenças entre a teoria clássica da radiação e a teoria de Planck. O que é "catástrofe do ultravioleta"?

(b) Segundo as hipóteses descritas acima por Planck, o problema da teoria clássica da radiação estava no cálculo do número de modos dos ressonadores ou na energia por modo? Diga o porquê da sua resposta.

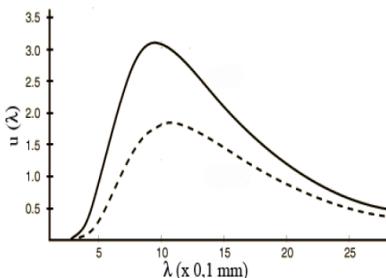
(c) Einstein é referido como o pesquisador que introduziu a hipótese dos "quanta" de luz (fótons) em 1905 na sua descrição do efeito fotoelétrico. Diga sucintamente onde aparece a quantização na teoria de Einstein para o efeito fotoelétrico.

1) (3 pontos) A figura abaixo mostra duas curvas relativas a dois corpos negros, um deles está a 2,7 K e o outro está a 3 K.

a) Utilizando a lei de Wien, diga qual a temperatura correspondente a cada uma das curvas? Explique sua resposta!

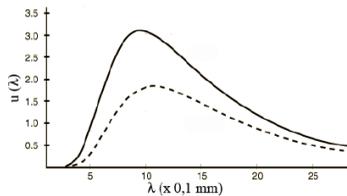
b) Usando os dados expostos em uma das curvas na figura ao lado, obtenha uma aproximação para a constante da lei de Wien. (Não esqueça as unidades!)

c) O resultado esperado pela teoria clássica é diferente do mostrado na figura. Explique o que é a catástrofe do ultravioleta e explique se a diferença entre as teorias clássica e quântica para a radiação de cavidades se deve ao cálculo do número de modos de vibração na cavidade ou a energia por modo. Deixe claros seus argumentos.



1) (3 pontos) A figura abaixo mostra duas curvas relativas a dois corpos negros, um deles está a 2,7 K e o outro está a 3 K.

- a) Qual a temperatura correspondente a cada uma das curvas? Explique sua resposta!
- b) Usando os dados expostos em uma das curvas na figura ao lado, obtenha uma aproximação para a constante da lei de Wien. (Não esqueça as unidades!)



- c) O resultado esperado pela teoria clássica é diferente do mostrado na figura. Diga porquê o cálculo clássico falhou e como a teoria de Planck corrigiu o problema.

T_1 – Construir o gráfico da Radiância em função da frequência para um corpo negro P_1 (1)

T_2 – Utilizar lei de Wien para calcular frequência, comp. De onda, temperatura ou constante da lei de Wien P_1, P_2, P_6 (3)

T_3 - Explicar a que o termo “catástrofe do Ultravioleta” se refere (3) P_1, P_4, P_5

T_4 – Explicar como a teoria de Planck corrige a catástrofe do ultravioleta P_1, P_2, P_4, P_5 (5)

T_5 – Transformar a expressão de Planck $u(\lambda)d\lambda$ em $u(\nu)d\nu$ P_1 (1)

T_6 – Analisar gráfico (3) P_2, P_5, P_6

T_7 – Aplicar Lei de Stefan para calcular potência irradiada por um corpo negro, temperatura, constante; P_3 (1)

T_8 – Calcular energia irradiada por um corpo negro dado potência e tempo; P_3 (1)

T_9 – Calcular energia absorvida pelo corpo negro dado potência e tempo de emissão; P_3 (1)

T_{10} - Calcular razão entre energia absorvida e refletida. P_3 (1)

