

Rafael Peressoni Faraco

**Arbitragem estatística na
estrutura a termo usando
cointegração**

Florianópolis

Março 2015

Rafael Peressoni Faraco

**Arbitragem estatística na estrutura
a termo usando cointegração**

Universidade Federal de Santa Catarina – UFSC

Departamento de Economia e Relações Internacionais

Programa de Pós-Graduação em Economia

Orientador: Prof. Dr. André Alves Portela
Santos

Florianópolis

Março 2015

Ficha de identificação da obra elaborada pelo autor,
através do Programa de Geração Automática da Biblioteca Universitária da UFSC.

Faraco, Rafael

Arbitragem estatística na estrutura a termo usando
cointegração / Rafael Faraco ; orientador, André Portela -
Florianópolis, SC, 2015.

58 p.

Dissertação (mestrado) - Universidade Federal de Santa
Catarina, Centro Sócio-Econômico. Programa de Pós-Graduação em
Economia.

Inclui referências

1. Economia. 2. Arbitragem estatística. 3. Estrutura a
termo. 4. Cointegração. I. Portela, André. II. Universidade
Federal de Santa Catarina. Programa de Pós-Graduação em
Economia. III. Título.

Rafael Peressoni Faraco

Arbitragem estatística na estrutura a termo usando cointegração

Essa dissertação foi julgada adequada para obtenção do Título de “Mestre em Economia”, e aprovada em sua forma final pelo Programa de Pós-graduação em Economia da Universidade Federal de Santa Catarina.

Florianópolis, 1 de Abril de 2015:

Prof. Dr. Roberto Meurer
Coordenador do Curso

Banca examinadora:

**Orientador - Prof. Dr. André Alves
Portela Santos**
Universidade Federal de Santa Catarina

**Prof. Dr. Eraldo Sérgio Barbosa da
Silva**
Universidade Federal de Santa Catarina

Prof. Dr. Guilherme Valle Moura
Universidade Federal de Santa Catarina

Prof. Dr. João Frois Caldeira
Universidade Federal do Rio Grande do Sul

Este trabalho é dedicado a minha família cujo apoio foi importantíssimo durante esses dois anos, ao meu orientador André Portela e ao professor Guilherme Moura, sem os quais esse trabalho não seria realizado.

Resumo

Esse trabalho elabora uma estratégia de arbitragem estatística utilizando trios de maturidades da estrutura a termo. Testes de cointegração foram utilizados para detectar equilíbrios entre os ativos e desvios dessa condição foram explorados. A estratégia foi testada utilizando dois conjuntos de dados, uma base de dados interpolada, de modo a manter as maturidades fixas, e uma base com dados intradiários de contratos de futuro de DI. A estratégia alcançou um excesso de retorno líquido de 17,05%, no período de 14 de janeiro de 2014 a 10 de março de 2014 utilizado para os testes. Além disso, a estratégia se mostrou resiliente, tanto em relação a escolha dos parâmetros, quanto em relação ao patrimônio disponível, indicando boas possibilidades de aplicação prática. Como a estratégia não apresenta *duration* igual a zero nas suas operações, duas alterações foram sugeridas visando diminuir os riscos da estratégia. Mesmo com essas alterações, a estratégia obteve resultados bem promissores.

Palavras-chaves: Arbitragem estatística. Cointegração. Estrutura a termo.

Abstract

This work elaborates a statistical arbitrage strategy using trios of maturities from the term structure of interest rates. Cointegration tests were used to detect equilibriums amongst the different maturities and deviations from that were explored. Two datasets were utilized to test the strategy; the first one used interpolated data in order to have fixed maturities, the second one is composed of DI-Futuro contracts with intraday sampling. The strategy yielded an excess return of 17.05% over the tested period, between January 14, 2014 and March 10, 2014. Besides the return, the strategy showed resilience to changes in the parameters and in relation to the available patrimony. Due to the fact that the trades in the strategy did not have duration equal to zero, two changes are suggested in order to minimize the risk of the strategy. Even with those changes, the strategy showed promising results.

Key-words: Statistical arbitrage. Cointegration. Term structure.

Lista de figuras

Figura 1 – Exemplo de série estacionária	29
Figura 2 – Exemplo de série com raiz unitária .	30
Figura 3 – Série do PIB per capita dos EUA em primeira diferença	31
Figura 4 – Séries F15 e F16 de futuro de DI . .	32
Figura 5 – Combinação linear estacionária das series F15 e F16 de futuro de DI . .	32
Figura 6 – Combinação estacionária encontrada pela estratégia	51
Figura 7 – Comportamento da combinação no período seguinte	52
Figura 8 – Comportamento da combinação após a entrada	54
Figura 9 – Comportamento da combinação du- rante o teste	59
Figura 10 – Comportamento da combinação na janela seguinte	60
Figura 11 – Comportamento da combinação após a entrada	61

Figura 12	– Dados interpolados	65
Figura 13	– Lucro por operação com k simétrico, variando o tamanho da janela e o algoritmo de cointegração	70
Figura 14	– Número de operações com k simétrico, variando o tamanho da janela e o algoritmo de cointegração	71
Figura 15	– Duração média com k simétrico, variando o tamanho da janela e o algoritmo de cointegração	72
Figura 16	– Custo médio com k simétrico, variando o tamanho da janela e o algoritmo de cointegração	73
Figura 17	– Lucro total com k simétrico, variando o tamanho da janela e o algoritmo de cointegração	74
Figura 18	– Duration médio com k simétrico, variando o tamanho da janela e o algoritmo de cointegração	75
Figura 19	– Percentagem de operações lucrativas com k simétrico, variando o tamanho da janela e o algoritmo de cointegração	76
Figura 20	– Dados de contratos reais de futuro de DI	80

Figura 21	– Lucro por operação dado ks e tamanho da janela	89
Figura 22	– Número de operações dados ks e tamanho da janela	90
Figura 23	– Rentabilidade dados ks e tamanho da janela	91
Figura 24	– Porcentagem de operações lucrativas líquidas dados ks e tamanho da janela	92
Figura 25	– <i>Duration</i> médio dados ks e tamanho da janela	93
Figura 26	– Histograma do <i>Duration</i> por operação com janela = 63 e $k^+ = k^- = 2,7$	93

Lista de tabelas

Tabela 1 – Possibilidades de retorno ao equilíbrio	51
Tabela 2 – Quantidade negociada com e sem arredondamento variando c	57
Tabela 3 – Parâmetros ótimos com diferentes restrições	83
Tabela 4 – Resultados financeiros com diferentes restrições e seus respectivos parâmetros ótimos	83
Tabela 5 – Resultados operacionais com diferentes restrições e seus respectivos parâmetros ótimos	84
Tabela 6 – Resultados financeiros com diferentes restrições mas mesmos parâmetros	85
Tabela 7 – Resultados operacionais com diferentes restrições mas mesmos parâmetros	85
Tabela 8 – Perdas para diferentes restrições . . .	86
Tabela 9 – Resultados operacionais variando c , mas mantendo os outros parâmetros constantes	87

Tabela 10 – Resultados financeiros variando c , mas mantendo os outros parâmetros constantes	87
--	----

Sumário

Lista de Abreviaturas	19
Introdução	21
1 Revisão de conceitos	27
1.1 Estacionariedade e cointegração	27
1.1.1 Metodologia Engle-Granger para teste de cointegração	32
1.1.2 Metodologia de Johansen para teste de cointegração	34
1.2 Arbitragem Estatística	37
1.3 Mercado de futuro de DI	41
1.3.1 Preço unitário	42
1.3.2 Ajuste diário	43
2 Descrição da estratégia de arbitragem es- tatística	45
2.0.3 Exemplo de operação	51
2.1 Adequação da estratégia	54
2.1.1 Exemplo de operação com ade- quação	58

3	Análise empírica baseada em dados interpolados	63
3.1	Dados	63
3.1.1	Teste de ordem de integração	65
3.2	Resultados	65
3.3	Análise dos parâmetros	67
3.4	Preferência pela metodologia Engle-Granger	77
4	Análise empírica baseada em dados do futuro de DI	79
4.1	Dados	79
4.1.1	Teste de ordem de integração	80
4.2	Resultados	80
4.3	Análise dos parâmetros	87
5	Limitações da estratégia	95
	Considerações Finais	97
	Referências	99

Lista de siglas

1. BM&F Bolsa de Mercadorias e Futuros
2. c Constante de arredondamento
3. CDI Certificados de Depósito Interbancário
4. DI Depósitos Interfinanceiros
5. DI1 Depósitos Interfinanceiros com vencimento em 1 dia
6. Janela Número de observações utilizadas para cálculo de cointegração
7. k Valor crítico para abertura de posição
8. k^+ Valor crítico positivo para abertura de posição
9. k^- Valor crítico negativo para abertura de posição
10. PU Preço unitário de um contrato de futuro de DI
11. PU de ajuste Preço unitário considerado para o ajuste de um contrato de futuro de DI
12. *Stop* por tempo Duração máxima permitida para as operações (em observações)
13. *Stop* financeiro Valor crítico para fechamento de posição devido ao prejuízo

Introdução

A estrutura a termo de juros é um assunto muito explorado na economia. Por um lado, a macroeconomia busca entender melhor um dos principais mecanismos de transmissão da política monetária. Por outro, o mercado financeiro busca tentar entender, e se possível explorar, um mercado que, somente em dezembro de 2014, teve quase dois trilhões de reais em volume financeiro ¹. Por esses motivos, muitas teorias foram criadas para tentar explicar seu funcionamento. Destaco quatro delas: a teoria de segmentação de mercado, a teoria do hábitat preferido, a hipótese das expectativas racionais pura e a teoria da preferência por liquidez².

Na teoria de segmentação de mercado, as maturidades diferentes não são substitutos. Os investidores têm fortes preferências por maturidades específicas. Isso

¹ Dado retirado de <http://www.bmfbovespa.com.br/shared/iframeBoletim.aspx?altura=3200&idioma=pt-br&url=www.bmf.com.br/bmfbovespa/pages/boletim1/VolumeGeral/VolumeGeral.asp>

² Para mais detalhes sobre as teorias ver [Johnson, Zuber e Gandar \(2004\)](#)

implica em uma segmentação do mercado de títulos, ou seja, em vez de um grande mercado, temos vários mercados menores independentes. O mercado de curto prazo, por exemplo, não é afetado pelas taxas determinadas pelos mercados de médio e longo prazo (ver [Culbertson \(1957\)](#)).

A teoria do hábitat preferido considera a mesma segmentação de mercado vista anteriormente, mas ela inclui a possibilidade de os compradores ou os emissores de títulos modificarem sua opção, dado um prêmio grande o suficiente. Isso faz com que os mercados possuam certa dependência entre si. Uma taxa de juros muito alta em um dos mercados pode atrair compradores e afastar emissores desse mercado, diminuindo a demanda neste mercado e aumentando-a nos outros (ver [Modigliani e Sutch \(1966\)](#)).

De acordo com a hipótese das expectativas racionais puras, as taxas de juros longas seriam iguais à combinação ponderada das expectativas das taxas de juros de curto prazo ao longo do período. Essa teoria implica em uma condição de não-arbitragem, ou seja, investir nas taxas de juros de longo prazo teria o mesmo retorno esperado que investir nas taxas de curto prazo no período. Isso ocorre pois, como não existe uma preferência dos investidores por prazos específicos, as

maturidades se tornam substitutos perfeitos, e como os investidores são racionais, eles procuram a combinação de investimento que dará o melhor resultado final (ver [Longstaff \(2000\)](#)).

A teoria da preferência por liquidez também utiliza expectativas racionais para explicar a estrutura a termo, mas ela considera que existem riscos nos investimentos. Esses riscos exigiriam um retorno maior por parte dos investidores, chamado prêmio de risco. Quanto maior o prazo do investimento, maiores as incertezas ao redor dele e, conseqüentemente, maior seria o prêmio exigido pelos investidores. Essa teoria também implica em uma condição de não arbitragem, mas o retorno das taxas de longo prazo será igual ao retorno de curto prazo no período, acrescido de um prêmio de risco (ver [Hicks \(1946\)](#)).

Os testes de cointegração, primeiramente propostos em [Engle e Granger \(1987\)](#), se mostraram bastante promissores em testar a atuação das expectativas na estrutura a termo. Esses testes buscam encontrar uma relação de longo prazo na qual as series testadas evoluem juntas, e é justamente esse o comportamento previsto pela hipótese das expectativas racionais puras e pela teoria da preferência por liquidez.

Alguns estudos, como [Hall, Anderson e Gran-](#)

ger (1992), confirmaram as previsões da hipótese das expectativas de que os *spreads* entre a taxa de curtíssimo prazo e as taxas de prazo mais longo, o prêmio de risco, são estacionários para as maturidades curtas enquanto, trabalhos como Shea (1992) mostraram que, para maturidades mais longas, essa hipótese não é válida. No entanto, Giese (2008) mostra fortes evidências de que, embora o prêmio de risco não seja estacionário, os *spreads* entre maturidades diferentes da estrutura a termo são, mostrando que existem combinações lineares estacionárias utilizando essas maturidades.

Para o Brasil, alguns estudos, como Marçal e Pereira (2007) e Lima e Issler (2003), também usaram cointegração, dentre outras ferramentas, para testar a hipótese das expectativas. Assim como os estudos internacionais, eles acharam a hipótese insuficiente ou a aceitaram apenas parcialmente.

