ANNO VI — N. 10 JUNHO 1921

Revista da Escola Normal de S. Carlos

Propriedade e redacção do corpo docente

SUMMARIO

JOÃO TOLEDO . . . . . . *D Pedro II atravéz do sentimento*
Director e Lente da Escola Normal do Campinas

EZEQUIEL DE MORAES LEME . *Questões do Ensino*
Lente Cathedratico

DOMINGOS DE VILHENA. . . *O escotismo como meio educativo*
Lente cathedratico

ELISIARIO DE ARAUJO . . . *A Letra do Hymno Nacional*
Director da Escola Normal de Casa Branca

FAUSTO DE SOUZA . . . . *Morphologia Historica do artigo*
Da Escola Complementar

CARLOS DA SILVEIRA . . . . *Assumptos escolares*
Lente de Psychologia e Pedagogia e Director da Escola Normal do Braz

F. PENTEADO . . . . . . *Quantidades algebricas*
Lente cathedratico

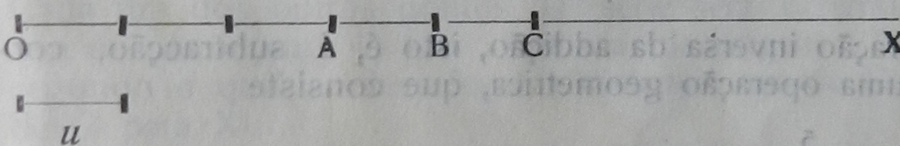
A. PROENÇA . . . . *Suggestões para o estudo da natureza no 1.o anno preliminar.*
Director e Lente da Escola Normal de Pirassununga

QUANTIDADES ALGEBRICAS REAES

(AOS ALUMNOS DO 1.º ANNO)

I — serie arithmetica

Seja uma recta OX, indefinida no sentido de O para X, isto é, podendo prolongar-se nesse sentido até ao infinito:



Consideremos diversas distancias OA, OB, OC,... contadas a partir do ponto O, e tomemos para unidade o segmento de recta *u*.

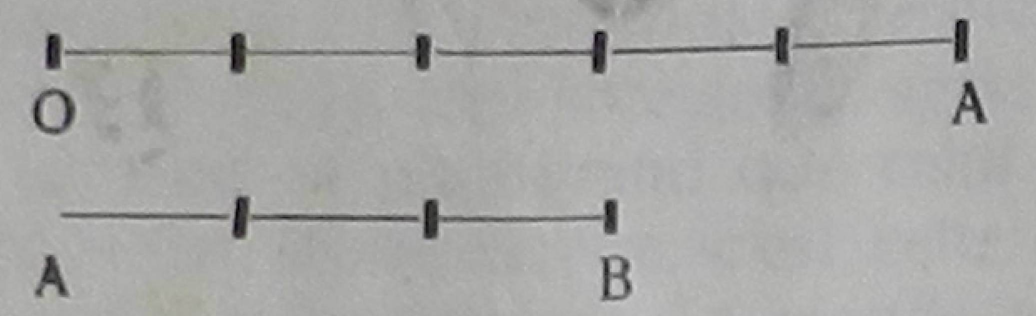
Se a unidade *u* arbitraria se contiver 3 vezes na distancia OA, 4 vezes na distancia OB, 6 vezes em OC, as medidas das distancias OA, OB, OC,... serão respectivamente os numeros 3, 4, 6,...

