EMMANUEL MORENO PEREIRA

ABORDAGEM SEMÂNTICA: UMA ANÁLISE CRÍTICA

Dissertação apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Filosofia como requisito parcial para obtenção do grau de Mestre em Filosofia.

Orientador: Prof. Dr. Décio Krause

Coorientador:
Prof. Dr. Antonio Mariano Nogueira Coelho

FLORIANÓPOLIS, SC

2015

Ficha de identificação da obra elaborada pelo autor,
através do Programa de Geração Automática da Biblioteca Universitária
da UFSC.

Pereira, Emmanuel Moreno
Abordagem semântica: : uma Análise Crítica / Emmanuel Moreno Pereira ; orientador, Décio Krause ; coorientador, Antonio Mariano Nogueira Coelho. - Florianópolis, SC, 2015.
90 p.

Dissertação (mestrado) - Universidade Federal de Santa Catarina, Centro de Filosofia e Ciências Humanas. Programa de Pós-Graduação em Filosofia.

Inclui referências

1. Filosofia. 2. teoria científica. 3. modelos. 4. abordagem semântica. I. Krause, Décio. II. Coelho, Antonio Mariano Nogueira. III. Universidade Federal de Santa Catarina. Programa de Pós-Graduação em Filosofia. IV. Título.

EMMANUEL MORENO PEREIRA

ABORDAGEM SEMÂNTICA: UMA ANÁLISE CRÍTICA

Esta dissertação foi julgada adequada como requisito parcial para obtenção do grau de mestre, e aprovada em sua forma final pelo Programa de Pós-Graduação em Filosofia.

Florianópolis, 25 de março de 2015.

Prof. Dr. Alexandre Meyer Luz

Coordenador do Curso

Banca Examinadora:

Prof. Dr. Décio Krause

Orientador

Universidade Federal de Santa Catarina

Prof. Dr. Jonas R. Becker Arenhart

Universidade Federal de Santa Catarina

Prof. Dr. Cezar Augusto Mortari

Universidade Federal de Santa Catarina

Prof. Dr. Abílio Azambuja Rodrigues Filho

Universidade Federal de Minas Gerais

AGRADECIMENTOS

Ao professores Dr. Décio Krause e Dr. Antonio Mariano Nogueira Coelho por tudo que me ensinaram.

À minha família e aos meus amigos por todo o apoio.

RESUMO

Segundo alguns filósofos, uma teoria pode ser mais bem caracterizada pela classe dos seus modelos. Tal perspectiva sobre as teorias científicas é conhecida como abordagem semântica. Esta abordagem às teorias científicas tem alguns méritos sobre caracterizações alternativas, embora tenha também certas limitações. Neste texto, procuramos apresentar a abordagem semântica, especialmente em duas de suas formulações, uma devida a Patrick Suppes e outra devida a Newton C. A. da Costa e Rolando Chuaqui. Procuramos também avaliar estas versões da abordagem semântica considerando alguns argumentos favoráveis e contrários, e analisando aspectos metamatemáticos das teorias científicas quando formalizadas por meio de predicados conjuntistas ou predicados de Suppes. Por fim, apresentamos um breve estudo sobre o debate realismo-antirrealismo científico contraposto à abordagem semântica.

Palavras-chave: teorias científicas. abordagem semântica. modelos.

ABSTRACT

According to some philosophers, a theory can be better characterized by the class of its models. Such perspective about scientific theories is known as the semantic approach. This approach to scientific theories has some merits over alternative characterizations, although it has certain limits as well. In this text, we seek precisely to present the semantic approach especially in two formulations, one owed to Patrick Suppes and another one to Newton C. A. da Costa and Rolando Chuaqui. We also seek to evaluate these versions of the semantic approach considering some pros and cons arguments, and analyzing metamathematical aspects of scientific theories when formalized by set predicates or Suppes predicates. Finally, we present a brief study of the scientific realism-antirealism debate compared to the semantic approach.

Keywords: scientific theories, semantic approach, models.

SUMÁRIO

1) Apresentação da abordagem semântica

1.1 Um breve relato da abordagem semântica

Em linhas gerais, podemos dizer que a abordagem semântica é uma concepção segundo a qual uma teoria científica é mais bem caracterizada pela classe dos seus modelos. Tal proposta, que será discutida ao longo do texto, surgiu em oposição à concepção das teorias científicas defendida por alguns dos filósofos do Círculo de Viena e do Círculo de Berlim. A abordagem destes filósofos, conhecidos como empiristas lógicos, tem suas raízes numa epistemologia fundacionista[1] e na virada linguística na filosofia. Isto pode ser visto, por exemplo, nos trabalhos de Rudolf Carnap e de Hans Reichenbach, os quais sofreram grande influência dos pais da filosofia analítica a partir dos *Principia Mathematica* de Whitehead e Russell e do *Tractatus Logico-Philosophicus* de Wittgenstein[2].

A concepção que os empiristas lógicos tinham das teorias científicas, que ficou conhecida posteriormente como abordagem sintática, caracteriza as teorias científicas como um conjunto de sentenças de uma linguagem formal (cuja lógica de base, em uma reconstrução, pode ser entendida como a lógica de predicados de primeira ordem clássica[3] (SUPPE, 1989)). Segundo estes filósofos se uma teoria científica compreende entre seus postulados os da lógica subjacente (para os nossos propósitos podemos pensar na lógica de predicados de primeira ordem clássica), das teorias matemáticas usadas em sua formulação, e os postulados específicos daquele campo de

---

[1] A epistemologia fundacionista não era unanime entre os filósofos dos Círculos de Viena e de Berlim. Por exemplo, Otto Neurath, um dos fundadores do Círculo de Viena, se opunha a esta tendência.

[2] Esta tendência fundacionista e linguística pode ser vista também nos fundamentos da matemática a partir do programa de Hilbert, e dos trabalhos de Nicolas Bourbaki, pseudônimo de um grupo de matemáticos cuja atuação teve início na primeira metade do século XX.

[3] Embora Suppe também admita a possibilidade de uso de operadores modais (SUPPE, 1977), não os empregaremos aqui.

estudo, a teoria propriamente dita é o conjunto de todos estes postulados e suas consequências expressos numa linguagem formal.

De acordo com esta concepção uma teoria científica é um objeto sintático. Mais apropriadamente, (ARENHART; MORAES, 2010) segundo esta concepção uma teoria é constituída por: (a) um cálculo lógico abstrato, (b) um conjunto de fórmulas deste cálculo lógico, que são os axiomas desta teoria, e (c) um conjunto de regras de correspondência. O cálculo lógico compreende entre os termos de sua linguagem os termos observacionais e os termos teóricos. As regras de correspondência são, então, usadas para relacionar estes termos mostrando como interpretar alguns termos teóricos em função dos termos observacionais.

O cálculo lógico mencionado em (a) pode ser algo como o seguinte o sistema formal $S=\langle L, A, R\rangle$ em que L é uma linguagem de primeira ordem, A é um conjunto de axiomas da lógica de predicados de primeira ordem, por exemplo, os seguintes axiomas de Kleene (1952):

$\alpha\rightarrow(\beta\rightarrow\alpha)$

$(\alpha\rightarrow\beta)\rightarrow((\alpha\rightarrow(\beta\rightarrow\gamma))\rightarrow(\alpha\rightarrow\gamma))$

$(\alpha \wedge \beta)\rightarrow\alpha$

$(\alpha \wedge \beta)\rightarrow\beta$

$\alpha\rightarrow(\beta\rightarrow(\alpha\wedge\beta))$

$\alpha\rightarrow(\alpha \vee \beta)$

$\beta\rightarrow(\alpha \vee \beta)$

$(\alpha\rightarrow\gamma)\rightarrow((\beta\rightarrow\gamma)\rightarrow((\alpha\vee\beta)\rightarrow\gamma))$

$(\alpha\rightarrow\beta)\rightarrow((\alpha\rightarrow\neg\beta)\rightarrow\neg\alpha)$

$\neg\neg\alpha\rightarrow \alpha$

$\forall x\alpha(x)\rightarrow\alpha(t)$ onde t é um termo livre para x em $\alpha(x)$. Em particular, t pode ser a pode ser a própria variável x.

$\alpha(t)\rightarrow\exists x\alpha(x)$ onde t é um termo livre para x em $\alpha(x)$. Em particular, t pode ser a pode ser a própria variável x.

$\forall x(x=x)$

$x=y\rightarrow(\alpha(x)\rightarrow\alpha(y))$ com $\alpha(z)$ sendo uma fórmula qualquer, na qual a variável z figura livre, x é distinta de y, $\alpha(x)$ e $\alpha(y)$ resultam da substituição de z respectivamente por x e por y em $\alpha(z)$ em ocorrências livres de z.

Como a axiomática apresentada não possui esquemas de axiomas para $\leftrightarrow$, definimos $\alpha\leftrightarrow\beta=_{df} (\alpha\rightarrow\beta) \wedge (\beta\rightarrow\alpha)$.

E R é o conjunto formado pelas seguintes regras de inferência:

$$\frac{\alpha\to\beta \quad \alpha}{\beta}$$

$$\frac{\alpha(x)}{\forall x\alpha}$$

$$\frac{\exists x\,(\alpha\to\beta)}{\exists x\alpha\to\beta}$$ se x não figura livre em β.

Este exemplo serve para ilustrar a noção de um cálculo lógico abstrato por meio do conceito de um sistema formal. Para exemplos de teorias que esclareçam os conceitos de conjunto de axiomas com em (b), e regras de correspondência como em (c) consultar (WINTHER, 2015).

Alguns filósofos consideraram haver grandes dificuldades técnicas com a abordagem sintática; entre elas estão: "[...]sua extrema artificialidade e o fato de que diferentes formulações de uma mesma teoria, por utilizar por exemplo um vocabulário diferente, ou introduzir novas regras de correspondência, deveriam contar como teorias diferentes, algo que não parece razoável para nossa compreensão intuitiva de teorias (a história e análise detalhada dessa concepção pode ser encontrada em Suppe 1977)." (ARENHART; MORAES, 2010 p. 16).

Os críticos argumentaram que se aceitássemos a concepção sintática, então para apresentarmos uma teoria seria necessário apresentar um corpo de conhecimento vasto para caracterizar uma teoria que *prima facie* é algo mais simples. Tal apresentação de uma teoria poderia requerer muitas páginas para sua exposição, e isto não seria muito prático. Estes críticos também argumentaram que esta apresentação das teorias científicas estaria muito distante da prática dos cientistas[4], mas a verdade é que os defensores da abordagem sintática apenas queriam explicar o que é uma teoria científica, e não normatizar a formulação delas segundos os seus cânones (KRAUSE, 2002). Eles não esperavam que os cientistas formulassem suas teorias axiomaticamente explicitando a lógica subjacente, todas as teorias matemáticas das quais a teoria em tela dependeria, e nem mesmo os axiomas específicos da teoria. O que estava em questão era a possibilidade de explicitar rigorosamente os fundamentos das teorias científicas, a saber, empregando o método axiomático e a formalização. Tratava-se apenas de uma reconstrução racional das teorias científicas.

[4] Por certo, alguns filósofos valorizam a prática científica, mas nem todos (um exemplo notável dentre estes últimos é Karl Popper).

Ademais, outras críticas foram feitas, tais como a dificuldade de distinguir entre termos observacionais e termos teóricos, e, portanto, a dificuldade de lidar com a noção de interpretação parcial e regras de correspondência (SUPPE, 1977). Um exemplo de uma possível distinção entre termos teóricos e observacionais pode ser encontrado na física quântica: termos como 'quark' ou 'fóton' deveriam, de acordo com os proponentes da abordagem sintática, poder ser traduzidos no discurso científico usando termos que fizessem referência às operações realizadas em laboratório e ao que fosse observado nos experimentos, *v.g.*, padrões numa câmara de bolhas.

Suppe (1989) apresenta uma reconstrução, a partir da obra de Carnap e Hempel, do que pode ser visto como a abordagem sintática. De acordo com Suppe, uma interpretação parcial dos termos teóricos e das sentenças de uma linguagem L que os contém é dada pelos axiomas específicos da teoria nos quais apenas os termos teóricos ocorrem e pelas regras de correspondência que são sentenças nas quais ao menos um termo teórico e um termo observacional ocorrem. Entre as críticas que foram feitas à noção de interpretação parcial e à distinção entre termos teóricos e termos observacionais estão: à noção de interpretação parcial não pode ser dada uma formulação precisa adequada aos propósitos da abordagem sintática (PUTNAM, 1962), (ACHINSTEIN, 1968); a distinção entre termos observacionais e termos teóricos não pode ser feita satisfatoriamente (PUTNAM, 1962), (ACHINSTEIN, 1968); a dependência da distinção entre termos observacionais e termos teóricos obscurece vários aspectos epistemologicamente importantes e reveladores da estrutura das teorias científicas (SUPPE, 1989); a distinção entre termos teóricos e termos observacionais é relativa à prática linguística dos falantes da comunidade (QUINE, 1969); a distinção entre termos observacionais e termos teóricos não pode ser feita precisamente porque toda observação é teoricamente condicionada (HANSON, 1967).

Além das críticas feitas a outras noções também importantes para o empirismo lógico como, por exemplo, a crítica de Quine à distinção entre enunciados analíticos e enunciados sintéticos e à noção, para ele obscura, de 'analiticidade' sustentada pelos empiristas lógicos, bem como à noção de reducionismo defendida por estes, de que enunciados significativos tem seus significados determinados por alguma construção lógica a partir dos termos que se referem à experiência imediata (QUINE, 1963).

Alguns dos críticos apresentaram uma nova caracterização das teorias que levasse em conta também e principalmente os seus modelos, e é esta concepção que passou a ser conhecida como abordagem semântica (*semantic view* ou *semantic approach*, ou ainda, quando se tratar de modelos no sentido lógico usual, *model-theoretic approach*)[5]. A noção de modelo usada por seus proponentes varia bastante de um para outro filósofo, logo não é possível falarmos d*a* abordagem semântica sem qualificações. A seguir apresentaremos as concepções de alguns filósofos para, então definirmos de quais versões da abordagem semântica trataremos.

1.2. Tipos de abordagens semânticas ou análises do uso dos modelos na filosofia da ciência

1.2.1. Modelos icônicos

Luiz Henrique de A. Dutra fez uma excelente investigação do uso da noção de modelo pelos filósofos identificados com a abordagem semântica (DUTRA, 2008a; DUTRA, 2009; DUTRA, 2005; DUTRA, 2013). De acordo com Dutra, na filosofia de Frederick Suppe, um dos primeiros defensores da abordagem semântica, o termo ‘modelo’ recebe diferentes acepções, tais como: uma estrutura que interpreta uma linguagem e na qual as sentenças da teoria nesta linguagem são verdadeiras, o que Suppe chamou de modelo matemático; e um modelo em escala como aqueles de que os cientistas falam usualmente, como uma cópia estruturalmente semelhante a outro objeto, o que Suppe chamou de modelo icônico[6] (DUTRA, 2005). Conforme com Dutra:

> “[...] Suppe comenta ainda que, de acordo com a concepção semântica, as teorias científicas seriam sistemas de relações,

[5] Apresentamos aqui a abordagem semântica contraposta à abordagem sintática e como uma reação a esta, mas há outras concepções de teorias científicas das quais não trataremos, *e.g.*, segundo Gregory Chaitin “[a] scientific theory is a computer program for exactly producing the experimental data, both theory and data are a finite sequence of bits, a string.” (CHAITIN et al. 2012 p. 33)

[6] Queremos apenas dizer que ao falar de modelos como cópias estruturalmente semelhantes a outro objeto Suppe empregou a expressão ‘modelo icônico’, ou seja, estamos apenas apresentando a terminologia tal como utilizada por Suppe sem nos preocuparmos em estabelecer quem primeiro a empregou na filosofia da ciência. Estabelecer a genealogia desta expressão não é o que nos interessa aqui.

> sistemas que funcionam como modelos icônicos e que caracterizariam possíveis mudanças de estado que os sistemas no escopo das teorias podem sofrer em circunstâncias idealizadas (SUPPE, 1989 p. 155). Ora, a forma como Suppe explica o que está denominando um *modelo icônico* – uma caracterização de *possíveis mudanças de estado* – não corresponde à noção comum de modelo icônico, nem àquela que, sob esse rótulo, ele criticou em Hesse e Nagel."[7] (DUTRA, 2009 p. 175).

De acordo com Suppe fazemos abstrações a partir dos fenômenos reais, e os sistemas físicos são idealizações destes fenômenos. Contudo, segundo Dutra (2008a), Suppe também afirma que "[...] as teorias científicas são entidades extralinguísticas, que podem ser interpretadas como estruturas abstratas; estas, por sua vez, são modelos de conjuntos de sentenças interpretadas (as formulações linguísticas da teoria)." (DUTRA, 2008a p. 128). O que Suppe entende como natureza extralinguística das teorias científicas pode ser esclarecido pela seguinte passagem:

> "Como realmente empregada pelos cientistas em atividade, as teorias admitem um número de formulações linguísticas alternativas – por exemplo, à mecânica de partículas clássica algumas vezes é uma formulação lagrangiana e outras vezes uma formulação hamiltoniana – mas é a mesma teoria, a despeito de que formulação seja empregada. Como tais, as teorias científicas não podem ser identificadas com suas formulações linguísticas: preferencialmente, elas são entidades extralinguísticas que se referem às e se são descritas por suas várias suas várias formulações linguísticas. Isto sugere que as teorias sejam construídas como entidades abstratas que se propõem a servir como modelos de conjuntos de sentenças interpretadas que constituem as formulações linguísticas. Estas estruturas

[7] Itálicos no original.

> são modelos metamatemáticos de suas formulações linguísticas, onde a mesma estrutura pode ser o modelo um número de diferentes, e possivelmente não equivalentes, conjuntos de sentenças ou formulações linguísticas da teoria."[8] (SUPPE, 1989 p. 82)

Vemos claramente que aqui ele está falando do que chamou de modelo matemático, ou na citação acima, de modelo metamatemático, e o que patenteia a natureza extralinguística das teorias científicas é a possibilidade de formulá-las de variadas formas. A partir do exposto vemos que o tratamento que Suppe faz da noção de 'modelo icônico' e da relação destes com os 'modelos matemáticos', bem como sua explicação da natureza das teorias científicas, na sua concepção da abordagem semântica, ao menos nas obras consultadas, é bastante vago.

1.2.2. Modelos como estruturas mentais

Ronald Giere é outro defensor da abordagem semântica. De acordo com este, os modelos são entidades abstratas, as quais são interpretadas como estruturas mentais (DUTRA, 2009). Segundo Dutra (2009), Giere relaciona: "[...] os modelos com as leis decorrentes de uma teoria científica." A ideia é que as equações de uma teoria que expressam leis podem ser usadas para construir vários sistemas abstratos, e cada um deles é um modelo. Estes modelos por sua vez representam sistemas físicos. Isto quer dizer que para Giere os modelos

---

[8] "As actually employed by working scientists, theories admit of a number of alternative linguistic formulations – for example, classical particle mechanics sometimes is given a Lagrangian formulation and other times a Hamiltonian formulation – but it is the same theory regardless which formulation is employed. As such, scientific theories cannot be identified with their linguistic formulations; rather, they are extralinguistic entities which are referred to and described by their various linguistic formulations. This suggests that theories be construed as propounded abstract structures serving as models for sets of interpreted sentences that constitute the linguistic formulations. These structures are metamathematical models of their linguistic formulations, where the same structure may be the model for a number of different, and possibly nonequivalent, sets of sentences or linguistic formulations of the theory." Tradução nossa.

são estruturas cognitivas, no sentido da teoria cognitivista em psicologia, e, portanto, eles funcionam de maneira representacional, no sentido da teoria representacional da mente, ou seja, estes sistemas abstratos ou modelos são representações mentais e a maneira como os usamos pode ser compreendida de acordo com o que a psicologia cognitiva propõe.

1.2.3. Modelos e subestruturas empíricas

Ainda outro defensor da abordagem semântica é Bas C. van Fraassen. A noção de modelo empregada por este é também a de uma estrutura na qual os axiomas da teoria são verdadeiros. Entretanto, esta noção de modelo por ele empregada parece contradizer uma máxima de van Fraassen, segundo o qual, "[…] para apresentar uma teoria, definimos a classe de seus modelos diretamente, sem dar qualquer atenção a questões de axiomatização[9]" (VAN FRAASSEN, 1989 p. 222 tradução nossa). Van Fraassen sustenta que a atividade científica consiste na construção de modelos que sejam empiricamente adequados. Desta forma ao apresentarmos uma teoria científica, definimos a classe dos seus modelos, e nestes modelos indicamos aquela parte que diz respeito às coisas observáveis[10], o que ele chamou de subestrutura empírica (a rigor isto seria um submodelo de um modelo da teoria no qual apenas as sentenças que descrevem aquilo que é observável são verdadeiras).

Segundo van Fraassen uma teoria é empiricamente adequada se e somente se as aparências e as subestruturas empíricas dos modelos da teoria apresentam formas semelhantes, o que ele chamou de "isomorfismo" (VAN FRAASSEN, 1980). Ou seja uma teoria é empiricamente adequada se e somente se ela é verdadeira a respeito daquilo que é observável, ou como também se costuma dizer, se e somente se ela salva os fenômenos. O uso que van Fraassen faz da expressão 'isomorfismo' não é metafórico (assim supomos). De fato, o que se quer dizer é que uma teoria é empiricamente adequada se e somente se as subestruturas empíricas dos modelos da teoria são isomorfas aos modelos de dados da teoria (VAN FRAASSEN, 1989). O

---

[9] "[…] *to present a theory, we define the class of its models directly,* without paying any attention to questions of axiomatizability[.]"

[10] Este é um conceito difícil de definir, e do qual ele tratou em seus textos como, por exemplo, (VAN FRAASSEN, 1980).

conceito de modelos de dados empregado por van Fraassen é o mesmo empregado por Patrick Suppes (1962).

Nesta acepção, ao contrário do que se pode pensar, a noção de adequação empírica pode ter uma definição matematicamente precisa, a qual depende da noção, já mencionada, de isomorfismo. Para esclarecer: dadas duas estruturas A e B que interpretam uma linguagem L, uma relação n-ária R em A e uma relação n-ária R' em B são correspondentes se e somente se R e R' interpretam o mesmo símbolo de relação n-ária da linguagem, uma função m-ária F em A e uma função m-ária F' em B são correspondentes se e somente se F e F' interpretam o mesmo símbolo de função m-ária da linguagem, e um indivíduo x no domínio de A e um indivíduo x' no domínio de B são correspondentes se e somente se interpretam a mesma constante da linguagem. Diz-se então que A e B são isomorfas se e somente se existe uma bijeção *f* do domíno de A no domínio de B que satisfaz as seguintes condições:

1. Para cada relação n-ária R em A e a relação correspondente R' em B
   $R(x_1,...,x_n)$ se e somente se $R'(f(x_1),...,f(x_n))$; para todos $x_1,...,x_n$ no domínio de A
2. Para cada função m-ária F em A e a função correspondente F' em B
   $f(F(x_1,...,x_n)) = F'(f(x_1),...,f(x_n))$; para todos $x_1,...,x_n$ no domínio de A
3. Para cada indivíduo x no domínio de A e o indivíduo correspondente x' no domínio de B
   $f(x)= x'$

Por mais interessante que a concepção defendida por van Fraassen possa ser, acreditamos que esta contempla apenas modelos de ordem-1 (o que iremos definir mais a frente), e, portanto, é mais limitada do que outras versões da abordagem semântica. Assim, não nos dedicaremos à concepção de van Fraassen da abordagem semântica neste texto.