Provas Professor 2

1. Defina:
 - a. [0,5] corpo negro;
 - b. [0,5] radiação de cavidade.
2. O filamento de uma lâmpada incandescente emitindo 100 W tem seu máximo de emissão em aproximadamente 1000 nm (infra-vermelho). Supondo que o filamento comporte-se como um corpo negro, determine:
 - a. [0,5] a energia dos fótons emitidos com o comprimento de onda do máximo de emissão;
 - b. [0,5] a temperatura de operação do filamento;
 - c. [0,5] a temperatura da mesma lâmpada funcionando emitindo 200 W;
 - d. [0,5] o comprimento de onda do máximo de emissão no caso do item (c).
1. Suponha que a temperatura do filamento de uma lâmpada incandescente de 50 W é de aproximadamente 3.000 K. Supondo que o filamento se comporte como um corpo negro:
 - (a) [1,0] determine o comprimento de onda λ_m no máximo da distribuição espectral;
 - (b) [1,0] determine a frequência ν_m no máximo da distribuição espectral;
 - (c) [1,0] supondo que ν_m seja uma boa aproximação para a frequência média dos fótons emitidos pela lâmpada, determine o número de fótons produzidos por segundo pela lâmpada;
2. [1,0] Utilize a distribuição espectral de potência de um corpo negro (equação de Planck) para calcular a razão entre as taxas de emissão a $\lambda = 1000$ nm (infravermelho) e $\lambda = 500$ nm (visível) para um corpo negro a 37 graus centígrados.

Questão 1. Considere um corpo negro inicialmente a 300 K. A que temperatura teria de ser levado para emitir:

- a. [0,25] um décimo da potência que emite a 300 K
- b. [0,25] dez vezes a potência que emite a 300 K

Calcule os comprimentos de onda do máximo de emissão:

- c. [0,25] a 300 K
- d. [0,25] à temperatura encontrada no item (a)
- e. [0,25] à temperatura encontrada no item (b)

Considerando o corpo a 300 K:

- f. [0,5] determine a densidade de energia no comprimento de onda encontrado para o item (c)
- g. [0,5] determine a densidade de energia no comprimento de onda encontrado para o item (d)
- h. [1,0] Faça um gráfico resumindo todas as respostas (isto é, apresentando as curvas de Planck para as três temperaturas, a indicação dos máximos encontrados em (c), (d) e (e) e as radiâncias encontradas em (f) e (g).

T_{11} - Definir corpo negro P_1 (1)

T_{12} - Definir radiação de cavidade P_1 (1)

T_2 - Calcular temperatura, comprimento de onda, frequência de máxima emissão P_1, P_2, P_3 (6)

T_7 - Calcular temperatura dada a potência, radiância (4) P_1, P_3

T_{13} - Calcular a frequência de máxima emissão dado comp. Onda P_2 (1)

T_{14} - Calcular taxa de emissão de radiação pela lei de Planck dados temperatura e comprimentos de onda P_2, P_3 (3)

T_1 - Traçar gráfico da densidade de energia em função do comp. Onda, dados temperatura e com. de onda máximo P_3 (1)

Nos Livros Texto, as Tarefas são contadas para cada livro-texto. Novamente em **azul**, identificamos o número de Tarefas em cada livro, e agora o sinal **L** na frente do Tipo de Tarefa indica que ela é encontrada em ambos os livros.

- Livro-Texto (1) - Eisberg, Resnick - **Quantum physics**, edição 1 e 2 – em português;
- Livro-Texto (2) - Paul A. Tipler, Ralph Llewellyn - **Modern Physics**, edição 5;

Livro-texto (1)

1. Em que comprimento de onda um radiador de cavidade a 6000°K irradia mais por unidade de comprimento de onda?
2. Mostre que a constante de proporcionalidade em (1.4) é $4/c$. Isto é, mostre que a relação entre a radiância espectral $R_T(\nu)$ e a densidade de energia $\rho_T(\nu)$ é $R_T(\nu) = (c/4)\rho_T(\nu) d\nu$.
3. Considere duas cavidades de material e formato arbitrários, as duas a uma mesma temperatura T , ligadas por um tubo estreito no qual podem ser colocados filtros de cor (supostos ideais) que vão permitir a passagem apenas de radiação com uma dada frequência ν . (a) Suponha que em uma certa frequência ν' , $\rho_T(\nu')$ $d\nu$ para a cavidade 1 seja maior que $\rho_T(\nu')$ $d\nu$ para a cavidade 2. Um filtro que permite a passagem apenas da frequência ν' é colocado no tubo que liga as duas cavidades. Discuta o que vai acontecer em termos de fluxo de energia. (b) O que vai acontecer com as respectivas temperaturas? (c) Mostre que isto violaria a segunda lei da termodinâmica; portanto, prove que todos os corpos negros a uma mesma temperatura devem emitir radiação térmica com o mesmo espectro, independentemente dos detalhes de sua composição.
4. Um radiador de cavidade a 6000°K tem um orifício de $0,10\text{ mm}$ de diâmetro feito em sua parede. Ache a potência irradiada através do orifício no intervalo de comprimentos de onda entre 5500 \AA e 5510 \AA . (Sugestão: Veja problema 2.)
5. (a) Supondo que a temperatura da superfície do sol é 5700°K , use a lei de Stefan, (1.2), para determinar a massa de repouso perdida por segundo pelo sol sob forma de radiação. Considere o diâmetro do sol como sendo $1,4 \times 10^9\text{ m}$. (b) Que fração da massa de repouso do sol é perdida a cada ano sob forma de radiação eletromagnética? Considere a massa de repouso do sol sendo $2,0 \times 10^{30}\text{ kg}$.
6. Em uma explosão termonuclear, a temperatura no centro da explosão é momentaneamente 10^7 K . Ache o comprimento de onda para o qual a radiação emitida é máxima.
7. A uma dada temperatura, $\lambda_{\text{max}} = 6500\text{ \AA}$ para uma cavidade de corpo negro. Qual será λ_{max} se a temperatura nas paredes da cavidade for aumentada de forma que a taxa de emissão de radiação espectral seja duplicada?
8. A que comprimento de onda o corpo humano emite sua radiação térmica máxima? Apresente uma lista das hipóteses que você fez para chegar a esta resposta.
9. Supondo que λ_{max} está no infravermelho próximo para a radiação térmica de cor vermelha e no ultravioleta próximo para a radiação térmica de cor azul, a aproximadamente que temperatura na lei do deslocamento de Wien corresponde a radiação térmica de cor vermelha? E a de cor azul?