Este trabalho tem como objetivo testar a existência de combinações lineares estacionárias entre três maturidades diferentes da estrutura a termo brasileira, e elaborar estratégias de arbitragem estatística, usando cointegração, para se aproveitar de desvios dessa condição. A estratégia foi testada utilizando dois conjuntos de dados. Primeiramente, testes preliminares foram feitos utilizando uma base com maturidade fixa. Após

analisar os resultados gerados, a estratégia foi testada utilizando dados reais com amostragem intradiária de contratos de futuro de DI (Depósitos Interfinanceiros) negociados na BM&F.

Arbitragem estatística consiste em identificar um equilíbrio estatístico, em um ou mais ativos, e se aproveitar de desvios desse equilíbrio, sabendo que a probabilidade de retorno a ele é alta. Nesse tipo de estratégia, a decisão de investimento é puramente matemática, sem nenhuma análise quanto aos fundamentos econômicos dos ativos. Um dos principais exemplos é a estratégia de *pairs-trading* popularizada por Nunzio Tartaglia e seu grupo em meados dos anos 80 no Morgan Stanley ³.

Os resultados obtidos foram bastante interessantes, obtendo-se um excesso de retorno de até 17,05%, considerando os parâmetros ótimos. Como as garantias necessárias no mercado de DI podem ser títulos do tesouro, o retorno gerado pela estratégia é somado ao retorno dos títulos, portanto, esse retorno é dado como um excesso de retorno em relação ao retorno obtido pelos títulos. O percentual de acerto da estratégia se mostrou bastante elevado, chegando a 80% de operações

³ Mais detalhes sobre arbitragem estatística e sua história podem ser vistos em [Vidyamurthy \(2004, p. 73\)](#)

lucrativas, já se considerando os custos de transação.

Além dos resultados expressivos, a estratégia elaborada possui algumas características que a tornam bastante atrativa. Ela se mostrou bastante resiliente a mudanças nos parâmetros, o que é importante, pois é muito difícil calibrar quais serão os parâmetros ótimos *a priori*. Além disso, alterações na estratégia básica foram implementadas para diminuir o risco da operação, sem perdas muito grandes de rentabilidade.

O trabalho está estruturado da seguinte forma: no capítulo 1 é feita uma revisão dos principais conceitos teóricos utilizados no trabalho. No capítulo 2, a estratégia implementada está explicada com mais detalhes, incluindo as adequações que foram necessárias para implementá-la na prática. No terceiro capítulo, são apresentados os resultados encontrados nos testes utilizando uma base de maturidades fixas. O quarto capítulo detalha os resultados do *backtesting* feito utilizando dados de contratos efetivamente negociados. Por último, o quinto capítulo apresenta algumas limitações da estratégia apresentada.

1 Revisão de conceitos

Neste capítulo, serão revisados dois conceitos muito importantes para o trabalho. Na primeira seção revisaremos o conceito de estacionariedade e sua importância para a econometria, além de apresentar a cointegração e os principais testes para sua determinação. Na segunda seção, o tópico de arbitragem estatística será abordado em mais detalhes.

1.1 Estacionariedade e cointegração

Em econometria de séries temporais, diz-se que uma série $\{X_t\}$ é estritamente estacionária quando a sua distribuição é invariante no tempo ou seja, a distribuição $F_x\{X_{t_1}, \dots, X_{t_2}\}$ é igual a distribuição de $F_x\{X_{t_1+k}, \dots, X_{t_2+k}\}$. Essa característica, no entanto, é muito difícil de ser encontrada em séries empíricas, e por isso o conceito de estacionariedade fraca, ou estacionariedade em covariância, é mais comumente utilizado. Diz-se que uma série é fracamente estacionária quando:

$$E(X_t) = \mu, \quad (1.1)$$

$$Cov(X_t, X_{t+k}) = \gamma_k, \quad (1.2)$$

$$Var(X_t) = \sigma^2, \quad (1.3)$$

onde $E(X_t)$ é o valor esperado da série no momento t , μ é uma constante e γ_t é uma função de k .

Ou seja, para ser fracamente estacionária, uma série deve ter uma média invariante, sua variância deve ser finita e constante e a covariância entre dois elementos dessa série deve ser função somente da “distância” temporal entre eles. Para simplificar a nomenclatura, a partir deste ponto no trabalho, quando me referir a uma série fracamente estacionária, utilizarei somente o termo estacionária.

Um exemplo de série estacionária é um processo auto regressivo com coeficientes menores do que 1. A Figura 1 nos mostra o gráfico de uma realização da série $y = 0.9y_{t-1} + \epsilon$ onde ϵ é um termo de erro com distribuição normal padrão, ou seja, com média 0 e variância igual a 1. Como podemos observar, os valores de y flutuam ao redor de uma média constante.

Uma série que possui raiz unitária é o contrário de uma série estacionária. Esse tipo de série evolui com

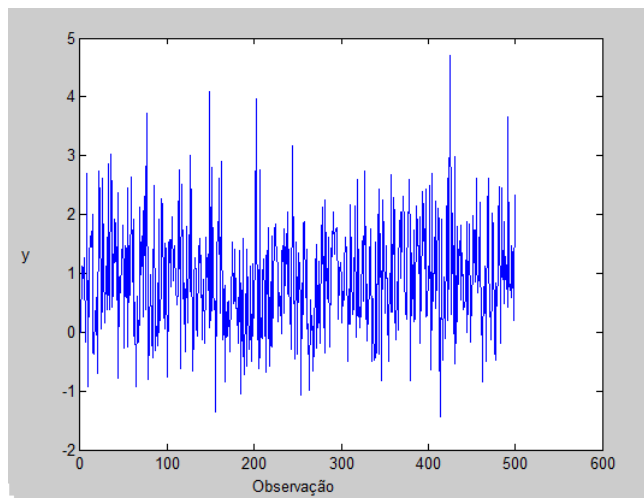


Figura 1 – Exemplo de série estacionária

o tempo, ou seja, seus momentos, como a média e a variância, são uma função do tempo. Um exemplo é a serie do PIB per capita dos EUA entre 1960 e 2011 ¹, essa sequência pode ser vista na Figura 2.

Trabalhar com séries que possuam raiz unitária muitas vezes não é recomendável. Isso ocorre, pois elas podem gerar resultados espúrios ², ou seja, indicar relações entre as variáveis, com p-valores baixos e R^2 elevados, mesmo sem que haja sentido econômico. Nor-

¹ Dados retirados de <http://research.stlouisfed.org/fred2/graph/?id=USARGDPC#>

² Para mais detalhes sobre regressões espúrias ver (GRANGER; NEWBOLD, 1974)

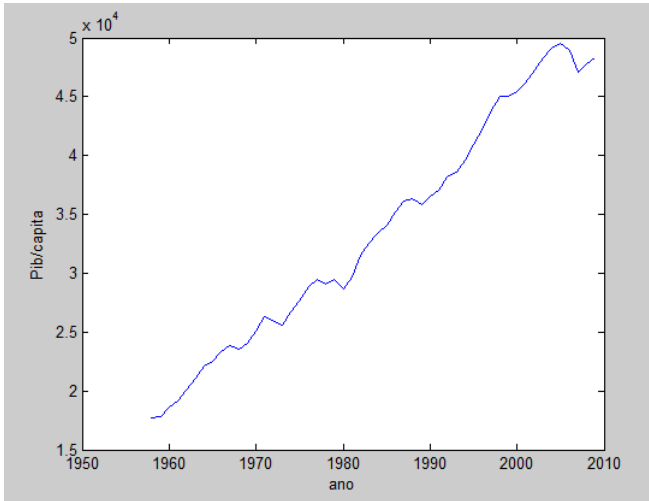


Figura 2 – Exemplo de série com raiz unitária

malmente, a maneira para se resolver esse problema é diferenciar a série com raiz unitária até que se obtenha uma série estacionária. Por exemplo, se tirarmos a primeira diferença na série da Figura 2, obtemos a série da Figura 3, que é estacionária.

No entanto, ao fazer isso, algumas informações se perdem no processo. Uma maneira diferente de trabalhar esses dados é utilizando cointegração. Diz-se que n séries temporais são cointegradas quando todas elas possuem a mesma ordem de integração, ou seja, exigem o mesmo número de diferenciações para se tornarem estacionárias, e existe uma combinação linear entre as

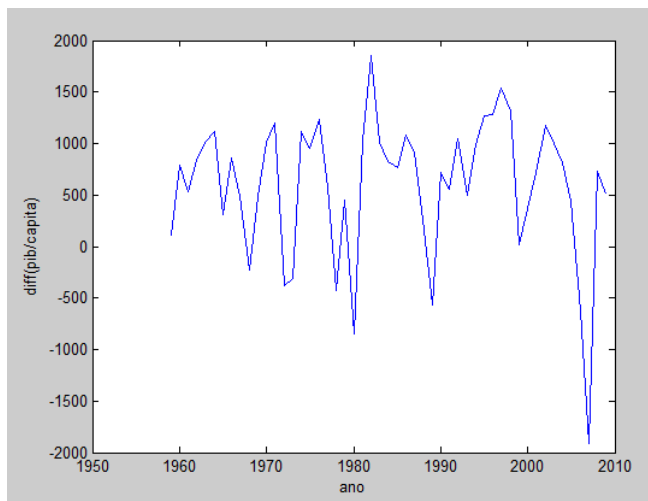


Figura 3 – Série do PIB per capita dos EUA em primeira diferença

séries que possua ordem de integração igual a das séries -1.

Por exemplo, na Figura 4 podemos ver que o preço unitário das séries $F15$ e $F16$ do contrato futuro de DI possuem raiz unitária. No entanto, a combinação linear $21.052 - Pu_{F15} + 0,8369Pu_{F16}$, que pode ser vista na Figura 5, é estacionária.

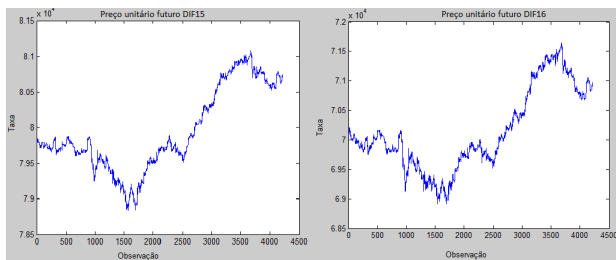


Figura 4 – Séries F15 e F16 de futuro de DI

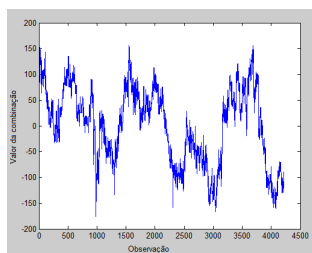


Figura 5 – Combinação linear estacionária das series F15 e F16 de futuro de DI

1.1.1 Metodologia Engle-Granger para teste de cointegração

O primeiro teste de cointegração foi proposto em [Engle e Granger \(1987\)](#). Essa metodologia tem a vantagem de ser bastante simples e intuitiva, embora tenha algumas limitações que serão discutidas mais a frente. Os autores propõem testar a existência de cointegração em duas etapas. Considerando o modelo de combinação linear no qual:

$$x_{1,t} = \beta_1 + \beta_2 x_{2,t} + \dots + \beta_n x_{n,t} + u_t, \quad (1.4)$$

onde $x_{j,t}$ são as séries que desejamos testar a existência de cointegração, n é o número de series e u_t é o resíduo da estimação.

A primeira etapa do teste consiste em estimar o vetor de coeficientes β . Isso é feito utilizando o método dos mínimos quadrados. A segunda etapa do método consiste em testar os resíduos para verificar se eles possuem raiz unitária. Devemos fazer isso, pois, rearranjando a Equação 1.4 obtemos a Equação 1.5.

$$x_{1,t} + \beta_1 + \beta_2 x_{2,t} + \dots + \beta_n x_{n,t} = u_t. \quad (1.5)$$

Essa equação representa o equilíbrio econômico de longo prazo entre as variáveis. Se houver cointegração, as variáveis andarão em conjunto e essa relação de longo prazo será estacionaria. Essa verificação é feita utilizando o teste de Dickey-Fuller aumentado.

Como mencionado anteriormente essa metodologia possui algumas desvantagens. Primeiramente, devemos observar que nem todas as séries que selecionamos podem estar participando da combinação linear, uma

vez que é perfeitamente possível que o coeficiente β seja igual a zero. Isso significa que devemos tomar certo cuidado quando a nossa relação possui mais de duas séries. Um segundo problema é o fato de o ordenamento das séries na equação de equilíbrio afetar o resultado. Dependendo de qual série for escolhida para ser o x_1 , o resultado muda, e não há uma maneira clara de distinguir os possíveis $n - 1$ vetores de cointegração.

1.1.2 Metodologia de Johansen para teste de cointegração

Uma outra maneira de se testar a existência de cointegração pode ser vista em [Johansen \(1995\)](#). A técnica proposta pelo autor pode ser considerada como uma generalização do teste de Dickey-Fuller para o caso multivariado. Para o caso onde as séries são $I(1)$, ou seja, são integradas de primeira ordem, temos a seguinte relação matricial:

$$X_t = A_t X_{t-1} + \epsilon_t, \quad (1.6)$$

onde X_t é um vetor com as variáveis a serem testadas para a existência de cointegração.