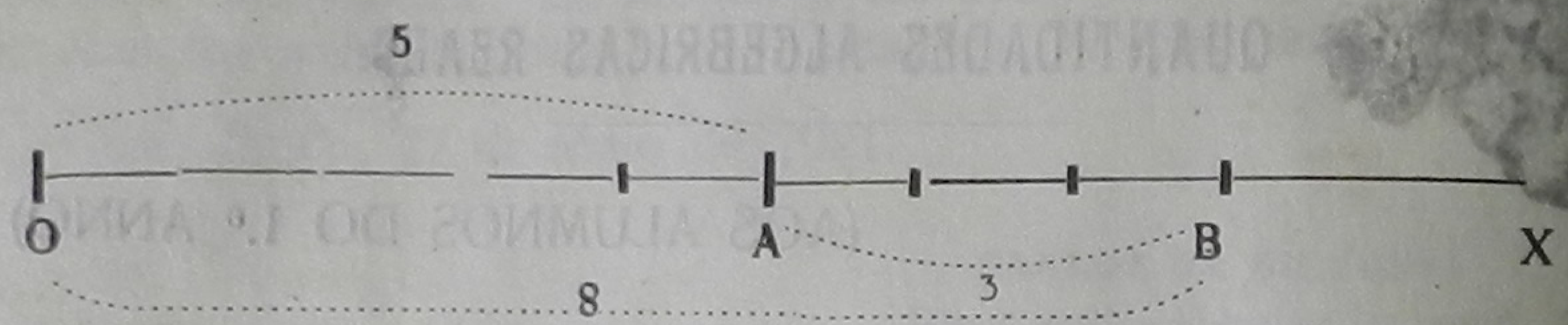
Reciprocamente, os numeros 3, 4, 6.... podem ter sua representação graphica nas distancias OA, OB, OC,... contadas a partir de uma certa origem O, no sentido de O para X, tomando-se, para termo de comparação ou para unidade, um segmento arbitrario *u*.

Sendo arbitraria a unidade *u*, poderiamos tomar um segmento maior ou menor do que *u* para servir de termo de comparação, e quantas vezes a nova unidade estivesse contida em OA, OB, OC,... taes seriam os numeros que mediriam OA, OB, OC... ; e reciprocamente, estas distancias poderiam ser as representações graphicas dos dictos numeros resultantes de accrescimos de elementos identicos á nova unidade.

Assim, os differentes estados de uma grandesa arithmetica podem ser representadas pelas distancias dos diversos pontos de uma recta indefinida n'um só sentido a um ponto inicial tomado para origem.