10. A taxa *média* de radiação solar incidente por unidade de área sobre a superfície da Terra é $0,485 \text{ cal/cm}^2\text{-min}$ (ou 355 W/m^2). (a) Explique a consistência entre esse número e a constante solar (a energia solar que incide segundo a normal por unidade de tempo sobre uma unidade de área da superfície da Terra) cujo valor é $1,94 \text{ cal/cm}^2\text{-min}$ (ou 1340 W/m^2). (b) Considere a Terra como sendo um corpo negro irradiando energia para o espaço segundo essa mesma taxa. Qual seria a temperatura de sua superfície sob tais circunstâncias?
11. Mostre que a lei da radiação de Rayleigh-Jeans, (1-17), não é consistente com a lei do deslocamento de Wien $\nu_{\max} \propto T$, (1-3a), ou $\lambda_{\max} T = \text{const}$, (1-3b).
12. Obtemos ν_{\max} para o espectro de corpo negro fazendo $d\rho_T(\nu)/d\nu = 0$, e λ_{\max} fazendo $d\rho_T(\lambda)/d\lambda = 0$. Por que não é possível obter a partir de $\lambda_{\max} T = \text{const}$ que $\nu_{\max} = \text{const} \times T$, simplesmente usando-se $\lambda_{\max} = c/\nu_{\max}$? Isto é, por que é errado supor-se que $\nu_{\max} \lambda_{\max} = c$, onde c é a velocidade da luz?
13. Considere os seguintes números: 2, 3, 3, 4, 1, 2, 2, 1, 0 representando o número de gois feitos em cada partida pelo Fluminense no último campeonato. (a) Calcular diretamente o número médio de gois por partida. (b) Seja x uma variável significando o número de gois por partida, e seja $f(x)$ o número de vezes que o número x aparece. Mostre que o número médio de gois por partida pode ser escrito como

$$\bar{x} = \frac{\sum_0^4 x f(x)}{\sum_0^4 f(x)}$$

(c) Seja $p(x)$ a probabilidade de se obter o número x . Mostre que \bar{x} é dado por

$$\bar{x} = \sum_0^4 x p(x)$$

14. Considere a função

$$f(x) = \frac{1}{10}(10-x)^2 \quad 0 \leq x \leq 10$$

$$f(x) = 0 \quad \text{qualquer outro } x$$

(a) A partir de

$$\bar{x} = \frac{\int_{-\infty}^{\infty} x f(x) dx}{\int_{-\infty}^{\infty} f(x) dx}$$

ache o valor médio de x . (b) Suponha que a variável x é discreta em vez de contínua. Suponha que $\Delta x = 1$, de modo que x toma apenas os valores inteiros $0, 1, 2, \dots, 10$. Calcule \bar{x} e compare com o resultado obtido no item (a). (Sugestão: Pode ser mais fácil calcular a soma apropriada diretamente, em vez de trabalhar com fórmulas gerais de soma.) (c) Calcule \bar{x} para $\Delta x = 5$, isto é, $x = 0, 5, 10$. Compare este resultado com o obtido no item (a). (d) Faça uma analogia entre os resultados obtidos neste problema e a discussão da seção 1-4. Assegure-se de ter entendido os papéis desempenhados por ξ , $\Delta\xi$ e $P(\xi)$.

