### TÉCNICAS DE MODULAÇÃO SÍNCRONA OTIMIZADA PARA A MELHORIA DE DESEMPENHO DE CONVERSORES MULTINÍVEIS NO ACIONAMENTO DE MÁQUINAS ELÉTRICAS

Jackson Lago



Universidade Federal de Santa Catarina Programa de Pós-Graduação em Engenharia Elétrica

#### UNIVERSIDADE FEDERAL DE SANTA CATARINA DEPARTAMENTO DE ENGENHARIA ELÉTRICA

Jackson Lago

#### TÉCNICAS DE MODULAÇÃO SÍNCRONA OTIMIZADA PARA A MELHORIA DE DESEMPENHO DE CONVERSORES MULTINÍVEIS NO ACIONAMENTO DE MÁQUINAS ELÉTRICAS

Florianópolis

2015

Jackson Lago

#### TÉCNICAS DE MODULAÇÃO SÍNCRONA OTIMIZADA PARA A MELHORIA DE DESEMPENHO DE CONVERSORES MULTINÍVEIS NO ACIONAMENTO DE MÁQUINAS ELÉTRICAS

Tese submetida ao programa de Pós–Graduação em Engenharia Elétrica da Universidade Federal de Santa Catarina para a obtenção do Grau de Doutor em Engenharia Elétrica.

Orientador: Prof. Marcelo Lobo Heldwein, Dr. sc. ETH

Florianópolis

2015

Ficha de identificação da obra elaborada pelo autor, através do Programa de Geração Automática da Biblioteca Universitária da UFSC.

Tese (doutorado) - Universidade Federal de Santa Catarina, Centro Tecnológico. Programa de Pós-Graduação em Engenharia Elétrica.

Inclui referências

 Engenharia Elétrica. 2. Modulação Síncrona Otimizada.
 Conversores Multiníveis. 4. Acionamento de Máquinas Elétricas. I. Heldwein, Marcelo Lobo. II. Universidade Federal de Santa Catarina. Programa de Pós-Graduação em Engenharia Elétrica. III. Título.

#### Jackson Lago

#### TÉCNICAS DE MODULAÇÃO SÍNCRONA OTIMIZADA PARA A MELHORIA DE DESEMPENHO DE CONVERSORES MULTINÍVEIS NO ACIONAMENTO DE MÁQUINAS ELÉTRICAS

Esta Tese foi julgada adequada para obtenção do Título de Doutor em Engenharia Elétrica, e aprovada em sua forma final pelo Programa de Pós-Graduação em Engenharia Elétrica da Universidade Federal de Santa Catarina.

Florianópolis, 26 de Junho 2015. Prof. Carlos Galup Montoro, Dr. Coordenador do Programa de Pós-Graduação em Engenharia Elétrica Prof. Marcelo Lobo Heldwein, Dr. sc. ETH Orientador **Banca Examinadora:** Prof. Humberto Pinheiro, Ph.D. Prof. Samir Kouro, Ph.D. Prof. Flábio Alberto Bardemaker Batista, Dr. Eng. Prof. Erlon Cristian Finardi, Dr. Eng.

Prof. Arnaldo José Perin, Dr. Ing.

## Agradecimentos

À minha família, em especial aos meus pais Juvenal Lago e Marly Eichstaedt Lago, por tudo.

Ao meu orientador, Prof. Marcelo Lobo Heldwein, pela excelente orientação, dedicação e pela confiança depositada.

Aos membros das bancas examinadoras do exame de qualificação e da defesa final da tese, Prof. Arnaldo José Perin, Prof. Marcelo Cabral Cavalcanti, Eng. Paulo José Torri, Prof. Eduardo Camponogara, Prof. Yales Rômulo de Novaes, Prof. Humberto Pinheiro, Prof. Samir Kouro, Prof. Flábio Alberto Bardemaker Batista, Prof. Erlon Cristian Finardi e Prof. Telles Brunelli Lazzarin, pelas rigorosas análises, contribuições para a melhoria do trabalho e por todo o conhecimento compartilhado.

Aos demais professores do INEP, Prof. Ivo Barbi, Prof. Ênio Valmor Kassick, Prof. Samir Ahmad Mussa, Prof. Denizar Cruz Martins, Prof. Hari Bruno Mohr e Prof. João Carlos dos Santos Fagundes, pelos ensinamentos transmitidos ao longo destes seis anos de convivência.

Aos colegas Joabel Moia e Gean Jacques Maia de Sousa com quem tive o prazer de trabalhar diretamente durante o período do doutorado.

Aos demais colegas e amigos que contribuíram para a realização deste trabalho nas mais diversas fomas, em especial, Daniel Tenfen, Bruno Scortegagna Dupczak, Adriano Ruseler, Eduardo Valmir de Sousa e Nilton Francisco Oliveira da Silva, pelo convívio e amizade.

À todos os funcionários do INEP, por propiciarem as condições para a realização deste trabalho.

À UFSC e ao CNPq, pela oportunidade e auxílio financeiro.

"Põe quanto és no mínimo que fazes."

Ricardo Reis (Fernando Pessoa)

### Resumo

Com o crescente interesse da indústria em inversores multiníveis de alta potência para aplicações em média tensão e com as limitações tecnológicas em dispositivos semicondutores de potência de alta tensão, a técnica de modulação síncrona otimizada, desenvolvida originalmente para conversores de dois e três níveis, tornou-se novamente um tópico de interesse da Eletrônica de Potência, agora para a melhoria de formas de onda de tensão multiníveis. Esta tese propõe uma nova formulação para o problema de otimizar a modulação de conversores multiníveis com diferentes objetivos, incluindo em um único problema de otimização a decisão da direção de cada comutação bem como os ângulos em que estas devem ocorrer e, assim, definindo completamente as formas de onda de tensão otimizadas. Esta técnica é aqui empregada em aplicações selecionadas, as quais demonstram os ganhos em desempenho obtidos frente à técnicas convencionais de modulação de inversores multiníveis. Resultados extensivos de experimentação de um inversor 5-níveis acionando um motor síncrono de ímãs permanentes são apresentados e comprovam os achados teóricos.

**Palavras-chave:** Modulação Síncrona Otimizada, Conversores Multiníveis, Acionamento de Máquinas Elétricas.

### Abstract

With the growing interest of the industry in high power medium voltage multilevel inverters and the technological limitation in high voltage power semiconductors devices, the synchronous optimal pulsewidth modulation technique, originally developed for two/three-level inverters, became once again a topic of righ interest to Power Electronics community, now to optimize multilevel waveforms. This work proposes a new formulation for the problem of optimizing the modulation pattern of multilevel converters, including in a single optimization problem the decision of the directions for each step transition in addition to the switching angles and, thus, completely defining the optimized multilevel waveform for a given modulation index. This is done for a single and also multiple objectives problems. This technique is applied here in selected applications, which shows the gains achieved with respect to the conventional modulation techniques for multilevel inverters. Results from extensive experimentation with a 5-levels inverter driving a permanent magnet motor are presented and confirm the theoretical findings.

**Keywords:** Synchronous Optimal Pulsewidth Modulation, Multilevel Converters, Electric Motor Drives.

# Lista de Figuras

Figura 2.1	Estrutura cascata alimentando um motor trifásico	39
Figura 2.2 completa cascata	Estrutura de um (a) inversor monofásico em ponte e (b) seu circuito equivalente na operação do conversor	40
Figura 2.3 pleta	Modulador PS para conversor cascata de ponte com-	45
Figura 2.4 cata trifá	Sinais da modulação PWM PS para um inversor cas- sico de 9 células por fase	46
Figura 2.5 conversor M = 0,9	Tensões de fase $(v_a)$ e de linha $(v_{ab})$ impostas por um cascata de 9 células (por fase) com modulação PS e	46
Figura 2.6 tando un	Diagrama esquemático de um inversor NPC alimen- n motor trifásico	47
Figura 2.7 conversor	a) Circuito equivalente, e b) interruptor equivalente do NPC.	48
Figura 2.8 mando de	Lógica de modulação para geração dos sinais de co- os interruptores do conversor NPC	50
Figura 2.9	Sinais da modulação IPD para o conversor NPC	51
Figura 2.10 NPC ope	Uma das tensões de (a) fase e de (b) linha do conversor rando com modulação IPD para $M = 0,9$	51
Figura 2.11	Vetores do conversor NPC	52
Figura 2.12	Regiões de vetores do primeiro setor	54
Figura 2.13 NPC ope 0,9	Uma das tensões de (a) fase e de (b) linha do conversor rando com modulação SVM de 7 segmentos com $M =$	56

Figura 2.14 Diagrama esquemático simplificado de um conversor HNPC	57
Figura 2.15 a) Circuito equivalente e implementação física de uma fase e b) algumas possibilidades para a alimentação do barramento de uma fase do conversor HNPC	58
Figura 2.16 Mapa vetorial do HNPC	61
Figura 2.17 Uma das tensões de (a) fase e de (b) linha do conversor HNPC operando com modulação SVM de 7 segmentos com $M = 0,9$	62
Figura 2.18 Lógica da modulação mIPD para o conversor HNPC	62
Figura 2.19 Modulação mIPD para o conversor HNPC	63
Figura 2.20 Uma das tensões de (a) fase e de (b) linha do conversor HNPC operando com modulação mIPD com $M = 0, 9, \dots$	63
Figura 3.1 Inversor de tensão trifásico de dois níveis idealizado	68
Figura 3.2 Níveis da tensão de uma fase de um conversor de dois níveis com duas comutações por período fundamental	69
Figura 3.3 Amplitude das componentes harmônicas do sinal da figura 3.2.	70
Figura 3.4 Níveis da tensão de uma fase de um conversor de dois níveis $N = 2$	71
Figura 3.5 Amplitude das componentes harmônicas do sinal da figura 3.4 em função do ângulo de disparo $\theta_2$	72
Figura 3.6 Relação entre o ângulo de comutação $\theta_2$ e o índice de modulação $M$	72
Figura 3.7 Relação entre o ângulo de comutação $\theta_2$ e a amplitude das componentes harmônicas de ordem 1, 3, 5 e 7 destacando os pontos em que a componente de ordem 7 é nula	73
Figura 3.8 Níveis da tensão de uma fase de um conversor de dois	

níveis com $N=3$	74
Figura 3.9 Amplitude das componentes harmônicas de ordem (a) 5 e (b) 7, (c) caminhos no plano $\{\theta_2, \theta_3\}$ que anulam as harmônicas de ordem 5 e 7 e (d) os valores de índice de modulação $M$ sobre estes caminhos	75
Figura 3.10 Conjuntos de ângulos $\theta_2 \in \theta_3$ que anulam a componente harmônica de ordem 5	76
Figura 3.11 Comportamento das componentes harmônicas de or- dem 3 e 7 quando se elimina a componente de ordem 5	78
Figura 3.12 Níveis da tensão de uma fase de um conversor de dois níveis com um número de comutações genérico $N$	79
Figura 3.13 Variação da função objetivo e restrições do problema de otimização de (a)(b) WTHD e (c)(d) THD da tensão de saída de um inversor de $L=2$ e $N=3$	85
Figura 3.14 Ângulos de comutação ótimos para minimização de THD e WTHD para um inversor $L=2$ e $N=3$	85
Figura 3.15 Grafo cujos vértices representam os níveis da tensão de fase do conversor e as arestas representam as possíveis comu- tações para cada nível	89
Figura 3.16 Todos os 8 padrões de comutação possíveis para $L=5$ e $N=6$ com apenas um nível de excursão da tensão de fase por comutação	90
Figura 3.17 Algoritmo para busca dos ângulos e padrões ótimos reportado em [1,2]	92
Figura 3.18 Número possíveis de padrões de comutação em função do número de comutações $N$ em 1/4 do período da fundamental e do número de níveis $L$ do conversor	94
Figura 4.1 Inversor HNPC idealizado	98
Figura 4.2 Possíveis padrões de comutação para um inversor de $L=5$ e $N=5$	100

Figura 4.3 Ângulos de comutação ótimos para os padrões de co- mutação (a) p1, (b) p2, (c) p3 e (d) p4 com $N=5$ e $L=5$ para todo o intervalo de índice de modulação
Figura 4.4 Valores de $\sigma_{wthd}$ com os ângulos ótimos de cada padrão de comutação para $L=5$ e $N=5$ 103
Figura 4.5 Possíveis formas de tensão de fase para um inversor de $L=5$ e $N=5$ com a nova referência de $\theta$
Figura 4.6 Valores ótimos de $\gamma$ para minimização da WTHD para $N = 5$ e $L = 5$
Figura 4.7 Comparação dos valores mínimos de $\sigma_{wthd}$ obtidos para os quatro padrões de comutação otimizados individualmente e os valores obtidos utilizando a formulação com $\gamma$ 109
Figura 4.8 Detalhe de uma descontinuidade nos ângulos de comu- tação
Figura 4.9 Alteração das amplitudes das componentes harmônicas de $l$ para as transições a) $M_1 \Rightarrow M_2$ , b) $M_2 \Rightarrow M_3$ , c) $M_3 \Rightarrow M_4$ e d) $M_4 \Rightarrow M_5$
Figura 4.10 Algoritmo de penalização de descontinuidades 116
Figura 4.11 Valores ótimos de $\pmb{\gamma}$ para minimização da WTHD para $N\!=\!5$ e $L\!=\!5$ com penalização de descontinuidade117
Figura 4.12 Comparação dos valores de $\sigma_{wthd}$ resultantes das otimizações com e sem penalização de descontinuidades 117
Figura 4.13 Sinal básico para construção de um sinal multinível com simetria de um quarto de onda118
Figura 4.14 Comportamento das componentes harmônicas de $s(\gamma).119$
Figura 4.15 Decomposição dos sinais <i>l</i> para os padrões de comuta- ção (a) p1 e (b) p2 120
Figura 4.16 Decomposição dos sinais $l$ para os padrões de comuta-

ção (c) p3 e (d) p4121
Figura 4.17 Ângulos de comutação $\gamma$ para a modulação OPP 128
Figura 4.18 Composição das tensões de linha 131
Figura 5.1 Estrutura de potência do conversor HNPC alimen- tando um motor trifásico. Omitem-se aqui eventuais circuitos auxiliares para o equilíbrio das tensões de barramento CC du- rante a partida do retificador, de proteção contra corrente de <i>inrush</i> e proteção contra regeneração de energia da máquina 136
Figura 5.2 Sinal da fase da componente fundamental da tensão. . $138$
Figura 5.3 Lógica para reconstituição instantânea do sinal $l$ a par- tir do índice de modulação desejado, da fase instantânea da componente fundamental da tensão e o índice de modulação de- sejado
Figura 5.4 Meio ciclo de uma tensão hipotética de uma fase com seus possíveis estados de comutação, destacando os que afetam o balanço do barramento CC
Figura 5.5 Diagrama dos possíveis estados de uma fase e como cada um destes afeta o balanço de tensões
Figura 5.6 Esquema de implementação em blocos da modulação OPP142
Figura 5.7 Tipos de comutação com relação ao tempo morto144
Figura 5.8 Tipo de comutação para cada transição de estados145
Figura 5.9 Estratégia de compensação de tempo morto 146
Figura 5.10 Variação da frequência de comutação dos interruptores com a variação da frequência fundamental da tensão de saída 149
Figura 5.11 Ângulos otimizados variando o número de comutações $N = 18,17,\ldots 5$ para o intervalo de índices de modulação $0,35 < M < 1,15.\ldots 150$
Figura 5.12 Tensões de fase e de linha obtidas através da simulação

do conversor HNPC com $M = 0.93$ , $N = 13$ , e $f_1 = 74$ Hz para os esquemas de modulação (a) mIPD3, (b) SVM e (c) OPP154
Figura 5.13 Correntes na máquina obtidas através da simulação do conversor HNPC com $M = 0.93$ , $N = 13$ , e $f_1 = 74$ Hz para os esquemas de modulação (a) mIPD3, (b) SVM e (c) OPP155
Figura 5.14 Valores de torques induzidos na máquina obtidos atra- vés da simulação do conversor HNPC com $M = 0.93$ , $N = 13$ , e $f_1 = 74$ Hz para os esquemas de modulação (a) mIPD, (b) mIPD3, (c) SVM e (d) OPP156
Figura 5.15 Tensões e correntes da máquina para $M = 0.93$ , $N = 4$ e $f_1 = 74$ Hz
Figura 5.16 Trajetória das (a) tensões e (b) correntes no plano $\alpha\beta$ para $M = 0.93$ , $N = 4$ e $f_1 = 74$ Hz. Os raios dos círculos em (a) são proporcionais ao tempo em que cada vetor é amostrado, sendo o raio maior equivalente a 16 graus elétricos
Figura 5.17 Valores de $\pmb{\gamma}$ utilizados na simulação da partida do motor para $N\!=\!12\ldots 4.\ldots\ldots 158$
Figura 5.18 Simulação da partida do motor utilizando a modulação OPP com $N$ variável
Figura 6.1 Barramentos do conversor HNPC165
Figura 6.2 Componentes de modo comum e diferencial das cor- rentes do barramento de uma fase
Figura 6.3 Decomposição da corrente $i_{cm}$ em $N$ componentes $i_k$ . 167
Figura 6.4 Valores de (a) tensão do barramento CC, (b) tensões de fase e de linha, (c) correntes da máquina e (d) corrente de modo comum no barramento CC de uma fase, obtidos através da simulação do conversor HNPC com $M=0.9$ , $N=13$ , $f_1=74$ Hz e $\beta=0172$
Figura 6.5 Ângulos de comutação $\pmb{\gamma}$ para a modulação OPP com $\beta \!=\! 0,\!0006.\dots\dots173$

Figura 6.6 Valores de (a) tensão do barramento CC, (b) tensões de fase e de linha, (c) correntes da máquina e (d) corrente de modo comum no barramento CC de uma fase, obtidos através da simulação do conversor HNPC com $M=0.9$ , $N=13$ , $f_1=74$ Hz e $\beta=0,0006$
Figura 6.7 Valores de (a) tensão do barramento CC, (b) tensões de fase e de linha, (c) correntes da máquina e (d) corrente de modo comum no barramento CC de uma fase, obtidos através da simulação do conversor HNPC com $M=0.9$ , $N=13$ , $f_1=74$ Hz e $\beta=0.1$ 176
Figura 6.8 Amplitude das componentes harmônicas de $i_{cm}$ 177
Figura 7.1 Setup de testes
Figura 7.2 Valores de $\gamma$ utilizados experimentalmente para $N = 12 \dots 4$ . 183
Figura 7.3 Relação $V/f$ utilizada nos experimentos
Figura 7.4 Medições de (a) torque, (b) velocidade e (c) potência no eixo do motor para condição de aceleração, regime perma- nente e desaceleração com modulação OPP com $N=4184$
Figura 7.5 Comportamento do sistema durante rampa de par- tida/parada e reconfiguração do modulador
Figura 7.6 Comportamento do sistema durante as transições do número de comutações por ciclo
Figura 7.7 Medição do balanço das tensões das duas parcelas do barramento CC da fase $c.$
Figura 7.8 Medição do equilíbrio entre as tensões dos dois braços NPC de uma fase
Figura 7.9 Medição da distribuição das comutações entre os in- terruptores de um mesmo braço
Figura 7.10 <i>Setup</i> de testes e equipamentos de medição194

Figura 7.11 Comparação dos resultados experimentais entre a modulação OPP com $N\!=\!4$ e as modulações mIPD, mIPD3 e SVM com $f_c f_s\!=\!2,\!16$ kHz196
Figura 7.12 Aquisições (a) formas de onda e (b) medições de dis- torção harmônica e do espectro harmônico das tensões geradas pelo MSIP em velocidade nominal com os terminais elétricos desconectados
Figura 7.13 Comparativo da ondulação do torque medido no eixo do motor entre as modulações OPP $(N = 4)$ e mIPD $(f_c = 2,16)$ kHz199
Figura 7.14 Comparação das THDs das correntes com e sem com- pensação de tempo morto
Figura 7.15 Ondulação das tensões de alimentação202
Figura 7.16 Comparação das ondulações de tensão de entrada e distorção harmônica das correntes da máquina para as otimizações com $\beta = 0$ e $\beta = 0,0006$
Figura 7.17 Medições das ondulações de tensão de entrada para otimizações com $\beta = 0$ e $\beta = 0,0006204$
Figura A.1 <i>Setup</i> de testes e equipamentos de medição236
Figura A.2 Medições dos espectros harmônicos e da THD <sub>i</sub> para uma modulação OPP com $N = 4$ 237
Figura A.3 Medições dos espectros harmônicos e da THD <sub>i</sub> para uma modulação OPP com $N = 5238$
Figura A.4 Medições dos espectros harmônicos e da THD <sub>i</sub> para uma modulação OPP com $N = 6239$
Figura A.5 Medições dos espectros harmônicos e da THD <sub>i</sub> para uma modulação OPP com $N=8240$
Figura A.6 Medições dos espectros harmônicos e da THD <sub>i</sub> para uma modulação OPP com $N = 13241$

Figura A.7 Medições dos espectros harmônicos e da THD <sub>i</sub> para uma modulação SVM com $f_s = 2160$ Hz242
Figura A.8 Medições dos espectros harmônicos e da THD <sub>i</sub> para uma modulação mIPD com $f_c = 2160$ Hz243
Figura A.9 Medições dos espectros harmônicos e da THD <sub>i</sub> para uma modulação mIPD3 com $f_c = 2160$ Hz244
Figura A.10 Medições dos espectros harmônicos e da THD <sub>i</sub> para uma modulação SVM com $f_s = 3600$ Hz245
Figura A.11 Medições dos espectros harmônicos e da THD <sub>i</sub> para uma modulação mIPD com $f_c = 3600$ Hz246
Figura A.12 Medições dos espectros harmônicos e da THD <sub>i</sub> para uma modulação mIPD3 com $f_c = 3600$ Hz247
Figura A.13 Medições dos espectros harmônicos e da THD <sub>i</sub> para uma modulação SVM com $f_s = 4320$ Hz248
Figura A.14 Medições dos espectros harmônicos e da THD <sub>i</sub> para uma modulação mIPD com $f_c$ = 4320 Hz249
Figura A.15 Medições dos espectros harmônicos e da THD <sub>i</sub> para uma modulação mIPD3 com $f_c$ = 4320 Hz250
Figura A.16 Medições dos espectros harmônicos e da THD <sub>i</sub> para uma modulação SVM com $f_s = 7200$ Hz251
Figura A.17 Tensões e correntes em regime permanente para mo- dulação OPP com $N=4$
Figura A.18 Tensões e correntes em regime permanente para mo- dulação OPP com $N = 5252$
Figura A.19 Tensões e correntes em regime permanente para mo- dulação OPP com $N=6252$
Figura A.20 Tensões e correntes em regime permanente para mo- dulação OPP com $N=8$

Figura A.21 Tensões e correntes em regime permanente para modulação OPP com $N\!=\!12.\ldots.253$
Figura A.22 Tensões e correntes em regime permanente para modulação OPP com $N\!=\!13.\dots\dots253$
Figura A.23 Tensões e correntes em regime permanente para modulação mIPD com $f_c\!=\!2160$ Hz
Figura A.24 Tensões e correntes em regime permanente para modulação mIPD3 $f_c\!=\!2160$ Hz254
Figura A.25 Tensões e correntes em regime permanente para modulação SVM com $f_s\!=\!2160$ Hz254
Figura A.26 Tensões e correntes em regime permanente para modulação mIPD com $f_c = 3600$ Hz255
Figura A.27 Tensões e correntes em regime permanente para modulação mIPD3 com $f_c = 3600$ Hz255
Figura A.28 Tensões e correntes em regime permanente para modulação SVM com $f_s\!=\!3600$ Hz
Figura A.29 Tensões e correntes em regime permanente para modulação mIPD com $f_c = 4320$ Hz256
Figura A.30 Tensões e correntes em regime permanente para modulação mIPD3 com $f_c = 4320$ Hz256
Figura A.31 Tensões e correntes em regime permanente para modulação SVM $f_s\!=\!4320$ Hz256

## Lista de Tabelas

Tabela 1    Principais fabricantes de drives de méd      pectivas topologias utilizadas em seus produtos.	lia tensão e res- 38
Tabela 2 Análise de estados de comutação da cén   pleta	lula ponte com- 40
Tabela 3 Análise dos estados de comutação de un versor NPC.	ma fase do con- 48
Tabela 4 Estados de comutação e vetores do conv	versor NPC 53
Tabela 5 Análise dos estados de comutação de un versor HNPC	ma fase do con- 
Tabela 6Estados de comutação para uma fase do c	conversor HNPC.139
Tabela 7 Parâmetros do motor de indução utilizações	ado nas simula- 152
Tabela 8      Correntes nos barramentos CC do conve	ersor HNPC 166
Tabela 9      Resultados de simulação para diversos v	valores de $\beta$ 178
Tabela 10 Dados nominais de placa dos motores à $\vdots$ tes MSIP <sub>1</sub> e MSIP <sub>2</sub>	imãs permanen- 180
Tabela 11 Comparação dos níveis de $\text{THD}_i$ obtido mente para os diversos esquemas de modulação e comutação testados	s experimental- e frequências de 

## Lista de Símbolos

t	$[\mathbf{s}]$	Tempo
h		Ordem da componente harmônica
Η		Componente harmônica de mais alta ordem considerada
$f_1$	[Hz]	Frequência da fundamental
$f_h$	[Hz]	Frequência da harmônica de ordem $\boldsymbol{h}$
N		Número de comutações em um quarto do período da fundamental
L		Número de níveis de tensão de fase de um conversor multinível
E	[V]	Tensão equivalente de um níveis de tensão de um conversor multinível
M		Índice de Modulação
$n_{pt}$		Número dos possíveis padrões de comutação
l		Sinal que representa as mudanças de níveis de uma fase do conversor ao longo do período da fundamental
$\hat{l}_h$		Amplitude da $h$ -ésima componente harmônica do sinal $l$
θ		Fase instantânea
$v_{xy}$	[V]	Tensão instantânea ente os terminais $x$ e $y$
$i_x$	[A]	Corrente instantânea em um ramo $\boldsymbol{x}$
$V_{xy,ef}$	[V]	Valor eficaz da tensão ente os terminais $x \in y$
$I_{x,ef}$	[A]	Valor eficaz da corrente em um ramo $\boldsymbol{x}$
$\theta_k$	[rad]	Ângulo da $k$ -ésima comutação
$\delta_k$		Sentido da $k$ -ésima comutação
$\gamma_k$	[rad]	Ângulo de comutação ótimo com informação do sentido englobado
k		Índice dos ângulos de comutação

$\sigma$		Função objetivo de um problema de otimização
$\beta$		Fator de ponderação entre as funções objetivo
m		Sinal modulante
c		Sinal de uma portadora
$s_j$		Função de comutação de um interruptor $S_j$
ω	[rad/s]	Velocidade angular
T	[Nm]	Torque

## Lista de Abreviaturas e Siglas

$\mathbf{C}\mathbf{C}$	Corrente Contínua
CA	Corrente Alternada
MV	Média Tensão
IGBT	Insulated Gate Bipolar Transistor
IGCT	Integrated Gate-Commutated Thyristors
2L-VSI	<i>Two Levels Voltage Source Inverter</i> (Inversor de Tensão de Dois Níveis)
CSI	Current Source Inverter (Inversor de Corrente)
HNPC	Neutral Point Clamped H-Bridge Converter
NPC	Neutral Point Clamped Converter
ANPC	Active Neutral Point Clamped Converter
$\mathbf{FC}$	Flying Capacitor Converter
CHB	<i>Cascaded H-Bridge Converter</i> (Conversor Cascata de Ponte Completa)
CHNPC	Cascaded Neutral Point Clamped H-Bridge Converter
MMC	<i>Modular Multilevel Converter</i> (Conversor Modular Multinível)
MSIP	(Motor Síncrono à Imãs Permanentes
OPP	Optimized Pulse Pattern
PWM	Pulse Width Modulation (Modulação por Largura de Pulso)
SVM	Space Vector Modulation (Modulação Vetorial)
THD	<i>Total Harmonic Distortion</i> (Taxa de Distorção Harmô- nica Total)
WTHD	Weighted Total Harmonic Distortion
IPD	In-Phase Disposition
POD	Phase Opposite Disposition
APOD	Alternative Phase Opposite Disposition

SHE	Selective Harmonic Elimination (Eliminação Seletiva de		
	Harmônicas)		
$\mathbf{PS}$	Phase Shift		
DSC	Digital Signal Controller (Controlador Digital de Sinais)		
FPGA	Field-Programmable Gate Array		

## Sumário

1	Int	Introdução 3				
<b>2</b>	Re	visão sobre Conversores Multiníveis de Alta Potência	37			
	2.1	Conversor Cascata de Ponte Completa	38			
	2.2	Conversor NPC	47			
	2.3	Conversor HNPC	57			
	2.4	Conclusões	64			
3	Re	Revisão sobre Modulação Síncrona Otimizada				
	3.1	Eliminação Seletiva de Harmônicas	65			
	3.2	Modulação Síncrona Otimizada	80			
	3.3	Adaptação para Conversores Multiníveis	87			
	3.4	Conclusões	95			
4	Ge	neralização da Modulação Otimizada para Conv.				
	Mu	ltiníveis	97			
	4.1	Formulação do Problema de Otimização	97			
	4.2	Inclusão da Decisão dos Sentidos das Comutações no Pro-				
		blema de Otim 1	103			
	4.3	Penalização das Descontinuidades	110			
	4.4	Generalização da Formulação	115			
	4.5	Restrições do Problema de Otimização	123			
	4.6	Relação entre a Otimização das Tensões de Fase e das				
		tensões de Linha 1	129			
	4.7	Conclusões 1	133			
5	Mo	dulação Síncrona Otimizada Aplicada ao Conversor				
	ΗN	PC	135			
	5.1	Geração dos Sinais de Comando e Balanc. dos Barramen-				
		tos CC 1	137			
	5.2	Compensação do Tempo Morto	141			

	5.3	Modulação Síncrona Otimizada em Operações de Frequên- cia Variável 146			
	5.4	Besultados de Simulações			
	5.5	Conclusões			
6	Мо	dulação Otimizada com Múltiplos Objetivos 163			
	6.1	Minimização da Ondulação das Tensões dos Barramentos CC 164			
	6.2	Formulação do Problema de Otimização Multi-Objetivos . 170			
	6.3	Resultados de Simulação para a Otimização Multi-Objetivos171			
	6.4	Conclusões 178			
7	$\mathbf{Res}$	sultados Experimentais 179			
	7.1	Operação em Frequência Variável com $N$ Variável 182			
	7.2	Balanço das Tensões e Distribuição das Comutações entre			
		Braços			
	7.3	Medições de THD das Correntes da Máquina 192			
	7.4	Compensação do Tempo Morto 199			
	7.5	Otimização das Correntes do Barramento CC			
	1.0	Conclusões			
8	Cor	nsiderações Finais			
Referências Bibliográficas 211					
Apêndice A – Total Harmonic Distortion – THD 223					
Anexo A – Resultados Experimentais 235					
A	Anexo B – Esquemáticos do Protótipo 259				

### 1 Introdução

Diversas áreas da indústria são dependentes do emprego de motores elétricos de grande porte, que podem atingir dezenas de megawatts. Aplicações como bombas e compressores para transporte de fluídos na indústria petroquímica e em gasodutos, ventiladores na indústria de cimento, laminadoras na indústria metalúrgica, bombas em redes de água e esgoto, moinhos, dentre outras, são exemplos clássicos de processos dependentes de motores individuais de grande porte [3–5].

Muitas destas aplicações ainda operam com o motor ligado diretamente à rede elétrica, com velocidade constante, e possíveis controles que poderiam ser feitos através do ajuste de velocidade do motor, são feitos mecanicamente, resultando tipicamente num grande desperdício de energia e baixa eficiência do processo como um todo. A utilização de conversores eletrônicos para acionamento do motor para, com estes, controlar sua velocidade ou torque, vem se mostrando uma grande tendência e, com ela, a necessidade de aperfeiçoar as soluções tecnológicas para acionamento de motores de alta potência [6,7].

Devido à alta potência, estes motores são alimentados em média tensão, comumente na faixa de 2,3 kV a 6,6 kV de valores eficazes de tensões de linha, porém, com grande tendência de aumento devido ao crescente aumento nas potências requeridas em aplicações industriais de tração.

Embora a tecnologia de semicondutores tenha evoluído muito, os interruptores eletrônicos controlados ainda não apresentam níveis de tensão de bloqueio tão elevados e, de certa forma, limitam essa tendência de elevação das tensões de alimentação dos motores. Mesmo para os níveis de tensão praticados atualmente, um único interruptor não tem a capacidade de bloqueio da tensão total requerida e fabricantes de inversores utilizam técnicas para divisão das tensões, tipicamente de um barramento CC (corrente contínua), entre diversos interruptores. Duas técnicas podem ser utilizadas para isso: a associação de interruptores em série ou a utilização de estruturas de potência multiníveis. A primeira, embora possa parecer a mais simples, apresenta vários problemas quanto ao equilíbrio, principalmente dinâmico, destas tensões durante as comutações e comumente não se utiliza mais de três interruptores comandados em série [5]. Um efeito direto destas técnicas é o aumento das perdas de comutação nos inversores e consequente limitação da frequência de comutação dos mesmos. A segunda, que se tornou bastante popular na indústria, baseia-se em dividir o barramento CC em diversos segmentos de menor tensão, sendo que cada interruptor fica submetido apenas a esta parcela reduzida de tensão.

Diversas topologias de inversores multiníveis aparecem na literatura, sendo que as mais empregadas serão apresentados com maior detalhe no capítulo 2.

Outra característica dos inversores de média tensão utilizados no acionamento destas máquinas de grande porte é que seus interruptores geralmente estão sujeitos à comutação de correntes altas para níveis altos também de tensão. Como interruptores controlados atualmente se utilizam principalmente IGBTs (Insulated Gate Bipolar Transistors) ou GCTs (Gate-Commutated Thyristors), com tensões de bloqueio nominais de 1,2 kV, 1,7 kV, 3,3 kV ou 6,5 kV, sendo que, na prática, opera-se com cerca de metade desta tensão nominal e para correntes de até 600 A [8]. Além disto, a comutação desses níveis de tensão é muito lenta quando comparada com a comutação de interruptores de baixa tensão e, pelo fato de operarem tipicamente com comutação forçada, o dispositivo semicondutor fica sujeito a altos valores de corrente e de tensão simultaneamente por um período de tempo relativamente longo, dissipando muita energia em cada comutação. Isso leva à outro problema dos inversores nesta aplicação, pois, como cada comutação dissipa níveis altos de energia, para preservar a integridade do interruptor, mantendo a temperatura de junção a níveis apropriados, faz-se necessário operar cada interruptor do inversor com baixa frequência de comutação, comumente abaixo dos 500 Hz.
A relação entre a frequência de comutação individual de cada interruptor com a frequência de comutação das tensões de saída de linha, vistas pelo motor, é dependente da estrutura de potência do inversor, porém, para conversores com poucos níveis, a baixa frequência de comutação dos interruptores resulta em formas de onda de tensão também com poucas transições por ciclo da fundamental. Isto resulta em tensões com conteúdo harmônico em baixa frequência, o que consequentemente resulta em correntes distorcidas no motor e, por sua vez, em perdas adicionais e oscilações de torque indesejadas no motor sendo acionado.

Cabe ao modulador do inversor determinar os instantes em que cada interruptor deve ser comutado de forma a alimentar o motor com a tensão desejada e com o mínimo possível de distorção harmônica sendo gerada em suas correntes. Diversas técnicas de modulação, baseadas em portadoras, em sua essência, assumem que a frequência de comutação é infinita ou, em termos práticos, que ela é muito maior que a frequência da tensão que se deseja sintetizar na saída do conversor. Estas técnicas de modulação são muito usadas e funcionam muito bem para inversores de baixa tensão, que geralmente operam com frequência de comutação relativamente altas. Porém, à exceção de topologias modulares como o conversor cascata, com muitos níveis, esta premissa não é válida para conversores multiníveis de média tensão e, para estes, cabe o emprego de técnicas de modulação mais sofisticadas, que levam em conta o baixo número de comutações dos interruptores por ciclo da fundamental e buscam otimizar os instantes em que estas poucas comutações ocorrem, visando minimizar a distorção das correntes do motor e, consequentemente, as componentes de corrente que geram perdas nos enrolamentos e ondulações de torque.

Como objetivo deste trabalho, propõe-se investigar técnicas de modulação otimizada para inversores multiníveis, de forma a extrair da estrutura de potência do inversor o melhor desempenho possível, segundo uma ou mais métricas, com baixa frequência de comutação, idealmente ocorrendo apenas uma entrada em condução e um bloqueio de cada um dos interruptores controlados do inversor por período da componente fundamental da tensão. As técnicas desenvolvidas são aplicadas à conversores multiníveis de amplo uso na indústria de acionamentos elétricos em média tensão. No capítulo 2 apresenta-se uma revisão das estruturas de potência dos inversores mais utilizados na indústria para acionamento de máquinas elétricas, bem como seus princípios básicos de funcionamento e técnicas de modulação comumente utilizadas.

No capítulo 3 apresenta-se uma revisão sobre as teorias utilizadas nas técnicas de modulação síncrona otimizada. Inicialmente faz-se uma introdução ao tema apresentando a técnica de eliminação seletiva de harmônicas, que historicamente é a precessora da modulação síncrona otimizada, sendo que ambas compartilham muitos aspectos em comum. Apresenta-se então os conceitos básicos da modulação síncrona otimizada para inversores de dois níveis com a modelagem do problema de otimização dos ângulos de comutação na forma em que esta comumente aparece na literatura. Ainda neste capítulo, apresenta-se as principais adaptações sugeridas na literatura da modulação com eliminação seletiva de harmônicas e da modulação síncrona otimizada, originalmente desenvolvidas para conversores de dois níveis, para conversores multiníveis. Levanta-se as principais diferenças na modelagem do problema de otimização das comutações de conversores multiníveis e as técnicas utilizadas para contornar estes problemas adicionais.

Uma modelagem diferenciada do problema de otimização dos ângulos de comutação que resolve os problemas levantados no capítulo 3 é proposta no capítulo 4. Esta modelagem abstrai o conceito de padrões de comutação e integra a determinação do padrão de comutação ótimo, e não apenas dos ângulos de comutação, no problema de otimização. Com isto, geram-se vantagens importantes para a solução do problema de otimização.

No capítulo 5 apresenta-se os detalhes de implementação da modulação síncrona otimizada para um inversor NPC H-*Bridge*, incluindo a técnica de balanço das tensões dos barramentos CC, compensação de tempo morto e adaptações para operação em frequência variável. Apresenta-se também resultados de simulações de um sistema inversor multiníveis-motor que mostram o desempenho apropriado da modulação otimizada, desenvolvida no capítulo 4, bem como compara estes resultados com os obtidos com a simulação do inversor comandado por técnicas convencionais de modulação.

O capítulo 6 introduz o conceito de otimização de múltiplos objetivos aplicada na modulação de conversores multiníveis. Neste,

apresenta-se a formulação básica de um problema de otimização multiobjetivos que visa minimizar simultaneamente as distorções das correntes do motor e a ondulação das tensões dos barramentos CC, ainda utilizando como exemplo o inversor NPC H-*bridge*. Apresenta-se ainda resultados de simulações que buscam validar a teoria apresentada.

No capítulo 7 apresenta-se os resultados experimentais obtidos com as técnicas de modulação desenvolvidas ao longo desta tese quando aplicadas em um protótipo, em uma aplicação de acionamento de motor, validando assim o trabalho desenvolvido.

# 2 Revisão sobre Conversores Multiníveis de Alta Potência

Historicamente, os motores de grande porte, de até dezenas de MW, utilizados em aplicações pesadas como laminação, propulsão, moagem, bombeamento e compressão, operam em média tensão (MT), muitas vezes em velocidade constante. O desenvolvimento da tecnologia para construção de interruptores semicondutores controlados com alta tensão de bloqueio, como os IGBTs e os GCTs, possibilitou que uma parcela destas aplicações migrassem para acionamentos em frequência variável, onde os motores são alimentados por inversores de média tensão.

Nesta área, a limitação da tensão de bloqueio dos semicondutores continua sendo um fator crucial, e as topologias de inversores multiníveis, que permitem tensões de saída maiores que as tensões de operação individuais de cada interruptor, são de grande interesse industrial.

Neste capítulo serão apresentadas e discutidas brevemente algumas das topologias de conversores multiníveis mais utilizadas industrialmente para acionamentos de motores de média tensão de grande porte. Serão apresentados, a título de revisão, os princípios básicos de funcionamento de cada topologia bem como os esquemas de modulação comumente utilizados. Selecionou-se as topologias CHB (*Cascaded Hbridge* [9]), NPC (*Neutral Point Clamped* [10]) e HNPC (*Neutral Point Clamped H-bridge* [11]) por serem as mais utilizadas industrialmente, como pode ser visto na tabela 1, que apresenta a solução tecnológica adotada pelos principais fabricantes de *drives* de média tensão, sendo as siglas: 2L-VSI (2 Levels Voltage Source Inverter), NPC (*Neutral*  Point Clamped), CHB (Cascaded H-bridge), CHNPC (Cascaded Neutral Point Clamped H-bridge), ANPC (Active Neutral Point Clamped), MMC (Modular Multi-level Converter [12]), FC (Flying Capacitor), CSI (Current Source Inverter) e ML-Matrix (Multi-Level Matrix converter).

Tabela 1 – Principais fabricantes de drives de média tensão e respectivas topologias utilizadas em seus produtos.

