Elder Mauricio Silva

Modelando Mercado de Ações: Vencendo o Efeito Disposição com Regras *Stop*

Florianópolis

Fevereiro 2015

Elder Mauricio Silva

Modelando Mercado de Ações: Vencendo o Efeito Disposição com Regras *Stop*

Universidade Federal de Santa Catarina – UFSC

Departamento de Economia e Relações Internacionais

Programa de Pós-Graduação em Economia

Orientador: Eraldo Sérgio Barbosa da Silva

Florianópolis

Fevereiro 2015

Elder Mauricio Silva

Modelando Mercado de Ações: Vencendo o Efeito Disposição com Regras *Stop* / Elder Mauricio Silva. – Florianópolis, Fevereiro 2015 -

72 p. : il. (algumas color.) ; 30 cm.

Orientador: Eraldo Sérgio Barbosa da Silva

Dissertação (Mestrado) – Universidade Federal de Santa Catarina – UFSC
Departamento de Economia e Relações Internacionais
Programa de Pós-Graduação em Economia, Fevereiro 2015 .

1. Palavra-chave1. 2. Palavra-chave2.

CDU 02:141:005.7

Elder Mauricio Silva

Modelando Mercado de Ações: Vencendo o Efeito Disposição com Regras *Stop*

Essa dissertação foi julgada adequada para obtenção do Título de “Mestre em Economia”, e aprovada em sua forma final pelo Programa de Pós-graduação em Economia da Universidade Federal de Santa Catarina.

Florianópolis, 24 de Fevereiro de 2015:

Prof. Roberto Meurer, Dr.
Coordenador do Curso

Banca examinadora:

Orientador - Eraldo Sérgio Barbosa da Silva, Dr.
Universidade Federal de Santa Catarina

Prof. Raul Yukihiro Matsushita, Dr.
Universidade de Brasília

Prof. Newton Carneiro Affonso Da Costa Junior, Dr.
Universidade Federal de Santa Catarina

Prof. Francis Carlo Petterini Lourenço, Dr.
Universidade Federal de Santa Catarina

Este trabalho é dedicado a todos os contribuintes que pagaram impostos nos últimos dois anos e de forma direta, ou indireta, contribuiram para este projeto. Dentre eles um especial abraço a minha família, ao meu orientador Sérgio da Silva, e a Samara Rech.

"...nature leads us to mathematical forms of great simplicity and beauty..." & “There are things that are so serious that you can only joke about them.” Werner Heisenberg

Resumo

Apresentamos um modelo baseado em agentes para o mercado de ações, em que o comportamento dos agentes que mostram o efeito disposição pode ser compensado por outros agentes usando uma regra de *stop*. Depois de mostrar que o modelo pode replicar o comportamento real de retornos, considerando os dados recentes de *mini flash-crash*, exploramos as consequências das alterações em parâmetros comportamentais chave. Nosso resultado é que a presença de agentes utilizando *stop* em um ambiente não gaussiano pode compensar o efeito disposição. Além disso, encontramos que diferentes metas de retorno podem contribuir para a eficiência do mercado. Finalmente, o aumento do excesso de confiança pode gerar maior volume de negociações. Tudo isso, sem o uso de preço fundamental ou choque na série de dividendos na formulação do modelo.

Palavras-chaves: Bolsa de valores. Collective behavior. Teoria do prospecto. Efeito disposição. Ordens stop.

Abstract

We put forward an agent-based model of the stock market, where the behavior of agents showing the disposition effect can be offset by that of others using a stop rule. After showing the model can replicate actual return behavior considering data from the recent mini flash crashes, we explore the consequences of altering key behavioral parameters. Our primary result is that the presence of stop agents in a non-Gaussian environment can offset the disposition effect. Furthermore, we find differing return targets to contribute to market efficiency, and a negative shock to a market sentiment index to cause the stock price to dip and trade volume to grow. Finally, increasing overconfidence generates higher trade volume. All this, without using fundamental price or shock in the series of divedends.

Key-words: Stock market. Collective behavior. Prospect Theory. Disposition Effect. stop orders.

Lista de ilustrações

Lista de tabelas

Sumário

1 Introdução

Cientistas de mais cem países, dez anos de construção, mais de sete bilhões de dólares investidos e em 2008 teve início as atividades do Large Hadron Collider (LHC). Construído pela Organização Europeia de Pesquisas Nucleares, o LHC é a maior máquina já construída pelo homem. Todo esse investimento e esforço para buscar respostas a perguntas simples, por exemplo, qual a menor parte da matéria? Quais são os blocos fundamentais a partir dos quais tudo o que nos cerca é constituído? Bom, essas respostas ainda estão no forno. Mas e na economia? Em especial no mercado financeiro, quais são os nossos "blocos fundamentais"? Apesar de possuirmos equipamentos mais modestos também tentamos responder a estas perguntas. Neste trabalho trataremos de um caso especial, do mercado de ações, mais especificamente, como simular (modelar) a bolsa de valores, oferecer um possível bloco fundamental para as interações econômicas e construir um modelo que simulará o mercado de ações.

Talvez exista uma pergunta anterior a proposta acima: é necessário modelar? Você pode se perguntar o porquê da existência de modelos para simular a bolsa de valores. Não é para prever o valor de alguma ação específica. Dawkins (2006) possui uma explicação interessante de porque surgiram seres capazes de "simular". Antes de aparecerem os primeiros mecanismos de previsão na natureza, o cérebro humano aparenta ser o mais sofisticado deles, a evolução se desenvolvia através de tentativa e erro. É um método eficiente. Todavia, o custo de sua utilização pode ser muito elevado. Como exemplo pense em um exército. Existem diversas estratégias disponíveis para a utilização do exército em um teatro de operações. Considerando tentativa e erro você enviaria seu exército para o combate, observaria o resultado. Um segundo combate, um novo resultado, e assim por diante. Logo não existiriam mais jovens disponíveis para serem enviados para o combate. Simulação. Primeiro pode-se pensar em simular um combate com seu próprio exército: divida seu território entre norte e sul e faça exercícios simulando o combate. Os custos ainda são elevados: munição, alimentação dos soldados, tempo, etc. Utilizando softwares poderíamos ir além e simular as atividades e resultados em computadores com custos ainda menores. Na natureza parece ter ocorrido assim, as vantagens para existência de um órgão destinado a simulações de situações geram vantagens que ultrapassam em muito a energia por ele consumida. Mas voltando ao nosso ponto, qual seria a vantagem em modelar a bolsa de valores? São centenas de horas para construir um código de programação coerente que reproduza algumas características que visualizamos no mundo real; assim como em uma simulação de um campo de batalha é impossível reproduzir todos os detalhes (moral da tropa, condições do clima, etc.), não conseguimos reproduzir tudo que o acontece com as ações na bolsa de valores. Mas o trabalho é válido, Suhadolnik, Galimberti e Silva (2010) mostram como a introdução de "robôs"pode ser utilizado como meio auxiliar à política monetária em momentos de bolha. Os modelos e as simulações auxiliam na gestão do mercado financeiro. De outra forma os agentes tomadores de decisão, as bolsas de valores e as autoridades monetárias estariam sujeitas a estratégias de tentativa e erro.

Antes de discutir uma modelagem para o mercado de ações é interessante falar sobre quais seriam os objetivos a serem atingidos por tais modelos. Os modelos aproximam nosso conhecimento teórico dos dados visualizados no mundo real. As séries de dados do mercado de ações, histórico de preços e de retornos sugerem imprevisibilidade. Os primeiros a estudar esses dados sugeriam que eles seriam um passeio aleatório, que a melhor avaliação para o preço no dia seguinte seria o preço de hoje mais um fator aleatório. Isso deu origem a uma discussão que permeou o século XX: a "Eficiência de Mercado". O mercado de ações é um jogo de soma zero[1], ou seja, se existem ganhadores de um lado, teremos perdedores de outro. Fama (1970) introduziu um conceito de níveis de eficiências de mercado: (i) a série de preços de uma ação conteria toda informação corrente. Não seria possível realizar qualquer tipo de lucro analisando somente a série de preços passada, pois ela já conteria toda informação disponível; (ii) toda informação corrente, pública, já está precificada; (iii) as informações de caráter privado também já estão inseridas nos preços. Aceitando que as hipóteses de eficiência de mercado se sustentem temos uma situação em que os preços das ações seguiriam um passeio aleatório. Tudo que poderia afetar o preço da ação já foi avaliado. Restaria, portanto, somente dados novos, notícias futuras, que poderiam afetar o preço de uma ação. Como as notícias referentes a uma empresa são imprevisíveis, as demais já estão precificadas no preço da ação, o preço de uma ação também é imprevisível. O modelo que descreve esse cenário é um passeio aleatório.

Os investidores compram e vendem ações porque não existe consenso quanto ao preço da ação. Enquanto alguns acreditam que o valor atual é barato e desejam comprar, outros

[1] se desconsiderarmos os impostos e custos de transação, corretagens, etc..

acreditam que o valor corrente é caro e desejam vender. As maneiras pelas quais os investidores formam suas opiniões sobre o preço de uma ação são diversas. Uma vez que o investidor decide comprar ou vender, ele insere uma ordem de compra/venda. As ordens enviadas pelos investidores são registradas em um livro de ofertas gerenciado pela bolsa de valores na qual o investidor está registrado. Quando o fluxo de ordem de compra é superior as ordens de venda existe um excesso de demanda e uma pressão para que o preço do ativo se valorize. O movimento contrário levaria a uma queda no valor do preço da ação. É interessante pensar um pouco mais sobre como os investidores formam suas opiniões e é aqui que os diferentes modelos que simulam a bolsa de valores irão divergir em maior grau. As ações representam a posse de parte de um ativo real de uma empresa. A empresa gera um lucro corrente e uma expectativa de lucro futuro. Parte deste lucro é dividido na forma de dividendos que são absorvidos pelos detentores das ações. Isso proporciona duas oportunidades de modelagem. A primeira pressupõe a existência de um preço fundamental, um preço conhecido por todos os investidores. Este preço seria decorrente dos fundamentos da empresa, baseado na capacidade da empresa em gerar lucros e dividendos futuros. A segunda abordagem simula choques ocasionais nos dividendos. Existe uma expectativa formada sobre quanto de dividendos será pago aos investidores e simula-se a ocorrência de choques no pagamento desses dividendos.

