REVISTA NACIONAL

NOSSA TERRA NOSSA GENTE

NOSSA LINGUA

EDUCAÇÃO E INSTRUCÇÃO - SCIENCIAS E ARTES

10

JULHO DE 1922
ANNO I - N. 10

PUBLICAÇÃO MENSAL
COMPANHIA MELHORAMENTOS DE SÃO PAULO
S. PAULO, Caixa 436 RIO DE JANEIRO, Caixa 1617

REVISTA NACIONAL

ANNO I | REDACÇÃO: Rua Libero Badaró, 90 — SÃO PAULO | Nº 10

EUCLYDES DA CUNHA *

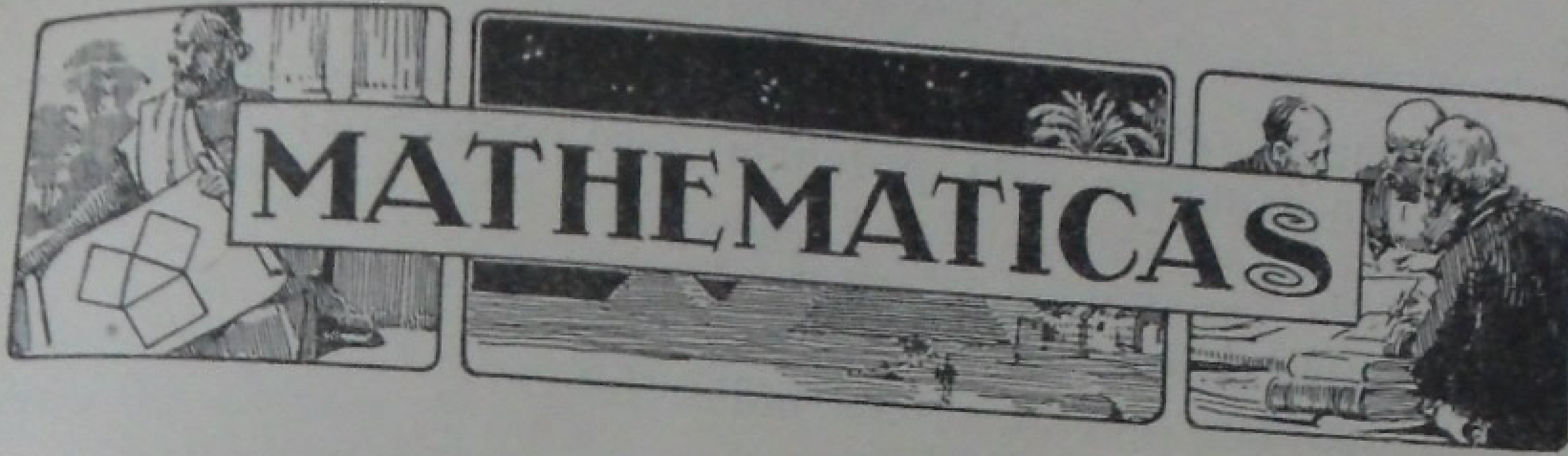
Luminosa estrada corta de subito o céo claro de agosto. Scintillação fugaz que se dilue na treva, a estrella brilha e some. Penetra no além, ganha o espaço, transpõe o tempo, attinge a eternidade. O embevecido olhar distingue a custo o trajecto do astro: lá elle passou. É o symbolo da vida: surge e passa. Na memoria dos vivos não perdura a recordação de existencias passadas. O esquecimento é a treva que amortalha o merito, na voragem do tempo, e bem humano é olvidar a vida dos que foram. Demais, nada mais somos que vultos em transição, symbolos, no dizer majestoso de Gœthe, na belleza do *Fausto*.

Mas, existencias ha, cujo valor supera em muito o restricto do symbolo, alcançando a pujança da gloria. Resistem ás vicissitudes do descaso humano, e ahi ficam desafiando a rudeza do homem, clamando pela immortalidade: glorifica-me! luctador fui, pertence-me o laurél da victoria.

