

Universidade Federal de Santa Catarina
Departamento de Engenharia Mecânica

Memorial de Atividades Acadêmicas

Documento elaborado para promoção à
Classe de Professor Titular da Carreira do Magistério Superior,
do Prof. **Paulo de Tarso Rocha de Mendonça**

Florianópolis, janeiro/2015

Dados profissionais:

Nome: Paulo de Tarso R Mendonça,

Endereço profissional: Universidade Federal de Santa Catarina - UFSC,
Departamento de Engenharia Mecânica, bloco A,
Grupo de Análise e Projeto Mecânico - GRANTE.
Trindade, Florianópolis, SC, fone (48) 3721-9899,
mendonca@grante.ufsc.br, www.grante.ufsc.br.

Organização do Texto

O presente Memorial é elaborado como um relato complementar à apresentação exaustiva dos dados constantes no Currículo Lattes, visando agrupar as atividades, descrevê-las em ordem cronológica, apontar os aspectos mais relevantes, comentar algo de sua motivação e contextualização no período de tempo em que elas se desenvolveram.

Conteúdo

1. FORMAÇÃO ACADÊMICA	2
2. ATIVIDADES DE ENSINO	3
3. ATIVIDADES NA UFSC (1984-1991)	5
4. ATIVIDADES NA UFSC (1995-2005)	7
5. ATIVIDADES NA UFSC (2006-2014)	13
6. ATIVIDADES DIVERSAS	25
7. ATIVIDADES ATUAIS E PERSPECTIVAS FUTURAS	27
ANEXO I - CURRÍCULO LATTES	29
ANEXO II - PROJETO DE PESQUISA CNPq	47

1. FORMAÇÃO ACADÊMICA

1.1. Graduação

Ingressei como estudante no curso de Engenharia Mecânica na Universidade de Brasília, UnB, em agosto/1976 e me formei em dezembro/1980, um semestre a menos que os onze usuais, tomando partido da estrutura curricular flexível que a UnB possuía na época, baseada em créditos e com bastante disponibilidade de disciplinas optativas. Naquela época o departamento não contava ainda com pós-graduação e seu corpo docente era em sua maioria constituída por mestres, contando apenas com poucos doutores. Durante o curso dediquei-me a três semestres de monitoria, e a um ano de estágio em empresa, embora o curso não incluísse o estágio como parte obrigatória do currículo.

1.2. Mestrado

O ano seguinte à minha formatura, 1981, dediquei ao trabalho em engenharia, em Brasília, em paralelo a atividades pessoais. Em janeiro/1982 vim a Florianópolis para um Curso de Nivelamento para seleção de bolsas de mestrado, no Curso de Pós-Graduação em Engenharia Mecânica. Uma vez conseguida a bolsa do CNPq, iniciei o curso em março/1982, e defendi a dissertação em novembro/1983, sob a orientação do prof. Clovis S. de Barcellos. O trabalho de dissertação foi na área que se constituiria o pano de fundo de muito da minha atividade futura de pesquisa até o presente, qual seja, a de modelagem numérica e/ou analítica do comportamento estrutural de materiais compostos. Os resultados dessa época se traduziram na apresentação de alguns trabalhos completos em anais de congressos, de números 25 a 27 na lista de *Trabalhos (completo) publicados em anais de eventos do Currículo Lattes*, página 7. Em particular pode-se registrar aqui:

MENDONÇA, Paulo de Tarso Rocha de, BARCELLOS, C. S.

Uma Formulação de Elemento Finito para Cascas Delgadas Multilaminadas In: 3o. Simpósio Brasileiro de Tubulações e Vasos de Pressão, 1984, Salvador.

Anais do 3o. Simpósio Brasileiro de Tubulações e Vasos de Pressão , 1984. v.2. p.633 648.

1.3. Doutorado

Logo após a defesa de meu mestrado, fiz concurso público para a carreira de professor no próprio Departamento de Engenharia Mecânica da UFSC, e iniciei o trabalho em abril/1994. Por razões pessoais, apenas em 1990 pude me organizar para a realização do doutoramento. Este foi realizado com bolsa da CAPES, no Departamento de Engenharia Aeroespacial da Universidade de Minnesota, em Minneapolis, EUA, entre agosto/1991 e maio/1995, no desenvolvimento de um método de discretização para problemas elípticos via determinação numérica aproximada da função de Green localmente sobre cada elemento. Essa pesquisa resultou em:

Artigo completo em Congresso Internacional

Mendonça, Paulo de Tarso R, Barcellos, C. S.

Greens Element Method Part I: Assembled Local Form.

In: Congresso Ibero Latino Americano sobre Métodos Computacionais para Engenharia, 1995, Curitiba PR.

Anais do XVI CILAMCE. Curitiba PR, 1995. v.1. p.21-30.,

Palavras chave: Elementos de Contorno.

Referências adicionais : Brasil/Inglês. Meio de divulgação: Impresso.

Capítulo de Livro:

Mendonça, Paulo de Tarso Rocha de, Barcellos, C. S., Warner, W. H.

The Local Assembled Form of MLGFM (Modified Local Green Function Method),

In: Boundary Elements XVII ed. Southampton: Computational Mechanics Publications, 1995, v.17, p. 99-108.

Palavras chave: Elementos de Contorno

Referências adicionais : Inglaterra/Inglês. Meio de divulgação: Impresso, ISBN: 1853123242.

1.4. Estágio pós-doutoral

Realizei um estágio pós-doutoral no *Laboratoire de Mécanique et Technologie (LMT)*, da *École Normale Supérieure de Cachan*, ENS-Cachan, Cachan, França, entre maio/2012 e abril/2013, com bolsa da CAPES, pesquisando a aplicação de uma família de métodos de estimativa de erro α -*posteriori* nas simulações do método de elementos finitos e elementos finitos generalizados. Essa família de métodos de estimativa de erros, baseada em campos admissíveis locais em elementos, é um dos assuntos em que o LMT é um dos principais centros mundiais de pesquisa. O trabalho de pesquisa iniciado na França gerou uma parceria, com pesquisa em andamento, em testes numéricos sobre diversas formulações concebidas naquele ano. O ANEXO II do presente texto é uma cópia do projeto de pesquisa que tenho aprovado no CNPq. A parte de estimativas de erro é parcela importante na proposta, e suas formulações são delineadas com algum detalhe. Esse projeto está em andamento desde 2013, para um período de três anos, e é continuação de um outro que se desenvolveu no triênio anterior.

2. ATIVIDADES DE ENSINO

As disciplinas que tenho ministrado tem se ajustado conforme a época e o estágio em que os cursos de graduação e pós-graduação se encontravam ao longo do tempo.

Entre os anos 1984 e 1991, como eu ainda não havia feito o doutorado, me concentrei sobre as **disciplinas de graduação**:

- Mecânica dos Sólidos 1 e 2 (conteúdos típicos de "Resistência dos Materiais", para cursos de Engenharia Mecânica, Civil, Elétrica, Agrônômica).
- Mecânica dos Sólidos 3 (conteúdo de elasticidade linear).
- Confiabilidade Estrutural, usando material didático elaborado pelo prof. Edison da Rosa (também do GRANTE/EMC/UFSC).

A partir de 1995 as disciplinas de graduação passaram a ser remodeladas por sucessivas reformas, tanto no âmbito da área quanto do curso. Em todas essas reformas eu tive atuação intensa, como parte das diversas comissões de estudo, além de ter apresentado uma proposta completa de reforma do Curso de Engenharia Mecânica em 2006, que desencadeou a grande reforma que se deu dois anos depois e gerou o currículo hora em vigor. As **disciplinas de graduação** que tenho ministrado são as seguintes:

- **Mecânica dos Sólidos 1 e 2** (conteúdos típicos de "Resistência dos Materiais", adicionado de Fratura/Fadiga e introdução ao Método de Elementos Finitos. Oferecidas apenas para os cursos de Engenharia Mecânica e Produção Mecânica). Os conteúdos de Fratura/Fadiga são suportados pelo livro digital do prof. Edison da Rosa. O conteúdo do Método de Elementos Finitos é apoiado pelo material que tem sido desenvolvido por mim ao longo de vários anos com vistas a ser publicado em livro, em conjunção ao prof. Eduardo A Fancello (também do GRANTE/EMC/UFSC). O conteúdo de Resistência dos Materiais (sob a visão de mecânica dos sólidos), junto a tópicos de Elementos Finitos, é suportado pelo material didático que também venho desenvolvendo, com vistas a publicação em livro. Ambos os livros em desenvolvimento encontram-se em estado de finalização, contando cada um com cerca de 700 páginas, com riqueza de exemplos, listas de exercícios e gabaritos. Na página 15 comentamos com algum detalhe os conteúdos dos livros.
- **Projeto de Componentes Estruturais de Materiais Compostos**. Essa disciplina tem sido oferecida de forma intercalada entre o proponente e o prof. José Carlos Pereira. A disciplina foi por mim concebida e criada logo após meu retorno do doutorado, em 1995. No mesmo período concebi a elaboração de um livro que pudesse agregar uma profusão de tópicos relacionados que até então encontravam-se dispersos em muitas publicações diferentes, dificultando o ensino e o aprendizado. O livro foi publicado em 2005:

Barueri SP. Editora Manole Ltda., 2005, p.658.

Palavras chave: Materiais compostos, Projeto Mecânico, Cascas, Elementos Finitos.

Referências adicionais : Brasil/Português. Meio de divulgação: Impresso, ISBN: 8520418811.

O material possui duas partes, sendo a parte I adequada ao ensino de graduação, e a parte II à pesquisa e pós-graduação, sendo melhor comentado na Seção 4 desse documento.

2.1 Disciplinas de pós-graduação. A partir de 1995 tenho ministrado:

- **Fundamentos de Mecânica dos Sólidos.** É o conteúdo da parte sólida da Mecânica do Contínuo referente à mecânica dos sólidos. Disciplina oferecida uma vez por ano.
- **Formulações Incrementais em Plasticidade.** Disciplina criada por mim. Percorre desde os fundamentos fenomenológicos da plasticidade em metais, formulação constitutiva, até a aplicação de métodos de integração consistentes em problemas de deformações finitas.
- **Mecânica dos Materiais Compostos Laminados.** Disciplina criada por mim. É o conteúdo da Parte II do livro do proponente já referido acima nas disciplinas de graduação. A disciplina tem sido oferecida de forma alternada com o prof. José Carlos Pereira, conforme disponibilidade de tempo.
- **Tópicos Especiais em Análise Dinâmica de Rotores Flexíveis pelo Método de Elementos Finitos em materiais compostos.** Disciplina oferecida em caráter excepcional.

2.2 Cursos oferecidos para empresas

Ao longo dos anos participei ou coordenei diversos cursos oferecidos sob encomenda para empresas. Alguns desses cursos são os seguintes:

2008-2010 – **Coordenação de curso de Especialização** em Desenvolvimento de Componentes Automotivos

Descrição: Curso de Especialização de 405 horas, 26 disciplinas, montado sob encomenda e oferecido a engenheiros de empresa do setor automobilístico (Arvin Meritor do Brasil), em Limeira, SP. O curso envolveu 14 professores e 34 alunos. Curso presencial. A minha atuação no projeto ocorreu como organizador da estrutura e do conteúdo, como Coordenador e como professor em disciplinas de Mecânica dos Sólidos e de Análise Estrutural por Elementos finitos, para problemas estáticos e dinâmicos.

04/2005 a 05/2005 - **Curso de Especialização** para a FIAT Automoveis, em Betim MG, onde ministrei a disciplina de Comportamento Estrutural.

03/2005 a 04/2005 Disciplina de Comportamento Estrutural em Componentes Plásticos, parte de um curso de Especialização oferecido pela SOCIESC de Curitiba PR.

04/2004 a 11/2004 **Curso de mestrado profissionalizante** para WEG Motores, Jaragua do Sul, SC, onde ministrei as disciplinas de Elementos finitos e de Dinâmica estrutural.

04/1996 a 04/1998 **Curso de Atualização** em mecânica dos sólidos e análise estrutural por elementos finitos para engenheiros da Itaipu Binacional. Sequencia de módulos envolvendo 360 horas.

2001 **Curso de modelagem e análise estrutural** por elementos finitos, oferecido a engenheiros da Itaipu binacional, em 3 módulos de 28 horas cada, envolvendo barras, vigas, treliças planas e espaciais, pórticos 2D e 3D, elementos planos e sólidos, placas e cascas. Análise dinâmica. Curso com parte teórica e parte prática de modelagem em software comercial. Oferecido em conjunto com o prof. José Carlos Pereira.

08 a 11/2000 **Curso de análise de estruturas metálicas e torres de transmissão**, para engenheiros da Eletrosul. Curso de 80 horas oferecido em conjunto com os professores do Grante/EMC: Eduardo Fancello e Edison da Rosa.

02 a 05/2000 **Curso de introdução ao método de elementos finitos** e fundamentos de modelagem, oferecido a engenheiros da Fundação Tupy de Jaraguá do Sul, SC. Curso de 76 horas oferecido em conjunto com os professores do Grante/EMC: Eduardo Fancello e Edison da Rosa.

3. ATIVIDADES NA UFSC (1984-1991)

Como já comentado, esse foi o período em que trabalhei na UFSC antes de sair para o doutorado. Como consequência minhas atividades permaneceram coerentemente limitadas no período, principalmente restritas ao ensino de disciplinas de graduação. Entretanto, algumas experiências foram interessantes. Primeiro, pude dar uma certa continuidade ao trabalho de pesquisa iniciado no mestrado, que resultaram nas seguintes publicações em anais de congressos:

Mendonça, Paulo de Tarso R.,

Um Método de Otimização de Laminados Simétricos e Antisimétricos.

In: VII Congresso LatinoAmericano sobre Métodos Computacionais para Engenharia, 1986, São Carlos. Anais do VII Congresso LatinoAmericano sobre Métodos Computacionais para Engenharia, 1986. v.2. p.961-970. Meio de divulgação: Impresso.

Mendonça, Paulo de Tarso R.,

Um Método para o Cálculo da Integral de Duhamel.

In: VII Congresso Latino-Americano sobre Métodos Computacionais para Engenharia, 1986, São Carlos. Anais do VII CILAMCE, 1986. v.2. p.1331-1340. Meio de divulgação: Impresso.

Deve-se notar que nos anos 1980 não fazia parte da tradição do Departamento de Engenharia Mecânica (nem da UFSC em geral) a busca por publicações em periódicos. Dessa forma, a apresentação do trabalho em um congresso internacional na área e a publicação do texto completo em seus anais se constituía na tarefa esperada.

Uma outra atividade interessante surgiu em 1986. Nessa época a então COPESP, Coordenação de Projetos Especiais, da Marinha do Brasil, em São Paulo, desenvolvia as ultra-centrífugas para aumento de concentração de urânio do programa nuclear brasileiro. A estrutura principal era a de uma casca cilíndrica vertical, de parede bastante delgada, girando a uma alta velocidade. Havia protótipos metálicos e o desejo de passar ao uso de material composto. O comportamento dinâmico é o de um rotor de alta rotação, em que as frequências naturais variam com a rotação, em virtude do efeito giroscópico desenvolvido. O procedimento de cálculo disponível na literatura até então era de tratar o corpo usando modelo de viga de Euler e discos rígidos, sendo os mancais simulados como molas lineares, com a inclusão de amortecedores para simular o filme de lubrificação. Os resultados obtidos na COPESP usando esse tipo de modelagem geravam resultados não bem compatíveis com os resultados experimentais nos protótipos, dificultando controle da unidade.

O colega Clovis S de Barcellos foi procurado inicialmente para que a formulação clássica descrita acima fosse programada usando o método de elementos finitos, uma vez que a COPESP usava outros procedimentos. Foi montada uma equipe constituída pelo prof. Barcellos, Lauro Nicolazzi e o prof. Selke (recentemente chegado do doutorado, e falecido em 2013) e por mim. Realizamos o levantamento bibliográfico atualizado das estratégias de lidar com o problema, e eu fui encarregado de construir o programa computacional. Isso foi realizado sobre módulos computacionais em FORTRAN que haviam sido construídos e testados ao longo dos anos anteriores no Grante, pelo prof. Barcellos. A implementação já contava com alguns aperfeiçoamentos: o cilindro foi modelado usando modelo de viga de Timoshenko, com a inclusão do cisalhamento transversal e inércia rotacional, melhorando a precisão das frequências naturais em altas rotações.

Terminada essa etapa, partiu-se para um segundo contrato, em que se buscava propor novas formulações. Nessa etapa a equipe foi reduzida apenas a mim e ao prof. Barcellos, sendo que os demais seguiram para outras atividades no departamento. Em lugar de considerar as tampas como discos rígidos, novas formulações de Elementos Finitos, considerando a tampa como uma placa flexível, foram propostas (principalmente por Barcellos), e por mim verificadas, implementadas e testadas no código. O mesmo foi feito com a parte cilíndrica do rotor, que deixou de ser considerada uma viga e passou a ser modelada como uma casca cilíndrica. Na época essa era a fronteira de investigação na área em nível mundial. Adicionalmente, modificamos todas as formulações para admitir materiais compostos laminados (atividade realizada por mim). Também, foi necessário desenvolver e implementar (minha atividade) todos os solvers para determinação de autovalores e autovetores em problemas matriciais não-simétricos (que são típicos em presença de efeitos giroscópicos e amortecimento de mancais), em sistemas de grande porte. Em virtude da capacidade diminuta dos computadores da época, o processamento se tratava de um desafio considerável. Note-se que os problemas de autovalores de sistemas não simétricos aplicados a matrizes de pequenos portes, era assunto já terminado no âmbito da Álgebra a mais de meio século antes daquela época. Entretanto, em matrizes de grande porte os métodos ainda estavam em processo de desenvolvimento no mundo. Atualmente esses módulos não se constituem problemas, sendo disponíveis em diversas bibliotecas e softwares comerciais de Elementos finitos.

Durante as diversas fases do projeto se desenvolveu um programa denominado ROFLEX II, com as seguintes características:

Mendonça, Paulo de Tarso R., Barcellos, C. S., Selke, C. A. C.

Programa ROFLEX II, 1987-1991.

Palavras chave: Dinâmica de rotores, Elementos finitos, Projeto Mecânico.

É um programa de elementos finitos de grande porte para a análise de rotores verticais de geometria complexa, que permite modelar as paredes cilíndricas, tampas, anéis de separação de gás, mancais. As frequências são calculadas para uma dada velocidade de rotação, de forma que se leva em conta os efeitos giroscópicos em todas as formulações de elementos. A biblioteca de elementos conta com elementos de viga de Timoshenko, mancal ortotrópico, mola radial e angular, disco; casca delgada; casca semi-espessa; sólido de revolução. Os valores obtidos são as frequências e modos para cada rotação, para o rotor parado, e as frequências críticas de rotação progressivas e regressivas, além das frequências naturais de vibração numa dada rotação.

Na época todos os detalhes do projeto eram confidenciais mas conseguimos uma orientação de dissertação de mestrado e publicar alguns dos resultados:

Mendonça, Paulo de Tarso R., Barcellos, C. S.

Placa Semi-espessa de Conexão de Eixos: Uma Formulação de Elementos Finitos

In: X Congresso Brasileiro de Engenharia Mecânica, 1989, Rio de Janeiro.

Anais do X COBEM. Rio de Janeiro: 1989. v.2. p.141-144.

Palavras chave: Dinâmica de rotores, Elementos finitos.

Meio de divulgação: Impresso

Mendonça, Paulo de Tarso R., Barcellos, C. S.

Velocidades Críticas e Resposta ao Desbalanceamento de Rotores Flexíveis usando FEM.

In: X COBEM Congresso Brasileiro de Engenharia Mecânica, 1989, Rio de Janeiro.

Anais do X COBEM. Rio de Janeiro: 1989. v.1. p.379-382.

Palavras chave: Dinâmica de rotores, Elementos finitos.

Mendonça, Paulo de Tarso R., Barcellos, C. S.

Análise de Rotores de Geometria Complexa.

In: 11 Congresso LatinoAmericano sobre Métodos Computacionais para Engenharia, 1990, Rio de Janeiro RJ. Anais do 11 CILAMCE. Rio de Janeiro RJ: 1990. v.1. p.193-204.

Palavras chave: Elementos finitos, Dinâmica de rotores.

Meio de divulgação: Impresso.

Após o retorno de meu doutorado em 1995 ainda tive oportunidade de fazer uma orientação de mestrado sobre o assunto antes de abandoná-lo para melhor focar minhas atividades:

Dissertação (Engenharia Mecânica)

Sandro Paulo Daldin. Orientador: Mendonça, Paulo de Tarso R.

Análise Dinâmica de Rotores Flexíveis de Materiais Compostos por Elementos Finitos. 2001. UFSC.

Palavras-chave: Dinâmica de rotores, Elementos finitos, Materiais compostos.

Artigo completo em Congresso Internacional

Mendonça, Paulo de Tarso R, Sandro Paulo Daldin.

Finite Element Dynamic Analysis of Laminated Composite Rotors.

In: IX DINAME INTERNATIONAL SYMPOSIUM ON DYNAMIC PROBLEMS OF MECHANICS, 06/03/2001, Florianopolis.

Anals: Dynamic Problems of Mechanics. RJ: The Brazilian Society of Mechanical Sciences, 2001. V.1, p.269-272.

Palavras chave: Dinâmica de rotores, Materiais compostos, Elementos finitos

Referências adicionais : Brasil/Inglês. Meio de divulgação: Impresso.

4. ATIVIDADES NA UFSC (1995-2005)

O meu período de doutoramento em Minneapolis foi bastante enriquecedor sob diversos aspectos. Por um lado, adquiri proficiência em meu primeiro idioma estrangeiro (o segundo viria apenas recentemente, o francês, durante o pós-doutoramento). Na época, a Universidade de Minnesota era uma das "Top Ten" dos Estados Unidos. Pela primeira vez pude ver de perto a atuação de alguns professores que eram referências mundiais em suas áreas, e que até então eram figuras física e psicologicamente distantes dos ambientes acadêmicos em que eu vivera durante a graduação e na UFSC. Tornou-se marcante observa-los como pessoas concretas, cujas capacidades não ficavam em patamares distintos daqueles dos professores do Brasil, e particularmente de mim mesmo. Isso permitiu que eu gradualmente chegasse à decisão de elaborar um livro completo e de qualidade mundial, sobre simulação de comportamento estrutural de materiais compostos. Sem dúvida subestimei o volume de trabalho que se tornaria necessário, trabalhando sozinho no projeto, em paralelo a todas as demais atividades e projetos. Assim, apenas em 2005 o livro foi publicado, por uma editora de São Paulo, a Manole. A proposição era de ter um material de apoio no Brasil, em português, para facilidade de acesso a toda a comunidade de estudantes, pesquisadores e engenheiros. Também se propunha fazer um apanhado abrangente de tópicos distintos, como um manual. Também a ênfase foi de ter um material propício ao auto-estudo, isto é, quase auto-explicativo, com deduções detalhadas, conceituação dos fenômenos e dos modelos matemáticos, exemplificação rica e exercícios propostos. A seguir detalho um pouco a diversidade de tópicos coberto nesse livro.

4.1 Conteúdo do livro: Materiais Compostos e Estruturas Sanduíches - Projeto e Análise. Barueri SP, Editora Manole Ltda., 2005, 658 páginas. Mendonça, Paulo de Tarso R.**Parte I – projeto de compostos e sanduíches**

1. **Tipos e propriedades de compostos, fibras e matrizes.** Processos de fabricação de compostos.
2. **Revisão de elasticidade linear.** Conceitos de tensão, deformação, transformações, relação constitutiva.
3. **Micromecânica de uma lâmina.**
4. **Macromecânica de uma lâmina.** Relações tensão-deformação em materiais elástico-lineares ortotrópicos. Resistência de uma lâmina ortotrópica. Critérios de falha.
5. **Placa delgada isotrópica.** Flexão de viga. Placas isotrópicas: equações cinemáticas, eqs. de movimento. Casos de placas retangulares simplesmente apoiadas e sob flexão pura. Tensões de membrana.
6. **Análise de um laminado.** Teoria clássica de laminação. Determinação de tensões e deformações nas lâminas. Análise de falha inicial. Curva carga x deformação. Modulos de mantas de fibras curtas aleatórias. Placas metálicas com "stiffeners" e grelhas metálicas.
7. **Tensões higrotérmicas.** Deflexão em vigas bi-materiais sob efeito térmico. Tensões térmicas em painéis laminados. Cargas de ruptura do laminado sob efeito termo-mecânico.

8. **Projeto e análise de vigas laminadas.** Vigas longas de seção plana, tensões interlaminares. Módulos de elasticidade homogeneizados. Perfis estruturais não-planos. Tração, flexão. Fases isotrópicas e ortotrópicas. Torção de eixos. Seções circular e não-circular de parede fina. Deflexão de vigas planas de Timoshenko.
9. **Estruturas sanduíche.** Tipos, propriedades típicas. Adesivos e construção de painéis sanduíche. Modos de falha.
10. **Projeto de placas-sanduíche.** Flexão de vigas-sanduíche. Rigidez flexural da viga-sanduíche. Tensões normal e cisalhantes. Correção da área para a deformação cisalhante. Solução para flexão de vigas-sanduíche. Flambagem de vigas-sanduíche. Flexão de placas-sanduíche. Deflexão de placa-sanduíche retangular. Minimização de peso para rigidez flexural dada e para momento fletor dado.

Parte II - Análise de Laminados e Estruturas-sanduíche

11. **Formulação do problema de placas laminadas.** Equações de movimento e cinemáticas. Tensões. Segundo tensor tensão do Piola-Kirchhoff. Equações de movimento do laminado. Relações cinemáticas e constitutivas. **Método dos Resíduos Ponderados** e condições de contorno. Formulação de Kirchhoff para placas delgadas. Forma fraca do problema. Soluções aproximadas. Método de Galerkin. Formas integrais em flexão. Energia potencial elástica e Energia cinética de uma placa. Energia potencial das cargas externas. Princípio da energia potencial mínima, Método de Ritz.
12. **Flexão de placas delgadas laminadas.** Placas delgadas ortotrópicas. Placas retangulares simplesmente apoiadas, Solução de Levy. Placa com dois lados apoiados. Método energético. Placa delgada retangular engastada. Laminado delgado angular simétrico. Laminado delgado cruzado anti-simétrico e laminado delgado angular anti-simétrico.
13. **Tensões interlaminares e teoria de primeira ordem.** Cisalhamento numa barra laminada sob tração. Solução pela TCL . Solução pela teoria de elasticidade linear. Cisalhamento em flexão - Teoria de Mindlin para laminados. Flexão cilíndrica de laminados ortotrópicos - Modelo de 1a ordem. Flexão cilíndrica de laminados ortotrópicos. Flexão cilíndrica de laminados ortotrópicos - **Solução de elasticidade.** Flexão cilíndrica - Comparação de resultados. Flexão de laminado retangular - Teoria de primeira ordem. Fator de cisalhamento k para placa ortotrópica homogênea. Métodos de Timoshenko e de Reissner. Fator k para placas ortotrópicas laminadas.
14. **Vibrações de placas laminadas.** Placas delgada simétrica ortotrópica, anti-simétrica cruzada e anti-simétrica angular. Placa delgada simétrica angular - Método energético.
15. **Análise de placas-sanduíche.** Teoria de primeira ordem para placas-sanduíche. Equações do movimento em placa-sanduíche de faces delgadas. Flexão cilíndrica de sanduíche - 1a ordem. Placas-sanduíche de faces isotrópicas. Soluções exatas para laminados e sanduíches retangulares. Lâminas transversamente isotrópicas . Solução de primeira ordem para sanduíche retangular.
16. **Estabilidade de placas** - Método do equilíbrio adjacente. Formas integrais em flambagem. Energia potencial. Flambagem de vigas laminadas delgadas e de vigas laminadas semi-espessas. Placa retangular ortotrópica sob compressão biaxial. Casos de compressão uniaxial, compressão biaxial e de compressão/tração. Placa sob cisalhamento. Método de Galerkin. Placa anisotrópica sob compressão e cisalhamento.
17. **Instabilidade local** em painéis-sanduíche. Flambagem de viga sobre apoio elástico. Soluções em núcleos de espessura infinita e finita. **Wrinkling** em placas-sanduíche com núcleo homogêneo . Corrugados e colméias - **Dimpling** e wrinkling.
18. **Análise de compostos por elementos finitos - 1a ordem.** Flexão estática de placas compostas. Polinômios lagrangeanos, mapeamento dos deslocamentos no elemento, continuidade inter-elementar. Matriz de rigidez e vetor força do elemento. Integração e subintegração. Sobreposição e condições de contorno. Cálculo e extração das tensões. **Tensões higtotérmicas.** Freqüências naturais e **problemas dinâmicos.** **Flambagem e matriz geométrica.** Elemento de **casca** degenerada laminada. Geometria de um elemento quadrilateral de casca, campo de deslocamentos, deformações e tensões nas lâminas, transformações, integração e subintegração.

19. **Teorias de ordem superior.** Teorias de primeira ordem e de ordem superior. Sumário das principais teorias. Equações do movimento da **teoria de Reddy**. Relações esforços-deformações de placa. Solução analítica para laminado simétrico cruzado. Resultados numéricos para flexão estática. Elemento Finito C^0 de 3a ordem com normal inextensível. Elemento finito C^0 de 3a ordem com normal extensível. Comparações numéricas dos elementos de 3a ordem.

Bibliografia.

Índice Remissivo.

4.2 Lista de programas para soluções analíticas de placas laminadas retangulares

Adicionalmente foi elaborado e disponibilizado no site do Grante um conjunto de programas para o uso dos diversos modelos e soluções analíticas clássicas, programadas em linguagem Mathematica (Wolfram Research).

- **PLACANA** - Teoria de 1a ordem, placa laminada de laminas ortotropicas (0 ou 90) sob carga distribuida uniforme, senoidal e concentrada.
- **PLACANA1** - Solução 3D de Pagano para placa retangular ortotropica, sob carga distribuida uniforme ou senoidal.
- **PLACANA3** - Teoria de de 3a. ordem. Placa laminada de laminas ortotropicas (0 ou 90), sob carga uniforme ou senoidal, frequencias naturais.
- **PLACANA4** - Solução 3D de Pagano para placa retangular ortotropica ou isotropica. carga distribuida uniforme ou senoidal.
- **PLACANA5** - Laminado delgado, retangular simetrico, ortotropico, (laminas a 0 ou 90).
- **PLACANA6** - Laminado delgado, retangular, simetrico, nao-ortotropico, carga uniforme ou senoidal.

Além desses programas em Mathematica, foi necessário que eu construísse um programa de maior porte para os cálculos usuais da Teoria Clássica de Laminação e as teorias de critérios de falha mais usuais, incluindo os efeitos termo-mecânicos. É essencial que se disponha de um programa desse tipo, pois todo cálculo em compostos, mesmo em um componente simples como uma barra ou uma viga, são feitos em forma matricial, envolvendo um volume de operações só viável de forma computacional. Assim tenho o que denominei **Programa CedricT**, em Fortran, com as seguintes características.

Programa CEDRICT, 2004.

Palavras chave: Análise de tensões, materiais compostos, Laminados.

Meio de divulgação: Meio digital. Home page: grante.ufsc.br.

Programa computacional para a determinação automática de curva carga-deformação para laminados reforçados por fibras. O usuário fornece propriedades termomecânicas de cada lâmina e sua orientação. As lâminas podem ser homogêneo-isotrópicas ou ortotrópicas. Dado um perfil de carga aplicado num ponto, o programa fornece uma quantidade de resultados como:

- matrizes elásticas de cada lâmina nas direções xy e 12, matrizes elásticas do laminado,
- Tensões mecânicas e térmicas no limiar de cada ponto de falha de lâmina, nas direções xy e 12, nas superfícies inferior e superior da lâmina.
- Tensões mecânicas e térmicas no após cada ponto de falha de lâmina, nas direções xy e 12, nas superfícies inferior e superior da lâmina.
- Deformações mecânicas e térmicas no limiar de cada ponto de falha de lâmina, nas direções xy e 12, nas superfícies inferior e superior da lâmina.
- Deformações mecânicas e térmicas após cada ponto de falha de lâmina, nas direções xy e 12, nas superfícies inferior e superior da lâmina.
- Esforços, deformações e curvaturas devidas ao carregamento inicial, ao carregamento térmico e no ponto de cada falha, inclusive carga final de ruptura do laminado.
- Propriedades elásticas homogeneizadas para vigas sob tração, flexão e torção, com seções planas e tubulares de parede fechada finas.

Esses programas foram desenvolvidos para gerar os resultados de soluções analíticas obtidas por diversas teorias de laminados. O objetivo inicial era gerar resultados para o livro de Materiais Compostos, verificando os valores apresentados em publicações clássicas, buscando eventuais erros,

antes de reproduzir os valores. Após essa tarefa, pareceu que os programas poderiam ser úteis a outros pesquisadores, como por exemplo os pós-graduandos, em sua tarefa de gerar valores analíticos para fazer comparações com suas próprias formulações de Elementos Finitos.

4.3 Projeto de avaliação de viabilidade de reforma da ponte Hercílio Luz de Florianópolis

Uma experiência marcante que tive no final dos anos 1990 foi referente a um trabalho sobre a Ponte Hercílio Luz, em Florianópolis, de forma que vou estender-me um pouco na visão panorâmica da situação. Em função de sua localização, sua forma arquitetônica e importância histórica, a Ponte Hercílio Luz tem se constituído num símbolo para os habitantes de Florianópolis e de Santa Catarina. Do ponto de vista de engenharia, é uma idéia ímpar, que marcou um momento histórico e, devido às inovações apresentadas, faz parte da literatura técnica.

A estrutura é uma ponte pênsil, bi-rotulada, que faz a ligação entre a Ilha de Santa Catarina, onde se localiza a cidade de Florianópolis, e o continente. Sua construção iniciou-se em 1922 e foi inaugurada em 1926. Até 1975 constituiu-se na única ligação com o continente, quando foi inaugurada a Ponte Colombo Sales. Posteriormente, em 1990 foi inaugurada a Ponte Pedro Ivo Campos. Seu comprimento total é de 821,055 m, sendo 259,080 m para o viaduto de acesso do lado da ilha, 222,504 m para o viaduto de acesso do lado do continente e 339,471 m para o vão central. É a mais longa ponte pênsil com barras de olhal do mundo e a segunda maior ponte pênsil da América do Sul. Apesar de sua importância como meio viário e, posteriormente, como patrimônio histórico, a estrutura permaneceu por cerca de meio século sem sofrer trabalhos de manutenção e prevenção de envelhecimento. Apenas em 1981 o IPT, Instituto de Pesquisa Tecnológica de São Paulo, a pedido do então DER-SC (Departamento de Estradas de Rodagem), realizou uma vistoria na ponte. Como resultado, o IPT recomendou sua interdição devido a problemas de corrosão na estrutura. Como resultado, o governo determinou seu fechamento para o tráfego de veículos.

A grande questão que se impunha em 1996 era sobre a própria viabilidade de recuperação da ponte, em oposição à sua demolição seguida de nova construção. Entretanto, a ponte é tombada como Patrimônio Histórico do Município de Florianópolis, do Estado de Santa Catarina e também junto ao Patrimônio Histórico da União. Na época, esse processo encontrava-se em vias de análise pela UNESCO para transformar a Ponte em Patrimônio Histórico da Humanidade, tanto mais porque as duas outras pontes, construídas à época, seguindo modificações do mesmo conceito, já não se encontravam de pé. Além disso, a construção de novas pontes pênceis de grande porte havia sido abandonada já a várias décadas, principalmente em benefício das pontes estaiadas.

Assim, no final de 1996 o DER/SC entrou em contato com professores do EMC em busca de auxílio para o problema. Em diversos momentos ao longo dos anos anteriores, o Prof. Edison da Rosa e alguns outros professores do departamento já haviam prestado serviços de análise de estruturas para identificar problemas pontuais na ponte. Agora a tarefa seguiria duas metas complementares e muito mais amplas. Primeiro, se buscava um estudo que mostrasse que efetivamente a ponte podia ser recuperada, isto é, uma análise de viabilidades. Em segundo, como extensão da primeira meta, caso fosse identificada a viabilidade da recuperação, era requerido um projeto conceitual para essa recuperação. Em 24 de julho de 1997 foi assinado termo de convênio entre DER/SC e UFSC para viabilizar o desenvolvimento do **Projeto Conceitual de uma Proposta Alternativa de Recuperação**. Isso dava início a uma das atuações mais envolventes encabeçadas pelos membros do Grante ao longo de sua história. O Grante montou um grupo de trabalho que envolvia dois professores externos, do departamento de engenharia civil, que dariam suporte nas áreas de fundações e em cálculo de forças de vento conforme normas internacionais.

O conceito estava pronto no grupo, através de trabalhos anteriores do prof. Edison da Rosa, porém era necessário provar sua exequibilidade técnica. Era o momento de a equipe utilizar todo o

conhecimento e experiência obtida em mais de três décadas em simulação de comportamento estrutural dos mais diversos tipos de estruturas. Era necessário não apenas mostrar a viabilidade de recuperação da ponte para a capacidade de carga que ela possuía anteriormente, mas mostrar que era possível expandir sua capacidade para o tráfego moderno de caminhões de carga, além de alargamento da passarela existente do lado norte, e a criação de uma nova passarela do lado sul. Adicionalmente, a recuperação deveria garantir seu uso e segurança por um período não inferior a 70 anos.

A partir de julho de 1997 o trabalho que se seguiu por meses foi em volume muito superior ao que se podia estimar no início. Apesar de a equipe ser razoavelmente grande, apenas um pequeno grupo efetivamente conduziu o processo, em virtude de que o escopo principal da investigação se concentrava em modelagem e simulação numérica da estrutura pelo método de elementos finitos. Assim, o trabalho se concentrou sobre os professores Paulo de Tarso R Mendonça, Eduardo A Fancello, ambos na coordenação técnica, e o prof. Edison da Rosa, além dos dois engenheiros mecânicos que foram contratados para o projeto, Rodrigo Vieira e Luciano Zanchetti.

Pouco antes do natal de 1997 o relatório foi entregue, confirmando a viabilidade da reforma. Como resultado, ao longo dos anos seguintes, diversos editais internacionais tem sido lançados para a realização de projeto detalhado e para a execução da obra de reforma. Sem dúvida o retardo na finalização da obra encontra-se não no âmbito da engenharia, mas no âmbito político-financeiro.

A experiência de trabalhar num grande projeto ajudaria a equipe de forma decisiva nos anos seguintes. Nesse período o Grante passaria a consolidar uma equipe mais coesa que nos anos anteriores, contando então com sete professores: Paulo de Tarso, Eduardo Fancello, Edison da Rosa, Clovis Barcellos, Lauro Nicolazzi, José Carlos Pereira e Marcelo K. Alves. Este último se desligaria do grupo no início dos anos 2000. O prof. Barcellos se aposentaria em 1998, indo trabalhar na PUC-MG e retornaria ao grupo como pesquisador do CNPq em 2006. E os professores Rodrigo Roesler e Rodrigo Vieira viriam juntar-se ao grupo, atuando em conjunto com outros grupos de pesquisa em áreas de interface interdisciplinar (bio-mecânica e veículos respectivamente).

4.4 Pesquisa em métodos numéricos sem malha

Em 1998, eu e os colegas do Grante, Barcellos e Fancello, tivemos o interesse despertado pelas novas linhas de investigação que se iniciava em âmbito mundial em torno dos novos métodos de discretização, particularmente as diversas famílias de formulações sem malha, os chamados “mesh-free methods”. Com a participação do prof. Carlos Armando Duarte, ex-mestrando do nosso grupo que nos anos seguintes passaria a trabalhar na Universidade de Illinois em Urbana-Champagne, EUA, iniciamos uma série de investigações que continuam até os dias de hoje. Inicialmente investigamos o chamado “hp-clouds method”, gerando algumas publicações, como listado a seguir.

Artigo em periódico indexado

Mendonça, Paulo de Tarso R., Barcellos, C. S., Duarte, C. A.
 Investigations on Timoshenko Beam Problems Using the hp-Clouds.
 Computational Mechanics. , v.25, p.286 295, 2000.
 Referências adicionais : Inglês. Meio de divulgação: Impresso.

Trabalhos completos publicados em anais de congressos internacionais:

Mendonça, Paulo de Tarso R., Barcellos, C. S., Duarte, C. A.
 Investigations on Timoshenko Beam Problems Using the Hp-Clouds Meshless FE.
 In: IV World Congress on Computation Mechanics WCCM, 1998, Buenos Aires.
 Anais do IV WCCM. Buenos Aires Argentina. 1998.
 Referências adicionais : Estados Unidos/Inglês. Meio de divulgação: Meio magnético

Mendonça, Paulo de Tarso R., Barcellos, C. S., Duarte, C. A.
 Investigations on Beam Problems Using the hp-Clouds Method. Part I: Formulation.
 In: XVII CIMLANCE Congresso Ibero LatinoAmericano de Métodos Computacionais em Engenharia, 1997, Brasília, DF.
 1997. v.1. p.95-102.
 Referências adicionais : Brasil/Inglês. Meio de divulgação: Impresso

Mendonça, Paulo de Tarso R., Barcellos, C. S., Duarte, C. A.
 Investigations on Beam Problems Using the hp-Clouds Method. Part II: Numerical Aspects.
 In: XVII CILAMCE, 1997, Brasília DF. 1997. v.1. p.167-174.
 Referências adicionais : Brasil/Inglês. Meio de divulgação: Impresso.

4.5 Pesquisa em Elementos Finitos Generalizados – GFEM/XFEM

Historicamente, o *hp*-clouds serviu como inspiração e fundamentação matemática para a família de métodos hoje conhecida mundialmente como Métodos de Elementos Finitos Generalizados (GFEM), ou ainda “Extended Finite Element Methods”, XFEM. Atualmente é o método de escolha para diversas classes de problemas cujos dados ou solução apresentam singularidades (trincas, descontinuidades de propriedades de material, frentes de plastificação, etc). Ao longo do período considerado, até 2005, co-orientei no assunto uma tese de doutorado e algumas publicações em eventos internacionais, em periódicos indexados e um capítulo de livro, como listado a seguir.

Tese de doutorado : co-orientador, com o prof. Eduardo Fancello.

Oscar Garcia. Aplicação do método de Elementos Finitos Generalizados na análise de problemas de placas e cascas de materiais compostos. 2003. Tese (Curso de Pós-graduação em Engenharia Mecânica) Universidade Federal de Santa Catarina.
 Palavras chave: elementos finitos generalizados, Cascas, Materiais compostos.

Capítulo de livro publicado

Garcia, O. A., Fancello, E. A., Mendonça, Paulo de Tarso R.
 Special problems in the application of the Generalized Finite Element Method to shell analysis.
 In: Applications of Computational Mechanics in Structures and Fluids. 1 ed. Barcelona: CIMNE International Center for Numerical Methods in Engineering, 2005, p. 254-273.
 Palavras chave: Elementos Finitos Generalizados, Cascas, Materiais compostos.
 Meio de divulgação impresso, ISBN: 8495999854.

Artigo em periódico indexado

Garcia, Oscar A., Fancello, E. A., Mendonça, Paulo de Tarso R.
 Developments in the application of the generalized finite element method to thick shell problems.
 J. Computational Mechanics, v.44, p.669-682, 2009.
 Palavras chave: Generalized finite element method, Shells.

Abstract: This paper develops and analyzes two techniques to extend the use of GFEM techniques to structural shell problems. The first one is a procedure to define local domains for enrichment functions based on the use of pseudo-tangent planes. The second one is a procedure for imposing homogeneous essential boundary conditions and treatment of boundary layer problems by utilizing special functions. The main idea supporting the pseudo-tangent proposition is the separation of the geometric description, with its intrinsic distortions with respect to the physical domain, from the approximation space, which is defined in a locally undistorted domain. The treatment of essential boundary conditions allows an adequate enrichment in the boundary vicinity, preserving the completeness of the polynomials defining the basis functions. A set of numerical cases are tested in order to show the behavior of the proposed strategies, and a number of observations are drawn from the results, as follows. First, the technique of constructing the enrichment functions on a pseudo-tangent plane shows good results, even with strongly curved shell surfaces. With respect to the locking problem, the method behaves in a similar way as the classical hierarchical FEM methods, avoiding locking for appropriate levels of pre-refinements.

The procedure considered to impose essential boundary conditions in strong form appears to be more accurate than with the penalty or Lagrange multiplier methods. The inclusion of exponential modes for the treatment of boundary layers in shells provided extremely good results, even with integration elements much larger than the shell thickness.

Artigos completos em congresso internacional:

Garcia, Oscar A., Fancello, E. A., Mendonça, Paulo de Tarso R.
 Elementos Finitos Generalizados (GFEM) na análise de placas e cascas laminadas.
 In: First South-American Congress on Computational Mechanics MECOM, 2002, Santa Fé, Argentina. Referências adicionais : Argentina/Português. Meio de divulgação: Meio digital.

Abstract: Desenvolvimento do GFEM para a análise de problemas de flexão de cascas e placas. A formulação é desenvolvida sobre a formulação básica de elementos de casca degenerada de sólido 3D de Ahmad-Zienkiewicz. São consideradas duas hipóteses cinemáticas de deslocamentos ao longo da espessura: teorias de primeira e de terceira ordem. O enriquecimento da base de funções é feita por uma base trigonométrica no domínio global. Para que este processo possa ser efetivado em cascas de dupla curvatura, é introduzido um procedimento através de um plano denominado pseudo-tangente.

Garcia, O. A., Fancello, E. A., Mendonça, Paulo de Tarso Rocha de
 Procedimentos h, p e hp adaptativos em Elementos Finitos Generalizados na análise de placas e cascas de ReissnerMindlin.
 In: III Congresso Nacional De Engenharia Mecânica, CONEM, 2004, Belem PA. Anais do III CONEM , 2004. v.1. p.1-11.
 Palavras-chave: Cascas, elementos finitos generalizados. Meio de divulgação: Impresso.

Adicionalmente, podem-se registrar alguns **trabalhos completos publicados em anais de congresso internacional**, em micromecânica de materiais compostos:

Mendonça, Paulo de Tarso R.
 Análise Micromecânica de Materiais Compostos Unidirecionais.
 In: Congresso Ibero-Latino Americano sobre Métodos Computacionais em Engenharia, 2000, Rio de Janeiro. Anais do CILAMCE 2000. RJ, 2000. v.1.
 Palavras chave: Materiais compostos, analise micromecânica, Elementos finitos.
 Referências adicionais : Brasil/Português. Meio de divulgação: Impresso.

Mendonça, Paulo de Tarso R.
 Micromechanical models for woven fabric composites.
 In: Congresso Ibero-Latino Americano sobre Métodos Computacionais em Engenharia, 2000, Rio de Janeiro. Anais do CILAMCE 2000. RJ, 2000. v.1.
 Palavras chave: Materiais compostos, analise micromecânica. Meio de divulgação: CDRom.

5. ATIVIDADES NA UFSC (2006-2014)

5.1 Parceria com a Tigre S.A.

Uma linha de atividade marcante que desenvolvi entre 2003 e 2012 (quando de meu afastamento para pós-doutorado) foi através de uma série ininterrupta de projetos com a Tigre S.A. Tubos e Conexões, de Joinville, SC, junto aos professores Eduardo A Fancello e Edison da Rosa. Esse último viria a desvincular-se do projeto em 2005 para seguir atividades administrativas. Os projetos foram em sua maioria viabilizados por contratos anuais, porém incluindo dois projetos tri-anuais com participação do FINEP.

O escopo do projeto era duplo, a saber:

- A) Desenvolvimento de procedimentos experimentais para caracterização de propriedades de polímeros estruturais rígidos usuais, como PVC e PP, particularmente o desenvolvimento de equipamentos e técnicas experimentais para determinação de propriedades de **fluência**. Essas propriedades são cruciais, uma vez que muito dos componentes produzidos pela empresa, como tubos de água e esgoto de grandes redes de distribuição urbana, devem ser credenciados para vidas de 20 ou 30 anos. Essa linha de pesquisa levou o grupo ao projeto e construção de um conjunto de estufas com instrumentação para controle de temperatura e aquisição de dados. Adicionalmente, coube a mim fazer levantamento bibliográfico sobre os modelos matemáticos de relações constitutivas visco-elásticas, sobre os procedimentos de identificação de parâmetros a partir dos resultados experimentais. Essa parte do projeto envolveu, ao longo dos anos, o treinamento e a atividade de muitos alunos, não só do curso de engenharia mecânica, mas de elétrica e da física, tanto graduandos (IC, estágio, trabalho de curso), quanto alguns mestrandos.
- B) A segunda parte do escopo dos vários projetos, desempenhada em paralelo à parte experimental, foi o suporte, via simulação numérica por elementos finitos, do desempenho mecânico e otimização de projeto das famílias de componentes termoplásticos desenvolvidas pela empresa. Também nessa parte do trabalho, muitos alunos participaram. A cada projeto de um conjunto específico de componentes, seguia-se uma seqüência de procedimentos que

começava por discussões para entendimento do problema, identificação dos objetivos, e diversas etapas de modelagem, simulação, modificação do projeto, até a chegada a uma configuração aceitável. O procedimento todo pode ser feito num ambiente de dialogo com os engenheiros da empresa, de forma bastante satisfatória, e que proporcionava um enriquecimento de experiências de engenharia, para os professores e para os alunos envolvidos.

Além dos relatórios para a empresa, ressaltamos aqui algumas dissertações orientadas por mim, e publicações.

Manual de comportamento viscoelástico (Outra produção bibliográfica)

Mendonça, Paulo de Tarso R.

Comportamento viscoelástico dos plásticos. Relatório técnico. , 2006.

Palavras-chave: Viscoelasticidade, Análise Experimental de Tensões, Polímeros.

Meio de divulgação: digital. Home page: www.grante.ufsc.br.

Resumo: É um texto didático sobre teoria de viscoelasticidade linear baseada em formulação reológica. Processamento de resultados experimentais de ensaio de fluência, para determinação de constantes das séries de Prony para fluência e relaxação deviatóricas. Conversão de constantes entre diferentes comportamentos. Aplicação à análise de componentes no Ansys. São disponíveis programas em Fortran e em Mathematica para processamento de dados experimentais. Utiliza métodos de projeto simplificados.

Dissertações de mestrado

Cleber Pagliosa. Dissertação. Orientador: Paulo de Tarso R Mendonça.

Determinação experimental de propriedades viscoelásticas de material polimérico. 2004, UFSC.

Palavras chave: Polímeros, Elementos finitos, Análise Experimental de Tensões.

Referências adicionais : Brasil/Português.

Resumo: Foi desenvolvido todo o aparato experimental e a formulação para o processamento de propriedades viscoelásticas de polímeros rígidos. Os ensaios são de fluência. São obtidas as curvas de fluência, de relaxação, tanto completas quanto decompostas em parcelas deviatóricas e volumétricas.