Fabricantes	2L-VSI	NPC	CHB	CHNPC	ANPC	MMC	FC	CSI	ML-Matrix
ABB									
Curtis-Wright (Benshaw)									
SIEMENS									
Schneider-Electric									
Allen-Bradley-Rockwell Aut.									
WEG									
YASKAWA									
Delta									
Eaton									
Alston									
General-Electric									
TMEIC									
LS Industrial Systems									
Ansaldo Sistemi Ind. (Nidec)									
Hitachi									
Ingeteam									

Revisões acerca de conversores multiníveis são encontradas nas referências [9-28].

## 2.1 Conversor Cascata de Ponte Completa (CHB – *Cascaded H-Bridge Converter*)

A estrutura cascata, como o nome sugere, é baseada no cascateamento de múltiplas células de potência monofásicos, comumente de baixa tensão, para formar um conversor de média tensão. Cada uma das células é individualmente alimentada e cada uma possui seu próprio barramento CC. O funcionamento básico da estrutura consiste em conectar (em série ou anti-série) ou desconectar estes barramentos individuais da carga, de modo a compor a tensão de saída desejada. Este arranjo de células é apresentado na figura 2.1 [9,10,15–19,25,29–31].



Figura 2.1 – Estrutura cascata alimentando um motor trifásico.

A célula base para esse arranjo pode ser implementada com diversas estruturas de inversores de potência, porém, comumente utilizase conversores ponte completa (H-Bridge), como o apresentado na figura 2.2(a). Uma implementação com célula alternativa é apresentada em [32].

Cada célula é composta por quatro interruptores controlados,



Figura 2.2 – Estrutura de um (a) inversor monofásico em ponte completa e (b) seu circuito equivalente na operação do conversor cascata.

comumente IGBTs, e quatro diodos de roda livre. A alimentação das células é geralmente provida por um retificador unidirecional não controlado multipulsos, com múltiplas saídas, que mantem a tensão do barramento CC de cada célula aproximadamente constante com amplitude E. Através do comando adequado destes quatro interruptores, conforme relação apresentada na tabela 2, cada célula é capaz de impor entre seus terminais x e y três diferentes níveis de tensão: +E, 0 ou -E, como fica explícito no modelo equivalente da figura 2.2(b). Notase ainda que o nível 0 possui uma redundância intra-célula, e pode ser obtido através de dois estados redundantes como mostra a tabela 2, porém, estes apenas afetam quais os interruptores estão em condução e geralmente alterna-se entre eles de modo à minimizar o número de comutações e equilibrar a distribuição de perdas entre os dispositivos semicondutores. Nesta tabela destaca-se ainda a corrente  $i_F$  que o barramento CC assume em cada estado em função da corrente processada pela fase  $(i_x)$ .

Tabela 2 – Análise de estados de comutação da célula ponte completa.

$s_1(\bar{s}_2)$	$s_3(\bar{s}_4)$	$v_{xy}$	$i_F$
0	0	0	0
1	1	0	0
1	0	+E	$+i_x$
0	1	-E	$-i_x$

Sendo:

$$s_j = \begin{cases} 1 & \text{, se } S_j \text{ conduz} \\ 0 & \text{, se } S_j \text{ está bloqueado} \end{cases}$$
(2.1)

e  $\bar{s}_j$  a inversão binária de  $s_j$ .

A tensão total de uma fase, com relação ao ponto de conexão comum 0, é composta pela soma das tensões instantâneas nos terminais de cada célula. Sendo assim, o número de níveis das tensões de fase que o conversor é capaz de impor, e sua máxima tensão de saída, ficam determinados pelo número de células que compõem cada fase do conversor e pela tensão destas células. O número L de níveis das tensões de fase para um conversor de n células por fase fica determinado por:

$$L = 2n + 1, (2.2)$$

e, para esta estrutura, o número de níveis disponíveis é sempre ímpar, para qualquer quantidade de células. Os níveis da tensão de fase que a estrutura pode impor são:

$$l \in \left\{0, \pm 1, \pm 2, \cdots, \pm \frac{L-1}{2}\right\},$$
 (2.3)

sendo o valor instantâneo da tensão da fase a dado por:

$$v_a = lE = \sum_{i=1}^{n} v_{a,i}$$
 (2.4)

onde  $v_{a,i} \in \{-E, 0, +E\}$  é a tensão instantânea imposta por cada uma das *n* células que compõem a fase *a* do conversor.

As máximas tensões de fase e de linha instantâneas são definidas respectivamente por:

$$v_{a,max} = nE \tag{2.5}$$

e

$$v_{ab,max} = 2nE,\tag{2.6}$$

e, por consequência, a máxima amplitude da componente fundamental das tensões de linha que podem ser impostas por este conversor, quando se utiliza modulação senoidal baseada em portadoras, é de:

$$V_{ab1,ef} \le \sqrt{\frac{3}{2}}(nE) \tag{2.7}$$

ou de até

$$V_{ab1,ef} \le \sqrt{2}(nE) \tag{2.8}$$

quando se utilizam técnicas de injeção de tensão de modo comum entre as três fases, que tem o potencial de elevar este valor da fundamental em um fator de  $2/\sqrt{3}$  sem que o modulador saia de sua região de operação linear, ou seja, sem operar na região de sobremodulação.

Assim, um inversor para acionar um motor de 4,16 kV (tensão eficaz de linha) pode ser construído a partir do cascateamento de 5 conversores ponte completa com barramento CC de apenas E = 600 V cada, e consequentemente, cada célula pode empregar interruptores de baixa tensão (por exemplo, IGBTs de 1200 V) sem a necessidade de associação série de interruptores.

Embora a tensão de cada célula seja apenas uma fração da tensão total de uma fase, a corrente de cada fase é processada integralmente por todas as células que compõem esta fase.

A estrutura possibilita ainda a utilização de células adicionais para contornar possíveis falhas individuais. Para isto implementa-se ao menos uma célula a mais que o necessário para atingir a tensão requerida pela carga, pois assim, no caso de falha de algum componente em uma das células, é possível desabilitar tal célula através de um contato de *bypass*, de modo a curto-circuitar os terminais de saída da célula defeituosa e retirá-la de operação. Isto adiciona robustez à estrutura e a torna atrativa em aplicações remotas, de difícil manutenção, e em aplicações nas quais o custo de equipamento parado é muito elevado.

Outra vantagem desta topologia é que, em geral, ela proporciona uma maior quantidade de níveis de tensão de saída se comparada com outras estruturas utilizadas neste mesmo tipo de aplicação como, por exemplo, NPC, HNPC e ANPC, geralmente implementados com interruptores de alta tensão ( $\geq 3,3$  kV) e limitadas em 3 ou 5 níveis de tensão de fase. Isso resulta em uma melhor qualidade das tensões de saída do conversor e, consequentemente, na redução das perdas adicionais causadas pela circulação de componentes harmônicas de corrente de alta frequência no motor, menor degradação de seu sistema de isolação em

aplicações que não utilizam filtros senoidais na saída do conversor e, ainda, possibilita a redução destes filtros em aplicações nas quais eles são necessários.

A principal desvantagem desta estrutura é certamente o fato de que cada célula necessita de alimentação própria, por um barramento em corrente contínua isolado, o que requer retificadores multipulsos com um transformador com uma quantidade elevada de enrolamentos secundários ou alimentação através de conversores CC-CC isolados. Esta segunda opção não é aplicada em produtos comerciais. Um conversor trifásico com 5 células por fase (15 células ao todo), por exemplo, necessita de um retificador multipulsos de 30 pulsos para a alimentação de cada fase, cujo transformador possui 15 enrolamentos secundários trifásicos. Embora as tensões de saída de cada enrolamento secundário sejam de baixa amplitude, o transformador deve ser projetado para suportar média tensão entre seus enrolamentos secundários devido ao cascateamento das células e, ainda, sua construção deve ser feita de tal forma à equilibrar as indutâncias de dispersão entre todos os enrolamentos. Além disto, o projeto de tal transformador é tarefa complexa. Isso também implica que essa estrutura não é adequada para alimentação através de uma rede de distribuição em corrente contínua, já que se necessitaria gerar 3n barramentos em corrente contínua de baixa tensão isolados a partir de um barramento CC único.

Comercialmente o conversor cascata é geralmente encontrado com configurações de 3 a 9 células por fase, para acionamento de motores de média tensão de 150 kW a 15 MW, nas tensões de 2,3 até 7,2 kV, com células de baixa tensão que utilizam IGBTs de baixa tensão de até 1,7 kV, podendo chegar até 30 MW para tensões de até 13,8 kV, sendo que, para atingir tensões de 13,8 kV, utiliza-se células com barramentos de tensão maiores que 1 kV e interruptores de alta tensão, geralmente de 3,3 kV [4,33].

Quanto à modulação, ela deve gerar os pulsos de comando dos quatro interruptores de cada célula e, além de garantir tensões de linha com baixa distorção, deve garantir um equilíbrio de potência entre as diversas células que compõem uma fase do conversor e que todos os interruptores de todas as células operem com a mesma frequência de comutação. Este equilíbrio é desejável devido à modularidade da estrutura, na qual as células são todas iguais, possuem os mesmos limites de corrente e devem ser operadas de forma a dividir as perdas igualmente em todos os interruptores. Além disso, o funcionamento correto do retificador não controlado multipulsos de entrada é baseado no cancelamento de componentes harmônicas das correntes de cada secundário quando refletidas ao primário e o desequilíbrio das potências entre os secundários resultaria em um não cancelamento destas componentes harmônicas e, consequentemente, na deterioração das correntes de entrada.

É possível, e em alguns casos desejável, implementar estruturas em cascata cujas células operam com diferentes níveis de tensão e de potência processada, para com isso fazer melhor uso de diferentes tecnologias de semicondutores [34]. Nesta configuração, conhecida como assimétrica, uma célula (ou células) de um mesmo braço composta por semicondutores que suportam maiores níveis de tensão de bloqueio, geralmente lentos e com características de comutação piores, é comandada de forma a processar maior potência, com seus interruptores comutando poucas vezes por período (comumente um ciclo por período da tensão de saída), enquanto células compostas por interruptores rápidos, com menores perdas de comutação, são comutados com frequência de comutação mais elevada para garantir baixa distorção harmônica nas tensões de saída. Porém, em conversores cascata assimétricos perde-se a modularidade e a assimetria no processamento de potência dos diversos barramentos CC deve ser levada em consideração, tanto para o dimensionamento do transformador, como na estratégia de cancelamento harmônico neste. Esta variação do conversor cascata geralmente é utilizada em topologias híbridas, que unem duas ou mais estruturas de potência para explorar os benefícios de cada uma delas [35,36]. Inversores cascata assimétricos não são comercialmente disponíveis nas aplicações aqui consideradas

Para conversores cascata simétricos, onde se deseja equilíbrio de potência e de frequência de comutação entre cada célula, a escolha natural do esquema de modulação empregado é a técnica PWM PS (*Pulse Width Modulation Phase–Shift*). Neste esquema, os sinais de comando de cada interruptor são gerados por comparação direta entre moduladoras e portadoras, sendo que as portadoras são n sinais triangulares defasados de  $2\pi/n$  entre si, e as moduladoras são três sinais senoidais que representam as três tensões de fase, tanto em amplitude como em frequência/fase, geralmente adicionadas de uma componente de modo comum com a qual se obtém uma melhor utilização da tensão do barramento e posicionamento adequado dos pulsos dentro de um período de comutação para minimização de THD (*Total Harmonic Distortion*) [37]. A lógica para geração dos sinais de comando para todos os interruptores de todas as células para o esquema de modulação PS é apresentada no diagrama da figura 2.3 sem inclusão de tempo morto.



Figura 2.3 – Modulador PS para conversor cascata de ponte completa.

A figura 2.4 apresenta, como exemplo, as portadoras e as moduladoras de um inversor cascata trifásico com 9 células por fase (19 níveis de tensão de fase e 37 níveis de tensão de linha), índice de modulação M = 0.998,  $f_1 = 74$  Hz (frequência da fundamental),  $f_c = 444$  Hz (frequência das portadoras). Nesta configuração, com cada célula sendo alimentada por uma tensão contínua em 600 V, o *drive* impõe nas saídas valores eficazes de tensão de linha de 6,6 kV na frequência fundamental de 74 Hz.

Uma das tensões de fase  $(v_a)$  e uma das tensões de linha  $(v_{ab})$  geradas pela estrutura, obtidas via simulação utilizando o pacote Sim-Power Systems<sup>TM</sup> no MATLAB<sup>®</sup> Simulink<sup>®</sup>, são apresentadas na figura 2.5. Percebe-se na figura 2.5 os 19 níveis da tensão de fase e os 37 níveis da tensão de linha. Verifica-se ainda que, em alguns pontos, as



Figura 2.4 – Sinais da modulação PWM PS para um inversor cascata trifásico de 9 células por fase.



Figura 2.5 – Tensões de fase  $(v_a)$  e de linha  $(v_{ab})$  impostas por um conversor cascata de 9 células (por fase) com modulação PS e M=0,9.

tensões de linha apresentam uma variação instantânea de 2E, o que é uma característica indesejável, porém inerente à modulação PS. Outros esquemas de modulação baseados na disposição vertical das portadoras eliminam estes saltos duplos, porém, não proporcionam naturalmente o equilíbrio de potência entre os módulos e para sua utilização faz-se necessária a utilização de complexos mecanismos de rotação de modulação entre as células ao longo do tempo. Muito embora essa seja uma das características negativas da modulação PS, sua relevância é minimizada devido ao elevado número de níveis do conversor cascata quando comparado a outras estruturas destinadas à mesma aplicação, e mesmo com degraus de 2E, em valores absolutos os degraus de tensão aplicados à máquina ainda são bem menores que, por exemplo, um conversor HNPC (de 5 níveis) para a mesma tensão de saída.

Em tese a modulação vetorial (SVM – *Space Vector Modulation*) também pode ser aplicada ao conversor cascata, porém, devido ao elevadíssimo número de vetores desta estrutura (dependente do número de células) ela se torna muito complexa e os ganhos proporcionados por ela muitas vezes não compensam as dificuldades de implementação.

#### 2.2 Conversor NPC (Neutral Point Clamped Converter)

O conversor NPC de três níveis é uma das estruturas multiníveis mais estudadas e utilizadas industrialmente. Sua configuração básica para acionamento de motores é apresentada na figura 2.6 [10,25,29–31]. Seu funcionamento baseia-se na divisão da tensão do barramento CC



Figura 2.6 – Diagrama esquemático de um inversor NPC alimentando um motor trifásico.

em duas partes iguais com tensão E, formando um barramento bipolar equilibrado, e de um interruptor de três posições capaz de conectar a carga a estes três pontos do barramento bipolar (pontos p, 0 ou n), gerando assim tensões de fase de três níveis. O circuito equivalente do conversor NPC é apresentado na figura 2.7(a), onde o interruptor de três posições é geralmente implementado por quatro IGBTs e seis



diodos, como apresentado na figura 2.7(b).

Figura 2.7 – a) Circuito equivalente, e b) interruptor equivalente do conversor NPC.

Os pares de interruptores  $\{S_1, S_3\}$ , e  $\{S_4, S_2\}$  de cada fase são acionados de forma complementar entre si, evitando curto-circuito de braço. Assim, as três posições do interruptor equivalente são obtidas conforme a tabela 3, onde \* sinaliza que esta configuração não é utilizada, visto que ela não garante um nível específico para a tensão de saída como se deseja, e este ficaria determinado pelo sentido da corrente de carga.

Tabela 3 – Análise dos estados de comutação de uma fase do conversor NPC.

$s_1(\bar{s}_3)$	$s_4(\bar{s}_2)$	$s_{eq}$	$v_{x0}$	$i_{0x}$
0	0	0	0	$+i_x$
1	0	p	+E	0
0	1	n	-E	0
1	1	*	?	?

A divisão da tensão do barramento CC pode ser feita tanto através de um retificador com ponto central como, por exemplo, um retificador multipulsos de 12 ou 24 pulsos série, como também pode ser obtido através da modulação adequada do NPC, utilizando estados de comutação redundantes para garantir equilíbrio do ponto central.

O máximo valor eficaz da componente fundamental das tensões

de linha que podem ser impostas pelo conversor quando se utiliza modulação senoidal é de:

$$V_{ab1,ef} \le \sqrt{\frac{3}{2}}(E) \tag{2.9}$$

ou de até

$$V_{ab1,ef} \le \frac{2}{\sqrt{2}}(E) \tag{2.10}$$

quando se utilizam técnicas de injeção de tensão de modo comum entre as três fases, sendo E metade do valor total da tensão do barramento CC.

Com esta divisão do barramento em duas partes, e utilizando a configuração de interruptores da figura 2.7(b), cada um dos 4 interruptores deve ser capaz de bloquear apenas metade da tensão do barramento CC total, ou seja, cada interruptor bloqueia E. Embora todos os interruptores controlados e diodos estejam sujeitos à mesma tensão de bloqueio, as correntes que passam pelos interruptores que ocupam diferentes posições não são as mesmas e os centrais ( $S_2 \in S_3$ ) são mais exigidos.

Assim, e considerando técnicas de modulação com injeção de tensão de modo comum, um inversor para acionar um motor de 4,16 kV necessita de um barramento CC com tensão maior que 6 kV (com E maior que 3 kV), o que implica na utilização prática de IGBTs de 6,5 kV.

Uma vantagem do NPC é sua grande flexibilidade quanto à alimentação do barramento CC. Como é necessário apenas um barramento CC, o inversor pode ser alimentado por diversos tipos de retificadores incluindo qualquer retificador multipulso com diferentes números de pulsos, redes de distribuição em corrente contínua e retificadores ativos, tornando a estrutura atrativa para configuração *back-to-back* para aplicações que necessitem fluxo bidirecional de potência.

Comercialmente o NPC é geralmente encontrado na faixa de 2 MW a 4 MW nas tensões de 2,3 até 4,16 kV e se utilizam interruptores de alta tensão, de até 6,5 kV sem necessitar da utilização de interruptores em série para ampliar o nível de tensão de bloqueio e configurações de braços em paralelo para ampliar os limites de corrente nesta faixa. Utilizando associação de 2 IGBTs em série de 6,5 kV chega—se a tensões de saída (em valores eficazes de linha) de 6,6 kV e 7,2 kV [5,38].

Os sinais de comando de cada um dos quatro interruptores de

cada fase do conversor NPC podem também ser gerados através de comparação direta entre moduladoras e portadoras. Em cada fase, os interruptores são comandados aos pares, conforme já foi apresentado na tabela 3. Portanto, para a modulação de cada um dos dois pares de interruptores de uma fase necessita-se de dois sinais de comando, obtidos através da comparação da moduladora, que representa a tensão de fase que deseja-se sintetizar, e de duas portadoras, conforme esquema apresentado na figura 2.8.



Figura 2.8 – Lógica de modulação para geração dos sinais de comando dos interruptores do conversor NPC.

A disposição das portadoras  $c_1 e c_2$  podem ser do tipo PS, como na modulação apresentada para o conversor cascata, porém com isso as tensões de linha impostas pelo inversor apresentariam saltos de 2E, o que é indesejável nesse conversor, já que 2E é a tensão máxima aplicada na saída. A figura 2.9 apresenta uma configuração de portadoras conhecida como *IPD* (*In-Phase Disposition*) na qual todas as portadoras estão em fase e dispostas verticalmente deslocadas de modo a cobrir toda a amplitude de excursão do sinal modulante.

A Figura 2.10 apresenta, como exemplo, as tensões de fase e linha, obtidas via simulação de um inversor NPC com E = 5,4k V, M = 0,988 operando com modulação IPD, como na figura 2.9, para obtenção de tensões eficazes de linha de 6,6 kV na frequência fundamental de 74 Hz, condição semelhante à apresentada na seção anterior para o inversor cascata. Nota-se os três níveis da tensão de fase e cinco da tensão de linha, com degraus de amplitude E, como esperado.

Esta modulação tende a equilibrar naturalmente as duas partes do barramento bipolar. Porém, por si só, não compensa eventuais desequilíbrios que possam ser ocasionados por desgastes dos capacitores ou diferenças em atrasos e temporização, por exemplo.

Embora a modulação IPD seja de simples implementação, em



Figura 2.9 – Sinais da modulação IPD para o conversor NPC.



Figura 2.10 – Uma das tensões de (a) fase e de (b) linha do conversor NPC operando com modulação IPD para M = 0.9.

implementações práticas do NPC para acionamento de máquinas comumente utiliza-se modulação vetorial (SVM – *Space Vector Modulation*), originalmente proposta por [39].

Cada fase do NPC pode impor, independentemente do estado

das outras duas, três valores distintos de tensão. Assim, considerando o conjunto das três tensões de saída, o NPC pode gerar  $3^3 = 27$  diferentes estados de comutação, ou seja, 27 diferentes combinações válidas para todos os 12 interruptores controlados da estrutura. Algumas destas combinações resultam em conjuntos de tensões de linha idênticas, mesmo com tensões de fase distintas. Como comumente se conecta o inversor à carga por três fios, componentes de tensão de modo comum impostas na saída do inversor não afetam as correntes do motor e estes estados são ditos estados redundantes. Aplicando a transformada de Clarke (2.11) ao conjunto dos três valores dos níveis das tensões de fase ([ $l_a \ l_b \ l_c$ ]), para todos os 27 estados de comutação, obtêm-se os 19 vetores distintos no plano  $\alpha\beta$ , referente aos 19 conjuntos de tensões de linha distintos que podem ser sintetizados pelo conversor, como pode ser visto na tabela 4 e na figura 2.11.

$$\underbrace{\begin{bmatrix} l_{\alpha} \\ l_{\beta} \\ l_{0} \end{bmatrix}}_{l_{0}} = \underbrace{\frac{1}{3} \begin{bmatrix} 2 & -1 & -1 \\ 0 & -\sqrt{3} & \sqrt{3} \\ 1 & 1 & 1 \end{bmatrix}}_{l_{0}} \underbrace{\begin{bmatrix} l_{a} \\ l_{b} \\ l_{c} \end{bmatrix}}_{l_{c}}$$
(2.11)



Figura 2.11 – Vetores do conversor NPC.

A modulação vetorial baseia-se em sintetizar o vetor desejado, que representa as tensões de linha que se deseja obter instantanea-

vetor	estado	$l_{lpha}$	$l_{eta}$	$ oldsymbol{l}_{lphaeta} $		
$l_{00}$	000	0	0	_	_	
	ppp			0	0	
	nnn					
1	p00	+2/3	$\pm 2/3$	0		
•01	0nn		0			
1	pp0	+1/3	$\pm 1/3$	$\pm 1/3$	$\pm 1/\sqrt{3}$	
<b>U</b> 02	00n		$\pm 1/\Lambda 9$			
1	0p0	1/9	1/9	+1/./9		
<b>r</b> 03	n0n	-1/5	$\pm 1/\sqrt{3}$	9/9		
1	0pp	n /n	0	2/3		
$\boldsymbol{\iota}_{04}$	n00	-2/3	0			
1	00p	-1/3	1 /9	1/ /2		
$\iota_{05}$	nn0		$-1/\sqrt{3}$			
1	p0p	+1/3	$\pm 1/3$	$-1/\sqrt{3}$		
<b>v</b> 06	0n0		1/ \0			
$l_{07}$	0pn	+1	$+1/\sqrt{3}$			
$l_{08}$	0pn	0	$+2/\sqrt{3}$			
$l_{09}$	np0	-1	$+1/\sqrt{3}$	$2/\sqrt{3}$		
$l_{10}$	n0p	-1	$-1/\sqrt{3}$	2/00		
$l_{11}$	onp	0	$-2/\sqrt{3}$			
$l_{12}$	pn0	+1	$-1/\sqrt{3}$			
$l_{13}$	pnn	+4/3	0			
$l_{14}$	ppn	+2/3	$+2/\sqrt{3}$			
$l_{15}$	npn	-2/3	$+2/\sqrt{3}$	4/3		
$l_{16}$	npp	-4/3	0	-/ -/		
$l_{17}$	nnp	-2/3	$-2/\sqrt{3}$			
$l_{18}$	pnp	+2/3	$-2/\sqrt{3}$			

Tabela 4 – Estados de comutação e vetores do conversor NPC.

mente na saída do conversor, através da amostragem por tempo determinado de um conjunto (comumente de três vetores) dos vetores disponíveis, apresentados na figura 2.11. Comumente utilizam-se os três vetores mais próximos do vetor de referência, como mostra a figura 2.12. Deseja-se sintetizar na saída o vetor  $l^*$ , porém, este não está na lista dos vetores disponíveis, que podem ser diretamente impostos na saída do conversor. Para sintetizar uma tensão equivalente a  $l^*$  (tensões médias calculadas sobre o período de amostragem) então amostra-se os três vetores mais próximos, neste caso  $l_{01}$ ,  $l_{07}$  e  $l_{13}$ , que formam a região *iii* na figura 2.12. Os tempos que cada um destes três vetores devem ficar ativos na saída do conversor para se obter tensões equivalentes a  $l^*$  são calculados decompondo-o nos vetores utilizados:

$$\boldsymbol{l}^* = t' \boldsymbol{l}_{01} + t'' \boldsymbol{l}_{07} + t'' \boldsymbol{l}_{13}, \qquad (2.12)$$

onde a soma dos três tempos t',  $t'' \in t'''$  determinam a frequência de amostragem  $f_s$  que tipicamente é mantida constante:



$$t' + t'' + t'' = \frac{1}{f_s}.$$
(2.13)

Figura 2.12 – Regiões de vetores do primeiro setor.

Nota-se ainda que embora os vetores  $l_{07} \in l_{13}$  não possuam estados de comutação redundantes, o vetor  $l_{01}$  os possui, e este pode ser obtido através dos estados de comutação  $p00 \in 0nn$ , como pode ser visto na tabela 4. Estes dois estados afetam de forma distinta o equilíbrio do ponto central, de forma que estas redundâncias, juntamente com o devido sensoriamento das tensões do barramento e das correntes de saída, são utilizadas para o balanceamento do ponto central do barramento bipolar.

Os algoritmos que implementam a modulação vetorial comumente são compostos pelos seguintes passos [7,37]:

- i) Divisão do espaço vetorial da figura 2.11 em seis setores ou sextantes, e possivelmente estes em dois subsetores;
- ii) Identificação em qual setor e subsetor o vetor de referência  $l^*$  está localizado;

- *iii*) Rebatimento de  $l^*$  para o primeiro setor, para simplificação e generalização dos equacionamentos;
- *iv*) Identificação da região e dos vetores que formam esta região e que serão amostrados, como apresentado na figura 2.11;
- v) Decomposição de  $l^*$  nos três, ou mais, vetores que formam a região para o cálculo dos tempos de amostragem de cada um dos três vetores;
- vi) Escolha dos estados de comutação a serem utilizados, baseada no balanço do barramento bipolar e no sentidos das correntes;
- vii) Aplicação dos estados de comutação obtidos, comumente numa sequência de 7 segmentos baseada no subsetor, onde os três vetores são amostrados na sequência de 7 segmentos de tempo de amostragem  $t'/4 \Rightarrow t''/2 \Rightarrow t''/2 \Rightarrow t'/2 \Rightarrow t''/2 \Rightarrow t''/2 \Rightarrow t''/2 \Rightarrow t'/2$ . Estratégias com número diferente de segmentos ou vetores apresentam passo similar.

Na figura 2.13 apresenta-se as formas das tensões de fase e de linha obtidas via simulação de um conversor NPC comandado por um modulador SVM de 7 segmentos e que sempre utiliza os três vetores mais próximos.

Pode-se ainda utilizar as redundâncias da comutação, sequenciamento da amostragem e mesmo a escolha dos vetores ativos utilizados para melhorar outros aspectos do conversor como, por exemplo, perdas e tensão de modo comum.

Embora a modulação SVM proporcione mais graus de liberdade na modulação quando comparada à esquemas baseados em comparação direta entre moduladoras e portadoras, ela também necessita de maior processamento. Todas as etapas citadas acima, incluindo identificação de setores, identificação de regiões, cálculo dos tempos de amostragem, obtidas através de cálculos trigonométricos, devem ser executadas em tempo real, dentro do intervalo de um período de comutação, necessitando assim de um microprocessador com poder computacional razoável. Este tempo computacional ainda é agravado se a modulação SVM for utilizada para conversores com maior número de níveis, onde o número de vetores e regiões seja muito elevado. Contudo, nos dias atuais,



Figura 2.13 – Uma das tensões de (a) fase e de (b) linha do conversor NPC operando com modulação SVM de 7 segmentos com M=0,9.

com a evolução dos processadores digitais, estas características computacionais já não são mais tão relevantes no contexto da modulação de conversores eletrônicos.

### 2.3 Conversor HNPC (NPC H-Bridge Converter)

O conversor NPC *H*-bridge, que neste texto será referido como HNPC, utiliza a estrutura do conversor NPC convencional de três níveis, apresentada na seção anterior. Nesta variação se forma uma célula em ponte H com dois braços do NPC, e esta é utilizada como célula base para um conversor em cascata de uma célula por fase, formando um conversor de cinco níveis de tensão de fase, cuja configuração é apresentada nas figuras 2.14 e 2.15 [11]. Uma variação dessa configuração, com utilização de uma célula híbrida, é apresentada em [40]. Poder-se-ia ainda cascatear um maior número de células H, mas esta configuração não está comercialmente disponível.



Figura 2.14 – Diagrama esquemático simplificado de um conversor HNPC.

A combinação adequada dos dois interruptores de três posições da célula base equivalente, apresentada na figura 2.15(a), resulta em



Figura 2.15 – a) Circuito equivalente e implementação física de uma fase e b) algumas possibilidades para a alimentação do barramento de uma fase do conversor HNPC.

cinco níveis possíveis de tensão de fase, como apresentado na tabela 5.

Tabela5 – Análise dos estados de comutação de uma fase do conversor HNPC.

$s_{zeq}$	$s_{yeq}$	$v_{yz}$	$i_p$	$i_n$
p	p		0	0
n	n	0	0	0
0	0		0	0
0	n	+E	0	$+i_y$
p	0	$\pm L$	$+i_y$	0
0	p	F	$-i_y$	0
n	0	-12	0	$-i_y$
p	n	+2E	$+i_y$	$+i_y$
n	p	-2E	$-i_y$	$-i_y$

Nesta tabela também destaca-se que os níveis 0, +E e -E possuem estados de comutação com redundâncias intra-célula e que os níveis +E e -E afetam o equilíbrio do barramento da respectiva fase e, assim como no conversor NPC, esta redundância pode ser utilizada para balancear o ponto central dos barramentos CC. As redundâncias apresentadas na tabela 5 são redundâncias intra-fase e não de estados de diferentes tensões de fase que resultam num mesmo vetor como no caso do NPC. Contudo, o HNPC também possui este tipo de redundância como será apresentado posteriormente.

Esta configuração resolve o problema do NPC três níveis de limitar a máxima tensão de saída devido às limitações tecnológicas de máxima tensão de bloqueio dos IGBTs. Em contrapartida, ela necessita de alimentação de três barramentos CCs isolados, limitando assim os tipos de retificadores utilizados e necessitando de um retificador mais complexo com diversos secundários como no caso do conversor cascata. Comumente utiliza-se três grupos de retificadores de 12 ou 36 pulsos para a alimentação deste conversor.

A máxima amplitude da componente fundamental das tensões de linha que podem ser impostas pelo conversor quando se utiliza modulação senoidal é o dobro em relação ao NPC três níveis, sendo:

$$V_{ab1,ef} \le 2\sqrt{\frac{3}{2}}(E) \tag{2.14}$$

ou de até

$$V_{ab1,ef} \le \frac{4}{\sqrt{2}}(E) \tag{2.15}$$

quando se utilizam técnicas de injeção de tensão de modo comum entre as três fases.

A modulação do HNPC deve, além de proporcionar boa reprodução da tensão de referência, garantir o balanço do ponto central dos barramentos bipolares das três fases e ainda garantir que a potência processada pelos dois braços que formam cada fase seja balanceada, de forma a não sobrecarregar um dos braços.

Para o HNPC pode-se utilizar modulação SVM, semelhante à apresentada para o NPC, porém, por ser um conversor de 5 níveis o mapa vetorial do HNPC é consideravelmente maior que o do NPC de 3 níveis, como pode ser visto no gráfico da figura 2.16. Ele possui 61 vetores e 729 estados de comutação e, diferentemente do NPC, o HNPC possui redundância intra-fase, ou seja, estados redundantes que resultam na mesma tensão de fase. Estas redundâncias ficam claras na tabela 5, e podem ser utilizadas para balancear o ponto central do barramento CC e a potência processada por cada braço. Como consequência do maior número de vetores, o mapa vetorial do HNPC também apresenta um maior número de regiões, 16 por setor.

As tensões de fase e de linha do HNPC operando com a modulação SVM de 7 segmentos, obtida por simulação, são apresentadas respectivamente nas figuras 2.17(a) e 2.17(b). Nota-se que com esta modulação tanto as tensões de fase como as de linha comutam apenas um nível por comutação, já que apenas vetores adjacentes são escolhidos para sintetizar o vetor desejado.

Uma modulação baseada em portadoras que garante todos os balanços necessários para operação desta topologia é apresentada em [7]. Ela trata de uma adaptação da modulação IPD para o HNPC e será tratada neste texto pela sigla mIPD. Com esta, cada braço de uma fase do HNPC é comandado por um modulador IPD comum, porém, a moduladora utilizada pelo segundo braço da fase é invertida, como no esquema apresentado na figura 2.18, onde os sinais das moduladoras e portadoras são dispostos como apresentado na figura 2.19.

As tensões de fase e de linha obtidas com esta modulação são apresentadas respectivamente nas figuras 2.20(a) e 2.20(b). Nota-se que, assim como a modulação PS para o conversor cascata, esta mo-



Figura 2.16 – Mapa vetorial do HNPC.



Figura 2.17 – Uma das tensões de (a) fase e de (b) linha do conversor HNPC operando com modulação SVM de 7 segmentos com M = 0.9.



Figura 2.18 – Lógica da modulação mIPD para o conversor HNPC.



Figura 2.19 – Modulação mIPD para o conversor HNPC.

dulação apresenta a característica indesejável de tensões de linha com comutação de 2E próximo aos valores de pico da senóide da tensão de referência.



Figura 2.20 – Uma das tensões de (a) fase e de (b) linha do conversor HNPC operando com modulação mIPD com M=0,9.

### 2.4 Conclusões

Neste capítulo apresentou-se os conversores multiníveis utilizados na indústria de acionamentos elétricos em média tensão. Identificou-se os inversores NPC, CHB e HNPC como as topologias mais utilizadas para acionamento de máquinas em média tensão e, para estas três topologias, apresentou-se uma revisão de seus princípios de funcionamento, limitações e esquemas de modulações convencionais. Apresentou-se ainda, as formas de onda de tensão tipicamente impostas por cada topologia.

Estes conversores serão utilizados nos capítulos subsequentes para exemplificar as técnicas de modulação estudadas, de modo a avaliar as melhorias propostas nas técnicas de modulação síncrona otimizada.

# 3 Revisão sobre Modulação Síncrona Otimizada

Modulações síncronas baseadas no cálculo prévio dos ângulos de comutação surgiram ainda na década de 1960 com o uso da eliminação seletiva de harmônicas. Embora o foco deste trabalho seja em modulação síncrona otimizada, a técnica de eliminação seletiva de harmônicas tem grande importância histórica nesta área pois foi a que primeiramente introduziu vários dos conceitos utilizados na modulação otimizada, além de compartilhar grande parte da matemática envolvida na modelagem do problema de otimização dos ângulos de comutação. Desta forma, neste capítulo inicialmente será apresentada uma revisão bibliográfica sobre modulação com eliminação seletiva de harmônicas para, a partir desta, serem apresentados, ainda a título de revisão, os conceitos básicos da modulação síncrona otimizada. Em seguida serão apresentadas as adaptações encontradas na literatura para expandir a modelagem do problema de otimização para conversores multiníveis, bem como uma breve reflexão sobre os problemas destas tentativas de generalização devido aos graus de liberdade adicionais encontrados na modulação destes conversores.

#### 3.1 Eliminação Seletiva de Harmônicas

A técnica de eliminação seletiva de harmônicas foi desenvolvida originalmente por Fred G. Turnbull [41] na década de 1960, na época sob o nome de redução de harmônicas selecionadas. Este trabalho já apresentava toda a formulação matemática, da forma como é conhecida atualmente, que permite calcular os ângulos de comutação dos interruptores de um inversor de tensão de modo à anular um número limitado de componentes harmônicas previamente selecionadas. Este trabalho original trata dos casos particulares da eliminação dos pares das componentes harmônicas de ordem 3 e 5 ou 5 e 7, sem controle da amplitude da componente fundamental, para um inversor de dois níveis com doze comutações em um período da fundamental. Contudo, como a modulação proposta prevê simetria de um quarto de onda, têm-se efetivamente a liberdade de escolha de apenas dois ângulos de comutação.

O nome eliminação seletiva de harmônicas (SHE – *Selective Harmonic Elimination*) se popularizou na década seguinte com os trabalhos de Hasmukh S. Patel e Richard G. Hoft [42–44] que generalizam a abordagem para eliminação de um número maior de componentes harmônicas e introduzem o controle da amplitude da componente fundamental simultaneamente à eliminação ao custo de comutações adicionais.

O método trata de obter um conjunto de ângulos de comutação com os quais se elimina um conjunto pré-selecionado de componentes harmônicas da tensão de saída deste inversor. Em geral deseja-se com isso minimizar as ondulações das correntes na carga e, para tal, seleciona-se para eliminação as componentes de menor ordem, já que estas são de mais difícil filtragem. Ainda, pelo fato da maioria das estruturas de inversores trifásicos não permitirem a circulação de correntes de modo comum na carga, devido à conexões à três fios, opta-se por não eliminar as componentes harmônicas de sequência zero, ou múltiplas de três, já que não existe caminho para circulação de correntes desta ordem devido a conexão da carga e a eliminação destas componentes de tensão via modulação gastaria desnecessariamente liberdades na escolha dos ângulos de comutação que podem ser utilizadas para anular outras componentes harmônicas que, de outra forma, não poderiam ser canceladas.

Outro fato importante, e que será abordado de forma mais detalhada posteriormente, é que eliminar um grupo de componentes harmônicas resulta no aumento das amplitudes das componentes harmônicas não controladas. Tipicamente opta-se por eliminar as componentes de menor ordem, o que resulta no aumento das amplitudes das componentes de maior ordem, justamente pela maior facilidade de filtragem em frequências mais elevadas, nas quais filtros do tipo passa-baixas implementados por redes LC frequentemente utilizadas na saída de inversores de tensão resultam em capacitores e indutores de menor capacitância e indutância e consequentemente menor volume, peso e custo.

A seguir será apresentada, a título de revisão, a formulação do problema de eliminação seletiva de harmônicas, que apresenta grande familiaridade com a formulação do problema de otimização, foco deste trabalho, e que servirá também como introdução às nomenclaturas e definições utilizadas no decorrer do texto. Inicialmente todos os desenvolvimentos, tanto desta revisão como do trabalho em si, serão realizados impondo simetria de um quarto de onda na modulação, considerando a condição de regime permanente do sistema. As consequências desta imposição serão analisadas e discutidas em capítulos subsequentes.

A figura 3.1 apresenta um inversor de tensão trifásico de dois níveis idealizado que será utilizado como estrutura de potência base para introdução dos conceitos de modulação com eliminação seletiva de harmônicas. Os interruptores de duas posições desta estrutura podem ser implementados na prática de diversas formas, com diferentes tecnologias de semicondutores, porém, para o propósito do estudo das formas de onda das tensões de saída do inversor isso é irrelevante e optou-se aqui por uma representação idealizada, na qual cada fase (a, a)b ou c) pode ser conectada apenas ao terminal p ou ao terminal n, respectivamente referente ao ponto positivo ou negativo do barramento CC. Além disso, o barramento CC foi dividido ao meio de forma a criar um ponto de referência 0. Esta divisão não é necessária nem na implementação prática do conversor nem para sua modelagem matemática. Contudo, optou-se por utilizá-la pois esta tornou-se a prática comum na literatura, além de evidenciar simetrias, e de forma alguma limita a validade dos equacionamentos.

Com este inversor se deseja, a partir de uma fonte de tensão CC, sintetizar nas fases de saída três tensões alternadas que formam um sistema CA trifásico. Comumente deseja-se que as tensões sejam tão próximas quanto possível de tensões senoidais e que se possa controlar/impor suas amplitudes e frequências.

Uma vez que é possível apenas conectar as fases  $a, b \in c$  ao terminal positivo p do barramento CC ou ao terminal negativo n deste



Figura 3.1 – Inversor de tensão trifásico de dois níveis idealizado.

mesmo barramento, as tensões de fase de saída do inversor  $(v_{a0}, v_{b0})$ e  $v_{c0}$ ) com relação ao ponto de referência 0 podem apenas assumir os valores de +E/2 ou -E/2, tornando impossível obter o formato senoidal desejado.

Em eletrônica de potência entende-se por modulação a técnica de gerar os sinais de comutação dos interruptores de uma estrutura de potência, fazendo as tensões do conversor variarem entre os possíveis valores discretos permitidos pela estrutura (neste caso +E/2 e -E/2) de modo a se obter uma tensão que, com a devida filtragem, produza um efeito similar à aplicação direta da tensão desejada (neste caso senoidal). Comumente utiliza-se índices como o valor de distorção harmônica total (THD – *Total Harmonic Distortion*) para determinar quão semelhante uma dada forma de onda é de uma senoide (ver apêndice A) ou de sua forma idealizada.

Assumindo que as tensões das três fases formam um sistema de tensões equilibrado no qual elas possuem o mesmo formato e diferem apenas de uma defasagem temporal, têm-se que:

$$v_{b0}(\theta) = v_{a0}(\theta - 2\pi/3) \tag{3.1}$$

$$v_{c0}(\theta) = v_{a0}(\theta + 2\pi/3) \tag{3.2}$$

onde

$$\theta = 2\pi f_1 t, \tag{3.3}$$

sendo  $f_1$  a frequência fundamental da tensão que se deseja sintetizar em hertz e t o tempo em segundos.

