

UNIVERSIDADE FEDERAL DE SANTA CATARINA

APERFEIÇOAMENTO DA METODOLOGIA DE ENSAIO DE  
MODELOS MECÂNICOS

DISSERTAÇÃO SUBMETIDA À UNIVERSIDADE FEDERAL DE  
SANTA CATARINA PARA A OBTENÇÃO DO GRAU DE MESTRE EM ENGENHARIA

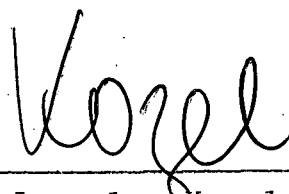
ELIZABETH ROSITO DA COSTA MARQUES

DEZEMBRO - 1977

APERFEIÇOAMENTO DA METODOLOGIA DE ENSAIO DE  
MODELOS MECÂNICOS

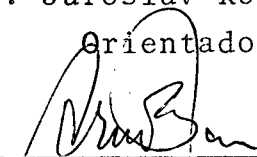
ELIZABETH ROSITO DA COSTA MARQUES

ESTA DISSERTAÇÃO FOI JULGADA PARA A OBTENÇÃO DO TÍTULO  
- MESTRE EM ENGENHARIA - ESPECIALIDADE ENGENHARIA MECÂNICA -  
E APROVADA EM SUA FORMA FINAL PELO CURSO DE PÓS-GRADUAÇÃO.



---

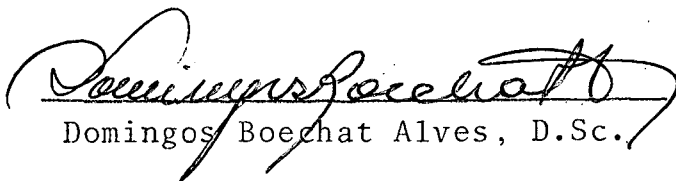
Prof. Jaroslav Kozel, Ph.D.  
Orientador



---

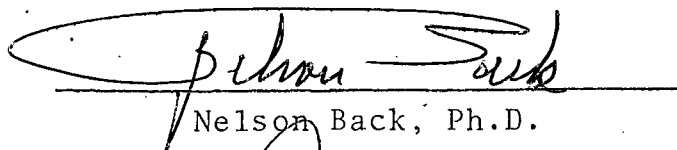
Prof. Arno Blass, Ph.D.  
Coordenador

APRESENTADA PERANTE A BANCA EXAMINADORA COMPOSTA DOS PROFESSORES



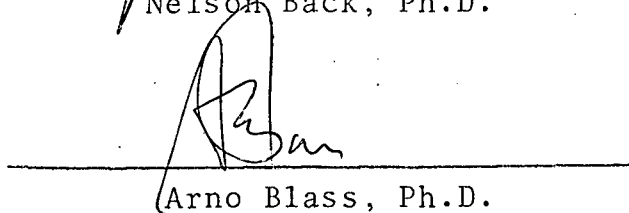
---

Domingos Boechat Alves, D.Sc.



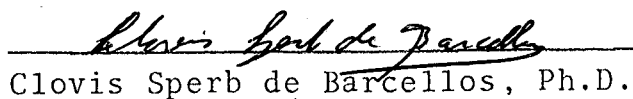
---

Nelson Back, Ph.D.



---

Arno Blass, Ph.D.



---

Clovis Sperb de Barcellos, Ph.D.

## AGRADECIMENTOS

- ao Prof. Kozel, que através do seu valioso apoio e orientação tornou possível a realização deste trabalho.
- ao Prof. Domingos, pela atenção que dispensou em relação à montagem dos programas de elementos finitos e uso do PROASE.
- aos amigos que colaboraram na execução dos testes.

## SUMÁRIO

SIMBOLOGIA .....	vii
RESUMO .....	viii
ABSTRACT .....	ix

## CAPÍTULO I

INTRODUÇÃO .....	1
------------------	---

## CAPÍTULO II

PESQUISA BIBLIOGRÁFICA .....	5
2.1 - Equações básicas para estruturas tipo caixa de parede fina .....	5
2.1.1 - Teoria de membrana .....	5
2.2 - O trabalho de Dreyer .....	8
2.2.1 - Deformações à flexão e tensões cisalhantes ....	9
2.2.2 - Deformações à torção .....	12
2.3 - Fórmula para deflexões torcionais segundo Kamynskaya, Levina & Reshetov .....	15
2.4 - Método de elementos finitos aplicado à análise das deformações de colunas de parede fina .....	17
2.5 - Avaliação dos métodos teóricos de determinação das deformações .....	19
2.6 - Considerações sobre leis de modelos em sistemas elásticos .....	20
2.6.1 - Flexão .....	22
2.6.2 - Torção .....	24

## CAPÍTULO III

MODELOS .....	25
3.1 - Material .....	25
3.2 - Formas e dimensões .....	26
3.3 - Construção .....	27

## CAPÍTULO IV

SISTEMAS DE CARREGAMENTO .....	37
4.1 - Introdução .....	37
4.2 - Dispositivos de aplicação de carga de flexão .....	38
4.2.1 - Dispositivo de aplicação da carga de flexão em modelos simples (sem guias) .....	38
4.2.2 - Dispositivo de aplicação de carga de flexão em modelos com guias .....	39
4.3 - Dispositivo de aplicação de carga de torção .....	43
4.3.1 - Dispositivo de aplicação de carga de torção em modelos simples .....	43
4.3.2 - Dispositivo de aplicação de carga de torção em modelos com guias .....	47
4.4 - Estrutura de base para o carregamento .....	50
4.5 - Valores das cargas aplicadas .....	54
4.6 - Alturas de aplicação de carga .....	54

## CAPÍTULO V

VALORES TEÓRICOS DAS DEFORMAÇÕES .....	57
5.1 - Introdução .....	57
5.2 - Valores para flexão .....	57
5.3 - Valores para torção .....	60
5.3.1 - Valores das deformações segundo Dreyer .....	60
5.3.2 - Valores das deformações segundo Kamynskaya, Levina & Reshetov .....	61
5.4 - Valores obtidos através do método de elementos finitos .....	64
5.5 - Comentários .....	75

## CAPÍTULO VI

PLANEJAMENTO, PREPARAÇÃO E EXECUÇÃO DOS TESTES .....	81
6.1 - Introdução .....	81
6.2 - Seleção e descrição dos instrumentos de medida .....	82
6.2.1 - Características dos instrumentos .....	83
6.2.2 - Ligação do conjunto de leitura .....	85

6.3 - Planejamento e coleta de dados .....	87
6.3.1 - Folha de coleta de dados .....	87
6.3.2 - Tipos de dados - Natureza dos testes .....	88
6.3.3 - Número de leituras realizadas .....	88
6.3.4 - Posição de leitura .....	90
6.4 - Montagem dos testes .....	93
6.5 - Testes preliminares .....	98
6.5.1 - Determinação das alturas de medição .....	98
6.6 - Resultados obtidos nos testes preliminares .....	99

## CAPÍTULO VII

7.1 - Apresentação dos resultados .....	103
7.2 - Discussão dos resultados .....	103
7.2.1 - Grupo de testes de flexão .....	103
7.2.2 - Grupo dos testes de torção .....	125
7.3 - Comparações .....	141

## CAPÍTULO VIII

8.1 - Conclusões .....	145
8.2 - Recomendações .....	146

BIBLIOGRAFIA .....	147
--------------------	-----

APÊNDICE 1 - DETERMINAÇÃO DAS CARACTERÍSTICAS ELÁSTICAS DO MATERIAL DOS MODELOS .....	150
--	-----

APÊNDICE 2 - CONSIDERAÇÕES SOBRE A MONTAGEM DAS ESTRUTURAS PARA CÁLCULO ATRAVÉS DE ELEMENTOS FINITOS .....	159
---	-----

APÊNDICE 3 - AFERIÇÃO DOS APALPADORES UTILIZADOS NA MEDIÇÃO DAS DEFORMAÇÕES .....	164
--	-----

## SIMBOLOGIA

A	área da seção transversal
b, h	dimensões da seção transversal do modelo
E	módulo de Young
G	módulo de elasticidade transversal
I	momento de inércia de área
$J_T$	momento de inércia polar
L	comprimento do modelo
$\ell$	distância do plano de aplicação de carga ao engaste
$M_T$	momento torçor
P	cargas aplicadas
Q	esforço cortante
s	espessura da parede
U	perímetro
u	deslocamento segundo x
v	deslocamento segundo y
w	deslocamento segundo z
x, y, z	coordenadas em sistema cartesiano
$\chi$	coeficiente de cisalhamento
$\tau$	tensão cisalhante
$\sigma$	tensão normal
$\theta_x$	deslocamento angular segundo x
$\theta_y$	deslocamento angular segundo y
$\theta_z$	deslocamento angular segundo z
$\mu$	coeficiente de Poisson

## RESUMO

É apresentado um roteiro de execução de testes de torção e flexão em estruturas tipo coluna de parede fina, para determinação dos valores das deformações sob carga.

Descreve-se a construção dos modelos, formas de aplicação de carga e o sistema de medição utilizado.

Comparam-se os valores determinados experimentalmente com os valores obtidos através das teorias que tratam o fenômeno e especialmente com o método de elementos finitos, mostrando-se as formas resultantes das seções transversais deformadas.



## ABSTRACT

A method is presented for the execution of torsion and bending tests to determine the deformation behaviour of thin walled columns.

The construction of models, methods of load application, and the measuring system are described.

Comparison is made between experimentally and theoretically obtained results, specially with those of the finite element method showing the resulting shape of deformed cross sections.

## CAPÍTULO I

## INTRODUÇÃO

Segundo Gorbатов & Valenta [1] as formas das partes estruturais de máquinas-ferramenta podem ser classificadas em dois grupos básicos. O primeiro grupo é representado por caixas de parede fina e o segundo por placas finas.

A estas partes básicas da estrutura, outros elementos são adicionados, com a finalidade de guiar e conduzir as ferramentas e peças. No caso em que estas partes são deformadas em relação a estrutura básica, como por exemplo em guias sobre uma mesa ou sobre uma coluna, é necessário determinar suas deformações separadamente e superpô-las às deformações do sistema básico, considerando ainda as deformações nas juntas.

Normalmente no projeto e dimensionamento de partes de máquinas ferramentas são usados critérios de deformação ao invés de critérios de resistência, usualmente aplicados em outros tipos de máquinas. Outro fato típico de máquinas-ferramenta é a pequena relação comprimento-largura de algumas de suas partes componentes o que torna necessária a consideração das deformações devidas ao cisalhamento, além das deformações à flexão.

O deslocamento resultante do sistema de uma máquina ferramenta, portanto, depende das deformações das partes individuais da estrutura e dos deslocamentos nas suas juntas. Designando por  $\xi$  o deslocamento unitário, isto é, o deslocamento produzido por uma força unitária ou por um torque unitário, o deslocamento do sistema completo será:

$$\xi = \frac{\xi_a \xi_b \xi_c}{\xi_a \xi_b + \xi_a \xi_c + \xi_b \xi_c} \quad (1.1)$$

onde:  $\xi_a$  - é o deslocamento unitário da estrutura  
 $\xi_b$  e  $\xi_c$  - são os deslocamentos da ferramenta e da peça, respectivamente

Para máquinas-ferramenta, admite-se que as rigidez da ferramenta e da peça sejam sempre maiores do que a da estrutura, ou seja, para as deformações, ter-se-á:

$$\xi_b \ll \xi_a$$

$$\xi_c \ll \xi_a$$

Logo  $\xi \approx \xi_a$ , ou seja, a deformação da estrutura será o fator determinante no dimensionamento.

Sabe-se da mecânica clássica de corpos elásticos, que no caso de torção e flexão é possível diminuir a sollicitação do material através de uma escolha adequada da forma da seção transversal, pelo aumento do segundo momento de área, para um peso constante do elemento. No caso de flexão e especialmente para a torção, sob o ponto de vista da rigidez, a seção ideal é a seção fechada oca (p. ex. retangular) na qual a rigidez à flexão é tão boa quanto a da seção em I, e a rigidez torcional se aproxima da rigidez da seção circular.

As colunas de parede fina são portanto, elementos de ótimas características de rigidez estática, adicionando-se a isto também, boas características dinâmicas, ou seja, devido a seu pouco peso possuirão altas frequências de ressonância, normalmente acima da faixa normal de frequências que ocorrem em máquinas-ferramenta.

Analisa-se neste trabalho, somente as deformações estáticas.

Para o caso estático, as fórmulas gerais de rigidez para um elemento engastado-livre são:

$$k_f = \frac{P}{\mu} = \frac{3 E I}{\ell^3} \quad \text{para flexão} \quad (1.2)$$

$$e \quad k_T = \frac{M_T}{\phi} = \frac{G J_T}{\ell} \quad \text{para torção} \quad (1.3)$$

onde  $\mu$  é o deslocamento longitudinal no sentido da força  $P$  e  $\phi$  é o deslocamento angular,  $I$  é o 2º momento de área,  $J_T$  é o segundo momento polar de área da seção transversal,  $\ell$  é a distância do ponto de aplicação de carga ao engaste,  $P$  e  $M_T$  são os carregamentos externos aplicados, e  $E$  e  $G$  são os módulos de elasticidade.

Das fórmulas gerais (1.2) e (1.3) pode-se ver que os fatores que concorrem para o aumento da rigidez para uma dada carga, são:

- Na rigidez à flexão:

- o aumento do módulo de elasticidade longitudinal
- o aumento do 2º momento de área
- a redução da distância do plano de aplicação de carga no engaste, sendo este fator predominante (3a. potência).

- Na rigidez à torção:

- o aumento do módulo de elasticidade transversal
- o aumento do 2º momento polar de área
- a redução da distância do plano de aplicação de carga ao engaste.

É claro que o fenômeno de deformação estática em uma estrutura tipo caixa ou coluna não ocorre de uma forma tão simples como o exposto nas fórmulas (1.2) e (1.3).

Será necessário o conhecimento de como se procede o carregamento na estrutura, ou seja, a exata distribuição de forças, concentradas ou distribuídas, para que se possa adotar um modelo simplificativo adequado.

A configuração de cargas em alguns casos provocará efeitos de deformação localizada, que não são levados em consideração nas teorias elementares. Surge então a necessidade de se adotarem modelos um pouco mais elaborados, apesar de simplificativos.

Os valores das deformações, determinados teoricamente serão diferentes, conforme se considere que as paredes possuam rigidez flexional ou somente rigidez de membrana. Na realidade, aparecerão os dois efeitos; placa e membrana. As fórmulas de Dreyer [2] por exemplo, levam em consideração somente a rigidez de membrana e fornecem valores para a torção, bem maiores do que as fórmulas de Kamynskaya, Levina & Reshetov [3] onde inclui-se a rigidez à flexão para as paredes, estas últimas, deduzidas a partir de exaustivo trabalho experimental.

Já o cálculo de deformações através de elementos finitos, possibilita a consideração dos efeitos de placa e membrana, com a vantagem adicional de fornecer a deformação em qual-quer ponto da estrutura.

Como se pode ver, as diferentes teorias ou hipóteses sobre o mesmo fenômeno, levarão a diferentes resultados.

Entra neste ponto, o importante papel da experimentação, baseada na teoria de modelos [4]. O estudo do comportamento experimental de modelos é um recurso de grande valia para pesquisa e projeto de estruturas, pois permite inferir, a partir de um teste cuidadoso, informações qualitativas e quantitativas que poderão ser utilizadas para a comprovação das teorias existentes, criação de novas teorias, ou simplesmente evitar erros futuros no dimensionamento de estruturas similares às testadas. Não se deve esperar, porém, que o teste do modelo forneça resposta para todas as perguntas a respeito do fenômeno pesquisado. Como regra geral, não se pode criar um modelo razoável nem interpretar o resultado de um teste sem o conhecimento básico do fenômeno.

Depreende-se daí que existe uma inter-dependência entre o método experimental e o método analítico.

A finalidade deste trabalho é obter, através do método experimental, informações quanto às deformações reais no caso específico do carregamento de estruturas típicas em máquinas-ferramenta, ou seja, tipo coluna de parede fina, submetidas a cargas de flexão e torção. Constroem-se para isto, vários modelos, que são carregados e testados em montagens especiais. Das medições realizadas, tenta-se obter informações quantitativas e qualitativas, comparando-as aos valores teóricos disponíveis.

Procuram-se, também, elementos de "know-how" prático, (procedimentos de ensaios experimentais) que apesar de simples e aparentemente acessíveis através de bibliografia, são carentes quanto aos detalhes de aplicação.

Este estudo é justificado já que a utilização de testes com modelos de aço e do método de elementos finitos, são atualmente as áreas consideradas promissoras para a análise do comportamento de estruturas.

Os roteiros de seleção e execução dos ensaios, baseiam-se em experiência de trabalhos similares [2], [5], [6], aproveitando-se algumas recomendações e adicionando-se observações quanto aos problemas surgidos durante a montagem e execução dos testes.

## CAPÍTULO II

## PESQUISA BIBLIOGRÁFICA

2.1 - Equações básicas para estruturas tipo caixa de parede fina.

O estudo teórico das deformações de colunas de parede fina pode ser considerado sob dois aspectos:

- 1) Quando se admite que as paredes da estrutura se comportam como membranas, isto é, quando é desprezada a rigidez flexional das paredes.
- 2) Quando se considera a rigidez flexional das paredes, ou seja, quando se admitem deformações fora do plano das paredes.

Na verdade a introdução de forças em estruturas sem reforços dá lugar a deformações locais, que segundo St. Venant, desaparecem a uma certa distância do ponto de aplicação de carga, e a partir daí, somente, as deformações seguem a teoria das membranas. Vê-se com isto que a estrutura tem um comportamento misto.

2.1.1 - Teoria de membrana.

Gorbatov & Valenta [1] estabelecem a teoria de membrana de colunas de parede fina, baseando-se nas seguintes premissas:

- a) Depois da deformação, a projeção de cada seção transversal no plano original é relativamente transladada ou girada como uma placa rígida.
- b) Pontos individuais da seção transversal originalmente perpendicular ao eixo longitudinal da estrutura são deslocados na direção deste eixo, provocando o empenamento da seção.
- c) O comprimento da linha média da seção da parede não varia durante a deformação.

- d) A rigidez flexional e torcional da parede é desprezável.
- e) As tensões normais ( $\sigma$ ) e cisalhantes ( $\tau$ ) são constantes a través da espessura da parede e possuem valores correspondentes aos pontos da linha média.

Considere-se uma coluna cuja seção é mostrada na figura 2.1. Para um dado plano  $z$ , a posição de um ponto qualquer sobre a linha média da seção é determinada por coordenadas retangulares  $x$  e  $y$ , ou por coordenada curvilínea  $\delta$ , medida a partir de um ponto  $A_0$ , na linha média. Se a configuração da linha média é conhecida, o ponto fica definido com apenas um valor para a coordenada curvilínea. A deformação da estrutura é determinada pelos deslocamentos dos pontos da linha média que tem as componentes  $u$  e  $v$  nas direções das coordenadas  $x$  e  $y$  respectivamente e por componentes  $u^*$ ,  $v^*$  e  $w^*$  na direção dos eixos longitudinal da estrutura, perpendicular à linha média e tangente a linha média, respectivamente.

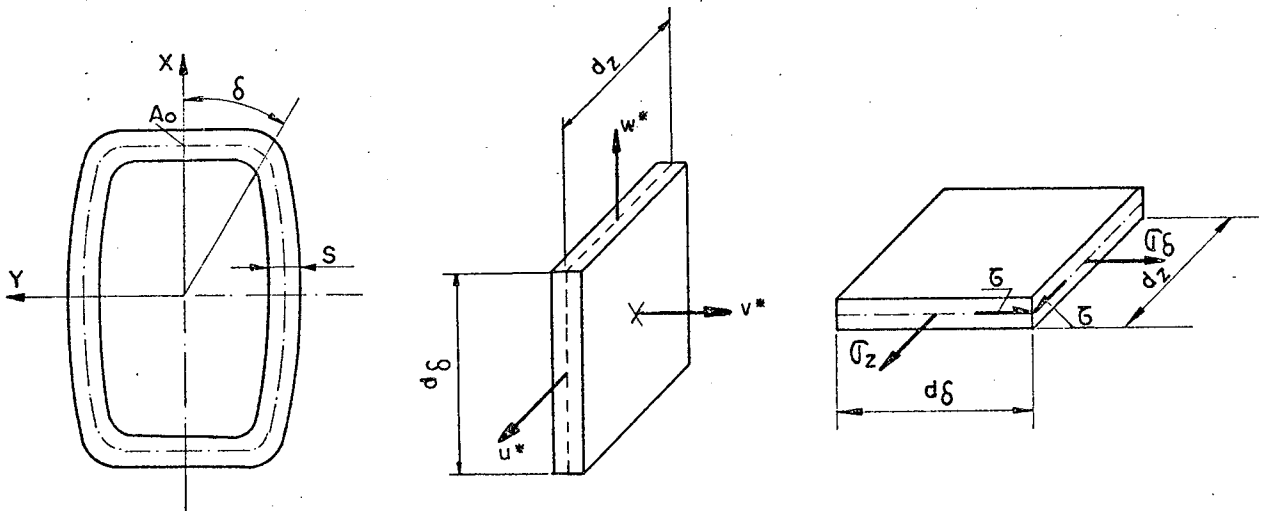


Figura-2.1

Da premissa (a), o deslocamento  $v^*$  da parede é nulo. A tensão de membrana na estrutura é determinada pelas componentes  $\sigma_z$ ,  $\sigma_\delta$  e  $\tau$ .

Da premissa (c):

$$\epsilon_\delta = \frac{\partial w^*}{\partial \delta} = \frac{1}{E}(\sigma_\delta - \mu\sigma_z) = 0 \quad (2.1)$$

$$\text{ou} \quad \sigma_\delta = \mu\sigma_z \quad (2.2)$$

A lei de Hooke generalizada fornece:

$$\epsilon_z = \frac{\partial u^*}{\partial z} = \frac{1}{E} (\sigma_z - \mu \sigma_\delta) = \frac{1 - \mu^2}{E} \sigma_z \quad (2.3)$$

Então

$$\sigma_z = E_1 \frac{\partial u^*}{\partial z}, \quad \text{onde } E_1 = \frac{E}{1 - \mu^2} \quad (2.4)$$

onde  $\mu$  é o coeficiente de Poisson.

A deformação ao cisalhamento é relacionada com a tensão tangencial através de:

$$\gamma = \frac{\partial u^*}{\partial \delta} + \frac{\partial w^*}{\partial z} = \frac{\tau}{G} \quad (2.5)$$

$$\text{ou } \tau = G \left( \frac{\partial u^*}{\partial \delta} + \frac{\partial w^*}{\partial z} \right) \quad (2.6)$$

A relação entre  $\sigma_z$  e  $\tau$  resulta da condição de equilíbrio de um elemento da parede

$$\frac{\partial (s\sigma_z)}{\partial z} + \frac{\partial (s\tau)}{\partial \delta} = 0 \quad (2.7)$$

Fazendo  $s\tau = q$ , onde  $q$  é o fluxo cisalhante, então:

$$\frac{\partial (s\sigma_z)}{\partial z} + \frac{\partial q}{\partial \delta} = 0 \quad (2.8)$$

As relações (2.1) a (2.8) são válidas para estruturas de seções abertas ou fechadas.

As equações expostas acima, representam o caso genérico de tratamento das paredes como membrana, no que diz respeito a equilíbrio e fluxo de tensões:

É claro que para um caso específico de geometria de carregamento, deverão ser montadas equações de momento e determinados os fluxos de tensão para cada parede, afim de que se possa chegar ao estabelecimento de funções de deformação. Isto vai depender da forma da coluna analisada (seção transversal) e das condições de contorno impostas pelo problema prático.

O problema torna-se relativamente simples, desde que não sejam considerados efeitos de deformação localizada e as car



gas aplicadas na estrutura -forças e momentos- sejam simplificadas de forma que o eixo de carga passe pelo centro de cisalhamento da seção, para o caso de flexão, e que os momentos se distribuam uniformemente através de toda a seção, no caso de torção.

Na verdade as cargas concentradas aplicadas, em casos práticos de flexão, poderão ter a sua resultante passando pelo centro de cisalhamento, mas na região circundante aos pontos de aplicação de carga existirão efeitos de deformação localizada, que são ignorados, desde que a carga é teoricamente transferida para o centro de cisalhamento.

A torção é também provocada por cargas concentradas, na prática, frequentemente por binários. Novamente será considerado o momento uniformemente distribuído, desprezando-se os efeitos localizados.

De uma maneira geral, os valores das deformações, determinados através desta teoria, são mais representativos para regiões afastadas do plano de aplicação de carga, onde desaparecerão os efeitos de deformação localizada.

Um outro ponto importante nesta teoria é que, a rigidez flexional das paredes não é considerada. Esta rigidez sempre existirá na prática. Os valores obtidos, portanto, serão maiores do que os valores reais das deformações. A diferença em relação aos valores reais será tanto maior quanto mais espessa for a parede da coluna, ou seja, a deformação real diminuirá com o aumento da rigidez flexional das paredes.

Apesar disto, a teoria de membrana é utilizada no desenvolvimento de Dreyer para deformações em colunas, devido a sua simplicidade e facilidade de cálculo, e apresenta-se razoavelmente satisfatória em muitos casos.

## 2.2 - O trabalho de Dreyer

No desenvolvimento da pesquisa teórica do comportamento elástico dos elementos de estrutura de máquinas-ferramenta, cabe destacar inicialmente o trabalho de Dreyer [2].

Muitas das decisões e normas do presente estudo são baseadas nesta pesquisa.

Dreyer parte de premissas simplificativas em maior ou

menor proporção, sendo estas simplificações em relação a:

- construção dos elementos
- atuação das forças
- condições de fixação ou engaste
- distribuição de tensões.

Como o estudo é essencialmente dirigido ao caso específico de colunas de máquinas-ferramenta, a configuração de cargas analisada é tomada da forma que normalmente ocorre nestas máquinas.

Assim, é admitido que a carga sobre as colunas seja transmitida através de guias, o que justifica a decomposição dos momentos em duas cargas iguais em magnitude, que são diretamente aplicadas sobre uma das paredes da coluna (sobre a qual estariam as guias).

Com base nestas considerações são propostas fórmulas para o cálculo das deformações em colunas de parede fina, sujeitas a três diferentes tipos de carregamento:

- a) Momento fletor puro  $M_0$ , que provoca deformações à flexão
- b) Duas forças paralelas e de mesmo sentido  $P/2$ , solicitando a coluna à flexão pelo momento fletor  $P\ell$ , bem como ao cisalhamento pela força cortante  $P = Q$  (Fig. 2.2b).
- c) Um momento torçor resultante da aplicação de um par de forças paralelas e em sentido contrário,  $P$ , provocando a deformação da seção transversal, bem como, em certas condições, empenamento da linha de contorno (Fig. 2.2c).

### 2.2.1 - Deformações à flexão e tensões cisalhantes.

A deformação à flexão em uma coluna de parede fina engastada em uma de suas extremidades e carregada a uma altura  $z = \ell$ , pode ser calculada através da fórmula:

$$u_B = \frac{P}{3 E I_y} \ell^3 \quad (2.9)$$

onde  $P$  é a carga aplicada e  $u_B$  o deslocamento na altura ao plano de carga.

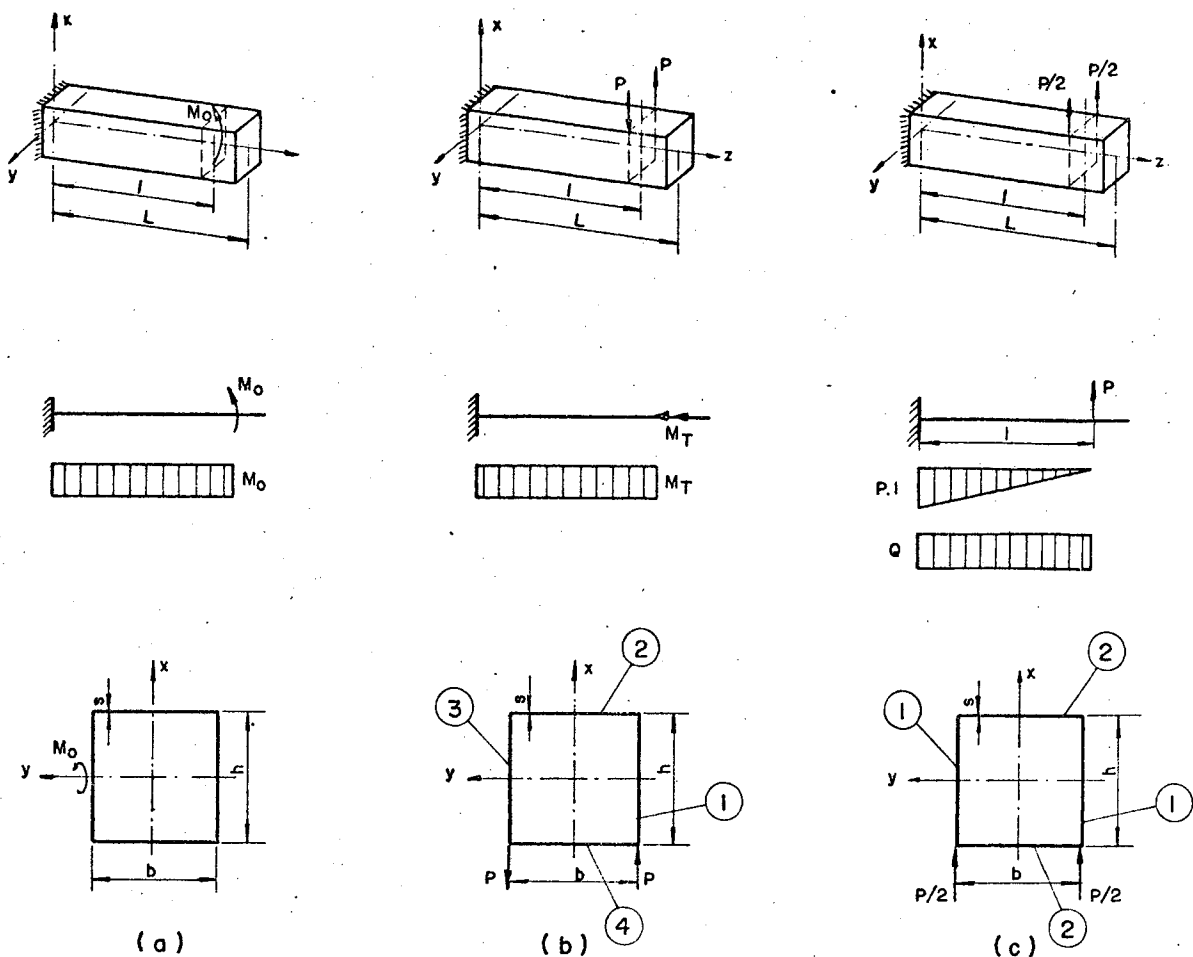


FIGURA 2.2

Formas de carregamento utilizadas por Dreyer.

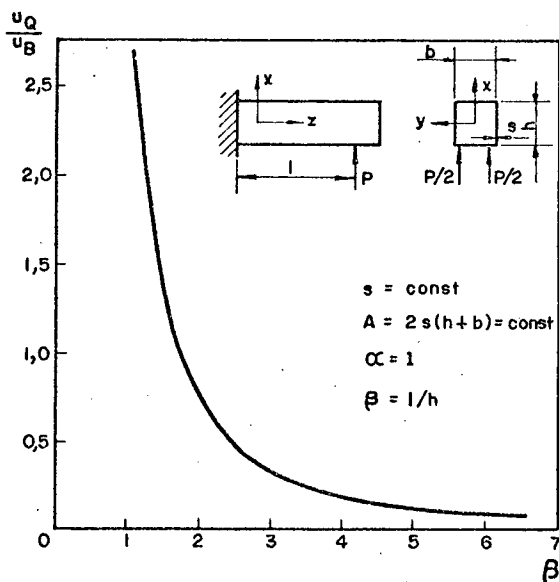


FIGURA 2.3

Relação das deformações ao cisalhamento e a flexão para carregamento de flexão.

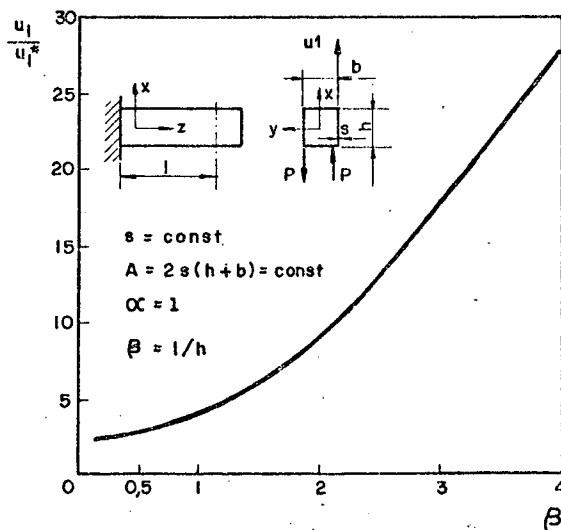


FIGURA 2.5

Relação das deformações com e sem a deformação da secção transversal para carregamento de torção.

Para o caso em que a carga  $P$  é aplicada através de duas forças  $P/2$ , aparecerão tensões cisalhantes nas seções transversais. Em consequência do cisalhamento, surge um deslocamento na altura do plano de carregamento, dado pela fórmula genérica:

$$u_Q = \chi \frac{Q \ell}{G A} \quad (Q = P) \quad (2.10)$$

O fator  $\chi$  leva em consideração a distribuição de tensões ao longo das seções transversais e foi obtido por Föppl [7] segundo citação de Dreyer. Este fator é obtido a partir da energia de deformação

$$\chi = \frac{A}{A^2} \int_A \tau^2 dA \quad (2.11)$$

As tensões nas paredes carregadas 1, figura 2.2c, são calculadas a partir de

$$\tau_1(x, z) = \frac{Q(z)}{2 I_y} \left( \frac{h^2}{4} - x^2 + \frac{h b}{2} \right) \quad (2.12)$$

e nas paredes não carregadas |2| de

$$\tau_2(y, z) = - \frac{Q(z) h y}{2 I_y} \quad (2.13)$$

Daí se obtém o valor  $\chi$  para levar em consideração a distribuição das tensões nas seções retangulares.

$$\chi = \frac{3(\alpha + 1)}{5\alpha^2(3 + \alpha)^2} (2\alpha^3 + 10\alpha^2 + 15\alpha + 5) \quad (2.14)$$

onde  $\alpha = h/b$

As fórmulas (2.10) e (2.14) concordam com a teoria apresentada por Roark [8] para o cálculo das deformações cisalhantes, e é a mesma teoria de membrana usada por Kamýnskaya [9]

A equação (2.14) mostra que a distribuição de tensões cisalhantes na seção transversal do elemento depende apenas de  $\alpha$ , ou seja, da forma da seção transversal.

A deformação total do elemento será a soma de (2.9) e (2.10) depois da substituição do valor  $\chi$  em (2.10), com

$$I_y = \frac{sh^3}{6} + \frac{sbh^2}{2}$$

$$u = \frac{P \beta}{2Es\alpha(3 + \alpha)} \left[ 4\alpha^2 \beta^2 + \frac{1,5}{3+\alpha} (2\alpha^3 + 10\alpha^2 + 15\alpha + 5) \right] \dots (2.15)$$

onde  $\beta = \ell/h$  e  $G/E = 2/5$  ou  $\mu = 0,25$ .

Na figura 2.3 tem-se o gráfico da relação entre a deformação cisalhante e a deformação de flexão para diferentes distâncias do engaste do plano de atuação das forças. Observa-se que conforme se aumenta a altura de aplicação de carga, o efeito cisalhante tende a diminuir, sendo altamente significativo para pequenas alturas.

### 2.2.2 - Deformações à torção

A deformação de um elemento sujeito a torção  $\theta$ , pode ser calculada através da fórmula:

$$\frac{\phi}{\ell} = \frac{M_T}{G J_T} \quad (2.16)$$

O valor  $\phi$  representa o ângulo de giro da seção transversal carregada em relação a seção inicial ou seção de engaste.

O momento de inércia de área à torção é calculado através da fórmula de Bredt, para corpos de seção fechada com parede fina,

$$J_T = \frac{4 A_m^2 s}{U} \quad (2.17)$$

onde  $s$  é a espessura da parede,  $A_m$  é a área da seção transversal e  $U$  é o comprimento da linha média da seção (perímetro).

A fórmula (2.16) vale apenas para os casos em que os ângulos retos da seção transversal são conservados durante o giro, conseqüentemente o empenamento no plano da seção transversal não é considerado.

O momento  $M_T$  deve então ser introduzido sobre a estrutura de forma que o fluxo de força cisalhante se conserve constante ( $q = Cte$ ), isto valendo para todas as paredes da seção transversal. Apesar disto, devido ao pequeno momento de inércia

das paredes contra a flambagem e distorção, os ângulos retos da seção transversal não se conservam, acontecendo o empenamento no plano da seção transversal.

Um caso bastante comum de solicitação à torção nos elementos de uma máquina, encontra-se na figura 2.2c.

Considera-se teoricamente que as forças  $P$  entram na estrutura através de paredes opostas e que as forças resultantes que atuam sobre cada uma das paredes sejam  $Q_1$  e  $Q_2$ .

Da figura 2.4, tem-se para o equilíbrio de momentos:

$$Pb = Q_1 b + Q_2 h \quad \text{com } \alpha = h/b$$

$$P = Q_1 + Q_2 \alpha \quad (2.18)$$

Supõe-se que cada parede recebe a carga de flexão e se deforma como se não fosse ligada às paredes vizinhas.

Então: - Para a parede 1 (ou 3):

$$u_1 = \frac{Q_1 \ell^3}{3 E I_{1y}} \quad (2.19)$$

$$\text{onde } I_{1y} = sh^3/12$$

- Para a parede 2 (ou 4):

$$v_2 = \frac{Q_2 \ell^3}{3 E I_{2x}}, \quad \text{onde } I_{2x} = sb^3/12 \quad (2.20)$$

Levando-se em conta o giro da estrutura novamente como um todo, ter-se-á (fig. 2.4),

$$\phi = u_1/(b/2) = v_2/(h/2) \quad (2.21)$$

A substituição de (2.19) e (2.20) em (2.21) fornecerá

$$Q_1/h^2 = Q_2/b^2 \quad (2.22)$$

chegando-se através de (2.18) a:

$$Q_1 = \frac{P \alpha}{1 + \alpha} \quad \text{e} \quad Q_2 = \frac{P}{\alpha(1 + \alpha)} \quad (2.23)$$

Tem-se, então, para a forma dos deslocamentos das paredes por flexão e cisalhamento:

- Parede 1 (e 3):

$$u_1 = \frac{Q_1 \ell^3}{3 E I_{1y}} + \chi_1 \frac{Q_1}{G A'} \quad (2.24)$$

- Parede 2 (e 4):

$$v_2 = - \left[ \frac{Q_2 \ell^3}{3 E I_{2x}} + \chi_2 \frac{Q_2}{G A'} \right] \quad (2.25)$$

onde  $A' = sb(1 + \alpha)$ .