Alexandre Silva Rizzatti. Orientador: Lauro C. Nicolazzi, co-orientador: Paulo de Tarso R Mendonça.

Avaliação do sistema de fixação de ventiladores termoplásticos em eixos de motores elétricos por ajustes de interferência. 2007.

Palavras chave: Viscoelasticidade, Análise Experimental de Tensões, Polímeros.

Resumo: Análise experimental e numérica para a avaliação de perda de interferência devido ao efeito viscoelástico no polímero em mancais de ventiladores termoplásticos para eixos de motores elétricos montados por ajustes de interferência.

Andresa Freitas. Dissertação. Orientador: Paulo de Tarso R Mendonça.

Modelagem da evolução do dano ortotrópico acoplado à elastoplasticidade em metais. 2010.

Palavras chave: Elementos finitos, Dano, Plasticidade.

Resumo: Neste trabalho, é estudado um modelo de dano dútil tridimensional baseado nos princípios da mecânica do contínuo, na hipótese de equivalência de deformação e no conceito de tensão efetiva, com base numa metodologia fundamentada na termodinâmica dos processos irreversíveis. Faz-se o acoplamento das teorias de elastoplasticidade e dano (modelo de Lemaitre) a fim de realizar uma simulação numérica da evolução do dano em estruturas, via Método dos Elementos Finitos (MEF). Postulados da mecânica do dano em meio contínuo foram utilizados buscando-se incorporar o dano como uma variável interna. Primeiramente utiliza-se uma variável de dano escalar isotrópica e posteriormente introduz-se a anisotropia na distribuição das microtrincas, através do dano ortotrópico, representado por um tensor simétrico de segunda ordem. O código computacional desenvolvido é baseado no MEF e no modelo constitutivo de Lemaitre que é próprio para materiais metálicos, considerando-se um comportamento isotrópico do material, com encruamento isotrópico linear e critério de plastificação de von Mises. O algoritmo numérico correspondente a integração das equações constitutivas é baseado em uma etapa de previsão (estado elástico teste) e uma etapa de correção (estado corretor plástico/dano), sendo que a implementação da simulação numérica é realizada com a utilização do programa MATLAB®. Apresentam-se o algoritmo de integração e mapeamento de retorno baseado no modelo constitutivo mencionado acima, bem como os resultados da análise numérica.

Rafael Beck. Dissertação. Orientador: Paulo de Tarso R Mendonça.

Análise do comportamento de materiais poliméricos sob carregamento de impacto através da obtenção de suas propriedades viscoplásticas e simulações pelo método de elementos finitos. 2008.

Palavras chave: Elementos finitos, Viscoelasticidade.

Resumo: O cenário competitivo do mundo atual vem encorajando a aplicação de materiais poliméricos em substituição a materiais comumente usados em diversas aplicações. Como resultado, consegue-se redução dos custos do produto final, especialmente pela eliminação de processos fabris. O componente injetado em polímero não requer

usinagens, sendo diretamente utilizado na linha de montagem. Com essa nova demanda por materiais poliméricos, surge também o desafio de obter uma correta caracterização dos mesmos levando em conta a aplicação à que estarão submetidos. Nesse aspecto, a caracterização relativa ao impacto é uma das mais desafiadoras, não apenas pela dificuldade de capturar o sinal de impacto, como também, devido às respostas altamente não lineares dos materiais, como dependência da taxa de deformação, e à necessidade de preparação cuidadosa das amostras. Neste artigo, apresenta-se uma metodologia para identificação de curvas tensão-deformação a taxa constante de polímeros. A partir de dados experimentais, obtidos através de **ensaios axiais de impacto** em corpos de prova de PVC e PP, curvas a taxa constante para esses materiais são mostradas. O carregamento axial de impacto é gerado por uma bancada de ensaios desenvolvida especialmente para esse fim e é produzido por uma massa de 4,8 kg, solta em queda livre da altura necessária à obtenção da energia de impacto desejada. Seguindo orientações de normas, ensaios com energias de impacto de até 20 J foram feitos. No entanto, o equipamento disponível permite atingir energias em torno de 103 J, quando a massa é solta de seu nível mais alto, 2,2 m, atingindo velocidade máxima de 6,57 m/s. Esse valor de velocidade restringe os ensaios aos classificados como de baixa velocidade. As curvas a taxa constante obtidas são normalmente aplicadas em softwares cujos modelos de materiais e algorítmicos permitam a interpolação entre diferentes curvas de encruamento. Em uma peça submetida a diversos carregamentos dinâmicos, cada ponto.

Artigos completos em Congressos Internacionais

Mendonça, Paulo de Tarso R., Pagliosa, C.

Analytical and numerical procedures to process viscoelastic experimental data.

In: 19th International Congress of Mechanical Engineering COBEM, 2007, Brasília, DF.

Anais do 19th COBEM, 2007.

Palavras chave: Viscoelasticidade, Análise Experimental de Tensões, Polímeros.

Referências adicionais : Brasil/Inglês. Meio de divulgação: Meio digital.

Resumo: O projeto de componentes estruturais de materiais poliméricos deve considerar a resposta viscoelástica destes materiais. Porém, poucos dados referentes às propriedades mecânicas estão disponíveis na literatura. Adicionalmente, existem várias famílias de polímeros com diferentes propriedades, sendo que cada família pode apresentar um certo número de diferentes grades. Até mesmo as propriedades das grades de uma mesma família podem apresentar diferenças significativas. Para representar o comportamento de um polímero por um certo período de tempo, é necessário então, construir um modelo viscoelástico de comportamento, a equação constitutiva do material, determinando os seus parâmetros a partir de dados experimentais que se obtém de ensaios mecânicos de fluência ou relaxação de tensão. Com este objetivo, é apresentado um procedimento de determinação de uma relação constitutiva para representar o comportamento de um material polimérico por um certo período de tempo. É elaborado um modelo viscoelástico derivado de um arranjo de molas e amortecedores, o modelo de Maxwell generalizado, resultando em uma expressão na forma de operadores diferenciais. A relação constitutiva na forma integral é determinada, definindo-se os módulos de fluência e relaxação de tensão. Para isto, o material é considerado termoreologicamente simples, permitindo o emprego do princípio da equivalência tempo-temperatura. Desta forma, vários ensaios de Fluência de curta duração são realizados em diferentes temperaturas e os dados são posteriormente trasladados para uma temperatura de referência, formando uma curva de deformação completa na temperatura de referência. Um processo de ajuste de curva aos dados experimentais conduz aos parâmetros do módulo de fluência. Considerando o material elástico linear em dilatação e viscoelástico apenas em cisalhamento, diferentes métodos são avaliados para a determinação dos parâmetros da relação constitutiva na forma diferencial, do módulo de relaxação.

Mendonça, Paulo de Tarso R, Freitas, Andresa, Barcellos, C. S.

Finite element modeling of coupled elastoplasticity-orthotropic damage for metals.

In: COBEM 2011 21st International Congress of Mechanical Engineering, 2011, Natal.

Anais of 21st COBEM 2011. v.1.

Palavras chave: orthotropic damage, damage mechanics, elastoplasticity, Finite Element Method.

Referências adicionais : Brasil/Inglês. Meio de divulgação: Meio magnético.

Abstract. In this paper, a three-dimensional ductile damage model based on principles of continuum mechanics is analyzed. The hypothesis of strain equivalence and the concept of effective stress, according to a methodology based on the thermodynamics of irreversible processes govern the model. The theories of damage evolution in structures are modeled through the finite element. The damage is incorporated as an internal variable to the model. An isotropic scalar damage variable is firstly used and later the anisotropy in the distribution of micro-cracks is introduced through the orthotropic damage which is represented by a second order symmetric tensor. The program developed is based on FEM and the constitutive model of Lemaitre is suitable for metallic materials, considering an isotropic material behavior with linear isotropic hardening and von Mises yield criteria. The corresponding numerical algorithm integrating the constitutive equations is based on a prediction step (elastic trial state) and a correction step (plastic/damage corrector state), and the implementation of the numerical simulation was performed using the MATLAB®. The algorithm for integration and mapping of return based on the constitutive model are presented, as well as the numerical results.

Mendonça, Paulo de Tarso R, Freitas, Andresa.

Modelagem da evolução do dano ortotrópico acoplado à elastoplasticidade em metais.

In: CILAMCE 2010 XXXI Iberian Latin-American Congress on Computational Methods in Engineering, 2010, Buenos Aires. Anais do CILAMCE 2010 XXXI, 2010.

Referências adicionais : Brasil/Português. Meio de divulgação: Meio magnético

Palavras Chave: dano anisotrópico, elastoplasticidade, Método dos Elementos Finitos.

5.3 Conteúdo do livro: Resistência dos Materiais e Introdução à Análise Estrutural

Esse é um texto ainda não publicado, que vem sendo por mim construído ao longo dos últimos anos. Sua motivação vem da minhas observações e de colegas sobre as deficiências dos livros disponíveis no mercado mundial, que são traduzidos ao Português e usados nos cursos de engenharia pelo Brasil. Assim, tem-se uma parte do conteúdo dedicada à chamada "Resistência dos Materiais" clássica, com diversos tópicos modernos necessários aos conhecimentos básicos do engenheiro no que diz respeito ao cálculo estrutural. Assim, se introduz conceitos do Método de Elementos Finitos, embora limitados a problemas de barras e vigas, treliças e pórticos. Assim o estudante conta com toda a fundamentação algébrica e matricial que será útil caso se decida por um estudo avançado no método e, ao mesmo tempo, ganha ferramentas efetivas de cálculo, que substituem métodos que consideramos ultrapassados na operação de vigas, no projeto de eixos de máquinas, etc. Adicionalmente, utilizam-se sempre que possível a estrutura formal da mecânica dos sólidos, e inclui-se soluções de teoria da elasticidade plana para ilustrar alguns problemas clássicos de componentes mecânicos, por exemplo, o problema da placa infinita com furo, sob tração uniforme, onde a solução analítica leva naturalmente ao conceito de concentração de tensões.

O material encontra-se em fase de acabamento, com cerca de 530 páginas, e os tópicos são os seguintes (os capítulos 9 e 12 foram elaborados pelo prof. Lauro Nicolazzi):

1. **Introdução** - a mecânica dos sólidos na engenharia. Processo geral de análise mecânica de corpos sólidos. Tipos de componentes estruturais.
2. **Esforços internos**. Equilíbrio de um corpo e reação de apoios. Tipos de apoios em vigas. Equações diferenciais de equilíbrio de viga em flexão. Problemas hiperestáticos.
3. **Tensões**. Idéias preliminares sobre tensões. Um tratamento mais rigoroso. Tensor tensão. Equações diferenciais de equilíbrio. Alguns problemas reais resolvidos por tensões uniaxiais médias. Tensões normal e cisalhante médias. Modos de falhas e tensões admissíveis. Usos da tensão cisalhante média - pinos e chapas coladas.
4. **Deformações e tensões**. Idéias básicas de deslocamento e deformação. Campos de deslocamento e de deformações. Hipóteses cinemáticas. Ensaio de tração - diagrama tensão-deformação. Comportamentos elástico e plástico do material. Tensão de ruptura, de fratura e alongamento máximo. Materiais frágeis e dúcteis. Efeito de Poisson. Princípio de sobreposição dos efeitos. Relação tensão-deformação triaxial - Lei de Hooke.
5. **Transformação de tensões e deformações**. Aspectos qualitativos de transformação de tensões. Transformação plana do EPT. Tensões principais e cisalhamento máximo no plano. Tensões cisalhantes máximas. Círculo de Mohr para rotação plana de EPT. Tensões principais num **estado triaxial de tensões**. Círculos de Mohr de estado triaxial de tensões, tensão cisalhante máxima absoluta. **Transformação de deformações** em EPT. Aspectos gerais de transformação de deformações. Equação de transformação plana de EPT. Extensômetros e rosetas.
6. **Modos e critérios de falha e aplicações**. O problema fundamental dos critérios de falha. Teorias da máxima tensão normal, da máxima tensão cisalhante, da máxima energia de distorção. Vasos de pressão cilíndricos de paredes finas, vasos esféricos.
7. **Torção em eixos de seção circular**. Hipóteses cinemáticas. Transmissão de potência. Diagramas de esforços de torção. Fórmula de torção. Momento polar de seções maciças e tubulares. Dimensionamento. Ângulo de torção. Problemas hiperestáticos de torção.
8. **Flexão em vigas**. Fórmula de flexão. Equilíbrio de forças em x e a linha neutra. Momentos em z e em y e fórmula de flexão. Coeficiente de segurança e critério de falha. Caso básico - seção retangular.

9. **Carregamentos combinados.** Torção e tração. Carregamento oblíquo - flexão não-plana elástica. Fórmula de flexão oblíqua, linha neutra. Flexão oblíqua com carregamento axial. Propriedades geométricas de uma seção. Momentos estáticos e centróide de uma seção. Momentos de inércia da seção. Teorema dos eixos paralelos para momentos de inércia. Rotação de eixos - eixos principais de inércia. Flexão em viga de seção assimétrica. Carregamento combinado - flexão e torção.
 10. **Cisalhamento em vigas sob flexão.** Efeitos do esforço cortante. Fluxo de cisalhamento e tensão cisalhante. Seções retangular e circular. Limitações da teoria em perfil I. Fórmula aproximada para tensão em perfis I e T. Fluxo de cisalhamento em perfis de paredes finas. Vigas formadas pela união de barras finas. Tensões combinadas - efeitos do momento fletor e cortante. Tensões combinadas - torção e cortante em vigas.
 11. **Aplicações de elasticidade e plasticidade plana.** Equações gerais em coordenadas polares. Problemas axisimétricos: disco e cilindro pressurizado, barra e disco - sem furo. **Tubo pressurizado de parede espessa** e disco. Limite para casca fina. **Plastificação num cilindro de parede espessa.** Pressão para início de plastificação e para plastificação total da parede. Plastificação parcial da parede. **Furo circular em placa infinita sob tração.** Fator de concentração de tensões.
 12. **Deflexão de vigas.** Equação diferencial de linha elástica. Dedução curta da equação diferencial da curva elástica. Integração de curva elástica. Método de integração para vigas hiperestáticas.
 13. **Estabilidade de colunas.** Equação diferencial para viga-coluna. Solução da equação homogênea. Casos de carga de flambagem: barra bi-rotulada, bi-engastada, engastada-livre, engastada-rotulada. Limitações para as equações da flambagem elástica. Excentricidade - fórmula da secante. Colunas de aço - formulação proposta pelo SSRC.
 14. **Métodos de energia.** Trabalho de deformação. Trabalho de deformação para estado uniaxial de tensão, para o caso de cisalhamento puro, e para estado multiaxial de tensões. Energia de deformação elástica. Energia de deformação de uma barra sob carga axial, para flexão, para torção de eixos de seção circular, e devido ao esforço cortante. Deslocamento pelo método da energia. **Teoremas de Castigliano.**
 15. **Método de Elementos Finitos para barras e treliças.** Interpolação dos deslocamentos. Determinação da matriz de rigidez do elemento finito de barra. Matriz de rigidez de um elemento rotacionado no plano xy. Matriz de rigidez de um sistema de barras. Fase de pré-processamento de dados, fase de processamento. Etapas de sobreposição da matriz de rigidez global, de definição do vetor de carregamento nodal, de aplicação das condições de contorno, do cálculo das reações nos apoios, de determinação dos esforços, deformações e tensões nos elementos.
 16. **Método de Elementos Finitos para vigas e pórticos.** Funções de interpolação. Equilíbrio do elemento de viga. Análise de vigas no plano. Esforços e tensões nos elementos em problemas planos.
- Apêndices.** Fórmulas para vigas. Soluções de exercícios.
- Bibliografia.**

5.4 Conteúdo do livro: O Método de Elementos Finitos aplicado à Mecânica dos Sólidos

Esse é um texto ainda não publicado, que vem sendo construído por mim e pelo colega, o prof. Eduardo A Fancello. A motivação inicial veio ao prof. Fancello que identificou a pouca disponibilidade de textos em português adaptados ao ensino de graduação em mecânica dos sólidos computacional. Ele elaborou o que seria uma apostila, com os conteúdos que aparecem nos capítulos 1 a 8, e partes do 9 e do 11. Logo eu identifiquei que a lacuna de um material bem elaborado de fácil estudo estendia-se também ao ensino de disciplinas de pós-graduação, e propus que o material fosse complementado com tópicos mais avançados, com exemplos detalhados, mais exercícios propostos, e visasse a publicação em forma de livro. Assim dediquei-me ao longo dos últimos anos, em paralelo aos demais projetos, a redigir

e a depurar os demais capítulos e os detalhes finais. O material encontra-se todo redigido, com cerca de 680 páginas, e em fase de finalização dos detalhes. A lista de conteúdos é a seguinte.

Parte I - Introdução à Mecânica do Contínuo

1. **Introdução.**
2. **Conceitos matemáticos preliminares.** Grandezas na mecânica do contínuo. Vetores e tensores, produto interno, produto vetorial, produtos entre tensores. Notação indicial. Mudança de base. Cálculo tensorial - Gradientes e divergentes, Teorema do divergente.
3. **Tensões.** Conceito de tensão. Tensor de tensões. Equação de equilíbrio no contorno - Condições de contorno. Equação de equilíbrio no domínio. Equilíbrio de momentos - Simetria do tensor tensão. Mudança de Base - Tensões principais. Círculo de Mohr - 3D. Círculo de Mohr para rotação plana. Tensões esféricas e deviatóricas - Critérios de falha: máxima tensão normal: máxima tensão cisalhante, máxima energia de distorção.
4. **Análise de deformações - Equações cinemáticas.** Deslocamentos e deformações. Deformação específica longitudinal e cisalhante. Pequenas deformações e deslocamentos. Propriedades do tensor deformação. Deformações principais, volumétrica e deviatóricas.
5. **Comportamento do material - Equações constitutivas.** Elasticidade linear. Deformações de origem térmicas. Estados planos de deformação e de tensão. Sólido de revolução e problemas axi-simétricos. Problema de equilíbrio em termos de deslocamento.

Parte II - O MEF Aplicado a estruturas

6. **Análise matricial - Modelo de barras.** Equilíbrio de uma barra. Sistema de Barras. Estruturas planas de barras.
7. **Análise matricial - Modelo de viga.** Flexão de viga - Hipóteses geométricas e cinemáticas. Equação diferencial de equilíbrio em vigas. Matriz de rigidez para flexão de vigas - Método direto. Curvas elásticas para deslocamentos unitários. Aplicação de condições de contorno. Viga com carregamento axial e flexão plana. **Vetor força consistente** para carga distribuída. Rotação do vetor força para uso em elementos inclinados. Determinação dos esforços e tensões nos elementos em problemas planos. Torção em Vigas. Equação diferencial de vigas em torção. Matriz de rigidez de **elemento de torção** de viga. Vigas no espaço tridimensional.
8. **Conceito de aproximação por Elementos Finitos.** Modelo 1D - Equação diferencial de equilíbrio. **Princípio dos trabalhos virtuais.** Princípio da energia potencial total mínima. Aproximação pelo método de elementos finitos. Condições de contorno. Matriz de rigidez e vetor de carga elementares. Integração analítica da matriz de rigidez. Cálculo das reações nos apoios e das tensões nos elementos. Deslocamentos prescritos não-homogêneos.
9. **Elementos finitos em elasticidade.** O problema de elasticidade linear. Princípio dos trabalhos virtuais. Estado plano de deformação (EPD). Princípio dos trabalhos virtuais em EPD. Elementos finitos em EPD e Estados Planos de Tensões. Problema axi-simétrico. Elementos finitos de sólido de revolução. **Elementos volumétricos.** Elemento hexaédrico tri-linear de 8 nós, isoparamétricos e outros. **Mapeamento** em elemento triangular arbitrário. Tipos de elementos e suas funções: Elementos unidirecionais, triangulares lineares, triangulares de alta ordem, Lagrangeanos quadrangulares. Elementos tridimensionais. Mapeamento em elementos hexaédricos arbitrários. Elementos colapsados. Funções de aproximação serendipity. **Integração numérica** das matrizes do MEF. Integração em elementos triangulares. Vetores de carga nodal consistente. Vetor força em elementos quadrangulares e elementos hexaédricos. Casos de vetor força em faces planas regulares.
10. **Algumas propriedades matemáticas básicas do MEF.** Formulação simbólica. PVC em problemas 1-D e em 3-D. **Formas fracas 1-D. Unicidade da solução.** Sobre os espaços lineares. Formas simbólicas em 3D. Unicidade de solução no problema generalizado. Norma de energia no problema generalizado. Positividade da matriz de rigidez. **A solução do MEF é a melhor aproximação?** Casos de condução de calor e elastostática 3D. **Estimativa de erro a-priori** no problema de MEF-1D. Erro na interpolação em polinômio linear por partes. Erro na primeira derivada. Interpolação quadrática. MEF com polinômio de grau p no problema barra.

11. **Modelo de Placas.** Formulação de placas de Mindlin-Reissner. Tensões resultantes. Carregamentos e condições de contorno. Princípio dos trabalhos virtuais em placas. Elementos de placas. Mapeamento. **Travamento (locking).** Cálculo das tensões. Análise de cascas por elementos planos.
12. **MEF para painéis de materiais compostos laminados.** Relação tensão-deformação para materiais elástico-lineares. Constantes de engenharia para materiais ortotrópicos. Lei de Hooke para uma lâmina ortotrópica. Rotação da relação tensão-deformação. Análise de um laminado. Análise de compostos por elementos finitos de 1a ordem. Flexão estática de placas compostas: mMatriz de rigidez e vetor força do elemento. Cálculo das tensões. **Freqüências naturais e carregamentos dinâmicos.**

Parte III - Análise Mecânica

13. **Transferência de calor pelo MEF.** Definição do problema. Lei de Fourier. Transferência de Calor 2-D e 3-D. Forma forte e forma fraca do problema de Poisson. Formulação de Galerkin. **Condução e convecção.** Funções de aproximação. Condições de contorno de temperatura prescrita. Matriz de rigidez e vetor força do elemento. Funções de aproximação global e local do elemento. Processo de sobreposição das matrizes elementares. Elemento triangular linear. Exemplo: Malha triangular em domínio 2-D. Exemplo: Curvas de convergência. Elemento quadrilateral bilinear.
14. **Tensões térmicas.** Tensões em barras. Barra bi-engastada. Duas barras colineares. Método geral para treliças. Tensões mecânicas. Termoelasticidade linear tridimensional.
15. **Vibrações em sistemas de 1 grau de liberdade.** Equação do movimento. Vibrações livres de sistema não-amortecido. Vibração livre de sistema amortecido. Amortecimento < 1 . Carregamento harmônico. Solução geral para amortecimento < 1 . Carregamento harmônico com ângulo de fase. Resposta a carregamentos não-periódicos: Resposta impulsiva. Carregamento arbitrário.
16. **Elementos finitos em dinâmica.** Princípio de D'Alembert. Princípio dos Trabalhos Virtuais em barras. Matrizes massa de elementos de barras. **Equações do movimento de Lagrange.** Matriz massa em **elementos sólidos** elásticos. Matriz massa em elementos de viga. Aplicação de condições de contorno.
17. **Análise modal.** Vibrações livres não-amortecidas. Propriedades dos autovetores e autovalores: ortogonalidade, normalização e ortonormalidade. Autovetores linearmente independentes. Excitação inicial: Sistema não-amortecido. Análise modal geral. Resumo do método de sobreposição modal. Determinação do amortecimento em um grau de liberdade e N-graus de liberdade. Métodos analíticos para determinação de C - Rayleigh. **Redução de Guyan.** Determinação eficiente da matriz de transformação. Comentários gerais. Análise de **resposta harmônica.** Resposta harmônica via redução modal. Resposta harmônica via redução de Guyan.
18. **Métodos de integração direta.** Método de **diferenças centrais.** Caso $C = aM$. Condições de contorno. Método de diagonalização de massa (**mass lumping**). Método implícitos. Método de Houbolt. Método de Wilson. **Método de Newmark.** **Estabilidade e precisão.** Estabilidade do método de diferenças centrais. Estabilidade de outros métodos.
19. **Resposta de estruturas a sismos** e tipos similares de excitação pela base. Acelerômetros e acelerógrafos. Resposta em sistema de 1 grau de liberdade. Análise modal para excitação pela base - translação uniforme. **Análise espectral.**
20. **Operações matriciais no MEF.** Tipos de armazenamento de matrizes. Matriz triangular, banda, skyline, esparsa. Métodos de solução de sistemas algébricos estáticos. Eliminação de Gauss e **método de Cholesky.** Contagem de operações nos métodos de Gauss. Método iterativos baseados em minimização de potencial: **Método do gradiente conjugado.** Método dos gradientes conjugados com pré-condicionamento. Comentários gerais.
21. **Métodos numéricos para autovalores.** Propriedades das matrizes K e M e dos auto-problemas. Método da potência ou de Stodola. Método de iteração progressiva. Sistemas desvinculados e **SHIFT** de autovalores . Processo de **ortogonalização de Gram-Schmidt.** Método do determinante. Cálculo do determinante. Método determinante por secante. Método da bisseção e **teste de Sturm.** Método da **iteração subespacial.** Quociente de Rayleigh. Método de

Rayleigh-Ritz. Método de **Lanczos** - Descrição geral. Particularização para o caso de K e M Simétricas.

22. **Plasticidade Clássica**. Modelo plástico unidimensional sem encruamento. Modelo 1-D de plasticidade com encruamento. Matriz elastoplástica. Algoritmos de integração. Forma incremental das equações de elastoplasticidade. Algoritmos de retorno. Fluxograma: Algoritmo de retorno do problema 1-D com encruamento misto linear. **Plasticidade Clássica 3-D**. Tensores de segunda e de quarta ordem. Modelo contínuo de plasticidade. Detalhamento das condições de Kunh-Tucker e de consistência. Módulo tangente elastoplástico. Plasticidade J2 - superfície de von Mises. Algoritmos de integração. Integração no modelo J2. Cálculo do parâmetro de consistência. **Matriz tangente elastoplástica algorítmica**. Elementos finitos em plasticidade. O método de Newton-Raphson. Solução do problema elastoplástico de MEF por N-R. Fluxograma geral de MEF elastoplástico. Fluxograma: Processamento local - **Algoritmo de retorno** (von Mises).

5.5 Pesquisa em modelagem de placas de materiais compostos usando o GFEM contínuo

A partir de 2005, uma parte de minhas pesquisas no desenvolvimento do Método de Elementos Finitos Generalizados, GFEM, tem-se dedicado a uma variante que é capaz de criar a base de funções de aproximação com nível de continuidade arbitrária, isto é, tem-se um método de discretização em que o campo de deslocamentos pertence ao espaço de funções C^k , com k arbitrário, $k = 1, 2, \dots$, ou mesmo infinito. Em particular, isso se traduz, por exemplo, em que se pode obter aproximações contínuas do campo de tensões nas interfaces interelementares. Ao longo de toda a história do método de elementos finitos, salvo exceções pontuais e casuísticas, todas as bases de funções utilizadas são de continuidade C^0 . Apenas nos últimos cinco anos, aproximadamente, algumas iniciativas tem sido feitas na comunidade internacional para desenvolver bases suaves. Pode-se afirmar que atualmente existem apenas duas famílias de formulações robustas desse tipo: a denominada formulação isogeométrica, desenvolvida por Hughes et al, e esta, GFEM- C_k , desenvolvida por Duarte, e que tenho desenvolvido, junto ao prof. Barcellos e diversos professores em outros locais.

Os trabalhos realizados até o momento apontam uma série de vantagens no uso de bases suaves. Por exemplo, em materiais compostos laminados, os processos de extração das tensões cisalhantes transversais mais usados são aqueles baseados na integração das tensões coplanares ao longo da espessura do laminado. Verifica-se que é crucial a utilização de bases de alta ordem no campo de deslocamentos, para permitir a diferenciação sem perda excessiva da precisão, e o uso de base continua ao longo das interfaces interelementares reduz as distorções das tensões aproximadas. Note-se que essas distorções podem ter magnitudes de erros aceitáveis, porém a magnitude de suas derivadas se tornam importantes na estimativa das tensões cisalhantes transversais.

Outro foco de aplicabilidade já identificado para as funções suaves é na modelagem dos campos na região em torno de singularidades, como trincas ou em vértices agudos. Novamente, a perturbação no campo de tensões aproximado devida à descontinuidade interelementar se traduz em importante perda de precisão no cálculo de fatores de intensidade de tensão, como K_I , K_{II} , K_{III} usadas na mecânica da fratura elástico-linear ou na integral J. Os resultados tem mostrado o comportamento mais preciso e robusto da formulação GFEM- C_k sobre a formulação GFEM- C_0 (também chamada XFEM) tradicional.

Nessa linha de pesquisa tenho uma tese orientada e diversas publicações e apresentações em congressos internacionais, como listado a seguir.

Artigos em periódico indexado

Mendonça, Paulo de Tarso R., de Barcellos, Clovis S., Torres, Diego Amadeu F.

Robust generalized FEM approximations for higher-order conformity requirements: Application to Reddy's HSDT model for anisotropic laminated plates.

Composite Structures, v.1, p.1, 2012.

Palavras chave: C_k -continuous approximation function, Generalized finite element method,

Partition of Unity Method, Composite materials, HSDT Reddy GFEM.

Abstract: The Third-order Plate Theory proposed by Reddy for modeling laminated composite plates has earned wide acceptance in the engineering community. It involves the same five generalized displacement components u_0 , v_0 , w_0 , t_x , t_y as the first-order models (e.g. Mindlin's) and, at the same time, its higher-order expansion across the thickness enables it to provide more accurate displacements and layerwise stress estimates. However, its FEM implementation is somewhat hindered by the need to employ a C^1 continuous basis for the transverse displacement w_0 . In this paper, an instance of the Generalized Finite Element Method, GFEM, which allows an arbitrary C_k continuity, is used to solve arbitrary anisotropic laminated composite plate bending problems. The resultant basis functions naturally exhibit inter-element continuity and can be easily enriched to generate arbitrary p -enriched basis functions. These characteristics result in excellent abilities in terms of approximating the layer stresses. In particular, the high degree of the basis, combined with its continuity, enables the transverse shear stresses to be integrated from the local equilibrium equations, and also post-processed in a scaling operation explored by the authors to provide additional accuracy of the estimates across the thickness. Additionally, all of the estimated strain and stress fields are naturally continuous, without the need for any heuristic averaging or smoothing operation. The procedure is robust enough to allow for Partition of Unity (PoU) construction free of geometrical restrictions on the elements and it is suitable for mixed $C_k C_0$ formulations, using continuous functions only for those variables which require such continuity, in order to reduce the computational cost. The method is implemented with three node triangular elements, and its performance is illustrated through comparisons with analytic solutions, with special emphasis on the computation of the transverse stress functions.

Mendonça, Paulo Tarso R., de Barcellos, Clovis S., Torres, Diego Amadeu F.

Analysis of anisotropic Mindlin plate model by continuous and non-continuous GFEM.

Finite Elements in Analysis and Design, v.47, p.698-717, 2011.

Abstract: This paper presents a generalized finite element formulation with arbitrarily continuous unknown fields for static bending analysis of anisotropic laminated plates based on Mindlin's kinematical model. This consists of an extension of the work of Barcellos, Mendonça, Duarte, 2009 to moderate thick plates and also exploits the properties of smooth approximation functions built from the Duarte extension of Edwards' procedure (Duarte et al., 2006) in the framework of the so called C_k -GFEM. The strategy is suitable for p - and k -enrichments on a fixed mesh of finite elements and its accuracy is evaluated in numerical experiments against analytical solutions. The performance is compared to the standard C_0 -GFEM/ XFEM approach and several topics of concern are investigated, such as the required number of integration points for the computation of the element matrices, the influence of the degree of polynomial enrichment, the degree of inter-element continuity chosen for the basis functions, the effect of laminate thickness and the sensitivity to mesh distortions and its relation with the stiffness matrix conditioning. Errors in in-plane and transverse shear stresses are computed. The smoothness contributes to the accuracy in terms of the energy norm and furnishes better derivatives of the solution fields, leading to better post-processed transverse shear stresses, which can be further improved by a proposed heuristic procedure.

Barcellos, C. S., Mendonça, Paulo de Tarso R, Duarte, C. A.

A C_k continuous generalized finite element formulation applied to laminated Kirchhoff plate. Computational Mechanics, v.44, p.377-393, 2009.

Palavras chave: Generalized finite element method, C_k continuous approximation function, Partition of Unity Method, Kirchhoff plate FEM.

Abstract: A generalized finite element method based on a partition of unity (POU) with smooth approximation functions is investigated in this paper for modeling laminated plates under Kirchhoff hypothesis. The shape functions are built from the product of a Shepard POU and enrichment functions. The Shepard functions have a smoothness degree directly related to the weight functions adopted for their evaluation. The weight functions at a point are built as products of C^∞ edge functions of the distance of such a point to each of the cloud boundaries. Different edge functions are investigated to generate C_k functions. The POU together with polynomial global enrichment functions build the approximation subspace. The formulation implemented in this paper is aimed at the general case of laminated plates composed of anisotropic layers. A detailed convergence analysis is presented and the integrability of these functions is also discussed.

Apresentação e resumo em congresso internacional

Mendonça, Paulo de Tarso R, deBarcellos, C. S.

Laminated Composite Plate Analysis by GFEM using Approximation Functions with Arbitrary Continuity, 2009.

In 10th United States National Congress of Computational Mechanics, USNCCM; Columbus, Ohio, EUA.

Instuição promotora: United States Association for Computational Mechanics

Palavras chave: Elementos finitos generalizados, C_k continuous approximation function,

Materiais compostos, Kirchhoff plate FEM, Reddy composite plate model.

Abstract: Foram apresentados resultados recentes de aplicação de GFEM com Partição da Unidade que geram funções de aproximação com continuidade arbitrária. Obtém-se tensões contínuas nas interfaces entre elementos, para qualquer grau de função de enriquecimento usada. Foram obtidas estimativas bastante precisas de tensões, tanto coplanares quanto transversais, para os modelos de placas laminadas compostas de Kirchhoff, de Mindlin e de Ordem superior de Reddy. As funções satisfazem facilmente a continuidade mínima (C_0 e C_1) desses modelos, e mais

ainda. Tanto a formulação para a geração das funções de continuidade C_k e C_{infinito} é bastante direta e não altera em nada a forma fraca do problema. De fato, a geração das funções não tem relação com o problema físico ou com a formulação utilizada. As funções são independentes, no mesmo sentido que as funções de interpolação comumente usadas no MEF (polinômios de Lagrange, por exemplo). Assim, a estrutura básica de um programa de elementos finitos generalizados não se altera. Devido às características das funções, e do tipo de elemento em que foram testadas (elementos triangulares), observa-se uma capacidade enorme do GFEM obtido quanto a distorção de malha. Foram obtidos resultados significativos com malhas que continham elementos com relação de aspecto de 10000:1, e com pares de elementos com relação de áreas de 5000 vezes.

5.6 Pesquisa em modelagem de placas de material composto com atuadores/sensores piezoelétricos

A partir de 2005, uma parte de minhas pesquisas em modelagem de componentes de materiais compostos foi dedicada aos painéis constituídos por lâminas estruturais, ortotrópicas, e camadas de material piezoelétrico, funcionando como atuadores e/ou sensores do estado de deformações no ponto da peça. Esse tipo de estrutura, denominada estruturas inteligentes, encontra ampla utilização em estruturas leves acopladas a satélites, antenas, etc.

Nessa área tive oportunidade de fazer uma orientação de mestrado e realizar algumas publicações em congressos internacionais e em periódicos indexados, como listado a seguir. No geral, buscamos incrementar a precisão dos resultados obtidos na modelagem da peça usando o Método de Elementos Finitos Generalizado, junto a um modelo cinemático misto: modelo de ordem superior para o campo de deslocamentos de placa, e modelo zig-zag para o campo elétrico nas camadas piezo-elétricas. Adicionalmente, conseguimos desenvolver uma solução analítica para uma configuração básica, associada aos mesmos modelos cinemáticos, útil nos procedimentos de verificação dos resultados numéricos.

Dissertação de mestrado

Diego Amadeu Furtado Torres. Orientador: Paulo de Tarso R Mendonça.

Método dos Elementos Finitos Generalizados aplicado à análise de placas laminadas compostas inteligentes. 2008.

Palavras chave: Atuadores piezoelétricos, elementos finitos generalizados, Dinâmica estrutural, Materiais Compostos.

Abstract: Adaptive structures may be briefly considered as structures which are capable of monitoring their own performance. They are also called smart structures and are particularly useful in remote health monitoring and damage detection, vibration control and shape control among others. The design of smart structures involves the application of materials which have interesting properties, and are classified according to its capabilities of energetic transformation. Moreover, composite materials can be fabricated with special characteristics to satisfy several goals, which makes them rather efficient in building adaptive structures in plates, shells and sandwich panels. This work is concerned with the development and computational implementation of a formulation based in Generalized Finite Element Method to analyze static and dynamic bending of laminated plates with piezoelectric sensors and actuators. In this direction, the degrees of freedom of mechanical behavior are modeled by a High-Order Shear Deformation Theory with inextensibility in the normal segment. Simultaneously, a Layerwise Theory is used to model the electric potential of active/passive layers. It results in a Coupled Equivalent Single Layer model, which is also called hybrid formulation. To enhance the numerical accuracy of both primary and secondary variables a strategy of polynomial enrichment of the displacement and potential fields is used in a GFEM type of approach. In this instance, enrichment functions until third degree are used combined with a bilinear partition of unit. Some study cases which already have been analyzed by other numerical methods are performed to examine the validation of the developed model. Also, numerical results are compared to exact solutions of some simple cases and show convergence with both, h and p -refinements. The analytical solutions were developed from the same kinematic assumptions.

Artigos em periódico indexado

Torres, Diego Amadeu F., Mendonça, Paulo de Tarso R, de Barcellos, Clovis S.

Evaluation and verification of an HSDT-Layerwise generalized finite element formulation for adaptive piezoelectric laminated plates.

Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering, v.200, p.675-691, 2011.

Abstract: A formulation for the bending analysis of composite laminated plates with piezoelectric layers is implemented using the Generalized Finite Element Method. This formulation is derived from a mechanical description based on Higher Order Shear Deformation Theory which allows for the use of C_0 continuous approximation functions on the domain. On the other hand, a Layerwise Theory is employed for interpolation of electric potential across the thickness of piezoelectric layers, in such a way that the kinematical hypotheses result in a mixed model. The paper presents an analysis of the approximation capability of the proposed numerical model for static analysis, using C_0 continuous Partition of Unity and polynomial enrichments to span the approximation spaces, by assessment of

convergence. Analytical solutions obtained from the same kinematical hypotheses are used as references. Results for relative error in the energy norm considering p and h-refinements for regular and distorted meshes, in addition to a pointwise evaluation of the stresses and electric field, are presented. The evaluations show that the numerical methodology is a very effective tool for improving the solution through the enrichment, even for pointwise values across the thickness, and is robust to mesh distortions. Moreover, the results furnish insight about the physical modeling for both active and sensory modes, for thick and thin plates.

Torres, D A F, Mendonça, Paulo de Tarso R.

Analysis of piezoelectric laminates by generalized finite element method and mixed layerwise-HSDT models. *Smart Materials and Structures*, v.19, 2010.

Palavras chave: Elementos finitos generalizados, atuadores piezoelétricos, materiais compostos.

Abstract: This paper presents a procedure to numerically analyze the coupled electro-structural response of laminated plates with orthotropic fiber reinforced layers and piezoelectric layers using the Generalized Finite Element Method (GFEM). The mechanical unknowns, the displacements, are modeled by a Higher Order Shear Deformation Theory (HSDT) of the third order, involving seven generalized displacement functions. The electric unknowns, the potentials, are modeled by a Layerwise Theory, utilizing piecewise linear functions along the thickness of piezoelectric layers. All fields are enriched in the in-plane domain of the laminate, according to the GFEM, utilizing polynomial enrichment functions, defined in global coordinates, applied on bilinear Partition of Unities defined on each element. The formulation is developed from an extended Principle of Hamilton and results in a standard discrete algebraic linear motion equation. Numerical results are obtained for some static cases and are compared with several numerical and experimental results published in the literature. These comparisons show consistent and reliable responses from the formulation. In addition, the results show that GFEM meshes require the least number of elements and nodes possible for the distribution of piezoelectric patches and the enrichment provides more flexibility to reproduce the deformed shapes of adaptive laminated plates.

Torres, Diego Amadeu F., Mendonça, Paulo de Tarso R.

HSDT-layerwise analytical solution for rectangular piezoelectric laminated plates. *Composite Structures*. v.92, p.1763 1774, 2010.

Abstract: The present paper develops a formulation for laminated plates with extensional distributed piezoelectric sensors/actuators. This formulation is based on linear electro-elasticity, and an equivalent single layer is used for the mechanical displacement field, applying a Higher Order Shear Deformation Theory (HSDT), whereas a layerwise discretization is used in the thickness direction for the electric potential. The electric and mechanical local equilibrium equations and local constitutive equations for the problem are identified. The Principle of Virtual Work is used to derive the dynamic equilibrium equations in terms of generalized forces and the consistent boundary conditions. The piezoelectric laminate constitutive equations are built and used to write the equations of motion in terms of generalized displacements. Finally, analytical solutions for simply supported square laminates with piezoelectric layers are developed. The entire laminate, composed of the base structure and piezoelectric layers, can be arbitrary orthotropic. The solution is adequate for an arbitrary number of piezoelectric layers and stacking positions. Moreover, the solution takes into account all material coefficients, whether mechanical, piezoelectric or dielectric. Analytical results are obtained for static bending, both in sensor and actuation modes, and for free vibration of symmetric cross-ply laminates with piezoelectric layers externally bonded to the plate.

Artigos completos em congresso internacional

Mendonça, Paulo de Tarso R, Torres, D. A. F.

Análise de placas laminadas compostas piezoelétricas com o método de elementos finitos generalizados.

In: XXIX CILAMCE Iberian Latin-American Congress on Computational Methods in Engineering, 2008, Maceió AL.

Palavras chave: Atuadores piezoelétricos, elementos finitos generalizados, Materiais compostos.

Referências adicionais : Brasil/Português. Meio de divulgação: Meio magnético.

Abstract: O presente trabalho trata do desenvolvimento e da implementação computacional de uma formulação baseada no Método de Elementos Finitos Generalizados, para análise de flexão estática e dinâmica de placas laminadas com sensores e atuadores piezoelétricos. É utilizada a Teoria de Deformação Cisalhante de Ordem Superior de Levinson para descrição das variáveis mecânicas e a Teoria em Camadas Discretas de Reddy para modelagem das variáveis de potencial elétrico nas lâminas piezoelétricas. Para melhorar a qualidade da resposta é usada uma estratégia de enriquecimento polinomial, em coordenadas globais, do espaço de aproximação, inicialmente construído com uma partição da unidade bilinear. A capacidade de convergência é verificada a partir da comparação com uma solução analítica obtida a partir das mesmas hipóteses cinemáticas.

Torres, D. A. F., Mendonça, Paulo de Tarso R.

Desenvolvimento do Método de Elementos Finitos Generalizados (GFEM) para análise de placas laminadas compostas inteligentes.

In: XXX Congresso Nacional de Matemática aplicada e computacional, 2007, Florianópolis.

Anais do XXX Congresso Nacional de Matemática aplicada e computacional, 2007.

Palavras chave: Atuadores piezoelétricos, elementos finitos generalizados, Materiais compostos.

Referências adicionais : Brasil/Português. Meio de divulgação: Meio digital.

5.7 Pesquisa em modelagem de problemas singulares via GFEM contínuo

Tenho seguido essa linha de investigação desde 2009, e no momento tenho os seguintes resultados finalizados.

Tese de doutorado

Diego Amadeu Furtado Torres. Orientador: Paulo de Tarso R Mendonça, co-orientador prof. Clovis S. de Barcellos. Contribuições sobre a utilização de funções de aproximação contínuas no método generalizado de elementos finitos: avaliação em mecânica da fratura. 2012.

Palavras chave: Estimadores de erro, Generalized finite element method, Mecânica da fratura.

Abstract: Procedimentos de discretização que promovem o enriquecimento de subespaços de aproximação, para a solução de problemas de valor no contorno variacionais, permitem representar características como o contorno do domínio, descontinuidades dos campos incógnitos, singularidades, entre outras, independentemente das entidades da discretização, quer sejam elementos ou nos, em métodos baseados em malhas ou livres de malha. No entanto, funções seccionalmente contínuas, presentes em implementações convencionais, ainda representam um fator limitante na busca por melhores taxas de convergência, mesmo empregando enriquecimento. Questões sobre o padrão de enriquecimento e a transição entre porções do domínio enriquecidas e não enriquecidas foram apontadas como merecedoras de atenção em diversas investigações ao longo dos últimos anos. Neste sentido, o presente trabalho avalia a utilização de funções de aproximação arbitrariamente contínuas, construídas através do método generalizado de elementos finitos, em problemas de elasticidade plana envolvendo singularidade do campo de tensões, característicos da mecânica da fratura elástica linear. Primeiramente, o desempenho de tais funções suaves, tanto utilizando medidas de convergência globais quanto calculando parâmetros de severidade de trincas, é investigado mediante comparação com as respostas fornecidas por discretizações com funções minimamente conformes, ou seja, bases construídas com partições da unidade convencionais de elementos finitos. O método das forças configuracionais, elaborado segundo o formalismo da mecânica Eshelbiana, foi usado para o propósito de cálculo da severidade da trinca. Num estágio de pós-processamento da solução, as forças configuracionais que surgem na frente da trinca podem ser diretamente relacionadas a uma estimativa da integral J. Os resultados evidenciam a importância da continuidade da partição da unidade, na vizinhança de singularidades.

Artigo em periódico indexado

Torres, Diego Amadeu F., de Barcellos, Clovis S., Mendonça, Paulo De Tarso R.

Effects of the smoothness of partitions of unity on the quality of representation of singular enrichments for GFEM/XFEM stress approximations around brittle cracks.

Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering, v.1, 2014.

Palavras chave: Ck continuous approximation function, Estimadores de erro, Partition of Unity Method, Crack opening.

Resumos apresentados em congressos internacionais

Torres, D. A. F., Barcellos, C. S., Mendonça, P.T.R.

Benefits provided by partitions of unity with high regularity in crack modeling through enrichment procedures.

In: XFEM-2013: XFEM, GFEM and fictitious domain methods: recent developments and applications, 2013, Lyon,

França. ECCOMAS Thematic Conference, XFEM 2013, book of abstracts, 1113, September, 2013. Ed: Thomas Elguedj, 2013. v.1. Instituição promotora: INSA de Lyon, França.

Referências adicionais : França/Inglês.

Abstract: The classical XFEM converges with similar rate that FEM unless the enrichment is applied in a fixed area independently of the mesh parameter h and requiring some treatment in the transition zone. Thus, in order to achieve better convergence rates more DOF is generated due the larger amount of nodes enriched. In this work, it is shown that improvements may be obtained performing enrichment over PoU with higher regularity. Mesh based smooth PoU can be built through the so-called Ck-GFEM framework of over which appropriate enrichments can be applied. Approximation capabilities are investigated via convergence analysis of h - and p - versions considering global measures. Severity crack parameters are also computed in order to verify the local quality of the approximations. For this purpose, the *Eshelbian mechanics* provides a simple and convenient way to obtain configurational forces that are related to the J-integral, through post-processing the computed displacement field and not demanding field decomposition method in case of mixed mode cracks. The performance of the smooth approximations is compared to the C0 counterparts built using conventional FEM-based PoU.

Torres, D. A. F., Barcellos, C. S., Mendonça, P.T.R.

Convergence analysis of configurational forces for brittle cracks modeled through Ck-generalized FEM.

In: 11th World Congress on Computational Mechanics 11 WCCM, 2014. Barcelona, Espanha. Julho 2014.

5.8 Pesquisa em modelagem de problemas locais com GFEM local-global

Nos últimos três anos tenho gradualmente iniciado uma linha de pesquisa focada no grande objetivo de atacar problemas realistas de grande porte, em que a solução se caracteriza por apresentar uma parcela global, de macro escala, e uma ou muitas regiões com comportamento localizado, de menor escala, em que a solução apresenta grandes gradientes. Esse é o caso, por exemplo, em que se busca a resposta na estrutura inteira, porém se busca também a resposta do campo de tensões na frente de uma população de trincas. Ou ainda quando a estrutura inteira é constituída de materiais em duas ou mais escalas com distribuição não homogênea. Essa classe de situações tem dado origem a diversas famílias dos chamados métodos de modelagem multi-escala. Dentre estes, um dos mais recentes e aparentemente mais versáteis e promissores é aquele baseado no GFEM, denominado GFEM local-global.

Em sua forma usual, o GFEM tem sido muito bem aplicado em simulações de camadas limites, propagação de fraturas, problemas acústicos, microestruturas poli-cristalinas, etc. Todas estas aplicações são formuladas com formas fechadas de funções de enriquecimento que são conhecidas por aproximarem bem a solução local do problema. Entretanto, funções de enriquecimento analíticas, em geral, não são capazes de gerar aproximações suficientemente precisas da solução numa malha grosseira, exigindo ainda um refino de malha, como no MEF padrão. Mesmo quando enriquecimentos analíticos são capazes de aproximar bem a solução, como é o caso de muitos problemas de mecânica da fratura bidimensional, dada uma trinca com certo tamanho, é necessário que a malha seja de elementos menores que ela, em sua região de entorno. Isto levou ao desenvolvimento do método dos elementos finitos global-local (GFEM-gl), que combina o MEF global-local clássico (técnica de *zooming*) com a estrutura da partição da unidade, construindo funções de enriquecimento numericamente. Nesta bordagem são modelados problemas de valor de contorno locais na vizinhança de características locais, como trincas ou interfaces de fases de material, onde a solução exibe altos gradientes ou singularidades. As soluções locais são usadas para enriquecer o espaço de aproximação global através da estrutura da partição da unidade, sendo chamadas funções de enriquecimento global-local. Assim, o método não depende de soluções analíticas.

No momento tenho uma orientanda de doutorado, que deve defender a tese antes de março, investigando uma das aplicações possíveis da técnica local-global, qual seja, aquela aplicada à identificação de zonas de plastificação localizadas no corpo. No momento temos apenas umas poucas publicações no assunto, como visto a seguir.

Artigo em periódico indexado

Freitas, Andresa, Torres, D. A. F., Mendonça, P.T.R., de Barcellos, Clovis S.
Comparative analysis of Ck- and C0-GFEM applied to two-dimensional problems of confined plasticity.
Latin American Journal of Solids and Structures, v.1, 2014.
Palavras chave: Generalized finite element method, Smooth Generalized Finite Element Method,
Plasticidade confinada.
Referências adicionais : Inglês. Meio de divulgação: Meio digital. Home page: [<http://www.lajss.org/>].