15. Usando as relações $P(\xi) = e^{-\xi/kT}/kT$ e $\int_0^{\infty} P(\xi) d\xi = 1$, faça o cálculo da integral de (1-21) e obtenha (1-22), $\xi = kT$.

16. Use a relação $R_T(\nu) d\nu = (c/4)\rho_T(\nu) d\nu$, entre a radiância espectral e a densidade de energia, e a lei da radiação de Planck para obter a lei de Stefan. Isto é, demonstre que

$$R_T = \int_0^{\infty} \frac{2\pi h}{c^2} \frac{\nu^3 d\nu}{e^{h\nu/kT} - 1} = \sigma T^4$$

onde $\sigma \times 2\pi^5 k^4 / 15c^2 h^3$.

$$\left(\text{Sugestão: } \int_0^{\infty} \frac{q^3 dq}{e^q - 1} = \frac{\pi^4}{15} \right)$$

17. Obtenha a lei do deslocamento de Wien, $\lambda_{\max} T = 0,2014 hc/k$, resolvendo a equação $d\rho(\lambda)/d\lambda = 0$. (Sugestão: Faça $hc/\lambda kT = x$ e mostre que a equação citada leva a $e^{-x} + x/5 = 1$. Mostre então que $x = 4,965$ é a solução.)
18. Para verificar experimentalmente que a radiação universal de 3°K , recentemente descoberta, se ajusta precisamente ao espectro de corpo negro, decide-se medir $R_T(\lambda)$ desde um λ menor que λ_{\max} , para o qual, $R_T(\lambda) = 0,2R_T(\lambda_{\max})$, até um λ maior que λ_{\max} , para o qual $R_T(\lambda) = 0,2R_T(\lambda_{\max})$ novamente. Entre que valores de λ devem ser feitas as medições?

T_1 – Calcular temperatura, comprimento de onda ou frequência de máxima intensidade (6) L

T_2 - calcular constante de proporcionalidade entre $R(\nu)$ e $\rho(\nu)$;

$$R(\nu) = \frac{\text{energia}}{\text{tempo}\cdot\text{área}} \text{ e } \rho(\nu) = \frac{\text{energia}}{\text{volume}}. (1)$$

T_3 - discutir detalhes específicos do corpo negro: (1)

T_4 – Calcula potência irradiada de um orifício de raio r a partir da temperatura numa dada faixa de comp. de onda. (1)

T_5 - Aplicar lei de Planck para radiância total (2)

T_6 - Calcular massa de repouso do Sol dado a temperatura da superfície e diâmetro. (1)

T_7 – Calcular fração de massa de repouso perdida por ano (1)

T_8 - Calcular radiância, ou potência, ou temperatura (3)

T_9 - Conhecer a constante solar e aplicá-la (1)

T_{10} – mostrar que a lei de Rayleigh-Jeans não é consistente com a lei de Wien (1)

T_{11} - calcular média de tentativas/medidas/números (3)

T_{12} – mostrar as relações de valor médio para um conjunto definido de valores (1)

T_{13} – mostrar a relação $\bar{x} = \sum xp(x)$ para um conjunto definido de valores (1)

T_{14} – calcular valor médio de uma função contínua (1)

T_{15} – comparar resultados de valor médio de funções contínuas e discretas. (1)

T_{16} - Resolver o cálculo para energia média assumindo energia contínua (1)

T_{17} - Deduzir lei de Stefan-boltzman a partir da lei de Planck (1)

T_{18} - Deduzir a lei de deslocamento de Wien a partir da lei de Planck L (1)

Tipos de tarefas de T_{19} até T_{48} estão na figura a seguir, representadas pelos números de 1 até 20.