Subtraindo X_{t-1} em ambos os lados temos:

$$X_t - X_{t-1} = A_t X_{t-1} - X_{t-1} + \epsilon_t, \quad (1.7)$$

$$\Delta X_t = (A - I)X_{t-1} + \epsilon_t. \quad (1.8)$$

A matriz $A - I$ é estimada usando o método da máxima verossimilhança. O número de vetores de cointegração é igual ao número de linhas linearmente independentes da matriz $A - I$, ou seja, o posto da matriz, e as combinações lineares estacionárias são iguais a essas linhas. O posto dessa matriz pode ser encontrado calculando o número de raízes do seu polinômio característico que são estatisticamente diferentes de zero. Como a matriz $A - I$ não é conhecida, ela é estimada. Dois testes foram criados para encontrar esse valor. A formula de cada um dos testes é dada por:

$$\lambda_{trace}(r) = -T \sum_{i=r+1}^n \ln(1 - \hat{\lambda}_i), \quad (1.9)$$

$$\lambda_{eigenvalue}(r, r + 1) = -T \ln(1 - \hat{\lambda}_{r+1}), \quad (1.10)$$

onde, λ_i é a i -ésima raiz estimada, considerando as raízes em ordem decrescente, ou seja, λ_1 é a maior raiz, T é o número de observações da amostra, n é o numero de raízes e r é o valor do posto que estamos testando.

No primeiro teste, o teste do traço, a hipótese nula é a que o número de raízes estatisticamente diferentes de zero é igual ou menor do que r , contra a alternativa de que esse valor é maior que r . Já no segundo teste, o teste do autovalor, a hipótese nula é a de que o número de vetores de cointegração é igual a r , contra a alternativa de que esse número é igual a $r + 1$.

Os dados financeiros, no entanto, não costumam seguir uma distribuição normal, pois as caudas das distribuições desses dados são muito grossas (ver, por exemplo, Müller, Dacorogna e Pictet (1998)). Por esse motivo, o uso do método da máxima verossimilhança no teste de Johansen faz com que ele talvez não seja o mais indicado ao se trabalhar com esse tipo de dado. Isso ocorre, pois, esse método prevê uma distribuição normal ou uma quantidade suficientemente alta de dados para que se possa considerar a distribuição assintoticamente normal. Como veremos, as quantidades de dados utilizados para os testes de cointegração na estratégia são relativamente pequenas (21, 42, 63 ou 84 observações por teste) e, como estamos trabalhando com dados financeiros, não é seguro assumir uma distribuição normal. Isso talvez explique o porquê dos resultados com o teste de Engle-Granger serem mais estáveis.

1.2 Arbitragem Estatística

Estratégias de arbitragem buscam obter lucros independentemente do movimento do mercado e com baixíssimo risco. Esse tipo de estratégia é possível, por exemplo, em situações onde um mesmo ativo esteja sendo negociado a preços diferentes, em mercados diferentes, e essa diferença seja suficiente para cobrir quaisquer custos de transação.

Suponha, por exemplo, a existência de duas feiras que vendam maçãs iguais em todos os aspectos. No entanto, na primeira feira essa maçã custe x reais, enquanto na segunda o preço seja de $2x$ reais. Supondo que essa diferença de preços é maior do que os custos de transporte e que seja sempre possível comprar e vender as maçãs, uma estratégia de arbitragem pode ser criada para explorar essa diferença. Isso é feito comprando maçãs na primeira feira e vendendo-as na segunda. Essa estratégia nos permite ganhar um lucro sem correr riscos. Note que o valor das maçãs não importa. Ou seja, para a estratégia não importa se o valor das maçãs esteja subindo, descendo ou se mantenha estável, contanto que a diferença de preços persista.

No entanto, se muitas pessoas perceberem essa distorção e aplicarem a mesma estratégia, a demanda

adicional por maçãs fará com que o preço da primeira feira suba. Da mesma forma, a oferta adicional na segunda feira fará com que o preço baixe. Com isso, a distorção entre os mercados será corrigida, e não haverá mais espaço para estratégias de arbitragem. Talvez por isso, muitas dessas estratégias sejam guardadas à sete chaves por seus criadores. Pois, uma vez que muitas pessoas percebam o desequilíbrio do qual a estratégia está tentando tirar proveito, se aproveitar dessa ocorrência se torna mais difícil.

Estratégias de arbitragem estatística possuem o mesmo objetivo: obter lucros com baixíssimos riscos e com baixa correlação com o mercado. Mas para atingir esse fim, essas estratégias se utilizam de relações estatísticas entre os ativos. Ou seja, primeiro identificamos uma relação estatística de equilíbrio entre os ativos. Quando essa relação desviar do equilíbrio, sabemos que a probabilidade de retorno é muito alta. Com isso, é possível prever como esses ativos se comportarão em um futuro próximo, e assim obter um retorno com baixo risco.

A estratégia de arbitragem estatística mais conhecida é o *pairs-trading*. Essa estratégia consiste em identificar uma relação de equilíbrio entre dois ativos, e explorar desvios dessa condição. Ela se baseia na ideia

de preços relativos e de que ativos similares tendem a ser precificados de forma semelhante (vide [Vidyamurthy \(2004, p. 8\)](#)). Uma maneira simples de se fazer isso é utilizando o *spread* entre dois ativos historicamente correlacionados. Quando esse valor se afasta muito de sua média, a operação é aberta. Quando essa diferença retorna para próximo da média, a operação é fechada.

O mercado de ações não é o único onde essas relações podem ser encontradas. Em [Chua, Koh e Ramaswamy \(2005\)](#), por exemplo, os autores criaram uma estratégia de arbitragem estatística utilizando maturidades diferentes da curva de juros como ativos alvos. Eles utilizaram a ideia de que a curva de juros reverte para uma curva média, baseada em dados históricos, e quando há um desvio grande dessa média, seja no nível, na inclinação ou na curvatura da curva de juros, a operação é aberta.

Da mesma forma, a correlação entre ativos não é a única relação estatística que nos dá um equilíbrio entre eles. A cointegração, por exemplo, também pode ser utilizada para essas estratégias, uma vez que ela nos dá uma relação de longo prazo entre diferentes ativos, permitindo, que desvios dessa condição sejam explorados. Em [Caldeira e Moura \(2013\)](#), por exemplo, os autores utilizaram, com sucesso, testes de cointegração

para detectar relações de longo prazo entre ações e criaram uma estratégia similar ao *pairs-trading* para se aproveitar disso. Em Alexander, Giblin e Weddington (2002), os autores utilizam cointegração, ao invés da correlação entre retornos dos ativos, para otimizar a carteira de uma estratégia de *hedge fund*. Já em Alexander e Dimitriu (2002), os autores estudam os resultados de uma estratégia baseada na cointegração entre ações do DJIA (*Dow Jones Industrial Average*).

Como vimos, o objetivo das estratégias de arbitragem é obter ganhos, sem risco, independente da direção em que os mercados estão indo. Por isso, uma característica bastante importante nas estratégias de arbitragem é a neutralidade em relação ao mercado. Na estratégia utilizada por esse trabalho essa neutralidade, medida pelo *duration* das operações, não é tão fortemente obtida. Por esse motivo algumas alterações foram testadas de forma a minimizar o risco de mercado.

Um exemplo de como funciona uma estratégia de arbitragem baseada em cointegração pode ser visto no capítulo 2, onde será detalhada a estratégia utilizada por esse trabalho.

1.3 Mercado de futuro de DI

No mercado de futuro de DI são negociados contratos futuros da taxa média de depósitos interfinanceiros de 1 dia (DI1), sua principal utilização é a imunização (*hedge*) dessa taxa. A taxa DI é a taxa *overnight* de um dia à vista, calculada e divulgada diariamente pela Cetip. Ela é composta considerando um ano de 252 dias úteis e é apurada com base na emissão de DI's pré-fixados, com vencimento de 1 dia.

Os contratos de futuro têm como ativos objetos a taxa de DI1 acumulada durante o prazo entre a operação e o vencimento do contrato. O valor esperado da negociação pode ser expresso como a diferença entre o valor do contrato no vencimento e o valor do preço unitário (PU) do contrato, no momento da compra, capitalizado pela taxa média do DI1 no período entre a data de negociação e de vencimento. O fluxo financeiro desse ativo é dividido em ajustes diários que serão explicados na seção 1.3.2. São negociados contratos com vencimento em todos os meses.³

³ Para mais detalhes sobre as características dos contratos ver: <http://www.bmfbovespa.com.br/shared/iframe.aspx?altura=1300&idioma=pt-br&url=www.bmf.com.br/bmfbovespa/pages/contratos1/contratosProdutosFinanceiros1.asp>.

1.3.1 Preço unitário

A cotação dos contratos futuros de DI é dada em termos da taxa de juros efetiva daquele contrato, essa taxa é calculada com base em um ano de 252 dias úteis. No entanto, a operação é registrada em termos do preço unitário do contrato. Por convenção, o contrato possui um PU igual a 100.000 pontos no seu vencimento e cada ponto equivale a R\$1,00, ou seja, no vencimento, o valor do contrato é igual a R\$100.000,00. O cálculo do PU de um contrato está descrito na Equação 1.11.

$$PU = \frac{100.000}{(1 + i)^{\frac{dias}{252}}}, \quad (1.11)$$

onde *dias* é o número de dias úteis até o vencimento e *i* é a taxa de juros do contrato

Uma operação de compra do contrato cotado em juros é automaticamente transformada em uma posição vendida em termos de PU, isso é feito, pois a relação entre juros e preço de um contrato é inversa, ou seja, tudo o mais constante, um aumento na taxa de juros do contrato corresponde a uma queda no PU do mesmo.

1.3.2 Ajuste diário

Após a abertura de posição em um contrato de futuro de DI, o valor do PU desse contrato é ajustado diariamente. O preço utilizado para esse ajuste é chamado de PU de ajuste, e é calculado com base nas taxas definidas no call de fechamento do mercado naquele dia. O retorno esperado desse tipo de contrato é similar ao de um *swap* DI1 x Pré, no entanto esse ajuste gera um fluxo financeiro diário.

Esse ajuste é feito da seguinte forma⁴: supondo a compra de um contrato a 14 dias do vencimento, e a uma taxa de 16,00% a.a no dia d , isso implica em uma posição vendida em PU ao preço de R\$ 99.187,83. Nesse mesmo dia, a cotação de fechamento desse contrato foi de 16,08% a.a. O ajuste nesse dia é a diferença entre o PU no momento da abertura da posição e o PU de fechamento. Essa diferença pode ser vista na Equação 1.12

$$Ajuste_d = 99.187,83 - \frac{100.000}{(1 + 0,1608)^{\frac{14}{252}}} = 3,79, \quad (1.12)$$

No dia seguinte o ajuste é feito calculando a

⁴ Para informações mais detalhadas sobre o ajuste ver: <http://rls.bsd.com.br/~rls/bmf/ApMercadoFuturoDI.pdf>

diferença do PU de ajuste do dia da abertura de posição, corrigido pela taxa DI, e o PU de ajuste do dia corrente esse calculo pode ser vista na Equação 1.13

$$Ajuste_{d+1} = 99.185,04 \times (1 + 0,000598)^1 - \frac{100.000}{(1 + 0,1626)^{\frac{14}{252}}}, \quad (1.13)$$

onde, 0,0598 foi a taxa DI no dia e 16,26% a.a foi a taxa de fechamento desse contrato no dia $d + 1$.

No vencimento do contrato, o PU de ajuste é igual a 100.000,00. Em caso de fechamento antecipado de posição o PU de ajuste a ser utilizado no dia do termino da posição é o PU considerando a taxa obtida pelo investidor. O rendimento da operação pode ser calculado corrigindo o PU da abertura de posição pela taxa DI acumulada no período e comparando esse valor com o PU de ajuste no vencimento, ou com o PU no momento do fechamento da operação (em caso de fechamento antecipado). Esse valor é igual ao somatório dos ajustes diários.

2 Descrição da estratégia de arbitragem estatística

Neste capítulo, a estratégia implementada será descrita em mais detalhes. Além disso, serão discutidas algumas alterações que foram necessárias para que a estratégia pudesse ser utilizada na prática. Em ambos os casos, ou seja, com e sem as alterações, serão apresentados exemplos para ilustrar de que modo a estratégia funciona.

Para implementar uma estratégia de arbitragem estatística é necessário obter uma relação de longo prazo entre um grupo de ativos. Neste trabalho, foram exploradas relações de cointegração entre trios de maturidades diferentes da curva de juros.

A estratégia utiliza janelas fixas com n observações cada, onde n é um parâmetro da operação. Durante cada janela, observamos o comportamento dos preços unitários de todas as maturidades que acompanhamos. Com os dados de cada janela, testamos a existência de

cointegração, usando o teste Engle-Granger ou Johansen, entre todas as possibilidades de grupos de três maturidades. Caso haja cointegração, o trio é armazenado, junto com os coeficientes da combinação linear e o desvio padrão dos resíduos. O desvio é utilizado para normalizar o sinal, permitindo a padronização das operações, ou seja, os desvios da condição de estacionariedade passam a ser calculados em números de desvios padrões, para todas as combinações.

Na janela imediatamente seguinte à qual a combinação foi determinada, o algoritmo verifica oportunidades de abertura de posição. As combinações só são consideradas válidas por uma janela após sua determinação. Por exemplo, as combinações obtidas com dados da primeira janela só são acompanhadas durante a segunda janela. Já na terceira janela, as combinações obtidas com dados da segunda janela são acompanhadas, e assim por diante. A abertura acontece quando o valor da combinação, normalizado pelo desvio padrão, atinge um valor crítico. A combinação linear obtida pode ser escrita como:

$$\beta_1 \lambda_1 + \beta_2 \lambda_2 + \beta_3 \lambda_3 = 0, \quad (2.1)$$

onde λ_1 , λ_2 e λ_3 são os preços unitários das maturidades

nas quais foi encontrada cointegração e β_1 , β_2 e β_3 são os seus respectivos coeficientes. No entanto, a condição em (2.1) só é válida para o equilíbrio. Fora dele temos:

$$\beta_1\lambda_1 + \beta_2\lambda_2 + \beta_3\lambda_3 = v_{comb}. \quad (2.2)$$

Quando a combinação atinge valores muito grandes em módulo (neste trabalho esse valor crítico será chamado de k) podemos abrir posição, fechando-a quando a combinação retornar para seu valor de equilíbrio. Caso $k > 0$ esperamos que o valor da combinação diminua e, portanto, vendemos as maturidades com coeficientes positivos e compramos as maturidades com coeficientes negativos. Já no caso em que $k < 0$ fazemos o inverso. Os valores de k para que haja abertura de posição não precisam ser iguais em módulo, e são parâmetros da estratégia. Até o final do trabalho, o parâmetro k (que define o ponto crítico para abertura de posição quando $k > 0$) será chamado k^+ , seu equivalente negativo será chamado k^- . Devido a algumas restrições para a implementação da estratégia, a quantidade negociada de cada maturidade não necessariamente é igual ao seu coeficiente na combinação. No entanto para que a estratégia faça sentido, a proporção de cada maturidade a ser negociada deve ser o mais próxima possível da proporção entre os coeficientes.