Artigo completo em congresso internacional

Freitas, Andresa, Mendonça, Paulo de Tarso R, de Barcellos, Clovis S., Torres, D. A. F.
Convergence analysis of Ck-GFEM applied to two-dimensional elastoplastic problems.
In: XXXIV Iberian Latin-American Congress on Computational Methods in Engineering, 2013, Pirenópolis, GO. Anals XXXIV CILAMCE, 2013. v.1. p.1-15.
Palavras chave: Ck continuous approximation function, Generalized FEM, Plasticidade.
Referências adicionais : Brasil/Inglês. Meio de divulgação: Meio digital
Abstract: For many practical applications in engineering, a complex structure shows linear elastic behavior over large areas, but exhibits confined plasticity contained in some small critical regions. For analysis of these cases it is proposed the modeling using the Ck-GFEM. The first goal of this study is to verify the GFEM implementation for two-dimensional elastoplasticity and, after that, introduce an investigation trying to enlighten some advantages of higher regularity partitions of unity against conventional C0 counterparts. The enrichment is made with polynomial functions and global convergence measures are compared with analytical solutions. The irreversible response and hardening effects of the material is represented by the rate independent J2 plasticity theory with linear isotropic hardening of material and von Mises yield criteria, being considered only monotonic loading and the kinematics of small

displacements and small deformations. The present results constitute the initial step of a larger work which aims to use the Ck-GFEM in the local problem of the Global-Local GFEM framework.

Trabalho publicado em anais de evento internacional (resumo)

Rudnytskyj, A., Torres, D. A. F., de Barcellos, Clovis S., Mendonça, P.T.R.
Enforcement of nonhomogeneous Dirichlet boundary conditions in Ck GFEM using preprocessed nodal coefficients on the boundary. In WCCM 2012 World Congress of Computational Mechanics, São Paulo.

6 ATIVIDADES DIVERSAS

Além das atividades referidas nas seções precedentes, ao longo dos anos participei de diversas parcerias com colegas de áreas distintas. Essas atividades são mostradas em separado nessa seção por não seguirem minhas linhas principais de atuação em pesquisa.

Por exemplo, em 2003-2004 co-orientei uma dissertação na área de usinagem, com o prof Rolf Schroeter do EMC, para simulação do processo dinâmico no fresamento de metais, usando programação no Ansys em paralelo a modelos analíticos de parâmetros de usinagem. Essa iteração resultou nas seguintes publicações.

Artigo completo em periódico nacional

Mangoni, C., Schroeter, R. B., Mendonça, Paulo de Tarso R.
Estudo do comportamento das forças no fresamento por simulação e análise de elementos finitos.
Máquinas e Metais. , ano 43, p.170-189, 2006.
Referências adicionais : Português. Meio de divulgação: Impresso.

Resumo: O presente trabalho abrange duas grandes áreas da engenharia mecânica, onde são determinadas teórico-experimentalmente forças no fresamento frontal para servir como dados de entrada na análise dinâmica por elementos finitos em peças de baixa rigidez submetidas aos esforços alternados do processo de fresamento. A possibilidade de ação de vários gumes ao mesmo tempo na peça, a contínua variação da espessura do cavaco e as conseqüências do corte interrompido dificultam uma descrição teórica e genérica da influência destas variáveis no processo. O número de variáveis envolvidas neste processo inviabilizaram, até recentemente, a tentativa de extrair dados confiáveis através da simulação computacional. Porém, com o aprimoramento de métodos próprios, juntamente com o desenvolvimento de programas e computadores, a simulação está se tornando cada vez mais viável. As forças de corte presentes nos processos de torneamento e fresamento podem ser reproduzidas por modelos propostos por Kienzle e Altintas, entre outros. Para a previsão de forças no fresamento foi proposto um modelo que utiliza as constantes de Kienzle. Essas constantes experimentais relacionam força, espessura usinada e profundidade de corte, e dependem do material a ser usinado e de características da ferramenta. Estas alimentam modelos numéricos como o método de elementos finitos para prever sobrecarga na ferramenta ou situações desfavoráveis à usinagem, permitindo assim que as condições de corte possam ser revistas e corrigidas antes que o processo tenha início.

Artigo completo em congresso nacional

Mendonça, Paulo de Tarso R., Mangoni, C., Schroeter, R. B., Amorim, D. G.
Determinação Teórico-Experimental de Forças e Análise por Elementos Finitos no Fresamento Frontal.
In: III CONGRESSO NACIONAL DE ENGENHARIA MECÂNICA, CONEM, 2004, Belem Pa.
Anais do CONEM. , 2004. v.1. p.1-11.
Palavras chave: Dinâmica de máquinas ferramentas, Elementos finitos. Meio de divulgação: Meio magnético.

Outros trabalhos e publicações são:

Artigos completos em congressos internacionais

Mendonça, Paulo de Tarso R.
Non linear analysis of load and equilibrium position in a line suspension system.
In: 20th International Conference on Offshore Mechanics and Arctic Engineering, OMAE, 2 a 8 de Junho de 2001, Rio de Janeiro. Anais do 20th OMAE. Rio de Janeiro, 2001. v.1. p.1 2
Palavras chave: Estruturas offshore, Projeto estrutural.
Referências adicionais : Brasil/Inglês. Meio de divulgação: Meio magnético

Mendonça, Paulo de Tarso R., Lirio, G. R., Rosa, E.

Análise experimental de tensões em chassis automotivo sob solicitações estáticas e dinâmicas.
In: Simpósio de Análise Experimental de Tensões, SAET 2000. Florianópolis SC, Fundação CERTI, 2000. v.1. p.120-129.

Palavras-chave: Análise Experimental de Tensões, Dinâmica de Veículos. Meio de divulgação: Impresso.

Adicionalmente, tenho realizado uma série de trabalhos com empresas ao longo dos anos. Além da Tigre já descrito anteriormente, podem-se mencionar uma seqüência de trabalhos numérico-experimentais para a Renault e Petrobrás, como listados no item *Assessoria e consultoria* e em *Trabalhos técnicos no Currículo Lattes*, além de muitos outros trabalhos para empresas de pequeno e médio porte. Algumas dessas pequenas empresas foram responsáveis por trabalhos interessantes, como o projeto detalhado de um forno de autoclave para têmpera de vidros, descrito em *Trabalhos técnicos*, item 9, do *Currículo Lattes*.

Finalmente, menciono a **co-organização de um Simposio**, em 2011, em sua edição de Florianópolis.

Organização: Eduardo A Fancello, Paulo de Tarso R. Mendonça, Marcílio Alves (USP).

Third International Symposium on Solid Mechanics MECSol 2011.

Referências adicionais : Brasil/Inglês. Meio de divulgação: Impresso.

Escopo: The Symposium aims at gathering specialists in the field of Solid Mechanics for an in depth discussion of the many aspects covered by this large branch of science and technology. Papers to be presented at the Symposium are expected to focus on fundamental and applied issues, including computational, theoretical and experimental contributions, drawing upon the various branches of engineering science and the allied areas within applied mathematics, materials science, structural engineering and applied physics. Selected articles will be published in a special edition of the Latin American Journal of Solids and Structures www.lajss.org.

7 ATIVIDADES ATUAIS E PERSPECTIVAS FUTURAS

Minhas atividades de pesquisa para os próximos anos encontram-se descritas com algum detalhe na proposta de projeto de pesquisa aprovada no CNPq, cuja cópia pode ser vista no ANEXO II do presente texto. No geral, posso sintetizar as atividades de pesquisa, ensino e extensão, não apenas para os próximos anos, mas tentando vislumbrar um pouco um horizonte um pouco mais distante, na seguinte lista:

- Continuidade das pesquisas com aplicações de GFEM-C0 e -Ck em problemas singulares, seguindo a parceria com meu ex-doutorando Diego A. F. Torres, atualmente na Universidade de Londrina. Alguns assuntos já se encontram em estado de finalização para submissão de publicações em periódicos em 2015 e 2016, principalmente nos procedimentos de **estimativa de erro a-posteriori usando método flux-free**.
- Continuidade da pesquisa em problemas de fenômenos localizados, como no caso de plasticidade confinada, seguindo os resultados obtidos pela minha doutoranda Andresa Freitas. Nessa mesma linha, pretendo dar continuidade na modelagem de campos singulares localizados e estratégias não-intrusivas de acoplamento dos problemas local-global.
- Nos próximos dois anos, aproximadamente, pretendo finalizar e **publicar os dois livros** descritos na página 15, de Mecânica dos Sólidos (graduação) e Métodos Numéricos.
- **Pesquisa em métodos de estimativas de erro a-posteriori por campo de tensões admissíveis.** Essa linha de pesquisa, iniciada em meu estágio pós-doutoral, está no ponto de render seus primeiros frutos concretos em forma de publicações, ainda no presente ano. O ANEXO II faz uma descrição razoavelmente detalhada de alguns aspectos matemáticos das propostas de pesquisa nessa área. Essa é uma linha bastante importante devido à carência de métodos adequados à estimativa de erros em tensões em placas e cascas laminadas de materiais

compostos, que possam ser usadas também como forma de método de extração de campos mais precisos a partir da solução aproximada do MEF ou do GFEM. Os modelos já desenvolvidos por mim serão usados como base para uma nova orientação de doutorado que se inicia em 2015. Devo observar que uma parceria importante e promissora se constrói com o LMT-Cachan, França, particularmente com o prof. Ludovic Chamoin, nessa área.

No momento disponho de um horizonte acadêmico de 14 anos antes da aposentadoria, de forma que posso vislumbrar um período mais afastado de atividades. Além da consolidação de minhas pesquisas e orientações, pretendo retomar a linha de elaboração de livros, agora em inglês, para um mercado internacional (embora com disponibilização de versão em Português online), cobrindo tópicos avançados da mecânica dos sólidos computacional, métodos especiais como o GFEM e suas variantes, métodos multi-escala, métodos de estimativa de erro *a-posteriori*, problemas multi-física específicos, dentre outros. Nessa empreitada conto com a participação de toda a rede de parceiros de pesquisa que tenho construído nos últimos anos.

Uma palavra final sobre a auto-avaliação de minha carreira acadêmica até o momento. Ao longo dos anos busquei explorar ao máximo as oportunidades que se apresentavam em cada fase, o que resultou em algumas atividades de peso considerável, ora em iteração com o estado, ou com a iniciativa privada, com o ensino de graduação (fui o proponente inicial e um dos atores permanentes em todo o trabalho de remodelagem do Curso de Graduação em Engenharia Mecânica da UFSC, além de membro do seu colegiado), criador de diversas disciplinas de graduação e pós-graduação, membro do colegiado de pós-graduação, orientador de alunos de graduação, de mestrado e doutorado, liderei equipes, fui autor e co-autor de artigos publicados nos melhores periódicos da área, pesquisador do CNPq e autor de um livro que recebe críticas excepcionais de todos os que o examinam. Além disso, considero que no momento presente encontro-me numa via ascendente de produtividade e de amadurecimento que devem gerar frutos no futuro.

Florianópolis, janeiro/2015

Prof. Paulo de Tarso Rocha de Mendonça, Ph.D.

ANEXO I - CURRÍCULO LATTES



Paulo de Tarso Rocha de Mendonça

Endereço para acessar este CV: <http://lattes.cnpq.br/2571636717333925>

Última atualização do currículo em 22/01/2015

Bolsista de produtividade em pesquisa do CNPq - Nível 2

Resumo informado pelo autor

Possui graduação em Engenharia Mecânica pela Universidade de Brasília (1980), mestrado em Engenharia Mecânica pela Universidade Federal de Santa Catarina (1983) e doutorado em Engenharia Mecânica - Universidade de Minnesota (1995). Estágio Pós-doutoral em 2012/2013 no Laboratoire de Mechanique et Technologie da École Normale Supérieure de Cachan, França, na área de estimativa a-posteriori de erros em modelos numéricos. Desde 1984 trabalha na Universidade Federal de Santa Catarina, Departamento de Engenharia Mecânica, onde atualmente é professor Associado 4. Trabalha na área Mecânica dos Sólidos Computacional, atuando principalmente nos seguintes temas: análise numérica de componentes de materiais compostos, desenvolvimento do método de elementos finitos, com ênfase em elementos finitos generalizados e estimativa de erros de modelagem e de modelo.

(Texto informado pelo autor)

Dados pessoais

Nome	Paulo de Tarso Rocha de Mendonça
Filiação	Raimundo Furtado de Mendonça e Maria de Sena Rocha Mendonça
Nascimento	04/05/1958 - São Paulo/SP - Brasil
Carteira de Identidade	28333 CREA - SC - 30/08/1989
CPF	149.822.691-49
Endereço residencial	Rua João Pio Duarte, 84 - Florianópolis 88040-900, SC - Brasil
Endereço profissional	Universidade Federal de Santa Catarina, Centro Tecnológico, Departamento de Engenharia Mecânica Universidade Federal de Santa Catarina - Depto. Engenharia Mecânica - Florianópolis 88040-900, SC - Brasil Telefone: 48 37219899
Endereço eletrônico	E-mail para contato : mendonca@grante.ufsc.br e-mail alternativo : paulo-rm1@hotmail.com

Formação acadêmica/titulação

- 1991 - 1995** Doutorado em Engenharia Mecânica.
University of Minnesota System, UMN, Minneapolis, Estados Unidos
Título: Computation of Secondary Variables by a Modified Local Green's Function Method, Ano de obtenção: 1995
Orientador: William Hammer Warner
Bolsista do(a): Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior
Palavras-chave: Elementos finitos, ANÁLISE DE TENSÕES, Elementos de Contorno
- 1982 - 1983** Mestrado em Engenharia Mecânica.
Universidade Federal de Santa Catarina, UFSC, Florianópolis, Brasil
Título: A Finite Element Formulation for multilayered thin shells (in Portuguese), Ano de obtenção: 1983
Orientador: Clovis Sperb de Barcellos 
Bolsista do(a): Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior
Palavras-chave: Elementos finitos, ANÁLISE DE TENSÕES, Materiais compostos, Cascas
- 1976 - 1980** Graduação em Engenharia Mecânica.
Universidade de Brasília, UNB, Brasília, Brasil, Ano de obtenção: 1980

Pós-doutorado

- 2012 - 2013** Pós-Doutorado .
École Normale Supérieure de Cachan, ENS/Cachan, Cachan, França
Bolsista do(a): Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior

Áreas de atuação

1. Mecânica dos Sólidos Computacional
2. Mecânica dos Corpos Sólidos, Elásticos e Plásticos
3. Materiais Conjugados Não-Metálicos
4. Mecânica das Estruturas

Projetos

Projetos de pesquisa

- 2011 - Atual** Desenvolvimentos no GFEM de continuidade arbitrária e estimativa de erros em fitxção de placas multi-laminadas
- Descrição: O presente projeto de pesquisa propõe novas investigações relacionadas ao Método de Elementos Finitos Generalizados, GFEM, utilizando funções de aproximação de continuidade arbitrária, envolvendo formulação, análise e simulação computacional de modelos para dois níveis de investigação, ambos associados ao GFEM de continuidade arbitrária (GFEM-Ck), aplicado a um grupo de problemas mecânicos clássicos como o problema de fitxção de placas e painéis laminados de materiais compostos, plasticidade, abertura de trincas. A aplicação sobre esses problemas deve-se não apenas à importância que eles tem nas situações diárias de análise e projeto estrutural e de mecânica dos sólidos, mas porque o comportamento do GFEM-Ck nesses problemas servem de referência para a previsão do comportamento em uma quantidade muito maior de problemas que são regidos por modelos matemáticos similares. O primeiro nível de investigação é num amplo conjunto de estratégias para estimativa a-posteriori de erros de discretização e de modelo, em norma de energia e também em quantidade de interesse, em problemas discretizados pelo GFEM-Ck. O problema considerado na presente proposta é o de erros no problema elastostático de fitxção de placas laminadas, considerando em especial os erros nas tensões transversais e nas tensões interlaminares. As estratégias previstas para estimativa de erro são baseadas na família de estimadores por relação constitutiva (CRE) (também referidas como estimadores baseados em campos de deslocamento e de tensões admissíveis). Como parte dessa estratégia, é previsto o uso da técnica Proper Generalized Decomposition (PGD) para uma determinação eficiente de campo de tensões admissíveis tri-dimensionais nos elementos, o que se constitui numa das contribuições inovadoras do projeto proposto para a estimativa dos erros de modelo. Uma outra contribuição da proposta é o uso de uma base polinomial hierárquica, desenvolvida para satisfazer perfeitamente as equações de equilíbrio do modelo no domínio do elemento. Esta visa também obter um campo de esforços admissíveis de qualidade para uso nos procedimentos de estimativa de erro de discretização propostos. A segunda parte do projeto é sobre desenvolvimentos no GFEM-Ck e sua aplicação em alguns problemas estruturais. Aqui inserem-se investigações sobre o controle da singularidade tipicamente observada na matriz de rigidez, que é consequência da base do GFEM; estudos sobre técnicas eficientes de imposição de condições de contorno em formas forte e fracas, analisar o comportamento do GFEM-Ck no problema de deformações moderadamente grandes de painéis laminados via equações cinemáticas tipo von Karman. Esse modelo exige funções de deslocamentos de continuidade C1, que são naturalmente providas pelo GFEM-Ck. Adicionalmente se prevê uma investigação sobre a análise de problemas em que ocorre plasticidade em regiões limitadas do corpo, circundada por meio elástico, via uma técnica de GFEM-Ck dita global-local, que envolve dois níveis de refinamento de malha, e a geração de uma função de enriquecimento numérica para uso no nível global da análise. Como resultado se tem uma análise global efetuada com malha grosseira, enriquecida na região de plasticidade contida.
- Situação: Em andamento Natureza: Projetos de pesquisa
Alunos envolvidos: Graduação (2); Mestrado acadêmico (2); Doutorado (2);
Integrantes: Paulo de Tarso Rocha de Mendonça (Responsável); ; Clovis Sperb de BARCELLOS; Diego Amadeu Furtado Torres Financiador(es): Conselho Nacional de Desenvolvimento Científico e Tecnológico-CNPq
- 2009 - Atual** Desenvolvimento de técnicas para modelagem de descontinuidades em mecânica da fratura, usando GFEM com interpolação transfinita em nós livres
- Descrição: O presente projeto visa propor e desenvolver técnicas para a construção de enriquecimentos descontínuos para GFEM / XFEM, primeiramente, e verificar sua aplicabilidade em problemas de mecânica da fratura frágil. Pretende-se utilizar uma Partição da Unidade baseada simultaneamente em malha e em nós livres de malha, com continuidade arbitrária e cujo enriquecimento descontínuo, construído via Interpolação Transfinita, seja adicionado sobre as funções dos nós livres. Espera-se que a estratégia resulte robusta o suficiente para modelagem de descontinuidades fixas e evolutivas, reduzindo ou excluindo o erro oriundo da descontinuidade inerente de aproximações C0 e da interferência entre porções enriquecidas e não enriquecidas do domínio.
- Situação: Em andamento Natureza: Projetos de pesquisa
Alunos envolvidos: Doutorado (2);
Integrantes: Paulo de Tarso Rocha de Mendonça (Responsável); ; Clovis Sperb de BARCELLOS; Diego Amadeu Furtado Torres Financiador(es): Conselho Nacional de Desenvolvimento Científico e Tecnológico-CNPq
- 2008 - 2012** Análise e projeto estrutural de componentes termoplásticos.
- Descrição: Desenvolvimento de procedimentos de análise numérica por elementos finitos e de técnicas experimentais para análise do comportamento estrutural a auxilio ao projeto de peças plásticas de tipo termoplásticas. As peças são de bens de consumo duráveis, como tubos e conexões de água e similares, e produtos de consumo domésticos. Os fenômenos físicos em estudo são: (a) efeito viscoelástico linear e não linear no domínio do tempo; (b) simulação da resposta ao impacto em condições de ensaio normalizados.
- Situação: Concluído Natureza: Projetos de pesquisa
Alunos envolvidos: Graduação (4); Mestrado acadêmico (1);
Integrantes: Paulo de Tarso Rocha de Mendonça (Responsável); ; E.A. FANCELLO; Edison da Rosa
- Projetos de desenvolvimento tecnológico**
- 2003 - 2011** Capacitação no Projeto de Peças Extrudadas e Injetadas de Plástico
- Descrição: Este projeto tem como objetivo o desenvolvimento de técnicas de projeto, análise e ensaio de peças de plástico. Especificamente, consolidar a capacidade de testar e caracterizar propriedades mecânicas de materiais poliméricos, em particular termoplásticos, e de analisar e projetar componentes fabricados por estes materiais. Busca-se montar uma infraestrutura laboratorial e de pessoal para a realização de ensaios mecânicos, tração, flexão e fluência, e ensaios acelerados e em frequência. Consolidação da infraestrutura computacional e de pessoal para a análise, verificação e otimização de peças plásticas.
- Situação: Concluído Natureza: Projetos de desenvolvimento tecnológico
Alunos envolvidos: Graduação (4); Mestrado acadêmico (3); Doutorado (1);
Integrantes: Paulo de Tarso Rocha de Mendonça (Responsável); ; Eduardo Alberto Fancelli; Edison da Rosa Financiador(es): Financiadora de Estudos e Projetos-FINEP
- Projeto de extensão**
- 2008 - 2010** Curso de Especialização em Desenvolvimento de Componentes Automotivos
- Descrição: Curso de Especialização de 405 horas, 26 disciplinas, montado sob encomenda e oferecido a engenheiros de empresa do setor automobilístico, em Limeira, SP. O curso envolve 14 professores e 34 alunos. Curso presencial. Atuação no projeto como Coordenador e como professor em disciplinas de Mecânica dos Sólidos e análise estrutural por Elementos finitos para problemas estáticos e dinâmicos.
- Situação: Concluído Natureza: Projeto de extensão
Alunos envolvidos: Especialização (34);
Integrantes: Paulo de Tarso Rocha de Mendonça (Responsável); ; Financiador(es): Arvin Meritor do Brasil-ARVIN

Idiomas

Inglês	Compreende Bem , Fala Bem , Escreve Bem , Lê Bem
Espanhol	Compreende Bem , Lê Bem
Francês	Compreende Razoavelmente , Fala Razoavelmente , Escreve Razoavelmente , Lê Bem
Português	Compreende Bem , Fala Bem , Escreve Bem , Lê Bem

Produção

Produção bibliográfica

Artigos completos publicados em periódicos

1. Freitas, Andresa, TORRES, D. A. F., **Mendonça, P.T.R.**, de Barcellos, Clovis S.. 2014. Comparative analysis of Ck- and C0-GFEM applied to two-dimensional problems of confined plasticity In Latin American Journal of Solids and Structures. , v.1, 1
Palavras-chave: Generalized finite element method, Smooth Generalized Finite Element Method, Plasticidade
Referências adicionais: Inglês. Meio de divulgação: Meio digital. Home page: [http://www.lajss.org/]
2.  Torres, Diego Amadeu F., de Barcellos, Clovis S., **MENDONÇA, PAULO DE TARSO R.** 2014. Effects of the smoothness of partitions of unity on the quality of representation of singular enrichments for GFEM/XFEM stress approximations around brittle cracks In Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering. , v.1, 1-1
Palavras-chave: Ck continuous approximation function, Estimadores de erro, Partition of Unity Method, Crack opening
Referências adicionais: Inglês. Meio de divulgação: Vários. Home page: [http://authors.elsevier.com/td/article/S0045782514003090][doi:10.1016/j.cma.2014.08.030]
3.  **MENDONÇA, PAULO DE TARSO R.**, de Barcellos, Clovis S., Torres, Diego Amadeu F.. 2012. Robust generalized FEM approximations for higher-order conformity requirements: Application to Reddy's HSDT model for anisotropic laminated plates In Composite Structures. , v.1, 1
Palavras-chave: Ck continuous approximation function, Generalized finite element method, Partition of Unity Method, Composite materials, HSDT Reddy GFEM
Referências adicionais: Inglês. Meio de divulgação: Impresso
ABSTRACT: The Third-order Plate Theory proposed by Reddy for modeling laminated composite plates has earned wide acceptance in the engineering community. It involves the same five generalized displacement components u_0 ; v_0 ; w_0 ; tx ; ty as the first-order models (e.g. Mindlin's) and, at the same time, its higher-order expansion across the thickness enables it to provide more accurate displacements and layer-wise stress estimates. However, its FEM implementation is somewhat hindered by the need to employ a C1 continuous basis for the transverse displacement w_0 . In this paper, an instance of the Generalized Finite Element Method, GFEM, which allows an arbitrary Ck continuity, is used to solve arbitrary anisotropic laminated composite plate bending problems. The resultant basis functions naturally exhibit inter-element continuity and can be easily enriched to generate arbitrary p-enriched basis functions. These characteristics result in excellent abilities in terms of approximating the layer stresses. In particular, the high degree of the basis, combined with its continuity, enables the transverse shear stresses to be integrated from the local equilibrium equations, and also post-processed in a scaling operation explored by the authors to provide additional accuracy of the estimates across the thickness. Additionally, all of the estimated strain and stress fields are naturally continuous, without the need for any heuristic averaging or smoothing operation. The procedure is robust enough to allow for Partition of Unity (PoU) construction free of geometrical restrictions on the elements and it is suitable for mixed Ck-C0 formulations, using continuous functions only for those variables which require such continuity, in order to reduce the computational cost. The method is implemented with three-node triangular elements, and its performance is illustrated through comparisons with analytic solutions, with special emphasis on the computation of the transverse stress f
4.  **Tarso R. Mendonça, Paulo**, de Barcellos, Clovis S., Torres, Diego Amadeu F.. 2011. Analysis of anisotropic Mindlin plate model by continuous and non-continuous GFEM In Finite Elements in Analysis and Design. , v.47, 698-717
Referências adicionais: Inglês. Meio de divulgação: Impresso. Home page: [http://www.elsevier.com/locate/finel]
Abstract: This paper presents a generalized finite element formulation with arbitrarily continuous unknown fields for static bending analysis of anisotropic laminated plates based on Mindlin's kinematical model. This consists of an extension of the work of Barcellos et al. (2009) [39] to moderate thick plates and also exploits the properties of smooth approximation functions built from the Duarte extension of Edwards' procedure (Duarte et al., 2006 [44]) in the framework of the so-called Ck-GFEM. The strategy is suitable for p- and k-enrichments on a fixed mesh of finite elements and its accuracy is evaluated in numerical experiments against analytical solutions. The performance is compared to the standard C0-GFEM/XFEM approach and several topics of concern are investigated, such as the required number of integration points for the computation of the element matrices, the influence of the degree of polynomial enrichment, the degree of inter-element continuity chosen for the basis functions, the effect of laminate thickness and the sensitivity to mesh distortions and its relation with the stiffness matrix conditioning. Errors in-plane and transverse shear stresses are computed. The smoothness contributes to the accuracy in terms of the energy norm and furnishes better derivatives of the solution fields, leading to better post-processed transverse shear stresses, which can be further improved by a proposed heuristic procedure..
5.  Torres, Diego Amadeu F., **MENDONÇA, Paulo de Tarso Rocha de**, de Barcellos, Clovis S.. 2011. Evaluation and verification of an HSDT-Layerwise generalized finite element formulation for adaptive piezoelectric laminated plates In Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering. , v.200, 675-691
Referências adicionais: Inglês. Meio de divulgação: Impresso
Abstract: A formulation for the bending analysis of composite laminated plates with piezoelectric layers is implemented using the Generalized Finite Element Method. This formulation is derived from a mechanical description based on Higher-Order Shear Deformation Theory which allows for the use of C0 continuous approximation functions on the domain. On the other hand, a Layerwise Theory is employed for interpolation of electric potential across the thickness of piezoelectric layers, in such a way that the kinematical hypotheses result in a mixed model. The paper presents an analysis of the approximation capability of the proposed numerical model for static analysis, using C0 continuous Partition of Unity and polynomial enrichments to span the approximation spaces, by assessment of convergence. Analytical solutions obtained from the same kinematical hypotheses are used as references. Results for relative error in the energy norm considering p- and h- refinements for regular and distorted meshes, in addition to a pointwise evaluation of the stresses and electric field, are presented. The evaluations show that the numerical methodology is a very effective tool for improving the solution through the enrichment, even for pointwise values across the thickness, and is robust to mesh distortions. Moreover, the results furnish insight about the physical modeling for both active and sensory modes, for thick and thin plates.
6.  **Torres, D A F. MENDONÇA, Paulo de Tarso Rocha de**. 2010. Analysis of piezoelectric laminates by generalized finite element method and mixed layerwise-HSDT models In Smart Materials and Structures (Print). , v.19, 035004
Palavras-chave: elementos finitos generalizados, Atuadores piezoelétricos
Referências adicionais: Inglês. Meio de divulgação: Impresso
ABSTRACT: This paper presents a procedure to numerically analyze the coupled electro-structural response of laminated plates with orthotropic fiber reinforced layers and piezoelectric layers using the Generalized Finite Element Method (GFEM). The mechanical unknowns, the displacements, are modeled by a Higher-Order Shear Deformation Theory (HSDT) of the third order, involving seven generalized displacement functions. The electric unknowns, the potentials, are modeled by a Layerwise Theory, utilizing piecewise linear functions along the thickness of piezoelectric layers. All fields are enriched in the in-plane domain of the laminate, according to the GFEM, utilizing polynomial enrichment functions, defined in global coordinates, applied on bilinear Partition of Unity defined on each element. The formulation is developed from an extended Principle of Hamilton and results in a standard discrete algebraic linear motion equation. Numerical results are obtained for some static cases and are compared with several numerical and experimental results published in the literature. These comparisons show consistent and reliable responses from the formulation. In addition, the results show that GFEM meshes require the least number of elements and nodes possible for the distribution of piezoelectric patches and the enrichment provides more flexibility to reproduce the deformed shapes of adaptive laminated plates.
7.   Torres, Diego Amadeu F., **MENDONÇA, Paulo de Tarso Rocha de**. 2010. HSDT-layerwise analytical solution for rectangular piezoelectric laminated plates In Composite Structures. , v.92, 1763-1774
Referências adicionais: Inglês. Meio de divulgação: Impresso
Abstract: The present paper develops a formulation for laminated plates with extensional distributed piezoelectric sensors/actuators. This formulation is based on linear electroelasticity, and an equivalent single layer is used for the mechanical displacement field, applying a Higher-Order Shear Deformation Theory (HSDT), whereas a layerwise discretization is used in the thickness direction for the electric potential. The electric and mechanical local equilibrium equations and local constitutive equations for the problem are identified. The Principle of Virtual Work is used to derive the dynamic equilibrium equations in

terms of generalized forces and the consistent boundary conditions. The piezoelectric laminate constitutive equations are built and used to write the equations of motion in terms of generalized displacements. Finally, analytical solutions for simply supported square laminates with piezoelectric layers are developed. The entire laminate, composed of the base structure and piezoelectric layers, can be arbitrary orthotropic. The solution is adequate for an arbitrary number of piezoelectric layers and stacking positions. Moreover, the solution takes into account all material coefficients, whether mechanical, piezoelectric or dielectric. Analytical results are obtained for static bending, both in sensor and actuation modes, and for free vibration of symmetric cross-ply laminates with piezoelectric layers externally bonded to the plate.

8.  **BARCELLOS, C. S.; MENDONÇA, Paulo de Tarso Rocha de**; DUARTE, C. A.. 2009. A Ck continuous generalized finite element formulation applied to laminated Kirchhoff plate In Computational Mechanics. , v.44, 377-393
Palavras-chave: Generalized finite element method, Ck continuous approximation function, Partition of Unity Method, Kirchhoff plate FEM
Referências adicionais : Inglês.
Abstract A generalized finite element method based on a partition of unity (POU) with smooth approximation functions is investigated in this paper for modeling laminated plates under Kirchhoff hypothesis. The shape functions are built from the product of a Shepard POU and enrichment functions. The Shepard functions have a smoothness degree directly related to the weight functions adopted for their evaluation. The weight functions at a point are built as products of C^∞ edge functions of the distance of such a point to each of the cloud boundaries. Different edge functions are investigated to generate Ck functions. The POU together with polynomial global enrichment functions build the approximation subspace. The formulation implemented in this paper is aimed at the general case of laminated plates composed of anisotropic layers. A detailed convergence analysis is presented and the integrability of these functions is also discussed.
9.  **Garcia, Oscar A.; Fanello, Eduardo Alberto; Tarso R. Mendonça, Paulo**. 2009. Developments in the application of the generalized finite element method to thick shell problems In Computational Mechanics. , v.44, 669-682
Palavras-chave: Generalized finite element method, Shells
Referências adicionais : Inglês.
ABSTRACT: This paper develops and analyzes two techniques to extend the use of GFEM techniques to structural shell problems. The first one is a procedure to define local domains for enrichment functions based on the use of pseudo-tangent planes. The second one is a procedure for imposing homogeneous essential boundary conditions and treatment of boundary layer problems by utilizing special functions. The main idea supporting the pseudo-tangent proposition is the separation of the geometric description, with its intrinsic distortions with respect to the physical domain, from the approximation space, which is defined in a locally undistorted domain. The treatment of essential boundary conditions allows an adequate enrichment in the boundary vicinity, preserving the completeness of the polynomials defining the basis functions. A set of numerical cases are tested in order to show the behavior of the proposed strategies, and a number of observations are drawn from the results, as follows. First, the technique of constructing the enrichment functions on a pseudo-tangent plane shows good results, even with strongly curved shell surfaces. With respect to the locking problem, the method behaves in a similar way as the classical hierarchical FEM methods, avoiding locking for appropriate levels of p-refinements. The procedure considered to impose essential boundary conditions in strong form appears to be more accurate than with the penalty or Lagrange multiplier methods. The inclusion of exponential modes for the treatment of boundary layers in shells provided extremely good results, even with integration elements much larger than the shell thickness.
10. MANGONI, C., **SCHROETER, R. B.**, MENDONÇA, Paulo de Tarso Rocha de. 2006. Estudo do comportamento das forças no fresamento por simulação e análise de elementos finitos In Máquinas e Metais. , v.ano 43, 170-189
Palavras-chave: Fresamento
Referências adicionais : Português. Meio de divulgação: Impresso
RESUMO: O presente trabalho abrange duas grandes áreas da engenharia mecânica, onde são determinadas teórico-experimentalmente forças no fresamento frontal para servir como dados de entrada na análise dinâmica por elementos finitos em peças de baixa rigidez submetidas aos esforços alternados do processo de fresamento. A possibilidade de ação de vários gumes ao mesmo tempo na peça, a contínua variação da espessura do cavaco e as conseqüências do corte interrompido dificultam uma descrição teórica e genérica da influência destas variáveis no processo. O número de variáveis envolvidas neste processo inviabilizaram, até recentemente, a tentativa de extrair dados confiáveis através da simulação computacional. Porém, com o aprimoramento de métodos próprios, juntamente com o desenvolvimento de programas e computadores, a simulação está se tornando cada vez mais viável. As forças de corte presentes nos processos de torneamento e fresamento podem ser reproduzidas por modelos propostos por Kienzle e Altintas, entre outros. Para a previsão de forças no fresamento foi proposto um modelo que utiliza as constantes de Kienzle. Essas constantes experimentais relacionam força, espessura usinada e profundidade de corte, e dependem do material a ser usinado e de características da ferramenta. Estas alimentam modelos numéricos como o método de elementos finitos para prever sobrecarga na ferramenta ou situações desfavoráveis à usinagem, permitindo assim que as condições de corte possam ser revistas e corrigidas antes que o processo tenha início. O método de elementos finitos encontra-se firmemente estabelecido como uma ferramenta numérica poderosa e popular, inicialmente consagrada em aplicações de análise estrutural. Atualmente, este método vem sendo aplicado com sucesso em várias áreas, dentre elas, a de usinagem. Uma vez determinado o comportamento das forças no fresamento, esses resultados são utilizados como dados de entrada em um modelo de elementos finitos para uma análise dinâm
11. MENDONÇA, Paulo de Tarso Rocha de, **BARCELLOS, C. S.**, DUARTE, C. A.. 2000. Investigations on Timoshenko Beam Problems Using the hp-Clouds In Computational Mechanics. , v.25, 286-295
Palavras-chave: Elementos finitos, ANÁLISE DE TENSÕES, elementos finitos generalizados
Referências adicionais : Inglês. Meio de divulgação: Impresso

Livros publicados

1.  **MENDONÇA, Paulo de Tarso Rocha de**. 2005. Materiais Compostos e Estruturas Sanduiches - Projeto e Análise d ed 1. vols 1, p. 658. Barueri - SP: Editora Manole Ltda.
Palavras-chave: Materiais compostos, Projeto Mecânico, ANÁLISE DE TENSÕES, Cascas, Elementos finitos
Referências adicionais : Brasil/Português. Meio de divulgação: Impresso, ISBN: 8520418811
ÍNDICE RESUMIDO 1. Considerações gerais. PARTE I - PROJETO DE COMPOSTOS E SANDUÍCHES 2. tipos de compostos, fibras e matrizes 2.1 Tipos de compostos. 2.2 Tipos e propriedades de fibras 2.3 Tipos e propriedades das matrizes 2.4 Proessos de fabricação de compostos 2.4 Lista de exercicios 3. Revisão de elasticidade linear 4. Micromecânica de uma lâmina 5. Macromecânica de uma lâmina 5.1 Relações tensão-deformação em materiais elástico-lineares ortotrópicos 5.6 Resistência de uma lâmina ortotrópica 5.7 Critérios de falha 5.8 Lista de exercicios 6. Placa delgada isotrópica 6.1 Flexão de viga 6.3 Placas isotrópicas: equações cinemáticas, eqs. de movimento. 6.6 Casos de placas retangulares simplesmente apoiadas e sob flexão pura 6.10 Tensões de membrana 6.11 Lista de exercicios 7. Análise de um laminado 7.1 Teoria clássica de laminação 7.3 Determinação de tensões e deformações nas lâminas 7.4 Análise de resistência do laminado. Análise de falha inicial. Curva carga x deformação. 7.5 Módulos de mantas de fibras curtas aleatórias 7.6 Placas metálicas com "stiffeners" e grelhas metálicas 7.7 Lista de exercicios 8. Tensões higrótérmicas 8.1 Deflexão em vigas bimateriais sob efeito térmico 8.2 Tensões térmicas em painéis laminados 8.3 Cargas de ruptura do laminado 8.4 Lista de exercicios 9. Projeto e análise de vigas laminadas 9.1 Análise de vigas longas de seção plana, tensões interlaminares 9.2 Módulos de elasticidade homogeneizados 9.3 Perfis estruturais não planos. Tração, flexão. Fases isotrópicas e ortotrópicas. 9.6 Torção de eixos. Seções circular, não-circular de parede fina. 9.8 Deflexão de vigas planas de Timoshenko 9.10 Lista de exercicios 10. Estruturas sanduiche 10.2 Adesivos e construção de painéis sanduiche 10.3 Modos de falha 10.4

Capítulos de livros publicados

1.  **GARCIA, O. A.**, **FANCELLO, E. A.**; **MENDONÇA, Paulo de Tarso Rocha de**. 2005. Special problems in the application of the Generalized Finite Element Method to shell analysis In Applications of Computational Mechanics in Structures and Fluids, edited by Idelsohn, S. R., Sonzogni, V.. e ed 1, 254-273. Barcelona: CIMNE - International Center for Numerical Methods in Engineering
Palavras-chave: elementos finitos generalizados, Cascas, Materiais compostos
Referências adicionais : Espanha/Inglês. Meio de divulgação: Impresso, ISBN: 849599854
2. **MENDONÇA, Paulo de Tarso Rocha de**, **BARCELLOS, C. S.**, WARNER, W. H.. 1995. The Local Assembled Form of MLGFM In Boundary Elements XVII, edited by C.A. Brebbia; S. Kim; T.A. Osswald; H. Power. Vol. 17, 99-108. Southampton: Computational Mechanics Publications

Palavras-chave: Elementos de Contorno
 Referências adicionais : Inglaterra/Inglês. Meio de divulgação: Impresso, ISBN: 1853123242

Trabalhos publicados em anais de eventos (completo)

1. Torres, Diego Amadeu F., de Barcellos, Clovis S., **MENDONÇA, Paulo de Tarso Rocha de**. 2013. Benefits provided by partitions of unity with high regularity in crack modeling by generalized/extended FEM In *XXXIV Iberian Latin-American Congress on Computational Methods in Engineering XXXIV Iberian Latin-American Congress on Computational Methods in Engineering Pirenópolis-GO 2013* 1 1-20
 Palavras-chave: Ck continuous approximation function, Estimadores de erro, Mecânica da fratura
 Referências adicionais : Brasil/Inglês. Meio de divulgação: Meio digital
 The classical XFEM / GFEM converges with similar rate that FEM unless the enrichment is applied in a fixed area independently of the mesh parameter h and requiring some treatment in the transition zone. Thus, in order to achieve better convergence rates more DOF are generated due the larger amount of nodes enriched. In this work, it is shown that improvements may be obtained performing enrichment over PoU with higher regularity. Mesh-based smooth PoU can be built through the so-called Ck-GFEM framework over which appropriate enrichments can be applied. Approximation capabilities are investigated via convergence analysis of h and p versions considering global measures. Severity crack parameters are also computed in order to verify the local quality of the approximations. For this purpose, the Eshelbian mechanics provides a simple and convenient way to obtain configurational forces that are related to the J -integral, through post-processing the computed displacement field and not demanding field decomposition method in case of mixed mode cracks. The performance of the smooth approximations is compared to the $C0$ counterparts built using conventional FEM-based PoU.
2. Freitas, Andresa, **MENDONÇA, Paulo de Tarso Rocha de**, de Barcellos, Clovis S., TORRES, D. A. F.. 2013. CONVERGENCE ANALYSIS OF CK-GFEM APPLIED TO TWO-DIMENSIONAL ELASTOPLASTIC PROBLEMS In *XXXIV Iberian Latin-American Congress on Computational Methods in Engineering XXXIV Iberian Latin-American Congress on Computational Methods in Engineering Pirenópolis-GO 2013* 1 1-15
 Palavras-chave: Ck continuous approximation function, elementos finitos generalizados, Plasticidade
 Referências adicionais : Brasil/Inglês. Meio de divulgação: Meio digital
 ABSTRACT: For many practical applications in engineering, a complex structure shows linear elastic behavior over large areas, but exhibits confined plasticity contained in some small critical regions. For analysis of these cases it is proposed the modeling using the Ck-GFEM. The first goal of this study is to verify the GFEM implementation for two-dimensional elastoplasticity and, after that, introduce an investigation trying to enlighten some advantages of higher-regularity partitions of unity against conventional $C0$ counterparts. The enrichment is made with polynomial functions and global convergence measures are compared with analytical solutions. The irreversible response and hardening effects of the material is represented by the rate independent $J2$ plasticity theory with linear isotropic hardening of material and von Mises yield criteria, being considered only monotonic loading and the kinematics of small displacements and small deformations. The present results constitute the initial step of a larger work which aims to use the Ck-GFEM in the local problem of the Global-Local GFEM framework.
3. **MENDONÇA, Paulo de Tarso Rocha de**, Freitas, Andresa, **BARCELLOS, C. S.**. 2011. Finite element modeling of coupled elastoplasticity-orthotropic damage for metals In *Analís de COBEM 2011 - 21st International Congress of Mechanical Engineering COBEM 2011 - 21st International Congress of Mechanical Engineering Natal 2011* 1 1-1
 Palavras-chave: Damage, Solid mechanics
 Referências adicionais : Brasil/Inglês. Meio de divulgação: Meio magnético
 Abstract. In this paper, a three-dimensional ductile damage model based on principles of continuum mechanics is analyzed. The hypothesis of strain equivalence and the concept of effective stress, according to a methodology based on the thermodynamics of irreversible processes govern the model. The theories of elastoplasticity and damage (Lemaitre model) are coupled to perform a numerical simulation of the evolution of damage in structures through the finite element method (FEM). Postulates of damage mechanics in solid medium are used to incorporate the damage as an internal variable to the model. An isotropic scalar damage variable is firstly used and later the anisotropy in the distribution of microcracks is introduced through the orthotropic damage which is represented by a second order symmetric tensor. The program developed is based on FEM and the constitutive model of Lemaitre is suitable for metallic materials, considering an isotropic material behavior with linear isotropic hardening and von Mises yield criteria. The corresponding numerical algorithm integrating the constitutive equations is based on a prediction step (elastic trial state) and a correction step (plastic/damage corrector state), and the implementation of the numerical simulation was performed using the MATLAB®. The algorithm for integration and mapping of return based on the constitutive model are presented, as well as the numerical results. Keywords: orthotropic damage, damage mechanics, elastoplasticity, Finite Element Method.
4. **MENDONÇA, Paulo de Tarso Rocha de**, Freitas, Andresa. 2010. Modelagem da evolução do dano ortotrópico acoplado à elastoplasticidade em metais In *Analís do CILAMCE 2010 - XXXI Iberian-Latin-American Congress on Computational Methods in Engineering CILAMCE 2010 - XXXI Iberian-Latin-American Congress on Computational Methods in Engineering Buenos Aires 2010* 1 1-1
 Palavras-chave: Dano, Solid mechanics
 Referências adicionais : Brasil/Português. Meio de divulgação: Meio magnético
 Palavras Chave: dano anisotrópico, mecânica do dano, elastoplasticidade, Método dos Elementos Finitos. Resumo. Neste trabalho, estuda-se um modelo de dano dúctil tridimensional baseado nos princípios da mecânica do contínuo, na hipótese de equivalência de deformação e no conceito de tensão efetiva, com base numa metodologia fundamentada na termodinâmica dos processos irreversíveis. Faz-se o acoplamento das teorias de elastoplasticidade e dano (modelo de Lemaitre) a fim de realizar uma simulação numérica da evolução do dano em estruturas, via Método dos Elementos Finitos (MEF). Postulados da mecânica do dano em meio contínuo foram utilizados buscando-se incorporar o dano como uma variável interna. Primeiramente utiliza-se uma variável de dano escalar isotrópica e posteriormente introduz-se a anisotropia na distribuição das micro-trincas, através do dano ortotrópico, representado por um tensor simétrico de segunda ordem. O código computacional desenvolvido é baseado no MEF e no modelo constitutivo de Lemaitre que é próprio para materiais metálicos, considerando-se um comportamento isotrópico do material, com encruamento isotrópico linear e critério de plastificação de von Mises. O algoritmo numérico correspondente à integração das equações constitutivas é baseado em uma etapa de previsão (estado elástico teste) e uma etapa de correção (estado corretor plástico/dano), sendo que a implementação da simulação numérica é realizada com a utilização do programa MATLAB®. Apresentam-se o algoritmo de integração e mapeamento de retorno baseado no modelo constitutivo mencionado acima, bem como os resultados da análise.
5. **MENDONÇA, Paulo de Tarso Rocha de**, TORRES, D. A. F.. 2008. Análise de placas laminadas compostas piezoelétricas com o método de elementos finitos generalizados In *XXIX CILAMCE - Iberian Latin American Congress on Computational Methods in Engineering XXIX CILAMCE - Iberian Latin American Congress on Computational Methods in Engineering Maceió - AL 2008*
 Palavras-chave: Atuadores piezoelétricos, elementos finitos generalizados, Materiais compostos
 Referências adicionais : Brasil/Português. Meio de divulgação: Meio magnético
 Abstract Estruturas inteligentes podem ser brevemente definidas como estruturas que são capazes de monitorar seu próprio desempenho e podem ser particularmente úteis no desenvolvimento de sistemas de monitoramento e detecção de dano, controle ou supressão de vibrações, controle de forma, etc. O projeto destas estruturas envolve a aplicação de materiais que possuem interessantes propriedades e são classificados de acordo com a capacidade de transformação energética. Além disso, os materiais compostos são bastante adequados a esta concepção e podem ser fabricados na forma de placas, cascas e sanduíches, com características especiais para satisfazer requisitos específicos. O presente trabalho trata do desenvolvimento e da implementação computacional de uma formulação baseada no Método de Elementos Finitos Generalizados, para análise de flexão estática e dinâmica de placas laminadas com sensores e atuadores piezoelétricos. É utilizada a Teoria de Deformação Cisalhante de Ordem Superior de Levinson para descrição das variáveis mecânicas e a Teoria em Camadas Discretas de Reddy para modelagem das variáveis de potencial elétrico nas lâminas piezoelétricas. Para melhorar a qualidade da resposta é usada uma estratégia de enriquecimento polinomial, em coordenadas globais, do espaço de aproximação, inicialmente construído com uma partição da unidade bilinear. A capacidade de convergência é verificada a partir da comparação com uma solução analítica obtida a partir das mesmas hipóteses cinemáticas. Palavras chave: Método de Elementos Finitos Generalizados, piezeletricidade, placas laminadas compostas
6. **MENDONÇA, Paulo de Tarso Rocha de**, PAGLIOSA, C.. 2007. Analytical and numerical procedures to process viscoelastic experimental data In *Analís of the 19th International Congress of Mechanical Engineering 19th International Congress of Mechanical Engineering Brasília - DF 2007*
 Palavras-chave: Viscoelasticidade, Análise Experimental de Tensões, Polímeros
 Referências adicionais : Brasil/Inglês. Meio de divulgação: Meio digital
 RESUMO: O projeto de componentes estruturais de materiais poliméricos deve considerar a resposta viscoelástica destes materiais. Porém, poucos dados referentes às propriedades mecânicas estão disponíveis na literatura. Adicionalmente, existem várias famílias de polímeros com diferentes