1.2.4. Modelo réplica e modelos no sentido lógico

Luiz Henrique Dutra, ainda que não seja um proponente da abordagem semântica, fez, como já dissemos, uma investigação do uso da noção de modelo pelos filósofos identificados com a abordagem semântica. A conclusão de Dutra sobre o uso da noção de modelo pelos filósofos da ciência é tal que o leva a defender a noção de modelo-réplica (que ele não define exatamente, mas exemplifica) como algo mais fundamental (de um ponto de vista da pragmática da investigação científica) que as demais noções de modelo. Um dos vários exemplos que Dutra apresenta para ilustrar a noção de modelo-réplica é a célebre Geometria dos Sete Pontos. A Geometria dos Sete Pontos

> "[...] consiste em um círculo inscrito em um triângulo equilátero, havendo três retas que vão dos vértices dos triângulos (*sic*) ao lado oposto a cada um deles, sendo cada uma dessas retas perpendicular ao lado que ela intercepta, tocando-o no mesmo ponto que o toca o círculo inscrito. As três retas se interceptam em um ponto central (do triângulo e do círculo). Assim sendo, identificamos os sete pontos dessa estrutura geométrica: os três vértices do triângulo, os três pontos médios de seus lados e o ponto central no qual as três retas se cruzam." (DUTRA, 2008a. p. 130)[11]

De acordo com Dutra

> "[p]odemos tomar um modelo-réplica como a descrição de um *contexto limitado*...Um contexto limitado é uma abstração feita a partir de contextos reais, experimentais ou de mera observação (no mundo, na natureza ou na sociedade), que deve preservar alguns elementos que são intuitivamente considerados essenciais no contexto mais amplo e original." (DUTRA, 2008a p. 133)

Quando Dutra trata de modelos-réplica como abstrações ou entidades abstratas o que ele quer dizer com isso é que eles são normativos para a prática científica, ou seja, eles dirigem o comportamento dos cientistas, dada certa teoria científica por eles aceita (DUTRA, 2009). Acreditamos que a definição acima apresentada não é

---

[11] Toda a figura geométrica constitui o modelo-réplica, logo todos os seus pontos (e não apenas os sete pontos mencionados) pertencem ao modelo, de acordo com Dutra (2008a p. 131). Todavia, os únicos pontos que, de fato, pertencem ao modelo são os sete pontos especificados. O entendimento de que os demais pontos da figura fazem parte do modelo é motivado pelo erro de confundir a figura, usada heuristicamente para representar o objeto da interpretação pretendida, com o próprio modelo.

tão clara quanto o desejável.

Quando Dutra apresenta a Geometria dos Sete Pontos como um exemplo de um modelo-réplica de uma teoria geométrica formulada segundo o padrão axiomático da geometria euclidiana (ou de três postulados da geometria euclidiana como apresentada por Hilbert) ao qual os modelos (no sentido lógico, ou seja, uma estrutura que interpreta uma linguagem e na qual as sentenças de um conjunto de sentenças desta linguagem são verdadeiras) devem se ajustar, e a partir do qual os modelos (no sentido lógico) são construídos de modo a satisfazer os axiomas da teoria, vemos apenas uma outra maneira de denominar os objetos da interpretação pretendida da geometria em apreço.

Em nossa opinião a noção de modelo-réplica não ajuda a esclarecer, de maneira rigorosa e precisa e de um ponto de vista pragmático, a natureza das teorias científicas mais do que o faz a abordagem semântica. Dutra ao apresentar o conceito de modelo-réplica e toda a discussão do uso dos modelos por parte de vários filósofos da ciência faz um exame pertinente de um ponto de vista filosófico da análise conceitual e da pragmática da investigação, mas para o filósofo que está interessado nos fundamentos da ciência (campo no qual muitas vezes usamos as ferramentas da lógica) esta análise é insuficiente. Por certo é interessante termos um ponto de vista que seja o mais fiel possível à prática dos cientistas para não corrermos o risco de atacar um espantalho, mas não precisamos nos ver obrigados a isso se pretendemos que nossas reconstruções racionais das teorias científicas e da prática dos cientistas ofereçam alguma justificação ou esclarecimento adicional ao trabalho do cientista.

Segundo nossa avaliação, o conceito de modelo-réplica é uma noção interessante que pode oferecer uma caracterização alternativa à abordagem semântica, mas em alguns pontos não mais esclarecedora do que esta.

1.2.5. Versões de Suppes e de da Costa e Chuaqui da abordagem semântica

Quanto aos significados que o termo ‘modelo’ adquire na concepção dos vários proponentes da abordagem semântica, e mesmo daqueles que usam a noção de modelo sem se comprometerem com esta concepção, defendemos junto com Suppes que todos eles podem ser reduzidos à noção semântica de modelo no sentido de Tarski, a saber, um conjunto não vazio munido de uma função interpretação que associa elementos específicos da linguagem a itens específicos deste conjunto

(SUPPES, 1960). Não significa que as noções de modelo icônico ou de modelo de dados (para ficar só com duas delas) não desempenhem papéis importantes para a prática científica ou mesmo para o estudo filosófico desta prática, mas apenas que na medida em que estivermos interessados em apresentar uma análise formal dos fundamentos das ciências, todas estas outras noções podem ser adequadamente representadas pela noção lógica usual de modelo.

De acordo com Suppes (1960), o significado do termo ‘modelo’ é o mesmo tanto na matemática quanto nas ciências empíricas, ao passo que os usos do termo ‘modelo’ diferem de um campo para outro. Para estabelecer sua tese de que o significado do termo ‘modelo’ empregado nas várias ciências empíricas é o mesmo, Suppes analisa várias citações de cientistas de diferentes campos, nas quais o termo ‘modelo’ ocorre, e argumenta que em todas elas a noção lógica usual de modelo pode ser empregada para os mesmos fins. Mais do que isso, ele afirma que embora o significado do termo ‘modelo’ empregado na matemática seja o mesmo significado empregado nas ciências empíricas a diferença se dá pelo uso do termo ‘modelo’ em cada um destes campos; o termo ‘modelo’ é usado de maneira diferente em cada um destes campos, pois os matemáticos fazem certas perguntas acerca dos modelos, enquanto os cientistas empíricos fazem perguntas de outro tipo acerca dos modelos.

A despeito de quão relevantes possam ser as contribuições feitas por filósofos diversos quanto às suas concepções da abordagem semântica, as duas de que trataremos mais detidamente se devem uma a Patrick Suppes, e a outra a Newton C. A. da Costa e Rolando Chuaqui. Daqui em diante, a menos quando dissermos explicitamente, sempre que usarmos a expressão ‘abordagem semântica’ nos referiremos às versões de Suppes e/ou da Costa e Chuaqui.

Segundo uma máxima bem conhecida de Patrick Suppes: “axiomatizar uma teoria é definir um predicado conjuntista” (SUPPES, 2002 p. 30). De acordo com Suppes, podemos axiomatizar uma teoria escrevendo o que ele chama de um predicado conjuntista, ou seja, um predicado definido a partir da linguagem da teoria de conjuntos que condensará os axiomas da teoria. É preciso que se diga que os axiomas de que se fala aqui são apenas os axiomas da parte específica da teoria. Não entram aqui (embora pudessem em princípio) os axiomas da lógica subjacente, nem das teorias matemáticas usadas na sua formulação[12].

[12] Por exemplo, se os axiomas de ZFC estiverem envolvidos o modelo terá que “modelá-los” também, e, portanto, tais modelos não poderão ser conjuntos de ZFC, se ZFC for consistente (como veremos a frente).

Suppes prefere deixar implícitos os axiomas da lógica subjacente e das teorias matemáticas envolvidas, e dar um predicado conjuntista apenas para os axiomas da parte específica da teoria.

Em algumas de suas obras Suppes não define a teoria de conjuntos de que fala e nem a sua linguagem, contudo sabemos que ele está bem ciente de que pode dar todo este tratamento usando a teoria de conjuntos, digamos, padrão, Zermelo-Fraenkel com axioma da escolha, ZFC[13]. Suppes diz que uma pergunta que naturalmente podemos fazer no contexto da lógica é se certa teoria pode ser axiomatizada em lógica de primeira ordem. Para isto precisamos ter um modo de caracterizar tal teoria que seja extrínseco ao conjunto de axiomas formulados na linguagem formal da lógica de primeira ordem, e fazemos isto ao especificarmos uma classe de estruturas que serão os modelos da teoria em questão. Assim Suppes sugere que olhemos para os modelos da teoria para obtermos tal caracterização, e diz que perguntar se podemos axiomatizar uma teoria (em linguagem da lógica de primeira ordem) nada mais é que perguntar se podemos enunciar um conjunto de axiomas tal que seus modelos sejam precisamente os modelos na classe definida (SUPPES, 1967 p. 60). Suppes diz que uma caracterização intrínseca das teorias como cálculo lógico é preferível à caracterização extrínseca delas (caracterização por algo que é extrínseco a este cálculo lógico, ou seja, seus modelos), entretanto a caracterização extrínseca "... pode conduzir a uma discussão mais sutil da natureza de uma teoria científica."[14] (SUPPES, 1967 p. 62).

Uma outra máxima comumente associada à abordagem semântica é aquela segundo a qual "uma teoria é definida pela classe dos seus modelos". Isto parece estar de acordo com a abordagem semântica inclusive na versão de Suppes. De acordo com este *dictum*, uma teoria é *definida pela* classe dos seus modelos, o que se entende por apresentar um predicado conjuntista o qual será satisfeito pelos seus modelos. Veja-se que isto é diferente de dizer que uma teoria *é* uma classe de modelos. Uma teoria não *é* uma classe de modelos se por *é* entendermos uma identificação entre teoria e classe de modelos. Na verdade, uma teoria cientifica é *mais bem caracterizada* pela classe de seus modelos. O que queremos dizer com isto é que entendemos que seja lá o que for uma dada teoria científica ela é algo anterior às suas formulações por meio das linguagens formais à nossa disposição, seja por meio de

[13] Isto foi dito em conversa pessoal com Décio Krause, que nos foi relatada.
[14] "[...] can lead to a more subtle discussion of the nature of a scientific theory." Tradução nossa.

axiomas ou predicados conjuntistas (algo que explicaremos a frente). E a teoria pode ser formalizada por mais de uma maneira, dadas as linguagens formais à nossa disposição.

Se quisermos identificar teorias e classes de modelos não conseguiríamos fazer isto univocamente, como veremos no segundo capítulo quando detalharmos a maneira como os modelos dependem da linguagem em uma das versões estudadas. Acreditamos que a relação entre modelos e teorias não seja de identificação, o que sugere uma relação ontológica, mas sim representacional[15]. Correndo o risco de sermos repetitivos, mas a guisa de mais clareza enfatizamos: há várias teorias científicas as quais foram formalizadas e axiomatizadas e/ou para as quais foram definidos predicados conjuntistas e/ou de Suppes (algo que definiremos a seguir) em um dado momento (exemplos destas serão dados no próximo capítulo), não obstante os cientistas em seus programas de pesquisa já lidavam com estas teorias informalmente antes que qualquer formalização fosse apresentada.

Por exemplo, há formalizações da teoria da relatividade geral que datam das últimas duas ou três décadas, todavia os físicos desta área falam da teoria da relatividade geral desde a primeira metade do século XX, antes mesmo que qualquer formalização tivesse sido apresentada. O fato de os cientistas não saberem como ou não estarem interessados em apresentar suas teorias por meio de axiomas ou por meio de predicados numa linguagem formal não significa que o discurso destes a respeito de suas teorias seja assignificativo. Esta parece ser uma pressuposição de alguns daqueles que se dedicam aos fundamentos da ciência, e, portanto, estes apenas entendem uma teoria quando esta é apresentada formalmente. Não significa que podemos ter uma teoria antes da sua formulação, pois os cientistas em seus programas de pesquisa utilizam tanto a linguagem natural quanto a matemática para tratar de suas teorias, e isto é um tipo de formulação. Entretanto se por formulação alguém entende apenas a apresentação da teoria axiomaticamente ou por meio de um predicado utilizando uma linguagem formal, então sim, entendemos que a teoria pode vir antes da sua formulação. Embora, insistimos, formulação não é apenas isso.

Em 1988 Newton C. A. da Costa e Rolando Chuaqui em (COSTA; CHUAQUI, 1988) tentaram formalizar a noção, até então

[15] Não no sentido mentalista do termo. Para ver uma defesa de que a relação entre teorias e modelos na abordagem semântica não é de identificação, mas representacional, ainda que não subscrevamos toda a tese defendida, ver (FRENCH; SAATSI, 2006).

intuitiva, de um predicado conjuntista de que falou Suppes, o qual eles passaram a chamar simplesmente de ‘predicado de Suppes’. A inspiração veio do trabalho de Nicolas Bourbaki e sua noção de ‘espécie de estruturas’, que segundo da Costa e Chuaqui é equivalente à noção de predicado conjuntista de Suppes.

Seguindo a apresentação destas noções em (KRAUSE; ARENHART; MORAES, 2011) caracterizaremos a noção de predicado de Suppes formulada por da Costa e Chuaqui. Tudo aqui é feito na teoria informal de conjuntos. Se for preciso mais rigor, assumimos ZFC.

O conjuntos τ dos tipos é o menor conjunto satisfazendo as seguintes condições:

1. $i \in \tau$
2. se $a_0, a_1, ..., a_{n-1} \in \tau$, então $\langle a_0, a_1, ..., a_{n-1} \rangle \in \tau$, $1 \leq n < \omega$. (em que ω é o conjunto dos números naturais)
3. Nada mais é um tipo

Definimos em seguida a noção de ‘ordem de um tipo’. Se $a \in \tau$, a ordem de a, denotada por ord(a), é definida como:

1. $\mathrm{ord}(i)=0$
2. $\mathrm{ord}(\langle a_0, a_1, ..., a_{n-1} \rangle)=\max \{\mathrm{ord}(a_0), \mathrm{ord}(a_1), ..., \mathrm{ord}(a_{n-1})\}+1$

Dadas estas noções definimos a noção de ‘escala baseada em um conjunto’. Seja D um conjunto não vazio, uma função t, chamada escala baseada em D, que tem τ como seu domínio, é definida como:

1. $t(i)=D$
2. se $a_0, a_1, ..., a_{n-1} \in \tau$, então $t(\langle a_0, a_1, ..., a_{n-1} \rangle)= P(t(a_0) \times t(a_1) \times ... \times t(a_{n-1}))$. (onde P denota a operação de conjunto potência e $\times$ a operação de produto cartesiano)

Para cada tipo a a função t produz o conjunto de todas as relações deste tipo construídas a partir dos elementos de D. A escala baseada em D é o conjunto $\bigcup$(imagem t(D)), denotado por $\varepsilon(D)$. O cardinal κ_D associado a $\varepsilon(D)$ é $\kappa_D =_{def} \sup \{|D|, |P(D)|, |P^2(D)|, ...\}$.

Uma estrutura A baseada em D[16] é um par ordenado da forma $A=\langle D, R_i \rangle$, em que R_i é uma sequência de elementos de $\varepsilon(D)$, e a cardinalidade do domínio de R_i é estritamente menor que κ_D. κ_D é o cardinal associado a A e $\varepsilon(D)$ é a escala associada a A. A ordem de uma relação é definida como a ordem do seu tipo, assim a ordem de A, denotada por ord(A), é a ordem do maior dos tipos das relações da

[16] O conjunto D pode ser constituído por alguns conjuntos que chamamos de conjuntos principais e outros conjuntos que chamamos de conjuntos auxiliares (pode não haver conjuntos auxiliares). Neste caso D é a união de uma sequência finita de $X_1, ..., X_n$ conjuntos, chamados conjuntos básicos da estrutura.

família R_i, se houver, e se não houver tal relação ord(A)=ω. Se uma estrutura tem ordem κ dizemos que é uma estrutura de ordem-κ.

Este é o principal motivo de nos atermos às versões de Suppes e de da Costa e Chuaqui, a saber, o fato de, diferentemente dos demais acima citados, nestas duas versões são consideradas estruturas de ordem-*n* para um $n \geq 1$, e não apenas estruturas de ordem-1.

Com a função *t* podemos construir relações e propriedades com base nos tipos, e tendo por base os elementos de D. Assim, os elementos de $t(i)$ são os elementos de D, os elementos de $t(\langle i\rangle)$ são as propriedades dos elementos de D, os elementos de $t(\langle i,i\rangle)$ são as relações binárias de elementos de D, os elementos de $t(\langle\langle i\rangle\rangle)$ são as propriedades das propriedades dos elementos de D, etc. Por exemplo considere a seguinte estrutura formada por uma ordem parcial sobre os inteiros $A=\langle Z,\leq\rangle$. Os elementos de Z, os números inteiros, são elementos de $t(i)$ e a relação binária ≤ é um elemento de $t(\langle i,i\rangle)$. Se estendêssemos a estrutura para falar de propriedades destes números, por exemplo, a propriedade de 'ser par', esta propriedade seria um elemento de $t(\langle i\rangle)$. Como a ordem de uma relação é a ordem do seu tipo, no nosso exemplo com $\langle Z,\leq\rangle$ a ordem de ≤ é $\text{ord}(\langle i,i\rangle)$ que é max $\{\text{ord}(i), \text{ord}(i)\}+1$, ou seja, a ordem de ≤ é 1. Isto quer dizer que, intuitivamente falando, a relação ≤ se dá entre os elementos do domínio.

Como a ordem de uma estrutura é a ordem do maior dos tipos das relações da família R_i (se houver, e se não houver tal relação a ordem é ω), no caso de $A=\langle Z,\leq\rangle$ a ordem da estrutura é 1, ou seja, $A=\langle Z,\leq\rangle$ é uma estrutura de ordem-1.

Vimos que a função *t*, chamada escala baseada em D, e que tem τ como seu domínio, para cada tipo *a* produz o conjunto de todas as relações deste tipo construídas a partir dos elementos de D, então em nosso primeiro exemplo, $A=\langle Z,\leq\rangle$, a função *t*, que aqui é baseada em Z, é o que permite construir a relação ≤ entre os números inteiros. Para o tipo *i*, o tipo dos elementos de Z, a função *t* produz todas as relações dos tipos $t\langle i_0,...,i_{n-1}\rangle$ para $1\leq n<\omega$ com base neste tipo *i*, ou seja, propriedades de elementos de Z, relações binárias entre elementos de Z, relações ternárias entre elementos de Z, etc. De todas estas relações que podem ser construídas pela função *t* baseada em Z a única que está na estrutura é ≤, e a união de todas as relações que podem ser construídas pela função *t* com base em Z é o que chamamos de 'escala baseada em' Z, denotada por ε(Z).

Ainda em nosso exemplo a estrutura A baseada em Z é o par ordenado $A=\langle Z,\leq\rangle$, cuja forma é $A=\langle D,R_i\rangle$, e cuja relação ≤ em A é uma sequência de elementos de $\varepsilon(\mathbb{Z})$ (uma sequência de um só elemento, já que a estrutura só tem uma relação). Se fôssemos considerar uma estrutura constituída por mais de uma relação, por exemplo $C=\langle \mathbb{Z},\leq,+\rangle$[17], R_i seria a sequência $\langle\leq,+\rangle$ de elementos de $\varepsilon(\mathbb{Z})$.

Vejamos agora as diferenças entre as versões da abordagem semântica de Suppes e de da Costa e Chuaqui. Consideremos a teoria dos grupos cujos axiomas são os que seguem, em que as variáveis x, y, z percorrem um domínio não vazio G, *e* é uma constante em G, e $\circ$ é uma operação binária em G:

1. $x \circ (y \circ z) = (x \circ y) \circ z$ (para todo x, y, e z)
2. $e \circ x = x \circ e = x$ (para todo x)
3. para todo x, existe y tal que $x \circ y = y \circ x = e$

Na versão de Suppes o predicado conjuntista para a teoria de grupos é um símbolo de predicado unário P que é a conjunção destes axiomas acima, e a fórmula P(A) construída na linguagem da teoria de conjuntos $L=\{\in\}$ diz que a estrutura A satisfaz o predicado conjuntista (satisfaz os axiomas) da teoria de grupos, ou seja, A é um modelo da teoria de grupos, ou mais simplesmente, A é um grupo. Na versão de da Costa e Chuaqui o predicado de Suppes também é escrito na linguagem da teoria de conjuntos, mas os axiomas da teoria, que entram na definição do predicado de Suppes, são escritos em outra linguagem que não a linguagem da teoria de conjuntos (a menos que estejamos especificando um predicado de Suppes para a teoria de conjuntos). Nesta versão o predicado de Suppes é escrito na linguagem da estrutura, ou seja, utilizamos uma linguagem formal para a estrutura, e nela escrevemos o predicado. Vamos esclarecer um pouco mais.

Na versão de Suppes começamos especificando a linguagem da teoria de conjuntos cujo único símbolo não lógico é o símbolo de relação binária $\in$, interpretado usualmente como pertinência. Consideremos também uma estrutura $A=\langle D,R_i\rangle$, definida na teoria de conjuntos, e cujas relações em R_i são relações de ordem-n_i, para $n_i\geq 1$. Uma vez que os símbolos A, $\langle$, $\rangle$, D, R, *i*, não pertencem a $L=\{\in\}$, eles devem ser introduzidos estendendo esta linguagem por meio de definições abreviativas na sua metalinguagem ou introduzindo os novos símbolos na linguagem objeto satisfazendo os critérios de Leśniewski[18].

---

[17] Lembremos que podemos representar operações m-árias como relações m+1-árias.

[18] Os critérios de eliminabilidade e não-criatividade. Uma fórmula β introduzindo um novo símbolo *p* satisfaz o critério de eliminabilidade se e somente se quando α_1 é uma fórmula na qual o novo símbolo ocorre, então há

Deste modo cada estrutura terá seus símbolos primitivos, os quais serão envolvidos por R_i, todos introduzidos na linguagem da teoria de conjuntos, ou em alguma extensão desta linguagem. Desta forma o predicado conjuntista será a conjunção dos axiomas da teoria, os quais são escritos na linguagem da teoria de conjuntos, ou em alguma extensão desta linguagem.