Mortos, delles ainda nos resta uma scentelha de vida a perpetuar-lhes a individualidade. Vultos cujo valor não se esvae como a luminosidade ephemera da estrella; entidades vigorosas, cujo merito se eterniza, arrostando a impiedade do tempo; embora mortos, ainda vivem. Longe de nós, mas bem perto, na sublimidade ineffavel da saudade!

Euclydes! Luctador e artista, escriptor e poeta, fala-nos ainda em paginas impereciveis. Nos *Sertões* é o homem compadecendo-se do homem, é o observador arguto a traçar o quadro exacto de uma lucta ingloria; possante livro, obra monumental, a mais alta representação de uma literatura. Alli não é o sertanejo o homem inutil, enterrado na selva, reprobo segregado da civilização, mas cellula viva a palpitar de seiva, a anciar pela libertação do meio que abate, homem capaz,

(*) V. biographia no Mez Historico.



NUMEROS EXQUISITOS

Em o 6.º numero da Revista Nacional acabo de ler a interessante carta, que um dos seus collaboradores, sob o pseudonymo de *Arapuca*, publica com o titulo de *Numeros Exquisitos*, e, na qualidade, tão sómente, de mero curioso que tem a velleidade de indagar ou investigar as leis numericas, peço permissão ao illustre missivista acima citado, para fazer aqui algumas ponderações em torno da sua carta *.

Em primeiro logar, não são numeros de seis algarismos sómente, de classes eguaes, os que gosam da propriedade de serem *facilmente reconhecidos como divisiveis* por 7, 11, 13, 77, 91, 143 e 1001; *são egualmente faceis de serem reconhecidos como taes, todos os que tiverem um numero par de classes compostas de tres algarismos, sendo todas ellas eguaes entre si; os numeros em que, á primeira vista, se verificar mentalmente ser a somma das suas classes impares egual á somma dos pares, etc.*

Para justificar estas asserções, passemos a construir a regra da divisibilidade por 1001, isto é, estudar o caracter da divisibilidade por este divisor, e consequentemente, o caracter commum da divisibilidade pelos seus factores 7, 11, 13, 77, 91 e 143.

Partiremos pois da seguinte proposição: — *Determinar a condição necessaria e sufficiente para que um numero seja divisivel por um divisor de* $B^m + r$, *sendo B a base de um systema qualquer de numeração.*

Demonstração

Chamemos d um divisor de $B^m + r$.
Desta hypothese, temos:

$$B^m + r = md \quad (md = \text{multiplo de } d),$$

donde

$$B^m = md - r.$$

---

* Meu escopo, escrevendo as minhas cartas sobre numeros exquisitos, é unicamente despertar o interesse dos estudiosos pelas coisas mathematicas. Assim, pois, o trabalho do Snr. Abilio de Barros Alencar é uma prova de que meus artigos não ficaram sem effeito, motivo por que me congratulo com o collega da Terra bemdicta das Amazonas.

ARAPUCA

Elevando os membros desta egualdade ás potencias successivas, a começar pela potencia zero, achamos:

$$
\begin{aligned}
B^{0} &= (md - r)^{0} = 1 \\
B^{m} &= md - r \\
B^{2m} &= (md - r)^{2} = md + r^{2} \\
B^{3m} &= (md - r)^{3} = md - r^{3} \\
B^{4m} &= (md - r)^{4} = md + r^{4} \\
B^{5m} &= (md - r)^{5} = md - r^{5} \\
B^{6m} &= (md - r)^{6} = md + r^{6} \\
&\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \\
&\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \\
B^{2km} &= (md - r)^{2k} = md + r^{2k} \\
B^{(2k+1)m} &= (md - r)^{2k+1} = md - r^{2k+1} \\
&\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \\
&\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots
\end{aligned}
$$

Cada uma das potencias do binomio *md-r* terá tantos termos quantas são as unidades do seu grau, mais 1; todos os termos do desenvolvimento de cada uma das potencias, com excepção do seu ultimo termo, são sempre divisiveis por *d*, e portanto a sua somma algebrica será um multiplo de *d*; o ultimo termo de cada desenvolvimento terá o signal $+$ ou o signal $-$, conforme o grau da potencia fôr par ou impar.