- propriedades, sendo que cada família pode apresentar um certo número de diferentes grades. Até mesmo as propriedades das grades de uma mesma família podem apresentar diferenças significativas. Para representar o comportamento de um polímero por um certo período de tempo, é necessário então, construir um modelo viscoelástico de comportamento, a equação constitutiva do material, determinando os seus parâmetros a partir de dados experimentais que se obtém de ensaios mecânicos de fluência ou relaxação de tensão. Com este objetivo, é apresentado um procedimento de determinação de uma relação constitutiva para representar o comportamento de um material polimérico por um certo período de tempo. É elaborado um modelo viscoelástico derivado de um arranjo de molas e amortecedores, o modelo de Maxwell generalizado, resultando em uma expressão na forma de operadores diferenciais. A relação constitutiva na forma integral é determinada, definindo-se os módulos de fluência e relaxação de tensão. Para isto, o material é considerado termoreologicamente simples, permitindo o emprego do princípio da equivalência tempo-temperatura. Desta forma, vários ensaios de fluência de curta duração são realizados em diferentes temperaturas e os dados são posteriormente trasladados para uma temperatura de referência, formando uma curva de deformação completa na temperatura de referência. Um processo de ajuste de curva aos dados experimentais conduz aos parâmetros do módulo de fluência. Considerando o material elástico linear em dilatação e viscoelástico apenas em cisalhamento, diferentes métodos são avaliados para a determinação dos parâmetros da relação constitutiva na forma diferencial, do módulo de relaxação
7. TORRES, D. A. F., **MENDONÇA, Paulo de Tarso Rocha de**. 2007. Desenvolvimento do Método de Elementos Finitos Generalizados (GFEM) para análise de placas laminadas compostas inteligentes In *Anais do XXX Congresso Nacional de Matemática aplicada e computacional XXX Congresso Nacional de Matemática aplicada e computacional Florianópolis 2007* Palavras-chave: Atuadores piezoelétricos, elementos finitos generalizados, Materiais compostos Referências adicionais : Brasil/Português. Meio de divulgação: Meio digital
 8. MENDONÇA, Paulo de Tarso Rocha de, MANGONI, C., **SCHROETER, R. B.**, AMORIM, D. G.. 2004. Determinação Teórico-Experimental de Forças e Análise por Elementos Finitos no Fresamento Frontal In *III CONGRESSO NACIONAL DE ENGENHARIA MECÂNICA, CONEM III CONGRESSO NACIONAL DE ENGENHARIA MECÂNICA, CONEM Belem - Pa 2004 1 1-11* Palavras-chave: Dinâmica de máquinas ferramentas, Elementos finitos Referências adicionais : Brasil/Português. Meio de divulgação: Meio magnético
 9. GARCIA, O. A., **FANCELLO, E. A.**, **MENDONÇA, Paulo de Tarso Rocha de**. 2004. Procedimentos h, p e hp adaptativos em Elementos Finito Generalizados na análise de placas e cascas de Reissner-Mindlin In *Anais do III CONGRESSO NACIONAL DE ENGENHARIA MECÂNICA, CONEM III CONGRESSO NACIONAL DE ENGENHARIA MECÂNICA, CONEM Belem - Pa 2004 1 1-11* Palavras-chave: Cascas, elementos finitos generalizados Referências adicionais : Brasil/Português. Meio de divulgação: Impresso
 10. MENDONÇA, Paulo de Tarso Rocha de, **FANCELLO, E. A.**. 2002. Análise elasto-plástica 3-D pelo MEF generalizado In *Anais do First South-american congress on computational mechanics - MECOM 2002 First South-american congress on computational mechanics - MECOM 2002 Santa Fé - Argentina 2002* Palavras-chave: Plasticidade, elementos finitos generalizados, ANÁLISE DE TENSÕES Referências adicionais : Argentina/Português. Meio de divulgação: Meio digital This paper describes a first application of the Partition of Unity method to small strain elasto-plasticity analysis. Following the method, a partition of unity is defined over the domain with reference to brick solid elements. Next, the hp-Cloud method is used to perform p-enrichment. The p-enrichment consists of globally defined polynomial. This global characteristic, as opposed to the standard form, based on local, intrinsic coordinates, is a source of the low mesh distortion sensitivity exhibited by the method. Also, it allows enrichment in particular regions and directions of the model (as corners and boundary layers), in a very predictable way. Classical elasto-plasticity model is used, with linear mixed hardening, J2 plastic surface and radial return method for stress integration. Preliminary numerical results are shown, which indicate good behavior of the formulation with respect to mesh distortion. Also, a clear demonstration is made, of the singularity which arises in the stiffness matrix of an undistorted element generated by this class of methods.
 11. GARCIA, O. A., **FANCELLO, E. A.**, **MENDONÇA, Paulo de Tarso Rocha de**. 2002. Elementos finitos generalizados (GFEM) na análise de placas e cascas laminadas In *Anais do First South-american congress on computational mechanics - MECOM 2002 - CD-ROM First South-american congress on computational mechanics - MECOM 2002 Santa Fé - Argentina 2002* Palavras-chave: elementos finitos generalizados, Cascas, ANÁLISE DE TENSÕES Referências adicionais : Argentina/Português. Meio de divulgação: Meio digital Desenvolvimento do GFEM para a análise de problemas de flexão de cascas e placas. A formulação é desenvolvida sobre a formulação básica de elementos de casca degenerada de sólido 3-D de Ahmad-Zienkiewicz. São consideradas duas hipóteses cinemáticas de deslocamentos ao longo da espessura: teorias de primeira e de terceira ordem. O enriquecimento da base de funções é feita por uma base trigonométrica no domínio global. Para que este processo possa ser efetivado em cascas de dupla curvatura, é introduzido um procedimento através de um plano denominado pseudo-tangente.
 12. MENDONÇA, Paulo de Tarso Rocha de, DALDIN, P.. 2001. Finite Element Dynamic Analysis of Laminated Composite Rotors In *Dynamic Problems of Mechanics IX DINAME - INTERNATIONAL SYMPOSIUM ON DYNAMIC PROBLEMS OF MECHANICS Florianópolis 2001 1 269-272* Rio de Janeiro: The Brazilian Society of Mechanical Sciences Palavras-chave: Dinâmica de rotores, Materiais compostos, Elementos finitos Referências adicionais : Brasil/Inglês. Meio de divulgação: Impresso Artigo apresentado no congresso em 6 de março de 2001.
 13. MENDONÇA, Paulo de Tarso Rocha de. 2001. Non linear analysis of load and equilibrium position in a line suspension system In *Anais do 20th International Conference on Offshore Mechanics and Arctic Engineering 20th International Conference on Offshore Mechanics and Arctic Engineering Rio de Janeiro 2001 1 1-2* Rio de Janeiro: Palavras-chave: Estruturas offshore, Projeto estrutural Referências adicionais : Brasil/Inglês. Meio de divulgação: Meio magnético Este é um artigo com apresentação e publicação aceita, tendo sido já concluídas as etapas de revisão final de texto. O congresso ocorrerá em 2 a 8 de Junho de 2001.
 14. MENDONÇA, Paulo de Tarso Rocha de, LIRIO, G. R., ROSA, E.. 2000. Análise experimental de tensões em chassis automotivo sob solicitações estáticas e dinâmicas In *Simpósio de Análise Experimental de Tensões, SAET 2000 Simpósio de Análise Experimental de Tensões, SAET 2000 1 120-129* Florianópolis - SC: Fundação CERTI Palavras-chave: Análise Experimental de Tensões, Dinâmica de Veículos Referências adicionais : Brasil/Português. Meio de divulgação: Impresso
 15. MENDONÇA, Paulo de Tarso Rocha de. 2000. Análise Micromecânica de Materiais Compostos Unidirecionais In *Anais do CILAMCE 2000 Congresso Ibero-Latino Americano sobre Métodos Computacionais em Engenharia Rio de Janeiro 2000 1 11-12* Rio de Janeiro: Palavras-chave: Materiais compostos, análise micromecânica, Elementos finitos Referências adicionais : Brasil/Português. Meio de divulgação: Impresso Este artigo teve publicação aceita no congresso, que se realizará em dezembro de 2000.
 16. MENDONÇA, Paulo de Tarso Rocha de. 2000. Micromechanical models for woven fabric composites In *Anais do Cilamce 2000 Cilamce 2000 - Congr. Ibero Latino Americano sobre Métodos Numericos em Engenharia Rio de Janeiro 2000* Palavras-chave: Materiais compostos, análise micromecânica Referências adicionais : Brasil/Inglês. Meio de divulgação: Meio magnético Artigo apresentado no evento e publicado nos anais em CD-ROM.
 17. MENDONÇA, Paulo de Tarso Rocha de, **BARCELLOS, C. S.**, DUARTE, C. A.. 1998. Investigations on Timoshenko Beam Problems Using the Hp-Clouds Meshless FEM In *Anais do IV World Congress on Computation Mechanics IV World Congress on Computation Mechanics Buenos Aires 1998* Buenos Aires - Argentina: Palavras-chave: Elementos finitos, ANÁLISE DE TENSÕES Referências adicionais : Estados Unidos/Inglês. Meio de divulgação: Meio magnético
 18. MENDONÇA, Paulo de Tarso Rocha de, **BARCELLOS, C. S.**, DUARTE, C. A.. 1997. Investigatins on Beam Problems Using the Hp-Clouds Metod. Part I: Formulation. In *Investigations on Beam Problems Using the HP-Clouds Method. XVII CILMANCE - Congresso Ibero Latino-Americano de Métodos Computacionais em Engenharia Brasília - DF 1997 1 95-102* Brasília - DF: Palavras-chave: Elementos finitos, ANÁLISE DE TENSÕES Referências adicionais : Brasil/Inglês. Meio de divulgação: Impresso

19. MENDONÇA, Paulo de Tarso Rocha de, **BARCELLOS, C. S.**, DUARTE, C. A., 1997. Investigations on Beam Problems Using the HP-Clouds Method. Part II: Numerical Aspects. In *Investigations on Beam Problems Using the HP-Clouds Method. Part II: Numerical Aspects XVII CILAMCE Brasília - DF 1997* 1 167-174 Brasília - DF:
Palavras-chave: Elementos finitos, ANÁLISE DE TENSÕES
Referências adicionais : Brasil/Inglês. Meio de divulgação: Impresso
20. MENDONÇA, Paulo de Tarso Rocha de, **BARCELLOS, C. S.**, 1995. Greens Element Method - Part I: Assembled Local Form. In *Anais do XVI CILAMCE Congresso Ibero Latino Americano sobre Métodos Computacionais para Engenharia Curitiba - PR 1995* 1 21-30 Curitiba - PR:
Palavras-chave: Elementos de Contorno, ANÁLISE DE TENSÕES
Referências adicionais : Brasil/Inglês. Meio de divulgação: Impresso
21. MENDONÇA, Paulo de Tarso Rocha de, **BARCELLOS, C. S.**, 1995. Greens Element Methods - Part II: Iterative Local Form In *Anais do XVI CILAMCE Congresso Ibero Latino Americano sobre Métodos Computacionais para Engenharia Curitiba - PR 1995* 1 31-40 Curitiba - PR:
Palavras-chave: Elementos de Contorno, ANÁLISE DE TENSÕES
Referências adicionais : Brasil/Inglês. Meio de divulgação: Impresso
22. MENDONÇA, Paulo de Tarso Rocha de, **BARCELLOS, C. S.**, NICOLAZZI, L. C., 1990. Análise de Rotores de Geometria Complexa In *Anais do 11 Congresso Ibero Latino Americano sobre Métodos computacionais para Engenharia 11 Congresso Latino-Americano sobre Métodos Computacionais para Engenharia Rio de Janeiro - RJ 1990* 1 193-204 Rio de Janeiro - RJ:
Palavras-chave: Elementos finitos, ANÁLISE DE TENSÕES, Dinâmica de rotores
Referências adicionais : Brasil/Português. Meio de divulgação: Impresso
23. MENDONÇA, Paulo de Tarso Rocha de, **BARCELLOS, C. S.**, 1989. Placa Semi-espessa de Conexão de Eixos: Uma Formulação de Elementos Finitos In *Anais do X COBEM X Congresso Brasileiro de Engenharia Mecânica Rio de Janeiro 1989* 2 141-144 Rio de Janeiro:
Palavras-chave: Dinâmica de rotores, Elementos finitos
Referências adicionais : Brasil/Português. Meio de divulgação: Impresso
24. MENDONÇA, Paulo de Tarso Rocha de, **BARCELLOS, C. S.**, 1989. Velocidades Críticas e Resposta ao Desbalanceamento de Rotores Flexíveis usando FEM In *Anais do X COBEM X COBEM - Congresso Brasileiro de Engenharia Mecânica Rio de Janeiro 1989* 1 379-382 Rio de Janeiro:
Palavras-chave: Dinâmica de rotores, Elementos finitos
Referências adicionais : Brasil/Português. Meio de divulgação: Impresso
25. MENDONÇA, Paulo de Tarso Rocha de, 1986. Um Método de Otimização de Laminados Simétricos e Anti-simétricos In *Anais do VII Congresso Latino-Americano sobre Métodos Computacionais para Engenharia VII Congresso Latino-Americano sobre Métodos Computacionais para Engenharia São Carlos 1986* 2 961-970
Palavras-chave: Materiais compostos, ANÁLISE DE TENSÕES, Cascas
Referências adicionais : Brasil/Português. Meio de divulgação: Impresso
26. MENDONÇA, Paulo de Tarso Rocha de, 1986. Um Método para o Cálculo da Integral de Duhamel In *Anais do VII Congresso Latino-Americano sobre Métodos Computacionais para Engenharia VII Congresso Latino-Americano sobre Métodos Computacionais para Engenharia São Carlos 1986* 2 1331-1340
Palavras-chave: Elementos finitos, Dinâmica de estruturas
Referências adicionais : Brasil/Português. Meio de divulgação: Impresso
27. MENDONÇA, Paulo de Tarso Rocha de, **BARCELLOS, C. S.**, 1984. Uma Formulação de Elemento Finito para Cascas Delgadas Multilaminadas In *Anais do 3. Simposio Brasileiro de Tubulações e Vasos de Pressão 3. Simposio Brasileiro de Tubulações e Vasos de Pressão Salvador 1984* 2 633-648
Palavras-chave: Materiais compostos, Elementos finitos
Referências adicionais : Brasil/Português. Meio de divulgação: Impresso

Trabalhos publicados em anais de eventos (resumo)

1. TORRES, D. A. F., **BARCELLOS, C. S.**, Mendonça, P.T.R., 2013. Benefits provided by partitions of unity with high regularity in crack modeling through enrichment procedures In *Ecmmas Thematic Conference, XFEM 2013, book of abstracts, 11-13 september, 2013 XFEM-2013, XFEM, GFEM and fictitious domain methods: recent developments and applications Lyon, França 2013* 1 33-33CCSD and Thomas Elguedj
Referências adicionais : França/Inglês. Meio de divulgação: Vários
ABSTRACT: The classical XFEM converges with similar rate that FEM as shown in [1] unless the enrichment is applied in a fixed area independently of the mesh parameter h and requiring some treatment in the transition zone. Thus, in order to achieve better convergence rates more DOF is generated due the larger amount of nodes enriched. In this work, it is shown that improvements may be obtained performing enrichment over PoU with higher regularity. Mesh-based smooth PoU can be built through the so-called C^k-GFEM framework of [2] over which appropriate enrichments can be applied. Approximation capabilities are investigated via convergence analysis of S_hS and Sp_hS versions considering global measures. Severity crack parameters are also computed in order to verify the local quality of the approximations. For this purpose, the Eshelbian mechanics provides a simple and convenient way to obtain configurational forces [3], that are related to the J-integral [4], through post-processing the computed displacement field and not demanding field decomposition method in case of mixed mode cracks. The performance of the smooth approximations is compared to the C⁰ counterparts built using conventional FEM-based PoU.
2. Rudnytskyj, A., TORRES, D. A. F., de Barcellos, Clovis S., **Mendonça, P.T.R.**, 2012. Enforcement of nonhomogeneous Dirichlet boundary conditions in Ck GFEM using preprocessed nodal coefficients on the boundary In *WCCM 2012 - World Congress of Computational Mechanics WCCM 2012 - World Congress of Computational Mechanics São Paulo 2012* 1 1
Palavras-chave: Ck continuous approximation function, Generalized finite element method
Referências adicionais : Brasil/Inglês. Meio de divulgação: Meio digital
O Ck-MGEF e um caso especial do Metodo Generalizado dos Elementos Finitos que emprega func-oes de Partic-ao da Unidade (FU) suaves (Ck) construdas para nuvens poligonais arbitrarías a partir de func-oes peso nodais que, por sua vez, s-ao calculadas através de func-oes de aresta também suaves. Enriquecimentos externos podem ser adicionados para melhorar a capacidade de aproximac-ao do espaço formado pelas PUs e consequentemente acrescentando incognitas a cada no enriquecido. Tal ^ambito mantem algumas vantagens dos metodos livres de malha preservando, porém, o numero de overlap conhecido a priori em cada ponto como no Metodo dos Elementos Finitos convencional (MEF) e considera elementos somente para propositos de integrac-ao. Uma vez que a aplicac-ao de condic-ao de contorno e uma quest-ao que merece atenc-ao, como em qualquer metodo com func-oes de ordem superior, e apresentado um procedimento inspirado no fato de que a soluc-ao de um Problema de Valor de Contorno (PVC) pode ser decomposta como a soma de uma soluc-ao homog^enea e uma soluc-ao particular. Os coeicientes para os nos no contorno de Dirichlet s-ao determinados através da resoluc-ao de sistemas de equac-oes locais em termos de valores de deslocamento (impostos) e func-oes de aproximac-ao, num estagio de pre-processamento, enquanto a rigidez local e contribuic-oes de carregamento s-ao computados. Duas estrategias para a construc-ao de tais sistemas locais s-ao apresentadas: metodo das arestas e metodo das nuvens. Estes coeicientes denem uma soluc-ao particular apenas sobre a faixa formada pela uni-ao das nuvens dos nos no contorno de Dirichlet e, na sequ^encia, podem ser impostos, de forma convencional, na resoluc-ao do sistema de equac-oes de equilibrio global. Um problema classico de elasticidade bidimensional e testado a m de se investigar a in u^encia do modo como os sistemas locais s-ao construdos dos par^ametros utilizado

Apresentação de trabalho e palestra

1. TORRES, D. A. F., de Barcellos, Clovis S., **MENDONÇA, Paulo de Tarso Rocha de** Benefits provided by partitions of unity with high regularity in crack modeling through enrichment procedures. 2013. (Congresso, Apresentação de Trabalho)
Palavras-chave: Ck continuous approximation function, elementos finitos generalizados, Mecânica da fratura
Referências adicionais : França/Inglês. Meio de divulgação: Meio digital
The classical XFEM converges with similar rate that FEM as shown in [1] unless the enrichment is applied in a fixed area independently of the mesh parameter h and requiring some treatment in the transition zone. Thus, in order to achieve better convergence rates more DOF is generated due the larger amount of nodes enriched. In this work, it is shown that improvements may be obtained performing enrichment over PoU with higher regularity. Mesh-based smooth PoU can be built through the so-called Ck-GFEM framework of [2]

over which appropriate enrichments can be applied. Approximation capabilities are investigated via convergence analysis of h and p versions considering global measures. Severity crack parameters are also computed in order to verify the local quality of the approximations. For this purpose, the Eshelbian mechanics provides a simple and convenient way to obtain configurational forces [3], that are related to the J -integral [4], through post-processing the computed displacement field and not demanding field decomposition method in case of mixed mode cracks. The performance of the smooth approximations is compared to the CO counterparts built using conventional FEM-based PoU.; Local: Lyon, França; Cidade: Lyon, França; Evento: International Conference on Extended Finite Element Methods - XFEM 2013; Inst.promotora/financiadora: INSA de Lyon, França

2. MENDONÇA, Paulo de Tarso Rocha de, BARCELLOS, C. S. Laminated Composite Plate Analysis by GFEM using Approximation Functions with Arbitrary Continuity. 2009. (Congresso, Apresentação de Trabalho)
 Palavras-chave: elementos finitos generalizados, Ck continuous approximation function, Materiais compostos, Kirchhoff plate FEM, Reddy composite plate model
 Referências adicionais : Estados Unidos/Inglês. Meio de divulgação: Outro
 Foram apresentados resultados recentes de aplicação de GFEM com Partição da Unidade que geram funções de aproximação com continuidade arbitrária. Obtém-se tensões contínuas nas interfaces entre elementos, para qualquer grau de função de enriquecimento usada. Foram obtidas estimativas bastante precisas de tensões, tanto coplanares quanto transversais, para os modelos de placas laminadas compostas de Kirchhoff, de Mindlin e de Ordem superior de Reddy. As funções satisfazem facilmente a continuidade mínima (Co e C1) desses modelos, e mais ainda. Tanto a formulação para a geração das funções de continuidade C-k e C-infinito é bastante direta e não altera em nada a forma fraca do problema. De fato, a geração das funções não tem relação com o problema físico ou com a formulação utilizada. As funções são independentes, no mesmo sentido que as funções de interpolação comumente usadas no MEF (polinômios de Lagrange, por exemplo). Assim, a estrutura básica de um programa de elementos finitos generalizados não se altera. Devido às características das funções, e do tipo de elemento em que foram testadas (elementos triangulares), observa-se uma capacidade enorme do GFEM obtido quanto a distorção de malha. Foram obtidos resultados significativos com malhas que continham elementos com relação de aspecto de 10000:1, e com pares de elementos com relação de áreas de 5000 vezes.; Local: Ohio, EUA; Cidade: Columbus; Evento: 10th United States National Congress of Computational Mechanics - USNCCM; Inst.promotora/financiadora: United States Association for Computational Mechanics

Demais produções bibliográficas

1. MENDONÇA, Paulo de Tarso Rocha de. 2006.
 Comportamento viscoelástico dos plásticos (Outra produção bibliográfica)
 Palavras-chave: Viscoelasticidade, Análise Experimental de Tensões, Polímeros
 Referências adicionais : Brasil/Português. Meio de divulgação: Meio digital. Home page: www.grante.ufsc.br
 Texto didático sobre teoria de viscoelasticidade linear baseada em formulação reológica. Processamento de resultados experimentais de ensaio de fluência, para determinação de constantes das séries de Prony para fluência e relaxação deviatoricas. Conversão de constantes entre diferentes comportamentos. Aplicação à análise de componentes no Ansys. Programas em Fortran e em Mathematica para processamento de dados experimentais. Métodos de projeto simplificados.
2. Mendonça, P.T.R., FANCELLO, E. A.. 2003.
 O Método de Elementos Finitos aplicado à Mecânica dos Sólidos. p. 680 (Outra produção bibliográfica)
 Palavras-chave: Elementos finitos, Métodos numéricos, Mecânica dos Sólidos Computacional
 Referências adicionais : Brasil/Português. Meio de divulgação: Meio digital. Home page: www.grante.ufsc.br
 Esse é um texto ainda não publicado. A motivação se deve à pouca disponibilidade de textos em português adaptados ao ensino de graduação em mecânica dos sólidos computacional e também ao ensino de disciplinas de pós-graduação. O material conta com exemplos detalhados, exercícios propostos, e visa a publicação em forma de livro. O material encontra-se todo redigido, com cerca de 680 páginas, e em fase de finalização dos detalhes. A lista de conteúdos é a seguinte. Parte I - Introdução à Mecânica do Contínuo 1. Introdução. 2. Conceitos matemáticos preliminares. Grandezas na mecânica do contínuo. Vetores e tensores, produto interno, produto vetorial, produtos entre tensores. Notação indicial. Mudança de base. Cálculo tensorial - Gradientes e divergentes, Teorema do divergente. 3. Tensões. Conceito de tensão. Tensor de tensões. Equação de equilíbrio no contorno - Condições de contorno. Equação de equilíbrio no interior. Equilíbrio de momentos - Simetria do tensor tensão. Mudança de Base - Tensões principais. Círculo de Mohr - 3D. Círculo de Mohr para rotação plana. Tensões esféricas e deviatoricas - Critérios de falha: máxima tensão normal: máxima tensão cisalhante, máxima energia de distorção. 4. Análise de deformações - Parte II - O MEF Aplicado a estruturas 6. Análise matricial - Modelo de barras. Equilíbrio de uma barra. Sistema de Barras. Estruturas planas de barras. Observações Finais. 7. Análise matricial - Modelo de viga. Flexão de viga - Hipóteses geométricas e cinemáticas. Equação diferencial de equilíbrio em vigas. Matriz de rigidez para flexão de vigas - Método direto. Curvas elásticas para deslocamentos unitários. Matriz de rigidez de viga. Aplicação de condições de contorno. Condição de contorno homogêneas e não-homogêneas. Viga com carregamento axial e flexão plana. Vetor força consistente para carga distribuída. Rotação do vetor força para uso em elementos inclinados. Determinação dos esforços e tensões nos elementos em problemas planos.
3. Mendonça, P.T.R.. 2003.
 Resistência dos Materiais e Introdução à Análise Estrutural. p. 655 (Outra produção bibliográfica)
 Palavras-chave: Mecânica dos Sólidos, Livro didático
 Referências adicionais : Brasil/Português. Meio de divulgação: Meio digital. Home page: www.grante.ufsc.br
 Esse é um texto ainda não publicado, que vem sendo por mim construído ao longo dos últimos anos. Sua motivação vem da minhas observações e de colegas sobre as deficiências dos livros disponíveis no mercado mundial, que são traduzidos ao Português e usados nos cursos de engenharia pelo Brasil. Assim, tem-se uma parte do conteúdo dedicada à chamada "Resistência dos Materiais" clássica, com diversos tópicos modernos necessários aos conhecimentos básicos do engenheiro no que diz respeito ao cálculo estrutural. Assim, se introduz conceitos do Método de Elementos Finitos, embora limitados a problemas de barras e vigas, treliças e pórticos. Assim o estudante conta com toda a fundamentação algébrica que será útil caso se decida por um estudo avançado no método, e ao mesmo tempo, ganha ferramentas efetivas de cálculo, que substituem métodos que consideramos ultrapassados na operação de vigas, no projeto de eixos de máquinas, etc. Adicionalmente, utilizam-se sempre que possível a estrutura formal da mecânica dos sólidos, e inclui-se soluções de teoria da elasticidade plana para ilustrar alguns problemas clássicos de componentes mecânicos, por exemplo, o problema da placa infinita com furo, sob tração uniforme, onde a solução analítica leva naturalmente ao conceito de concentração de tensões. O material encontra-se em fase de acabamento, com cerca de 530 páginas, e os tópicos são os seguintes (os capítulos 9 e 12 foram elaborados pelo prof. Lauro Nicolazzi) 1. Introdução - a mecânica dos sólidos na engenharia. Processo geral de análise mecânica de corpos sólidos. Tipos de componentes estruturais. 2. Esforços internos. Equilíbrio de um corpo e reação de apoios. Tipos de apoios em vigas. Equações diferenciais de equilíbrio de viga em flexão. Problemas hiperestáticos. 3. Tensões. Idéias preliminares sobre tensões. Um tratamento mais rigoroso. Tensor tensão. Equações diferenciais de equilíbrio. Alguns problemas reais resolvidos por tensões uniaxiais médias. Tensões normal e
4. MENDONÇA, Paulo de Tarso Rocha de. 2003.
 Seleção de comandos do Ansys (Outra produção bibliográfica)
 Palavras-chave: Elementos finitos
 Referências adicionais : Brasil/Português. Meio de divulgação: Meio digital. Home page: www.grante.ufsc.br
 Auxílio à geração de modelos de elementos finitos no Ansys. Usado como apoio.
5. MENDONÇA, Paulo de Tarso Rocha de. 2002.
 Manual simplificado de uso do Catman 3.0 para operação do Spider8-30 HBM. p. 6 (Outra produção bibliográfica)
 Palavras-chave: Análise Experimental de Tensões
 Referências adicionais : Brasil/Português. Meio de divulgação: Impresso
 Manual de operações do software de gerenciamento do sistema de aquisição de dados para extensometria e outros transdutores Spider8-30 da HBM.
6. MENDONÇA, Paulo de Tarso Rocha de. 2001.
 Análise Dinâmica pelo Método dos Elementos Finitos. p. 71 (Outra produção bibliográfica)
 Palavras-chave: Dinâmica de estruturas, Elementos finitos
 Referências adicionais : Brasil/Português. Meio de divulgação: Impresso. Home page: www.grante.ufsc.br
 Texto didático para curso em análise dinâmica por elementos finitos, incluindo revisão básica de vibrações de um grau de liberdade, livre e forçada, sem e com amortecimento. Elementos finitos de barra são apresentados como exemplo de sistemas multi-graus de liberdade. Determinação de frequências e modos naturais de vibração. Integral de Duhamel. Método de sobreposição modal para problemas transientes. Determinação de coeficientes de amortecimento. Inclui 13 exemplos, 23 exercícios propostos, com respostas, bibliografia básica
7. MENDONÇA, Paulo de Tarso Rocha de. 2000.
 O método de elementos finitos para problemas termelásticos. p. 11 (Outra produção bibliográfica)

Palavras-chave: Elementos finitos, ANÁLISE DE TENSÕES
Referências adicionais : Brasil/Português. Meio de divulgação: Impresso. Home page: www.grante.ufsc.br
Introdução ao método de elementos finitos de forma introdutória e acessível a engenheiros já formados sem esta formação. Permitir a esses engenheiros analisarem problemas correntes de análise termoelástica de tensões. Diversas edições do curso tem sido oferecidas ao longo dos últimos anos. Posteriormente o material será incorporado ao livro sobre o análise estrutural por elementos finitos em elaboração em conjunto a outro professor do grupo.

8. MENDONÇA, Paulo de Tarso Rocha de. 2000. Programação Fortran I. p. 13 (Outra produção bibliográfica)
Palavras-chave: Métodos numéricos
Referências adicionais : Brasil/Português. Meio de divulgação: Impresso. Home page: www.grante.ufsc.br
Curso introdutório que faz parte do programa de treinamento de novos alunos de engenharia, bolsistas de iniciação científica, em aspectos gerais de programação em Fortran.
9. MENDONÇA, Paulo de Tarso Rocha de, PEREIRA, J. C., 1999. Análise micromecânica de um tecido de material composto usando modelagem por elementos finitos. p. 40 (Outra produção bibliográfica)
Palavras-chave: Materiais compostos, análise micromecânica, Elementos finitos
Referências adicionais : Brasil/Português. Meio de divulgação: Impresso. Home page: www.grante.ufsc.br
Relatório de projeto de pesquisa financiado pelo Funpesquisa/1999.
10. MENDONÇA, Paulo de Tarso Rocha de. 1999. O método de elementos finitos para transferência de calor. p. 28 (Outra produção bibliográfica)
Palavras-chave: Elementos finitos, ANÁLISE DE TENSÕES, Transferência de calor
Referências adicionais : Brasil/Português. Meio de divulgação: Impresso. Home page: www.grante.ufsc.br
Introdução ao método de elementos finitos de forma introdutória e acessível a engenheiros já formados sem esta formação. Permitir a esses engenheiros analisarem problemas correntes de análise termoelástica de tensões. Diversas edições do curso tem sido oferecidas ao longo dos últimos anos. Posteriormente o material será incorporado ao livro sobre o análise estrutural por elementos finitos em elaboração em conjunto a outro professor do grupo.

Produção técnica

Assessoria e consultoria

1. MENDONÇA, Paulo de Tarso Rocha de, ROSA, E. Análise de normas de ensaio de tubos corrugados de plástico. 2005.
Palavras-chave: Polímeros, Projeto estrutural
Referências adicionais : Brasil/Português. Meio de divulgação: Meio digital
2. MENDONÇA, Paulo de Tarso Rocha de, ROSA, E. Análise de tampas de caixa de água em plástico, quanto a deformações por fluência. 2005.
Palavras-chave: Projeto estrutural, Viscoelasticidade, Elementos finitos
Referências adicionais : Brasil/Português. Meio de divulgação: Meio digital
3. MENDONÇA, Paulo de Tarso Rocha de Análise e dimensionamento de suporte de tubulação em galeria subterrânea. 2002.
Palavras-chave: Materiais compostos, Projeto estrutural, Elementos finitos
Referências adicionais : Brasil/Português. Meio de divulgação: Impresso. Home page: www.grante.ufsc.br
Suportes de material composto, fibra de vidro picotado/ resina de poliéster, em forma de perfil.
4. MENDONÇA, Paulo de Tarso Rocha de, FANCELLO, E. A., ROSA, E. Design optimization of block clamping system. Phase I: sensitivity analysis. 2002.
Palavras-chave: Dinâmica de Veículos, Elementos finitos, Dinâmica de máquinas ferramentas
Referências adicionais : Brasil/Inglês. Meio de divulgação: Impresso
Design optimization of block clamping system. Phase I: sensitivity analysis. Análise numerica de sensibilidade de sistema de usinagem formado por bloco de motor durante fresagem, suporte, ferramenta e sistema de fixação do bloco.
5. MENDONÇA, Paulo de Tarso Rocha de, FANCELLO, E. A., ROSA, E. Determinação de Campo de tensões e deformações em calha linha aquapluv. 2002.
Palavras-chave: Polímeros, Elementos finitos, ANÁLISE DE TENSÕES, Análise Experimental de Tensões
Referências adicionais : Brasil/Português. Meio de divulgação: Impresso. Home page: www.grante.ufsc.br
Peça de PVC, em forma de casca delgada, que em uso apresenta problemas de grandes deslocamentos, fluência devido à temperatura de uso e ao longo tempo previsto de operação (além de 20 anos). O conjunto também apresenta anél de vedação de borracha, o que exige uma modelagem não-linear de material, e contato entre as partes. Em paralelo às diversas etapas de análise numérica por elementos finitos, foram realizadas análises experimentais por extensometria.
6. MENDONÇA, Paulo de Tarso Rocha de, FANCELLO, E. A., ROSA, E. Numerical evaluation of a frame type solution for engine block support. 2002.
Palavras-chave: Dinâmica de máquinas ferramentas, Projeto Mecânico
Referências adicionais : Brasil/Inglês. Meio de divulgação: Impresso
Avaliação numérica da efetividade de uma solução alternativa para fixação de bloco de motor durante fresamento, baseado na forma de "frame". O objetivo é a redução do nível de vibrações induzidas pelo processo de fresamento, que leva à redução acentuada da vida da ferramenta e irregularidade e não planicidade da superfície usinada.
7. MENDONÇA, Paulo de Tarso Rocha de, FANCELLO, E. A., ROSA, E. Numerical simulation of vibrations during face milling of cast iron block. 2001.
Palavras-chave: Dinâmica de estruturas, Projeto estrutural, Elementos finitos
Referências adicionais : Brasil/Inglês. Meio de divulgação: Impresso
Análise numérica e experimental (por acelerômetros) do comportamento dinâmico de sistema de usinagem formado por bloco de motor durante fresagem, suporte, ferramenta e sistema de fixação do bloco.
8. ROSA, E., MENDONÇA, Paulo de Tarso Rocha de, LIRIO, G. R. Análise experimental de tensões de chassi de veículo de carga. 2000.
Palavras-chave: Análise Experimental de Tensões, Dinâmica de Veículos
Referências adicionais : Brasil/Português. Meio de divulgação: Impresso. Home page: www.grante.ufsc.br
Análise experimental de tensões via extensometria, de chassi de caminhão, para análise de fadiga.
9. MENDONÇA, Paulo de Tarso Rocha de Determinação de carga e posição de equilíbrio de um sistema de suspensão de linha. 2000.
Palavras-chave: Estruturas offshore
Referências adicionais : Brasil/Inglês. Meio de divulgação: Impresso. Home page: www.grante.ufsc.br
Determinação de carga e posição de equilíbrio de um sistema de suspensão de linha. Análise do processo de transbordo de navio para o leito oceânico de linha de transporte de petróleo.
10. MENDONÇA, Paulo de Tarso Rocha de Desenvolvimento de modelo parametrizado para análise de grade hexagonal em torre de refino de petróleo. 1998.
Palavras-chave: Elementos finitos, ANÁLISE DE TENSÕES
Referências adicionais : Brasil/Português. Meio de divulgação: Meio digital
Elaboração de um modelo de análise pelo método de elementos finitos, em especial direcionado ao software Ansys, para avaliação do estado de tensões no material cerâmico de isolamento e proteção do interior de vasos de ciclone de reatores de FCC. Analisar efeitos de ciclo térmicos nas dilatações relativas entre as partes, e na geração de trincas.

Programa de computador sem registro

1. MENDONÇA, Paulo de Tarso Rocha de Programa CEDRICT. 2004.
Palavras-chave: ANÁLISE DE TENSÕES, Materiais compostos, Laminados, Plásticos reforçados por fibras
Referências adicionais : Brasil/Português. Meio de divulgação: Meio digital. Home page: grante.ufsc.br
Desenvolvimento de programa computacional para a determinação automática de curva carga-deformação para laminados reforçados por fibras, 1986 e revisão e ampliação para inclusão de efeitos térmicos em 1997 e conclusão da interface gráfica em 2004. O usuário fornece propriedades termomecânicas de cada lâmina e sua orientação. As lâminas podem ser homogêneo-isotrópicas ou ortotrópicas. Dado um perfil de carga aplicado num ponto, o programa fornece uma quantidade de resultados como: - Matrizes elásticas de cada lâmina nas direções xy e 12; - Matrizes elásticas do laminado - Tensões mecânicas e térmicas no limiar de cada ponto de falha de lâmina, nas direções xy e 12, nas superfícies inferior e superior da lâmina; - Tensões mecânicas e térmicas no após cada ponto de falha de lâmina, nas direções xy e 12, nas superfícies inferior e superior da lâmina; - Deformações mecânicas e térmicas no limiar de cada ponto de falha de lâmina, nas direções xy e 12, nas superfícies inferior e superior da lâmina; - Deformações mecânicas e térmicas após cada ponto de falha de lâmina, nas direções xy e 12, nas superfícies inferior e superior da lâmina; - Esforços, deformações e curvaturas devidas ao carregamento inicial, ao carregamento térmico e no ponto de cada falha, inclusive carga final de ruptura do laminado. - Propriedades elásticas homogeneizadas para vigas sob tração, flexão e torção, com seções planas e tubulares de parede fechada finas.

2. MENDONÇA, Paulo de Tarso Rocha de Soluções analíticas para sanduíches e painéis laminados semi-espessos. 1999.

Palavras-chave: Cascas, Materiais compostos, Projeto Mecânico
Referências adicionais : Brasil/Português. Meio de divulgação: Meio digital. Home page: grante.ufsc.br
O programa permite pré-dimensionamento de painéis, na etapa preliminar, através de estimativas de deslocamentos e tensões obtidas pelas soluções analíticas da teoria de elasticidade tridimensional e pela teoria de placas semi-espessas. Estas teorias são aplicadas a flexão de painéis simplesmente apoiados sob carga uniforme. Os valores calculados permitem a verificação de todos os principais modos de falha de um sanduíche em serviço, como - deslocamento máximo; - tensão máxima da face; - wrinkling nas faces; - dimpling nas faces; - flambagem global; - esmagamento do núcleo; O programa funciona dentro do Mathematica de forma interativa com o usuário, que pode plotar gráficos e combinar parâmetros. Os dados são as propriedades termomecânicas das lâminas nas faces, suas orientações. O núcleo é admitido apenas ortotrópico.

3. MENDONÇA, Paulo de Tarso Rocha de, BARCELLOS, C. S., SELKE, C. A. C. Roflex II. 1990.

Palavras-chave: Dinâmica de rotores, Elementos finitos, Projeto Mecânico
Referências adicionais : Brasil/Português. Meio de divulgação: Meio digital
É um programa de elementos finitos de grande porte para a análise de rotores verticais de geometria complexa, que permite modelar as paredes cilíndricas, tampas, anéis de separação de gás, mancais. As frequências são calculadas para uma dada velocidade de rotação, de forma que se leva em conta os efeitos giroscópicos em todas as formulações de elementos. A biblioteca de elementos conta com elementos de - viga de Timoshenko, - mancal ortotrópico - mola radial e angular; - disco; - casca delgada; - casca semi-espessa; - sólido de revolução. Os valores obtidos são as frequências e modos para cada rotação, para o rotor parado, e as frequências críticas de rotação progressivas e regressivas.

Trabalhos técnicos

1. MENDONÇA, Paulo de Tarso Rocha de Disciplina de Análise Estrutural. 2005.
Palavras-chave: Elementos finitos, Impacto estrutural, Resistência dos materiais
Referências adicionais : Brasil/Português. Meio de divulgação: Outro
2. MENDONÇA, Paulo de Tarso Rocha de Disciplina de dinâmica estrutural. 2005.
Palavras-chave: Dinâmica estrutural, Elementos finitos
Referências adicionais : Brasil/Português. Meio de divulgação: Outro
3. MENDONÇA, Paulo de Tarso Rocha de Disciplina de projeto estrutural para peças plásticas. 2005.
Palavras-chave: Viscoelasticidade, Polímeros, Projeto estrutural
Referências adicionais : Brasil/Português. Meio de divulgação: Outro
4. MENDONÇA, Paulo de Tarso Rocha de Disciplina sobre o método de elementos finitos para problemas estruturais. 2005.
Palavras-chave: Elementos finitos
Referências adicionais : Brasil/Português. Meio de divulgação: Outro
5. MENDONÇA, Paulo de Tarso Rocha de, FANCELLO, E. A., ROSA, E. Projeto e análise de tensões de Colar de Tomada. 2002.
Palavras-chave: Polímeros, Elementos finitos, ANÁLISE DE TENSÕES
Referências adicionais : Brasil/Português. Meio de divulgação: Impresso. Home page: www.grante.ufsc.br
Conjunto formado por cinta com derivação, em PP, acoplado sob pressão sobre duto de PVC. Problemas de grandes deslocamentos, não linearidade de material e contato.
6. MENDONÇA, Paulo de Tarso Rocha de, PEREIRA, J. C. Curso de modelagem e análise estrutural por elementos finitos. 2001.
Palavras-chave: Elementos finitos, Dinâmica de estruturas, ANÁLISE DE TENSÕES, Estruturas mecânicas
Referências adicionais : Brasil/Português. Meio de divulgação: Vários
Curso oferecido a engenheiros da Itaipu binacional, em 3 módulos de 28 horas cada, envolvendo barras, vigas, treliças planas e espaciais, pórticos 2D e 3D, elementos planos e sólidos, placas e cascas. Análise dinâmica. Curso com parte teórica e parte prática de modelagem.
7. MENDONÇA, Paulo de Tarso Rocha de, FANCELLO, E. A., ROSA, E. Curso de análise de estruturas metálicas e torres de transmissão. 2000.
Palavras-chave: Elementos finitos
Referências adicionais : Brasil/Português. Meio de divulgação: Outro
Curso de 80 horas oferecido, junto a outros professores do Grante - EMC - UFSC, a turma de engenheiros da Eletrosul, de Agosto a Novembro de 2000.
8. FANCELLO, E. A., MENDONÇA, Paulo de Tarso Rocha de, ROSA, E. Curso de introdução ao método de elementos finitos e fundamentos de modelagem. 2000.
Palavras-chave: Elementos finitos, Estruturas metálicas
Referências adicionais : Brasil/Português. Meio de divulgação: Outro
Curso oferecido a engenheiros da Fundação Tupy de Jaraguá do Sul, SC, de fevereiro a maio de 2000, de 76 horas.
9. ROSA, E., MENDONÇA, Paulo de Tarso Rocha de Projeto mecânico construtivo de forno autoclave. 2000.
Palavras-chave: Projeto Mecânico, Vasos de pressão
Referências adicionais : Brasil/Português. Meio de divulgação: Impresso. Home page: www.grante.ufsc.br
Projeto mecânico detalhado de forno autoclave de 4 metros para têmpera de vidro laminado a 12 atmosferas. Período Maio a Setembro de 2000.
10. MENDONÇA, Paulo de Tarso Rocha de Curso de resistência dos materiais avançada. 1999.
Palavras-chave: Estruturas mecânicas, ANÁLISE DE TENSÕES, Projeto estrutural
Referências adicionais : Brasil/Português. Meio de divulgação: Outro
Parte de 90 horas de um curso de especialização oferecido a engenheiros de Itaipu.
11. MENDONÇA, Paulo de Tarso Rocha de, MENDONÇA, P. T., FANCELLO, E. A., DIAS, A., ALVES, M.,

BARCELLOS, C. S., LORIGGIO, D., PADARATZ, I., ROSA, E. *Estudo de Viabilidade Técnica de Recuperação da Ponte Hercílio Luz*. 1997.

Palavras-chave: ANÁLISE DE TENSÕES, Projeto Mecânico, Projeto estrutural
Referências adicionais : Brasil/Português. Meio de divulgação: Impresso. Home page: www.grante.ufsc.br
 A Ponte Hercílio Luz é uma ponte de estrutura metálica pênsl, porém tem sua treliça de rigidez totalmente suspensa por tirantes a uma cadeia de barras de olhal. Isto a torna um patrimônio histórico nacional, sendo a única no mundo neste modelo ainda de pé. Construída em 1927, foi utilizada como ligação entre ilha e continente em Florianópolis até que em 1982 foi detectado um olhal rompido, quando foi interditada, tendo permanecido assim até os dias de hoje. Em 1996 o governo do estado contratou uma empresa americana para realizar um projeto de viabilidade técnica para a recuperação da ponte. O estudo foi feito porém o estado buscou a Universidade Federal de Santa Catarina, em 1997, para a realização de um outro estudo de viabilidade técnica de recuperação através de um procedimento diferente que resultasse em menor custo de implementação e preservasse as características arquitetônicas do projeto original. Os relatórios encontram-se em poder do DER-SC. Minha participação foi a de coordenador técnico do projeto.

Orientações e Supervisões

Orientações e supervisões

Orientações e supervisões concluídas

Dissertações de mestrado : orientador principal

1.  Andresa Freitas. *Modelagem da evolução do dano ortotrópico acoplado à elastoplasticidade em metais*. 2010. Dissertação (Engenharia Mecânica) - Universidade Federal de Santa Catarina
Palavras-chave: Elementos finitos, Dano, Plasticidade
Referências adicionais : Brasil/Português.
RESUMO: Neste trabalho, estuda-se um modelo de dano dútil tridimensional baseado nos princípios da mecânica do contínuo, na hipótese de equivalência de deformação e no conceito de tensão efetiva, com base numa metodologia fundamentada na termodinâmica dos processos irreversíveis. Faz-se o acoplamento das teorias de elastoplasticidade e dano (modelo de Lemaitre) a fim de realizar uma simulação numérica da evolução do dano em estruturas, via Método dos Elementos Finitos (MEF). Postulados da mecânica do dano em meio contínuo foram utilizados buscando-se incorporar o dano como uma variável interna. Primeiramente utiliza-se uma variável de dano escalar isotrópica e posteriormente introduz-se a anisotropia na distribuição das microtrincas, através do dano ortotrópico, representado por um tensor simétrico de segunda ordem. O código computacional desenvolvido é baseado no MEF e no modelo constitutivo de Lemaitre que é próprio para materiais metálicos, considerando-se um comportamento isotrópico do material, com encruamento isotrópico linear e critério de plastificação de von Mises. O algoritmo numérico correspondente a integração das equações constitutivas é baseado em uma etapa de previsão (estado elástico teste) e uma etapa de correção (estado corretor plástico/dano), sendo que a implementação da simulação numérica é realizada com a utilização do programa MATLAB®. Apresentam-se o algoritmo de integração e mapeamento de retorno baseado no modelo constitutivo mencionado acima, bem como os resultados da análise numérica.
2.  Rafael Beck. *Análise do comportamento de materiais poliméricos sob carregamento de impacto através da obtenção de suas propriedades viscoplásticas e simulações pelo método de elementos finitos*. 2008. Dissertação (Engenharia Mecânica) - Universidade Federal de Santa Catarina
Palavras-chave: Elementos finitos, ANÁLISE DE TENSÕES, Viscoelasticidade
Referências adicionais : Brasil/Português.
RESUMO: O cenário competitivo do mundo atual vem encorajando a aplicação de materiais poliméricos em substituição a materiais comumente usados em diversas aplicações. Como resultado, consegue-se redução dos custos do produto final, especialmente pela eliminação de processos fabris. O componente injetado em polímero não requer usinagens, sendo diretamente utilizado na linha de montagem. Com essa nova demanda por materiais poliméricos, surge também o desafio de obter uma correta caracterização dos mesmos levando em conta a aplicação à que estarão submetidos. Nesse aspecto, a caracterização relativa ao impacto é uma das mais desafiadoras, não apenas pela dificuldade de capturar o sinal de impacto, como também, devido às respostas altamente não lineares dos materiais, como dependência da taxa de deformação, e à necessidade de preparação cuidadosa das amostras. Neste artigo, apresenta-se uma metodologia para identificação de curvas tensão-deformação a taxa constante de polímeros. A partir de dados experimentais, obtidos através de ensaios axiais de impacto em corpos de prova de PVC e PP, curvas a taxa constante para esses materiais são mostradas. O carregamento axial de impacto é gerado por uma bancada de ensaios desenvolvida especialmente para esse fim e é produzido por uma massa de 4,8 kg, solta em queda livre da altura necessária à obtenção da energia de impacto desejada. Seguindo orientações de normas, ensaios com energias de impacto de até 20 J foram feitos. No entanto, o equipamento disponível permite atingir energias em torno de 103 J, quando a massa é solta de seu nível mais alto, 2,2 m, atingindo velocidade máxima de 6,57 m/s. Esse valor de velocidade restringe os ensaios aos classificados como de baixa velocidade. As curvas a taxa constante obtidas são normalmente aplicadas em softwares cujos modelos de materiais e algorítmicos permitam a interpolação entre diferentes curvas de encruamento. Em uma peça submetida a diversos carregamentos dinâmicos, cada pont
3.   Diego Amadeu Furtado Torres. *Método dos Elementos Finitos Generalizados aplicado à análise de placas laminadas compostas inteligentes*. 2008. Dissertação (Engenharia Mecânica) - Universidade Federal de Santa Catarina
Palavras-chave: Atuadores piezoelétricos, elementos finitos generalizados, Dinâmica estrutural, Materiais compostos
Referências adicionais : Brasil/Português.
Title: Generalized Finite Element Method applied to the analysis of laminated plates in smart composites
ABSTRACT: Adaptive structures may be briefly considered as structures which are capable of monitoring its own performance. They are also called smart structures and are particularly useful in remote health monitoring and damage detection, vibration control and shape control among others. The design of smart structures involves the application of materials which have interesting properties, and are classified according to its capabilities of energetic transformation. Moreover, composite materials can be fabricated with special characteristics to satisfy several goals, which makes them rather efficient in building adaptive structures in plates, shells and sandwich panels. This work is concerned with the development and computational implementation of a formulation based in Generalized Finite Element Method to analyze static and dynamic bending of laminated plates with piezoelectric sensors and actuators. In this direction, the degrees of freedom of mechanical behavior are modeled by a High-Order Shear Deformation Theory with inextensibility in the normal segment. Simultaneously, a Layerwise Theory is used to model the electric potential of active/passive layers. It results in a Coupled Equivalent Single Layer model, which is also called hybrid formulation. To enhance the numerical accuracy of both primary and secondary variables a strategy of polynomial enrichment of the displacement and potential fields is used in a GFEM type of approach. In this instance, enrichment functions until third degree are used combined with a bilinear partition of unit. Some study-cases which already have been analyzed by other numerical methods are performed to examine the validation of the developed model. Also, numerical results are compared to exact solutions of some simple cases and show convergence with both, -h and -p refinements. The analytical solutions were developed from th
4.   Yoshihiro Lima Nemoto. *Determinação de curva tensão-defomação verdadeira de metais isotrópicos usando corpos de prova de chapa fina*. 2004. Dissertação (Pós-graduação em Engenharia Mecânica) - Universidade Federal de Santa Catarina
Palavras-chave: Plasticidade, ANÁLISE DE TENSÕES, Elementos finitos
Referências adicionais : Brasil/Português.
 Desenvolvimento de equações que permitam estimar a curva tensão-deformação real, além do ponto de extricação, usando corpos de provas de chapas, através de medições diretas apenas da espessura no centro do corpo de provas e da carga. Correlação com distribuição real de deformações e tensões é feita por análise de elementos finitos do processo do ensaio do corpo de provas. Entretanto, o modelo é algébrico, sendo utilizado diretamente sem a necessidade de modelagem numérica.