Os valores  $\chi_1$  e  $\chi_2$  representam as correspondentes distribuições de tensões cisalhantes sobre as paredes. Estes coeficientes são determinados de acordo com a equação (2.11).

Para a parede 1 este valor é:

$$\chi_1 = \frac{1}{\alpha^3} \left( \frac{6}{5} \alpha^3 + 2\alpha^2 + \alpha + \frac{1}{5} \right) \quad (2.26)$$

Para a parede 2:

$$\chi_2 = \frac{1}{5} (\alpha^3 + 1) \quad (2.27)$$

Por substituição de (2.26) e (2.27) em (2.24) e (2.25) chega-se finalmente às fórmulas das deformações que levam em consideração a deformação dos ângulos retos da seção transversal.

$$u_1 = \frac{P \beta}{Es\alpha(1 + \alpha)} [4\beta^2 \alpha^2 + 0,5(6\alpha^2 + 4\alpha + 1)] \quad (2.28)$$

$$v_2 = \frac{-P \beta}{Es(1 + \alpha)} \left[ 4\beta^2 \alpha^2 + \frac{1}{2}(\alpha^2 - \alpha + 1) \right] \quad (2.29)$$

As fórmulas (2.28) e (2.29) são válidas para os deslocamentos no plano de aplicação das cargas.

O deslocamento  $u_1^*$  na mesma altura, no caso da conservação dos ângulos, se obtém através de (2.16):

$$u_1^* = \phi \frac{b}{2} \quad (2.30)$$

A relação  $u_1/u_1^*$  resulta:

$$u_1/u_1^* = \frac{8}{5(1 + \alpha)^2} [4\beta^2 \alpha^2 + 3\alpha^2 + 2\alpha + 0,5] \quad (2.31)$$

Esta relação é mostrada em forma de gráfico na figura 2.5 para  $\alpha = 1$  (perfil quadrado). Observa-se que a influência da deformação dos ângulos na torção é muito acentuada e portanto deve ser levada em consideração.

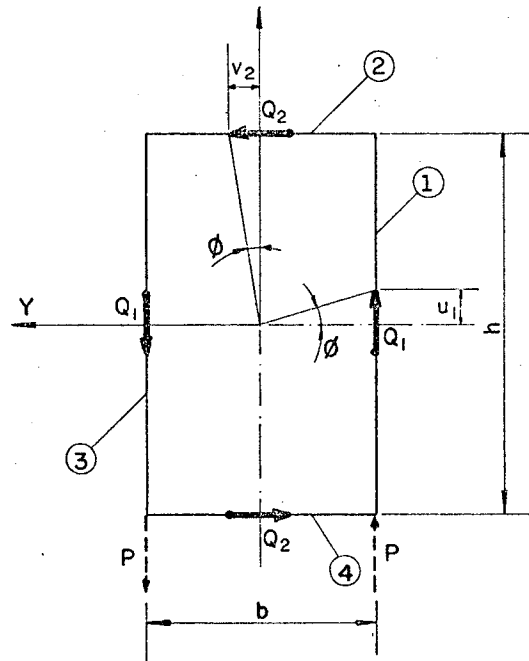


FIGURA 2.4

### 2.3 - Fórmula para deflexões torcionais segundo Kamynskaya, Levina & Reshetov.

A rigidez de colunas de parede fina é calculada normalmente levando-se em consideração apenas a rigidez de membrana das paredes.

Quando a relação espessura da parede - largura da coluna não é muito reduzida, a influência da rigidez flexional torna-se acentuada.

Kamynskaya, Levina & Reshetov [3] apresentam fórmulas para a determinação das deflexões em uma viga tipo coluna de seção retangular, com um carregamento de torção idêntico ao mostrado na figura 2.2b, levando em consideração a rigidez flexio-



nal das paredes.

Utilizando a mesma notação de Dreyer, quando cabível:

- Para a parede 1 (ou 3):

$$u_1 = \frac{P e \alpha^2}{2 E s} \left\{ \frac{c}{D} \frac{e \alpha z^2}{L^2} - \frac{5z}{2\alpha^2 L} + \frac{d}{D} \left[ \frac{e^2 \alpha^2 z^3}{L^3} - \frac{0,625z(2 + \alpha)}{L} \right] \right\} \quad (2.32)$$

- Para a parede 2 (ou 4):

$$v_2 = \frac{-Pe\alpha}{2Es} \left\{ \frac{c}{D} \frac{e \alpha z^2}{L^2} + \frac{5z}{2\alpha L} + \frac{d}{D} \left[ \frac{e^2 \alpha^2 z^3}{L^3} - \frac{0.625z(1 + \alpha + \alpha^2)}{L} \right] \right\} \quad \dots (2.33)$$

onde: L - é o comprimento da coluna

e - é a relação L/h

z - é a distância da base da coluna à seção transversal

onde se calcula a deformação

c, d e D são coeficientes dados por:

$$D = 4\Omega_1\Omega_2 - \Omega_3^2 \quad (2.34.a)$$

$$d = 2\Omega_2\Omega_5 - \Omega_3\Omega_4 \quad (2.34.b)$$

$$c = 2\Omega_1\Omega_4 - \Omega_3\Omega_5 \quad (2.34.c)$$

$$\begin{aligned} \Omega_1 = & \frac{(1 + \alpha)e\alpha^3}{48} \{ 12e^2\alpha^2 + 1,875(1 - \alpha^2) + 1,5(1+4\alpha + \alpha^2) + \\ & + \frac{48e^2\alpha^2s^2}{(1+\alpha)^2h^2} [0,57e^4\alpha^4 - 0,5e^2\alpha^2(3 + 2\alpha + \alpha^2) + \\ & + 0,52(1 - \alpha)(2 + \alpha^2) + 0,13(1 - \alpha)^2] \} \quad (2.35.a) \end{aligned}$$

$$\Omega_2 = \frac{(1 + \alpha)e\alpha^3}{12} \left\{ 1 + \frac{48e^4\alpha^4s^2}{5(1+\alpha)^2h^2} \right\} \quad (2.35.b)$$

$$\Omega_3 = \frac{(1 + \alpha)}{12} e\alpha^3 \left\{ 3e\alpha + \frac{48e^2\alpha^2s^2}{(1+\alpha)^2h^2} \left[ \frac{e^3\alpha^3}{3} - 0,156e\alpha(3 + 2\alpha + \alpha^2) \right] \right\} \quad \dots (2.35.c)$$

$$\Omega_4 = e^2\alpha^2 \left\{ \frac{\ell^2}{L^2} + 2,5 \frac{(1 - \alpha)}{(1 + \alpha)} \frac{s^2}{h^2} e^2\alpha^2 \right\} \quad (2.35.d)$$

$$\Omega_5 = e\alpha \left\{ e^2 \alpha^2 \frac{\ell^3}{L^3} - 0,625 \frac{\ell}{L} (1 + \alpha + \alpha^2) - 0,3125(1 - \alpha^2) + \right. \\ \left. + \frac{(1 - \alpha)}{(1 + \alpha)} e^2 \alpha^2 \frac{s^2}{h^2} [1,041(3 + 2\alpha + \alpha^2) - 2e^2 \alpha^2] \right\} \quad (2.35.c)$$

As fórmulas (2.32) e (2.33) representam a deflexão das paredes para qualquer altura da estrutura, bastando para isto a substituição conveniente do valor  $z$ . Valem somente para a viga engastada na base.

#### 2.4 - Método de elementos finitos aplicado à análise das deformações de colunas de parede fina:

Obviamente todos os modelos matemáticos anteriormente citados são bastante simplificados em relação à estrutura real em estudo.

Visou-se com a utilização do cálculo de deformações a través de elementos finitos uma melhor aproximação com as condições práticas e também uma comprovação das teorias estabelecidas.

É claro que a precisão das deformações estáticas depende da natureza específica do modelo de elementos finitos adotado. Assim, é fundamental o estabelecimento de um modelo que se aproxime o máximo possível da estrutura real em estudo.

Os passos que devem ser seguidos para a montagem do modelo são:

- a) Seleção do tipo de malha a ser utilizado (formato e tipo de elemento);
- b) Determinação do número de elementos, ou seja, do maior ou menor refinamento da malha, de acordo com a precisão requerida;
- c) Verificação dos tipos de carregamento e como introduzi-los na estrutura. Estruturas de carregamento e possíveis condições de simetria;
- d) Estabelecimento das condições de contorno.

No caso da análise de colunas de parede fina de seção quadrada ou retangular, os elementos quadriláteros são os mais

adequados para a representação topológica da estrutura. A estrutura completa é construída a partir da conexão destes elementos através de um número definido de nós. Para elementos quadrangulares estes nós são em número de quatro. O elemento deforma-se de acordo com um comportamento pré-estabelecido que é expresso em forma matemática por uma função deslocamento ou função tensão. As funções são o ponto de partida na determinação da matriz de rigidez do elemento, que é a relação entre as forças e os deslocamentos resultantes dos pontos nodais do elemento. No caso de elementos mistos, placa-membrana, é necessário considerar as possíveis deformações dos mesmos sob tensões planas e quando submetidos a forças fora do plano. Estas duas considerações resultam, respectivamente, na determinação de uma matriz de rigidez no plano e uma matriz de rigidez à flexão, que são tomadas como propriedades independentes no cálculo das deformações.

Estabelecido o tipo de elemento, determina-se o número de elementos da malha. Estudo neste sentido foi realizado por Hinduja & Cowley [11] para determinação do número ótimo de elementos em uma coluna de parede fina. Partindo de uma malha grosseira e refinando-a gradativamente, chega-se a um ponto de convergência de resultados. A partir daí, o refinamento não provocará redução significativa do erro. Como neste trabalho não se tem o objetivo de realizar esta análise, parte-se de um número estabelecido proporcionalmente aqueles encontrados por Hinduja & Cowley, apesar de não se trabalhar com o mesmo programa.

Depois de montada a estrutura, analisa-se dois tipos básicos de carregamento: de flexão e de torção.

Na flexão é possível aplicar a condição de simetria de deslocamentos devido à configuração de cargas (fig. 2.2c). O plano  $yz$  é plano de simetria e as condições de deslocamento de pontos sobre este plano são:  $u = \theta_z = 0$ , onde  $\theta_z$  representa o giro em relação ao eixo  $z$ . Com isto pode-se analisar apenas meia estrutura, reduzindo-se portanto o tempo de processamento.

Analogamente, para a carga de torção (fig. 2.2b) ter-se-ia condição de antissimetria, ou seja, os pontos no plano  $yz$  têm as seguintes restrições de deslocamentos:  $u = w = \theta_x = 0$ , onde  $\theta_x$  representa o giro em torno do eixo  $x$ .

O programa utilizado para a determinação das deformações é o Programa Analisador de Estruturas, PROASE [12] para

carregamento estático, desenvolvido no Centro Tecnológico da UFSC, pelo professor Domingos Boechat Alves.

Através do manual deste programa [13] montaram-se todas as entradas. As subrotinas utilizadas na determinação das matrizes de rigidez para o tipo de elementos escolhido, são:

BETA5 - para membrana quadrilátera aleotrópica  
e MELOSH - para placa retangular aleotrópica.

## 2.5 - Avaliação dos métodos teóricos de determinação das deformações.

Como exposto, o método de Dreyer parte de considerações teóricas para chegar ao conjunto de fórmulas proposto. Admite-se que as paredes se deformam segundo equações semelhantes aquelas utilizadas para vigas tipo parede (viga funda), ou seja, as deformações de cada parede são assumidas como sendo as deformações da respectiva linha de centros. O efeito da ação de uma parede sobre as demais é levado em consideração através do coeficiente de distribuição de tensões. Na época do desenvolvimento do trabalho (1966) objetivava-se o estabelecimento de fórmulas simples para o cálculo rápido de deformações em colunas. Dreyer comprovou suas fórmulas através de experimentação para cargas de flexão e torção, obtendo boa concordância entre a prática e a teoria.

As fórmulas de Kamynskaya, Levina & Reshetov (1954) foram estabelecidas de maneira diferente daquela utilizada por Dreyer. Partindo do princípio de que as paredes da coluna possuem rigidez flexional, o que sempre é verdadeiro, os valores resultantes para a deformação serão, na prática, menores do que os obtidos através da teoria de membranas.

Neste caso, as fórmulas propostas foram estabelecidas a partir de um longo trabalho experimental. Ou seja, partiram-se de fórmulas aproximativas mais ou menos diretas, que foram sendo ajustadas através de coeficientes, em função dos resultados de experimentação.

Comparativamente, as fórmulas de Kamynskaya, Levina & Reshetov são sensivelmente mais trabalhosas para o cálculo do que as de Dreyer. Em compensação, os valores obtidos atra-

vês das primeiras deverão ser bem mais próximos dos casos reais já que a própria concepção da pesquisa é dirigida neste sentido.

Os dois trabalhos foram desenvolvidos sem o uso de técnicas digitais. Os primeiros estudos da aplicação de técnicas computacionais no projeto de estruturas começaram a ser desenvolvidos na década de 1960, mas até pouco tempo atrás eram bastante limitados.

Os sistemas de elementos finitos desenvolvidos mais modernamente, permitem a representação das estruturas através de conjuntos de elementos retangulares ou triangulares tipo placa, ou através de elementos tipo viga. Isto possibilita uma representação topológica adequada para colunas de parede fina, com a vantagem adicional de se poder considerar as paredes com e sem rigidez flexional, o que naturalmente levará a resultados bastante precisos. O sistema PROASE permite este tipo de tratamento, ficando seu uso limitado apenas por problemas de custo de processamento.

De uma maneira geral, todas as teorias a respeito do fenômeno de deformação invariavelmente envolverão algum erro. O erro poderá advir de premissas simplificativas adotadas, do estabelecimento de coeficientes experimentais ou de processos numéricos iterativos.

Poder-se-ia colocar em primeiro lugar por ordem de precisão o método de elementos finitos, já que o erro do processo numérico envolvido é o que pode ser mais facilmente quantificado e reduzido.

## 2.6 - Considerações sobre leis de modelos em sistemas elásticos

Quando se deseja determinar características de um protótipo a partir do estudo de um modelo, veja-se Langhaar [4] e Saljé [14], deve-se estabelecer certas regras de semelhança.

Se as partes do modelo tem as mesmas formas que as partes correspondentes do protótipo, os dois sistemas são chamados geometricamente similares. A similaridade geométrica é usualmente mantida para todos os tipos de estrutura. Em geral existe uma correspondência ponto por ponto entre o modelo e o protótipo. Na terminologia geométrica, dois pontos correspondentes

são chamados homólogos. Figuras ou partes do modelo e do protótipo são ditas homólogas se elas são compostas por pontos homólogos.

O conceito de similaridade se estende a várias características. Por exemplo, pode ser especificado que a distribuição de massas do modelo seja similar à do protótipo, ou a distribuição de forças, ou ainda, pode-se considerar a similaridade quanto à rigidez.

A representação da similaridade se faz através dos fatores de escala. Seleccionando dois sistemas cartesianos homólogos  $(x_1, y_1, z_1)$  e  $(x_2, y_2, z_2)$  para designar respectivamente os pontos do protótipo e do modelo, tem-se para pontos homólogos

$$x_2 = K_x x_1; \quad y_2 = K_y y_1; \quad z_2 = K_z z_1 \quad (2.36)$$

As constantes  $K_x$ ,  $K_y$  e  $K_z$ , são os fatores de escala para os comprimentos nas direções  $x$ ,  $y$  e  $z$ . Se o modelo é geometricamente similar ao protótipo,  $K_x = K_y = K_z = K_L$ , e  $K_L$  é denominado fator de escala de comprimentos.

Assim, qualquer dimensão do protótipo pode ser relacionada com a correspondente dimensão do modelo, através da relação

$$L_2/L_1 = K_L \quad (2.37)$$

Em problemas de tensão e deformação, são envolvidas duas grandezas: comprimento e força. Desde que se trabalha com fenômenos estáticos, não é necessário o estabelecimento de fator de escala de tempo.

Para as forças considera-se também a similaridade. Se é estabelecido um tipo de carregamento para uma estrutura, todas as cargas podem ser representadas por uma única força, por exemplo, a carga total.

A relação para a similaridade de forças, pode ser expressa por:

$$P_2/P_1 = K_F \quad (2.38)$$

### 2.6.1 - Flexão

Pode-se estabelecer leis de semelhança para o caso de modelos sujeitos a carga de flexão. Considerando que as deformações possam ser expressas através da soma das expressões (2.9) e (2.10), obtêm-se para a equação diferencial da flecha:

$$u'' = - \frac{M_f}{E I_y} = \frac{d^2 u}{dz^2} \quad (2.39)$$

onde  $M_f$  representa o momento fletor externo.

A expressão (2.39) aplicada ao protótipo e ao modelo fornece:

$$\frac{d^2 u_1}{dz_1^2} = u_1'' = \frac{M_{f1}}{E_1 I_{y1}} \quad e \quad \frac{d^2 u_2}{dz_2^2} = u_2'' = \frac{M_{f2}}{E_2 I_{y2}} \quad (2.40)$$

Para que os valores das flechas sejam similares, as inclinações das linhas elásticas deverão ser iguais, ou seja, desde que exista a similaridade geométrica;

$$\frac{du_1}{dz_1} = \frac{du_2}{dz_2} \quad (2.41)$$

logo

$$\frac{d^2 u_1}{dz_1^2} = \frac{d}{dz_1} \left( \frac{du_1}{dz_1} \right) \quad (2.42)$$

De (2.37), tem-se:

$$dz_1 = \frac{dz_2}{K_L} \quad (2.43)$$

Levando (2.43) e (2.41) em (2.42);

$$\frac{d^2 u_1}{dz_1^2} = K_L \frac{d}{dz_2} \left( \frac{du_2}{dz_2} \right) \quad (2.44)$$

resulta

$$\frac{d^2 u_1}{dz_1^2} = K_L \frac{d^2 u_2}{dz_2^2} \quad (2.45)$$

A mesma relação é válida em (2.40)

$$\frac{M_{f1}}{E_1 I_{y1}} = K_L \frac{M_{f2}}{E_2 I_{y2}} \quad (2.46)$$

Levando em consideração que os momentos de inércia envolvem a 4a. potência da dimensão de comprimento, a relação de momentos entre o protótipo e o modelo resulta:

$$\frac{I_{y1}}{I_{y2}} = \frac{L_1^4}{L_2^4} = \left(\frac{L_1}{L_2}\right)^4 = \frac{1}{K_L^4} \quad (2.47)$$

Para os momentos fletores:

$$\frac{M_{f1}}{M_{f2}} = \frac{P_1 \ell_1}{P_2 \ell_2} = \frac{1}{K_L K_F} \quad (2.48)$$

Substituindo (2.47) e (2.48) em (2.46),

$$\frac{M_{f2}}{E_1 I_{y2}} \frac{K_L^4}{K_L K_F} = K_L \frac{M_{f2}}{E_2 I_{y2}} \quad (2.49)$$

resulta, para os módulos de elasticidade:

$$\frac{E_2}{E_1} = \frac{K_F}{K_L^2} = K_E \quad (2.50)$$

A relação (2.50) completa o conjunto de expressões que fixam os fatores de escala para sistemas elásticos sujeitos a cargas de flexão, quando se deseja flechas semelhantes.

Quando a comparação é feita em termos de rigidez, tem-se:

$$k_{f1} = P_1/u_1 \quad k_{f2} = P_2/u_2 \quad (2.51)$$

Relacionando as expressões para o modelo e o protótipo,

$$\frac{k_{f2}}{k_{f1}} = \frac{P_2 u_1}{P_1 u_2} = K_F/K_L \quad (2.52)$$



### 2.6.2 - Torção

No caso de modelos submetidos a torção, as leis de se melhança podem ser obtidas a partir do ângulo de torção partindo-se da fórmula simples (2.16), que aplicada ao protótipo e ao modelo, fornece:

$$\phi_1 = \frac{M_{T1} \ell_1}{G_1 J_{T1}} \quad \phi_2 = \frac{M_{T2} \ell_2}{G_2 J_{T2}} \quad (2.53)$$

Considerando-se que os ângulos de giro são iguais, ob têm-se:

$$G_2/G_1 = K_F/K_L^2 \quad (2.54)$$

Da mesma forma que no caso da rigidez a flexão, para a torção, tem-se:

$$\frac{k_{T2}}{k_{T1}} = \frac{M_{T2} \phi_1}{M_{T1} \phi_2} = K_F K_L \quad (2.55)$$

De modo geral, independentemente do tipo de carga, a que se submete determinada estrutura, os fatores de escala para sistemas elásticos agrupam-se segundo um conjunto fixo de leis. Estabelecidos dois fatores de escala, os demais são consequência das relações entre as variáveis envolvidas.

Simplificações adicionais podem ser feitas quando o modelo e o protótipo são do mesmo material. Neste caso, tem-se;

$$E_2/E_1 = G_2/G_1 = 1 \quad (2.56)$$

donde, resulta, para os demais fatores,

$$K_F = K_L^2$$

$$\frac{k_{f2}}{k_{f1}} = K_L \quad e \quad \frac{k_{T2}}{k_{T1}} = K_L^3 \quad (2.57)$$

## CAPÍTULO III

## MODELOS

Como primeiro ítem para a elaboração do trabalho experimental foram estabelecidos os tipos de modelos que seriam testados - material, formas e dimensões - definindo-se a partir daí, os demais elementos necessários.

### 3.1 - Material

Devido às propriedades elásticas, ausência dos problemas de "creep" e histerese, e semelhança com os materiais usados na construção de estruturas de máquinas ferramentas (p. ex. ferro fundido), selecionou-se o aço para material dos modelos.

Cada modelo possui quatro paredes laterais e uma base. Alguns possuem, além disso, um par de guias.

Os materiais usados para a obtenção destes elementos foram:

- Para as paredes laterais - chapa preta 13 USSG, comercial, com espessura média de 2,38 mm;
- Para as bases - chapa preta, 1", comercial;
- Para as guias - cantoneira, perfil comercial 1"x1"x1/4".

O corte das paredes laterais foi executado através de tesoura vibratória. Como a chapa é laminada, o corte foi feito de forma que o comprimento de todas as paredes coincidissem com a direção de laminação, para que se evitasse a ocorrência de diferentes influências da estrutura do material sobre o modelo.

Para a obtenção das bases, utilizou-se oxi-corte.

A seleção do perfil para a simulação das guias foi feita em função da espessura da aba. Segundo as recomendações [15], a espessura da aba da guia deve manter com a espessura da parede da coluna, uma relação aproximada de 2,5. A espessura real da aba da guia, medida com o auxílio de um micrômetro, forneceu um valor médio de 6,14 mm o que resulta numa relação de

2,58 com a espessura das paredes laterais. Para uma cantoneira, com esta espessura de aba, o único perfil disponível apresentava o valor de 1" para a correspondente largura das abas. A largura das abas foi então reduzida através de usinagem para que se obtivessem dimensões compatíveis com as dimensões previstas para o modelo.

### 3.2 - Formas e dimensões

Testes experimentais com colunas de parede fina sob carga, [5] demonstraram que para coluna curta engastada-livre, existe uma acentuada influência do engaste sobre as deformações. A influência é tanto maior quanto mais próxima do engaste estiver a região considerada. Com base nestes dados procurou-se estabelecer um comprimento adequado que permitisse reduzir ao máximo o efeito do engaste. O comprimento fixado, então, para os modelos, foi 650 mm, o que possibilita a realização da análise das deformações para pontos a uma razoável distância do engaste.

São analisadas colunas com duas diferentes formas de seção transversal: quadrada e retangular. As dimensões nominais para as seções foram tomadas internamente devido à técnica utilizada na confecção dos modelos. As dimensões escolhidas foram 95 x 95 mm e 95 x 195 mm para a seção quadrada e retangular, respectivamente. Os valores citados estão dentro da faixa que normalmente ocorre em máquinas-ferramenta. Deve-se observar que para efeitos de cálculo, as dimensões são tomadas sobre a linha média da seção transversal, o que resulta em 97,38 x 97,38 mm e 97,38 x 197,38 mm, respectivamente, para os modelos de seção quadrada e retangular. As relações ( $\alpha = h/b$ ) entre as dimensões da seção transversal são portanto:

$$\alpha = \frac{97,38}{97,38} = 1 \quad \text{para seção quadrada}$$

$$\alpha = \frac{197,38}{97,38} = 2,03 \quad \text{para seção retangular}$$

Para as guias os valores de espessura foram estabelecidos conforme o exposto no ítem 3.1. A largura das abas foi fixada em 20 mm e o posicionamento da guia sobre a parede do modelo foi feito de forma que a distância entre a aresta da parede e

o lado externo do pé da guia fosse 20 mm.

Todos os modelos são munidos de uma placa de base que atua como elemento de engaste para posterior fixação sobre a estrutura de carregamento. As dimensões são 300 x 300 mm e 300 x 400 mm para modelos de seção quadrada e retangular, respectivamente.

Ainda, para cada forma planejada, foram executados dois tipos de ligação soldada, uma com cordão contínuo e outra com cordão segmentado, sendo que cada forma originou dois modelos.

Projetou-se um total de oito modelos cujas dimensões e formas construtivas são mostradas nas figuras 3.1 a 3.8. Para facilidade de identificação, associou-se a cada tipo de modelo, um código como segue:

SEÇÃO		GUIAS		TIPO DE SOLDA	
Quadrada	Retangular	Sem	Com	Segmentada	Contínua
Q	R	0	1	S	C

Exemplo: Q0S - modelo de seção quadrada, sem guias com cordão de solda segmentado.

### 3.3 - Construção

Como citado anteriormente, cada modelo é constituído por um corpo tipo coluna prismática, formado a partir de quatro paredes, ligadas entre si através de cordão de solda. Se o modelo possui guias, estas são soldadas longitudinalmente sobre uma das paredes da coluna. Quando o cordão utilizado para ligação das paredes é contínuo, idêntica configuração aplica-se para a ligação das guias sobre a parede. O mesmo é válido para o cordão segmentado.

É importante que o modelo resultante seja de boa qualidade, implicando isto nas seguintes condições: o ângulo entre quaisquer duas paredes adjacentes deve ser o mais próximo possível de 90°; o cordão de solda deve ter espessura uniforme e as guias devem ser posicionadas de forma que a aba que constitui o pé da guia fique perpendicular à parede do modelo. Cuidados especiais foram tomados para que se conseguissem modelos com estas características.

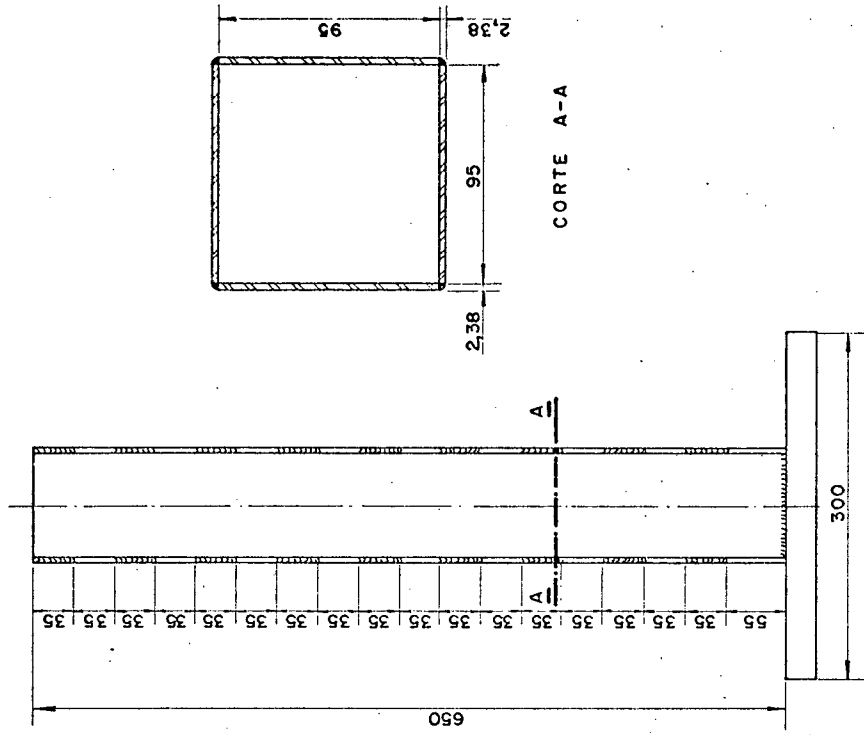


FIGURA 3.2

Modelo QOS  
 Secção quadrada  
 Sem guias  
 Com solda segmentada

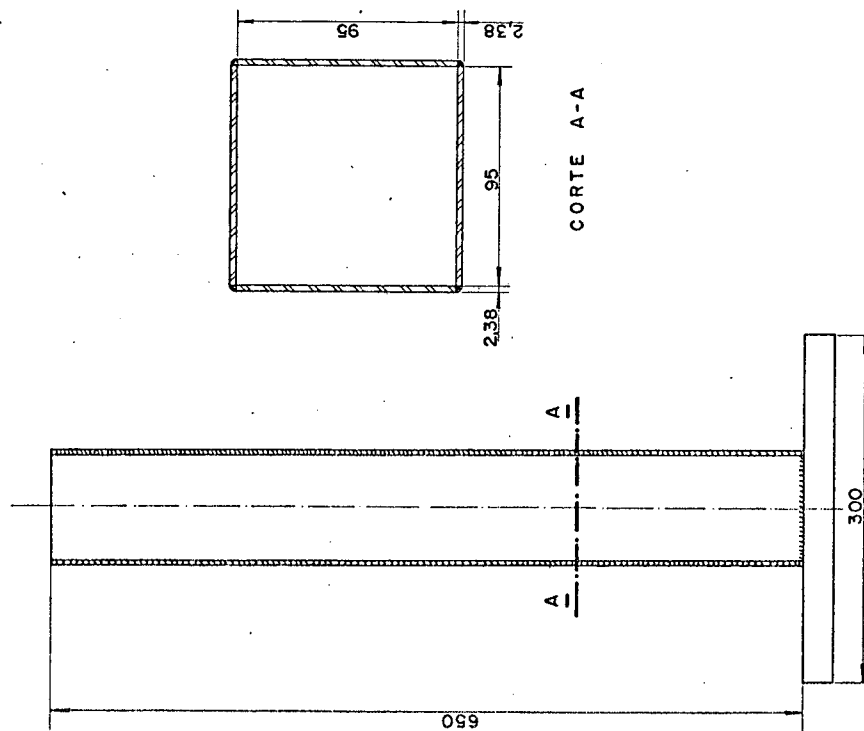
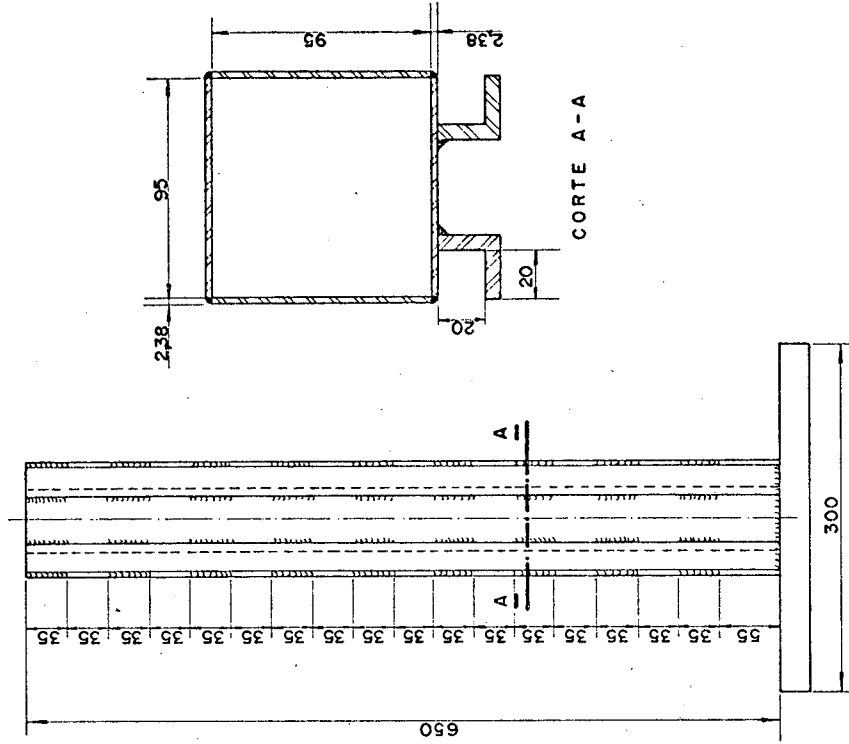


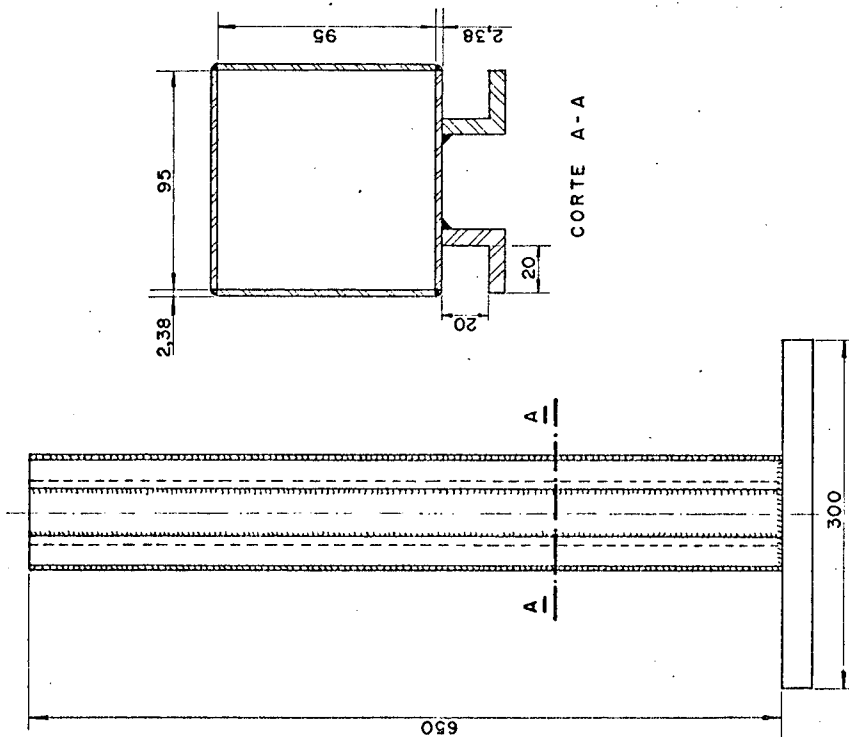
FIGURA 3.1

Modelo QOC  
 Secção quadrada  
 Sem guias  
 Com solda contínua



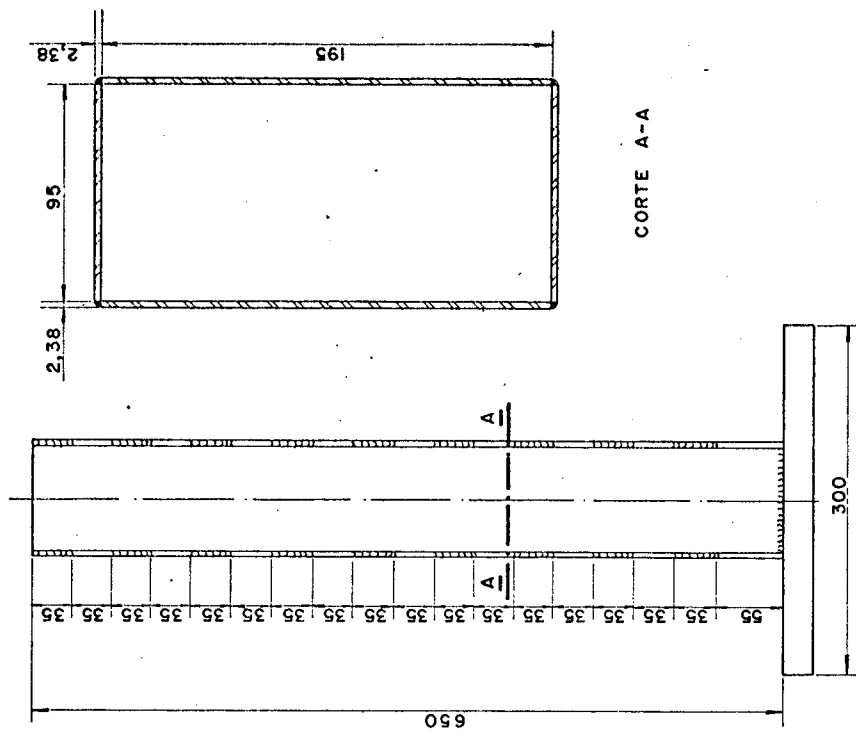
Modelo Q1S  
 Seção quadrada  
 Com guias  
 Com saída segmentada