Posto isto, supponhamos um numero *N* dividido em classes de *m* algarismos, da direita para a esquerda:

$$N = T_1 B^{0} + T_2 B^{m} + T_3 B^{2m} + T_4 B^{3m} + T_5 B^{4m} + T_6 B^{5m} + \ldots$$

Substituindo nesta formula as potencias de B^{m} pelos seus valores dados nas egualdades acima, vem:

$$N = T_1 . 1 + T_2 (md - r) + T_3 (md + r^2) + T_4 (md - r^3) + $$
$$+ T_5 (md + r^4) + T_6 (md - r^5) + \ldots\ldots$$

Feitas as multiplicações indicadas e reunidos em uma unica parcella *Md* os multiplos do divisor, resulta:

$$N = Md + T_1 - T_2 r + T_3 r^2 - T_4 r^3 + T_5 r^4 - T_6 r^5 + \ldots\ldots$$

Para $r = 1$, sendo $B = 10$ que é o caso considerado para os divisores imaginados pelo *Sr. Arapuca*, a formula acima se converte nesta outra mais simples:

$$N = Md + T_1 - T_2 + T_3 - T_4 + T_5 - T_6 + \ldots, \text{ ou}$$
$$N = Md + \left[(T_1 + T_3 + T_5 + \ldots) - (T_2 + T_4 + T_6 + \ldots) \right]$$

ou ainda

$$N \equiv (T_1 + T_3 + T_5 + \ldots) - (T_2 + T_4 + T_6 + \ldots),$$

isto é, N *congruente* com a differença entre a somma das classes impares *, e a das classes pares, relativamente ao modulo ou divisor d.

Do exposto será facil agora saber, não só a regra da divisibilidade por $1001 = 10^3 + 1$ e seus divisores, como ainda, *á primeira vista*, reconhecer se um numero dado é divisivel por qualquer dos divisores apresentados pelo illustre *Arapuca*, desde que nesta ultima hypothese seja possivel verificar mentalmente e com rapidez ser a somma das suas classes impares egual á somma dos pares.

Serie de numeros facilmente reconhecidos como multiplos de 1001 e de seus divisores.

$$\underbrace{142}_{p}\ \underbrace{424}_{i}\ \underbrace{424}_{p}\ \underbrace{142}_{i}\ ,\quad \underbrace{634}_{p}\ \underbrace{634}_{i}\ \underbrace{634}_{p}\ \underbrace{634}_{i}\ \underbrace{684}_{p}\ \underbrace{634}_{i}$$

$$\underbrace{200}_{i}\ \underbrace{300}_{p}\ \underbrace{100}_{i}\ ,\quad \underbrace{518}_{i}\ \underbrace{818}_{p}\ \underbrace{300}_{i}\ ,\quad \underbrace{134}_{p}\ \underbrace{134}_{i}\ \underbrace{134}_{p}\ \underbrace{134}_{i}\ \underbrace{134}_{p}\ \underbrace{134}_{i}$$

$$\underbrace{625}_{p}\ \underbrace{500}_{i}\ \underbrace{100}_{p}\ \underbrace{225}_{i}\ ,\quad \underbrace{222}_{p}\ \underbrace{111}_{i}\ \underbrace{111}_{p}\ \underbrace{222}_{i}$$

$$\underbrace{405}_{p}\ \underbrace{105}_{i}\ \underbrace{309}_{p}\ \underbrace{405}_{i}\ \underbrace{105}_{p}\ \underbrace{309}_{i}\ , \text{ etc.}$$

Manáos, Junho de 1922.

ABILIO DE BARROS ALENCAR,

Lente da Escola Normal

* Quando a somma impar fôr inferior á somma par, basta juntar á somma impar um multiplo do divisor tal que torne a primeira somma egual ou superior á segunda, pois a congruencia $N \equiv (T_1 + T_3 + T_{5\ldots}) - (T_2 + T_4 + T_{6\ldots})$, não se altera.