5.  Cleber Pagliosa. *Determinação experimental de propriedades viscoelásticas de material polimérico* 2004. Dissertação (Pós-graduação em Engenharia Mecânica) - Universidade Federal de Santa Catarina
Palavras-chave: Polímeros, Elementos finitos, Análise Experimental de Tensões
Referências adicionais : Brasil/Português.
Foi desenvolvido todo o aparato experimental e a formulação para o processamento de propriedades viscoelásticas de polímeros duros. Os ensaios são de fluência. São obtidas as curvas de fluência, de relaxação, tanto completas quanto decompostas em parcelas deviatóricas e volumétricas.
6.  Sandro Paulo Daldin. *Análise Dinâmica de Rotores Flexíveis de Materiais Compostos por Elementos Finitos*. 2001. Dissertação (Engenharia Mecânica) - Universidade Federal de Santa Catarina
Palavras-chave: Dinâmica de rotores, Elementos finitos, Materiais compostos
Referências adicionais : Brasil/Português. Meio de divulgação: Impresso

Dissertações de mestrado : co-orientador

1.  Alexandre Silva Rizzatti. *Avaliação do sistema de fixação de ventiladores termoplásticos em eixos de motores elétricos por ajustes de interferência*. 2007. Dissertação (Engenharia Mecânica) - Universidade Federal de Santa Catarina
Palavras-chave: Viscoelasticidade, Análise Experimental de Tensões, Polímeros
Referências adicionais : Brasil/Português.
Análise experimental e numérica para a avaliação de perda de interferência devido ao efeito viscoelástico no polímero em mancais de ventiladores termoplásticos para eixos de motores elétricos montados por ajustes de interferência.
2. Cristian Mangoni. *Determinação teórico-experimental de forças e análise dinâmica através do método de elementos finitos no fresamento de peças com baixa rigidez*. 2004. Dissertação (Pós-graduação em Engenharia Mecânica) - Universidade Federal de Santa Catarina
Palavras-chave: Dinâmica de máquinas ferramentas, Medição de grandezas mecânicas - instrumentação, Elementos finitos
Referências adicionais : Brasil/Português.

Teses de doutorado : orientador principal

1.   Diego Amadeu Furtado Torres. *Contribuições sobre a utilização de funções de aproximação contínuas no método generalizado de elementos finitos: avaliação em mecânica da fratura*. 2012. Tese (Engenharia Mecânica) - Universidade Federal de Santa Catarina
Palavras-chave: Estimadores de erro, Generalized finite element method, Mecânica da fratura
Referências adicionais : Brasil/Português.
Abstract: Procedimentos de discretização que promovem o enriquecimento de subespaços de aproximação, para a solução de problemas de valor no contorno variacionais, permitem representar características como o contorno do domínio, descontinuidades dos campos incógnitos, singularidades, entre outras, independentemente das entidades da discretização, quer sejam elementos ou nos, em métodos baseados em malhas ou livres de malha. No entanto, funções seccionalmente contínuas, presentes em implementações convencionais, ainda representam um fator limitante na busca por melhores taxas de convergência, mesmo empregando enriquecimento. Questões sobre o padrão de enriquecimento e a transição entre porções do domínio enriquecidas e não enriquecidas foram apontadas como merecedoras de atenção em diversas investigações ao longo dos últimos anos. Neste sentido, o presente trabalho avalia a utilização de funções de aproximação arbitrariamente contínuas, construídas através do método generalizado de elementos finitos, em problemas de elasticidade plana envolvendo singularidade do campo de tensões, característicos da mecânica da fratura elástica linear. Primeiramente, o desempenho de tais funções suaves, tanto utilizando medidas de convergência globais quanto calculando parâmetros de severidade de trincas, é investigado mediante comparação com as respostas fornecidas por discretizações com funções minimamente conformes, ou seja, bases construídas com partições da unidade convencionais de elementos finitos. O método das forças configuracionais, elaborado segundo o formalismo da mecânica Eshelbiana, foi usado para o propósito de cálculo da severidade da trinca. Num estágio de pós-processamento da solução, as forças configuracionais que surgem na frente da trinca podem ser diretamente relacionadas a uma estimativa da integral J . Os resultados evidenciam a importância da continuidade da partição da unidade, na vizinhança de singularidades, "a medida que

Teses de doutorado : co-orientador

1. Oscar Garcia. *Aplicação do método de Elementos Finitos Generalizados na análise de problemas de placas e cascas de materiais compostos*. 2003. Tese (Curso de Pós-graduação em Engenharia Mecânica) - Universidade Federal de Santa Catarina
Palavras-chave: elementos finitos generalizados, Cascas, Materiais compostos
Referências adicionais : Brasil/Português.

Monografias de conclusão de curso de aperfeiçoamento/especialização

1. Herbert Silveira de Magalhães. *A influência de componentes estruturais na rigidez torcional de um veículo auto-motor*. 2005. Monografia (Engenharia Mecânica) - Universidade Federal de Santa Catarina
Palavras-chave: Estruturas mecânicas, veículos automotores
Referências adicionais : Brasil/Português.
Curso de Especialização para a FIAT Automóveis, de Betim MG.
2. Ricardo Magana Arcuri. *Absorção de energia no grupo anterior de um veículo em impacto frontal a baixa velocidade*. 2005. Monografia (Engenharia Mecânica) - Universidade Federal de Santa Catarina
Palavras-chave: Estruturas mecânicas, veículos automotores, Impacto estrutural
Referências adicionais : Brasil/Português.
Parte do curso de especialização para a FIAT Automóveis, em Betim, MG.
3. Evandro Queiroz Nunes Vera. *O uso do alumínio em travessa de suspensão de veículo automotor*. 2005. Monografia (Engenharia Mecânica) - Universidade Federal de Santa Catarina
Palavras-chave: veículos automotores, Estruturas mecânicas
Referências adicionais : Brasil/Português.
Parte do curso de especialização para a FIAT Automóveis, em Betim, MG.

Trabalhos de conclusão de curso de graduação

1.  Andre Rudnytskyj. *ENFORCEMENT OF NONHOMOGENEOUS DIRICHLET BOUNDARY CONDITIONS IN Ck-GFEM USING PREPROCESSED NODAL COEFFICIENTS ON THE BOUNDARY*. 2014. Curso (Engenharia Mecânica) - Universidade Federal de Santa Catarina
Palavras-chave: Ck continuous approximation function, Generalized finite element method
Referências adicionais : Brasil/Português.
The general aim of this work is to study the imposition of nonhomogeneous Dirichlet boundary conditions in Ck-GFEM, which is a special instance of the GFEM, using preprocessed nodal coefficients on the boundary, obtained through the solution of local systems of equations built based on the information known on the Dirichlet boundary. The imposition of essential (Dirichlet) boundary conditions is an aspect of concern when dealing with the relation between boundary orientation and the attribution of enriched PoU to nodes belonging to that boundary. The work is structured in chapters; chapter X reviews the origins and landmarks in the development of the GFEM in a literature review; chapter Y presents the idea behind the purpose of this work and the proposed approach to address it; a model problem is analyzed in chapter Z followed by results and conclusions.
2. Alexandre Yukio Inoue. *Automação do processo de medição e controle para uma máquina de ensaio mecânico*. 2002. Curso (Engenharia de Controle e Automação Industrial) - Universidade Federal de Santa Catarina
Palavras-chave: Medição de grandezas mecânicas - instrumentação, Análise Experimental de Tensões
Referências adicionais : Brasil/Português.
Retrofitting de uma máquina de ensaio mecânico (marca Wolpert), usada para ensaios estáticos e

dinâmicos sobre corpos de provas, capacidade 10 ton. A recuperação envolveu tanto o projeto e especificação dos equipamentos e implementação do sistema de acionamento mecânico, quanto do sistema de controle e medição das variáveis adquiridas durante os ensaios. Adicionalmente, foi desenvolvido o programa de controle e uma interface com o usuário para operação e pós-processamento dos dados.

Iniciação científica

1. Francisca Lucas Leite. *Projeto e análise numérica de componentes plásticos*. 2009. Iniciação científica (Graduação em Engenharia Mecânica) - Universidade Federal de Santa Catarina
Referências adicionais : Brasil/Português.
2. Rafael Yamaguti Lenocho. *Projeto e análise numérica de componentes plásticos*. 2009. Iniciação científica (Graduação em Engenharia Mecânica) - Universidade Federal de Santa Catarina
Referências adicionais : Brasil/Português.
3. Armin Sonnenhohl. *Experimentação de propriedades viscoelásticas de materiais poliméricos*. 2008. Iniciação científica (Licenciatura em Física) - Universidade Federal de Santa Catarina
Referências adicionais : Brasil/Português.
4. Maicon Guzzon Lima. *Suporte computacional em análise numérica*. 2008. Iniciação científica (Licenciatura em Física) - Universidade Federal de Santa Catarina
Referências adicionais : Brasil/Português.
5. Emanuel Cella Simon. *Modelagem por elementos finitos de placas laminadas por modelo de ordem superior*. 2006. Iniciação científica (Graduação em Engenharia Mecânica) - Universidade Federal de Santa Catarina
Palavras-chave: Atuadores piezoelétricos, Materiais compostos, Laminados
Referências adicionais : Brasil/Português.
6. Gustavo Koenig. *Análise estrutural numérica, por elementos finitos de peças, tubos e conexões plásticas*. 2005. Iniciação científica (Graduação em Engenharia Mecânica) - Universidade Federal de Santa Catarina
Palavras-chave: ANÁLISE DE TENSÕES
Referências adicionais : Brasil/Português. . Home page: www.grante.ufsc.br
7. Victor Henrique. *Análise numérica e experimental do comportamento estrutural de peças plásticas*. 2005. Iniciação científica (Graduação em Engenharia Mecânica) - Universidade Federal de Santa Catarina
Palavras-chave: Polímeros, Elementos finitos
Referências adicionais : Brasil/Português.
8. Elisa Helena Tonon. *Apoio na elaboração do livro 'Mecânica dos Sólidos'*. 2005. Iniciação científica (Letras) - Universidade Federal de Santa Catarina
Palavras-chave: Resistência dos materiais
Referências adicionais : Brasil/Português.
9. Flávia A. de Souza Vicenzi. *Suporte na elaboração de livro 'Análise Estrutural'*. 2005. Iniciação científica (Letras) - Universidade Federal de Santa Catarina
Palavras-chave: Elementos finitos
Referências adicionais : Brasil/Português.
10. Henrique Hiebert. *Análise por elementos finitos do comportamento estrutural de peças plásticas*. 2004. Iniciação científica (Graduação em Engenharia Mecânica) - Universidade Federal de Santa Catarina
Palavras-chave: Métodos numéricos, Elementos finitos
Referências adicionais : Brasil/Português.
11. Oswaldo Luiz Savini Junior. *Sistema CAE para análise e projeto de tubos e componentes em materiais compostos*. 2003. Iniciação científica (Graduação em Engenharia de Produção Mecânica) - Universidade Federal de Santa Catarina
Palavras-chave: Materiais compostos, Polímeros, ANÁLISE DE TENSÕES
Referências adicionais : Brasil/Português.
Foi desenvolvido de um sistema CAE para análise e projeto de tubos, placas, vigas, laminados e componentes constituídos de materiais compostos de resina reforçada por fibra ou outras combinações de materiais como aço, madeira, espumas poliméricas, colméias estruturais, alumínio, corrugados, papelão, etc., submetido a carregamentos de forças concentradas, distribuídas e pressão interna. A proposição do trabalho foi a de produzir um programa de cálculo com interface amigável com o usuário, que fosse útil a alunos de graduação e pós-graduação e a engenheiros em geral. Isso se torna tanto mais importante uma vez que os procedimentos usuais de cálculo de componentes de materiais compostos são usualmente bastante complexos e inviáveis de serem trabalhados de forma manual, mesmo os componentes mais simples como as vigas. Isso exige sempre o auxílio computacional para o engenheiro.
12. Oswaldo Luiz Savini Júnior. *Sistema CAE para análise e projeto de tubos e componentes em materiais compostos*. 2002. Iniciação científica (Graduação em Engenharia de Produção Mecânica) - Universidade Federal de Santa Catarina
Palavras-chave: Materiais compostos, ANÁLISE DE TENSÕES
Referências adicionais : Brasil/Português.
desenvolvimento de um sistema CAE para análise e projeto de tubos e componentes constituídos de materiais compostos de resina reforçada por fibra ou outras combinações de materiais como aço, madeira, espumas poliméricas, colméias estruturais, alumínio, corrugados, papelão, etc., submetido a carregamentos de forças concentradas, distribuídas e pressão interna. Buscou-se produzir um programa de cálculo com interface amigável com o usuário, que seja útil a alunos de graduação e pós-graduação e a engenheiros em geral. Isso se torna tanto mais importante uma vez que os procedimentos usuais de cálculo de componentes de materiais compostos são usualmente bastante complexos e inviáveis de serem trabalhados de forma manual, mesmo os componentes mais simples como as vigas. Isso exige sempre o auxílio computacional para o engenheiro.
13. Cristian Mangoni. *Análise de tecido em material composto utilizando modelagem por elementos finitos*. 2000. Iniciação científica (Graduação em Engenharia de Produção Mecânica) - Universidade Federal de Santa Catarina
Palavras-chave: Materiais compostos, Elementos finitos
Referências adicionais : Brasil/Português.

Orientação de outra natureza

1. Ronaldo Tápia. *Desenvolvimento de ambiente computacional para suporte de testes numéricos*. 2005. Orientação de outra natureza - Universidade Federal de Santa Catarina
Palavras-chave: Métodos numéricos
Referências adicionais : Brasil/Português.

Orientações e supervisões em andamento

Dissertações de mestrado : orientador principal

1.  Marx Ribeiro. *Análise de Estabilidade de placas anisótropas delgadas com deformações de von Karman usando o GFEM com continuidade arbitrária*. 2014. Dissertação (Engenharia Mecânica) - Universidade Federal de Santa Catarina
Palavras-chave: Estabilidade de placas, Composite materials, Generalized finite element method, Ck continuous approximation function
Referências adicionais : Brasil/Português.
O objetivo é implementar e testar o comportamento do Método de Elementos Finitos Generalizado (GFEM) de continuidade arbitrária (GFEM-Ck) para gerar funções de aproximação com continuidade interelementar C1 ou superior, que são necessárias no modelo cinemático de Kirchhoff para placas delgadas. Busca-se aplicar os modelos para a análise de estabilidade e de comportamento não linear de painéis de materiais compostos laminados, usando o modelo de von Kármán.

Teses de doutorado : orientador principal

1.  Farshad Farzan Nasab. *Desenvolvimentos em estimativas de erro a-posteriori em modelos de placas laminadas pelo GFEM*. 2015. Tese (Engenharia Mecânica) - Universidade Federal de Santa Catarina
Referências adicionais : Brasil/Português.
2.  Andresa Freitas. *Desenvolvimentos de Elementos Finitos Generalizados na modelagem de problemas de plasticidade confinada*. 2010. Tese (Engenharia Mecânica) - Universidade Federal de Santa Catarina
Palavras-chave: elementos finitos generalizados, Plasticidade, Placas
Referências adicionais : Brasil/Português.
For many practical applications in engineering, a complex structure shows linear elastic behavior over almost all its extension, but exhibits confined plasticity contained in some small critical regions, e.g. stress concentrations in fillets and sharp internal corners. The behavior of C0- and Ck-GFEM is investigated in this class of problems. The first goal of this study is to identify the actual formulation of the Ck-GFEM for two-dimensional elastoplasticity, as a modification of the C0-GFEM formulation. The Ck-GFEM is based on a set of basis functions with Ck continuity over the domain. The approximation functions are constructed from a Ck continuous partition of unity, over which polynomial enrichment functions (or any special function) can be applied, in the same fashion as in the usual C0-GFEM. In this way, the finite element approximations show continuous responses for both displacements and stresses across inter-element interfaces. The local-global form of GFEM is used to simulate efficiently the computation in problems of confined plasticity.

Iniciação científica

1.  Lucas de Lima Teixeira. *Computação de erros estimados em tensões cisalhantes transversais de laminados compostos*. 2015. Iniciação científica (Engenharia Mecânica) - Universidade Federal de Santa Catarina
Referências adicionais : Brasil/Português.
2.  Augusto Pietroski Tasso. *Testes do método de GFEM estabilizado*. 2015. Iniciação científica (Engenharia Mecânica) - Universidade Federal de Santa Catarina
Referências adicionais : Brasil/Português.

Eventos

Eventos

Participação em eventos

1. 11th World Congress on Computational Mechanics - 11wccm. 2014. (Congresso)
Convergence analysis of configurational forces for brittle cracks modeled through Ck-generalized FEM.
2. XFEM-2013, XFEM, GFEM and fictitious domain methods: recent developments and applications. 2013. (Congresso)
Benefits provided by partitions of unity with high regularity in crack modeling through enrichment procedures.
3. Apresentação Oral no(a) XFEM 2011 - 3rd Intern. Conference on the Extended Finite Element Method. 2011. (Congresso)
A framework for fracture modeling using implicitly defined enrichments over Ck partitions of unity simultaneously based on FE and meshfree nodes.
4. Conferencista no(a) 4th Workshop on Computational Approaches to Material modeling and Optimization. 2010. (Oficina)
4th Workshop on Computational Approaches to Material modeling and Optimization.
5. Apresentação Oral no(a) 19th International Congress of Mechanical Engineering. 2007. (Congresso)
Analytical and numerical procedures to process viscoelastic experimental data.
6. I Conferencia estadual de ciencia, tecnologia e inovação, Lages, Santa Catarina. 2006. (Congresso)
I Conferencia estadual de ciencia, tecnologia e inovação, Lages, Santa Catarina.
7. International Conference on Impacto loading of lightweight structures. 2005. (Congresso)
International Conference on Impacto loading of lightweight structures.
Palavras-chave: Impacto estrutural
8. 18th International Congress of Mechanical Engineering. 2005. (Congresso)
Materiais Compostos e Estruturas Sanduiche.
Palavras-chave: Materiais compostos
Referências adicionais : Brasil/Português. Meio de divulgação: Meio digital
9. XI DINAME - International Symposium on dynamic problems of mechanics. 2005. (Congresso)
XI DINAME - International Symposium on dynamic problems of mechanics.
Palavras-chave: Dinamica estrutural

Organização de evento

1. FANCELLO, E. A., Tarso R. Mendonça, Paulo, BARCELLOS, C. S., Alves, M. *Third International Symposium on Solid Mechanics - MECSol 2011*. 2011. (Congresso, Organização de evento)
Referências adicionais : Brasil/Inglês. Meio de divulgação: Impresso
The Symposium aims at gathering specialists in the field of Solid Mechanics for an in depth discussion of the many aspects covered by this large branch of science and technology. Papers to be presented at the Symposium are expected to focus on fundamental and applied issues, including computational, theoretical and experimental contributions, drawing upon the various branches of engineering science and the allied areas within applied mathematics, materials science, structural engineering and applied physics. Selected articles will be published in a special edition of the Latin American Journal of Solids and Structures www.lajss.org

Bancas

Bancas

Participação em banca de trabalhos de conclusão

Mestrado

1. MENDONÇA, Paulo de Tarso Rocha de, de Barcellos, Clovis S., FANCELLO, Eduardo A., CUNHA NETO, A. B. Participação em banca de Maicon Soder. *Identificação de propriedades elásticas homogeneizadas de microestruturas de rocha*. 2014. (Engenharia Mecânica) Universidade Federal de Santa Catarina
Palavras-chave: Método de homogeneização, Microestruturas de rocha
Referências adicionais : Brasil/Português.

2. MENDONÇA, Paulo de Tarso Rocha de, FANCELLO, Eduardo A., Vassoler, J.M.Participação em banca de Anderson José Antonietti. *Modelo variacional de elastoplasticidade com sensibilidade à tensão hidrostática*. 2014.
(Engenharia Mecânica) Universidade Federal de Santa Catarina
Palavras-chave: Elastoplasticidade
Referências adicionais : Brasil/Português.
3. MENDONÇA, Paulo de Tarso Rocha de, BARCELLOS, C. S., Vaz, M.Participação em banca de Austo Emmel Selke. *Modelo constitutivo variacional de viscoplasticidade termomecanicamente acoplada, em regime de grandes deformações*. 2009.
(Engenharia Mecânica) Universidade Federal de Santa Catarina
Referências adicionais : Brasil/Português.
4. MENDONÇA, Paulo de Tarso Rocha de, Alves, M., Azevedo, R. L.Participação em banca de Luiz André Romariz. *Dano em placas laminadas devido ao impacto a baixas velocidades*. 2008.
(Engenharia Mecânica) Universidade de São Paulo
Referências adicionais : Brasil/Português.
5. MENDONÇA, Paulo de Tarso Rocha de, Gonçalves Jr., A. A., Garcia, E. C.Participação em banca de Eliete Nascimento Pereira. *Distribuição de pressão de contato e condutância térmica de juntas aparafusadas*. 2008.
(Engenharia Mecânica) Universidade Federal de Santa Catarina
Referências adicionais : Brasil/Português.
6. MENDONÇA, Paulo de Tarso Rocha de, BARCELLOS, C. S., Hecke, M. B.Participação em banca de Louise Rieps. *Modelo constitutivo viscoelástico para simulação de tecidos conectivos*. 2008.
(Engenharia Mecânica) Universidade Federal de Santa Catarina
Referências adicionais : Brasil/Português.
7. MENDONÇA, Paulo de Tarso Rocha de, Ferreira, J. L. A.Participação em banca de Fausto Nogueira de Almeida Mesquita. *Simulação do comportamento mecânico de tubos em PRFV submetidos à pressão hidrostática*. 2008.
(Engenharia Mecânica) Universidade de Brasília
Referências adicionais : Brasil/Português.
8. MENDONÇA, Paulo de Tarso Rocha de, LENZI, A., FANCELLO, E. A., AHRENS, C. H.Participação em banca de Pablo Rodrigo Mederos. *Determinação experimental e simulação numérica do comportamento viscoelástico de polímeros - estudos em PVC*. 2006.
(Engenharia Mecânica) Universidade Federal de Santa Catarina
Palavras-chave: Polímeros, Viscoelasticidade
Referências adicionais : Brasil/Português.
9. MENDONÇA, Paulo de Tarso Rocha de, DIAS, A., FANCELLO, E. A.Participação em banca de Aldo Luís Soldate. *Metodologia para diagnóstico da integridade e segurança de equipamentos estáticos: foco em refinaria de petróleo*. 2006.
(Engenharia Mecânica) Universidade Federal de Santa Catarina
Palavras-chave: Vasos de pressão
Referências adicionais : Brasil/Português.
Diagnóstico de equipamentos estáticos, integridade e segurança em refinaria de petróleo.
10. MENDONÇA, Paulo de Tarso Rocha de, RADE, R. S. L., RADE, D. A., CUNHA, J.Participação em banca de Albert Willian Faria. *Modelagem por elementos finitos de placas compôstas dotadas de sensores e atuadores piezoelétricos: implementação computacional e avaliação numérica*. 2006.
(Engenharia Mecânica) Universidade Federal de Uberlândia
Palavras-chave: Atuadores piezoelétricos, Elementos finitos, Dinamica estrutural, Materiais compostos
Referências adicionais : Brasil/Português.
11. MENDONÇA, Paulo de Tarso Rocha de, JORDAN, R., SCHROETER, R. B.Participação em banca de Alexandre da Silva Paes Cardoso. *Predição do comportamento dinâmico de sistemas compostos por eixo-árvore, sistemas de fixação e ferramentas de corte de máquinas-ferramentas em altas velocidades (HSC)*. 2006.
(Engenharia Mecânica) Universidade Federal de Santa Catarina
Palavras-chave: Dinâmica estrutural, Dinâmica de máquinas ferramentas
Referências adicionais : Brasil/Português.
12. MENDONÇA, Paulo de Tarso Rocha de Participação em banca de Tito Lívio Boni. *Estudo Experimental e numérico de painéis sanduíche suportados lateralmente por pinos e sujeitos a grandes deformações*. 2005.
(Engenharia Aeronáutica e Mecânica) Instituto Tecnológico de Aeronáutica
Palavras-chave: Materiais compostos, Painéis sanduíche
Referências adicionais : Brasil/Português.
13. ROSA, MENDONÇA, Paulo de Tarso Rocha de, BERNARDINI, P. A. N.Participação em banca de Maurício Centeno Lobão. *Determinação de curvas limite de conformação por procedimentos experimentais e simulação numérica do processo de estampagem*. 2003.
(Pós-graduação em Engenharia Mecânica) Universidade Federal de Santa Catarina
Palavras-chave: Plasticidade, Elementos finitos, Medição de grandezas mecânicas - instrumentação, Análise Experimental de Tensões
Referências adicionais : Brasil/Português.
14. MENDONÇA, Paulo de Tarso Rocha de, LENZI, A., NICOLAZZI, L. C.Participação em banca de Gustavo Rodrigues Lirio. *Metodologia híbrida experimental-numérica de análise do comportamento estrutural de chassis de veículos comerciais*. 2003.
(Pós-graduação em Engenharia Mecânica) Universidade Federal de Santa Catarina
Palavras-chave: Dinâmica de Veículos, Análise Experimental de Tensões, Elementos finitos, ANÁLISE DE TENSÕES
Referências adicionais : Brasil/Português.
15. MENDONÇA, Paulo de Tarso Rocha de, ALVES, M. K., JORDAN, R.Participação em banca de Márcio Eduardo Silveira. *Análise do comportamento dinâmico de rotores em eixos bobinados*. 2001.
(Pós-graduação em Engenharia Mecânica) Universidade Federal de Santa Catarina
Palavras-chave: Materiais compostos, Dinâmica de rotores, Cascas, Elementos finitos
Referências adicionais : Brasil/Português.
16. LENZI, A., JORDAN, R., MENDONÇA, Paulo de Tarso Rocha de, ONUSIC, H.Participação em banca de Fábio Alexandre Thieme. *Atenuação de ruído em silenciadores automotivos: análise numérica pelo método das matrizes de transferência e verificação experimental*. 2000.
(Pós-graduação em Engenharia Mecânica) Universidade Federal de Santa Catarina
Palavras-chave: Ruído, Medição de grandezas mecânicas - instrumentação
Referências adicionais : Brasil/Português.
17. JORDAN, R., MENDONÇA, Paulo de Tarso Rocha de, FANCELLO, E. A.Participação em banca de Alexandre Augusto Pescador Sardá. *Análise por elementos finitos do fluxo de energia vibratória entre placas planas apoiadas em vigas*. 1999.
(Pós-graduação em Engenharia Mecânica) Universidade Federal de Santa Catarina
Palavras-chave: Análise Experimental de Tensões, Dinâmica de estruturas, Elementos finitos, Placas
Referências adicionais : Brasil/Português.
18. MENDONÇA, Paulo de Tarso Rocha de, BAVASTRI, C. A., LOPES, E. M. O.Participação em banca de João Moraes da Silva Neto. *Identificação de parâmetros materiais e estruturais no domínio da frequência*. 1999.
(Pós-graduação em Engenharia Mecânica) Universidade Federal de Santa Catarina
Palavras-chave: Dinâmica de estruturas, Análise Experimental de Tensões, Placas
Referências adicionais : Brasil/Português.
19. MENDONÇA, Paulo de Tarso Rocha de, FANCELLO, E. A., ROSA, E.Participação em banca de Alexandre Kaelble Calixto. *Análise e otimização de cascas de materiais compostos laminados*. 1998.
(Pós-graduação em Engenharia Mecânica) Universidade Federal de Santa Catarina
Palavras-chave: Otimização, Cascas, Elementos finitos, Materiais compostos
Referências adicionais : Brasil/Português.
20. ROSA, MENDONÇA, Paulo de Tarso Rocha de, PEREIRA, J. C.Participação em banca de João Carlos Arantes Costa Júnior. *Análise numérica do dano em placas espessas sob fadiga de baixo ciclo*. 1998.
(Pós-graduação em Engenharia Mecânica) Universidade Federal de Santa Catarina
Palavras-chave: Dano, Fadiga, Elementos finitos, Placas
Referências adicionais : Brasil/Português.

21. MENDONÇA, Paulo de Tarso Rocha de, ALVES, M. K., PEREIRA, J. C., SCREMIN, A. Participação em banca de Oscar Alfredo Garcia de Suarez. *Método sem malha hp-clouds na análise de placas de Reissner-Mindlin*. 1997. (Pós-graduação em Engenharia Mecânica) Universidade Federal de Santa Catarina
Palavras-chave: elementos finitos generalizados, Placas, ANÁLISE DE TENSÕES
Referências adicionais: Brasil/Português.
22. BARCELLOS, C. S., MENDONÇA, Paulo de Tarso Rocha de, SELKE, C. A. C. Participação em banca de Marco Túlio Corrêa de Faria. *Estudos do comportamento dinâmico de rotores flexíveis assimétricos através do método de elementos finitos*. 1990. (Pós-graduação em Engenharia Mecânica) Universidade Federal de Santa Catarina
Palavras-chave: Dinâmica de rotores, Elementos finitos
Referências adicionais: Brasil/Português.
23. MENDONÇA, Paulo de Tarso Rocha de, ALVES, D. B., BARCELLOS, C. S. Participação em banca de Benedito Santana de Oliveira. *Comportamento da carga crítica de flambagem em placas laminadas retangulares simétricas e assimétricas submetidas a um estado de tensões de membrana combinadas*. 1986. (Pós-graduação em Engenharia Mecânica) Universidade Federal de Santa Catarina
Palavras-chave: Materiais compostos, Placas, ANÁLISE DE TENSÕES
Referências adicionais: Brasil/Português.

Doutorado

1. MENDONÇA, Paulo de Tarso Rocha de, Creus, G. J., Maghous, S., de Oliveira, B. F., Awrich, A. M. Participação em banca de Roberto Carlos Pavan. *Aplicação da teoria de dano na análise do comportamento de materiais compostos*. 2008. (Engenharia Civil) Universidade Federal do Rio Grande do Sul
Referências adicionais: Brasil/Português.
2. MENDONÇA, Paulo de Tarso Rocha de, SZUCS, C. A., CASTRO, P. F. E., PINTO, R. C. A., ROVERE, H. L. L. Participação em banca de Almir Barros da Silva Santos Neto. *Desenvolvimento de um sistema de laje mista de concreto com perfis pultrudados de materiais compostos avançados*. 2006. (Engenharia Civil) Universidade Federal de Santa Catarina
Palavras-chave: Materiais compostos, Vigas de materiais compostos, Materiais compostos em construção civil
Referências adicionais: Brasil/Português.
3. MENDONÇA, Paulo de Tarso Rocha de Participação em banca de Ricardo Suterio. *Medição de tensões residuais por indentação associada à holografia eletrônica*. 2005. (Engenharia Mecânica) Universidade Federal de Santa Catarina
Palavras-chave: Análise Experimental de Tensões, Plasticidade, Tensões residuais
Referências adicionais: Brasil/Português.
4. MENDONÇA, Paulo de Tarso Rocha de Participação em banca de Gilberto Amado Méndez Cruz. *Projeto ótimo de neutralizadores viscoelásticos baseados no modelo a derivadas fracionárias*. 2004. (Engenharia Mecânica) Universidade Federal de Santa Catarina
Palavras-chave: Viscoelasticidade, Derivadas fracionárias
Referências adicionais: Brasil/Português.
5. MENDONÇA, Paulo de Tarso Rocha de Participação em banca de Branca Freitas de Oliveira. *Um modelo analítico e computacional para consideração de efeitos de envelhecimento em estruturas de material compósito*. 2004. (Engenharia Mecânica) Universidade Federal do Rio Grande do Sul
Palavras-chave: Materiais compostos, Efeito de envelhecimento, plásticos
Referências adicionais: Brasil/Português.
6. MENDONÇA, Paulo de Tarso Rocha de Participação em banca de João Morais da Silva Neto. *Identificação do Modelo Fracionário de Materiais Viscoelásticos no domínio da frequência*. 2003. (Engenharia Mecânica) Universidade Federal de Santa Catarina
Palavras-chave: Viscoelasticidade, Derivadas fracionárias
Referências adicionais: Brasil/Português.
7. GERGES, S. N. Y., TOUSI, S., ZINDELUK, M., MENDONÇA, Paulo de Tarso Rocha de, PINTO, F. A. N. C., LENZI, A. Participação em banca de Alessandro M. Balvedi. *A study of squeal noise in a disc brake system and influence of rubber coated shims on system damping*. 2002. (Curso de Pós-graduação em Engenharia Mecânica) Universidade Federal de Santa Catarina
Palavras-chave: Dinâmica de Veículos, Medição de grandezas mecânicas - instrumentação, Elementos finitos
Referências adicionais: Brasil/Inglês.

Exame de qualificação de doutorado

1. MENDONÇA, Paulo de Tarso Rocha de, de Barcellos, Clovis S., Vaz, M. Participação em banca de Paulo Bastos Castro. *Modelo constitutivo variacional para materiais viscoplásticos com dano plástico e hidrolítico*. 2014. (Engenharia Mecânica) Universidade Federal de Santa Catarina
Palavras-chave: Viscoelasticidade
Referências adicionais: Brasil/Português.
2. Tarso R. Mendonça, Paulo, BARCELLOS, C. S., ROJAS, P. A. M. Participação em banca de Augusto Emmel Selke. *Modelos variacionais de dano termo-viscoelástico em deformações finitas: acoplamento com o método Thick Level Set de dano não-local*. 2014. (Engenharia Mecânica) Universidade Federal de Santa Catarina
Palavras-chave: Modelo constitutivo variacional, Termo-viscoelasticidade, dano viscoelástico, Level Set
Referências adicionais: Brasil/Inglês.
Tese em co-orientação entre o prof. Eduardo Alberto Fancello, do EMC/UFSC, e prof. Laurent Stainier, da Escola Central de Nantes, França.
3. JORDAN, R., NICOLAZZI, L. C., Cordiol, J. A., MENDONÇA, Paulo de Tarso Rocha de Participação em banca de Érico Romera Fulco. *Modelos de Vibrações de Baixas frequências de compressores herméticos*. 2009. (Engenharia Mecânica) Universidade Federal de Santa Catarina
Referências adicionais: Brasil/Português.
4. MENDONÇA, Paulo de Tarso Rocha de Participação em banca de Antonio de Assis Brito Neto. *Desenvolvimento de uma metodologia para a otimização da análise estrutural em materiais viscoelásticos*. 2005. (Engenharia Mecânica) Universidade Federal de Santa Catarina
Palavras-chave: Viscoelasticidade, derivadas fracionárias
Referências adicionais: Brasil/Português.
5. MENDONÇA, Paulo de Tarso Rocha de Participação em banca de Gilberto Amado Méndez Cruz. *Projeto ótimo de neutralizadores viscoelásticos baseados no modelo a derivadas fracionárias*. 2004. (Engenharia Mecânica) Universidade Federal de Santa Catarina
Palavras-chave: Viscoelasticidade, Neutralizadores viscoelásticos, Derivadas fracionárias
Referências adicionais: Brasil/Português.
6. MENDONÇA, Paulo de Tarso Rocha de Participação em banca de Márcio Eduardo Silveira. *Aproximação inversa e otimização topológica aplicadas à determinação de Leiate de tailored blanks*. 2003. (Engenharia Mecânica) Universidade Federal de Santa Catarina
Palavras-chave: Plasticidade, conformação de chapas metálicas
Referências adicionais: Brasil/Português.

Participação em banca de comissões julgadoras

Professor titular

1. *Participação como Avaliador de Projetos de Pesquisa da UNIVILLE - universidade da região de Joinville.* 2005.
Universidade da Região de Joinville

Concurso público

1. *Concurso público na área de Análise e Álgebra, Edital 120/DDPP/2011, UFSC.* 2011.
Universidade Federal de Santa Catarina
Palavras-chave: Matemática
Referências adicionais : Brasil/Português.
2. *Concurso na área de conhecimento: Mecânica dos materiais e das estruturas.* 2009.
Universidade de São Paulo
Referências adicionais : Brasil/Português.

Outra

1. *Participação como Avaliador de Projetos de Pesquisa da UNIVILLE - universidade da região de Joinville.* 2004.
Universidade da Região de Joinville

Página gerada pelo sistema Currículo Lattes em 22/01/2015 às 11:39:56.

ANEXO II - PROJETO DE PESQUISA CNPq

Desenvolvimentos no GFEM de continuidade arbitraria e uso de PGD em flexão de placas multi-laminadas Renovação do projeto CNPQ PQ-2010 (303575/2010-7)

Paulo de Tarso Rocha de Mendonça
Programa de Pós-Graduação em Engenharia Mecânica – UFSC

15/07/2013

1 Resumo

O presente projeto de pesquisa propõe novas investigações relacionadas ao Método de Elementos Finitos Generalizados, GFEM, utilizando funções de aproximação de continuidade arbitraria, envolvendo formulação, análise e simulação computacional de modelos para dois níveis de investigação, ambos associados ao Método de Elementos Finitos Generalizados de continuidade arbitraria (GFEM-Ck), aplicado a um grupo de problemas mecânicos clássicos como o problema de flexão de placas e painéis laminados de materiais compostos, plasticidade, abertura de trincas. A aplicação sobre esses problemas deve-se não apenas à importância que eles tem nas situações diárias de análise e projeto estrutural e de mecânica dos sólidos, mas porque o comportamento do GFEM-Ck nesses problemas servem de referência para a previsão do comportamento em uma quantidade muito maior de problemas que são regidos por modelos matemáticos similares.

O primeiro nível de investigação é num amplo conjunto de estratégias para estimativa *a-posteriori* de erros de discretização e de modelo, em norma de energia e também em quantidade de interesse, em problemas discretizados pelo GFEM-Ck. O problema considerado na presente proposta é o de erros no problema elastostático de flexão de placas laminadas, considerando em especial os erros nas tensões transversais e nas tensões interlaminares. As estratégias previstas para estimativa de erro são baseadas na família de estimadores por relação constitutiva (CRE) (também referidas como estimadores baseados em campos de deslocamento e de tensões admissíveis). Como parte dessa estratégia, é previsto o uso da técnica *Proper Generalized Decomposition* (PGD) para uma determinação eficiente de campo de tensões admissíveis tri-dimensionais nos elementos, o que se constitui numa das contribuições inovadoras do projeto proposto para a estimativa dos *erros de modelo*. Uma outra contribuição da proposta é o uso de uma base polinomial hierárquia, desenvolvida para satisfazer perfeitamente as equações de equilíbrio do modelo no domínio do elemento. Esta visa também obter um campo de esforços admissíveis de qualidade para uso nos procedimentos de estimativa de erro de discretização propostos.

A segunda parte do projeto é sobre desenvolvimentos no GFEM-Ck e sua aplicação em alguns problemas estruturais. Aqui inserem-se investigações sobre o controle da singularidade tipicamente observada na matriz de rigidez, que é consequência da base do GFEM; estudos sobre técnicas eficientes de imposição de condições de contorno em formas forte e fracas, analisar o comportamento do GFEM-Ck no problema de deflexões moderadamente grandes de painéis laminados via equações cinemáticas tipo von Karman. Esse modelo exige funções de deslocamentos de continuidade $C^1(\Omega)$, que são

2. RELATÓRIO RESUMIDO DO PROJETO ATUAL (303575/2010-7)

naturalmente providas pelo GFEM-Ck. Adicionalmente se prevê uma investigação sobre a análise de problemas em que ocorre plastificação em regiões limitadas do corpo, circundada por meio elástico, via uma técnica de GFEM-Ck dita *global-local*, que envolve dois níveis de refino de malha, e a geração de uma função de enriquecimento numérica para uso no nível global da análise. Como resultado se tem uma análise global efetuada com malha grosseira, enriquecida na região de plasticidade contida.

Palavras Chave:

Método de Elementos Finitos Generalizados (GFEM),
 GFEM com continuidade arbitrária,
 Materiais Compostos,
 Tensões Cisalhantes Transversais em laminados,
 Estimadores de erro *a-posteriori* Erro por Relação Constitutiva (CRE),
 Erro em Quantidade de Interesse (QI), *Goal oriented estimators*,
Proper Generalized Decomposition (PGD).

2 Relatório resumido do projeto atual (303575/2010-7)

2.1 Relatório “de até 10 linhas”

Duas grandes linhas: (a) Avaliação do uso de GFEM-Ck na análise de problemas de mecânica da fratura, e outra (b) Modelagem de placas de materiais compostos laminados pelo GFEM de continuidade arbitrária. Na linha (a) o uso das funções de aproximação de continuidade arbitrária foram testadas e sua eficácia confirmadas quando comparado aos resultados obtidos por MEF e GFEM com descontinuidade de tensões interlaminares, tanto na estimativa de tensões quanto de energia. Usada a mecânica configuracional para obter a integral J, com indicação de direção de crescimento de trinca. Estimativa de erro usando residual-free in patches de elementos. Também erros em forma forte. Na linha de pesquisa (b), o uso do GFEM-Ck foi testado e desenvolvido nos modelos conformes de Kirchhoff, de Mindlin e de Reddy. Desenvolvido procedimento de pós-processamento de tensões cisalhantes transversais. Estudo da capacidade de distorção extrema dos elementos no GFEM-Ck.

2.2 Relatório resumido de duas páginas

A) Avaliação do uso de GFEM-Ck na análise de problemas de mecânica da fratura.

Essa parte do trabalho desenvolvida no âmbito do projeto atual avalia a utilização de funções de aproximação arbitrariamente contínuas, construídas através do método generalizado de elementos finitos, em problemas de elasticidade plana envolvendo singularidade do campo de tensões, característicos da mecânica da fratura elástica linear. Primeiramente, o desempenho de tais funções suaves, tanto utilizando medidas de convergência globais quanto calculando parâmetros de severidade de trincas, foi investigado mediante comparação com as respostas fornecidas por discretizações com funções minimamente conformes, ou seja, bases construídas com partições da unidade convencionais de elementos finitos. O método das forças configuracionais, elaborado segundo o formalismo da mecânica Eshelbiana, foi usado para o propósito de cálculo da integral J da trinca num estágio de pós-processamento da solução. Os resultados evidenciam a importância da continuidade da partição da unidade, na vizinhança de singularidades. Supõe-se que isso se deve a que a suavidade evita os saltos dos campos de tensões e permite melhor capturar as características das funções de enriquecimento. A continuidade permite a melhoria da solução tanto em medidas globais quanto em medidas locais mesmo aplicando o enriquecimento em malhas mais grosseiras com um mínimo de nós. Então, uma adaptação do método residual implícito em subdomínios foi desenvolvida. Considerando as próprias nuvens da abordagem em MGEF obtém-se medidas nodais de erro. A metodologia gera problemas, equacionados nas nuvens,

com condições de contorno de Neumann triviais em virtude da localização do funcional residual com a partição da unidade.

A continuidade dos campos de tensões favorece a determinação da excitação para tais problemas locais diretamente a partir da projeção do campo resíduo, em forma forte, sobre o subespaço gerado por funções de grau superior. O procedimento se mostra bastante adequado para soluções contínuas, , nos casos testados, apresenta efetividade local apropriada mesmo quando se utiliza apenas enriquecimento polinomial, indicando que o estimador é capaz de detectar os pontos onde se necessita de refinamento. Diversos melhoramentos são apontados como propostas de continuidade do trabalho devido à constatação de que as diversas ferramentas matemáticas consideradas, em separado ou conjuntamente, podem ser aplicáveis em outras situações.

Essa linha de trabalho resultou em uma tese de doutorado concluída em dezembro/2012, (conforme listado no Anexo A) de onde se preve a publicação de três artigos em periódicos internacionais, artigos esses em fase de elaboração. Resultados parciais foram apresentados em quatro congressos internacionais (XFEM-2011, ECCOMAS-2013, WCCM-2012, conforme listado no Anexo A), tendo ganho o prêmio de melhor trabalho apresentado no XFEM-2011. É prevista ainda a apresentação de resultados no XFEM-2013, em Lyon, em setembro de 2013.

B) Modelagem de placas de materiais compostos laminados pelo GFEM de continuidade arbitrária.

Essa parte do trabalho desenvolvida no projeto atualmente em andamento avalia a utilização de funções de aproximação arbitrariamente contínuas, construídas através do GFEM, em problemas de flexão de placas laminadas de materiais compostos, com vistas, entre outras coisas, à determinação mais precisa das tensões, em especial as tensões transversais. Essa determinação é feita inicialmente usando o processo usual de pós-processamento das tensões coplanares para obter as componentes cisalhantes transversais via integração das equações locais diferenciais de equilíbrio tri-dimensionais. Se mostra que essa etapa é feita de forma mais eficiente usando o GFEM-Ck que com o GFEM-C0 e com o MEF usual. Isso se dá por diversas razões. Primeiro, a continuidade interlaminar que é natureza do GFEM-Ck produz resultados de deformações e tensões que são naturalmente contínuos nas interfaces, evitando as distorções nos campos de tensão originárias dos métodos C0, tanto o GFEM-C0 quanto o MEF. Segundo, o GFEM, ambos os tipos, se caracterizam por uma maneira natural de produzir enriquecimentos p de qualquer ordem. A pesquisa realizada mostra que o processo tradicional de extração de tensões cisalhantes transversais via integração necessita de tensões coplanares obtidas por um modelo com ordem de funções de aproximação de deslocamentos alto o suficiente para permitir a realização das diferenciações sucessivas necessárias nas equações locais de equilíbrio. A quantidade dessas diferenciações depende do modelo cinemático de placa em uso. Foram testados os modelos clássicos de Kirchhoff [4] e de Mindlin [85], e também o modelo de alta ordem de Reddy [84]. Num modelo C^0 como o de Mindlin, a integração das tensões cisalhantes transversais requer duas diferenciações, enquanto modelos que possuem campos de deslocamentos C^1 requerem três diferenciações. Isso exige mais das funções de aproximação, e são naturalmente fornecidas no âmbito do GFEM, onde se pode escolher com facilidade enriquecimentos de grau adequado.

Uma outra contribuição resultante do trabalho desenvolvido foi a criação, pela primeira vez, de formulações de elementos finitos de deslocamentos, perfeitamente conformes, para malhas arbitrárias, com enriquecimento arbitrário, adequadas a modelos cinemáticos que possuem campos de deslocamentos generalizados de continuidade superior a C^0 . Isso foi demonstrado utilizando as funções suaves do GFEM-Ck no modelo C^1 de Kirchhoff [4] e no modelo C^0/C^1 de Reddy [84]. Deve-se observar que o modelo de Reddy é definido pelos mesmos cinco deslocamentos generalizados que o modelo de Mindlin $(u_x, u_y, w, \theta_x, \theta_y)$, porém é um modelo de ordem superior, isto é, prevê variação cúbica dos deslocamentos coplanares ao longo da espessura, o que o torna muito mais confiável na modelagem de placas e laminados, sendo mais preciso nas previsões de tensões coplanares e transversais que os

3. CARACTERIZAÇÃO E JUSTIFICATIVA

modelos de mais baixa ordem. Até o presente trabalho a aplicação desse modelo era bastante limitada devido à sua necessidade de funções de aproximação de deslocamento transversal C^1 .

Uma terceira contribuição nessa linha foi o desenvolvimento de um procedimento para melhorar a qualidade das tensões cisalhantes transversais no laminado. Esse procedimento é baseado numa correção do perfil de tensões obtido pela integração, calculado a partir da solução de esforços cortantes de primeira e segunda ordem provenientes diretamente das relações constitutivas.

Formulações envolvendo campos C^0 também foram investigadas para laminados contendo camadas de atuadores/sensores piezoelétricos. Os deslocamentos mecânicos generalizados associados a um modelo de ordem superior foram modelados por funções GFEM- C^0 e o potencial elétrico foi modelado usando modelo de camada discreta, considerando variação linear por partes ao longo da espessura de cada camada piezoelétrica. Os resultados obtidos dessa forma se mostraram numericamente mais efetivos quando comparados com os resultados de deslocamentos e tensões obtidos por uma quantidade de métodos obtidos em diversas publicações. Esses métodos cobriram, por exemplo, diferentes modelos de flexão de ordem superior cúbicos, os modelos de Mindlin, obtidos por MEF. Em paralelo, desenvolveu-se uma solução analítica adequada ao modelo cinemático sendo testado [34], de forma a facilitar o cálculo dos erros numéricos.

Distorção de malha. Durante os testes do GFEM- C^k , de funções de continuidade arbitrária, demonstrou-se a possibilidade de trabalhar com malhas que contém elementos com aspecto de forma (largura/altura) extremamente distorcidos, da ordem de 5000:1, e contendo, simultaneamente, elementos na mesma malha de dimensões extremamente distintas, da ordem de 10000:1. Verifica-se que mesmo com esse nível extremo de distorção de malha o método ainda é capaz de produzir resultados com alguma significação. A hipótese dos autores é que esse efeito se deve à forma como o enriquecimento é realizado, utilizando funções que são definidas em coordenadas globais. Apenas a partição da unidade é definida em coordenadas intrínsecas, e sofre efeitos mais imediatos da distorção do elemento. Então, ambos os efeitos ocorrem simultaneamente, de forma que há uma degradação da qualidade da resposta, porém de maneira atenuada pelo enriquecimento global.

Dessa linha de pesquisa resultou até o momento cinco artigos publicados em periódicos internacionais [[34], [35], [83] [85], [84], sendo três no período do projeto.

3 Caracterização e Justificativa

Por volta de 1990 teve início um período no desenvolvimento no MEF que combina a adaptatividade para a discretização com a adaptatividade de modelo matemático. Busca-se então não somente a **verificação** (precisão em relação à solução exata do modelo matemático), mas também a **validação** na qual o modelo matemático é alterado para melhor representar um experimento físico. Isso pode ser conseguido, por exemplo, passando hierarquicamente de modelos unidimensionais da elasticidade para bidimensionais e de problemas 2-D para 3-D. Paralelamente, tem sido desenvolvidas técnicas para análise de erros por objetivos (*goal oriented estimators*) através das quais se procura o erro cometido em grandezas de interesse como, por exemplo, em deslocamentos ou tensões em locais de interesse. Isto tem sido obtido com o auxílio de funcionais lineares ou não lineares utilizando técnicas de dualidade como apresentado em: Eriksson e Johnson em 1988 [23], Becker e Ranacher em 1996 [12], Prudhomme e Oden em 1999 [47] e em 2002 [40], Strouboulis em 2000 [57], Ohnimus em 2001[42] e Rüter e Stein em 2006 [52] utilizando mecânica configuracional [29][24] para calcular fator de intensidade de tensão, dentre vários outros.