FIGURA 3.4



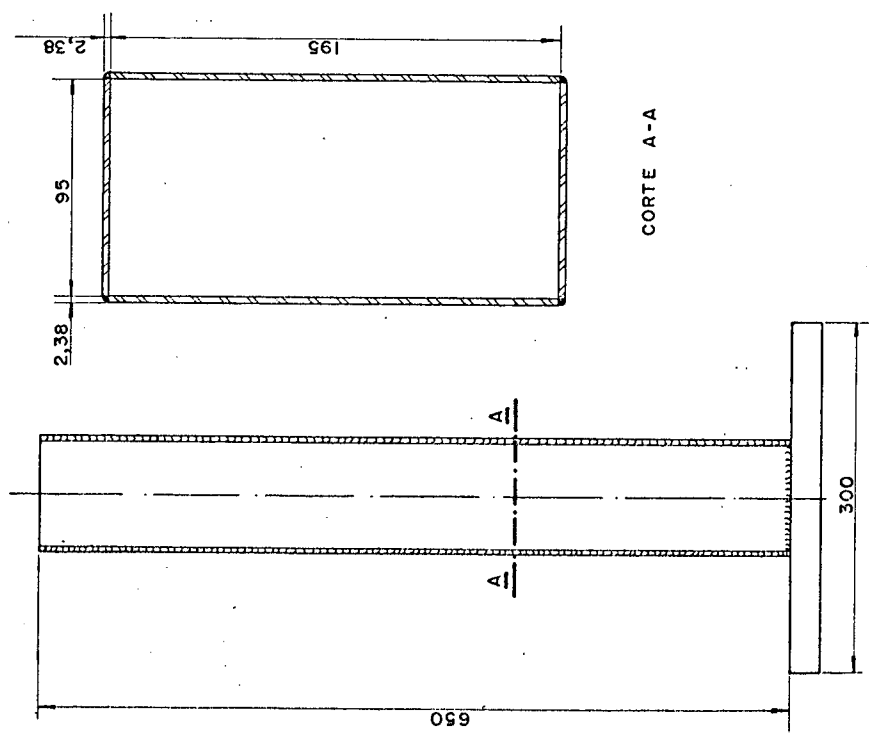
Modelo Q1C  
 Seção quadrada  
 Com guias  
 Com saída contínua

FIGURA 3.3



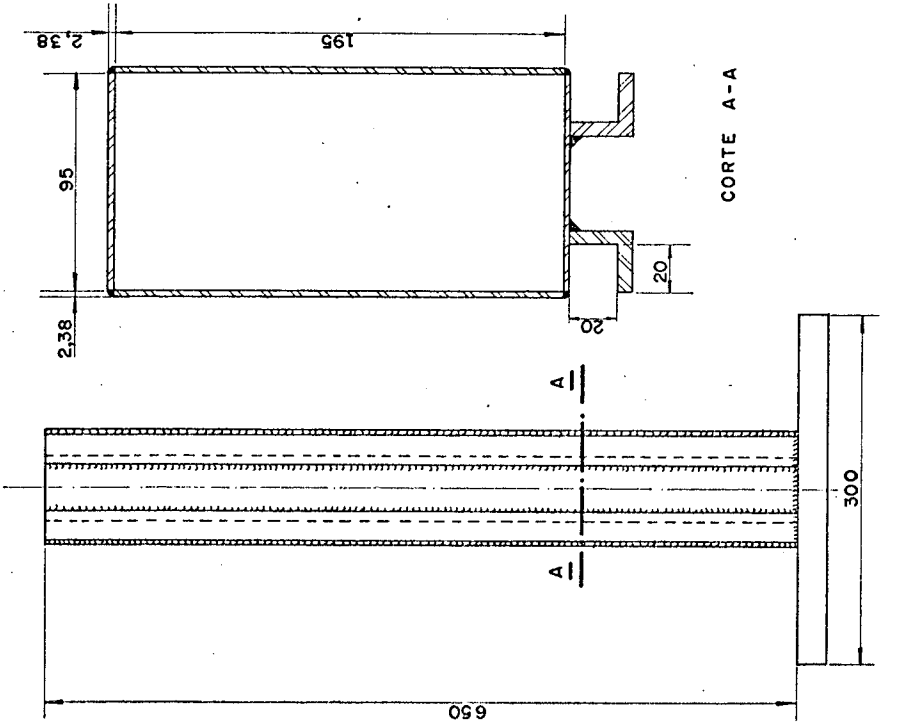
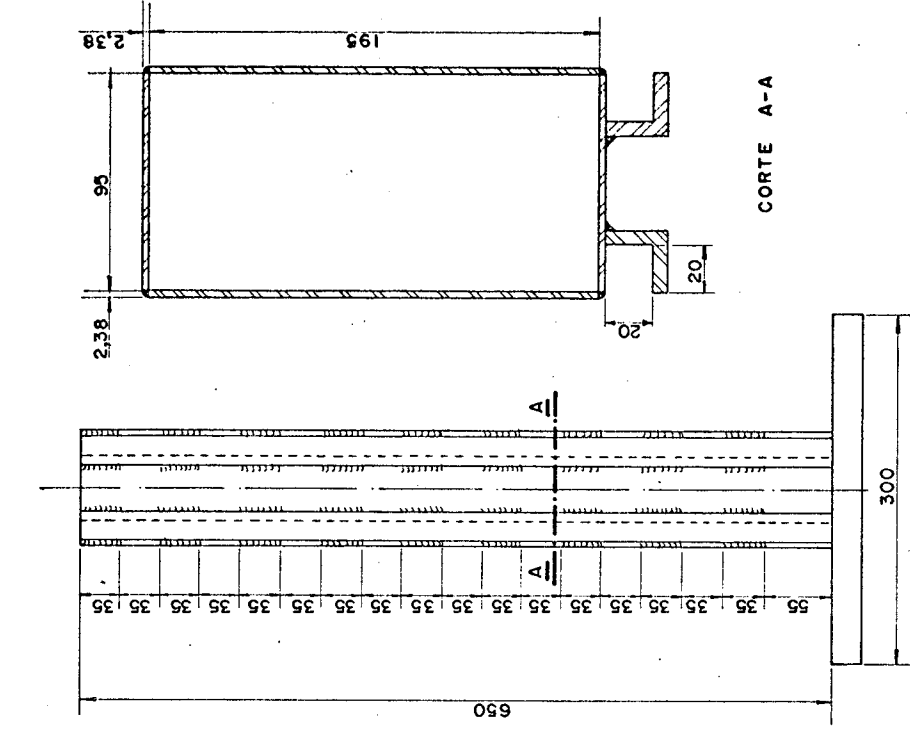
Modelo ROS  
 Seção retangular  
 Sem guias  
 Com solda segmentada

FIGURA 3.6



Modelo ROC  
 Seção retangular  
 Sem guias  
 Com solda contínua

FIGURA 3.5





Para a realização da montagem das paredes laterais construíram-se dois moldes, ou suportes de soldagem, que proporcionaram o posicionamento conveniente das paredes. O aspecto construtivo dos suportes é mostrado nas figuras 3.9 e 3.10, respectivamente para modelos de seção quadrada e retangular. A precisão dimensional dos suportes foi conseguida através de retificação. As dimensões das seções transversais dos suportes correspondem às dimensões nominais internas fixadas para os modelos.

A precisão do perpendicularismo entre o pé da guia e a parede foi garantida através de pequenos apoios de prisma, usinados a partir de barra de seção quadrada. A altura dos prismas é idêntica à largura das abas da guia. Por ocasião da soldagem da guia sobre a parede do modelo, os elementos prismáticos foram posicionados de acordo com a figura 3.11. A fixação foi conseguida através de grampos colocados nas posições de apoio.

As chapas para as paredes laterais dos modelos foram preparadas nas dimensões previstas, através de plainamento. Esta operação foi realizada reunindo-se as chapas em feixes, depois do corte, e usinando-as em conjunto. Os passes finais para acabamento foram executados em retífica. Obtiveram-se assim 24 chapas de 95 x 650 mm e 8 chapas de 195 x 650 mm. Cabe salientar que a capacidade das máquinas utilizadas foi o fator determinante da limitação do comprimento do modelo em 650 mm.

Testes preliminares de soldagem foram efetuados com amostras de chapas, para a determinação da melhor alternativa a ser aplicada na construção definitiva dos modelos. Para tal, posicionaram-se quatro chapas sobre o suporte de soldagem, de maneira a formar o corpo do modelo. A fixação das chapas foi feita através de grampos, (fig. 3.12). Ponteou-se a estrutura de modo que as quatro paredes ficassem convenientemente ligadas entre si. A seguir, extraiu-se o suporte de soldagem e cada cordão foi então preenchido por inteiro. Observou-se que este procedimento provocava acentuado empenamento das chapas, provavelmente devido ao aquecimento localizado originado na soldagem, já que as chapas eram bastante finas.

Era necessário soldar de tal forma que o aquecimento localizado fosse abrandado. Tentou-se então realizar o preenchimento do cordão em pequenos segmentos, alternando-se a aresta de soldagem. Como o corpo do modelo possui quatro arestas, cada

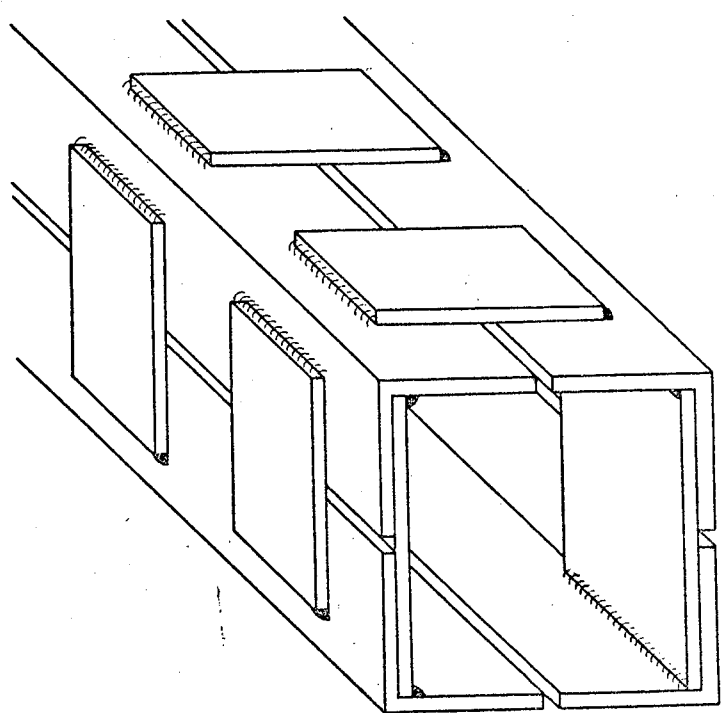
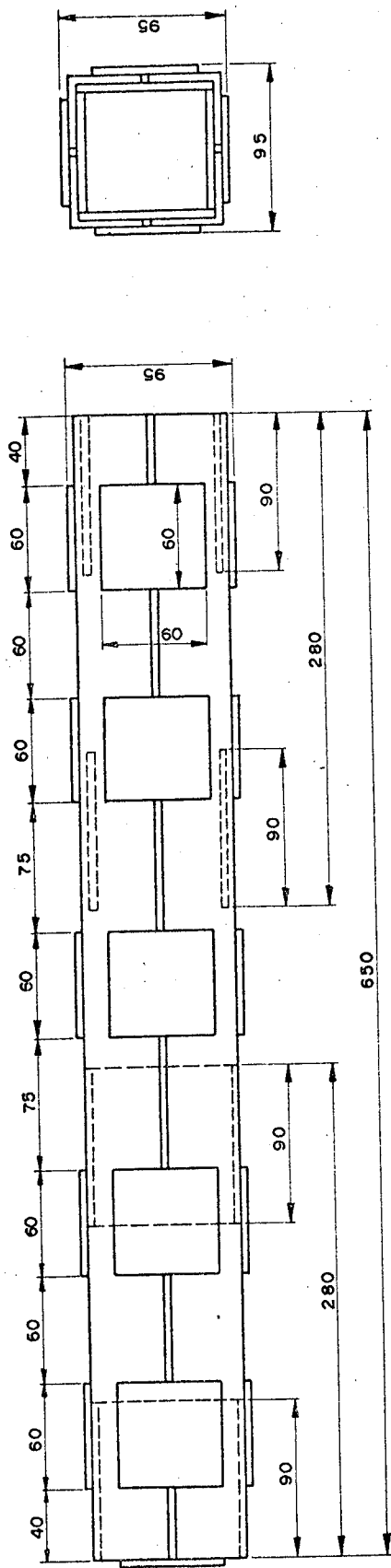


FIGURA 3.9

Suporte para soldagem dos modelos  
de secção quadrada.

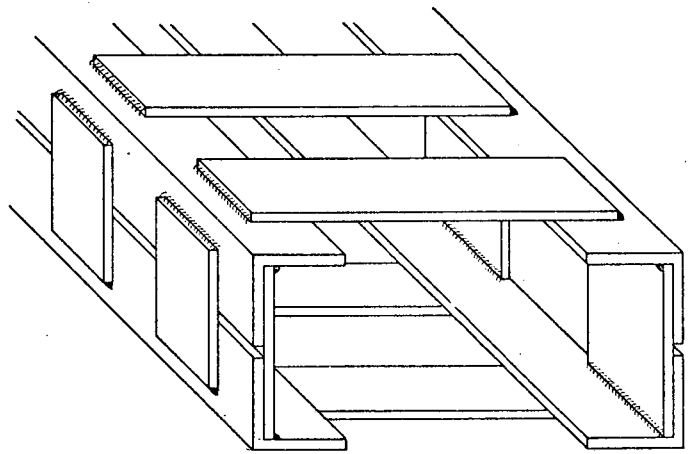
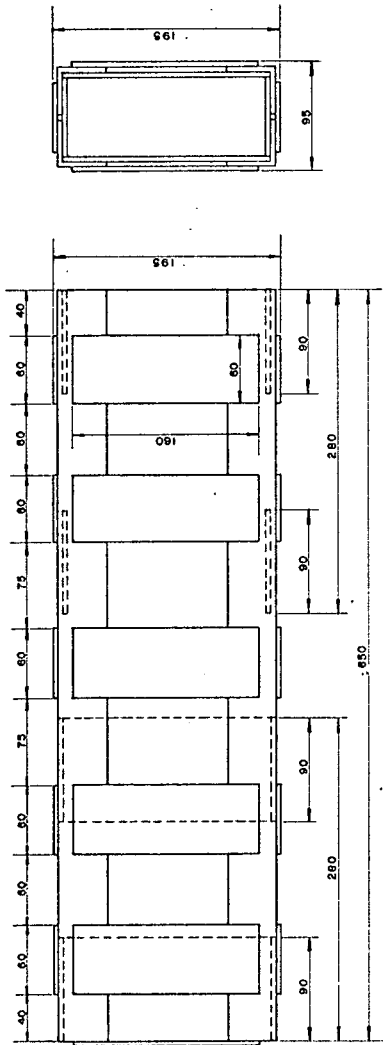


FIGURA 3.10  
Suporte para soldagem dos modelos  
de secção retangular.

aresta receberia um certo comprimento de cordão, passando-se, a seguir, à aresta diagonalmente oposta e repetindo-se o procedimento ao longo do comprimento do modelo até o total preenchimento dos cordões. Aplicado este método, eliminou-se o problema do empenamento, estabelecendo-se que todos os modelos seriam soldados desta forma.

Nos testes realizados para os modelos com guias, novamente apareceu o problema de empenamento, quando da soldagem das guias sobre a parede. Através de tentativas concluiu-se que o melhor procedimento seria soldar as guias antes da montagem do modelo, o que daria oportunidade a um pequeno endireitamento da parede no caso de empenamentos reduzidos. Procurou-se também melhorar a dissipação de calor, fixando a parede do modelo sobre uma chapa grossa (1/2") (fig. 3.11) durante a soldagem, já que a espessura da parede era bastante menor que a espessura da aba da guia (a relação era 2,58).

Da mesma forma que para o modelo, o cordão foi executado por pequenos segmentos em diferentes posições ao longo do comprimento, até o preenchimento completo.

Com os dados obtidos nos testes preliminares, conseguiram-se modelos de boa qualidade. Todas as operações de soldagem foram realizadas no Laboratório de Solda da UFSC, utilizando-se o processo TIG para a união das paredes e das guias, e solda convencional com eletrodo revestido para a ligação do modelo pronto sobre a base de engaste. As recomendações quanto aos tipos de cordão foram tomadas a partir das indicações de Bolz [16].

Não foi realizado nenhum tipo de tratamento térmico para alívio de tensões após a soldagem.

Depois de montados os modelos, passou-se à furação das bases. Os modelos eram fixados à estrutura de carregamento através de ligações parafusadas, utilizando-se respectivamente 8 e 10 parafusos para modelos de seção quadrada e retangular. As cotas de furação são mostradas na figura 3.13.

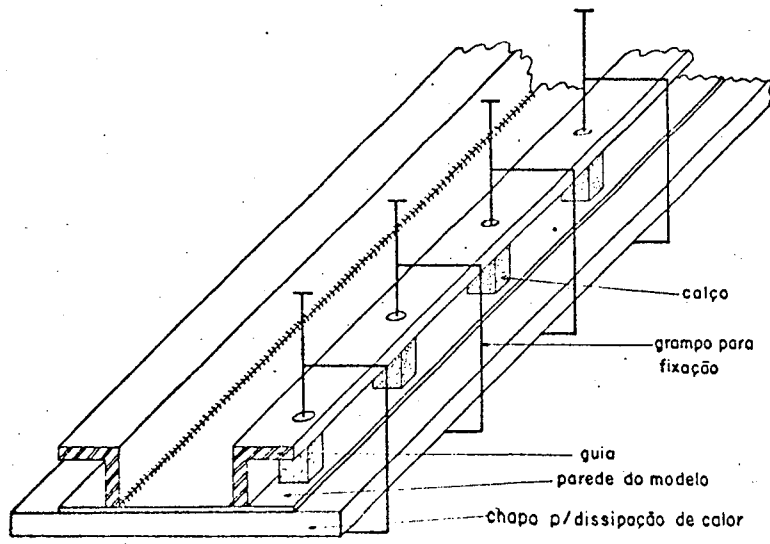


Fig. 3-11 - Aspecto do posicionamento das guias sobre o modelo para soldagem

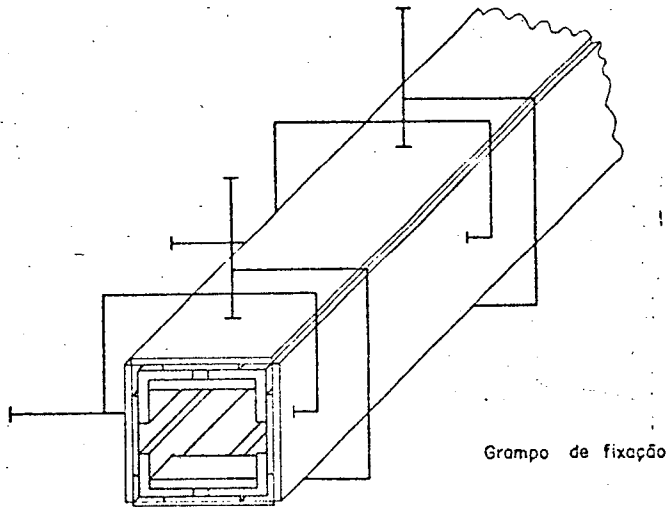


Fig. 3-12 - Aspecto do posicionamento das chapas para a montagem do corpo do modelo

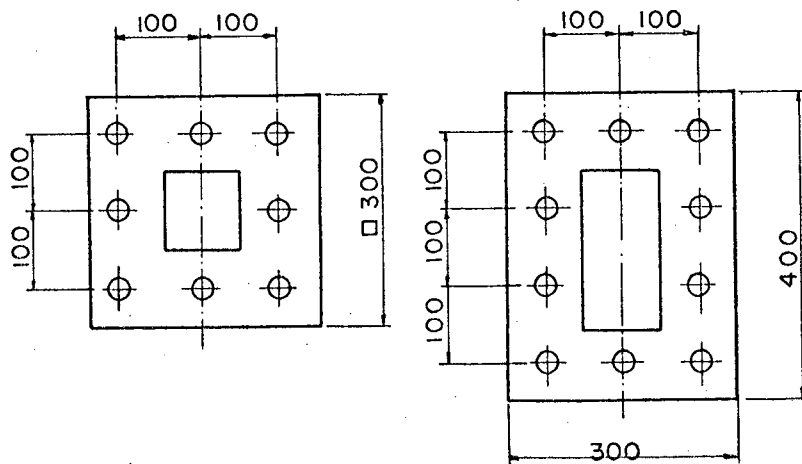


Fig. 3-13- Bases de fixação dos modelos

## CAPÍTULO IV

## SISTEMAS DE CARREGAMENTO

4.1 - Introdução

Depois de estabelecidas as formas e dimensões dos modelos, passou-se à confecção dos dispositivos de aplicação de carga. Estabeleceu-se, que em todos os casos, as cargas seriam introduzidas sobre o modelo através de dois pontos, e que estes contatos deveriam ser tanto quanto possível pontuais, tentando se assim uma melhor aproximação aos modelos teóricos de carregamento. Os modelos adotados para os carregamentos são mostrados na figura 4.1.

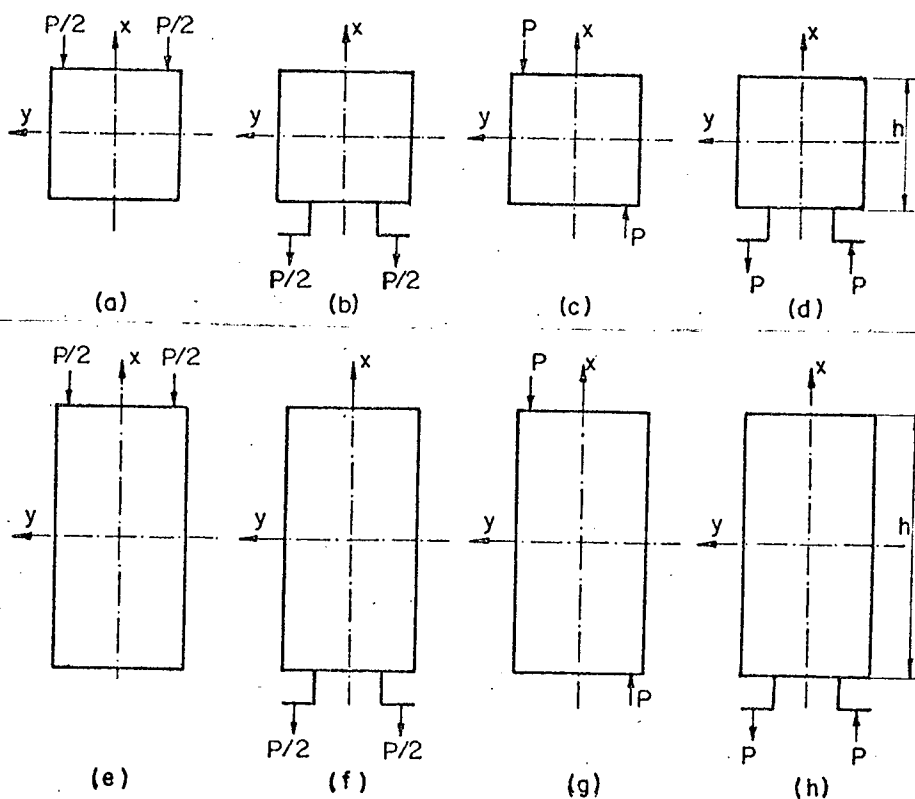


Figura - 4-1

Deve-se observar que os valores das cargas introduzidas ( $P$  ou  $P/2$ ) nos dois pontos devem ser iguais, devido à geometria do carregamento. Se isto não acontecer, momentos indesejáveis estarão sendo introduzidos na estrutura, o que acarretará

o aparecimento de deformações adicionais, não previstas para o tipo de carga analisado. Por exemplo: se as duas cargas de flexão forem desiguais, será introduzido um momento torçor.

Um ponto importante a ser observado é que os componentes do sistema de aplicação de carga sejam suficientemente rígidos, para que as suas próprias deformações não venham a prejudicar os resultados. Isto também diz respeito aos pontos de contato com o modelo, que deverão permanecer sempre na mesma posição relativa, sem qualquer deslizamento durante o carregamento. Os elementos que constituem os dispositivos de carregamento foram portanto sobredimensionados para as solicitações que deveriam suportar.

Os dispositivos construídos e a correspondente forma de aplicação de carga são descritos a seguir, assim como a estrutura sobre a qual se fixam os diversos componentes.

#### 4.2 - Dispositivos de aplicação de carga de flexão.

Procurou-se, neste caso, reproduzir o mais próximo possível a forma de carregamento utilizada por Dreyer (fig. 2.2c), para modelos simples.

A força  $P$  que produz a flexão, entra no modelo através de duas cargas iguais e simétricas  $P/2$ , aplicadas sobre uma das paredes do modelo (fig. 4.1(a)(e)). Na realidade, as forças  $P/2$  não são aplicadas exatamente na borda dos modelos (aresta da junção de duas paredes) como considerado teoricamente, e sim a uma determinada distância destas bordas, pois na prática seria impossível materializar contatos nestes pontos.

Já nos modelos com guias, as cargas  $P/2$  entram através destas guias (fig. 4.1(b)(f)) e transmitem os esforços de flexão ao modelo, através das arestas de união das guias com a parede.

Em ambos os casos tentou-se simular uma aplicação pontual de carga, através de contatos esféricos.

##### 4.2.1 - Dispositivo para aplicação de carga de flexão em modelos simples (sem guias).

O dispositivo utilizado para a aplicação da carga de

flexão é mostrado esquematicamente na figura 4.2(a), juntamente com o seu posicionamento em relação ao modelo.

Uma estrutura 1, cujos detalhes de construção estão na figura 4.4, recebe o carregamento P através de um pino 2 e transmite esta força através de outros dois pinos 3 a uma barra 4 onde estão coladas duas esferas. As esferas finalmente transmitem a carga ao modelo. A carga será dividida simetricamente se as duas esferas forem posicionadas a uma mesma distância  $b/2$  em relação à direção de aplicação da carga P, devendo o mesmo ser observado para os pinos 3.

Os convenientes posicionamentos dos elementos foram conseguidos através da execução de todos os furos em furadeira de coordenadas, que permite a obtenção simultânea de alta precisão de posições e diâmetros. Os furos foram executados em duas etapas: primeiramente usando broca de centragem e a seguir executando a furação propriamente dita. As esferas foram posicionadas sobre a barra 4 através de furos cônicos.

O ponto de aplicação de carga 2, deverá estar sobre o plano de simetria do modelo (xz), para que não se introduzam cargas indesejáveis de torção. Para contornar possíveis erros desta centragem, a estrutura 1 (fig. 4.4) é dotada de um pino excêntrico montado sobre uma peça cilíndrica móvel, que pode ser ajustada e fixada através de parafusos, de modo que o pino excêntrico fique exatamente no meio da distância entre as duas esferas de transmissão de carga, ou seja, centrado em relação à estrutura completa do dispositivo de aplicação de carga. Constatou-se durante os testes que este recurso de centragem não foi necessário, já que as deformações apresentaram-se realmente simétricas.

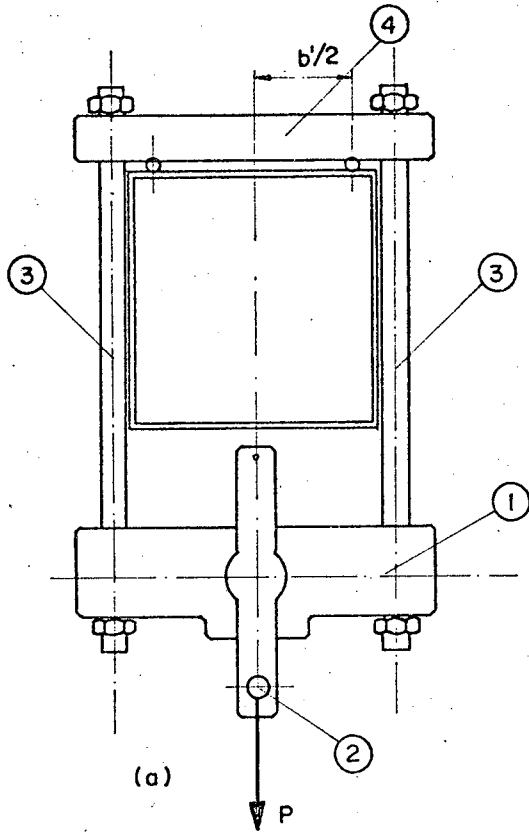
O esquema de carregamento resultante é mostrado na figura 4.1(b).

O mesmo dispositivo é usado para o carregamento de modelos de seção quadrada e retangular, bastando para tanto a mudança do comprimento dos pinos 3.

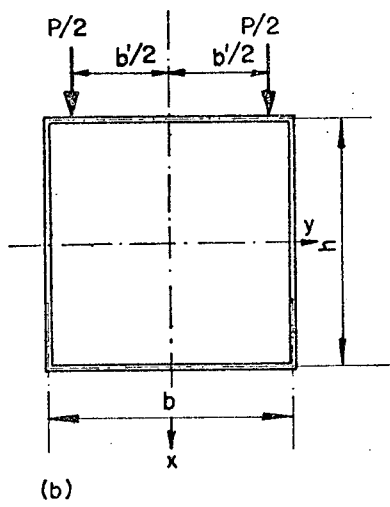
#### 4.2.2 - Dispositivo de aplicação de carga de flexão em modelos com guias.

O dispositivo utilizado neste caso é mostrado esque-





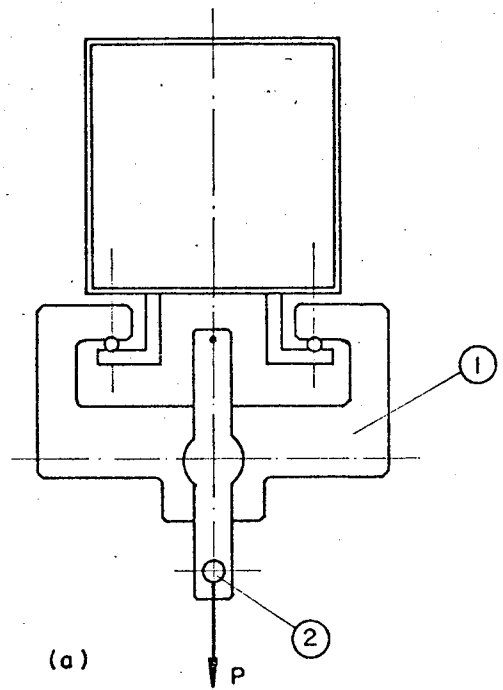
(a)



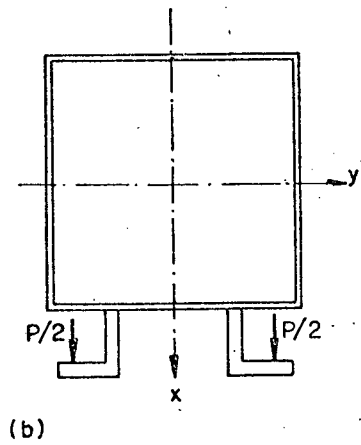
(b)

Figura - 4-2

Dispositivo de aplicação de carga de flexão para modelos simples e esquema de carregamento.



(a)



(b)

Figura - 4-3

Dispositivo de aplicação de carga de flexão para modelos com guia e esquema de carregamento.

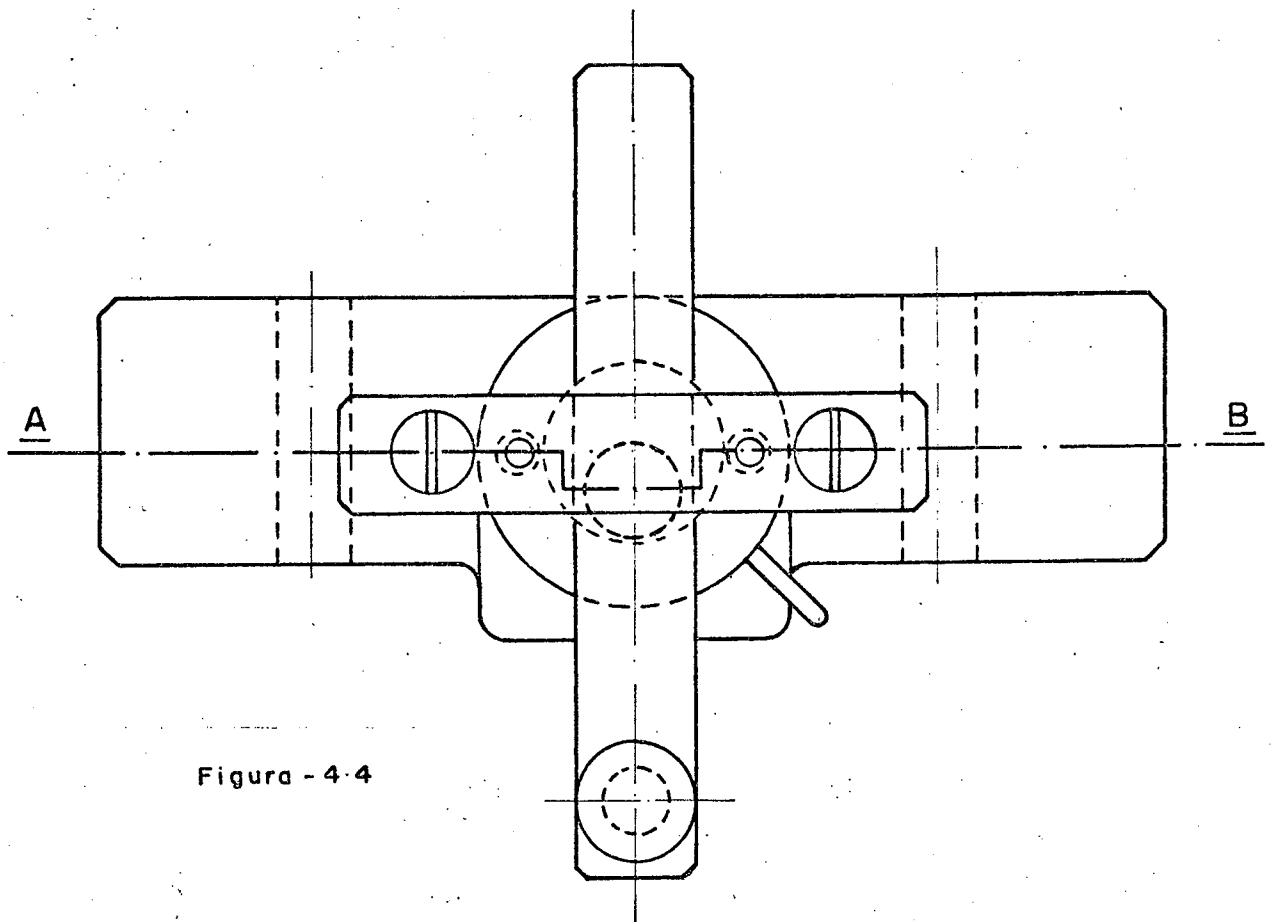
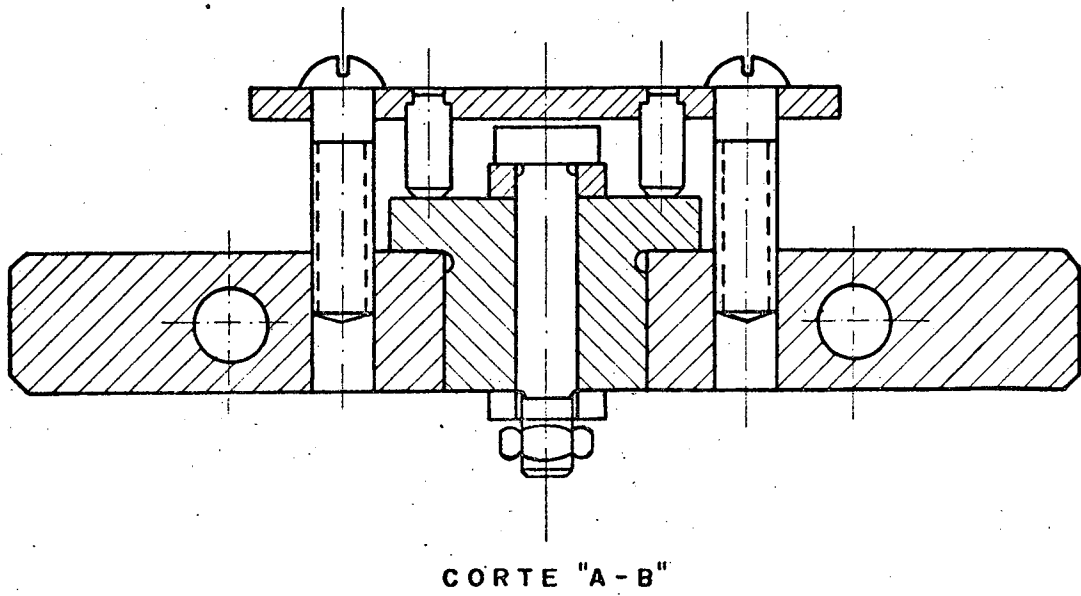
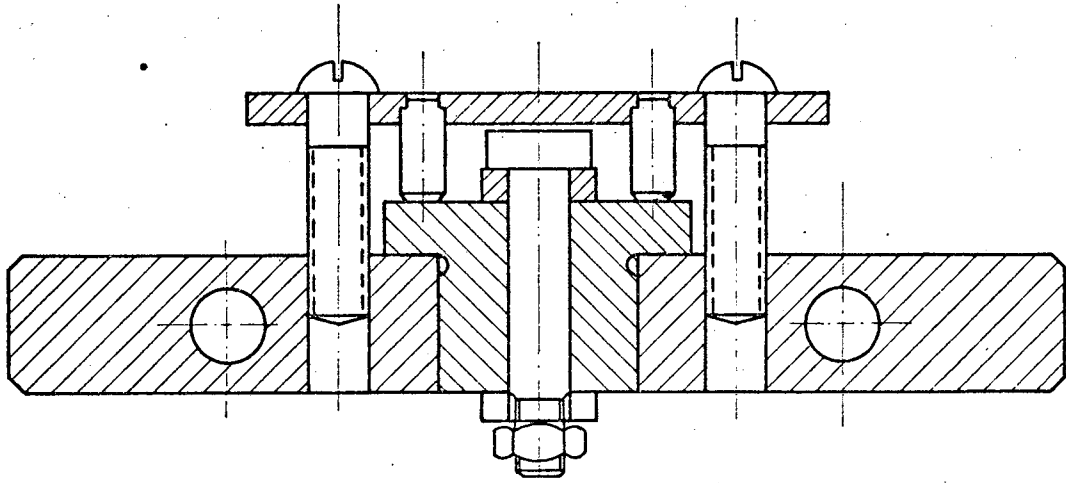


Figura - 4-4

Detalhes construtivos da estrutura para aplicação de carga de flexão em modelos sem guias.