A' addição arithmetica 5+3

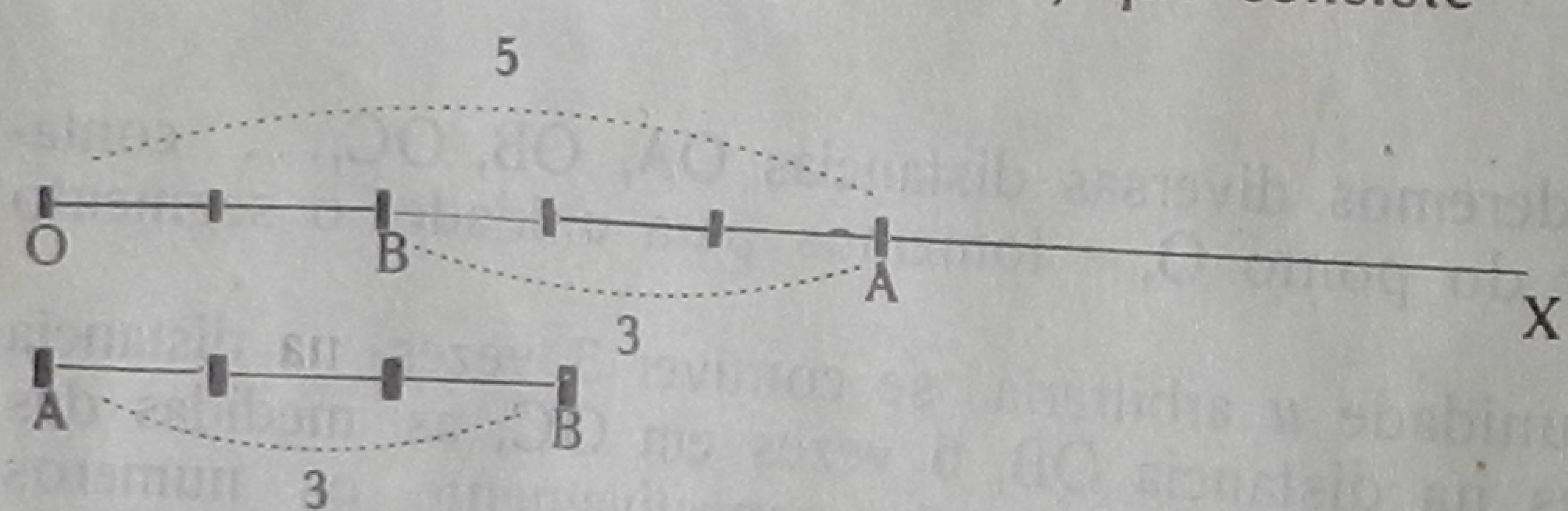




corresponde uma operação geometrica, que consiste em levar o comprimento AB=3, a partir da extremidade A de OA=5, no sentido OX dos comprimentos crescentes, o que dá a somma

$$OB=5+3=8$$

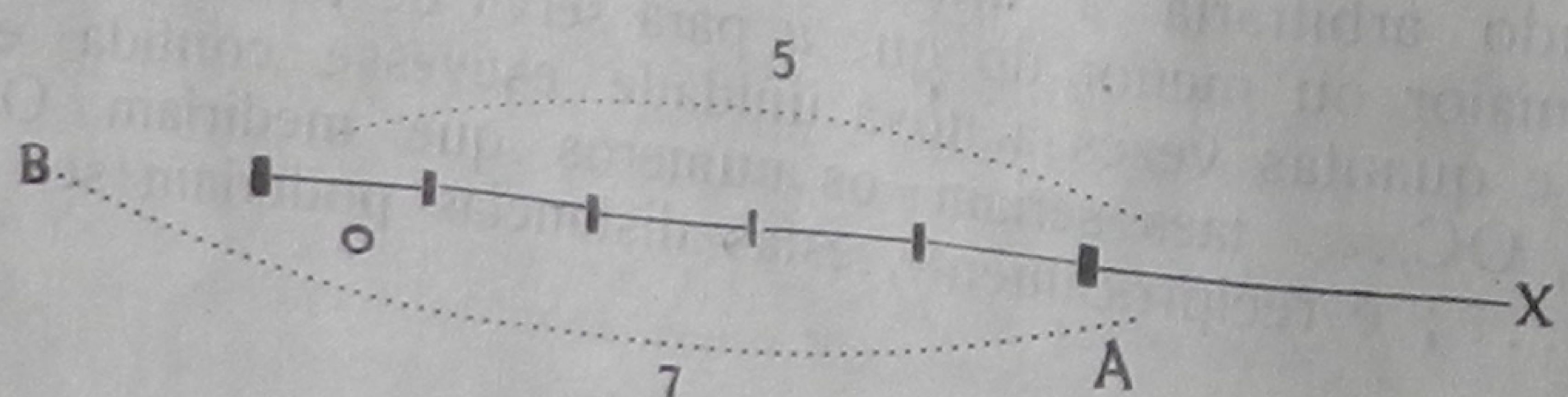
A' operação inversa da addição, isto é, á subtracção, corresponderá uma operação geometrica, que consiste



em levar a quantidade 3 a subtrahir, a partir da extremidade A de OA=5, no sentido contrario dos comprimentos crescentes, o que dá a differença

$$OB=5-3=2$$

Se a quantidade a subtrahir fosse maior que o minuendo, se tivessemos de effectuar a subtracção 5—7