Na versão de da Costa e Chuaqui a linguagem da estrutura tem implicações, que na versão de Suppes não aparecem, e por isso não podemos escrever os axiomas da teoria, que entrarão na definição do predicado de Suppes, na linguagem da teoria de conjuntos. Como na versão de Suppes, na versão de da Costa e Chuaqui também começamos especificando a linguagem da teoria de conjuntos, na qual o predicado da teoria será definido. Consideremos novamente uma estrutura $A=\langle D,R_i\rangle$, definida na teoria de conjuntos, e cujas relações em R_i são relações de ordem-n_i, para $n_i \geq 1$. Na versão de da Costa e Chuaqui também precisaremos lidar com a linguagem da estrutura, e, dependendo da estrutura considerada, podemos necessitar até mesmo de linguagens infinitárias.

Tanto na versão de da Costa e Chuaqui, como na versão de Suppes, precisaremos lidar não só com os símbolos A, ⟨, ⟩, D, R, *i*, da linguagem da estrutura, mas também com os elementos da escala $\varepsilon(D)$, os quais definem a ordem das relações R_i na estrutura e consequentemente a ordem da estrutura A. Como não trataremos apenas de estruturas de ordem-1, precisaremos de uma linguagem para lidar com estruturas de ordem-n (para qualquer $1 \leq n \leq \omega$). Todavia, na versão de da Costa e Chuaqui podemos fazer isso empregando linguagens infinitárias.

A necessidade de eventualmente usarmos linguagens infinitárias é que "[a] questão de se saber quais subconjuntos do domínio da estrutura são definíveis nesta estrutura está intimamente ligada à ordem da linguagem que usamos para falar da estrutura." (MORAES, 2011 p. 46). Por isso os axiomas da teoria, na versão de da Costa e Chuaqui, não são escritos na linguagem da teoria de conjuntos. A possibilidade de

uma fórmula primitiva α_2 tal que $\beta \rightarrow (\alpha_1 \leftrightarrow \alpha_2)$ é derivável dos axiomas e definições precedentes. Uma fórmula α introduzindo um novo símbolo *p* satisfaz o critério de não-criatividade se e somente se não há fórmula primitiva β tal que $\alpha \rightarrow \beta$ é derivável dos axiomas, mas β não é (SUPPES, 1972 p. 154). No entanto, o modo usual de proceder não é ampliando a linguagem, mas introduzindo os novos símbolos como abreviações metalinguísticas, que é o procedimento que adotaremos.

empregarmos diferentes linguagens nos permite investigar aspectos da teoria que estamos formalizando que simplesmente não emergem quando formalizamos a teoria empregando a linguagem da teoria de conjuntos (ou seja, na versão de Suppes). Tais aspectos relacionam-se a propriedades metamatemáticas que não são de interesse para Suppes, e, portanto, não são consideradas em sua versão da abordagem semântica. Detenhamo-nos, por um momento, neste assunto de definibilidade e linguagens infinitárias, antes de voltarmos a comparar as duas versões da abordagem semântica em consideração.

Consideremos a seguinte definição:

(Definibilidade) Seja L uma linguagem de primeira ordem e A uma estrutura para L. Seja D o domínio de A. Seja $k \in \omega^{+}$ e $X \subseteq D^{k}$. O conjunto X é definível em A se e somente se existe uma fórmula φ de L tal que todas as variáveis livres de φ ocorrem em $x_1, x_2,...,x_k$ e

$$X= \{\langle a_0, a_1,...,a_{k-1}\rangle \in D^k : A \vDash \varphi\langle a_0, a_1,...,a_{k-1}\rangle\}$$

Como se pode ver, a definição acima nos dá uma noção de definibilidade que é relativa à linguagem considerada (podemos também lidar com linguagens de ordem superior) mas uma pergunta que podemos fazer é se existe uma noção de definibilidade que seja ‘absoluta’. De acordo com Rogers (1965) os lógicos deixaram de lado esta questão enquanto uma noção de definibilidade absoluta tem sido corrente em matemática, a saber, a noção de invariância por automorfismos. Um automorfismo de uma estrutura é um isomorfismo desta estrutura nela mesma. Seja $A=\langle D,R_i\rangle$ uma estrutura e $E\subseteq D$, E é invariante por automorfismos se e somente se $E= f(E)$ para todo automorfismo f da estrutura. Na estrutura $A=\langle \mathbb{Z},+\rangle$ o único automorfismo não trivial (o automorfismo trivial é a função identidade) é a função $f(x)= -x$, portanto o conjunto {1} não é absolutamente definível, mas o conjunto {-1, 1} é (MORAES, 2011). Mas qual a relação entre definibilidade considerando uma certa linguagem e definibilidade absoluta?

Para mostrar que definibilidade absoluta não implica definibilidade, Moraes (2011) dá o seguinte exemplo. Considere a estrutura $B=\langle \omega, +, \cdot\rangle$, em que ω é o conjunto dos números naturais, e + e · denotam as funções adição e multiplicação sobre ω. O único automorfismo de B é a função identidade, logo todos os subconjuntos de ω são invariantes sob este automorfismo e, portanto todo subconjunto de ω é definível em B. Mas como os subconjuntos definíveis em B são definíveis por uma fórmula da linguagem associada a B, e como essa linguagem é enumerável, haverá apenas um número enumerável de subconjuntos de ω que são definíveis em B. Contudo, como o conjunto de todos os subconjuntos de ω não é enumerável, há mais subconjuntos de ω que não são definíveis em B do que os que são, e portanto muito mais subconjuntos de ω que são absolutamente definíveis do que os que são definíveis em B. E mesmo que usássemos uma linguagem de ordem superior continuaríamos com o mesmo problema, pois o número de fórmulas desta linguagem ainda seria enumerável, se estivermos trabalhando do modo usual.

E disso, afirma Moraes, podemos concluir que a noção de definibilidade absoluta é absoluta no sentido de não ser relativa à linguagem da estrutura, seja ela qual for. Mas a situação é bem diferente para linguagens infinitárias. Na verdade, definibilidade absoluta corresponde à expressibilidade em linguagens infinitárias. Podemos definir uma linguagem infinitária como segue.

Dados os cardinais κ, μ e η tais que $\kappa \leq \mu$ e κ, μ são infinitos e $1 \leq \eta \leq \omega$, definimos uma linguagem (na verdade podemos definir uma classe de linguagens) em que podemos formar conjunções e disjunções de comprimento $< \mu$, e quantificação sobre sequências de variáveis de comprimento $< \kappa$. Seja L^η qualquer linguagem finitária a partir da qual se construa a linguagem infinitária (η indica a ordem da linguagem, e temos linguagens de primeira ordem se $\eta=1$, linguagens de segunda ordem se $\eta=2$, e assim por diante até $\eta= \omega$, que é uma linguagem apropriada para a teoria dos tipos), com qualquer número de símbolos não lógicos (e consideraremos como operadores e quantificadores primitivos apenas $\neg$, $\wedge$, e $\exists$, e os demais são definidos da maneira usual) a linguagem infinitária $L_{\mu\kappa}^\eta$ tem os seguintes símbolos básicos: (i) todos os símbolos de L^η, (ii) um conjunto de *k* conjuntos de variáveis, um para cada $k \leq \eta$ de L^η, em que a cardinalidade de cada *k* (representada por $|k|$) é κ, (iii) um operador de conjunção infinitária $\bigwedge$.

A classe das 'pré-fórmulas' de $L_{\mu\kappa}^\eta$ é definida como segue: (a) cada fórmula de L^η é uma pré-fórmula de $L_{\mu\kappa}^\eta$, (b) se α e β são pré-fórmulas, $\neg\alpha$, $\alpha\wedge\beta$ também são pré-fórmulas, (c) se Δ é um conjunto de pré-fórmulas tal que $|\Delta| < \mu$, então $\bigwedge\Delta$ é uma pré-fórmula, (d) se α é uma pré-fórmula e $X \subseteq k$ tal que $|X| < \kappa$, então $\exists x\alpha$ é uma pré-fórmula, (e) nada mais é pré-fórmula.

Se Δ é um conjunto de pré-fórmulas indexado por um conjunto I, por exemplo, $\Delta=\{\delta_i : i \in I\}$, então escrevemos $\bigwedge\Delta$ para abreviar $\bigwedge_{i \in I} \Delta$, ou se I é o conjunto dos números naturais escrevemos $\bigwedge\Delta$ para abreviar $\delta_1 \wedge \delta_2 \wedge \delta_3$,... Se k é um conjunto de variáveis indexado por um ordinal γ, dizemos que $k=\{x_\zeta : \zeta < \gamma\}$, e escrevemos $(\exists x_\zeta)_{\zeta < \gamma}\ \delta$ para representar $\exists k\ \delta$.

Definimos ainda o operador de disjunção infinitária $\vee$ e o quantificador universal $\forall$ como segue:

$\vee\Delta =_{df} \neg \wedge \{\neg\, \delta : \delta \in \Delta\}$

$\forall k\ \delta =_{df} \neg\exists k\, \neg\delta$

Empregamos as convenções similares para $\wedge$ e $\exists$. Definimos então: uma fórmula de $L_{\mu\kappa}{}^{\eta}$ é uma pré-fórmula que é < κ variáveis livres.

Uma vez que os símbolos não lógicos de $L_{\mu\kappa}{}^{\eta}$ são os mesmos de L^{η}, e como são apenas estes os símbolos que determinam a assinatura da estrutura, então uma estrutura para uma linguagem $L_{\mu\kappa}{}^{\eta}$ é simplesmente uma estrutura para a linguagem L^{η} de base. A semântica de $L_{\mu\kappa}{}^{\eta}$ é em quase tudo semelhante à semântica de L^{η}, mas a noção de uma fórmula ser satisfeita por uma sequência numa estrutura tem as duas cláusulas adicionais seguintes:

1. $\wedge\Delta$ é satisfeita em uma estrutura A (por uma dada sequência) se e somente se para toda $\delta \in \Delta$, δ é satisfeita em A (pela mesma sequência).
2. $\exists k\ \delta$ é satisfeita em uma estrutura A (por uma dada sequência) se e somente se existe uma sequência no domínio de A em bijeção com k que satisfaz δ em A.

As demais cláusulas são facilmente definíveis a partir destas, e as noções de verdade, validade, satisfatibilidade e modelo são facilmente generalizadas a partir destas (BELL, 2012).

Para simplificar enunciaremos, sem prova, o seguinte teorema para estruturas da forma $\langle D,R\rangle$ em que R é uma relação binária em D, e $L_{\mu\kappa}{}^{\eta}$ tem apenas um símbolo de predicado binário S:

(Teorema) Seja $\langle D,R\rangle$ uma estrutura e $E \subseteq D$. E é absolutamente definível em $\langle D,R\rangle$ se e somente se para ordinais μ, κ existe uma fórmula de $L_{\mu\kappa}{}^{\eta}$ (com o símbolo S) que define E, onde S é interpretado como R, e os quantificadores são interpretados como variando sobre D (ROGERS, 1965 p. 197).

Feitas estas observações sobre linguagens infinitárias e sobre o uso delas, esperamos ter detalhado a importância do uso de tais linguagens na versão de da Costa e Chuaqui.

Voltemos agora a detalhar as diferenças entre a versão de da Costa e Chuaqui e a versão de Suppes.

Segundo Suppes, devemos especificar uma estrutura ou uma classe de estruturas que modelem o domínio específico da teoria (deixando implícitos os axiomas lógicos e matemáticos quando a teoria em questão não for nem lógica nem matemática), ao escolher determinados conceitos, propriedades e relações que valham entre os objetos estudados, e então formulamos os postulados específicos da teoria na linguagem $L=\{\in\}$ ou em alguma de suas extensões. Estes postulados são então abreviados por meio de um predicado conjuntista que é uma fórmula da linguagem da teoria de conjuntos $L=\{\in\}$ ou alguma de suas extensões (com uma variável livre) que representa a conjunção de todos os postulados específicos da teoria. Em seguida provamos na teoria de conjuntos (que aqui estamos supondo ser ZFC) que as estruturas da teoria satisfazem o predicado conjuntista que vamos chamar de *P* provando que os objetos, as propriedades, e as relações das estruturas da teoria têm as propriedades enunciadas no predicado conjuntista *P*. Ou seja, formalmente, dada uma estrutura $A=\langle D,R_i\rangle$, um predicado conjuntista que ela satisfaz é um $P(X)$ tal que:

$P(A)$ se e somente se $\exists D \exists R_i(A=\langle D,R_i\rangle \wedge D\neq\emptyset \wedge R_i\in\langle s_1,...,s_m\rangle \wedge A_1,...,A_k)$

em que D é a união dos conjuntos base da estrutura, $s_1,...,s_m$ são elementos de conjuntos de uma escala baseada em D, e $A_1,...A_k$ (para $1\leq k\leq\omega$) são os axiomas da teoria em questão, tal que $P=_{df} A_1\wedge ... \wedge A_k$. Dizemos então que A é uma *P*-estrutura[19].

Retomando nosso exemplo da teoria de grupos dado antes para esclarecer a definição de predicado conjuntista apresentado acima, $A_1,..,A_3$ representam os três axiomas de grupos já apresentados, R_i representa $\circ$, $\langle s_1,...,s_m\rangle$ representa o tipo da operação $\circ$, a saber, $\langle i, i, i\rangle$, e D representa o conjunto não vazio G.

Para ilustrar a relação entre o predicado conjuntista e os modelos, Krause, Arenhart e Moraes (2011) dão o seguinte exemplo: para provar que a estrutura $R=\langle R^n,R, +, \cdot\rangle$ modela os postulados dos espaços vetoriais, provamos que é um teorema de ZFC: $\langle R^n,R, +, \cdot\rangle\models P$, ou seja, ZFC $\vdash \langle R^n,R, +, \cdot\rangle\models P$. Em que P representa um predicado conjuntista, em alguma linguagem apropriada, para os espaços vetoriais.

---

[19] A rigor isto deve ser visto como uma reconstrução feita por da Costa e Chuaqui da concepção de Suppes, uma vez que este não aborda, em seus textos consultados, a noção de escala baseada em um conjunto. Esta reconstrução feita por da Costa e Chuaqui, que aqui reputamos como a versão de Suppes da abordagem semântica, difere da própria versão de da Costa e Chuaqui, como veremos a seguir.

Deve ser óbvio que a estrutura $\langle R^n, R, +, \cdot \rangle$ não modela todos os espaços vetoriais, antes o predicado P para todos os espaços vetoriais tem como um dos seus modelos a estrutura $\langle R^n, R, +, \cdot \rangle$ para um dado *n* específico.

Um espaço vetorial é uma estrutura da forma $\langle V, +, K, \oplus, \otimes, \cdot \rangle$ em que V é um conjunto não vazio dotado de uma operação binária +, e K é um corpo cujas operações são $\oplus$ e $\otimes$, e $\cdot$ é uma operação binária sobre V×K em V. Os elementos do corpo são chamados escalares, e os elementos do conjunto V são chamados vetores. Espaços vetoriais satisfazem as seguintes condições (BOLDRINI et al, 1986):

1. $(u + v) + w = u + (v + w)$ para quaisquer $u, v, w \in V$
2. Existe um elemento $0 \in V$ tal que para cada $v \in V$, $v + 0 = 0 + v = v$
3. Para cada $v \in V$, existe um $u \in V$, tal que $v + u = 0$
4. Para cada $u, v \in V$, $u + v = v + u$
5. Para cada $a, b \in K$ e para cada $v \in V$, $a \cdot (b \cdot v) = (a \cdot b) \cdot v$
6. Se 1 é a unidade de K, então para cada $v \in V$, $1 \cdot v = v$
7. Para $a \in K$, e cada $u, v \in V$, $a \cdot (v + u) = a \cdot v + a \cdot u$
8. Para cada $a, b \in K$, e cada $v \in V$, $(a + b) \cdot v = a \cdot v + b \cdot v$

Daí podemos extrair facilmente um predicado conjuntista para os espaços vetoriais, e $\langle R^n, R, +, \cdot \rangle$ satisfaz este predicado.

Este tratamento, semelhante a como usualmente a teoria dos espaços vetoriais é apresentada, difere bastante de outras caracterizações dos espaços vetoriais que são encontradas na literatura. Encontramos em (HODGES, 1997 p. 3-4) uma caracterização de espaço vetorial como uma estrutura composta por um conjunto não vazio V de vetores sobre um corpo de escalares K. Há também um objeto em V que é a origem do espaço vetorial, há uma operação binária sobre V que é a adição de vetores, uma operação unária sobre V que é a função de inverso aditivo, e para cada escalar *k* em K há uma operação unária k^V que representa a multiplicação de um vetor por *k*. Desta forma cada escalar dá origem a um símbolo de função unária.

Espaços vetoriais são estruturas de ordem-1, mas este tratamento apresentado por Hodges faz com que possamos falar de espaços vetoriais usando uma linguagem de primeira, o que difere da caracterização que sugerimos acima por meio de um predicado conjuntista em que a estrutura no exemplo também é uma estrutura de ordem-1, mas a linguagem empregada não poderia ser de primeira ordem.

Esta caracterização sugerida por Hodges pode trazer uma complicação por requerer uma linguagem não enumerável para estrutura no caso de um espaço vetorial real. A preferência por apresentar espaços vetoriais com linguagem de primeira ordem se deve, acreditamos, ao fato de que a teoria de modelos para teorias de primeira ordem nos fornece teoremas que não se aplicam a teorias de ordem superior, mas a escolha por esta apresentação traz consigo este problema. Tal dificuldade, a necessidade de uma linguagem não enumerável, não aparece na caracterização de espaços vetoriais sugerida acima por meio de um predicado conjuntista, ou mesmo de acordo com a caracterização usual, mas por outro não temos à nossa disposição alguns teoremas importantes, que não se aplicam a teorias de ordem superior.

Na versão de Suppes da abordagem semântica a noção de modelo não é a da lógica usual, pois não está presente nenhuma função interpretação que associe itens específicos da linguagem da estrutura a elementos no domínio da estrutura. Nesta versão uma estrutura em ZFC compreende os elementos da escala $\varepsilon(D)$, e D compreende o domínio em estudo.

Recordemos aqui alguns conceitos básicos da teoria dos conjuntos. Um conjunto *x* é 'transitivo' se e somente se todo elemento de *x* é um subconjunto de *x*. Seja R uma relação sobre um conjunto *x*, dizemos que R é uma 'boa ordem' sobre *x* se e somente se para todo a, b e c em *x* temos que:

1. $(aRb \wedge bRc) \rightarrow aRc$
2. $a=b \vee aRb \vee bRa$
3. $\neg aRa$
4. Todo subconjunto não vazio de *x* possui um 'primeiro elemento' relativamente a R.

Dizemos que *x* é um 'ordinal' se e somente se *x* é transitivo e a relação $\in$ é uma boa ordem sobre *x*. Dado um ordinal *x*, chamamos um 'ordinal sucessor' de *x*, o que representamos por $S(x)$, o conjunto $x \cup \{x\}$, e *y* é um ordinal sucessor se e somente se existe *x* tal que $y = S(x)$. Dizemos que *x* é um 'ordinal limite' se e somente se *x* é um ordinal diferente de $\emptyset$, e não é um ordinal sucessor. A classe de todos os ordinais é denotada por **On**. Dados estes conceitos, definimos a chamada 'hierarquia cumulativa', denotada por **V**:

$V_0=\emptyset$

$V_{S(\alpha)}= P(V_\alpha)$; em que P é a operação de conjunto potência

$V_\lambda= \bigcup_{\beta\in\lambda} V_\beta$ se λ é um ordinal limite

$\mathbf{V}=\bigcup_{\alpha\in\mathbf{On}} V_\alpha$

Como um conjunto, uma estrutura que modela uma teoria está em algum V_α da hierarquia cumulativa, para algum α adequado, e assim como Muller (2009) sugere e Krause, Arenhart e Moraes (2011) concordam, a teoria pode ser formalmente descrita como $\{A \in V_\alpha : P(A)\}$ para um tal α; em que P é um predicado conjuntista da teoria. Desta maneira podemos formalizar o sentido em que uma teoria é uma classe de modelos, mas, insistimos, entendemos que isso é apenas uma *façon de parler* como já dissemos acima. Nossa intuição é que não é adequado identificar uma teoria a uma classe de estruturas, nem nos parece ser esta a intenção original por trás da versão de Suppes da abordagem semântica. Antes o que parece ser o caso é que caracterizar uma teoria pela classe dos seus modelos parece ressaltar certos aspectos desta teoria que não são explicitados por um conjunto de axiomas de acordo com a abordagem sintática.

Na versão de da Costa e Chuaqui também temos as estruturas $A_1,...,A_n$ (sendo $n \geq \omega$) da teoria, mas especificamos uma linguagem formal para $A_1,...,A_n$, e nesta linguagem formulamos os postulados específicos da teoria que terão $A_1,...,A_n$ como seus modelos. Por certo há infinitas linguagens formais que podemos usar para formular $A_1,...,A_n$. Como na versão de Suppes nesta também trabalhamos em uma teoria de conjuntos (que estamos supondo ser ZFC), e também explicitamos apenas os postulados específicos da teoria (pressupondo os postulados lógicos e matemáticos), mas na versão de da Costa e Chuaqui estes postulados não são expressos na linguagem da teoria de conjuntos, mas numa linguagem formal especificada para a estrutura como já foi dito.

É isto que nos permite procurar os modelos $A_1,...,A_n$ em ZFC, pois desta forma não estaremos tentando obter modelos de ZFC, o que não podemos fazer em ZFC (mas é claro que poderíamos sustentar, como vários fizeram[20], que a matemática pura excede muito aquilo que tem se mostrado necessário para aplicação nas ciências empíricas). E como nas formulações das teorias científicas conhecidas costumeiramente não fazemos uso de toda ZFC, mas apenas de um âmbito bem mais modesto do que o que está a nossa disposição em toda a hierarquia cumulativa, concluiríamos que poderíamos procurar os modelos $A_1,...,A_n$ nesta porção do universo conjuntista sem sermos impedidos pelo segundo teorema de incompletude de Gödel.

Certamente se quisermos modelar os postulados lógicos e os postulados matemáticos de uma teoria, além dos seus postulados específicos, tais modelos não serão obtidos em ZFC (se supusermos, como de hábito, que ZFC é consistente). Contudo, poderiam ser obtidos em uma teoria mais forte na qual a consistência de ZFC possa ser

[20] Por exemplo (QUINE, 1986) e (PARSONS, 1986).

provada. Por exemplo, a teoria de conjuntos Kelley-Morse, denotada por KM.

Krause, Arenhart e Moraes (2011, p 370) nos dizem também que uma vez que na versão de da Costa e Chuaqui podemos usar linguagens formais muito variadas, poderíamos considerar mesmo lógicas não clássicas para basear os postulados de nossa teoria, digamos uma lógica paraconsistente (isto será útil em nossa avaliação de algumas críticas à abordagem semântica no próximo capítulo).