Podemos dividir os modelos que simulam a bolsa de valores em duas famílias. Na primeira família de modelos os investidores formam opiniões individualmente sobre o mercado, precificando as ações com informações privadas sem consultar outros investidores. Via de regra utilizam a estratégia de choques nos dividendos para gerar divergências nas expectativas dos investidores. Pode ou não haver heterogeneidade, sendo que na maioria deles os investidores são homogêneos. Existem diversas estratégias disponíveis para os investidores escolherem. A seleção ocorre através de um algoritmo genético e as estratégias com melhor resultado sobrevivem. O Santa Fe Institute Artificial Stock Market (SFI-ASM) está sendo trabalhado a mais de duas décadas e é um modelo que pertence a esse primeiro grupo. No SFI-ASM os investidores utilizam-se de algoritmo genético para definir quais estratégias seguirão adiante e quais serão descartadas. O número de investidores no modelo é elevado, sendo que um modelo pode conter dez mil agentes simulando o papel dos investidores. Para detalhes pode-se consultar Arthur (1997), LeBaron, Arthur e Palmer (1999), Ehrentreich (2003), Ehrentreich (2006), Branch e Evans (2011). A segunda família de modelos contém um número reduzido de agentes. Eles simulam um ambiente onde os investidores se comunicam entre si, existe heterogeneidade entre os investidores, a informação é distribuída através de uma rede e o formato da rede é relevante para o modelo. Brock e Hommes (1998) deu origem a uma sequência de trabalhos com essa linha de modelagem. Resultados interessantes são encontrados com esses modelos, como por exemplo, a frequência de eventos extremos na série de retornos dos preços das ações; caso as ações seguissem um passeio aleatório a dispersão dos retornos deveria seguir uma distribuição normal com baixo número de eventos extremos. Os dados reais apresentam número elevado de eventos extremos e os modelos com agentes heterogêneos têm conseguido simular esses eventos com sucesso: Kukacka e Barunik (2013), Henderson (2012), Birru (2012), Vacha, Barunik e Vosvrda (2012) .

Ambas as famílias de modelos possuem uma matemática densa e pressupõem que os investidores são capazes de realizar cálculos complexos para formulação de suas expectativas ou para escolha de suas estratégias. Isso por si só não é um problema. Mesmo inconscientemente as pessoas podem resolver problemas que na forma matemática aparentam ser insolvíveis por grande parte da população. Por exemplo, uma criança caminhando em uma calçada com uma bola de baseball. Ela joga para cima, a bola sobe descreve uma parábola e cai. A criança pega a bola de volta, na maioria das vezes, sem problemas. Entretanto a equação diferencial que descreve esse movimento (na vertical, horizontal, presença de vento, etc.) é de difícil solução. Porém existe um outro problema nas hipóteses desses modelos. Seriam as ações realmente guiadas por seu valor fundamental, ou por seu fluxo de dividendos? Shiller e Beltratti (1992) sugerem que não. Estudando séries de dados nos EUA, entre 1871-1989, e Inglaterra, período de 1918-1989, eles não encontraram correlação de longo prazo entre a série de dividendos e a série de suas respectivas ações. Então temos espaço para uma nova questão: seria possível simular a bolsa de valores sem utilizar esses mecanismo? Sugiro que sim. Como? Veremos no decorrer deste trabalho.

Imagine que o objetivo do investidor ao entrar no mercado de ações seja aferir lucro. Seja um investidor com demanda por resultados imediatos ou um investidor que compra ações pensando em sua aposentadoria e não se preocupa muito com os movimentos diários no preço da ação, todos imaginam que irão ganhar em suas operações. De uma forma ou de outra, todos os investidores possuem uma posição pessoal sobre determinada ação. Todos os investidores estão em contato com o restante do mundo, seja através da leitura de um jornal ou na conversa com um amigo, todos os investidores também possuem uma ideia de como as demais pessoas visualizam aquela ação. Em determinadas situações os investidores decidem seguir o mercado. Para adquirir intuição de como esse processo se desenrola veja Lefevre (2012) ou Giovanini (2014). Se todos estão comprando a demanda supera a oferta e o preço da ação irá subir, então o investidor pode seguir o mercado e comprar. Sua posição pessoal pode ser diferente. Parece confuso, mas em resumo é simples. Existe um conflito: cada investidor pesa se sua convicção é forte o suficiente para ir em movimento diferente do mercado. Outros trabalhos sugerem a existência desse efeito (Shleifer e Summers (1990), Kukacka e Barunik (2013)), conhecido como efeito manada, mas não foram longe o suficiente. Utilizam o efeito manada para descrever como o movimento em massa leva o preço da ação para longe de seu valor "fundamental"para, em seguida, retornar em um movimento brusco. Isso é capaz de gerar a ocorrência de eventos extremos assim como observado nas séries do mundo real. Sugiro construir um modelo apenas com esse pressuposto, ou seja, os investidores compram e vendem baseado no conflito entre convicção pessoal versus seguir o mercado. Os investidores estarão ligados a uma rede de "vizinhos" (outros investidores que estão próximos), e terão acesso às opiniões desses vizinhos.

Analisando o problema por essa ótica, o conflito entre seguir o grupo ou ir sozinho, estaremos em um terreno já explorado. Este comportamento é relatado em outras áreas e existe um modelo para descrever esse comportamento. Couzin et al. (2005), estudando inicialmente o movimento de peixes, encontrou uma solução elegante para o problema. Uma equação que é capaz de descrever o movimento de um cardume de peixes, ou uma revoada de pássaros, vo de abelhas e outros animais que vivem em grupo. A beleza dessa situação é que existe assimetria de informação entre os indivíduos, e.g., um determinado indivíduo em um cardume pode possuir a informação sobre o local de uma fonte de alimento, e os demais não. O que acontece se o cardume estiver passando próximo dessa fonte de alimento? Dado que o cardume é ignorante sobre a localização eles podem seguir o caminho sem explorá-la. O indivíduo por sua vez irá tentar alcançar o local. Todavia ele também deseja permanecer com o grupo. O resultado final irá depender - em algumas ocasiões o indivíduo segue o caminho sozinho, outras o grupo todo chegará até o local onde existe alimento - da intensidade com que o indivíduo "acredita" em sua informação e depende se outros indivíduos também possuem essa informação. É possível que surja consenso sobre em que direção seguir em um grupo de milhares de indivíduos sendo que apenas uma minoria possui a informação. Diversos sistemas podem ser modelados com estes princípios, e.g., democracia, uma multidão em movimento, etc. Aqui utilizaremos uma adaptação da equação proposta por Couzin para modelar nosso problema de decisão do investidor.

Uma vez que o investidor decide se irá comprar ou vender a ação entramos no problema seguinte: quando sair? Utilizarei o termo "entrar" e "sair" do mercado no seguinte sentido: o investidor não possui nenhuma posição no mercado, ou seja ele não está comprado nem vendido, ele tem um saldo de zero ações em sua conta. Entrar no mercado significa mudar o seu saldo, o investidor passa a ter um saldo de ações diferente de zero em sua conta. Sair do mercado significará que o investidor voltará a ter sua carteira zerada. Outro pressuposto que farei é que não existem custos de transações nas operações realizadas pelos investidores. Voltando a nossa pergunta. Vimos no parágrafo anterior como o investidor irá decidir entrar no mercado. Agora precisamos discutir a estratégia de saída. Precisamos supor que o investidor possuí uma meta, um valor que ele deseja ganhar ao investir no mercado de ações. Se for um investidor que possui pouco tempo para investir ele provavelmente possuirá metas pequenas; um investidor que investe pensando em sua aposentadoria pode possuir uma meta maior. Não precisamos supor de início nenhum valor específico. Trataremos em mais detalhes sobre este tópico adiante, durante a construção do modelo. Mas o ponto que precisamos discutir aqui é como o investidor irá se comportar diante de seus resultados, seja um resultado positivo ou negativo. Uma vez que o investidor realizou uma operação, que ele entrou no mercado, ele poderá estar em uma operação lucrativa ou com prejuízo. Para modelar este comportamento escolhi utilizar a "Teoria do Prospecto" (T.P.). Primeiramente proposta por Kahneman e Tversky (1979) e posteriormente estendida em Tversky e Kahneman (1991), essa teoria possui um ponto interessante que nos será muito útil: ela supõe um comportamento diferenciado para momentos de perdas e ganhos. Ainda, o ponto de referência é importante. No segundo trabalho é proposto uma função utilidade baseada nesses princípios e essa função utilidade será adaptada para servir como guia para os investidores em nosso modelo. Não será um comportamento engessado, os investidores não irão aferir utilidade de forma determinística através da equação, mas a utilização da equação T.P. irá fazer com que os agentes se comportem de forma diferenciada em momentos de perdas e de ganhos. Feito isso teremos a emergência de um comportamento chamado "Efeito Disposição", reportado em Odean (1998). Investidores sujeitos ao Efeito Disposição tendem a reter as ações perdedoras por mais tempo e a vender as ações vencedoras em menor tempo. Barberis e Xiong (2009) mostram que a T.P. pode induzir ao Efeito Disposição sob determinadas circunstâncias: se as pessoas aferirem utilidade através de um retorno acumulado, a partir de um ponto de referência, ou seja, se o investidor inicia uma operação e mede seu resultado a partir do ponto em que ele entrou no mercado, o investidor sujeito a T.P. será induzido ao Efeito Disposição. Por outro lado, se o investidor aferir utilidade a partir de um prazo determinado, por exemplo, valor de minha posição no inicio do mês comparado com minha posição no final do mês, então a T.P. não consegue induzir o surgimento do Efeito Disposição. Em nosso modelo os investidores olham seus resultados acumulados a partir do valor de entrada na operação e as operações possuem prazos arbitrários, de modo que estamos na situação descrita por Barberis e Xiong em que os investidores são induzidos ao Efeito Disposição.

Em resumo, construímos o ponto central que guiará o modelo. Antes de prosseguir tentemos visualizar o que temos até o momento. Temos investidores que compram e vendem ações seguindo o comportamento do ambiente que estão inseridos, e seguindo suas próprias convicções. Não nos preocupamos com o modo que suas convicções sobre o mercado serão formadas, mas apenas com que intensidade cada investidor irá acreditar nela. Seguindo, após entrar no mercado acreditamos que os investidores se comportam de forma compatível com a Teoria do Prospecto, diferenciando perdas e ganhos. Com isso já teremos capacidade de simular nosso modelo, verificar as interações e visualizar se o resultado que emerge irá possuir características similares as que observamos no mundo real. Mas ainda podemos incluir mais detalhes em nosso modelo, e assim iremos fazer. Vejamos em seguida quais serão os detalhes adicionais que serão encontrados no modelo.

Existem ocasiões em que o mercado parece possuir apenas uma direção: as ações sobem dia após dia e momentos como esse são conhecidos como *bull market*. Tudo o que nos cerca é otimismo, todas as notícias são boas, euforia sem fim. O contrário é chamado de *bear market*. Existe uma expectativa pública a respeito do mercado e essa expectativa afeta os negócios. Shiller (2000) enviou questionários para operadores em bolsas de valores dos EUA, entre 1989 e 1998, e encontrou correlação entre as expectativas e os preços dos ativos. Faz sentido então inserimos mais um termo no processo de tomada de decisão de nossos investidores. Veremos mais tarde como isso irá ocorrer, mas agora nossos investidores também serão influenciados pelo o que acontece no mercado como um todo, não somente por sua rede restrita de vizinhos e por sua informação própria.

Quando os investidores querem se afastar da indeterminação que suas emoções podem gerar eles utilizam regras para controlar suas atitudes. O mercado de ações oferece aos investidores a opção de utilizar regras de *stop*. Quando um investidor decide utilizar uma ordem *stop* ele terceiriza suas ações para o computador, quero dizer, as suas ordens de compra e de venda serão realizadas por um computador em seu nome. As ordens normais também podem ser realizadas pelo computador (*homebroker*) e a diferença das ordens *stop* é que com elas você determina um conjunto de regras e o computador realizará o restante. Durante muito tempo estudos sobre ordens *stop* foram deixados de lado pela academia. Em um mercado eficiente não faria sentido a utilização dessa ferramenta. Caso o mercado de ações se comporte de acordo com a teoria de eficiência de mercado e possua comportamento gaussiano de seus retornos essa ferramenta não proporciona nenhum acréscimo. Todavia, sempre foi um objeto muito utilizado pelos investidores na vida real. Kaminski e Lo (2014) questionaram: *"When do stop rules stop losses?"* e a resposta foi que depende; quando o mercado possui retornos que não são normais (que não pertencem a uma distribuição gaussiana) ordens *stop* evitam perdas. Em nosso modelo os investidores também irão possuir a oportunidade de utilizar esta ferramenta.