Elevando os membros desta egualdade ás potencias successivas, a começar pela potencia *zero*, achamos:

$$
\begin{aligned}
B^0 &= (md - r)^0 = 1 \\
B^m &= md - r \\
B^{2m} &= (md - r)^2 = md + r^2 \\
B^{3m} &= (md - r)^3 = md - r^3 \\
B^{4m} &= (md - r)^4 = md + r^4 \\
B^{5m} &= (md - r)^5 = md - r^5 \\
B^{6m} &= (md - r)^6 = md + r^6 \\
&\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \\
&\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \\
B^{2km} &= (md - r)^{2k} = md + r^{2k} \\
B^{(2k+1)m} &= (md - r)^{2k+1} = md - r^{2k+1} \\
&\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \\
&\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots
\end{aligned}
$$

Cada uma das potencias do binomio *md-r* terá tantos termos quantas são as unidades do seu grau, mais 1; todos os termos do desenvolvimento de cada uma das potencias, com excepção do seu ultimo termo, são sempre divisiveis por *d*, e portanto a sua somma algebrica será um multiplo de *d*; o ultimo termo de cada desenvolvimento terá o signal + ou o signal —, conforme o grau da potencia fôr par ou impar.

Posto isto, supponhamos um numero *N* dividido em classes de *m* algarismos, da direita para a esquerda:

$$N = T_1 B^0 + T_2 B^m + T_3 B^{2m} + T_4 B^{3m} + T_5 B^{4m} + T_6 B^{5m} + \ldots$$

Substituindo nesta formula as potencias de B^m pelos seus valores dados nas egualdades acima, vem:

$$N = T_1 . 1 + T_2 (md - r) + T_3 (md + r^2) + T_4 (md - r^3) +$$
$$+ T_5 (md + r^4) + T_6 (md - r^5) + \ldots .$$

Feitas as multiplicações indicadas e reunidos em uma unica parcella *Md* os multiplos do divisor, resulta:

$$N = Md + T_1 - T_2 r + T_3 r^2 - T_4 r^3 + T_5 r^4 - T_6 r^5 + \ldots .$$

Para $r = 1$, sendo $B = 10$ que é o caso considerado para os divisores imaginados pelo *Sr. Arapuca*, a formula acima se converte nesta outra mais simples:

$$N = Md + T_1 - T_2 + T_3 - T_4 + T_5 - T_6 + \ldots \text{ ou}$$
$$N = Md + \left[(T_1 + T_3 + T_5 + \ldots) - (T_2 + T_4 + T_6 + \ldots)\right]$$

ou ainda

$$N \equiv (T_1 + T_3 + T_5 + \ldots) - (T_2 + T_4 + T_6 + \ldots),$$

isto é, N *congruente* com a differença entre a somma das classes impares *, e a das classes pares, relativamente ao modulo ou divisor d.

Do exposto será facil agora saber, não só a regra da divisibilidade por $1001 = 10^3 + 1$ e seus divisores, como ainda, *á primeira vista*, reconhecer se um numero dado é divisivel por qualquer dos divisores apresentados pelo illustre *Arapuca*, desde que nesta ultima hypothese seja possivel verificar mentalmente e com rapidez ser a somma das suas classes impares egual á somma dos pares.

Serie de numeros facilmente reconhecidos como multiplos de 1001 e de seus divisores.

$$\underbrace{142}_{p}\ \underbrace{424}_{i}\ \underbrace{424}_{p}\ \underbrace{142}_{i}\ ,\quad \underbrace{634}_{p}\ \underbrace{634}_{i}\ \underbrace{634}_{p}\ \underbrace{634}_{i}\ \underbrace{684}_{p}\ \underbrace{634}_{i}$$

$$\underbrace{200}_{i}\ \underbrace{300}_{p}\ \underbrace{100}_{i}\ ,\quad \underbrace{518}_{i}\ \underbrace{818}_{p}\ \underbrace{300}_{i}\ ,\quad \underbrace{134}_{p}\ \underbrace{134}_{i}\ \underbrace{134}_{p}\ \underbrace{134}_{i}\ \underbrace{134}_{p}\ \underbrace{134}_{i}$$

$$\underbrace{625}_{p}\ \underbrace{500}_{i}\ \underbrace{100}_{p}\ \underbrace{225}_{i}\ ,\quad \underbrace{222}_{p}\ \underbrace{111}_{i}\ \underbrace{111}_{p}\ \underbrace{222}_{i}$$

$$\underbrace{405}_{p}\ \underbrace{105}_{i}\ \underbrace{309}_{p}\ \underbrace{405}_{i}\ \underbrace{105}_{p}\ \underbrace{309}_{i}\ , \text{ etc.}$$

Manáos, Junho de 1922.