Apenas para fins de simplificação da notação, define-se o sinal  $l(\theta)$  como o sinal que representa o formato da tensão da fase *a* ao longo de todo o período da fundamental, ou seja, a tensão parametrizada pela
amplitude do nível do barramento CC:

$$l(\theta) = \frac{v_{a0}(\theta)}{E}.$$
(3.4)

A forma mais simples de comandar um inversor de tensão de dois níveis como o da figura 3.1 é comutando a tensão de cada fase apenas duas vezes por período da fundamental, na frequência que se deseja obter na saída, como apresentado na figura 3.2. Isso é suficiente para controlar a frequência e a fase da componente fundamental da tensão sintetizada, porém, não sua amplitude. Contudo, a forma de onda da figura 3.2 não tem muita semelhança a uma senóide, que em geral é a tensão idealizada que se deseja sintetizar. Embora ela não seja uma senóide pura, ela é composta de várias componentes senoidais de diversas frequências, cada uma com uma amplitude distinta. Decompondo esta forma de onda em sua série de Fourier obtêm-se o espectro harmônico apresentado na figura 3.3, calculado por (3.5), onde h representa a ordem da componente harmônica cuja frequência é  $f_h = hf_1$ , e  $\hat{l}_h$ representa a amplitude (em valores de pico) da h-ésima componente harmônica do sinal l.



Figura 3.2 – Níveis da tensão de uma fase de um conversor de dois níveis com duas comutações por período fundamental.

$$\hat{l}_{h} = \begin{cases} \frac{2}{h\pi} \left[ 1 - \cos\left(h\frac{\pi}{2}\right) \right] & \text{,se } h \text{ for impar} \\ 0 & \text{,se } h \text{ for par} \end{cases}$$
(3.5)

Sendo que a reconstituição do sinal  $l(\theta)$  é obtida pela série de Fourier, dada por:

$$l(\theta) = \sum_{h=1}^{\infty} \hat{l}_h \operatorname{sen}(h\theta).$$
(3.6)

Nota-se desse espectro que a maior componente de tensão é justamente a fundamental, e que caso seja possível através de filtros na



Figura 3.3 – Amplitude das componentes harmônicas do sinal da figura 3.2.

saída do inversor atenuar adequadamente as componentes harmônicas de frequência maior que a fundamental, é possível com esta simples modulação, com apenas duas comutações por período, obter tensões quase senoidais na carga.

Esse tipo de modulação era utilizado nos primeiros inversores, quando não se tinha tecnologia de interruptores semicondutores de potência que permitissem um número mais elevado de comutações por ciclos e esquemas de modulação mais sofisticados. Contudo, com duas comutações por período o conteúdo harmônico em baixa frequência é muito grande e se torna difícil filtrar essa tensão ao ponto de deixá-la com uma THD aceitável para a maioria das aplicações práticas. Além disso não é possível controlar a amplitude da componente fundamental de tensão, que fica definida unicamente pela tensão do barramento CC. Cabe lembrar que na maioria dos casos deseja-se transferir energia na frequência fundamental e o controle adequado da componente fundamental de tensão é necessário para o controle da potência transferida pelo inversor.

Neste texto, o número de comutações N será definido como o número de comutações em um quarto de período da fundamental, já que se assumiu simetria de um quarto de onda. Assim, para a figura 3.2 têm-se que N=1. Porém, ainda devido à esta simetria que garante anular todas as componentes harmônicas de ordem par, e ao fato do conversor possuir apenas 2 níveis, este único ângulo de comutação é fixo na origem  $\theta_1 = 0$  e a única liberdade desta modulação é a de impor a frequência fundamental  $f_1$ . De (3.5) fica claro que não se tem controle via modulação de nenhuma das componentes harmônicas já que não se tem nenhum grau de liberdade na modulação e todas as componentes harmônicas são constantes.

Com a adição de uma comutação por quarto de período da fundamental, fazendo N = 2 como o sinal da figura 3.4, adiciona-se um grau de liberdade à modulação. Embora o ângulo de comutação  $\theta_1$ continue fixo no início do período devido às restrições de simetria, o ângulo de comutação  $\theta_2$  pode ser variado dentro da faixa  $0 < \theta_2 < \pi/2$ .



Figura 3.4 – Níveis da tensão de uma fase de um conversor de dois níveis N=2.

Decompondo o sinal da figura 3.4 em série de Fourier obtêm-se as amplitudes das componentes harmônicas  $\hat{l}_h$ , que agora são dependentes do ângulo de comutação  $\theta_2$  e são dadas por:

$$\hat{l}_h(\theta_2) = \begin{cases} \frac{4}{h\pi} \left[ \cos\left(h\theta_2\right) - \frac{1}{2} \right] & \text{,se } h \text{ for impar} \\ 0 & \text{,se } h \text{ for par} \end{cases}$$
(3.7)

Essa dependência pode ser vista no gráfico da figura 3.5 que apresenta a amplitude das componentes harmônicas de ordem 1, 3, 5 e 7 em função do ângulo de comutação  $\theta_2$ .

Nota-se claramente com esta figura e com a equação (3.7) que o ângulo de comutação  $\theta_2$  pode ser utilizado para controlar a amplitude da componente fundamental. Definindo como índice de modulação Ma relação entre a amplitude da componente fundamental de tensão sintetizada na saída de uma fase do inversor, parametrizada pela tensão do nível positivo ou negativo E/2, têm-se:

$$M = 2\tilde{l}_1, \tag{3.8}$$



Figura 3.5 – Amplitude das componentes harmônicas do sinal da figura 3.4 em função do ângulo de disparo  $\theta_2$ .

e pode-se derivar de (3.7) a equação que calcula qual deve ser o ângulo de comutação  $\theta_2$  para obter na saída do inversor uma tensão cuja amplitude da componente fundamental seja definida pelo índice de modulação desejado. Esta equação é dada por:

$$\theta_2 = \operatorname{acos}\left(\frac{M\pi}{8} + \frac{1}{2}\right) \tag{3.9}$$

e seu comportamento pode ser visto no gráfico da figura 3.6.



Figura 3.6 – Relação entre o ângulo de comutação  $\theta_2$ e o índice de modulação M.

Demonstrou-se como essa liberdade na escolha do ângulo de comutação  $\theta_2$  pode ser utilizada para controlar a amplitude da componente fundamental. Porém, através de (3.7) nota-se que este grau de liberdade pode ser utilizado para controlar a amplitude de qualquer uma das componentes harmônicas (porém apenas uma), e não apenas da fundamental. Ela pode inclusive ser utilizada para anular uma destas componentes harmônicas, como fica explícito no gráfico da figura 3.5, já que todas as curvas que representam as amplitudes das harmônicas cruzam a reta  $\hat{l}_h = 0$  em pelo menos um ponto para o intervalo  $0 < \theta_2 < \pi/2$ . Por exemplo, se for escolhido anular a componente harmônica de ordem 7, o ângulo de comutação  $\theta_2$  pode assumir apenas três valores distintos  $\theta_2 \in {\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3}$  como destacado na figura 3.7. Como consequência, a amplitude da componente fundamental também só pode assumir três valores distintos associados à estes três ângulos e fica evidente que se perde a liberdade de controlar a amplitude da componente fundamental de tensão de saída do inversor.



Figura 3.7 – Relação entre o ângulo de comutação  $\theta_2$  e a amplitude das componentes harmônicas de ordem 1, 3, 5 e 7 destacando os pontos em que a componente de ordem 7 é nula.

Adicionando mais uma comutação à modulação do inversor, fazendo N = 3 como apresentado na figura 3.8, ganha-se mais uma liberdade. Agora os ângulos de comutação  $\theta_2 \in \theta_3$  podem ser variados dentro dos intervalos definido por  $0 < \theta_2 < \theta_3 < \pi/2$ , sendo que estes limites são os que garantem a integridade de forma do sinal da figura 3.8.

Com isso, as amplitudes das componentes harmônicas do sinal l da figura 3.8 são dependentes destes dois ângulos de comutação e são



Figura 3.8 – Níveis da tensão de uma fase de um conversor de dois níveis com N=3.

calculadas por:

$$\hat{l}_h(\theta_2, \theta_3) = \begin{cases} \frac{4}{h\pi} \left[ -\cos\left(h\theta_2\right) + \cos\left(h\theta_3\right) + \frac{1}{2} \right] & \text{,se } h \text{ for impar} \\ 0 & \text{,se } h \text{ for par} \end{cases}$$

$$(3.10)$$

Estes dois ângulos podem ser utilizados para anular duas componentes harmônicas como proposto por [41], porém, novamente não se tem controle da componente fundamental da tensão de saída.

Para se obter os conjuntos de ângulos de comutação  $\theta_2$  e  $\theta_3$  que anulam as componentes harmônicas de 5<sup>a</sup> e 7<sup>a</sup> ordem, por exemplo, deve-se resolver simultaneamente o sistema de equações não-lineares e transcendentais (3.11).

$$\begin{cases} \hat{l}_5(\theta_2, \theta_3) = \frac{4}{5\pi} \left[ -\cos(5\theta_2) + \cos(5\theta_3) + \frac{1}{2} \right] = 0\\ \hat{l}_7(\theta_2, \theta_3) = \frac{4}{7\pi} \left[ -\cos(7\theta_2) + \cos(7\theta_3) + \frac{1}{2} \right] = 0 \end{cases}$$
(3.11)

Os gráficos da figura 3.9 ilustram a natureza do problema. Na figura 3.9(a) é mostrada a variação da amplitude da componente harmônica de 5<sup>a</sup> ordem para toda a região do plano { $\theta_2, \theta_3$ } que atende as restrições dos ângulos de comutação  $0 < \theta_2 < \theta_3 < \pi/2$ , bem como a linha formada pela intersecção desta superfície com o plano no qual  $\hat{l}_5 = 0$ , ou seja, a linha na qual a componente harmônica de 5<sup>a</sup> ordem é nula. Um gráfico semelhante é apresentado na figura 3.9(b) para a componente de 7<sup>a</sup> ordem. Na figura 3.9(c) são apresentados os caminhos  $\theta_{h5}$ e  $\theta_{h7}$  no plano { $\theta_2, \theta_3$ } nos quais, respectivamente, as componentes de 5<sup>a</sup> e 7<sup>a</sup> ordem são nulas. A solução de (3.11) são os pontos de intersecção destes caminhos, destacados por círculos no gráfico da figura 3.9(c). Nota-se que em apenas quatro pontos distintos do plano  $\{\theta_2, \theta_3\}$  se tem simultaneamente as componentes de ordem 5 e 7 nulas, e consequentemente se tem apenas quatro valores de índice de modulação possíveis como apresentado na figura 3.9(d). Isso mostra que se a liberdade de escolha dos dois ângulos de comutação para N = 3 forem utilizadas para eliminar duas componentes harmônicas, não sobra nenhum grau de liberdade para o controle da componente fundamental, como já era esperado.



Figura 3.9 – Amplitude das componentes harmônicas de ordem (a) 5 e (b) 7, (c) caminhos no plano  $\{\theta_2, \theta_3\}$  que anulam as harmônicas de ordem 5 e 7 e (d) os valores de índice de modulação M sobre estes caminhos.

Mais interessante que utilizar os dois ângulos de comutação para anular duas componentes harmônicas é utilizar essas duas liberdades para controlar a amplitude da componente fundamental, para se obter o índice de modulação M desejado, e anular uma das componentes harmônicas restantes, comumente a de mais baixa ordem não múltipla de três. Os ângulos que satisfazem essas condições são obtidos resolvendo o sistema de equações (3.12).

$$\begin{cases} \hat{l}_1(\theta_2, \theta_3) = \frac{4}{\pi} \left[ -\cos(\theta_2) + \cos(\theta_3) + \frac{1}{2} \right] = \frac{M}{2} \\ \hat{l}_5(\theta_2, \theta_3) = \frac{4}{5\pi} \left[ -\cos(5\theta_2) + \cos(5\theta_3) + \frac{1}{2} \right] = 0 \end{cases}$$
(3.12)

Para se poder impor diferentes valores de M durante a operação do inversor, o sistema de equações (3.12) deve ser resolvido para toda a faixa de M com a qual se deseja operar. O gráfico da figura 3.10(a) apresenta as soluções de (3.12) para o intervalo  $M \in (-4/\pi, 4/\pi)$ , obtidas através do algoritmo numérico de resolução de sistemas de equações fsolve do software MATLAB<sup>®</sup>.



Figura 3.10 – Conjuntos de ângulos  $\theta_2$  <br/>e $\theta_3$ que anulam a componente harmônica de ordem 5.

Nota-se que embora se possa obter todo este intervalo de razões cíclicas com os ângulos  $\theta_2 \in \theta_3$  variando entre  $0 \in \pi/2$ , ou seja, a primeira equação de (3.12) tenha solução e retorne ângulos tal que  $0 < \theta_2 < \theta_3 <$ 

 $\pi/2$ , a solução simultânea das duas equações do sistema (3.12) só é possível em uma faixa limitada de índices de modulação M. Isso fica explícito na figura 3.10(a), onde não existe solução para o intervalo  $M \in (-1,0)$ . Embora (3.12) não tenha solução para nenhum valor de índice de modulação negativo menor que um, a solução existe para toda a faixa de M positivo e os respectivos índices de modulação negativos, caso sejam necessários, podem ser obtidos invertendo o sentido de todas as comutações da figura 3.8.

Outra característica desse tipo de sistema de equações é que para alguns intervalos de índices de modulação é possível encontrar duas ou mais soluções para o sistema de equações (3.12). Exemplo disso é o intervalo  $M \in [0, 1]$  que apresenta duas soluções distintas, ou seja, dois caminhos distintos  $\theta'_{h5} \in \theta''_{h5}$  no plano  $\{\theta_2, \theta_3\}$  que anulam a componente harmônica de 5ª ordem e resultam nos mesmos valores de amplitude da componente fundamental. Estes dois caminhos são explicitados no gráfico da figura 3.10(b) e os respectivos valores de índices de modulação ao longo destes caminhos na figura 3.10(c).

Embora os valores dos ângulos  $\theta_2 \in \theta_3$  de ambos os caminhos satisfaçam o sistema de equações (3.12) de modo a controlar a componente fundamental e zerar a componente de ordem 5, o restante do espectro harmônico, ou seja, as componentes harmônicas não controladas, apresentam comportamentos distintos para os diferentes caminhos. A figura 3.11 apresenta as amplitudes das componentes harmônicas de  $3^{\underline{a}}$ e 7ª ordem para os dois caminhos  ${\pmb{\theta}}'_{h5}$ e  ${\pmb{\theta}}''_{h5}.$  Nota-se que embora a componente harmônica de 5<sup>a</sup> ordem seja anulada nos dois casos, as componentes de  $3^{\underline{a}}$  e  $7^{\underline{a}}$  ordem, assim como as demais componentes não controladas que não são mostradas nesse gráfico, apresentam valores distintos dependendo do caminho escolhido. Sem uma análise mais detalhada do comportamento das componentes harmônicas não controladas não se pode dizer qual dos caminhos é mais vantajoso, porém, fica claro que esta é uma liberdade da modulação não explorada pela formulação do problema de eliminação seletiva na forma como apresentado em (3.12).

A formulação do problema de eliminação seletiva de harmônicas apresentada em (3.12) é válida apenas para a eliminação de uma componente harmônica e foi apresentada de forma mais detalhada pois para números de comutações N>3 e eliminação de N-2 componentes



Figura 3.11 – Comportamento das componentes harmônicas de ordem 3 e 7 quando se elimina a componente de ordem 5.

harmônicas, que é o caso generalizado apresentado em [42–44], recai-se num sistema de equações de dimensão N-1 do qual não se pode obter uma representação gráfica que ajude à interpretar o problema.

Esta generalização do problema para um conversor de dois níveis com N comutações em um quarto do período da fundamental (ainda mantendo  $\theta_1 = 0$  devido aos requisitos de simetria quando L = 2), e eliminação de N-2 componentes harmônicas através do cálculos dos ângulos  $\theta_2...\theta_N$  tal que  $0 < \theta_2 < \theta_3 < ... < \theta_N < \pi/2$ , possui tensões de saída de fase com o formato apresentado na figura 3.12.

A representação das componentes harmônicas deste sinal generalizado, obtido através de sua decomposição em série de Fourier é dada por:

$$\hat{l}_h(\theta_2, \theta_3, ..., \theta_N) = \begin{cases} \frac{4}{h\pi} \left[ \sum_{k=2}^N (-1)^{k+1} \cos\left(h\theta_k\right) + \frac{1}{2} \right] & \text{,se } h \text{ for impar} \\ 0 & \text{,se } h \text{ for par} \\ (3.13) \end{cases}$$

e o sistema de equações a ser resolvido de forma que se tenha controle da amplitude da componente fundamental e que se anule uma seleção arbitrária de H = (N - 2) componentes harmônicas ímpares cuja ordem

são representadas por  $\{h_1, h_2, \dots, h_H\}$  é dado por (3.14).

$$\begin{cases} \hat{l}_{1} (\theta_{2}, \theta_{3}, ...\theta_{N}) = \frac{4}{\pi} \left[ \sum_{k=2}^{N} (-1)^{k+1} \cos(\theta_{k}) + \frac{1}{2} \right] = \frac{M}{2} \\ \hat{l}_{h_{1}} (\theta_{2}, \theta_{3}, ...\theta_{N}) = \frac{4}{h_{1}\pi} \left[ \sum_{k=2}^{N} (-1)^{k+1} \cos(h_{1}\theta_{k}) + \frac{1}{2} \right] = 0 \\ \hat{l}_{h_{2}} (\theta_{2}, \theta_{3}, ...\theta_{N}) = \frac{4}{h_{2}\pi} \left[ \sum_{k=2}^{N} (-1)^{k+1} \cos(h_{2}\theta_{k}) + \frac{1}{2} \right] = 0 \\ \vdots \\ \hat{l}_{h_{H}} (\theta_{2}, \theta_{3}, ...\theta_{N}) = \frac{4}{h_{H}\pi} \left[ \sum_{k=2}^{N} (-1)^{k+1} \cos(h_{H}\theta_{k}) + \frac{1}{2} \right] = 0 \\ (3.14)$$



Figura 3.12 – Níveis da tensão de uma fase de um conversor de dois níveis com um número de comutações genérico N.

Pela elevada complexidade na resolução deste sistema de equações para obtenção dos ângulos de comutação e pela limitação do poder de processamento dos microcontroladores usualmente utilizados para geração dos pulsos de comando dos inversores, geralmente se resolve (3.14) previamente (*off-line*) para todo o intervalo de índice de modulação no qual deseja-se operar o inversor e guarda-se os ângulos de comutação resultantes na forma de uma tabela. Durante a operação do inversor, o microcontrolador responsável pela geração dos pulsos de comando apenas lê essa tabela e gera os pulsos baseado nos ângulos de comutação lidos. Detalhes sobre a implementação prática deste tipo de modulador serão abordados posteriormente.

Cabe ressaltar que (3.14) é um sistema de N-1 equações nãolineares transcendentais de difícil solução, sobretudo quando N é muito grande, e que grande parte das publicações a respeito de eliminação seletiva de harmônicas trata de métodos numéricos para se obter soluções válidas de (3.14) e mesmo obter os intervalos de M nos quais (3.14) possui solução.

### 3.2 Modulação Síncrona Otimizada

O método de eliminação seletiva de harmônicas introduziu uma nova abordagem para os problemas de modulação de inversores e se mostrou muito eficiente quando comparado às demais técnicas de modulação disponíveis na época, principalmente em aplicações que necessitam de baixa frequência de comutação e em que se permite a utilização de filtros passivos na saída do inversor. Porém, uma característica negativa e até mesmo impeditiva do uso desta técnica em muitas aplicações é justamente a grande elevação das componentes harmônicas não controladas. Com a eliminação seletiva pode-se eliminar completamente um número limitado de componentes harmônicas, porém, ao custo de transferir a energia associada à estas componentes harmônicas de baixa ordem para as componentes harmônicas de ordem mais elevada. Por exemplo, para um caso em que se faz a eliminação das componentes de 5<sup>a</sup>, 7<sup>a</sup> e 11<sup>a</sup> ordem, espera-se com essa técnica de modulação que o conteúdo da harmônica de 13ª ordem (a primeira não controlada) apresente uma amplitude muito elevada. Isso pode ser satisfatório em aplicações nas quais já se utilizaria filtros na saída do inversor, pois mesmo que com a eliminação seletiva necessita-se uma maior atenuação para as primeiras componentes harmônicas não controladas, não é necessário nenhuma atenuação em frequências baixas como a de  $5^{\underline{a}}$ ordem por exemplo, em uma faixa do espectro de frequências em que a filtragem é muito custosa, além da dificuldade de filtrar harmônicas de baixa ordem sem afetar a componente fundamental que se deseja controlar. Além disso, com a concentração da energia associada à distorção em uma harmônica, ou grupo bem específico de harmônicas, a utilização de filtros sintonizados, que atenuam apenas uma faixa muito limitada de frequências, se torna muito eficiente.

Contudo, grande parte das aplicações de inversores são para acionamentos de máquinas elétricas, e nestas aplicações geralmente buscase uma conexão direta entre o inversor e a máquina, onde as próprias características de impedância da máquina são utilizadas como filtro para as tensões pulsadas impostas na saída dos inversores. Neste contexto, as componentes harmônicas nas correntes da máquina, resultantes das componentes harmônicas impostas pelas tensões de saída do inversor, contribuem para a elevação das perdas da máquina além dos diversos problemas elétricos e mecânicos ocasionados pela oscilação de torque [45–49].

Tendo em vista a aplicação de inversores para acionamento de máquinas e baseado na grande liberdade de controle individual das componentes harmônicas da tensão de saída de um inversor proporcionada pela abordagem matemática utilizada na modulação SHE, Giuseppe S. Buja e Giovanni B. Indri propuseram em [50], ainda na década de 1970, a utilização deste controle individual das componentes harmônicas de tensão não para anular um conjunto limitado destas harmônicas, mas para minimizar as perdas da máquina gerada pela circulação destas componentes harmônicas de corrente.

Neste artigo o autor trata do acionamento de uma máquina elétrica por um inversor de dois níveis com N=3 e considera que as perdas adicionais causadas pelas componentes harmônicas são dadas apenas pelo valor eficaz das componentes harmônicas de corrente circulando pelas resistências dos enrolamentos da máquina, e que as amplitudes destas componentes harmônicas são definidas apenas pela indutância de dispersão da máquina. Considerando estas aproximações define-se um índice de desempenho, similar à THD, para representar a qualidade da forma de onda da tensão com a qual se alimenta a máquina. Este índice, que é equivalente ao que hoje é conhecido como WTHD (ver apêndice A), é um reflexo da THD das correntes da carga, para cargas predominantemente indutivas, calculado unicamente a partir do conteúdo harmônico das tensões que alimentam esta carga. Este índice é definido por:

$$\sigma = \frac{2}{E} \sqrt{\frac{1}{2} \sum_{h=2}^{\infty} \left(\frac{\hat{V}_h}{h}\right)^2},$$
(3.15)

onde E é a tensão do barramento CC do inversor, h é a ordem da componente harmônica e  $\hat{V}_h$  a amplitude da h-ésima componente harmônica da tensão de saída do inversor, que pode ser calculado através da substituição direta de (3.13) em (3.4). Posteriormente [51, 52] amplia a abordagem original, incrementando o número de comutações e considerando modelagens do motor com vários graus de simplificação, incluindo um modelo mais completo do motor que considera o efeito pelicular. Embora o efeito pelicular tenha grande efeito nas perdas da máquina, o próprio autor conclui que os ângulos de comutação obtidos com e sem esta consideração são muito próximos.

A ideia central da modulação síncrona otimizada, muitas vezes referida na literatura como PWM otimizada ou OPP (*Optimized Pulse Pattern*), é calcular o conjunto de ângulos de comutação do inversor em um ciclo da fundamental de forma a minimizar um determinado índice de desempenho, como por exemplo a THD ou WTHD da tensão de saída deste inversor. Desta forma, os ângulos de comutação que na modulação SHE eram obtidos resolvendo um sistema de equações não lineares, agora são obtidos resolvendo um problema de otimização da forma:

$$\min_{\boldsymbol{\theta}} \sigma(\boldsymbol{\theta}) \text{ sujeito a } \begin{cases} 0 < \theta_2 < \dots < \theta_N < \pi/2 \\ \hat{l}_1(\boldsymbol{\theta}) = M/2 \end{cases}$$
(3.16)

onde  $\sigma$  é a função objetivo, muitas vezes também referida como função de custo, que define o índice a ser minimizado e  $\boldsymbol{\theta} = \{\theta_1, \theta_2, ..., \theta_N\}$  o conjunto dos N ângulos de comutação a serem obtidos como resultado da otimização.

No caso mais simples, como apresentado em (3.16), o problema de otimizar o conjunto de ângulos de comutações do inversor está sujeito a duas restrições. A primeira, que define que os ângulos de comutações devem ser crescentes e restritos no intervalo entre 0 e  $\pi/2$ , considerando simetria de um quarto de onda, garante a integridade do sinal que representa a tensão de saída de modo que o inversor seja capaz de reproduzir essa forma de onda. A segunda, impõe a amplitude da componente fundamental de forma a poder controlá-la.

Existe grande semelhança entre a forma como as técnicas de eliminação seletiva e otimização modelam seus respectivos problemas. Em ambos os casos os ângulos são obtidos de equações que envolvem o cálculo das amplitudes das componentes harmônicas como função dos ângulos de comutação, obtidos através da decomposição dos sinais de tensão de saída do inversor por série de Fourier, e até mesmo as restrições apresentadas em (3.16) eram utilizadas na modulação SHE. Para a resolução do problema de otimização (3.16) pode-se simplificar o índice  $\sigma$  definido em (3.15) como:

$$\sigma'(\boldsymbol{\theta}) = \left(\frac{\pi}{4}\right)^2 \sum_{h=2}^{\infty} \left(\frac{\hat{l}_h(\boldsymbol{\theta})}{h}\right)^2$$
$$= \sum_{h=3,5,\dots}^{\infty} \frac{1}{h^4} \left[\frac{1}{2} + \sum_{k=2}^{N} (-1)^{k+1} \cos(h\theta_k)\right]^2$$
(3.17)

já que o cálculo da raiz quadrada e a multiplicação por constantes positivas não alteram o resultado da minimização e

$$\min_{\boldsymbol{\theta}} \sigma(\boldsymbol{\theta}) = \min_{\boldsymbol{\theta}} \sigma'(\boldsymbol{\theta}). \tag{3.18}$$

A formulação apresentada em (3.16) e (3.17) é genérica, para qualquer conversor de dois níveis com um número N de comutações em um quarto do período da fundamental e simetria de um quarto de onda. Porém, para uma apresentação mais detalhada dos conceitos envolvidos neste tipo de modulação será apresentada e desenvolvida, a título de revisão, a modulação otimizada aplicada ao inversor de dois níveis da figura 3.1 operando com N=3, cuja forma de onda da tensão da saída é apresentação do problema de eliminação seletiva, já que para este caso tem-se um problema de duas variáveis e é possível ilustrar o comportamento das equações através de gráficos.

Reescrevendo (3.17) para N = 3 e considerando para o cálculo do índice  $\sigma$  a ser minimizado apenas as componentes harmônicas de ordem não múltiplas de três ( $h=6n\mp1$ , onde n=1,2,3...) menores que 50 (h < H = 50), já que a carga é conectada a três fios e devido ao fato de não se poder resolver (3.17) numericamente para  $h \to \infty$ , além das componentes de ordem mais elevadas contribuírem pouco para a WTHD, obtêm-se:

$$\sigma_{wthd}(\theta_2, \theta_3) = \sum_{\substack{h=6n \neq 1\\n \in \mathbb{N}^*}}^{H} \frac{1}{h^4} \left[ \frac{1}{2} - \cos(h\theta_2) + \cos(h\theta_3) \right]^2$$
(3.19)

Como restrições para este caso específico têm-se:

$$0 < \theta_2 < \theta_3 < \frac{\pi}{2} \tag{3.20}$$

е

$$\frac{8}{\pi} \left[ \frac{1}{2} - \cos\left(\theta_2\right) + \cos\left(\theta_3\right) \right] = M. \tag{3.21}$$

No gráfico da figura 3.13(b) é apresentada a resolução da função  $\sigma$  dada por (3.19), com o qual se pretende minimizar a WTHD, para todos os pares de ângulos de comutação  $\theta_2$  <br/>e $\theta_3$ que respeitam a restrição (3.20). Apenas para ilustração, define-se que o índice de modulação M desejado é igual a 0,8, e neste mesmo gráfico é destacada a linha na qual M = 0.8, ou seja, a linha (em vermelho) na qual a segunda restrição dada por (3.21) também é satisfeita para o índice de modulação desejado. Nota-se que todo um caminho no plano  $\{\theta_2, \theta_3\}$  respeita ambas as restrições do problema de otimização e em toda essa linha pode-se obter a componente fundamental desejada de M=0.8, porém, ao longo desta linha o valor de  $\sigma$ , e por consequência da WTHD, varia. O método de modulação otimizada visa obter qual o ponto sobre esta linha, definido pelo conjunto de ângulos de comutação ótimos  $\theta^*$ , que levam ao menor valor possível de  $\sigma$ . Ainda no gráfico da figura 3.13(b) é apresentado este ponto onde  $\sigma$  é mínimo, além de outra curva (em verde) que localiza os ângulos de comutação otimizados para todos os valores de índice de modulação positivos possíveis, ou seja, para o intervalo  $M \in (0, 4/\pi)$ . O gráfico da figura 3.13(a) apresenta estas mesmas informações através de curvas de nível sobre o plano dos ângulos de comutação, de forma a simplificar a visualização da curva em que M=0.8 e da curva que define os mínimos de  $\sigma$  para os demais valores de índice de modulação M.

Observa-se em (3.16) que os ângulos de comutação ótimos obtidos são dependentes do índice de desempenho escolhido. As figuras 3.13(a) e 3.13(b) foram obtidas para o caso da minimização da WTHD através de (3.19). Para ilustrar essa dependência, fez-se o mesmo processo de otimização para minimização da THD ao invés da WTHD. O índice  $\sigma$  utilizado é apresentado em (3.22) e os resultados são apresentados nas figuras 3.13(c) e 3.13(d). A figura 3.14 mostra os ângulos de comutação ótimos para os dois índices, THD e WTHD, em função do índice de modulação que se deseja impor na saída do inversor.



Figura 3.13 – Variação da função objetivo e restrições do problema de otimização de (a)(b) WTHD e (c)(d) THD da tensão de saída de um inversor de L=2 e N=3.



Figura 3.14 – Ângulos de comutação ótimos para minimização de THD e WTHD para um inversor L=2 e N=3.

$$\sigma_{thd}(\theta_2, \theta_3) = \sum_{\substack{h=6n\mp 1\\n\in\mathbb{N}^*}}^{H} \frac{1}{h^2} \left[ \frac{1}{2} - \cos\left(h\theta_2\right) + \cos\left(h\theta_3\right) \right]^2$$
(3.22)

Os resultados apresentados nesta seção foram obtidos resolvendose numericamente o problema de minimização formulados em (3.16) para as funções (3.19) e (3.22) sujeitos às restrições (3.20) e (3.21) através do algoritmo de solução de problemas de otimização não-lineares KNITRO<sup>®</sup> através de sua função ktrlink de interface com o MATLAB<sup>®</sup>. Cabe ressaltar que quando o termo "ângulos de comutação ótimos" for utilizado ao longo do texto, este refere-se aos ângulos obtidos pela solução deste problema de otimização, retornados por este algoritmo. Como tratam-se de problemas não-lineares de múltiplas variáveis, mesmo que se utilize algoritmos numéricos especializados de busca global como o KNITRO, não se pode garantir que o resultado seja o ótimo global.

Outros índices de desempenho podem ser utilizados como função objetivo para otimizar qualquer aspecto do sistema que dependa dos ângulos de comutação. Por exemplo, em [53] a técnica de obtenção de ângulos de comutação ótimos é aplicada visando não diretamente a redução das perdas, mas a redução da ondulação de torque mecânico e velocidade angular no eixo da máquina. A técnica também pode ser utilizada para otimização de aspectos do conversor ao invés da carga, como apresentado em [54] que propõe sua utilização para minimização das perdas do conversor e em [55] para as correntes nos capacitores do barramento CC. Em [56] o autor discute e propõe um índice para avaliação de distorção harmônica, similar à WTHD, voltado para motores de indução.

Em [57, 58] propõe-se a utilização desta técnica de modulação para acionamentos baseados em inversores de corrente ao invés de tensão, com a adaptação da modelagem do problema para formas de onda de corrente de três níveis.

Outros trabalhos como [59–67] abordam principalmente os métodos para a resolução e implementação deste tipo de modulação.

Na próxima seção serão apresentadas as adaptações e peculiaridades das expansões das técnicas de modulação síncrona otimizada e de eliminação seletiva de harmônicas para conversores multiníveis.

### 3.3 Adaptação para Conversores Multiníveis

As bases da eliminação seletiva de harmônicas que posteriormente evoluíram para as modulações síncronas otimizadas foram desenvolvidas nas décadas de 1960 e 1970 tendo em mente conversores de dois e de três níveis [41–44]. Com o grande interesse industrial na utilização dos conversores CC–CA multiníveis, principalmente para acionamento de máquinas elétricas de média e alta tensão, associado às limitações tecnológicas dos dispositivos semicondutores com os quais tais conversores são construídos, surgiram também algumas tentativas de adaptação destas técnicas de eliminação seletiva de harmônicas e otimização para aplicação em conversores multiníveis [1,68-79]. Conceitualmente estas técnicas aplicadas aos conversores multiníveis são muito semelhantes às desenvolvidas para conversores de dois e de três níveis, porém, a modelagem do problema de otimização e eliminação seletiva de harmônicas apresenta peculiaridades e complicações adicionais relacionadas ao maior grau de liberdade quanto à geração das tensões de saída do conversor. Devido a isso muitas das adaptações desenvolvidas para conversores multiníveis são obtidas através da imposição de restrições desnecessárias que limitam o espaço de busca dos algoritmos de otimização limitando também os resultados apresentados por estes.

Nessa seção serão apresentadas as dificuldades adicionais inerentes aos conversores multiníveis e o que se encontra atualmente na literatura para tentar solucionar estas dificuldades de modelagem.

A modelagem do problema de otimização e/ou eliminação seletiva de harmônicas pode ser facilmente realizada para conversores de dois níveis, como foi demonstrado, uma vez que as subsequentes comutações apenas alternam a tensão de saída do conversor entre dois níveis distintos ( $l \in \{-1/2, +1/2\}$ ) e para o otimizador não existe a preocupação de determinar de qual nível para qual nível deve ocorrer a comutação, mas apenas quando essa comutação deve ocorrer. De fato, a informação do sentido da comutação é comumente modelada indiretamente como um termo multiplicativo do tipo  $(-1)^{k+1}$  nos coeficientes de Fourier, onde k é um inteiro positivo que representa a k-ésima comutação no período da componente fundamental. Ou seja, isso matematicamente representa a alternância de níveis para cada comutação, sendo essa alternância imposta, além de ser uma limitação natural no caso dos inversores de dois níveis.

Com a expansão deste tipo de modulação para conversores de três níveis [60, 61, 70–72, 80], a abordagem adotada foi semelhante pois geralmente impõe-se uma restrição adicional à comutação para garantir que no semiciclo positivo sejam utilizados apenas os níveis  $l^+ \in \{0, +1\}$ , e no semiciclo negativo apenas os níveis  $l^- \in \{0, -1\}$ , tornando novamente a modelagem do problema de otimização como um problema equivalente ao de um conversor de dois níveis. Porém, para conversores de cinco níveis ou mais surge um novo problema da necessidade de determinação não apenas dos instantes em que devem ocorrer as comutações, mas também dos sentidos destas comutações. Esta mesma situação também ocorre na modulação de conversores de quatro níveis, todavia estes são de menor interesse em aplicações práticas de modo que o problema será introduzido exemplificando um conversor de cinco níveis.

Considera-se ainda a restrição de aplicar apenas níveis positivos no semiciclo positivo, de modo que os possíveis níveis para um conversor de cinco níveis durante todo o semiciclo positivo são  $l^+ \in \{0, +1, +2\}$ , e adiciona-se a restrição de que cada comutação deve excursionar apenas um nível da tensão de saída por vez, ou seja,  $l_k - l_{(k-1)} = \pm 1$ , que é comumente imposta pois limita as derivadas de tensão na carga. Com estas duas restrições, se o nível atual da tensão do conversor é 0 ou 2 (mínimo ou máximo), então uma comutação pode apenas levar a tensão de saída do conversor ao nível intermediário 1. Por outro lado, se o nível atual é 1, então uma comutação pode ser feita do nível 1 para o 0 ou do nível 1 para o 2. Em outras palavras pode-se ter uma comutação que aumenta o nível da tensão de saída ou que a reduza, que ao longo do texto serão referidas respectivamente como sentido positivo ou negativo da comutação.

Embora seja um problema modelar matematicamente essa decisão de escolha de nível para cada comutação, esta característica constitui liberdades adicionais para a modulação e ocorre para todos os níveis intermediários de um conversor multinível genérico de L níveis.

Essa característica pode ainda ser representada por um grafo como o da figura 3.15 no qual fica explícita a diferença de liberdades de comutação nos níveis mínimo e máximo com relação aos níveis intermediários para conversores com número de níveis L ímpar e considerando as restrições previamente apresentadas no texto.



Figura 3.15 – Grafo cujos vértices representam os níveis da tensão de fase do conversor e as arestas representam as possíveis comutações para cada nível.

Desta forma as restrições de simetria de um quarto de onda, de máxima excursão de um nível da tensão de saída por comutação e do uso apenas de níveis positivos no semiciclo positivo já não mais definem de forma única o formato da tensão de saída ao longo do período da fundamental. Por exemplo, um conversor de 5 níveis com 6 comutações durante 1/4 do período da fundamental pode apresentar 8 formas distintas de tensão de saída como apresentado na figura 3.16. Nesta figura o sinal  $l(\theta)$  representa o nível da tensão de saída do conversor ao longo do período da fundamental e é uma imagem direta da tensão de uma fase para conversores que operam com barramento de tensão constante. Os ângulos  $\theta_k$  são os ângulos nos quais ocorrem as comutações e são as variáveis a serem obtidas no problema de otimização. Na figura 3.16 estes ângulos estão igualmente espaçados apenas para fins de representação, mas podem assumir qualquer valor desde que a condição  $0 < \theta_1 < \theta_2 < ... < \theta_N < \pi/2$  seja respeitada.

As diferentes formas que o sinal l pode assumir são conhecidas na literatura como padrões de comutação (tradução livre de *switching patterns*), e cada um destes padrões possui uma representação distinta por série de Fourier. As implicações disso são que se um destes padrões de comutação for escolhido, e a modelagem do problema de otimização ou eliminação seletiva de harmônicas for feita baseada neste padrão, os ângulos de comutação obtidos como resultado são válidos e possivelmente ótimos para este padrão, porém este não é necessariamente o resultado ótimo dentre todos os padrões.

De fato, o padrão de comutação ótimo depende do que se quer otimizar e do índice de modulação que se deseja obter. Por exemplo, se desejarmos otimizar a THD, provavelmente o padrão p1 da figura 3.16 deve ser o melhor dos padrões para índices de modulação baixos, po-



Figura 3.16 – Todos os 8 padrões de comutação possíveis para L=5 e ${\cal N}=6$  com apenas um nível de excursão da tensão de fase por comutação.

rém, para índices de modulação elevados torna-se impossível com esse padrão de comutação atingir o índice de modulação desejado. Ainda, fazendo uma análise superficial, tendo em mente a modulação PWM senoidal, pode-se pensar em eliminar os padrões p5-7 pois eles apresentam os níveis mais baixos próximos à  $\theta = \pi/2$ , ângulo no qual a senoide fundamental, aquela que se deseja sintetizar, está no seu valor de pico. Porém, esse tipo de comportamento em que níveis baixos de tensão de fase são amostrados em torno do pico da senoide ocorrem comumente com modulação vetorial (SVM - Space Vector Modulation) e mesmo em modulação por portadora com injeção de componentes de modo comum para melhor utilização do barramento e centralização dos vetores nulos [37], já que componentes de modo comum não interferem nas correntes de sistemas à três fios. Ou seja, tentar eliminar padrões de comutação a fim de simplificar a modelagem do problema de otimização muito provavelmente resultaria em restringir o espaço de busca dos ângulos de comutação e obter resultados sub-ótimos, possivelmente até piores que os resultados obtidos com outros tipos de modulação, uma vez que mesmo a modulação PWM senoidal, baseada em portadoras e moduladoras, utiliza diversos destes padrões de comutação dependendo do índice de modulação desejado. É fácil perceber isso em esquemas de modulação com moduladoras senoidais baseados em deslocamento vertical entre as portadoras, como IPD (In Phase Disposition), POD (Phase Opposite Disposition), APOD (Alternative Phase Opposite Dis*position*), etc, nos quais os padrões de comutação tendem a variar de p1 à p4 com o aumento do índice de modulação. Uma tentativa de eliminação de padrões de comutação torna-se ainda mais difícil com o aumento do número de níveis do conversor e do número de comutações, já que com isso o número dos possíveis padrões de comutação se torna muito elevado.

