SERVIÇO PÚBLICO FEDERAL
UNIVERSIDADE FEDERAL DE SANTA CATARINA
CENTRO DE CIÊNCIAS FÍSICAS E MATEMÁTICAS
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM FÍSICA
CAMPUS UNIVERSITÁRIO REITOR JOÃO DAVID FERREIRA LIMA - TRINDADE
CEP: 88040-900 - FLORIANÓPOLIS - SC
TELEFONE (048) 3721-2308
E-mail: ppgfsc@contato.ufsc.br

Processo Seletivo PPGFSC/UFSC – primeiro semestre de 2015

Nome do Candidato: ____

Instruções: A prova consta de 20 (vinte) questões, sendo que o candidato deve escolher entre as opções **ou A ou B** de mesma numeração, totalizando 10 (dez) questões a serem respondidas. Os respectivos cálculos devem ser apresentados exclusivamente nos espaços destinados a cada questão escolhida ou em folhas extras, de maneira objetiva, **sem rasuras**.

ATENÇÃO:

- **Não serão aceitas respostas sem uma justificativa coerente das alternativas assinaladas;**
- **Assinalar a assertiva correta da questão não garante atribuição da pontuação máxima;**
- **Em caso do candidato responder as opções A e B de uma mesma numeração, será considerada apenas a opção A;**
- **as alternativas de resposta designadas n.d.a. significam nenhuma das anteriores.**

1A)

Uma partícula de massa m está sujeita a força central $\vec{F}(r) = f(r)\hat{r}$. Um experimento mostrou que a trajetoria da partícula tem forma $r(\varphi) = 2R\cos(\varphi)$ em coordenadas polares sendo R uma constante. Calcule a forma da força radial. A parte radial da aceleração em coordenadas polares tem forma

$$a_r = \frac{d^2r}{dt^2} - r\left(\frac{d\varphi}{dt}\right)^2$$

e L abaixo é uma constante que corresponde ao valor do momento angular.

(a) $f(r) = -\frac{4L^2R}{m^2}\frac{1}{r^4}$

(b) $f(r) = -\frac{8L^2R^2}{m^2}\frac{1}{r^5}$

(c) $f(r) = -\frac{4L^2}{m^2}\frac{1}{r^3}$

(d) $f(r) = -\frac{8L^2R^2}{m^2}\frac{1}{r^4}$

(e) n. d. a.

1B)

Uma partícula de massa m tem a velocidade inicial v_0. Entrando num meio material a partícula esta sujeita a força de freamento proporcional a potencia n da velocidade dela $F = -k(\frac{dx}{dt})^n$ sendo $0 \leq n < 1$. Calcule o tempo T necessário para a partícula parar.

(a) $T = \frac{m}{k} v_0^{2-n}$

(b) $T = \frac{m}{k} v_0^{1-n}$

(c) $T = \frac{m}{k} \frac{v_0^{1-n}}{1-n}$

(d) $T = \frac{m}{k} n v_0^{n-1}$

(e) n. d. a.

2A)

A função de Lagrange para um problema unidimensional de uma partícula de massa m em um campo de força é dada por

$$L = -mc^2\sqrt{1 - \frac{1}{c^2}\left(\frac{dx}{dt}\right)^2} - U(x)$$

onde $c = const$. Identifique qual das funções abaixo é equivalente à função de Lagrange L? O parametro a é constante.

(a) $L = -mc^2\sqrt{1 - \frac{1}{c^2}\left(\frac{dx}{dt}\right)^2} - U(x) + (\frac{dx}{dt} - a\,x)e^{at}$

(b) $L = -mc^2 + \frac{m}{2}\left(\frac{dx}{dt}\right)^2 - U(x)$

(c) $L = +mc^2\sqrt{1 - \frac{1}{c^2}\left(\frac{dx}{dt}\right)^2} - U(x+a)$

(d) $L = -mc^2\sqrt{1 - \frac{1}{c^2}\left(\frac{dx}{dt}\right)^2} - U(x) + a\frac{x}{\sqrt{x^2}}\frac{dx}{dt}$

(e) n. d. a.