Prontos ou não vamos adentrar em nosso modelo. Em seguida você verá os resultados que encontramos e no fim algumas considerações. Boa leitura.

2 Modelo

Março de 1927, Heisenberg publica na Alemanha seu artigo que cunharia o termo "princípio da incerteza". Em 1935 Schodinger propõe um experimento mental (o do gato) que exemplifica a estranheza com que o mundo via a teoria quântica. A filosofia quântica soou estranho aos ouvidos de quem pensava aos moldes Newtoniano, determinístico, desde século XVII. Até mesmo Einstein, em um primeiro momento, olhou com descrença para a nova teoria que surgia na primeira metade do século XX. Okay, mas qual o meu ponto? Antes de iniciar o modelo em si necessito que o leitor tenha um norte dos conceitos que irá encontrar adiante. Você já se perguntou se na economia estamos mais próximos de uma visão Newtoniana ou quântica dos fatos? Acredito que quando supomos que um consumidor maximiza uma função utilidade qualquer, ou quando ele otimiza algum comportamento de forma determinística, estamos próximos de um modelo Newtoniano. Mas seria possível fazer de outra forma? Sim. Agora com métodos computacionais podemos flexibilizar nossas premissas sobre o comportamento, fazer com que o observador e o objeto de pesquisa interajam. Heinsenberg propôs que ao ler a posição de um elétron o observador insere energia no sistema e modifica o objeto que está sendo observado. Na economia, em nosso caso específico a bolsa de valores, isso acontece? Sim. O investidor, ao comprar uma ação, interage com o mercado e seu comportamento no futuro irá depender da evolução do mercado. Exemplo, compre uma ação da Petrobras por vinte reais com esperança de vendê-la quando ela atingir vinte e cinco reais. Suponha que a ação se valorize muito mais rápido do que você previa e logo alcance sua meta. Agora você pode realizar sua venda, mas o modo como o mercado se comportou faz você acreditar que ela pode subir ainda mais, você adia sua venda. O mercado modificou sua atitude inicial. O contrário: você possui cem mil reais e decide comprar ações da Tec Toy, uma ação com baixo volume de negociações. Você inicia suas compras, a ação é negociada a três centavos. Quando termina de comprar o mercado estará negociando TOYB4 a dez centavos. O mercado reagiu a sua intervenção e mais que dobrou o preço do ativo que você estava operando. Essas situações hipotéticas ilustram que também nos defrontamos com o problema de observador x objeto. Sabemos como os físicos resolveram o problema deles (culminou na bela Equação de Schrodinger)[1] , tentemos resolver o nosso. Não se preocupe, caso esteja confuso iremos voltar a esse assunto adiante com calma. Por ora é apenas necessário que você tenha dúvida, e abra espaço para aceitar o método que irei sugerir para resolver este problema. Não é o ponto central do trabalho, mas merecia esse parênteses.[2]

Os agentes serão nossos representantes dos investidores do mundo real, em outras palavras, são nossos investidores na forma estilizada. Os investidores operam as ações na bolsa de valores, nossos agentes irão operar em um software chamado NetLogo, uma linguagem de programação livre voltada para modelos baseados em agentes. Existe uma plataforma online do NetLogo, nosso modelo encontra-se hospedado em: http://modelingcommons.org/browse/one_model/3985. Você pode

---

[1] Não é $e^{i\pi} = -1$; é a $i\hbar\frac{\partial\Psi}{\partial t} = \hat{\mathrm{H}}\Psi$.

[2] Hawking explica de modo acessível a todos o tema quântico, sugiro os capítulos IV e V de *A brief history of time*, (HAWKING, 1996).

realizar simulações online, utilizando seu navegador de internet, ou baixar o modelo e rodar em seu computador pessoal. O código utilizado na programação do modelo também está disponível, assim contribuições e sugestões podem surgir dos visitantes que acessam o site e visualizam o modelo. Algumas características dos investidores serão atribuídas aos agentes, eles irão interagir entre si com regras que irei propor e a interação deles entre si e com o ambiente onde estão inseridos irá gerar um sistema complexo. Em sistemas complexos propriedades como *feedback* positivo e negativo emergem. A biologia está repleta de modelos que exploram essas propriedades, veja por exemplo: Couzin et al. (2005); Sumpter (2010); Guttal e Couzin (2010); Leonard et al. (2012).

Nosso mercado será constituído por dez mil agentes, distribuídos em um grid bidimensional (cem x cem)[3]. Cada agente possui uma rede de vizinhos (oito, ver Figura 1) e cada agente tem a oportunidade de inserir uma ordem para comprar ou vender, de uma unidade, uma ação - irei algumas vezes me referir no plural, ações, mas leia-se uma unidade. Você pode se perguntar o porquê de os agentes não adquirirem mais de um ativo. Bom, os investidores podem adquirir quantos ativos sua restrição financeira permitir na vida real. No modelo, o fato de o agente adquirir apenas uma unidade não se configura uma restrição. Se assim quiser, imagine que o agente presente na posição (X, Y) em nosso grid e o agente da posição $(X + 1, Y)$ representem a carteira de um único investidor na vida real. Pode-se ainda adicionar à cesta, do investidor em questão, a posição do agente $(X + 1, Y + 1)$, e assim por diante. Neste caso o investidor

[3] O grid é idêntico ao encontrado em Suhadolnik, Galimberti e Silva (2010), cheque para uma descrição mais detalhada.

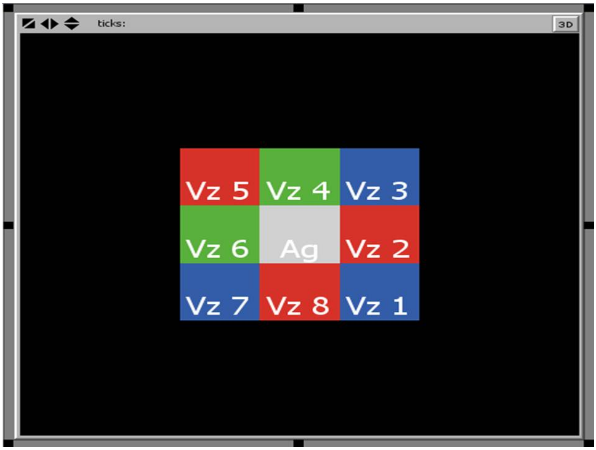


Figura 1 – Rede de informações

tem a oportunidade de adquirir dois ou mais ativos e terá de realizar uma seleção de portifólio, ver Markowitz (1952). Como não pretendo adentrar na discussão sobre gestão de portifólio estabelecerei que cada agente irá carregar apenas uma unidade, positiva ou negativa, sem perda de generalidade.

Cada agente possui oito vizinhos. Sua rede de informação será sua vizinhança geográfica no grid. Iremos distinguir as situações onde o agente possui algum ativo e quando ainda não possui. Olhemos primeiramente a situação onde o agente não possui nenhum ativo. O agente consulta a informação de seus vizinhos. Cada vizinho pode fornecer três informações distintas: compre, venda, não faça nada. Essas informações serão baseadas no último movimento realizado pelo vizinho, e.g., se o vizinho realizou uma venda no período anterior ele irá fornecer à informação: venda. O agente utiliza ainda sua própria informação, sendo a regra é a mesma utilizada na consulta dos vizinhos. Se o agente realizou uma venda no período anterior ele possuirá uma informação própria de venda, se comprou no período anterior sua informação própria indicará compra, de outra forma o nosso agente não possui informação própria.

Após o agente entrar no mercado ele não utiliza sua rede de vizinhos para decidir quando sair. Ele irá realizar sua próxima operação de acordo com sua meta, seu objetivo. Tentemos entender melhor esse ponto. Cada agente irá possuir uma "meta de rentabilidade". Enquanto que alguns agentes possuirão uma meta bem pequena outros irão pretender grandes ganhos. Na vida real isso seria equivalente a investidores que realizam operações chamadas de *day trade* (veja em Shleifer e Summers (1990) a importância desses investidores para o mercado de ações). Investidores com grande expectativas de ganhos podem incorrer em estratégias de *buy and hold* onde os investidores compram a ação e ficam com ela durante muitos anos. Teremos espaço para discutir a meta em mais detalhes adiante, por ora, o ponto é que, dado que o agente possui essa "meta", ele irá se comportar sob os pressupostos da Teoria do Prospecto utilizando essa meta como suporte de suas decisões. Então, para concluir nosso primeiro passo, precisamos de duas formas de comportamento: uma quando os agentes possuem ações, e outra quando os agentes não possuem ações - resumido na Equação 1.1.

$$\psi_{it} = \begin{cases} \nu_{it}, & \text{se possuir algum ativo,} \\ \gamma_{it}, & \text{se não possuir nenhum ativo.} \end{cases} \tag{2.1}$$

A meta que cada agente irá possuir será representada por x_i, $x_i > 0$, e x_i pode ser tão próxima de zero quanto se queira. Um negociador ativo no mercado pode realizar tantas operações em um mesmo dia que sua meta pode aparentar ser zero, seria um investidor tentando capturar todas as flutuações do preço durante o pregão. Contudo, a distribuição dos valores de x_i é um ponto de difícil solução. A estratégia que adotarei será um valor exógeno para x_i. Os agentes serão distribuídos em grupos com diferentes metas, ou seja, mais de um agente possuirá a mesma meta. Um número elevado de metas é equivalente a um mercado com grande heterogeneidade de expectativa; estudaremos as consequências desse fenômeno. Vejamos como os agentes irão utilizar a Teoria do Prospecto:

$$\nu_{it} = \begin{cases} x_i^{\alpha}, & \text{se} \quad x_i \geq 0, \quad \text{ganhos}, \\ -\lambda(-x_i)^{\alpha}, & \text{se} \quad x_i < 0, \quad \text{perdas}. \end{cases} \tag{2.2}$$

A Equação 1.2 foi proposta por Tversky e Kahneman (1991) e o valor de $\lambda = 2.25$ foi encontrado empiricamente em $\alpha \, \epsilon \, (0, 1)$. O investidor irá aferir utilidade a partir do resultado acumulado, o valor atual da ação comparado com o valor inicial da operação. Cada agente possuirá um resultado acumulado X_{it}[4] referente à operação corrente. Sempre que $|X_{it}| > |\nu_{it}|$ o agente estará apto a encerrar sua operação e sair do mercado, ou seja, voltar a ter o saldo de zero ações em sua carteira.