Há um outro aspecto da versão de da Costa e Chuaqui que devemos mencionar. Não versão da abordagem semântica de da Costa e Chuaqui o predicado de Suppes é definido por duas partes: a conjunção dos axiomas da teoria, e uma 'tipificação'. A tipificação é uma fórmula ou uma conjunção de fórmulas que especificam quais são as relações, operações e elementos distinguidos que estamos considerando. Os axiomas da teoria em consideração deverão ser fórmulas transportáveis relativas a alguma tipificação, isto é, fórmulas cuja especificação não dependa de qualquer propriedade particular da construção feita a partir dos conjuntos básicos e auxiliares, mas apenas do modo pelo qual eles se relacionam através dos axiomas, e que nos mostram como tratar os símbolos da assinatura da estrutura (KRAUSE; ARENHART; MORAES 2011 pp 375-376). Mais precisamente:

A toda estrutura $A=\langle D,R_i\rangle$ podemos associar uma linguagem L de mesma assinatura (a assinatura de uma estrutura A é especificada ao apresentarmos o conjunto das constantes de A, o conjunto dos símbolos de funções m-árias de A para m > 0, e o conjunto dos símbolos de relação n-ária de A para n > 0). Supondo que as estruturas consideradas não sejam apenas de ordem-1, temos para L o seguinte:

1. para cada tipo $a\in\tau$, um conjunto enumerável de variáveis deste tipo.
2. operadores: $\neg, \wedge, \vee, \rightarrow$
3. para cada tipo a uma relação $=_a$ para este tipo
4. quantificadores: $\forall$, $\exists$
5. para toda relação em A, um símbolo de relação do mesmo tipo da relação considerada.

O operador $\leftrightarrow$ e as fórmulas de L são definidos como usualmente, observando-se as restrições quanto ao tipo. Usa-se em seguida a noção de tipo de similaridade de uma estrutura que é, em termos informais, uma família de tipos que determina os tipos de relações presentes na estrutura. O tipo de similaridade[21] de A=⟨D,R_i⟩ é uma família ordenada s_λ de tipos, tais que para cada $\lambda<i$, s_λ é o tipo de R_λ. Desta forma duas estruturas têm o mesmo tipo de similaridade se e somente se os tipos de suas relações são a mesma família. Por exemplo, considere o grupo aditivo dos inteiros ⟨Z,+⟩ e o grupo multiplicativo dos racionais diferentes de 0 ⟨Q-{0},·⟩. Ambas as estruturas têm apenas uma operação, respectivamente, + e ·, de mesmo tipo, a saber, ⟨*i*,*i*⟩, portanto ambas estas estruturas têm o mesmo tipo de similaridade, a saber, a família ordenada de tipos ⟨*i*,*i*⟩. Sejam A=⟨D,R_i⟩ e B=⟨E,Q_i⟩ duas estruturas de mesmo tipo de similaridade, uma extensão de uma dada função *f*: D→E em uma função de ε(D) em ε(E), para cada tipo $a\in\tau$, é definida como:

1. para os objetos de tipo *i*, $f(D)=\{f(x) : x\in D\}$
2. para $a\in\tau$ tal que $a=\langle a_0,a_1,...,a_{n-1}\rangle$, e R, o conjunto dos objetos de tipo *a*, tem-se $f(R)= P\,(f(t_{a0}) \times f(t_{a1}) \times ... \times f(t_{an-1}))$.

Sejam A=⟨D,R_i⟩ e B=⟨E,Q_i⟩ de mesmo tipo de similaridade s_λ, para $\lambda<i$, seja *f* uma bijeção de D em E, a família $f\,'= f_{s\lambda}$[22] é um isomorfismo entre A e B se e somente se $f_a\,(R^a) = Q^a$, e (escrevemos R^a e Q^a para dizer que R e Q têm tipo *a*), ou seja, a função *f* restrita ao tipo *a* quando aplicada a cada relação em R_i que tem tipo *a* tem como valor a relação correspondente em Q_i que tem tipo *a*. Assim dizemos que uma sentença φ da linguagem da estrutura A é transportável se para qualquer estrutura B isomorfa a A tem-se que $A\vDash\varphi$ se e somente se $B\vDash\varphi$, ou seja, a satisfação das fórmulas transportáveis são invariantes por isomorfismo. Desta forma definimos: um predicado de Suppes é uma fórmula *P*(A) da teoria de conjuntos que diz que A é uma estrutura de tipo de similaridade *s* satisfazendo um conjunto Γ de sentenças

[21] Dito de outra forma. Considere uma estrutura $\mathfrak{A}$ como uma quádrupla ⟨X, Y, *t*, *n*⟩ em que *n* é um número natural que determina o universo da estrutura $\mathfrak{A}$, universo este definido $V_n(X_1 \cup .... \cup X_k)$, sobre os quais as variáveis da linguagem a ser apresentada variam; X é uma sequência finita de conjuntos $X_1,...,X_k$, chamados conjuntos básicos da estrutura, alguns dos quais, digamos os *p* primeiros serão os conjuntos principais e os demais os auxiliares; Y é uma sequência finita de conjuntos, $Y_1,...,Y_m$, e *t* é uma sequência de tipos de *k* sortes $t_1,...,t_m$ tal que Yi é um conjunto de tipo t_i sobre $X_1,...,X_k$ para cada $1 \leq i \leq m$. Ou seja, a quádrupla ⟨*k*, *p*, *t*, *n*⟩ é o tipo de similaridade da estrutura $\mathfrak{A}$ (COSTA; CHUAQUI, 1988).

[22] Quando for necessário utilizarmos subscrito em subscrito, o segundo acompanhará o primeiro na mesma linha, como no texto. Seguiremos esta convenção ao longo de todo o texto, a menos quando expresso em contrário.

transportáveis φ da linguagem adequada para A.

Quando *P*(A), ou seja, quando A satisfaz *P* (no sentido de Tarski), diz-se que A é uma *P*-estrutura. Como Krause, Arenhart e Moraes (2011 p 375-376) salientam, devido ao fato de que na definição de um predicado de Suppes fazemos uso tão somente de fórmulas transportáveis, da linguagem da estrutura, e relativamente a uma tipificação, isto faz com que ao definirmos uma classe de estruturas que satisfaçam um predicado de Suppes não possamos deixar de fora desta classe uma certa estrutura específica (mas na versão de Suppes podemos fazer referência a uma estrutura específica ao definirmos um predicado conjuntista, e assim deixá-lo de fora da classe considerada se assim quisermos).

Como já dissemos, isto deve ser visto como uma reconstrução feita por da Costa e Chuaqui da concepção de Suppes, uma vez que este não aborda, em seus textos consultados, a noção de escala baseada em um conjunto, nem exige que as fórmulas sejam transportáveis relativamente a uma tipificação.

É importante notar que embora em ambas as versões da abordagem semântica os modelos nem sempre sejam estruturas de ordem-1, e, portanto, não possam ser descritos pela teoria de modelos usual, na versão de da Costa e Chuaqui a noção de modelo é a da lógica mesmo, em que a estrutura consiste num domínio não vazio munido de uma função interpretação que associa os símbolos não lógicos da linguagem a itens específicos no domínio, e a noção de satisfação (de uma estrutura satisfazendo um predicado de Suppes) é a mesma da lógica usual, a saber, a de Tarski. Na versão de Suppes por sua vez isto não é assim; a noção de modelo empregada por Suppes não é a da lógica usual.

As diferenças entre as duas versões da abordagem semântica, de Suppes e de da Costa e Chuaqui, são então: na versão de Suppes os axiomas da teoria no predicado conjuntista é escrito na linguagem da teoria de conjuntos ao passo que na versão de da Costa e Chuaqui os axiomas no predicado de Suppes são escritos numa linguagem formal específica para a estrutura; na versão de da Costa e Chuaqui o predicado de Suppes é a conjunção de fórmulas transportáveis da linguagem da estrutura relativamente a uma tipificação, enquanto na versão de Suppes não se requer que as fórmulas que definem o predicado conjuntista sejam fórmulas transportáveis (na verdade a questão da transportabilidade nem sequer emerge na versão de Suppes); na versão de Suppes usamos matemática (de acordo com a sugestão de Suppes de que em filosofia da ciência devemos usar matemática e não metamatemática para estarmos mais próximos da prática científica) enquanto na versão de da Costa e Chuaqui usamos metamatemática.

Segundo uma interpretação[23] o requerimento de Suppes de nos atermos à matemática e não à metamatemática seria uma sugestão para não nos ocuparmos com diferentes modelos da teoria de conjuntos, usando apenas os teoremas desta teoria que, claro, são verdadeiros em todos os seus modelos e cobrem, em princípio, os resultados da matemática usual.

Tendo apresentado com razoáveis detalhes a abordagem semântica, nas versões de Suppes e de da Costa e Chuaqui, passaremos a analisá-las pormenorizadamente no próximo capítulo.

[23] Interpretação esta sugerida por Antonio M. N. Coelho em conversa pessoal.

2) Avaliação da abordagem semântica

A abordagem semântica tem seus méritos e limitações, alguns dos quais passaremos a tratar. Para abordarmos primeiro seus méritos, daremos alguns exemplos de predicados conjuntistas e/ou de Suppes para algumas teorias (em especial teorias das ciências empíricas, mas também exemplos da matemática). Por fim, discutiremos aspectos metamatemáticos da abordagem semântica, tanto na versão de Suppes como na versão de da Costa e Chuaqui.

2.1 Méritos da abordagem semântica

2.1.1. A versão de Suppes é mais forte do que a abordagem sintática

A seguir explicaremos quando uma coleção de estruturas de ordem-1 pode ser axiomatizada. Isto é importante, pois, a abordagem semântica, *grosso modo*, considera classes de estruturas matemáticas como caracterizando as teorias, desde que assumamos a tese de Suppes de que todos os modelos se reduzem a modelos no sentido da lógica (estruturas que tornam os postulados da teoria verdadeiros). Assim, um problema importante é saber de que modo uma certa classe de estruturas pode ser coligida de modo que se possa dizer que são modelo de algo, no caso, de um predicado conjuntista, que como dito no capítulo anterior, resume a conjunção dos postulados da teoria. Estabelecer as condições em que uma classe de estruturas é axiomatizável é essencial para se dar um sentido preciso ao dito impreciso dos filósofos da ciência de que temos uma certa classe de modelos que são modelos de uma teoria, respondendo desta forma à questão: essas estruturas são modelos de quê?

Infelizmente, não há como estender o resultado aqui apresentado para estruturas de ordem-n, para $n > 1$. Elas têm que ser estudadas caso a caso, o que mostra a dificuldade do problema de se caracterizar a abordagem semântica, e assim encontra-se uma justificativa de porque esta é tão imprecisamente tratada na literatura filosófica.

Consideremos primeiro alguns conceitos.

Seja I um conjunto não vazio, e seja P(I) o conjunto de todos os subconjuntos de I. Um 'filtro' sobre I é um subconjunto $D \subseteq P(I)$ tal que:

1. $I \in D$
2. Se $X, Y \in D$, então $X \cap Y \in D$
3. Se $X \in D$ e $X \subseteq Z \subseteq I$ então $Z \in D$

Se D é P(I) dizemos que D é um 'filtro impróprio'. Dizemos que D é um 'filtro próprio' se e somente se D não é o filtro impróprio P(I). D é um 'ultrafiltro' sobre I se e somente se D é um filtro sobre I tal que para todo $X \in P(I)$, $X \in D$ se e somente se $(I - X) \notin D$ (CHANG; KEISLER, 1990). Um exemplo pode ser esclarecedor neste ponto. Seja $I=\{2\}$, $P(I)=\{\emptyset, \{2\}\}$. $D=\{\{2\}\}$ é um filtro sobre I, pois pela primeira cláusula da definição de filtro $I \in D$, logo $\{2\} \in D$; pela segunda cláusula se $\{2\} \in D$, então $\{2\} \cap \{2\} \in D$, e como $\{2\} \cap \{2\} = \{2\}$, vemos que $\{2\} \in D$; e pela terceira cláusula da definição de filtro se $\{2\} \in D$ e $\{2\} \subseteq Z \subseteq \{2\}$, então $Z \in D$, mas como os únicos subconjuntos de {2} são $\emptyset$ e {2}, $Z=\emptyset$ ou $Z=\{2\}$, e como $\{2\} \not\subset \emptyset$ e $\{2\} \subseteq \{2\}$, logo $Z=\{2\}$, e de fato $\{2\} \in D$. $D=\{\{2\}\}$ é o filtro próprio sobre $I=\{2\}$, pois D é o único filtro sobre I, tal que $D \neq P(I)$. $D=\{\{2\}\}$ é o ultrafiltro sobre $I=\{2\}$, pois D é o único filtro sobre I, tal que para $\{2\} \in \{\emptyset, \{2\}\}$, $\{2\} \in \{\{2\}\}$ se e somente se $\{2\}-\{2\}=\emptyset \notin \{\{2\}\}$, e para $\emptyset \in \{\emptyset, \{2\}\}$, $\emptyset \notin \{\{2\}\}$ se e somente se $\{2\}-\emptyset = \{2\} \in \{\{2\}\}$.[24]

Seja I um conjunto não vazio, D um filtro próprio sobre I, e para cada $i \in I$, A_i é um conjunto não vazio. Definimos o conjunto C como o produto cartesiano de todos estes conjuntos:

$C = \Pi_{i \in I} A_i$

Ou seja, C é o conjunto de todas as funções *f* com domínio I tal que para cada $i \in I$, $f(i) \in A_i$. Exemplifiquemos. Sejam $I=\{2\}$ e $D=\{\{2\}\}$ um filtro próprio sobre I como acima, para cada $i \in I$, A_i sendo um conjunto não vazio, ou seja, para $2 \in I$, A_2 é um conjunto não vazio. Seja $A_2=\{1,2,3\}$, C é o conjunto de todas as funções *f* com domínio I tal que para $2 \in I$, $f(2) \in A_2$. Assim, sejam f_1, f_2 e f_3 as seguintes funções[25]:

$f_1 : I \rightarrow A_2$ tal que $f_1(2)=1$, dado que $1 \in A_2=\{1,2,3\}$,

$f_2 : I \rightarrow A_2$ tal que $f_2(2)=2$, dado que $2 \in A_2=\{1,2,3\}$,

$f_3 : I \rightarrow A_2$ tal que $f_3(2)=3$, dado que $3 \in A_2=\{1,2,3\}$,

---

[24] Para mais detalhes consultar (CHANG; KEISLER 1990).

[25] Na verdade, poderíamos apresentar uma infinidade de funções além destas três, mas quaisquer outras seriam extensionalmente idênticas a alguma dessas três.

Deste modo C={f_1, f_2, f_3}, ou seja, C={⟨_, 1⟩, ⟨_, 2⟩,⟨_, 3⟩}, e C={1,2,3}. Logo C=A_2.

Dadas duas funções *f*, *g* ∈ C, dizemos que *f* e *g* são D-equivalentes, o que representamos por $f =_D g$, se e somente se:

$\{i \in I : f(i) = g(i)\} \in D$

Pode-se provar que a relação $=_D$ é uma relação de equivalência sobre C. Seja ainda f_D a classe de equivalência de *f*:

$f_D = \{g \in C : f =_D g\}$

Consideremos um exemplo semelhante ao anterior em que I={2} e D={{2}} é um filtro próprio sobre I, e para cada i ∈ I, A_i é um conjunto não vazio, ou seja, para 2 ∈ I, A_2 é um conjunto não vazio. Todavia façamos A_2={4}. C é o conjunto de todas as funções *f* com domínio I tal que para 2 ∈ I, *f*(2) ∈ A_2. Assim, sejam f_1 e f_2 as seguintes funções:

$f_1 : I \rightarrow A_2$ tal que $f_1(i)=i+2$;

$f_2 : I \rightarrow A_2$ tal que $f_2(i)=i^2$.

Dado que $f_1(2)=2+2=4$, e 4 ∈ A_2={4}, e $f_2(2)=2^2=4$, e 4 ∈ A_2={4}, e que f_1, f_2 ∈ C, em que C={4}, dizemos que f_1 e f_2 são D-equivalentes, o que representamos por $f_1 =_D f_2$, pois $\{i \in I : f_1(i) = f_2(i)\} \in$ D, ou seja, 2 ∈ I e $f_1(2)= f_2(2)$, e logo $\{i \in I : f_1(i) = f_2(i)\} = \{2\}$ e {2} ∈ D. Não nos ocuparemos de provar que a relação $=_D$ é uma relação de equivalência sobre C. A classe de equivalência de f_1, do exemplo acima, é o conjunto f_{1D}= {f_1, f_2,...}, ou seja, o conjunto das infinitas funções que são D-equivalentes a f_1. A classe de equivalência de qualquer uma das funções em f_{1D}= {f_1, f_2,...} é exatamente o mesmo conjunto, pois quaisquer duas destas funções são D-equivalentes entre si. Embora haja infinitas funções em f_{1D}= {f_1, f_2,...}, f_{1D}= {4}.

Chamamos de 'produto reduzido' de A_i módulo D ao conjunto de todas as classes de equivalência de $=_D$, e o denotamos por $\Pi_D A_i$. Ou seja $\Pi_D A_i = \{f_D : f \in \Pi_{i \in I} A_i\}$. Chamamos o conjunto I de o conjunto índice para $\Pi_D A_i$, e no caso em que D é um ultrafiltro sobre I o produto reduzido é chamado um 'ultraproduto'. Voltando ao nosso último exemplo, o produto reduzido de A_2 módulo D é o conjunto de todas as classes de equivalência de $=_D$, ou seja, o conjunto de todas as classes de equivalência de f_1, f_2,... sob a relação $=_D$, e o denotamos por $\Pi_D A_2$. Mas como dissemos anteriormente, a classe de equivalência de qualquer uma das funções f_1, f_2,... é o mesmo conjunto, portanto $\Pi_D A_2$ é o conjunto f_{nD}= {f_1, f_2,...}, para qualquer representante f_n, para n ∈ ω. E como f_{nD}= {f_1, f_2,...}={4}, para qualquer representante f_n, para n ∈ ω, temos que o produto reduzido $\Pi_D A_2=\{\{4\}\}$. Como D={{2}} é um ultrafiltro sobre I={2}, como vimos acima, $\Pi_D A_2=\{\{4\}\}$ é um ultraproduto de A_2.

Dizemos que uma classe C é 'fechada por ultraproduto' se e somente se dados quaisquer dois conjuntos A_i e A_j em C, o ultraproduto de A_i e A_j está em C. Consideremos mais alguns conceitos.

Dadas duas estruturas $\mathfrak{A}$ e $\mathfrak{B}$ que interpretam uma mesma linguagem de primeira ordem L, dizemos que $\mathfrak{A}$ e $\mathfrak{B}$ são 'elementarmente equivalentes' se e somente se para toda sentença φ de L, $\mathfrak{A} \vDash \varphi$ se e somente se $\mathfrak{B} \vDash \varphi$. Dada uma classe C de estruturas dizemos que C é 'fechada por equivalência elementar' se e somente se dadas quaisquer duas estruturas $\mathfrak{A}$ e $\mathfrak{B}$, se $\mathfrak{A}$ pertence a C e $\mathfrak{A}$ e $\mathfrak{B}$ são elementarmente equivalentes, então $\mathfrak{B}$ pertence a C. Desta forma se C é uma classe de estruturas para uma linguagem de primeira ordem L e, $\mathfrak{A}$ pertence a C, se para toda sentença φ de L, $\mathfrak{A} \vDash \varphi$ se e somente se $\mathfrak{B} \vDash \varphi$, ou seja, φ é verdadeira em $\mathfrak{A}$ se e somente se φ é verdadeira em $\mathfrak{B}$, então $\mathfrak{B}$ também está na classe C de estruturas considerada.

Definimos agora um último conceito antes de passarmos para as nossas considerações. Dizemos que uma classe C de estruturas de ordem-1 é 'axiomatizável' se e somente se existe um conjunto consistente Δ de sentenças de uma linguagem de primeira ordem tal que C é a classe de todos os modelos de Δ. Definidos estes conceitos podemos enunciar o seguinte teorema: se uma classe C de estruturas de ordem-1 é axiomatizável então C é fechada por equivalência elementar e ultraprodutos. Este teorema aplica-se apenas a estruturas de ordem-1. Para as demais não existe um tal teorema, e não se sabe como axiomatizar uma classe de estruturas deste tipo. Para estas, apresentamos um predicado conjuntista ou predicado de Suppes, e olhamos para os modelos deste predicado. Podemos também tentar provar um teorema de representação[26] para essa classe de modelos, como fala Suppes, mas não nos ocuparemos disto aqui.

Como dissemos no capítulo anterior, na versão de da Costa e Chuaqui da abordagem semântica requer-se que as sentenças que definem o predicado de Suppes para uma dada teoria sejam sentenças transportáveis da linguagem da estrutura relativamente a uma

[26] Teoremas de representação são teoremas que provam que todas as estruturas abstratas (de um certo tipo) são isomorfas a uma estrutura concreta (de mesmo tipo), por exemplo: o teorema de Stone diz que toda álgebra booleana (estrutura abstrata) é isomorfa a uma álgebra de conjuntos (estrutura concreta) (CHANG; KEISLER, 1990).

tipificação, e isto faz com que ao definirmos uma classe de estruturas que satisfaçam um predicado de Suppes não possamos deixar de fora desta classe uma certa estrutura específica, ao passo que com o predicado conjuntista podemos fazer isto. O requerimento de que tais sentenças sejam transportáveis é o que evita que uma sentença φ de uma linguagem de primeira ordem, que seja verdadeira em um modelo $\mathfrak{A}$, resulte falsa num modelo $\mathfrak{B}$, isomorfo a $\mathfrak{A}$. Se $\mathfrak{A}$ e $\mathfrak{B}$ são isomorfos, o que deveria contar para a verdade ou a falsidade de uma sentença em qualquer um destes modelos são as relações entre aquilo que interpreta os símbolos não lógicos da linguagem, e não os próprios representantes. Em outras palavras, a transportabilidade das sentenças é o que nos permite passar de axiomáticas concretas para axiomáticas formais[27].

Isto implica um teorema que Krause, Arenhart e Moraes (2011 p 376) enunciam: há classes de estruturas que são axiomatizáveis ao estilo de Suppes (com um predicado conjuntista), mas que não são axiomatizáveis por um conjunto de sentenças de uma linguagem de primeira ordem (ou por um predicado de Suppes). Vejamos por quê. Krause, Arenhart e Moraes pedem que consideremos a classe de todos os grupos, e em seguida dizem que caso queiramos definir a classe de todos os grupos exceto um certo grupo, por exemplo, o grupo formado pelo conjunto dos números inteiros pares munido da operação de adição, que denotaremos por $\mathfrak{G}=\langle 2\mathbb{Z},+\rangle$, não poderíamos axiomatizar tal classe nos moldes acima, pois ela não é fechada por equivalência elementar; teremos que fazer isto por meio de um predicado de conjuntista como veremos a seguir.