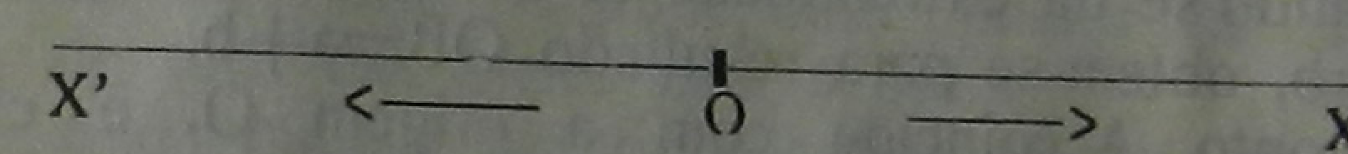


a construcção geometrica mostraria a impossibilidade da operação, pois ao levarmos a quantidade a subtrahir 7 a partir da extremidade A de OA=5 e em sentido contrario de OX, a extremidade B de AB=7 cahiria alem do extremo O da linha OX, cahindo, por assim dizer, no vasio, pois a linha OX não offerece, á esquerda do ponto O, nenhum logar para receber essa extremidade B.

II — Serie algebrica

A sciencia das quantidades não preencherá senão uma parte de seu objectivo, considerando-as apenas sob a relação de seu valor absoluto. E' preciso que ella forneça symbolos para indicar que duas quantidades têm modos de existencia identicos ou directamente contrarios.

Consideremos, pois, uma serie de pontos formando um espaço indefinido nos dois sentidos.

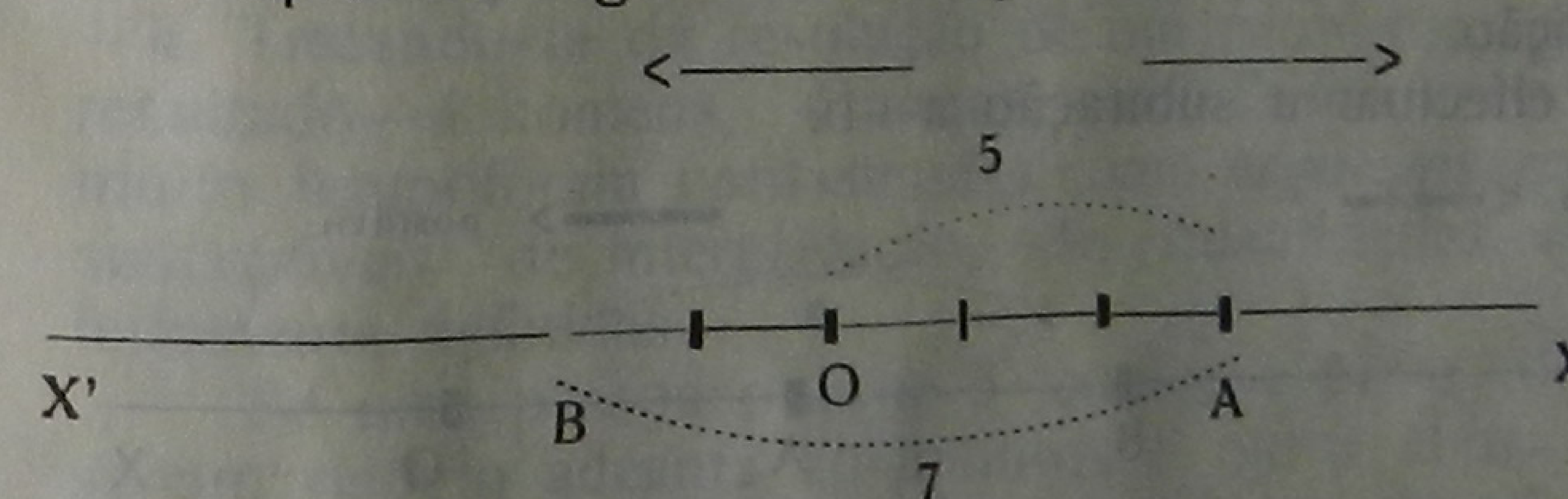


Podemos representar por uma tal serie toda especie de grandeza variavel, até ao infinito, em dois sentidos oppostos.