Lembra-se do Heisenberg? Irei usar uma analogia com a física para explicar como o agente irá se comportar quando ele possui uma ação e necessita agir. Para modelar o átomo os físicos utilizam um núcleo, com prótons e nêutrons, cercado por elétrons. Os prótons e neutrons são ainda formados por outros componentes, mas para nós isso não é importante, queremos

[4] Ver Apêndice 1.

ver simplesmente o que acontece com os elétrons orbitando o núcleo. Existe um espaço vazio que cerca o núcleo, os elétrons habitam o seu redor, mas não de forma contínua, pois existem locais onde os elétrons podem morar, os orbitais. Mas não se sabe com certeza onde ele está, somente sabe-se que em determinadas regiões existe a probabilidade de encontrar o elétron e que em outras regiões você não irá encontra-lo. Em resumo, não se pode afirmar com certeza onde está o elétron, somente que existe uma região no espaço onde ele mora e que dentro dessa região existe a probabilidade de você o achar; fora do orbital a probabilidade é zero. De volta aos nossos agentes. A equação da Teoria do Prospecto irá determinar o ponto a partir do qual nossos agentes podem negociar - a região onde a probabilidade de negociar se inicia, nosso orbital. Após atingir o valor que a Equação 1.2 fornece o agente não negocia de forma determinística, mas entramos na zona de probabilidade em que nosso agente pode negociar. A Figura 2 ilustra esse arranjo, o agente negocia com valores abaixo de $-\lambda(-x_i)^\alpha$ e acima de x_i^α. Por simplicidade computacional essa probabilidade aumenta de forma uniforme e é máxima quando o retorno do agente for o dobro de sua meta. É como se o investidor na vida real esperasse um pouco para realizar seu lucro, mas ao se defrontar com um lucro igual ao dobro de seu lucro esperado ele finaliza sua operação e embolsa seu ganho; com valores intermediários o investidor pode ou não finalizar sua operação, entretanto se o ganho do investidor voltar a ficar abaixo de sua meta mínima ele não negocia.

Já sabemos como os agentes irão se comportar quando possuírem algum ativo. Olhemos agora qual o comportamento dos agentes quando eles ainda não entraram no mercado. Quando o agente possui zero ações ele não se comporta de acordo com a

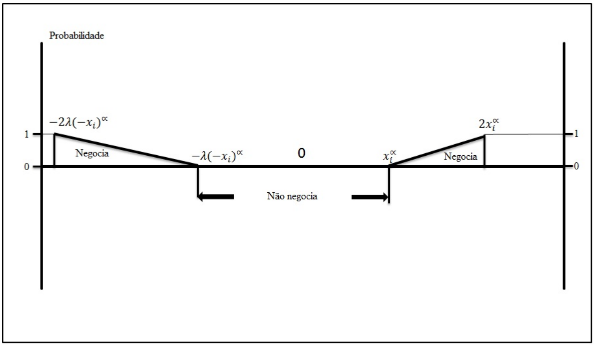


Figura 2 – Zona de Negociação

Equação 1.2, ele irá se comportar como indicado na Equação 1.3, que por sua vez se desdobra em duas. Todos os períodos em que o agente estiver fora do mercado ele possuirá uma probabilidade de entrar e essa probabilidade irá depender de quantos de seus vizinhos estão fornecendo informação de compra (b_{jt}), venda (s_{jt}), ou não opere (h_{jt}). Ainda, o agente possui informação própria, O_{it} (informação própria compra será O^{b}_{it}; de venda: O^{s}_{it}), e ela também é levada em consideração. Se em um período todos os oito vizinhos indicarem compra e a informação própria do agente também for compre ele terá cem por cento de chance de realizar uma compra, i.e., ele insere uma oferta de compra, adquire uma ação e no período seguinte ele estará sujeito à dinâmica da Equação 1.2. Os valores assumidos por $b_{jt}, s_{jt},\ e\ h_{jt}$ são binários, um quando o vizinho possui a informação em questão, zero de outra forma. O valor de O_{it} também: será igual a um se o agente possuir a informação e zero quando não possuir, e.g., se o agente realizou uma venda no período anterior a informação própria dele assumirá valor de um na equação de venda e zero na equação de compra, e vice versa. O termo que pondera a informação própria de nosso agente (o ω, $\omega \geq 0$) possui atribuições importantes no trabalho de Couzin et al. (2005); na biologia ele determina quanto o indivíduo valoriza, tenta perseguir, sua informação própria. Ao adaptar essa equação para nosso modelo o valor de ω também possui uma característica interessante: em nosso caso o ω é capaz de gerar *overconfidence* em nossos agentes. Resultado também encontrado entre os investidores comuns: Svenson (1981), Bernardo e Welch (2001).

$$\gamma_{it} = \begin{cases} \gamma_{it}^{b}, & \text{probabilidade de comprar,} \\ \gamma_{it}^{s}, & \text{probabilidade de vender,} \end{cases} \tag{2.3}$$

$$\gamma_{it}^{b} = \frac{\sum_{j=1}^{8} b_{jt} \; + \omega O_{it}^{b}}{8 \; + \omega} \; , \tag{2.4}$$

$$\gamma_{it}^{s} = \frac{\sum_{j=1}^{8} s_{jt} \; + \omega O_{it}^{s}}{8 \; + \omega} \; . \tag{2.5}$$

As propriedades matemáticas de γ_{it}^{b} e γ_{it}^{s} são: $0 \leq \gamma_{it}^{b} \leq 1$; $0 \leq \gamma_{it}^{s} \leq 1$; $0 \leq \gamma_{it}^{b} + \gamma_{it}^{s} \leq 1$. Quando acontecer de $\gamma_{it}^{b} + \gamma_{it}^{s} = 0$ significa que o agente possui zero por cento de chance de realizar uma operação no período t. De outra forma pode ser que o agente realize ou não uma operação no período. Curioso para saber como o agente irá decidir? Você já notou que em um mesmo período pode existir simultaneamente a possibilidade do agente vender e comprar. Os investidores na vida real se deparam com situações parecidas? Sim. Informações conflitantes chegam até o investidor o tempo todo, e.g., sua corretora de valores pode indicar compra para PETR4 e o jornal que você lê diariamente pode indicar venda para o mesmo papel. O investidor na vida real não chega a se confundir; ele decide comprar, vender ou não operar, sem qualquer dilema filosófico. É como o experimento do gato (se lembra do Schodinger?), só se sabe o estado exato quando se abre a caixa. Em nosso modelo utilizaremos um número pseudo aleatório [5] para auxiliar nosso agente a se decidir. Funcionará assim: calculamos o valor de γ_{it}^{b}, e o valor de $(1-\gamma_{it}^{s})$, agora sorteamos um número aleatório de uma distribuição uniforme entre zero e um. Se o valor gerado estiver entre zero e γ_{it}^{b} o agente realiza uma compra. Se o número não estiver neste intervalo significa que ele é maior que γ_{it}^{b} e portanto pode estar em nosso segundo intervalo. Verificamos se ele está entre $(1-\gamma_{it}^{s})$ e um [6], se estiver o agente insere uma ordem de venda. Caso nenhuma das duas situações aconteçam o agente não irá realizar nenhuma operação no período, ou seja, ele não envia ordem de compra nem de venda, permanece fora do mercado.

As ordens de compra e de venda de nossos agentes irão gerar uma demanda (D_t). Somando todas as ordens de compra (B_t) e todas as vendas (S_t) e dividindo pelo total (N_t) chegamos a uma equação para o excesso de demanda no período t:

$$D_t = \frac{B_t - S_t}{N_t} \; . \tag{2.6}$$

E agora? Estamos simulando o mercado de ações e conseguimos um excesso de demanda. Os agentes inserem ordens de

[5] Sabemos que nossos computadores não são capazes de gerar números aleatórios puros, mas me permita daqui em diante chamá-los apenas de aleatórios.

[6] Apêndice 2.

compra e venda, como resultado temos uma demanda. Mas e o preço? Precisamos sair de nosso excesso de demanda e chegar a uma variação no preço de nosso ativo. Existem diversas formas de realizar esse passo, utilizaremos a proposta de Plerou et al. (2002) apresentada em *Quantifying stock-price response to demand fluctuations* :

$$p_t = p_{t-1}(1 + \tanh(D_t)). \tag{2.7}$$

O preço inicial do ativo é arbitrário. Para o período $t = 0$, o primeiro da simulação, realizaremos uma distribuição aleatória de ordens de compra e venda para nossos agentes. Isso apenas para gerar uma fagulha inicial no mercado. As primeiras duzentas simulações são descartadas. Antes de seguir adiante vale a pena uma pausa. No ponto em que estamos o modelo realiza o primeiro desafio proposto no início do trabalho: simular a bolsa de valores com os menores "blocos" possíveis. Sim, você já viu várias limitações nas proposições que fiz para chegar até aqui, não se preocupe irei falar sobre elas adiante. Ainda não é a hora porque irão surgir mais problemas, deixemos para discuti-los todos de uma vez. Mas agora convido o leitor a realizar algumas simulações em nosso modelo[7], se necessário realize download do NetLogo, é grátis e leve de ser baixado. O modelo no site está completo, com aparatos que ainda veremos. Para realizar simulações apenas com o conteúdo que vimos até agora você irá precisar realizar os seguintes ajustes: a barra onde se encontra as letras "STP" é deslizável, vai de 0.00 até 1.00, deixe ela no valor zero; o botão de nome "Index" encontra-se na posição *On*, mude para posição *Off*; clique no botão "Setup"; em seguida clique em

[7] $http : //modelingcommons.org/browse/one\_model/3985$

"Go!". A simulação que irá se iniciar é pautada nos argumentos propostos até aqui.

Seguindo o conselho que o Rei de Copas [8] ofereceu à Alice vejamos o que temos a seguir. Incluindo mais algumas premissas e nosso modelo será capaz de reproduzir características encontradas na vida real. O primeiro ponto que vamos incluir é a "expectativa do mercado". Para saber se nosso mercado está em situação de *bull* ou *bear market* iremos definir um índice I para nos auxiliar. No trabalho do Shiller ele realizou uma pesquisa com questionários enviado aos investidores para saber como andavam as expectativas. Nosso índice será criado questionando os nossos agentes; em determinado período t levantamos quantos agente acreditam que o preço irá subir e quantos acreditam que os preços irão cair; caso o agente tenha enviado uma ordem de compra computaremos como crença em elevação de preço, se enviou uma ordem de venda o agente expressa opinião de que os preços devem cair: $I = (B - S)/N$. É similar ao calculo da demanda que realizamos anteriormente. A diferença é que a demanda é calculada em todos os períodos, enquanto que I será calculado a cada cinquenta períodos. Essa expectativa do mercado é absorvida de forma diferente pelos agentes: alguns poderão atribuir elevada importância a essa informação, enquanto que outros darão pouco valor a ela. Comparando com os investidores: quando um investidor recebe uma dica de um amigo é como se essa informação entrasse nas equações que vimos anteriormente (Equação 1.4 e 1.5). Quando um investidor ler um jornal, uma revista, e for bombardeado por notícias positivas é como se ele estivesse sendo exposto ao nosso índice I. Enquanto alguns

[8] *"Begin at the beginning, and go on till you come to the end: then stop."* (CARROLL, 2011), pg 44.