Muitas das tentativas de adaptação de modulação otimizada e eliminação seletiva de harmônicas para conversores multiníveis atualmente presentes na literatura apenas elegem um dos padrões de comutação e convivem com um resultado sub-ótimo [68,69,74,76,81]. Uma alternativa apresentada por [1,2] para incluir a escolha do padrão de comutação ideal para cada valor de índice de modulação é a de resolver o problema de otimização para todos os  $n_{pt}$  padrões de comutação possíveis de forma independente, para todo o intervalo de razão cíclica no qual se deseja operar, e posteriormente comparar os resultados individuais e selecionar qual padrão traz o melhor resultado global para cada intervalo de razão cíclica, compondo assim a solução ótima. O algoritmo proposto em [1,2] é apresentado na figura 3.17.



Figura 3.17 – Algoritmo para busca dos ângulos e padrões ótimos reportado em [1,2].

Essa abordagem pode ser bem aplicada para casos como o da figura 3.16, no qual o número de níveis e de comutações são baixos, porém, ela é computacionalmente muito custosa na fase de geração das tabelas dos ângulos de comutação além de adicionar uma complexidade adicional para a geração dos sinais de comando dos interruptores, já que o modulador deve agir de forma distinta para padrões de comutação distintos, principalmente quando se tem um número elevado de níveis e/ou de ângulos de comutação pois neste caso o número de possíveis padrões de comutação seria muito grande.

Utilizando-se da teoria dos grafos pode-se calcular o número

dos possíveis padrões de comutação para um conversor genérico de L níveis operando com N comutações em 1/4 do período fundamental pela expressão:

$$n_{pt} = \sum_{i=1}^{\frac{L+1}{2}} \left[ \boldsymbol{A}^N \right]_{1,i} \quad , \text{ para } L \text{ impar,} \quad (3.23)$$

onde A é a matriz de adjacência do grafo da figura 3.15 que representa as liberdades de comutação para cada nível da tensão de saída, dada por:

$$\boldsymbol{A} = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}$$
(3.24)

Na expressão 3.23 o índice 1 da linha da matriz em que as possibilidades de padrão de comutação são contabilizadas é decorrente da restrição de excursão de apenas um nível por comutação, imposta anteriormente, o que necessita que a tensão de saída do conversor sempre inicie no nível zero, que é representado pelo vértice 1 do grafo. Ou seja, são contabilizados apenas os caminhos que percorrem N arestas e que iniciam no vértice 1.

Como conversores com número par de níveis não possuem o nível zero e o nível que a tensão de saída assume no início do período da fundamental pode ser tanto o menor nível positivo como o menor nível negativo (em módulo) sem comprometer a restrição de excursão de um nível por comutação, a generalização para conversores com quantidade de níveis par não é direta e (3.23) só é válida para número de níveis L ímpar. A expressão generalizada que contabiliza os possíveis padrões de comutação, tanto para conversores de nível par como ímpar, é apresentada em (3.25) apenas de forma ilustrativa já que os conversores com quantidade de níveis par são de menor interesse prático e optou-se por excluí-los do escopo deste trabalho com o intuito de simplificar os equacionamentos:

$$n_{pt} = \sum_{j=1}^{2-\text{mod}(L,2)} \sum_{i=1}^{\lfloor \frac{L+1}{2} \rfloor} \left[ \mathbf{A}^N \right]_{j,i}, \qquad (3.25)$$

onde a função mod(a,b) retorna o resto da divisão  $a/b \in \lfloor c \rfloor$  retorna o

valor de c truncado para seu inteiro imediatamente menor.

Todavia, os resultados e equacionamentos apresentados aqui podem ser facilmente modificados para conversores com número par de níveis uma vez que os conceitos são os mesmos, variando apenas as condições de simetria por não existir nível zero no caso de L par.

O gráfico da figura 3.18 apresenta a quantidade dos possíveis padrões de comutação distintos em função do número de comutações N para conversores de 3, 5, 7 e 9 níveis.



Figura 3.18 – Número possíveis de padrões de comutação em função do número de comutações N em 1/4 do período da fundamental e do número de níveis L do conversor.

Chama-se atenção para o fato de que o eixo vertical do gráfico da figura 3.18 é apresentado em base logarítmica para melhor visualização, e nota-se o grande crescimento da quantidade de padrões de comutação  $n_{pt}$  com o aumento do número de comutações N e do número de níveis L. Deste gráfico fica claro que a abordagem de varredura do algoritmo da figura 3.17 se torna computacionalmente muito custosa para conversores com muitos níveis e principalmente com um aumento do número de comutações já que esta relação é exponencial. Por exemplo, um conversor de 5 níveis comutado com N=20 apresenta 1024 padrões de comutação distintos. Certamente a grande maioria destes não possui resultados ótimos para nenhum valor de índice de modulação, porém, todos devem ser computados afim de obter os ótimos de cada intervalo de índice de modulação.

Outra abordagem para a resolução do problema de escolha do padrão de comutação ótimo é apresentado em [82]. Neste os autores

se utilizam da possibilidade de operar cada célula de um conversor modular multinível (MMC – Modular Multilevel Converter) com apenas um par de comutações no período da fundamental (um turn-on e um tur-off) e com razão cíclica fixa de 50%. Neste caso, o que é otimizado não são os ângulos de comutação propriamente ditos, mas a defasagem entre estes pulsos retangulares com razão cíclica de 50%. Assim, estas defasagens e o comprimento fixo de cada pulso definem indiretamente o padrão de comutação e sua escolha está implícita na otimização destas defasagens. Embora isso indiretamente inclua a escolha do padrão de comutação ótimo ao problema de otimização, essa inclusão é obtida restringindo outras liberdades da modulação, de modo que o ótimo encontrado só é válido para este caso específico onde se deseja, e se impõe, que cada célula do conversor opere com razão cíclica fixa de 50%e com apenas duas comutações por período, o que, como consequência, pré-define o número de comutações com o qual o conversor será operado baseado no seu número de células/níveis e restringe sua aplicação para conversores com número elevado de níveis.

#### 3.4 Conclusões

Neste capítulo apresentou-se uma revisão detalhada dos conceitos básicos da modulação síncrona otimizada e de sua precessora, a modulação com eliminação seletiva de harmônicas. Apresentou-se a modelagem e a solução do problema de otimização dos ângulos de comutação para inversores de dois níveis.

Também foram discutidas as principais diferenças e dificuldades adicionais da modulação síncrona otimizada aplicada à conversores multiníveis. Apresentou-se o conceito de padrões de comutação, bem como as soluções encontradas na literatura para determinação do padrão de comutação ótimo para cada valor de índice de modulação. Verifica-se que as técnicas do estado-da-arte impõem limitações e, muitas vezes particularizam o problema de otimização. Este fato pode limitar o espaço de busca e/ou gerar uma formulação computacionalmente custosa.

Nos próximos capítulos será apresentada uma proposta de modelagem do problema de otimização de ângulos de comutação que abstrai o conceito de padrões de comutação, e engloba a busca do padrão de comutação ótimo para cada valor de índice de modulação como uma extensão do espaço de busca dos ângulos de comutação.

## 4 Generalização da Modulação Síncrona Otimizada para Conversores Multiníveis

No capítulo anterior foram apresentadas as dificuldades adicionais na modelagem do problema de otimização dos ângulos de comutação para conversores multiníveis com número de níveis maior que três. Neste capítulo será apresentada em detalhes a formulação do problema de otimização para conversores multiníveis e será introduzida uma generalização da modelagem do problema que contorna estas dificuldades adicionais. Esta modelagem é genérica, no sentido em que é válida para um inversor operando com qualquer número de comutações N e para qualquer número ímpar de níveis L, sendo que, para conversores com números de níveis par ela necessita de poucas adaptações devido às diferenças de simetria, já que estes não possuem o nível zero.

### 4.1 Formulação do Problema de Otimização

Embora a formulação apresentada neste capítulo seja genérica, por motivos didáticos, ela será inicialmente introduzida para o caso de N = 5 e L = 5, para, posteriormente, ser generalizada. Inicialmente ainda é apresentada a formulação convencional com maior nível de detalhes que no capítulo anterior, onde ela foi introduzida.

Assume-se que se deseja otimizar os ângulos de comutação de um conversor HNPC de modo a minimizar a WTHD de suas tensões de saída, com as quais se alimenta uma máquina elétrica, para, com isso, minimizar a THD das correntes desta máquina. Uma representação idealizada deste conversor com sua carga é reapresentada na figura 4.1.



Figura 4.1 – Inversor HNPC idealizado.

Como já apresentado no capítulo 2, as diferentes combinações de estados dos dois interruptores de cada fase do inversor da figura 4.1 são capazes de impor tensões de fase ( $v_a$  por exemplo) com cinco níveis distintos, ou seja  $v_a \in \{-2E, -E, 0, +E, +2E\}$ .

Considera-se ainda que o inversor é modulado de tal forma que as três fases formam um sistema de tensões equilibrado e que a tensão de cada fase se diferencia das demais apenas por um deslocamento de fase, de forma que:

$$v_a(\theta) = v_b(\theta - 2\pi/3) = v_c(\theta + 2\pi/3)$$
 (4.1)

para qualquer valor de  $\theta$ .

Novamente, para simplificação da notação, parametrizam-se as tensões de fase pela amplitude de um nível E, ou seja:

$$l(\theta) = \frac{v_a(\theta)}{E},\tag{4.2}$$

de forma que todas as tensões de saída do inversor são representadas apenas pelo sinal  $l(\theta)$  que contém a informação do nível da tensão de saída da fase *a*. Assim, ao longo do período da fundamental, ou seja, quando  $\theta$  varia de 0 à  $2\pi$ , o sinal  $l(\theta)$  pode apenas assumir cinco valores distintos, referentes aos cinco níveis que a tensão de fase pode assumir:

$$l \in \{-2, -1, 0, +1, +2\}.$$
(4.3)

Assume-se ainda, que a modulação possui simetria de um quarto de onda de modo que as tensões de saída ficam completamente definidas em todo o intervalo  $\theta \in [0,2\pi]$ , se l for definido no intervalo  $\theta \in [0,\pi/2]$ . Com isso, impõem-se que todas as componentes harmônicas de ordem par sejam anuladas e que todas as ímpares possuam fase ou de 0 ou de  $\pi$  radianos com relação à fundamental.

O problema a ser resolvido é encontrar o conjunto dos N ângulos de comutação, além do padrão de comutação, que minimizem a WTHD da tensão de saída do conversor para um dado valor de índice de modulação M.

As restrições impostas à modulação, num primeiro momento, são:

- a) Cada comutação altera apenas um nível da tensão de saída para limitar as derivadas de tensão na carga, de forma que, se k representa o índice da comutação atual, então  $|l_{(k)}-l_{(k-1)}|=1$ ;
- b) Durante o semiciclo positivo da fundamental, referente ao intervalo  $0 \le \theta \le \pi$ , são utilizados apenas os níveis positivos mais o nível zero, ou seja:  $l^+ \in \{0, +1, +2\}$ ;
- c) A modulação possui simetria de um quarto de onda, ou seja, impõese que:  $l(\theta) = -l(\theta + \pi) e |l(\theta)| = |l(\pi - \theta)|;$
- d) Os ângulos de comutação são crescentes para respeitar os limites de validade da forma de l para um determinado padrão de comutação, ou seja: 0<θ<sub>1</sub><θ<sub>2</sub><...<θ<sub>N</sub><π/2;</li>

Os quatro padrões de comutação possíveis para N = 5 e L = 5 que respeitam estas restrições são apresentados na figura 4.2.

As expressões que descrevem o comportamento das amplitudes das componentes harmônicas da tensão de saída do conversor em função



Figura 4.2 – Possíveis padrões de comutação para um inversor de  $L\!=\!5$  e  $N\!=\!5.$ 

dos ângulos de comutação para cada um dos padrões de comutação apresentados na figura 4.2 são diferentes e dadas por (4.4), onde os índices sobrescritos (1)...(4) são referentes aos padrões de comutação p1...p4 respectivamente. Ressalta-se ainda que (4.4) é válida apenas para h ímpar, já que as componentes harmônicas de ordem par são nulas para os quatro padrões de comutação devido às simetrias impostas à modulação.

$$\hat{l}_{h}^{(1)} = \frac{2}{\pi h} \left[ \cos(h\theta_{1}) - \cos(h\theta_{2}) + \cos(h\theta_{3}) - \cos(h\theta_{4}) + \cos(h\theta_{5}) \right]$$

$$\hat{l}_{h}^{(2)} = \frac{2}{\pi h} \left[ \cos(h\theta_{1}) - \cos(h\theta_{2}) + \cos(h\theta_{3}) + \cos(h\theta_{4}) - \cos(h\theta_{5}) \right]$$

$$\hat{l}_{h}^{(3)} = \frac{2}{\pi h} \left[ \cos(h\theta_{1}) + \cos(h\theta_{2}) - \cos(h\theta_{3}) + \cos(h\theta_{4}) - \cos(h\theta_{5}) \right]$$

$$\hat{l}_{h}^{(4)} = \frac{2}{\pi h} \left[ \cos(h\theta_{1}) + \cos(h\theta_{2}) - \cos(h\theta_{3}) - \cos(h\theta_{4}) + \cos(h\theta_{5}) \right]$$
(4.4)

Com as expressões de (4.4) pode-se derivar as quatro funções objetivo  $\sigma_{wthd}^{(p)}$  (p = 1,2,3,4) do problema de otimização para minimização da WTHD, para cada um dos padrões de modulação. Estas funções são dadas por:

$$\sigma_{wthd}^{(p)}\left(\boldsymbol{\theta}^{(p)}\right) = \sum_{\substack{h=6n\mp 1\\n\in\mathbb{N}^*}}^{H} \left[\frac{\hat{l}_h^{(p)}\left(\boldsymbol{\theta}^{(p)}\right)}{h}\right]^2,\tag{4.5}$$

onde  $\hat{l}_{h}^{(p)}$  é uma das equações de (4.4).

Resolvendo numericamente o problema de otimização:

$$\min_{\boldsymbol{\theta}^{(p)}} \sigma_{wthd}^{(p)} \left( \boldsymbol{\theta}^{(p)} \right) \text{ sujeito a } \begin{cases} 0 < \theta_1 < \theta_2 < \dots < \theta_N < \pi/2 \\ \hat{l}_1^{(p)}(\boldsymbol{\theta}) = M/2 \end{cases}$$
(4.6)

para todo o intervalo de índice de modulação M desejado e para os quatro padrões de comutação, obtêm-se como resultados os ângulos de comutação ótimos de cada padrão para cada valor de M, conforme apresentado nos gráficos da figura 4.3.

Aplicando estes ângulos de comutação ótimos de cada padrão de comutação em (4.5), como apresentado no gráfico da figura 4.4, nota-se claramente que a WTHD mínima é obtida com diferentes padrões de



Figura 4.3 – Ângulos de comutação ótimos para os padrões de comutação (a) p1, (b) p2, (c) p3 e (d) p4 com N = 5 e L = 5 para todo o intervalo de índice de modulação.

comutação para diferentes intervalos de índice de modulação. Neste gráfico ainda destaca-se qual dos padrões é o ideal para cada intervalo de M.



Figura 4.4 – Valores de  $\sigma_{wthd}$  com os ângulos ótimos de cada padrão de comutação para L=5 e N=5.

Nota-se que, em algumas regiões de índice de modulação, as curvas de  $\sigma_{wthd}$  assumem valores muito próximos para todos os quatro padrões de comutação, e nestes casos utilizar um padrão de comutação não ótimo não apresenta problemas, já que estes levam à valores de WTHD semelhantes aos obtidos com a utilização do padrão ótimo. Para outros intervalos de índice de modulação, como por exemplo para M muito grande ou muito pequeno, perde-se muito por não utilizar os respectivos padrões de comutação ideais.

Utilizando a abordagem proposta por [1], a solução do problema contendo os ângulos e o padrão de comutação ótimos seriam formados alternando-se entre os conjuntos de ângulos apresentados na figura 4.3 de modo a utilizar os que resultam na menor WTHD para cada um dos intervalos de índice de modulação destacados no gráfico da figura 4.4.

# 4.2 Inclusão da Decisão dos Sentidos das Comutações no Problema de Otimização

Voltando à modelagem do problema de otimização, tendo como objetivo incorporar a decisão de qual o padrão ótimo juntamente com o cálculo dos ângulos de comutação ótimos, nota-se de (4.4) que as diferentes expressões de  $\hat{l}_h$  para os quatro padrões de comutação possuem muita similaridade, alterando apenas o sinal dos termos referentes à cada ângulo de comutação. Alternativamente pode-se representar essas expressões na forma:

$$\hat{l}_h(\boldsymbol{\theta}, \boldsymbol{\delta}) = \frac{2}{\pi h} \sum_{k=1}^{N=5} \delta_k \cos(h\theta_k)$$
(4.7)

onde  $\theta_k$  e  $\delta_k$  são respectivamente os k-ésimos elementos do conjunto de ângulos de comutação  $\theta$  e do conjunto de sinais que representam o sentido das comutações  $\delta$ :

$$\theta = \{ \theta_1, \theta_2, \theta_3, \theta_4, \theta_5 \} \quad , 0 < \theta_1 < \dots < \theta_5 < \pi/2 \\ \delta = \{ \delta_1, \delta_2, \delta_3, \delta_4, \delta_5 \} \quad , \delta_k \in \{ -1, +1 \}$$

$$(4.8)$$

Desta forma,  $\boldsymbol{\delta}$  que possui a informação do sentido de cada comutação, define o padrão de comutação e o par  $\boldsymbol{\theta}$  e  $\boldsymbol{\delta}$  define completamente o sinal *l* que representa a tensão de saída do inversor.

Com isso o problema de otimização pode ser reescrito como:

$$\min_{\boldsymbol{\theta}, \boldsymbol{\delta}} \sigma_{wthd} \left( \boldsymbol{\theta}, \boldsymbol{\delta} \right) \quad \text{sujeito a } \boldsymbol{R}$$
(4.9)

onde  $\mathbf{R}$  é o conjunto de restrições do problema, que será abordado em detalhes posteriormente, e  $\sigma_{wthd}(\boldsymbol{\theta}, \boldsymbol{\delta})$  é a função objetivo utilizada para minimização da WTHD que é obtida substituindo (4.7) em (4.5):

$$\sigma_{wthd}(\boldsymbol{\theta}, \boldsymbol{\delta}) = \sum_{\substack{h=6n\mp 1\\n\in\mathbb{N}^*}}^{H} \left[\frac{\hat{l}_h(\boldsymbol{\theta}, \boldsymbol{\delta})}{h}\right]^2$$
$$= \sum_{\substack{h=6n\mp 1\\n\in\mathbb{N}^*}}^{H} \left[\frac{2}{\pi h^2} \sum_{k=1}^{N=5} \delta_k \cos(h\theta_k)\right]^2$$
(4.10)

Embora (4.9) e (4.10) componham uma formulação válida para o problema de otimização do qual se obtém os ângulos de comutação bem como os sentidos destas comutações (o que define o padrão de comutação), esta formulação é bastante complexa e de difícil resolução, uma vez que além de se tratar de um problema no qual tanto a função
objetivo, quanto as restrições (ainda não discutidas em detalhes aqui) são não-lineares e, por si só, complexas, ainda contém um conjunto de variáveis binárias ( $\delta$ ) que podem apenas assumir um número restrito de combinações para determinação dos padrões de comutação.

Nota-se ainda que toda a dificuldade de representação matemática da tomada de decisão do sentido da comutação resume-se ao termo:

$$\delta_k \cos(h\theta_k) \quad , \begin{cases} 0 < \theta_k < \pi/2\\ \delta_k \in \{-1, +1\} \end{cases}$$

$$(4.11)$$

e que, se ao invés da função cosseno deste termo (que é uma função par), tivesse a função seno (que é ímpar), ou seja, se o termo fosse do tipo:

$$\delta_k \operatorname{sen}(h\theta_k) = \operatorname{sen}(h\delta_k\theta_k) \quad , \begin{cases} 0 < \theta_k < \pi/2 \\ \delta_k \in \{-1, +1\} \end{cases}$$
(4.12)

poderia-se utilizar a simetria ímpar da função sen<br/>o para englobar o sentido da comutação representado pelo sinal<br/>  $\delta_k$  com o próprio ângulo de comutação, de forma que

$$\operatorname{sen}(h\gamma_k) \quad , -\frac{\pi}{2} < \gamma_k < \frac{\pi}{2} \tag{4.13}$$

onde:

$$\gamma_k = \delta_k \theta_k \tag{4.14}$$

sendo que, com isto, o módulo de  $\gamma_k$  representa o ângulo relativo à fundamental em que ocorre a k-ésima comutação e seu sinal determina se esta comutação é feita no sentido positivo ou negativo, ou seja, se ela aumenta o nível da tensão de saída ou a reduz. Diferentemente de  $\theta_k$  que estava restrito a valores entre 0 e  $\pi/2$ , a nova variável  $\gamma_k$  pode assumir valores dentro do intervalo  $-\pi/2 < \gamma_k < \pi/2$ .

Felizmente essa troca da função cosseno por uma função seno no cálculo dos coeficientes da série de Fourier é possível apenas deslocando em  $\pi/2$  a fase da tensão fundamental tomada como referência, ou seja, o instante em que define-se que  $\theta = 0$ . Com isto, a tensão de saída idealizada que se deseja é agora uma cossenóide e as formas possíveis para a tensão de fase do inversor são apresentadas na figura 4.5.

Cabe ressaltar que essa alteração foi apenas da referência ado-



Figura 4.5 – Possíveis formas de tensão de fase para um inversor de L=5 e N=5 com a nova referência de  $\theta$ .

tada para o equacionamento e que, fisicamente, nada foi alterado na modulação. Essa representação do sentido de comutação também poderia ser feita mantendo-se a referência de  $\theta$  inicialmente adotada e ampliando-se o intervalo da variável a ser otimizada de 0 a  $\pi/2$  para 0 a  $\pi$  para se valer da simetria da função cosseno em torno do ângulo  $\pi/2$  (alternativamente à simetria da função seno em torno de zero). Embora ambas as abordagens sejam matematicamente equivalentes, optou-se por deslocar a referência de  $\theta$  pois assim o sentido da comutação fica explícito no sinal de  $\gamma_k$  e essa parece a abordagem mais natural.

A representação do sinal l por série de Fourier agora fica definida por:

$$l(\theta) = \sum_{h=1,3,\dots}^{\infty} \hat{l}_h(\gamma) \cos(h\theta), \qquad (4.15)$$

onde:

$$\boldsymbol{\gamma} = \{\gamma_1, \gamma_2, ..., \gamma_N\} = \{\delta_1 \theta_1, \delta_2 \theta_2, ..., \delta_N \theta_N\}$$
(4.16)

е

$$\hat{l}_h(\boldsymbol{\gamma}) = \frac{2}{\pi h} \sum_{k=1}^N \operatorname{sen}(h\gamma_k).$$
(4.17)

Nota-se que, em (4.17) e (4.15), o padrão de comutação está implícito e é definido pelos sinais dos termos de  $\gamma$ .

Assim, redefinindo a função objetivo do problema de otimização, ainda visando minimizar WTHD, porém agora utilizando (4.17) e mudando a variável de otimização de  $\boldsymbol{\theta}$  para  $\boldsymbol{\gamma}$ , obtém-se:

$$\sigma_{wthd}(\boldsymbol{\gamma}) = \sum_{\substack{h=6n\mp 1\\n\in\mathbb{N}^*}}^{H} \left[\frac{\hat{l}_h(\boldsymbol{\gamma})}{h}\right]^2$$
$$= \sum_{\substack{h=6n\mp 1\\n\in\mathbb{N}^*}}^{H} \left[\frac{2}{\pi h^2} \sum_{k=1}^{N=5} \operatorname{sen}(h\gamma_k)\right]^2,$$
(4.18)

e o problema de otimização pode ser reformulado como:

$$\min_{\boldsymbol{\gamma}} \sigma(\boldsymbol{\gamma}) \quad \text{sujeito a} \begin{cases} \gamma_k \in (-\pi/2, +\pi/2) \\ \frac{4}{\pi} \sum_{k=1}^N \operatorname{sen}(\gamma_k) = M \\ 0 \le l_k(\theta, \boldsymbol{\gamma}) \le (L-1)/2 \\ \gamma_1 \ne \gamma_2 \ne \gamma_3 \ne \dots \gamma_N \end{cases} \tag{4.19}$$

As restrições desse problema garantem, respectivamente na ordem em que aparecem em (4.19), (a) simetria de um quarto de onda e consequentemente cancelamento de todas as componentes harmônicas de ordem par; (b) que os ângulos obtidos resultem em uma tensão cuja fundamental seja imposta pelo índice de modulação M desejado; (c) que os níveis resultantes possam ser fisicamente impostos pelo inversor; e (d) que cada comutação altere a tensão de saída em apenas um nível.

A equação (4.18) não faz distinção quanto ao padrão de comutação utilizado e este fica implícito pelos sinais dos ângulos  $\gamma$ , que por sua vez, são as variáveis a serem obtidas ao resolver o problema de otimização (4.19). Assim, resolvendo (4.19), espera-se obter não só os ângulos ótimos em que as comutações devem ocorrer, mas também seus sentidos e consequentemente o padrão de comutação ideal para cada valor de M.

O gráfico da figura 4.6 mostra os valores ótimos dos ângulos de comutações obtidos resolvendo (4.19) numericamente para todo o intervalo de índice de modulação. Neste gráfico ainda destaca-se algumas das várias mudanças de padrão de comutação ao longo de M, que nesta formulação podem ser detectadas pelas alternâncias na sequência dos módulos dos ângulos  $\gamma_k$ .

Para validar essa formulação pode-se comparar os valores de  $\sigma_{wthd}$  calculados com os ângulos obtidos (figura 4.6), para todo o intervalo de  $M \in (0, 4/\pi)$ , com os valores de  $\sigma_{wthd}$  para os ângulos ótimos de cada padrão de comutação (figuras 4.3 e 4.4), obtidos individualmente seguindo a metodologia convencional anteriormente apresentada. Essa comparação é apresentada na figura 4.7, da qual nota-se que a formulação utilizando  $\gamma$ , que inclui a decisão do padrão de comutação no problema de otimização, consegue encontrar além dos ângulos ótimos também o padrão de comutação ótimo.



Figura 4.6 – Valores ótimos de  $\pmb{\gamma}$  para minimização da WTHD para  $N\!=\!5$  e  $L\!=\!5.$ 



Figura 4.7 – Comparação dos valores mínimos de  $\sigma_{wthd}$  obtidos para os quatro padrões de comutação otimizados individualmente e os valores obtidos utilizando a formulação com  $\gamma$ .

Percebe-se ainda da figura 4.7 que, para alguns pequenos intervalos de M, o resultado obtido com a formulação utilizando  $\gamma$  diverge ligeiramente dos obtidos com a formulação convencional, em alguns casos para melhor e em outros para pior. Cabe ressaltar que a resolução deste problema de otimização com função objetivo e restrições severamente não-lineares pode ser obtida apenas numericamente, e que os algoritmos para tal, embora tentem, não garantem que o resultado seja um mínimo global. É possível, e provável, que essas pequenas divergências pontuais sejam consequência da convergência numérica do algoritmo de otimização para mínimos locais distintos.

Outra característica deste problema de otimização é que sua solução é um conjunto de ângulos de comutação com muitas descontinuidades ao longo de M. Esse mesmo comportamento pode ser observado nos gráficos da figura 4.3, que apresentam os ângulos de comutação ótimos de cada padrão de comutação, o que ainda é agravado se levar em consideração a frequência com que o padrão de comutação ótimo é alternado, como mostrado na figura 4.4.

Por diversos motivos, muitas vezes deseja-se que a solução seja composta com ângulos contínuos, ou que pelo menos não apresentem muitas descontinuidades como o resultado apresentado na figura 4.6. A seção seguinte trata deste aspecto do problema.

### 4.3 Penalização das Descontinuidades

Um dos motivos pelos quais se deseja eliminar as descontinuidades nos ângulos de comutação (com relação à variação do índice de modulação M) é porque estas resultam em perturbações nas amplitudes das componentes harmônicas da tensão de saída do inversor.

Para ilustrar esse fenômeno toma-se como exemplo a descontinuidade que ocorre em torno do ponto M=0,661 dos ângulos apresentados na figura 4.6. Um detalhe desta descontinuidade é apresentada na figura 4.8.

Nesta mesma figura destaca-se cinco amostras de índice de modulação, denominadas  $M_1 \ldots M_5$ . Antes e depois desta descontinuidade o resultado da otimização apresenta intervalos em que os ângulos de comutação variam continuamente, com derivada com relação a M finita. Considerando o cenário em que o inversor está ele-



Figura 4.8 – Detalhe de uma descontinuidade nos ângulos de comutação.

vando sua tensão de saída, ocasionalmente ele passará pelos pontos  $M_1 \Rightarrow M_2 \Rightarrow M_3 \Rightarrow M_4 \Rightarrow M_5$ , e consequentemente pela descontinuidade entre os pontos  $M_3$  e  $M_4$ . Antes da descontinuidade, onde a variação dos ângulos de comutação possui derivada finita, as componentes harmônicas da tensão de saída também variam continuamente, de forma que não causam grande perturbação ao sistema. Os gráficos das figuras 4.9(a) e 4.9(b) apresentam as variações das amplitudes das componentes harmônicas do sinal l para as transições de  $M_1 \Rightarrow M_2$  e de  $M_2 \Rightarrow M_3$ . Na transição  $M_3 \Rightarrow M_4$  os ângulos são descontínuos o que resulta também na descontinuidade nas amplitudes das componentes harmônicas. As componentes harmônicas antes e depois da descontinuidade são apresentadas na figura 4.9(c). Nota-se que a descontinuidade nos ângulos gera saltos nas componentes harmônicas e estes tem potencial de perturbar o sistema. Após a descontinuidade volta-se a ter uma região de ângulos contínuos, onde também as componentes harmônicas apresentam pequenas variações como pode ser visto no gráfico da figura 4.9(d) que mostra o comportamento das componentes harmônicas de l para a transição  $M_4 \Rightarrow M_5$ .

Embora estas descontinuidades tenham o potencial de perturbar as componentes harmônicas da tensão de saída do conversor, estas perturbações comumente possuem baixa amplitude em relação à fundamental e o sistema possui bom amortecimento nestas faixas de frequência, de modo que, na prática, elas não são tão problemáticas e algumas descontinuidades ao longo de M podem ser toleradas caso



Figura 4.9 – Alteração das amplitudes das componentes harmônicas de l para as transições a)  $M_1 \Rightarrow M_2$ , b)  $M_2 \Rightarrow M_3$ , c)  $M_3 \Rightarrow M_4$  e d)  $M_4 \Rightarrow M_5$ .

sejam necessárias. Este tipo de descontinuidade ocorre naturalmente (com baixa frequência de ocorrência ao longo de M) em alguns esquemas de modulação baseados em moduladora e portadora, como, por exemplo, nas modulações POD e IPD durante as passagens de níveis.

Outro motivo prático para se desejar continuidade nos ângulos de comutação é que, do contrário, não se pode interpolar valores de índice de modulação intermediários, que não estejam contidos na tabela gerada na otimização. Tal interpolação é de interesse prático, pois permite que se gere tabelas de modulação com um número reduzido de pontos, que não ocupem muitos recursos de memória do microcontrolador que opera o inversor.

Algumas propostas para a obtenção de resultados com ângulos contínuos aparecem na literatura. Por exemplo, em [83] os autores sugerem uma pós-otimização de modo a não utilizar diretamente os padrões de comutação ótimos para compor a solução para cada valor de índice de modulação, mas privilegiar os padrões de comutação com um resultado sub-ótimo que proporcionam continuidade nos ângulos de comutação. Em [82] os autores se valem da característica dos algoritmos de otimização, principalmente em problemas não-lineares, de encontrarem mais facilmente mínimos locais próximos do valor inicial de busca da variável do problema ("chute inicial"), e utilizam como valor inicial os próprios ângulos ótimos encontrados para um índice de modulação ligeiramente menor.

Como uma alternativa para eliminar, ou pelo menos reduzir consideravelmente a quantidade de descontinuidades nos ângulos de comutação obtidos como resultado da otimização, poder-se-ia incluir uma nova restrição ao problema impondo continuidade dos ângulos com relação à variação do índice de modulação M. Porém, tal abordagem é muito drástica, e penaliza muito severamente as descontinuidades que potencialmente não gerariam problemas e que poderiam melhorar os níveis de WTHD ao longo do intervalo de variação do índice de modulação.

Neste trabalho optou-se por penalizar resultados que gerem descontinuidades nos ângulos de comutação, mas não desqualificá-los. Essa abordagem visa reduzir a frequência da ocorrência destas descontinuidades em situações nas quais não se aumentaria muito a WTHD utilizando um resultado com ângulos contínuos sub-ótimos, porém, permite que as descontinuidades ocorram quando o ganho na WTHD for considerável.

Infelizmente nem sempre os algoritmos numéricos conseguem encontrar o mínimo global do problema. Muitas das soluções são mínimos locais que o algoritmo acredita serem globais, e diferentes resultados podem ser obtidos dependendo dos diferentes valores iniciais passados ao algoritmo. Portanto, um bom valor inicial pode ser crucial já que o algoritmo pode convergir para um mínimo local (e não global) próximo deste valor. Duas abordagens são comuns para esse tipo de problema. A primeira é varrer os valores de índice de modulação com o qual se deseja trabalhar, e utilizar como valor inicial os ângulos ótimos obtidos para um índice de modulação ligeiramente menor (ou maior). Outra abordagem é executar a otimização do problema para cada valor de Mdiversas vezes, com valores iniciais distintos gerados randomicamente (esta técnica é conhecida como *multistart*), e selecionar o melhor resultado.

Para a geração do valor inicial neste trabalho, utilizou-se uma abordagem do tipo *multistart* com algumas adaptações para inclusão de penalização dos resultados com ângulos descontínuos. Para cada valor de M o problema de otimização é resolvido três vezes, com três valores iniciais distintos. Estes pontos iniciais de busca são conjuntos de N ângulos de comutação e são denominados aqui por  $\gamma_{01}$ ,  $\gamma_{02} \in \gamma_{03}$ . O primeiro,  $\gamma_{01}$ , é composto pelos valores de ângulos de comutação ótimos obtidos para o índice de modulação ligeiramente anterior, da mesma forma como em [82]. Um segundo conjunto de ângulos iniciais  $\gamma_{02}$  é composto pelos ângulos de comutação gerados por um esquema de modulação APOD, para o mesmo índice de modulação, e o terceiro  $\gamma_{03}$  pelos ângulos de comutação gerados pela modulação IPD. Optouse por utilizar como valores iniciais ângulos de comutação gerados por outros tipos de moduladores pois estes certamente respeitam todas as restrições do problema e entende-se que sejam um bom ponto de partida para a busca dos ângulos ótimos.

Após resolvido o problema de otimização com os três valores iniciais para um determinado valor de M, resta escolher o melhor dos resultados. Neste ponto, o resultado que leva ao menor valor de  $\sigma$  seria escolhido pela abordagem *multistart*, porém aqui, inclui-se o mecanismo de penalização de descontinuidades. Para isto, verifica-se se cada uma

das três soluções são de ângulos pontualmente contínuos (com relação aos demais valores de M já calculados), e se penaliza as soluções que geram ângulos descontínuos com um acréscimo de um certo valor  $\delta_p$ , que reflete a margem de aumento da WTHD tolerada. Se, mesmo com a penalização, o resultado com ângulos descontínuos continua sendo o melhor dos três, então ele é adotado como o resultado ótimo. Do contrário, escolhe-se o melhor resultado contínuo.

O fluxograma da figura 4.10 apresenta os detalhes deste método de penalização, onde  $\gamma_{0x}^*$  representa os ângulos ótimos obtidos a partir do valor inicial  $\gamma_{0x}$  (com x = 1,2,3),  $\Delta M$  o passo de amostragem para  $M \in \zeta$  limite do salto que os ângulos  $\gamma$  podem apresentar para dois valores de índice de comutação adjacentes sem ser considerada uma descontinuidade (aproximação discreta para verificar se a derivada em relação a M é finita).

Resolvendo novamente o problema de otimização descrito por (4.18) e (4.19), agora com a inclusão da penalização das descontinuidades, obtêm-se os ângulos de comutação apresentados no gráfico da figura 4.11.

Nota-se que o número de descontinuidades foi bastante reduzido em comparação aos ângulos obtidos sem a penalização, apresentados na figura 4.6. Na figura 4.12 é apresentado um comparativo dos valores de  $\sigma_{wthd}$  para os ângulos de comutação ótimos obtidos com (figura 4.11) e sem (figura 4.6) o método de penalização das descontinuidades. O nível de divergência destas duas soluções pode ser controlado através dos parâmetros  $\delta_p$ , que neste caso foi adotado como  $\delta_p = 0.00005$ .

#### 4.4 Generalização da Formulação

Um sinal l com simetria de um quarto de onda, com um número L ímpar arbitrário de níveis e com um número N também arbitrário de comutações pode ser decomposto em N sinais  $s(\theta,\gamma)$ , com uma comutaçõe por quarto de período, como o apresentado na figura 4.13, onde  $\gamma \in (-\pi/2, \pi/2)$ , sendo que  $\gamma$  é o ângulo no qual ocorre a comutação do sinal s e, por consequência, de uma comutação do sinal l. Valores de  $\gamma$  negativos invertem o sinal apresentado na figura 4.13 verticalmente, e representam comutações de l no sentido positivo durante o intervalo  $\theta \in (0, \pi/2)$ , enquanto valores positivos de  $\gamma$  resultam em comutações



Figura 4.10 – Algoritmo de penalização de descontinuidades.



Figura 4.11 – Valores ótimos de  $\pmb{\gamma}$  para minimização da WTHD para  $N\!=\!5$  e  $L\!=\!5$  com penalização de descontinuidade.



Figura 4.12 – Comparação dos valores de  $\sigma_{wthd}$  resultantes das otimizações com e sem penalização de descontinuidades



no sentido negativo neste mesmo período.

Figura 4.13 – Sinal básico para construção de um sinal multinível com simetria de um quarto de onda.

A expressão que descreve o sinal  $s(\theta,\gamma)$  ao longo de  $\theta \in (0,2\pi)$ , com uma comutação em  $\theta = |\gamma|$ , é dada por:

$$s(\theta, \gamma) = -\operatorname{sign}[\operatorname{sen}(\theta - \gamma)] - \operatorname{sign}[\operatorname{sen}(\theta - \pi + \gamma)], \qquad (4.20)$$

onde sign(x) é a função que retorna o sinal de x:

$$\operatorname{sign}(x) = \begin{cases} +1 & \text{, se } x > 0\\ 0, & \text{, se } x = 0\\ -1 & \text{, se } x < 0 \end{cases}$$
(4.21)

Representando o sinal  $l(\theta, \gamma)$  pela composição dos N sinais  $s(\theta, \gamma_k)$  têm-se:

$$l(\theta, \boldsymbol{\gamma}) = \sum_{k=1}^{N} s(\theta, \gamma_k), \qquad (4.22)$$

onde  $\gamma = \{\gamma_1, \gamma_2, ..., \gamma_N\}$  é o conjunto de ângulos que representam, através de seu módulo, o instante, e de seu sinal, o sentido, de cada comutação.

As figuras 4.15(a), 4.15(b), 4.16(c) e 4.16(d) apresentam, a título ilustrativo, a decomposição dos sinais l dos quatro padrões de comutação para o caso L = 5 e N = 5 apresentados anteriormente. Nestes

gráficos, os sinais  $s_k$ , com k = 1, 2, ..., 5 representam  $s_k(\theta) = s(\theta, \gamma_k)$ .

A decomposição dos sinais  $s_k$  em série de Fourier resulta em uma expressão para o cálculo das amplitudes das componentes harmônicas dada por:

$$\hat{s}_h(\gamma) = \frac{2}{\pi h} \operatorname{sen}(h\gamma), \qquad (4.23)$$

sendo que (4.23) é válido apenas para componentes h ímpares, já que as pares são todas nulas.

O comportamento das amplitudes das componentes harmônicas de s, calculadas por (4.23), ao variar  $\gamma$  de  $-\pi/2$  a  $\pi/2$  é apresentado no gráfico da figura 4.14.



Figura 4.14 – Comportamento das componentes harmônicas de  $s(\gamma)$ .



Figura 4.15 – Decomposição dos sinais l para os padrões de comutação (a) p1 e (b) p2.



Figura 4.16 – Decomposição dos sinais l para os padrões de comutação (c) p3 e (d) p4.

Sendo l formado pela composição de N sinais  $s_k$ , a expressão para o cálculo das amplitudes das componentes harmônicas de l pode ser obtida pela soma das amplitudes das N componentes harmônicas dos sinais  $s_k$ , definidas por (4.23). Assim:

$$\hat{l}_{h}(\boldsymbol{\gamma}) = \sum_{k=1}^{N} \hat{s}_{h}(\gamma_{k})$$

$$= \frac{2}{\pi h} \sum_{k=1}^{N} \operatorname{sen}(h\gamma_{k}),$$
(4.24)

que possui a mesma forma que (4.17), encontrada anteriormente para o caso particular de N=5 e L=5.

A expressão (4.24) mostra que a composição harmônica do sinal l, que é uma imagem da tensão de fase do inversor, ocorre através da soma das amplitudes das componentes resultantes de N amostragens em diferentes valores de  $\gamma$  da figura 4.14.

Definindo novamente a função objetivo  $\sigma_{wthd}$  a ser utilizada para minimizar a WTHD, agora baseada em (4.24), obtém-se:

$$\sigma_{wthd}(\boldsymbol{\gamma}) = \sum_{\substack{h=6n\mp 1\\n\in\mathbb{N}^*}}^{H} \left[\frac{\hat{l}_h(\boldsymbol{\gamma})}{h}\right]^2$$
$$= \sum_{\substack{h=6n\mp 1\\n\in\mathbb{N}^*}}^{H} \left[\frac{2}{\pi h^2} \sum_{k=1}^{N} \operatorname{sen}(h\gamma_k)\right]^2,$$
(4.25)

que novamente concorda com a expressão obtida no caso particular, anteriormente analisado, sendo (4.18) um caso particular de (4.25), como era esperado.