CORTE "A-B"

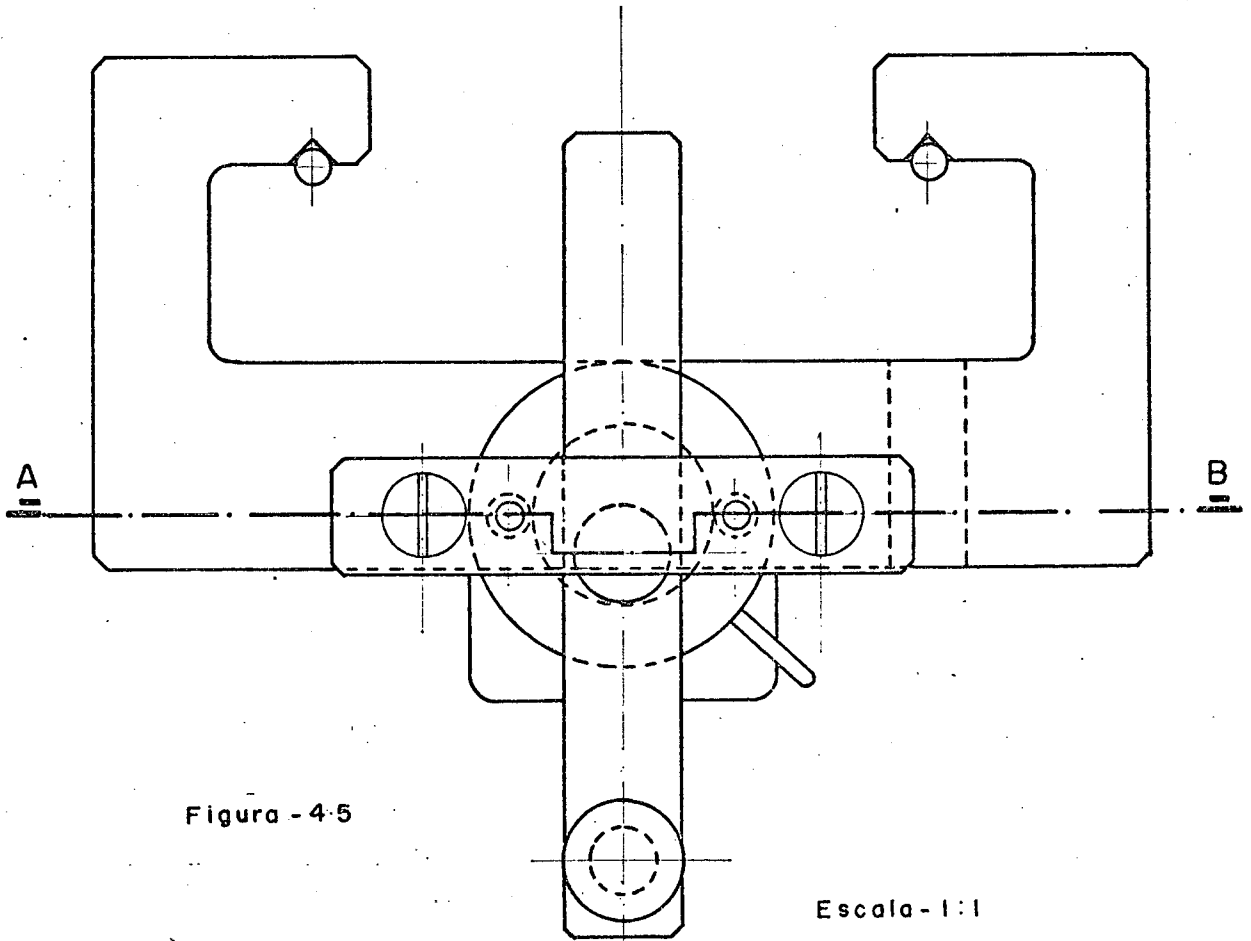


Figura - 4-5

Escala - 1:1

Detalhes construtivos da estrutura (1), para a aplicação de carga de flexão em modelos com guias.

maticamente na figura 4.3(a). Os detalhes construtivos da estrutura 1 são mostrados na figura 4.5. Valem as mesmas observações do ítem anterior, quanto à furação e centragem através de pino excêntrico. Através do pino 2 submete-se a estrutura 1 à carga P. A estrutura 1, por sua vez, transmite a carga ao modelo através de duas esferas. Os cuidados quanto ao posicionamento dos elementos são idênticos ao caso anterior de flexão, para que se tenha simetria de carregamento.

O esquema de carregamento resultante é mostrado na figura 4.3(b).

O mesmo dispositivo é usado para os modelos de seção quadrada e retangular, sem nenhuma alteração.

O aspecto da colocação dos dispositivos sobre os modelos pode ser visto nas figuras 4.6 e 4.7 para modelos sem guias e com guias, respectivamente. Observa-se que, além dos elementos anteriormente descritos, aparecem duas tiras de chapa parafusadas na parte superior dos dispositivos. A função destas chapas é impedir o deslizamento do dispositivo segundo o eixo longitudinal (z) do modelo, para que não se alterem os pontos de aplicação de carga.

#### 4.3 - Dispositivos de aplicação de carga de torção.

Utiliza-se para o caso de torção nos modelos simples, duas cargas iguais e de sentido contrário, de forma um pouco diferente do caso considerado por Dreyer (fig. 2.2b). Lá se tem as duas forças sobre a mesma parede do modelo, enquanto que para os testes, se aplicaram as duas forças em paredes opostas, ou sobre guias (fig. 4.1(c)(d)(g)(h)).

O momento resultante aplicado é o produto da força P pelo braço de alavanca b' (fig. 4.8). Pelos mesmos motivos práticos citados na flexão, as cargas não são aplicadas nas bordas da parede e sim a uma determinada distância das mesmas.

A aplicação da carga pontual, foi feita através de parafusos de ponta cônica.

##### 4.3.1 - Dispositivo de aplicação de carga de torção em modelos simples.

O dispositivo usado para aplicação da carga em mode-

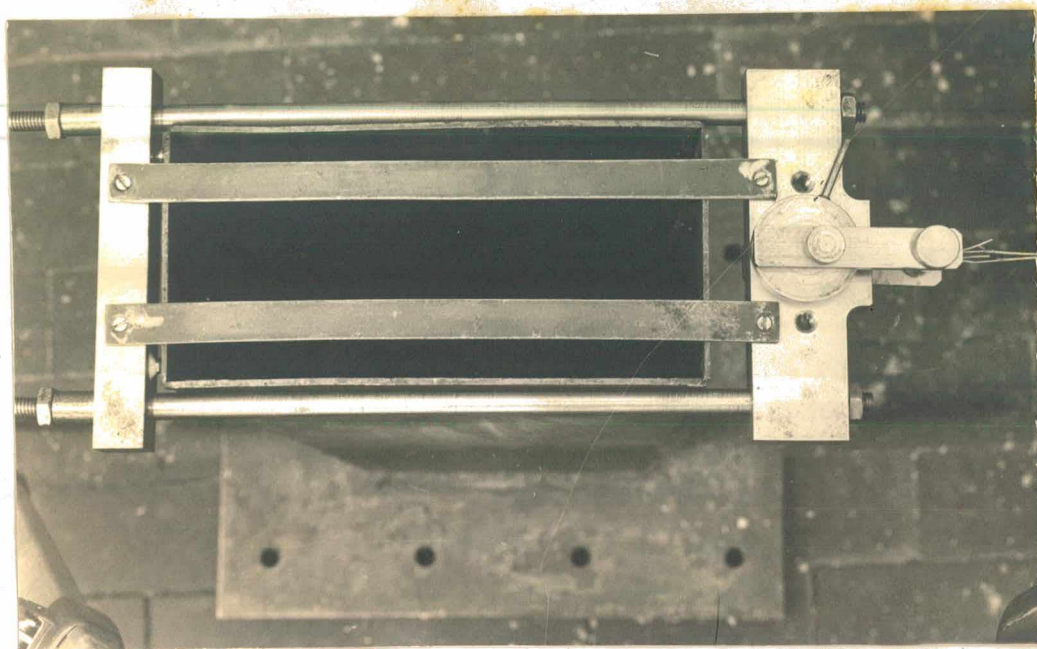


Fig. 4.6 - Aspecto da colocação do dispositivo de aplicação de carga de flexão em modelo sem guias.

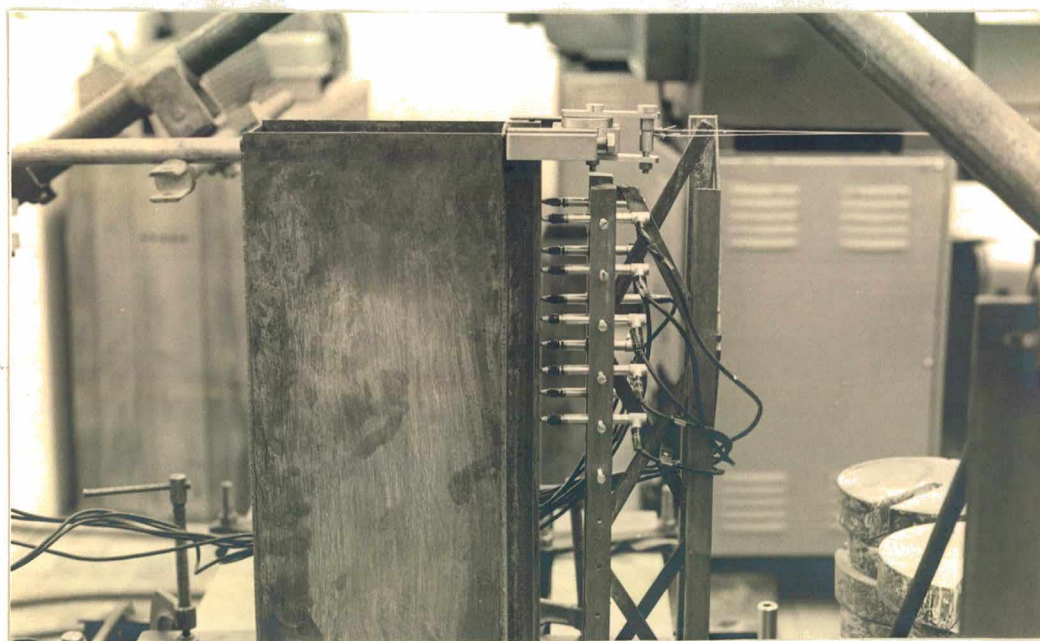


Fig. 4.7 - Aspecto da colocação do dispositivo de aplicação de carga de flexão em modelo com guias.

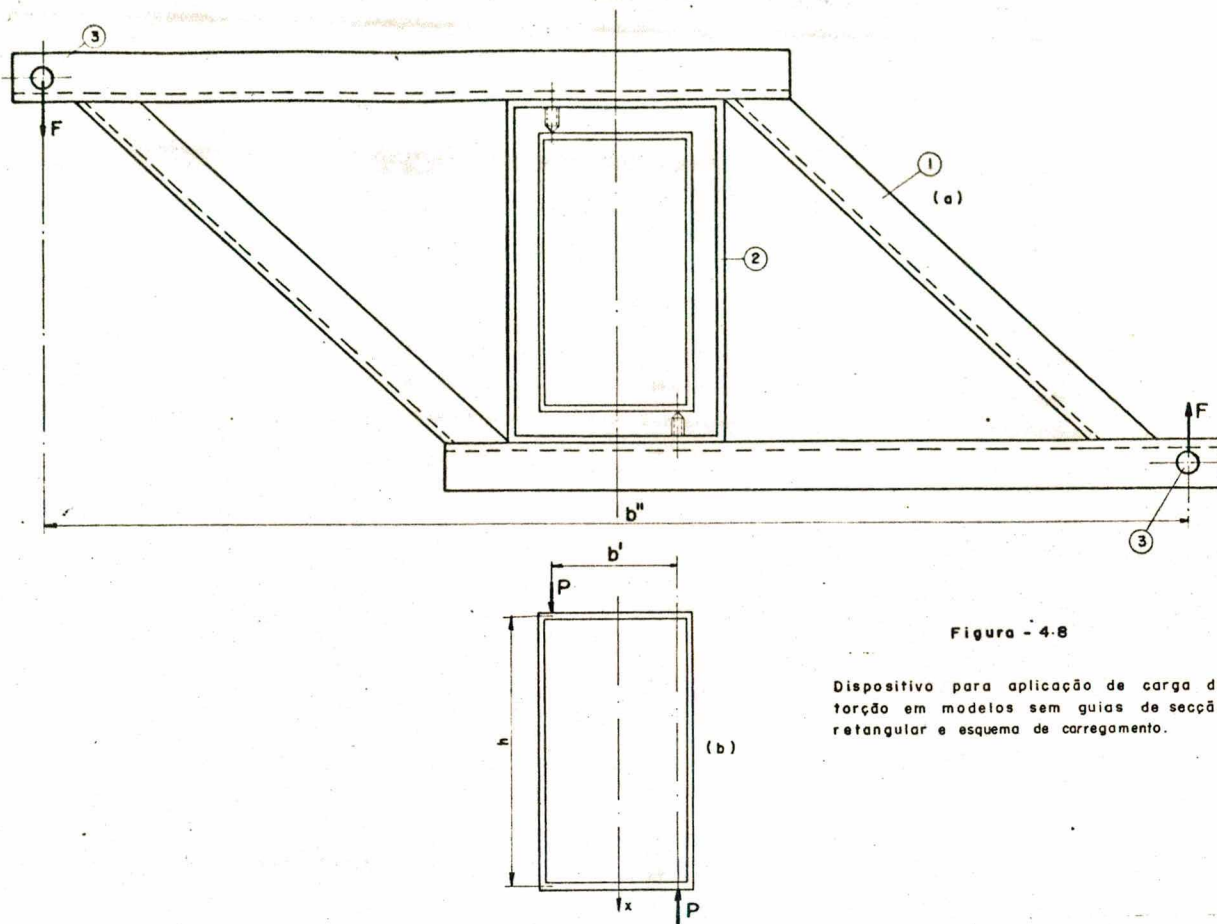


Figura - 4-8

Dispositivo para aplicação de carga de torção em modelos sem guias de secção retangular e esquema de carregamento.

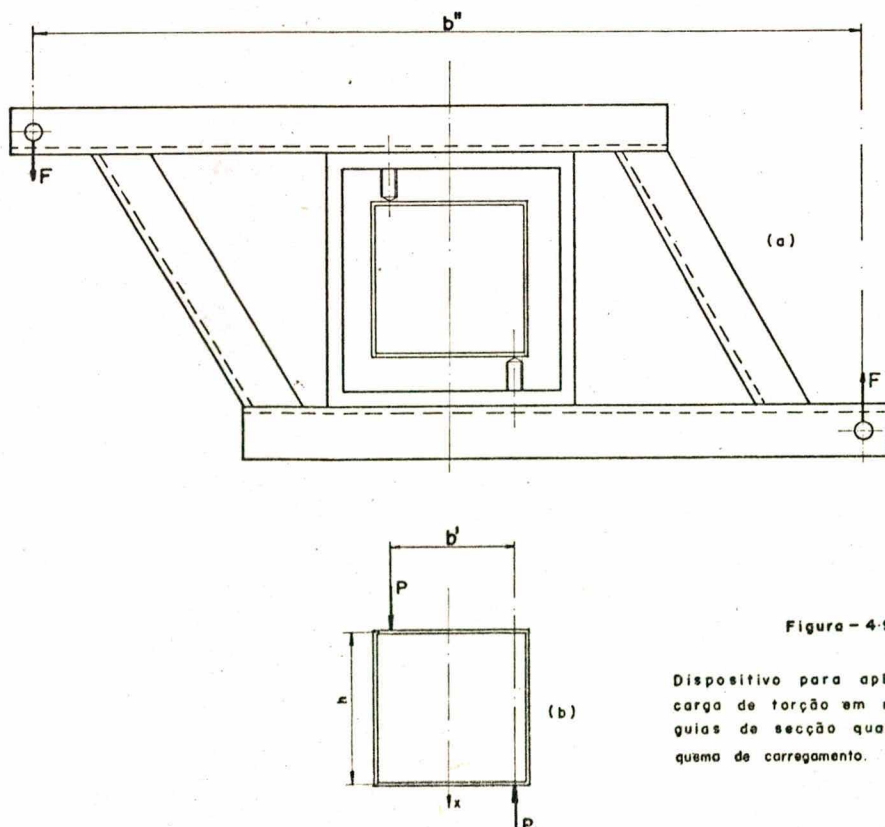


Figura - 4-9

Dispositivo para aplicação de carga de torção em modelos sem guias de secção quadrada e esquema de carregamento.

los simples é mostrado esquematicamente nas figuras 4.8 e 4.9, para modelos de seção retangular e quadrada, respectivamente. A forma de construção é basicamente a mesma, alterando-se apenas as dimensões. A estrutura é constituída por um quadro em forma retangular 2 soldado a partir de barras de aço. Reforçando o quadro 2, foram soldados externament perfis U constituindo um segundo quadro 1. As forças F são aplicadas sobre o quadro 1, a través de dois pinos 3.

O valor do braço de alavanca do momento torçor resultante é dado por  $b''$ , ou seja, é a distância entre os dois pinos de aplicação de carga. O momento torçor tem o valor  $Fb''$ .

Supõe-se que toda a carga aplicada é transmitida ao modelo através de dois parafusos, equidistantes em relação ao eixo x. Estes dois parafusos são rosqueados sobre o quadro 2, e são fixados firmemente nas suas posições através de porcas, para que não ocorra afrouxamento durante o carregamento. Deve ser observado, porém, que os parafusos simplesmente encostem na superfície do modelo, pois qualquer aperto causaria deformações que poderiam alterar os resultados. Como os pontos de contato entre os parafusos e o modelo devem permanecer inalterados durante o carregamento, a superfície dos modelos foi puncionada, de modo que as pontas dos parafusos encaixassem nos pontos puncionados, garantindo o não deslizamento do dispositivo de aplicação de carga em relação ao modelo.

Tomados todos os cuidados para o posicionamento dos vários elementos, os valores resultantes para as cargas aplicadas sobre o modelo serão dados por:

$$P = Fb''/b'$$

Os esquemas resultantes para o carregamento são mostrados nas figuras 4.8(b) e 4.9(b).

O valor da distância  $b'$  entre os pontos de aplicação da carga é de 80 mm em ambos os casos.

Os valores de  $b''$  são:

- para seção quadrada: 532,50 mm
- para seção retangular: 739,40 mm

Estes valores foram determinados através de medições posteriores à confecção dos dispositivos, já que, com o equipamento dis-

ponível de usinagem, não foi possível a obtenção das exatas dimensões projetadas.

O aspecto da colocação do dispositivo sobre um dos modelos pode ser visto na figura 4.11. Também para os dispositivos de torção se usaram chapas de apoio para impedir o deslizamento na direção longitudinal do modelo.

#### 4.3.2 - Dispositivo de aplicação de carga de torção em modelos com guias.

Para torção de modelos com guias, construiu-se o dispositivo mostrado na figura 4.10(a).

A estrutura é constituída por uma barra 1 com seção em U, sobre a qual são montadas duas peças 2, equidistantes em relação ao centro.

Através de dois pinos 3, as duas forças F produzem um momento torçor  $Fb''$  no centro da barra 1.

As peças 2 transmitem o momento torçor à coluna através de um conjunto esfera-parafuso, em dois pontos sobre as guias. O perfeito posicionamento das peças 2 em relação à barra 1 foi conseguido através de pequenos pinos (não representados no desenho), encaixados em furos executados com o auxílio de furadeira de coordenadas. Os furos cônicos de assento das esferas e os furos para os pinos 3 foram também confeccionados em furadeira de coordenadas da mesma forma descrita em 4.2.1.

O esquema de carregamento resultante é mostrado na figura 4.10(b).

O mesmo dispositivo é utilizado para modelos de seção quadrada e retangular.

O valor  $b'$  para a distância entre os pontos de aplicação de carga é de 80 mm, e o valor  $b''$  do braço do binário de entrada é 540,00 mm.

Neste dispositivo, devido ao menor número de componentes, foi obtida melhor precisão dimensional em relação aos correspondentes dispositivos de torção para modelos sem guias.

O aspecto da colocação do dispositivo sobre um dos modelos pode ser visto na figura 4.11. Como a fixação é feita através de conjunto esfera-parafuso, não é necessário o uso de chapa de apoio, como nos casos anteriores.



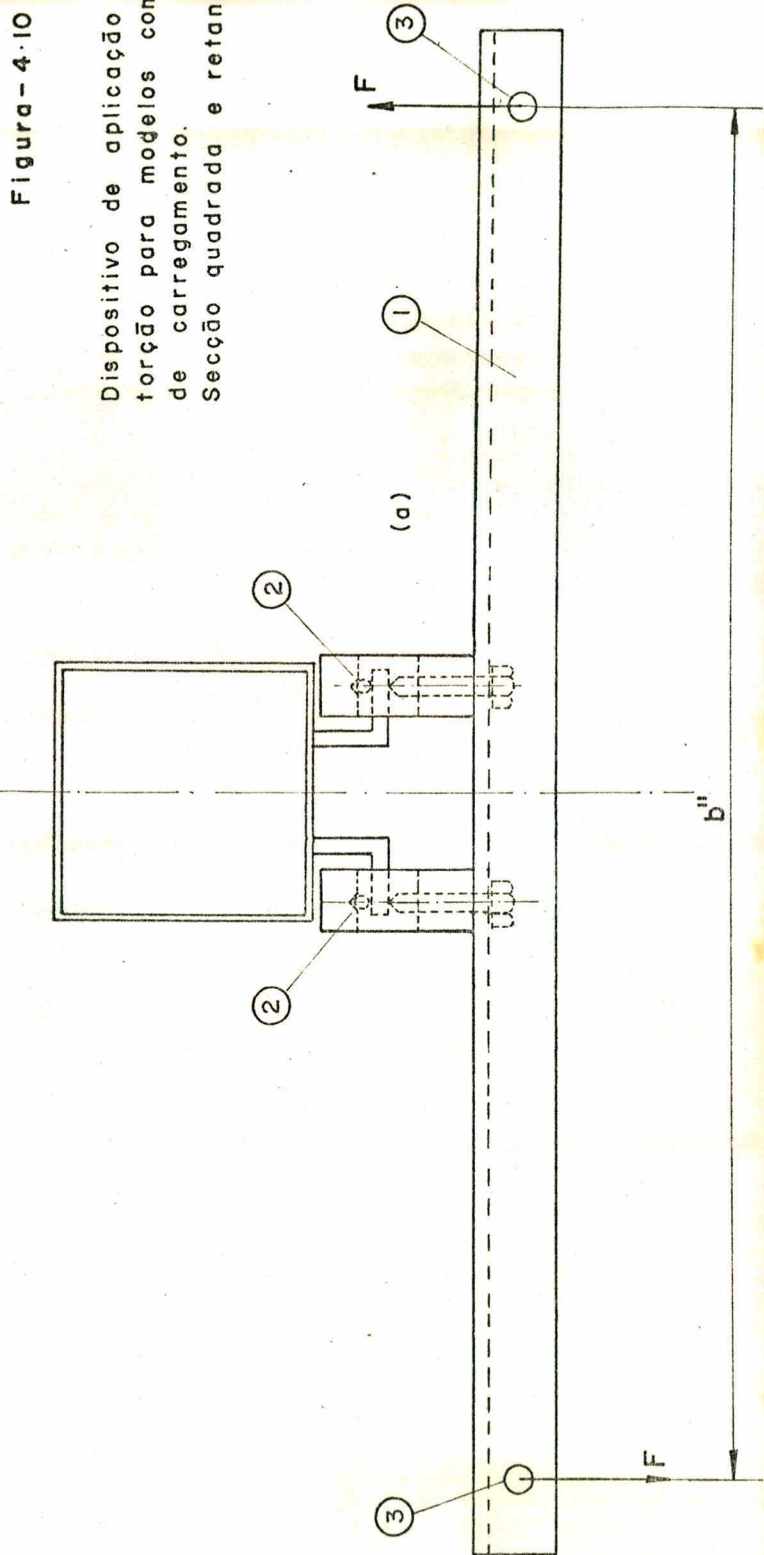
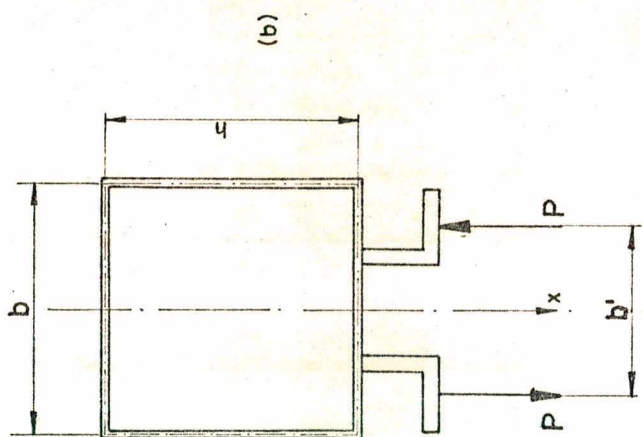


Figura-4.10

Dispositivo de aplicação de carga de torção para modelos com guia e esquema de carregamento. Secção quadrada e retangular.

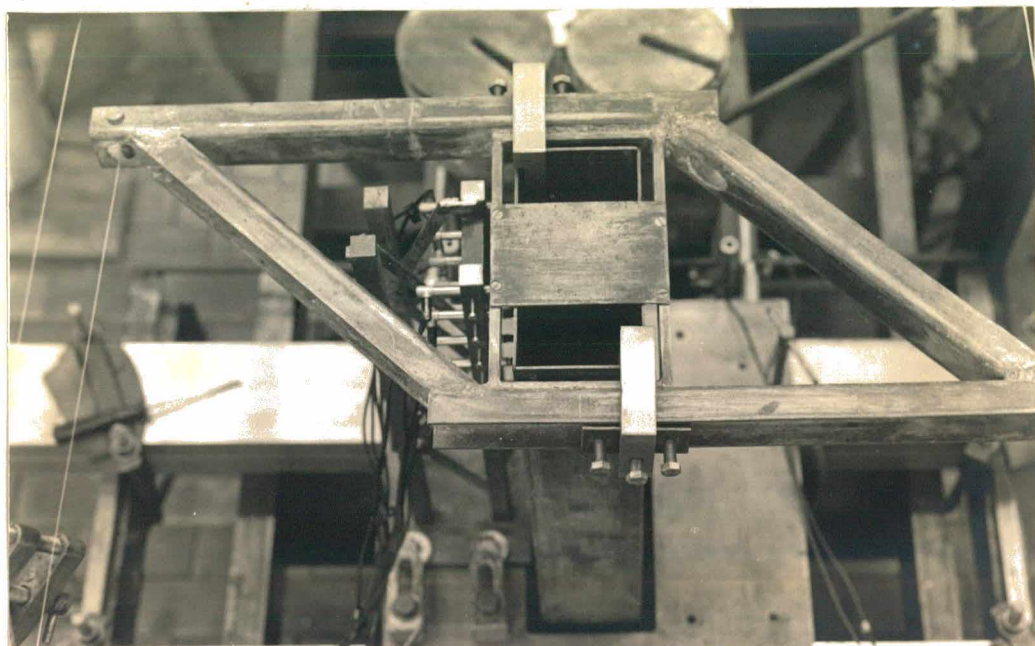


Fig. 4.11 - Detalhe da colocação do dispositivo de torção sobre modelo sem guias.

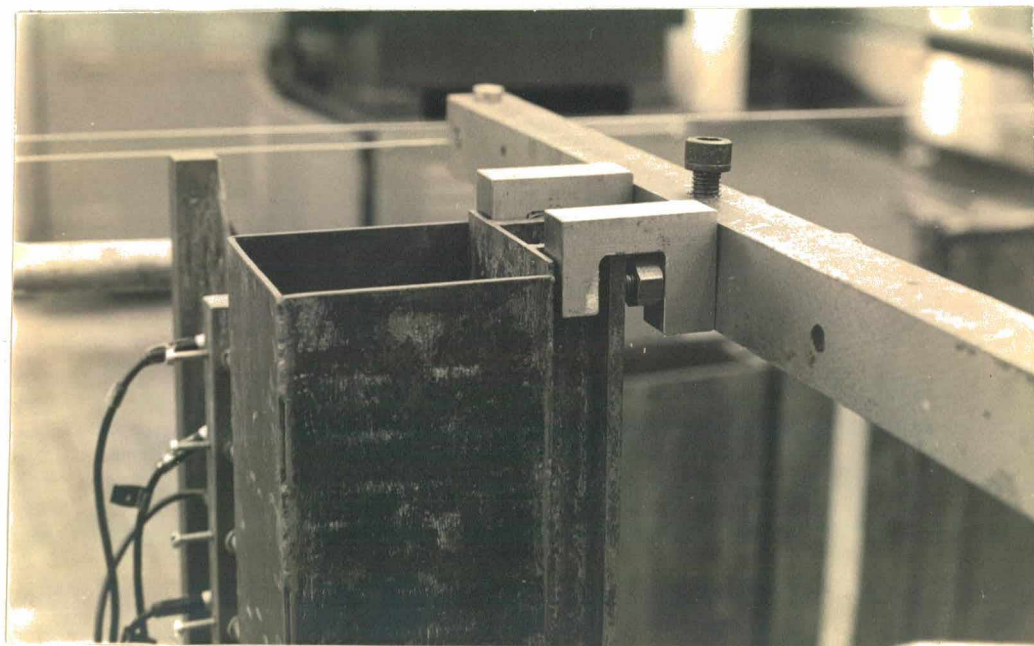


Fig. 4.12 - Detalhe da colocação do dispositivo de torção sobre modelo com guias.

#### 4.4 - Estrutura de base para o carregamento.

Para a execução dos ensaios foi montada uma estrutura de carregamento, utilizando-se para tal, elementos disponíveis no Centro Tecnológico.

A estrutura é constituída por uma mesa de base formada a partir de perfis U, reforçada na sua parte inferior por 4 perfis I soldados transversalmente, e mais dois perfis I em posições diagonais. Os reforços tem o objetivo de proporcionar boa rigidez ao conjunto da mesa. Em torno desta mesa de base foram colocadas três colunas de tubos circulares, ligadas entre si por intermédio de perfis e tubos, os quais foram fixados aos corpos das colunas através de braçadeiras.

Os dois conjuntos, mesa de base e colunas, foram também interligados por braçadeiras constituindo uma única estrutura que foi simplesmente apoiada no piso.

Sobre a mesa foram parafusados os modelos. Sobre as colunas foram montadas roldanas por onde passam os cabos para a aplicação de carga. As roldanas possuem rolamento de esferas para que se tenha pouco atrito, e foram montadas sobre elementos modulados para que se pudesse, quando necessário, alterar sua posição. A mesma estrutura de carregamento foi utilizada para o teste de todos os modelos com pequenas modificações.

Esquemas da estrutura de carregamento podem ser vistos nas figuras 4.13 e 4.14, preparada para carga de flexão e torção, respectivamente.

Os cabos utilizados para a transmissão das cargas são cabos especiais de aço, revestidos com nylon. Tem boas características de flexibilidade, adaptando-se perfeitamente aos raios das roldanas. A seleção do cabo foi feita através de indicação do fabricante (capacidade nominal testada 120 lbf).

Para a aplicação das cargas sobre os modelos, utilizou-se um sistema de pesos. Os pesos, colocados sobre um prato com haste e roldana, transmitem a carga ao cabo de aço, que passando através de roldanas, chega até o dispositivo de aplicação de carga, ao qual é ligado através de pinos.

No caso de flexão, o cabo passa apenas por uma roldana. No caso de torção os cabos passam através de quatro roldanas, de modo que a carga total seja dividida em duas cargas i-

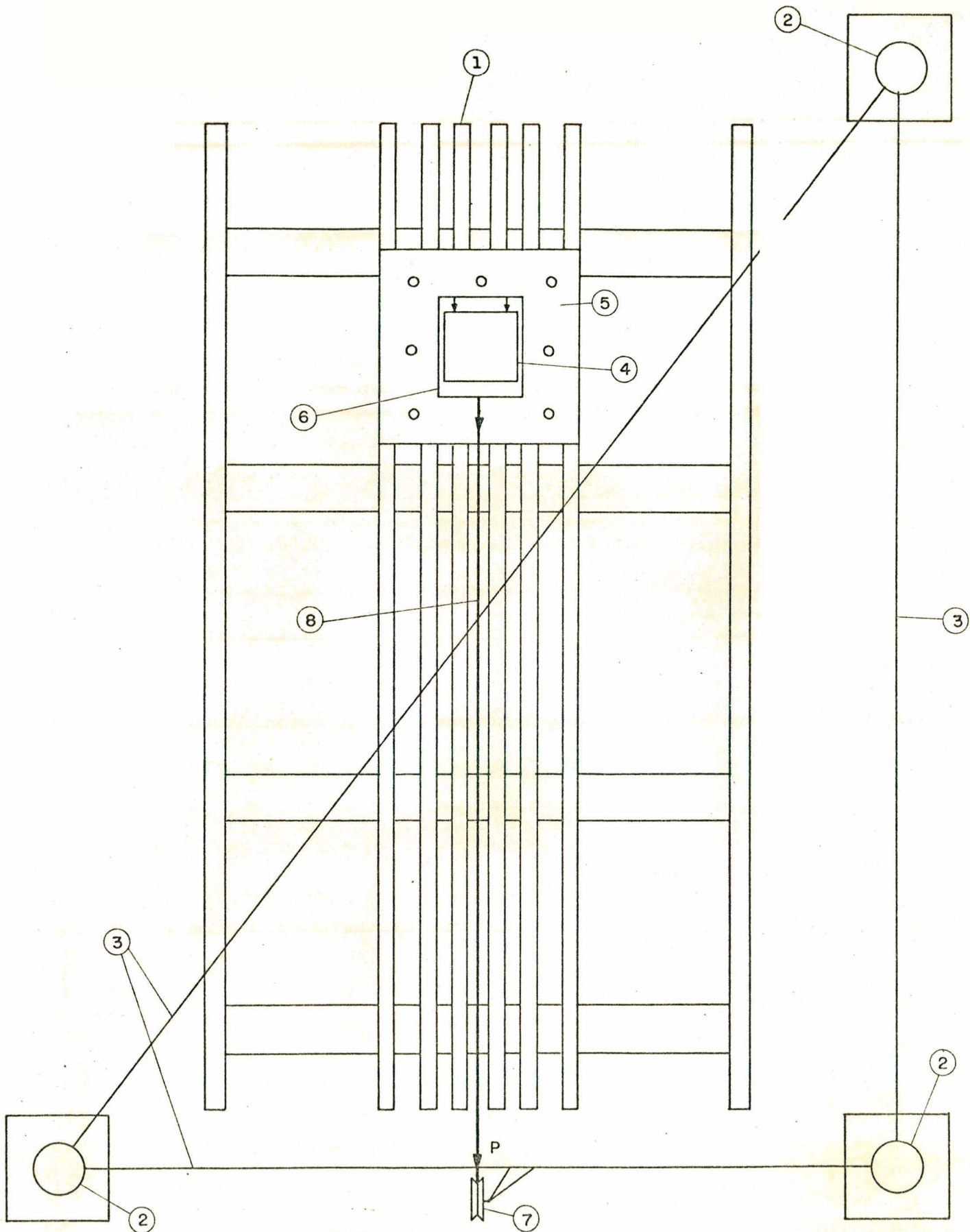


Figura - 4.13

Esquema de montagem para carregamento de flexão: 1- Mesa base de carregamento, 2- Coluna da estrutura suporte das roldanas, 3- Elementos de interligação das colunas, 4- Modelo, 5- Base do modelo, 6- Dispositivo de aplicação de carga, 7- Roldanas. 8- Cabo de transmissão de carga.

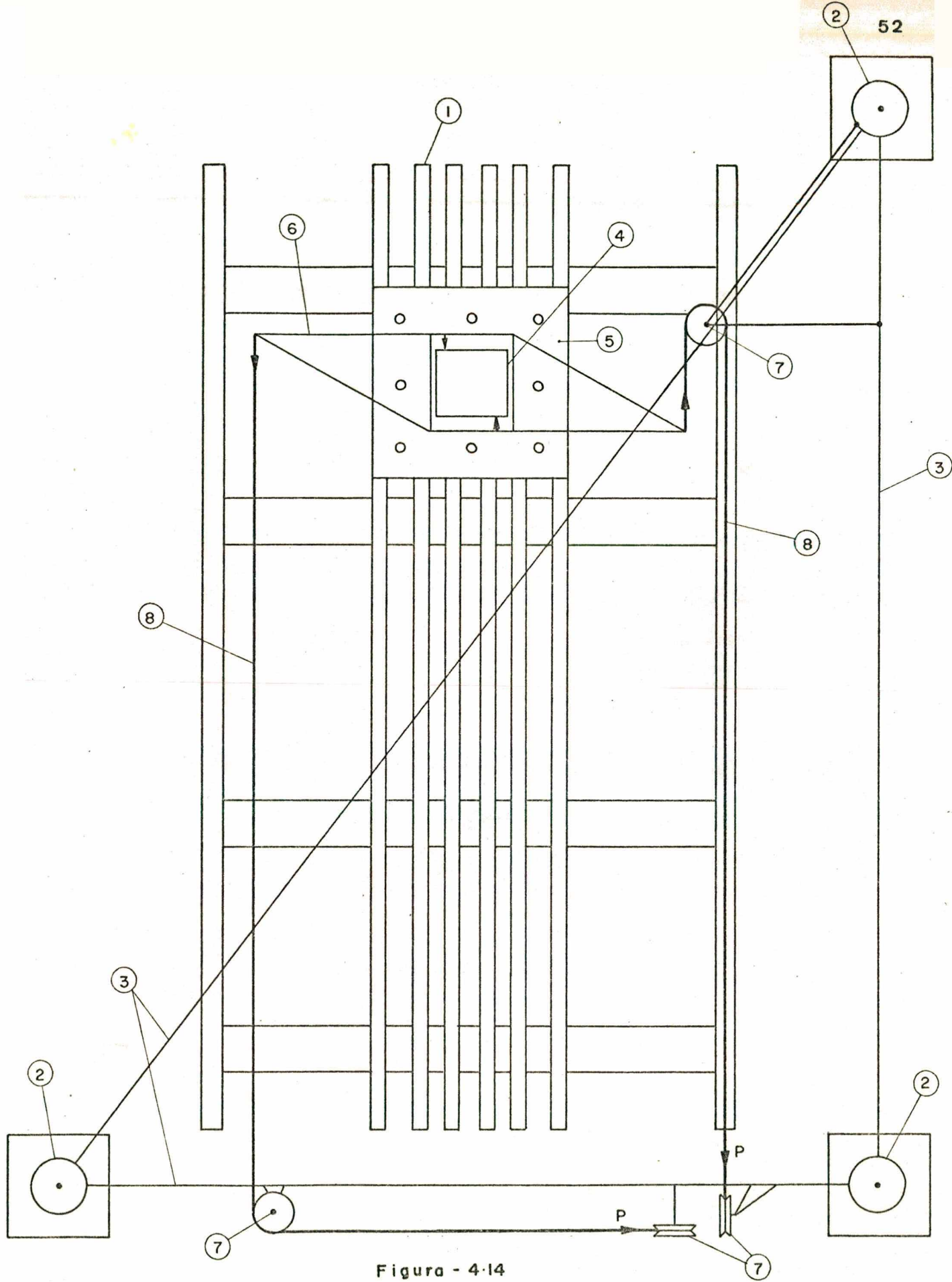


Figura - 4.14

Esquema da montagem para carregamento de torção: 1-Mesa base de carregamento, 2-Coluna da estrutura suporte das roldanas, 3-Elementos de interligação das colunas, 4-Modelo, 5-Base do modelo, 6-Dispositivo de aplicação de carga, 7-Roldanas, 8-Cabo de transmissão de carga.