O problema de axiomatizar esta classe de estruturas nos moldes acima é que como na classe dos grupos que estamos considerando em nosso exemplo o grupo aditivo dos inteiros, denotado por $\mathfrak{H}=\langle \mathbb{Z},+\rangle$, está presente, dado que ele é elementarmente equivalente ao grupo $\mathfrak{G}=\langle 2\mathbb{Z},+\rangle$, por ser isomorfo a ele, este não pode estar ausente da classe que estamos especificando sem que aquele também esteja (pelo menos se quisermos axiomatizar esta classe por um conjunto de sentenças de uma linguagem de primeira ordem ou por um predicado de Suppes), pois, como já foi dito, para que uma classe de estruturas de ordem-1 seja

[27] Axiomáticas concretas são algo como um conjunto de princípios e ideias acerca de um domínio único e pretendido de conhecimento. Axiomáticas formais são, *grosso modo*, o que obtemos quando abstraímos o significado intuitivo dos conceitos envolvidos, e ficamos apenas com a estrutura da teoria. Axiomáticas formais são o que tornam possível obtermos modelos não pretendidos de uma teoria.

axiomatizável, ou seja, para que haja um conjunto consistente Δ de sentenças de uma linguagem de primeira ordem tal que esta classe seja a classe de todos os modelos de Δ, é preciso que esta classe seja fechada por equivalência elementar (e também por ultraprodutos). E a classe dos grupos que estamos considerando, aquela classe que exclui apenas o grupo $\mathfrak{G}=\langle 2\mathbb{Z},+\rangle$, não é fechada por equivalência elementar. Se tal classe fosse fechada por equivalência elementar, dado que $\mathfrak{H}=\langle \mathbb{Z},+\rangle$ está nesta classe, $\mathfrak{G}=\langle 2\mathbb{Z},+\rangle$ teria que estar também, pois $\mathfrak{H}$ e $\mathfrak{G}$ são elementarmente equivalentes, e queremos que $\mathfrak{H}$ pertença a esta classe de estruturas, e $\mathfrak{G}$ não pertença.

E é aí que o estilo de axiomatização de Suppes, por meio de um predicado conjuntista, se mostra mais forte que o usual (e mesmo mais forte que o estilo de da Costa e Chuaqui), pois podemos apresentar um predicado conjuntista para especificar esta classe de grupos, que exclui $\mathfrak{G}=\langle 2\mathbb{Z},+\rangle$, assim:

$P(\mathfrak{A})$ se e somente se $\exists G \exists \circ(\mathfrak{A}=\langle G, \circ\rangle \wedge G \neq \emptyset \wedge (\circ \in t(\langle 0,0,0\rangle)) \wedge A_1 \wedge A_2 \wedge A_3 \wedge \mathfrak{A} \neq \mathfrak{G})$, em que A_1, A_2 e A_3 representam os axiomas da teoria dos grupos. Como já dissemos, na versão de da Costa e Chuaqui também não podemos fazer isto, pois ao exigirem que as fórmulas na definição do predicado de Suppes sejam fórmulas transportáveis, da Costa e Chuaqui excluíram a possibilidade de se fazer referência a uma estrutura específica no *definiens* do predicado de Suppes.

A fórmula $\exists G \exists \circ(\mathfrak{A}=\langle G, \circ\rangle \wedge G \neq \emptyset \wedge (\circ \in t(\langle 0,0,0\rangle)) \wedge A_1 \wedge A_2 \wedge A_3 \wedge \mathfrak{A} \neq \mathfrak{G})$ acima não é transportável, pois é verdadeira na estrutura $\mathfrak{H}=\langle \mathbb{Z},+\rangle$ (os axiomas A_1, A_2 e A_3 são verdadeiros em $\mathfrak{H}$, e $\mathfrak{H} \neq \mathfrak{G}$), mas é falsa em $\mathfrak{G}=\langle 2\mathbb{Z},+\rangle$ (os axiomas A_1, A_2 e A_3 são verdadeiros em $\mathfrak{G}$, mas $\mathfrak{G}=\mathfrak{G}$), contudo os axiomas da teoria dos grupos apresentados no capítulo anterior, e representados aqui por A_1, A_2 e A_3, são sentenças transportáveis, pois são verdadeiros em quaisquer modelos da teoria de grupos.

Este exemplo é semelhante ao que Coelho sugere, embora não apresente, em (COELHO, 2002 p 316): o mesmo teorema da teoria de modelos já referido impede que axiomatizemos uma classe de estruturas por um conjunto consistente de sentenças de uma linguagem de primeira ordem, se esta classe não for fechada por ultraprodutos. O exemplo que Coelho dá de uma classe de estruturas que não é fechada por ultraprodutos, e que todavia pode ser axiomatizada por um predicado conjuntista é a classe dos ‘corpos não algebricamente fechados’. Corpos não algebricamente fechados são estruturas algébricas da forma $\mathfrak{A}=\langle D,$

+, *⟩, em que D é um conjunto não vazio, + e * são operações binárias sobre D, e $\mathfrak{A}$ satisfaz os seguintes axiomas para quaisquer a, b e c em D:

C1. a+(b+c)=(a+b)+c
C2.a+b=b+a
C3. Existe 0 tal que a+0=a
C4. para todo a, existe um -a tal que a+(-a)=0
C5. a*(b*c)=(a*b)*c
C6. a*b=b*a
C7. Existe 1≠0 tal que a*1=a
C8. para todo a ≠ 0, existe um a^{-1} tal que $a*a^{-1}=1$
C9. a*(b+c)=(a*b) + (a*c)
C10. nem todo polinômio de grau maior ou igual a 1 que tenha coeficientes no corpo terá raízes no corpo.

Os axiomas C1 a C9 simplesmente especificam o que é um corpo.

Para apresentarmos um predicado conjuntista para a classe dos corpos não algebricamente fechados, basta que, além de dizermos que existe uma estrutura $\mathfrak{C}$ que satisfaz os axiomas C1 a C9 acima, acrescentemos uma formalização, na linguagem da teoria de conjuntos, de uma sentença que diga que nem todo polinômio de grau maior ou igual a 1 que tenha coeficientes no corpo terá raízes no corpo, o axioma C10.

Este é um ponto forte da abordagem semântica, ao menos na versão de Suppes: a possibilidade de usar um predicado conjuntista para axiomatizar classes de estruturas que não são axiomatizáveis por um conjunto consistente de sentenças de uma linguagem de primeira ordem.

Como o objetivo de Suppes parece ser tratar mais especificamente das ciências empíricas, vamos a seguir apresentar alguns exemplos de predicados conjuntistas e/ou de Suppes para algumas destas teorias, deixando os detalhes acima apresentados implícitos.

A mecânica de partículas clássica newtoniana pode ser axiomatizada como segue[28]. Seja $\mathfrak{B}=\langle P,T,m,s,f\rangle$ uma estrutura tal que *P* é um conjunto não vazio cujos elementos representarão as partículas do nosso sistema, *T* é um intervalo de números reais que representarão os instantes de tempo, *m* é uma função de *P* em R^+ (o conjunto dos

[28] Esta é uma das primeiras formulações, apresentada em (McKINSEY; SUGAR; SUPPES, 1953), e repetida, com alterações, em (SUPPES, 1957). (SUPPES, 2002) apresenta uma versão ainda mais rigorosa.

números reais positivos) tal que se $p \in P$ então $m(p)$ é a massa de p, s é uma função de $P \times T$ em R^3 (o espaço euclidiano a três dimensões) tal que $s(p,t)$ é um vetor que expressa a posição de uma partícula p num instante t, f é uma função de domínio $P \times T \times I$ em que I é um conjunto de números inteiros positivos tal que $f(p,t,i)$ é um vetor que representa as forças que agem sobre p em t (KRAUSE, ARENHART; MORAES, 2011 p 370), e os conceitos envolvidos estão todos sujeitos aos axiomas cinemáticos e dinâmicos (McKINSEY, SUGAR, SUPPES, 1953) (escritos apropriadamente na linguagem da teoria de conjuntos ao estilo de Suppes, ou na linguagem formal da estrutura ao estilo de da Costa e Chuaqui). Um predicado (conjuntista ou de Suppes) para a mecânica de partículas clássica pode ser definido como:

$P(\mathfrak{B})$ se e somente se $\exists P \exists T \exists m \exists s \exists f\ (\mathfrak{B}=\langle P,T,m,s,f\rangle \wedge (P \in \mathrm{t}(0)) \wedge (T \in \mathrm{t}(0)) \wedge (m \in \mathrm{t}(\langle 0,0\rangle)) \wedge (s \in \mathrm{t}(\langle 0,0,0\rangle)) \wedge (f \in \mathrm{t}(\langle 0,0,0,0\rangle)) \wedge A_1 \wedge A_2 \wedge A_3 \wedge A_4 \wedge A_5 \wedge A_6)$, em que A_1 a A_6 representam os axiomas cinemáticos e dinâmicos, apresentados em (McKINSEY, SUGAR, SUPPES, 1953).

Vejamos outro exemplo. Uma versão da chamada teoria sintética da evolução pode ser formalizada como segue. Seja $\mathfrak{S}=\langle B,G,\equiv,=_{loc},\uparrow_m,E,\varphi\rangle$ uma estrutura tal que B é um conjunto finito não vazio cujos elementos são chamados entidades biológicas; G é um subconjunto não vazio de B cujos elementos são chamados genes; $\equiv$ e $=_{loc}$ são relações de equivalência sobre G que intuitivamente significam (para x e y em G) x e y são geneticamente indistinguíveis, e x e y pertencem ao mesmo *locus*[29], respectivamente; $\uparrow_m$ é uma relação binária em B na qual m é número natural diferente de zero que intuitivamente significa (para x e y em B) que x é o m-ésimo ancentral de y ou que y é o m-ésimo descendente de x; E é um conjunto não vazio cujos elementos são chamadas fatores ambientais; e φ é uma função de B em $\mathfrak{R}^+$ (o conjunto dos números reais não negativos) tal que para cada b em B $\varphi(b)$ representa a aptidão de b. Todos os conceitos envolvidos estão sujeitos a axiomas apropriados (MAGALHÃES & KRAUSE, 2001) escritos na linguagem da teoria de conjuntos ao estilo de Suppes, ou na linguagem formal da estrutura ao estilo de da Costa e Chuaqui, ainda que isso nunca tenha sido feito. Um predicado (conjuntista ou de Suppes) para a teoria sintética da evolução pode ser definido como:

[29] *Locus* é o local em que um determinado gene está no cromossomo.

$P(\mathfrak{S})$ se e somente se $\exists B \exists G \exists \equiv \exists =_{loc} \exists \uparrow_m \exists E \exists \varphi$ $(\mathfrak{S} = \langle B, G, \equiv, =_{loc}, \uparrow_m, E, \varphi \rangle \wedge (B \in t(0)) \wedge (G \in t(0)) \wedge (\equiv \in t(\langle 0,0 \rangle)) \wedge (=_{loc} \in t(\langle 0,0 \rangle)) \wedge (\uparrow_m \in t(\langle 0,0,0 \rangle)) \wedge (E \in t(0)) \wedge (\varphi \in t(\langle 0,0 \rangle)) \wedge A_1 \wedge A_2 \wedge A_3 \wedge A_4 \wedge A_5 \wedge A_6 \wedge A_7 \wedge A_8)$, em que A_1 a A_8 representam os axiomas.

Outros exemplos de teorias empíricas axiomatizadas via predicados conjuntistas ou predicados de Suppes podem ser encontrados em (DE SOUZA, 1992 [para a mecânica clássica hamiltoniana, e para a mecânica quântica não relativista]), (DA COSTA & CHUAQUI, 1988 [para teoria do espaço-tempo galileano]), (DA COSTA; DORIA; BARROS, 1990 [para teoria da relatividade geral]), (TSUJI, 1997 [para estruturas de meta-ranking de Amartya Sen]), (ESTES; SUPPES, 1959 [para a teoria estatística da aprendizagem]), (NOLL, 1959 [para a mecânica do contínuo]), (ZANARDO; RIZZOTTI, 1986 [para genética]).

2.1.2. A abordagem semântica fornece uma análise mais sutil

Tendo apresentado contra-argumentos a algumas críticas à abordagem semântica que não nos parecem tão bem sucedidas, vamos ressaltar um ponto positivo da abordagem semântica salientado por Suppes (1967). Em (SUPPES, 1967), quando o autor diz que a caracterização das teorias científicas por meio dos seus modelos "pode conduzir a uma discussão mais sutil da natureza de uma teoria científica", ele substancia esta afirmação por meio do seguinte argumento:

> "Os axiomas da mecânica de partículas clássica normalmente enunciados de tal modo que um sistema de coordenadas, como um quadro de referência, é tacitamente assumido.
>
> Um efeito disso é que as relações dedutíveis dos axiomas não são necessariamente invariantes com respeito às transformações de Galileu. Podemos ver a assunção tácita de um quadro de referência como um aspecto extrínseco das caracterizações familiares da teoria. Do ponto de vista dos modelos da teoria, a dificuldade nas axiomatizações padrão da mecânica é que uma grande quantidade de modelos formalmente distintos podem ser

> usados para expressar os mesmos fatos mecânicos. Cada um destes modelos representam a escolha tácita de um quadro de referência, mas todos os modelos que representam os mesmos fatos mecânicos são relacionados estão relacionados pelas transformações de Galileu. Assim, é justo dizer que a este respeito a diferença entre os modelos relacionados pelas transformações de Galileu não tem qualquer significância teórica, e pode ser visto como um defeito dos axiomas que estes modelos trivialmente distintos existam. É importante perceber que esta observação sobre os modelos relacionados pelas transformações de Galileu não é o tipo de observação usualmente feita sob o tópico das interpretações empíricas da teoria."[30] (SUPPES, 1967 p. 61)

Recordemos o modelo da mecânica de partículas clássica que apresentamos na seção 2.1.1.1., $\mathfrak{B}=\langle P,T,m,s,f\rangle$, cujos conceitos envolvidos mencionados acima estão sujeitos a axiomas apropriados (McKINSEY, SUGAR, SUPPES, 1953). Suppes argumenta, na citação acima, que aquilo que é deduzido dos axiomas não é sempre invariante sob as transformações de Galileu. O sistema de coordenadas de que

---

30 "The axioms for classical particle mechanics are ordinarily stated in such a way that a co-ordinate system, as a frame of reference, is tacitly assumed. One effect of this is that relationships deducible from the axioms are not necessarily invariant with respect to Galilean transformations.We can view the tacit assumption of a frame of reference as an extrinsic aspect of the familiar characterizations of the theory. From the standpoint of the models of the theory, the difficulty in the standard axiomatizions of mechanics is that a large number of formally distinct models may be used to express the same mechanical facts. Each of these different models represents the tacit choice of a different frame of reference, but all models representing the same mechanical facts are related by Galilean transformations. It is thus fair to say that in this instance the difference between models related by Galilean transformations does not have any theoretical significance, and it may be regarded as a defect of the axioms that these trivially distinct models exist. It is important to realize that this point about models related by Galilean transformations is not the kind of point usually made under the heading of empirical interpretations of the theory." Tradução nossa.

Suppes fala é o quadro de referência a partir do qual registramos as grandezas físicas envolvidas. Contudo, se tivermos dois observadores, cada um com suas escolhas de referenciais, estes não deverão obter medidas diferentes. Por exemplo, os resultados que um cientista obtém em um experimento em seu laboratório não deve depender do lugar no mundo em que seu laboratório está.

Para que as medições de dois observadores, cada qual com seu referencial, possam ser comparadas, e possamos chegar aos mesmos resultados, é preciso que transformemos as medições feitas a partir de um referencial para o outro. É isto que as transformações de Galileu nos permitem fazer. Suppes defende que aquilo que pode ser deduzido dos axiomas (e não apresentaremos as deduções aqui) não apresenta esta invariância por transformações de Galileu. E como todos os resultados que obtemos devem ser invariantes por transformações de Galileu, para que a escolha do referencial seja irrelevante quanto aos resultados de nossas medições, os fatos mecânicos deduzíveis dos axiomas não nos dão um retrato fiel de como estes fatos devem ser.

Suppes alega que, como uma grande quantidade de modelos pode representar os mesmos resultados, cada modelo representando um referencial, a caracterização destes resultados por meio dos modelos da teoria fornece uma análise mais sutil da teoria, pois representaria mais adequadamente a invariância dos resultados pelas transformações de Galileu, o que não se verifica no que é derivado dos axiomas.

2.1.3. Resposta a algumas críticas à abordagem semântica

Tendo visto algumas vantagens da abordagem semântica nos pontos 2.1.1. e 2.1.2., passaremos a responder alguns argumentos contrários.

2.1.3.1. A abordagem semântica e a abordagem sintática são equivalentes?

Aparentemente a maioria dos filósofos que se propõem analisar a abordagem semântica não parece perceber um fato a que aludimos no primeiro capítulo, a saber, que tanto na versão de Suppes quanto na de da Costa e Chuaqui as estruturas que modelam as teorias científicas não são sempre estruturas de ordem-1. Não significa que estas teorias não possam ser representadas por estruturas de ordem-1[31], mas que muitas vezes o tratamento mais comum ou mais conveniente não é este. E por achar que a abordagem semântica se restringe a tratar de estruturas de ordem-1 (e não só alguns críticos, mas mesmo alguns proponentes pensam isso) estes acreditam que a abordagem semântica é equivalente à abordagem sintática. A este respeito vejamos o que diz Dutra:

> "A lógica clássica nos ensina que um modelo de uma teoria é aquela estrutura que satisfaz os axiomas da teoria. Em relação à abordagem axiomática, a diferença reside então, em primeiro lugar, em como se apresenta uma teoria: ou enunciando seus axiomas (como propõe aquela abordagem), ou construindo seus modelos. Contudo, o que a abordagem semântica faz, ao dizer como interpretar o termo 'teoria', é apenas nos propor que olhemos primeiro para uma outra parte da lógica, a teoria das estruturas, de um modo equivalente àquele que nos propunha a abordagem axiomática, que nos dizia para olharmos primeiro para a teoria da prova.
>
> Até aqui não há nenhuma vantagem em trocar uma imagem das teorias como classes de axiomas por outra, das teorias como classes de modelos, uma vez que a mesma lógica clássica de primeira ordem nos ensina que sua sintaxe e sua semântica devem se completar perfeitamente, de forma que quem fala de axiomas pode ser inquirido sobre os modelos que a eles satisfazem, e quem fala destes pode ser indagado sobre aqueles, pois os modelos são apenas modos de interpretar as sentenças da teoria. Num primeiro momento de entusiasmo, van Fraassen advogou a superioridade da abordagem semântica; entre outras coisas, ela seria mais intuitiva e estaria mais próxima da atividade científica, mas ela

[31] Vimos no capítulo anterior como representar um espaço vetorial como estrutura de ordem-1, como caracterizada por Hodges, embora no tratamento usual espaços vetoriais não sejam apresentados como estruturas de ordem-1.

> também daria um retrato mais fiel (*sic*) das teorias científicas. Contudo, depois, ele reconheceu que, afinal, ela é equivalente à abordagem sintática, e que a preferência por uma ou por outra dessas abordagens, no fundo, seria uma questão pragmática." (DUTRA, 2008a pp 124-125)

Diferentemente de Dutra, acreditamos que van Fraassen não reconhece que as abordagens sintática e semântica são equivalentes, mas apenas que a escolha entre uma delas deve ser feita com base em critérios pragmáticos. Vemos, contudo, por esta passagem que Dutra parece considerar a abordagem sintática e a abordagem semântica equivalentes, e que a escolha por uma ou outra é uma questão pragmática. É claro que a escolha entre uma ou outra abordagem é feita com base em critérios pragmáticos, mas elas não são equivalentes. A partir da citação acima percebemos que este autor parece acreditar que as duas abordagens são equivalentes porque acha que sempre tratamos com estruturas de ordem-1, para as quais há o teorema de completude para a lógica de primeira ordem. Contudo já vimos no primeiro capítulo que em ambas as versões da abordagem semântica de que estamos tratando podemos lidar com classes de estruturas de ordem-n para algum $n > 1$ (e de acordo com Krause, Arenhart e Moraes (2011), os modelos das teorias científicas mais relevantes não são sempre estruturas de ordem-1).

Um exemplo de estruturas importantes na matemática que não são de ordem-1 são espaços topológicos. Dado um conjunto E, obtemos uma escala de conjuntos como E, $\mathcal{P}$(E), $\mathcal{PP}$(E), e selecionamos então um elemento $\tau \in \mathcal{PP}$(E), de modo que um espaço topológico $\mathcal{T}$ seja caracterizado como estrutura de tipo $\langle e,\langle\langle e\rangle\rangle\rangle$, na qual e é o tipo dos elementos de E, da forma $\mathcal{T}=\langle E,\tau\rangle$. E é um conjunto, e τ é uma família de subconjuntos de E (um elemento de $\mathcal{PP}$(E)), chamada família dos abertos de E, ou topologia de E. Os conjuntos abertos estão sujeitos aos seguintes axiomas:

(i) Ø e E pertencem a τ
(ii) A união de quaisquer elementos de τ pertence a τ
(iii) Se A e B pertencem a τ, então $A \cap B$ pertencem a τ

Uma vez que que a ordem de uma estrutura é a ordem do maior dos tipos das relações da estrutura, se houver tal relação, e se não houver tal relação a ordem da estrutura é ω, temos que a ordem de um espaço topológico é a ordem do tipo $\langle\langle e\rangle\rangle$. Assim, podemos calcular a ordem do tipo $\langle\langle e\rangle\rangle$, e portanto da estrutura, da seguinte forma: ord(e)=0, por definição; ord($\langle e\rangle$)= max {ord(e)}+1, ou seja, ord($\langle e\rangle$)= max {0}+1, ou seja, ord($\langle e\rangle$)= 0+1=1; e ord($\langle\langle e\rangle\rangle$)= max {ord($\langle e\rangle$)}+1, ou seja, ord($\langle\langle e\rangle\rangle$)= max {1}+1, ou seja, , ord($\langle\langle e\rangle\rangle$)= 1+1=2. Desta forma vemos que um espaço topológico é uma estrutura de ordem-2.

É bem sabido que não há teorema de completude para as lógicas de predicados de ordem superior, na semântica usual. Mas não é por isso que a análise de Dutra falha. Certamente a versão de da Costa e Chuaqui (mas não a de Suppes) permite que empreguemos a semântica de Henkin com a qual podemos demonstrar teoremas de completude fraca para as lógicas de ordem superior. Mas isto só faria confundir a ordem da linguagem com a ordem da estrutura, e elas nem sempre são as mesmas. Vimos no primeiro capítulo que podemos ter uma estrutura de espaço vetorial, que é uma estrutura de ordem-1 e associarmos a ela uma linguagem de primeira ordem, segundo o exemplo de Hodges, ou uma linguagem de ordem superior. Todavia como vimos no início deste capítulo não é possível axiomatizar por um conjunto consistente de sentenças de uma linguagem de primeira ordem, segundo os cânones da abordagem sintática, a classe de todos os grupos exceto o grupo $\mathfrak{G}=\langle 2\mathbb{Z},+\rangle$, mas podemos fazê-lo usando um predicado conjuntista, o que mostra que as duas abordagens não são equivalentes mesmo para estruturas de ordem-1, como é o caso dos grupos.

Estes fatos: considerar apenas estruturas de ordem-1, confundir ordem da estrutura com ordem da linguagem, e não perceber que a pretensa equivalência não se aplica até mesmo para estruturas de ordem-1 é o que enfraquece a análise de Dutra.