Principalmente após o acidente de uma plataforma offshore Sleipner GBS em agosto de 1991 e que causou um prejuízo de 700 milhões de dólares devido a um erro nas tensões cisalhantes de 47% [2], tem ocorrido uma maior preocupação com a confiabilidade dos resultados obtidos pelas simulações numéricas. Um dos objetivos principais do MEF na mecânica dos sólidos é fornecer ferramentas para

3. CARACTERIZAÇÃO E JUSTIFICATIVA

a tomada de decisões em engenharia no que diz respeito à segurança e durabilidade de estruturas presentes em automóveis, aeronáutica, usinas de energia, processos de conformação, represas, dentre inúmeras outras. Para isso os desenvolvimentos prévios são essenciais para a verificação, que consiste em resolver as equações diferenciais precisamente, e para a validação, onde se procura identificar e resolver as equações adequadas para a descrição do fenômeno de interesse. Conseqüentemente, os futuros métodos numéricos deverão incluir estimativas de erro a posteriori adequadas para resolver adaptativamente o problema de interesse, objetivando a verificação e subsequente validação iterativamente até encontrar uma solução confiável.

Paralelamente, surgiram durante a década de 1990 vários métodos sem malha como o Diffuse Finite Element, Element Free Galerkin [14], Reproducing Kernel Particle Method (RKPM) [30], Meshless Local Petrov-Galerkin Method, Natural Element Method, Partition of Unity Method e *hp*-Cloud Method, dentre vários outros. O método *hp*-Cloud Method deu origem, paralelamente ao Partition of Unity Method, ao Generalized Finite Element Method, GFEM [41], e [15], ao custo de ter a continuidade das funções de aproximação reduzida a C^0 . Posteriormente, Belytschko propôs a mesma metodologia sob o nome Extended Finite Element Method, XFEM [13]. Em 2006, Duarte [20] et al. propuseram uma modificação ao GFEM convencional para recuperar a elevada continuidade disponível no *hp*-Cloud resultando em funções de aproximação de continuidade arbitrária obtidas de modo similar a este último método. Esta formulação tem sido explorada pelo proponente desse projeto, [85] e [36], e também por Barcellos e Felício ([6], [8] e [4]), em aplicação aos modelos de Mindlin e de ordem superior de Reddy a placas laminadas, onde se aborda a aplicações das funções de continuidade arbitrária a placas laminadas com a vantagem de permitir facilmente elementos de continuidade C^1 ou maior, e permitir o cálculo de derivadas das tensões coplanares afim de obter as tensões interlaminares com elevada precisão.

Ainda no contexto GFEM e XFEM, novos procedimentos de estimadores tem sido propostos em [6], [22], [48] e [56], cujas idéias básicas remontam aos estimadores por subdomínio de Bank & Weiser [3]. Estes e um outro procedimento original tem sido pesquisados pelo Prof. Barcellos e pelo proponente, (projetos individuais CNPq PQ -2009 e PQ -2010 respectivamente) resultando diversos trabalhos como a tese de Diego Amadeu F. Torres, orientado pelo proponente, concluída em dezembro/2012 e ainda em processo de publicação em forma de artigos. Essas estratégias foram baseadas na família de métodos *patch-based residual-free* [22][48] para estimadores. A presente proposta é baseada na família de estimadores baseados em relação constitutiva (**CRE**) (a partir de campos de deslocamentos e tensões admissíveis) [31][32][69][71][70][72], devido a algumas características vantajosas para as aplicações propostas.

A Figura 1 mostra um fluxograma geral dos tópicos de pesquisa propostos e/ou já em vias de desenvolvimento. Todos são associados ao GFEM, tanto em sua versão típica contínua por partes C^0 quanto, e principalmente, sua versão de continuidade arbitrária C^k . Considerou-se adequado organizar os tópicos em dois grandes grupos, sendo o primeiro dedicado a estimativas de erro e o segundo grupo sendo um conjunto de diversos testes de aplicabilidade do GFEM-Ck em problemas mecânicos de amplo interesse na engenharia (plasticidade, abertura de trincas, grandes deslocamentos), além de desenvolvimentos do próprio método GFEM em suas diversas partes, como melhorias nas técnicas de imposição de condições de contorno e a tentativa de controlar o problema de singularidade da matriz de rigidez. Ambos os problemas são característicos do GFEM (não são visíveis no MEF padrão) e, apesar de contarem com procedimentos para contorna-los, se constituem ainda em dificuldades incômodas, ainda não resolvidas e objeto de pesquisa.

Nas seções seguintes e nos apêndices os diversos tópicos da pesquisa, vistos diagramaticamente na Figura 1, são descritos e comentados.

3. CARACTERIZAÇÃO E JUSTIFICATIVA

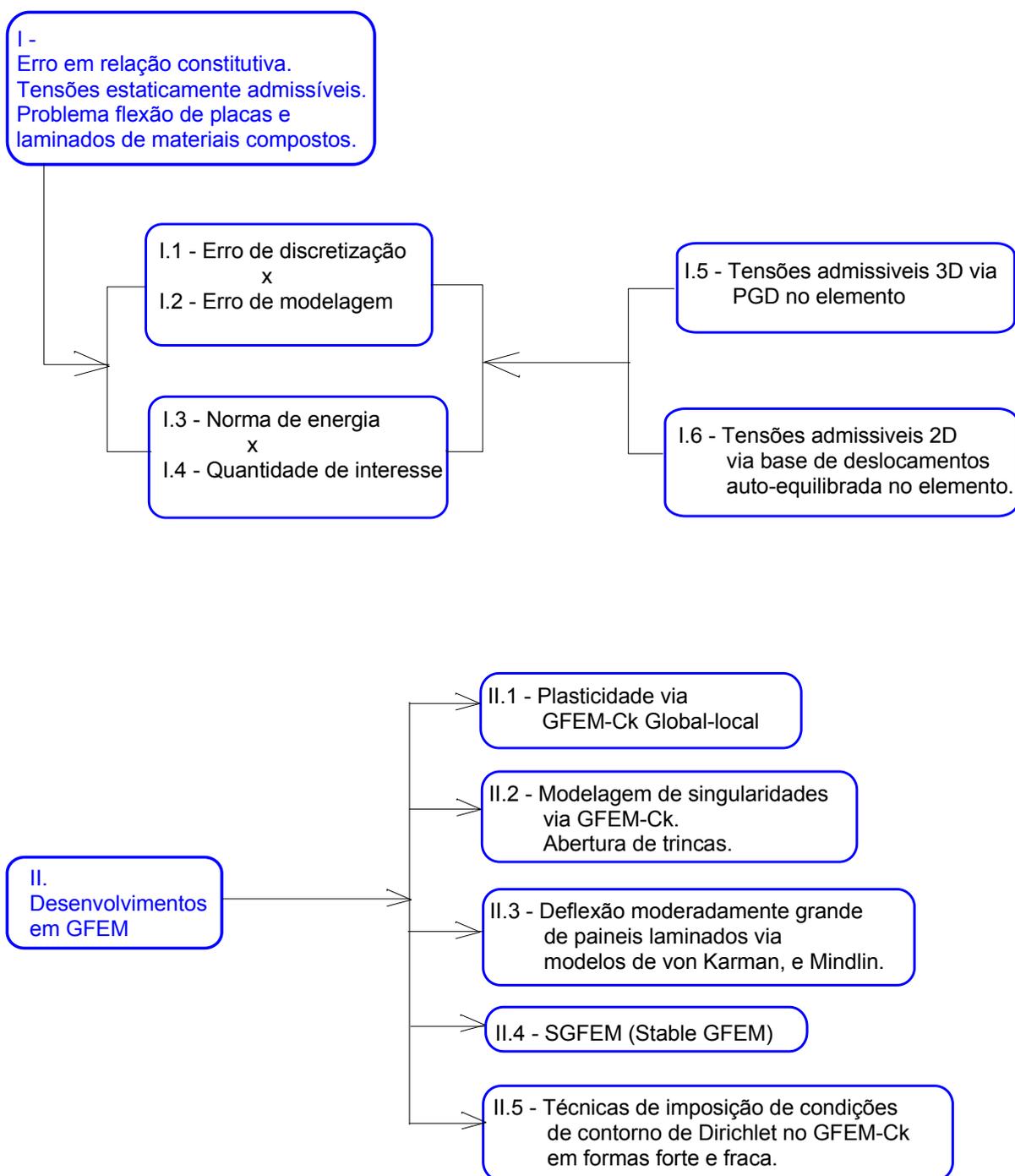


Figura 1: Estrutura geral dos tópicos de pesquisa propostos e/ou já em desenvolvimento.

3. CARACTERIZAÇÃO E JUSTIFICATIVA

3.1 Funções de aproximação de continuidade arbitrária e GFEM- C^k

A presente seção descreve-se resumidamente como obter funções peso de continuidade arbitrária e maiores detalhes podem ser encontrados em Mendonça [85], [36] e Barcellos [4]. Uma fundamentação do GFEM-C0 aplicada a cascas pode ser vista em [25]. A apresentação nessa seção é restrita a problemas 2-D, embora a formulação não possua esse tipo de restrição.

Considere uma malha de elementos finitos triangulares, $\{\mathcal{K}_e\}_{e=1}^{NE}$, definida por N nós de coordenadas $\{\mathbf{x}_\alpha\}_{\alpha=1}^N$, em um domínio aberto limitado $\Omega \subset \mathcal{R}^2(\mathbf{x})$. Define-se uma **nuvem** ω_α , $\alpha = 1, \dots, N$, como o conjunto de elementos conectados ao nó α , como é feito no GFEM. Sobre cada nuvem calculam-se funções peso $\mathcal{W}_\alpha(\mathbf{x})$, de continuidade C^k , sendo k arbitrário, mas positivo ou nulo, e utiliza-se o método dos mínimos quadrados móveis para gerar uma Partição da Unidade como é feito no método *hp*-Cloud.

3.1.1 Partição da Unidade

Seja \mathfrak{S}_N uma cobertura aberta de Ω constituída pelas N nuvens associadas aos nós \mathbf{x}_α . Assim, o fechamento do domínio, $\bar{\Omega}$, é contido na união dos fechamentos das nuvens $\bar{\omega}_\alpha$:

$$\bar{\Omega} \subset \cup_{\alpha=1}^N \bar{\omega}_\alpha \quad (1)$$

Considere um conjunto de funções $S_N = \{\varphi_\alpha(\mathbf{x})\}_{\alpha=1}^N$, onde cada função tem como suporte compacto a sua respectiva nuvem ω_α . Este conjunto é denominado Partição da Unidade, PU, subordinada à cobertura \mathfrak{S}_N , se cada uma dessas funções for tal que $\varphi_\alpha(\mathbf{x}) \in C_0^k(\omega_\alpha)$, $k \geq 0$ e $\sum_{i=1}^N \varphi_i(\mathbf{x}) = 1$, $\forall \mathbf{x} \in \Omega$, e todo subconjunto compacto de Ω intersecta somente um número finito de nuvens. Como exemplo, podem-se citar as funções de aproximação do MEF. Aqui, assim como no *hp*-Cloud, utiliza-se a PU de Shepard através das funções peso $\mathcal{W}_\alpha(\mathbf{x})$ que tem a nuvem ω_α como suporte compacto

$$\varphi_\alpha(\mathbf{x}) = \frac{\mathcal{W}_\alpha(\mathbf{x})}{\sum_{\beta(\mathbf{x})} \mathcal{W}_\beta(\mathbf{x})} \quad \beta(\mathbf{x}) \in \{\gamma \mid \mathcal{W}_\gamma(\mathbf{x}) \neq 0\}, \quad (2)$$

Mostra-se que a regularidade dessa PU depende somente da regularidade das funções peso. O GFEM convencional usa as funções de forma do MEF para definir as as funções peso e, assim, reduzir o custo computacional em relação ao *hp*-Cloud e demais métodos sem malha, mas ao custo de reduzir a continuidade a $C^0(\Omega)$. As funções $C^1(\Omega)$ do MEF em problemas bi ou tridimensionais são intrincadas ou não robustas [58]. O presente procedimento é simples e robusto como pode ser verificado em Mendonça e Barcellos [85], [4] e [36].

Descreve-se resumidamente a seguir como obter funções peso de continuidade arbitrária. Considere um nó \mathbf{x}_α cuja nuvem é construída pelos elementos triangulares conectados a ele. A seguir, considere um ponto genérico \mathbf{x} da nuvem cuja distância a uma aresta j é dada por

$$\xi_j(\mathbf{x}) = \mathbf{n}_{\alpha,j} \cdot (\mathbf{x} - \mathbf{b}_{\alpha,j}) \quad (3)$$

onde $\mathbf{n}_{\alpha,j}$ é a normal unitária à aresta apontada para o interior da nuvem e $\mathbf{b}_{\alpha,j}$ é um ponto da aresta j . Define-se então uma *função de aresta*, $\varepsilon_{\alpha,j}$, da nuvem α , que se anula na aresta j juntamente com suas k derivadas e é estritamente positiva no interior da nuvem. Muitas funções cumprem esses requisitos como as funções exponenciais como adotado por Edwards e as polinômiais testadas por Mendonça [36]. As exponenciais e as polinômiais de mais baixa ordem são mais efetivas, como mostrado em [4]. Em placas laminadas, interessa-se por derivadas das tensões coplanares contínuas nas interfaces interelementares, para calcular as tensões interlaminares por extração e, como consequência, necessita-se de continuidade C^2 quando se utiliza os modelos cinemáticos de Kirchhoff e Reddy. Para realizar um

3. CARACTERIZAÇÃO E JUSTIFICATIVA

escalonamento entre as várias arestas de uma nuvem, requer-se que a função de cada aresta seja igual a um no nó da nuvem. Para isto, calcula-se a distância da aresta j ao nó \mathbf{x}_α

$$h_{\alpha,j} = \xi_j(\mathbf{x}_\alpha) = \mathbf{n}_{\alpha,j} \cdot (\mathbf{x}_\alpha - \mathbf{b}_{\alpha,j}). \quad (4)$$

Assim, duas restrições devem ser satisfeitas pelas funções de aresta $\varepsilon_{\alpha,j}[\xi_j(\mathbf{x})]$:

- a. Ser unitária no nó da nuvem: $\widehat{\varepsilon}_{\alpha,j}(\mathbf{x}_\alpha) = 1$, ou $\varepsilon_{\alpha,j}(h_{\alpha,j}) = 1$.
- b. Ter a mesma taxa de decaimento β , definida por

$$\beta = \frac{\varepsilon_{\alpha,j}\left(\frac{h_{\alpha,j}}{2}\right)}{\varepsilon_{\alpha,j}(h_{\alpha,j})} \quad (5)$$

Para satisfazer estes dois requisitos, a função de aresta é definida com dois parâmetros, A e B , como

$$\varepsilon_{\alpha,j}[\xi_j(\mathbf{x})] = \begin{cases} A e^{-(\xi_j/B)^{-\gamma}} & \text{se } \xi_j > 0, \\ 0 & \text{, caso contrário} \end{cases} \quad (6)$$

onde

$$A = e^{\left(\frac{1-2^\gamma}{\log_e \beta}\right)^{1/\gamma}} \quad B = h_{\alpha,j} \left(\frac{\log_e \beta}{1-2^\gamma}\right)^{1/\gamma} \quad (7)$$

Os valores adotados tem sido $\gamma = 0,6$ e $\beta = 0,3$ como proposto por Duarte [20].

A função peso para uma nuvem convexa é definida pelo produto das funções de aresta

$$\mathcal{W}_\alpha(\mathbf{x}) \equiv \prod_{j=1}^{M_\alpha} \varepsilon_{\alpha,j}(\xi_j) \quad (8)$$

onde M_α é o número de arestas da nuvem ω_α . Para o caso de nuvem que possua um par de vértices côncavos, as duas funções das arestas que contém esse vértice são substituídas por uma função R (de Rvachev) que consiste no produto booleano “or”. Esse produto entre duas funções, f_1 e f_2 , denotado por $(f_1 \vee_0^k f_2)$, é dado pela expressão

$$(f_1 \vee_0^k f_2) \equiv \left(f_1 + f_2 + \sqrt{f_1^2 + f_2^2}\right) (f_1^2 + f_2^2)^{\frac{k}{2}} \quad (9)$$

Essa função é analítica em todo lugar exceto na origem, $(f_1 = f_2 = 0)$, onde é ao menos k vezes diferenciável, isto é, ela pertence a $C^k(\Omega)$ [55]. Se $f_1 \geq 0$ e $f_2 \geq 0$ definem duas regiões em \mathcal{R}^2 , então

- $(f_1 \vee_0^k f_2) \geq 0$ e,
- $(f_1 \vee_0^k f_2) > 0$ se $f_1 > 0$ ou $f_2 > 0$,

onde os argumentos, f_i , podem também descrever lados curvos.

Esse conjunto de funções da PU tem a característica de serem unitárias no nó com a propriedade delta e possuem todas as derivadas nulas nesse nó. Apesar de não poderem representar qualquer função, elas permitem facilmente gerar funções de aproximação com as propriedades que se desejar.

3. CARACTERIZAÇÃO E JUSTIFICATIVA

3.1.2 Funções de aproximação

O conjunto de funções da PU pode ser enriquecido multiplicando cada uma por um conjunto de funções enriquecedoras, $\{L_{i\alpha}\}_{i \in \mathcal{I}(\alpha)}$, onde $\mathcal{I}(\alpha)$, $\alpha = 1, \dots, N$, é um conjunto de índices, de funções, como, por exemplo polinômios, funções harmônicas generalizadas, funções camada limite, soluções particulares de problemas similares, soluções singulares do problema específico em consideração (como utilizadas em problemas de trinca), funções anisotrópicas, funções Heaviside, dentre outras possibilidades. Então, os subespaços de aproximação locais podem ser expressos por $\chi_\alpha(\omega_\alpha) = \text{span} \{L_{i\alpha}\}_{i \in \mathcal{I}(\alpha)}$ os quais podem ser enriquecidos adaptativamente.

3.2 Modelos para materiais compostos laminados

O comportamento estrutural de laminados compostos tem sido descrito por três grandes grupos principais de modelos matemáticos que podem ser representados por relações cinemáticas:

1. Modelos de camada única-equivalente;
2. Modelos de camadas discretas;
3. Modelos local-global.

3.2.1 Modelos de camada única-equivalente

Nessas teorias, o campo de deslocamentos ao longo da espessura do laminado é substituído por deslocamentos generalizados sofridos pela superfície de referência, obedecendo a algumas hipóteses cinemáticas, gerando teorias de diversas ordens. A seguir enumeramos algumas delas numa lista apenas ilustrativa, não exaustiva, em ordem de complexidade. As referências podem ser obtidas em Mendonça [37].

a) Modelo de Kirchhoff Modelo cinemático que pode ser descrito por

$$\left\| \begin{aligned} u(x, y, z) &= u^o(x, y) - z \frac{\partial^2 w}{\partial x^2}, \\ v(x, y, z) &= v^o(x, y) - z \frac{\partial^2 w}{\partial y^2}, \\ w(x, y, z) &= w(x, y). \end{aligned} \right. \quad (10)$$

É a teoria mais antiga. Exige $w \in C^1(\Omega)$. É a base da TCL. Para elementos finitos retangulares funciona muito bem com funções de Hermite. Uma formulação tradicional muito boa e ainda um tanto usada é o DKT (Discrete Kirchhoff Triangle), elemento triangular de Batoz [5] para placas isotrópicas, que pode ser estendida para laminados como em [38]. Existem diversas formulações tradicionais de MEF que apresentam, em geral, a característica de serem formulações que não permitem enriquecimento p . As dificuldades de obtenção de formulações conformes levaram quase que ao abandono da teoria de Kirchhoff nos modelos de MEF de deslocamentos. Entretanto, recentemente a possibilidade de enriquecimento p foi conseguida com o uso de formulação GFEM de funções contínuas, (Mendonça [4]) o que garante automaticamente a conformidade do modelo de MEF.

3. CARACTERIZAÇÃO E JUSTIFICATIVA

b) Modelo de Mindlin Modelo também referido como FSDT (*First order shear deformation theory*) que pode ser descrito por

$$\begin{cases} u(x, y, z) = u^o(x, y) + z\psi_x(x, y), \\ v(x, y, z) = v^o(x, y) + z\psi_y(x, y), \\ w(x, y, z) = w(x, y). \end{cases} \quad (11)$$

Esse modelo é facilmente implementável em formulações de deslocamentos em elementos finitos, pois exige apenas funções $C^0(\Omega)$. Apresenta resultados razoáveis em deslocamentos e tensões coplanares em placas semi-espessas mas, em geral, as formulações apresentam problemas de travamento (*locking*) em placas finas, isto é, rigidez excessiva. Faz uma aproximação ao cisalhamento transversal nas lâminas, mas exige o uso de constantes de correção k_1 e k_2 . O proponente tem desenvolvido procedimentos de extração de tensões transversais com o uso das qualidades superiores das funções contínuas no GFEM (Mendonça [36]).

c) Modelo de terceira ordem de Reddy Modelo que pode ser descrito por [51]

$$\begin{cases} u(x, y, z) = u^o(x, y) + z\psi_x + z^3 \left[-\frac{4}{3H^2} \left(\psi_x + \frac{\partial w}{\partial x} \right) \right], \\ v(x, y, z) = v^o(x, y) + z\psi_y + z^3 \left[-\frac{4}{3H^2} \left(\psi_y + \frac{\partial w}{\partial y} \right) \right], \\ w(x, y, z) = w(x, y). \end{cases} \quad (12)$$

Exige elementos finitos em que $w \in C^1(\Omega)$ como no modelo de Kirchhoff. Por isso apresenta as mesmas dificuldades de implementação de MEF que o modelo de Kirchhoff. Como parte do projeto em andamento, conseguiu-se desenvolver e testar uma formulação para esse modelo utilizando o GFEM com funções contínuas. Isso permitiu a utilização plena das vantagens desse modelo, que envolve apenas 5 campos de deslocamentos generalizados, como o de Mindlin, porém com qualidade superior de modelagem do campo de deslocamentos transversais w ao longo da espessura. Desenvolveram-se também procedimentos de extração de tensões transversais e de deformação e de deslocamento transversal com variação ao longo da espessura (Mendonça [84]), adequados ao modelo, tomando partido das características do GFEM contínuo na modelagem dos campos nas direções coplanares. A partir dos resultados já obtidos, pretende-se estender a investigação à estimativa de erros por Relação Constitutiva (CRE). Isso será viável com a utilização dos resultados das investigações em estimativa de erros para o modelo de Mindlin, que se constitui numa das partes centrais da presente proposta.

d) Modelos de terceira ordem A exigência de que $w \in C^1(\Omega)$ na teoria de Reddy pode ser contornada com uma formulação mista obtida modelando as funções que multiplicam os termos z^3 em (12) por novas funções, rotações de ordem superior $\psi_{3x}(x, y)$ e $\psi_{3y}(x, y)$. Tem-se diversas formulações [19][18] mais ou menos utilizadas que podem ser colocadas na forma geral

$$\begin{cases} u(x, y, z) = u^o(x, y) + z\psi_x + z^2\psi_{2x} + z^3\psi_{3x}, \\ v(x, y, z) = v^o(x, y) + z\psi_y + z^2\psi_{2y} + z^3\psi_{3y}, \\ w(x, y, z) = w(x, y) + z^2w_2(x, y). \end{cases} \quad (13)$$

que podem incluir termos quadraticos em z capazes de melhor modelar laminados não simétricos, ou termos também dependente de z no deslocamento transvesal para modelagem de deformação normal do segmento normal. Isso é mais importante na modelagem de efeitos térmicos em laminados espessos e laminados sanduiches.

3. CARACTERIZAÇÃO E JUSTIFICATIVA

3.2.2 Modelos cinemáticos local-global

De uma forma geral, uma forma de contornar o inconveniente alto custo da análise das funções contínuas do tipo *zig-zag*, são as teorias mistas, ou modelos local-global, onde o número de incógnitas não resulta dependente do número de lâminas.

Essa família de modelos parece ter-se iniciado em 1996 quando Murakami [39] introduziu uma função *zig-zag* nas expansões de deslocamentos da FSDT, e apresentou uma teoria que ele denominou *Reissner Multilayered Theory*. Seu modelo fornece uma resposta melhorada do comportamento em membrana, se comparado à FSDT original, pois é capaz de melhor representar os efeitos transversais.

Carrera em 2004, [16] por exemplo, apresentou um refinamento da FSDT introduzindo a chamada *função zig-zag de Murakami* em todas as componentes de deslocamentos. Do ponto de vista de implementação, a inclusão de tal função nos modelos de placas existentes requer o mesmo esforço que a inclusão de termos de maior ordem nas expansões em séries de potências características das teorias de camada equivalente única, além de significativa melhora das previsões.

Em 2006 Cotoni [17] combinou funções seccionalmente regulares a expansões em séries de potências até quarta ordem.

Conforme avaliação do proponente da presente proposta, o modelo local-global mais eficiente disponível no momento é o modelo de Zhen e Wanji [60] de 2007, obtido refinando a *Teoria Global-Local Clássica* de Li e Liu [33] de 1997 através da inserção do efeito da deformação normal transversal. Isso resulta numa formulação baseada na relação cinemática

$$\begin{aligned} u^k(\mathbf{x}, t) &= u_G(\mathbf{x}, t) + \bar{u}_L^k(\mathbf{x}, t) + \hat{u}_L^k(\mathbf{x}, t) \\ v^k(\mathbf{x}, t) &= v_G(\mathbf{x}, t) + \bar{v}_L^k(\mathbf{x}, t) + \hat{v}_L^k(\mathbf{x}, t) \\ w^k(\mathbf{x}, t) &= w_G(\mathbf{x}, t) \end{aligned} \quad (14)$$

onde u_G , v_G e w_G representam expansões em componentes globais de deslocamentos, \bar{u}_L , \bar{v}_L são expansões locais de dois termos e \hat{u}_L , \hat{v}_L são o grupo de expansões locais de um termo, com o superescrito k representando a ordem da lâmina. Note-se que esta teoria origina 13 campos incógnitos de deslocamentos generalizados, após a imposição da condição de continuidade das tensões cisalhantes transversais. O modelo resultante satisfaz as condições de contorno nas superfícies livres e permite a deformação normal transversal.

Uma das características desse modelo é que o campo de deslocamento transversal utilizado deve ser $w \in C^1(\Omega)$, gerando as mesmas dificuldades de implementação de elementos finitos que os modelos de Kirchhoff e de Reddy. Uma das proposições do presente projeto consiste no desenvolvimento de formulações do GFEM utilizando funções contínuas para esse modelo. Um dos benefícios do uso das funções contínuas é a possibilidade de extração de tensões transversais, cisalhantes e normais, para cada um dos modelos, com melhor precisão que aquela permitida pelo uso das funções não contínuas. Os resultados obtidos pelo proponente, até o momento, para as novas possibilidades de extração são bastante positivas, e busca-se o prosseguimento nessa linha de investigações. Deve-se lembrar que estimativas precisas de tensões transversais são importantes nos critérios de falha do tipo delaminação e ruptura transversal de camadas de baixa resistência, como os núcleos de laminados sanduíche.

3.3 Estimativas de erro em relação constitutiva

Dentre uma infinidade de técnicas e procedimentos para estimativa de erros de simulações de MEF desenvolvidas, pode-se considerar, possivelmente, apenas poucas grandes famílias de métodos: aqueles baseados em resíduos equilibrados [40][1], os baseados em *patch-based flux-free* [43][22][48][10] e os baseados em erro de relação constitutiva [67], hipercírculo [44]-[46], além de muitas outras. Essas

3. CARACTERIZAÇÃO E JUSTIFICATIVA

formas tem sido, desde suas origens, embasadas em ampla análise matemática. Em paralelo, existem os métodos derivados do método ZZ (Zienkiewicz-Zu [61]), associados a procedimentos de suavização de tensões obtidas em pontos superconvergentes. Essa família de métodos se apresenta mais adequada ao pós-processamento de elementos finitos de baixa ordem, e apenas recentemente passou a ser objeto de aperfeiçoamentos [49][50]. O primeiro grupo tem sido investigado pelo proponente nos últimos anos, junto aos pesquisadores de seu grupo (Prof. Clovis S. de Barcellos, Diego A. Torres,...) no âmbito da estratégia de patches de elementos e GFEM-C0 e Ck. O presente projeto desenvolve-se no âmbito da família de métodos de estimativa de *erro em relação constitutiva*. Esse método foi proposto por Ladevêze em 1975 [68], inicialmente para o pós-processamento de resultados de MEF em problemas lineares e desde então tem sido desenvolvido e expandido para aplicações em problemas de dinâmica e com não linearidades de material ([69] em 1983, [70] em 1997,[71] em 1995, [65] em 2010 e uma quantidade de outros...). Aparentemente, esse foi o primeiro método de uso geral para pós-processamento de resultados de elementos finitos a se propor fornecer um limite superior estrito para o erro (embora já em 1947 Prager tenha desenvolvido um método baseado em hipercírculo para aproximação de solução de problemas diferenciais e estimativa de erros [44]-[46]. Esse método provê um embasamento matemático para as estimativas de erro consideradas na presente proposta de pesquisa.).

A seguir apresentamos um esboço geral do método, quando aplicado ao problema de elasticidade linear. Maiores detalhes podem ser vistos em [67] e algo também em [62]. Consideram-se inicialmente o problema de equilíbrio em forma local

$$\begin{aligned}\nabla \cdot \boldsymbol{\sigma} + \mathbf{b} &= \mathbf{0} & \text{em } \mathbf{x} \in \Omega, \\ \boldsymbol{\sigma} \cdot \mathbf{n} &= \bar{\mathbf{t}} & \text{em } \mathbf{x} \in \Gamma_f.\end{aligned}\tag{15}$$

onde Ω é o domínio, Γ_f a parte do contorno onde forças distribuídas $\bar{\mathbf{t}}$ são prescritas, \mathbf{b} é o vetor forças de corpo por unidade de volume, $\boldsymbol{\sigma}$ é o tensor tensão, simétrico, e \mathbf{n} é o vetor normal externo ao contorno. \mathbf{x} é a coordenada de um ponto arbitrário. A solução do problema se constitui num par $(\mathbf{u}, \boldsymbol{\sigma})$ que satisfaz (15) e

$$\begin{aligned}\mathbf{u} &= \bar{\mathbf{u}} & \text{em } \mathbf{x} \in \Gamma_u, \\ \boldsymbol{\sigma} &= \mathbf{C}\boldsymbol{\varepsilon}, & \text{onde} \\ \boldsymbol{\varepsilon} &= \frac{1}{2} \left[\nabla \mathbf{u} + (\nabla \mathbf{u})^T \right].\end{aligned}\tag{16}$$

\mathbf{C} é o tensor elástico e $\boldsymbol{\varepsilon}$ o tensor linear de deformações.

Definem-se os seguintes conjuntos de campos de deslocamentos cinematicamente admissíveis

$$\begin{aligned}Kin &= \left\{ \mathbf{u} \in [H^1(\Omega)]^3, \text{ tal que } \mathbf{u} = \bar{\mathbf{u}} \text{ em } \mathbf{x} \in \Gamma_u \right\}, \\ Var &= \left\{ \mathbf{u}^* \in [H^1(\Omega)]^3, \text{ tal que } \mathbf{u}^* = \mathbf{0} \text{ em } \mathbf{x} \in \Gamma_u \right\},\end{aligned}\tag{17}$$

A forma integral do equilíbrio é

$$F(\boldsymbol{\sigma}, \mathbf{u}^*) \equiv \int_{\Omega} \boldsymbol{\sigma} : \boldsymbol{\varepsilon}(\mathbf{u}^*) d\Omega - \int_{\Omega} \mathbf{u}^* \cdot \mathbf{b} d\Omega - \int_{\Gamma_f} \mathbf{u}^* \cdot \bar{\mathbf{t}} d\Gamma_f = 0 \text{ para } \forall \mathbf{u}^* \in Var.\tag{18}$$

Com isso tem-se o conjunto dos campos de tensões estaticamente admissíveis

3. CARACTERIZAÇÃO E JUSTIFICATIVA

$$Est = \left\{ \boldsymbol{\sigma} \in [L^2(\Omega)]^6, \text{ tal que } F(\boldsymbol{\sigma}, \mathbf{u}^*) = \mathbf{0} \quad \text{para } \forall \mathbf{u}^* \in Var \right\}. \quad (19)$$

Uma solução aproximada \mathbf{u}_h é a solução do problema:

$$\begin{aligned} \text{Encontrar } \mathbf{u}_h \in Kin_h \text{ em todo } \mathbf{x} \in \Omega \text{ tal que, para } \forall \mathbf{u}_h^* \in Var_h, \text{ se tenha} \\ F_h(\boldsymbol{\sigma}_h, \mathbf{u}_h^*) \equiv \int_{\Omega} \boldsymbol{\varepsilon}(\mathbf{u}_h^*) : \mathbf{C}\boldsymbol{\varepsilon}(\mathbf{u}_h) d\Omega - \int_{\Omega} \mathbf{u}_h^* \cdot \mathbf{b} d\Omega - \int_{\Gamma_f} \mathbf{u}_h^* \cdot \bar{\mathbf{t}} d\Gamma_f = 0, \end{aligned} \quad (20)$$

onde $Kin_h \in Kin$, $Var_h \in Var$ são subconjuntos de dimensão finita, e Var_h e Var são espaços lineares. As tensões assim obtidas,

$$\boldsymbol{\sigma}_h = \mathbf{C}\boldsymbol{\varepsilon}(\mathbf{u}_h) \quad (21)$$

sofrem das seguintes deficiências:

- Falta de equilíbrio em pontos interiores:

$$\nabla \cdot \boldsymbol{\sigma}_h + \mathbf{b} \neq \mathbf{0} \quad \text{em } \mathbf{x} \in \Omega, \quad (22)$$

- Falta de equilíbrio em pontos do contorno de cargas aplicadas

$$\boldsymbol{\sigma}_h \cdot \mathbf{n} \neq \bar{\mathbf{t}} \quad \text{em } \mathbf{x} \in \Gamma_f, \quad (23)$$

- Descontinuidade nas interfaces entre os elementos, por exemplo, na interface entre os elementos vizinhos E_i e E_j ,

$$\boldsymbol{\sigma}_h \cdot \mathbf{n}|_{E_i} \neq \boldsymbol{\sigma}_h \cdot \mathbf{n}|_{E_j}. \quad (24)$$

O conceito de erro em relação constitutiva tem como ponto de partida o seguinte. Uma solução aproximada do problema é, por definição, um par deslocamento-tensão admissíveis $(\hat{\boldsymbol{\sigma}}, \hat{\mathbf{u}})$, isto é, um par de funções que satisfazem

1. $\hat{\mathbf{u}}$ é cinematicamente admissível, isto é, $\hat{\mathbf{u}} \in Kin$,
2. $\hat{\boldsymbol{\sigma}}$ é estaticamente admissível, isto é, $\hat{\boldsymbol{\sigma}} \in Est$, o que basicamente significa a satisfação de (18).

Dessa forma, a única equação geral não satisfeita é a relação constitutiva, que é usada como medida inicial do erro. Com isso é feita a seguinte definição.

Definição: Erro em relação constitutiva associado ao par admissível $(\hat{\boldsymbol{\sigma}}, \hat{\mathbf{u}})$ é a quantidade definida em todos os pontos $\mathbf{x} \in \Omega$ por:

$$\mathbf{e}_{RC}(\hat{\boldsymbol{\sigma}}, \hat{\mathbf{u}}) \equiv \hat{\boldsymbol{\sigma}} - \mathbf{C}\boldsymbol{\varepsilon}(\hat{\mathbf{u}}). \quad (25)$$

Nota-se que esse erro tem a mesma natureza do campo de tensões.

Observa-se que esse erro não requer informações sobre a solução exata do problema.

Normalmente o erro é estimado em forma global, em norma de energia

$$e_{RC}(\hat{\boldsymbol{\sigma}}, \hat{\mathbf{u}}) = \|\hat{\boldsymbol{\sigma}} - \mathbf{C}\boldsymbol{\varepsilon}(\hat{\mathbf{u}})\|_{\sigma, \Omega}, \quad \text{onde} \quad \|\bullet\|_{\sigma, \Omega} \equiv \left[\int_{\Omega} \bullet : \mathbf{C}^{-1} : \bullet d\Omega \right]^{1/2}. \quad (26)$$

3. CARACTERIZAÇÃO E JUSTIFICATIVA

Essa medida tanto pode ser feita no domínio completo como em sub-domínios, por exemplo elementos individuais ou ainda conjuntos de elementos.

O par obtido pelo MEF de deslocamentos (ou por suas variações como GFEM-C0 e GFEM-Ck), $(\mathbf{u}_h, \boldsymbol{\sigma}_h)$ não pode ser diretamente utilizado no cálculo do erro em relação constitutiva uma vez que ele não é um par admissível. Isso obriga a realização de uma etapa intermediária de pós-processamento de $(\mathbf{u}_h, \boldsymbol{\sigma}_h)$ para construir um par $(\hat{\boldsymbol{\sigma}}, \hat{\mathbf{u}})$ admissível. Nos problemas de elasticidade linear, a solução de deslocamento aproximado pelo MEF \mathbf{u}_h é, de fato, cinematicamente admissível, de forma que é possível simplesmente tomar

$$\hat{\mathbf{u}} = \mathbf{u}_h. \quad (27)$$

Sem dúvida a admissibilidade de \mathbf{u}_h depende de que as condições de contorno de deslocamento tenham sido perfeitamente aplicadas no modelo de EF. Quanto às tensões, o pós-processamento para obter $\hat{\boldsymbol{\sigma}}$ segue etapas similares àquelas usadas na determinação de resíduos equilibrados nos contornos dos elementos nos métodos de estimativa de erro baseadas em resíduos. Entretanto, o procedimento de determinação da tensão admissível utiliza a chamada condição de prolongamento, que é definida como segue.

Definição: O problema de prolongamento da solução de EF é: determinar $\hat{\boldsymbol{\sigma}}_h$ que satisfaz, para qualquer função vetorial $\boldsymbol{\varphi}_i$ da base de EF, e para qualquer elemento finito E ,

$$\int_{\Omega_E} [\hat{\boldsymbol{\sigma}}_h - \boldsymbol{\sigma}_h] : \boldsymbol{\varepsilon}(\boldsymbol{\varphi}_i) d\Omega = 0. \quad (28)$$

Essa condição significa que o campo admissível a ser obtido deverá realizar o mesmo trabalho em cada elemento que a solução de EF $\boldsymbol{\sigma}_h$. Diversas técnicas para a determinação eficiente de campos de tensão admissíveis tem sido proposta, sendo que a estrutura básica pode ser vista em Ladevèze, Pelle, [67], e melhorias recentes em Chamoin, 2010, 2011 [66][72]. Assim, omitimos aqui a descrição desse tópico, uma vez que ele exige um grande detalhamento para ser exposto.

Relação entre as medidas de erro Consideram-se as medidas de erro em relação constitutiva, (25) e (26) e os erros clássicos e usuais da solução aproximada de deslocamentos e de tensões, dados por

$$\mathbf{e}_h = \mathbf{u}_{ex} - \mathbf{u}_h, \quad \text{e} \quad \mathbf{C}\boldsymbol{\varepsilon}(\mathbf{e}_h) = \boldsymbol{\sigma}_{ex} - \boldsymbol{\sigma}_h, \quad \text{em } \mathbf{x} \in \Omega. \quad (29)$$

A relação desses erros com o erro em relação constitutiva é dada pelo seguinte teorema.

Teorema 1: $\mathbf{e}_{RC}(\hat{\boldsymbol{\sigma}}, \hat{\mathbf{u}}) \equiv \hat{\boldsymbol{\sigma}} - \mathbf{C}\boldsymbol{\varepsilon}(\hat{\mathbf{u}})$ é dado por

$$\begin{aligned} \left\| \underbrace{\hat{\boldsymbol{\sigma}} - \mathbf{C}\boldsymbol{\varepsilon}(\hat{\mathbf{u}})}_{\mathbf{e}_{RC}} \right\|_{\boldsymbol{\sigma}, \Omega}^2 &= \|\boldsymbol{\sigma}_{ex} - \boldsymbol{\sigma}_h\|_{\boldsymbol{\sigma}, \Omega}^2 + \|\mathbf{u}_{ex} - \mathbf{u}_h\|_{\mathbf{u}, \Omega}^2, \\ \text{onde } \|\bullet\|_{\mathbf{u}, \Omega}^2 &= \int_{\Omega} \boldsymbol{\varepsilon}(\bullet) : \mathbf{C} : \boldsymbol{\varepsilon}(\bullet) d\Omega \quad \text{e} \quad \|\bullet\|_{\boldsymbol{\sigma}, \Omega}^2 \equiv \int_{\Omega} \bullet : \mathbf{C}^{-1} : \bullet d\Omega. \end{aligned} \quad (30)$$

Considerando o espaço de tensões com o produto interno

$$(\boldsymbol{\sigma}_1, \boldsymbol{\sigma}_2) \equiv \int_{\Omega} \boldsymbol{\sigma}_1 : \mathbf{C}^{-1} : \boldsymbol{\sigma}_2 d\Omega, \quad (31)$$

o Teorema 1 acima é uma outra forma do teorema do hipercírculo [Prager-Synge, 1947, 20xx]. Assim, identificando a tensão média entre a solução de EF e a tensão admissível

3. CARACTERIZAÇÃO E JUSTIFICATIVA

$$\boldsymbol{\sigma}_m = \frac{1}{2} (\hat{\boldsymbol{\sigma}}_h + \boldsymbol{\sigma}_h), \quad (32)$$

tem-se que a igualdade do Teorema 1 toma a forma

$$e_{RC} = \left\| \underbrace{\hat{\boldsymbol{\sigma}} - \mathbf{C}\boldsymbol{\varepsilon}(\hat{\mathbf{u}})}_{\mathbf{e}_{RC}} \right\|_{\sigma, \Omega} = 2 \|\boldsymbol{\sigma}_{ex} - \boldsymbol{\sigma}_m\|_{\sigma, \Omega}. \quad (33)$$

Adicionalmente, uma vez que cada termo à direita de (30), tem-se as duas igualdades de uso prático na estimativa de erros:

$$\begin{aligned} \|\boldsymbol{\sigma}_{ex} - \boldsymbol{\sigma}_h\|_{\sigma, \Omega} &\leq e_{RC}, \quad \text{e} \\ \|\mathbf{u}_{ex} - \mathbf{u}_h\|_{\mathbf{u}, \Omega} &\leq e_{RC} \end{aligned} \quad (34)$$

isto é, uma vez se tenha o erro em relação constitutiva e_{RC} , se tem imediatamente um limite superior do erro das tensão. Assim, o **índice de efetividade** é sempre maior que um.

3.3.1 Problema de placa laminada e condição de prolongação

Embora alguns trabalhos tenham sido desenvolvidos para a estimativa de erros por relação constitutiva para placas ([64][62]), partimos de uma formulação própria, de forma a ser mais abrangente quanto ao tipo de material composto e ser capaz de suportar a formulação GFEM. Assim, consideremos o problema local de equilíbrio de placa em flexão, associada ao modelo de primeira ordem de Mindlin: dados q_z , $\bar{\chi}_m$ e \bar{Q}_n , obter \mathbf{Q} e \mathfrak{M} tal que

$$\begin{aligned} &\left. \begin{aligned} \nabla \cdot \mathbf{Q} &= -q_z, \\ \nabla \cdot \mathfrak{M} &= \mathbf{Q}, \end{aligned} \right\} \quad \text{para } \mathbf{x} \in \Omega, \\ \chi_m &\equiv \left\{ \begin{array}{c} X_m \\ Y_m \end{array} \right\} = \left\{ \begin{array}{c} \bar{X}_m \\ \bar{Y}_m \end{array} \right\} \equiv \bar{\chi}_m, \\ Q_n &= \bar{Q}_n, \end{aligned} \quad \left. \right\} \quad \text{para } \mathbf{x} \in \Gamma_f, \quad (35)$$

onde $\mathbf{x} = (x, y)$ são as coordenadas cartesianas e Ω é o domínio da superfície de referencia. Os momentos forças cortantes resultantes associadas à flexão são definidas por

$$\mathfrak{M} = \int_{-H/2}^{H/2} \begin{bmatrix} \sigma_x & \tau_{xy} \\ \tau_{xy} & \sigma_y \end{bmatrix} z dz, \quad \mathbf{Q} = \int_{-H/2}^{H/2} \tau_c dz \quad (36)$$

onde as componentes de tensão são

$$\boldsymbol{\sigma} = \{\sigma_x, \sigma_y, \tau_{xy}\}^T \quad \text{and} \quad \boldsymbol{\tau}_c = \{\tau_{yz}, \tau_{xz}\}^T.$$

As componentes de momentos num segmento com normal orientada na direção \mathbf{n} são X_m , Y_m e Q_n . Γ_f é a parte do contorno onde momentos e forças cortantes são impostas.

A solução de elementos finitos do problema de flexão é F_h que satisfaz

$$\int_{\Omega} F_h \cdot \hat{\Sigma}_h(\hat{\mathbf{u}}_h) d\Omega - \int_{\Omega} \mathbf{q} \cdot \hat{\mathbf{u}}_h d\Omega - \int_{\Gamma_f} \bar{\mathbf{t}} \cdot \hat{\mathbf{u}}_h d\Gamma = 0, \quad (37)$$

para qualquer $\hat{\mathbf{u}}_h$ cinematicamente admissível.

3. CARACTERIZAÇÃO E JUSTIFICATIVA

onde

$$\begin{aligned}\hat{\Sigma}_h &= \begin{Bmatrix} \hat{\kappa} \\ \hat{\gamma}_c \end{Bmatrix}, & F_h &= \begin{Bmatrix} \mathbf{M} \\ \mathbf{Q} \end{Bmatrix}, \\ \mathbf{q} &= \begin{Bmatrix} 0 \\ 0 \\ q_z \end{Bmatrix}, & \bar{\mathbf{t}} &= \begin{Bmatrix} \bar{X}_m \\ \bar{Y}_m \\ \bar{Q}_n \end{Bmatrix} \text{ e } \hat{\mathbf{u}}_h = \begin{Bmatrix} \hat{\psi}_x \\ \hat{\psi}_y \\ \hat{w} \end{Bmatrix}.\end{aligned}\quad (38)$$

onde os momentos foram organizados em notação de Voigt como

$$\mathbf{M} = \int_{-H/2}^{H/2} \sigma z dz.$$

$\hat{\Sigma}_h$ é a deformação virtual, associada à função peso $\hat{\mathbf{u}}_h$, e podem ser definidas pelas variações das curvaturas das deformações coplanares e das deformações cisalhantes transversais

$$\mathbf{u}_h = \{w, \psi_x, \psi_y\}^T, \quad (39)$$

$$\kappa_h = \left\{ \frac{\partial \psi_x}{\partial x}, \frac{\partial \psi_y}{\partial y}, \frac{\partial \psi_x}{\partial y} + \frac{\partial \psi_y}{\partial x} \right\}^T, \quad \varepsilon = z\kappa, \quad (40)$$

$$\gamma_{hc} = \{\gamma_{yz}, \gamma_{xz}\}^T = \left\{ \psi_y + \frac{\partial w}{\partial y}, \psi_x + \frac{\partial w}{\partial x} \right\}^T.$$

Por completicidade do texto, inclui-se aqui a relação constitutiva em flexão, restrita a um laminado simétrico:

$$\mathbf{M} = \mathbf{D}\kappa \text{ and } \mathbf{Q} = \mathbf{E}\gamma_c. \quad (41)$$

Hipótese:

Dada uma solução aproximada $\mathbf{M}_h, \mathbf{Q}_h$ obtida pelo MEF de deslocamento, com uma base de funções de aproximação $\varphi_{ij}(\mathbf{x})$ onde $i = 1, 2, \dots, n_j$, sendo n_j a quantidade de funções de aproximação na direção j , ($j = x, y, z$). Procura-se o campo equilibrado $\{\tilde{\mathbf{M}}_h, \tilde{\mathbf{Q}}_h\}$, como uma prolongação da solução de MEF no sentido:

Para qualquer função de aproximação $\varphi_{ij}(\mathbf{x})$ do modelo de EF, e para qualquer elemento E da malha,

$$\int_E (\tilde{\mathbf{M}}_h - \mathbf{M}_h) \cdot \boldsymbol{\kappa}(\varphi_{ij}) d\Omega_E + \int_E (\tilde{\mathbf{Q}}_h - \mathbf{Q}_h) \cdot \boldsymbol{\gamma}_c(\varphi_{ij}) d\Omega_E = 0. \quad (42)$$

Dessa forma, as forças equilibradas nos elementos tem a mesma energia de deformação em flexão que na aproximação de EF, devido à linearidade de (42) em relação a φ_{ij} . Observe que $\varphi_{i1} = \{\varphi_i; 0; 0\}^T$, $\varphi_{i2} = \{0; \varphi_i; 0\}^T$ e $\varphi_{i3} = \{0; 0; \varphi_i\}^T$.