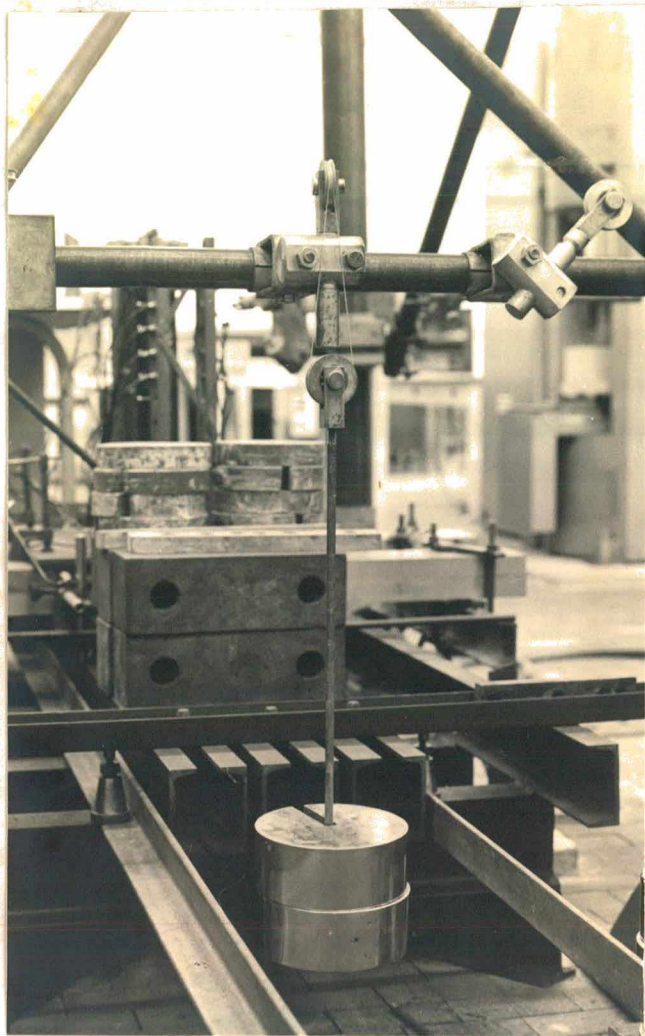


Fig. 4.15 - Disposição de cabo e roldana montados para carga de flexão (com prato e haste com roldana mostrando pesos aplicados)

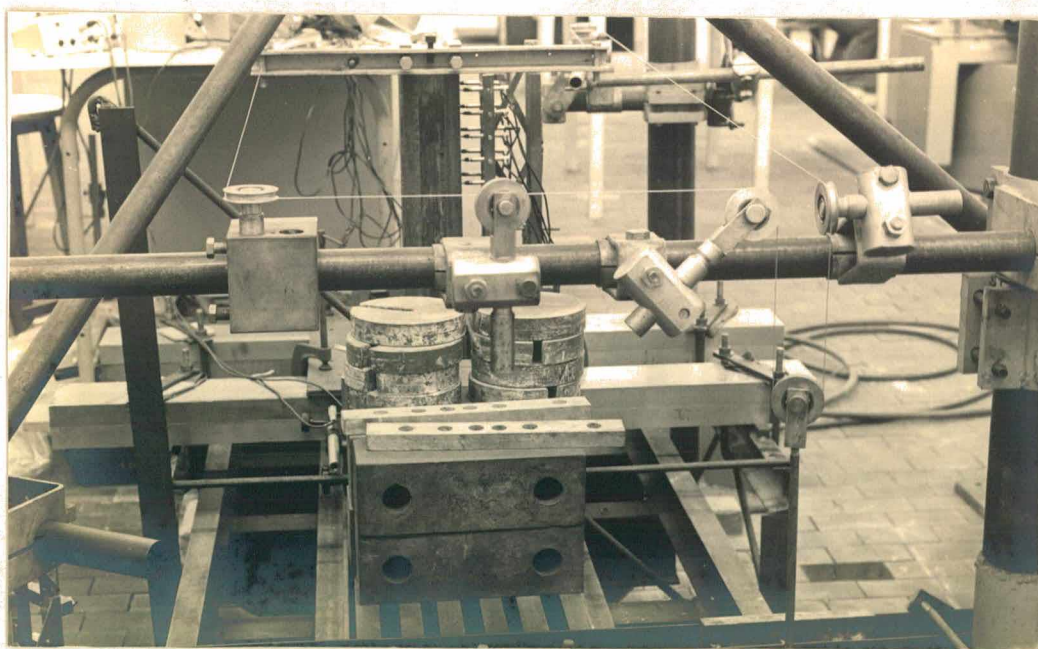


Fig. 4.16 - Disposição de cabo e roldanas montados para carga de flexão.

guais de direções opostas. Os aspectos de montagem podem ser vistos nas figura 4.15 e 4.16.

Os pesos utilizados para o carregamento foram aferidos no Instituto Nacional de Pesos e Medidas - Seção Rio Grande do Sul e corrigidos para os valores nominais desejados através de massas de chumbo.

#### 4.5 - Valores das cargas aplicadas

Para a flexão, foi utilizada uma carga de até 60 kgf, adicionando-se os diversos pesos com um escalonamento de 10 kgf, que forneceu diretamente os valores de carga aplicados.

Para a torção utilizou-se o mesmo escalonamento, atingindo-se neste caso 50 kgf. Os momentos torçores resultantes são mostrados na tabela 4.1 para os modelos de seção quadrada sem guias, e na tabela 4.2 para os modelos de seção retangular sem guias. Na tabela 4.3 são discriminados os momentos torçores para os modelos com guias (seção quadrada ou retangular).

F [kgf]	b''(braço do binário [mm])	M <sub>T</sub> [kgf.mm]	b' [mm]	P [kgf]
5	532,50	2662,50	80	33,281
10	532,50	5325,00	80	66,563
15	532,50	7987,50	80	99,844
20	532,50	10650,00	80	133,125
25	532,50	13312,50	80	166,406

TABELA 4.1 - Valores dos momentos torçores aplicados e cargas resultantes em modelos de seção quadrada sem guias.

#### 4.6 - Alturas de aplicação de carga

A altura dos planos de aplicação de carga foi estabelecida a partir da altura do modelo e das formas construtivas obtidas para os dispositivos de aplicação de carga. Todavia procurou-se fazer com que os planos de aplicação de carga se si-

F [kgf]	b''(braço do binário [mm])	$M_T$ [kgf.mm]	b' [mm]	P [kgf]
5	739,40	3697,00	80	46,213
10	739,40	7394,00	80	92,425
15	739,40	11091,00	80	138,638
20	739,40	14788,00	80	184,850
25	739,40	18485,00	80	231,063

TABELA 4.2 - Valores dos momentos torçores aplicados e cargas resultantes em modelos em modelos de seção retangular sem guias.

F [kgf]	b''(braço do binário [mm])	$M_T$ [kgf.mm]	b' [mm]	P [kgf]
5	540	2700,00	80	33,750
10	540	5400,00	80	67,500
15	540	8100,00	80	101,250
20	540	10800,00	80	135,000
25	540	13500,00	80	168,750

TABELA 4.3 - Valores dos momentos torçores aplicados e cargas resultantes em modelos com guias.

F - valor resultante das forças que constituem o binário devido a aplicação de um peso de 2F kgf.

P - valor de cada uma das forças sobre o modelo.



Tipo de Modelo	Tipo de carga	Altura de aplicação de carga [mm]
Seção quadrada sem guias	torção	637,50
Seção quadrada sem guias	flexão	640,00
Seção retangular sem guias	torção	635,00
Seção retangular sem guias	flexão	640,00
Seção quadrada com guias	torção	640,00
Seção quadrada com guias	flexão	640,00
Seção retangular com guias	torção	640,00
Seção retangular com guias	flexão	640,00

TABELA 4.4 - Alturas dos planos de aplicação de carga.

tuassem tão próximos quanto possível da extremidade livre do modelo. As alturas resultantes são discriminadas na tabela 4.4, de acordo com o tipo de carga e modelo.

## CAPÍTULO V

### VALORES TEÓRICOS DAS DEFORMAÇÕES

#### 5.1 - Introdução

Para que pudesse ser estabelecido um ponto de partida para a comparação com os valores experimentais, foram determinadas as deformações teóricas no plano de aplicação de carga e nos planos onde se efetuariam as medições sobre os modelos. Com isto se pode verificar o grau de concordância entre os valores fornecidos pelos diferentes métodos aplicados.

Deve-se ter em mente que o único método que fornece a deformação ponto por ponto é o dos elementos finitos, sendo que os demais fornecem apenas as deformações médias em cada seção. Obviamente a comparação direta dos resultados experimentais com os dados obtidos por elementos finitos é muito mais representativa desde que os pontos nodais sejam tomados geometricamente coincidentes com os pontos de medição.

Apresentam-se neste capítulo as expressões das deformações em função da carga, juntamente com os valores finais para as diversas cargas aplicadas. Os cálculos intermediários são omitidos devido a sua extensão.

Cabe salientar que para os modelos com guias, o cálculo teórico foi feito apenas com o auxílio dos elementos finitos, já que as fórmulas expostas no Capítulo II tem sua aplicação direta restrita a modelos simples.

Os valores das propriedades elásticas do material dos modelos ( $E$  e  $\mu$ ), usadas nos cálculos, foram determinadas experimentalmente. Um resumo dos métodos aplicados para tal, bem como os valores obtidos, encontram-se no Apêndice 1.

#### 5.2 - Valores para flexão

Utilizando-se inicialmente análise idêntica à realizada por Dreyer, calculou-se as deformações para uma carga total  $P$  (aplicada através de duas cargas iguais e simétricas em relação

ao eixo x), na altura do plano de carregamento, para modelos simples, isto é, sem guias.

Para o modelo de seção quadrada, tem-se:

$$\begin{aligned} \ell &= 640 \text{ mm} \\ b &= h = 97,38 \text{ mm} \\ s &= 2,38 \text{ mm} \end{aligned}$$

Estes valores levados à fórmula (2.15) fornecem:

$$u = 32,08260 \cdot 10^{-1} P \quad [\mu\text{m}] \quad (5.1)$$

Para o modelo de seção retangular:

$$\begin{aligned} \ell &= 640 \text{ mm} \\ b &= 97,38 \text{ mm} \\ h &= 197,38 \text{ mm} \\ s &= 2,38 \text{ mm} \end{aligned}$$

Igualmente através da fórmula (2.15):

$$u = 6,68904 \cdot 10^{-1} P \quad [\mu\text{m}] \quad (5.2)$$

As expressões (5.1) e (5.2) representam apenas os deslocamentos segundo a direção x na altura ( $\ell$ ) do plano de carregamento. Pode-se, porém, determinar valores da deformação em outras alturas, utilizando a equação da elástica para uma viga [10], análoga à fórmula (2.15) onde a deflexão causada por flexão pura varia com a terceira potência da altura e a deformação por cisalhamento varia com a primeira potência da altura.

Esta fórmula, colocada na mesma notação das demais, fornece, para uma viga de seção retangular oca:

$$u = \frac{P z}{Esh^2(3 + \alpha)} \left[ \frac{z(3\ell - z)}{b} + \frac{3b}{4} \frac{1}{(3 + \alpha)} (2\alpha^3 + 10\alpha^2 + 15\alpha + 5) \right] \quad \dots (5.3)$$

onde z representa a altura do plano onde se determinam as deformações. As expressões resultantes para várias alturas são:

Para o modelo de seção quadrada:

$$\text{com } z = 580 \text{ mm} \rightarrow u = 27,68102 \cdot 10^{-1} P \quad \mu\text{m}$$

$$\begin{aligned}
 z = 540 \text{ mm} &\rightarrow u = 24,78324 \cdot 10^{-1} P \text{ } \mu\text{m} \\
 z = 500 &\rightarrow u = 21,94040 \cdot 10^{-1} P \text{ } \mu\text{m} \\
 z = 460 &\rightarrow u = 19,17446 \cdot 10^{-1} P \text{ } \mu\text{m} \\
 z = 420 &\rightarrow u = 16,50739 \cdot 10^{-1} P \text{ } \mu\text{m} \\
 z = 380 &\rightarrow u = 13,96117 \cdot 10^{-1} P \text{ } \mu\text{m} \\
 z = 300 &\rightarrow u = 9,31915 \cdot 10^{-1} P \text{ } \mu\text{m}
 \end{aligned}$$

Para o modelo de seção retangular:

$$\begin{aligned}
 \text{com } z = 580 \text{ mm} &\rightarrow u = 5,79422 \cdot 10^{-1} P \text{ } \mu\text{m} \\
 z = 540 &\rightarrow u = 5,20471 \cdot 10^{-1} P \text{ } \mu\text{m} \\
 z = 500 &\rightarrow u = 4,62575 \cdot 10^{-1} P \text{ } \mu\text{m} \\
 z = 460 &\rightarrow u = 4,06156 \cdot 10^{-1} P \text{ } \mu\text{m} \\
 z = 420 &\rightarrow u = 3,51635 \cdot 10^{-1} P \text{ } \mu\text{m} \\
 z = 380 &\rightarrow u = 2,99437 \cdot 10^{-1} P \text{ } \mu\text{m}
 \end{aligned}$$

Para cargas P com valores de 10, 20, 30, 40, 50 e 60 kgf, os valores de deformação são calculados e encontram-se nas tabelas 5.1 e 5.2, para seção quadrada e retangular respectivamente, e representam a deformação média da seção.

Carga [kgf]	D e f o r m a ç õ e s [μm]							
	Alturas [mm]							
	*640	580	540	500	460	420	380	300
10	32,08	27,68	24,78	21,94	19,17	16,51	13,96	9,32
20	64,16	55,36	49,57	43,88	38,35	33,01	27,92	18,64
30	96,25	83,04	74,25	65,82	57,52	49,52	41,88	27,96
40	128,33	110,72	99,13	87,76	76,70	66,03	55,84	37,28
50	160,41	138,40	123,92	109,70	95,87	82,54	69,80	46,60
60	192,49	166,09	148,70	131,64	115,05	99,04	83,77	55,91

TABELA 5.1 - Valores das deformações à flexão para modelo de seção quadrada; altura de aplicação de carga - 640 mm

\* Os valores nesta coluna são os propostos por Dreyer. As demais colunas são a extensão da fórmula, tomando-se a equação da elástica (5.3).

Carga [kgf]	D e f o r m a ç õ e s [μm]						
	Alturas [mm]						
	*640	580	540	500	460	420	380
10	6,69	5,79	5,20	4,62	4,06	3,52	2,99
20	13,38	11,59	10,41	9,25	8,12	7,03	5,99
30	20,07	17,38	15,61	13,88	12,18	10,55	8,98
40	26,76	23,18	20,82	18,50	16,25	14,06	11,98
50	33,44	28,97	26,04	23,13	20,31	17,58	14,97
60	40,13	34,76	31,23	27,75	24,37	21,10	17,97

TABELA 5.2 - Valores das deformações à flexão para modelo de seção retangular; altura de aplicação de carga - 640 mm.

### 5.3 - Valores para torção.

Para as cargas de torção, calcularam-se as deformações segundo Dreyer e segundo Kamynskaya, Levina & Reshetov, através das fórmulas (2.28), (2.29) e (2.32) e (2.33), respectivamente, para duas cargas iguais e antissimétricas em relação ao eixo x, (figura 2.2c).

#### 5.3.1 - Valores das deformações segundo Dreyer

Segundo Dreyer, as deformações no plano carregado são:

Para a seção quadrada, com uma altura de aplicação de carga de 637,5 mm

$$\text{Parede 1} \quad u_1 = 122,40038 \cdot 10^{-1} P \mu\text{m}$$

$$\text{Parede 2} \quad v_2 = -118,94132 \cdot 10^{-1} P \mu\text{m}$$

Para a seção retangular, com uma altura de aplicação de carga de 635 mm

$$\text{Parede 1} \quad u_1 = 20,72700 \cdot 10^{-1} P \mu\text{m}$$

$$\text{Parede 2} \quad v_2 = -38,55340 \cdot 10^{-1} P \mu\text{m}$$

\* Os valores nesta coluna são os propostos por Dreyer. As demais colunas são a extensão da fórmula, tomando-se a equação da elástica (5.3).

As fórmulas representam apenas os deslocamentos na altura dos planos de carregamento.

Para os valores de carga aplicados, os deslocamentos assumem os valores mostrados nas tabelas 5.3 e 5.4, para os modelos de seção quadrada e retangular, respectivamente.

Salienta-se, novamente, que a forma de carregamento utilizada por Dreyer não é exatamente igual à aplicada nos testes mas o mesmo modelo teórico pode ser admitido satisfatoriamente.

Carga [kgf]	Deformações [μm]	
	$u_1$	$v_2$
33,281	407,36	-395,85
66,563	814,73	-791,69
99,844	1222,09	-1187,54
133,125	1629,46	-1583,39
166,406	2036,82	-1979,25

TABELA 5.3 - Valores das deformações à torção segundo Dreyer para modelo de seção quadrada; altura de aplicação de carga - 637,5 mm.

Carga [kgf]	Deformações [μm]	
	$u_1$	$v_2$
46,213	95,78	-178,16
92,425	191,57	-356,33
138,638	287,35	-534,50
184,850	383,14	-712,66
231,063	478,92	-890,83

TABELA 5.4 - Valores das deformações à torção segundo Dreyer para modelo de seção retangular; altura de aplicação de carga - 635 mm.

### 5.3.2 - Valores das deformações segundo Kamynskaya, Levina & Reshetov.

Segundo Kamynskaya, considerando a rigidez flexional,

obtêm-se:

Para o modelo de seção quadrada, em diversas alturas:

$$\begin{aligned}
 z = 637,5 \text{ mm} & \rightarrow u_1 = 34,70003 \cdot 10^{-1} P \text{ } \mu\text{m} \\
 & \quad v_2 = -21,01749 \cdot 10^{-1} P \text{ } \mu\text{m} \\
 z = 580 \text{ mm} & \rightarrow u_1 = 20,56798 \cdot 10^{-1} P \text{ } \mu\text{m} \\
 & \quad v_2 = -17,42092 \cdot 10^{-1} P \text{ } \mu\text{m} \\
 z = 540 \text{ mm} & \rightarrow u_1 = 18,02852 \cdot 10^{-1} P \text{ } \mu\text{m} \\
 & \quad v_2 = -15,09850 \cdot 10^{-1} P \text{ } \mu\text{m} \\
 z = 500 \text{ mm} & \rightarrow u_1 = 15,64232 \cdot 10^{-1} P \text{ } \mu\text{m} \\
 & \quad v_2 = -12,92934 \cdot 10^{-1} P \text{ } \mu\text{m} \\
 z = 460 \text{ mm} & \rightarrow u_1 = 13,41247 \cdot 10^{-1} P \text{ } \mu\text{m} \\
 & \quad v_2 = -10,91653 \cdot 10^{-1} P \text{ } \mu\text{m} \\
 z = 420 \text{ mm} & \rightarrow u_1 = 11,34203 \cdot 10^{-1} P \text{ } \mu\text{m} \\
 & \quad v_2 = -9,06312 \cdot 10^{-1} P \text{ } \mu\text{m}
 \end{aligned}$$

Para o modelo de seção retangular, em diversas alturas:

$$\begin{aligned}
 z = 635 \text{ mm} & \rightarrow u_1 = 13,92267 \cdot 10^{-1} P \text{ } \mu\text{m} \\
 & \quad v_2 = -25,13654 \cdot 10^{-1} P \text{ } \mu\text{m} \\
 z = 580 \text{ mm} & \rightarrow u_1 = 12,12683 \cdot 10^{-1} P \text{ } \mu\text{m} \\
 & \quad v_2 = -21,7636 \cdot 10^{-1} P \text{ } \mu\text{m} \\
 z = 540 \text{ mm} & \rightarrow u_1 = 10,84684 \cdot 10^{-1} P \text{ } \mu\text{m} \\
 & \quad v_2 = -19,36341 \cdot 10^{-1} P \text{ } \mu\text{m} \\
 z = 500 \text{ mm} & \rightarrow u_1 = 9,59811 \cdot 10^{-1} P \text{ } \mu\text{m} \\
 & \quad v_2 = -17,02659 \cdot 10^{-1} P \text{ } \mu\text{m} \\
 z = 460 \text{ mm} & \rightarrow u_1 = 8,38892 \cdot 10^{-1} P \text{ } \mu\text{m} \\
 & \quad v_2 = -14,76990 \cdot 10^{-1} P \text{ } \mu\text{m} \\
 z = 420 \text{ mm} & \rightarrow u_1 = 7,22754 \cdot 10^{-1} P \text{ } \mu\text{m} \\
 & \quad v_2 = -12,61012 \cdot 10^{-1} P \text{ } \mu\text{m}
 \end{aligned}$$

Para os mesmos valores de carga, obtêm-se as tabelas 5.5 e 5.6, para os modelos de seção quadrada e retangular, respectivamente.

Carga [kgf]	u <sub>1</sub> [μm]						v <sub>2</sub> [μm]					
	Alturas [mm]											
	637,5	580	540	500	460	420	637,5	580	540	500	460	420
P												
33,28	115,49	68,45	60,00	52,06	44,64	37,75	-69,95	-57,98	-50,25	-43,03	-36,33	-30,16
66,56	230,97	136,91	120,00	104,12	89,28	75,50	-139,90	-115,96	-100,50	-86,06	-72,66	-60,33
99,84	346,46	205,36	180,00	156,18	133,92	113,24	-209,85	-173,94	-150,75	-129,09	-109,00	-90,49
133,12	461,94	273,81	240,00	208,24	178,55	150,99	-279,80	-231,92	-201,00	-172,12	-145,33	-120,65
166,41	577,44	342,26	300,01	260,30	223,20	188,75	-349,75	-289,90	-251,25	-215,15	-181,65	-150,80

TABELA 5.5 - Valores das deformações segundo Kamynskaya, para modelo de seção quadrada, sob carga de torção.

Carga [kgf]	u <sub>1</sub> [μm]						v <sub>2</sub> [μm]					
	Alturas [mm]											
	635	580	540	500	460	420	635	580	540	500	460	420
P												
46,21	64,34	56,04	50,13	44,36	38,77	33,40	-116,16	-100,58	-89,48	-78,68	-68,26	-58,28
92,42	128,68	112,08	100,25	88,71	77,53	66,80	-232,32	-201,15	-178,97	-157,37	-136,51	-116,55
138,64	193,02	168,12	150,38	133,07	116,30	100,20	-348,49	-301,73	-268,45	-236,05	-204,77	-174,82
184,85	257,36	224,16	200,50	177,42	155,07	133,60	-464,65	-402,30	-357,93	-314,74	-273,02	-233,10
231,06	321,70	280,20	250,65	221,77	193,85	167,00	-580,80	-502,90	-447,41	-393,42	-341,27	-291,37

TABELA 5.6 - Valores das deformações, segundo Kamynskaya, para modelo de seção retangular, sob carga de torção.



#### 5.4 - Valores obtidos através do método de elementos finitos

Para o cálculo através de elementos finitos realizou-se a montagem de oito estruturas, dependendo da forma do modelo e da correspondente geometria de carregamento. Detalhes das montagens encontram-se no Apêndice 2.

Cada modelo foi submetido aos mesmos valores de carga utilizados na experimentação.

Devido ao volume muito grande de resultados, foi organizada uma biblioteca [19] que não será reproduzida dentro deste trabalho. Apresentam-se apenas, em forma condensada, os valores das deformações de maior interesse. Selecionou-se para tal o plano de carregamento e os planos teóricos onde se realizariam as medições. Sobre cada um destes planos se transcreveram os deslocamentos para pontos em posições determinadas, que coincidem aproximadamente às posições dos pontos de medição nos testes.

Para as deformações resultantes no caso de flexão, todos os valores são os deslocamentos segundo o eixo  $x$  da seção transversal, e tem o mesmo sentido da resultante das cargas aplicadas. Por este motivo, dispensou-se a colocação de sinais nas tabelas de flexão.

Para os valores obtidos na torção, adotou-se a colocação de sinais. Convencionou-se sinal positivo quando o sentido do deslocamento coincide com o sentido dos eixos da seção,  $x$  e  $y$  (figuras 5.1 e 5.2 (b) e (c)).

Uma vista da seção transversal do modelo, mostrando as posições para as quais são fornecidas as deformações, pode ser observada na figura 5.1(a), para as cargas de flexão, onde se alterou a posição do eixo  $x$  em relação à convenção de Dreyer.

Para as cargas de torção, se estabelece uma distinção entre os modelos de seção quadrada e retangular. As correspondentes posições são mostradas nas figuras 5.1(b) e 5.1(c).

Nos modelos com guias são mantidas as mesmas posições, exceto  $A_1$  e  $B_1$ , que passam a ser coincidentes com o pé da guia (ponto de união da guia com a parede). Cabe ressaltar que os deslocamentos no pé da guia são considerados iguais aos deslocamentos do centroide do perfil que constitui a guia. Este fato é decorrente da construção do programa. As posições são mostradas na figura 5.2, (a), (b) e (c) para flexão, torção em seção quadrada

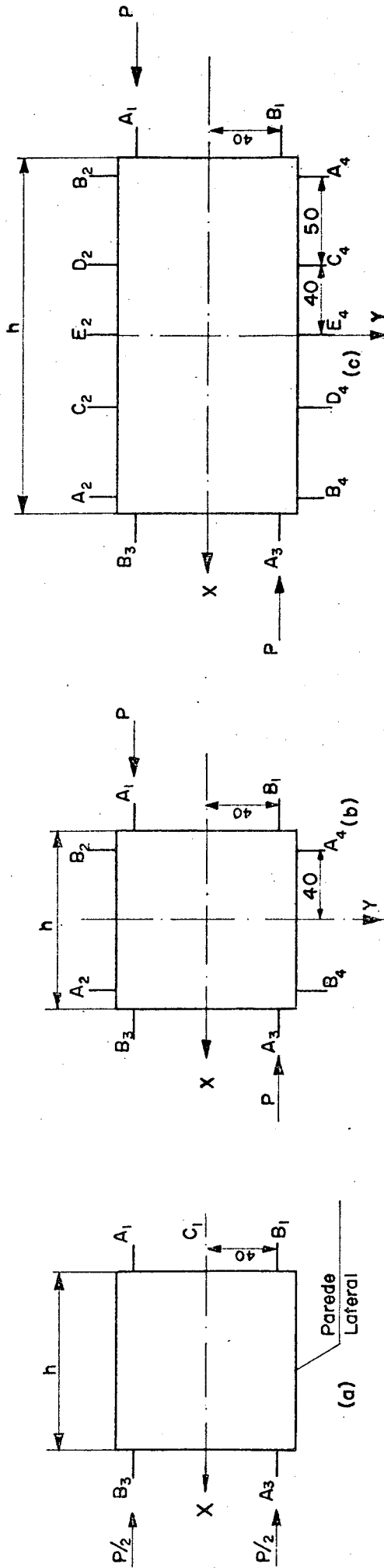
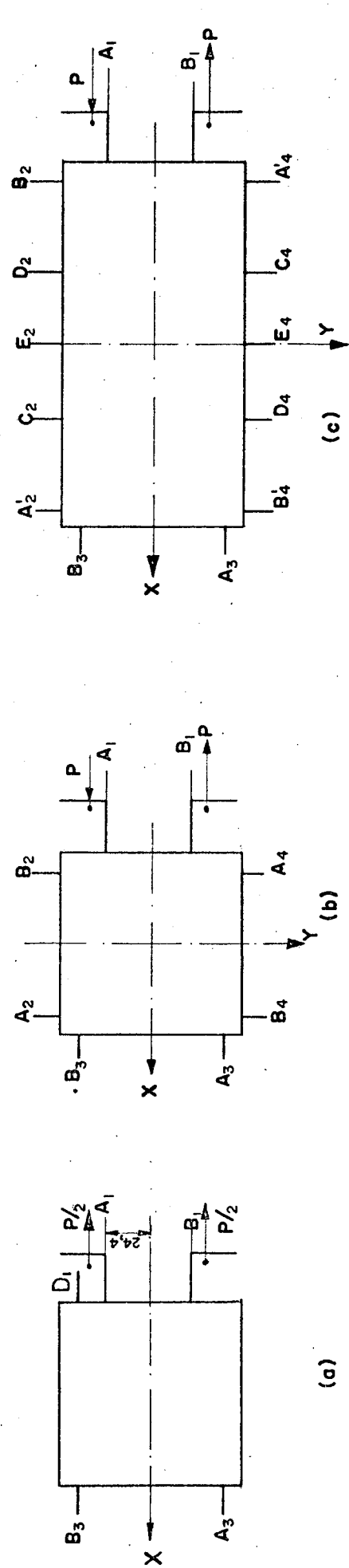
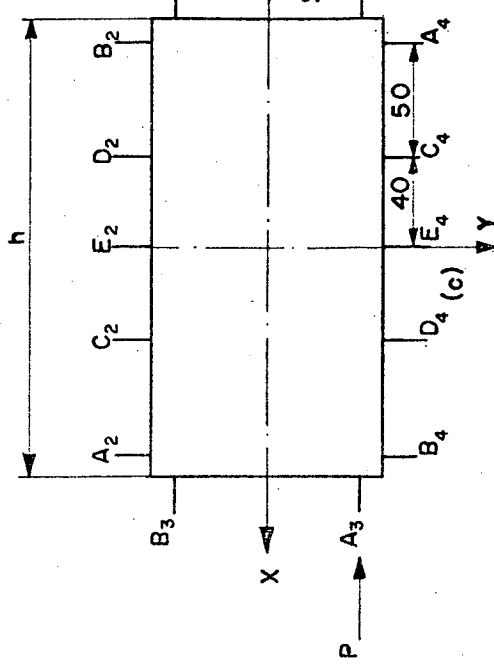


FIGURA 5.1 POSIÇÕES NAS QUAIS SÃO FORNECIDAS AS DEFORMAÇÕES PARA MODELOS SEM GUIAS



(a)



(c)

FIGURA 5.2 POSIÇÕES NAS QUAIS SÃO FORNECIDAS AS DEFORMAÇÕES PARA MODELOS COM GUIAS

e torção em seção retangular, respectivamente.

Os deslocamentos são apresentados nas tabelas 5.7 a 5.10 para os modelos submetidos a carga de flexão. Para cargas de torção, montaram-se as tabelas 5.11 a 5.14.

Posição	Alturas [mm]											
	640	580	540	500	460	420	640	580	540	500	460	420
	Carga = 40 kgf											
C1	28,29	25,89	23,88	21,53	18,97	16,40	113,18	103,58	95,54	86,10	75,90	65,59
A1 = B1	30,62	27,01	24,41	21,73	19,03	16,40	122,48	108,03	97,66	86,91	76,13	65,61
A3 = B3	38,65	28,53	24,94	21,90	19,08	16,42	154,60	114,11	99,74	87,58	76,34	65,67
C3	50,78	31,57	25,79	22,14	19,16	16,45	203,11	126,29	103,17	88,55	76,66	65,82
Parede lat. (média)	31,90	27,51	24,62	21,79	19,04	16,39	127,59	110,03	98,51	87,17	76,17	65,55
	Carga = 50 kgf											
C1	56,59	51,79	47,77	43,05	37,95	32,80	141,47	129,47	119,42	107,62	94,88	81,99
A1 = B1	61,24	54,02	48,83	43,45	38,07	32,80	153,11	135,04	122,07	108,63	95,16	82,01
A3 = B3	77,30	57,06	49,87	43,79	38,17	32,83	193,25	142,64	124,68	109,48	95,42	82,08
C3	101,56	63,14	51,58	44,28	38,33	32,91	253,89	157,86	128,96	110,69	95,82	82,27
Parede lat. (média)	63,79	55,01	49,24	43,59	38,08	32,78	159,48	137,54	123,12	108,91	95,21	81,94
	Carga = 60 kgf											
C1	84,88	77,68	71,65	64,58	56,92	49,19	169,77	155,37	143,31	129,15	113,85	98,39
A1 = B1	91,86	81,02	73,24	65,18	57,10	49,20	183,72	162,05	146,49	130,36	114,20	98,41
A3 = B3	115,95	85,58	74,81	65,68	57,25	49,25	231,90	171,17	149,61	131,37	114,51	98,50
C3	152,95	94,72	77,38	66,41	57,49	49,36	304,67	189,43	154,75	132,83	114,99	98,73
Parede lat. (média)	95,69	82,52	73,87	65,38	57,12	49,16	191,38	165,04	147,74	130,76	114,25	98,33

TABELA 5.7 - Valores das deformações calculados por elementos finitos. Modelo seção quadrada, sem guias - FLEXÃO.

Posição	Alturas [mm]											
	640	580	540	500	460	420	420					
	Carga = 40 kgf											
C1	3,89	4,13	4,15	4,03	3,76	3,39	15,54	16,53	16,62	16,12	15,05	13,56
A1 = B1	5,73	5,27	4,90	4,47	4,00	3,50	22,93	21,08	19,58	17,87	15,98	14,01
A3 = B3	14,73	7,53	5,95	4,97	4,23	3,61	58,93	30,10	23,80	19,88	16,93	14,44
C3	29,17	11,94	7,69	5,71	4,56	3,76	116,67	47,84	30,75	22,84	18,26	15,03
Parede lat. (média)	6,73	5,83	5,19	4,65	4,08	3,54	26,95	23,32	20,93	18,61	16,34	14,14
	Carga = 20 kgf											
C1	7,77	8,27	8,31	8,06	7,52	6,78	19,43	20,67	20,77	20,15	18,81	16,94
A1 = B1	11,46	10,54	9,79	8,93	7,99	7,00	28,66	26,36	24,48	22,33	19,98	17,51
A3 = B3	29,46	15,05	11,90	9,94	8,46	7,22	73,66	37,63	29,75	24,85	21,16	18,04
C3	58,34	23,92	15,38	11,42	9,13	7,52	145,84	59,80	38,44	28,55	22,82	18,79
Parede lat. (média)	13,42	11,66	10,47	9,30	8,17	7,07	33,69	29,14	26,17	23,26	20,42	17,68
	Carga = 30 kgf											
C1	11,66	12,40	12,46	12,09	11,28	10,17	23,32	24,80	24,93	24,18	22,57	20,33
A1 = B1	17,19	15,81	14,69	13,40	11,99	10,51	34,39	31,63	29,38	26,80	23,97	21,01
A3 = B3	44,20	22,58	17,85	14,91	12,70	10,83	88,39	45,15	35,70	29,82	25,39	21,65
C3	87,51	35,88	23,06	17,13	13,69	11,28	175,01	71,16	46,13	34,27	27,39	22,55
Parede lat. (média)	20,21	17,48	15,07	13,95	12,25	10,61	40,42	34,96	31,40	27,91	24,48	21,22

TABELA 5.8 - Valores das deformações calculadas por elementos finitos. Seção retangular, sem guias - FLEXÃO.

Posição	Alturas [mm]											
	640	580	540	500	460	420	640	580	540	500	460	420
C1 A1 = B1 A3 = B3 C3 Parede lat. (média)	Carga = 40 kgf											
	22,29	17,82	15,13	12,75	10,67	8,86	89,17	71,30	60,54	51,00	42,67	35,46
	21,98	17,53	14,86	12,50	10,44	8,66	87,91	70,13	59,45	50,00	41,77	34,65
	13,00	11,90	11,08	10,19	9,21	8,16	51,98	47,62	44,33	40,75	36,83	32,62
	12,38	11,48	10,77	9,98	9,09	8,10	49,53	45,93	43,10	39,94	36,36	32,41
14,87	13,17	11,98	10,76	9,52	8,28	59,49	52,71	47,94	43,04	38,07	33,12	
C1 A1 = B1 A3 = B3 C3 Parede lat. (média)	Carga = 50 kgf											
	44,58	35,65	30,27	25,50	21,34	17,73	111,46	89,12	75,67	63,75	53,34	44,32
	43,95	35,06	29,72	25,00	20,89	17,33	109,88	87,66	74,31	62,50	52,22	43,32
	25,99	23,81	22,16	20,38	18,41	16,31	64,98	59,52	55,41	50,94	46,04	40,78
	24,77	22,96	21,55	19,97	18,18	16,20	61,92	57,41	53,87	49,93	45,45	40,51
29,74	26,35	23,97	21,52	19,03	16,55	74,37	65,88	59,93	53,80	47,59	41,40	
C1 A1 = B1 A3 = B3 C3 Parede lat. (média)	Carga = 60 kgf											
	66,88	53,48	45,40	38,25	32,01	26,59	133,75	106,95	90,81	76,50	64,01	53,19
	65,93	52,60	44,59	37,50	31,33	25,99	131,86	105,19	89,17	75,00	62,66	51,98
	38,99	35,71	33,25	30,56	27,62	24,47	77,98	71,42	66,49	61,13	55,24	48,94
	37,15	34,44	32,32	29,96	27,27	24,30	74,30	68,89	64,64	59,91	54,54	48,94
44,62	39,53	35,95	32,28	28,55	24,83	89,24	79,07	71,92	64,57	57,11	48,61	

TABELA 5.9 - Valores das deformações calculadas por elementos finitos. Modelo seção quadrada, com guias - FLEXÃO.