investidores darão muito crédito ao que eles leem nos jornais existem outros que serão mais céticos. Por isso cada agente possuirá um fator β [9], $0 \leq \beta \leq 1$, que irá ponderar o quanto o agente acredita no índice. Quando I for positivo ele irá aumentar a possibilidade do agente ofertar uma ordem de compra e reduzirá a chance dele inserir uma ordem de venda, e vice versa. Podemos reescrever as equações 1.4 e 1.5:

$$\gamma_{it}^{b} = \begin{cases} 0, \quad se \quad \dfrac{\sum_{j=1}^{8} b_{jt} + \omega O_{it}^{b}}{8 + \omega} + \beta I < 0, \\ \dfrac{\sum_{j=1}^{8} b_{jt} + \omega O_{it}^{b}}{8 + \omega} + \beta I \quad \text{se} \quad \leq 1, \\ 1, \end{cases} \tag{2.8}$$

$$\gamma_{it}^{s} = \begin{cases} 0, \quad se \quad \dfrac{\sum_{j=1}^{8} s_{jt} + \omega O_{it}^{s}}{8 + \omega} + \beta I < 0, \\ \dfrac{\sum_{j=1}^{8} s_{jt} + \omega O_{it}^{s}}{8 + \omega} + \beta I \quad \text{se} \quad \leq 1, \\ 1. \end{cases} \tag{2.9}$$

Preciso adicionar apenas mais um item em nosso modelo e já iremos verificar os resultados obtidos. Alguns investidores tentam ser rígidos em sua estratégia. Ao decidirem quando comprar e quando vender procuram seguir um plano e evitar que suas emoções atrapalhem os negócios. Aos investidores da vida real é oferecida uma ferramenta chamada *stop*. Nossos agentes também possuirão a oportunidade de utilizar algo parecido. Em Kaminski

[9] β será sorteado de uma distribuição uniforme e cada agente possuirá o mesmo β por toda a simulação.

e Lo (2014) temos um conjunto de regras que ela utilizou para modelar seu trabalho, adaptemos essas regras para os nossos agentes:

$$\rho_{it} = \begin{cases} \text{Comprar se,} & r_t > \delta_i; \\ \text{não op. se,} & -x_i \leq X_{it} \leq \lambda x_i; \\ \text{vender se,} & X_{it} < 0 \quad \text{e} \quad X_{it} < -x_i; \\ \text{vender se,} & X_{it} > 0 \quad \text{e} \quad X_{it} > \lambda x_i. \end{cases} \tag{2.10}$$

Essa estratégia permite que o agente traga seus parâmetros utilizados nas equações anteriores para seus movimentos aqui realizados. O agente que utilizar regras *stop* irá permanecer fora do mercado até que o computador dispare sua ordem de compra. Essa ordem será emitida sempre que o último retorno da ação, r_t[10], ultrapassar uma marca limite (δ_i). Não precisamos realizar suposições sobre como investidor decide qual δ utilizar, sorteemos um valor para agente no início da simulação e ele carregará esse valor por todos os períodos simulados. Depois que o agente entrou no mercado ele necessita dizer para o computador quando sair, quando vender a ação que ele adquiriu. Para isto o agente utiliará seu x_i, o mesmo utilizado na equação da Teoria do Prospecto. O x_i representa a meta do agente. Lembre-se que nosso agente se comporta de acordo com a Teoria do Prospecto, então ele sofre mais com as perdas do que com os ganhos. Para equilibrar essa diferença percebida entre perdas e ganhos o agente utiliza o λ. Portanto, em cada período t o agente estará em uma, e apenas uma, das linhas da Equação 1.10. Pronto! Estamos aptos a prosseguir, venha conferir o modelo em funcionamento.

[10] $r_t = ln(p_t) - ln(p_{t-1})$

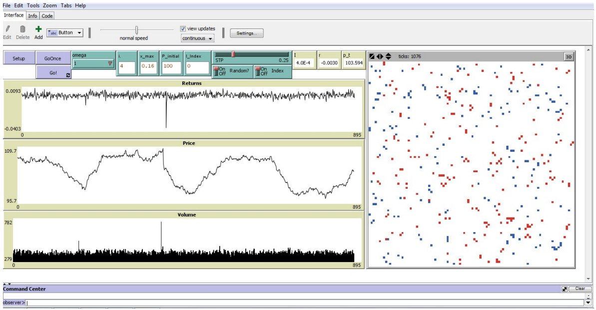


Figura 3 – Interface NetLogo

2.1 Dinâmica do Modelo

Antes de adentrar nos resultados vejamos o modelo em funcionamento. Nesta sessão veremos a operacionalização do modelo; como os parâmetros descritos acima serão assimilados pelos agentes; e como interpretar a interface que o NetLogo nos permite utilizar. A Figura 3 mostra a interface para nos comunicarmos com o modelo. O primeiro botão a esquerda, *Setup*, necessita ser acionado sempre que se inicie uma simulação. Ele é o responsável por distribuir entre os dez mil agentes todas as propriedades que criamos durante a construção do modelo. Cada agente irá receber: um valor individual para β; um valor individual para δ; um valor para sua meta x (mais de um agente receberá o mesmo valor); e um valor para o ω (todos possuirão o mesmo valor). Os agentes serão distribuídos entre os grupos que utilizarão ordens $STOP$ e agentes que não utilizarão.

Para propriedade $STOP$ é necessário olhar a barra com nome STP. Esta barra irá permitir que modifiquemos a proporção de agentes que utilizam essa estratégia. Quando a barra estiver posicionada em 0.50 significa que cinquenta por cento dos agentes irão operar utilizando estratégia *STOP*, 0.00 significa que nenhum agentes irá utilizar ordens *STOP* e assim por diante. O botão *Index* com opção *On* e *Off* serve para deixar ativo e inativo a opção índice de mercado, que insere na equação de nossos agentes a expectativa de mercado. Ao mesmo estilo existe um botão de nome *Randon?* que na posição *On* modifica em cada nova simulação as sementes que geram os números pseudo aleatórios. Se estiver na posição *Off* a semente será a mesma em diferentes simulações, o que permitirá ao observador repetir as séries de resultados em diferentes simulações. Ao clicar em *GoOnce* será simulado um único período, saindo de $t = 0$ para $t = 1$. Se você clicar em *Go!* serão simulados subsequentes períodos e somente será interrompida a simulação quando você clicar novamente no botão.

Com a simulação em andamento é possível modificar alguns parâmetros. O ω possui algumas opções disponíveis em um botão que fica ao lado das opções *GoOnce* e *Go!*. Todos os agentes possuirão em nossas simulações o mesmo ω e quando você modificar o valor o sistema irá trocar o valor do ω presentes em todos os agentes pelo novo valor escolhido. A caixa de diálogo com nome *I_index* permite que você realize um choque no índice I, e.g, se você escrever nela o valor 0.25 e acionar enter em seu teclado, o índice será calculado na forma convencional e será acrescido do valor 0.25 que você inseriu.

Por último, mas não menos importante, vejamos a distribuição das metas entre os agentes. Já sabemos que ela ocorre de maneira exógena, somos nós que iremos determinar quais serão as metas disponíveis para os agentes escolherem. Para isto

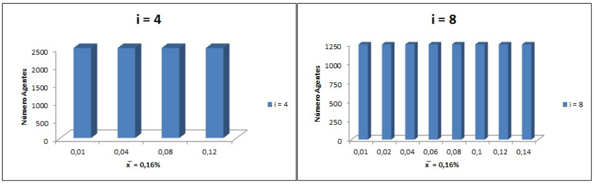


Figura 4 – Distribuição de Expectativas

seguiremos a seguinte ordem: primeiro você escolhe um limite superior para as metas, um valor máximo para o qual nenhum agente poderá desejar ganhar além, insere-se esse valor na caixa de diálogo *x_max* e ele será o limite superior das metas. É um valor em porcentagem, então inserir 0.10 significa que dez por cento será o limite superior da expectativa de ganho. Quando o programa souber qual o limite máximo dos ganhos ele irá dividir os agentes em diferentes grupos de expectativas, entre zero e o valor estabelecido. Para isso o programa utiliza o valor que estiver presente na caixa de diálogo *i.* (inserir apenas números inteiros positivos). A Figura 4 exemplifica o resultado encontrado quando o limite superior da meta for igual a dezesseis por cento, dividindo os agentes em quatro e oito grupos de expectativas. Quando os agentes estão divididos em quatro grupos cada grupo possuirá dois mil e quinhentos integrantes. O primeiro grupo possuirá meta próximo de zero e serão os agentes, conforme disse antes, representantes de nossos investidores tipo *daytraders*.

Na parte inferior esquerda da Figura 3 você visualiza três séries: a superior é a série de retornos, a inferior representa o volume [11] negociado em cada período, e entre elas temos a série

[11] Dado que cada agente pode adquirir apenas uma unidade de ativo, nossa definição de volume será a soma das ordens inseridas em t.

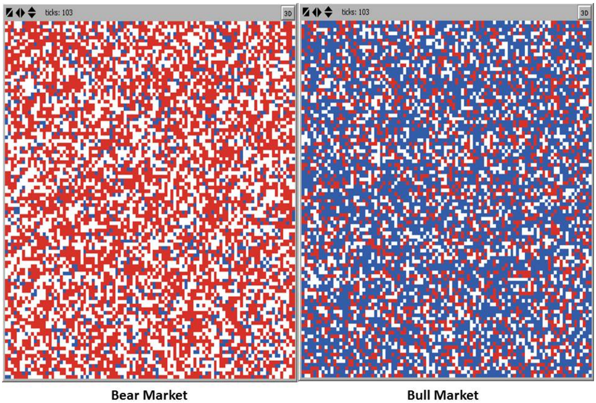


Figura 5 – Bull/Bear Market

de preços que emerge da interação de nossos agentes. No lado direito é exibido o painel (grid).Nele você visualiza os dez mil agentes, cada quadrado representando um agente. Cada agente pode possuir três cores: azul, vermelha e branca. Quando o agente enviou uma ordem de compra no período corrente ele será visualizado no grid com a cor azul, caso ele tenha enviado uma ordem de venda ele possuirá a cor vermelha, restando a cor branca para os agentes que não enviaram ordens no período. Assim, em momentos de *bull market* teremos um número maior de agentes com a cor azul, enviando ordens de compra. O inverso, teremos um predomínio da cor vermelha pois os agentes estarão inserindo um número superior de ordens de venda, situação exemplificada na Figura 5.

Essa sessão teve como objetivo familiarizar o leitor com a dinâmica do modelo, apenas uma aproximação superficial de como o nosso mercado fictício se desenrola. Agora podemos adentrar em suas propriedades estatísticas e descobrir quão próximos estamos de um mercado real.

3 Resultados

Neste capítulo veremos que algumas propriedades estatísticas que emergem da interação dos agentes são compatíveis com dados empíricos. Alguns resultados interessantes encontrados foram: os agentes apresentam Efeito Disposição e a utilização de ordens *Stop* é capaz de anular esse efeito; a série de preço sofre com ocorrências de *mini flash-crash*; o volume de negociação aumenta quando aumenta a volatilidade no preço do ativo; *overconfidence* induz elevação no volume de negociação. Passemos agora a ver em detalhes os resultados encontrados.

3.1 Reproduzindo mercados gaussianos e não gaussianos

Um dos eventos que mais tem intrigado os economistas nos últimos anos é a ocorrência de *mini flash-crash* em ações negociadas em diversas bolsas de valores. Um *mini flash-crash* é o nome dado a um momento particular no preço de uma ação, onde o preço dessa ação despenca de forma abrupta e retorna a seu nível anterior em questão de poucos segundos. Esse evento pode ocorrer simultaneamente em diversas ações fazendo com que um índice inteiro sofra esse mesmo destino. Quando um índice, e.g. Down Jones ou Ibovespa, é submetido a esse evento chamamos apenas de um *flash-crash*. Uma descrição mais detalhada desse evento pode ser encontrada em Demos et al. (2014).