O fechamento das operações é feito quando a combinação atinge um valor menor ou igual a 0,5, para o caso onde a entrada foi feita com $k > 0$, e quando ela atinge um valor maior ou igual a -0,5, no caso em que a entrada é feita com $k < 0$. Quando um desses valores é atingido, fechamos a operação fazendo o inverso do que foi feito na entrada. Ou seja, vendemos as maturidades que havíamos comprado e compramos as maturidades que havíamos vendido. A operação também é fechada caso ela ainda esteja aberta após 60 observações. Esse *stop* por tempo foi implementado na operação para evitar que falsos positivos causem prejuízos muito grandes. O prazo de 60 observações foi definido arbitrariamente. Entretanto, os resultados parecem indicar que esse prazo é razoável. Além desse *stop*, nos testes feitos com os dados de contratos de futuro de DI, um *stop* financeiro foi incluído. Mas ele não foi implementado na estratégia básica.

É importante notar que, como os vencimentos são negociados proporcionalmente aos seus coeficientes na cointegração, não há nenhuma garantia de que a operação terá *duration* igual a zero. Como veremos na análise dos parâmetros, o *duration* tende a ser baixo, mas não zero. Isso vai contra ao que normalmente é encontrado nas arbitragens estatísticas, pois a estratégia

não é completamente neutra ao mercado. No período testado, essa característica não se mostrou um grande problema. Uma restrição incluída em alguns testes foi a utilização de somente operações abertas e fechadas no mesmo dia. Essa restrição busca diminuir a possibilidade de surpresas macroeconômicas que possam afetar a curva de juros e, com isso, diminuir o risco causado por essa característica.

A estratégia utiliza os preços como variável cointegrada, e não as taxas. Isso é feito por dois motivos. O primeiro é a semelhança com a estratégia desenvolvida em [Caldeira e Moura \(2013\)](#). Como os autores aplicam a cointegração para a renda variável, eles utilizam os preços das ações como variável cointegrada. O segundo motivo é o fato da relação entre preço, que é utilizado para compra e venda, e a taxa de juros não ser linear. Isso que faz com que a estratégia não funcione muito bem usando as taxas de juros como variável cointegrada. Supondo, por exemplo, que o algoritmo tenha encontrado a seguinte relação entre as maturidades de 3, 30 e 33 meses:

$$0,5\lambda_3 + 0,5\lambda_{33} - \lambda_{30} = 0, \quad (2.3)$$

neste caso λ corresponde à taxa de juros da maturidade.

Em um momento posterior as taxas se encontram na seguinte situação, $\lambda_3 = 6$, $\lambda_{30} = 7$ e $\lambda_{33} = 8,4$ e, conseqüentemente:

$$0,5\lambda_3 + 0,5\lambda_{33} - \lambda_{30} = 0,2. \quad (2.4)$$

Se 0,2 estiver acima do limite para entrada na operação, a estratégia venderá a maturidade do meio e comprará as das pontas. Neste caso fazemos o inverso do que é feito quando utilizamos os preços, pois eles variam com o inverso das taxas. Existem várias possibilidades para a combinação voltar ao equilíbrio. Na Tabela 1 vemos duas delas. Na primeira apenas a maturidade de 3 meses tem sua taxa alterada, indo de 6 para 5,6. Neste caso, a operação mostra lucro. Já no segundo caso, a maturidade de 3 meses vai a 5,2 e a maturidade de 30 meses vai a 6,8. Para o algoritmo, ambas são iguais pois a combinação volta ao estado estacionário, mas a segunda possibilidade gera prejuízo. Isso ocorre pois a variação de 0,2 a mais na maturidade de 3 meses (que compensaria a queda de 0,2 na maturidade de 30 meses) tem um efeito menor no preço, uma vez que o efeito das taxas nos preços é uma função do tempo até o vencimento.

Tabela 1 – Possibilidades de retorno ao equilíbrio

Caso	λ_3	λ_{30}	λ_{33}	variação	variação	lucro
				caixa compra	caixa venda	
1	5,6	7	8,4	-R\$8.069,33	R\$8.103,56	34,23
2	5,2	6,8	8,4	-R\$8.069,33	R\$7.904,30	-165,03

2.0.3 Exemplo de operação

Durante sua execução, o algoritmo detectou a existência da relação de cointegração entre três maturidades, λ_1 , λ_2 e λ_3 com os respectivos coeficientes 0,2719, -1 e 0,6735. Na Figura 6, podemos ver o comportamento dessa combinação na janela na qual a cointegração foi detectada.

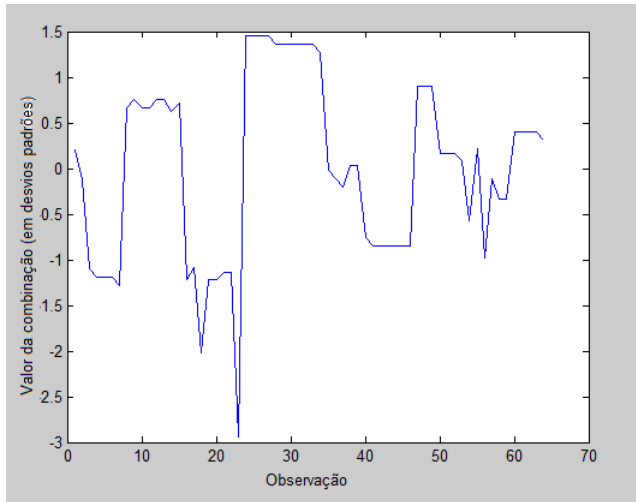


Figura 6 – Combinação estacionária encontrada pela estratégia

Durante a próxima janela o comportamento dessa combinação foi acompanhado e pode ser visto na Figura 7. Na observação 29 desse período a combinação se afasta suficientemente da condição de equilíbrio, permitindo que uma operação seja aberta. Para isso, é preciso saber qual a operação a ser feita com cada maturidade (se venda ou compra) e quanto de cada uma delas negociar.

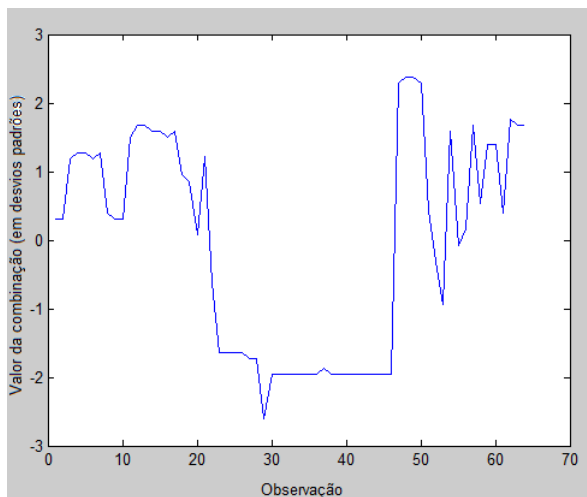


Figura 7 – Comportamento da combinação no período seguinte

Como o sinal do valor da combinação nessa observação é negativo, esperamos que o valor da combinação aumente, indo em direção ao equilíbrio. Precisamos, portanto, comprar as maturidades cujos coeficientes possuem sinais positivos, e vender as com coeficientes

negativos. Como não há restrição à quantidade que pode ser negociada, o módulo do coeficiente de cada maturidade será utilizado. Portanto, a operação a ser feita é a compra de $0,2719 \lambda_1$, a venda de $1 \lambda_2$ e a compra de $0,6735 \lambda_3$.

A partir do início da operação, devemos acompanhar o comportamento da combinação até encontrarmos um ponto de saída, ou até que se alcance o *stop* de 60 observações, como foi definido na estratégia. O comportamento da combinação, após a abertura, pode ser visto na Figura 8. Na observação 19 após a entrada, a combinação retorna ao equilíbrio, e com isso podemos desmontar a operação. Devemos fazer a operação inversa à feita na abertura, ou seja, vender $0,2719 \lambda_1$, comprar $1 \lambda_2$ e vender $0,6735 \lambda_3$.

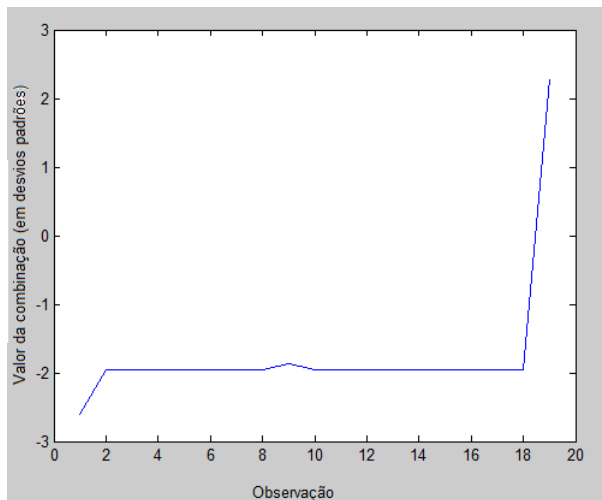


Figura 8 – Comportamento da combinação após a entrada

2.1 Adequação da estratégia

Para implementar a estratégia utilizando contratos de futuro de DI, foi necessário adequá-la às regras da BM&F. O número de contratos negociados por operação nesse mercado deve ser um múltiplo de 5 e, para respeitar essa regra, foi necessário implementar uma forma de arredondamento dos coeficientes da combinação linear. Outra adequação necessária foi a não execução de operações onde a quantidade negociada de uma das maturidades for igual a 0. Isso ocorre quando o coeficiente da combinação de uma das maturidades é muito pequeno, e quando arredondamos esse valor, obtemos

0. Essa medida foi implementada visando evitar o problema apresentado com a metodologia Engle-Granger, no qual uma das séries não participa efetivamente na combinação.

Além disso, duas alterações foram testadas de forma a minimizar o risco da operação. Essas alterações, embora não necessárias para a implementação da estratégia, visam diminuir potenciais perdas causadas por falsos positivos ou surpresas monetárias. A primeira foi a inclusão de um *stop* financeiro. O valor do *stop* foi determinado arbitrariamente e consiste em fechar uma operação caso o valor da combinação ultrapasse o valor da abertura mais 2 desvios padrões. A segunda foi a execução somente de operações *daytrade*, com essa restrição, somente foram abertas operações que, devido ao *stop* por tempo, sempre fechariam no mesmo dia.

O arredondamento dos coeficientes necessário para realizar a operação é feito da seguinte forma:

$$Qtd_{neg} = 5(\gamma), \quad (2.5)$$

$$\gamma = \text{round}(c\beta), \quad (2.6)$$

onde Qtd_{neg} é a quantidade de contratos negociados, β é o coeficiente na relação de cointegração, c é uma

constante inteira e positiva e *round* é uma função que arredonda o valor para o número inteiro mais próximo.

A constante c desempenha um papel importante no arredondamento, diminuindo seu efeito. Por exemplo, no dia 16 de janeiro de 2014 às 11:50:00 o algoritmo detectou a seguinte relação de cointegração:

$$0,449\lambda_{F16} + 0,556\lambda_{F18} - \lambda_{F17} = 0, \quad (2.7)$$

Às 12:55:00 desse mesmo dia, o algoritmo identificou uma oportunidade de abertura de posição com o k negativo, logo, devemos manter os sinais dos coeficientes. Na Tabela 2 podemos ver o efeito de c no arredondamento. Na parte superior da tabela, podemos ver a comparação entre os coeficientes multiplicados por 5 com e sem arredondamento. Na parte inferior temos a mesma comparação, mas, com uma pré-multiplicação por 10.

Como essa diferença vem do arredondamento, é possível calcular o maior valor que ela pode assumir. O maior arredondamento possível é de 0,5. Como, após o arredondamento, multiplicamos o valor por 5, essa diferença se encontra entre 2,5 e -2,5. A constante não necessariamente diminui essa diferença, podendo até em alguns casos aumentá-la, mas ela diminui o efeito em

Tabela 2 – Quantidade negociada com e sem arredondamento variando c

Arredondamento	λ_{F16}	λ_{F17}	λ_{F18}
Não, ($\times 5$)	2,245	5	2,78
Sim, $c = 1$	0	5	5
Diferença	2,245	0	- 2,22
Não, ($\times 50$)	22,45	50	27,80
Sim, $c = 10$	20	50	30
Diferença	2,45	0	-2,2

termos relativos. Isso ocorre pois a constante aumenta o número total de contratos negociados, enquanto o tamanho da diferença permanece limitado aos valores mencionados anteriormente.

Um outro efeito causado pelo aumento da constante é o aumento no número de operações. Uma vez que ela é considerada antes do arredondamento, é possível que um valor maior de c permita que uma ponta atinja o valor mínimo de 5 contratos negociados, que não ocorreria com um valor menor. Esse é o caso na Tabela 2, com um c igual a 1, a operação não é realizada, pois uma das pontas teria 0 como quantidade negociada. Já com um c igual a 10, isso não ocorre. Considerando esses efeitos da constante, ela foi incluída como um parâmetro da estratégia, e seus efeitos foram estudados na prática.