Uma vez que a função objetivo foi generalizada, o problema de

otimização continua sendo o mesmo e é reapresentado aqui:

$$\min_{\boldsymbol{\gamma}} \sigma(\boldsymbol{\gamma}) \quad \text{sujeito a} \begin{cases} \gamma_k \in (-\pi/2, +\pi/2) \\ \frac{4}{\pi} \sum_{k=1}^N \operatorname{sen}(\gamma_k) = M \\ 0 \le l_k(\boldsymbol{\gamma}) \le (L-1)/2 \\ \gamma_1 \ne \gamma_2 \ne \gamma_3 \ne \dots \gamma_N \end{cases} \tag{4.26}$$

Na seção seguinte serão apresentadas em detalhes as restrições impostas à esta otimização, e como elas são matematicamente formuladas para que os algoritmos de otimização numéricos do pacote computacional utilizado (KNITRO<sup>®</sup>) as suporte.

### 4.5 Restrições do Problema de Otimização

Nas seções anteriores foram expostas de forma superficial as restrições impostas ao problema de otimização. Nesta seção, estas restrições serão analisadas com maior nível de detalhe e serão reescritas matematicamente de forma que sejam suportadas pelo algoritmo utilizado para resolver a otimização.

O software utilizado para resolver o problema de otimização foi o KNITRO<sup>®</sup>, acessado via sua interface com o MATLAB<sup>®</sup> implementada pela função ktrlink. Esta função de interface resolve problemas de minimização compatíveis com a formulação utilizada pelo pacote de algoritmos de otimização OPTIMIZATION TOOLBOX<sup>TM</sup>, também do MATLAB<sup>®</sup>. Esta formulação contempla a resolução de um problema de minimização de uma função de múltiplas variáveis e aceita como restrições um grupo de inequações não-lineares, um grupo de equações não-lineares, um sistema de inequações lineares bem como um conjunto de equações lineares da ordem do número de variáveis do problema, além da limitação do intervalo de validade das variáveis do problema, sendo estas escritas na forma:

$$\min_{\boldsymbol{x}} f(\boldsymbol{x}) \text{ sujeito a} \begin{cases} \{c_1(\boldsymbol{x}), c_2(\boldsymbol{x}), \ldots\} \leq 0\\ \{c_{eq1}(\boldsymbol{x}), c_{eq2}(\boldsymbol{x}), \ldots\} = 0\\ \boldsymbol{A}\boldsymbol{x} \leq \boldsymbol{b} \qquad , \qquad (4.27)\\ \boldsymbol{A}_{eq}\boldsymbol{x} = \boldsymbol{b}_{eq}\\ \boldsymbol{b}_l \leq \boldsymbol{x} \leq \boldsymbol{b}_u \end{cases}$$

onde  $\boldsymbol{x}$  é um vetor contendo as múltiplas variáveis do problema, resultado do problema de minimização, e a função  $f(\boldsymbol{x})$  é a função objetivo a ser minimizada e que pode ser não-linear. As funções  $c(\boldsymbol{x})$  e  $c_{eq}(\boldsymbol{x})$  são respectivamente restrições (ou possivelmente um conjunto de restrições) representadas por inequações e equações não-lineares (ou conjunto delas). As matrizes  $\boldsymbol{A} \in \boldsymbol{A}_{eq}$ , para este caso, são matrizes quadradas da ordem do vetor  $\boldsymbol{x}$ , que juntamente com os vetores coluna  $\boldsymbol{b} \in \boldsymbol{b}_{eq}$  (do mesmo tamanho que  $\boldsymbol{x}$ ) formam um sistema de inequações e um de equações lineares para representar as restrições lineares do problema. Os vetores  $\boldsymbol{b}_l \in \boldsymbol{b}_u$  são os limites inferior e superior para cada termo de  $\boldsymbol{x}$ .

A representação da função objetivo neste formato aceito pelo algoritmo de otimização é direta. A função  $\sigma(\gamma)$  já possui a forma desejada de modo que para deixar o problema na forma de (4.27) têmse:

$$\boldsymbol{x} = \boldsymbol{\gamma} = [x_1, x_2, \dots, x_N] = [\gamma_1, \gamma_2, \dots, \gamma_N]$$
(4.28)

e

$$f(\boldsymbol{x}) = f(\boldsymbol{\gamma}) = \sigma(\boldsymbol{\gamma}) = \sum_{\substack{h=6n\mp 1\\n\in\mathbb{N}^*}}^{H} \left[\frac{2}{\pi h^2} \sum_{k=1}^{N} \operatorname{sen}(h\gamma_k)\right]^2.$$
(4.29)

As restrições impostas à modulação, e que devem ser reescritas na forma suportada por (4.27), são:

- a) Os ângulos de comutação são tais que impõem a amplitude da componente fundamental da tensão de modo a se obter o índice de modulação M desejado;
- b) A modulação possui simetria de um quarto de onda, ou seja:  $l(\theta) = -l(\theta+\pi) e |l(\theta)| = |l(\pi-\theta)|;$

- c) Cada comutação altera em apenas um nível a tensão de saída, de modo a limitar as derivadas de tensão na carga;
- d) Os ângulos de comutação formam um sinal l que pode ser sintetizado pelo inversor, ou seja, que ao longo de todo o período da fundamental respeita-se o limite de nível máximo da tensão de saída de modo que  $|l(\theta)| \leq (L-1)/2$  para  $\theta \in [0,2\pi]$ .

A restrição (a), que impõe o valor da componente fundamental da tensão, pode ser escrita através de uma equação não-linear do tipo  $c_{eq}(\boldsymbol{x})=0$ , suportada por (4.27). Assim:

$$c_{eq}(\boldsymbol{\gamma}) = \frac{4}{\pi} \sum_{k=1}^{N} \operatorname{sen}(\gamma_k) - M = 0$$
(4.30)

A restrição (b) é garantida pela modelagem do problema, e ao algoritmo de otimização basta garantir que os ângulos retornados como solução estejam dentro do intervalo  $-\pi/2$  a  $\pi/2$ . Assim:

$$\boldsymbol{b}_{l} = -\frac{\pi}{2} [1, 1, \dots, 1]_{1 \times N} \tag{4.31}$$

$$\boldsymbol{b}_{u} = \frac{\pi}{2} [1, 1, \dots, 1]_{_{1 \times N}}$$
(4.32)

de modo que:

$$\boldsymbol{b}_l \le \boldsymbol{\gamma} \le \boldsymbol{b}_u. \tag{4.33}$$

A restrição (c) impede que a tensão de saída dê saltos de dois ou mais níveis ao mesmo tempo. Para evitar isso basta garantir que nenhum dos ângulos de comutação seja repetido, ou seja, que  $\gamma_1 \neq \gamma_2 \neq$  $\dots \neq \gamma_N$ . Porém, na prática, não basta que os ângulos sejam diferentes, já que dois ângulos muito próximo são diferentes e respeitariam essa restrição, porém teriam efeito tão negativo como dois ângulos iguais. Assim, o que deseja-se restringir é que dois ângulos de comutação sejam muito próximos e que se tenha uma diferença mínima de  $\Delta \gamma$  entre todos os ângulos.

Na formulação convencional, limitada à um determinado padrão de comutação, tinha-se que os ângulos de comutação deveriam ser crescentes para respeitar a forma da tensão de saída associada a esse padrão, ou seja, tinha-se que  $\theta_1 < \theta_2 < ... < \theta_N$ . Com a formulação proposta, utilizando ângulos negativos, esta restrição não é necessária já que o sentido das comutações é representado pelo sinal dos ângulos de comutação. De fato, a posição de um ângulo  $\gamma_k$  dentro do vetor  $\gamma$  é irrelevante e dois vetores { $\gamma_1, \gamma_2, \gamma_3, \gamma_4, \gamma_5$ } e { $\gamma_3, \gamma_5, \gamma_1, \gamma_4, \gamma_2$ }, por exemplo, são equivalentes e formam o mesmo sinal l. Assim, para poder simplificar a formulação da restrição de mínima distância entre os ângulos pode-se impor novamente que os ângulos sejam crescentes sem que com isso se restrinja alguma liberdade da modulação. Fazendo com que os componentes de  $\gamma$  sejam crescentes, ou seja, que  $(-\pi/2 < \gamma_1 < \gamma_2 < ... < \gamma_N < \pi/2)$ , impede-se ainda que o otimizador fique alternando a posição dos ângulos de comutação gerando descontinuidades desnecessárias na trajetória dos ângulos de comutação ao longo de M, já que segundo as equações do modelo, existem múltiplos mínimos da função objetivo para diferentes conjuntos de ângulos, onde se altera apenas a posição dos ângulos no vetor  $\gamma$ .

A restrição (c) pode então ser formulada na forma:

$$\begin{cases} \gamma_2 - \gamma_1 \ge \Delta \gamma \\ \gamma_3 - \gamma_2 \ge \Delta \gamma \\ \vdots \\ \gamma_N - \gamma_{N-1} \ge \Delta \gamma \end{cases}$$
(4.34)

que pode ser reescrita como um sistema de inequações lineares na forma que é suportada por (4.27):

$$A\gamma \le b, \tag{4.35}$$

onde:

				A					$\gamma$		<u>b</u>	
Î	1	0	0	0		0	0	Ĩ	$\gamma_1$		0 7	
	1	-1	0	0	• • •	0	0		$\gamma_2$		$-\Delta\gamma$	
	0	1	-1	0	• • •	0	0		$\gamma_3$		$-\Delta\gamma$	
	0	0	1	-1	• • •	0	0		$\gamma_4$	$\leq$	$-\Delta\gamma$	(4.36)
	:	÷	÷	÷	۰.	÷	÷		•		:	
	0	0	0	0		-1	0		$\gamma_{\rm N-1}$		$-\Delta\gamma$	
	0	0	0	0	• • •	1	-1		$\gamma_{N}$		$\left\lfloor -\Delta\gamma \right\rfloor$	

A restrição (d) é a mais difícil de ser formulada e calculada. A partir do vetor de ângulos de comutação deve-se compor o sinal l e verificar se este possui níveis maiores que (L-1)/2, que não poderiam ser sintetizados fisicamente pelo inversor. O modo mais direto de se fazer isso é, através dos ângulos de comutação, calcular os coeficientes da série de Fourier e a partir destes compor o sinal  $l(\theta)$  para então fazer a verificação. Porém este procedimento é de difícil execução prática devido à soma de uma série infinita. Alternativamente pode-se olhar para os sinais dos ângulos de comutação, já que estes definem os sentidos das comutações. Assim, ordenando os componentes de  $\gamma$  pelo valor de seu módulo, a sequência dos seus sinais determina a reconstituição do padrão de comutação com a qual pode-se verificar se houve violação do limite de níveis. Assim:

$$\boldsymbol{n} = \operatorname{sort}(-|\boldsymbol{\gamma}|), \tag{4.37}$$

onde sort() retorna um vetor n contendo os índices das componentes do vetor argumento ordenado. Com esse vetor calcula-se então todos os níveis que o sinal l assume em um quarto do intervalo da fundamental através de:

$$l_k(\boldsymbol{\gamma}, \boldsymbol{n}) = \sum_{i=1}^k \operatorname{sign}[\boldsymbol{\gamma}(n_i)], \qquad (4.38)$$

e compara-se todos os valores de níveis que l assume nesse período com o limite máximo de níveis suportado pelo inversor:

$$l_k - \frac{L-1}{2} \le 0 \qquad ,k = 1,2,...,N \tag{4.39}$$

Esse algoritmo constitui uma inequação não-linear de (4.27). Porém, como essa reconstituição é dependente da ordenação de um vetor, ela pode comprometer o desempenho do algoritmo de otimização, principalmente se o vetor de ângulos possuir muitos elementos, ou seja, se o número de comutações N for muito grande. Alternativamente, pode-se deixar essa restrição de lado e executar a otimização sem ela e posteriormente executa-se uma varredura na tabela de ângulos gerada na otimização em busca de conjuntos de ângulos que não respeitem (4.39), e executa-se a otimização novamente com a restrição pontualmente apenas para os intervalos de M onde a violação foi encontrada. Essa foi a alternativa adotada e se mostrou bastante eficiente, já que a tendência de utilizar níveis mais altos que o máximo ocorre apenas para índices de modulação muito elevados, próximos de M = 1,2, que geralmente estão fora da faixa de interesse para a modulação.

Resumindo, a formulação do problema de otimização para minimização da WTHD das tensões do inversor, na forma como foi utilizada neste trabalho, é dada por:

$$\min_{\boldsymbol{\gamma}} \sigma(\boldsymbol{\gamma}) \text{ sujeito a} \begin{cases} a): \text{ eq. } (4.30) \\ b): \text{ eq. } (4.33) \\ c): \text{ eq. } (4.36) \end{cases} \tag{4.40}$$

onde  $\sigma(\gamma)$  é definido por (4.29). Adicionalmente à (4.40), executa-se ainda uma pós-otimização em busca de ângulos que não respeitam a restrição (d) que originalmente não está inclusa na formulação, e realiza-se a penalização de descontinuidades conforme algoritmo descrito pela figura 4.10.

Esta formulação é genérica para qualquer inversor com número L ímpar de níveis e com N comutações com simetria de um quarto de onda. A otimização visando diferentes objetivos pode ser realizada apenas alterando a função objetivo dada por (4.29). A figura 4.17 apresenta os valores de  $\gamma$  obtidos resolvendo o problema de otimização (4.40) para N = 13 e L = 5 para a faixa de índices de modulação  $0 < M \leq 1,1$ . Nesta figura as linhas em tom mais escuro representam valores de  $\gamma_k$  positivos e em tom mais claro valores negativos, sendo estes sinais referentes aos sentidos das comutações.



Figura 4.17 – Ângulos de comutação  $\gamma$  para a modulação OPP.

# 4.6 Relação entre a Otimização das Tensões de Fase e das tensões de Linha

Ao longo deste capítulo buscou-se um equacionamento que possibilitasse otimizar as formas de onda das tensões de fase impostas pelo inversor de forma a minimizar as distorções das correntes da carga. Contudo, para sistemas a três fios, as tensões de fase por si só possuem pouca importância já que as correntes da carga são definidas pelas tensões de linha resultantes.

Assumiu-se que otimizar as tensões de fase, omitindo as componentes harmônicas de ordem múltiplas de três, é o equivalente a otimizar as tensões de linha. Esta afirmação é verdadeira, e esta relação mostrou-se muito útil nas análises, uma vez que as tensões de fase apresentam um número bem reduzido de níveis, apenas metade do número de níveis das tensões de linha menos um, além de possuir apenas metade das comutações das tensões de linha num mesmo período. Porém, cabe aqui uma prova desta equivalência uma vez que ela não é obvia.

Na seção 4.4 apresentou-se um procedimento com o qual uma forma de onda qualquer com simetria de um quarto de onda pode ser decomposta em sinais mais elementares, para a partir destes, encontrar uma expressão que define o espectro harmônico da forma de onda original como a composição dos espectros harmônicos destes sinais elementares.

O mesmo procedimento pode ser aplicado para se encontrar o espectro harmônico das tensões de linha. Sabe-se que a forma da tensão de fase  $l_a(\theta)$  pode ser representada pela composição de N sinais  $s_k^a(\theta)$ , como o apresentado na figura 4.18(a), onde k = 1, 2, ... N. O mesmo aplica-se para as tensões das demais fases, apenas adicionando a defasagem adequada conforme (4.41) e como representado na figura 4.18(b) para a fase b.

$$\begin{cases} l_a(\theta, \boldsymbol{\gamma}) = \sum_{k=1}^N s_k^a(\theta) \\ l_b(\theta, \boldsymbol{\gamma}) = \sum_{k=1}^N s_k^b(\theta) = \sum_{k=1}^N s_k^a\left(\theta - \frac{2\pi}{3}\right) \\ l_c(\theta, \boldsymbol{\gamma}) = \sum_{k=1}^N s_k^c(\theta) = \sum_{k=1}^N s_k^a\left(\theta + \frac{2\pi}{3}\right) \end{cases}$$
(4.41)

Como a tensão de linha é formada pela diferença de duas tensões de fase, e sendo esta uma relação linear, pode-se aplicar o princípio da superposição e definir a forma da tensão de fase  $l_{ab}$  como a diferença entre os sinais elementares que compõem cada uma das tensões de fase como representado na figura 4.18(c). Assim:

$$l_{ab}(\theta, \gamma) = l_a(\theta, \gamma) - l_b(\theta, \gamma) = \sum_{k=1}^N s_k^{ab}(\theta)$$
$$= \sum_{k=1}^N \left[ s_k^a(\theta) - s_k^a\left(\theta - \frac{2\pi}{3}\right) \right].$$
(4.42)

Para se tirar proveito das simetrias desta forma de onda de tensão de linha, sua representação pode ser deslocada em  $\pi/6$  rad sem com isso impor nenhuma limitação ou perda de generalidade. Esta representação de  $s'_k^{ab}(\theta')$  juntamente com a adequação de seus ângulos de comutação é apresentada na figura 4.18(d). Isso resulta na simetria de um quarto de onda na tensão de linha, com o sinal centrado na origem, de forma que esta pode ser decomposta em sinais como os representados nas figuras 4.18(e) e 4.18(f), que já são familiares da análise feita para as tensões de fase na seção 4.4 e para os quais já se definiu uma expressão para o espectro harmônico.

Utilizando a relação definida anteriormente em (4.23) pode-se escrever uma expressão para o espectro harmônico do sinal da figura 4.18(d) que representa a contribuição de cada um dos ângulos de co-



Figura 4.18 – Composição das tensões de linha.

mutação  $\gamma_k$ para a tensão de linha. Esta expressão é dada por:

$$\hat{s}_{h}^{ab}(\gamma_{k}) = \frac{1}{\pi h} \left[ \operatorname{sen} \left( h \gamma_{k} - \frac{h \pi}{6} \right) + \operatorname{sen} \left( h \gamma_{k} + \frac{h \pi}{6} \right) \right]$$

$$= \frac{\sqrt{3}}{\pi h} \operatorname{sen} \left( h \gamma_{k} \right) g\left( h \right)$$
(4.43)

sendo:

$$g(h) = \frac{2}{\sqrt{3}} \cos\left(h\frac{\pi}{6}\right). \tag{4.44}$$

A expressão (4.43) é definida apenas para as componentes harmônicas de ordem ímpar, já que as de ordem par são nulas como consequência da simetria.

Resolvendo (4.44) para as componentes harmônicas de ordem ímpar obtêm-se a sequência:

$$g(h = \{1, 3, 5, 7, 9, 11, 13, 15, ...\}) =$$

$$\{+1, 0, -1, -1, 0, +1, +1, 0, ...\}$$
(4.45)

que explicita a anulação das componentes harmônicas de ordem múltiplas de três nas tensões de linha, o que já era esperado devido a imposição da defasagem de  $2\pi/3$  rad entre as tensões de fase. Para as demais componentes harmônicas a função g(h) retorna amplitude unitária, variando apenas o sinal, ou a contribuição de fase da componente harmônica. Assim, g(h) pode ser reescrito como:

$$g(h) = g'(n)$$
,  $h = 2n + 1$  (4.46)

 $\mathbf{e}$ 

$$g'(n) = -(-1)^n \left[ \mod(n,3) - 1 \right]$$
(4.47)

onde mod(n,3) representa o resto da divisão n/3, e  $n \in \mathbb{N}$ ;

A partir de (4.43) e de (4.47) encontra-se a expressão que define o espectro harmônico das tensões de linha:

$$\hat{l}_{h}^{ab}(\boldsymbol{\gamma}) = \sum_{k=1}^{N} \hat{s}_{h}^{ab}(\gamma_{k})$$

$$= \frac{\sqrt{3}}{\pi h} g(h) \sum_{k=1}^{N} \operatorname{sen}(h\gamma_{k})$$
(4.48)

e a partir desta é possível definir uma função objetivo que minimiza a WTHD das tensões de linha, e não das de fase como feito anteriormente:

$$\sigma_{wthd}^{ab}(\gamma) = \sum_{h=3,5...}^{H} \left[ \frac{\hat{l}_{h}^{ab}(\gamma)}{h} \right]^{2}$$

$$= \sum_{\substack{h=2n+1\\n \in \mathbb{N}^{*}}}^{H} \left[ \frac{\sqrt{3}}{\pi h^{2}} g'(n) \sum_{k=1}^{N} \operatorname{sen}(h\gamma_{k}) \right]^{2}$$

$$= \sum_{\substack{h=2n+1\\n \in \mathbb{N}^{*}}}^{H} \frac{3}{\pi^{2}h^{4}} \left[ \operatorname{mod}(n,3) - 1 \right]^{2} \left[ \sum_{k=1}^{N} \operatorname{sen}(h\gamma_{k}) \right]^{2}$$

$$= \sum_{\substack{h=6n\mp 1\\n \in \mathbb{N}^{*}}}^{H} \frac{3}{\pi^{2}h^{4}} \left[ \sum_{k=1}^{N} \operatorname{sen}(h\gamma_{k}) \right]^{2}$$
(4.49)

Com exceção a um coeficiente, que por ser uma constante não interfere no processo de otimização, a função (4.49), utilizada como função objetivo para otimizar as tensões de linha, é idêntica a (4.25) que foi encontrada anteriormente para otimizar as tensões de fase. Com isto, demonstra-se que otimizar as tensões de fase, omitindo as componentes harmônicas de sequência zero, equivale a otimizar diretamente as tensões de linha, validando assim o equacionamento desenvolvido neste capítulo.

### 4.7 Conclusões

Neste capítulo apresentou-se uma generalização da modelagem do problema de otimização dos ângulos de comutação que não utiliza o conceito de padrões de comutação e, em que a escolha destes fica implícita pelos ângulos de comutação e seus sinais, obtidos como solução do problema de otimização.

Demonstrou-se que esta modelagem leva a resultados equivalentes aos convencionalmente encontrados quando se resolve o problema de otimização várias vezes, de forma individual para todos os padrões de comutação possíveis mas que isso traz benefícios importantes para a solução numérica do problema de otimização. Juntamente com esta abordagem, apresentou-se em detalhes a formulação do problema de otimização, bem como a técnica de penalização de descontinuidades adotada, a qual permite uma redução de descontinuidades das componentes harmônicas das tensões de saída resultantes.

A abordagem aqui proposta visa primeiramente otimizar a forma da tensão de saída do inversor, e não se preocupa como esta será obtida, em uma abordagem similar à utilizada em esquemas de modulação vetorial (SVM – Space Vector Modulation). A tradução dos ângulos de comutação  $\gamma$  (que definem completamente a tensão de saída do inversor) para sinais de comutação para todos os interruptores da estrutura de potência, bem como possíveis necessidades de balanços internos da estrutura, são particulares de cada estrutura e serão abordados no capítulo seguinte que também apresenta uma adequação da modulação síncrona otimizada para operação em frequência variável, para o acionamento de máquinas elétricas.

## 5 Modulação Síncrona Otimizada Aplicada ao Conversor HNPC para Acionamento de Máquinas Elétricas

No capítulo 4 apresentou-se uma abordagem genérica da técnica de otimização da modulação para conversores multiníveis, sem que características e necessidades específicas da estrutura de potência e aplicação fossem levadas em consideração. Neste capítulo serão apresentados os detalhes necessários para a implementação da modulação síncrona otimizada tomando por exemplo o conversor HNPC (NPC Hbridge) operando como inversor para acionamento de um motor em frequência variável. Aqui será utilizada a estrutura de potência HNPC como exemplo, porém, muitos dos conceitos apresentados são comuns às demais topologias de conversores multiníveis, necessitando apenas de adaptações às particularidades de cada estrutura.

O processo de otimização descrito no capítulo anterior define quais as tensões de fase e de linha ótimas que devem ser impostas na saída do inversor, contudo, não apresenta como estas tensões podem ser sintetizadas por um conversor multinível. Aqui serão descritos os métodos utilizados para geração dos pulsos de comando de cada um dos interruptores da estrutura de potência, contemplando os balanços internos necessários para a operação adequada do inversor, a compensação de tempo morto, além da estratégia utilizada para o controle de velocidade do motor, bem como o impacto desta na implementação do modulador síncrono otimizado.

A estrutura de potência do conversor HNPC, ilustrando as principais variáveis e identificando os interruptores para referência futura ao longo do texto, é reapresentada na figura 5.1. As fases b e c desta estrutura de potência são idênticas as da fase a, e por isso são suprimidas nesta figura. Considera-se que o inversor é alimentado por um retificador de 12 pulsos.



Figura 5.1 – Estrutura de potência do conversor HNPC alimentando um motor trifásico. Omitem-se aqui eventuais circuitos auxiliares para o equilíbrio das tensões de barramento CC durante a partida do retificador, de proteção contra corrente de *inrush* e proteção contra regeneração de energia da máquina.

### 5.1 Geração dos Sinais de Comando e Balanceamento dos Barramentos CC

O resultado da otimização é um conjunto de ângulos de comutação  $\gamma$  para cada valor de índice de modulação M, sendo que estes valores são previamente calculados e armazenados na forma de uma tabela. Este conjunto de ângulos de comutação contém a informação do instante em que as tensões de fase devem mudar de nível, e qual o sentido desta mudança, para cada valor de índice de modulação.

Durante a operação do conversor, esta tabela deve ser traduzida de um conjunto de N ângulos para os sinais instantâneos que comandam cada um dos 24 interruptores controlados da estrutura de potência da figura 5.1. Esta seção é dedicada a detalhar este processo.

Inicialmente impõe-se que as tensões das três fases possuem a mesma forma e que estão defasadas de  $2\pi/3$  rad entre si. Sendo assim, durante a operação do conversor, pode-se apenas alterar duas variáveis, que são: a frequência/fase da tensão de saída e o índice de modulação M pelo qual controla-se a amplitude das componentes fundamentais das tensões aplicadas à máquina.

Durante a operação do conversor, a fim de gerar os pulsos de comando individual de todos os interruptores, deve-se inicialmente recompor o sinal l que representa a tensão de uma das fases. Para tal necessita-se da geração de um sinal com o valor instantâneo da fase ( $\theta$ ) da componente fundamental da tensão que se deseja sintetizar. Este pode ser obtido através da integração da frequência fundamental desejada  $f_1$  que, por razões práticas de implementação numérica, é confinado à valores de  $-\pi$  a  $+\pi$  rad. Este sinal, que é utilizado como referência para todo o processo de modulação, é apresentado na figura 5.2 para uma frequência fundamental  $f_1 = 74$  Hz.

A tabela de modulação contém, para cada valor de índice de modulação M, um conjunto de N ângulos de comutação que representam as comutações que ocorrem em 1/4 do período da fundamental, correspondente às regiões destacadas na figura 5.2, sendo que as comutações restantes são geradas por relações de simetria.

O sinal l, que representa a forma da tensão da fase a, é reconstituído instantaneamente através da comparação do módulo dos ângulos de comutação  $\gamma_k$  com o valor instantâneo de  $\theta$ . Os N sinais de compa138



Figura 5.2 – Sinal da fase da componente fundamental da tensão.

ração resultantes dos N ângulos de comutação, multiplicados pelos seus respectivos sentidos, são somados para compor l instantaneamente. A figura 5.3 apresenta a lógica para a reconstituição de l a partir de  $\theta$  e de  $\gamma$ , já incluindo as relações de simetria para operação em todo o intervalo  $\theta \in [-\pi, +\pi]$ . Os sinais representando as tensões das demais fases são gerados da mesma forma, apenas defasando-se o sinal  $\theta$  em  $+2\pi/3$  e  $-2\pi/3$ .



Figura 5.3 – Lógica para reconstituição instantânea do sinal l a partir do índice de modulação desejado, da fase instantânea da componente fundamental da tensão e o índice de modulação desejado.

O sinal l ainda não é o sinal aplicado aos interruptores. Ele contém apenas a informação do nível instantâneo que deve ser aplicado pela fase a. No capítulo 2 apresentou-se a relação entre o estado de comutação de cada interruptor com as tensões de fase impostas na saída do conversor. Esta relação é reapresentada aqui através da tabela 6.

Devido aos estados de comutação redundantes, a geração dos sinais de comando dos 8 interruptores de uma fase não pode ser feita diretamente através do sinal l e da relação apresentada na tabela 6. De

#	$s_{zeq}$	$s_{yeq}$	$s_{1z}$	$s_{4z}$	$s_{1y}$	$s_{4y}$	$v_{yz}$	$i_p$	$i_n$	$i_0$
$E_4$	p	p	1	0	1	0		0	0	0
$E_6$	n	n	0	1	0	1	0	0	0	0
$E_5$	0	0	0	0	0	0		0	0	0
$E_2$	0	n	0	0	0	1	+F	0	$+i_y$	$+i_y$
$E_3$	p	0	1	0	0	0	$\pm L$	$+i_y$	0	$-i_y$
$E_7$	0	p	0	0	1	0	F	$-i_y$	0	$+i_y$
$E_8$	n	0	0	1	0	0	-L	0	$-i_y$	$-i_y$
$E_1$	p	n	1	0	0	1	+2E	$+i_y$	$+i_y$	0
$E_9$	n	p	0	1	1	0	-2E	$-i_y$	$-i_y$	0

Tabela 6 – Estados de comutação para uma fase do conversor HNPC.

fato, estas redundâncias são essenciais para balancear o ponto central dos barramento CC sem afetar as tensões impostas ao motor.

Como cada um dos três barramentos CC do conversor HNPC apresentado na figura 5.1 é alimentado por um retificador 12 pulsos sem conexão do ponto central, o balanço de tensão das duas parcelas de cada barramento deve ser garantida via modulação. Neste conversor em específico, apenas as redundâncias intra-fase interferem no balanço das tensões dos barramentos, já que cada fase possui seu próprio barramento. Cabe ressaltar que as redundâncias inter-fase podem apresentar níveis de tensão de fase distintos para a mesma tensão de linha (mesmo vetor), o que pode interferir na quantidade de vezes que os níveis  $\pm 1$ são utilizados.

Apenas os estados de comutação que injetam corrente no ponto central, ou seja, estados em que  $i_0 \neq 0$ , podem afetar este balanço. Assim, nota-se da tabela 6 que apenas quando a tensão da fase é de +E ou de -E o balanço é afetado e que, em ambos os casos, têm-se dois estados de comutação redundantes que afetam este equilíbrio em sentidos opostos, possibilitando assim o uso destas redundâncias para o controle do balanço das tensões entre as parcelas positiva e negativa do barramento CC de cada fase.

O gráfico da figura 5.4 mostra as redundâncias dos estados de comutação ao longo de  $\theta$ , para um exemplo de tensão de fase, e destaca os níveis que afetam o balanço das tensões do barramento e as oportunidades de restabelecer este balanço através dos estados redundantes.

Medindo adequadamente o desbalanço de tensão dos barramentos de cada fase, além do sentido das correntes de carga, pode-se escolher qual dos estados de comutação redundantes tende a restaurar o equilíbrio do barramento. Por se tratar de uma redundância, esta escolha do estado de comutação não interfere nas tensões de fase e/ou de linha, sendo que estas mantêm suas formas obtidas com o processo de otimização. Este é o mesmo método de balanceamento comumente utilizado na modulação SVM.

A figura 5.5 apresenta um diagrama das redundâncias apresentadas na tabela 6, como cada uma delas afeta o balanço das tensões das duas porções do barramento CC, além de enfatizar quais são as comutações adjacentes, que garantem que apenas um nível da tensão de saída seja comutado por vez, através da comutação de apenas um par de interruptores para isso. Desta figura pode-se verificar que as decisões de qual das redundâncias podem ser utilizadas para balancear as tensões do barramento podem ser feitas no instante em que a tensão de fase passa de l=-2 para l=-1, de l=+2 para l=+1, ou de l=0para  $l=\pm 1$  desde que o estado  $E_5$  seja utilizado para sintetizar o nível zero de tensão de fase.

Assim, o modulador completo consiste na reconstrução do sinal l a partir dos ângulos de comutação  $\gamma$  para um dado índice de modulação M e do valor instantâneo da fase da fundamental  $\theta$ . A partir deste sinal l, que define o nível instantâneo da tensão de fase, da corrente que está sendo processada pela fase e do sinal da diferença das tensões da parcela positiva e negativa do barramento CC, escolhe-se um estado que seja adjacente ao estado anterior à última comutação e que,



Figura 5.4 – Meio ciclo de uma tensão hipotética de uma fase com seus possíveis estados de comutação, destacando os que afetam o balanço do barramento CC.
se possível, tenda a compensar o desequilíbrio das tensões  $v_{p0} e v_{0n}$ , conforme diagrama da figura 5.5 e da tabela 6. Um diagrama completo da modulação é apresentado na figura 5.6.

### 5.2 Compensação do Tempo Morto

No conversor HNPC, e na maioria dos inversores de tensão comutados, cada mudança de nível da tensão de fase para um nível adjacente é obtida com a comutação (troca de estado) de dois interruptores, um que é bloqueado e outro que é habilitado a conduzir.

Em interruptores reais, o bloqueio não ocorre instantaneamente e se faz necessário introduzir um atraso entre o sinal que desliga um dos interruptores e o que liga o próximo, de modo a evitar curto-circuitos de braço. Assim, introduz-se um atraso nos sinais de comando gerados pelo modulador no momento em que ocorre uma transição de zero para um, ou seja, no ligamento de um interruptor (turn-on). Nas transições de um para zero, ou seja, no bloqueio de um interruptor (turn-off) esse atraso não é introduzido, de forma a criar um período  $T_d$ , denominado tempo morto, entre o ligamento de um interruptor e o desligamento de outro, evitando que um interruptor entre em condução enquanto outro, que pudesse causar um curto de braço, ainda não bloqueou completamente. Destaca-se que nem sempre o tempo morto é implementado como um atraso na borda de subida como exposto anteriormente, sendo



Figura 5.5 – Diagrama dos possíveis estados de uma fase e como cada um destes afeta o balanço de tensões.



Figura 5.6 – Esquema de implementação em blocos da modulação OPP.

que este pode ser introduzido através de um adiantamento na borda de descida, ou ainda um misto entre um adiantamento da descida e atraso na de subida. Com isso compensa-se apenas a fase da fundamental, mas não a distorção em si, e o problema é essencialmente o mesmo.

Durante o tempo morto o nível de tensão da fase não é controlado e fica definido pelo caminho que a corrente encontra através dos diodos da estrutura. Isso resulta basicamente em dois tipos de comutação: um primeiro, denominado comutação instantânea, em que a tensão da fase muda do nível anterior à comutação para o próximo nível no momento em que o interruptor é bloqueado, ou seja, no instante que o modulador define uma mudança de nível; o segundo tipo de comutação, denominada atrasada, ocorre apenas quando o interruptor que será ligado for acionado, ou seja, após o período e tempo morto e portanto atrasada com relação ao instante em que o modulador sinalizou uma mudança de nível.

Essa diferença entre a tensão idealizada pelo modulador e a tensão real, na qual algumas das comutações são atrasadas e outras não, resultam numa distorção da tensão imposta pelo conversor, o que pode resultar em distorções adicionais nas correntes da carga.

Para interruptores de média tensão, comumente utilizados na topologia HNPC em aplicações de alta potência, estes tempos de comutação dos interruptores são bastante longos, e o tempo morto também deve ser elevado, na ordem de 10  $\mu$ s, de modo que uma estratégia que compense essa discrepância entre o sinal real e o ideal é desejada.

O problema causado pelo tempo morto deve-se ao fato que algumas das comutações são atrasadas, mas outras não. Idealmente desejase que todas as comutações sejam instantâneas, mas, se ao invés disso todas forem atrasadas pelo mesmo período, então a tensão de saída não sofre nenhuma distorção harmônica, mas apenas um deslocamento de fase que pode ser compensado pelo deslocamento temporal da fase da fundamental  $\theta$ .

Uma possibilidade para a compensação do tempo morto é prever para cada comutação se ela será do tipo instantânea ou do tipo atrasada. Se ela for do tipo atrasada nada é feito, porém, se ela for do tipo instantânea, então um novo atraso de período igual ao tempo morto é introduzido ao sinal de desligamento do interruptor, forçando que a comutação ocorra também atrasada com relação à comutação ideal definida pelo modulador. Ressalta-se que nesta compensação deve-se introduzir um atraso de duas vezes o intervalo de tempo morto no sinal de ligamento do outro interruptor, já que o sinal de desligamento também foi atrasado e necessita-se manter o tempo em que os dois interruptores que participam da comutação estejam simultaneamente bloqueados.

Através do estado anterior ao da comutação, do estado que será imposto após a comutação, e do sentido da corrente que circula por cada fase, pode-se prever qual será o nível que a tensão de uma fase assumirá durante o tempo morto. A figura 5.7(a) apresenta esta análise para a comutação do estado  $E_2$  par o estado  $E_1$  enquanto 5.7(b) considera a comutação do estado  $E_1$  para  $E_2$ , ambas com corrente de fase positiva (da esquerda para a direita). Nestas figuras os interruptores comandados são representados por interruptores ideais, e os diodos em condução são representados preenchidos em preto.



Figura 5.7 – Tipos de comutação com relação ao tempo morto.

A comutação  $E_2 \to E_1$ , apresentada na figura 5.7(a), que alterna a tensão de fase de l=+1 para l=+2, ocorre através do bloqueio de  $S_3$ 

e subsequente, após o intervalo de tempo morto, habilitação de  $S_1$ . No instante do bloqueio de  $S_3$ , a corrente da fase encontra caminho através dos diodos em antiparalelo com  $S_1$  e  $S_2$ , realizando a comutação da tensão de saída de l=+1 para l=+2 antes mesmo de  $S_1$  ser habilitado a conduzir. Este é um exemplo do tipo de comutação que denominamos comutação instantânea. Caso o sentido da corrente estivesse invertido no instante do bloqueio de  $S_3$  nada aconteceria já que neste caso seu diodo em antiparalelo estaria conduzindo e a comutação da tensão de saída só ocorreria depois do tempo morto, no instante em que  $S_1$  seria habilitado, caracterizando uma comutação atrasada. Um exemplo de comutação atrasada é apresentado na figura 5.7(b). Efetuando esta análise para todas as comutações possíveis obtém-se a figura 5.8 que identifica as comutações do tipo instantâneas e atrasadas para corrente de fase positiva. A inversão do sentido da corrente da fase inverte o tipo de comutação de atrasada pra instantânea e vice versa.



Figura 5.8 – Tipo de comutação para cada transição de estados.

Na figura 5.9 é apresentada a estratégia de compensação de tempo morto encontrada para operação com a modulação síncrona otimizada. Na estratégia discutida são computados dois moduladores como o apresentado na figura 5.3 (blocos denominados "mod OPP" na figura 5.9), sendo que para um deles, a fase da fundamental é adiantada em um ângulo  $\Delta_{dt}$  que equivale em tempo ao período de tempo morto. A saída deste modulador cuja fase está adiantada é monitorada, e em cada mudança de estado verifica-se se a comutação será do tipo atrasada ou imediata. Se for atrasada então o sinal de estado gerado pelo modulador de fase adiantada é repassado para o circuito de potên-

cia, senão, aguarda-se até o outro modulador, com fase  $\theta$ , gerar uma mudança de estado e os respectivos sinais de comando para sintetizar este estado são então transmitidos para os circuitos de potência, compensando assim a distorção causada pela inserção de tempo morto, ou parte dela.



Figura 5.9 – Estratégia de compensação de tempo morto.

## 5.3 Modulação Síncrona Otimizada em Operações de Frequência Variável

Grande parcela dos conversores CC-CA, sobretudo em média tensão e alta potência, onde os conversores multiníveis são utilizados, destina-se ao acionamentos de máquinas elétricas. Em geral deseja-se que seja possível variar a velocidade de rotação da máquina a partir do controle adequado do conversor responsável por sua alimentação. Além disso, este controle de velocidade traz muitas vantagens para a partida do motor, que do contrário ocasionaria picos elevados de corrente, torque no eixo e afundamentos de tensão da instalação elétrica.

Independentemente da técnica adotada para o controle de velocidade da máquina, exige-se do inversor que este opere em uma ampla faixa de frequência e de tensão de saída. Essa exigência fica clara no controle em malha aberta do tipo V/f constante.

Neste tipo de controle, com o intuito de manter o fluxo da máquina contante em seu valor nominal, a relação entre a tensão imposta na saída do inversor e a frequência fundamental desta tensão é mantida constante, sendo a frequência a única variável independente, utilizada para o controle da velocidade da máquina. Sendo assim, se deseja-se partir o motor do repouso até sua velocidade nominal, tanto a frequência como a tensão impostas pelo conversor devem excursionar de zero (ou de um valor muito baixo) até seu valor nominal.

No capítulo anterior demonstrou-se que é possível calcular os ângulos de comutação ótimos para uma ampla faixa de índices de modulação, sendo que esta ampla excursão de tensão na saída do conversor não implica em dificuldades adicionais para a utilização da modulação síncrona otimizada. Porém, por ser uma modulação síncrona, na qual se impõe um número de comutações fixo da tensão dentro do período de um ciclo da fundamental, a ampla faixa de operação de frequência necessária para o acionamento do motor pode ser um problema e necessita de um tratamento especial.

Em esquemas de modulação convencionais geralmente se impõem uma frequência de comutação constante. Embora esta frequência de comutação constante limite as liberdades do modulador, além da grande simplicidade, ela é muito útil em aplicações como esta, na qual desejase uma ampla faixa de variação da frequência fundamental ao mesmo tempo que se mantem a ondulação de corrente limitada.