Um exemplo de estrutura de uma teoria científica que não é de ordem-1 é o modelo da mecânica de partículas clássica que da Costa e Chuaqui apresentam em (DA COSTA; CHUAQUI, 1988). Dado que a ordem de uma estrutura é a ordem do maior dos tipos das relações da família R_i de relações na estrutura, se houver, e se não houver tal relação a ordem da estrutura é ω, vemos que a estrutura de que falam da Costa e Chuaqui apresenta, por exemplo, uma função posição **s** de tipo $\langle\langle 5,1\rangle, 3\rangle$, uma função força **f** de tipo $\langle\langle\langle 5,5\rangle, 1\rangle\ 2\rangle$, e uma função força **g** de tipo $\langle\langle\langle 5,1\rangle, 6\rangle\ 2\rangle$ (DA COSTA; CHUAQUI, 1988 p. 108). Vemos a partir da definição de ordem no capítulo 1 que numa estrutura de ordem-1 a ordem de todas as relações na estrutura é de tipo $\langle a_0, a_1,..., a_{n-1}\rangle$ (para $1\leq n<\omega$, se $a_0,a_1,...,a_{n-1}\in\tau$). Logo a estrutura apresentada por da Costa e Chuaqui não é uma estrutura de ordem-1. Mesmo o exemplo do modelo da mecânica de partículas clássica newtoniana apresentado acima não é uma estrutura de ordem-1, pois uma das operações que usamos para escrever os axiomas é a derivada de uma função, que é uma operação sobre funções, e isso já faz com que esta operação tenha ordem maior do que 1 (dado que estamos tratando de uma função definida nos reais).[32]

2.1.3.2. A abordagem semântica não seria tão próxima à prática científica quanto é sugerido

Poderia ser dito contra a abordagem semântica que sua pretensa proximidade da prática científica não é tão próxima quanto sugerido por Suppes, e neste caso tendemos a concordar com o possível crítico. Poder-se-ia pensar que isto dependeria do campo de pesquisa, pois na física o método axiomático não é muito empregado (embora muito já tenha sido feito para a axiomatização das teorias físicas, em resposta ao sexto problema de Hilbert[33]), embora na matemática ele seja largamente usado. Contudo, não nos referimos aqui à axiomatização, que bem poderia ser empregada de acordo com a abordagem sintática, mas àquilo que é próprio da abordagem semântica, *v.g.*, a caracterização das teorias por meio dos seus modelos, que, claro, terá que lidar também com os postulados da teoria, como já vimos.

Acreditamos que, assim como os proponentes da abordagem sintática, ou pelo menos alguns deles, não estavam prescrevendo à comunidade científica que as teorias científicas fossem formuladas de acordo com os seus cânones, os proponentes da abordagem semântica não querem prescrever sua filosofia aos cientistas. O que os filósofos da abordagem semântica, ou pelo menos alguns deles, fazem é elaborar uma reconstrução racional das teorias científicas a fim de mais bem compreendê-las, mas sem pretender reformar a prática dos cientistas. De acordo com Krause, Arenhart e Moraes (2011) a versão de Suppes faz uso da matemática na caracterização das teorias enquanto a versão de da Costa e Chuaqui faz uso da metamatemática. Suppes sustenta que sua abordagem está mais próxima da prática científica em que costumeiramente se usa matemática e não metamatemática, e ele defende que na filosofia da ciência deveríamos preferir a matemática à

---

[32] Somos gratos a Jonas R. B. Arenhart por chamar nossa atenção a este ponto.
[33] Os problemas de Hilbert são 23 problemas apresentados por David Hilbert no Congresso Mundial de Matemáticos, em 1900. Hilbert esperava que esta lista de problemas balizaria o desenvolvimento da matemática no século XX. O sexto destes problemas é a axiomatização das teorias físicas.

metamatemática justamente devido a esta proximidade da prática científica, ou seja, em nossa filosofia da ciência, defende Suppes, deveríamos estar o mais próximos possível da prática científica. Ou seja, para Suppes o objetivo básico é não contrariar as práticas científicas.

Entretanto acreditamos, assim como Krause, Arenhart e Moraes (2011), que este não é um motivo suficiente para preferir a versão de Suppes à de da Costa e Chuaqui. Como já dissemos ambas as versões da abordagem semântica têm seus pontos fortes e fracos, e acreditamos que ambas devem ser investigadas. Contudo, acreditamos que a caracterização de teorias como classes de modelos pertence à filosofia da ciência, e não à própria ciência. Trata-se de uma reconstrução racional daquilo que encontramos na prática científica, e é exatamente por acharmos necessária esta reconstrução racional que aquilo que fazemos difere em alguma medida daquilo que os cientistas fazem.

Como já dissemos antes, por certo é interessante termos um ponto de vista que seja o mais fiel possível à prática dos cientistas para não corrermos o risco de atacar um espantalho, mas não precisamos nos ver obrigados a isso se pretendemos que nossas reconstruções racionais das teorias científicas e da prática dos cientistas ofereçam alguma justificação ou esclarecimento adicional ao trabalho deles. A nosso ver a proximidade à prática dos cientistas é, por assim dizer, um ideal regulador: não podemos nos ver tão próximos à prática dos cientistas a ponto de descaracterizarmos aquilo que fazemos como filósofos, nem tão distantes da prática científica a ponto de descaracterizarmos o objeto de nossos estudos, a própria ciência.

2.2. Desvantagens da abordagem semântica

Passamos agora a algumas críticas a abordagem semântica, que a nosso ver, são mais fortes.

2.2.1. A abordagem semântica não dá conta de algumas teorias informais

Devido aos detalhes técnicos de alguns tópicos mencionados abaixo, não daremos muitos detalhes no que se segue, pressupondo do leitor algum conhecimento da física atual. Sobre esta física, falaremos mencionando autores tidos como confiáveis, já que referencias adequadas requerem um conhecimento da física presente que ultrapassa qualquer conteúdo estudado em um curso de filosofia.

Segundo Krause e Bueno (2007) a abordagem semântica não seria capaz de caracterizar adequadamente algumas teorias científicas atuais, o que depõe contra a força desta concepção. Por exemplo, se tomarmos a física de partículas contemporânea, vemos que não há ainda, e talvez nunca venha a haver, uma unificação universalmente aceita das partes do modelo padrão, a saber, a cromodinâmica quântica (QCD) e a eletrodinâmica quântica (QED), e assim não temos nenhuma teoria no sentido estrito. Contudo, argumentam os autores, se não há teoria em seu sentido usual, como falar dos seus modelos? Estes seriam modelos do quê? Do ponto de vista do filósofo da ciência que está interessado em fundamentos, em que sentido poderíamos falar da teoria quântica de campos (QFT) como uma teoria?

Não estamos, no presente estágio da pesquisa científica, em condições de elaborar o ‘modelo padrão’ da física de partículas (QFT) com o rigor necessário. Não há *a* QFT, mas várias delas que têm formulações diferentes e são chamadas indistintamente de QFT’s. Elas não são equivalentes. Durante a década de 1950 foi proposta uma primeira axiomática para a QFT, mas o assunto não se esgotou. O chamado modelo padrão da física de partículas foi formulado nos anos 60 e 70 do século passado, e é uma teoria que visa descrever as forças fundamentais: forte, fraca e eletromagnética. Trata-se do que mais avançado temos na descrição da realidade. Sabe-se que as teorias que provaram satisfazer esta primeira axiomática resultaram numa teoria quântica de campos “construtiva”, e seus desenvolvimentos resultaram na teoria quântica de campos algébrica (BAEZ et. al, 1992), as quais vieram a ser consideradas pelos especialistas da área como úteis, mas não fundamentais para o desenvolvimento da física de partículas, em especial, tais teorias não satisfazem o modelo padrão. Durante a década de 1980 uma segunda axiomática foi apresentada, mas ela se restringe à teoria quântica de campos topológica (WITTEN, 1988), e novamente esta se mostrou inapropriada para o que se pretendia, dado que o modelo padrão não se conformou a ser uma teoria quântica de campos topológica.

Logo, temos uma teoria científica informal e não está claro, até o momento, como esta pode ser caracterizada de acordo com a abordagem semântica, uma vez que não sabemos quais axiomas a descrevem adequadamente, nem há unificação à vista destas várias versões. Embora haja na literatura exemplo de um predicado de Suppes para parte da QFT, esta parte se restringe somente a campos livres, sem interação; contudo o problema geral, tudo sugere, permanece aberto (FRENCH; KRAUSE, 1999). Encontramos também em (FRENCH; KRAUSE, 2006), no capítulo 9, um predicado de Suppes para a teoria dos espaços de Fock, que permite tratar de campos livres (sem interação).

A questão de se encontrar uma teoria fundamental da física presente ainda está em aberto. A física de hoje parece mais com um conjunto de "teorias" parciais que podem até mesmo ser inconsistentes umas com as outras, mas que se aplicam caso a caso, dependendo dos objetivos do cientista e do campo em investigação. Somente uma atitude pragmática, envolvendo simplicidade, economia, beleza, dentre outros aspectos, pode fazer com que se decida por uma ou outra das abordagens disponíveis.

Se tomarmos apenas a crítica de que a abordagem semântica não dá conta de algumas teorias científicas informais, como acima explicado, tendemos a concordar. Todavia, acreditamos que tal crítica não implica uma superioridade da abordagem sintática. Dado o quadro informal das QFT's que mencionamos acima, e o fato de que ninguém sabe até o momento quais axiomas a descrevem adequadamente, nos parece claro que tal crítica se aplica igualmente a abordagem sintática.

2.2.2. O conceito de modelo na versão de Suppes parece ambíguo

Outra crítica que nos parece muito forte é a de que como na versão de Suppes a noção de modelo empregada não é a da lógica usual, Muller (2009) diz que é difícil ver em que sentido a abordagem de Suppes pode ser chamada de semântica, com o que Suppes parece alegremente concordar (SUPPES, 2011). Mais do que isso, Muller diz que:

> "[o] modelo suppesiano aqui é a estrutura conjuntista $\mathfrak{S}$ [uma estrutura matemática], não $\mathcal{M}$ (12) [modelo no sentido lógico usual]. Suppes argumentou que S pode ser identificado com o que é chamado um 'modelo' pelos cientistas em atividade. Logo Suppes descarta a semântica semantics (R, $\models$) [R é a função interpretação e $\models$ é a relação de consequência semântica]; este é o porquê do nome 'concepção semântica' para a concepção de Suppes não ser apenas um

> erro de nomenclatura, mas um disparate terminológico.”[34] (MULLER, 2009 p. 17).

Ou seja, para Muller, atribuir à concepção de Suppes o nome de ‘abordagem semântica’ não é apenas um erro, mas um disparate. E Suppes parece concordar quando diz “[n]a seção 6. Muller está correto [quando diz] que minha concepção não é concepção semântica das teorias.”[35] (SUPPES, 2011 p. 116). Contudo Krause, Arenhart e Moraes (2011 p. 372) afirmam, e concordamos com estes, que a própria noção de abordagem semântica precisa de mais esclarecimentos antes que qualquer “decisão” venha a ser tomada. Ao contrário de Muller, e mesmo de Suppes, Krause, Arenhart e Moraes (2011 p. 380) hesitam em afirmar que a concepção de Suppes não seja uma abordagem semântica, dada a imprecisão desta.

Certamente esta crítica não se aplica à versão de da Costa e Chuaqui, como já pudemos ver. É claro que o mais importante não é a rubrica ‘abordagem *semântica*’, mas seria desejável que conseguíssemos definir com razoável precisão a relação entre os modelos, na acepção de Suppes, e os predicados conjuntistas, o que não fica muito claro em alguns textos dele, ou mesmo em que sentido podemos dizer que tais estruturas são modelos. Ainda que Suppes se mostre disposto a não associar sua concepção ao nome ‘abordagem semântica’, ele faz uso frequente do termo ‘modelo’. Logo, de toda forma, aquilo que é mais importante em sua tese ainda precisa de esclarecimento; e alguns diriam, de mais formalização.

Muller (2009) nos apresenta sugestões de como caracterizar a concepção de Suppes de modo que os modelos propostos por este sejam modelos na acepção usual da lógica, e o mesmo fizeram da Costa e Chuaqui, mas isto, acreditamos, trai o espírito da concepção de Suppes, pois leva a uma mudança da matemática para a metamatemática. Estas características das versões de Suppes e de da Costa e Chuaqui da abordagem semântica, a saber, que a primeira lida com matemática e a segunda com metamatemática, já foi aludida no capítulo anterior, mas

---

[34] “[t]he relevant Suppesian model here is the set-structure $\mathcal{S}$ [uma estrutura matemática], not $\mathcal{M}$ (12) [modelo no sentido lógico usual]. Suppes has argued that S can be identified with what is called a ‘model’ by working scientist. So Suppes discards the semantics (R, $\models$) [R é a função interpretação e $\models$ é a relação de consequência semântica]; this is why the name ‘semantic view’ for Suppes’ view is not just a misnomer but a terminological howler.” Tradução nossa.

[35] “[i]n sect. 6 Muller is correct that my view is not the semantic view of theories.” Tradução nossa.

não completamente esclarecido. Dizemos que a versão de da Costa e Chuaqui lida com metamatemática, pois esta trata de assuntos como definibilidade, completude e outros tópicos de metalógica (KLEENE, 1952). Por outro lado, a versão de Suppes lida com matemática, pois os aspectos metalógicos das teorias, que ordinariamente não são explorados pelos matemáticos e cientistas, não emergem no versão de Suppes.

É extremamente difícil estabelecer a acepção na qual Suppes emprega o termo ‘modelo’, pois como vimos na citação acima ele nega que a sua concepção seja a abordagem semântica na qual a noção de modelo é a usual da lógica, todavia em (SUPPES, 1960) o autor, ao tratar do significado e do uso dos modelos na matemática e nas ciências empíricas, começa o texto com a seguinte citação de Tarski: “ Uma possível realização na qual todas as sentenças válidas de uma teoria T são satisfeitas é chamada um modelo de T.”[36] (TARSKI, 1953 p. 11 *apud* SUPPES, 1960 p. 287). Após apresentar outras citações de cientistas de diversas áreas nas quais o termo ‘modelo’ é referido Suppes faz a seguinte afirmação:

> “Alego que o conceito de modelo no sentido de Tarski pode ser usado sem distorção e como um conceito fundamental em todas as disciplinas das quais as citações acima são retiradas. Neste sentido eu afirmaria que o significado do conceito de modelo é o mesmo na matemática e nas ciências empíricas. A diferença a ser encontrada nestas disciplinas deve ser encontrada em seus usos do conceito.”[37] (SUPPES, 1960 p. 289)

Pelo acima exposto, vemos que o significado atribuído por Suppes ao termo ‘modelo’ é aquele usual da lógica. Vemos muito claramente neste texto do qual a citação foi feita que o que Tarski chama de uma realização possível nada mais é que aquilo que chamamos de uma interpretação de uma linguagem ou de uma estrutura que interpreta

[36] “A possible realization in which all valid sentences of a theory T are satisfied is called a model of T.” Tradução nossa.

[37] ” “I claim that the concept of model in the sense of Tarski may be used without distortion and as a fundamental concept in all of the disciplines from which the above quotations are drawn. In this sense I would assert that the meaning of the concept of model is the same in mathematics and the empirical sciences. The difference to be found in these disciplines is to be found in their use of the concept.” Tradução nossa.

uma linguagem (TARSKI, 1953 p. 8). Deste modo fica claro como é difícil ter um entendimento preciso daquilo que temos chamado de versão de Suppes da abordagem semântica, *pace* Suppes.

Do nosso ponto de vista, poderíamos acrescentar as seguintes observações à abordagem suppesiana: não sabemos se ela poderia ser aplicada em geral, por exemplo, em domínios supostamente regidos por uma lógica distinta da clássica. Suppes sempre assume a lógica clássica e a teoria intuitiva de conjuntos em seus desenvolvimentos. Permanece em aberto se podemos estender essas concepções a outros domínios.

2.2.3. Como os modelos dependem da linguagem na versão de da Costa e Chuaqui

Outro ponto de dificuldade ao empregarmos a versão de da Costa e Chuaqui diz respeito à escolha da linguagem empregada para formalizar a teoria. Por certo esta dificuldade não surge na versão de Suppes, pois ele propõe uma única linguagem, a saber, a linguagem da teoria informal de conjuntos. Entretanto ao lidarmos com a versão de da Costa e Chuaqui, temos à nossa disposição mais de uma linguagem para escolher, e a escolha de tal linguagem certamente não é irrelevante. Por exemplo, se estivermos lidando com a aritmética faz toda diferença, do ponto de vista da versão de da Costa e Chuaqui, se empregarmos uma linguagem de primeira ou de segunda ordem.

Se empregarmos linguagem de primeira ordem, teremos uma teoria não categórica, ou seja, teremos modelos não isomorfos, contudo se empregarmos linguagem de segunda ordem, podemos obter uma teoria categórica. Ainda que nossa atenção deva se voltar para os modelos e não para a axiomatização, não podemos ignorar a linguagem da estrutura. Esta é uma grande dificuldade ao se lidar com a abordagem semântica, pois alguns de seus proponentes sugerem que, ao tratarmos dos modelos, não devemos "dar qualquer atenção a questões de axiomatização"[38], ou que "estes modelos são entidades abstratas, não linguísticas"[39]. Todavia, como ressaltam Krause e Bueno (2007), modelos são modelos de alguma coisa. Obviamente são modelos do

---

[38] "[…] *to present a theory, we define the class of its models directly*, without paying any attention to questions of axiomatizability[.]"(VAN FRAASSEN, 1989 p. 222 tradução nossa)

[39] "These models are abstract, nonlinguistic entities,..." (SUPPES, 2002 p. 3 tradução nossa)

predicado de Suppes da teoria, mas uma vez que na sua metateoria tal predicado é definido em uma dada linguagem, é claro que a linguagem em questão fará toda diferença.

Relativamente às teorias das ciências empíricas, Krause, Arenhart e Moraes (2011) mencionam a dificuldade que há em saber qual versão deve ser preferida, por exemplo, da teoria da relatividade geral. Já há axiomatizações de primeira ordem da teoria da relatividade, mas podemos também obter axiomatizações com lógica de ordem superior, e neste caso poderíamos nos perguntar qual destas é *a* teoria da relatividade, se é que tal questão faz sentido. Mas mesmo que não faça sentido preciso, podemos ainda nos perguntar qual destas versões deve ser preferida, o que, acreditamos, deverá ser decidido por meio de critérios pragmáticos. Este é mais um exemplo de que a escolha da linguagem da estrutura não é irrelevante.

Este pode não ser um problema se nos acercarmos das teorias científicas pragmaticamente escolhendo este ou aquele predicado de Suppes de acordo com o que for conveniente, mas se estiver correta a intuição de alguns (que é também a nossa) de que a teoria não é algo que se deva identificar com os modelos, então teremos um problema, caso ainda queiramos saber o que é determinada teoria. A menos, é claro, que a própria questão do que é uma dada teoria científica não faça sentido algum, mas neste caso a própria abordagem semântica perde a sua razão de ser.

Uma forma de contornar tal dificuldade foi sugerida por Muller (KRAUSE; ARENHART; MORAES, 2011) e consiste em empregar linguagens que possam ser traduzidas umas nas outras. Krause, Arenhart e Moraes comentam o seguinte exemplo: uma linguagem para a teoria de grupos pode ser $L_1=\{\bullet\}$, com apenas a operação binária •, mas também podemos empregar a linguagem $L_2=\{\bullet, e, ^{-1}\}$, incluindo além da operação binária, o elemento neutro e a operação inversa, respectivamente. Os autores comentam que Muller considera que apesar da teoria poder ser axiomatizada usando as duas linguagens acima, ainda assim seriam a mesma teoria de grupos.

Ao empregar linguagens formais e tratarmos de modelos como estruturas nas quais sentenças destas linguagens são verdadeiras, as classes de estruturas que modelarão cada formulação será diferente, uma vez que elas serão de tipos de similaridades diferentes. Isto minaria a pretensão de ver a teoria como uma classe de modelos, pois teríamos classes diferentes de modelos, dependendo da linguagem empregada, para modelar aquilo que Muller vê como a mesma teoria de grupos. Como já adiantamos, para resolver este problema Muller propõem que traduzamos a linguagem L_1 de uma teoria T_1 em uma linguagem L_2, e escolhamos como axiomas um conjunto de sentenças de L_2, cujo fecho dedutivo produza a teoria formal T_2, e tal que todos os axiomas de T_1 sejam teoremas de T_2 e todos os axiomas de T_2 sejam teoremas de T_1 (MULLER, 2011).

Muller defende que com este expediente, mesmo tendo tipos de similaridade diferentes, as estruturas pertencentes a esta ou aquela classe satisfazem ao menos uma das possíveis formulações dos axiomas, ou seja, retomando o nosso exemplo da teoria de grupos referido acima, embora a classe C_1 das estruturas que satisfazem os axiomas de grupo formulados na linguagem $L_1=\{\bullet\}$ seja diferente da classe C_2 das estruturas que satisfazem os axiomas de grupo formulados na linguagem $L_2=\{\bullet,e,^{-1}\}$, as estruturas pertencentes a C_1 ou C_2 satisfarão ao menos uma das possíveis formulações dos axiomas (sejam eles formulados em L_1 ou L_2). E como, de acordo com a proposta de Muller, os axiomas de grupo formulados em L_1 seriam teoremas da teoria formulada em L_2, e vice-versa, isto faria com que a escolha da linguagem empregada não fosse um problema (KRAUSE; ARENHART; MORAES, 2011).

Muller (2011) sugere alterações na concepção de Suppes para que os modelos dos quais tratamos sejam modelos no sentido lógico explicado acima, pois se seguirmos a proposta de Suppes, ou antes aquilo que estamos chamando de versão de Suppes da abordagem semântica, o expediente de traduções entre linguagens explicado acima não seria possível. Mas mencionamos acima o exemplo da teoria de grupos para lembrar que a escolha de linguagens formais nas quais definimos o predicado de Suppes não é algo simples. Embora Muller tenha sugerido a estratégia explicada acima, acreditamos que ela pode não ser tão facilmente realizada. Para que pudéssemos julgar a estratégia de Muller satisfatória, seria preciso provar que sempre é possível encontrar uma tal tradução entre todas as possíveis linguagens para a teoria em questão. Talvez isto não possa ser feito dada a noção de interpretabilidade de Tarski e as condições sob as quais ele considera uma tradução admissível (TARSKI, 1953 p. 20ss). Por certo esta estratégia de Muller não pode ser feita de acordo com os padrões de Suppes, pois na sua versão, aparentemente, a noção de modelo empregada não tem o sentido lógico explicado acima. Ao empregarmos a estratégia de Muller passamos da versão de Suppes para a versão de da Costa e Chuaqui, com todos os prós e contras que tal mudança acarreta.