2.1.1 Exemplo de operação com adequação

Nessa seção, analisaremos um exemplo de uma operação incluindo as adequações necessárias à estratégia e incluindo as alterações que visam diminuir o risco da operação.

O algoritmo detectou uma relação de cointegração entre três vencimentos, λ_1 , λ_2 e λ_3 , com os respectivos coeficientes -0,3096 , 1 e -0,6846. Na Figura 9 podemos ver o comportamento dessa combinação, na janela na qual ela foi testada. Os parâmetros do algoritmo eram: janela de 84 observações, k^+ igual a 3,0 desvios padrões, k^- igual a -3,0 desvios padrões e c igual a 10.

Durante a janela seguinte, a combinação teve o comportamento observado na Figura 10. Na observação 16 dessa janela, o valor da combinação atinge o valor de 3,05 desvios padrões, que é maior que o valor crítico de 3,0, indicando abertura de posição. Para isso precisamos calcular o número de contratos de cada vencimento que devem ser negociados. Como a constante c é igual a 10, primeiro, pré-multiplicamos por 10 os coeficientes, depois disso, devemos arredondá-los, e multiplicar o resultado por 5. Os valores obtidos são -15, 50 e -35 contratos respectivamente. Além disso, precisamos sa-

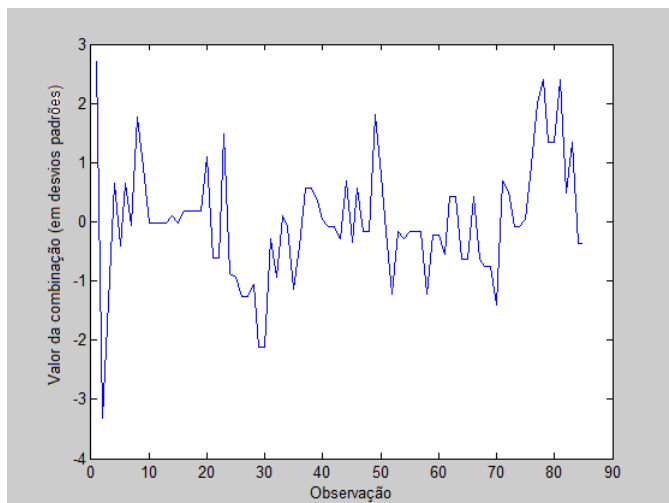


Figura 9 – Comportamento da combinação durante o teste

ber se vendemos ou compramos os contratos. Como o k é positivo devemos inverter os sinais, ou seja comprar caso o sinal seja negativo e vender caso seja positivo. O algoritmo está utilizando o *stop* financeiro discutido anteriormente para reduzir o risco, devemos então calcular também o seu valor. Como mencionado na estratégia, o valor do *stop* é igual ao valor da combinação no momento da entrada mais 2. Portanto, se a combinação atingir 5,05 desvios ou mais devemos fechar a operação.

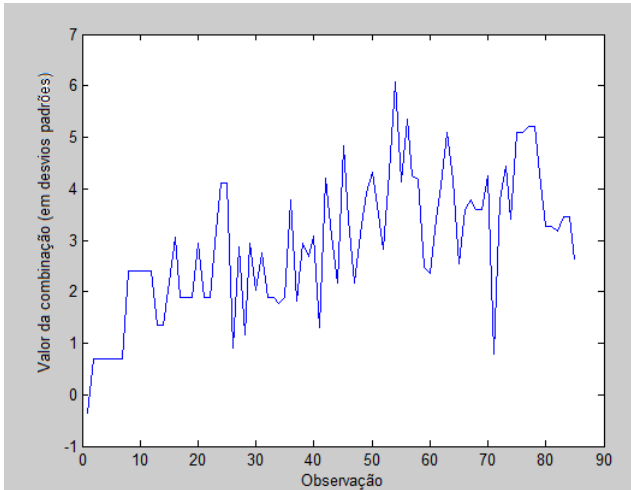


Figura 10 – Comportamento da combinação na janela seguinte

A partir da abertura de posição, devemos acompanhar a combinação para verificar se ela atinge um ponto de saída. O seu comportamento após a compra pode ser visto na Figura 11. Na observação 19 a combinação atinge o valor de 6,08 desvios padrões e a operação é encerrada para evitar perdas maiores. Para fechar a operação fazemos o inverso do efetuado na abertura.

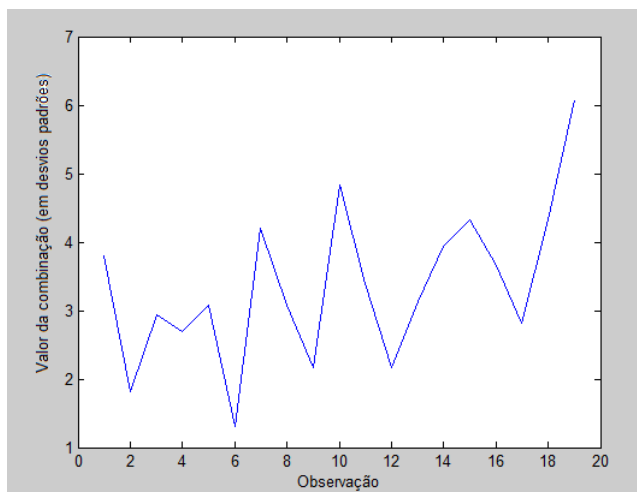


Figura 11 – Comportamento da combinação após a entrada

3 Análise empírica baseada em dados interpolados

Neste capítulo, serão apresentados os resultados empíricos dos testes utilizando dados interpolados. Em todos esses testes somente a estratégia básica foi implementada, ou seja, não foi utilizado o arredondamento, as operações não foram limitadas a somente operações *daytrade* e não foi utilizado o *stop* financeiro.

3.1 Dados

Os dados utilizados neste capítulo são os mesmos de [Caldeira, Santos e Moura \(2013\)](#) e foram cedidos pelos autores. A base consiste de observações diárias do Contrato Futuro de Taxa Média de Depósitos Interfinanceiros (DI-Futuro). Como na prática contratos com todas as maturidades não são observados diariamente os dados foram convertidos em maturidades fixas de 3,

6, 9, 12, 15, 18, 21, 24, 27, 30, 33, 36, 42 e 48 meses. Isso foi feito usando uma interpolação cúbica $\hat{y}(\tau, \Psi)$ onde Ψ é um vetor de coeficientes e τ é a maturidade, e $\tau_{min} \leq \tau \leq \tau_{max}$ onde τ_{min} é a maturidade mais próxima e τ_{max} é a maturidade mais distante

Definindo $P_i(t)$, $i = 1 \dots N$ como o preço de mercado no tempo t de um título de maturidade τ , e $\hat{P}_i(t)$ como o preço calculado, descontando o cupom e os pagamentos principais à taxa de desconto \hat{y} , escolhe-se Ψ que resolva:

$$\min_{\Psi} \left(\sum_{t=1}^n (P_i(t) - \hat{P}_i(t))^2 + \int_{\tau_{min}}^{\tau_{max}} \lambda(\tau) \hat{y}''(\tau, \Psi)^2 d\tau \right) \quad (3.1)$$

Essa abordagem também é empregada em [Dai, Singleton e Yang \(2007\)](#).

A base contém dados de janeiro de 2006 a dezembro de 2012 num total de 1488 observações. Na [Figura 12](#) podemos ver o comportamento das maturidades, já em termos de preço unitário, durante o período. A origem dos dados utilizados na interpolação é a Bolsa de Mercadorias e Futuros (BM&F).

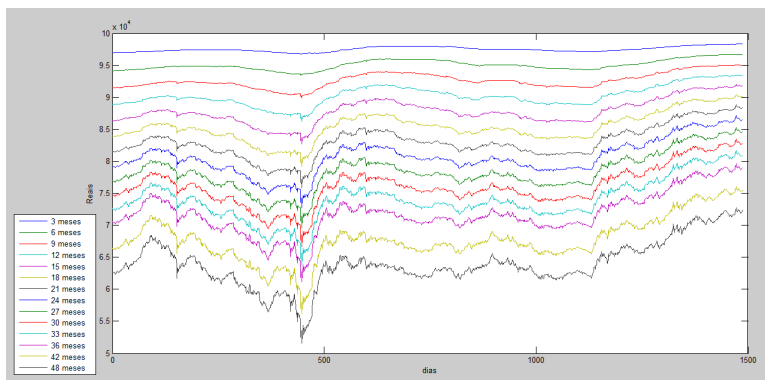


Figura 12 – Dados interpolados

3.1.1 Teste de ordem de integração

Os dados foram testados quanto à sua ordem de integração utilizando o teste de Dickey-Fuller. Tanto considerando os dados em taxas, quanto sua transformação para preço unitário, as séries são $I(1)$, satisfazendo a condição para que exista cointegração de que as series tenham a mesma ordem de integração, e que essa ordem seja maior que 0.

3.2 Resultados

O primeiro resultado importante é a verificação da existência de cointegração entre as diferentes maturidades com o uso de janelas fixas. Isso permite que a

estratégia de arbitragem estatística seja utilizada, uma vez que esse resultado indica a existência de uma relação de longo prazo entre ativos, cujos desvios podem ser explorados.

Para encontrar os parâmetros ótimos da operação, foi utilizada uma otimização em duas etapas. Na primeira etapa, foram realizados testes com uma granularidade mais grossa e utilizando ks simétricos. Esses resultados foram importantes para entender melhor o comportamento da operação, dados os parâmetros. Os resultados, desconsiderando custos de transação, se encontram em detalhes na seção seguinte.

Partindo dos resultados mais amplos, as combinações de parâmetros onde se encontraram os melhores desempenhos da operação foram testadas com uma granularidade mais fina, ou seja, com intervalos menores entre os parâmetros testados. Esses testes foram feitos nas regiões com maior lucro total. No caso dos testes utilizando a metodologia Engle-Granger, duas combinações de parâmetros foram testadas: janela de 21 dias com ks entre 2 e 4 e janela de 63 dias com ks entre 2,4 e 4,4. Já os testes utilizando a metodologia de Johansen foram feitos com janela de 63 dias e ks entre 1 e 2. Os testes foram feitos variando os ks positivo e negativo de 0,2 em 0,2.

O melhor resultado obtido, em termos de lucro total, entre os testes utilizando Engle-Granger foi de R\$110.063,62, obtido com uma janela de 21 dias, k^+ igual a 3,6 e k^- igual a 2,8. Já para os testes usando Johansen, o melhor resultado obtido foi de R\$646.306,60 com uma janela de 63 dias, um k^+ de 2 e um k^- igual a 1.

Embora o melhor resultado em termos de lucro tenha sido obtido com Johansen, o número de operações também aumenta significativamente quando utilizamos essa metodologia. Isso pode impactar fortemente quando levarmos em consideração os custos de operação, que não foram levados em conta nessa simulação. Além dos custos operacionais, outro fator importante não considerado nestes testes foi o patrimônio inicial necessário para realizar essas operações. Esses pontos serão levados em consideração na análise empírica utilizando os dados de contratos de futuro de DI.

3.3 Análise dos parâmetros

Diversos testes foram realizados para entender como o algoritmo se comporta em relação aos parâmetros: o tamanho da janela, o número de desvios padrões necessário para a abertura de posição, e o algoritmo

de cointegração utilizado. Embora nem todos os testes tenham sido feitos utilizando k s simétricos, ou seja, com desvios padrões iguais em módulo para as entradas, a discussão das características utilizará os resultados obtidos com essa configuração, o que simplifica a análise. Em todos os testes, a posição aberta é igual aos coeficientes gerados pela cointegração normalizados para que a soma dos contratos negociados por operação seja igual a 10. Essa normalização é importante para evitar distorções nos resultados causados por operações muito grandes que viessem as médias em sua direção. Os testes foram feitos com k s variando entre 1 e 7 com intervalo de 0,5 e com janelas de 21, 42, 63 e 84 dias.

O primeiro fato a ser analisado é o comportamento do lucro por operação quando variamos os k s e a janela. Como podemos ver na Figura 13, quando o algoritmo de cointegração utilizado é o Engle-Granger, o lucro médio aumenta com k até chegar a um máximo e depois começa a cair. Esse comportamento ocorre pois, com o aumento do k os desvios maiores são melhor aproveitados, uma vez que entramos mais tarde na operação. No entanto, quando os k s se tornam muito grandes, em módulo, somente os maiores desvios geram operações. Esses desvios maiores demoram mais tempo, em média, para retornar ao equilíbrio e, com isso, têm

uma probabilidade maior de não voltarem antes de atingir o *stop* por tempo e, com isso, causarem prejuízos. Já no caso do Johansen o comportamento do lucro médio é menos previsível.