2B)

Encontre a frequencia ω de pequenas oscilações para um sistema dinâmico cuja função de Lagrange tem forma

$$L = \frac{m}{2}\left[1 + \sin^2(\alpha x)\right]\left(\frac{dx}{dt}\right)^2 - A\left[\cos(\alpha x) - \frac{\alpha}{2}x\right].$$

(a) $\omega^2 = \frac{\sqrt{2}}{2}\frac{A\alpha^2}{m}$

(b) $\omega^2 = \frac{\sqrt{2}}{3}\frac{A\alpha^2}{m}$

(c) $\omega^2 = \frac{3\sqrt{3}}{2}\frac{A\alpha^2}{m}$

(d) $\omega^2 = \frac{2\sqrt{3}}{5}\frac{A\alpha^2}{m}$

(e) n. d. a.

3A)

Um jato supersônico move-se acima do aeroporto mantendo o valor constante da sua velocidade v. A trajetoria do jato é tal que existe um ponto P_0 no aeroporto tal que o som da trajetoria inteira chega para P_0 simultaneamente. Considere que num momento $t = 0$ a distancia entre o jato e P_0 tem valor r_0 e o vetor da posição do jato forma ângulo β com a pista. A velocidade do som tem valor $V = const$. Calcule a distancia d entre os pontos P_0 e P_1 sendo P_1 o ponto onde o jato colide com a terra.

(a) $d = r_0 \frac{V}{\sqrt{v^2 - V^2}} \frac{\pi}{\beta}$

(b) $d = r_0 \cos(\pi - \frac{V}{\sqrt{v^2 - V^2}} \frac{\pi}{\beta})$

(c) $d = r_0 \exp(\frac{2V}{\sqrt{v^2 - V^2}} (\pi + \beta))$

(d) $d = r_0 \exp(-\frac{V}{\sqrt{v^2 - V^2}} (\pi - \beta))$.

(e) n. d. a.

3B)

Um ponto material possui a trajetoria tal que o vetor da velociadade $\vec{v}$ forma um ângulo constante $\alpha < \frac{\pi}{2}$ com o vetor da posição do corpo $\vec{r}$. Considerando que $r(0) = r_0$ e $\varphi(0) = 0$ calcule o caminho s percorido por corpo até atingir o ponto $r = 0$.

(a) $s = \frac{r_0}{\cot\alpha}\sqrt{1 + (\cot\alpha)^2}$

(b) $s = \frac{r_0}{\tan\alpha}\sqrt{1 - (\cot\alpha)^2}$

(c) $s = \frac{r_0}{\tan\alpha}\sqrt{1 + (\tan\alpha)^2}$

(d) $s = \frac{r_0}{\tan\alpha}\sqrt{1 - (\tan\alpha)^2}$

(e) n. d. a.

4A)

Considere dois fios infinitos carregados isolantes paralelos entre si, posicionados ao longo do eixo **y**, e a uma distância **d** um do outro. O fio 1 apresenta densidade linear de carga três vezes maior que a densidade linear de carga do fio 2. A que distância do fio 1 situa-se um ponto **P**, onde os campos elétricos devidos aos dois fios se anulam?

(a) d/4

(b) d/3

(c) 3d/4

(d) 2d/3

(e) n. d. a.

4B)

Uma carga elétrica de $+5\mu C$ está uniformemente distribuída ao redor de um anel de raio 1,0m, que se encontra no plano **xz** com seu centro na origem. Uma partícula com carga $+1\times10^{-9}C$ e massa $25\mu g$ é liberada do repouso a uma distância de 2 m da origem, ao longo do eixo **y**. Qual a velocidade da partícula após ter percorrido uma grande distância (y$\gg$R)?

(a) $\approx$ 20m/s

(b) $\approx$ 40m/s

(c) $\approx$ 2m/s

(d) $\approx$ 4m/s

(e) n. d. a.

5A)

Um fio retilíneo, que se estende entre as coordenadas $x = 2$m e $x = 4$m, é percorrido por uma corrente $i = 3A$, cujo sentido é o do eixo **x** positivo. Na região existe um campo magnético não uniforme que cresce linearmente com a distância x e aponta na direção positiva do eixo **z**, isto é, $\vec{B} = (B_0 x)\hat{\jmath}$, onde $B_0 = 2T/m$. Qual a força magnética (módulo, direção e sentido) que é exercida sobre o fio?

(a) $\vec{F}_R = (36N)\hat{\imath}$

(b) $\vec{F}_R = (12N)\hat{k}$

(c) $\vec{F}_R = (12N)\hat{\imath}$

(d) $\vec{F}_R = (36N)\hat{k}$

(e) n. d. a.