1. Um corpo negro sempre aparenta ser negro? Explique o termo corpo negro.
2. Cavidades formadas por carvões em brasa parecem mais brilhantes que os próprios carvões. É a temperatura em tais cavidades apreciavelmente maior do que a temperatura da superfície de um carvão incandescente exposto?
3. Se olharmos para o interior de uma cavidade cujas paredes são mantidas a uma temperatura constante, os destalhes do interior não são visíveis. Explique.
4. A relação $R_T = \sigma T^4$ é exata para corpos negros e vale para todas as temperaturas. Por que essa relação não é usada como base para uma definição de temperatura a, por exemplo, 100°C ?
5. Um pedaço de metal brilha com uma cor vermelha brilhante a 1100°K . Nesta mesma temperatura, no entanto, um pedaço de quartzo absolutamente não brilha. Explique. (Sugestão: o quartzo é transparente à luz visível.)
6. Faça uma lista das funções de distribuição usadas normalmente nas ciências sociais (por exemplo, distribuição de famílias em relação à renda). Em cada caso, especifique se a variável cuja distribuição é descrita é discreta ou contínua.
7. Em (1-4), que relaciona a radiância com a densidade de energia, que dimensões deveria ter a constante de proporcionalidade?
8. Qual é a origem da catástrofe do ultravioleta?
9. A lei da equipartição da energia requer que o calor específico dos gases seja independente da temperatura, o que não está de acordo com a experiência. Vimos que essa lei conduz à lei de radiação de Rayleigh-Jeans, que também não está de acordo com a experiência. Como você pode relacionar nestes dois casos a não validade da lei da equipartição?
10. Compare as definições e as dimensões da radiância espectral $R_T(\nu)$, da radiância R_T e a densidade de energia $\rho_T(\nu)$.
11. Por que se usa normalmente um pirômetro ótico para temperaturas acima do ponto de fusão do ouro e não abaixo dele? Quais objetos têm tipicamente suas temperaturas medidas dessa forma?
12. Há grandezas quantizadas na física clássica? É a energia quantizada na física clássica?
13. Faz sentido falar de quantização da carga em física? Em que isto é diferente da quantização da energia?
14. As partículas elementares parecem ter um conjunto discreto de massas de repouso. Pode-se encarar esse fato como uma quantização da massa?
15. Em muitos sistemas clássicos as frequências possíveis são quantizadas. Cite alguns desses sistemas. Nestes casos a energia também é quantizada?
16. Mostre que a constante de Planck tem dimensões de momento angular. Isto necessariamente sugere que o momento angular é quantizado?
17. Para que os efeitos quânticos fossem perceptíveis no dia-a-dia de nossas vidas, qual deveria ser a ordem de grandeza mínima de h ?

18. O que é que a radiação de corpo negro universal de 3°K nos diz, se é que diz algo, sobre a temperatura do espaço exterior?
19. A teoria de Planck sugere estados de energia atômica quantizados?
20. Discuta o fato memorável de que a descoberta de que a energia é discreta ter sido feita pela primeira vez na análise de um espectro contínuo emitido por átomos interagindo em um sólido, em vez de ter sido feita na análise de um espectro discreto tal como o emitido por um átomo isolado em um gás.

Livro-texto (2)

3-12. Find λ_m for blackbody radiation at (a) $T = 3\text{ K}$, (b) $T = 300\text{ K}$, and (c) $T = 3000\text{ K}$.

3-13. Use the result of Example 3-4 and Equations 3-4 and 3-6 to express Stefan's constant in terms of h , c , and k . Using the known values of these constants, calculate Stefan's constant.

3-14. Show that Planck's law, Equation 3-18, expressed in terms of the frequency f , is

$$u(f) = \frac{8\pi f^2}{c^3} \frac{hf}{e^{hf/kT} - 1}$$

3-15. As noted in the chapter, the cosmic microwave background radiation fits the Planck equation for a blackbody at 2.7 K . (a) What is the wavelength at the maximum intensity of the spectrum of the background radiation? (b) What is the frequency of the radiation at the maximum? (c) What is the total power incident on Earth from the background radiation?

3-16. Find the temperature of a blackbody if its spectrum has its peak at (a) $\lambda_m = 700\text{ nm}$ (visible), (b) $\lambda_m = 3\text{ cm}$ (microwave region), and (c) $\lambda_m = 3\text{ m}$ (FM radio waves).

3-17. If the absolute temperature of a blackbody is doubled, by what factor is the total emitted power increased?

3-18. Calculate the average energy \bar{E} per mode of oscillation for (a) a long wavelength $\lambda = 10\text{ hc}/kT$, (b) a short wavelength $\lambda = 0.1\text{ hc}/kT$, and compare your results with the classical prediction kT (see Equation 3-9). (The classical value comes from the equipartition theorem discussed in Chapter 8.)