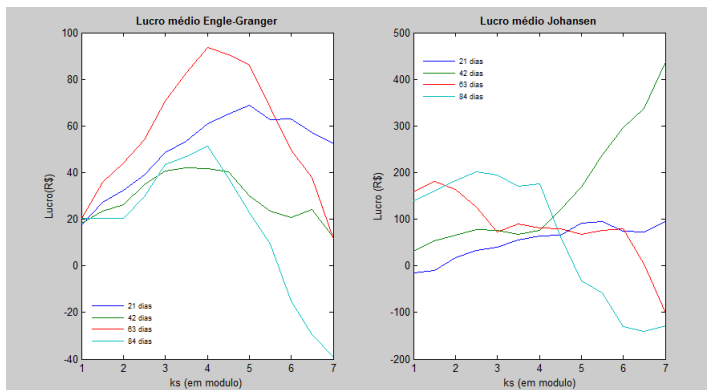


Figura 13 – Lucro por operação com k simétrico, variando o tamanho da janela e o algoritmo de cointegração

O comportamento do número de operações realizadas, que pode ser visto na Figura 14, é bastante intuitivo. Todas as operações que são abertas com um k maior, em módulo, necessariamente também seriam abertas com o k menor. O contrário, no entanto, não é verdadeiro. Desvios pequenos da condição de estacionariedade podem atingir o valor crítico menor mas não serem grandes o suficiente para atingir o maior. Além dos ks , o tamanho da janela também tem um efeito claro no número de operações. Esse efeito é linear quando utilizamos a metodologia de Engle-Granger, ou seja, quanto maior a janela, menor o número de operações. Entretanto, quando usamos a metodologia de Johansen, as janelas de 42 e de 63 dias invertem

de posição. O efeito da metodologia de teste de cointegração utilizada também é bem visível: em média, a metodologia de Johansen gera, aproximadamente, o dobro de operações.

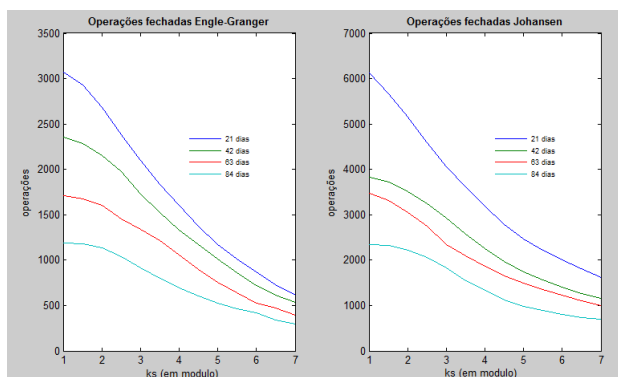


Figura 14 – Número de operações com k simétrico, variando o tamanho da janela e o algoritmo de cointegração

Além de diminuir o número de operações, um k maior também acaba aumentando a duração média das operações, ou seja, o tempo, em média, entre a abertura e o fechamento das operações, como visto na Figura 15. Isso indica que desvios maiores da condição de equilíbrio tendem a levar mais tempo para retornar do que desvios menores. É interessante notar que, se um k grande indicou abertura de posição, um k menor também teria indicado essa operação, seja ao mesmo tempo ou ligeiramente antes. Ou seja, todas as

operações efetuadas quando temos um determinado k , também são realizadas com k menores. Como, nestes casos, a compra acontece ou ao mesmo tempo ou ligeiramente antes, a duração da operação com o k menor é, no mínimo, tão grande quanto à com o k maior. Consequentemente, essa diferença de duração média se dá nos desvios pequenos, que retornam mais rapidamente ao equilíbrio.

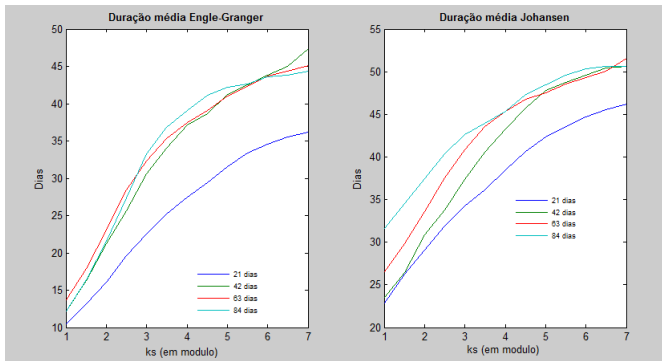


Figura 15 – Duração média com k simétrico, variando o tamanho da janela e o algoritmo de cointegração

O custo médio de entrada na operação, definido como a diferença entre a posição comprada e a posição vendida na abertura da operação, também foi estudado. Esse valor é proporcional ao k , como podemos ver na Figura 16. Como o modelo não possui constante, o custo de entrada é igual a k vezes o desvio padrão no período em que a cointegração é calculada, conseqüentemente, quanto maior o k , maior o custo em valores absolutos. É importante notar também que o custo é sempre negativo. Tal fato ocorre pois, quando a combinação tem um valor negativo, a operação é aberta com os sinais mantidos e, no caso contrário, invertemos os sinais.

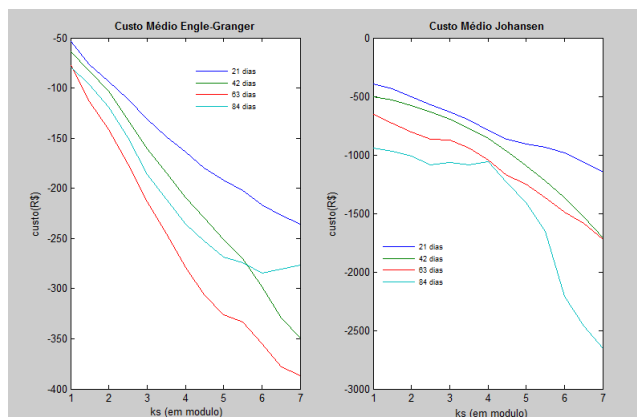


Figura 16 – Custo médio com k simétrico, variando o tamanho da janela e o algoritmo de cointegração

Observa-se também que o lucro médio não é um bom indicador para avaliar o resultado da estratégia, uma vez que o número de operações não é constante. Muitas operações com um lucro baixo podem ser preferíveis a poucas operações com um lucro maior. Por esse motivo, o lucro total, que também leva em consideração o número de operações realizadas, foi utilizado para comparar os testes. Os resultados podem ser vistos na Figura 17. Para os testes usando a metodologia Engle-Granger temos uma curva parecida com uma parábola, enquanto para o Johansen o resultado é menos previsível.

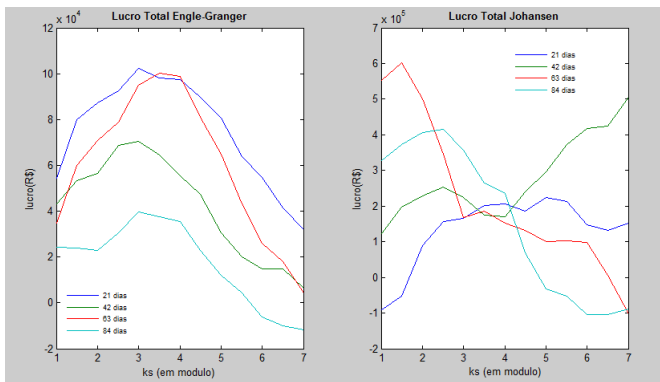


Figura 17 – Lucro total com k simétrico, variando o tamanho da janela e o algoritmo de cointegração

Duration é um conceito muito importante em renda fixa. Ele indica quanto tempo, em média, os

fluxos de caixa aos quais o investidor tem direito serão recebidos. Esse valor é importante pois, quanto maior ele for, maior a sensibilidade dos preços dos títulos às mudanças nas taxas de juros. Dessa forma, ele funciona como uma medida de risco, já que caso a *duration* seja muito alta, surpresas no nível da curva de juros tem um efeito muito grande na operação. O *duration* médio das operações pode ser visto na Figura 18.

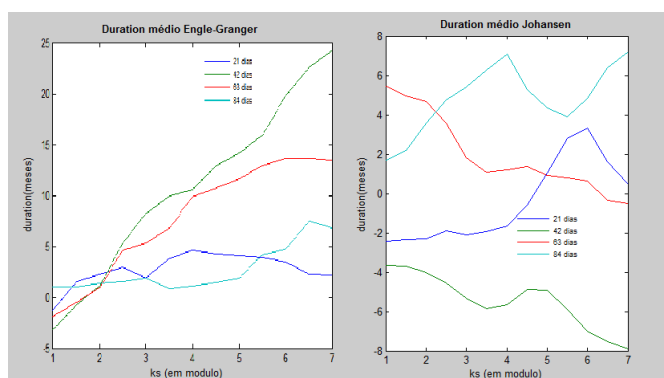


Figura 18 – Duration médio com k simétrico, variando o tamanho da janela e o algoritmo de cointegração

Outro dado importante é a percentagem de operações lucrativas em relação aos ks . Como visto na Figura 19, esse valor decresce com k , exceto para valores entre 1 e 2 quando utilizamos a metodologia Engle-Granger. Foram considerados como acertos todas as operações que deram lucro, mesmo que elas tenham

atingido o limite de duração de 60 observações.

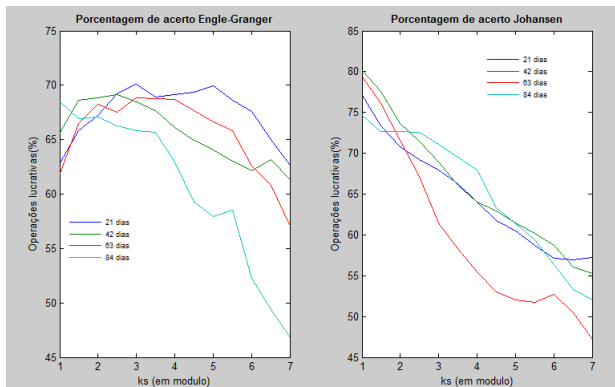


Figura 19 – Percentagem de operações lucrativas com k simétrico, variando o tamanho da janela e o algoritmo de cointegração

3.4 Preferência pela metodologia Engle-Granger

Para os testes utilizando contratos de futuro de DI, somente a metodologia Engle-Granger foi utilizada, essa escolha foi feita por dois motivos. O primeiro motivo é o fato da metodologia de Johansen utilizar o método da máxima verossimilhança. Esse método faz hipóteses fortes quanto à distribuição dos dados que, como vimos na revisão de conceitos, não são necessariamente válidas para os dados financeiros. Já a metodologia Engle-Granger utiliza o método dos mínimos quadrados, esse método utiliza hipóteses mais fracas a respeito da distribuição dos dados e, por isso, foi considerado mais adequado.

Além disso, os resultados utilizando a metodologia Johansen apresentam uma sensibilidade muito grande à escolha dos parâmetros, e, uma vez que o parâmetro ótimo não é conhecido a priori, a escolha dos parâmetros para a implementação da estratégia é feita com uma estimativa de qual seria esse parâmetro. Essa estimativa pode apresentar erros. Esses erros tem um efeito muito maior na rentabilidade da estratégia quando se utiliza a abordagem de Johansen. Isso afeta a previsibilidade e a consistência da estratégia,

propriedades que foram consideradas importantes para essa estratégia de arbitragem. Portanto, a abordagem escolhida para os testes empíricos usando contratos de futuro de DI foi o de Engle-Granger, apesar de seus resultados menores desconsiderando os custos.

4 Análise empírica baseada em dados do futuro de DI

Neste capítulo, serão discutidos os resultados dos testes feitos utilizando dados de contratos de futuro de DI. Além da estratégia básica adequada às regras do mercado, foram testadas a inclusão de um *stop* financeiro e a restrição de somente utilizar operações *daytrade*.

4.1 Dados

Foram utilizados dados de contratos negociados de DI-Futuro das séries F15, F16, F17, F18 e F19, com vencimentos em janeiro, de 2015 a 2019, respectivamente. Eles foram observados com frequência intradiária entre 14 de janeiro de 2014 e 10 de março de 2014. Os dados foram amostrados de 5 em 5 minutos, caso não tenha havido variação da taxa no período, foi conside-

rado que a taxa se manteve. Na Figura 20 é possível ver as séries em termos de preço unitário.

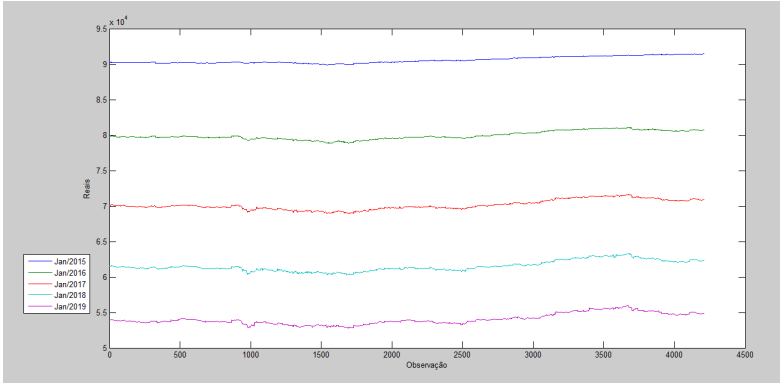


Figura 20 – Dados de contratos reais de futuro de DI

4.1.1 Teste de ordem de integração

Assim como nos testes com maturidade fixa, os dados foram testados quanto à ordem de integração utilizando o teste de Dickey-Fuller e, tanto em juros quanto em preço unitário, os testes indicaram que eles são $I(1)$.

4.2 Resultados

Foram realizados testes da estratégia utilizando os dados de contratos de Futuro-DI aplicando as altera-

ções necessárias. As garantias necessárias para realizar as operações foram retiradas do site da BM&F no dia 15/04/2014, e foram mantidas constantes ao longo de todo o período. Os custos de transação de cada operação de compra e venda são calculados pela fórmula encontrada na Equação 4.1.

$$Custo = (0,0005 \times (100.000 - Pu_{ajuste})) \times \text{Número de contratos}, \quad (4.1)$$

onde Custo é o custo de transação da operação, Pu é o preço unitário de ajuste da maturidade sendo negociada e número de contratos é a quantidade de contratos sendo negociada.