Manter o número de comutações por ciclo, ou N, constante implica em baixar a frequência de comutação quando se reduz a frequência da fundamental da tensão de saída para reduzir a velocidade da máquina. Considerando que as indutâncias da máquina para frequências mais altas é constante, ou pelo menos que não varia muito, a redução da frequência fundamental e consequente redução da frequência de comutação podem levar a ondulações de corrente impraticáveis. Além disso, o intuito de limitar o número de comutações dos interruptores do inversor em um ciclo da fundamental é feito apenas para limitar as perdas de comutação dos interruptores. Assim, em baixas frequências da tensão de saída este número de comutações por ciclo poderia ser aumentado sem prejuízo ao conversor, já que, mesmo assim, poderse-ia limitar a frequência de comutação absoluta dos interruptores ao mesmo tempo que se limita a ondulação das correntes da carga para frequências baixas.

Tendo em vista o cenário exposto acima, busca-se uma estratégia para operar com modulação síncrona otimizada ao mesmo tempo que se mantem frequência de comutação constante. Contudo, operar com frequência de comutação fixa e com frequência da fundamental de tensão de saída contínua (no sentido de não discreta) requer que o número de comutações N seja não inteiro, o que não é compatível com a formulação do problema de otimização, uma vez que ela se baseia numa frequência mínima igual à fundamental, configurando um esquema de modulação síncrona. Embora uma frequência de comutação constante não seja possível, pode-se pelo menos operar com N variável, porém inteiro, de forma a manter a frequência de comutação dentro de uma certa faixa.

Em [1,2,77] é apresentado um esquema de mudança de número de comutações (N variável), para variação da frequência fundamental da tensão de saída  $f_1$ , de modo a limitar a frequência de comutação máxima  $f_{sw}^{max}$ . Fazendo o número de comutações N variar conforme expressão (5.1), obtêm-se a limitação da frequência de comutação dos interruptores:

$$N = \text{floor}\left[\frac{(L-1)}{2}\frac{f_{sw}^{max}}{f_1}\right]$$
(5.1)

sendo que a função "floor" retorna o valor de seu argumento truncado para um inteiro e  $f_{sw}^{max}$  é a frequência máxima de comutação de cada interruptor para uma estrutura de L níveis de tensão de fase operando com frequência fundamental da tensão de saída  $f_1$ .

A figura 5.10 apresenta o comportamento da frequência de comutação dos interruptores  $f_{sw}$  em função da frequência fundamental da tensão de saída  $f_1$  quando se varia N de acordo com (5.1). Notase que, quando a frequência fundamental  $f_1$  tende a zero, o número de comutações tende a infinito, e mesmo para valores de frequência  $f_1$  baixos, N deve ser muito elevado. Ainda [1, 2] sugere que, para frequências baixas, utilize-se outras técnicas de modulação não síncronas, como SVM ou técnicas baseadas em portadora, e que a modulação síncrona otimizada seja utilizada apenas posteriormente, a partir de um valor predeterminado de frequência fundamental. Em outras palavras, parte-se o motor com uma técnica de modulação convencional e a partir de uma determinada velocidade a modulação do conversor é alternada para um esquema de modulação síncrono, evitando assim os problemas da modulação síncrona para baixas frequências, onde as modulações convencionais são adequadas, e usufruindo de seus benefícios em frequências mais elevadas.

O número de comutações mínimo para um quarto do período da fundamental  $(N^{min})$  depende da relação entre a frequência de co-



Figura 5.10 – Variação da frequência de comutação dos interruptores com a variação da frequência fundamental da tensão de saída.

mutação máxima e da frequência máxima da fundamental, e pode ser calculado por:

$$N^{min} = \text{floor}\left[\frac{(L-1)}{2}\frac{f_{sw}^{max}}{f_1^{max}}\right]$$
(5.2)

e, consequentemente, a frequência de comutação mínima é dada por:

$$f_{sw}^{min} = \left(1 - \frac{1}{N^{min}}\right) f_{sw}^{max} \tag{5.3}$$

Ressalta-se ainda que para o conversor HNPC a frequência de comutação de cada interruptor da estrutura de potência é dada por:

$$f_{sw} = \frac{N}{2}f_1. \tag{5.4}$$

Para aplicar esta técnica de número de comutações N variável é necessário resolver o problema de otimização várias vezes, desde  $N = N^{min}$  até  $N = N^{max}$ . Porém, como adotou-se um esquema de controle de velocidade do tipo V/f, necessita-se resolver o problema de modulação para cada valor de N apenas para uma faixa limitada de índices de modulação M. Nas transições de N não é possível se obter sempre ângulos contínuos, como deseja-se. Nestas transições abandonase a penalização de descontinuidades, apresentada no capítulo anterior, e no seu lugar inclui-se uma restrição para garantir que as componentes harmônicas de baixa ordem (5ª e 7ª) sejam contínuas durante as transições. Vale ressaltar que garantir continuidade em todo o espectro requer continuidade de todos os ângulos de comutação, portanto, é necessário abrir mão da continuidade das componentes harmônicas de ordem mais elevada durante as transições. Opta-se pela continuidade das componentes harmônicas de mais baixa ordem para não perturbar o sistema em baixas frequências, em uma região do espectro que teria capacidade de levar a perturbações mecânicas mais relevantes.

A figura 5.11 apresenta o resultado do problema de otimização para uma operação em V/f variando o índice de modulação no intervalo 0,35 < M < 1,15, e variando o número de comutações de  $N=18,17,\ldots,5$ .



Figura 5.11 – Ângulos otimizados variando o número de comutações  $N=18,17,\ldots 5$  para o intervalo de índices de modulação 0,35 < M < 1,15.

O conceito introduzido no capítulo anterior de decomposição da tensão de fase em N sinais centrados na origem com apenas uma comutação cada, do qual foi derivado tanto o problema de otimização como a lógica para reconstituição instantânea do sinal l e geração dos pulsos de comando, mostra-se útil também para a operação com N variável, uma vez que o número de comutações pode ser alterado apenas anulando-se os ângulos de comutação, sem necessitar de uma reconfiguração dinâmica do modulador.

Nota-se da figura 5.11 que, para  $N < N^{max},$ são anulados  $N^{max}-N$ ângulos de comutação, ou seja:

$$\gamma_j = 0 \qquad , j > N \tag{5.5}$$

sendo que  $j = 1, 2, ..., N^{max}$ , e, para j < N, os ângulos  $\gamma_j$  são valores não nulos obtidos diretamente da otimização.

Assim, a tabela representada pelo gráfico da figura 5.11 pode ser diretamente aplicada ao modulador apresentado na figura 5.6. Sendo este modulador capaz de decodificar uma tabela de  $N^{max}$  ângulos de comutação, consequentemente ele será capaz de operar com qualquer valor de  $N < N^{max}$  sem necessitar de reconfiguração, seja para mudanças de valor de N ou para mudança do padrão de comutação.

### 5.4 Resultados de Simulações

O objetivo desta seção é apresentar os ganhos obtidos com a modulação síncrona otimizada quando comparada com as modulações convencionais, em cenários nos quais o inversor deve ser comandado com baixa frequência de comutação, que geralmente é o caso em acionamento de máquinas de grande porte. Pretende-se ainda demonstrar a operação do inversor com modulação síncrona otimizada com N variável.

Estas comparações serão baseadas em simulações numéricas do sistema retificador-inversor-motor executadas via SimPowerSystems<sup>TM</sup> no MATLAB<sup>®</sup> Simulink<sup>®</sup>.

Como estágio de potência utilizou-se o inversor HNPC alimentado por um retificador passivo de 12 pulsos, apresentado no início deste capítulo em detalhes pela figura 5.1, onde C = 6 mF,  $L_s = 1,6 \text{ mH}$ , sendo  $L_s$  a indutância de dispersão de cada um dos secundários do transformador, e as tensões do secundário possuem amplitudes de  $V_{s,ll} = 2,2 \text{ kV}$ de tensões eficazes de linha, o que resulta em tensões e barramento de  $E \approx v_{v0} \approx v_{0n} \approx 2,9 \text{ kV}.$ 

O inversor alimenta um motor de indução de 1,93 MW de potência de eixo e 6,6 kV de tensão eficaz de linha. O modelo matemático utilizado para este motor é o encontrado na biblioteca SimPowerSystems<sup>TM</sup>, que implementa numericamente a modelagem dinâmica de um motor de indução de gaiola apresentada em [84]. Os parâmetros nominais deste motor nominais são apresentados na tabela 7.

Para simulação da carga mecânica conectada ao eixo do motor utilizou-se um modelo no qual o torque aumenta proporcionalmente com o quadrado da velocidade, idealizando o comportamento de uma

Parâmetro	Valor	Unidade	Descritivo
$P_n$	2	MW	potência nominal
$V_{n,ef}$	$^{6,6}$	kV	tensão de linha eficaz nominal
$I_{n,ef}$	238	A	corrente eficaz nominal
$f_n$	74	Hz	frequência nominal
p	2	_	número de pólos

Tabela 7 – Parâmetros do motor de indução utilizado nas simulações.

bomba, compressor ou ventilador. A expressão para a simulação da carga é dada por:

$$T_m = k_m w_m^2 \tag{5.6}$$

onde  $T_m$  (em N·m) é o torque imposto ao motor, e é uma das variáveis de entrada do modelo da máquina,  $k_m = 0,0196$  [N·m·s<sup>2</sup>/rad<sup>2</sup>] é o coeficiente, calculado de modo a levar a máquina ao torque nominal na velocidade nominal, e  $w_r$  (em rad/s) a velocidade angular do eixo, que é uma das variáveis de saída do modelo da máquina.

Simulou-se inicialmente o conversor HNPC com a modulação síncrona otimizada com uma frequência de comutação relativamente alta, com N = 13 para o motor na velocidade nominal, com  $f_1 = 74$  Hz, com índice de modulação M = 0.93 que, com tensões em cada parcela do barramento de aproximadamente E = 2.9 kV, resulta em uma componente fundamental de tensão de linha de aproximadamente 6,6 kV eficaz. Para comparação, simulou-se também este mesmo conversor operando com as modulações SVM e mIPD3, ambas com frequência de comutação constantes conforme apresentadas no capítulo 2, sendo que as frequências de portadora e amostragem foram escolhidas de forma a obter a mesma frequência de comutação dos interruptores obtida com a modulação OPP com N = 13, ou seja,  $f_c = f_s = 1,776$  kHz e  $f_{sw} = 481$  Hz, sendo  $f_c$  a frequência da portadora para a modulação mIPD,  $f_s$  a frequência de amostragem da modulação SVM e  $f_{sw}$  a frequência de comutação de cada interruptor da estrutura.

A modulação mIPD3 consiste na modulação mIPD apresentada no capítulo 2, com injeção de componente de modo comum na moduladora, para um melhor aproveitamento da tensão do barramento CC. A componente de modo comum  $m_{cm}$  adicionada às moduladoras, dada por:

$$m_{cm} = -\frac{1}{2} \left[ \max\left(m_a, m_b, m_c\right) + \min\left(m_a, m_b, m_c\right) \right]$$
(5.7)

As tensões de fase e de linha geradas pelos três esquemas de modulação, mIPD3, SVM e OPP, são apresentadas respectivamente nas figuras 5.12(a), 5.12(b) e 5.12(c). Os valores de THD anotados nestas figuras, e nas seguintes, foram calculados considerando as componentes harmônicas de ordem menor que 50 para um período de regime permanente de 10 ciclos da fundamental, através do módulo power\_fftscope no MATLAB<sup>®</sup>.

Nota-se que, quanto aos valores de THD das tensões de fase, todas as modulações apresentam altos valores de THD uma vez que todas possuem altas componentes harmônicas de modo comum, porém, quanto aos valores de THD das tensões de linha, a modulação síncrona otimizada apresenta melhor desempenho por uma grande margem mesmo não sendo este o índice de desempenho utilizado na otimização.

As THDs das correntes da máquina para esta mesma condição são apresentadas nas figuras 5.13(a), 5.13(b) e 5.13(c), em que todas as componentes fundamentais são de aproximadamente 240 A de valor eficaz, sendo esta a condição de carga nominal do motor. Conforme esperado, a modulação OPP, dentre as três técnicas, é a que apresenta correntes na máquina com menor distorção, com THD de apenas 0,53%, enquanto as modulações SVM e mIPD apresentam respectivamente valores de 1,12% e 2,82%, ou seja, mais de 2 e de 5 vezes maiores respectivamente.

Esta menor distorção das correntes da máquina resultam na sua operação com valores reduzidos de ondulação de torque, como pode ser observado nos gráficos das figuras 5.14(a) 5.14(b) e 5.14(c).

Embora os resultados das simulações apresentados nas figuras 5.12, 5.13 e 5.14 demostrem os ganhos que se pode obter ao se adotar a modulação síncrona otimizada, quando comparadas às modulações convencionais, estes foram alcançados com uma frequência de comutação não tão baixos, de  $f_{sw} = 481$  Hz por interruptor para  $f_1 = 74$  Hz. A grande vantagem da modulação síncrona otimizada é que esta pode operar, e apresenta bons resultados, com frequências de comutação muito baixas, em condições nas quais estas outras técnicas apresentadas não podem operar. A figura 5.15 apresenta os resultados de simulação obtidos com o inversor operando em condições de tensão de



Figura 5.12 – Tensões de fase e de linha obtidas através da simulação do conversor HNPC com M=0.93, N=13, e  $f_1=74$  Hz para os esquemas de modulação (a) mIPD3, (b) SVM e (c) OPP.



Figura 5.13 – Correntes na máquina obtidas através da simulação do conversor HNPC com M=0.93, N=13, e  $f_1=74$  Hz para os esquemas de modulação (a) mIPD3, (b) SVM e (c) OPP.



Figura 5.14 – Valores de torques induzidos na máquina obtidos através da simulação do conversor HNPC com M = 0.93, N = 13, e  $f_1 = 74$  Hz para os esquemas de modulação (a) mIPD, (b) mIPD3, (c) SVM e (d) OPP.

saída e frequência fundamental iguais as anteriores, porém com N=4, ou seja com frequência de comutação de apenas duas vezes a frequência de saída ( $f_{sw} = 148$  Hz). Mesmo com esta baixa frequência de comutação obteve-se correntes com baixa distorção harmônica, com valor de THD de apenas 1,65%.



Figura 5.15 – Tensões e correntes da máquina para M = 0.93, N = 4 e  $f_1 = 74$  Hz.

As figuras 5.16(a) e 5.16(b) apresentam as trajetórias das tensões e correntes da máquina no espaço  $\alpha\beta$  para a operação do inversor com N = 4, sendo que o raio dos círculos na figura 5.16(a) representam os tempos em que cada vetor é amostrado. Ainda na figura 5.16(b) mostra-se a componente fundamental da corrente, evidenciando o quão pequeno é o desvio da corrente real com relação à ideal ao longo de um ciclo.

Para demonstrar a operação do sistema com N variável, simulouse a partida do motor, da velocidade zero até este atingir o regime permanente. Para esta simulação utilizou-se a tabela de ângulos ótimos (para  $N^{min}=4$ ) apresentados através do gráfico da figura 5.17.



Figura 5.16 – Trajetória das (a) tensões e (b) correntes no plano  $\alpha\beta$  para M = 0.93, N = 4 e  $f_1 = 74$  Hz. Os raios dos círculos em (a) são proporcionais ao tempo em que cada vetor é amostrado, sendo o raio maior equivalente a 16 graus elétricos.



Figura 5.17 – Valores de  $\gamma$  utilizados na simulação da partida do motor para  $N = 12 \dots 4$ .

Nas figuras 5.18(a), 5.18(b), 5.18(c) e 5.18(d) apresenta-se respectivamente a velocidade do eixo, o torque induzido, as tensões de linha e as correntes da máquina, durante uma rampa de aceleração. Inicialmente utiliza-se uma modulação mIPD, e a partir de uma determinada velocidade a modulação é comutada para a modulação síncrona otimizada, sendo que esta varia N de 11 até 4, limitando assim a frequência de comutação máxima dos interruptores durante a rampa, quando a frequência fundamental é aumentada. Nota-se que durante as transições de N as perturbação do sistema são bem reduzidas, validando assim a estratégia de geração de ângulos utilizada.

Estas simulações mostram a viabilidade da modulação síncrona otimizada para o conversor multinível HNPC no acionamento de máquinas e que, para operação em baixa frequência de comutação, o uso da modulação otimizada trás ganhos consideráveis na qualidade das correntes da máquina.

### 5.5 Conclusões

Neste capítulo apresentou-se uma estratégia de implementação para possibilitar a utilização de um esquema de modulação síncrona otimizada em um inversor NPC *H-bridge* alimentando um motor. Esta estratégia é necessária pois do problema de otimização obtêm-se apenas informações relacionadas a forma de onda ótima das tensões de saída do inversor, mas não como estas podem ser sintetizadas pela estrutura de potência.

Foram apresentados os detalhes de geração dos pulsos de comando dos interruptores a partir das formas de onda de tensão de fase otimizada, incluindo necessidades específicas da estrutura de potência adotada que exige um balanço das tensões dos barramentos CC. Apresentou-se também o problema de distorções das tensões impostas pelas não idealidades do inversor, decorrentes da inserção de tempo morto nos pulsos de comando dos interruptores, bem como uma estratégia para compensação desta.

Introduziu-se ainda adaptações na estratégia de geração dos ângulos de comutação ótimos para um esquema de controle de velocidade do tipo V/f constante, onde se faz necessário operar com número de comutações por ciclo variável para limitar a ondulação de corrente para baixas frequências de fundamental, ao mesmo tempo que se limita a frequência de comutação dos interruptores de potência para toda a faixa de operação.

As técnicas apresentadas neste capítulo e no anterior definem



Figura 5.18 – Simulação da partida do motor utilizando a modulação OPP com N variável.

completamente o esquema de modulação para minimização da THD das correntes de carga, tendo como aplicação a alimentação de um motor em velocidade variável através de um inversor do tipo HNPC. A técnica de modulação proposta foi aplicada, com sucesso, na simulação de um conversor HNPC acionando um motor de indução trifásico. Através de simulações comparativas do conversor operando com as modulações mIPD, mIPD3 e SVM, mostrou-se que a modulação OPP apresenta resultados superiores para as THDs das correntes do motor, que era o que se desejava minimizar. Demonstrou-se ainda via resultados de simulação que a modulação OPP e sua implementação proposta pode operar em sistemas com velocidade variável e com baixíssima frequência de comutação.

# 6 Modulação Otimizada com Múltiplos Objetivos

No capítulo anterior foi demonstrada a potencialidade da técnica de modulação otimizada para melhorar a qualidade das correntes da máquina num sistema inversor-motor operando com baixa frequência de comutação. Todo o desenvolvimento até aqui teve como objetivo minimizar a THD das correntes da máquina, formando assim um problema de otimização multivariável de objetivo único.

Embora minimizar a THD das correntes da máquina seja provavelmente um desejo em todas as aplicações práticas, ele certamente não é o único. Pode-se destacar aqui, entre outras possibilidades a minimização: da tensão de modo comum, que pode ocasionar correntes de circulação nos mancais da máquina e tem o potencial de deterioração mecânica e do sistema de isolação elétrica da mesma; das correntes nos capacitores do barramento, que interferem diretamente na ondulação das tensões e na vida útil dos capacitores, além de serem fatores determinantes no custo, peso e volume do conversor; ou ainda das perdas nos semicondutores, ou na máquina, ou no sistema conversor-máquina.

Utilizando a formulação apresentada no capítulo 4, pode-se otimizar qualquer um destes aspectos do sistema inversor-motor, desde que, este possa ser quantificado, diretamente ou através de algum índice, por uma função custo dependente dos ângulos de comutação. Ainda, utilizando-se técnicas de otimização multi-objetivos, pode-se ainda otimizar mais de um destes aspectos simultaneamente.

Este capítulo aborda esta técnica, e apresenta a adaptação da formulação da modulação síncrona otimizada e os resultados obtidos

com a minimização simultânea da WTHD das tensões de saída do inversor e dos valores eficazes das correntes dos barramentos CC. Para isto, novamente será utilizado o sistema inversor-motor com a topologia HNPC detalhada no capítulo anterior.

## 6.1 Minimização da Ondulação das Tensões dos Barramentos CC

No capítulo 4 foi formulada a função de custo do problema de otimização para minimização da WHTD. Esta continuará sendo utilizada para o objetivo principal de reduzir a distorção harmônica das correntes da máquina, porém, busca-se uma nova função, também dependente dos ângulos de comutação  $\gamma$ , que represente as correntes que geram ondulações de tensão nos barramentos CC, para que estas possam ser minimizadas como objetivo secundário.

No HNPC cada uma das fases possui seu barramento independente, de forma que a transferência de potência deste barramento para a carga possui as características de um conversor monofásico. Inevitavelmente a modulação de uma tensão predominantemente senoidal com frequência fundamental  $f_1$ , e correntes de carga também senoidais de mesma frequência, resultam em uma parcela de potência oscilante, com uma alta componente alternada no dobro da frequência fundamental. Assim, espera-se que a tensão de cada um dos barramentos apresente ondulações de tensão nesta frequência.

Esta ondulação, no dobro da frequência fundamental, não pode ser plenamente eliminada para operação com correntes de carga senoidais como se deseja, porém, além da dependência da corrente da carga ela também depende dos ângulos de comutação, e busca-se os ângulos de comutação que, além de manter a WTHD em níveis baixos, também reduzam o tanto quanto possível esta oscilação da tensão do barramento CC. Para tal, precisa-se modelar a relação das correntes nos barramentos CC com os ângulos de comutação.

As correntes do barramento bipolar formado pelos dois capacitores de uma fase podem ser decompostas em componentes de modo comum  $(i_{cm})$  e de modo diferencial  $(i_{dm})$ , definidas por:

$$i_{dm} = \frac{i_p - i_n}{2} = -2i_0 \tag{6.1}$$

$$i_{cm} = \frac{i_p + i_n}{2},\tag{6.2}$$

onde  $i_p$  é a corrente instantânea que circula pelo terminal do barramento positivo,  $i_n$  a do barramento negativo e  $i_0$  a corrente injetada no ponto central, conforme apresentado na figura 6.1.



Figura 6.1 – Barramentos do conversor HNPC.

A componente de modo diferencial,  $i_{dm}$ , não interfere diretamente na ondulação de baixa frequência  $(2f_1)$ , e afeta apenas o balanço das tensões da parcela positiva e negativa do barramento bipolar. Como abordado no capítulo anterior, esta é controlada pelos estados de comutação redundantes de modo a manter o equilíbrio das tensões  $v_{p0}$  e  $v_{0n}$ .

A componente de modo comum,  $i_{cm}$ , é efetivamente a corrente que transfere energia do barramento à carga. Seu valor médio deve ser integralmente transferido pelo retificador, e é definido pela potência ativa entregue à carga. A tabela 8 relaciona as correntes de modo comum e diferencial do barramento CC de uma fase para todos os estados de comutação.

Nota-se, na tabela 8, que a corrente de modo comum  $i_{cm}$ , responsável pela ondulação da tensão total do barramento, pode ser calculada diretamente pelo nível da tensão da fase, representado pelo sinal l, e

$s_{zeq}$	$s_{zeq}$	$v_{az}$	l	$i_p$	$i_n$	$i_{dm}$	$i_{cm}$
p	p			0	0	0	0
n	n	0	0	0	0	0	0
0	0			0	0	0	0
0	n	+E	+1	0	$+i_a$	$-i_{a}/2$	$+i_{a}/2$
p	0			$+i_a$	0	$+i_a/2$	
0	p	-E	-1	$-i_a$	0	$-i_{a}/2$	$-i_{a}/2$
n	0			0	$-i_a$	$+i_a/2$	
p	n	+2E	+2	$+i_a$	$+i_a$	0	$+i_a$
n	p	-2E	-2	$-i_a$	$-i_a$	0	$-i_a$

Tabela 8 – Correntes nos barramentos CC do conversor HNPC.

pela corrente instantânea da fase  $i_a$ , e é dada por:

$$i_{cm} = \frac{li_a}{2}.\tag{6.3}$$

Afim de representar a componente de modo comum do barramento de uma das fases por sua série de Fourier, assume-se que as correntes da máquina são puramente senoidais com amplitude  $\hat{I}$  e defasadas das componentes fundamentais das tensões de fase por um ângulo  $\varphi$ , de modo que a corrente da fase *a* pode ser representada por:

$$i_a = \hat{I}\cos(\theta - \varphi). \tag{6.4}$$

A forma da corrente de modo comum e diferencial ao longo de meio ciclo da fundamental, para um exemplo de tensão de saída, é apresentada no gráfico da figura 6.2. A representação em tracejado da componente de modo diferencial refere-se às duas possibilidades de sentido, já que estes são determinados pelos estados de comutação redundantes controlados pelo algoritmo de balanço das tensões  $v_{p0}$  e  $v_{0n}$ .

Para se obter uma representação por série de Fourier generalizada de  $i_{cm}$ , para qualquer número de comutações, pode-se decompor  $i_{cm}$  em N componentes  $i_k$  básicas como a apresentada na figura 6.3, de forma semelhante ao que foi feito com o sinal l no capítulo 4.



Figura 6.2 – Componentes de modo comum e diferencial das correntes do barramento de uma fase.



Figura 6.3 – Decomposição da corrente  $i_{cm}$  em  ${\cal N}$  componentes  $i_k.$ 

Assim,

$$i_{cm} = \sum_{k=1}^{N} i_k,$$
 (6.5)

onde

$$i_k = i_{k,p} + i_{k,n} - i_a. ag{6.6}$$

Calculando os coeficientes da série de Fourier do sinal  $i_k$  em função do ângulo de comutação  $\gamma_k$ , obtêm-se os coeficientes da corrente de modo comum de uma fase, dados por:

$$b_{h} = \frac{\hat{I} \operatorname{sen}(\varphi)}{2\pi} \sum_{k=1}^{N} \left\{ \frac{\operatorname{sen}\left[(h-1)\,\gamma_{k}\right]}{h-1} - \frac{\operatorname{sen}\left[(h+1)\,\gamma_{k}\right]}{h+1} \right\}$$
(6.7)

$$a_{h} = \frac{\hat{I}\cos(\varphi)}{2\pi} \sum_{k=1}^{N} \left\{ \frac{\sin\left[(h-1)\gamma_{k}\right]}{h-1} + \frac{\sin\left[(h+1)\gamma_{k}\right]}{h+1} \right\}$$
(6.8)

$$a_0 = \frac{\hat{I}\cos(\varphi)}{2\pi} \sum_{k=1}^N \operatorname{sen}(\gamma_k) = \frac{M\hat{I}\cos(\varphi)}{8}$$
(6.9)

sendo que (6.7) e (6.8) são válidas apenas para h par, já que todas as componentes harmônicas de ordem ímpar são nulas. A série para reconstituição de  $i_{cm}$  é dada por:

$$i_{cm}(\theta) = a_0 + \sum_{h=2,4...}^{\infty} \left[ a_h \cos(h\theta) + b_h \sin(h\theta) \right].$$
(6.10)

A componente  $a_0$  é a componente média de corrente do barramento CC, e é dependente apenas da potência ativa transferida à carga, de modo que não pode ser reduzida no processo de otimização. Assim, (6.7) e (6.8), que possuem a informação da parcela alternada da corrente/potência do barramento, podem ser utilizadas para minimização da ondulação da tensão total do barramento CC, denominada  $v_{pn}$ .

Sabe-se que a amplitude das componentes harmônicas de  $i_{cm}$  podem ser calculadas por:

$$\hat{i}_{cm,h} = \sqrt{a_h^2 + b_h^2}$$
 (6.11)

Logo, se deseja-se minimizar apenas a componente harmônica de se-

gunda ordem, já que esta é dominante na ondulação da tensão do barramento CC, pode-se então adotar como função objetivo:

$$\sigma_{icm2} = a_2^2 + b_2^2, \tag{6.12}$$

sendo  $b_2 \in a_2$  definidos respectivamente por (6.7) e (6.8).

Cabe salientar que devido às características monofásicas dos barramentos do HNPC,  $\hat{i}_{cm,2}$  não pode ser zerada para o conversor operando com tensões e correntes senoidais. Por exemplo, uma modelagem idealizada do conversor seria a de uma fonte de tensão alternada com:

$$v(\theta) = \hat{V}\cos(\theta) \tag{6.13}$$

alimentando uma carga com corrente:

$$i(\theta) = \hat{I}\cos(\theta - \varphi). \tag{6.14}$$

A potência instantânea desta fonte monofásica idealizada é dada por:

$$p(\theta) = \hat{I}\hat{V}\cos(\theta - \varphi)\cos(\theta) = P + P\sin(2\theta)$$
(6.15)

sendo P a potência média em um período, calculada por:

$$P = \frac{\hat{I}\hat{V}\cos(\varphi)}{2}.$$
(6.16)

Disto, e considerando ainda que a tensão do barramento é constante, conclui-se que a minimização de  $\hat{i}_{cm,2}$  possui um limite intransponível dado pela corrente média do barramento, ou seja:

$$\hat{i}_{cm,2} \ge a_0 \tag{6.17}$$

Embora conhecer este limite não seja particularmente importante para o processo de otimização dos ângulos de comutação, com ele pode-se verificar quão perto do resultado ideal o conversor está operando, além dele ser uma boa estimativa para o projeto dos valores de capacitâncias do barramento CC, para um critério de máxima ondulação de tensão.

### 6.2 Formulação do Problema de Otimização Multi-Objetivos

No caso da modulação, onde se tem apenas a liberdade de escolha dos ângulos de comutação, a otimização individual de objetivos distintos, tais como minimização da THD e da ondulação das tensões dos barramentos CC, por exemplo, muito provavelmente resultariam em soluções distintas, de modo que, no processo de otimização, a partir de certo ponto, a diminuição de uma das funções objetivo resulta no aumento da outra. Neste caso, diz-se que os objetivos são conflitantes, e não se pode obter uma solução que leve à minimização simultânea dos dois objetivos. Diversas estratégias podem ser usadas para a tomada de decisão de priorização dos objetivos. Uma das mais simples, é a da soma ponderada. Nesta técnica cada função objetivo é multiplicada por coeficiente com o qual se controla o grau de importância que se deseja atribuir a cada objetivo. A função de custo é dada pela soma destas funções individuais ponderadas pelo seu respectivo coeficiente.

Para o problema aqui proposto, onde deseja-se minimizar simultaneamente a WTHD e a componente de segunda ordem da corrente no barramento CC, pode-se reformular a função de custo do problema de otimização como:

$$\sigma = \sigma_{wthd} + \beta \sigma_{icm2} \tag{6.18}$$

onde  $\beta$  é o coeficiente com o qual se adapta a amplitude das respostas das funções e se prioriza os objetivos. As funções  $\sigma_{wthd}$  e  $\sigma_{icm2}$  são as funções custo dos dois objetivos, desenvolvidas respectivamente no capítulo 4 e na seção anterior, e são reescritas aqui:

$$\sigma_{wthd}(\boldsymbol{\gamma}) = \sum_{\substack{h=6n\mp 1\\n\in\mathbb{N}^*}}^{H} \left[ \frac{2}{\pi h^2} \sum_{k=1}^{N} \operatorname{sen}(h\gamma_k) \right]^2$$
(6.19)

$$\sigma_{icm2}(\boldsymbol{\gamma}, \varphi) = \left\{ \frac{\operatorname{sen}(\varphi)}{2\pi} \sum_{k=1}^{N} \left[ \operatorname{sen}(\gamma_k) - \frac{1}{3} \operatorname{sen}(3\gamma_k) \right] \right\}^2 + \left\{ \frac{\cos(\varphi)}{2\pi} \sum_{k=1}^{N} \left[ \operatorname{sen}(\gamma_k) + \frac{1}{3} \operatorname{sen}(3\gamma_k) \right] \right\}^2.$$
(6.20)

Nota-se de (6.20) que, além da dependência por  $\gamma$ ,  $\sigma_{icm2}$  tam-

bém é dependente de  $\varphi$ , que é o ângulo de defasagem das correntes da máquina com relação à fundamental das tensões impostas pelo inversor.

Como se sabe, um motor varia seu fator de deslocamento dependendo de sua velocidade e condições de carga. Logo, esta otimização é depende das condições da carga. Para resolver esta dependência, podese pensar em modular o inversor com uma tabela tridimensional, que define os valores de  $\gamma$  para todo o plano  $\{M,\varphi\}$ . Outra possibilidade é a de realizar a otimização para um ponto crítico, com carga total por exemplo. Neste caso, quando o conversor não estiver operando a plena carga os ângulos não estarão tão otimizados quanto se poderia para a redução da corrente do barramento. Porém, devido à redução de carga, as correntes em valores absolutos serão reduzidas e as ondulações de tensão serão menores.

Neste trabalho adotou-se a estratégia de otimizar os ângulos de comutação para um ponto de operação fixo, na condição de operação nominal da máquina.

Na próxima seção serão apresentados os resultados de simulação obtidos com a otimização multi-objetivos em comparação aos obtidos com a otimização de objetivo único, apresentada nos capítulos 4 e 5.

#### 6.3 Resultados de Simulação para a Otimização Multi-Objetivos

No capítulo anterior o sistema inversor-motor foi simulado com o inversor operando com altos valores de capacitância, de modo a minimizar as ondulações dos barramentos CC ao ponto de torná-las desprezíveis, pois naquele capítulo desejava-se comparar apenas as diferenças entre as diversas técnicas de modulação. No presente capítulo adotouse valores de capacitâncias mais realistas, de C = 2,5 mF. Com este novo valor de capacitância, ainda utilizando a modulação que otimiza apenas a WTHD, ou seja, o equivalente a  $\beta = 0$ , cujos ângulos de comutação foram apresentados na figura 4.17, obtêm-se as formas de onda apresentadas na figura 6.4.

A tensão de um dos barramentos CC, apresentada na figura 6.4(a), agora apresenta uma ondulação de cerca de  $\Delta v_{pn} = 5,21 \%$  de seu valor médio de  $\hat{v}_{pn,0} = 6,024$  kV. Essa ondulação é predominantemente causada pela componente harmônica de segunda ordem da corrente  $i_{cm}$ , que resulta em uma componente harmônica de tensão



Figura 6.4 – Valores de (a) tensão do barramento CC, (b) tensões de fase e de linha, (c) correntes da máquina e (d) corrente de modo comum no barramento CC de uma fase, obtidos através da simulação do conversor HNPC com M=0.9, N=13,  $f_1=74$  Hz e  $\beta=0$ .

nesta frequência de  $\hat{v}_{pn,2} = 156,4$  V.

As tensões de fase e de linha são apresentadas na figura 6.4(b). Nota-se que as ondulações das tensões dos barramento CC ocasionam uma leve oscilação nos níveis das tensões de saída e um pequeno aumento da THD das tensões de linha, de 4,06% para 4,13%.

As correntes na máquina, apresentadas na figura 6.4(c), também sofrem um pequeno aumento no seu valor de THD decorrente da ondulação das tensões dos barramento CC. Este aumento foi de 0,38% para 0,40%.

O gráfico da figura 6.4(d) apresenta a componente de modo comum das correntes do barramento CC  $(i_{cm})$  obtida por simulação. Ressalta-se que esta não pode ser medida diretamente, e é obtida pela composição das correntes  $i_p$  e  $i_n$ . Nota-se desta corrente que a componente harmônica de segunda ordem é de  $\hat{i}_{cm,2} = 152,5$  A, enquanto sua componente de ordem zero (seu valor médio) é de  $\hat{i}_{cm,0} = 133,1$  A, ou seja, a componente harmônica de segunda ordem é 14,6% maior que o limite mínimo teórico previsto por (6.17), lembrando que esta simulação ainda não contempla a minimização de  $\hat{i}_{cm2}$  como objetivo secundário.

Resolvendo o problema de otimização, agora com a função objetivo definida em (6.18), com  $\beta = 0,0006$  e com  $\varphi = 0,54$  rad que é o ângulo de defasagem nominal da máquina, obtém-se os ângulos de comutação apresentados na figura 6.5.



Figura 6.5 – Ângulos de comutação  $\pmb{\gamma}$  para a modulação OPP com  $\beta\!=\!0,\!0006.$ 

Simulando o sistema com estes novos ângulos de comutação,

obtêm-se as formas de onda apresentadas nos gráficos da figura 6.6.

Com a inclusão da minimização da corrente do barramento CC no problema de otimização, a tensão do barramento, apresentada na figura 6.6(a), apresentou uma redução de ondulação de  $\Delta v_{pn} = 5,21\%$  para  $\Delta v_{pn} = 4,86\%$  de seu valor médio. A componente harmônica de tensão na frequência  $2f_1$  foi reduzida em 8,8%, de  $\hat{v}_{pn,2} = 156,4$  V para  $\hat{v}_{pn,2} = 142,6$  V, enquanto seu valor médio se manteve praticamente inalterado.

As tensões de fase e de linha, apresentadas na figura 6.6(b), sofreram um acréscimo de THD, de 28,8% para 38,3% para a tensão de fase e de 4,13% para 4,73% para a tensão de linha.

As correntes na máquina, apresentadas na figura 6.4(c), também sofreram um pequeno aumento no seu valor de THD, de 0,40% para 0,59%. Este aumento era esperado, visto que os dois objetivos, de minimização da WTHD e da corrente  $i_{cm}$ , são conflitantes. Porém, a THD das correntes da máquina continuam em níveis muito baixos quando comparada às obtidas com outras técnicas de modulação, conforme foi apresentado no capítulo anterior.

O gráfico da figura 6.6(d) apresenta a corrente de modo comum,  $i_{cm}$ , e verifica-se que sua componente harmônica de ordem dois apresentou um redução também de 8,8%, de  $\hat{i}_{cm,2} = 152,5$  A para  $\hat{i}_{cm,2} = 139,0$  A. A componente de ordem zero não sofreu alterações, já que a potência transferida à carga não foi alterada.

Através de  $\beta$  pode-se controlar o quanto deseja-se melhorar a ondulação do barramento, ao custo de um aumento na THD das correntes. Ou seja, o balanço de prioridade entre os dois objetivos que são conflitantes. Por exemplo, para  $\beta = 0,1$ , que é um valor bastante alto para este problema e que leva a resultados muito próximos ao limite mínimo de ondulação da componente harmônica de segunda ordem de  $i_{cm}$ , obtêm-se os resultados de simulação apresentados na figura 6.7.

Nota-se do gráfico da figura 6.7(d) que a relação entre  $\hat{i}_{cm,2}$  e  $\hat{i}_{cm,0}$  é quase unitária, o que indica que esta condição é muito próxima à máxima minimização de ondulação que se pode obter com correntes de carga senoidais. A redução da ondulação do barramento CC, a qual se desejava minimizar, foi de 12,1%, passando de uma ondulação de  $\Delta v_{pn} = 5,21\%$  (com  $\beta = 0$ ) para  $\Delta v_{pn} = 4,58\%$ . Em contrapar-



Figura 6.6 – Valores de (a) tensão do barramento CC, (b) tensões de fase e de linha, (c) correntes da máquina e (d) corrente de modo comum no barramento CC de uma fase, obtidos através da simulação do conversor HNPC com M=0.9, N=13,  $f_1=74$  Hz e  $\beta=0,0006$ .



Figura 6.7 – Valores de (a) tensão do barramento CC, (b) tensões de fase e de linha, (c) correntes da máquina e (d) corrente de modo comum no barramento CC de uma fase, obtidos através da simulação do conversor HNPC com M=0.9, N=13,  $f_1=74$  Hz e  $\beta=0.1$ .
tida, a THD das correntes praticamente dobrou, passando de 0,40% para 0,79%, mas mesmo assim apresenta valores bastante baixos considerando a reduzida frequência de comutação com a qual o conversor opera.

A redução da componente harmônica de ordem 2 da corrente  $i_{cm}$ com o aumento de  $\beta$ , resulta em um aumento nas demais componentes harmônicas do espectro, principalmente da de ordem 4. O gráfico da figura 6.8 apresenta o espectro harmônica de  $i_{cm}$  para os três valores de  $\beta$  apresentados neste capítulo. Nota-se que a componente de ordem zero, ou seja, o valor médio de  $i_{cm}$ , não é alterado já que este depende apenas da potência transferida à carga. A componente harmônica de ordem 2 é reduzida com o aumento de  $\beta$ , como deseja-se, porém, isso acarreta no aumento da componente harmônica de ordem 4. Ou seja, transfere-se a energia associada à redução da componente harmônica de ordem 2 para o resto do espectro, principalmente para a componente de ordem 4. Caso deseja-se, pode-se alterar a função custo (6.20) para incluir na minimização outras componentes harmônicas e não apenas a de segunda ordem.



Figura 6.8 – Amplitude das componentes harmônicas de  $i_{cm}$ .

A tabela 9 apresenta os valores das principais grandezas do sistema para diversas simulações, com ângulos de comutação otimizados utilizando diversos valores de  $\beta$ . Para todas as simulações os valores de tensão média dos barramentos CC são de aproximadamente 6,025 kV, variando menos de 1 V, e sintetizam-se tensões de linha de 6,6 kV de valor eficaz.

Esta tabela mostra outro indício de que  $\beta = 0,1$  leva o sistema a

Variável	$\beta = 0$	$\beta = 0,0005$	$\beta = 0,0006$	$\beta = 0,001$	$eta\!=\!0,\!002$	$eta\!=\!0,\!05$	$eta\!=\!0,\!1$
$\hat{i}_{a,1}$ [A <sub>rms</sub> ]	241,9	241,8	241,6	241,9	241,7	242,1	242.0
THD <sub>i</sub> [%]	0,40	0,47	0,59	0,61	$0,\!65$	0,75	0,79
$\Delta v_{pn}$ [%]	5,21	5,18	4,86	4,79	4,68	4,58	4,58
$\hat{v}_{pn,2}$ [V]	156,4	154,1	142,1	142,0	139,9	137,4	137,0
$\hat{i}_{cm,2}$ [A]	152,4	150,4	139,0	138,3	136,3	133,8	133,5
$\hat{i}_{cm,2}/\hat{i}_{cm,0}$	1,145	1,129	1,044	1,038	1,023	1,004	1,002

Tabela 9 – Resultados de simulação para diversos valores de  $\beta$ .

uma operação muito próxima do limite mínimo de ondulação das tensões do barramento CC, já que, comparando suas duas últimas colunas, nota-se que dobrando o valor de  $\beta$  não se tem significativa redução na ondulação de tensão.