3.3.2 Indicadores globais de erro para modelo e para discretização

Consideremos o erro em norma de energia, $\|\mathbf{u}_h^{2D} - \mathbf{u}_{ex}^{3D}\|$, de uma solução aproximada de EF \mathbf{u}_h^{2D} de um modelo de placa laminada em relação à solução exata de elasticidade tri-dimensional \mathbf{u}_{ex}^{3D} . Adicionando $(-\mathbf{u}_{ex}^{2D} + \mathbf{u}_{ex}^{2D})$ no argumento da norma de erro e usando a desigualdade de Cauchy-Schwarz, se tem

3. CARACTERIZAÇÃO E JUSTIFICATIVA

$$\begin{aligned} \underbrace{\|\mathbf{u}_h^{2D} - \mathbf{u}_{ex}^{3D}\|}_{e^{dm}}^2 &= \|\mathbf{u}_h^{2D} - \mathbf{u}_{ex}^{2D} + \mathbf{u}_{ex}^{2D} - \mathbf{u}_{ex}^{3D}\|^2 \\ &\leq \underbrace{\|\mathbf{u}_h^{2D} - \mathbf{u}_{ex}^{2D}\|}_{e^d}^2 + \underbrace{\|\mathbf{u}_{ex}^{2D} - \mathbf{u}_{ex}^{3D}\|}_{e^m}^2, \end{aligned} \quad (43)$$

Logo:

$$\left(e^{dm}\right)^2 \leq \left(e^d\right)^2 + \left(e^m\right)^2.$$

Os termos e^d and e^m representam, respectivamente, os **erros da discretização** do modelo de placa pelo MEF, e o erro do próprio **modelo**, quando comparado à solução 3D. O limite superior do erro de discretização é avaliado usando, por exemplo, a técnica de estimativa de **erro por relação constitutiva (CRE)**. O mesmo pode ser obtido par o erro de modelo e^{dm} . Para esse, um procedimento eurístico é usado aqui, e consiste em considerar que

$$e^m \equiv \|\mathbf{u}_{ex}^{2D} - \mathbf{u}_{ex}^{3D}\| \approx \|\mathbf{u}_h^{2D} - \mathbf{u}_h^{3D}\|, \quad (44)$$

onde \mathbf{u}_h^{3D} é uma aproximação 3D da solução obtida de uma **solução admissível 3D de EF**. Ela pode ser estimada usando um pós-processamento elemento por elemento (ou em patches de elementos). Logo, a formulação é esperada prover indicadores para cada parcela de erro:

$$e^{dm} \leq \eta^{dm}, \quad e^d \leq \eta^d, \quad L^m \leq e^m \leq \eta^m. \quad (45)$$

Os limites são obtidos nessa proposta usando a técnica de CRE:

$$\begin{aligned} \left(e^{dm}\right)^2 &\equiv \|\mathbf{u}_h^{2D} - \mathbf{u}_{ex}^{3D}\|^2 \leq E_{CRE}^2(\hat{\boldsymbol{\sigma}}_h^{3D}, \hat{\mathbf{u}}_h^{3D}) \equiv \frac{1}{2} \|\hat{\boldsymbol{\sigma}}_h^{3D} - \mathbf{K}\boldsymbol{\varepsilon}(\hat{\mathbf{u}}_h^{3D})\|^2 \equiv \eta^{dm}, \\ \left(e^d\right)^2 &\equiv \|\mathbf{u}_h^{2D} - \mathbf{u}_{ex}^{2D}\|^2 \leq E_{CRE}^2(\hat{\boldsymbol{\sigma}}_h^{2D}, \hat{\mathbf{u}}_h^{2D}) \equiv \frac{1}{2} \|\hat{\boldsymbol{\sigma}}_h^{2D} - \mathbf{K}\boldsymbol{\varepsilon}(\hat{\mathbf{u}}_h^{2D})\|^2 \equiv \eta^d, \\ \left(e^m\right)^2 &\equiv \|\mathbf{u}_{ex}^{2D} - \mathbf{u}_{ex}^{3D}\|^2 \approx \|\mathbf{u}_h^{2D} - \mathbf{u}_h^{3D}\|^2, \\ \eta^m &\geq \sqrt{(e^{dm})^2 - (\eta^d)^2}. \end{aligned} \quad (46)$$

3.3.3 Estimativa de erro orientado por objeto via CRE

Essa seção descreve os limites do erro seguindo o método de erro por relação constitutiva, que é detalhado, por exemplo, em Ladevèse and Chamoin, [65]. Consideremos $Q(\mathbf{v})$, uma quantidade de interesse (QI), definida linearmente. Por exemplo, a força resultante ao longo de uma dada região do contorno, dada por

$$Q(\mathbf{v}) = \int_{\Gamma_a} \mathbf{n} \cdot \boldsymbol{\sigma} \, d\Gamma_a, \quad (47)$$

ou a tensão cisalhante transversal numa dada partição de uma interface k num laminado

$$Q_x^k(\mathbf{v}) = \int_{S_k} \tau_{xz}^i(\mathbf{x}, z_k) \, dS. \quad (48)$$

De forma mais geral, considera-se a quantidade de interesse definida pelo funcional linear $\mathcal{L}(\mathbf{u})$ do campo de deslocamento, dado por

3. CARACTERIZAÇÃO E JUSTIFICATIVA

$$Q(\mathbf{u}) = \mathcal{L}(\mathbf{u}) \equiv \int_{\Omega} \left(\tilde{\boldsymbol{\sigma}}_{\Sigma} : \boldsymbol{\varepsilon}(\mathbf{u}) + \tilde{\mathbf{f}}_{\Sigma} \cdot \mathbf{u} \right) d\Omega, \quad (49)$$

onde $\tilde{\boldsymbol{\sigma}}_{\Sigma}$ e $\tilde{\mathbf{f}}_{\Sigma}$ são operadores (chamados *extratores*), com dimensões de tensão e força, respectivamente, escolhidos arbitrariamente, para prover a quantidade que se tem interesse em obter, e podem ser dadas de forma explícita ou implícita. Em seguida, o seguinte **problema adjunto** é definido, o qual usa $\mathcal{L}(\mathbf{u})$ como carregamento fraco:

encontre o par deslocamento-tensão $(\tilde{\mathbf{u}}, \tilde{\boldsymbol{\sigma}})$ que satisfaz

$$\begin{aligned} \text{Condições cinemáticas:} \quad & \tilde{\mathbf{u}} \in \mathcal{U} \quad \text{and} \quad \tilde{\mathbf{u}}(\mathbf{x}) = \mathbf{0}, \quad \text{para } \forall \mathbf{x} \in \partial_u \Omega, \\ \text{Condição de equilíbrio:} \quad & \int_{\Omega} \tilde{\boldsymbol{\sigma}} : \boldsymbol{\varepsilon}(\mathbf{u}^*) d\Omega = \mathcal{L}(\mathbf{u}^*), \quad \text{para } \forall \mathbf{u}^* \in \mathcal{U}_0, \\ \text{Relação constitutiva:} \quad & \tilde{\boldsymbol{\sigma}}(\mathbf{x}) = \mathbf{K}\boldsymbol{\varepsilon}(\tilde{\mathbf{u}}(\mathbf{x})) \quad \text{para } \forall \mathbf{x} \in \Omega. \end{aligned} \quad (50)$$

A estrutura do problema adjunto é a mesma do problema de referencia, mas com diferente carregamento. Consequentemente, sempre se tenta **resolver ambos os problemas usando a mesma discretização de EF, de tal maneira a fatorar apenas uma mesma matriz de rigidez global, que é usada nos dois problemas**. Nesse ponto, se tem dois problemas, com duas soluções aproximadas, e é necessário estimar os erros de discretização em cada aproximação. Usando a metodologia do CRE, se obtém aproximações de EF para cada problema. Essas aproximações não satisfazem equilíbrio, mas são usadas para gerar soluções admissíveis, as quais, por sua vez, não satisfazem apenas as relações constitutivas. Diagramaticamente se tem:

$$\begin{aligned} \text{Problema de referência:} \quad & (\mathbf{u}_h, \boldsymbol{\sigma}_h) \text{ (FE approx.)} \longrightarrow (\hat{\mathbf{u}}_h, \hat{\boldsymbol{\sigma}}_h) \text{ (admissível 2D)}, \\ & \longrightarrow (\hat{\mathbf{u}}_h^{3D}, \hat{\boldsymbol{\sigma}}_h^{3D}) \text{ (admissível 3D)}, \\ \text{Problema adjunto:} \quad & (\tilde{\mathbf{u}}_h, \tilde{\boldsymbol{\sigma}}_h) \text{ (FE approx.)} \longrightarrow (\hat{\tilde{\mathbf{u}}}_h, \hat{\tilde{\boldsymbol{\sigma}}}_h) \text{ (admissível 2D)}, \\ & \longrightarrow (\hat{\tilde{\mathbf{u}}}_h^{3D}, \hat{\tilde{\boldsymbol{\sigma}}}_h^{3D}) \text{ (admissível 3D)}. \end{aligned} \quad (51)$$

A expressão da **condição de prolongamento** são os lados esquerdos das igualdades:

$$\begin{aligned} \text{Problema adjunto: (2D)} \longrightarrow & \int_{\Omega} \hat{\tilde{\boldsymbol{\sigma}}}_h : \boldsymbol{\varepsilon}(\mathbf{u}^*) d\Omega - \int_{\Omega} \tilde{\boldsymbol{\sigma}} : \boldsymbol{\varepsilon}(\mathbf{u}^*) d\Omega = \mathcal{L}(\mathbf{u}^*), \\ \text{Problema adjunto: (3D)} \longrightarrow & \int_{\Omega} \hat{\tilde{\boldsymbol{\sigma}}}_h : \boldsymbol{\varepsilon}(\mathbf{u}^*) d\Omega - \int_{\Omega} \tilde{\boldsymbol{\sigma}}_h : \boldsymbol{\varepsilon}(\mathbf{u}^*) d\Omega = \mathcal{L}(\mathbf{u}^*) \end{aligned} \quad (52)$$

Com as quatro soluções aproximadas de (51), o Teorema 1 de [65] pode ser adaptado de forma a permitir a obtenção dos limites para o **erro de discretização e o erro combinado (discretização/modelo) da quantidade de interesse**.

1 - Para o **erro de discretização**, o enunciado do teorema é: *considere Q_{ex} o valor exato (desconhecido) da QI e Q_h a aproximação de EF correspondente. Tem-se então a seguinte desigualdade:*

$$|Q_{ex} - Q_h - Q_{hh}| \leq \underbrace{E_{CRE}(\hat{\mathbf{u}}_h, \hat{\boldsymbol{\sigma}}_h)}_E \underbrace{E_{CRE}(\hat{\tilde{\mathbf{u}}}_h, \hat{\tilde{\boldsymbol{\sigma}}}_h)}_{\tilde{E}}, \quad (53)$$

onde

3. CARACTERIZAÇÃO E JUSTIFICATIVA

$$\begin{aligned}
Q_{hh} &\equiv \int_{\Omega} (\hat{\boldsymbol{\sigma}}_h - \mathbf{K}\boldsymbol{\varepsilon}(\tilde{\mathbf{u}}_h)) : \mathbf{K}^{-1} : \hat{\boldsymbol{\sigma}}^m d\Omega + \mathcal{L}(\hat{\mathbf{u}}_h - \mathbf{u}_h), \\
\hat{\boldsymbol{\sigma}}^m &= \frac{1}{2} \left(\hat{\boldsymbol{\sigma}}_h + \mathbf{K}\boldsymbol{\varepsilon}(\hat{\mathbf{u}}_h) \right), \\
E_{CRE}(\hat{\mathbf{u}}_h, \hat{\boldsymbol{\sigma}}_h) &\equiv \left[\frac{1}{2} \|\hat{\boldsymbol{\sigma}}_h - \mathbf{K}\boldsymbol{\varepsilon}(\hat{\mathbf{u}}_h)\|_{\Omega}^2 \right]^{1/2}.
\end{aligned} \tag{54}$$

A desigualdade (53) pode ser escrita como

$$\begin{aligned}
|Q_{ex} - Q_h - Q_{hh}| &\leq E \tilde{E}, \\
-E \tilde{E} &\leq Q_{ex} - Q_h - Q_{hh} \leq E \tilde{E}, \\
\underbrace{Q_{hh} - E \tilde{E}}_{\eta_Q^{dL}} &\leq Q_{ex} - Q_h \leq \underbrace{E \tilde{E} + Q_{hh}}_{\eta_Q^{dU}},
\end{aligned} \tag{55}$$

tal que se tem os limites desejados η_Q^{dL} and η_Q^{dU} para o **erro de discretização** da quantidade de interesse.

2 - Para o erro combinado (discretização/modelo), o teorema é adaptado para: *considere Q_{ex}^{3D} o valor 3D exato (desconhecido) da QI e Q_h o valor 2D da aproximação de EF associada. Tem-se então a seguinte igualdade:*

$$|Q_{ex}^{3D} - Q_h - Q_{hh}^{3D}| \leq \underbrace{E_{CRE}(\hat{\mathbf{u}}_h^{3D}, \hat{\boldsymbol{\sigma}}_h^{3D})}_{E^{3D}} \underbrace{E_{CRE}(\hat{\mathbf{u}}_h^{3D}, \hat{\boldsymbol{\sigma}}_h^{3D})}_{\tilde{E}^{3D}}, \tag{56}$$

onde

$$\begin{aligned}
Q_{hh}^{3D} &\equiv \int_{\Omega} (\hat{\boldsymbol{\sigma}}_h^{3D} - \mathbf{K}\boldsymbol{\varepsilon}(\tilde{\mathbf{u}}_h^{3D})) : \mathbf{K}^{-1} : \hat{\boldsymbol{\sigma}}^{m3D} d\Omega + \mathcal{L}(\hat{\mathbf{u}}_h^{3D} - \mathbf{u}_h^{3D}), \\
\hat{\boldsymbol{\sigma}}^{m3D} &= \frac{1}{2} \left(\hat{\boldsymbol{\sigma}}_h^{3D} + \mathbf{K}\boldsymbol{\varepsilon}(\hat{\mathbf{u}}_h^{3D}) \right), \\
E_{CRE}(\hat{\mathbf{u}}_h^{3D}, \hat{\boldsymbol{\sigma}}_h^{3D}) &\equiv \left[\frac{1}{2} \|\hat{\boldsymbol{\sigma}}_h^{3D} - \mathbf{K}\boldsymbol{\varepsilon}(\hat{\mathbf{u}}_h^{3D})\|_{\Omega}^2 \right]^{1/2}.
\end{aligned} \tag{57}$$

A desigualdade (56) pode ser escrita como

$$\begin{aligned}
|Q_{ex}^{3D} - Q_h - Q_{hh}^{3D}| &\leq E^{3D} \tilde{E}^{3D}, \\
-E^{3D} \tilde{E}^{3D} &\leq Q_{ex}^{3D} - Q_h - Q_{hh}^{3D} \leq E^{3D} \tilde{E}^{3D}, \\
\underbrace{Q_{hh}^{3D} - E^{3D} \tilde{E}^{3D}}_{\eta_Q^{mdL}} &\leq Q_{ex}^{3D} - Q_h \leq \underbrace{E^{3D} \tilde{E}^{3D} + Q_{hh}^{3D}}_{\eta_Q^{mdU}},
\end{aligned} \tag{58}$$

tal que se obtém os limites desejados η_Q^{mdL} e η_Q^{mdU} para o erro combinado (discretização/modelo) da quantidade de interesse.

3. CARACTERIZAÇÃO E JUSTIFICATIVA

3.3.4 Base auto-equilibrada para estimativa de erro no modelo de Mindlin

Essa seção descreve resumidamente alguns aspectos do novo procedimento proposto pelo proponente do projeto, relacionado à geração de uma família de funções de aproximação polinomiais que satisfazem exatamente as equações locais diferenciais de equilíbrio do modelo de placa de Mindlin para flexão de laminados. As relações constitutivas consideradas incluem o acoplamento extensão-cisalhamento, de forma que se pode tratar de laminados gerais simétricos anisotrópicos. O mesmo procedimento pode ser replicado para incluir laminados não-simétricos sob solicitação membrana-flexão, mas se planeja fazer a avaliação do modelo apenas em flexão.

A base equilibrada é desenvolvida partindo de uma aproximação polinomial completa para o campo de deslocamentos, tal que cada função obtida satisfaça não apenas o equilíbrio local, mas as relações deformação-deslocamentos lineares, as relações constitutivas elástico-lineares, sendo que as relações de compatibilidade são implicitamente satisfeitas.

A base é adequada para ser usada como base de aproximação de EF mas, uma vez que os termos são associados a coeficientes arbitrários em vez de valores nodais, ela não se presta a satisfazer a continuidade inter-elementar. Entretanto, a base pode ser usada num modelo de EF restrito ao pós-processamento de um elemento arbitrário, como num método de Galerkin, desde que condições de contorno adequadas sejam aplicadas. Deve-se observar que a solução satisfaz perfeitamente o equilíbrio no domínio do elemento mas, em geral, é esperado que as tensões satisfarão apenas equilíbrio fraco nos seus contornos.

O procedimento para gerar a base auto equilibrada é sumarizado a seguir. O ponto de partida é a identificação de um polinômio de aproximação para o campo de deslocamento, tomado como polinômios 2D completos, de graus n_a , n_b e n_c , respectivamente:

$$\psi_x(\bar{\mathbf{x}}) = a_0 + \sum_{p=1}^{n_1} a_p P_p^a = \mathbf{p}^{aT} \mathbf{a}, \quad \psi_y(\bar{\mathbf{x}}) = b_0 + \sum_{p=1}^{n_2} a_p P_p^b = \mathbf{p}^{bT} \mathbf{b}, \quad w(\bar{\mathbf{x}}) = c_0 + \sum_{p=1}^{n_3} a_p P_p^c = \mathbf{p}^{cT} \mathbf{c}. \quad (59)$$

w , ψ_x e ψ_y são os campos de deslocamentos generalizados de flexão associados ao modelo de Mindlin. a_p , b_q e c_r são coeficientes associados aos monômios P_p^a , P_q^b e P_r^c . $\bar{\mathbf{x}} = (\bar{x}, \bar{y})$ é a coordenada cartesiana de um ponto arbitrário na superfície de referência da placa, normalizadas por $\bar{x} \equiv x/h$ e $\bar{y} \equiv y/h$, onde h é um valor característico, que pode ser o raio do elemento, e normalmente é usado para melhorar o comportamento do GFEM.

As eqs. (59) são separadas em dois grupos, um dos coeficientes associados aos movimentos de corpo rígido, a_0 , b_0 e c_0 , e os demais associados à resposta de deformação. Pode-se mostrar que os monômios em (59) podem ser recombinados de forma a satisfazerem as equações de equilíbrio locais, as relações deformação-deslocamentos e a relação constitutiva. Simbolicamente tem-se

$$\begin{Bmatrix} \psi_x(\bar{\mathbf{x}}) \\ \psi_y(\bar{\mathbf{x}}) \\ w(\bar{\mathbf{x}}) \end{Bmatrix} = \underbrace{\begin{Bmatrix} \mathbf{d}^{aT}(\bar{\mathbf{x}}) \\ \mathbf{d}^{bT}(\bar{\mathbf{x}}) \\ \mathbf{d}^{cT}(\bar{\mathbf{x}}) \end{Bmatrix}}_{\bar{\mathbf{N}}} \mathbf{h} - \begin{Bmatrix} \bar{\mathbf{f}}^{aT} \mathbf{p}^{ag} \\ \bar{\mathbf{f}}^{bT} \mathbf{p}^{bg} \\ \bar{\mathbf{f}}^{cT} \mathbf{p}^{cg} \end{Bmatrix}. \quad (60)$$

onde \mathbf{h} é formado por parte dos coeficientes a_p , b_q e c_r , e $\bar{\mathbf{N}}$ é formado por combinações dos respectivos monômios.

Partindo das relações deformação-deslocamentos, a variação de curvaturas é relacionada aos coeficientes \mathbf{h} , como $\boldsymbol{\kappa} = \mathbf{B}^f \mathbf{h} - \boldsymbol{\kappa}^q$, isto é,

$$\begin{Bmatrix} \kappa_x \\ \kappa_y \\ \kappa_{xy} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{d}_{,x}^{aT} \\ \mathbf{d}_{,y}^{bT} \\ \frac{1}{2} (\mathbf{d}_{,y}^{aT} + \mathbf{d}_{,x}^{bT}) \end{bmatrix} \mathbf{h} - \begin{Bmatrix} \bar{\mathbf{f}}^{aT} \mathbf{p}_{,x}^{ag} \\ \bar{\mathbf{f}}^{bT} \mathbf{p}_{,y}^{bg} \\ \frac{1}{2} (\bar{\mathbf{f}}^{aT} \mathbf{p}_{,x}^{ag} + \bar{\mathbf{f}}^{bT} \mathbf{p}_{,y}^{bg}) \end{Bmatrix}, \quad (61)$$

3. CARACTERIZAÇÃO E JUSTIFICATIVA

onde $(\cdot)_{,x} = \partial(\cdot)/\partial x$ etc. Da mesma forma, as deformações cisalhantes transversais ficam $\boldsymbol{\gamma} = \mathbf{B}^s \mathbf{h} - \boldsymbol{\gamma}^q$, isto é,

$$\begin{Bmatrix} \gamma_{yz} \\ \gamma_{xz} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{d}^{bT} + \mathbf{d}^{cT} + \mathbf{d}^{aT} \\ \mathbf{d}^{aT} + \mathbf{d}_{,x}^{cT} + \mathbf{d}_{,x}^{bT} \end{bmatrix} \mathbf{h} - \begin{Bmatrix} \bar{\mathbf{f}}^{bT} \mathbf{p}^{bg} + \bar{\mathbf{f}}^{cT} \mathbf{p}_{,y}^{cg} \\ \bar{\mathbf{f}}^{aT} \mathbf{p}^{ag} + \bar{\mathbf{f}}^{cT} \mathbf{p}_{,x}^{cg} \end{Bmatrix}. \quad (62)$$

E o vetor de deslocamentos generalizados (60), podem ser representados na forma $\mathbf{u}(\bar{\mathbf{x}}) = \bar{\mathbf{N}}(\bar{\mathbf{x}}) \mathbf{h} - \mathbf{u}^b(\bar{\mathbf{x}})$.

A expressão matricial para o Princípio dos Trabalhos Virtuais (PVW), para o MEF, para o comportamento flexão-cisalhamento do laminado, é

$$\int_{\Omega} \hat{\boldsymbol{\kappa}}^T \mathbf{D} \boldsymbol{\kappa} \, d\Omega + \int_{\Omega} \hat{\boldsymbol{\gamma}}^T \mathbf{D}^s \boldsymbol{\gamma} \, d\Omega - \int_{\Omega} \hat{w} q_z \, d\Omega - \int_{\partial E} \hat{\mathbf{u}}^T \bar{\mathbf{t}} \, d\Gamma = 0, \quad (63)$$

onde $(\hat{\cdot})$ indica a variação de (\cdot) . $\hat{\boldsymbol{\kappa}} = \mathbf{B} \hat{\mathbf{h}}$, $\hat{\boldsymbol{\gamma}} = \mathbf{B}^s \hat{\mathbf{h}}$ e $\hat{\mathbf{u}}(\bar{\mathbf{x}}) = \bar{\mathbf{N}}(\bar{\mathbf{x}}) \hat{\mathbf{h}}$. A variação do deslocamento transversal pode ser posto na forma $\hat{w}(\bar{\mathbf{x}}) = \mathbf{N}^w(\bar{\mathbf{x}}) \hat{\mathbf{h}}$, se \mathbf{N}^w for definido convenientemente a partir de $\bar{\mathbf{N}}(\bar{\mathbf{x}})$. Finalmente, $\bar{\mathbf{t}}$ é o vetor de forças generalizadas prescritas no contorno

$$\bar{\mathbf{t}} = \begin{Bmatrix} \bar{X}_m \\ \bar{Y}_m \\ \bar{Q}_n \end{Bmatrix}, \text{ for } \bar{\mathbf{x}} \in \Gamma, \text{ such that } \begin{cases} X_m = M_x n_x + M_{yx} n_y, \\ Y_m = M_{xy} n_x + M_y n_y, \\ Q_n = Q_x n_x + Q_y n_y, \end{cases} \quad (64)$$

e n_x e n_y são as componentes do vetor normal ao contorno em $\bar{\mathbf{x}}$.

A expressão do PVW resulta na forma matricial do equilíbrio

$$\left[\int_{\Omega} \mathbf{B}^{fT} \mathbf{D} \mathbf{B}^f \, d\Omega + \int_{\Omega} \mathbf{B}^{sT} \mathbf{D}^s \mathbf{B}^s \, d\Omega \right] \mathbf{h} = \left\{ \int_{\Omega} \mathbf{B}^{fT} \mathbf{D} \boldsymbol{\kappa}^q \, d\Omega + \int_{\Omega} \mathbf{B}^{sT} \mathbf{D}^s \boldsymbol{\gamma}^q \, d\Omega + \int_{\partial E} \mathbf{N}^T \bar{\mathbf{t}} \, d\Gamma \right\}. \quad (65)$$

Isso gera um sistema algébrico de equilíbrio em forma padrão $\mathbf{K} \mathbf{h} = \mathbf{F}$. A matriz de rigidez \mathbf{K} é não singular uma vez que a base de funções de aproximação exclui os coeficientes de corpo rígido a_0 , b_0 e c_0 .

Algumas observações

1. Se a carga distribuída transversal q_z for um polinômio de grau adequado d , compatível com o grau n_c de w , os coeficientes \mathbf{h} obtidos da solução algébrica serão associados ao campo de tensão em equilíbrio em todos os pontos do domínio.
2. Se as forças generalizadas prescritas no contorno, $\bar{\mathbf{t}}$, puderem ser derivadas a partir de um campo de deslocamentos do mesmo grau sendo usado na base de aproximação de deslocamentos na análise (o que, indiretamente implica que $\bar{\mathbf{t}}$ é também equilibrada no contorno), então a resposta de (65) vai gerar um campo de tensões em equilíbrio com as cargas no contorno.
3. Se a carga distribuída satisfaz ambas as condições dos itens 1 e 2 acima, o campo de tensões obtido será estaticamente admissível. De fato, uma vez que a base de deslocamento auto equilibrada também satisfaz as relações constitutivas e relações deformação-deslocamento, a resposta obtida será a solução exata da forma forte do problema para as dadas condições de contorno.
4. Se as forças no contorno não puderem ser descritas pelas funções de aproximação, a resposta de tensão estará em equilíbrio apenas nos pontos internos do domínio, e haverá um erro no contorno. Essa é a situação que pode ocorrer no pós-processamento para a determinação do campo de tensões estaticamente admissível num elemento, quando as trações equilibradas nos

3. CARACTERIZAÇÃO E JUSTIFICATIVA

seu contorno tiverem sido obtidos por um polinômio de ordem maior que aquele possível de ser representado pela base auto equilibrada. Nesse caso, é necessário o uso da base equilibrada mais rica disponível, de forma a reduzir o resíduo de equilíbrio no contorno do elemento.

5. Deve-se observar que a base auto equilibrada descrita não é associada a valores nodais. Consequentemente, ela não é adequada ao uso como base local em cada elemento numa malha, a menos que algum tipo de procedimento seja usado para impor a continuidade inter-elemento. A aplicação visada aqui é a de pós-processamento de elementos individuais, onde apenas o campo de tensões é buscado, e a descontinuidade de deslocamentos é desimportante.
6. Observa-se que o processo de equilibração reduz fortemente a dimensão da base. Por exemplo, um conjunto de polinômios completos, de grau 11 para o deslocamento transversa e grau 10 para as rotações, que contém no total 210 graus de liberdade, eq.(59), reduz-se para uma base de apenas 42 graus de liberdade na base equilibrada, eq.(60). As condições de equilíbrio impostas funcionam como restrições que reduzem a capacidade de aproximação da base, mesmo que as funções ainda contenham polinômios de grau 11.

3.3.5 Solução 3D do laminado anisotrópico sob flexão por PGD

Essa seção descreve brevemente uma proposta original do proponente do projeto para o desenvolvimento de uma formulação para obter soluções aproximadas 3D para o problema de laminados sob flexão, por uma sequencia de análises de EF planos gerados pela técnica do **Proper Generalized Decomposition (PGD)** [74]. Normalmente PGD é usado para separar numericamente as variáveis de um problema de forma análoga ao método clássico de separações de variáveis na solução de alguns tipos de equações diferenciais parciais. Entretanto, o PGD faz essa separação mesmo em problemas cujo operador diferencial não seja separável. Isso é feito com o custo de gerar um par de problemas que exige solução iterativa, mesmo que ele seja linear. Por exemplo, problemas dinâmicos podem ter suas variáveis separadas em coordenadas euclidianas do volume do corpo, e outras variáveis dependentes apenas da unidimensão temporal. Na presente proposição, pretende-se tratar o problema de flexão de um elemento finito de placa laminada fazendo uma separação de variáveis é feita entre o espaço na superfície de referência e um problema unidirecional na direção da espessura. A meta é obter, iterativamente, uma aproximação de boa precisão para a complexa variação das variáveis através da espessura de um laminado, em vez das descrições *à-priori* dos modelos cinemáticos de camada equivalente usuais (Kirchhoff, Mindlin, HSDT [19][18], etc.) Também, mesmo com o uso de uma sequencia global de solução num problema linear, é esperado que, se o número de iterações for pequeno o suficiente, o custo total de computação envolvido será menor que o custo de uma análise lâmina-a-lâmina usando um modelo de elementos finitos sólidos 3D. Adicionalmente, se o processo converge adequadamente, é esperado que uma solução 3D precisa possa ser bem estimada nas regiões de camada limite e outras regiões de altos gradientes de solução.

Durante o projeto pretende-se detalhar um procedimento de imposição de condições de contorno de Dirichlet a ser usado em situações outras que não o pós-processamento de elementos. Deve-se lembrar que, devido à própria natureza do PGD, a imposição adequada de condições de contorno de deslocamentos é um desafio.

A primeira aplicação almejada para essa formulação é a construção de campos de tensão admissível elemento a elemento do modelo de placa, para subsequente uso na etapa de pós-processamento de **estimativa de erro do modelo** em relação à solução 3D. Nesse caso, não há necessidade de preocupação quanto a reforços geométricos, mudanças de espessuras, presença de topologia complexa, como é o caso na análise de uma estrutura completa. Também, as condições de contorno no uso em

3. CARACTERIZAÇÃO E JUSTIFICATIVA

pós-processamento são de tipo Neumann completo no elemento, o qual é menos intrincado para o PGD que as condições de Dirichlet.

Finalmente, é esperado que o procedimento possa ser estendido ao pós-processamento de elementos finitos de cascas suaves sem grandes dificuldades.

A formulação descrita aqui generaliza as ideias expocadas por Bognet et al [73]. Consideremos inicialmente uma placa laminada como um corpo 3D submetido a carregamentos condições de contorno adequados, com a forma de uma placa laminada. Para simplificar a exposição, consideremos que as condições gerais sejam as de um problema estático linear. O volume V é decomposto em $V = S \times I$, onde $I = [-H/2, H/2]$, H é a espessura, S representa a superfície de referência, com pontos identificados pelas coordenadas cartesianas $\mathbf{x} = (x, y)$, com $z = 0$. O contorno da superfície de referência é designado por S^c . A coordenada transversal é $z \in I$. Os contornos do corpo são ambas as superfícies, designadas por S^+ e S^- , definidas pelas superfícies $z = \pm H/2$, e a superfície lateral L , definida por (\mathbf{x}, z) tal que $\mathbf{x} \in S^c$ e $z \in I$.

O corpo é submetido a forças de corpo $\mathbf{b} = \mathbf{b}(\mathbf{x}, z)$, carga distribuida de superfície $\mathbf{q} = \mathbf{q}(\mathbf{x})$ aplicada sobre a superfície superior S^+ , e cargas de superfície \mathbf{f} aplicadas na parte do contorno lateral L designado por $L_f = S_f^c \times I$. O resto das condições de contorno são: (a) superfície livre em S^- ; (b) Condições de contorno de Dirichlet $\mathbf{u} = \mathbf{u}^L$ na parte do contorno lateral designado por $L_u = S_u^c \times I$.

A forma fraca do problema é: encontrar $\mathbf{u} \in U$ tal que

$$\int_S \int_z \delta \boldsymbol{\varepsilon} : \mathbf{C} : \boldsymbol{\varepsilon} \, dz dS = \int_S \int_z \delta \mathbf{u} \cdot \mathbf{b} \, dz dS + \int_{S^+} \delta \mathbf{u} \cdot \mathbf{q} \, dS + \int_{S^c} \int_z \delta \mathbf{u} \cdot \mathbf{f} \, dz dS, \quad \text{para } \forall \delta \mathbf{u} \in U_o, \quad (66)$$

onde $\boldsymbol{\varepsilon}$ é o tensor de segunda ordem de deformação linear, \mathbf{C} é o tensor de quarta ordem linear elástico e $\mathbf{C} : \boldsymbol{\varepsilon} = C_{ijkl} \varepsilon_{kl}$ (em componentes cartesianas). O vetor deslocamento é representado por suas componentes cartesianas como $\mathbf{u} = u_x(\mathbf{x}, z) \mathbf{i}_x + u_y(\mathbf{x}, z) \mathbf{i}_y + u_z(\mathbf{x}, z) \mathbf{i}_z$. Também,

$$\begin{aligned} U &= \{ \mathbf{u} = \{u_x, u_y, u_z\}, \text{ com } u_x, u_y, u_z \in \mathcal{H}^{(1)}(V), \text{ e } \mathbf{u}(\mathbf{x}, z) = \mathbf{u}^L(\mathbf{x}, z) \forall (\mathbf{x}, z) \in L_u = S_u^c \times I \}, \\ U_o &= \{ \mathbf{u} \in U \text{ e } \mathbf{u}(\mathbf{x}, z) = \mathbf{0} \forall (\mathbf{x}, z) \in L_u = S_u^c \times I \}. \end{aligned} \quad (67)$$

Detalhes adicionais do desenvolvimento, e sobre diversos outros conjuntos e espaços vetoriais necessários e tratamento de condições de contorno são omitidos aqui.

Em seguida, consideramos a aplicação de da estrategia PGD de separação iterativa de variaveis, considerando a dimensão z como um tipo limitado de período de tempo. A partir desse ponto, consideramos apenas o problema completo 3D sólido, sem qualquer uso de modelo cinemático de redução de placa. Entretanto, o que se busca, é ser capaz de obter uma aproximação de solução 3D por uma sequencia de problemas planos.

Então, expressamos o nível seguinte de aproximação por

$$\mathbf{u}^{(p)}(\mathbf{x}, z) = \mathbf{u}^{(p-1)}(\mathbf{x}, z) + \mathbf{Z}^{(p)}(z) \mathbf{X}^{(p)}(\mathbf{x}), \quad (68)$$

onde $\mathbf{Z}^{(p)}(z)$ e $\mathbf{X}^{(p)}(\mathbf{x})$ são novas funções que precisam ser estimadas. Então, se busca a solução aproximada pela sequencia convergente

$$\mathbf{u}(\mathbf{x}, z) \simeq \mathbf{u}^{(n)}(\mathbf{x}, z) \equiv \sum_{r=0}^n \mathbf{Z}^{(r)}(z) \mathbf{X}^{(r)}(\mathbf{x}). \quad (69)$$

3. CARACTERIZAÇÃO E JUSTIFICATIVA

Os **modos** $\mathbf{Z}^{(p)}(z)\mathbf{X}^{(p)}(\mathbf{x})$ são determinados um a um, para $p = 2, 3, \dots$, tal que a aproximação (68) possa ser posta como

$$\mathbf{u}^{(p)}(\mathbf{x}, z) \equiv \sum_{r=0}^{p-1} \mathbf{Z}^{(r)}(z)\mathbf{X}^{(r)}(\mathbf{x}) + \mathbf{Z}^{(p)}(z)\mathbf{X}^{(p1)}(\mathbf{x}). \quad (70)$$

Para simplificar a notação, omitimos a seguir o índice p em todos os termos a direita de (68) e (70).

Adicionalmente, de forma a simplificar a notação, substituímos a notação tensorial de (66) pela notação matricial, usando a notação de Voigt para representar componentes cartesianas do tensor de deformação como $\varepsilon = \{\varepsilon_x, \varepsilon_y, \varepsilon_z, \gamma_{yz}, \gamma_{zx}, \gamma_{xy}\}^T$, e uma transformação correspondente para a relação constitutiva via a matriz \mathbf{C} de 6×6 . Logo, (66) se torna

$$\int_S \int_z \delta \varepsilon_i C_{ij} \varepsilon_j \, dz dS = \int_S \int_z \delta u_i b_i \, dz dS + \int_{S^+} \delta u_i q_i \, dS + \int_{S^c} \int_z \delta u_i f_i \, dz dS, \quad \text{para } \forall \delta \mathbf{u} \in U_o. \quad (71)$$

A relação deformação-deslocamentos é escrita na forma

$$\varepsilon = \mathbf{D}\mathbf{u}(\mathbf{x}, z), \quad \text{onde } \mathbf{D} = \begin{bmatrix} \partial_x & 0 & 0 \\ 0 & \partial_y & 0 \\ 0 & 0 & \partial_z \\ 0 & \partial_z & \partial_y \\ \partial_z & 0 & \partial_x \\ \partial_y & \partial_x & 0 \end{bmatrix}. \quad (72)$$

Em notação indicial,

$$u_k(\mathbf{x}, z) = u_k^{(p)}(\mathbf{x}, z) + Z_{kl}(z)X_l(\mathbf{x}). \quad (73)$$

Ambos os campos são discretizados em elementos finitos usando funções de aproximação:

$$\begin{aligned} Z_{kl}(z) &= \bar{N}_{ka}(z)Z_{al}, \\ X_l(\mathbf{x}) &= N_{lb}(\mathbf{x})\mathcal{X}_b. \end{aligned} \quad (74)$$

Essas expressões podem ser melhor visualizadas em forma matricial:

$$\begin{aligned} \begin{Bmatrix} X_1(\mathbf{x}) \\ X_2(\mathbf{x}) \\ X_3(\mathbf{x}) \end{Bmatrix} &= \begin{bmatrix} \mathbf{N}_1(\mathbf{x}) & & \\ & \mathbf{N}_2(\mathbf{x}) & \\ & & \mathbf{N}_3(\mathbf{x}) \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \mathcal{X}_1 \\ \mathcal{X}_2 \\ \mathcal{X}_3 \end{Bmatrix}, \\ \left\{ \begin{bmatrix} Z_1(z) \\ Z_2(z) \\ Z_3(z) \end{bmatrix} \right\} &= \begin{bmatrix} \bar{\mathbf{N}}_1(z) & & \\ & \bar{\mathbf{N}}_2(z) & \\ & & \bar{\mathbf{N}}_3(z) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathcal{Z}_1 \\ \mathcal{Z}_2 \\ \mathcal{Z}_3 \end{bmatrix}, \end{aligned} \quad (75)$$

onde $\mathbf{N}_l(\mathbf{x})$ e \mathcal{X}_l são arranjos das funções de aproximação no domínio da superfície e os coeficientes correspondentes, de dimensões d_{xl} , respectivamente, e $\bar{\mathbf{N}}_k(z)$ e \mathcal{Z}_k são arranjos culunas das funções de aproximação na direção transversal e respectivos coeficientes, de dimensões d_{zk} , respectivamente. Logo, em (74) os índices tem faixas: $k, l = 1, 2, 3$, $b = 1, \dots, d_x$, onde $d_x = d_{x1} + d_{x2} + d_{x3}$ é o número total de graus de liberdade na malha de elementos finitos na superfície, e $a = 1, \dots, d_z$, onde $d_z =$

3. CARACTERIZAÇÃO E JUSTIFICATIVA

$d_{z1} + d_{z2} + d_{z3}$ é o número total de graus de liberdade na partição de elementos finitos unidimensionais na espessura.

A deformação aproximada é

$$\varepsilon_j = \underbrace{D_{jk}u_k^{(p-1)}}_{\varepsilon_j^{(p-1)}} + \mathcal{Z}_{al} \underbrace{\left[\underbrace{(D_{jk}\bar{N}_{ka})N_{lb}}_{\bar{B}_{ja}} + \underbrace{\bar{N}_{ka}(D_{jk}N_{lb})}_{B_{jklb}} \right]}_{G_{jalb}} \mathcal{X}_b, \text{ for } j = 1, \dots, 6, \quad (76)$$

e sua variação é (usar $\varepsilon_i = \varepsilon_i^{(p-1)} + \mathcal{Z}_{al}G_{iedf}\mathcal{X}_f$)

$$\begin{aligned} \delta\varepsilon_i &= \delta\mathcal{Z}_{ed}G_{iedf}\mathcal{X}_f + \delta\mathcal{X}_fG_{iedf}\mathcal{Z}_{ed}, \text{ where} \\ G_{iedf} &= \bar{B}_{ie}N_{df} + \bar{N}_{ce}B_{icdf}. \end{aligned} \quad (77)$$

Substituindo (74)-(77) em (71) se obtém, para $\forall\delta\mathbf{Z}(z) \in U_z$ e $\forall\delta\mathbf{X}(\mathbf{x}) \in U_{0S}$, em forma compacta,

$$\begin{aligned} \bar{K}_{edal}(\mathcal{X})\mathcal{Z}_{al} &= \bar{F}_{ed}(\mathcal{X}) \equiv -\bar{F}_{ed}^{(p-1)} + \check{F}_{ed}(\mathcal{X}), \\ K_{fb}(\mathcal{Z})\mathcal{X}_b &= F_f(\mathcal{Z}) \equiv -F_f^{(p-1)} + \check{F}_f(\mathcal{Z}). \end{aligned} \quad (78)$$

que permite obter a solução para o p -ésimo modo. O parêntese indica a dependência da variável na matriz e vetor. Ambos os sistemas são acoplados, e tem dimensões d_z e d_x , respectivamente, e ambos os conjuntos de coeficientes, \bar{K}_{edal} e K_{fb} , são simétricos ($\bar{K}_{edal} = \bar{K}_{aled}$ e $K_{fb} = K_{bf}$). A dimensão do primeiro sistema, (através da espessura), depende do número de lâminas no laminado, e caso seja usado uma aproximação polinomial contínua por partes ao longo de cada camada, o número de coeficientes depende da escolha do grau do polinômio em cada direção.

Campo de tensão admissível de um elemento equilibrado Uma possível aplicação para essa formulação é num esquema de pós-processamento, para construir campos de tensão admissível 3D (isto é, que satisfazem às equações de equilíbrio tri-dimensionais), num elemento finito isolado, para uso subsequente na estimativa de erro do modelo em relação à solução 3D elástica. Nesse caso, não há preocupação com reforços geométricos, mudanças de espessura, presença de topologia complexa, como é o caso na análise da estrutura completa. Também, as condições de contorno são de Neumann, com todas as forças equilibradas no elemento. Isso é menos intrincado que a aplicação do tipo Dirichlet, que é sempre um desafio no PGD, devido à sua própria concepção.

Solução grosseira 3D sobre a placa inteira, a partir do modelo de placa Uma aproximação grosseira de uma solução 3D para a placa inteira pode ser obtida pelo uso de uma solução de EF dentro do esquema PGD. A solução é buscada para ser obtida como parte de um pós-processamento da análise de placa por EF, para estimativa de erro. O uso do PGD cria uma limitação no sentido que num pós-processamento não é tolerada a solução de um novo sistema algébrico de equações cujo tamanho seja da mesma ordem do sistema original da análise de EF. Isso é diferente da situação onde o objetivo é obter uma aproximação 3D da solução usando o PGD, como é feito em [73], onde é permitida a geração e fatoração de matrizes coeficientes definidas sobre a superfície de referência. Logo, o esquema iterativo sugerido em (78) precisa ser adaptado. Primeiro, é permitida apenas metade de uma iteração. Partindo de (78)₁

3. CARACTERIZAÇÃO E JUSTIFICATIVA

$$\bar{K}_{edal}^{(1)}(\mathcal{X}_b^{(1)})\mathcal{Z}_{al}^{(2)} = \bar{F}_{ed}(\mathcal{X}_b^0) \equiv -\bar{F}_{ed}^{MEF} + \check{F}_{ed}(\mathcal{X}_b^{(1)}). \quad (79)$$

A solução de placa de EF é tomada e a parte de flexão é extraída, a qual é considerada como $\mathcal{X}_b^{(0)}$, a qual, por sua vez, calcula $\check{F}_{ed}(\mathcal{X}_b^{(0)})$ e a matriz $\bar{K}_{edal}^{(1)}(\mathcal{X}_b^{(1)})$. A solução de EF produz diretamente as deformações (incluindo ambos, parcela de membrana e flexão de primeira ordem), a qual resulta em \bar{F}_{ed}^{MEF} . Esse sistema é relativamente pequeno comparado com a discretização da superfície de referência, porque ele é associado apenas aos coeficientes da discretização ao longo da espessura. Logo, ele pode ser resolvido a baixo custo, produzindo uma correção $\mathcal{Z}_{al}^{(2)}$ para o perfil da solução ao longo da espessura par o modelo de placa laminada.

Observa-se que não é possível continuar as iterações, uma vez que, levar $\mathcal{Z}_{al}^{(2)}$ a (78)₂

$$K_{fb}^{(2)}(\mathcal{Z}_{al}^{(2)})\mathcal{X}_b^{(2)} = F_f(\mathcal{Z}_{al}^{(2)}) \equiv -F_f^{MEF} + \check{F}_f(\mathcal{Z}_{al}^{(2)}), \quad (80)$$

resultaria em uma nova matriz coeficiente $K_{fb}^{(2)}(\mathcal{Z}_{al}^{(2)})$, de tamanho similar à matriz de de rigidez original do modelo de placa de EF.

3.4 Aplicações e desenvolvimentos no GFEM-Ck

3.4.1 Deflexão moderadamente grandes de painéis laminados

Elementos estruturais delgados como placas e cascas são usados extensivamente em muitos setores da indústria, quer em forma de elementos homogêneo-isotrópico, quer sob a forma de compostos laminados; são equipamentos diversos, dutos, vasos de pressão, componentes da indústria aeroespacial, de navios, pontes, etc. Tipicamente estas estruturas suportam o carregamento por um estado de tensões predominantemente plano. São geometrias muito compactas, relativamente muito leves e muito rígidas (Mendonca, [37]). Um efeito colateral conhecido desse tipo de estruturas é sua suscetibilidade à diversos tipos de instabilidade ocasionadas por tensões compressivas provenientes de diversos tipos de carregamentos.

Esse é um problema clássico, que possui diversos modelos matemáticos e numéricos mais ou menos eficientes para aborda-lo. Uma vez que o fenômeno é não linear, a forma mais direta de solução consiste na análise completa usando as equações de equilíbrio (ou movimento) junto as um conjunto adequado de equações deformação-deslocamentos (não lineares), de forma a incluir grandes deslocamentos e deformações na resposta, e obtendo a solução completa via elementos finitos. Esse procedimento permite investigar de forma natural pontos de instabilidade e comportamento pós flambagem. Por outro lado, frequentemente envolvem processamento pesado mesmo para os computadores atuais, nas situações de estruturas mais complexas. Uma forma diametralmente oposta de fazer simulação em fases de projeto estrutural consiste na simples análise dos painéis usando formulação linear de pequenos deslocamentos, através de modelos cinemáticos de flexão típicos como os de Kirchhoff, Kirchhoff-Love, Mindlin, e os de ordem superior. A análise é comparativamente muito mais rápida, e permite o dimensionamento ou a análise da maioria dos componentes mecânicos. Entretanto, esses modelos são, por natureza, próprios para pequenos deslocamentos, o que significa que o dimensionamento deve ser limitado de forma a satisfazer critérios práticos de engenharia do tipo *deslocamento transversal* $< 0,5 \times$ *espessura*. Para atender a esse requisito, projetos mais sofisticados usam o artifício de robustecer o componente para reduzir o deslocamento. Por outro lado, existe a possibilidade de uma análise não linear de baixo custo via o modelo de von Karman para as deformações de membrana em conjunção ao modelo de Kirchhoff ou outros para tratarem do comportamento de flexão. Dessa forma uma aproximação de primeira ordem é obtida para a carga crítica de flambagem, e também uma resposta de deslocamento pode ser obtida para o início da deformação pós-flambagem. Isso permite uma

3. CARACTERIZAÇÃO E JUSTIFICATIVA

avaliação da validade da hipótese de pequenos deslocamentos para o projeto, ou ainda pode permitir simplesmente a adoção de dimensões de espessuras mais delgadas que sejam suficientes para suportar em segurança o carregamento.

Historicamente o modelo de von Karman sempre foi implementado com as equações de Kirchhoff para elementos delgados. Os métodos de elemento finitos de deslocamentos sempre tiveram dificuldade para gerar formulações de elementos que satisfizessem o requisito de continuidade C^1 desse modelo. Resultados obtidos pelo proponente mostram que o GFEM-Ck é um método bastante adequado para tratar desse tipo de problema ([4], 2009), de forma que se propõe a verificar o comportamento de uma formulação von Karman/Kirchhoff no problemas de flambagem inicial e resposta pós-flambagem em painéis de laminados de materiais compostos.

O modelo de Kirchhoff, por sua vez, tem validade apenas no limite para a espessura tendendo a zero. Isso reduz a aplicabilidade do modelo a regiões particulares como as bordas, mesmo nos painéis realmente delgados. Com isso se torna necessário a expansão para formulações do tipo von Karman/Mindlin, von Karman/Reddy, por exemplo, sendo que essa última também exige funções C^1 , e testes lineares no modelo de Reddy mostram que o GFEM-Ck também apresenta ótimos resultados na flexão [84], 2013.

3.4.2 Imposição de condições de contorno de Dirichlet não homogêneas no GFEM-Ck

Enquanto no MEF padrão baseado em deslocamentos, via de regra todos os coeficientes nodais tem significado físico claro, por exemplo o valor da variável primal naquele nó no caso usual de formulações C^0 , no GFEM-Ck a situação é distinta. Apenas os coeficientes nodais associados à partição da unidade são o valor da variável no nó. Os demais coeficientes, associados às funções enriquecidas, não possuem significado claro, embora, com algum trabalho, elas possam ser identificadas com os valores das derivadas de alta ordem da função primal. Entretanto, não há uma forma clara e simples de impor condições de Dirichlet não homogêneas, uma vez que a simples imposição dos valores nodais dos coeficientes da partição da unidade apenas permitem impor condições que variem linearmente ao longo do trecho de contorno de cada elemento, o que não é satisfatório para os casos em que a função a ser imposta seja irregular. Isso é tão mais importante uma vez que um pressuposto do uso de enriquecimento p via GFEM é exatamente o de permitir elementos relativamente maiores quando possível. Isso torna mais necessário o desenvolvimento de técnicas eficientes de imposição de condições não homogêneas que apresentem variação de alta ordem ao longo do segmento elementar de contorno.

Nesse âmbito, pretende-se investigar pelo menos duas estratégias. Uma delas, baseada na imposição da condição de contorno de forma fraca, via multiplicadores de Lagrange. A segunda consiste em considerar que a solução do problema de valor no contorno pode ser decomposta na soma de uma solução homogênea no contorno de Dirichlet e uma solução arbitrária que satisfaz as condições de contorno de Dirichlet. Propõe-se desenvolver uma formulação inovadora que permita a determinação dos coeficientes nodais no contorno de Dirichlet via a construção e solução de um sistema algébrico local, definido em termo dos valores prescritos e das funções de aproximação. Essa determinação é feita na fase de pré-processamento, e os coeficientes assim determinados são impostos ao sistema global de equações algébricas de equilíbrio, seguindo as manipulações usuais da matriz de rigidez e vetor força.

3.4.3 Avaliação do uso de GFEM-Ck na análise de problemas de mecânica da fratura

Essa linha de pesquisa já se encontra em andamento como parte do projeto atual, e se prevê a finalização de diversas investigações para o projeto proposto. Diferentemente da proposta descrita na seção 3.3, em que os estimadores de erro são baseados na construção campos de tensões admissíveis (os chamados estimadores de erro em relação constitutiva), essa linha de pesquisa em andamento se baseia na construção de resíduos equilibrados. Em paralelo, essa estratégia tem sido aplicada ao problema de

3. CARACTERIZAÇÃO E JUSTIFICATIVA

análise do problema de abertura de trincas, usando também funções de continuidade arbitrária para as parcelas suaves das incógnitas, e as funções singulares na descrição do campo na frente da trinca, ambas como enriquecimentos no escopo do GFEM-Ck.