Além da estratégia original, foram testadas duas restrições adicionais. A primeira é a restrição na qual todas as operações devem ser fechadas no mesmo dia em que foram abertas. A essa restrição foi dado o nome de Dt para simplificar. A segunda restrição foi o acréscimo de um *stop* financeiro à estratégia. A essa restrição foi dado o nome de Sf. Nessa seção, serão analisados e comparados os resultados operacionais e financeiros da estratégia com apenas uma das restrições, com as duas restrições em conjunto e sem restrições. Todos os retornos reportados nesta seção correspondem, exclu-

sivamente, ao retorno obtido com a estratégia. Como as garantias necessárias para a realização da estratégia podem ser títulos de renda fixa, a esse resultado deve ser acrescentado o rendimento obtido com esses títulos.

Na Tabela 3, podemos observar as combinações de parâmetros que obtiveram os melhores retornos acumulados no período amostral. Os parâmetros ótimos não variam muito com as restrições, com a restrição Dt tendo um impacto levemente maior no k negativo. Os respectivos resultados financeiros obtidos por cada um deles estão na Tabela 4. A coluna “Lucro bruto” corresponde ao lucro total obtido pela estratégia no período, sem considerar custos de transação. A coluna “Garantias” corresponde ao valor máximo de garantias exigidas ao longo da estratégia, esse valor é utilizado como patrimônio para cálculo dos retornos. A coluna “CDI do período” contém o retorno do CDI acumulado no período¹. A coluna “Retorno líquido” se refere ao retorno, em termos percentuais, considerando os custos de transação. A coluna “Custos” corresponde aos custos de transação totais para realizar todas as operações da estratégia.

¹ Valor calculado utilizando o site http://www.cetip.com.br/astec/series_v05/paginas/web_v05_template_informacoes_di.asp?str_Modulo=completo&int_Idioma=1&int_Titulo=6&int_NivelBD=2

Tabela 3 – Parâmetros ótimos com diferentes restrições

Restrição	Janela	k^+	k^-
-	63	2,7	2,7
Dt	63	2,0	2,0
Sf	84	2,9	3,1
Dt + Sf	84	2,0	2,3

Tabela 4 – Resultados financeiros com diferentes restrições e seus respectivos parâmetros ótimos

Restrição	Lucro bruto	Garantias	CDI do período	Custos	Retorno Líquido
-	R\$ 1.094.129	R\$ 3.759.610	1,40%	R\$ 453.298	17,05%
Dt	R\$ 1.051.928	R\$ 3.807.214	1,40%	R\$ 480.320	15,01%
Sf	R\$ 946.859	R\$ 3.891.589	1,40%	R\$ 378.117	14,61%
Dt + Sf	R\$ 906.675	R\$ 3.935.609	1,40%	R\$ 396.582	12,96%

Os resultados encontrados são bastante interessantes, com rentabilidades altas, mesmo incluindo restrições para diminuir o risco da operação. No período em que o *backtest* foi feito, essas restrições tiveram efeito negativo no retorno da operação. Mas, ao evitar perdas maiores devido a possíveis choques inesperados na curva de juros, é possível que elas aumentem a média do retorno em períodos mais longos, ao melhorarem o desempenho da estratégia em períodos turbulentos.

Além dos resultados financeiros, outro aspecto importante para comparar as estratégias é a parte operacional. Esses resultados, ainda utilizando os respectivos parâmetros ótimos para cada estratégia, estão na Tabela

5. A coluna “% *daytrade*” corresponde ao percentual de operações que abriram e fecharam no mesmo dia. Já a coluna “% *Stops fin*” corresponde ao percentual de operações que foram interrompidas pois atingiram o valor crítico do stop financeiro. As colunas “% Lucrativa bruta” e “% Lucrativa Líquida” correspondem ao percentual de operações que terminaram com lucro, sem considerar os custos de transação e os considerando, respectivamente.

Tabela 5 – Resultados operacionais com diferentes restrições e seus respectivos parâmetros ótimos

Restrição	Operações	% <i>daytrade</i>	% <i>Stops fin</i>	% Lucrativa bruta	% Lucrativa Líquida
-	311	86,17%	0%	93,25%	88,10%
Dt	329	100%	0%	95,14%	87,84%
Sf	261	85,06%	12,26%	85,82%	83,91%
Dt + Sf	270	100%	8,15%	89,63%	87,78%

Para tentar isolar o impacto das restrições nos resultados, testes foram feitos adicionando as restrições, mas mantendo os parâmetros constantes. Para tanto, foram utilizados os parâmetros ótimos dos testes sem restrição. Os resultados podem ser vistos nas Tabelas 6 e 7. Novamente, as restrições diminuem significativamente os resultados obtidos. É interessante notar que o acréscimo do *stop* financeiro reduz em aproximadamente 6 pontos percentuais o percentual de operações lucrativas. Esse valor é bastante alto, especialmente quando consideramos que apenas 12 % das operações

foram interrompidas por essa restrição. Isso indica que uma boa parte dessas operações daria lucro, e que, portanto, o *stop* utilizado foi muito curto.

Tabela 6 – Resultados financeiros com diferentes restrições mas mesmos parâmetros

Restrição	Lucro bruto	Garantias	CDI do período	Custos	Retorno Líquido
-	R\$ 1.094.129	R\$ 3.759.610	1,40%	R\$ 453.298	17,05%
Dt	R\$ 897.890	R\$ 3.758.045	1,40%	R\$ 367.625	14,11%
Sf	R\$ 954.501	R\$ 3.759.610	1,40%	R\$ 464.157	13,04%
Dt + Sf	R\$ 770.620	R\$ 3.758.045	1,40%	R\$ 376.112	10,50%

Tabela 7 – Resultados operacionais com diferentes restrições mas mesmos parâmetros

Restrição	Operações	% daytrade	% Stops fin	% Lucrativa bruta	% Lucrativa Líquida
-	311	86,17%	0%	93,25%	88,10%
Dt	254	100%	0%	93,31%	89,37%
Sf	319	87,15%	14,42%	85,27%	80,88%
Dt + Sf	260	100%	15,00%	85,00%	81,15%

O objetivo das restrições é minimizar as perdas caso não haja um retorno ao equilíbrio. Na Tabela 8, podemos ver o comportamento dessas perdas em função das restrições. A coluna “Maior perda” corresponde à média das maiores perdas registradas em cada simulação, ou seja, para cada combinação de parâmetros a maior perda registrada entre todas as operações foi armazenada. A coluna corresponde a média desses valores. Já a coluna “Perda média”, corresponde à média das perdas médias em cada simulação, ou seja, para

cada combinação de parâmetros, a média de todas as perdas foi calculada.

Tabela 8 – Perdas para diferentes restrições

Restrição	Maior perda	Perda média
-	-R\$ 4.925,59	-R\$ 1.667,86
Dt	-R\$ 4.301,05	-R\$ 1.498,67
Sf	-R\$ 6.352,19	-R\$ 2.215,22
Dt + Sf	-R\$ 5.151,11	-R\$ 1.996,87

A restrição de somente realizar operações que fechem no mesmo dia em que são abertas teve o efeito esperado, reduzindo tanto a perda máxima quanto a perda média. Já a implementação do stop financeiro teve o efeito inverso, piorando tanto a perda máxima quanto a perda média.

O efeito da constante de pré-multiplicação c também foi estudado. Utilizando os parâmetros ótimos e o modelo sem restrição, foram testados os valores de 1,2,3,4,5 para a constante. Os resultados podem ser vistos nas tabela 9 e 10 . Podemos observar uma redução no número de operações a medida que reduzimos a constante. Essa relação é causada pela restrição de que o número de contratos negociados de nenhuma ponta pode ser igual a 0. No entanto, o retorno não varia muito quando essa constante possui um valor igual a

2 ou maior. Esses resultados indicam que a estratégia pode ser implementada mesmo com patrimônios relativamente pequenos, sem perda de rentabilidade. A constante se mostra, então, um instrumento interessante para adequar a estratégia ao patrimônio disponível.

Tabela 9 – Resultados operacionais variando c , mas mantendo os outros parâmetros constantes

c	Operações	% <i>daytrade</i>	% <i>Stops</i> fin	% Lucrativa bruta	% Lucrativa Líquida
10	311	86,17%	0%	93,25%	88,10%
5	301	86,38%	0%	94,02%	88,37%
4	294	87,07%	0%	93,54%	87,41%
3	279	86,38%	0%	93,19%	88,53%
2	238	86,55%	0%	92,86%	84,45%
1	11	81,82%	0%	90,91%	90,91%

Tabela 10 – Resultados financeiros variando c , mas mantendo os outros parâmetros constantes

c	Garantias	CDI do período	Retorno Líquido	Retorno sem arredondamento
10	R\$ 3.759.610	1,40%	17,05%	R\$ 17,12%
5	R\$ 1.813.609	1,40%	16,36%	R\$ 17,12%
4	R\$ 1.497.494	1,40%	15,37%	R\$ 17,12%
3	R\$ 1.093.317	1,40%	14,74%	R\$ 17,12%
2	R\$ 725.028	1,40%	11,26%	R\$ 17,12%
1	R\$ 105.482	1,40%	2,17%	R\$ 17,12%

4.3 Análise dos parâmetros

Assim como foi feito para os dados interpolados, analisamos a sensibilidade dos resultados da operação à mudanças nos parâmetros k^+ , k^- e no tamanho da janela. Esses testes foram feitos variando os k s entre 2,0

e 5,0 com intervalos de 0,1 em 0,1 e com as janelas de 42, 63 e 84 observações com 5 minutos entre cada uma. Para a análise, foi utilizada a estratégia básica com as adequações necessárias, mas sem incluir as alterações testadas para diminuir o risco.

O primeiro comportamento analisado foi a relação entre o lucro médio por operação e os parâmetros. Os resultados podem ser vistos na Figura 22. O comportamento do lucro, quando variamos os ks , é similar ao encontrado nos testes utilizando dados interpolados. O comportamento em forma de parábola visto com aqueles dados não é completamente reproduzido pois somente a parte crescente é capturada no gráfico. Isso provavelmente ocorre porque os testes foram limitados a um k no máximo igual a 5, e o lucro começa a diminuir somente quando o valor dos ks é maior que 5 nos dados interpolados. É possível perceber também, que embora o tamanho da janela não afete o formato do gráfico, ele afeta o nível, ou seja, quanto maior a janela maior o lucro por operação.

Outro comportamento analisado foi o do número de operações realizadas, dados os parâmetros ks e o tamanho da janela. Esses resultados podem ser vistos na Figura 22. Assim como nos testes com dados interpolados, o número de operações é maior quando os ks são

menores e vice versa. O tamanho da janela tem o efeito inverso ao constatado no lucro médio por operações. Quanto maior a janela menor o número de operações realizadas.

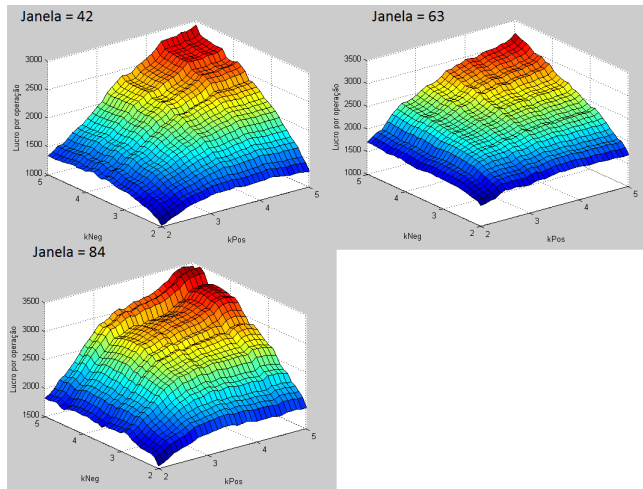


Figura 21 – Lucro por operação dado ks e tamanho da janela

Como utilizando os dados de contratos de futuro de DI foi possível calcular os custos operacionais e o patrimônio mínimo necessário para realizar a estratégia, a rentabilidade líquida, considerando os custos de transação, sobre o patrimônio foi analisada em vez do lucro total. Esses resultados podem ser vistos na Figura 23. Independentemente do tamanho da janela, o maior retorno é encontrado na região onde os ks são próximos a 3. Ao contrário do que acontece no lucro

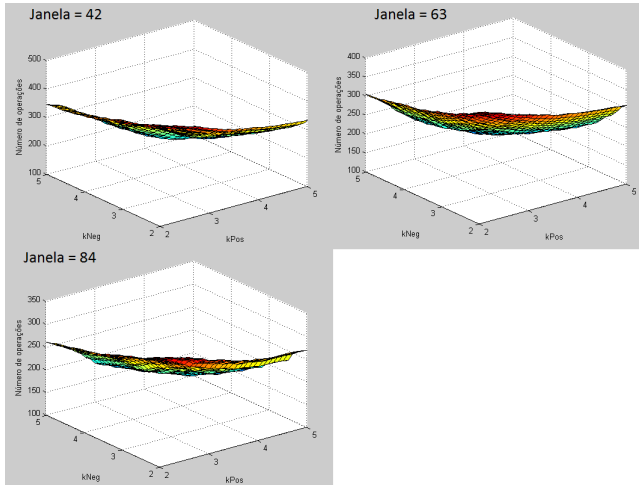


Figura 22 – Número de operações dados ks e tamanho da janela

por operação e no número de operações, o tamanho da janela influencia mais no formato do gráfico do que no seu nível.