Tomemos para origem um ponto O arbitrario da serie XX'. Cada um dos outros pontos da serie será determinado, desde que se conheçam: 1) sua distancia da origem; 2) o sentido segundo o qual se deve levar a distancia, ou de O para X, ou de O para X'.

O valor numerico de cada distancia se comporá de um numero acompanhado de um signal de direcção.

Operemos agora a subtração 5—7



Levando. a partir da extremidade A de OA=5 a distancia AB=7 no sentido contrario dos comprimentos crescentes, a operação já não é impossivel, como no caso da serie indefinida n'um só sentido; mas, perfeitamente praticavel, visto que se offerece, á esquerda do ponto O um espaço que pode receber a extremidade B de AB=7. O resultado, como se vê, será a quantidade OB=2 pertencente á serie OX' opposta a serie OX.

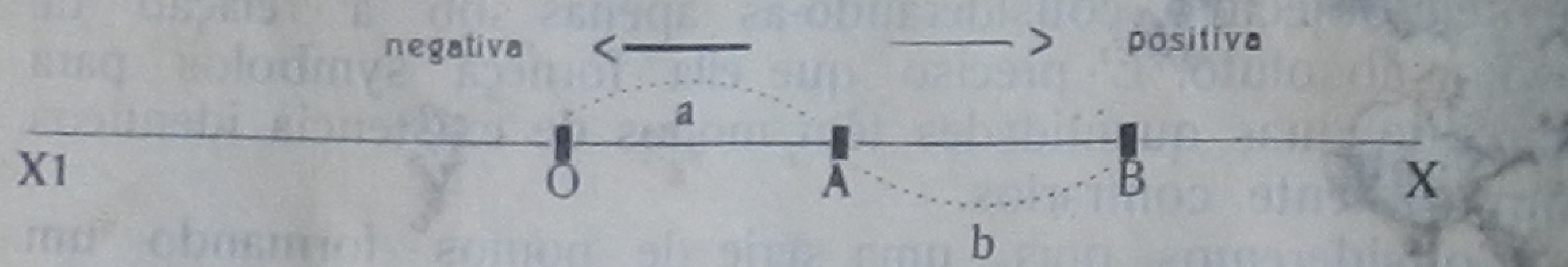
Adoptemos, agora, uma simples convenção:

Todas as quantidades da mesma especie, que tiverem o mesmo modo de existencia, serão chamadas *positivas*; todas as quantidades que tiverem um modo de existencia directamente contrario, chamar-se-ão *negativas*.

Alem das grandesas geometricas, podemos citar, como exemplos de iguaes series indefinidas nos dois sentidos, a temperatura, o estado electrico de um corpo, o estado de fortuna segundo o debito e o credito, etc.

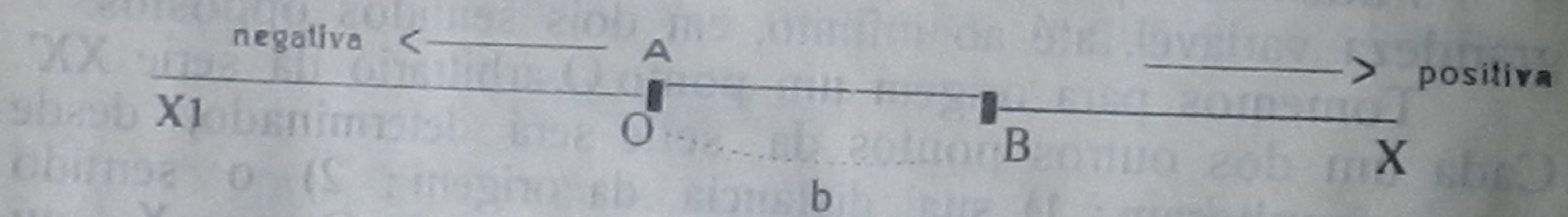
III — Signaes de direcção

1) Seja effectuar a addição dos valores OA=a, OB=b



Avançando-se da extremidade A de OA=a de um comprimento AB=b, obtem-se para resultado OB=a+b.