A Figura 6 (compare com a Figura 7) e a Tabela 1 ilustram as propriedades estatísticas típicas encontradas em uma série de preços que sofreu um *mini flash-crash*. Fato presente

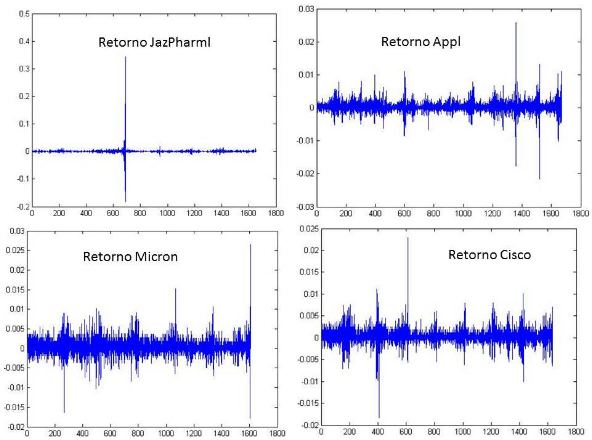


Figura 6 – Mini flash-crash, exemplos reais

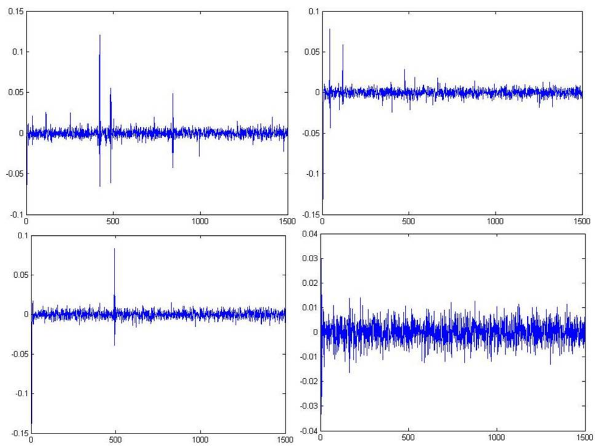


Figura 7 – Modelo reproduzindo mini flash-crash; ω = 10; i. = 4; x_max = 0,16; % ag. Stop = 25

Ação	Período	Curtose	teste Liliefors	Rej. Normalidade?
Abott Labs	19/04 - 31/05 de 2011	15.4	0.001	Sim
Cisco System	20/07 - 29/07 de 2011	24.3	0.001	Sim
Core Molding	19/08 - 31/08 de 2011	9.7	0.001	Sim
Apple	16/03 - 30/03 de 2012	24.3	0.001	Sim

Tabela 1 – Retorno das ações que sofreram mini flash crash não possuem distribuição normal.

em todas essas séries é a ocorrência de eventos extremos. Uma série de dados que foi originada de uma distribuição gaussiana deve possuir poucos eventos extremos, a curtose é o nome da métrica utilizada para medir a quantidade de eventos extremos: a distribuição normal possui uma curtose igual a três; inferior a isso estamos diante de uma série que possui menos eventos extremos do que prevê a distribuição gaussiana; valores acima de três indicam presença elevada de eventos extremos. Para verificar a hipótese de normalidade dos dados podemos utilizar o teste *Liliefors*. Esse teste é utilizado para amostras pequenas de dados. Ele realiza diversas amostragens artificiais utilizando simulações de monte carlo para verificar se os dados estudados convergem para uma distribuição normal ou não. O resultado do teste é um valor entre 0,001 e 0,500, onde 0,500 significa que os dados são oriundos de uma distribuição normal, enquanto que 0,001 significa que devemos rejeitar a hipótese de normalidade dos dados.

Quando dividimos os agentes em poucos grupos de expectativas, baixo nível de heterogeneidade, a curtose encontrada foi elevada e o teste de normalidade foi rejeitado. Conforme aumenta-se o número de grupos de expectativa a série de retorno aproxima-se da normalidade. Alguém poderia dizer que isso seria apenas uma manifestação da lei dos grandes números.

% Ag. ordens Stop	i.	Curtose	teste Liliefors	Rej. Normalidade?
0	2	25,7	0,001	Sim
0	3	21,2	0,001	Sim
0	4	12,4	0,001	Sim
0	6	6,7	0,138	Sim
0	8	3,0	0,186	Não
0	12	2,9	0,190	Não
0	16	2,9	0,235	Não
0	32	2,9	0,117	Não

Tabela 2 – Análise dos log-retornos do modelo, sem inclusão de agentes STOP;ω = 10; x_max = 0,16

Todavia, temos um ponto interessante aqui. Pode ser que o efeito manada seja condição necessária, mas não suficiente, para gerar *falsh-crash*. Além da presença do efeito manada é necessário que tenhamos pouca heterogeneidade de expectativa. As Tabela 2 e Tabela 3 analisam os retornos gerados pelo modelo e verificam a hipótese de normalidade em suas séries. Os modelos utilizados pela Santa Fe Institute Artificial Stock Market sugerem que seus retornos também convergem para normalidade. Isso ocorre depois que os agentes participantes do SFI-ASM encontram suas estratégias ótimas, i.e., depois que o algorítimo genético utilizado pelos agentes convergem para a melhor estratégia. Então, não é um fato novo que um modelo seja capaz de reproduzir ambas as situações, porém pode ser que este modelo generalize os resultados encontrados nas duas famílias de modelos anteriormente citadas.

Então, até agora conseguimos reproduzir alguns resultados na literatura. Vejamos mais a fundo para entender a importância desses resultados. A família de modelos que se originou com o trabalho de Brock e Hommes (1998) conseguiram encontrar resultados interessantes. Kukacka e Barunik (2013), por

% Ag. ordens Stop	i.	Curtose	teste Liliefors	Rej. Normalidade?
5	4	16	0,001	Sim
10	4	16	0,020	Sim
20	4	22	0,001	Sim
30	4	23	0,138	Sim
40	4	14	0,186	Sim
50	4	10	0,190	Sim

Tabela 3 – Análise dos log-retornos do modelo após a inclusão de agentes STOP; ω = 10; x_max = 0,16

exemplo, conseguiu reproduzir com o modelo comportamentos reportados empiricamente: (i) o efeito manada; (ii) *overconfidence*; (iii) sentimento de mercado. E mostrou que esses podem ser a origem dos eventos extremos encontrados nas séries financeiras do mundo real. Entretanto, eles utilizam baixa heterogeneidade de expectativa. Em geral os *Heterogene Agents Model* (H.A.M), como são conhecidos os modelos dessa família, possuem entre dois e quatro níveis de heterogeneidade de expectativa. Kukacka e Barunik (2013) utilizou um H.A.M. com três grupos de expectativas em seu modelo. Ao reproduzir esses resultados chegamos a mesma conclusão que Kukacka e Barunik (2013), porém com a ressalva de que também necessitamos de baixa heterogeneidade de expectativas. Não é o objetivo deste trabalho se aprofundar nas causas que originam este resultado. Todavia, pode ser uma pista de que em momentos de euforia ou de pânico as crênças das pessoas convirjam. Nesses momentos estaríamos na presença de um mercado com baixa heterogeneidade de expectativa e como os demais itens, citados acima, já estão presentes temos todos os ingredientes para um mercado não eficiente, não gaussiano. Ainda, isso poderia explicar porque em grande parte do tempo o mercado aparenta ser gaussiano, com retornos bem comportados, mas uma vez que se inicia um processo de *crash*, um evento extremo, temos um período subsequente de volatilidade. Esse ponto necessitaria de maiores estudos para verificar se essa conjectura se sustenta.

3.2 *Overconfidence*, e Sentimento de Mercado

Iniciemos pelo princípio. Nossas Equações 1.4, 1.5, e 1.8 e 1.9 possuem o parâmetro ω que, sugeri, pode induzir *overconfidence* em nossos agente. Falemos um pouco sobre esse ponto, em seguida discutiremos o sentimento de mercado. A respeito desse fenômeno conhecido como *overconfidence*, você sabe do que se trata? Permita-me esclarecer. Para isto pensemo nos casos extremos: alguém com zero de *overconfidence*, o extremo oposto teríamos alguém que só considera sua informação própria. O primeiro parágrafo do Capítulo XIV da biografia de Livermore (presente na nota de rodapé desta página)[1] exemplifica o que pretendo dizer. Algumas pessoas possuem virtualmente zero de *overconfidence* e seguem dicas de outras pessoas, enquanto outras pessoas, e.g. o Livermore, desconsideram totalmente as dicas, elas são muito confiantes em si mesmas. Seria o modelo capaz de reproduzir essa situação? Sim, veja no Apêndice 3 a demonstração

[1] *TIPS! How people want tips! They crave not only to get them but to give them. There is greed involved, and vanity. It is very amusing, at times, to watch really intelligent people fish for them. And the tip-giver need not hesitate about the quality, for the tip-seeker is not really after good tips, but after any tip. If it makes good, fine! If it doesn't, better luck with the next. I am thinking of the average customer of the average commission house. There is a type of promoter or manipulator that believes in tips first, last and all the time. A good flow of tips is considered by him as a sort of sublimated publicity work, the best merchandising dope in the world, for, since tip-seekers and tip-takers are invariably tip-passers, tip-broadcasting becomes a sort of endless-chain advertising. The tipster-promoter labours under the delusion that no human being breathes who can resist a tip if properly delivered. He studies the art of handing them out artistically.* pg 140 (LEFEVRE, 2012)

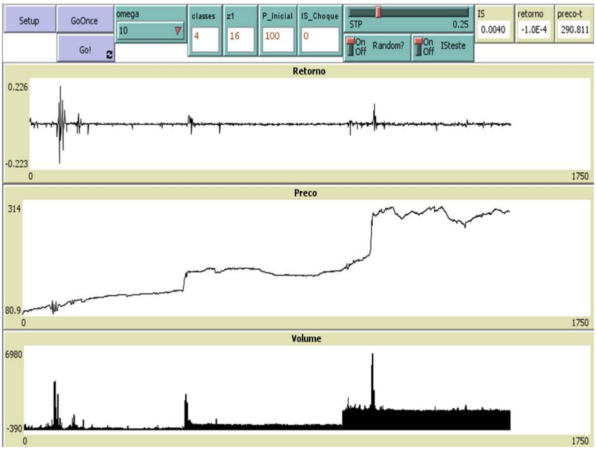


Figura 8 – Overconfidence; i. = 4; x_max = 0,16; % ag. Stop = 25

matemática. O modelo é flexível o suficiente para conter tanto agentes tipo Livermore quanto agentes tipo *tip-takers*.