2.2.4. A abordagem semântica não daria conta de teorias inconsistentes que utilizamos

Outra crítica que se faz à abordagem semântica é que ela não seria adequada para representar as teorias científicas, pois temos exemplos de teorias científicas alegadamente inconsistentes e, portanto, a abordagem semântica não seria capaz de representá-las adequadamente. Não discutiremos aqui se as teorias científicas tomadas como exemplos pelos críticos são de fato inconsistentes. Aceitaremos, em favor do argumento, suas alegações.[40] A citação de Brown é ilustrativa a este respeito: "Uma vez que não há modelos de conjuntos inconsistentes de sentenças, é uma consequência direta que a explicação semântica falha."[41] (BROWN, 1992 p 397 *apud* VICKERS, 2009 p 237). Acreditamos que há consideráveis dificuldades em tratar teorias inconsistentes por meio de predicados de Suppes. Vejamos por quê.

Quanto ao tratamento de teorias científicas inconsistentes nos moldes da abordagem semântica, Vickers (2009) analisa, em resposta às críticas de Frisch e outros, se as estruturas parciais[42] são adequadas para acomodar teorias científicas inconsistentes tomando como estudo de caso a eletrodinâmica clássica (CED) e a teoria do átomo de Bohr de acordo com a abordagem semântica ('MTA' de *model-theoretic approach*).

Em (FRISCH, 2005) o autor diz que:

> "A abordagem de estruturas parciais pareceria recomendar que as diferentes regiões do espaço-tempo que contêm sistemas de partículas e campos (*i.e.*, diferentes subconjuntos de A [o domínio]) satisfazem algumas equações fundamentais da teoria, mas nem todas elas: Alguns sistemas de partículas-campos satisfazem a equação do movimento de Lorentz, enquanto outros satisfazem as equações de Maxwell e a conservação da energia, digamos. Mas isto ignora o comprometimento que os cientistas parecem ter com a teoria. Não é o caso que consideramos que alguns

[40] Mas para uma discussão a este respeito consultar: (VICKERS, 2013).
[41] "Since there are no models of inconsistent sets of sentences, straightforward semantic account fail." Tradução nossa.
[42] Para esclarecer o que são estruturas parciais, consultar (COSTA; FRENCH, 2003 p. 18-19).

> elétrons são governados pela equação da força de Lorentz e outros pelas equações de Maxwell – nosso comprometimento com a verdade aproximada ... das equações de Maxwell-Lorentz se estende a todos os sistemas clássicos de cargas e campos."[43] (FRISCH, 2005 *apud* VICKERS, 2009)

A conclusão a que Vickers chega é que:

> "Como com CED, na teoria de Bohr temos um elemento acerca do qual estamos muito menos confiantes do que as outras partes da nossa teoria. Assim temos uma justificação para colocar certos elementos no R_3 de certas relações. A teoria é representada por uma classe de estruturas parciais, e a MTA desta forma trata de acomodar a inconsistência."[44] (VICKERS, 2009 p. 243)

e

> "A abordagem de estruturas parciais fornece um método intrigante para representar as teorias científicas e os modelos, mas ainda está relativamente nos passos iniciais de desenvolvimento. Ela de fato parece ser capaz de acomodar inconsistências em ciência, embora ainda não seja clara, a maneira como ela acomoda tal ciência é particularmente

---

[43] "[T]he partial structures approach would appear to recommend that different regions of space-time which contain systems of particles and fields (*i.e.*, different subsets of A [the domain]) satisfy some of the fundamental equations of the theory, but not all of them: Some particle-field systems satisfy the Lorentz equation of motion, while others satisfy the Maxwell equations and energy conservation, say. But this misconstrues the commitment scientists appear to have to the theory. It is not the case that we take some electrons to be governed by the Lorentz force equation and others by the Maxwell equations - our commitment to the approximate truth ... of the Maxwell-Lorentz equations, extends to all classical systems of charges and fields." Tradução nossa.

[44] "As with CED, in Bohr's theory we have an element about which we are much less confident than the other parts of our theory. Thus we have a rationale for putting certain elements in the R_3 of certain relations. The theory is represented by a class of partial structures, and the MTA thereby manages to accommodate the inconsistency." Tradução nossa.

> reveladora ou interessante."[45] (VICKERS, 2009 p. 247-248)

Vickers considera que a crítica de Frisch é mal sucedida porque entende que este considera a aplicação das estruturas parciais, tomando o exemplo da CED, como tornando verdadeiras as equações de Maxwell-Lorentz para alguns sistemas de cargas e campos e tornando-as falsas para outros. Contudo, o que Vickers defende é que as estruturas parciais tornam as equações aproximadamente verdadeiras (quase verdadeiras) para todos os sistemas de cargas e campos. Por isso Vickers entende que não está de modo algum claro se Frisch estava tratando de fato com estruturas parciais.[46]

Há algumas dificuldades ao seguirmos as sugestões de Vickers. Uma dificuldade *prima facie* em tratar teorias científicas inconsistentes por meio de estruturas parciais é que tais estruturas são construídas em ZFC, que é uma teoria de conjuntos clássica. Se seguirmos a sugestão de Vickers de tratar teorias científicas inconsistentes por meio de estruturas parciais, ainda que a lógica das estruturas parciais seja paraconsistente, a teoria de conjuntos da metateoria é clássica, o que torna a solução proposta por Vickers um pouco estranha. Seria mais desejável um tratamento em que as lógicas, tanto no nível teórico, quanto no nível metateórico, fossem a mesma. Todavia, esta dificuldade pode ser contornada, em princípio, se pudermos construir as estruturas parciais em uma adequada teoria de conjuntos paraconsistente[47].

Mas há outras maneiras de nos acercarmos do problema de lidar com teorias inconsistentes. Como Krause, Arenhart e Moraes (2011 p 370) afirmam: '[u]ma vez que [na abordagem] de da Costa-Chuaqui podemos usar linguagens formais, poderíamos considerar mesmo lógicas não-clássicas para basear os postulados de nossa teoria, digamos uma lógica paraconsistente[.]...Logo esta abordagem é bastante geral no

---

[45] "The partial structures approach provides an intriguing method for representing scientific theories and models, but it is still in the relatively early stages of development. It does indeed seem to be able to accommodate inconsistencies in science, although it isn't yet clear that the manner in which it accommodates such science is a particularly revealing or interesting one." Tradução nossa.

[46] Para conferir uma estrutura para a teoria do átomo de Bohr consultar (DE SOUZA, 1992).

[47] Para ver teorias de conjuntos paraconsistentes, consultar (COSTA; KRAUSE; BUENO, 2007).

sentido de ser capaz de considerar também sistemas não-clássicos."[48]. Logo se estivermos tratando de alguma teoria inconsistente, podemos definir seu predicado de Suppes usando alguma linguagem de um sistema paraconsistente, e é bem sabido que há vários sistemas de lógica paraconsistente com uma semântica muito bem desenvolvida, que nos permitem ter um conjunto inconsistente de sentenças para o qual podemos encontrar um modelo, *e.g.*, a lógica discursiva de Jaskowski, alguma lógica não adjuntiva, ou mesmo uma lógica polivalente, ou os sistemas paraconsistentes de da Costa (PRIEST; TANAKA; WEBER, 2013). Todavia, uma dificuldade que permanece é sabermos como usar a semântica de uma destas lógicas paraconsistentes para formalizar teorias por meio de predicados de Suppes.

Por exemplo, poderíamos tentar formalizar nossa teoria usando uma lógica relevante, mas os modelos de algumas delas usariam estruturas de Kripke (ANDERSON; BELNAP, 1992), e não estruturas como as definidas no capítulo 1. Ou poderíamos empregar alguma das C-lógicas de da Costa, mas a semântica destas é uma semântica de valorações (COSTA; KRAUSE; BUENO, 2011), e não de estruturas como as que definimos no capítulo 1.

É claro que a aceitação do uso de uma lógica paraconsistente na caracterização, de acordo com a abordagem semântica, das teorias científicas depende de considerações filosóficas que alguns críticos fazem inclusive contra a própria noção de paraconsistência, e não abordaremos tais considerações aqui.

O que foi exposto mostra as possíveis dificuldades de contornar formalmente as críticas de que teorias inconsistentes não se sujeitam facilmente a uma caracterização por meio de predicados de Suppes.

2.3. Modelos e metamatemática

Vimos anteriormente alguns exemplos de teorias axiomatizadas por meio de predicados conjuntista e/ou predicados de Suppes. Vimos também que as estruturas que modelam um predicado de Suppes ou predicado conjuntista são conjuntos. Assumimos, por simplicidade e familiaridade, que a teoria de conjuntos na qual as estruturas destas

---

[48] "Since in da Costa-Chuaqui [approach] we may use formal languages, we could consider even non-classical logic to base the postulates of our theory, say a paraconsistent logic[.]... So, this approach is quite general in the sense of being able to consider non-classical systems too." Tradução nossa.

teorias foram construídas, e os predicados conjuntista e/ou de Suppes foram definidos, é ZFC, mas isto não precisa ser assim. Por certo há várias teorias de conjuntos à nossa disposição. A formalização das teorias das ciências empíricas depende da escolha que fazemos da teoria de conjuntos de fundo, e aquilo que podemos saber de uma teoria científica a partir dos modelos do seu predicado conjuntista ou de Suppes depende do modelo da teoria de conjuntos no qual estamos trabalhando. Não só isso, mas a própria classe de estruturas dependerá do teoria de conjuntos empregada. Inicialmente vamos manter nossa escolha da teoria de fundo como ZFC e considerar apenas os diferentes modelos de ZFC. Mais à frente trataremos da escolha de outras teorias de conjuntos.

2.3.1. Modelos de ZFC e teorias científicas

Krause, Arenhart e Moraes (2011 p 374) nos lembram que a classe de modelos que satisfazem um dado predicado depende do modelo de ZFC com o qual estamos trabalhando. Considere o seguinte exemplo, ligeiramente diferente daquele apresentado em (KRAUSE; ARENHART; MORAES, 2011), mas inspirado nele. Se uma teoria hipotética faz uso do conjunto $A = \{2^{\aleph_0}, \aleph_1\}$, dado que a noção de cardinal é relativa ao modelo de ZFC, há modelos nos quais o conjunto A tem dois elementos, mas há também modelos de ZFC nos quais A tem apenas um elemento, a saber, o modelo no qual vale a hipótese do contínuo. Destarte, se esta teoria hipotética faz uso do conjunto A acima, aquilo que será o conjunto A dependerá do modelo de ZFC com qual estivermos tralhando. E mais, se no modelo de ZFC em que estamos trabalhando não vale a hipótese do contínuo, o predicado da teoria selecionará uma classe de modelos nos quais $2^{\aleph_0} \neq \aleph_1$. Por outro lado, se no modelo de ZFC em que estamos trabalhando vale a hipótese do contínuo, o predicado da teoria selecionará uma classe de estruturas completamente diferente, a saber, uma classe de modelos do predicado da teoria nos quais $2^{\aleph_0} = \aleph_1$.

Krause, Arenhart e Moraes (2011) apontam ainda outra questão com respeito aos modelos de ZFC. Na formulação de várias teorias científicas empregamos o conjunto dos números reais, e dado que se ZFC (de primeira ordem) for consistente, tem um modelo enumerável, no qual o conjunto dos números reais (nestes modelo) é também enumerável, podemos nos perguntar: o que podemos dizer sobre as teorias empíricas quando consideramos um modelo enumerável de

ZFC? Ou ainda outra pergunta: podemos estudar teorias científicas tentando capturar fatos empíricos do mundo usando tal modelo? Ou ainda outra: como o mundo se parece de acordo com uma teoria como uma classe de estruturas neste modelo particular? Os autores acima chamam a atenção para o fato de que Suppes está preocupado com outras questões relativas às teorias científicas, mas que ainda assim esta questão é relevante, com o que concordamos plenamente.

Haja vista o trabalho de David Ruelle, podemos supor que este não é assunto de interesse apenas dos filósofos (RUELLE, 2012). Embora não endossemos completamente o texto de Ruelle, o citamos como exemplo de alguém que "... favorece uma intuição dos números reais compatível com a discretização."[49] (RUELLE, 2012 p. 5); preferência que Ruelle atribui também aos físicos em geral. Mas, como num modelo não enumerável de ZFC o conjunto dos números reais não é discreto, isto pode nos levar a considerar se um modelo enumerável de ZFC não seria melhor escolha para a formalização das teorias físicas, dada a alegação de Ruelle.

É claro que este problema sobre a relação entre os modelos de ZFC e a classe de estruturas selecionadas pelo predicado pode não aparecer na versão de Suppes, se entendermos sua recomendação de usarmos matemática em vez de metamatemática na filosofia da ciência de acordo com a interpretação sugerida no capítulo 1, a saber, não nos ocuparmos com diferentes modelos da teoria de conjuntos, usando apenas os teoremas desta teoria. Se interpretarmos a recomendação de Suppes de maneira diversa, ou se estivermos lidando com a versão de da Costa e Chuaqui, o problema em tela ainda é pertinente.

2.3.2. Diferentes teorias de conjuntos e a metamatemática

Outro ponto a que Krause, Arenhart e Moraes (2011) chamam a atenção é a própria teoria de conjuntos adotada. Os autores nos sugerem o seguinte problema, o qual apresentamos com ligeiras modificações. Se em vez de tomarmos ZFC como teoria de fundo, como sugerimos aqui inicialmente, tomarmos a teoria de conjuntos ZF + DC + BP (MAITLAND WRIGHT, 1973) teremos problema para axiomatizar a mecânica quântica não relativista. ZF é a teoria de conjuntos Zermelo-Fraenkel, DC é o axioma de escolhas dependentes, e BP é a proposição

[49] "[...] favor an intuition of real numbers compatible with discretization." Tradução nossa.

que afirma que todo subconjunto de um espaço métrico separável completo tem a propriedade de Baire. Algum esclarecimento pode ser apropriado neste ponto, embora não exploraremos todos os detalhes no que segue.

Seja X um conjunto. Uma função d: X × X → ℝ (em que ℝ é o conjunto dos números reais) é uma métrica sobre X, se forem satisfeitas as seguintes para quaisquer x, y e z em X:

1. $d(x,y) > 0$, se $x \neq y$, e $d(x,x) = 0$
2. $d(x,y)= d(y,x)$
3. $d(x,z) \leq d(x,y) + d(y,z)$

Tendo X e d como acima, um espaço métrico é um par ordenado da forma $\langle X,d \rangle$. Um espaço métrico separável é um espaço métrico que contém um subconjunto contável e denso. Um espaço métrico completo é um espaço métrico $\langle X,d \rangle$ no qual toda sequência de Cauchy[50] de pontos de X converge em X (BURAGO; BURAGO: IVANOV, 2001)[51].

Em ZF + DC + BP podemos provar que todos os operadores num espaço de Hilbert são limitados (MAITLAND WRIGHT, 1973), e se adotarmos tal teoria como teoria de fundo, podemos perguntar: como poderemos usar o formalismo padrão da mecânica quântica não relativista, se nesta teoria precisamos de operadores não limitados (por exemplo, para representar posição e momento)? Ainda que a teoria de conjuntos ZF + DC + BC não seja usual, ela não pode ser descartada inicialmente uma vez que não foi mostrada inconsistente. Se adotássemos esta teoria, não conseguiríamos obter espaços de Hilbert com operadores não limitados que representassem os observáveis desejados nas estruturas selecionadas pelo predicado da mecânica quântica não relativista. Isto mostra que a escolha da teoria de conjuntos de fundo não pode ser aleatória.

Seguindo o mesmo raciocínio, vamos considerar outro exemplo. Se a nossa teoria de conjuntos fosse NF, de New Foundations, poderíamos ter um problema semelhante. Sabemos que todo modelo de NF deve ser não standard, o que significa que o tal modelo tem pelo

---

[50] Uma sequência x_1, x_2, x_3,... num espaço métrico é uma sequência de Cauchy se e somente se para todo número real positivo $\varepsilon > 0$ há um inteiro positivo q tal que, para todos inteiros positivos m, $n > q$, $d(x_m, x_n) < \varepsilon$.

[51] Para detalhes a respeito da propriedade de Baire consultar (OXTOBY, 1980).

uma das seguintes características: a relação no modelo que representa a igualdade em NF não é a identidade entre os objetos do modelo; a porção do modelo que supostamente representa os números naturais da teoria não é bem ordenada pela relação $\leq$; a porção do modelo que supostamente representa os números ordinais não é bem ordenada pela relação $\leq$ (KRAUSE, 2002 p. 174). Cada uma destas características é incomum na matemática usual, e, em especial, na aritmética (ou no modelo standard da aritmética). Desta forma, qualquer teoria científica que formalizássemos, e é difícil imaginar uma teoria científica que não faça uso da aritmética, teria como modelos do seu predicado estruturas nas quais a aritmética (ou seus modelos) seria bem diferente daquela normalmente empregada.

Assim, vimos dois exemplos de que a teoria de conjuntos de fundo escolhida tem implicações importantes com respeito à classe de estruturas que modelam o predicado da teoria científica em questão.

Outra característica da teoria de conjuntos da nossa metateoria não diz respeito só à classe das estruturas que modelam uma teoria, mas também à relação entre as estruturas e o próprio predicado de Suppes que axiomatiza esta teoria. Para provar que uma dada estrutura satisfaz um predicado de Suppes, provamos como teorema na teoria de conjuntos de nossa metateoria $\mathfrak{A}=\langle D,R_i\rangle\vDash P$, em que P representa um predicado de Suppes, ou seja, provamos que a nossa estrutura satisfaz (no sentido de Tarski) o predicado de Suppes. Por certo a noção de verdade de Tarski depende da teoria de conjuntos adotada na metateoria, e, certamente, não é possível construir uma definição tarskiana de sentença verdadeira de uma dada linguagem em algumas teorias de conjuntos. Mas isto não precisa ser um problema, pois temos à nossa disposição uma ampla classe de teorias de conjuntos que podemos empregar para este fim. Todavia ressaltamos que a relação entre os modelos e o predicado da teoria, e a possibilidade de construirmos uma definição tarskiana de sentença verdadeira de uma linguagem, é mais um aspecto da teoria de conjuntos a se considerar ao fazermos nossas escolhas do *framework* matemático em que vamos trabalhar.

Por tudo que foi dito, vemos que a abordagem semântica, em ambas as versões aqui tratadas, tem méritos sobre caracterizações alternativas às teorias científicas, embora também tenha limitações.

3) Apêndice: a abordagem semântica e o debate realismo-antirrealismo

Motivados pelo artigo *The semantic or model-theoretic view of theories and scientific realism* de Anjan Chakravartty (CHAKRAVARTTY, 2001) em que este explora a relação entre o realismo científico e a abordagem semântica segundo as concepções de Frederick Suppe, Ronald Giere e Peter Smith, vamos explorar neste capítulo qual o comprometimento da abordagem semântica, nas versões de Suppes e de da Costa e Chuaqui, com o realismo ou o antirrealismo científico. Chakravartty analisa a alegação de alguns pensadores de que a abordagem semântica fornece um suporte plausível para a o realismo científico, e serve, portanto, de evidência para resolver o detate realismo-antirrealismo em filosofia da ciência. Embora as concepções de Suppe, Giere e Smith difiram das concepções de Suppes e de da Costa e Chuaqui que estamos analisando, pensamos que o problema de descobrir se a abordagem semântica oferece um apoio a qualquer uma das teses no debate realismo-antirrealismo científico pode ser posto em foco, mesmo tomando como referências as versões da abordagem semântica aqui investigadas. Isto porque, como dissemos no primeiro capítulo, acreditamos que as diferentes acepções em que o termo ‘modelo’ é empregado na ciência são todas redutíveis ao tratamento dado por Suppes ao conceito de modelo. Também porque acreditamos que a concepção de Suppes, bem como os seus desenvolvimentos na versão de da Costa e Chuaqui, não sofrem as limitações das demais versões da abordagem semântica aludidas neste texto.

Antes de procedermos nossa análise precisamos estabelecer o que entendemos por realismo e antirrealismo científicos[52]. Por realismo queremos nos referir à tese segundo a qual a aceitação das teorias científicas deve se dar com base em seu conteúdo de verdade, e o progresso científico se dá pela substituição de teorias cada vez mais próximas da verdade. A teoria da verdade que é pressuposta nesta definição é a teoria da correspondência da verdade. Por antirrealismo queremos nos referir à tese segundo a qual a aceitação das teorias

[52] Em todo este capítulo, quando nos referirmos às teses do ‘realismo’ e do ‘antirrealismo’ sem quaisquer qualificações queremos com isso nos referir às teses do ‘realismo científico’ e do ‘antirrealismo científico’. Tais teses não devem ser confundidas com quaisquer outras teses realistas e antirrealistas dos vários campos da filosofia.

científicas não deve depender de sua verdade, a qual também é entendida nesta definição em seu sentido correspondencial.[53]

Retomando à análise de Chakravartty, vemos que este defende, contrariamente a Suppe, Giere e Smith, que a abordagem semântica não fornece um suporte plausível ao realismo científico que seja menos problemático do que um suporte que poderia oferecer ao antirrealismo. De acordo com Chakravartty, uma das pretensas vantagens da abordagem semântica sobre a abordagem sintática é sua independência da linguagem, ou seja, a formalização das teorias científicas por meio da abordagem semântica não faz com que a teoria dependa da linguagem escolhida. Para Chakravartty a abordagem semântica não favorece o realismo científico precisamente porque, em sua opinião, o realismo depende fundamentalmente de uma relação entre o modelo (ou uma descrição do modelo) e o mundo. E, segundo Chakravartty, isto requer o emprego de formulações linguísticas; formulações que precisariam ser interpretadas para que possamos saber o que o modelo nos fala a respeito do mundo. Por isso ele conclui que a abordagem semântica com sua pretensa independência da linguagem não oferece suporte para o realismo científico, o qual precisa de formulações linguísticas para explicar a relação entre o modelo e o mundo.

Já analisamos no capítulo anterior esta pretensa independência da linguagem, tão valorizada por alguns teóricos, nas versões da abordagem semântica de Suppes e de da Costa e Chuaqui. Como concluímos que a noção de independência da linguagem, tão valorizada por alguns, não se evidencia nas versões de Suppes e de da Costa e Chuaqui e carece de esclarecimento, a análise de Chakravartty não nos serve para abordar o problema.

Nossa tese, neste capítulo, é que a abordagem semântica nas versões de Suppes e de da Costa e Chuaqui é indiferente ao debate realismo-antirrealismo científico, e que as teorias científicas podem ser adequadamente formalizadas por predicados conjuntistas ou predicados de Suppes, independentemente de sermos realistas ou antirrealistas. Vejamos por quê.