Posição	Alturas [mm]											
	640	580	540	500	460	420	640	580	540	500	460	420
	Carga = 40 kgf											
	Carga = 10 kgf						Carga = 50 kgf					
C <sub>1</sub>	12,34	9,05	7,15	5,56	4,27	3,25	49,35	36,21	28,61	22,23	17,08	13,01
A <sub>1</sub> = B <sub>1</sub>	11,98	8,72	6,84	5,28	4,01	3,02	47,94	34,89	27,38	21,11	16,06	12,10
D <sub>1</sub>	7,61	5,90	4,86	3,96	3,19	2,56	30,46	23,62	19,46	15,83	12,77	10,24
A <sub>3</sub> = B <sub>3</sub>	2,95	2,80	2,67	2,51	2,33	2,12	11,81	11,19	10,67	10,06	9,33	8,49
C <sub>3</sub>	1,49	1,73	1,83	1,90	1,91	1,85	5,97	6,93	7,32	7,58	7,63	7,42
Parede lat. (média)	3,66	3,34	3,08	2,81	2,53	2,23	14,69	13,34	12,34	11,25	10,11	8,93
	Carga = 20 kgf											
C <sub>1</sub>	24,68	18,10	14,30	11,12	8,54	6,51	61,69	45,26	35,76	27,79	21,35	16,27
A <sub>1</sub> = B <sub>1</sub>	23,97	17,44	13,69	10,55	8,03	6,05	59,93	43,61	34,23	26,38	20,07	15,12
D <sub>1</sub>	15,23	11,81	9,73	7,92	6,39	5,12	38,07	29,52	24,32	19,79	15,97	12,80
A <sub>3</sub> = B <sub>3</sub>	5,90	5,59	5,33	5,03	4,66	4,24	14,76	13,98	15,34	12,57	11,66	10,61
C <sub>3</sub>	2,98	3,46	3,66	3,79	3,81	3,71	7,46	8,66	9,15	9,48	9,53	9,27
Parede lat. (média)	7,33	6,67	6,17	5,63	5,06	4,47	18,32	16,68	15,42	14,07	12,64	11,17
	Carga = 30 kgf											
C <sub>1</sub>	37,01	27,15	21,46	16,68	12,81	9,76	74,03	54,31	42,91	33,35	25,62	19,52
A <sub>1</sub> = B <sub>1</sub>	35,96	26,17	20,54	15,83	12,04	9,07	71,91	52,33	41,07	31,66	24,08	18,14
D <sub>1</sub>	22,84	17,71	14,59	11,88	9,58	7,68	45,69	35,43	29,18	23,75	19,16	15,35
A <sub>3</sub> = B <sub>3</sub>	8,85	8,39	8,00	7,54	7,00	6,37	17,71	16,78	16,00	15,08	13,99	12,74
C <sub>3</sub>	4,48	5,20	5,49	5,69	5,72	5,56	8,95	10,39	10,98	11,37	11,44	11,13
Parede lat. (média)	10,99	10,00	9,25	8,44	7,58	6,70	21,99	20,01	18,51	16,88	15,17	13,41

TABELA 5.10 - Valores das deformações calculadas por elementos finitos. Seção retangular, com guias - FLEXÃO.

Posição	ALTURAS					ALTURAS						
	637,5	580	540	500	460	420	637,5	580	540	500	460	420
	Carga = 33,28 kgf					Carga = 132,12 kgf						
	Direção x					Direção x						
A <sub>1</sub> = -A <sub>3</sub>	105,01	63,73	52,21	43,40	36,02	29,53	420,06	254,92	208,85	173,59	144,08	118,13
B <sub>1</sub> = -B <sub>3</sub>	-56,39	-53,48	-48,62	-42,24	-35,65	-29,42	-225,56	-213,93	-194,49	-168,95	-142,59	-117,67
	Direção y					Direção y						
A <sub>2</sub> = -A <sub>4</sub>	-75,34	-56,18	-45,56	-37,31	-30,42	-24,42	-301,58	-224,70	-182,29	-149,25	-121,67	-97,68
B <sub>2</sub> = -B <sub>4</sub>	37,68	45,94	41,97	36,14	30,05	24,30	150,70	183,77	167,87	144,57	120,19	97,22
	Carga = 66,56 kgf					Carga = 166,41						
	Direção x					Direção x						
A <sub>1</sub> = A <sub>3</sub>	210,03	127,46	104,43	86,80	60,84	59,08	525,07	318,65	261,06	216,99	180,11	147,67
B <sub>1</sub> = -B <sub>3</sub>	-112,78	-106,96	-97,24	-84,48	-60,10	-58,84	-281,94	-267,41	-243,11	-211,19	-178,24	-147,09
	Direção y					Direção y						
A <sub>2</sub> = -A <sub>4</sub>	-150,79	-112,35	-91,12	-74,63	-72,04	-48,84	-376,97	-280,88	-227,80	-186,56	-152,09	-122,10
B <sub>2</sub> = -B <sub>4</sub>	75,35	91,89	83,94	72,29	71,30	48,61	188,38	229,72	209,84	180,72	155,02	121,52
	Carga = 99,84 kgf					Carga = 99,84 kgf						
	Direção x					Direção x						
A <sub>1</sub> = A <sub>3</sub>	315,04	191,19	156,64	130,19	91,25	88,60						
B <sub>1</sub> = B <sub>3</sub>	-169,17	-160,45	-145,86	-126,71	-90,14	-88,25						
	Direção y					Direção y						
A <sub>2</sub> = A <sub>4</sub>	-226,18	-168,53	-136,68	-111,94	-108,06	-73,26						
B <sub>2</sub> = B <sub>4</sub>	113,03	137,83	125,90	108,43	106,94	72,91						

TABELA 5.11 - Valores das deformações calculadas por elementos finitos. Seção quadrada, sem guias  
- TORÇÃO.



Posição	Alturas [mm]							
	635	580	540	500	460	420	380	340
	Carga = 184,85 kgf							
	Direção x				Direção y			
A <sub>1</sub> = -A <sub>3</sub>	102,27	56,06	44,90	37,41	51,62	26,67	224,24	179,59
B <sub>1</sub> = -B <sub>3</sub>	-30,69	-34,85	-34,84	-32,57	-29,28	-25,60	-139,31	-139,36
A <sub>2</sub> = -A <sub>4</sub>	-123,00	-100,00	-85,49	-73,14	-62,29	-52,53	-491,99	-400,00
C <sub>2</sub> = -C <sub>4</sub>	-166,04	-116,78	-87,97	-66,44	-51,23	-40,38	-644,15	-467,11
E <sub>2</sub> = -E <sub>4</sub>	-136,10	-77,73	-45,42	-24,15	-11,89	-5,47	-544,40	-310,91
D <sub>2</sub> = -D <sub>4</sub>	-60,94	-3,68	20,60	31,35	34,08	32,50	-243,75	-14,71
B <sub>2</sub> = -B <sub>4</sub>	65,04	77,88	74,47	67,66	59,64	51,31	260,15	297,88
	Carga = 92,42 kgf							
	Direção x				Direção y			
A <sub>1</sub> = -A <sub>3</sub>	204,54	112,12	89,80	74,82	63,24	53,34	511,33	280,30
B <sub>1</sub> = -B <sub>3</sub>	-61,37	-69,66	-69,68	-65,14	-58,56	-51,20	-153,43	-174,13
A <sub>2</sub> = -A <sub>4</sub>	-246,00	-200,00	-170,98	-146,28	-124,58	-105,06	-614,98	-500,01
C <sub>2</sub> = -C <sub>4</sub>	-352,08	-233,55	-175,94	-132,88	-102,46	-80,76	-850,18	-583,87
E <sub>2</sub> = -E <sub>4</sub>	-272,20	-155,46	-90,84	-48,30	-23,78	-10,94	-680,51	-388,63
D <sub>2</sub> = -D <sub>4</sub>	-121,88	-7,36	41,20	62,70	68,16	65,00	-304,68	-18,38
B <sub>2</sub> = -B <sub>4</sub>	130,08	155,76	148,94	135,32	119,28	102,62	325,18	389,38
	Carga = 138,64 kgf							
	Direção x				Direção y			
A <sub>1</sub> = -A <sub>3</sub>	306,80	168,18	134,69	112,23	94,85	80,01		
B <sub>1</sub> = -B <sub>3</sub>	-92,06	-104,48	-104,52	-97,71	-87,85	-76,79		
A <sub>2</sub> = -A <sub>4</sub>	-368,99	-300,00	-256,47	-219,42	-186,87	-157,59		
C <sub>2</sub> = -C <sub>4</sub>	-498,11	-350,33	-263,91	-199,32	-153,69	-121,14		
E <sub>2</sub> = -E <sub>4</sub>	-408,50	-233,18	-136,27	-72,45	-35,67	-16,41		
D <sub>2</sub> = -D <sub>4</sub>	-182,81	-11,03	61,81	94,06	102,25	97,51		
B <sub>2</sub> = -B <sub>4</sub>	195,11	233,63	223,41	202,98	178,93	153,93		

TABELA 5.12 - Valores das deformações calculadas por elementos finitos.  
Modelo seção retangular, sem guias - TORÇÃO.

Posições	Alturas   mm											
	640	580	540	500	460	420	640	580	540	500	460	420
	Carga = 33,75 kgf											
	Direção x						Direção y					
A1 = -B1	57,76	41,21	32,10	24,78	19,06	14,66	231,03	164,84	128,42	99,12	76,23	58,62
A3 = -B3	-24,33	-22,14	-20,49	-18,58	-16,48	-14,25	-97,31	-88,58	-81,96	-74,35	65,90	57,00
	Direção x						Direção y					
B2 = A4	16,53	5,91	7,81	8,73	8,78	8,20	6,61	23,63	31,24	54,91	35,13	32,80
A2 = B4	-55,54	-46,76	-40,98	-35,37	-30,03	-25,02	-222,16	-187,06	-163,94	-141,48	-120,10	-100,07
	Carga = 67,50 kgf											
	Direção x						Direção y					
A1 = -B1	115,51	82,42	64,21	49,56	38,12	29,31	288,78	206,05	160,52	123,89	95,29	73,28
A3 = -B3	-48,66	-44,29	-40,98	-37,17	-32,95	-28,50	-121,64	-110,73	-102,46	-92,93	-82,38	-71,25
	Direção x						Direção y					
B2 = A4	3,31	11,82	15,62	17,45	17,56	16,40	8,27	29,54	39,05	43,63	43,91	40,99
A2 = B4	-111,08	-93,53	-81,97	-70,74	-60,05	-50,04	-277,70	-233,83	-204,92	176,85	-150,13	-125,09
	Carga = 101,25 kgf											
	Direção x						Direção y					
A1 = -B1	173,27	123,63	96,31	74,34	57,18	43,97						
A3 = -B3	-72,98	-66,44	-61,47	-55,76	-49,43	-42,75						
	Direção x						Direção y					
B2 = A4	4,96	17,72	23,43	26,18	26,34	24,60						
A2 = B4	-166,62	-140,29	-122,95	-106,11	-90,08	-75,06						

TABELA 5.13 - Valores das deformações calculados por elementos finitos; modelo de seção quadrada, com guias - TORÇÃO.

Posição	Alturas [mm]						
	640	580	540	500	460	420	420
Carga = 135,00 kgf							
Direção x							
A <sub>1</sub> = -B <sub>1</sub>	43,15	28,47	20,60	14,48	9,94	6,70	26,80
A <sub>3</sub> = -B <sub>3</sub>	-13,23	-12,27	-11,53	-10,68	-9,72	-8,08	-34,71
Direção y							
B <sub>2</sub> = A <sub>4</sub>	-7,83	-1,90	1,12	3,16	4,29	4,71	18,83
D <sub>2</sub> = C <sub>4</sub>	-51,17	-35,54	-23,27	-14,68	-8,12	-3,52	-14,08
C <sub>2</sub> = D <sub>4</sub>	-59,98	-47,35	-39,83	-32,89	-26,69	-21,36	-85,42
A <sub>2</sub> = B <sub>4</sub>	-47,08	-40,68	-36,50	-32,34	-28,25	-24,27	-97,08
Carga = 67,50 kgf							
Direção x							
A <sub>1</sub> = -B <sub>1</sub>	86,29	56,95	41,20	28,96	19,88	13,40	33,50
A <sub>3</sub> = -B <sub>3</sub>	-26,46	-24,54	-23,05	-21,36	-19,45	-17,35	-43,38
Direção y							
B <sub>2</sub> = A <sub>4</sub>	-15,66	-5,80	2,24	6,31	8,58	9,41	23,53
D <sub>2</sub> = C <sub>4</sub>	-102,34	-67,08	-46,55	-29,37	-16,25	-7,04	-17,60
C <sub>2</sub> = D <sub>4</sub>	-119,96	-94,70	-79,67	-65,77	-53,38	-42,71	-106,78
A <sub>2</sub> = B <sub>4</sub>	-94,17	-81,36	-73,00	-64,70	-56,50	-48,54	-121,34
Carga = 101,25 kgf							
Direção x							
A <sub>1</sub> = -B <sub>1</sub>	129,45	85,42	61,80	43,44	29,82	20,10	
A <sub>3</sub> = -B <sub>3</sub>	-39,69	-36,81	-34,58	-32,04	-29,17	-26,03	
Direção y							
B <sub>2</sub> = A <sub>4</sub>	-23,49	-5,70	3,36	9,47	12,88	14,12	
D <sub>2</sub> = C <sub>4</sub>	-153,52	-100,62	-69,82	-44,05	-24,37	-10,56	
C <sub>2</sub> = D <sub>4</sub>	-179,94	142,05	-119,51	-98,66	-80,06	-64,07	
A <sub>2</sub> = B <sub>4</sub>	-141,25	-122,05	-109,50	-97,04	-84,75	-72,81	

TABELA 5.14 - Valores das deformações calculados por elementos finitos; modelo de seção retangular, com guias - TORÇÃO.

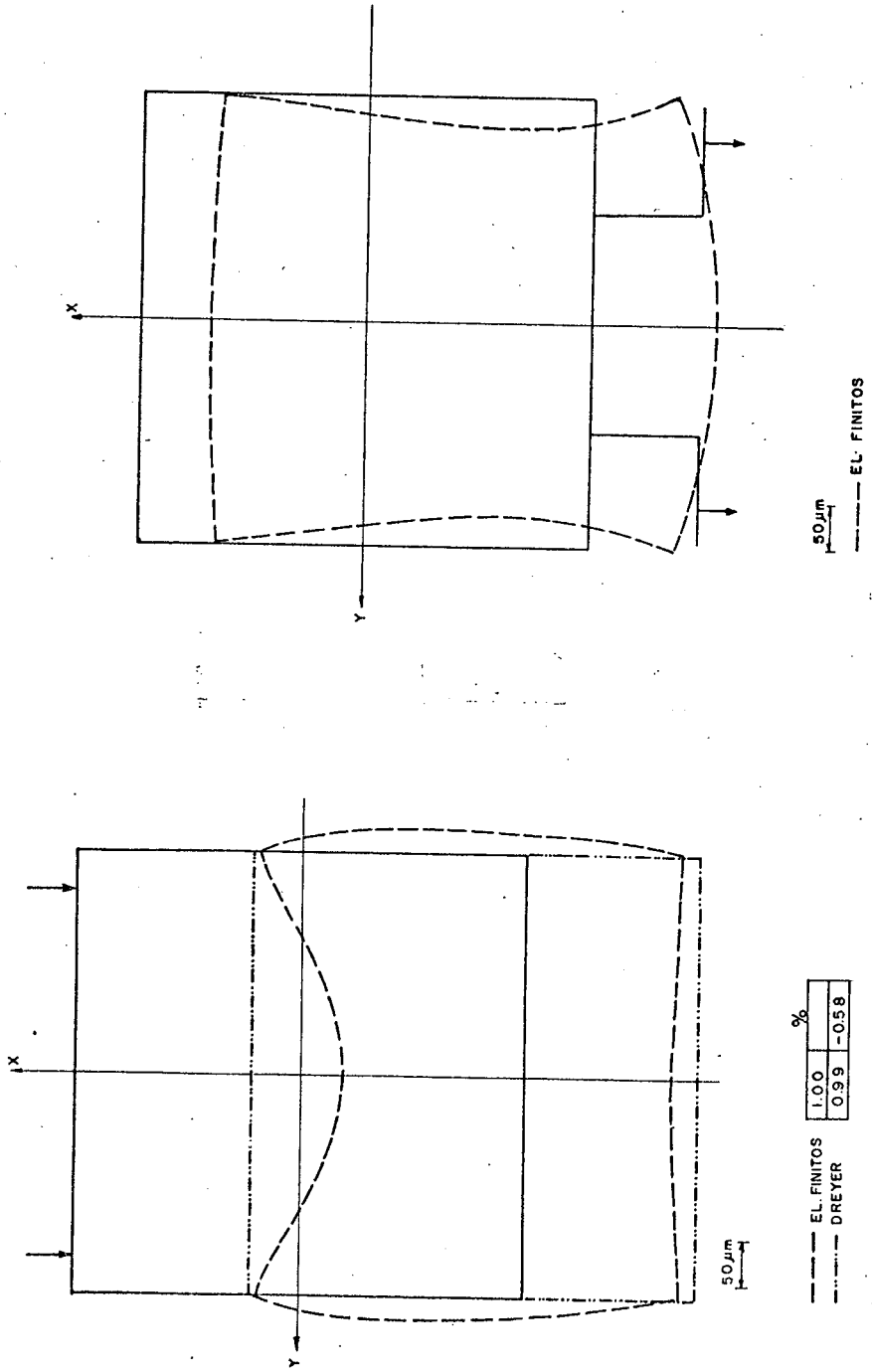
### 5.5 - Comentários

Como se pode observar através dos resultados, as teorias para cálculo das deformações podem ser encaradas como duas classes distintas:

- a) As que fornecem deformações médias por seção (Dreyer e Kamynskaya)
- b) As que fornecem as deformações ponto por ponto (elementos finitos).

A comparação numérica entre os resultados das duas classes, apesar do conhecimento das ordens de grandeza das deformações, não seria muito significativa, pois para efetuarla, deveria ser estabelecido um valor médio para os resultados obtidos por elementos finitos, para daí passar-se à comparação. O critério a ser usado para a fixação de um valor médio seria essencialmente empírico e nem sempre válido. Uma exceção, porém, pode ser admitida no caso da flexão. Por exemplo: se o valor médio das deformações fosse tomado como sendo o deslocamento médio segundo  $x$  dos pontos sobre as paredes laterais do modelo, valores comparativos poderiam ser estabelecidos entre a teoria de Dreyer e o resultado de elementos finitos. A validade desta comparação reside no fato de que as medições de Dreyer foram tomadas sobre as arestas das paredes laterais, (ou muito próximas destas), representando, portanto, os seus deslocamentos segundo  $x$ . Por outro lado, através dos resultados de elementos finitos, observa-se que os pontos sobre as paredes laterais, se deslocam muito pouco na direção  $y$ , possuindo conseqüentemente deslocamentos praticamente iguais na direção  $x$ . A média destes deslocamentos é apresentada nas tabelas de deformação por elementos finitos, na linha indicada por parede lateral (média). Se a comparação for estabelecida nestes termos, podem-se fixar as diferenças porcentuais correspondentes.

Para todos os casos de carregamento, porém, torna-se mais clara a comparação quando se pode visualizar as seções deformadas dos modelos. Montaram-se, para isto, esquemas dos contornos das seções transversais, antes e depois do carregamento, segundo cada uma das teorias. A representação é mostrada nas figuras 5.3 a 5.10 para todos os modelos, sob carga de flexão e



	%	
EL. FINITOS	1.00	
DREYER	0.99	-0.58

Figura 5-3  
 SEÇÃO DEFORMADA - MODELO SEÇÃO QUADRADA  
 CARGA = 60 kgf - FLEXÃO

Figura 5-4  
 SEÇÃO DEFORMADA - MODELO SEÇÃO QUADRADA COM  
 GUIAS - CARGA = 60 kgf - FLEXÃO

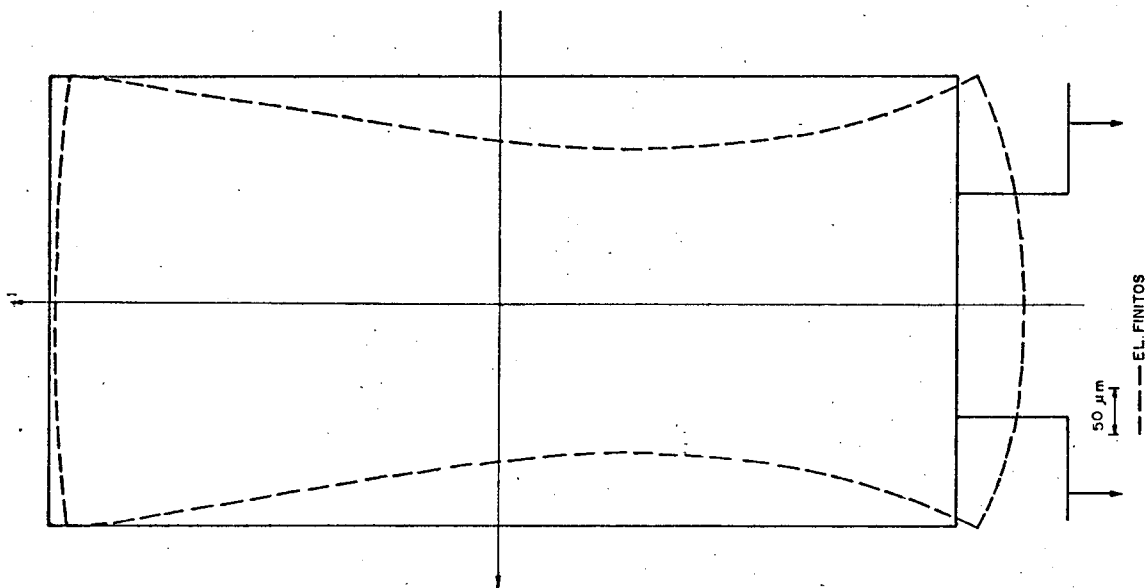


Figura 5-6

SEÇÃO DEFORMADA - MODELO SEÇÃO RETANGULAR  
COM GUIAS - CARGA = 60 kgf - FLEXÃO

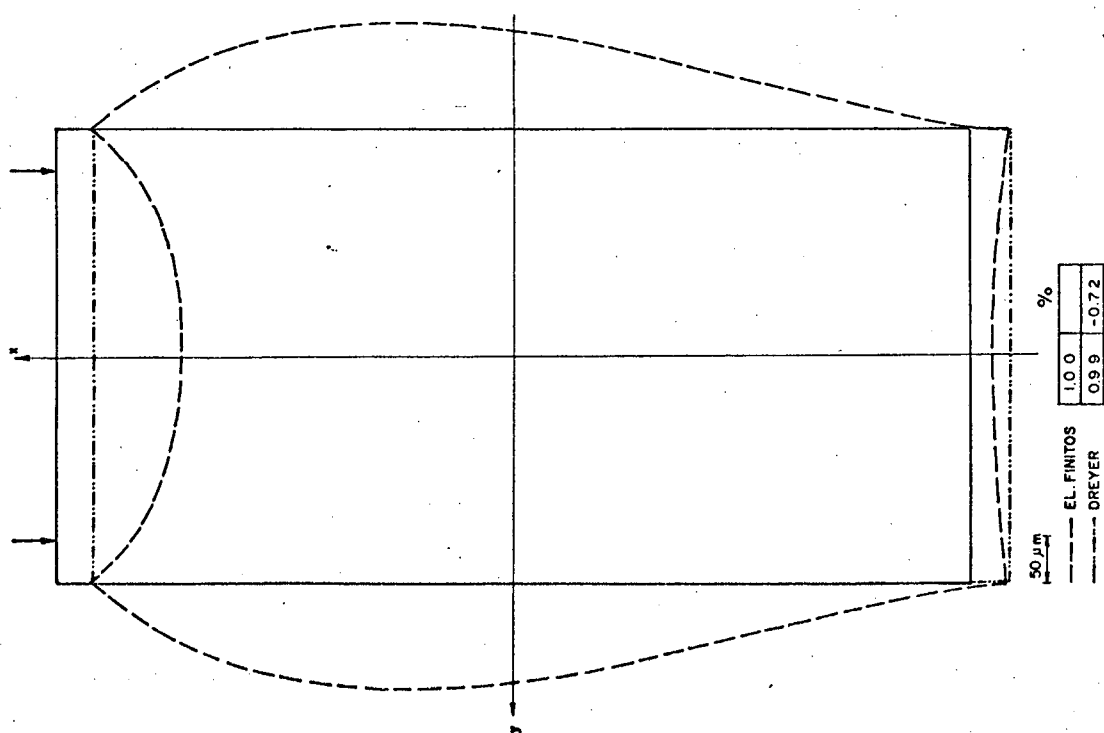


Figura-5-5

SEÇÃO DEFORMADA - MODELO SEÇÃO RETANGULAR  
CARGA = 60 kgf - FLEXÃO

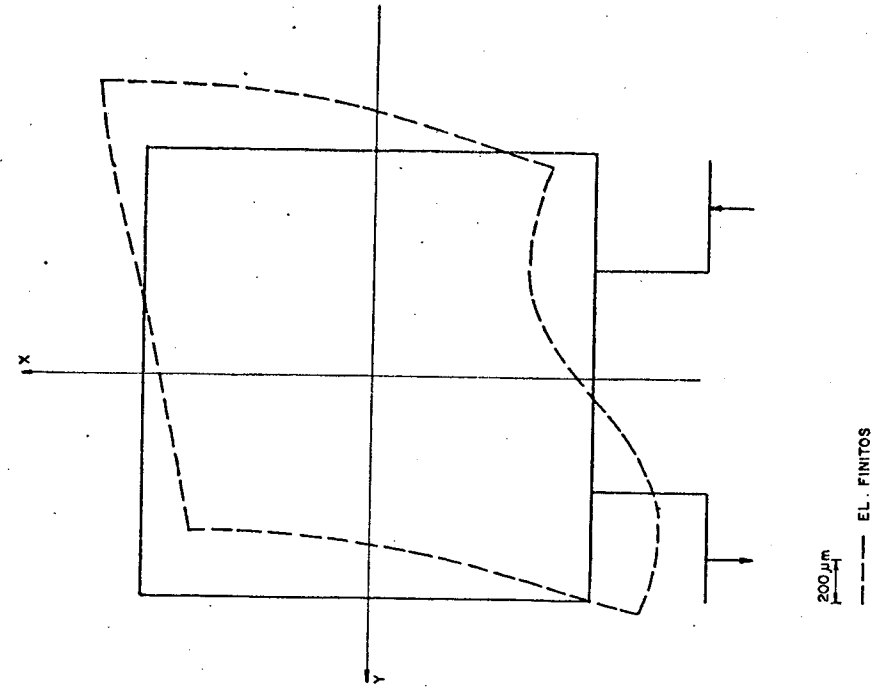


Figura 5-8-  
SEÇÃO DEFORMADA - MODELO SEÇÃO QUADRADA  
COM GUIAS CARGA = 13,50 kgfm TORÇÃO

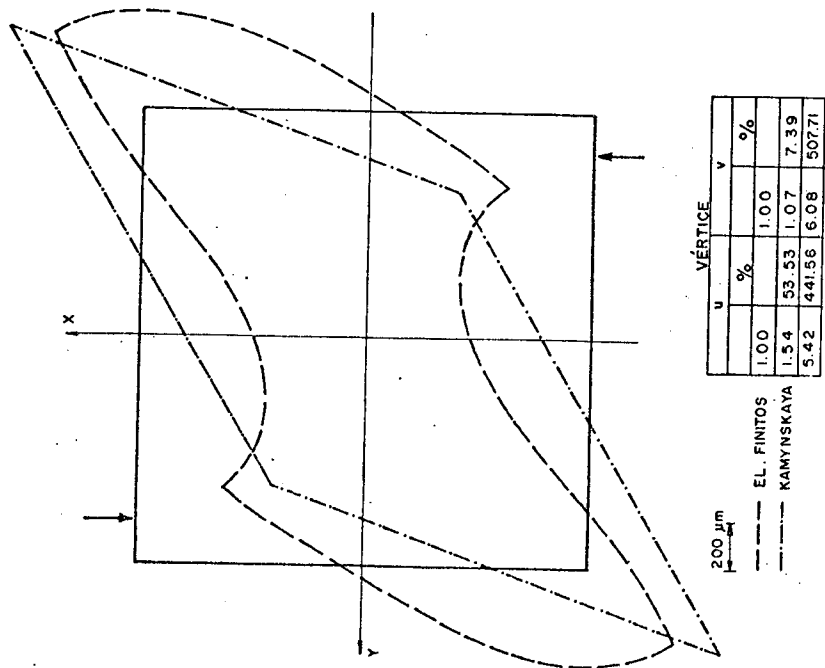


Figura 5-7  
SEÇÃO DEFORMADA - MODELO SEÇÃO QUADRADA  
CARGA = 13,31 kgfm TORÇÃO

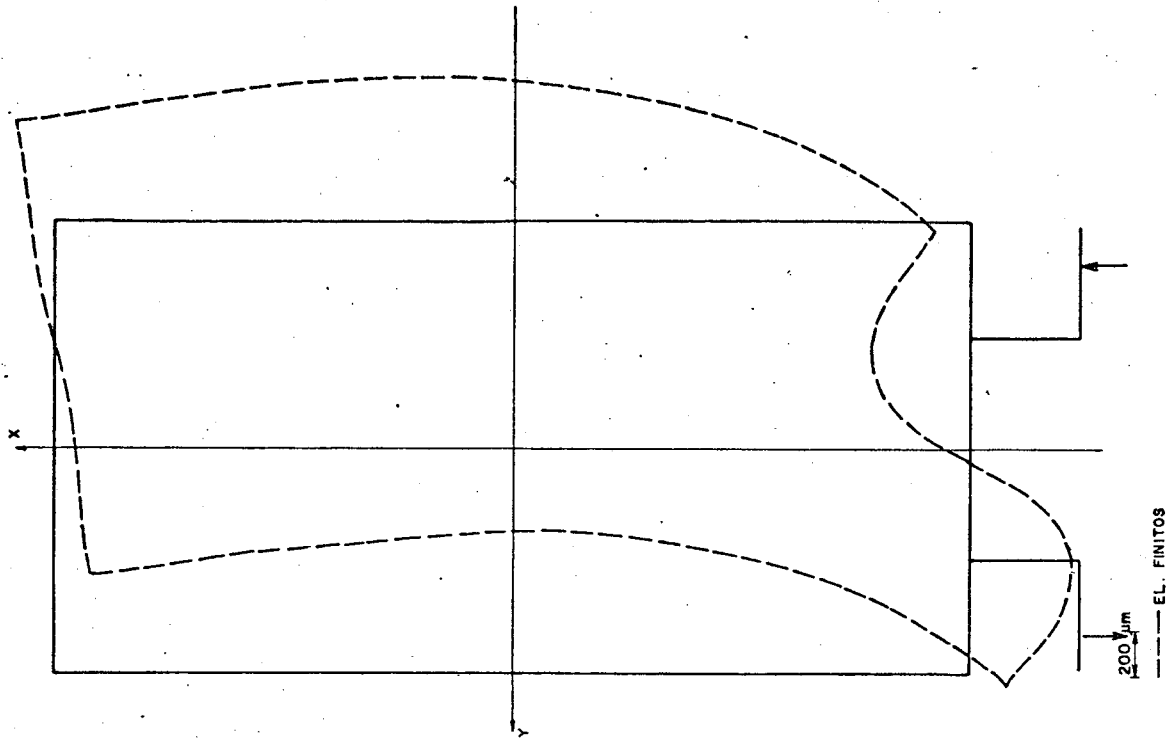


Figura 5-10  
 SEÇÃO DEFORMADA - MODELO SEÇÃO RETANGULAR  
 COM GUIAS - CARGA = 13,50 kg fm - TORÇÃO

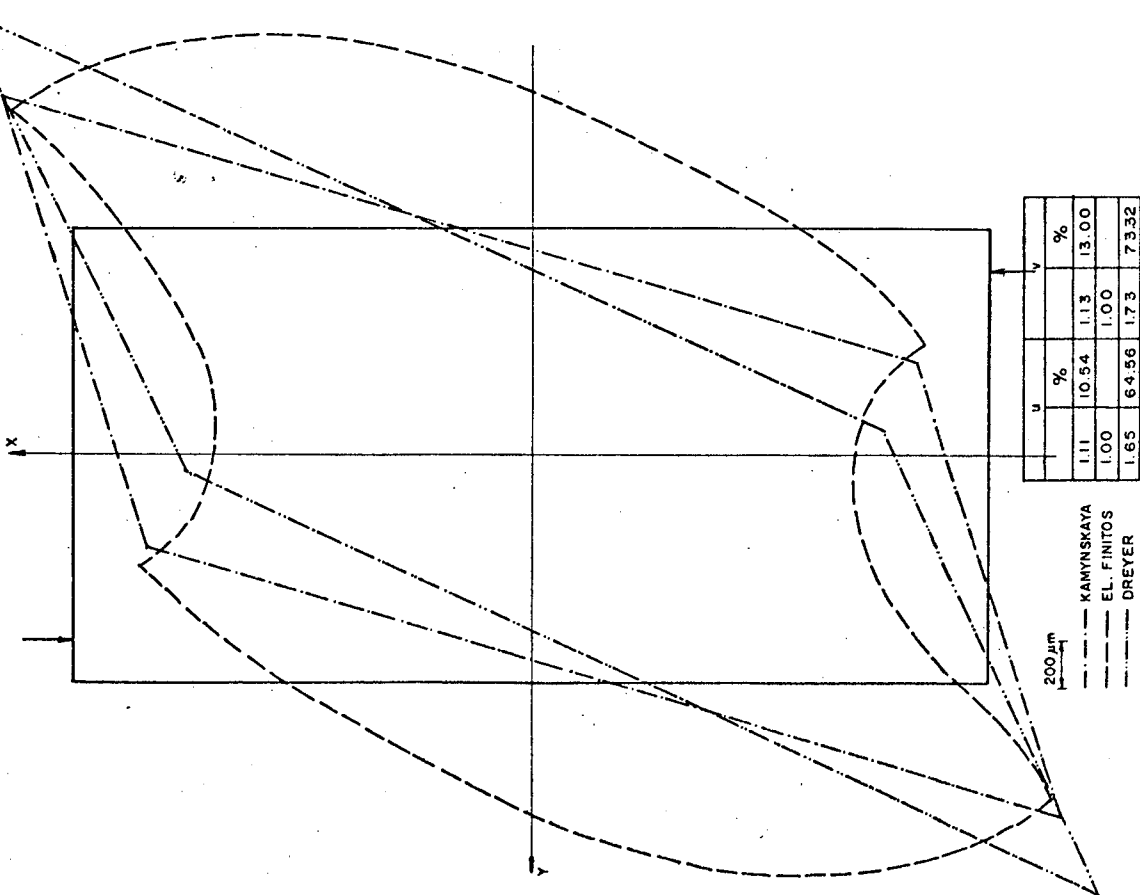


Figura 5-9 -  
 SEÇÃO DEFORMADA - MODELO SEÇÃO RETANGULAR -  
 CARGA = 18,48 kg fm TORÇÃO



torção. Como a configuração das deformações é semelhante para todos os níveis de carga, os esquemas foram feitos para as máximas cargas aplicadas. A seção representada se situa no plano de aplicação das cargas. Discrimina-se, quando possível, os valores das diferenças percentuais relativas entre as teorias.

Pelos esquemas de flexão, pode-se verificar que os valores propostos por Dreyer são bastante próximos aos valores obtidos por elementos finitos. Já na torção, os valores de Dreyer são bem maiores do que os de Kamynskaya e os de elementos finitos, sendo estes dois últimos, bastante semelhantes entre si.

## CAPÍTULO VI

## PLANEJAMENTO, PREPARAÇÃO E EXECUÇÃO DOS TESTES

6.1 - Introdução

Este capítulo trata do planejamento [17] e das formas de execução dos testes, tendo em vista os objetivos propostos.

O processo de medição de deformações em estruturas sob carga pode ser encarado como um problema composto de duas variáveis. A primeira seria a carga que entra no sistema (variável independente) e a segunda, a deformação resultante (variável dependente) ou variável de saída. O objetivo a alcançar é a determinação, através de medição, desta variável de saída. É ponto básico, portanto, que a medição possa ser realizada, minimizando-se as influências de sinais indesejáveis.

No caso da leitura de deformações, considera-se que os sinais indesejáveis mais importantes seriam deformações outras que não as do modelo sob teste. Por exemplo: deformações da mesa de carregamento, flexibilidade do engaste do modelo, etc. Teoricamente desejar-se-ia que toda a estrutura de teste, exceto o modelo testado, fosse completamente rígida. Na prática, a rigidez infinita é impossível. Todos os trabalhos práticos de determinação de deformações em modelos salientam este ponto e chamam atenção à possibilidade de correções através da quantificação dos sinais indesejáveis.

Tendo-se em mente este problema, procurou-se estabelecer um sistema de medição que não fosse afetado por possíveis deformações da estrutura de carregamento. Optou-se por construir uma mesa de medição completamente independente da estrutura de carregamento. A mesa foi montada e fixada ao piso através de sapatas de concreto, em posição conveniente, e sobre ela foram fixados todos os dispositivos de medição. Não existiu, portanto, qualquer contato mecânico entre o sistema de carregamento e o sistema de medição, exceto, obviamente, nos pontos de leitura, e indiretamente através do piso.

Os demais pontos considerados para o planejamento e execução dos testes são discriminados a seguir.

## 6.2 - Seleção e descrição dos instrumentos de medida

Através do cálculo teórico das deformações, avaliou-se a ordem de grandeza das deformações que poderiam ser esperadas nos testes. Em função disto, determinou-se o campo que seria necessário para o equipamento, de modo que todas as medições pudessem ser abrangidas por um único conjunto de instrumentos. Verificou-se que os transdutores eletro-indutivos, escolhidos previamente como mais adequados à realização das medições, satisfaziam plenamente as necessidades do alcance de indicação. Foram utilizadas 10 unidades transdutoras para a determinação das deformações. Estas unidades são montadas em conjunto com um aparelho de amplificação e leitura, que além de fornecer a tensão de alimentação aos transdutores, permite a entrada simultânea de todos os sinais.