Apesar do modelo comportar valores de ω individuais não consegui identificar resultados significativos na presença de uma ecologia de omegas, para não confundir o leitor irei poupa-lo da exposição desses resultados. Entretanto, quando o valor de ω é modificado de forma generalizada, quero dizer, atribuindo um mesmo valor de ω a todos os agentes, algo interessante emerge. O volume negociado responde positivamente às alterações em ω. Na Figura 8 temos uma simulação com ω inicial igual a $0,1$, em seguida eleva-se o para $1,0$, e no final da simulação o ω é igual a $10,0$, de modo que o volume negociado eleva visivelmente com o aumento de ω. Isso é recorrente e pode ser verificado em qualquer simulação. Ainda sobre o volume negociado, visualizando na parte inferior da Figura 8, note que quando temos grandes oscilações

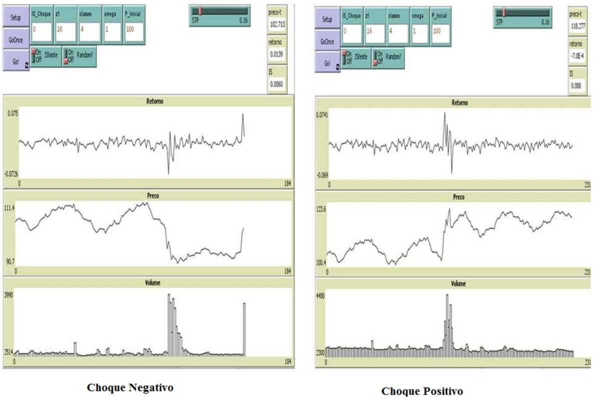


Figura 9 – Sentimento de mercado; i. = 4; x_max = 0,16; % ag. Stop = 25

na parte superior, nos retornos temos picos de negociações com grandes volumes de transações. Estudos adicionais podem ser feitos para entender melhor as implicações em alterações para valores individuais de ω. Conversemos um pouco sobre nosso índice de sentimento de mercado.

Os trabalhos recentes que utilizam os modelos *Heteregones Agent Models* têm inserido em seus modelos o sentimento de mercado e os resultados foram que os modelos conseguiram simular *mini falsh-crash*, como já vimos. O modelo que construímos aqui também permite modelar esse fenômeno. O que acontece na Figura 9 é uma opção que o modelo fornece, de realizar choques no sentimento de mercado. Isso teria paralelo na mundo real? Sim, e.g., o que aconteceu com as ações da Petrobras em oito de novembro de 2007 quando foi anunciada oficialmente a descoberta das reservas do pré-sal. Foi um choque na expectativa do mercado. As ações dispararam mais de dez por cento em um único dia de negociação, e acumularam mais de trinta por cento de valorização no acumulado dos dias seguintes. Isso difere do *mini flash-crash* que discutimos anteriormente. Aqui os preços não retornam em pouco instantes para seu valor anterior, agora o preço se estabiliza em um novo patamar e passa a ter sua dinâmica usual neste novo patamar. Os modelos H.A.M incluem o sentimento de mercado mas não propõem essa visualização gráfica, que é recorrente empiricamente, conforme exemplifiquei no caso da PETR4.

Essa sessão foi mais descritiva do que estatística. Todavia, o ponto é que conseguimos reproduzir os resultados das duas grandes famílias de modelos, isso partindo de princípios mais modestos, mais simples. Caso você necessite simular a bolsa de valores há indícios de que você o pode fazer partindo dos pressupostos que sugeri aqui, seria uma boa utilização da Navalha de Occam. Deixei para o final o que talvez seja o resultado mais interessante deste trabalho, vejamos a diferença de comportamento entre nossos agentes que utilizam ordens *Stop* e os demais.

3.3 Vencendo o Efeito Disposição

Novamente não estamos fazendo nada de novo, Li e Yang (2013) constrói um modelo que utiliza a Teoria do Prospecto para induzir o Efeito Disposição. O modelo de Li e Yang (2013) não se enquadra em nenhuma das duas grandes famílias que eu venho comentando. No modelo proposto por eles, os agentes otimizam uma função utilidade e o modelo converge para um equilíbrio geral, fato corriqueiro em modelos econômicos, e ela consegue verificar que é possível modelar o Efeito Disposição na bolsa de valores utilizando a Teoria do Prospecto. Aqui confirmamos esse resultado, nossos agentes também apresentam Efeito Disposição.

Simulações com 1.000 períodos	Agentes STOP média de permanência com ações **vencedoras**	Agentes sob Efeito Disposição, média de permanência com ações **vencedoras**	Agentes sob Efeito Disposição, média de permanência com ações **perdedoras**	Agentes STOP média de permanência com ações **perdedoras**
1	283	196	408	88
2	266	190	381	84
3	226	171	319	126
4	136	119	240	85
5	236	148	364	63
6	175	137	326	170
7	239	249	255	233
8	277	128	387	188
9	177	136	227	41
10	372	202	482	40
Média *	239 (±42)	168 (±26)	339 (±51)	112 (±41)

Tabela 4 – Anulando o Efeito Disposição. $\omega = 10$; i. = 4; x_max = 0,16; % ag. Stop = 25

* Intervalo de confiança com nível de significância de 5%

Diversas podem ser as origens desse fenômeno, o Efeito Disposição, em que os investidores tendem a permanecer por mais tempo com ações perdedoras do que com as ações vencedoras. Entenda-se ações vencedoras como ações que estão apresentando lucro ao investidor. Os agentes, em nosso modelo, ao serem guiados pela Equação 1.2 apresentam esse comportamento definido como Efeito Disposição. Na Tabela 4 podemos ver, com uma margem de confiança de 95%, que os agentes sujeitos à T.P. seguram as ações perdedoras por mais tempo, o dobro do tempo.

E com a inclusão dos agentes *Stop*, o que aconteceu? Os agentes que utilizam ordens tipo *Stop* ficaram com suas ações vencedoras por mais tempo. Eles não só deixaram de sofrer o Efeito Disposição como ainda passaram a segurar suas ações vencedoras por mais tempo, em média. Kaminski e Lo (2014) sugerem que utilizar ordens *Stop* em mercados não gaussianos aumenta o lucro para o investidor. Nossa constatação de que os agentes deixam de sofrer o Efeito Disposição ao utilizar ordens *Stop* pode ser um indício do por quê. Todavia, no momento de construção de nossos agentes não atribuímos riqueza a eles, portanto não foi possível verificar se eles aferiram ganhos ao utilizar essa estratégia, desconfio que sim. Mais um ponto para futuras investigações.

Outro ponto que merecer ser comentado é se a inserção de ordens *Stop* aumentam ou não a volatilidade do mercado. Kaminski e Lo (2014) provaram matematicamente que esse tipo de ordem é capaz de reduzir a volatilidade do retorno na carteira de um investidor, i.e., individualmente a resposta é sim, ordens *Stop* reduzem a volatilidade de uma carteira de ativos. Para o mercado? Aqui os resultados estatístico foram inconclusivos. Com a inclusão de agentes *Stop* o mercado torna-se mais volátil, e a partir de um ponto a volatilidade passa a reduzir novamente. Menciono "volatilidade" no sentido de mais ou menos gaussiano, quero dizer, maior ou menor presença de eventos extremos e o teste de normalidade que já vimos. Todavia, ao realizar diversas simulações é possível observar que o padrão de *crashs* se altera quando temos agentes operando ordens *Stop*. Os *mini flash-crash* que o modelo produz quando temos agentes *Stop* são parecidos com os que visualizamos nas séries de preços reais. O modelo traz indícios de que as ordens *stop* podem ser um fator importante na ocorrência de *mini flash-crash*, ponto esse que pode ser verificado em futuros trabalhos.

Considerações

O nome inicial desta sessão era "Limitações do modelo", como sei que alguns leitores pulam direto para as "Considerações Finais" resolvi armar esta arapuca. Tenho realizado diversas afirmações, e optado pela estilização de alguns fatos, de modo que é interessante discursar sobre eles antes de concluir esta dissertação. Irei tomar a liberdade de utilizar alguns termos mais técnicos nesta sessão, mais acredito que para o propósito a que ela se destina isso não será um empecilho. Aconselho o leitor a não fugir desta arapuca.

As limitações que este modelo se defronta são de duas naturezas. A primeira, deve-se às estilizações realizadas no momento da construção de nossos agentes. A segunda, mais geral, se origina da forma que escolhemos para os agentes interagirem. Como em vários momentos temos uma imprevisibilidade presente, e.g, após a Equação 1.2 o agente possui uma probabilidade de sair do mercado, isso pode gerar a questão: os resultados encontrados devem-se realmente ao item estudado ou ao fato de termos aleatoriedade em diversos locais? De modo geral a crítica pode ser essa. Ao possuir heterogeneidade em diversos locais ao mesmo tempo pouco poder-se-ia afirmar sobre modificações em variáveis específicas. Contra ponto a isso, sistemas mais complexos que esse são estudados na biologia e as características que emergem explicam os fatos que por eles são observados na natureza. Outro problema, o tipo de mercado utilizado para a interação dos agentes, *call market*, é um caso particular dos mercados existentes, existe também o *continuos market*, entre outros. No *call market* para formação de cada preço temos um leilão, todas as ordens são registradas e um preço único é formado. No *continuos mar-*

ket o livro de ofertas é aberto, você entra e compra pelo preço mais barato disponível, ou vende pela melhor oferta de compra válida. Geralmente os mercados reais são um *mix* dos dois, e.g., a Bovespa realiza um *call* na abertura e no fechamento do pregão, durante o dia as negociações fluem no mercado contínuo. Outro ponto estilizado que usamos, esse mais raro no mundo real, todos os agentes que ofertam conseguem o ativo. Não importa se a quantidade demandada supera a oferta, o preço é estabelecido e todos recebem uma unidade do ativo. Totalmente insano? Não, temos algo similar aqui no Brasil: o Tesouro Direto. Quando você opera no Tesouro Direto não existe o risco de você não conseguir seu título. Por exemplo, se você quiser comprar uma LFT e registar uma ordem de compra na segunda-feira, na quarta-feira você irá receber sua LFT. Não importa se a quantidade demandada supere a oferta, o Tesouro irá verificar o preço corrente e lhe entregar o seu título.

Limitação de primeira ordem: o número de vizinhos que cada agente possui é fixo e o peso dado para cada vizinho é igual. Esse fato auxilia na programação e no desenvolvimento do modelo. Todavia, pode-se argumentar que na vida real o número de vizinhos não é fixo e que o peso atribuído a opinião de diferentes vizinhos não é o mesmo, e.g., se um de seus vizinhos é o Warren Buffett você provavelmente irá atribuir um peso maior a dica fornecida por ele. Outro ponto, a escolha da meta máxima é exógena, assim como o nível de heterogeneidade de expectativas. Ainda, além de exógenas elas são fixas por todos os períodos simulados. É uma estilização que provavelmente não encontra suporte empiricamente. Os investidores no mundo real provavelmente não possuem uma mesma meta de ganho por longos períodos, alguns talvez sim, mas dificilmente poderíamos generalizar. Seguindo, algumas escolhas foram realizadas *ad hoc*: o valor limite da zona de probabilidade e o número de períodos em que o índice de mercado é mantido constante, aqui escolhido como cinquenta. Não existe razão específica alguma que sustente estas escolhas. O índice induz ciclos de *momentum* em nossa série de cinquenta períodos, todavia poderia ser escolhido cem, ou duzentos, etc.. Os investidores após aferir um ganho superior a duas vezes a sua meta inicial encerra sua operação, ele entra na zona de certeza. Porque não escolher o triplo? Provavelmente existem outras limitações, por ora são essas as que mais me aguçam o intelecto.