O debate realismo-antirrealismo normalmente não é expresso em termos do que uma teoria científica deve ser capaz de fazer, por

[53] Ao assumir tais definições não nos preocuparemos em tratar de outras concepções realistas estudadas em filosofia da ciência tais como: o realismo de entidades (HACKING, 1983), ou o realismo estrutural em quaisquer de suas versões (LADYMAN, 2014); bem como concepções antirrealistas em suas teses opostas.

exemplo, ser capaz de dar uma descrição verdadeira da realidade (no caso do realismo), ser capaz de dar uma descrição verdadeira a respeito do que é observável (no caso do antirrealismo), ser capaz de nos permitir fazer predições acertadas e resolver problemas, *etc*. Em todos em estes casos o que está em discussão é o que uma teoria científica deve fazer, ou seja, qual o propósito de uma teoria científica. Por exemplo, para os antirrealistas o que importa não é se uma teoria por nós aceita dá uma descrição verdadeira do mundo ou não. Embora um antirrealista não esteja disposto a admitir a possibilidade de que alguma de nossas atuais teorias ofereçam uma descrição verdadeira da realidade mesmo com respeito ao que é inobservável, ele o faz, por insistir que isto não tem a menor importância, pois o que realmente importa para uma teoria científica é que ela dê uma descrição verdadeira a respeito daquilo que é observável, e apenas isto. Neste caso, o que está sendo dito é que aquilo que a teoria diz a respeito do que é inobservável, seja verdadeiro ou falso, não interessa. Um outro antirrealista – neste caso, um instrumentalista - poderia dizer que mesmo que uma teoria dê uma descrição verdadeira da realidade o que realmente importa é que esta teoria nos permita resolver problemas, quer a teoria seja verdadeira ou falsa. Ou um realista poderia estar pronto a admitir que algumas teorias aceitas no passado nos ajudaram a resolver alguns problemas, e talvez até elas salvassem os fenômenos, mas eram falsas, e portanto deveriam ser substituídas.

Vemos que o debate realismo-antirrealismo é então deslocado para o propósito da ciência. Nesta perspectiva as teorias científicas assumem um caráter intencional. Contudo, o que acreditamos é que o exame da história da ciência nos revela como a ciência tem se constituído socialmente. Ela é uma construção social, ou seja, ela é o resultado daquilo que fizemos dela. E neste sentido não nos parece apropriado atribuir um propósito às teorias científicas, mas sim aos cientistas. Por isso acreditamos que o debate realismo-antirrealismo não se resolve com um apelo à natureza da ciência, mas à disposição dos cientistas ao fazerem ciência. E os propósitos dos cientistas podem ser tão variados quanto vários são os cientistas. O que parece ainda conferir alguma unidade à comunidade científica são padrões metodológicos e princípios sociológicos da prática científica. Mas na medida em que a ciência atual tem sido feita com algum tipo de propósito, se é que tem sido assim, tal propósito não é algo eternizado. É apenas o resultado da própria prática científica, e como tal pode mudar.

Dada esta perspectiva sobre o debate realismo-antirrealismo passamos à nossa tese de que a abordagem semântica é indiferente ao debate realismo-antirrealismo científico.

Acreditamos que a abordagem semântica, nas versões aqui analisadas, é compatível com o realismo científico dada a forma como esta emprega a teoria da verdade de Tarski como explicamos no capítulo 1. Embora seja matéria de controvérsia a alegação de que a teoria da verdade de Tarski é uma teoria da correspondência (HAACK, 2002), cremos que é bem clara a intenção de Tarski de que sua teoria da verdade seja uma formalização da teoria da correspondência (TARSKI, 1944). Dada a forma como definimos o realismo científico e sua dependência da teoria da correspondência, cremos que a abordagem semântica oferece um bom tratamento das teorias científicas que é compatível com o realismo. É claro que a abordagem semântica, da forma como a entendemos, ainda carece de uma explicação da relação entre os modelos da teoria e o mundo, ou seja, da relação, para nós representacional, entre as estruturas conjuntistas e a realidade empírica que ela procurar modelar. Mas uma vez que tal representação é feita, como comentamos no capítulo 1, a cogência da relação entre realismo e abordagem semântica dependerá de quão bem sucedida é a formalização da teoria correspondencial feita por Tarski.

Por outro lado, acreditamos que a abordagem semântica, nas versões aqui analisadas, é compatível com o antirrealismo científico dado o papel que a noção de quase-verdade pode desempenhar. Ao falar de antirrealismo queremos nos referir simplesmente à tese de que as teorias científicas devem dar uma descrição da realidade que salve os fenômenos, ou seja, tal teoria deve ser verdadeira, no sentido da teoria da correspondência, com respeito ao que é observável. Por certo, a aceitação da tese antirrealista depende da noção, bastante problemática, de observabilidade. Não nos preocuparemos aqui com o problema de definir um critério de observabilidade, mas apenas analisar, dada a prévia aceitação do antirrealismo, se este é compatível com a abordagem semântica.

A noção de quase-verdade foi apresentada por Mikenberg, da Costa e Chuaqui (1986) e aplicada por da Costa e French (2003) à filosofia da ciência. Antes de apresentar a definição de quase-verdade vejamos algumas noções preliminares.

Uma estrutura parcial é uma estrutura da forma $\mathfrak{A}=\langle A, R_k, P\rangle_{k\in K}$ em que A é um conjunto não vazio, R_k, $k\in K$, é uma relação parcial definida em A para todo $k\in K$, em que K é um conjunto apropriado de índices, e P é um conjunto de sentenças de uma linguagem L de mesmo tipo de similaridade de $\mathfrak{A}$ e que é interpretada em $\mathfrak{A}$. As relações R_k são chamadas parciais porque tais relações R_k, $k \in K$, de aridade n_k não são necessariamente definidas para todas as n_k-uplas de elementos de A. P pode ser visto como um conjunto de sentenças de L que incluem enunciados sobre observações com respeito ao domínio de estudo A. Se uma estrutura total $\mathfrak{B}$, cujas relações de aridade n_k são todas definidas para todas as n_k-uplas de elementos de A, interpreta L, dizemos que $\mathfrak{B}$ é $\mathfrak{A}$-normal se: (i) o universo de $\mathfrak{B}$ é A, (ii) as relações de $\mathfrak{B}$ estendem as relações correspondentes em $\mathfrak{A}$, (iii) se *c* é uma constante de L então *c* é interpretada em $\mathfrak{A}$ e em $\mathfrak{B}$ pelo mesmo elemento, (iv) se $S \in P$, então $\mathfrak{B} \vDash S$, ou seja, se $S \in P$, então S é verdadeira em $\mathfrak{B}$ no sentido de Tarski. Neste caso S é dita quase-verdadeira em $\mathfrak{A}$, se existe uma interpretação I de L numa estrutura $\mathfrak{A}$-normal $\mathfrak{B}$, e S é verdadeira em $\mathfrak{B}$ no sentido de Tarski (COSTA; FRENCH, 2003).

O conceito de quase-verdade é bem afeito à tese antirrealista, pois se queremos formalizar uma teoria científica nos preocupando apenas com que ela seja aproximadamente verdadeira, ou seja, que ela seja verdadeira com respeito ao que é observável, então podemos tomar o domínio de uma estrutura parcial como o domínio de nosso estudo restrito ao que é observável. E uma vez que a noção de verdade de Tarski é redutível à noção de quase-verdade (MIKENBERG; COSTA; CHUAQUI, 1986), isto faz com que as versões da abordagem semântica que estamos analisando – que, lembremos, empregam a noção de verdade de Tarski – sejam compatíveis com a noção de quase-verdade. Desta forma é possível fazer com que a tese antirrealista seja compatível com as versões da abordagem semântica de Suppes e de da Costa e Chuaqui.

De forma análoga, a tese antirrealista também é compatível com a abordagem semântica, se empregarmos a noção de adequação empírica que van Fraassen desenvolveu (VAN FRAASSEN, 1989). Se considerarmos uma teoria verdadeira apenas com respeito ao que é observável, então podemos formalizar tal ideia por meio da noção de adequação empírica. Dizemos, neste caso, que as subestruturas empíricas dos modelos da teoria são isomorfas aos modelos de dados da teoria. Lembremos que o conceito de modelo de dados de uma teoria é empregado também por Suppes e está perfeitamente de acordo com sua concepção da abordagem semântica (SUPPES, 1962). O conceito de adequação empírica que van Fraassen emprega depende, então, fundamentalmente dos conceitos de modelos de dados e de isomorfismo, os quais são compatíveis com a abordagem semântica.

É claro que não estamos examinando aqui a versão de van Fraassen da abordagem semântica, mas nos parece muito claro que a noção de adequação empírica desenvolvida por ele é compatível com as versões de Suppes e de da Costa e Chuaqui.

Em vista do que dissemos, nos parece claro que tanto o realismo quanto o antirrealismo são compatíveis com a abordagem semântica nas versões aqui debatidas. A escolha de qualquer uma destas teses deve, por isso, ser feita em outras bases. E como sugerimos acima, cremos o debate realismo-antirrealismo deve ser resolvido recorrendo às práticas da comunidade científica.

REFERÊNCIAS

ACHINSTEIN, P. **Concepts of Science**: A Philosophical Analysis. Baltimore: Johns Hopkins Univesity Press, 1968.

ANDERSON, Alan Ross; BELNAP, Nuel D.. **Entailment**: the logic of relevance and necessity. Princeton: Princeton University Press, 1992. v2.

ARENHART, J. R. B. ; MORAES, F. T. F. . Estruturas, Modelos e os Fundamentos da Abordagem Semântica. **Principia** (UFSC), v. 14, p. 15-30, 2010.

BAEZ, John C.; SEGAL, Irving E., ZHOU, Zhenfang. **Introduction to algebraic and constructive quantum field theory.** Princeton: Princeton University Press, 1992.

BELL, John L., **Infinitary Logic.** The Stanford Encyclopedia of Philosophy. Stanford, 2012. Disponível em: < http://plato.stanford.edu/entries/logic-infinitary/>. Acessado em: 28 de março de 2014.

BOLDRINI, José Luiz et al., **Álgebra Linear.** 3ª ed. São Paulo: Editora HARBRA, 1986.

BOURBAKI, Nicolas. **Théorie des ensembles.** Berlin, Heidelberg: Springer-Verlag, 2006.

BUENO, O.; DE SOUZA, E. G. The concept of quasi-truth. **Logique & Analyse**, 153-154:183–199, 1996.

BUENO, O. Quasi-truth in quasi-set theory. **Synthese**. v. 125, Issue 1-2, pp 33-53, 2000.

BURAGO, D; BURAGO, Y. D.; IVANOV, S. **A course in metric geometry.** American Mathematical Society, 2001.

CARNAP, Rudolf. **Der logische Aufbau der Welt.** Hamburg: Felix Meiner, 1961.

CARNIELLI, Walter A; EPSTEIN, Richard L. **Computabilidade, funções computáveis, lógica e os fundamentos da matemática.** 2.ed.rev. São Paulo (SP): UNESP, 2005.

CHAITIN, G.; DA COSTA, N.; DORIA, F. A. **Gödel's Way.** London: CRC Press, 2012.

CHAKRAVARTTY, Anjan. The semantic or model-theoretic view of theories and scientific realism. **Synthese**. v. 127, pp 325-345, 2001.

CHANG, Chen Chung; KEISLER, H. Jerome. **Model theory.** 3 rd. ed. Amsterdam: North-Holland, 1990.

COELHO, A. M. N. . Um conflito entre Ontologia e Lógica: Quine a favor de $V = L$ e contra $\beth_\omega$. In: V Simpósio Internacional Principia, 2010, Florianópolis. **Anais do V Simpósio Internacional Principia. Florianópolis**: UFSC/NEL, 2010. v. 1. p. 161-165.

COELHO, A. M. N., Krause, Décio. **Introdução aos Fundamentos Axiomáticos da Ciência**.. São Paulo:: EPU, 2002 (Resenha).

COSTA, N. C. A.; DORIA, F. A. ; BARROS, J. A. . A Suppes predicate for general relativity and set-theoretically generic spacetimes. **International Journal of Theoretical Physics**, v. 29, p. 935-961, 1990.

COSTA, N. C. A.; CHUAQUI, R., On Suppes Set Theorical Predicates. **ERKENNTNIS**, n.29, pp. 95-112, 1988.

COSTA, N. C. A.; FRENCH, Steven. **Science and Partial Truth:** A unitary approach to models and scientific reasoning. Oxford: Oxford University Press, 2003.

COSTA, Newton C A da; KRAUSE, D.; BUENO, Otavio. Paraconsistent Logics and Paraconsistency. In: Dale Jacquette; Dov M. Gabbay; Paul Thagard; John Woods. (Org.). **Handbook of the Philosophy of Science.** Volume 5: Philosophy of Logic. Dordrecht: Elsevier, 2007.

COSTA, N. C. A. **Ensaio sobre os fundamentos da lógica.** 2. ed. São Paulo: Hucitec, 1994

COSTA, N. C. A.; RODRIGUES, A. A. M.. Definability and invariance. **Studia Logica**, v. 86, p. 1-30, 2007.

DUTRA, L. H. A. **Pragmática da investigação científica.** São Paulo: Loyola, 2008a.

DUTRA, L. H. A. **Introdução à teoria da ciência.** 3. ed. rev. ampl. Florianópolis: Editora da UFSC, 2009.

DUTRA, L. H. A. Os Modelos e a Pragmática da Investigação. **Scientiae Studia** (USP), São Paulo, v. 3, n. 2, p. 205-232, 2005.

DUTRA, L. H. A. **Pragmática de Modelos:** Natureza, Estrutura e Uso dos Modelos Científicos. São Paulo: Loyola, 2013.

ESTES, W. K.; SUPPES, P. Foundations of statistical learning theory, II. The stimulus sampling model. 1959. **Technical report n.26**, **-** Institute for mathematical studies in the social sciences, Applied mathematics and statistics laboratories, Stanford University.

FEFERMAN, Solomon. Arithmetization of metamathematics in a general setting. **Fundamenta Mathematicae**, Warszawa, v. 49, n. , p.35-92, 1960.

FLAUSINO, Joanne Simon. **Inconsistências em ciência.** 2014. 151 p. Dissertação (Mestrado em Filosofia) – Programa de pós-graduação em Filosofia, Centro de Filosofia e Ciências Humanas, Universidade Federal de Santa Catarina, Florianópolis, 2014.

FRENCH, Steven; SAATSI, Juha. Realism about structure: The semantic view and non-linguistic representations. **Philosophy of Science**, 73 (5):548-559, 2006.

FRENCH, Steven; KRAUSE, Décio. The logic of quanta. In: CAO, Tian Yu. **Conceptual foundations of quantum field theory.** Cambridge: Cambridge University Press, 1999.

FRENCH, Steven; KRAUSE, Décio. **Identity in physics:** a historical, philosophical, and formal analysis. Oxford: Clarendon Press, 2006.

HAACK, Susan. **Filosofia das lógicas.** São Paulo: UNESP, 2002.

HACKING, I. **Representing and Intervening.** Cambridge: Cambridge University Press, 1983.

HANSON, N. R. Observation and Interpretation. In NAGEL, Ernest; MORGENBESSER, Sidney. **Philosophy of Science Today**. New York: Basic Book Inc., 1967.

HODGES, Wilfrid. **A Shorter Model Theory.** Cambridge: Cambridge University Press, 1997.

JECH, Thomas. **Set theory** the 3rd millennium edition, revised and expanded. Berlin ; Heidelberg ; New York ; Hong Kong ; London ; Milan ; Paris ; Tokyo : Springer, 2002.

KLEENE, Stephen Cole. **Introduction to metamathematics**. Groningen: Wolters-Noordhoff, 1952.

KRAUSE, D. ; BUENO, Otavio. Scientific theories, models, and the semantic approach. **Principia** (UFSC), v. 77, p. 187-201, 2007.

KRAUSE, Décio ; ARENHART, Jonas R. B. ; MORAES, Fernando T. F. . Axiomatization and Models of Scientific Theories. **Foundations of Science** (Print), v. 16, p. 363-382, 2011.

KRAUSE, Décio. **Introdução aos fundamentos axiomáticos da ciência.** São Paulo (SP): EPU, 2002.

KUNEN, Kenneth. **Set Theory**: An Introduction to Independence Proofs. Amsterdam . New York . Oxford: North Holland Publishing Company, 1980.

LADYMAN, James., **Structural Realism.** The Stanford Encyclopedia of Philosophy. Stanford, 2014. Disponível em: < http://plato.stanford.edu/spr2014/entries/structural-realism/>. Acessado em: 28 de novembro de 2014.

MAITLAND WRIGHT, J. D., All operators on a Hilbert space are bounded. **Bulletin of The American Mathematical Society** v. 79, n. 6, pp. 1247-1250, 1973.

McKINSEY, J. C. C.; SUGAR, A. C.; SUPPES, P. Axiomatic foundations of classical particle mechanics. **Journal of Rational Mechanics and Analysis.** v.2, n.2, 1953.

MENDELSON, Elliott. **Introduction to Mathematical Logic.** 4th ed. London: Chapman & Hall, 1997.

MIKENBERG, J.; COSTA, N. C. A.; CHUAQUI, R. . Pragmatic Truth and Approximation to Truth. **Journal of Symbolic Logic**, v. 51, n.51, p. 201-221, 1986.

MORAES, Fernando Tadeu Franceschi. **Estruturas e a análise filosófica das teorias científicas.** 86 p. Dissertação (Mestrado) - Universidade Federal de Santa Catarina, Centro de Filosofia e Ciências Humanas, Programa de Pós-graduação em Filosofia, Florianópolis, 2011

MULLER, F. A., Reflections on the revolution at Stanford. **Synthese.** v. 183, issue 1, pp. 87-114, 2011.

NOLL, Walter. The foundations of classical mechanics in the light of recent advances in continuum mechanics. **Proceedings of the Berkeley Symposium on the Axiomatic Method.** Amsterdam, pp. 266-281, 1959.

OXTOBY, John C. **Measure and Category**, Graduate Texts in Mathematics 2 (2nd ed.), Springer-Verlag, 1980.

PARSONS, CHARLES. Quine on the Philosophy of Mathematics. In HAHN, L.; SCHILPP, P. **The Philosophy of W. V. Quine.** Chicago: Oper Court, 1986.

PRIEST, Graham, TANAKA, Koji & WEBER, Zach, **Paraconsistent Logic** The Stanford Encyclopedia of Philosophy. Stanford, 2013. Disponível em: <http://plato.stanford.edu/archives/fall2013/entries/logic-paraconsistent/>. Acessado em: 02 de janeiro de 2014.

PUTNAM, Hilary. What Theories Are Not. In NAGEL, E., SUPPES, P., TARSKI, A. **Logic, Methodology and Philosophy of Science.** Stanford: Stanford University Press, 1962.

QUINE, W. V. O. Reply to Parsons. In HAHN, L.; SCHILPP, P. **The Philosophy of W. V. Quine.** Chicago: Oper Court, 1986.

QUINE, W. V. O. Ontological Relativity. In QUINE, W. V. O. **Ontological Relativity and Other Essays.** New York; London: Columbia University Press, 1969.

QUINE, W. V. O. Two dogmas of empiricism. In QUINE, W. V. O. **From a logical point of view.** 2nd ed. New York; Hagerstown, San Francisco, London: Harper & Row Publishers, 1963.

REICHENBACH, Hans. **Axiomatization of the theory of relativity.** Berkeley: University of California Press, 1969.

ROGERS Jr, H. Some Problems of Definability in Recursive Function Theory In CROSSLEY, J. N. (ed.) **Sets, Models and Recursion Theory.** Proceedings of the Summer School in Mathematical Logic and Tenth Logic Colloquium. Leicester Aug./Sept. Amsterdam: North Holland, 1965.

RUELLE, David. Are real numbers the same for physicists and mathematicians? In: **Mechanics: classical, statistical and quantum.**, Roma, 2012. Anais eletrônicos de, Disponível em: <http://ricerca.mat.uniroma3.it/ipparco/convegno70/seminari/real.pdf>. Acesso em: 23 de agosto de 2014.

SILVESTRINI, Luiz Henrique da Cruz. **Uma nova abordagem para a noção de quase-verdade.** 2011. 115 f. Tese (Doutorado) - Curso de Filosofia, Departamento de Instituto de Filosofia e Ciências Humanas, Universidade de Campinas, Campinas, 2011.

SOLOVAY, Robert. M. A model of set-theory in which every set of reals is Lebesgue measurable. **Annals of Mathematics.** 2nd Ser., vol. 92, nº 1, pp. 1-56, 1970.

SUPPE, Frederick. **The Semantic conception of theories and scientific realism.** Urbana: University of Illinois, 1989.

SUPPE, Frederick. **The structure of scientific theories.** 2nd ed. Urbana: University of Illinois Press, 1977.

SUPPES, Patrick. Future developments of scientific structures closer to experiments: Response to F. A. Muller. **Synthese** v. 183, issue 1, pp. 115-126, 2011.

SUPPES, Patrick. **Representation and invariance of scientific structures.** Stanford, California.: CSLI, 2002. xv, 536 p

SUPPES, Patrick. What is a Scientific Theory? In NAGEL, Ernest; MORGENBESSER, Sidney. **Philosophy of Science Today**. New York: Basic Book Inc., 1967.

SUPPES, Patrick. **Introduction to logic**. New York, NY: D. Van Nostrand, 1957. 312 p., il. (International student editions; v. 18).

SUPPES, Patrick. **Models and methods in the philosophy of science**: selected essays. Dordrecht: Kluwer Academic, 1993.

SUPPES, Patrick. **Axiomatic Set Theory.** New York: Dover Publications, Inc., 1972.

SUPPES, Patrick. A comparison of the meaning and uses of models in mathematics and the empirical sciences. **Synthese** Volume 12, Issue 2-3, pp 287-301, 1960.

SUPPES, Patrick. Models of Data. In: NAGEL, Ernest.; SUPPES, Patrick.; TARSKI, Alfred.; **Logic, Methodology and Philosophy of Science**: Proceedings of the 1960 International Congress. Stanford: Stanford University Press, 1962.

TARSKI, Alfred. A general method in proofs of undecidability. In: TARSKI, Alfred.; MOSTOWSKI, Andrzej.; ROBINSON, Raphael. **Undecidable theories.** Amsterdam: North-Holland Publishing Co., 1953.

TARSKI, Alfred. The Semantic Conception of Truth and The Foundations of Semantics. **Philosophy and Phenomenological Research.** v.4 issue 3, 1944.

TSUJI, Marcelo. Suppes predicates for meta-ranking structures. **Synthese** 112 (2):281-299, 1997.

VAN FRAASSEN, Bas C. **Laws and Symmetry**. Oxford: Clarendon Press, 1989.

VAN FRAASSEN, Bas C. **The Scientific Image.** Oxford: Clarendon Press, 1980.

VICKERS, Peter. Can partial structures accommodate inconsistent sciences? **Principia** v. 13, n. 2, pp. 233-250, 2009.

VICKERS, Peter John. **Understanding Inconsistent Science.** Oxford University Press, 2013.

WINTHER, Rasmus Grønfeldt. **The Structure of Scientific Theories.** The Stanford Encyclopedia of Philosophy, 2015. Disponível em <http://plato.stanford.edu/entries/structure-scientific-theories/>. Acessado em: 22 de abril de 2015.

WITTEN, Edward. Topological quantum field theory. **Communications in Mathematical Physics.** v. 117 n. 3 pp. 353-386, 1988.

ZANARDO, A; RIZZOTTI, M. Axiomatization of genetics 2. Formal development. **Journal of theorical biology.** v.118(2), pp.145-152, 1986.