3-19. A particular radiating cavity has the maximum of its spectra distribution of radiated power at a wavelength of $27.0\text{ }\mu\text{m}$ (in the infrared region of the spectrum). The temperature is then changed so that the total power radiated by the cavity doubles. (a) Compute the new temperature. (b) At what wavelength does the new spectral distribution have its maximum value?

3-20. A certain very bright star has an effective surface temperature of $20,000\text{ K}$. (a) Assuming that it radiates as a blackbody, what is the wavelength at which $u(\lambda)$ is maximum? (b) In what part of the electromagnetic spectrum does the maximum lie?

3-21. The energy reaching Earth from the Sun at the top of the atmosphere is $1.36 \times 10^3\text{ W/m}^2$, called the *solar constant*. Assuming that Earth radiates like a blackbody at uniform temperature, what do you conclude is the equilibrium temperature of Earth?

3-22. A 40-W incandescent bulb radiates from a tungsten filament operating at 3300 K . Assuming that the bulb radiates like a blackbody, (a) what are the frequency f_m and the wavelength λ_m at the maximum of the spectral distribution? (b) If f_m is a good approximation of the average frequency of the photons emitted by the bulb, about how many photons is the bulb radiating per second? (c) If you are looking at the bulb from 5 m away, how many photons enter your eye per second? (The diameter of your pupil is about 5.0 mm .)

3-23. Use Planck's law, Equation 3-18, to derive the constant in Wein's law, Equation 3-5.

3-53. This problem is to derive the Wien displacement law, Equation 3-5. (a) Show that the energy density distribution function can be written $u = C\lambda^{-5}(e^{a/\lambda} - 1)^{-1}$, where C is a constant and $a = hc/kT$. (b) Show that the value of λ for which $du/d\lambda = 0$ satisfies the equation $5\lambda(1 - e^{-a/\lambda}) = a$. (c) This equation can be solved with a calculator by the trial-and-error method. Try $\lambda = \alpha a$ for various values of α until λ/a is determined to four significant figures. (d) Show that your solution in (c) implies $\lambda_m T = \text{constant}$ and calculate the value of the constant.

T_1 – Calcular comprimento de onda, frequência ou temperatura de máxima (11) L

T_2 - Deduzir lei de Stefan-boltzman a partir da lei de Planck (1)

T_3 – Escrever fórmula de Planck em outra variável: a expressão $u(\lambda)d\lambda$ em $u(\nu)d\nu$ (2)

T_4 – Calcular frequência máx. a partir do comp. de onda máx. (1)

T_5 – Calcular potência total ou temperatura; (4)

T_6 - calcular energia média por modo, dado o comprimento de onda (2)

T_7 - comparar energia média quântica (calculada por Planck) e clássica ($E = \frac{1}{2}kT$) para pequenos e longos comprimentos de onda. (1)

T_8 - Identificar comprimento de onda no espectro eletromagnético; (1)

T_9 - derivar a constante da lei de Wien ou equação de deslocamento de Wien a partir da fórmula de Planck (λ) L

A contagem de Tipos de Tarefas e Tarefas da Lista de Exercícios encontra-se abaixo.

Todo corpo emite um espectro de radiação que depende de sua temperatura segundo a Lei de Planck para a radiação de corpo negro:

$$\rho(\lambda) = (2\pi hc^2 \lambda^{-5}) / (e^{hc/\lambda kT} - 1)$$

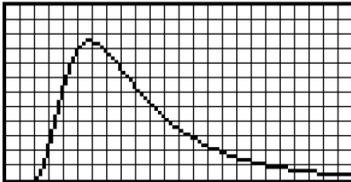
Na equação acima λ é o comprimento de onda da radiação emitida, T a temperatura e $\rho(\lambda)$ é a radiancia para cada comprimento de onda, medida em $\text{W/m}^2 \cdot \text{m}$ (energia por unidade de tempo, por unidade de área e por unidade de comprimento de onda). As constantes $h = 6,63 \times 10^{-34}$ J·s, $c = 3,00 \times 10^8$ m/s e $k = 1,38 \times 10^{-23}$ J/K são a constante de Planck, a velocidade da luz no vácuo e a constante de Boltzmann, respectivamente.