O princípio de medição dos transdutores eletroindutivos se baseia na variação da força eletromotriz induzida, produzida pelo movimento de um núcleo de ferro num campo magnético (interior da bobina pela qual passa corrente). O núcleo é diretamente acoplado ao eixo do transdutor, transformando o movimento da ponta de apalpação em sinal elétrico, que é traduzido por diferenças de tensão, tomadas a partir de três pontos na bobina: no centro e nas duas extremidades. Se o núcleo está centrado em relação ao comprimento da bobina, os valores das tensões entre o ponto central e as extremidades serão iguais, e o aparelho de leitura indica o valor zero. O deslocamento da ponta do transdutor provoca o deslocamento do núcleo no interior da bobina, quebrando o equilíbrio de tensões entre os pontos referidos. A diferença provocada pode ser ampliada e lida no aparelho de amplificação e leitura, em unidades de tensão ou em unidades de deslocamento. Para os deslocamentos, a leitura é feita diretamente no mostrador do instrumento. Quando se deseja conhecer o valor de tensão, deve-se efetuar a leitura através de um voltímetro auxiliar que pode ser acoplado ao painel traseiro do instrumento de leitura.

### 6.2.1 - Características dos instrumentos

#### Transdutores eletro-indutivos de deslocamento

Procedência: Suíça

Fabricante: Tesa

Alcance:  $\pm 1,2$  mm (ajustado em fábrica)

Para facilidade de identificação, os transdutores foram numerados de 1 a 10, sendo as características individuais discriminadas abaixo.

Nº	MODELO	Nº IDENTIFICAÇÃO DE TIPO	FORÇA DE MEDIÇÃO [gf]
1	GT22	3210923	40
2	GT22	3210923	40
3	GT22	3210904	63
4	GT22	3210923	40
5	GT22	3210921	16
6	GT22	3210924	63
7	GT22	3210924	63
8	GT22	3210921	16
9	GT22	3210924	63
10	GT22	3210923	40

Todos os transdutores possuem 82,5 mm de comprimento e podem ser fixados em qualquer ponto do seu corpo através de dispositivo circular 8h6.

#### Unidade de amplificação e leitura - Tesamodul

Procedência: Suíça

Fabricante: Tesa

Modelo: Tesamodul 352-403

Capacidade: 10 canais instalados

Nº de escalas: 5

Alcance de indicação das escalas:  $\pm 2000$   $\mu\text{m}$ ;  $\pm 200$   $\mu\text{m}$ ;  $\pm 20$   $\mu\text{m}$   
 $\pm 0,02''$ ;  $\pm 0,002''$

Resolução: 1  $\mu\text{m}$ ; 0,1  $\mu\text{m}$ ; 0,01  $\mu\text{m}$ ;  $10^{-6}''$ ;  $10^{-5}''$

Máximo erro de amplificação:  $\pm 2\%$  para flutuações de temperatura de 0 a 40°C

Tempo de resposta: 0,5 s .

Condições ambientais: 0 a 40°C - temperatura

80% - máxima umidade relativa

Cada um dos apalpadores foi previamente aferido através de conjuntos de blocos padrão, em suportes especiais. Os canais do instrumento de leitura utilizados na aferição foram identificados de acordo com o respectivo transdutor, para que se conservasse a mesma ligação durante os testes. Os resultados e procedimentos destas aferições se encontram no Apêndice 3.

Além destes instrumentos, foram utilizados mais dois transdutores eletro-indutivos para a indicação dos possíveis deslocamentos da mesa de medição em relação à mesa de carregamento, juntamente com um seletor de canais e um aparelho de amplificação e leitura, formando um conjunto que se denominou equipamento auxiliar.

#### Características do equipamento auxiliar

- Transdutores eletro-indutivos de deslocamento

Procedência: Suíça

Fabricante: Tesa

Modelo (código): GT10

Força de medição: 20 - 30 gf

Alcance: ±1,2 mm

- Seletor de canais

Procedência: Suíça

Fabricante: Tesa

Modelo (código): GU-5

Número máximo de canais: 5

↳ Unidade de amplificação e leitura

Procedência: Suíça

Fabricante: Tesa

Modelo (código): GN-22

Capacidade: 1 canal independente

Nº de escalas: 5

Alcance de indicação por escala:  $\pm 300 \mu\text{m}$ ;  $\pm 100 \mu\text{m}$ ;  $\pm 30 \mu\text{m}$   
 $\pm 10 \mu\text{m}$ ;  $\pm 3 \mu\text{m}$   
Valores de divisão por escala;  $10 \mu\text{m}$ ;  $5 \mu\text{m}$ ;  $1 \mu\text{m}$ ;  $0,5 \mu\text{m}$ ;  
 $0,1 \mu\text{m}$ .

### 6.2.2 - Ligação do conjunto de leitura

Em primeiro lugar os transdutores são colocados em um suporte especial ao qual são fixados através de parafusos. O suporte é posicionado em relação ao modelo sob teste, de forma que as pontas dos transdutores fiquem encostadas no modelo, nos respectivos pontos de leitura. A seguir, procede-se a zeragem mecânica de cada transdutor. Isto é conseguido movimentando-se o transdutor na direção de seu eixo, em relação ao ponto de fixação, até que se consiga no aparelho de leitura o valor zero, ou próximo de zero. A zeragem é completada eletricamente no próprio aparelho de leitura, através de potenciômetro. Este procedimento é realizado para cada um dos transdutores, partindo-se da escala maior ( $2000 \mu\text{m}$ ) para a zeragem mecânica e procedendo-se a zeragem elétrica até a escala menor ( $20 \mu\text{m}$ ).

O modelo, quando submetido a carga, deforma-se e movimenta os pontos dos transdutores. Os deslocamentos resultantes podem ser lidos diretamente em forma digital no aparelho de amplificação e leitura, bastando para isto, selecionar através de chave o canal desejado.

O equipamento auxiliar funciona segundo o mesmo princípio, sendo que os transdutores são fixados através de bases magnéticas sobre a mesa de carregamento. A leitura é também feita através de aparelho de amplificação e leitura, passando, os sinais, porém, através de um seletor de canais, já que o aparelho de leitura não permite mais do que uma leitura independente. As posições dos transdutores auxiliares foram alteradas conforme as necessidades.

Um esquema simplificado na ligação do conjunto de leitura é mostrado na figura 6.1 (a), onde foram representados apenas 5 transdutores para leitura da deformação do modelo e 1 transdutor auxiliar.

Uma vista geral dos instrumentos de medição é mostra

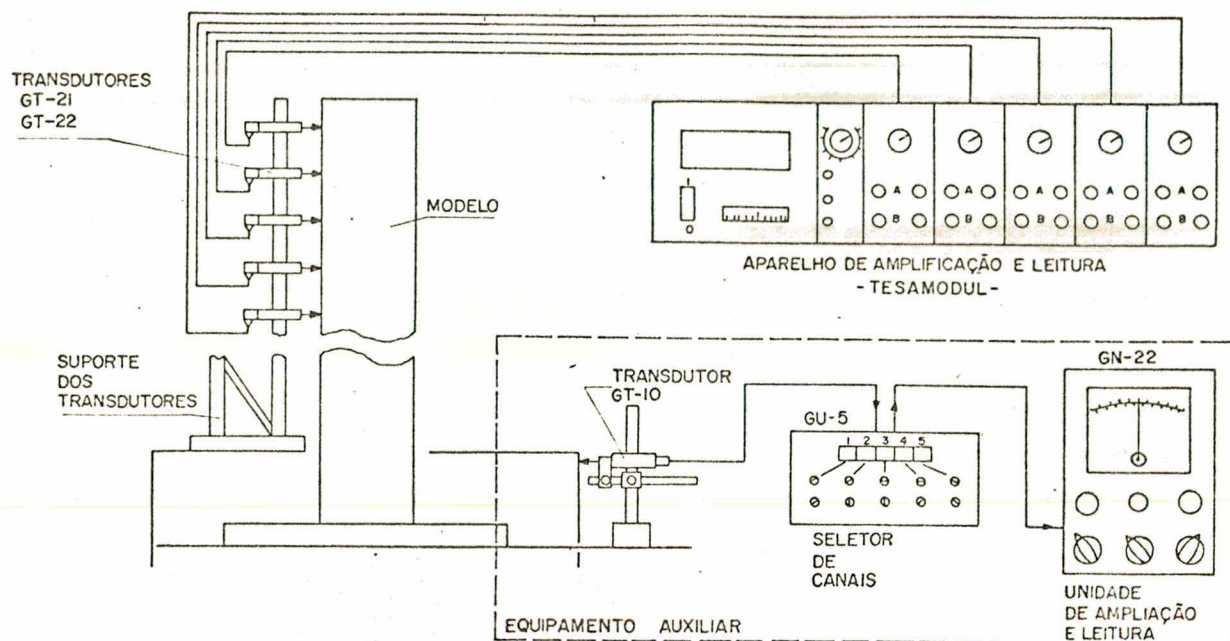


Fig. 6.1(a) - Conjunto de medição.

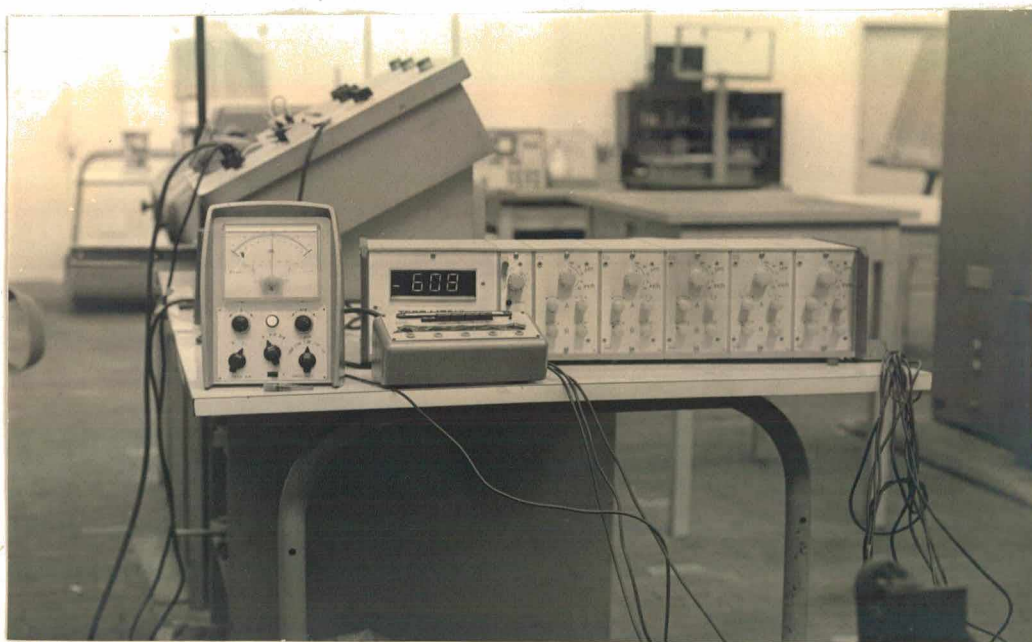


Fig. 6.1(b) - Vista do conjunto dos instrumentos de medição.

da na figura 6.1(b).

6.3 - Planejamento e coleta de dados

6.3.1 - Folha de coleta de dados

Nos carregamentos dos modelos planejou-se a utilização simultânea de todos os transdutores, tendo-se portanto, a possibilidade de realização de 10 leituras de deformação.

As folhas de coleta de dados foram preparadas preven-do-se espaço para a colocação destas leituras.

No cabeçalho são anotadas informações quanto à identificação do modelo, tipo de carga, condições ambientais, identificação das posições de leitura, operadores e qualquer obser-vação adicional.

A numeração das colunas corresponde ao número atribu-ído a cada um dos transdutores durante a aferição prévia.

A primeira coluna é reservada aos valores dos pesos aplicados.

O modelo da folha de coleta de dados é mostrado na figura 6.2.

DATA ..... OPER. ....

MODELO	TIPO-CARGA					TEMPERATURA				UR
MAPA DOS TRANSDUTORES							OBS.:			
CARGA	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10

Fig. 6.2 - Folha de coleta de dados.



### 6.3.2 - Tipo de dados - Natureza dos testes

Como os testes são de natureza estática, estabeleceu-se que as deformações seriam colhidas num ciclo de carregamento composto de carga e descarga. O valor da deformação, portanto, para uma determinada carga, é a média entre os valores obtidos na carga e na descarga.

Para cada valor de carga, invariavelmente, procedeu-se a leitura das deformações indicadas pelos 10 transdutores. O tempo médio para a realização de um carregamento (carga e descarga) foi avaliado através de testes preliminares para que se pudesse realizar um planejamento de tempo. Com isto evitou-se a interrupção de testes, já que o mesmo ciclo de carregamento foi repetido várias vezes, constituindo este conjunto de repetições, uma corrida completa. Os tempos foram avaliados em aproximadamente 27 minutos para um ciclo de carregamento de flexão e 20 minutos para um ciclo de carregamento de torção.

Para a realização dos testes, foram necessários dois operadores, um para fazer o carregamento e outro para a leitura e anotação dos dados.

### 6.3.3 - Número de leituras realizadas

Segundo a teoria de amostragem [18], para que possam ser inferidas informações a respeito de um determinado fenômeno, é necessário que sejam pesquisados ou testados vários espécimes de uma mesma população, sendo este conjunto de espécimes encarado como uma amostra.

No caso de testes com modelos, uma amostra deveria ser constituída de vários modelos idênticos, da mesma estrutura, que pudessem ser ensaiados da mesma forma. Os resultados assim obtidos deveriam então ser julgados e todas as conclusões poderiam ser justificadas com base na qualidade dos dados obtidos e no número de espécimes testados. Na verdade, quanto maior o número de espécimes testados, mais confiáveis serão os parâmetros estimados para a população.

Devido ao custo de confecção dos modelos, no presente estudo, trabalhou-se apenas com um único espécime para cada tipo de modelo. Se o modelo apresenta algum defeito de constru

ção, corre-se o risco de cometer erros grosseiros na avaliação dos resultados, já que não poderá ser estimada uma média para o processo, ou seja, o erro sistemático eventual de um determinado modelo não poderá ser identificado. Pode-se, porém, manter um controle estatístico sobre cada modelo individual, no que diz respeito à qualidade das leituras realizadas, repetindo as leituras até ser atingido um valor de dispersão a baixo de um valor limite previamente estabelecido. A amostra, neste caso, diz respeito ao número de leituras realizadas.

O valor da dispersão máxima pode ser estabelecido tendo-se em vista as características de precisão dos instrumentos de leitura. O erro máximo indicado para os instrumentos (conjunto transdutor-aparelho de leitura) é limitado em  $\pm 2\%$  do valor da escala utilizada, significando que cada leitura poderá estar afetada no máximo por este valor de erro. Um procedimento razoável para o dimensionamento da amostra, deverá levar a valores de dispersão compatíveis com o erro indicado para o equipamento. Ou seja, a dispersão dos valores medidos não deverá ser superior a 2% para que não se introduzam erros adicionais às medidas obtidas. Por outro lado, a redução do valor da dispersão a níveis muito baixos não é significativa, pois cada elemento da amostra está acompanhado de um erro que não poderá ser eliminado. Tomou-se então como parâmetro de dispersão o desvio da média e estabeleceu-se que este desvio não deveria ultrapassar o valor máximo do erro indicado (2% do valor da escala utilizada).

Admitindo-se que  $n$  seja o número de leituras, tem-se para o desvio da média,  $S_m$ :

$$S_m = \frac{S}{\sqrt{n}} \leq 2\% V$$

onde  $S$  é o desvio estimado para as  $n$  medições e  $t$  é o parâmetro de Student, fixado a partir de  $n$  e do nível de significância. O símbolo  $V$  refere-se ao valor da escala utilizada.

Existem duas opções para a determinação do número  $n$ . A primeira é tomar uma amostra piloto, com um grande número de elementos, e a partir dela dimensionar a amostra que satisfaça a dispersão estabelecida. A segunda é fixar um número mínimo arbitrário e verificar a dispersão resultante. Se o valor obtido ultrapassar o limite demarcado, aumenta-se o número  $n$  até que se-

ja atingida a precisão requerida. Foi adotada a segunda opção com um número mínimo de 5 medições, que se mostrou satisfatório em testes anteriores [5] com o mesmo tipo de equipamento. Verificou-se durante os testes que o número adotado satisfaz, na maioria dos casos, a precisão estabelecida.

Admite-se que os dados são distribuídos normalmente, utilizando-se os correspondentes estimadores para cálculo das médias e desvios. Para a confiabilidade fixou-se 95%.

A aplicação do tratamento proposto acima significa que em cada posição de medição no modelo são tomadas leituras de deformação para cada valor de carga aplicado, em 5 ciclos de carregamento.

#### 6.3.4 - Posições de leitura

Padronizou-se para todos os modelos que as faces seriam numeradas de 1 a 4, da forma mostrada na figura 6.3, para melhor identificação dos pontos de leitura na coleta de dados. As setas indicam a posição das forças aplicadas para cada tipo de carregamento.

Foi também estabelecido que no caso da flexão, seriam determinadas somente as deformações para as paredes 1 e 3, já que as deformações das paredes 2 e 4 na direção (y) perpendicular à direção de carregamento são muito pequenas e praticamente não influem quando do dimensionamento da rigidez à flexão (isto é confirmado pelos valores obtidos através de elementos finitos).

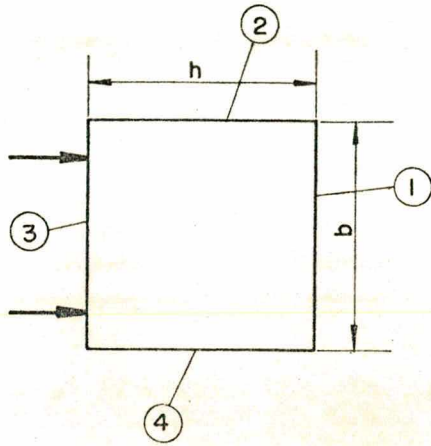
Na torção, é de interesse o comportamento de cada uma das faces, sendo neste caso determinadas as deformações nas paredes 1, 2, 3 e 4, segundo a direção x, paralela à direção das forças aplicadas e a correspondente direção perpendicular (y).

Sobre as paredes fixaram-se ainda, posições para os pontos de medição em cada plano da altura. Estes conjuntos de posições foram denominados mapas das posições de medida. Os mapas encontram-se na figura 6.4.

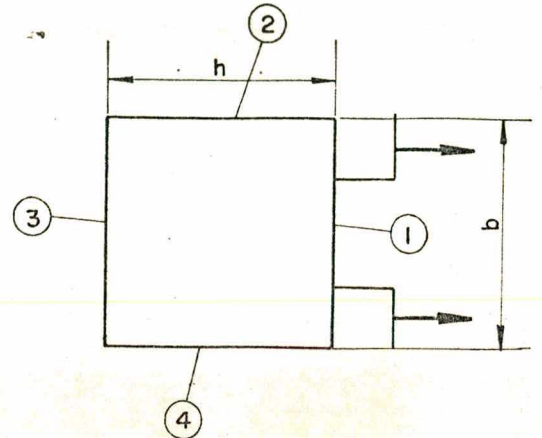
Cabe observar que a numeração das faces não é idêntica à utilizada nas considerações teóricas. As posições dos eixos x e y contudo, permanecem as mesmas em relação às direções de carregamento.

As posições de leitura segundo a direção longitudinal

## FLEXÃO

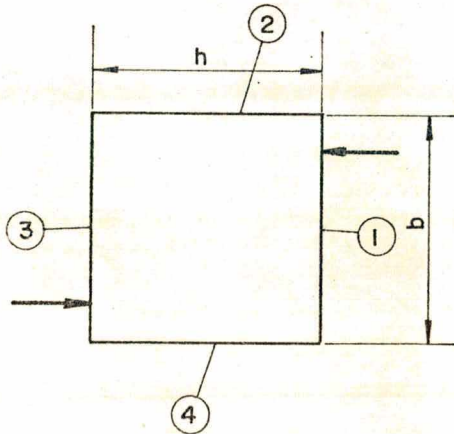


Modelo sem guias

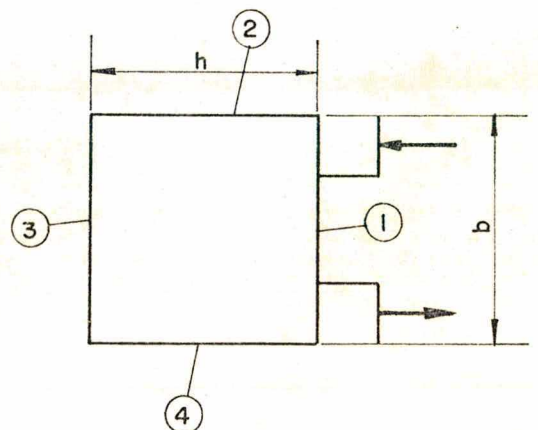


Modelo com guias

## TORÇÃO

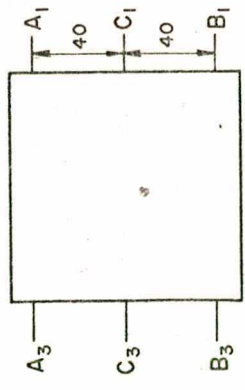


Modelo sem guias

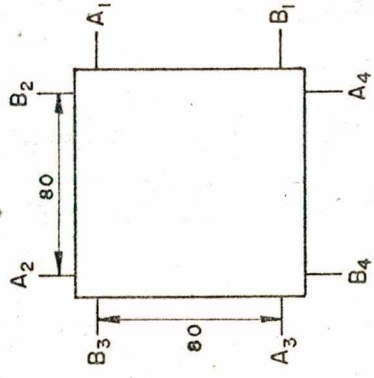


Modelo com guias

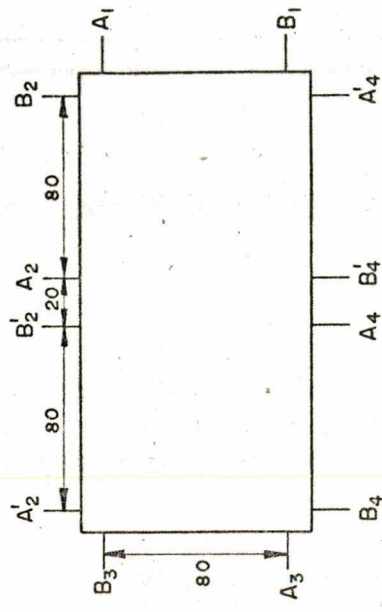
FIGURA 6.3 NUMERAÇÃO DAS FACES PARA IDENTIFICAÇÃO NA COLETA DE DADOS



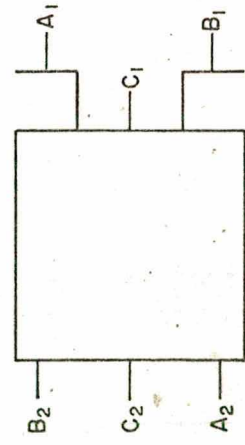
MAPA Nº 1  
Flexão  
Modelo sem guias  
Secção quadrada e retangular



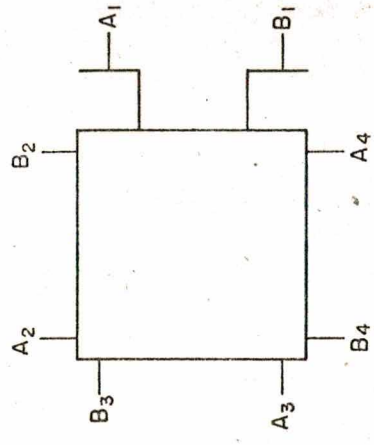
MAPA Nº 2  
Torção  
Modelo sem guias  
Secção quadrada



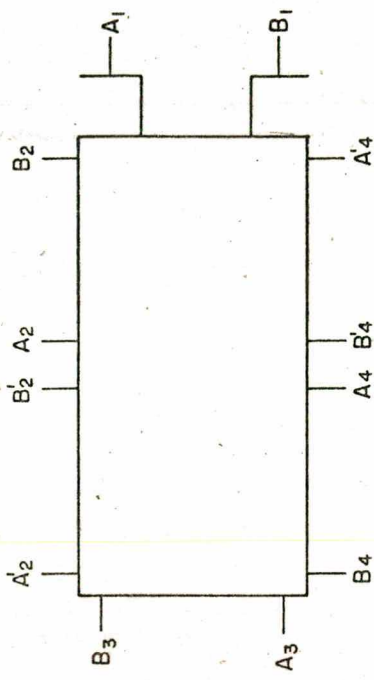
MAPA Nº 3  
Torção  
Modelo sem guias  
Secção retangular



MAPA Nº 4  
Flexão  
Modelo com guias  
Secção quadrada e retangular



MAPA Nº 5  
Torção  
Modelo com guias  
Secção quadrada



MAPA Nº 6  
Torção  
Modelo com guias  
Secção retangular

FIGURA 6.4 MAPAS DAS POSIÇÕES DE MEDIDA

do modelo, ou alturas de medição, foram estabelecidas durante a montagem do conjunto de teste que é descrita adiante. Estes valores foram projetados em 580, 540, 500, 460 e 420 mm a partir da base do modelo.

O número de posições nas quais se executaram leituras para cada modelo é o produto das 5 posições de altura pelo número de posições do mapa correspondente (posições no plano da altura). Para cada um dos casos, o número total de posições de leitura pode ser observado na tabela 6.1. De acordo com o planejado no item 6.3.3, supondo 5 leituras para cada posição, e lembrando que os níveis de carga para flexão e torção são respectivamente em número de 6 e 5, obtêm-se os totais de leituras realizadas em cada modelo.

TIPO DE MODELO	Nº DE POSIÇÕES		Nº TOTAL DE LEITURAS P/ MODELO	
	FLEXÃO	TORÇÃO	FLEXÃO	TORÇÃO
QOC - QOS	30	40	900	1000
Q1C - Q1S	30	40	900	1000
ROC - ROS	30	60	900	1500
R1C - R1S	30	60	900	1500

TABELA 6.1 - Número total de posições e leituras

Como se dispunha apenas de 10 transdutores para medida, as leituras nas diversas posições foram divididas em grupos de 10. Para um teste de flexão, portanto, cada 10 posições foi lida em uma série de 5 carregamentos (no mínimo), num total de 15 carregamentos para cada modelo. Para os testes de torção, da mesma forma resultaram 20 e 30 carregamentos para modelos de seção quadrada e retangular respectivamente.

#### 6.4 - Montagem dos testes

Para a montagem, iniciou-se com o posicionamento das duas estruturas principais do sistema: a estrutura de carregamento e a estrutura de medição. Alguns elementos de ligação foram projetados e executados durante a montagem, conforme as necessidades.

Como a mesa de medição foi fixada sobre sapatas de concreto, a determinação das alturas de medição ( $z$ ) só foi possível depois da exata definição das distâncias relativas entre as duas mesas, isto é, depois de fixada a mesa de medição.

Determinadas estas distâncias relativas, passou-se à verificação da máxima altura para posicionamento dos transdutores em relação ao modelo. Foi fixado um dos modelos na mesa de carregamento e sobre este foi posicionado um dos dispositivos de aplicação de carga, como se o modelo estivesse sob teste. Com o auxílio de um graminho, mediu-se a altura livre entre a mesa de medição e o dispositivo de aplicação de carga, resultando um valor aproximado de 580 mm para máxima altura de posicionamento dos transdutores em relação à base do modelo.

De posse deste valor, dimensionou-se e executou-se um suporte para os transdutores, que possibilita a fixação dos transdutores com espaçamentos de 40 mm segundo a vertical. A figura 6.5(a) mostra o aspecto construtivo do suporte com os respectivos transdutores. O suporte é fixado na mesa de medição através de grampos com parafusos, figura 6.5(b).

Posicionados todos os elementos do teste, procede-se o carregamento, repetindo-se o número de vezes estabelecido em 6.3.3, para cada grupo de 10 posições.

Uma vista geral da montagem completa de ensaio é mostrada na figura 6.6. Na figura 6.7 pode-se observar o aspecto da mesa de medição.

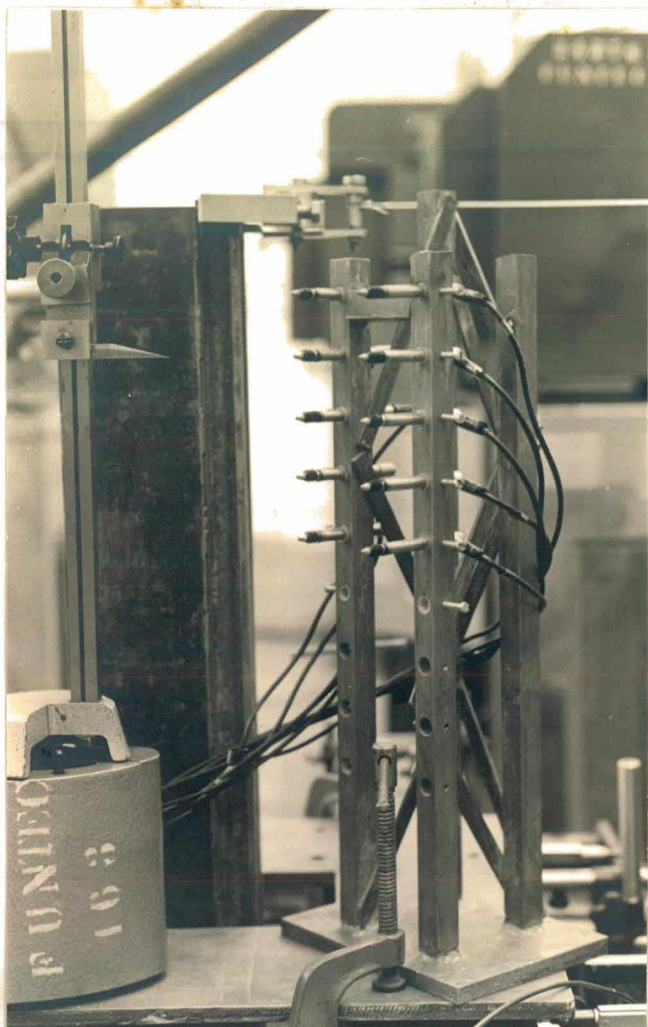


Fig. 6.5(a)- Aspecto construtivo do suporte de medição

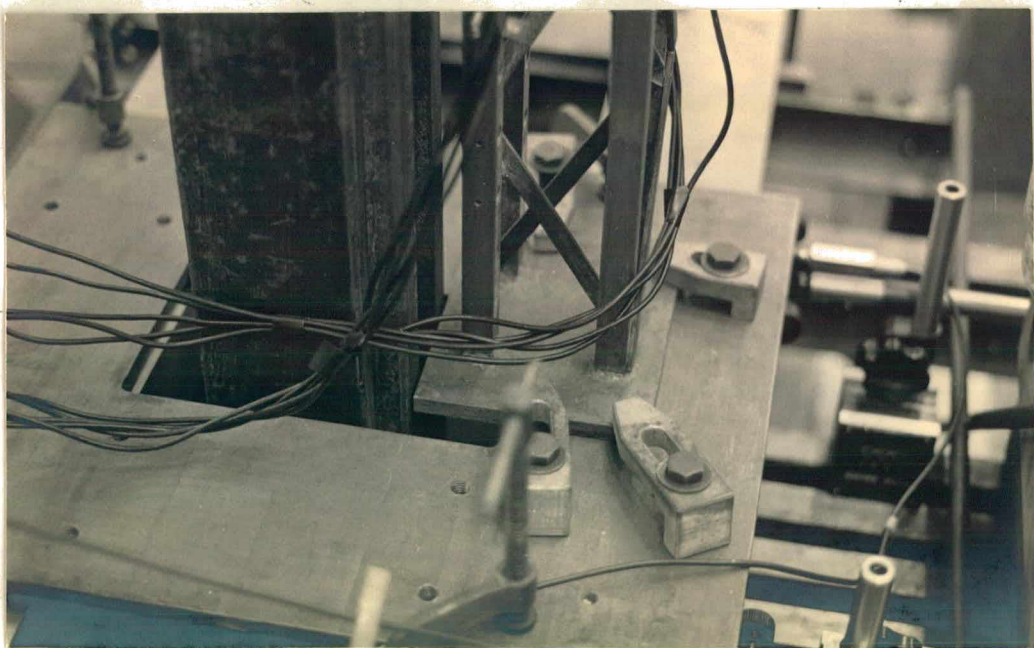


Fig. 6.5(b) - Detalhe da fixação do suporte sobre a mesa de medição.



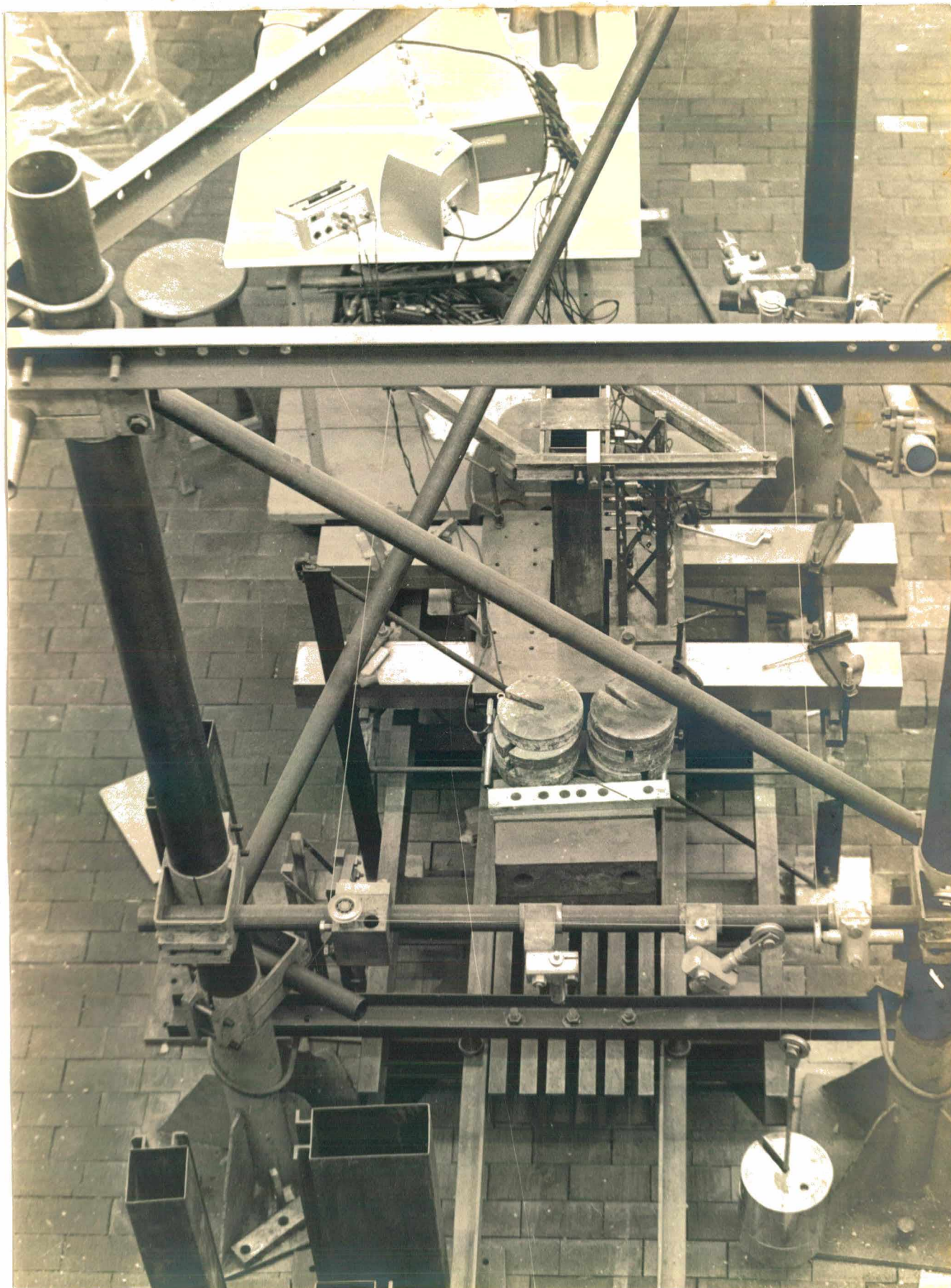


Fig. 6.6 - Vista geral da montagem de ensaio.

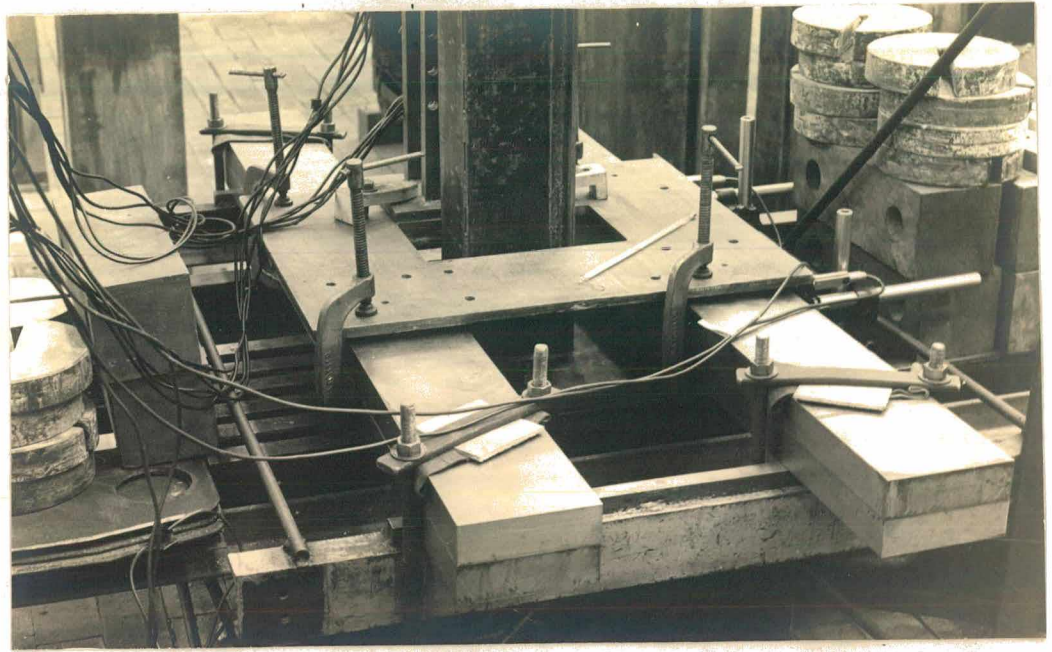


Fig. 6.7 - Aspecto da mesa de medição.