## 6.4 Conclusões

Apresentou-se neste capítulo uma adaptação do problema de otimização dos ângulos de comutação para incluir a minimização simultânea de mais de uma função objetivo. Demonstrou-se através de simulações de um motor acionado por um inversor HNPC a viabilidade desta técnica, utilizando como exemplo a minimização simultânea da WTHD das tensões de linha e da componente harmônica de segunda ordem da corrente de modo comum do barramento CC de cada fase, visando com isto a minimização das THDs das correntes da máquina e das oscilações das tensões dos barramento CC. Demonstrou-se ainda, como a priorização destes objetivos, que são conflitantes, pode ser controlada através da utilização de ponderação das funções objetivo e que, mesmo se elevando a prioridade da redução das correntes no barramento CC, são obtidos valores baixos de THD das correntes da máquina quando se compara esta técnica a modulações com frequência de comutação fixa.

# 7 Resultados Experimentais

Neste capítulo serão apresentados resultados experimentais obtidos com a modulação síncrona otimizada desenvolvida nos capítulos anteriores.

Para a comprovação experimental foi desenvolvido um protótipo do conversor HNPC que alimenta um motor síncrono à imãs permanentes (MSIP). Embora a aplicação da modulação em estudo seja destinada à acionamentos de alta potência em média tensão, devido às limitações do laboratório, o protótipo para as atividades experimentais desta tese foi realizado em baixa tensão e baixa potência, com tensão eficaz de saída do inversor de 380 V e o motor de 11 kW de potência nominal de eixo.

Para impor carga a este motor, conecta-se este a um segundo motor, também à imãs permanentes, que atua na função de gerador conectado a um banco de resistores. Este banco possui interruptores eletromecânicos com os quais pode-se variar a resistência associada, variando assim a carga imposta ao motor em teste. Além disso, entre os dois motores conectou-se uma torquímetro de precisão capaz de medir o torque, a velocidade e a potência mecânica transferida entre os eixos dos motores. Os principais parâmetros destes motores são apresentados na tabela 10.

O protótipo em si consiste de três placas eletrônicas de potência, cada uma formando uma fase do inversor HNPC, contendo duas pontes retificadoras trifásicas de entrada, possibilitando alimentação através de um retificador de 12 (ou 36) pulsos, dois braços NPC contendo 4 IGBTs e 6 diodos cada, e um banco de capacitores divididos em 2 segmentos,

	$MSIP_1$	$MSIP_2$	
	(motor)	(gerador)	
potência	11(15)	15(20)	kW (cv)
tensão	380	380	$V_{\rm rms}$
corrente	19	28	$A_{\rm rms}$
velocidade	1.800	1.800	rpm
# pólos	6	6	
frequência	90	90	Hz
torque	$57,\!9$	79,6	Nm
$\cos arphi$	$0,\!92$	0,94	
rendimento	94,1	94,6	%

Tabela 10 – Dados nominais de placa dos motores à imãs permanentes  $\mathrm{MSIP}_1$ e $\mathrm{MSIP}_2.$ 

formando assim os barramentos bipolares de cada fase.

Cada uma destas três fases possui um controlador local (Microship dsPIC33EP128MC504), responsável pelo comando dos interruptores controlados e proteções local, além das medições de corrente da fase, tensões positiva e negativa do barramento CC, temperatura dos dissipadores e controle de velocidade dos ventiladores acoplados a estes dissipadores.

A modulação em si não é processada neste controlador local, mas sim, em uma placa de controle centralizada, contendo um DSC (Texas F28335) e um FPGA (Altera Cyclone IV EP4CE22) conectados entre si por um barramento paralelo e conectados com os controladores locais, via fibras ópticas, através de canais de comunicação seriais. O controlador local recebe do controle central informações dos estados atuais que devem ser impostos por sua respectiva fase através de um canal de comunicação UART, e a partir disso gera os sinais de comando dos 8 interruptores controlados de cada fase. É utilizado ainda um segundo canal de comunicação UART para cada fase operando no sentido oposto, interligando o controle central e o local de cada uma das fases, por onde são transmitidas as medições locais de corrente, tensões, temperaturas, além de outros sinais de controle do funcionamento como confirmação de estado e comunicação de possíveis erros ao controle central. A figura 7.1 detalha o setup de testes. Os esquemáticos detalhados das placas eletrônicas são apresentados no anexo B.



Figura 7.1 – Setup de testes.

Embora o protótipo tenha sido concebido para ser alimentado por um retificador multi-pulsos, o transformador defasador deste retificador não pôde ser obtido durante o período em que se realizou o doutorado, sendo que este retificador foi substituído por três fontes de alimentação CC isoladas, que alimentam diretamente o barramento CC de cada fase com aproximadamente 340 V.

Nas seções seguintes são apresentadas comparações de desempenho baseadas em medições com o protótipo operando com a modulação síncrona otimizada, a modulação SVM, mIPD e mIPD3. Serão apresentadas ainda medições com respeito aos balanços, tanto das tensões dos barramentos CC como da distribuição das comutações entre os interruptores dos dois braços de cada fase de modo a validar a estratégia apresentada no capítulo 5, bem como das transições de N ao longo da partida do motor, otimização multiobjetivo para minimizar ondulação da corrente do barramento CC e compensação de tempo morto.

## 7.1 Operação em Frequência Variável com N Variável

Nesta seção serão apresentados os resultados experimentais da modulação síncrona otimizada acionando o motor com velocidade variável, com o motor partindo do repouso acelerando até atingir a velocidade nominal e posteriormente desacelerando até velocidade zero.

Ressalta-se que a velocidade do motor é controlada em malha aberta por um esquema V/f constante. A tabela dos ângulos de comutação ótimos utilizada é apresentada graficamente na figura 7.2, concebida para operação com N=4 na velocidade/tensão nominal do motor. A figura 7.3 apresenta a relação V/f utilizada nos experimentos.

O inversor parte o motor a partir da velocidade zero, utilizando a modulação mIPD com frequência de portadora  $f_c = 2,16$  kHz. Quando o motor atinge cerca de 760 rpm ( $M \approx 0,39$  e  $f_1 \approx 38$  Hz) reconfigura-se dinamicamente o esquema de modulação de mIPD para a modulação síncrona otimizada. A partir de então, as transições de número de comutações e padrões de comutação ocorrem naturalmente, sem nenhuma reconfiguração do modulador, já que para o esquema de modulação otimizada desenvolvido toda esta informação está contida na tabela de ângulos de comutação.

A figura 7.5(a) apresenta as correntes  $i_a$ ,  $i_b \in i_c^*$  (esta última



Figura 7.2 – Valores de  $\gamma$  utilizados experimentalmente para  $N = 12 \dots 4$ .



Figura 7.3 – Relação V/f utilizada nos experimentos.

calculada a partir das outras duas), além da tensão de linha  $v_{bc}$  e de fase  $v_c$  durante a rampa de partida do motor, um período de regime permanente em velocidade e potência nominais, seguido de uma rampa de desaceleração. Nesta mesma figura estão indicados os instantes em que ocorrem as mudanças do modulador mIPD para OPP e vice versa.

Como carga para este ensaio utilizou-se uma resistência fixa conectada ao gerador, que por sua vez impõe torque ao motor acionado. Isso resulta em uma carga mecânica com características de torque linear com a velocidade e consequentemente potência quadrática. Estas resistências de carga foram ajustadas para impor carga nominal com torque  $T_m \approx 60,36$  Nm na velocidade nominal de 1.800 rpm, resultando em uma potência mecânica no eixo de  $P_m \approx 11,38$  kW. O comportamento de torque, velocidade e potência, obtidos através de um torquímetro (Interface Force T25) conectado entre o eixo do motor e do gerador, para um ensaio de partida/regime/parada, similar ao apresentado na figura 7.5(a), é apresentado na figura 7.4.



Figura 7.4 – Medições de (a) torque, (b) velocidade e (c) potência no eixo do motor para condição de aceleração, regime permanente e desaceleração com modulação OPP com N=4.

Na figura 7.5(b) apresenta-se estas mesmas medições de correntes da máquina, uma das tensões de fase e uma das tensões de linha, além da trajetória das correntes da máquina no espaço  $\alpha\beta$  (cuja transformação é apresentada no anexo A), porém, agora enfatizando o intervalo de tempo em que ocorre a reconfiguração do modulador. Nota-se que a reconfiguração do modulador causa um pequeno distúrbio nas correntes, contudo, bastante reduzido sem causar qualquer problema para a máquina, inversor, ou até mesmo para a rede de alimentação. Acredita-se que esta perturbação deve-se à defasagem da componente fundamental da tensão na modulação mIPD, que está atrasada em um período de amostragem, enquanto a modulação OPP não possui atraso algum. A figura 7.5(c) reapresenta esta transição para um intervalo menor, com o qual pode-se observar a mudança do padrão das tensões de fase e de linha, passando da modulação mIPD com  $f_c = 2,16$  kHz para OPP com N=9. A partir dos níveis das tensões de fase e de linha verifica-se ainda que esta reconfiguração não causou desbalanço entre as tensões dos barramento, sendo que para a modulação mIPD este balanço é obtido de forma passiva, enquanto a modulação OPP utiliza um esquema de balanço ativo como será abordado com mais detalhes na seção seguinte.

A figura 7.5(d) apresenta a mudança do número de comutações de N = 9 para N = 8. Esta transição se dá de forma suave, sem perturbar as correntes da máquina, como pode ser visto claramente na trajetória das correntes da máquina no espaço  $\alpha\beta$ . Apresenta-se ainda as demais transições, de  $N = 8 \rightarrow 7$ ,  $N = 7 \rightarrow 6$ ,  $N = 6 \rightarrow 5$  e  $N = 5 \rightarrow 4$  respectivamente nas figuras 7.6(a) a 7.6(d). Fica evidente, principalmente em 7.6(b) e 7.6(c), a mudança no formato da tensão de fase antes e depois da transição, e num primeiro momento se poderia imaginar que estas causariam grandes perturbações ao sistema, porém, como as componentes harmônicas de mais baixa ordem são contínuas nas transições, as correntes do sistema são pouco afetadas.

# 7.2 Balanço das Tensões e Distribuição das Comutações entre os Braços e Interruptores

Dois aspectos importantes para a estrutura HNPC são: (i) o balanço entre as tensões na parcela positiva e negativa de cada fase; e, (ii) a distribuição das comutações entre os dois braços de uma mesma fase, bem como entre os interruptores de cada braço.

Conforme apresentado no capítulo 5, o balanço das tensões do barramento CC bipolar é obtido por meio da escolha dos estados redundantes para formar a tensão de cada fase. Por serem redundâncias intra-fase, a escolha de um ou de outro estado não afeta as tensões de



Figura7.5 – Comportamento do sistema durante rampa de partida/parada e reconfiguração do modulador.



Figura 7.6 – Comportamento do sistema durante as transições do número de comutações por ciclo.

fase, e por consequência, nem as tensões de linha. Porém, podem afetar a distribuição das comutações entre os dois braços NPC de cada fase. Pretende-se demonstrar aqui que, com a modulação proposta, ambos os balanços são obtidos simultaneamente.

A figura 7.7(a) apresenta as medições das tensões das parcelas positiva e negativa do barramento CC de uma das fases com o sistema operando com tensão, frequência e carga nominais com a modulação síncrona otimizada e N = 4. Na mesma aquisição ainda são apresentadas medições da tensão de fase imposta pelo inversor e a corrente desta mesma fase. A figura 7.7(b) apresenta estas mesmas medições enfatizando apenas um ciclo da tensão de saída. Nota-se que o modulador garante o balanço das tensões das duas parcelas do barramento CC conforme desejado mesmo com número reduzido de comutações.



Figura 7.7 – Medição do balanço das tensões das duas parcelas do barramento CC da fasec.

A figura 7.8(a) apresenta a medição das tensões impostas por cada um dos dois braços NPC que formam uma das fases do HNPC, ou seja, a tensão  $v_{c,z0}$  que é a tensão entre o terminal z (conexão em estrela entre as fases) e o ponto central do barramento CC, e a tensão  $v_{c,c0}$  que é a tensão entre o terminal de saída de uma fase e o ponto central do barramento CC desta mesma fase. Esta mesma aquisição contém ainda a corrente e a tensão da fase c. A figura 7.8(b) apresenta as mesmas medições enfatizando um ciclo da fundamental. Nota-se que existe uma simetria de forma entre  $v_{c,z0}$  e  $v_{c,c0}$ , e que as 16 comutações da tensão de fase  $v_c$  em um período da fundamental são divididas igualmente entre os dois braços. Além disso, da simetria das tensões  $v_{c,z0}$  e  $v_{c,c0}$  e da corrente de fase  $i_c$  verifica-se que ambos os braços processam a mesma potência.

A figura 7.9(a) apresenta a medição das tensões em cada um dos interruptores que formam um braço, além da reconstituição da tensão imposta por este braço ( $v_{c,c0}^*$ ), sendo esta reconstituída através do canal matemático do osciloscópio. A figura 7.9(b) apresenta as mesmas medições para dois ciclos da fundamental. Nota-se que a tensão  $v_{c0}^*$ possui a mesma forma de  $v_{c,c0}$  da figura 7.8 e que as 8 comutações desta em um ciclo são divididas igualmente entre os 4 interruptores do braço, comprovando que para N=4, a frequência de comutação de cada interruptor é de apenas o dobro da frequência da fundamental. Para  $f_1=90$  Hz e N=4 tem-se uma frequência de comutação de  $f_{sw}=180$  Hz para cada um dos 24 interruptores controlados que formam a estrutura de potência.

Assim, demonstra-se que a estratégia de balanço adotada comportase como o esperado e que é adequada para a operação do inversor HNPC juntamente com a modulação síncrona otimizada.



Figura 7.8 – Medição do equilíbrio entre as tensões dos dois braços NPC de uma fase.



Figura 7.9 – Medição da distribuição das comutações entre os interruptores de um mesmo braço.

#### 7.3 Medições de THD das Correntes da Máquina

O objetivo principal da otimização dos ângulos de comutação é o de minimizar a distorção harmônica das correntes para que se possa utilizar uma frequência de comutação bastante reduzida nos interruptores de potência do inversor. Aqui serão apresentados os resultados de THD de corrente obtidos experimentalmente para diversos valores de N. Implementou-se ainda, no mesmo protótipo, utilizando o mesmo setup de testes, as modulações mIPD, mIPD3 (mIPD com injeção de modo comum) e SVM de 7 segmentos para diferentes valores de frequência de portadora/amostragem, de modo que se possa contrastar os resultados obtidos com estas técnicas convencionais com os obtidos através da modulação otimizada.

Para a modulação síncrona otimizada foi possível operar  $N^{min} = 4$ , ou seja, com frequência de comutação dos interruptores  $f_{sw} = 180$  Hz para tensão de saída com frequência fundamental nominal  $f_1 = 90$  Hz. Tentou-se ainda operar o sistema com  $N^{min} = 3$ , porém, para uma frequência de comutação tão reduzida não foi possível balancear as tensões dentro de um ciclo da fundamental dentro dos limites de atuação da proteção de desbalanço do algoritmo de controle do protótipo, impostas em 40 V.

Para as modulações mIPD e mIPD3 pôde-se operar com frequência de portadora mínima de  $f_c = 2,16$  kHz, o que resulta em uma frequência de comutação dos interruptores de  $f_{sw} = 585$  Hz. Foram realizados testes com  $f_c = 1,44$  kHz, o que resultaria em frequência de comutação similar às apresentadas pela modulação OPP com N = 8, porém, o balanço passivo desta modulação não foi capaz de balancear as tensões do barramento CC, e mesmo para  $f_c = 2,16$  kHz este balanço se mostra bem oscilatório como será observado nas medições apresentadas a seguir. Para a modulação SVM também pôde-se operar com frequência de amostragem mínima de  $f_s = 2,16$  kHz e frequência de comutação dos interruptores de  $f_{sw} = 585$  Hz.

Ressalta-se que embora mIPD e mIPD3 resultariam em distorções harmônicas semelhantes para frequência de comutação elevadas, já que a diferença das duas é apenas a injeção de modo comum nas tensões de fase, não é isso que acontece para baixas frequências de comutação, quando as bandas laterais à frequência da portadora ocupam uma região do espectro de baixa frequência, inclusive interferindo nas componentes harmônicas de baixa ordem da frequência de saída. Devido a isso optou-se por apresentar os resultados obtidos com ambas.

Os resultados apresentados a seguir foram obtidos experimentalmente através de um osciloscópio LECROY HRO 66Zi, de um analisador de potência YOKOGAWA WT1800, e de um torquímetro Interface Force T25, sendo o *setup* de testes configurado conforme diagrama da figura 7.10.



Figura 7.10 – Setup de testes e equipamentos de medição.

As figuras 7.11(a) a 7.11(d) apresentam as correntes, uma das tensões de fase, uma das tensões de linha e a trajetória das correntes do motor no espaço  $\alpha\beta$  com o protótipo operando, respectivamente, com modulação OPP (N=4), mIPD ( $f_c=2,16$  kHz), mIPD3 ( $f_c=2,16$  kHz) e SVM ( $f_s=2,16$  kHz). Nestas figuras foram adicionadas ainda anotações das THDs das correntes da máquina obtidas com cada modulação, sendo estes os valores médios das THDs (entre as três fases) obtidas com a medição das 50 primeiras harmônicas através do analisador de potência. As medições obtidas com o analisador de potência e o espectro harmônico, tanto das correntes como das tensões de linha, para as modulações apresentadas na figura 7.11, bem como para as demais frequência de comutação testadas experimentalmente são apresentadas no anexo A.

Os resultados experimentais apresentados na figura 7.11 comprovam a potencialidade da modulação síncrona otimizada, que para este caso, mesmo com frequência de comutação dos interruptores 3,25 vezes menor que as demais modulações (de  $f_{sw} = 585$  Hz das demais para  $f_{sw} = 180$  Hz com OPP), apresentou resultados superiores com relação à distorção das correntes da máquina.

Este ganho de desempenho também é refletido na ondulação de torque no eixo do motor. Uma comparação da ondulação de torque em regime permanente obtida com a modulação OPP e com a mIPD é apresentada na figura 7.13. Cabe ressaltar que a precisão da medição de torque do equipamento utilizado é de 0,1 Nm com frequência de amostragem de 2,5 kHz, de forma que esta medição pode não ser muito representativa em valores absolutos, porém, a redução da ondulação é evidente.

Comparou-se ainda estas modulações com diferentes valores de frequência de comutação. As medições de espectro harmônico, tensões e potência de entrada, tensões de fase e de linha de saída, correntes de saída e seus valores de THD<sub>i</sub> são apresentados no anexo A. Os valores de THD<sub>i</sub> para as diferentes modulações testadas estão compilados na tabela 11.

Chama-se atenção ao fato de que para as modulações mIPD e SVM atingirem o mesmo nível de THD<sub>i</sub> da modulação OPP com N = 4, com frequência de comutação dos interruptores  $f_{sw} = 180$  Hz necessita-se uma frequência de portadora/amostragem de 4,32 kHz,



Figura 7.11 – Comparação dos resultados experimentais entre a modulação OPP com  $N\!=\!4$ e as modulações mIPD, mIPD3 e SVM com  $f_c|f_s\!=\!2,\!16$  kHz.

$N_t^1$	$f_{sw}^2$	N	$f_c   f_s$	THD <sub>i</sub> [%]			
[#]	[Hz]	[#]	[Hz]	OPP	mIPD	mIPD3	SVM
16	180	4	_	1,878	—	—	—
20	225	5	_	1,947	_	_	_
24	270	6	_	1,817	_	_	_
32	360	8	1440	1,802	*	*	†
52	585	13	2160	1,614	2,506	3,219	2,285
84	945	_	3600	_	2,063	2,380	2,128
96	1080	_	4320	_	1,864	2,207	1,901
160	1800	_	7200	_	_	_	1,643

Tabela 11 – Comparação dos níveis de  $\text{THD}_i$  obtidos experimentalmente para os diversos esquemas de modulação e frequências de comutação testados.

 $^1$ Número de comutações da tensão de fase em um período da fundamental;  $^2$  Frequência de comutação de cada interruptor para frequência fundamental de 90 Hz;

\* A modulação IPD com frequência de portadora de 1,44 kHz (com balanço de tensão passivo) não foi capaz de balancear os barramentos positivo e negativo dentro dos limites estabelecidos para a proteção de desbalanço; † Com modulação SVM e frequência de amostragem de 1,44 kHz obteve-se um balanço estável das tensões dos barramentos, porém, a modulação causa desequilíbrio entre as correntes das três fases.

com  $f_{sw} = 1,08$  kHz. Ou seja, para se obter um desempenho similar ao da modulação síncrona otimizada, comutando cada interruptor com apenas o dobro da frequência da tensão de saída, as técnicas convencionais necessitam de uma frequência de comutação seis vezes maior.

Os resultados compilados nesta tabela comprovam a eficácia da técnica de modulação, foco desta tese.

Através dos ensaios experimentais notou-se que aumentar mais ainda N não resulta em redução relevante de distorção harmônica, e que nos espectros harmônicos das correntes, algumas componentes, sobretudo as de 5ª e 11ª ordem apresentam valores maiores que os esperados mesmo com as componentes de mesma ordem praticamente zeradas nos espectros das tensões de linha. Após investigação atribuiu-se este fato à força contra eletromotriz distorcida devido ao posicionamento não perfeitamente senoidal dos imãs no rotor da máquina, ou seja, quem gera as componentes harmônicas de tensão que vão resultar nestas correntes é o motor e não o inversor. A máquina utilizada tem os imãs enterrados no rotor. As figuras 7.12(a) e 7.12(b) apresentam as medições das tensões geradas pelo motor quando este está em velocidade nominal com os terminais elétricos em aberto. Para estas aquisições acionou-se o motor que antes era utilizado como gerador, para levar o motor em teste até a velocidade nominal.



Figura 7.12 – Aquisições (a) formas de onda e (b) medições de distorção harmônica e do espectro harmônico das tensões geradas pelo MSIP em velocidade nominal com os terminais elétricos desconectados.

Ainda para verificar esta não linearidade da força contra eletromotriz e seu efeito na THD das correntes da máquina, testou-se o inversor HNPC com modulação SVM com frequência de comutação relativamente alta, com  $f_s$ =7,2 kHz, situação com a qual espera-se obter níveis muito baixos das THDs das correntes já que para este caso todas as componentes harmônicas de tensão devido à comutação estão acima da faixa dos 50 primeiros harmônicos considerados para a medição da THD pelo analisador de potência. Novamente obteve-se as componentes de 5<sup>a</sup> e 11<sup>a</sup> ordem e THD<sub>i</sub> de 1,643%, equivalente à obtida com a modulação OPP com N=13.



Figura 7.13 – Comparativo da ondulação do torque medido no eixo do motor entre as modulações OPP (N = 4) e mIPD ( $f_c = 2,16$ ) kHz.

#### 7.4 Compensação do Tempo Morto

No capítulo 5 foi ainda apresentada uma técnica de compensação de tempo morto com o intuito de reduzir as distorções harmônicas ocasionadas pela inserção de tempo morto no comando dos interruptores. Nas figuras 7.14(a) a 7.14(d) são apresentados os resultados do protótipo operando com e sem esta compensação de tempo morto. Nas figuras 7.14(a) e 7.14(c) são apresentadas as medições das THDs, obtidas via analisador de potência, com o protótipo operando com N=4e N=8 em regime permanente e em condições de tensão, frequência e carga nominais, com um tempo morto de 9  $\mu$ s com o algoritmo de compensação desabilitado. As figuras 7.14(b) e 7.14(d) apresentam medições similares, porém, com o algoritmo de compensação de tempo morto habilitado. Nota-se uma pequena melhora na THD das correntes, porém, pouco significativas, da ordem de 0,021% para N=4 e de 0,045% para N=8.

Atribui-se esta pouca influência do algoritmo ao baixo número de comutações e à grande indutância da MSIP. Ainda para comprovar se o algoritmo de compensação estava funcionando adequadamente,



Figura 7.14 – Comparação das THDs das correntes com <br/>e sem compensação de tempo morto.  $\!\!$ 

reduziu-se o tempo morto imposto aos interruptores do protótipo de 9  $\mu$ s para aproximadamente 1  $\mu$ s, com o algoritmo de compensação desabilitado, e obteve-se THDs similares, comprovando que para este protótipo, nas condições de operação adotadas, o tempo morto tem pouca influência nas distorções harmônicas das correntes da máquina.

### 7.5 Otimização das Correntes do Barramento CC

No capítulo 6 introduziu-se uma otimização multiobjetivo para o problema de otimização dos ângulos de comutação. Neste capítulo propôs-se minimizar simultaneamente a WTHD e a ondulação de corrente de segunda harmônica dos barramentos CC de cada fase.

Nos experimentos práticos não é possível medir diretamente a

corrente dos capacitores como foi feito na simulações, mas em vez disso, pode-se apenas medir a influência destas correntes no restante do circuito. A forma mais direta e óbvia de se fazer isso é a partir da ondulação de tensão nos barramentos CC, que são diretamente afetados pela corrente drenada dos mesmos. Infelizmente, para a implementação prática deste protótipo não pode-se utilizar um retificador que representasse uma situação de aplicação real devido à indisponibilidade de um transformador defasador com o qual se pudesse implementar um retificador multi-pulsos. No lugar deste, utilizou-se fontes de alimentação destinadas a ensaios em laboratório. Estas fontes possuem uma capacitância de saída muito elevada, além de uma malha de controle de tensão de saída, de modo que uma estimação da redução da componente de segunda ordem da corrente do barramento quando se utiliza a modulação com otimização multiobjetivos a partir da medição das tensões dos barramentos CC fica comprometida.

Para o setup utilizado para a alimentação do protótipo encontrase ainda outro agravante, que é o de ter se utilizado três fontes distintas, com capacitâncias distintas e controladores distintos, e com isso apresentando impedâncias de saída também distintas. A tensão de saída das três fontes de alimentação, para operação do sistema com carga nominal, é apresentada na figura 7.15. Nota-se que as fontes que alimentam os conversores das fases  $a \in c$  são bem comportadas, apresentando ondulação no dobro da frequência fundamental. Porém, uma delas, a saber a fonte TECTROL TCY400-15BR1A conectada ao conversor da fase b, apresenta ondulações abaixo da frequência da fundamental. Mesmo com estas irregularidades a ondulação de tensão de entrada é baixa, e compromete pouco a operação do inversor. Cabe aqui ressaltar que nos resultados apresentados ao longo deste capítulo nota-se que a  $\text{THD}_i$  da corrente  $i_b$ , independente da modulação utilizada, é ligeiramente maior que as demais e atribui-se isso a esta ondulação. Para comprovar esta relação alternou-se a fonte TECTROL TCY400-15BR1A para a alimentação das demais fases e verificou-se que a  $\text{THD}_i$  da corrente da fase alimentada por esta fonte é sempre ligeiramente maior que as demais.

Devido a estes empecilhos, os resultados apresentados a seguir, relacionados à otimização multiobjetivos, devem ser encarados apenas de foma qualitativa, já que os efeitos medidos são em níveis muito baixos.



Figura 7.15 – Ondulação das tensões de alimentação.

São comparadas as ondulações de tensão de alimentação obtidas de dois ensaios: o primeiro com a modulação que otimiza apenas a WTHD das tensões de saída do inversor, de modo a minimizar a THD das correntes da máquina; e o segundo que utiliza uma otimização multiobjetivos para minimizar a WTHD e a componente harmônica com o dobro da frequência da tensão de saída.

A modulação com otimização unicamente da WTHD é a mesma apresentada ao longo deste capítulo e será referida aqui por  $\beta = 0$ , já que isto anula a componente de minimização da ondulação da corrente do barramento CC de entrada. Para a modulação multiobjetivos utilizouse  $\beta = 0,0006$ , que serve como peso entre os dois objetivos, e  $\varphi = 0,403$  rad, que é o ângulo de defasagem nominal entre tensões e corrente da máquina.

Nas figuras 7.16(a) e 7.16(b) apresenta-se os valores medidos da componente de segunda ordem (com relação a frequência da tensão imposta à saída) para a modulação com  $\beta = 0$  e  $\beta = 0,0006$ . Esta mesma figura apresenta ainda o espectro harmônico da tensão de entrada de uma fase, além dos valores de THD das correntes da máquina. Notase que, com a modulação multiobjetivos, obteve-se uma redução da ondulação da tensão de entrada, devido à redução da ondulação da corrente drenada da entrada, às custas de um pequeno acréscimo na distorção das correntes da máquina, como era esperado de acordo com



o que foi apresentado no capítulo 6.

Figura 7.16 – Comparação das ondulações de tensão de entrada e distorção harmônica das correntes da máquina para as otimizações com $\beta\!=\!0$ e $\beta\!=\!0,0006$ .

Na figura 7.17 são apresentadas ainda medições das ondulações da tensão de alimentação de uma das fases para a modulação que minimiza WTHD e para a multiobjetivos.



Figura 7.17 – Medições das ondulações de tensão de entrada para otimizações com  $\beta = 0$  e  $\beta = 0,0006$ .

## 7.6 Conclusões

A técnica de modulação estudada nesta tese foi aplicada com sucesso em experimentos práticos com um protótipo de um inversor HNPC acionando um motor trifásico síncrono à imãs permanentes.

Comprovou-se experimentalmente a viabilidade da técnica de balanço dos barramentos CC e distribuição das comutações entre os interruptores que compõem a estrutura, exposta no capítulo 5. Demonstrouse ainda este inversor operando com a modulação síncrona otimizada com o motor em velocidade variável, através de um esquema de número de comutações por ciclo também variável.

Para efeito de comparação implementou-se ainda as modulações mIPD e SVM com diversas frequências de portadora/amostragem para operação do mesmo protótipo, além da modulação síncrona otimizada, foco deste trabalho, com diversos valores de N. A comparação entre os resultados obtidos com estas diferentes modulações comprovou a potencialidade da técnica de modulação síncrona otimizada quando aplicada a conversores multiníveis, principalmente quando estes operam com frequências de comutação reduzidas.

Testou-se ainda a modulação com múltiplos objetivos introduzida no capítulo 6, e embora o *setup* de testes utilizado não fosse o mais adequado para a quantificação da redução da ondulação das correntes dos barramentos CC, comprovou-se que a modulação proposta atua nesta direção, ao mesmo tempo que garante baixos níveis de distorção das correntes da máquina.

# 8 Considerações Finais

Com este trabalho busca-se um método eficiente para comandar inversores multiníveis para o acionamento de máquinas elétricas, através de modulações com baixa frequência de comutação, mantendo boa qualidade das correntes na máquina, visto que este é um problema relevante para acionamentos de máquinas de alta potência em média tensão.

Inicialmente apresentou-se uma revisão bibliográfica sobre os conversores multiníveis utilizados na indústria para acionamentos de máquinas de grande porte em média tensão. Identificou-se os mais frequentemente utilizados e, para estes, apresentou-se uma revisão sobre seus princípios básicos de funcionamentos e técnicas de modulação adequadas.

Ainda à título de revisão bibliográfica, apresentou-se os princípios básicos das modulações síncrona otimizada e eliminação seletiva de harmônicas, além da base matemática que suporta estas técnicas de modulação. Discutiu-se as principais dificuldades da adaptação destas técnicas para a modulação de conversores multiníveis, bem como as soluções encontradas na literatura.

Apresentou-se uma generalização da modelagem do problema de otimização dos ângulos de comutação que não utiliza o conceito de padrões de comutação, e a escolha destes fica implícita pelos ângulos de comutação e seus sinais, obtidos como solução de um único problema de otimização. Demonstrou-se que esta modelagem leva à resultados similares aos convencionalmente encontrados quando se resolve o problema de otimização várias vezes, de forma individual para todos os padrões de comutação possíveis. Juntamente com esta abordagem, apresentouse em detalhes a formulação do problema de otimização, bem como a técnica de penalização de descontinuidades adotada, e como ela pode reduzir drasticamente o número de descontinuidades mesmo mantendo valores de WTHD baixos. A formulação desenvolvida traz vantagens não apenas do ponto de vista de processamento, mas por generalizar e unificar o problema, permite que se expanda o problema de otimização para contemplar outros objetivos ou outras restrições, que sejam interessantes para uma aplicação específica.

Demonstrou-se que é possível e vantajoso dividir a modulação síncrona otimizada em duas etapas isoladas: uma primeira que visa apenas otimizar as formas de onda das tensões a serem sintetizadas pelo inversor, sem se preocupar como esta será obtida e, uma segunda, que se vale das redundâncias de estados de comutação da estrutura de potência para realizar os balanços e outras particularidades necessárias para a operação adequada desta estrutura, de forma análoga como é feita em técnicas de modulação como a modulação vetorial por exemplo.

Foram apresentados os detalhes para a geração dos pulsos de comando dos interruptores a partir das formas de onda de tensão de fase otimizadas, incluindo necessidades específicas da estrutura de potência adotada que exige um balanço das tensões dos barramentos CC. Apresentou-se também o problema de distorções das tensões impostas pelas não idealidades do inversor, decorrentes da inserção de tempo morto nos pulsos de comando dos interruptores, bem como uma estratégia para compensação desta. Demonstrou-se como a modulação síncrona otimizada pode operar em acionamentos de máquias em velocidade variável, operando com número de comutações por ciclo também variável, de modo a manter boa qualidade das correntes da máquina para toda a faixa de operação de frequência ao mesmo tempo que se limita a frequência de comutação dos interruptores eletrônicos de potência.

Através de simulações comparativas entre um inversor operando com técnicas de modulação convencionais, de frequência de comutação fixa, com este mesmo inversor operando com a modulação síncrona otimizada, pôde-se comprovar o desempenho da modulação otimizada desenvolvida, e demonstrou-se o grande ganho na qualidade das correntes da máquina obtido com a utilização desta modulação, mesmo com o inversor operando com baixa frequência de comutação.

Desenvolveu-se ainda uma variação do problema de otimização que permite otimizar mais de um aspecto do conversor simultaneamente. Demonstrou-se esta técnica para otimização simultânea da WTHD e da corrente de modo comum nos barramentos CC de cada fase, visando indiretamente minimizar a distorção das correntes da máquina e da ondulação das tensões nos barramentos CC. Ficou claro que estes dois objetivos são conflitantes e que a priorização dos objetivos pode ser facilmente implementada via um coeficiente que multiplica uma das funções objetivo. Esta técnica também foi validada via simulacão, na qual obteve-se reduções significativas nas ondulações de tensão dos barramentos CC mantendo as correntes com THD muito abaixo das apresentadas com modulações baseadas em portadoras. Com a formulação desenvolvida fica claro que qualquer índice que possa ser escrito como função das componentes harmônicas das tensões de saída do conversor possa ser utilizado como um objetivo de otimização secundário (ou até mesmo primário).

Através de experimentos práticos comprovou-se a viabilidade e potencialidade da técnica de modulação estudada nesta tese. Demonstrouse experimentalmente como a modulação síncrona otimizada pode operar com frequências de comutação bastante reduzida ao mesmo tempo que se mantem uma boa qualidade das correntes da máquina. Comprovouse também que esta modulação pode operar em aplicações em velocidade variável sem causar distúrbios significativos na máquina, e que a técnica de balanço das tensões dos barramentos CC garantem o equilíbrio das tensões dos barramentos ao mesmo tempo que distribui igualmente as potências processadas por cada braço NPC que constitui o inversor HNPC, além de distribuir as comutações igualmente entre os 24 interruptores desta estrutura.

Implementou-se outras técnicas de modulação, utilizando o mesmo setup experimental, de modo a confrontar os resultados obtidos destas com os obtidos com a modulação síncrona otimizada, comprovando experimentalmente os resultados previstos nas simulações.

Destaca-se como contribuições deste trabalho os itens listados na sequência:

- *i*) Revisão bibliográfica;
- ii) Inclusão da decisão do sentido de cada comutação no problema

de otimização dos ângulos de comutação;

- *iii*) Formulação generalizada da modulação síncrona otimizada para conversores multiníveis;
- iv) Formulação de problemas de otimização multi-objetivos;
- v) Proposta de compensação de fontes de distorção;
- vi) Proposta do esquema de balanceamento ativo do HNPC operando com a modulação síncrona otimizada;
- vii) Experimentação extensiva demonstrando os principais aspectos da modulação síncrona otimizada e a realização de comparações com outras técnicas de modulação.

Como trabalhos futuros nesta área, pode-se sugerir os tópicos listados a seguir:

- i) Estudos de simplificações e métodos para realizar a otimização em tempo real, durante a operação do conversor. Isso possibilitaria adaptar os objetivos de otimização, adequando-os às condições de operação reais do sistema.
- ii) Expansão dos estudos de otimização multi-objetivos para outros objetivos, como por exemplo, a minimização das perdas de condução do inversor.
- *iii*) Implementação da modulação síncrona otimizada com restrições para eliminação de componentes harmônicas específicas, de modo a evitar ressonâncias do sistema e/ou filtros de saída.
- *iv*) Adaptação da modulação para outras aplicações como retificadores e filtros ativos.
- v)~Adaptação da modulação considerando não linearidades resultantes das distribuições dos imãs da máquina.
- vi) Estudo aprofundado da dinâmica do modulador síncrono otimizado e, por consequência, das técnicas de controle com as quais esta modulação pode ser utilizada.

# **Referências Bibliográficas**

- RATHORE, A.; HOLTZ, J.; BOLLER, T. Synchronous optimal pulsewidth modulation for low-switching-frequency control of medium-voltage multilevel inverters. *IEEE Transactions on Industrial Electronics*, v. 57, n. 7, p. 2374–2381, 2010.
- [2] P. J. TORRI, G. CUNHA, T. BOLLER, K. A. RATHORE, J. HOLTZ e N. OIKONOMOU. Optimal pulse width modulation for multi-level systems. April, 2011. EP Patent 2312739.
- [3] RODRIGUEZ, J. et al. Multilevel voltage-source-converter topologies for industrial medium-voltage drives. *IEEE Transactions* on Industrial Electronics, v. 54, n. 6, p. 2930–2945, 2007.
- [4] KLUG, R.-D.; KLAASSEN, N. High power medium voltage drives innovations, portfolio, trends. In: 2005 European Conference on Power Electronics and Applications. [S.l.: s.n.], 2005.
  p. 10 pp.-P.10.
- [5] DIETRICH, C. et al. A new 7.2kv medium voltage 3-level-npc inverter using 6.5kv-igbts. In: 2007 European Conference on Power Electronics and Applications. [S.l.: s.n.], 2007. p. 1–9.
- [6] KAMIYAMA, K.; OHMAE, T.; SUKEGAWA, T. Application trends in ac motor drives. In: Proceedings of the 1992 International Conference on Industrial Electronics, Control, Instrumentation, and Automation, 1992. Power Electronics and Motion Control. [S.1.: s.n.], 1992. p. 31–36 vol.1.
- [7] WU, B. High-Power Converters and AC Drives. USA: Wiley Interscience, 2006.
- [8] ABU-RUB, H. et al. Medium voltage drives challenges and requirements. In: 2010 IEEE International Symposium on Industrial Electronics (ISIE). [S.l.: s.n.], 2010. p. 1372–1377.
- F. PENG e J. S. LAI. Multilevel cascade voltage source inverter with separate DC sources. Jun 24, 1997. US Patent 5642275.