Considerando que as figuras abaixo representam curvas da radiancia espectral em função do comprimento de onda para um corpo negro ideal à temperatura $T = 300$ K (acima, à esquerda), $T = 2500$ K (acima, à direita), $T = 7500$ K (abaixo, à esquerda) e considerando que:

- o comprimento de onda λ_{max} para o qual a emissão é máxima é inversamente proporcional à temperatura T , faça um gráfico de λ_{max} em função de $1/T$ e determine o valor da constante de proporcionalidade. Qual o erro percentual entre o valor encontrado e o valor tabelado ($2,898 \times 10^{-3}$ m·K)?
- a potência total por unidade de área é proporcional à quarta potência da temperatura, determine a constante de proporcionalidade. Qual o erro percentual entre o valor encontrado e o valor tabelado ($5,67 \times 10^{-8}$ $\text{W/m}^2 \cdot \text{K}^4$)?
- o gráfico da figura de baixo, à direita, representa o mesmo corpo negro a uma temperatura desconhecida, você é capaz de determinar a sua temperatura?

x: [0.1000 , 40.00] μm

y: [0.000 , 4.000e-7] $\text{MW/m}^2 \cdot \text{m}$



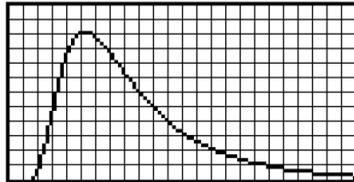
x: [0.1000 , 1.500] μm

y: [0.000 , 4.000] $\text{MW/m}^2 \cdot \text{m}$



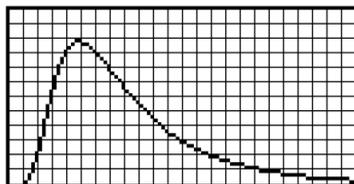
x: [0.1000 , 5.000] μm

y: [0.000 , 0.01500] $\text{MW/m}^2 \cdot \text{m}$



x: [0.1000 , 2.500] μm

y: [0.000 , 0.5000] $\text{MW/m}^2 \cdot \text{m}$



1. Determine o valor de $\lambda_{\text{máx}}$ para um corpo negro a uma temperatura de (a) 2,7 K (radiação cósmica de fundo); (b) 300 K (temperatura ambiente); (c) 3.000 K (temperatura aproximada de uma lâmpada incandescente)
2. Determine o valor da constante de Stefan em função de h , c e k . Use os valores conhecidos destas constantes para calcular o valor da constante de Stefan.
3. Demonstre como se pode escrever a lei de Planck em função da frequência a partir da sua forma em função do comprimento de onda.
4. Qual o comprimento de onda, a frequência e a potência total da radiação cósmica de fundo ($T = 2,7$ K) que incide sobre o nosso planeta?
5. Determine a temperatura de um corpo negro se seu espectro apresenta um máximo em (a) $\lambda_m = 700$ nm (visível); (b) $\lambda_m = 3$ cm (microondas); (c) $\lambda_m = 3$ m (rádio/FM).
6. Se a temperatura de um corpo negro é multiplicada por 2, por qual fator é multiplicada a potência total emitida pelo corpo negro?
7. O máximo da distribuição espectral de potência irradiada por uma certa cavidade ocorre para um comprimento de onda de 27,0 mm (na região do infravermelho). A temperatura da cavidade é aumentada até que a potência irradiada seja duas vezes maior. (a) Determine a nova temperatura da cavidade. (b) Determine a nova posição do máximo da distribuição espectral.
8. A energia solar que atinge a parte superior da atmosfera terrestre é $1,36 \times 10^3$ W/m². Supondo que a Terra se comporte como um corpo negro de temperatura uniforme, qual é a temperatura de equilíbrio da Terra?

T_1 – Determinar λ_{max} , comp. De onda máximo ou Temperatura (12)

T_2 – Determinar valor de σ em função de h , c e k . (1)

T_3 – Escrever equação de Planck em outra variável: a expressão $u(\lambda)d\lambda$ em $u(\nu)d\nu$ (1)

T_4 – Determinar Potencia total irradiada ou temperatura (3)

T_5 – Utilizar a Lei de Plank para calcular a constante da Lei de Wien (1)

T_6 – Construir gráfico (1)

T_7 – Calcular inclinação do gráfico (1)

T_8 – Calcular erro percentual entre constante tabelada e medida (2)

T_9 – Calcular σ dados valores medidos de Radiância e Temperatura (1)