A percentagem de operações que obtiveram lucro líquido também foi estudada. Ela diminui na medida em que os ks aumentam. Isso ocorre porque quando o k é alto, somente os desvios maiores são aproveitados. Esses desvios têm uma maior probabilidade de não voltar para o equilíbrio, seja por uma mudança nos fundamentos seja pela relação de cointegração obtida ter sido um falso positivo. O efeito do tamanho da janela nessa percentagem é bastante intuitivo. Janelas maiores

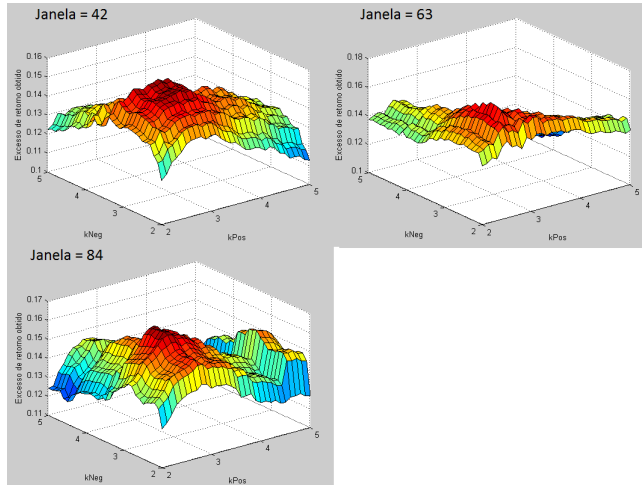


Figura 23 – Rentabilidade dados k s e tamanho da janela

significam mais dados para o teste de cointegração, isso aumenta o grau de confiança nos resultados, diminuindo a incidência de falsos positivos. É interessante notar também que o efeito desse aumento na janela diminui conforme o seu tamanho, isto é, o efeito do aumento da janela de 42 para 63 é maior do que o efeito do aumento da janela de 63 para 84.

O *duration* médio da operação também foi estudado, e esse valor é bem próximo de zero como podemos ver na Figura 25. No entanto, como esse valor corresponde a média do *duration* das operações, ele não é necessariamente a melhor maneira de se analisar essa

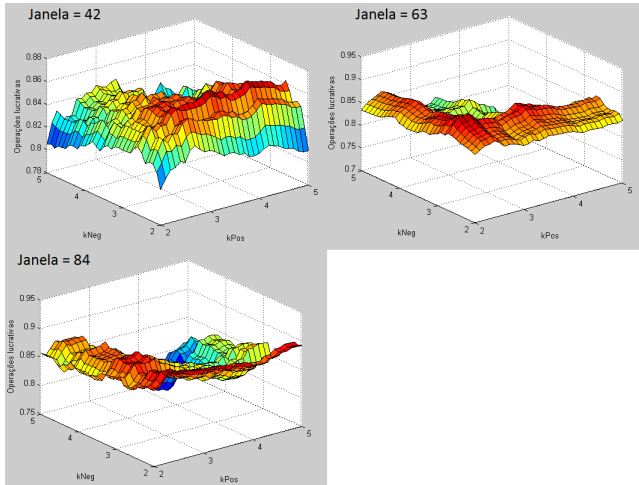


Figura 24 – Porcentagem de operações lucrativas líquidas dados k s e tamanho da janela

característica. Isso ocorre pois como podemos ver na Figura 26, a variância da *duration* é relativamente alta. Isso significa que, apesar da média ser próxima de zero, um número grande de operações possui uma *duration* alta em módulo. Essas operações apresentam um risco maior, pois caso apareça alguma notícia que afete o nível da estrutura a termo, operações com o *duration* alto sofrem um impacto maior. Uma possível maneira de diminuir esse risco seria alterar o valor de c dependendo da *duration*, fazendo com que operações mais arriscadas operem um número menor de contratos. No limite, operações com um *duration* muito alto teriam um c

igual a zero e, conseqüentemente, não seriam abertas.

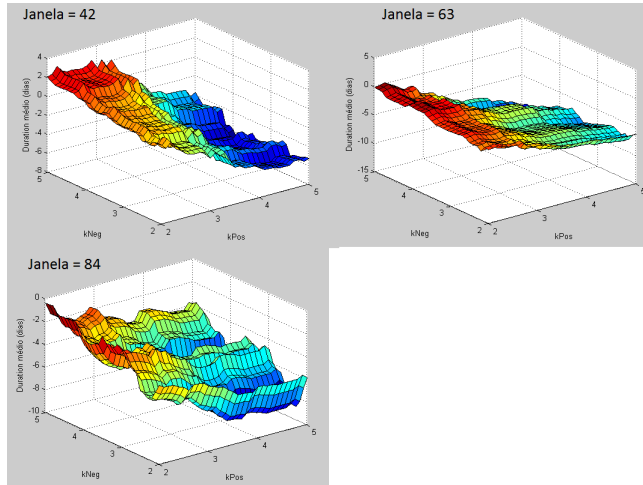


Figura 25 – *Duration* médio dados k s e tamanho da janela

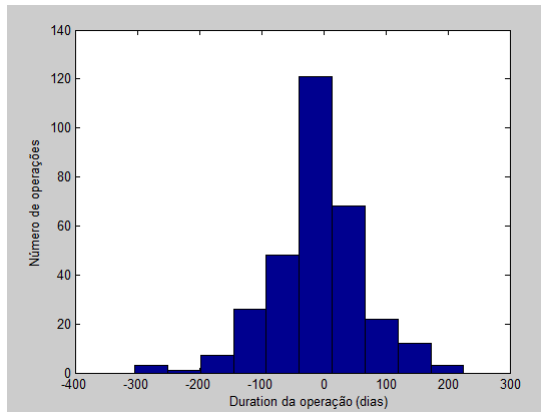


Figura 26 – Histograma do *Duration* por operação com janela = 63 e $k^+ = k^- = 2,7$

5 Limitações da estratégia

A primeira limitação da estratégia deriva do fato de que a cointegração é testada utilizando dados em janela. Quando dividimos os dados e os testamos quanto à ordem de integração, os testes indicam que as séries são $I(0)$ para aproximadamente 10% das janelas, no caso dos dados interpolados, e 0,75% no caso dos dados de contratos futuros de DI. Como o número de janelas em que esse problema ocorre foi relativamente pequeno, nada foi feito neste trabalho levando em consideração esses testes. No entanto, em testes futuros essas janelas podem ser desprezadas.

Outra limitação relacionada com os dados é o fato de ter sido considerado que, caso não tenha havido uma negociação no período entre as observações, o preço negociado tenha se mantido. Esse fato não necessariamente ocorre, é perfeitamente possível que as melhores ofertas de venda e de compra mudem sem que haja um negócio. Para tentar diminuir a influência desse fato nos resultados, foram escolhidas maturidades bastante líquidas, em que o fechamento de negociações

é bastante frequente.

Além disso, a taxa de excesso de retorno obtida pela estratégia provavelmente não será alcançada na implementação prática da estratégia. Além dos problemas com a escolha dos parâmetros, algumas dificuldades operacionais, que não foram consideradas neste trabalho, podem afetar esse retorno. Por exemplo, foi considerado que, caso uma determinada maturidade tenha sido negociada a um determinado preço em um determinado instante, essa maturidade pode ser comprada ou vendida naquele momento por aquele preço, isso não necessariamente é verdade. Outro problema é o uso do c para adequação da estratégia de acordo com o patrimônio, embora ele possa ser utilizado para esse fim, ele não é muito preciso. Devido ao fato de a quantidade de contratos negociados ter que ser um múltiplo de 5, e ao não conhecimento de qual a garantia máxima necessária *a priori*, nem sempre é possível adequar a estratégia exatamente ao patrimônio disponível.

Considerações Finais

A primeira questão importante a ser respondida pelo trabalho é a respeito da existência ou não de relações de cointegração entre trios de maturidades diferentes da estrutura a termo usando janelas relativamente pequenas. Além de encontrar essas relações, foram também encontrados momentos em que ocorrem desvios suficientemente grandes dessa condição de equilíbrio. Essas duas características permitem a implementação da estratégia, mesmo considerando custos de transação.

Alguns dos parâmetros mantidos constantes como o valor crítico para fechamento da operação e o valor do *stop* financeiro podem ser otimizados. Além disso, os parâmetros utilizados foram mantidos constantes ao longo de toda a amostra. Isso não necessariamente é interessante. Algumas ideias, como aumentar o tamanho da janela e os *ks* durante períodos de alta volatilidade das taxas de juros ou variar a constante *c* dependendo da *duration* da operação, podem aumentar a rentabilidade e reduzir ainda mais os riscos da estratégia.

A estratégia se mostrou uma alternativa interessante de investimento, possuindo taxas de retorno elevadas e uma forte robustez a possíveis erros na estimação dos parâmetros ótimos. Além dessas características, a estratégia se mostrou capaz de implementar alterações para diminuir o seu risco sem grandes perdas de rentabilidade.

Mesmo com as ressalvas apresentadas no capítulo 5, a estratégia parece ser promissora. Somente testes práticos podem responder se essa rentabilidade obtida alcançará níveis interessantes, mas considerando os resultados obtidos, mesmo que haja perdas de rentabilidade causadas pelas dificuldades operacionais, ainda sim a estratégia ainda deve alcançar resultados positivos, indicando, portanto, que vale a pena realizar esses testes.

Referências

ALEXANDER, C.; DIMITRIU, A. The cointegration alpha: Enhanced index tracking and long-short equity market neutral strategies. 2002. ISMA Finance Discussion Paper, 2002. Citado na página 40.

ALEXANDER, C.; GIBLIN, I.; WEDDINGTON, W. Cointegration and asset allocation: A new active hedge fund strategy. *ISMA Centre Discussion Papers in Finance Series*, 2002. 2002. Citado na página 40.

CALDEIRA, J. F.; MOURA, G. V. Selection of a portfolio of pairs based on cointegration: A statistical arbitrage strategy. *Disponível em SSRN: <http://ssrn.com/abstract=2196391> ou <http://dx.doi.org/10.2139/ssrn.2196391>*, 2013. 2013. Citado 2 vezes nas páginas 39 e 49.

CALDEIRA, J. F.; SANTOS, A. A. P.; MOURA, G. V. Predicting the yield curve using forecast combinations. *Disponível em SSRN: <http://ssrn.com/abstract=2311733> ou <http://dx.doi.org/10.2139/ssrn.2311733>*, 2013. 2013. Citado na página 63.

CHUA, C. T.; KOH, W. T. H.; RAMASWAMY, K. Profiting from mean-reverting yield curve trading strategies. *Research Collection Lee Kong Chian School*

of Business. Paper 2489., 2005. 2005. Citado na página [39](#).

CULBERTSON, J. M. The term structure of interest rates. *The quarterly journal of economics*, 1957. JSTOR, p. 485–517, 1957. Citado na página [22](#).

DAI, Q.; SINGLETON, K. J.; YANG, W. Regime shifts in a dynamic term structure model of u.s. treasury bond yields. *Review of Financial Studies*, 20(2), 1669-1706, 2007. 2007. Citado na página [64](#).

ENGLE, R. F.; GRANGER, C. W. Co-integration and error correction: Representation, estimation, and testing. *Econometrica*, Vol. 55, No. 2. (Mar., 1987), pp. 251-276., 1987. 1987. Citado 2 vezes nas páginas [23](#) e [32](#).

GIESE, J. V. Level, slope, curvature: Characterising the yield curve in a cointegrated var model. *Economics: The Open-Access, Open-Assessment E-Journal*, Vol. 2, 2008-28., 2008. 2008. Citado na página [24](#).

GRANGER, C. W.; NEWBOLD, P. Spurious regressions in econometrics. *Journal of econometrics*, 1974. Elsevier, v. 2, n. 2, p. 111–120, 1974. Citado na página [29](#).

HALL, A.; ANDERSON, H.; GRANGER, C. A cointegration analysis of treasury bill yields. *The Review of Economics and Statistics* 74, 117-126, 1992. 1992. Citado na página [24](#).

HICKS, J. R. *Value and capital*. [S.l.]: Clarendon press Oxford, 1946. Citado na página [23](#).

JOHANSEN, S. Likelihood-based inference in cointegrated vector autoregressive models. *Oxford: Oxford University Press*, 1995. 1995. Citado na página [34](#).

JOHNSON, R. S.; ZUBER, R. A.; GANDAR, J. M. Market segmentation theory: A pedagogical model for explaining the term structure of interest rates. 2004. 2004. Citado na página [21](#).

LIMA, A. M. C.; ISSLER, J. V. I. A hipótese das expectativas na estrutura a termo de juros no brasil: uma aplicação de modelos de valor presente. *Revista Brasileira de Economia*, 2003. v. 57, 2003. ISSN 0034-7140. Citado na página [24](#).

LONGSTAFF, F. A. Arbitrage and the expectations hypothesis. *The Journal of Finance*, 2000. Wiley Online Library, v. 55, n. 2, p. 989–994, 2000. Citado na página [23](#).

MARÇAL, E. F.; PEREIRA, P. L. V. A estrutura a termo das taxas de juros no brasil: Testando a hipótese de expectativas. *Pesquisa e Planejamento Econômico* 37, 113–147., 2007. 2007. Citado na página [24](#).

MODIGLIANI, F.; SUTCH, R. Innovations in interest rate policy. *The American Economic Review*, 1966. JSTOR, p. 178–197, 1966. Citado na página [22](#).

MÜLLER, U. A.; DACOROGNA, M. M.; PICTET, O. V. Heavy tails in high-frequency financial data. *A Practical Guide to Heavy Tails: Statistical Techniques*

and Applications. Boston: Birkhäuser, 1998. p. 55–77, 1998. Citado na página 36.

SHEA, G. Benchmarking the expectations hypothesis of the interest-rate term structure: an analysis of cointegration vectors. *Journal of Business and Economic Statistics*, 10, 347-366, 1992. 1992. Citado na página 24.

VIDYAMURTHY, G. *Pairs Trading: quantitative methods and analysis*. [S.l.]: John Wiley & Sons, 2004. Citado 2 vezes nas páginas 25 e 39.