- [10] R. H. BAKER. Bridge converter circuit. May 26, 1981. US Patent 4270163.
- [11] J. P. LYONS, V. VLATKOVIC, P. M. ESPELANGE, A. A. M. ESSER e F. F. WANT. Five-level high power motor drive converter and control system. May, 1997. US Patent 06058031.
- [12] R. MARQUARDT. Stromrichterschaltungen mit verteilten energiespeichern. Jan 24, 2001. Patent DE10 103031A1.
- [13] ROJAS, C. et al. Five-level h-bridge npc central photovoltaic inverter with open-end winding grid connection. In: *Industrial Electronics Society, IECON 2014 - 40th Annual Conference of the IEEE.* [S.l.: s.n.], 2014. p. 4622–4627.
- [14] FRANQUELO, L. et al. The age of multilevel converters arrives. *Industrial Electronics Magazine*, *IEEE*, v. 2, n. 2, p. 28–39, June 2008. ISSN 1932-4529.
- [15] MARCHESONI, M.; MAZZUCCHELLI, M.; TENCONI, S. A nonconventional power converter for plasma stabilization. *IEEE Transactions on Power Electronics*, v. 5, n. 2, p. 212–219, 1990.
- [16] OSMAN, R. A medium-voltage drive utilizing series-cell multilevel topology for outstanding power quality. In: *Thirty-Fourth IAS Annual Meeting. Conference Record of the 1999 IEEE Industry Applications Conference.* [S.l.: s.n.], 1999. v. 4, p. 2662– 2669 vol.4.
- [17] P. W. HAMMOND. Medium voltage PWM drive and method. Apr 29, 1997. US Patent 5625545.
- [18] M. F. AIELLO, J. M. MATESA Jr. e P. W. HAMMOND. Multiphase power converter. Jan 11, 2000. US Patent 6014323.
- [19] M. F. AIELLO, P. W. HAMMOND e M. RASTOGI. Modular multi-level adjustable supply with series connected active inputs. May 22, 2001. US Patent 6236580.
- [20] LESNICAR, A.; MARQUARDT, R. An innovative modular multilevel converter topology suitable for a wide power range. In: 2003 IEEE Bologna Power Tech Conference Proceedings. [S.l.: s.n.], 2003. v. 3, p. 6 pp. Vol.3–.
- [21] M. HILLER. Converter circuit comprising distributed energy stores. Aug 18, 2009. US Patent 7577008.
- [22] MEYNARD, T. et al. Multicell converters: derived topologies. *IEEE Transactions on Industrial Electronics*, v. 49, n. 5, p. 978– 987, 2002.
- [23] FLORICAU, D.; GATEAU, G.; LEREDDE, A. New active stacked npc multilevel converter: Operation and features. *IEEE Transactions on Industrial Electronics*, v. 57, n. 7, p. 2272–2278, 2010.
- [24] SUH, B.-S. et al. Multilevel power conversion an overview of topologies and modulation strategies. In: Proceedings of the 6th International Conference on Optimization of Electrical and Electronic Equipments - OPTIM '98. [S.l.: s.n.], 1998. v. 2, p. AD– 11–AD–24.
- [25] GONZÁLES, S. A.; VERNE, S. A.; VALLA, M. I. Multilevel Converters for Industrial Applications. USA: CRC Press, 2014.
- [26] ANGULO, M. et al. Level-shifted pwm for cascaded multilevel inverters with even power distribution. In: *Power Electronics Specialists Conference*, 2007. PESC 2007. IEEE. [S.l.: s.n.], 2007.
   p. 2373–2378. ISSN 0275-9306.
- [27] RODRIGUEZ, J. et al. Large current rectifiers: State of the art and future trends. *Industrial Electronics, IEEE Transactions on*, v. 52, n. 3, p. 738–746, June 2005. ISSN 0278-0046.
- [28] RODRIGUEZ, J. et al. Multilevel converters: An enabling technology for high-power applications. *Proceedings of the IEEE*, v. 97, n. 11, p. 1786–1817, Nov 2009. ISSN 0018-9219.
- [29] NABAE, A.; TAKAHASHI, I.; AKAGI, H. A new neutral-pointclamped pwm inverter. *IEEE Transactions on Industry Applications*, IA-17, n. 5, p. 518–523, 1981.
- [30] RODRIGUEZ, J. et al. A survey on neutral-point-clamped inverters. *IEEE Transactions on Industrial Electronics*, v. 57, n. 7, p. 2219–2230, 2010.

- [31] ALOLAH, A.; HULLEY, L.; SHEPHERD, W. A three-phase neutral point clamped inverter for motor control. *IEEE Tran*sactions on Power Electronics, v. 3, n. 4, p. 399–405, 1988.
- [32] WALTRICH, G.; BARBI, I. Three-phase cascaded multilevel inverter using power cells with two inverter legs in series. *IEEE Transactions on Industrial Electronics*, v. 57, n. 8, p. 2605–2612, 2010.
- [33] POWER Semiconductors For medium voltage Converters, An Overview. In: EPE 09. 13th European Conference on Power Electronics and Applications. [S.l.: s.n.], 2009. p. 1–14.
- [34] DIXON, J. et al. Asymmetrical multilevel inverter for traction drives using only one dc supply. *IEEE Transactions on Vehicular Technology*, v. 59, n. 8, p. 3736–3743, 2010.
- [35] CHATTOPADHYAY, S.; CHAKRABORTY, C.; PAL, B. Cascaded h-bridge amp; neutral point clamped hybrid asymmetric multilevel inverter topology for grid interactive transformerless photovoltaic power plant. In: *IECON 2012 - 38th Annual Conference on IEEE Industrial Electronics Society.* [S.l.: s.n.], 2012. p. 5074–5079.
- [36] BATSCHAUER, A.; MUSSA, S.; HELDWEIN, M. Three-phase hybrid multilevel inverter based on half-bridge modules. *IEEE Transactions on Industrial Electronics*, v. 59, n. 2, p. 668–678, 2012.
- [37] HOLMES, D. G.; LIPO, T. A. Pulse With Modulation for Power Converters: Principles and Practice. USA: Wiley Interscience, 2003.
- [38] SOMMER, R. et al. New medium voltage drive systems using three-level neutral point clamped inverter with high voltage igbt. In: Thirty-Fourth IAS Annual Meeting. Conference Record of the 1999 IEEE Industry Applications Conference. [S.l.: s.n.], 1999. v. 3, p. 1513–1519 vol.3.
- [39] KAKU, B.; MIYASHITA, I.; SONE, S. Switching loss minimised space vector pwm method for igbt three-level inverter. *IEE Pro*-

ceedings - Electric Power Applications, v. 144, n. 3, p. 182–190, 1997.

- [40] SILVA, R. N. A. L. et al. Five-level hybrid converter based on a half-bridge/anpc cell. In: 2011 Brazilian Power Electronics Conference (COBEP). [S.l.: s.n.], 2011. p. 898–902.
- [41] TURNBULL, F. Selected harmonic reduction in static dc-ac inverters. *IEEE Transactions on Communication and Electronics*, v. 83, n. 73, p. 374–378, 1964.
- [42] PATEL, H. S. Thyristor inverter harmonic elimination using optimization techniques. Tese (PhD) — Dep. Elec. Eng., University of Missouri, Columbia, 1971.
- [43] PATEL, H. S.; HOFT, R. Generalized techniques of harmonic elimination and voltage control in thyristor inverters: Part i– harmonic elimination. *IEEE Transactions on Industry Applications*, IA-9, n. 3, p. 310–317, 1973.
- [44] PATEL, H. S.; HOFT, R. Generalized techniques of harmonic elimination and voltage control in thyristor inverters: Part ii — voltage control techniques. *IEEE Transactions on Industry Applications*, IA-10, n. 5, p. 666–673, 1974.
- [45] SOUALMI, A. et al. Study of copper losses in the stator windings and pm eddy-current losses for pm synchronous machines taking into account influence of pwm harmonics. In: *Electrical Machines* and Systems (ICEMS), 2012 15th International Conference on. [S.l.: s.n.], 2012. p. 1–5.
- [46] LIU, R.; MI, C.; GAO, D. Modeling of iron losses of electrical machines and transformers fed by pwm inverters. In: *Power En*gineering Society General Meeting, 2007. IEEE. [S.I.: s.n.], 2007. p. 1–7. ISSN 1932-5517.
- [47] HILDEBRAND, E. N.; ROEHRDANZ, H. Losses in three-phase induction machines fed by pwm converter. *Energy Conversion*, *IEEE Transactions on*, v. 16, n. 3, p. 228–233, Sep 2001. ISSN 0885-8969.

- [48] PENROSE, H.; ZYCH, Z. Impact of rotor bar bridges in torque development in integral horsepower machines in pwm inverter environments. In: *Electrical Insulation Conference (EIC), 2011.* [S.l.: s.n.], 2011. p. 32–35. ISSN pending.
- [49] ROBERTSON, S. D.; HEBBAR, K. Torque pulsations in induction motors with inverter drives. *Industry and General Applications, IEEE Transactions on*, IGA-7, n. 2, p. 318–323, March 1971. ISSN 0018-943X.
- [50] BUJA, G. S.; INDRI, G. B. Optimal pulsewidth modulation for feeding ac motors. *IEEE Transactions on Industry Applications*, IA-13, n. 1, p. 38–44, 1977.
- [51] ZACH, F. C.; ERTL, H. Efficiency optimal control for ac drives with pwm inverters. *IEEE Transactions on Industry Applicati*ons, IA-21, n. 4, p. 987–1000, 1985.
- [52] ZACH, F. C. Comparison of voltage and current spectra using optimized forms of inverter pulsewidth modulation. *IEEE Tran*sactions on Power Electronics, v. 4, n. 1, p. 64–72, 1989.
- [53] ZACH, F. C. et al. Dynamically optimal switching patterns for pwm inverter drives (for minimization of the torque and speed ripples). *IEEE Transactions on Industry Applications*, IA-21, n. 4, p. 975–986, 1985.
- [54] WELLS, J. et al. Optimal harmonic elimination control. In: 2004. PESC 04. 2004 IEEE 35th Annual Power Electronics Specialists Conference. [S.l.: s.n.], 2004. v. 6, p. 4214–4219 Vol.6.
- [55] HOBRAICHE, J.; VILAIN, J.; PLASSE, C. Offline optimized pulse pattern with a view to reducing dc-link capacitor application to a starter generator. In: 2004. PESC 04. 2004 IEEE 35th Annual Power Electronics Specialists Conference. [S.l.: s.n.], 2004. v. 5, p. 3336–3341 Vol.5.
- [56] LIPO, T. A. An improved weighted total harmonic distortion index for induction motor drives. In: *Conference on Optimization on Electrical and Electronic Equipment, 2000, OPTIM.* [S.I.: s.n.], 2000. p. pp 311–322, vol. 2.

- [57] NAMUDURI, C.; SEN, P. Optimal pulsewidth modulation for current source inverters. *IEEE Transactions on Industry Applications*, IA-22, n. 6, p. 1052–1072, 1986.
- [58] BETZ, R.; EVANS, R.; COOK, B. J. Optimal pulsewidth modulation for current source inverters. *IEEE Transactions on Industrial Electronics*, IE-33, n. 3, p. 318–324, 1986.
- [59] AZLI, N.; YATIM, A. Curve fitting technique for optimal pulsewidth modulation (pwm) online control of a voltage source inverter (vsi). In: *TENCON 2000. Proceedings*. [S.l.: s.n.], 2000. v. 1, p. 419–422 vol.1.
- [60] HUANG, H.; HU, S.; CZARKOWSKI, D. A novel simplex homotopic fixed-point algorithm for computation of optimal pwm patterns. In: *Power Electronics Specialists Conference, 2004. PESC* 04. 2004 IEEE 35th Annual. [S.l.: s.n.], 2004. v. 2, p. 1263–1267 Vol.2. ISSN 0275-9306.
- [61] NISHA, G.; USHAKUMARI, S.; LAKAPARAMPIL, Z. Cft based optimal pwm strategy for three phase inverter. In: *Power*, *Control and Embedded Systems (ICPCES), 2012 2nd International Conference on.* [S.l.: s.n.], 2012. p. 1–6.
- [62] QUINTANA, E. et al. A derivative-free method to develop optimal pwm strategies in power converters. In: Electrotechnical Conference, 1989. Proceedings. 'Integrating Research, Industry and Education in Energy and Communication Engineering', ME-LECON '89., Mediterranean. [S.l.: s.n.], 1989. p. 52–55.
- [63] LEE, J.; BONWICK, W. Solving nonlinear cost function for optimal pwm strategy. In: *Power Electronics and Drive Systems*, 1995., Proceedings of 1995 International Conference on. [S.I.: s.n.], 1995. p. 395–400 vol.1.
- [64] PINDADO, R.; JAEN, C.; POU, J. Robust method for optimal pwm harmonic elimination based on the chebyshev functions. In: *Harmonics and Quality of Power Proceedings, 1998. Proceedings.* 8th International Conference On. [S.l.: s.n.], 1998. v. 2, p. 976– 981 vol.2.

- [65] ZEYING, Z.; HUI, L.; RUCHENG, H. Cft-based on-line calculation for optimal pwm switching angles. In: *Power and Energy Engineering Conference, 2009. APPEEC 2009. Asia-Pacific.* [S.l.: s.n.], 2009. p. 1–5.
- [66] AZLI, N.; YATIM, A. Dsp-based online optimal pwm multilevel control for fuel cell power conditioning systems. In: *Industrial Electronics Society, 2001. IECON '01. The 27th Annual Confe rence of the IEEE.* [S.l.: s.n.], 2001. v. 2, p. 921–926 vol.2.
- [67] RASHID, M. M.; HIENDRO, A.; ANWARI, M. Optimal he-pwm inverter switching patterns using differential evolution algorithm.
   In: Power and Energy (PECon), 2012 IEEE International Conference on. [S.l.: s.n.], 2012. p. 32–37.
- [68] CHIASSON, J. et al. Eliminating harmonics in a multilevel converter using resultant theory. In: 2002. pesc 02. 2002 IEEE 33rd Annual Power Electronics Specialists Conference. [S.l.: s.n.], 2002. v. 2, p. 503–508 vol.2.
- [69] CHIASSON, J. et al. Control of a multilevel converter using resultant theory. *IEEE Transactions on Control Systems Techno*logy, v. 11, n. 3, p. 345–354, 2003.
- [70] DU, Z.; TOLBERT, L.; CHIASSON, J. Active harmonic elimination in multilevel converters using fpga control. In: 2004. Proceedings. 2004 IEEE Workshop on Computers in Power Electronics. [S.l.: s.n.], 2004. p. 127–132.
- [71] WELLS, J.; CHAPMAN, P.; KREIN, P. Generalization of selective harmonic control/elimination. In: 2005. PESC '05. IEEE 36th Power Electronics Specialists Conference. [S.l.: s.n.], 2005. p. 1358–1363.
- [72] WELLS, J. et al. Selective harmonic control: a general problem formulation and selected solutions. *IEEE Transactions on Power Electronics*, v. 20, n. 6, p. 1337–1345, 2005.
- [73] HOLTZ, J.; BEYER, B. Optimal synchronous pulsewidth modulation with a trajectory-tracking scheme for high-dynamic performance. *IEEE Transactions on Industry Applications*, v. 29, n. 6, p. 1098–1105, 1993.

- [74] MEILI, J. et al. Optimized pulse patterns for the 5-level anpc converter for high speed high power applications. In: *IECON* 2006 - 32nd Annual Conference on Industrial Electronics. [S.l.: s.n.], 2006. p. 2587 -2592. ISSN 1553-572X.
- SONG, Q.; LIU, W.; YUAN, Z. Multilevel optimal modulation and dynamic control strategies for statcoms using cascaded multilevel inverters. *IEEE Transactions on Power Delivery*, v. 22, n. 3, p. 1937–1946, 2007.
- [76] LIU, Y.; HONG, H.; HUANG, A. Real-time calculation of switching angles minimizing thd for multilevel inverters with step modulation. *IEEE Transactions on Industrial Electronics*, v. 56, n. 2, p. 285–293, 2009.
- [77] EDPUGANTI, A.; RATHORE, A. New optimal pulsewidth modulation for single dc-link dual-inverter fed open-end stator winding induction motor drive. *Power Electronics, IEEE Transacti*ons on, v. 30, n. 8, p. 4386–4393, Aug 2015. ISSN 0885-8993.
- [78] FLOURENTZOU, N.; DAHIDAH, M.; AGELIDIS, V. Optimal she-pwm switching patterns for an hvdc system built with eight conventional three-phase vsc modules. In: *Power Engineering Conference, 2008. AUPEC '08. Australasian Universities.* [S.l.: s.n.], 2008. p. 1–7.
- [79] KOURO, S. et al. Predictive control based selective harmonic elimination with low switching frequency for multilevel converters.
   In: Energy Conversion Congress and Exposition, 2009. ECCE 2009. IEEE. [S.l.: s.n.], 2009. p. 3130–3136.
- [80] LU, Z. et al. Selective harmonic eliminated and synchronous optimal pulse width modulation for a single-phase pwm rectifier in traction applications. In: *Electrical Machines and Systems* (*ICEMS*), 2012 15th International Conference on. [S.l.: s.n.], 2012. p. 1–6.
- [81] EDPUGANTI, A.; RATHORE, A.; GUPTA, A. Optimal fundamental switching frequency pulsewidth modulation of medium voltage cascade nine-level (91) inverter. In: *Power Electronics*,

Drives and Energy Systems (PEDES), 2014 IEEE International Conference on. [S.l.: s.n.], 2014. p. 1–6.

- [82] HUBER, J.; KORN, A. Optimized pulse pattern modulation for modular multilevel converter high-speed drive. In: 2012 15th International Power Electronics and Motion Control Conference (EPE/PEMC). [S.l.: s.n.], 2012. p. LS1a-1.4-1 -LS1a-1.4-7.
- [83] RATHORE, R.; HOLTZ, H.; BOLLER, T. Generalized optimal pulsewidth modulation of multilevel inverters for low-switchingfrequency control of medium-voltage high-power industrial ac drives. *IEEE Transactions on Industrial Electronics*, v. 60, n. 10, p. 4215–4224, 2013.
- [84] KRAUSE, P.; WASYNCZJK, O. Analysis of electric machinery. *IEEE Power Engineering Review*, v. 15, n. 3, p. 40–, 1995.

APÊNDICE A - Total Harmonic Distortion - THD

Técnicas de modulação de conversores, sobretudo para acionamento de máquinas, têm sempre um objetivo comum de entregar à carga tensões que resultem na menor distorção de correntes possível. Nenhum conversor comutado, com nenhuma técnica de modulação, é capaz de entregar à carga uma tensão senoidal pura, completamente isenta de componentes harmônicas, porém, alguns conversores/modulações fazem isto melhor que outros. Para comparação do quão boa é a qualidade da tensão sintetizada por um conversor comumente utilizam-se índices de desempenho como a THD (*Total Harmonic Distortion*, em português Distorção Harmônica Total) e a WTHD (*Weighted Total Harmonic Distortion*), que serão apresentados e discutidos nesse apêndice [37].

Para se falar de distorção harmônica total (THD), cabe antes uma breve introdução ao conceito de fator de potência (FP), mais precisamente uma de suas parcelas, o fator de distorção (FD<sub>ist</sub>).

O fator de potência é um índice de desempenho que foi desenvolvido para quantificar a relação da potência média transferida entre dois sistemas com a potência que aparentemente está sendo transferida quando se analisa independentemente as correntes e tensões dos sistemas. Este índice foi desenvolvido já com os primeiros sistemas de transmissão em corrente alternada, e originalmente teve como base sistemas com tensões senoidais de frequência única e fixa, com cargas lineares, e consequentemente correntes também puramente senoidais, já que esta era a realidade da época.

Neste contexto, tornou-se comum quantificar as correntes e tensões de um sistema, ainda puramente senoidais, não por sua representação temporal, mas por outro índice conhecido como valor eficaz da tensão/corrente (rms, do inglês *Root Mean Square*), de forma que estas pudessem ser representadas por apenas um valor, como no caso de valores médios de tensão/corrente em sistemas em corrente contínua. Para simplificação de notação, neste texto o valor eficaz de um sinal xserá representado pela variável em maiúsculo com o simbolo til  $(\tilde{X})$  e o valor de eficaz de suas componentes harmônicas será representado de forma similar, porém com letras em minúsculo e com um índice h indicando a ordem da componente harmônica  $(\tilde{x}_h)$ . Assim, considerando um sinal periódico  $x(\theta)$ :

$$\tilde{X} = X_{rms} = \sqrt{\frac{1}{2\pi} \int_{\phi-2\pi}^{\phi} x^2(\theta) \, d\theta},\tag{A.1}$$

onde  $x(\theta)$  é a representação temporal desta corrente/tensão.

Sabe-se ainda que a potência instantânea em qualquer componente do sistema é dada pelo produto da tensão instantânea pela corrente instantânea neste componente, ou seja:

$$p(\theta) = i(\theta)v(\theta), \tag{A.2}$$

porém, comumente não se tem interesse direto no valor instantâneo da potência, mas sim no seu valor médio ao longo do tempo, em um ciclo da fundamental por exemplo. Esta pode sempre ser obtida através da integração de  $p(\theta)$ :

$$P = \frac{1}{2\pi} \int_{\phi-2\pi}^{\phi} p(\theta) \, d\theta, \tag{A.3}$$

mas para isso precisa-se de uma representação temporal e sincronizada da corrente e da tensão, já que comumente mede-se potência indiretamente.

Analogamente ao que se faz em sistemas CC com correntes e tensões constantes, que podem ser completamente representados por seus valores médios, pode-se pensar em calcular essa potência ativa P por uma relação que envolve os valores eficazes de tensão e de corrente e não de suas representações instantâneas, que são matematicamente muito mais complexas. Assim, define-se S como a potência aparente, dada pela multiplicação direta dos valores eficazes da tensão e da corrente, ou seja:

$$S = \tilde{V}\tilde{I}.$$
 (A.4)

Esta potência aparente, geralmente associada à uma unidade de medida VA (volt ampère) ao invés de W (watt), não representa diretamente a potência média transferida entre dois sistemas, mas apenas uma potência que aparentemente esta sendo transferida, quando analisa-se a corrente e a tensão isoladamente. Esta potência aparente é igual à potência ativa apenas no caso bem específico em que a corrente e a tensão são senoidais e estão em fase entre si. A razão entre a potência ativa  ${\cal P}$ e a potência aparente S é conhecida como fator de potência:

$$FP = \frac{P}{S} \tag{A.5}$$

Para correntes e tensões puramente senoidais, esta relação é simples e bem conhecida. Neste caso o fator de potência é igual ao fator de deslocamento (FD<sub>esl</sub>), dado por:

$$FD_{esl} = \cos(\varphi) \tag{A.6}$$

onde  $\varphi$  é o ângulo de defasagem entre a tensão e a corrente.

Com a evolução tecnológica, principalmente da eletrônica de potência, este cenário de correntes e tensões puramente senoidais, resultante de sistemas compostos apenas por cargas lineares, não representa a realidade, e o fator de deslocamento, por si só, já não define mais a relação entre as potências ativa e aparente. Para casos nos quais a corrente ou a tensão possuem elevado conteúdo harmônico, introduz-se outro índice, o fator de distorção  $(FD_{ist})$ , que quantifica a redução de fator de potência resultante da distorção da corrente e/ou da tensão.

Considerando o caso particular em que tanto a corrente como a tensão são periódicas e isentas de componente CC, porém a corrente é puramente senoidal, definida por (A.7), enquanto a tensão possui alto conteúdo harmônico e pode ser representada por uma série de Fourier, conforme (A.8).

$$i(\theta) = \hat{i}_1 \operatorname{sen}(\theta - \varphi_1)$$
 (A.7)

$$v(\theta) = \sum_{h=1}^{\infty} \left[ a_h \cos(h\theta) + b_h \sin(h\theta) \right]$$
(A.8)

Sendo a amplitude das componentes harmônicas da tensão dada por:

$$\hat{v}_h = \sqrt{a_h^2 + b_h^2},\tag{A.9}$$

os valores eficazes da tensão e da corrente são calculados por:

$$\tilde{I} = \sqrt{\frac{1}{2\pi}} \int_{\phi-2\pi}^{\phi} i^2(\theta) \, d\theta = \frac{\hat{i}_1}{\sqrt{2}} = \tilde{i}_1 \tag{A.10}$$

$$\tilde{V} = \sqrt{\frac{1}{2\pi} \int_{\phi-2\pi}^{\phi} v^2(\theta) \, d\theta} \tag{A.11}$$

onde

$$v^{2}(\theta) = \sum_{m=1}^{\infty} \sum_{n=1}^{\infty} [a_{m}a_{n}\cos(m\theta)\cos(n\theta) + a_{m}b_{n}\cos(m\theta)\sin(n\theta) + (A.12) + b_{m}a_{n}\sin(m\theta)\cos(n\theta) + b_{m}b_{n}\sin(m\theta)\cos(n\theta) + b_{m}b_{n}\sin(m\theta)\sin(n\theta)]$$

$$\int_{0}^{2\pi} a_m a_n \cos(m\theta) \cos(n\theta) \, d\theta = \begin{cases} 0 & , m \neq n \\ \pi a_m^2 & , m = n \end{cases}$$
(A.13)

$$\int_{0}^{2\pi} b_m b_n \operatorname{sen}(m\theta) \operatorname{sen}(n\theta) d\theta = \begin{cases} 0 & , m \neq n \\ \pi b_m^2 & , m = n \end{cases}$$
(A.14)

$$\int_{0}^{2\pi} a_m b_n \cos(m\theta) \sin(n\theta) \, d\theta = 0 \tag{A.15}$$

$$\tilde{V} = \sqrt{\sum_{h=1}^{\infty} \left[\frac{a_h^2 + b_h^2}{2}\right]} = \sqrt{\sum_{h=1}^{\infty} \tilde{v}_h^2}$$
(A.16)

Calculando o fator de potência, têm-se que:

$$FP = \frac{P}{S} = \frac{\frac{1}{2\pi} \int_{0}^{2\pi} i(\theta)v(\theta) d\theta}{\tilde{I}\tilde{V}}$$
$$= \frac{\frac{1}{2\pi} \int_{0}^{2\pi} \sum_{h=1}^{\infty} [a_{h}\cos(\theta) + b_{h}\sin(\theta)] \hat{i}_{1}\sin(\theta - \varphi_{1}) d\theta}{\tilde{i}_{1} \sqrt{\sum_{h=1}^{\infty} \tilde{v}_{h}^{2}}}$$
$$= \frac{\tilde{i}_{1}\tilde{v}_{1}\cos(\varphi_{1})}{\tilde{i}_{1}\tilde{v}_{1}\sqrt{1 + \sum_{h=1}^{\infty} \left(\frac{\tilde{v}_{h}}{\tilde{v}_{1}}\right)^{2}}}$$
(A.17)

que, simplificando, resulta em:

$$FP = \frac{\cos(\varphi_1)}{\sqrt{1 + \sum_{h=1}^{\infty} \left(\frac{\tilde{v}_h}{\tilde{v}_1}\right)^2}}$$
(A.18)

e comumente divide-se esta expressão em dois termos:

$$FP = FD_{esl} \cdot FD_{ist}, \qquad (A.19)$$

onde o primeiro, denominado fator de deslocamento  $(FD_{esl})$ , quantifica a redução do fator de potência devido à defasagem entre as componentes fundamentais da tensão e da corrente, enquanto o segundo, denominado fator de distorção  $(FD_{ist})$ , quantifica a redução de PF decorrente da distorção harmônica. Estes índices são dados por:

$$FD_{esl} = \cos(\varphi_1) \tag{A.20}$$

$$FD_{ist} = \frac{1}{\sqrt{1 + THD^2}},$$
 (A.21)

sendo que o fator de distorção fica completamente definido por outro, índice, a THD:

$$\text{THD}_{v} = \sqrt{\sum_{h=2}^{\infty} \left(\frac{\tilde{v}_{h}}{\tilde{v}_{1}}\right)^{2}}.$$
(A.22)

O mesmo processo pode ser feito impondo tensão puramente senoidal e corrente com conteúdo harmônico, neste caso têm-se:

$$FD_{ist} = \frac{1}{\sqrt{1 + THD_i^2}}$$
(A.23)

e:

$$\text{THD}_{i} = \sqrt{\sum_{h=2}^{\infty} \left(\frac{\tilde{i}_{h}}{\tilde{i}_{1}}\right)^{2}}.$$
 (A.24)

Em um caso mais genérico, onde tanto a corrente como a tensão podem possuir conteúdo harmônico, surge um termo adicional relacionado à possível transferência de potência ativa pelas componentes harmônicas. Neste caso têm-se:

$$v(\theta) = \sum_{h=1}^{\infty} \left[ a_{v,h} \cos(h\theta) + b_{v,h} \sin(h\theta) \right]$$
(A.25)

$$i(\theta) = \sum_{h=1}^{\infty} \left[ a_{i,h} \cos(h\theta - \varphi_h) + b_{i,h} \sin(h\theta - \varphi_h) \right]$$
(A.26)

$$p(\theta) = \sum_{m=1}^{\infty} \sum_{n=1}^{\infty} [a_{v,m} a_{i,n} \cos(m\theta) \cos(n\theta - \varphi_h) + a_{v,m} b_{i,n} \cos(m\theta) \sin(n\theta - \varphi_h) + b_{v,m} a_{i,n} \sin(m\theta) \cos(n\theta - \varphi_h) + b_{v,m} b_{i,n} \sin(m\theta) \sin(n\theta - \varphi_h)]$$
(A.27)

$$\int_{0}^{2\pi} \cos(m\theta) \cos(n\theta - \varphi_n) \, d\theta = \begin{cases} 0 & , m \neq n \\ \pi \cos(\varphi_n) & , m = n \end{cases}$$
(A.28)

$$\int_{0}^{2\pi} \cos(m\theta) \sin(n\theta - \varphi_n) \, d\theta = \begin{cases} 0 & , m \neq n \\ -\pi \sin(\varphi_n) & , m = n \end{cases}$$
(A.29)

$$\int_{0}^{2\pi} \operatorname{sen}(m\theta) \cos(n\theta - \varphi_n) \, d\theta = \begin{cases} 0 & , m \neq n \\ \pi \operatorname{sen}(\varphi_n) & , m = n \end{cases}$$
(A.30)

$$\int_{0}^{2\pi} \operatorname{sen}(m\theta) \operatorname{sen}(n\theta - \varphi_n) d\theta = \begin{cases} 0 & , m \neq n \\ \pi \cos(\varphi_n) & , m = n \end{cases}$$
(A.31)

$$FP = \frac{P}{S} = \frac{\frac{1}{2\pi} \int_{0}^{2\pi} i(\theta)v(\theta) d\theta}{\sqrt{\frac{1}{2\pi} \int_{0}^{2\pi} i^{2}(\theta) d\theta} \sqrt{\frac{1}{2\pi} \int_{0}^{2\pi} v^{2}(\theta) d\theta}} = \frac{\sum_{h=1}^{\infty} \tilde{i}_{h}\tilde{v}_{h}\cos(\varphi_{h})}{\sqrt{\sum_{h=2}^{\infty} \tilde{i}_{h}^{2}} \sqrt{\sum_{h=2}^{\infty} \tilde{v}_{h}^{2}}}$$
$$= \frac{\tilde{i}_{1}\tilde{v}_{1}\cos(\varphi_{1}) \left[1 + \sum_{h=2}^{\infty} \frac{\tilde{i}_{h}\tilde{v}_{h}\cos(\varphi_{h})}{\tilde{i}_{1}\tilde{v}_{1}\cos(\varphi_{1})}\right]}{\tilde{i}_{1}\tilde{v}_{1}\sqrt{1 + \sum_{h=2}^{\infty} \left(\frac{\tilde{i}_{h}}{\tilde{i}_{1}}\right)^{2}} \sqrt{1 + \sum_{h=2}^{\infty} \left(\frac{\tilde{v}_{h}}{\tilde{v}_{1}}\right)^{2}}}$$
(A.32)

e simplificando obtêm-se:

$$FP = \frac{\cos(\varphi_1) \left[ 1 + \sum_{h=2}^{\infty} \frac{\tilde{i}_h \tilde{i}_h \cos(\varphi_h)}{\tilde{i}_1 \tilde{i}_1 \cos(\varphi_1)} \right]}{\sqrt{1 + \text{THD}_v^2} \cdot \sqrt{1 + \text{THD}_i^2}}.$$
 (A.33)

Alguns autores utilizam a THD das tensões de saída de um inversor (THD<sub>v</sub>) como índice de desempenho para comparação de técnicas de modulação, porém, comumente se tem como objetivo obter baixos valores de THD das correntes da carga (THD<sub>i</sub>), e não das tensões que as alimentam, principalmente em acionamento de máquinas, já que as correntes são diretamente responsáveis pelos campos magnéticos que induzem torque no eixo, além de possuir relação também direta com as perdas resistivas dos enrolamentos. Por exemplo, dois conversores e/ou duas técnicas de modulação A e B, que apresentam THD<sub>v,A</sub> < THD<sub>v,B</sub>, não necessariamente vão apresentar THD<sub>i,A</sub> < THD<sub>i,B</sub>, já que a impedância do motor aumenta com a frequência, de modo que as componentes harmônicas de tensão de alta ordem são mais atenuadas que as de baixa. Ou seja, devido à característica da impedância da carga, a THD<sub>i</sub> é definida não apenas pela amplitude das componentes harmônicas da tensão, mas também pela ordem destas componentes harmônicas.

Para uma carga indutiva pura, sabe-se que impedância é dada por:

$$Z = 2\pi f L, \tag{A.34}$$

onde f é a frequência e L a indutância. Assim, para cada componente harmônica têm-se:

$$z_h = 2\pi h f_1 L = h z_1. \tag{A.35}$$

Comumente conhece-se de antemão o conteúdo harmônico da tensão, já que esta é imposta pelo conversor, mas não da corrente da carga, que é resultado da interação da tensão imposta com a impedância da carga. Com (A.35) pode-se estimar o conteúdo harmônica da corrente de carga por:

$$\hat{i}_h = \frac{\hat{v}_h}{z_h} = \frac{\hat{v}_h}{hz_1},\tag{A.36}$$

e consequentemente pode-se estimar a  $\text{THD}_i$  por:

$$\text{THD}_{i} = \sqrt{\sum_{h=2}^{\infty} \left(\frac{\tilde{i}_{h}}{\tilde{i}_{1}}\right)^{2}} = \sqrt{\sum_{h=2}^{\infty} \left(\frac{\tilde{v}_{h}/(hz_{1})}{\tilde{v}_{1}/z_{1}}\right)^{2}},$$
(A.37)

que simplificando resulta em:

$$\text{THD}_{i} = \frac{\sqrt{\sum_{h=2}^{\infty} \left(\frac{\tilde{v}_{h}}{h}\right)^{2}}}{\tilde{v}_{1}}.$$
(A.38)

Nota-se que com (A.39) têm-se uma representação da  $\text{THD}_i$  a partir das amplitudes das componentes harmônicas da tensão, ponderadas por suas ordens, e da característica assumida para a impedância da carga. Este índice que calcula indiretamente a THD das correntes é conhecido como WTHD (*Weighted Total Harmonic Distortion*) da tensão, e é um índice mais adequado para comparação de técnicas de modulação que a THD quando a carga tem características predominantemente indutivas.

$$WTHD_{v} = \frac{\sqrt{\sum_{h=2}^{\infty} \left(\frac{\tilde{v}_{h}}{h}\right)^{2}}}{\tilde{v}_{1}}$$
(A.39)

Um motor, que é a carga considerada neste trabalho, não é um indutor puro. Em operação ele apresenta um comportamento resistivo para as componentes harmônicas de baixa frequência e um comportamento indutivo para frequência mais elevadas, sendo que este ponto de transição entre uma e outra é dependente das condições de operação do motor [56]. Neste trabalho considera-se apenas sistemas trifásicos com conexão a três fios, nos quais as componentes harmônicas múltiplas de três são inexistentes, além de tensões com simetria de forma a não existir componentes harmônicas de ordem par. Assim, a primeira componente harmônica que deve ser levada em consideração para a minimização, que irá afetar a WTHD, é a de 5ª ordem, cuja frequência comumente está além deste ponto de transição, de forma que, considerando o conteúdo harmônico, excluindo a fundamental, pode-se assumir que o motor é uma carga puramente indutiva e que a WTHD representa bem a distorção das correntes. Com essa abordagem, desconsiderando a fundamental, erra-se no cálculo da  $\text{THD}_i$  apenas por um fator definido pela componente fundamental da corrente, mas isso não é um problema, já que para a minimização não se precisa saber o valor absoluto, mas apenas relativo entre as componentes harmônicas.

Com isso, define-se  $\sigma_{wthd}$  como índice de desempenho baseado na WTHD, que é utilizado para minimização da THD das correntes da máquina:

$$\sigma_{\text{wthd}} = \sum_{\substack{h=6n\mp 1\\n\in\mathbb{N}^*}}^{H} \left(\frac{\hat{l}_h}{h}\right)^2, \qquad (A.40)$$

onde l é o nível da tensão de saída, proporcional à tensão de saída. Destaca-se ainda que, por razões práticas, esse índice é computado por um número finito de componente harmônicas, comumente para H = 50. ANEXO A – Resultados Experimentais

Nas figuras A.2 a A.16 são apresentados, para as diversas modulações testadas, os espectros harmônicos das tensões de linha e corrente de uma das fases do motor, obtidos experimentalmente através de um osciloscópio LECROY HRO 66Zi, além das medições das tensões de entrada, potência de entrada individual de cada um dos módulos bem como os valores eficazes e THDs das correntes das três fases do motor, obtidas através de um analisador de potência YOKOGAWA WT1800. As medições foram realizadas conforme diagrama da figura A.1.

O módulo de análise espectral do osciloscópio LECROY HR0 66Zi apresenta os valores das componentes harmônicas medidas em decibel e não em unidades de corrente e tensão (ampère [A] e volt [V]). As medições de corrente são apresentadas em dB, e sua conversão para ampère rms é dada por:

$$\hat{i}_h[\mathbf{A}_{\rm rms}] = 10^{\hat{I}[\rm dB]/20}.$$
 (A.1)

As medições de tensão, por sua vez, são apresentadas em dBm, considerando a potência em mW em uma terminação de 50  $\Omega$  e sua conversão para volt rms é dada por:

$$\hat{v}_h[\mathbf{V}_{\rm rms}] = 10^{\left(\hat{V}[\rm dBm] - 13\right)/20}.$$
 (A.2)

Nas figuras A.17 a A.31 são apresentadas as formas de onda de tensão de fase e linha, das correntes do motor e de sua trajetória no espaço  $\alpha\beta$ , sendo estas calculadas pela transformada de Clarke:

$$\begin{bmatrix} i_{\alpha} \\ i_{\beta} \end{bmatrix} = \frac{1}{2} \begin{bmatrix} 2 & -1 & -1 \\ 0 & -\sqrt{3} & \sqrt{3} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_{a} \\ i_{b} \\ i_{c} \end{bmatrix}$$
(A.3)

Todas as aquisições aqui apresentadas foram feitas com o motor operando com a mesma velocidade de 1.800 rpm, mesma carga mecânica de aproximadamente 60,4 Nm (11,4 kW na velocidade utilizada) e com o inversor impondo o mesmo índice de modulação M = 0,937 e frequência  $f_1 = 90$  Hz. Estas aquisições contemplam a operação em regime permanente para as modulações OPP (modulação síncrona otimizada), mIPD (modified In-Phase Disposition), mIPD3 (modified In-Phase Disposition) e SVM (Space Vector Modulation).



Figura A.1 – Setup de testes e equipamentos de medição.



Figura A.2 – Medições dos espectros harmônicos e da THD<sub>i</sub> para uma modulação OPP com N=4.



Figura A.3 – Medições dos espectros harmônicos e da THD<sub>i</sub> para uma modulação OPP com N=5.



Figura A.4 – Medições dos espectros harmônicos e da THD<sub>i</sub> para uma modulação OPP com N=6.



Figura A.5 – Medições dos espectros harmônicos e da THD<sub>i</sub> para uma modulação OPP com N=8.



Figura A.6 – Medições dos espectros harmônicos e da THD<sub>i</sub> para uma modulação OPP com N=13.



Figura A.7 – Medições dos espectros harmônicos e da THD<sub>i</sub> para uma modulação SVM com  $f_s = 2160$  Hz.



Figura A.8 – Medições dos espectros harmônicos e da THD<sub>i</sub> para uma modulação mIPD com  $f_c = 2160$  Hz.



Figura A.9 – Medições dos espectros harmônicos e da THD<sub>i</sub> para uma modulação mIPD3 com  $f_c = 2160$  Hz.



Figura A.10 – Medições dos espectros harmônicos e da THD<sub>i</sub> para uma modulação SVM com  $f_s = 3600$  Hz.



Figura A.11 – Medições dos espectros harmônicos e da THD<sub>i</sub> para uma modulação mIPD com  $f_c = 3600$  Hz.



Figura A.12 – Medições dos espectros harmônicos e da THD<sub>i</sub> para uma modulação mIPD3 com  $f_c = 3600$  Hz.



Figura A.13 – Medições dos espectros harmônicos e da THD<sub>i</sub> para uma modulação SVM com  $f_s = 4320$  Hz.


Figura A.14 – Medições dos espectros harmônicos e da THD<sub>i</sub> para uma modulação mIPD com  $f_c = 4320$  Hz.



Figura A.15 – Medições dos espectros harmônicos e da THD<sub>i</sub> para uma modulação mIPD3 com  $f_c = 4320$  Hz.



Figura A.16 – Medições dos espectros harmônicos e da THD<sub>i</sub> para uma modulação SVM com  $f_s = 7200$  Hz.



Figura A.17 – Tensões e correntes em regime permanente para modulação OPP com  $N\!=\!4.$ 



Figura A.18 – Tensões e correntes em regime permanente para modulação OPP com  $N\!=\!5.$ 



Figura A.19 – Tensões e correntes em regime permanente para modulação OPP com  $N\!=\!6.$ 



Figura A.20 – Tensões e correntes em regime permanente para modulação OPP com N=8.



Figura A.21 – Tensões e correntes em regime permanente para modulação OPP com  $N\!=\!12.$ 



Figura A.22 – Tensões e correntes em regime permanente para modulação OPP com  $N\!=\!13.$ 



Figura A.23 – Tensões e correntes em regime permanente para modulação mIPD com  $f_c\!=\!2160$  Hz.



Figura A.24 – Tensões e correntes em regime permanente para modulação mIPD3  $f_c\!=\!2160$  Hz.



Figura A.25 – Tensões e correntes em regime permanente para modulação SVM com  $f_s\!=\!2160$  Hz.



Figura A.26 – Tensões e correntes em regime permanente para modulação mIPD com  $f_c\!=\!3600$  Hz.



Figura A.27 – Tensões e correntes em regime permanente para modulação mIPD3 com  $f_c\!=\!3600$  Hz.



Figura A.28 – Tensões e correntes em regime permanente para modulação SVM com  $f_s\,{=}\,3600$  Hz.



Figura A.29 – Tensões e correntes em regime permanente para modulação mIPD com  $f_c\!=\!4320$  Hz.



Figura A.30 – Tensões e correntes em regime permanente para modulação mIPD3 com  $f_c\!=\!4320$  Hz.



Figura A.31 – Tensões e correntes em regime permanente para modulação SVM  $f_s\!=\!4320$  Hz.

ANEXO B – Esquemáticos do Protótipo

















Tese apresentada ao Programa de Pós-graduação em Engenharia Elétrica, Departamento de Elétrica, do Centro Tecnológico da Universidade Federal de Santa Catarina, como requisito para obtenção do Título de Doutor em Engenharia Elétrica

Orientador: Marcelo Lobo Heldwein, Dr. sc. ETH

Florianópolis, 2015