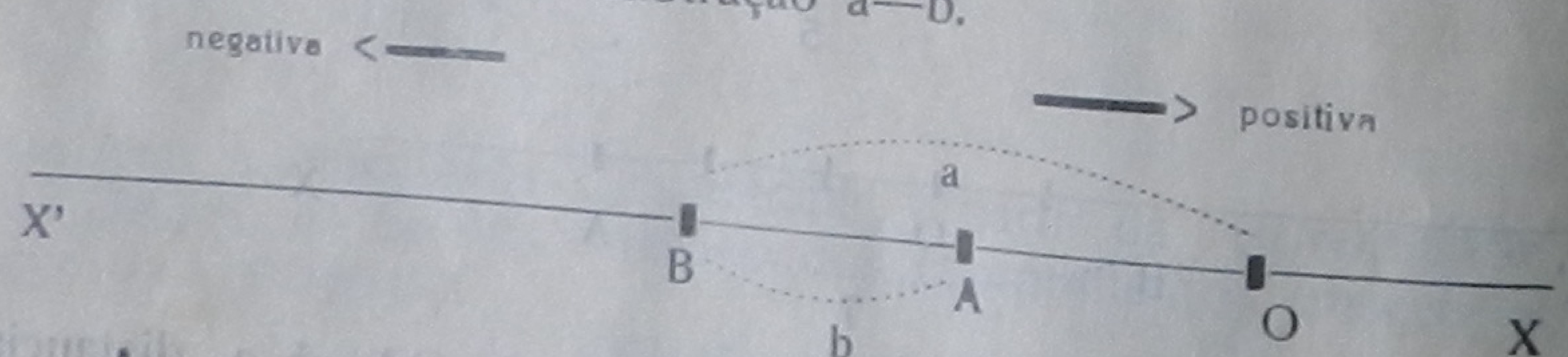
Se o ponto A coincide com a origem O, é claro que OA=a=zero.



Então OB=a+b=o+b=+b

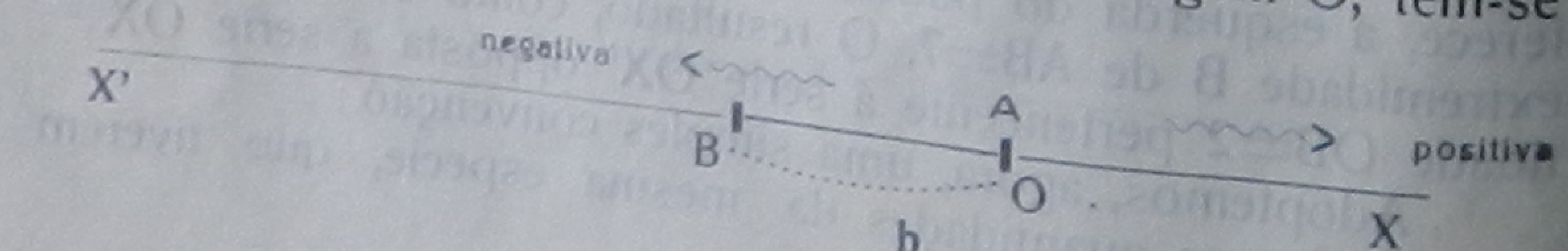
Ora OB=+b representa qualquer quantidade da serie positiva, da serie OX, e, como está affectada do signal +, conclue-se que todas as quantidades positivas serão precedidos do signal da addição.

2). Seja effectuar a subtração a—b.



Avançando-se a partir da extremidade A de OA=a de uma distancia AB=b e em sentido contrario de OX, obtem-se para resultado OB=a −b.

Se o ponto A coincidir com o ponto de origem O, tem-se OA=a=zero.