3.4.4 O GFEM global-local aplicado ao problema de plasticidade confinada

O GFEM tem sido muito bem aplicado em simulações de camadas limites, propagação de fraturas, problemas acústicos, microestruturas poli-cristalinas, etc. Todas estas aplicações são formuladas com formas fechadas de funções de enriquecimento que são conhecidas por aproximarem bem a solução do problema. Entretanto, funções de enriquecimento analíticas, em geral, não são capazes de gerar aproximações suficientemente precisas da solução numa malha grosseira, exigindo ainda um refino de malha, como no MEF padrão. Mesmo quando enriquecimentos analíticos são capazes de aproximar bem a solução, como é o caso de muitos problemas de mecânica da fratura bidimensional, dada uma trinca com certo tamanho, é necessário que a malha seja de elementos menores que ela, em sua região de entorno. Isto levou ao desenvolvimento do método dos elementos finitos global-local (GFEM-gl), que combina o MEF global-local clássico (técnica “zooming” [80]) com a estrutura da partição da unidade, construindo funções de enriquecimento numericamente. Nesta bordagem são modelados problemas de valor de contorno locais na vizinhança de características locais, como trincas, onde a solução exhibe altos gradientes ou singularidades [77].

As soluções locais são usadas para enriquecer o espaço de aproximação global através da estrutura da partição da unidade, sendo chamadas funções de enriquecimento global-local. Assim, o método não depende de soluções analíticas.

O procedimento do GFEM-gl envolve três grandes etapas:

1. A solução do problema global inicial, calculado numa malha grosseira, onde as trincas ou concentrações outras não são discretizadas.
2. A solução de problemas locais definidos em pequenos subdomínios do domínio global, contendo características locais e utilizando-se a solução global como condições de contorno.
3. A solução do problema global enriquecido com as funções de enriquecimento global-local, que são constituídas a partir da solução do problema local.

Os domínios locais são tipicamente analisados em malhas bastante refinadas (são precisamente resolvidos, por exemplo, usando um GFEM-*hp*), podendo-se utilizar condições de contorno de Dirichlet, Neumann ou Mista [79]. As características locais, como trincas, não são discretizadas na malha global e o problema global é resolvido como se não houvesse trincas no domínio. As trincas são modeladas somente nos domínios locais. Isto habilita o uso de uma única solução global para a análise de qualquer configuração de trincas no domínio. O procedimento permite a discretização de trincas menores do que elementos da malha global [79] e fornece soluções precisas com o uso de malhas grosseiras ao redor da ponta da trinca. Além disso, o procedimento é especialmente atrativo para problemas de evolução como propagação de trincas [75]. O GFEM-gl pode ser aplicado em problemas com limitado conhecimento *a priori* sobre sua solução, como aqueles envolvendo fraturas complexas tridimensionais, multiescala, dano ou algumas classes de problemas não lineares [76].

O tratamento de interfaces é um dos elementos chaves da análise global-local. As três abordagens comumente usadas para manter a compatibilidade do deslocamento e reciprocidade da tração nas interfaces são: a forma forte, o método de multiplicadores de Lagrange e o método da penalidade [80] e ainda o método de Nitsche.

PLASTICIDADE CONFINADA

3. CARACTERIZAÇÃO E JUSTIFICATIVA

Em muitas aplicações práticas de engenharia é comum analisar estruturas complexas que mostram, ao longo de grandes extensões, um comportamento elástico linear, mas que exibem plasticidade confinada em algumas pequenas regiões críticas. Via de regra, não é possível a determinação analítica de soluções que possam ser usadas como funções de enriquecimento capazes de boas propriedades de aproximação. No entanto, esta limitação é solucionada usando-se funções de enriquecimento global-local, uma vez que nessa estratégia elas são construídas numericamente para modelar a resposta não linear localizada do problema específico em cada análise.

Experimentos numéricos em [78] e [21] demonstram a robustez, precisão e eficiência computacional do GFEM-C0-gl para um problema não linear baseado na teoria da plasticidade $J2$ com encruamento isotrópico linear. Como usual no contexto do método de Newton-Rhapson, cada passo incremental pode ser definido por um passo de pseudo tempo t_n , $n = 1, \dots, n_{\max}$, onde n_{\max} denota o número máximo de pseudo passos de tempo associado ao máximo valor da evoltoria de carga.

A análise de problemas de não linearidade de material confinada, via GFEM-C0-gl, pode ser realizada da seguinte maneira:

- **Etapa 1:** O **problema global inicial** é resolvido num único passo, para o pseudo passo de tempo final n_{\max} , numa malha grosseira, usando-se um modelo constitutivo elástico linear. Trincas não são discretizadas na resolução deste problema e a plastificação é ignorada .
- **Etapa 2:** Definição e resolução do **problema local não linear** com subdomínio em torno da região crítica, no pseudo passo de tempo final n_{\max} . Este problema contém uma pequena região crítica com comportamento não linear, cujas condições de contorno são definidas a partir da solução do problema global inicial. O GFEM- hp é utilizado para discretizar o problema local, obtendo-se soluções mais precisas. Um algoritmo iterativo de Newton-Rhapson é usado para resolver este problema local não linear. A solução local é capaz de aproximar características não lineares localizadas do problema, em particular, no pseudo passo de tempo final.
- **Etapa 3:** A solução local não linear, encontrada no pseudo passo de tempo final n_{\max} , é usada como função de enriquecimento do **problema global** em cada pseudo passo de tempo. Nesta etapa, o problema global é resolvido incrementalmente com um modelo constitutivo não linear e com a mesma malha global grosseira em cada pseudo passo de tempo n_n , sendo que somente a solução local não linear é usada como enriquecimento.

Experimentos numéricos realizados em [21] mostram que quanto mais refinada a malha no problema local, isto é, quanto menor seu erro para as dadas condições de contorno locais, melhor a solução global calculada com estas funções de enriquecimento locais. Neste modelo, o comportamento não linear deve estar totalmente confinado no interior de Ω_L . Isto é conseguido selecionando-se o tamanho do domínio local Ω_L de tal maneira que seu contorno encontre-se sobre material não plastificado. Assim, o uso da relação elástica linear do material no problema global inicial é justificado pela suposição de que a deformação plástica está confinada no interior do domínio local.

Variáveis de estado do problema local não são transferidas ou compartilhadas com o problema global. Cada problema tem seu próprio conjunto de variáveis de estado armazenado em seus pontos de integração, como no MEF padrão.

Todos os testes feitos até o momento foram com a forma GFEM-Ck no esquema global-local. Pretende-se, inicialmente, implementar a forma do GFEM-Ck de suavidade interelementar arbitrária. Uma vez que esse é um campo com enorme potencial de exploração, pretende-se usar o programa como base de testes para diversas avaliações, por exemplo, (a) avaliar formas de compatibilizar as condições de contorno no problema local; (b) avaliar formas ótimas de dimensionar o domínio local; (c) testar as novas partições da unidade que permitam matriz de rigidez bem condicionada (lembrar que uma

4. OBJETIVOS

fraqueza característica do GFEM é a singularidade da matriz de rigidez, mesmo após a imposição de condições de contorno adequadas).

4 Objetivos

4.1 Objetivos Gerais

Considerem-se os seguintes fatores:

- O desenvolvimento efetuado até o momento no âmbito do projeto em andamento (conforme a seção “Relatório resumido do projeto atual” e Anexo A).
- As diretivas de pesquisa apontadas no item 3.3 sobre estimativa de erro em relação constitutiva aplicados para erros de discretização e de modelo.
- As diretivas de desenvolvimento apontadas pelo estado da arte no item 3.4 nos diversos assuntos envolvidos, via GFEM-Ck (deflexões moderadamente grandes em laminados, modelagem de plasticidade confinada via GFEM-gl, formas de imposição de condições de contorno de Dirichlet não homogêneas, aplicações na modelagem de abertura de trincas.).
- A existência de um grupo informal de professores que tem trabalhado em parceria nos últimos anos, interessados em desenvolver pesquisa nos temas deste projeto. Alguns desses professores encontram-se fisicamente no próprio local de trabalho do proponente (Prof. Barcellos) enquanto outros atuam em diversos locais, como o Prof. Armando Duarte, em University of Illinois e Prof. Felício Barros, na UFMG. Adicionalmente, Diego A. F. Torres, em trabalho de pós-doutorado no laboratório, Andresa Freitas, Andre Beck, doutorandos do proponente.

Considerando-se esses aspectos, tem-se por objetivos gerais de trabalho, no período de vigência da bolsa solicitada, realizar os seguintes desenvolvimentos:

1. Continuar a pesquisa de GFEM com funções de continuidade arbitrária na modelagem de placas de materiais compostos laminados, agora com ênfase na investigação sobre estimativas de erros em relação constitutiva para erros de discretização e de modelos, em norma de energia e erro em quantidade de interesse;
2. Continuar a pesquisa de GFEM com funções de continuidade arbitrária, aplicando-as na solução de problemas de abertura de trincas, através de enriquecimentos *hp*, utilizando os estimadores de erro de uso corrente (baseados em resíduos equilibrados);
3. Investigar a aplicabilidade do GFEM-Ck na modelagem dos diversos problemas delineados no item 3.4 (deflexões moderadamente grandes em laminados, modelagem de plasticidade confinada via GFEM-gl e formas de imposição de condições de contorno de Dirichlet não homogêneas).

4.2 Objetivos específicos e metodologia

4.2.1 Estimativas de erro em relação constitutiva

No presente projeto essa é a linha de pesquisa mais ampla e aquela que vai demandar o maior volume de trabalho. Trata-se de um amplo conjunto de estratégias para estimativa *a-posteriori* de erros de discretização e de modelo, em norma de energia e também em quantidade de interesse, em problemas discretizados pelo GFEM-Ck. O problema considerado na presente proposta é o de erros no

4. OBJETIVOS

problema padrão elastostático de flexão de placas laminadas, considerando em especial os erros nas tensões transversais. É considerado o modelo de flexão de Mindlin, devido a sua ampla utilização na engenharia estrutural. Suas hipóteses cinemáticas encontram-se presentes em virtualmente todas as formulações de placas e cascas presentes nos códigos de elementos finitos comerciais. É o modelo utilizado para modelar tanto cascas e placas de espessuras moderadamente grandes como aquela que podem ser classificadas como delgadas, ai incluindo todos os painéis aeronáuticos e estruturas delgadas de construção civil e naval. Esse de flexão normalmente é implementado incorporando os efeitos de membrana, o que permite a modelagem de efeitos de acoplamento membrana-flexão em laminados não-simétricos. Com tudo isso, existe uma carência de estimadores de erro para a flexão, que se pretende explorar nessa parte da pesquisa. Entretanto, as estratégias usadas pretendem ser de aplicabilidade mais ampla que apenas os problemas de flexão do modelo de Mindlin.

As estratégias previstas para estimativa de erro são baseadas na família de estimadores por relação constitutiva (CRE). Como parte dessa estratégia, é previsto o uso da técnica *Proper Generalized Decomposition* (PGD) para uma determinação eficiente de campo de tensões admissíveis tri-dimensionais nos elementos, o que se constitui numa das contribuições inovadoras do projeto proposto para a estimativa dos *erros de modelo*. Uma outra contribuição da proposta é o uso de uma base polinomial hierárquia, desenvolvida para satisfazer perfeitamente as equações de equilíbrio do modelo no domínio do elemento. Esta visa também obter um campo de esforços admissíveis de qualidade para uso nos procedimentos de estimativa de erro de discretização propostos.

Deve-se notar que tomou-se o modelo de Mindlin em laminados para o teste das formulações propostas apenas devido a sua simplicidade e seu uso generalizado atualmente, já que é presente em todos os programas comerciais de EF. Entretanto, as formulações testadas se pretendem gerais, podendo ser ajustadas para outros modelos cinemáticos.

As etapas gerais são as seguintes:

1. **Limites de erro de discretização associado aos resultados GFEM-Ck em modelo de Mindlin para laminados, via CRE.** A inovação dessa fase refere-se às vantagens na qualidade da aproximação provenientes do uso do GFEM-Ck, com funções de enriquecimentos de alta ordem, o que difere dos procedimentos usuais no CRE onde EF de baixa ordem são utilizados.
2. **Base auto equilibrada para estimativa de erro no modelo de Mindlin.** Uma das sub-etapas da etapa 1 acima é a solução de um problema de tensão admissível em cada elemento, que servirá para a estimativa de erro propriamente dita. Na etapa 1, inicialmente, esse problema será resolvido usando uma sub-malha de elementos finitos de baixa ordem. Entretanto, na presente etapa, pretende-se implementar e testar a base de funções de aproximação para deslocamentos (proposta pelo autor) que satisfaz automaticamente o equilíbrio no interior do elemento. Dessa forma se pode testar os benefícios do equilíbrio garantido, e da possibilidade de usar alta ordem polinomial.
3. **Solução 3D do laminado anisotrópico sob flexão por PGD.** Essa etapa será implementada em duas formas, para fornecer campos de tensões admissíveis associados ao modelo de placa e ao problema sólido 3D, que serão usados nos esquemas de estimativas de erro de modelo. Ambas as formas para uso do PGD são inovadoras, cujas formulações ja foram delineadas pelo presente autor, entretando necessitam ser programadas, testadas e corrigida ou substituídas.
4. **Erro em quantidade de interesse.** Nessa etapa os programas associados aos itens 1 a 3 acima serão montados para fornecer as informações para as estimativas de erro em quantidade de interesse baseadas em CRE. Na presente proposta, tem-se o foco de erro em tensões cisalhantes

4. OBJETIVOS

transversais, calculados como integrais em superfícies reduzidas em pontos importantes sobre uma interface do laminado. De fato, em se tratando de análise de laminados compostos, o erro em tensões nas interfaces é frequentemente de interesse prioritário para o analista. Adicionalmente, pretende-se investigar o erro em tensão equivalente (segundo uma teoria de falha como Tsai-Hill ou Tsai-Wu, por exemplo). Esse caso, apesar de também de grande interesse para o analista, é desafiador, devido ao fato de que se trata de uma quantidade de interesse não linear. Normalmente o procedimento é o de linearizar o operador, mas pretende testar uma forma que mantenha sua não linearidade.

4.2.2 Aplicações e desenvolvimentos no GFEM-Ck

1. **Deflexão moderadamente grandes de painéis laminados.** Propõe-se a verificar o comportamento de uma formulação GFEM-Ck para os modelos de von Karman/Kirchhoff e von Karman/Mindlin nos problemas de flambagem inicial e de resposta pós-flambagem em painéis de laminados de materiais compostos. No caso da combinação von Karman/Mindlin, pretende-se também avaliar o comportamento do GFEM-C0. Atividade realizada em conjunto com Diego A.Torres.
2. **Imposição de condições de contorno de Dirichlet não homogêneas no GFEM-Ck.** Nesse âmbito, pretende-se investigar pelo menos duas estratégias. Uma delas, baseada na imposição da condição de contorno de forma fraca, via multiplicadores de Lagrange. A segunda consiste em considerar que a solução do problema de valor no contorno pode ser decomposta na soma de uma solução homogênea no contorno de Dirichlet e uma solução arbitrária que satisfaz as condições de contorno de Dirichlet. Propõe-se desenvolver uma formulação inovadora que permita a determinação dos coeficientes nodais no contorno de Dirichlet via a construção e solução de um sistema algébrico local, definido em termo dos valores prescritos e das funções de aproximação. Essa determinação é feita na fase de pós-processamento, e os coeficientes assim determinados são impostos ao sistema global de equações algébricas de equilíbrio, seguindo as manipulações usuais da matriz de rigidez e vetor força. Atividade realizada em conjunto com o Prof. Clovis S. de Barcellos, com Diego A.Torres e o mestrando Bruno Guilherme Carvalho.
3. **O GFEM global-local aplicado ao problema de plasticidade confinada.** Pretende-se, inicialmente, implementar a técnica GFEM-global-local usando a forma do GFEM-Ck de suavidade interelementar arbitrária. Uma vez que o GFEM-gl abre um campo com enorme potencial de exploração, pretende-se usar o programa como base de testes para diversas avaliações, por exemplo, (a) avaliar formas de compatibilizar as condições de contorno no problema local; (b) avaliar formas ótimas de dimensionar o domínio local; (c) testar as novas partições da unidade ou procedimentos de condicionamento que permitam matriz de rigidez melhor condicionada (Babuska, 2012 [81] e Hengguang, 2012 [82]). Deve-se lembrar que uma fraqueza característica do GFEM é a singularidade da matriz de rigidez, mesmo após a imposição de condições de contorno adequadas. Atividade a ser realizada em conjunto com o Prof. Clovis S. de Barcellos, com Diego A.Torres e a doutoranda Andresa Freitas.

4.2.3 Avaliação do uso de GFEM-Ck na análise de problemas de mecânica da fratura.

Essa linha de pesquisa já se encontra em andamento como parte do projeto atual, e se prevê a finalização de diversas investigações para o projeto proposto. Diferentemente da proposta descrita na seção 3.3, em que os estimadores de erro são baseados na construção campos de tensões admissíveis (os chamados estimadores de erro em relação constitutiva), essa linha de pesquisa em andamento se baseia

4. OBJETIVOS

na construção de resíduos equilibrados. Em paralelo, essa estratégia tem sido aplicada ao problema de análise do problema de abertura de trincas, usando também funções de continuidade arbitrária para as parcelas regulares das incógnitas, e as funções singulares na descrição do campo na frente da trinca, ambas como enriquecimentos no escopo do GFEM-Ck.

Assim, as investigações estão em vias de serem concluídas ou propostas para o novo período de projeto são:

1. Teste de formas alternativas de estimadores, como proposto em [10];
2. Avaliação da localização do funcional residual do problema de estimativa de erro com uma função constante e unitária, no caso de soluções regulares. Mesmo calculando o funcional residual de forma convencional, usando somente primeiras derivadas da solução [10] ou [11], isto pode ser viável devido à continuidade das tensões nas arestas;
3. Normalmente a própria solução analítica do campo de deslocamento na frente da trinca é usada como funções enriquecimento na frente da trinca. Por ser solução analítica, essas funções satisfazem as equações de equilíbrio. Assim, Ventura, Gracie e Belytschko-2009 [59] testaram um procedimento que toma partido desse fato e consegue obter a matriz de rigidez dos elementos cobertos por essas funções, fazendo integrais de contorno, em lugar de integrais de domínio. Isso evita as dificuldades usuais de integração de funções de alto gradiente na frente da trinca, com a perda esperada de precisão nos resultados. Ocorre que os pesquisadores que trabalham com o problema da trinca usando GFEM normalmente usam adicionalmente um segundo conjunto de funções de enriquecimento, de tipo polinomial. Os resultados obtidos por Diego A. Torres mostram os ganhos de qualidade quando isso é feito, principalmente se as funções tiverem alta ordem de continuidade inter-elementar, como é o caso do GFEM-Ck. O que se pretende aqui é desenvolver e avaliar famílias de polinômios de deslocamentos auto-equilibrados para o enriquecimento. Essa investigação tem a mesma fundamentação que aquela descrita na seção 3.3.4 dessa proposta, mas na presente aplicação a meta é poder ter todas as funções na região à frente da trinca, tanto os campos regulares quanto os singulares, satisfazendo perfeitamente às equações de equilíbrio locais em pontos internos, de forma a permitir que a integração da matriz de rigidez possa ser feita apenas por integração no contorno da região.
4. Análise mais refinada da influência da regularidade elevada no cálculo das forças configuracionais [27][28];
5. Análise da qualidade da aproximação de campos singulares considerando malhas irregulares e trincas cortando elementos, para funções suaves;
6. Verificação do efeito da regularidade na distribuição dos valores de forças configuracionais em nós ao redor da frente da trinca, também em situações com trincas cortando elementos e singularidade não coincidente com um nó, e comparação com implementações C^0 de Glaser e Steinmann (2006) e Glaser e Steinmann (2007);
7. Utilização de produtos booleanos [54][53][55] para construção de enriquecimentos com regularidade mais elevada para representação de trincas com mudança de direção.

Esta pesquisa será realizada como continuidade do trabalho de tese de Diego Amadeu Torres, orientada pelo presente proponente, na UFSC, agora em seu trabalho de pós-doutorado e em parte, conjuntamente, com o Prof. Clovis S. de Barcellos além do Prof. Felício Bruzzi Barros, da UFMG, que dará prosseguimento à sua pesquisa ([7], [6] e [9]).

5 Colaboradores e Metas

Durante a execução deste projeto será dada continuação à colaboração com os professores Clovis Sperb de Barcellos da UFSC, Felício Bruzzi Barros da UFMG e Carlos Armando Duarte da University of Illinois at Urbana-Champaign. Prevê-se encontros anuais de uma semana com o professor Barros, e encontros esporádicos com o prof. Carlos Armando Duarte em ocasiões de congressos internacionais, para discutir presencialmente conceitos teóricos e implementações de programas. Contudo, esses encontros serão realizados somente sobre temas cuja elucidação não for conseguida através de contatos por e-mail e internet, se houverem. A interação com o prof. Barcellos é imediata e contínua, dado que dividimos o mesmo laboratório na UFSC.

Tem-se, dentro dos objetivos neste projeto, além da formação de recursos humanos, a divulgação dos resultados em periódicos e congressos científicos. Através dos temas acima descritos, tem-se como meta uma razoável produção de artigos em periódicos e congressos relevantes, embora sob a restrição de que, para os colaboradores, esta é apenas uma de suas linhas de pesquisas. Assim, as pesquisas a serem desenvolvidas, durante o período de duração desta bolsa de produtividade em pesquisa, pretende-se que gerem uma produção mínima de:

- a- 4 artigos em periódicos internacionais (similar à média no período atual de 3 anos);
- b- 5 artigos em congressos (entre resumos e textos completos);
- c- Uma tese de doutorado concluída (Andresa Freitas), uma iniciada (André Beck), duas dissertações de mestrado concluídas (uma de Bruno Guilherme Carvalho) e 2 supervisões de iniciação científica.

6 Etapas e cronograma

Deve-se observar que as formulações necessárias já se encontram delineadas, sendo que o equacionamento mostrado na seção 3 dessa proposta é apenas um substrato. Assim, boa parte do esforço de trabalho a ser aplicado no presente projeto refere-se à verificação das diversas formulações propostas, isto é, tarefas de programação, levantamento de soluções de referência, atualização bibliográfica, comparações de resultados, avaliações de desempenho relativos e, quando necessário, ajustes nas formulações propostas.

Até o momento já temos os seguintes recursos já disponíveis:

- Implementados todos os modelos cinemáticos mais usuais para compostos laminados (os modelos de Kirchhoff, Mindlin e Reddy). Estes servem como plataforma para as implementações e testes necessários no presente projeto.
- Também se dispõe de implementações de soluções analíticas para problemas padrão de flexão de laminados, adequadas a todos esses modelos, e também referente à solução de elasticidade 3D.
- Funções de aproximação para EF padrão típicos de baixa ordem, e para GFEM-C0 e para GFEM-Ck.
- Programa para modelagem do problema de abertura de trincas usando GFEM-Ck, e estimadores de erro via resíduos equilibrados calculados pela técnica de *patches flux-free*,
- E tudo o que foi necessário para os testes associados às publicações listadas no Anexo A.

Assim, as etapas de desenvolvimento no projeto proposto podem ser discriminadas como a seguir.

1. Estimativas de erro em relação constitutiva

- (a) Programação do cálculo dos **vetores tensão equilibrados** nos contornos dos elementos para o modelo de placa laminada de Mindlin, via MEF de baixa ordem.
- (b) Programação do cálculo dos vetores tensão equilibrados nos contornos dos elementos para o modelo de placa laminada de Mindlin, via GFEM-C0. Tratamento do problema de singularidade no problema do contorno contornos elementares.
- (c) Idem para GFEM-Ck.
- (d) Programação da **base auto-equilibrada** para o modelo de Mindlin.
- (e) Incorporação da base auto-equilibrada do modelo de Mindlin para cálculo das tensões admissíveis.
- (f) Limites de **erro de discretização** associado aos resultados do MEF e do GFEM-Ck em modelo de Mindlin para laminados, norma de energia. Análise dos resultados, comparações.
- (g) Investigação dos procedimentos mais recentes para determinação de tensões admissíveis e sua adaptação ao GFEM-Ck.
- (h) Programar o cálculo do **erro de discretização em quantidade de interesse**, para quantidade linear. Aplicar a tensões cisalhantes transversais em sub-domínios nas interfaces.
- (i) Investigar os procedimentos mais recentes para erro de discretização em quantidade de interesse não lineares.
- (j) Programar o cálculo do campo admissível 3D em elementos individuais de laminado anisotrópico sob flexão, via PGD.
- (k) Programar o cálculo de campo aproximado 3D na placa laminada, via meia iteração de PGD.
- (l) Programar as estimativas de limites de **erro de modelo em quantidade de interesse**.

2. Deflexão moderadamente grandes de painéis laminados.

- (a) Incorporar um módulo de programação para a solução não linear do modelo de von Karman, associado ao modelo de Kirchhoff, usando GFEM-C0 e GFEM-Ck. Considerar um material composto laminado.
- (b) Idem para modelo de Mindlin.
- (c) Identificar problemas de referência, e buscar soluções comparativas obtidas por outros métodos, para os problemas de determinação de carga crítica de flambagem e para resposta inicial pós flambagem.
- (d) Obter os resultados, fazer as análises comparativas.
- (e) Redações (relatórios, artigo de congresso, de periódico)

3. Imposição de condições de contorno de Dirichlet não homogêneas no GFEM-Ck.

- (a) Complementar o levantamento bibliográfico;
- (b) Programar o módulo para imposição da condição de contorno de forma fraca, via multiplicadores de Lagrange.
- (c) Programar o módulo para imposição da condição de contorno de forma forte, via pré-processamento local.

6. ETAPAS E CRONOGRAMA

- (d) Comparar os erros nas duas formas;
- (e) Redações (relatórios, artigo de congresso, de periódico).

4. O GFEM global-local aplicado ao problema de plasticidade confinada.

- (a) Complementar o levantamento bibliográfico;
- (b) Implementar um programa de testes para plasticidade infinitesimal usando o GFEM-C0 e o GFEM-Ck (sem escalas global-local). Identificar problemas testes para comparações.
- (c) Implementar a técnica GFEM-global-local usando a forma do GFEM-C0 (sem suavidade interelementar).
- (d) Implementar a técnica GFEM-global-local usando a forma do GFEM-Ck (com suavidade interelementar arbitrária).
- (e) Realizar avaliações em
 - i. Formas de compatibilizar as condições de contorno no problema local;
 - ii. Formas ótimas de dimensionar o domínio local;
- (f) Testar as novas partições da unidade que permitam matriz de rigidez melhor condicionada.
- (g) Redações (relatórios, artigos de congresso, de periódico, tese).

5. Mecânica da fratura

- (a) Atualizar a bibliografia;
- (b) Teste de formas alternativas de estimadores, como proposto em [10];
- (c) Avaliar a localização do funcional residual do problema de estimativa de erro com uma função constante e unitária, no caso de soluções regulares.
- (d) Desenvolver e avaliar famílias de polinômios de deslocamentos auto-equilibrados para o enriquecimento da parte regular da solução na frente da trinca.
 - i. Fazer a determinação analítica dos polinômios para um estado plano de tensões;
 - ii. Fazer a programação desses polinômios;
 - iii. Testar, ajustar, comparar resultados.
- (e) Complementação e refino da análise da influência da regularidade elevada no cálculo das forças configuracionais;
- (f) Análise da qualidade da aproximação de campos singulares considerando malhas irregulares e trincas cortando elementos, para funções suaves;
- (g) Verificação do efeito da regularidade na distribuição dos valores de forças configuracionais em nós ao redor da frente da trinca;
 - i. Analisar os casos de trincas cortando elementos e de singularidade não coincidente com um nó;
 - ii. Comparar resultados com implementações C^0 de Glaser e Steinmann (2006, 2007) [26];
- (h) Iniciar o desenvolvimento de uma formulação para a utilização de produtos booleanos [54] e [53] para construção de enriquecimentos com regularidade mais elevada para representação de trincas com mudança de direção.
- (i) Elaborar publicações para eventos e periódicos.

Bimestre Atividade	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18
1.a	*	*	*															
1.b			*	*	*													
1.c				*	*	*												
1.d						*	*	*										
1.e							*	*										
1.f			*			*	*	*	*									
1.g																*	*	*
1.h									*	*	*							
1.i																*	*	*
1.j											*	*	*	*				
1.k												*	*	*	*			
1.l														*	*	*	*	*
2.a					*	*	*											
2.b						*	*	*										
2.c							*	*	*									
2.d								*	*	*								
2.e				*			*			*	*							
3.a											*	*						
3.b												*	*					
3.c														*				
3.d														*	*			
3.e											*				*	*		
4.a	*			*			*			*			*	*	*			
4.b	*	*	*															
4.c				*	*	*												
4.d				*	*	*	*											
4.e							*	*	*									
4.f									*	*	*							
4.g					*				*			*	*	*				
5.a	*		*		*		*											
5.b	*	*																
5.c			*	*														
5.d				*	*	*	*											
5.e								*	*									
5.f									*	*								
5.g											*	*						
5.h													*	*	*			
5.i		*	*				*			*		*			*	*	*	*

Referências

- [1] Ainsworth, M., Oden, J.T., *A posteriori error estimation in finite element analysis*, Wiley&Sons, NY, 2000.
- [2] I.Babuska e T.Strouboulis, *The finite element method and its reliability*, Oxford Sc. Publ., 2001.

- [3] R.E.Bank e A.Weiser, Some a posteriori error estimators for elliptic partial differential equations, *Math. of Computations*, 44, 283-301,1985.
- [4] C.S. de Barcellos, P.T.R. Mendonça, C.A. Duarte, A C^k continuous generalized finite element formulation applied to laminated Kirchhoff plate Model. *Comput. Mech.*, 44, 3, 377-393, 2009.
- [5] J.-L.Batoz, K.-J.Bathe, L.W. Ho, A study of three-node triangular plate bending elements. *Int.J.Numer.Meth.Engrg*, v. 15, 1980. p.1771-812.
- [6] F.B.Barros, C.S.de Barcellos e C.A.Duarte, p -Adaptive C^k generalized finite element method for arbitrary polygonal clouds. *Comput Mech* 41:175-187, 2007.
- [7] F.B.Barros, Métodos Sem Malha e Método dos Elementos Finitos Generalizados em Análise Não-Linear de Estruturas, USP-São Carlos, 2002.
- [8] F.B.Barros, S.B.P.Proença e C.S.de Barcellos, On error estimator and p -adaptivity in the Generalized Finite Element Method. *Int.J.Numer.Meth.Engrg*, v. 60, 14, 2373-2398, 2004.
- [9] F.B.Barros, C.S.de Barcellos, C.A.Duarte e S.B.P.Proença, A C^k Generalized Finite Element Method in structural nonlinear analysis. In: XXIX CILAMCE - *Iberian Latin American Congress on Comput.Methods in Engrg*, 2008, Maceió. Anais do XXIX CILAMCE, 2008.
- [10] F.B.Barros, C.S.de Barcellos, C.A.Duarte, D.A.F.Torres, Subdomain-based error techniques for GFEM approximations of problems with singular stress fields. *Comput.Mech.*, doi 10.1007/s00466-013-0883-2, 2012.
- [11] F. B.Barros, C. S. de BARCELLOS, C. A. DUARTE, Subdomain based flux-free a posteriori estimator for generalized finite element method. In: *Proceedings of the Thirth Iberian-Latin-American Congress on Computational Methods in Engineering*. Búzios, Rio de Janeiro: 2009.
- [12] R.Becker e R.Rannacher. A feed-back approach to error control in finite element methods: Basic analysis and examples, *East-West J. Numer. Math.*, 4 ,237-264.
- [13] T.Belytschko, R.Gracie e G.Ventura, A review of extended/generalized finite element methods for material modeling, *Modelling Simul. Mater. Sci. Eng.* 17 (2009) 043001 (24pp) doi:10.1088/0965-0393/17/4/043001.
- [14] T. Belytschko, Y. Y. Lu, e L. Gu, Element-free galerkin methods. *Int.J.Numer.Meth.Engrg*, 37(2), 229-256, 1994.
- [15] C.A.Duarte, I.Babuska e J.T.Oden, Generalized finite element method for three-dimensional structural mechanics problems. *Comput and Struct* 77:215-232, 2000.
- [16] E. Carrera, On the use of the Murakami's zig-zag function in the modeling of layered plates and shells. *Computers and Structures*, v. 82, p. 541 - 554, 2004.
- [17] V. Cotoni, P. Masoni, F. Côté, A finite element for piezoelectric multilayered plates: combined higher-order and piecewise linear C^0 formulation. *Journal of Intelligent Material Systems and Structures*, v. 17, p. 155 - 166, 2006.
- [18] Kant, T., Kommineni, J. R. Geometrically non-linear transient analysis of laminated composite and sandwich shells with a refined theory and C^0 finite elements. *Computers and Structures*, v. 52, n. 6, 1994. p.1243-59.

- [19] Kant, T., Kommineni, J. R. C^0 finite element geometrically non linear analysis of fibre reinforced composite and sandwich laminates based on a higher-order theory. *Computers and Structures*, v. 45, n. 3, 1992. p.511-20.
- [20] C.A.Duarte, D.J.Kim e D.M.Quaresma, Arbitrarily smooth generalized element approximations. *Comput Meth Appl Mech Eng*, 196, 33-56, 2006.
- [21] Kim, D.-J., Duarte, C.A., Proença, S.P., A generalized finite element method with global-local enrichment functions for confined plasticity problems, *Comput. Mech.* doi 10.1007/s00466-012-0689-7. 2012.
- [22] P.Diez, N.Parés e A.Huerta, Recovering lower bounds of the error by post processing implicit residual a posteriori error estimates. *Int.J.Numer.Meth.Engrg*, 56, 10, 1465-1488, 2003.
- [23] K.Ericksson e C. Johnson, An adaptive finite element method for linear elliptic problems, *Math. Comput.*, 50, 364-383, 1988.
- [24] J.D.Eshelby, The elastic energy-momentum tensor, *J. of Elasticity*, 5, 3-4, 321-335, 1975.
- [25] O.A.Garcia, E.A.Fancello, P.T.R.Mendonça, Developments in the application of the generalized finite element method to thick shell problems, *Computational Mechanics*, 44, 669-682, 2009, DOI 10.1007/S00466-009-0396-1.
- [26] J.Glaser, P.Steinmann, On material forces within the extended finite element method. In: *Proceedings of the 6th European Solid Mechanics*, Conference. Budapest, 2006.
- [27] M. E. Gurtin, The nature of configurational forces, *Arch. Rat. Mech. Anal.* 131, 67-100, 1995.
- [28] M. E. Gurtin, Configurational forces and the basic laws for crack propagation. *J. Mech. Phys. Solids*, 44,905-927, 1996.
- [29] R. Kienzler e G. Hermann, *Mechanics in Material Space with applications to defect and fracture mechanics*, Springer Verlag, 2000.
- [30] W. K. Liu, S. Jun, e Y. F. Zhang, Reproducing kernel particle methods. *Int.J.for Numer.Meth.in Fluids*, 20(8-9):1081-1106, 1995.
- [31] O. Ladeveze e D. Leguillon, Error estimate procedure in the finite element method and applications, *SIAM J. Numer. Anal.*, 20, 485-509, 1983.
- [32] P.Ladevèze, L.Chamoin, Calculation of strict error bounds for finite element approximations of non-linear pointwise quantities of interest, *Int. J.Numer.Meth.Engrg*, DOI: 10.1002/nme.2957
- [33] X. Y.Li, D.Liu, Generalized laminate theories based on double superposition hypothesis. *Int.J.Numer.Meth.Engrg*. v. 40, p. 1197 - 1212, 1997.
- [34] D. A. F. Torres e P.T.R. Mendonça, HSDT-Layerwise analytical solution for rectangular piezoelectric laminated plates, *Composite Structures* 92, 1763-1774, 2010.
- [35] D. A. F. Torres e P.T.R. Mendonça, Analysis of piezoelectric laminates by generalized finite element method and mixed layerwise-HSDT models, *Smart Materials and Structures*, 19, DOI 10.1088/0964-1726/19/3/035004, 2010.

- [36] P.T.R. Mendonça e C.S. de Barcellos, Laminated composite plate analysis by GFEM using approximation functions with arbitrary continuity, USNCCM-10, 10th United States National Conference on Computational Mechanics, Columbus, Ohio, julho 2009.
- [37] P.T.R.Mendonça, Materiais Compostos e Estruturas Sanduíche - Projeto e Análise, Ed.Manole, Barueri SP, 656 pp, 2005.
- [38] P.T.R.Mendonça, *Uma formulação de elemento finito para placas delgadas multilaminadas*. Florianópolis. Dissertação (Mestrado) – Universidade Federal de Santa Catarina, Departamento de Engenharia Mecânica, 1983.
- [39] H.Murakami, Laminated composite plate theory with improved in-plane response. *J. of Appl. Mech.*, v. 53, p. 661 - 666, 1986.
- [40] J.T.Oden e S.Prudhomme, Estimation of modeling error in computational mechanics, *J. Comput. Phys.*, 182, 496-515, 2002.
- [41] J.T.Oden, C.A.Duarte, O.C.Zienkiewicz, A new cloud-based *hp* finite element method. *Comput Meth Appl Mech Eng* 153:117-126, 1998.
- [42] S. Ohnibus, E.Stein, E.Walhorn, Local error estimates of FEM for displacement and stresses in linear elasticity by solving local Neumann problems, *Int.J.Numer.Meth.Engng*, 52, 727-746, 2001.
- [43] N.Parés, H.Santos, P.Díez, Guaranteed energy error bounds for the Poisson equation using a flux-free approach: solving the local problems in subdomains, 1-34, 2009.
- [44] W.Prager, J.L.Synge, Approximations in elasticity based on the concept of function space. *Quart. Appl. Math.* 5, 241-69, 1947.
- [45] J.L.Synge, *The hypercircle in mathematical physics - A method for the approximate solution of boundary value problems*, Cambridge Press, 1957.
- [46] J.L. Synge, The method of the hypercircle in function-space for boundary value problems. *Proc. R. Soc. Lond. A* 3 December 1947 vol. 191 no. 1027 447-467,1947.
- [47] S.Prudhomme, J.T.Oden, On goal oriented error estimation for local elliptic problems:application to the control of pointwise errors, *Comput. Methods Appl. Mech. Engng.*, 176, 313-331, 1999.
- [48] N.Parés, P.Diez, e A.Huerta, Sub-domain-based flux-free a posteriori error estimators, *Comput Meth Appl Mech Eng* 195, 297-322, 2006.
- [49] P.Díez, J.J.Ródenas, O.C.Zienkiewicz, Equilibrated patch recovery error estimates: simple and accurate upper bounds of error. *Int.J.Numer.Meth.Engng.*, 69 2075-2098, 2007.
- [50] J.J.Ródenas, M.Tur, F.J.Fuenmayor, A.Vercher, Improvement of the superconvergent patch recovery technique by the use of constraint equations: The SPR-C technique. *Int.J.Numer.Meth.Engng.* 70, 705-727, 2007.
- [51] Reddy, J. N. A simple higher-order theory for laminated composite plates. *J.of App.Mech.*, v. 51, 1984. p.745-52.

- [52] M.Ruter e E.Stein, Goal-oriented a posteriori error estimates in linear elastic fracture mechanics, *Comput. Methods Appl. Mech. Engrg.*, 195, 251-278, 2006.
- [53] V. L.Rvachev, T. I.Sheiko, R-functions in boundary value problems in mechanics. *Applied Mechanics Reviews*, v. 48, 151-188, 1995.
- [54] V. L.Rvachev, et al. Transfinite interpolation over implicitly defined sets. *Computer Aided Geometric Design*, v. 18, 195–220, 2001.
- [55] V.Shapiro Theory of R-functions and applications: a primer. Technical Report TR91-1219, Computer Science Department, Cornell University, Ithaca, NY, 1991.
- [56] T.Strouboulis, L.Zhang, D.Wang e I.Babuska, A postriori error estimation for generalized finite element methods, *Comput Meth Appl Mech Eng* 195, 852-879, 2006.
- [57] T.Strouboulis, I.Babuska, D.K.Datta, K.Copps, S.K. Gangaraj, A posteriori estimation and adaptive control of the errors in the quantity of interest. Part I: A posteriori estimation of the error in the von Mises stress and the stress intensity factor, *Comput. Methods Appl. Mech. Engrg.*, 181, 261-294, 2000.
- [58] Z.Tang, S.Shen e S.N.Atluri, Analysis of materials with strain-gradient effects: a meshless local Petrov-Galerkin (MLPG) approach, with nodal displacements only, *CMES*, 4, 1 177-196, 2003.
- [59] G.Ventura, R.Gracie, T.BELYTSHKO, Fast integration and weight function blending in the extended finite element method. *Int.J.Numer.Meth.Engrg*, v. 77, 1–29, 2009.
- [60] W.Zhen, C.Wanji, Refined global-local higher-order theory and finite element for laminated plates, *Int.J.Numer.Meth. Engrg*, 69, 1627-1670, 2007.
- [61] O.C.Zienkiewicz e J.Z.Zhu, The superconvergent patch recovery and a-posteriori error estimates. Part 1: The recovery technique, *Int.J.Numer.Meth. Engrg*, 33, 1331-1364, 1992.

Constitutive Relation Error

- [62] C.Benoit, P.Coorevits, J.-P.Pelle, Error estimation for plate structures: Application using the DKT element. *Engrg Comput.*, 1999.
- [63] P.Boisse, G.Coffignal, Error through the constitutive relation for beam of C0 plate finite elements: static and vibration analyses, in *Advances in Adaptive Comput.Meth.in Mech.*, Edited by: P.Ladevèze, J.T.Oden, Elsevier, UK, 493-512, 1998.
- [64] P.Boisse, G.Coffignal, Error through the constitutive relation for beam of C0 plate finite elements: static and vibration analyses, in *Advances in Adaptive Computational Meth. in Mech.*, Edited by: P. Ladevèze, J.T. Oden, Elsevier, UK, 493-512, 1998.
- [65] P.Ladevèze, L.Chamoin, Calculation of strict error bounds for finite element approximations of non-linear pointwise quantities of interest, *Int.J.Numer.Meth. Engrg* 2010, 84, 1638-1664.
- [66] P.Ladevèze, L.Chamoin, E.Florentin. A new, non-intrusive technique for the construction of admissible stress fields in model verification, *Computer Meth. in Appl.Mech.and Engrg*, 199 (9-12), 766–777, 2010.
- [67] P.Ladevèze, J.-P.Pelle, Mastering calculations in linear and nonlinear mechanics. 2005, Springer, Berlin.

- [68] P.Ladevèze, Comparaison de modèles de milieux continus. *Thèse d 'Etat*. Université Pierre et Marie Curie, Paris, 1975.
- [69] P.Ladevèze, D. Leguillon, Error estimate procedure in finite element metho and application, *SIAM J.Num.Anal.* v 20(3), 485-509, 1983.
- [70] P.Ladevèze, P.Rougeot, New advances o a posteriori error on constitutive relation in finte element analysis. *Comput.Meth.Appl.Mech.Engrg.*, V 150, 239-249, 1997.
- [71] J.P.Pelle, Sur la maîtrise des calculs Eléments Finis: état actuel et persperctives. *Proc.du 2ème Colloque National em Calcul des structures*, Giens, França, 43-54, 1995.
- [72] F.Pled, L.Chamoin, P.Ladevèze. On the techniques for constructing admissible stress fields in model verification: performances on engineering examples. *Int.J.for Numer.Meth. in Engrg.*, 88(5), 409–441, 2011.
- [73] B. Bognet, F. Bordeu, F. Chinesta, A. Leygue , A. Poitou, Advanced simulation of models defined in plate geometries: 3D solutions with 2D computational complexity,*Comput. Methods Appl. Mech. Engrg.* 201–204, 2012, p. 1-12.
- [74] E.Giner, B. Bognet, J.J.Ródenas, A.Leygue, F.J.Fuenmayor, F. Chinesta, The Proper Genralized Decomposition (PGD) as a numerical procedure to solve 3D cracked plates in linear elastic fracture mechanicis, *Int.J.of Solids and Struct.*, V 50, 1710-1720, 2013.
- Global-local GFEM**
- [75] C.A.Duarte, D. J.Kim, Analysis and applications fo a generalized finite element method with global-local enrichment functions. *Comput.Meth. in Appl.Mech.and Engrg*, v. 197, 487-504, 2008.
- [76] V.Gupta, D. J.Kim, C. A.Duarte, Analysis and improvements of global-local enrichments for the Generalized Finite Element Method. *Comput.Meth.Appl. Mech. Engrg.*, 245-246, 47-62, 2012.
- [77] D. J.Kim, C. A.Duarte, J. P.Pereira, Analysis of interacting cracks using the generalized finite element method with global-local enrichment funcions, 2008.
- [78] D.J.Kim, C.A.Duarte, Generalized finite element method with global-local enrichments for non-linear fracture analysis. *Conferencia Mechanics of Solids in Brazil*, 2009
- [79] D. J.Kim, J. P.Pereira, C. A.Duarte, Analysis of three-dimentional fracture mechanics problems: A two-scale approach using coarse-generalized FEM meshes. *Int.J.Numer.Meth.Engrng.*, v. 81, 335-365, 2010.
- [80] A.K.Noor, Global-local methodologies and their application to nonlinear analysis. *Finite Elements in Analysis and Design*, v.2, 333-346, 1986.
- [81] I.Babuska, U.Banerjee, Stable Generalized Finiete Element Method (SGFEM), *Comput.Meth.Appl.Engrg.*, 91-111, 2012.
- [82] Hengguang Li, A note on the conditioning o a class of generalized finite element methods, *Appl.Numer.Math.*, V 62, 745-766, 2012.

Anexo A - Trabalhos do proponente

Trabalhos publicados em Periódicos internacionais (no período do projeto atual)

- [83] D. A. F. Torres e P.T.R. Mendonça, C.S. de Barcellos, Evaluation and verification of an HSDT-Layerwise Generalized Finite Element formulation for adaptive piezoelectric laminated plates, *Comput.Meth.in Appl.Mech.and Engrg.* , v.200, p.675 - 691, 2011.
- [84] P.T.R.Mendonça, C.S. de Barcellos e D.A.F. Torres, Robust Ck/C0 generalized FEM approximations for higher-order conformity requirements: Application to Reddy's HSDT model for anisotropic laminate plates, *Compos.Struct.*, V 96, 332-345, 2013.
- [85] P.T.R. Mendonça, C.S. de Barcellos e D.A.F. Torres, Analysis of anisotropic Mindlin plates by continuous and non-continuous GFEM, *Finite Elements in Analysis and Design*, V 47, 698-717, 2011.

Trabalhos publicados em anais de eventos (completo)

- [86] Freitas, Andresa, Mendonça, Paulo de Tarso R., de Barcellos, Clovis Sperb. Finite element modeling of coupled elastoplasticity-orthotropic damage for metals In: *Anaes do COBEM 2011 - 21st Int. Congress of Mech.Engtg*, COBEM 2011, Natal, RN, 2011
- [87] Freitas, Andresa, Mendonça, Paulo de Tarso R., de Barcellos, Clovis Sperb. Modelagem da evolução do dano ortotrópico acoplado à elastoplasticidade em metais In: *Anaes do CILAMCE 2010 - XXXI Iberian-Latin-American Congress on Comput. Meth.in Engrg*, Buenos Aires, 2010.
- [88] D. A. F. Torres, C. S. de Barcellos, P. T. R. Mendonça, Contributions on the use of arbitrarily smooth generalized finite element approximation functions: application to crack modeling. *Proceedings of the 6th European Congress on Comput. Meth.in Appl.Sciences and Engrg - EC-COMAS 2012*, J. Eberhardsteiner et al. Eds., Vienna, Austria, September 10-14, 2012.
- [89] D. A. F. Torres, C. S. de Barcellos, P. T. R. Mendonça, Benefits provided by partitions of unity with high regularity in crack modeling by Generalized /Extended FEM. CILAMCE-2013, 34th Iberian Latin-American Congress on Comput.Meth.in Engrg., 10-13 de novembro, Pirenópolis, GO.

Trabalhos publicados em anais de eventos (resumo)

- [90] Torres, D. A., Tarso R. Mendonça, Paulo, de Barcellos, Clovis Sperb. Contributions on the use of Ck-GFEM based approximation functions: application to fracture mechanics In: *10th World Congress on Comput.Mech.*, 2012, São Paulo, SP. Book of Abstracts, 2012.
- [91] Rudnytskyi, A., Torres, D. A., Mendonça, Paulo de Tarso R., de Barcellos, Clovis Sperb. Enforcement of nonhomogeneous Dirichlet Boundary conditions in Ck-GFEM using preprocessed nodal coefficients on the boundary In: *10th World Congress on Comput.Mech.*, São Paulo, SP. Book of Abstracts, 2012.
- [92] Freitas, Andresa, Torres S, D. A., Mendonça, Paulo de Tarso R., de Barcellos, C. S. Performance assesment of continuous GFEM in the computation of configurational forces In: *10th World Congress on Comput. Mech.*, 2012, São Paulo. Book of Abstracts, 2012.

- [93] Torres, Diego Amadeu F., Mendonça, Paulo de Tarso R., de Barcellos, Clovis S. A framework for fracture modeling using implicitly defined enrichments over C_k partitions of unity simultaneously based on finite elements and mesh-free nodes In: *The Second Int. Conference on the Extended Finite Element Method*, XFEM-2011, Cardiff, UK, Proceedings of the XFEM 2011. p.127–127.
- [94] D. A. F. Torres, C. S. de Barcellos, P. T. R. Mendonça, Benefits provided by partitions of unity with high regularity in crack modeling through enrichment procedures. XFEM-2013, *3th International Conference on Extended Finite Element Methods - XFEM 2013*, Lyon, França, 11-13 de dezembro 2013.

Orientações e supervisões concluídas e em andamento

- [95] Diego Amadeu Furtado Torres. Contribuições sobre a utilização de funções de aproximação contínuas no método generalizado de elementos finitos: avaliação em mecânica da fratura. 2012. Tese concluída (Engenharia Mecânica) - Universidade Federal de Santa Catarina.
- [96] Andresa Freitas. Desenvolvimento de Elementos Finitos Generalizados em Mecânica da Fratura. 2010. Tese em andamento (Engenharia Mecânica) - Universidade Federal de Santa Catarina.

ANEXO II - PROJETO DE PESQUISA CNPq