5B)

Uma bobina de indutância 200mH e resistência desconhecida é conectada em série com um capacitor de 47,9μF e com uma fonte de corrente alternada com $\varepsilon(t) = \varepsilon_m \operatorname{sen}(\omega t)$, onde $\omega = 377 rad/s$. A corrente alternada no circuito é dada por $I(t) = I_m \operatorname{sen}(\omega t - \varphi)$. Se o ângulo de fase entre a fem aplicada e a corrente é de 45^o, calcule a resistência da bobina.

(a) $\approx 12\ \Omega$

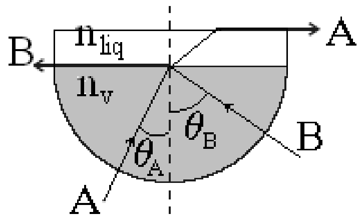
(b) $\approx 8\ \Omega$

(c) $\approx 10\ \Omega$

(d) $\approx 20\ \Omega$

(e) n. d. a.

6A)
Sobre um bloco de vidro de índice de refração n_v é colocada uma camada líquida, de índice de refração n_{liq}. O feixe de luz **A**, que incide sobre a camada líquida sob um ângulo $\theta_A = 30^o$, emerge tangencialmente a esta camada. Por outro lado, o raio **B**, que incide sobre a camada sob um ângulo $\theta_B = 45^o$, emerge tangenciando a superfície de vidro. Admitindo-se que o conjunto está



no ar (n = 1,00), determine os índices de refração n_{liq} e n_v.

(a) 2 ; 1,41

(b) 2 ; 1,56

(c) 1,56 ; 2

(d) 1,41 ; 2

(e) n. d. a.

6B)

Uma onda luminosa de $\lambda = 625\ nm$ incide quase perpendicularmente em uma película de sabão ($n = 1.3$) suspensa no ar. Qual a menor espessura do filme para a qual as ondas refletidas pelo filme sofrem interferência construtiva?

(a) $\approx 240\ nm$

(b) $\approx 156\ nm$

(c) $\approx 313\ nm$

(d) $\approx 120\ nm$

(e) n. d. a.

7A)

Determine a entropia, como função de T e V, de um gás ideal com número constante de partículas. Para isso, utilize as equações de estado $U = (3/2)NkT$ e $pV = NkT$.

(a) $S(T,p) - S_0(T_0,p_0) = Nk\ln\left\{\frac{T}{p}\right\}$

(b) $S(T,p) - S_0(T_0,p_0) = Nk\ln\left\{\left(\frac{T}{T_0}\right)^{3/2}\right\}$

(c) $S(T,p) - S_0(T_0,p_0) = Nk\ln\left\{\left(\frac{T}{T_0}\right)^{5/2}\left(\frac{p_0}{p}\right)\right\}$

(d) $S(T,p) - S_0(T_0,p_0) = Nk\ln\left\{\left(\frac{T_0}{T}\right)^{5/2}\left(\frac{p}{p_0}\right)\right\}$

(e) n. d. a.

7B)

Calcule a função de partição de um sistema de N osciladores quânticos independentes, cuja energia é dada por $\varepsilon_n = (n + 1/2)\hbar\omega$. Considere $\beta = 1/kT$. (Sugestão: utilizar a série geométrica $\sum_{n=0}^{N-1} r^n = (1 - r^N)/(1 - r)$.)

(a) $Z = \exp(\beta\hbar\omega N)$

(b) $Z = [2 \ \mathrm{senh}(\beta\hbar\omega/2)]^{-N}$

(c) $Z = \mathrm{senh}(\beta\hbar\omega/2)$

(d) $Z = [\exp(\beta\hbar\omega)]^{-N}$

(e) n. d. a.

8A)
Considere um elétron em um estado tal que a componente z do spin é $\frac{1}{2}\hbar$. Quais são os valores esperados de S_x e S_x^2, respectivamente?