Então OB=a−b=O−b=−b

Ora OB=−b pode ser qualquer quantidade dada em OX' isto é, qualquer quantidade da serie negativa; e, como essa quantidade — b é affectada do signal —, conclue-se que as quantidades negativas são precedidas pelo signal de subtracção.

IV — Quantidades negativas ?

Os numeros que se estudam na Arithmetica, são chamados *numeros absalutos*; a Algebra, no seu objectivo de generalisação, a esses numeros accrescenta um signal de direcção e, com os mesmos numeros absolutos accompanhados do respectivo signal, formam as duas series, *positiva* e *negativa*, de numeros geraes chamados *numeros algebricos*. As duas series, que se ligam uma á outra sem interrupção, são taes, que a mesma operação que accrescenta as grandesas de uma das series faz decrescer as da outra, e pode fazer passar de uma maneira continua de uma das series para a outra.

Podemos chamar a serie negativa de serie das *quantidades reciprocas* das *quantidades positivas*. O nome de *negativos*, dado aos numeros affectados do signal de subtracção, tem a sua razão historica.

Na origem da Algebra, querendo os mathematicos applicar suas formulas a casos particulares, foram levados a subtrahir uma quantidade de outra menor. Assim, se na formula x=a−b, se suppõe a=3 e b=7, deve-se tirar 7 de 3, o que não é possivel sob o ponto de vista da Arithmetica, a menos que não se subtraiam, a principio, 3 unidades e se indique a impossibilidade na subtracção das 4 unidades restantes, isto é, 3−7=3−3−4=−4. Tratando-se da resolução de um problema, que significa o resultado—4 homens, 4 annos, etc? Taes expressões, que por muito tempoforam consideradas como *negativas*, como não sendo susceptiveis de interpretação, são quantidades algebricas perfeitamente definidas.

Se uma pessoa possue 5 contos e outra deve 5 contos; se um relogio adeanta 10 minutos e outro atrasa 10 minutos; se um facto se deu 50 annos antes do nascimento de Christo e outro se deu 50 annos depois: è bem de ver-se que os valores absolutos 5, 10, 50 podem ser affectados de um signal que indique o seu modo de existencia referido a uma certa origem.

V — Zero-absoluto e *Zero-limite ou relativo*

Resulta, do que temos expendido, que se devem distinguir duas especies de *zero*: o *zero absoluto*, symbolo do vasio, abaixo do qual nada existe; e o *zero-limite*, que é o ponto de partida das quantidades da mesma especie, quer positivas, quer negativas. E', por exemplo, o zero do thermometro, é um ponto do equador como origem das latitudes boreaes e das latitudes austraes, é a época de partida dos chronologistas para fixar a dacta dos acontecimentos posteriores e anteriores a essa epoca, etc.

VI — Addição algebrica

Dando-se o nome de direcção *positiva* á que orienta a serie das grandesas arithmeticas e chamando-se *negativa* á direcção opposta ou contraria:

Chama-se *addição* da quantidade positiva +b a operação concreta que avança de b no sentido positivo.

Chama-se *addição* da quantidade negativa —b a operação que avança de b no sentido negativo.

AB=+7

A ——> positiva B

1 1 1 1 1 1 1

B A

negativa <——

AB=—7

Exemplos:

1) (+4) + (+2)=?

+4 +2

A 1 1 1 1 1 1 > B

Resultado: AB=+6

2) (+6)+(—2)=?

+6

A 1 1 1 1 1 1

B <

—2

Resultado: AB=+4

3) (—5)+(+2)=?

>B

1 1 1 1 1 A

Resultado: AB=—3

4) (—5)+(—2)?

B 1 1 1 1 1 1 1 A

<

—2 —5

Resultado: AB=—7

A addição de duas quantidades do mesmo signal se faz tomando a somma dos valores absolutos e affectando-a do signal commum (Exemplos 1 e 4).