ABILIO DE BARROS ALENCAR.
Lente da Escola Normal

---

* Quando a somma impar fôr inferior á somma par, basta juntar á somma impar um multiplo do divisor tal que torne a primeira somma egual ou superior á segunda, pois a congruencia $N \equiv (T_1 + T_3 + T_5 \ldots) - (T_2 + T_4 + T_6 \ldots)$, não se altera.

CURIOSIDADES MATHEMATICAS

Quarta carta.

Meu caro B.

Vão hoje, para o dia de seu anniversario, umas nozes. Não são daquellas que se quebram para comel-as. São de outra qualidade menos nutritiva, porém, de casca não menos resistente. Eil-as na ordem das respectivas resistencias.

1. Escreva um numero qualquer, e achada a somma dos seus algarismos, desconte-a d'aquelle. Diga por que o resto obtido é divisivel por 9!

Exemplo:

$$3+4+6+8+5= \quad \begin{array}{r} 34685 \\ 26 \\ \hline 34659 \end{array} = 3851 \times 9$$

2. Escreva um numero qualquer de dois algarismos, e depois de inverter-lhes a ordem, desconte o menor numero do maior. Por que é que o resto é divisivel por 9?

Exemplo:

$$\begin{array}{ll} & 37 \\ \text{invertido} & 73 \\ & 73-37=36=4\times 9 \end{array}$$

3. Escreva um numero qualquer de tres algarismos e que não seja symetrico*. Tendo-lhes invertido a ordem, desconte o menor numero do maior. Por que é que o algarismo no meio da differença é 9? Por que é que a somma dos dois outros algarismos é 9?

Exemplo:

$$\begin{array}{ll} & 100 \\ \text{invertido} & 001 \\ \hline \text{differença} & 099 \text{, no meio está } 9 \\ & 0+9=9 \end{array}$$

4. Escreva um numero qualquer de tres algarismos; achada a differença entre elle e 999, accrescente-a á direita do primeiro numero, intercalando entre ambos tantas cifras quantas forem necessarias, para que o novo numero tenha seis casas. Divida esse numero por 37, e o respectivo quociente por 27.

Por que é que, tirando 1 do ultimo quociente, se obtem o primeiro numero?

Exemplo:

$$\begin{array}{l} \underline{957} \qquad 999-957=42 \\ 957042 \\ 957042:37=25866 \\ 25866 \ :27=958 \\ 958-1=\underline{957} \end{array}$$

5. Imagine tres numeros inferiores a 10. Tendo formado com dois dos respectivos algarismos todos os numeros possiveis, somme-os, dividindo o resultado pela somma dos numeros imaginados.

Por que é que o quociente não pode deixar de ser 22?

Exemplo: Numeros imaginados 5, 3, 8

$$\text{Numeros formados pela composição de dois respectivos algarismos} \left\{ \begin{array}{ll} 53 & 38 \\ 58 & 85 \\ 35 & 83 \end{array} \right.$$

Somma de todos os numeros 352
Somma dos num. imaginados 16
O quociente de 352 : 16 = 22

Espero anciosamente o que me vae responder, para ter de novo o gostinho de *saborear* a sua *sabedoria*. Você, então, pensava que eu não sabia a metade de 6 e de 7? Paciencia, meu amigo. Você não olhou bem; escrevi: seis e sete, e agora, abrindo bem as janellas do seu espirito, verá que

metade de	*se*	*is*	e
metade de	*se*	*te*	dá *sete* e
a outra metade de	*se*	*te*	mais
a outra metade de	*se*	*is*	dá *seis*.

Não ria antes de lembrar-se de que onde ha muito riso,...

Abraços do

ARAPUCA

* Numero symetrico é o numero impar, cujos algarismos á esquerda do algarismo medio se repetem em ordem inversa á direita do mesmo, p. ex. 101, 12321, 52.25.