(a) $0\hbar$ e $0\hbar^2$

(b) $0\hbar$ e $\dfrac{1}{2}\hbar^2$

(c) $\dfrac{1}{2}\hbar$ e $\dfrac{1}{4}\hbar^2$

(d) $0\hbar$ e $\dfrac{1}{4}\hbar^2$

(e) $\dfrac{1}{2}\hbar$ e $0\hbar^2$

8B)

A probabilidade de três bósons ocuparem o mesmo estado quântico é, comparada com a probabilidade de que três partículas distinguíveis ocupem o mesmo estado;

(a) seis vezes menor

(b) três vezes menor

(c) idêntica

(d) três vezes maior

(e) seis vezes maior

9A)

Considere o modelo de Bohr para um átomo de hidrogênio. Se um elétron de massa m e carga e gira em órbita circular ao redor do próton, a órbita é estável se:

$$\frac{1}{4\pi\epsilon_0}\frac{e^2}{r^2} = m\frac{v^2}{r}. \tag{1}$$

O postulado de quantização de Bohr para este sistema significa que:

(a) $mv = n\hbar$ com $n = 0, 1, 2, \ldots$

(b) $mv = n\hbar$ com $n = 1, 2, 3, \ldots$

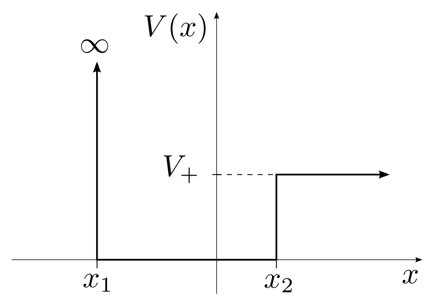
(c) $mvr = n\hbar$ com $n = 1, 2, 3\ldots$

(d) $\frac{1}{2}mv^2 = n\hbar$ com $n = 0, 1, 2, \ldots$

(e) $\frac{1}{2}mv^2 = n\hbar$ com $n = 1, 1, 2, \ldots$

9B)

Considere uma partícula com energia E sujeita à equação de Schrödinger unidimensional com potencial $V(x)$ dado pela figura:



Qual das alternativas abaixo está incorreta?

(a) Se $E < 0$, não há solução física para o problema.

(b) Se $0 < E < V_+$, a função de onda da partícula na região $x > x_2$ é nula.

(c) Se $0 < E < V_+$, a energia faz parte de um espectro discreto.

(d) Se $V_+ < E$, a função de onda da partícula na região $x < x_1$ é nula.

(e) Se $V_+ < E$, a energia faz parte de um espectro contínuo.

10A)

Uma partícula de massa m está em um potencial quadrado infinito de largura a, que começa em $x = 0$ e termina em $x = a$. Usando o método variacional e a função de onda não normalizada:

$$\Psi(x) = x(a - x)(c + x(a - x)), \tag{2}$$

calcule o valor aproximado do parâmetro c que dará a melhor aproximação para o estado fundamental:

(a) $0,88\,a^2$

(b) $0,44\,a^2$

(c) $0,00\,a^2$

(d) $-0,22\,a^2$

(e) $-0,44\,a^2$

10B)

Um oscilador anarmônico é descrito pelo seguinte hamiltoniano:

$$H = H_0 + ax^4 \tag{3}$$

em que

$$H_0 = \frac{p_x^2}{2m} + \frac{1}{2}m\omega^2 x^2. \tag{4}$$

Usando a teoria de perturbação independente no tempo e considerando ax^4 como a perturbação e H_0 como hamiltoniano não perturbado, qual é a primeira correção à energia do estado fundamental?

(a) $\frac{a\hbar^2}{m^2\omega^2}$

(b) $\frac{1}{2}\frac{a\hbar^2}{m^2\omega^2}$

(c) $\frac{1}{4}\frac{a\hbar^2}{m^2\omega^2}$

(d) $\frac{3}{2}\frac{a\hbar^2}{m^2\omega^2}$

(e) $\frac{3}{4}\frac{a\hbar^2}{m^2\omega^2}$

Formulário

$k = 8,99 \times 10^9 (Nm^2)/C^2$

$\varepsilon_0 = 8,85 \times 10^{-12} C^2/(Nm^2)$

$\omega_0 = 1/\sqrt{LC} = 2\pi f$; $X_c = \dfrac{1}{\omega C}$; $X_L = \omega L$; $Z = \varepsilon_m / I_m$

$$\int_{-\infty}^{\infty} x^{2n} \exp(-bx^2) = \frac{(2n-1)!!}{2^n b^n}\sqrt{\frac{\pi}{b}}$$

em que $(2n-1)!! = 1 \times 3 \times 5 \times \cdots \times (2n-1)$

---✂---destaque aqui---

Anotação do gabarito:

1A	1B	2A	2B	3A	3B	4A	4B	5A	5B

6A	6B	7A	7B	8A	8B	9A	9B	10A	10B