Diante de todas as limitações ainda podemos levar em consideração os resultados aqui apresentados? Lembra-se de nossa epígrafe? Então, primeiramente eu responderia que sim porque o modelo é bonito, a natureza nos leva a uma matemática bonita. Os resultados que emergem são relevantes para a literatura corrente, além de deixar indícios, pulgas atrás da orelha, para alguns pontos que ainda podem ser verificados. Algo que me deixa desconfortável, me intriga, é que na batalha entre os investidores quânticos e os investidores Newtonianos estes últimos aparentam levar vantagem. Eu esperava o resultado oposto a princípio. Todavia, o que me acalma é que um Warrent Buffett, ou um Jesse Livermore, em meu modelo estariam enquadrados como investidores quânticos, de qualquer forma estamos quase no fim. Essa sessão foi escrita de maneira mais livre, mas agora retornemos as formalidades e vejamos às Considerações Finais.

4 Considerações Finais

O objetivo de propor as bases para modelar a bolsa de valores foi atingido com sucesso. Partindo de três premissas pode-se construir um modelo que ofereça resultados observados empiricamente e dialogar com a literatura corrente: (i) os investidores investem com a intenção de aferir lucro; (ii) os investidores possuem contato com outros investidores e com o mercado em geral; (iii) os investidores possuem informação própria. A forma como as informações são formadas, e.g., preço fundamental ou choque em dividendos, não necessitam ser modeladas. A interação entre os investidores e o meio em que estão inseridos irá resultar em uma dinâmica que possui similaridades com o mercado real, as propriedades que emergem podem ser comparadas com as séries empíricas.

Os investidores que se comportam de acordo com a Teoria do Prospecto são induzido a apresentar o Efeito Disposição. Este trabalho contribuiu mostrando que é possível o investidor escapar do Efeito Disposição ao empregar ordens *Stop*. Durante o processo de validação do modelo outro resultado encontrado foi que a geração de eventos extremos, além de necessitar da presença de efeito manada, *overconfidence*, e sentimento de mercado, também necessita que haja baixa heterogeneidade de expectativa.

O modelo também obteve sucesso em reproduzir fenômenos presentes nas séries financeiras reais tais como relação positiva entre alterações no volume negociado e volatilidade dos retornos e a possibilidade de realizar de choques no sentimento de mercado. Alguns resultados poderão ainda ser estendidos, enquanto que algumas limitações podem ser melhor trabalhadas no futuro.

Apêndices

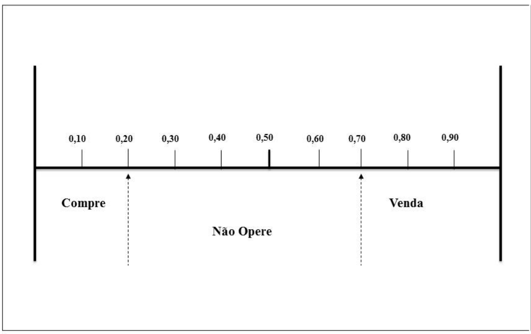
Apêndice 1

Definição do retorno acumulado:

$X_{it} = \frac{p_t - p_{(entrada)}}{p_{(entrada)}}$

Apêndice 2

Por exemplo, suponha $\gamma_{it}^{b} = 0,20$ e $\gamma_{it}^{s} = 0,30$, então $1 - \gamma_{it}^{s} = 0,70$. A figura abaixo exemplifica o resultado final dessa situação.



Apêndice 3

Caso Limermore: $\omega \to \infty$, *overconfidence*:

Como $\omega \to \infty : \gamma_{it} \to O_{it}$, pois Equações 1.4 e 1.5 convergem para $\gamma_{it}^{b} = \gamma_{it}^{s} = O_{it}$, i.e., o agente persegue somente sua informação própria.

Caso investidores tipo *tip-takers*: $\omega \to 0$.

Quando $\omega \to 0$ as Equações 1.4 e 1.5 convergem para:

$$\gamma_{it}^{b} = \frac{\sum_{j=1}^{8} b_{jt} + 0}{\sum_{j=1}^{8} (b_{jt} + s_{jt} + h_{jt}) + 0} \;\text{ e }\; \gamma_{it}^{s} = \frac{\sum_{j=1}^{8} s_{jt} + 0}{\sum_{j=1}^{8} (b_{jt} + s_{jt} + h_{jt}) + 0}\,,$$

ou seja, os agentes perseguem somente as dicas de seus colegas.

Referências

ARTHUR, a. a. Asset pricing under endogenous expectations in an artificial stock market. *Reading*, XXVII, 1997. Citado na página 23.

BARBERIS, N.; XIONG, W. What drives the disposition effect? an analysis of a long-standing preference-based explanation. *the Journal of Finance*, Wiley Online Library, v. 64, n. 2, p. 751–784, 2009. Citado na página 27.

BERNARDO, A. E.; WELCH, I. On the evolution of overconfidence and entrepreneurs. *Journal of Economics & Management Strategy*, Wiley Online Library, v. 10, n. 3, p. 301–330, 2001. Citado na página 39.

BIRRU, J. *Confusion of confusions: A test of the disposition effect on momentum.* [S.l.], 2012. Citado na página 23.

BRANCH, W. A.; EVANS, G. W. Learning about risk and return: A simple model of bubbles and crashes. *American Economic Journal: Macroeconomics*, American Economic Association, v. 3, n. 3, p. 159–191, 2011. Citado na página 23.

BROCK, W. A.; HOMMES, C. H. Heterogeneous beliefs and routes to chaos in a simple asset pricing model. *Journal of Economic Dynamics and Control*, v. 22, n. 8–9, p. 1235 – 1274, 1998. ISSN 0165-1889. Citado 2 vezes nas páginas 23 e 54.

CARROLL, L. *Alice's adventures in wonderland.* [S.l.]: Broadview Press, 2011. Citado na página 42.

COUZIN, I. D. et al. Effective leadership and decision-making in animal groups on the move. *Nature*, Nature Publishing Group, v. 433, n. 7025, p. 513–516, 2005. Citado 3 vezes nas páginas 25, 33 e 39.

DAWKINS, R. *The selfish gene*. [S.l.]: Oxford university press, 2006. Citado na página 19.

DEMOS, G. d. L. et al. Modelos estatísticos alternativos para os mini flash crashes. 2014. Citado na página 51.

EHRENTREICH, N. A corrected version of the santa fe institute artificial stock market model. *Complexity*, 2003. Citado na página 23.

EHRENTREICH, N. Technical trading in the santa fe institute artificial stock market revisited. *Journal of Economic Behavior & Organization*, Elsevier, v. 61, n. 4, p. 599–616, 2006. Citado na página 23.

FAMA, E. F. Efficient capital markets: A review of theory and empirical work. *The Journal of Finance*, Wiley for the American Finance Association, v. 25, n. 2, p. pp. 383–417, 1970. ISSN 00221082. Citado na página 21.

GIOVANINI, A. Remuneração variável e instabilidade financeira. 2014. Citado na página 25.

GUTTAL, V.; COUZIN, I. D. Social interactions, information use, and the evolution of collective migration. *Proceedings of the National Academy of Sciences*, v. 107, n. 37, p. 16172–16177, 2010. Citado na página 33.

HAWKING, S. W. *The illustrated a brief history of time*. [S.l.]: Random House LLC, 1996. Citado na página 32.

HENDERSON, V. Prospect theory, liquidation, and the disposition effect. *Management Science*, INFORMS, v. 58, n. 2, p. 445–460, 2012. Citado na página 23.

KAHNEMAN, D.; TVERSKY, A. Prospect theory: An analysis of decision under risk. *Econometrica*, The Econometric Society, v. 47, n. 2, p. pp. 263–292, 1979. ISSN 00129682. Citado na página 27.

KAMINSKI, K. M.; LO, A. W. When do stop-loss rules stop losses? *Journal of Financial Markets*, Elsevier, v. 18, p. 234–254, 2014. Citado 4 vezes nas páginas 30, 44, 60 e 61.

KUKACKA, J.; BARUNIK, J. Behavioural breaks in the heterogeneous agent model: The impact of herding, overconfidence, and market sentiment. *Physica A: Statistical Mechanics and its Applications*, v. 392, n. 23, p. 5920 – 5938, 2013. ISSN 0378-4371. Citado 4 vezes nas páginas 23, 25, 54 e 55.

LEBARON, B.; ARTHUR, W. B.; PALMER, R. Time series properties of an artificial stock market. *Journal of Economic Dynamics and control*, Elsevier, v. 23, n. 9, p. 1487–1516, 1999. Citado na página 23.

LEFEVRE, E. *Reminiscences of a stock operator*. [S.l.]: John Wiley & Sons, 2012. Citado 2 vezes nas páginas 25 e 56.

LEONARD, N. E. et al. Decision versus compromise for animal groups in motion. *Proceedings of the National Academy of Sciences*, v. 109, n. 1, p. 227–232, 2012. Citado na página 33.

LI, Y.; YANG, L. Prospect theory, the disposition effect, and asset prices. *Journal of Financial Economics*, Elsevier, 2013. Citado na página 59.

MARKOWITZ, H. Portfolio selection*. *The journal of finance*, Wiley Online Library, v. 7, n. 1, p. 77–91, 1952. Citado na página 34.

ODEAN, T. Are investors reluctant to realize their losses? *The Journal of Finance*, Blackwell Publishing Ltd, v. 53, n. 5, p. 1775–1798, 1998. ISSN 1540-6261. Citado na página 27.

PLEROU, V. et al. Quantifying stock-price response to demand fluctuations. *Phys. Rev. E*, American Physical Society, v. 66, p. 027104, Aug 2002. Citado na página 41.

SHILLER, R. J. Measuring bubble expectations and investor confidence. *The Journal of Psychology and Financial Market*, v. 1, n. 1, p. 49–60, 2000. Citado na página 29.

SHILLER, R. J.; BELTRATTI, A. E. Stock prices and bond yields: Can their comovements be explained in terms of present value models? *Journal of Monetary Economics*, v. 30, n. 1, p. 25 – 46, 1992. ISSN 0304-3932. Citado na página 24.

SHLEIFER, A.; SUMMERS, L. H. The noise trader approach to finance. *The Journal of Economic Perspectives*, American Economic Association, v. 4, n. 2, p. pp. 19–33, 1990. ISSN 08953309. Citado 2 vezes nas páginas 25 e 35.

SUHADOLNIK, N.; GALIMBERTI, J.; SILVA, S. D. Robot traders can prevent extreme events in complex stock markets. *Physica A: Statistical Mechanics and its Applications*, Elsevier, v. 389, n. 22, p. 5182–5192, 2010. Citado 2 vezes nas páginas 20 e 33.

SUMPTER, D. J. *Collective animal behavior*. [S.l.]: Princeton University Press, 2010. Citado na página 33.

SVENSON, O. Are we all less risky and more skillful than our fellow drivers? *Acta Psychologica*, Elsevier, v. 47, n. 2, p. 143–148, 1981. Citado na página 39.

TVERSKY, A.; KAHNEMAN, D. Loss aversion in riskless choice: A reference-dependent model. *The Quarterly Journal of Economics*, Oxford University Press, v. 106, n. 4, p. 1039–1061, 1991. Citado 2 vezes nas páginas 27 e 36.

VACHA, L.; BARUNIK, J.; VOSVRDA, M. How do skilled traders change the structure of the market. *International Review of Financial Analysis*, Elsevier, v. 23, p. 66–71, 2012. Citado na página 23.