A addição de duas quantidades de signaes contrarios se faz tomando a differença dos valores absolutos e affectando-a do signal que tem o termo de maior valor absoluto (Ex. 2e3).

VII — Subtracção algebrica

Considerando-se que subtrahir unidades da mesma serie é ajunctar unidades da serie contraria, e que subtrahir unidades da serie contraria é ajunctar unidades da propria serie, conclue-se que a subtracção algebrica se faz trocando o signal do subtrahendo e operando a addição, isto è, addicionando ao minuendo a reciproca do subtrahendo.

Exemplos:

(+7)—(+3)=(+7)+(—3=+4
(—7)—(—3)=(—7)+(+3)=—4
(+7)—(—3)=(+7)+(+3)=+10
(—7)—(+3)=(—7)+(—3)=—10

VIII — Transformações

Pela introducção das quantidades negativas, podemos transformar toda subtracção em addição e vice-versa.

Assim, se *a* e *b* são duas quantidades quaesquer, positivas ou negativas, e—a,—b, suas reciprocas,

a—b=a+(—b),
a+b=—(—a)+b=a—(—b).

Mudando-se a subtracção em uma addição, que é uma operação commutativa e associativa, vê-se que nada impede que invertamos de uma maneira qualquer a ordem dos termos de um polynomio, quaesquer que sejam os signaes destes termos, e que appliquemos a este polynomio todas as reducções, que são a consequencia da propriedade associativa.

IX — São menores do que zero as quantidades negativas?

E' costume dizer-se que as quantidades negativas são menores do que zero; porem, a nossa razão repelle a existencia de qualquer cousa que seja menor do que aquillo que nada é; entretanto, é utilisada esta locução algebrica para dar a conhecer que uma quantidade, reunida a outra de especie contraria, diminue esta de tanto quanto ella vale. Assim, um debito de 2 contos diminue de 2 contos um credito de 5 contos, e um credito de 2 contos diminue da mesma quantia um debito de 5 contos. Se convencionarmos affectar do signal + as quantias credoras e do signal — as quantias devedoras, teremos n'um e n'outro caso:

$(+5)+)-2)=+3$ credito.

$(-5)+(+2)=-3$ debito.

Que significa, pois, a expressão

$$-a < o\ ?$$

Significa que, qualquer seja a quantidade ou o numero expresso pela letra *a*, dizer $-a < o$ é dizer que com qualquer quantidade que se reuna $-a$, o effeito é mais desvantajoso do que se augmentasse ou ajunctasse o:

$$-2 < 0$$

porque

$$-2 + 7 < 0 + 7$$

$$\text{isto é } 5 < 7.$$

De duas quantidades negativas, a que tem maior valor absoluto é a menor:

$$-4 < -2$$

porque

$$-4 + 6 < -2 + 6$$

$$\text{isto é, } 2 < 4$$

X — Signaes de direcção, na resolução dos problemas.

Na Algebra se attende, não só ao valor absoluto das quantidades, como ao modo por que ellas influem na questão que se resolve. Ha duas classes de quantidades que se podem encontrar na resolução das questões: quantidades que conspiram ao fim a que se propõe o calculista, as quaes poderemos chamar *positivas*; e quantidades que conspiram ao fim contrario, que podemos chamar *negativas*. Assim, se procuramos saber em que tempo se encherá um reservatorio munido de duas tor-

neiras, uma das quaes lhe fornece agua e outra o esvasia: como, a agua que entra, conspira para o resultado que buscamos saber, ella será positiva; a que sáe, que conspira ao fim contrario, será a negativa.

Se, ao contrario, queremos averiguar o tempo em que se esvasia um reservatorio, em que ha uma torneira que o alimenta e outra, por onde sae a agua: teremos ainda de attender á agua que sae e á agua que entra; mas, aqui, a agua que sae é a positiva, pois é a que conspira para o fim que visamos, sendo a que entra a negativa.

F. PENTEADO

Lente Cathedratico