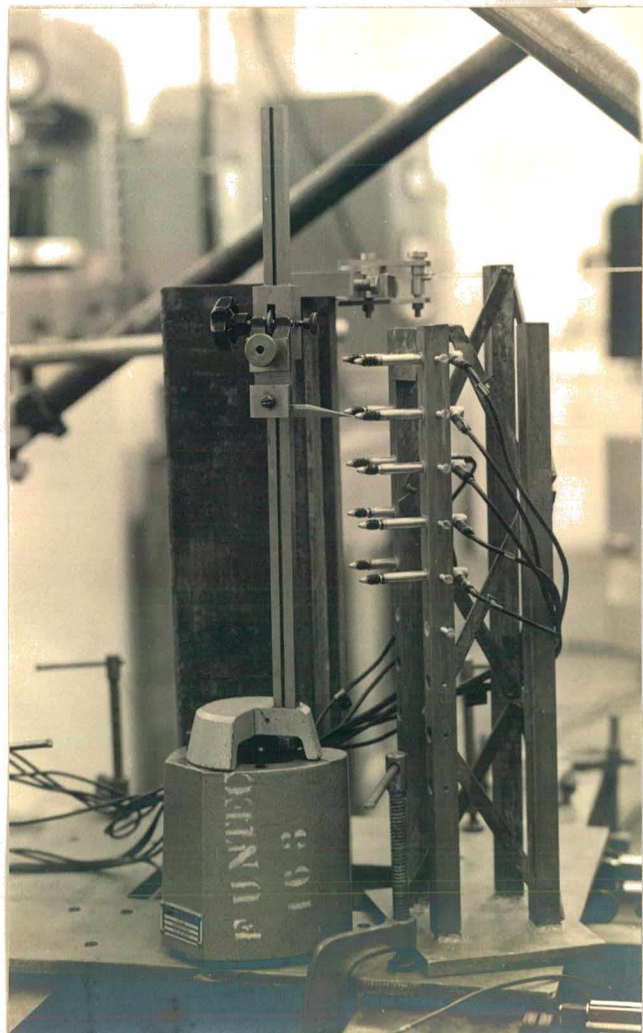


Fig. 6.8 - Conjunto de medição base padrão-gra minho para determinação das alturas de medição.

## 6.5 - Testes preliminares

Para a análise do desempenho do equipamento, realizou-se uma série prévia de testes, elegendo-se para tal o modelo de seção quadrada sem guias, com cordão de solda contínuo (QOC).

O modelo foi fixado na estrutura e preparado para receber carga de flexão.

Os transdutores foram montados no suporte e procedeu-se à exata determinação das alturas de medição resultantes, depois de completados e posicionados todos os elementos.

### 6.5.1 - Determinação das alturas de medição

A determinação das alturas de medição foi feita com o auxílio de um graminho, apoiado sobre uma base padrão de 150 mm de altura. O conjunto foi apoiado sobre a mesa de medição, juntamente com o suporte dos apalpadores.

A altura de cada um dos apalpadores foi determinada a partir da soma:

altura do padrão + leitura no graminho + distância da superfície da mesa de medição à base do modelo

O ponto de leitura no graminho foi determinado a partir do alinhamento da sua ponta com as pontas dos apalpadores. Detalhe desta medição pode ser visto na figura 6.8.

Como a mesa de medição situa-se acima da base do modelo, esta distância também foi determinada. Para isto usou-se um paquímetro de profundidades.

As leituras do graminho foram repetidas 5 vezes para cada apalpador, com precisão de até décimos de milímetro.

A distância entre a base do modelo e a superfície da mesa foi determinada através da média entre 10 leituras em diferentes pontos, realizadas com precisão de até 2 centésimos de milímetro.

As alturas médias resultantes obtidas foram:

582,37 mm

541,47 mm

501,35 mm

461,80 mm

422,17 mm

para uma das montagens utilizadas.

Ainda foram determinadas as alturas para mais duas posições de montagem que foram utilizadas somente nos testes iniciais. Estas alturas são: 383,07 mm e 303,67 mm.

Os valores das cinco primeiras alturas citadas foram posteriormente mantidos para todos os testes.

#### 6.6 - Resultados obtidos nos testes preliminares

A medição das deformações nos testes preliminares foi realizada com os transdutores nas posições indicadas pelo mapa nº 1, para carga de flexão.

Na primeira série de carregamentos procedeu-se a leitura para a face 1 (posições  $A_1$  e  $B_1$ ). Para cinco carregamentos realizados, os valores de deformação mostraram ótima repetibilidade, mas grande discrepância em relação aos valores teóricos pré-estabelecidos. Passou-se a uma nova série de leituras para a face 3 (posições  $A_3$  e  $B_3$ ). Também na face 3, os valores diferiram dos valores teóricos. Observou-se porém que nas duas faces os valores eram semelhantes, assim como sua distribuição segundo a altura do modelo.

O desempenho do conjunto de teste não era, pois, satisfatório. Verificaram-se os aparelhos de medição, ligações e estruturas, não sendo identificada nenhuma anormalidade. As condições ambientais estavam dentro das faixas recomendadas. Restava a possibilidade de deslocamento do modelo no engaste, ou movimentos relativos da mesa de medição e da estrutura de carregamento.

Para a verificação dos possíveis deslocamentos utilizaram-se transdutores montados em bases magnéticas sobre a mesa de carregamento, de modo que suas pontas encostassem na mesa de medição. Inicialmente, dois transdutores foram colocados na direção horizontal, de modo que pudessem ser determinados os deslocamentos relativos nesta direção. O esquema desta medição é mostrado na figura 6.9(a). O modelo foi carregado novamente, e verificou-se que realmente ocorria um deslocamento relativo

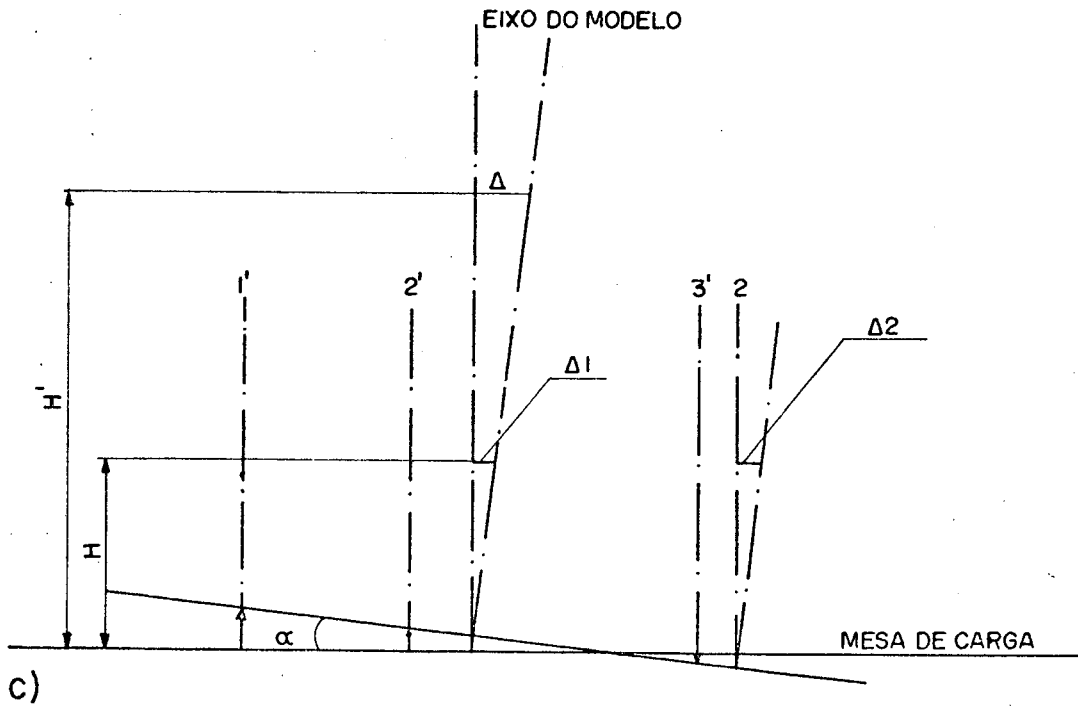
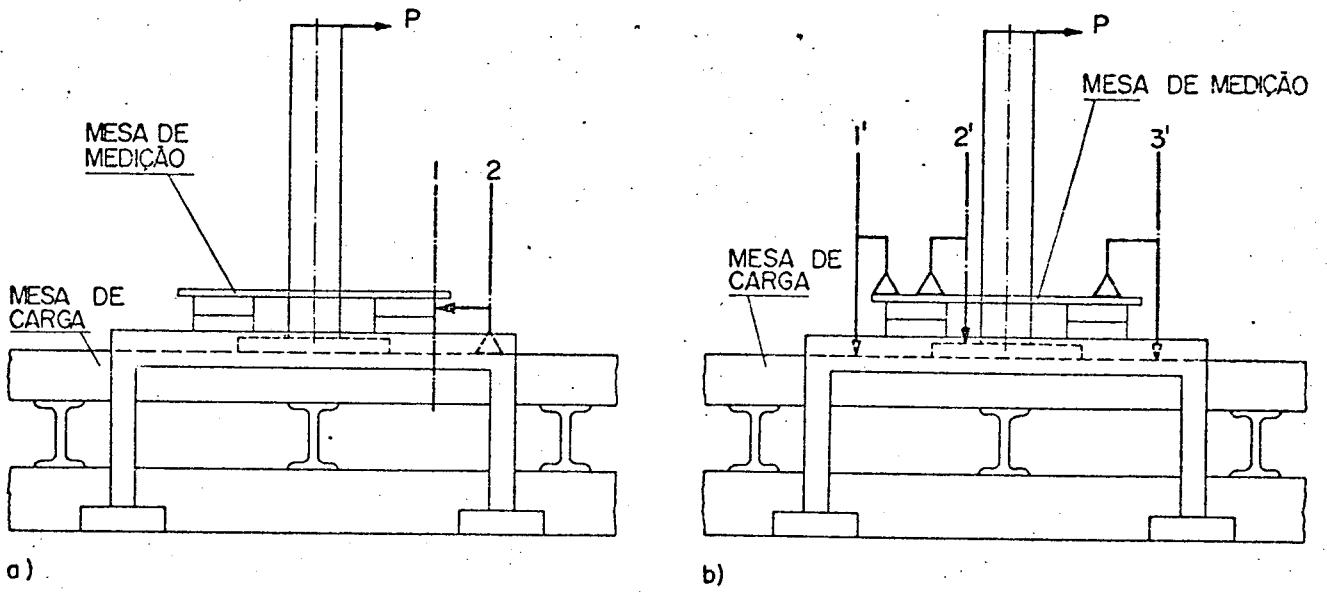


FIGURA 6.9 - Esquema de determinação dos deslocamentos horizontais e verticais da mesa de carga.

entre as duas mesas, ou seja, os planos 1 e 2 se afastavam. O valor do afastamento aumentava proporcionalmente ao valor da carga aplicada, segundo uma relação linear. Uma possível causa deste deslocamento, seria o simples movimento horizontal da mesa de carga, na direção da força aplicada.

A seguir, procedeu-se a verificação dos possíveis deslocamentos da mesa na direção vertical. Para isto, foram colocados três transdutores nas posições verticais, como mostra a figura 6.9(b). A nova medição mostrou nitidamente que ocorria durante o carregamento, um giro relativo entre a superfície da mesa de medição e a superfície da mesa de carga. A mesa de medição é fixada sobre sapatas de concreto e recebe apenas a carga devida à força de medição dos transdutores, num total de 444 gf, valor muito pequeno para provocar alguma deformação ou deslocamento. A possibilidade de deslocamento recai sobre a mesa de carga. Medindo-se os deslocamentos sobre os planos 1', 2' e 3' constatou-se que ocorria um giro do plano da mesa de carga, em torno de um eixo horizontal, perpendicular à direção de carregamento. O giro é rígido, isto é, não acontece flexão da mesa de carga, pois os três valores medidos permanecem aproximadamente sobre uma linha reta para todos os valores de carga.

A medição destes deslocamentos foi também repetida 5 vezes. Como os valores dos deslocamentos eram bastante reduzidos, optou-se por fazer as correções dos valores das deformações do modelo com base na determinação dos deslocamentos segundo a horizontal. Admitiu-se a configuração de deslocamentos, mostrada na figura 6.9(c). Como o ângulo  $\alpha$  é muito pequeno, os valores  $\Delta_1$  e  $\Delta_2$  podem ser considerados iguais, para uma mesma altura H. Por semelhança de triângulos, pode-se escrever:

$$\frac{\Delta_2}{H} = \frac{\Delta_1}{H} = \frac{\Delta}{H'} , \quad \text{logo} \quad \Delta = \frac{\Delta_2}{H} H'$$

Todos os valores de correção para a flexão foram calculados desta forma. Deve-se portanto, para uma altura H' do modelo subtrair o valor  $\Delta$  do valor indicado na leitura da deformação. Para cada carregamento, durante os testes, os valores  $\Delta_1$  foram medidos, permanecendo dois transdutores auxiliares na montagem. Procurou-se conservar as distâncias relativas, para que não houvesse alte

ração em relação ao eixo de giro.

Devido aos problemas ocorridos no teste de flexão, alguns testes preliminares foram também realizados para a torção. Verificou-se novamente, na torção, a ocorrência de deslocamentos relativos entre as duas mesas, mas a sua ordem de grandeza era negligenciável face aos valores obtidos para as deformações, de modo que não foram aplicadas correções às leituras realizadas.

## CAPÍTULO VII

### 7.1 - Apresentação dos resultados

Durante os ensaios foram colhidos dados para cada modelo, em cada um dos planos pré-estabelecidos (item 6.5.1) conforme as posições fixadas (item 6.3.4).

Para todos os conjuntos de dados, foram calculadas as médias e os respectivos desvios. Os valores finais obtidos para as deformações, conforme os critérios adotados no capítulo VI, são apresentados em forma de tabelas. A partir destes valores foi traçada uma série de gráficos mostrando as seções transversais dos modelos antes e depois do carregamento. Os correspondentes valores teóricos expostos no capítulo V foram adicionados aos referidos gráficos permitindo uma visualização mais concreta dos comportamentos teórico e experimental.

As seções deformadas representadas situam-se na máxima altura medida (582,37 mm) e são as configurações obtidas para os mínimos e máximos níveis de carga aplicados.

Os valores de escala aplicados para as deformações são discriminados em cada um dos esquemas. Normalmente a escolha da escala se faz de modo que apareça a forma de deformação da seção. Deve-se lembrar, porém, que os valores reais são da ordem de microns, e portanto insignificantes em relação às dimensões dos modelos.

### 7.2 - Discussão dos resultados

Dividiu-se a análise dos resultados em dois grupos, segundo os tipos de testes realizados: grupo dos testes de flexão e grupo dos testes de torção.

#### 7.2.1 - Grupo de testes de flexão

Considerações gerais podem ser estabelecidas em relação aos resultados obtidos para os testes de flexão (Tabelas 7.1 a 7.8):



- Observou-se que para todos os modelos sem guias, as maiores deformações ocorreram na posição denominada  $C_3$ , que representa o ponto médio da largura da parede carregada, como era de se esperar.
- para os modelos com guias, a mesma observação é válida em relação à posição  $C_1$  que, também neste caso, representa o ponto médio da largura da parede carregada (entre as guias).
- para as alturas menores, as deformações tendem a uma equalização, ou seja, as deformações dos pontos sobre um determinado plano  $z$  se tornam próximas, conforme o plano se aproxime do engaste, significando que para estes planos a coluna passa a se comportar como uma viga simples, isto é, a seção transversal quase não se deforma, deslocando-se como um todo. Este efeito de rigidez é conhecido e foi confirmado nos testes, à exceção da posição  $C_1$  nos modelos com guias.
- a simetria das deformações em relação ao eixo  $x$  foi muito boa, de modo que isto confirma que os modelos não sofreram carregamentos indesejáveis de torção. Embora os correspondentes valores não sejam exatamente iguais, são muito próximos, e adotou-se na montagem das tabelas a média das deformações entre os pontos simétricos, a saber:  $A_1$  e  $B_1$  sobre a parede 1, e  $A_3$  e  $B_3$  sobre a parede 3.
- a linearidade das relações carga/deformação para os níveis de carga utilizados é satisfatória, podendo-se portanto estabelecer valores comparativos de rigidez.
- as diferenças entre as deformações dos modelos para os dois tipos usados de ligações soldadas parecem não ser muito características, o que prejudica julgamentos conclusivos a respeito da inter-relação dos correspondentes comportamentos.

A seguir são apresentadas observações e resultados para cada modelo, especificamente. Foram estabelecidas as equações representativas das relações deformação x carga para cada ponto medido, levando-se em consideração o ajustamento dos dados através de regressão linear. Como cada ponto foi submetido a seis níveis de carga, utilizaram-se seis pares de valores para cada equação. Paralelamente se apresentam as relações médias carga/deformação para cada ponto medido.

Posição	ALTURAS					ALTURAS						
	582,37	541,47	501,35	461,80	422,17	383,07	582,37	541,47	501,35	461,80	422,17	383,07
	Carga = 10 kgf					Carga = 40 kgf						
C <sub>1</sub>	26,41	24,24	-	20,03	-	16,53	102,30	96,50	-	79,92	-	63,13
A <sub>1</sub> = B <sub>1</sub>	25,52	23,19	20,58	19,53	17,47	-	97,46	89,71	80,02	73,75	67,31	-
A <sub>3</sub> = B <sub>3</sub>	29,77	26,58	24,07	19,42	17,94	-	114,80	99,78	89,62	77,05	70,75	-
C <sub>3</sub>	32,46	27,24	23,60	19,48	17,76	-	126,15	103,35	88,96	79,32	71,75	-
	Carga = 20 kgf					Carga = 50 kgf						
C <sub>1</sub>	53,05	50,20	-	41,18	-	32,99	134,93	127,05	-	105,94	-	84,22
A <sub>1</sub> = B <sub>1</sub>	52,45	48,08	43,71	38,83	36,05	-	132,65	120,90	107,83	98,28	91,16	-
A <sub>3</sub> = B <sub>3</sub>	59,58	52,30	47,03	39,56	36,48	-	150,58	129,80	116,49	102,57	94,49	-
C <sub>3</sub>	66,50	54,20	46,59	41,32	36,88	-	163,63	135,60	117,11	105,39	96,19	-
	Carga = 30 kgf					Carga = 60 kgf						
C <sub>1</sub>	74,56	70,14	-	57,97	46,02	46,02	166,77	156,56	-	130,99	-	103,88
A <sub>1</sub> = B <sub>1</sub>	74,83	68,26	61,17	56,93	51,51	-	155,85	142,93	129,16	118,18	108,05	-
A <sub>3</sub> = B <sub>3</sub>	83,89	73,59	65,91	55,25	51,16	-	183,17	158,31	141,97	124,39	116,11	-
C <sub>3</sub>	93,41	76,24	65,57	57,22	51,98	-	199,77	155,17	143,95	129,39	119,06	-

(-) Não observado

TABELA 7.1 - Modelo QOC - Carga de flexão. Valores das deformações determinadas experimentalmente..

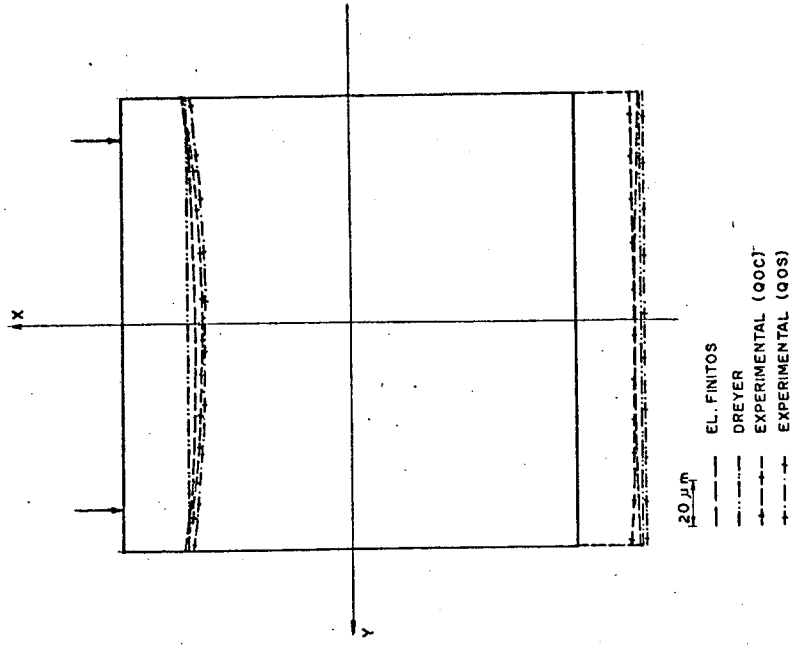


Figura 7-2

SEÇÃO DEFORMADA MODELO SEÇÃO QUADRADA SEM GUIAS CARGA 10 kgf - FLEXÃO

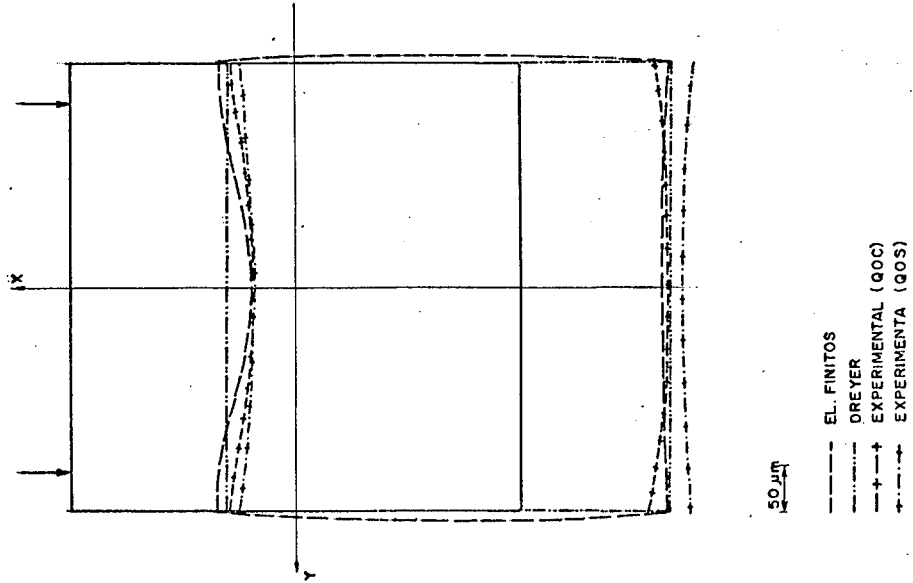


Figura 7-1

SEÇÃO DEFORMADA MODELO SEÇÃO QUADRADA SEM GUIAS CARGA -60 kgf - FLEXÃO

MODELO QOC

Valores das deformações: Tabela 7.1

Esquemas de deformação: Figuras 7.1 e 7.2.

QUADRO 7.1(a) - Equações deformação x carga					
ALTURAS	582,37	541,47	501,35	461,80	• 422,17
POSIÇÕES					
$C_1$	$-4,515 + 2,786 P$	$-4,403 + 2,624 P$	-	$4,431 + 2,203 P$	-
$r^2$	0,995	0,995	-	0,995	-
$A_1 = B_1$	$-1,695 + 2,614 P$	$-1,683 + 2,396 P$	$-1,666 + 2,155 P$	$-1,259 + 1,967 P$	$-1,478 + 1,812 P$
$r^2$	0,996	0,996	0,996	0,997	0,996
$A_3 = B_3$	$-3,459 + 3,060 P$	$-1,674 + 2,621 P$	$-1,311 + 2,347 P$	$-3,861 + 2,102 P$	$-3,959 + 1,956 P$
$r^2$	0,997	0,997	0,997	0,995	0,994
$C_3$	$-2,415 + 3,316 P$	$0,871 + 2,603 P$	$-2,707 + 2,391 P$	$-4,366 + 2,182 P$	$-4,817 + 2,012 P$
$r^2$	0,997	0,997	0,995	0,995	0,994

QUADRO 7.1(b) - Relações médias carga/deformação.					
ALTURAS	582,37	541,47	501,35	461,80	422,17
POSIÇÕES					
$C_1$	0,380	0,407	-	0,489	-
$A_1 = B_1$	0,391	0,428	0,477	0,519	0,568
$A_3 = B_3$	0,340	0,389	0,432	0,509	0,551
$C_3$	0,309	0,379	0,434	0,494	0,544

Observações: Os valores dos coeficientes de determinação são todos acima de 0,99, o que indica que a linearidade é muito boa.

A mínima rigidez ocorre para a posição  $C_3$ , na máxima altura, o que pode ser deduzido diretamente do quadro 7.1(b).

Posição	ALTURAS				ALTURAS							
	582,37	541,47	501,35	461,80	422,17	582,37	541,47	501,35	461,80	422,17		
	Carga = 10 kgf				Carga = 40 kgf							
C <sub>1</sub>	29,46	26,34	24,15	22,63	20,41	114,10	105,50	98,94	86,82	79,30		
A <sub>1</sub> = B <sub>1</sub>	29,31	26,34	24,05	23,33	21,07	119,40	108,80	100,07	89,72	82,75		
A <sub>3</sub> = B <sub>3</sub>	31,06	27,94	24,85	21,48	19,31	121,50	109,10	98,19	87,72	79,05		
C <sub>3</sub>	32,51	27,34	24,75	20,13	18,11	127,30	107,10	96,74	81,72	74,50		
	Carga = 20 kgf				Carga = 50 kgf							
C <sub>1</sub>	59,05	54,00	50,48	44,53	41,38	145,23	134,30	126,49	111,19	101,39		
A <sub>1</sub> = B <sub>1</sub>	60,45	55,00	50,48	45,73	42,23	151,83	138,70	127,79	114,69	105,29		
A <sub>3</sub> = B <sub>3</sub>	62,20	56,00	49,88	44,23	39,58	154,13	138,50	124,84	111,89	101,29		
C <sub>3</sub>	66,45	55,60	50,08	42,13	37,98	158,03	134,70	122,49	104,29	95,09		
	Carga = 30 kgf				Carga = 60 kgf							
C <sub>1</sub>	83,56	76,44	72,01	63,32	58,63	176,47	162,96	153,52	134,79	122,56		
A <sub>1</sub> = B <sub>1</sub>	86,41	78,19	71,07	65,27	60,28	183,27	167,66	154,22	138,14	126,96		
A <sub>3</sub> = B <sub>3</sub>	88,16	79,64	70,91	62,67	56,23	186,40	167,31	151,07	135,79	123,36		
C <sub>3</sub>	94,56	79,24	71,41	59,62	54,13	194,47	164,86	149,32	127,79	116,46		

TABELA 7.2 - Modelo QOS - Carga de flexão. Valores das deformações determinados experimentalmente.

## MODELO QOS

Valores das deformações: Tabela 7.2

Esquemas de deformação: Figuras 7.1 e 7.2

QUADRO 7.2(a) - Equações deformação x carga					
ALTURAS POSIÇÕES	582,37	541,47	501,35	461,80	422,17
$C_1$	-1,101 + 2,926 P	-2,049 + 2,723 P	-2,583 + 2,577 P	-1,215 + 2,241 P	-0,533 + 2,033 P
$r^2$	0,999	0,999	0,999	0,998	0,999
$A_1 = B_1$	-2,581 + 3,077 P	-3,049 + 2,824 P	-3,231 + 2,605 P	-1,058 + 2,301 P	-1,013 + 2,117 P
$r^2$	0,999	0,999	0,998	0,999	0,999
$A_3 = B_3$	-1,415 + 3,052 P	-1,366 + 2,791 P	-1,703 + 2,524 P	-2,528 + 2,290 P	-3,017 + 2,081 P
$r^2$	0,999	0,999	0,999	0,998	0,998
$C_3$	0,492 + 3,192 P	-0,469 + 2,722 P	-0,743 + 2,473 P	-2,075 + 2,134 P	-2,300 + 1,953 P
$r^2$	0,999	0,999	0,999	0,998	0,998
QUADRO 7.2(b) - Relações médias carga/deformação					
ALTURAS POSIÇÕES	582,37	541,47	501,35	461,80	422,17
$C_1$	0,345	0,377	0,403	0,453	0,495
$A_1 = B_1$	0,335	0,369	0,402	0,440	0,479
$A_3 = B_3$	0,327	0,363	0,408	0,457	0,507
$C_3$	0,311	0,369	0,408	0,486	0,535

Observações: Linearidade muito boa  $r^2 > 0,99$

Da mesma forma que no modelo anterior, o ponto de mínima rigidez é o ponto  $C_3$ .

Posição	ALTURAS				ALTURAS					
	582,37	541,47	501,35	461,80	422,17	582,37	541,47	501,35	461,80	422,17
	Carga = 10 kgf				Carga = 40 kgf					
C <sub>1</sub>	3,93	3,96	4,11	3,88	4,25	17,22	17,74	18,65	17,67	18,33
A <sub>1</sub> = B <sub>1</sub>	3,88	3,84	4,03	4,20	4,05	17,61	17,30	17,69	18,07	17,70
A <sub>3</sub> = B <sub>3</sub>	5,69	5,25	4,94	4,49	4,42	24,36	21,34	20,12	18,96	18,63
C <sub>3</sub>	10,02	6,26	4,95	4,74	4,84	38,57	25,63	20,30	19,91	19,97
	Carga = 20 kgf				Carga = 50 kgf					
C <sub>1</sub>	8,41	8,60	9,01	8,53	8,89	21,98	22,65	23,78	22,44	23,26
A <sub>1</sub> = B <sub>1</sub>	8,32	8,25	8,49	8,72	8,45	22,85	22,36	22,79	23,16	23,20
A <sub>3</sub> = B <sub>3</sub>	11,92	10,34	9,77	9,09	9,20	30,55	27,09	24,99	23,84	23,19
C <sub>3</sub>	19,74	12,79	10,16	9,89	9,96	48,12	32,26	25,57	25,12	25,12
	Carga = 30 kgf				Carga = 60 kgf					
C <sub>1</sub>	12,90	13,27	13,95	13,18	13,71	28,10	28,59	29,78	28,01	28,84
A <sub>1</sub> = B <sub>1</sub>	12,90	12,71	12,87	13,68	13,09	28,89	28,19	28,53	28,79	28,36
A <sub>3</sub> = B <sub>3</sub>	18,06	15,75	14,89	13,95	13,94	37,08	32,40	30,39	29,20	28,32
C <sub>3</sub>	29,36	19,30	15,33	15,00	15,06	58,32	39,97	31,94	31,43	31,16

TABELA 7.3 - Modelo ROC - Carga de flexão. Valores das deformações determinadas experimentalmente.

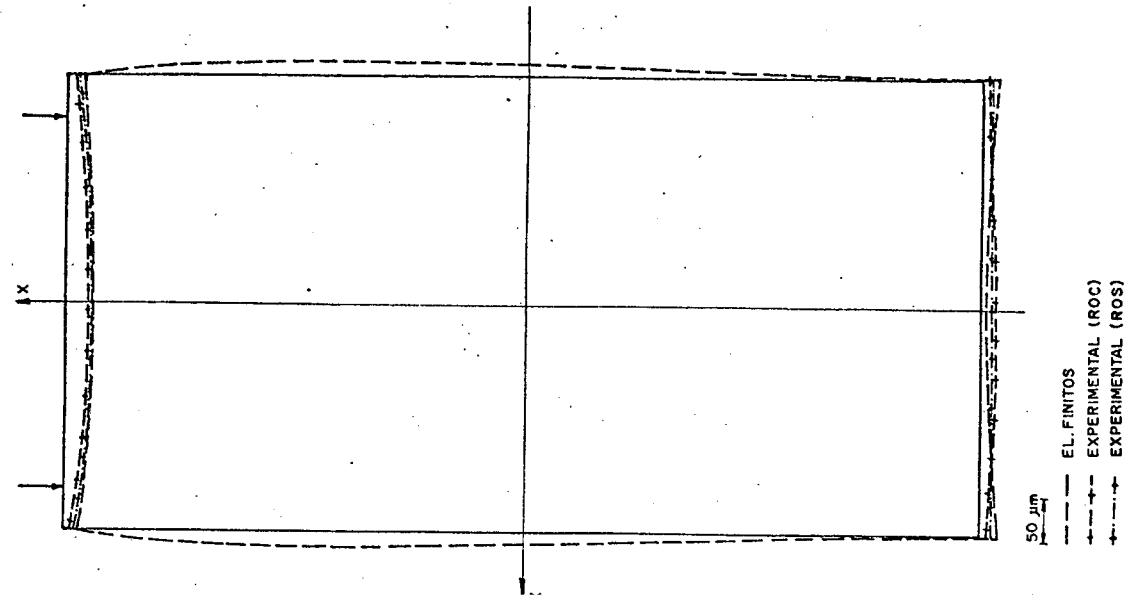


Figura 7-4  
SEÇÃO DEFORMADA - MODELO SEÇÃO RETANGULAR SEM GUIAS CARGA - 10 kgf - FLEXÃO

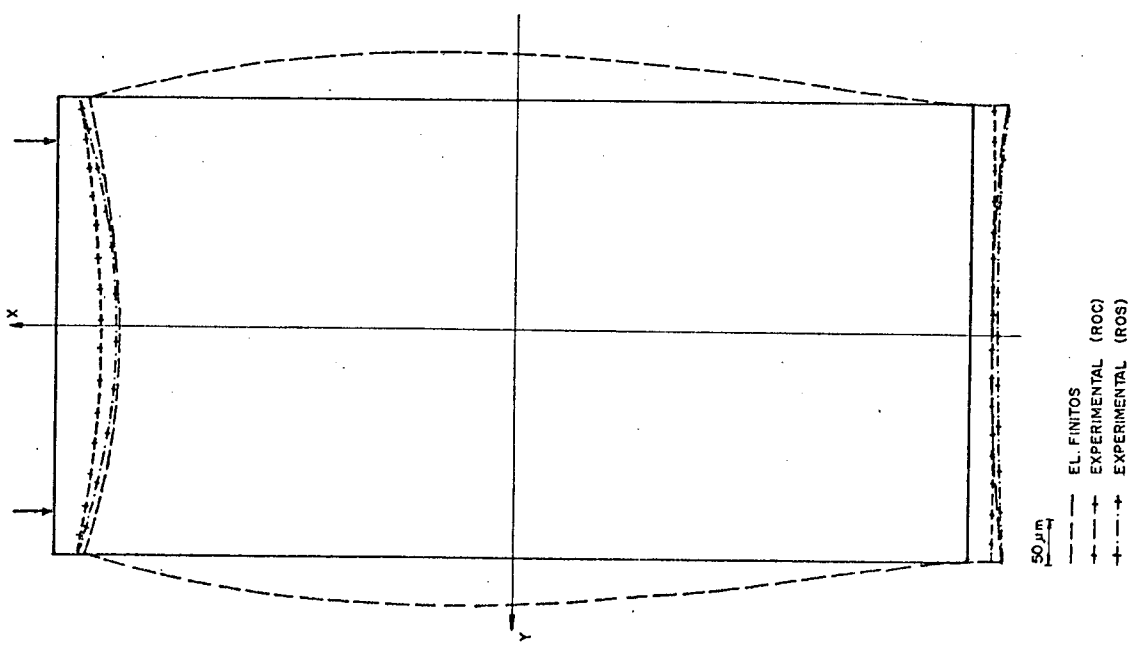


Figura 7-3  
SEÇÃO DEFORMADA - MODELO SEÇÃO RETANGULAR SEM GUIAS CARGA - 60 kgf - FLEXÃO



## MODELO ROC

Valores das deformações: Tabela 7.3

Esquemas de deformação: Figuras 7.3 e 7.4

QUADRO 7.3(a) - Equações deformação x carga					
ALTURAS POSIÇÕES	582,37	541,47	501,35	461,80	422,17
$C_1$	$-1,165 + 0,474 P$	$-1,162 + 0,485 P$	$-1,189 + 0,507 P$	$-1,069 + 0,477 P$	$0,855 + 0,488 P$
$r^2$	0,996	0,998	0,998	0,999	0,999
$A_1 = B_1$	$-1,593 + 0,495 P$	$-1,425 + 0,482 P$	$-1,289 + 0,486 P$	$-0,963 + 0,488 P$	$-1,233 + 0,487 P$
$r^2$	0,997	0,997	0,997	0,999	0,998
$A_3 = B_3$	$-0,637 + 0,626 P$	$-0,464 + 0,547 P$	$-0,297 + 0,509 P$	$-0,693 + 0,494 P$	$-0,333 + 0,475 P$
$r^2$	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000
$C_3$	$0,437 + 0,960 P$	$-0,627 + 0,667 P$	$-0,573 + 0,532 P$	$-0,723 + 0,526 P$	$-0,514 + 0,520 P$
$r^2$	1,000	0,999	0,998	0,998	0,999

QUADRO 7.3(b) - Relações médias carga/deformação					
ALTURAS POSIÇÕES	582,37	541,47	501,35	461,80	422,17
$C_1$	2,330	2,279	2,178	2,305	2,201
$A_1 = B_1$	2,307	2,344	2,288	2,221	2,276
$A_3 = B_3$	1,666	1,886	2,008	2,140	2,064
$C_3$	1,023	1,555	1,958	2,007	1,998

Observações: Linearidade muito boa  $r^2 > 0,99$

O ponto de mínima rigidez é o ponto  $C_3$ .

O comportamento das relações carga/deformação não se mostrou muito satisfatório. Pode-se observar através do quadro 7.3(b) que em algumas posições (por exemplo  $C_1$ ) a redução da altura de medição não implicou em um aumento da relação carga/deformação.

Cabe citar que o modelo ROC apresentou um defeito construtivo. Os ângulos entre as paredes não ficaram exatamente retos e por isso foi aquecido e desentortado depois de pronto. Dos modelos construídos, foi o único a receber este tipo de tratamento antes de ser testado.

Posição	ALTURAS				ALTURAS					
	582,37	541,47	501,35	461,80	422,17	582,37	541,47	501,35	461,80	422,17
	Carga = 10 kgf									
C <sub>1</sub>	4,77	4,41	5,19	4,98	5,21	18,30	20,17	22,12	22,08	21,94
A <sub>1</sub> = B <sub>1</sub>	5,00	4,66	4,95	5,01	5,05	21,39	20,25	21,38	21,22	21,45
A <sub>3</sub> = B <sub>3</sub>	6,61	5,55	5,09	4,68	4,93	28,18	23,77	21,71	20,36	20,05
C <sub>3</sub>	10,94	7,83	6,45	5,01	4,98	46,70	32,46	26,56	20,86	20,60
	Carga = 20 kgf									
C <sub>1</sub>	9,35	9,51	10,83	10,61	10,78	22,49	25,28	27,57	27,35	27,21
A <sub>1</sub> = B <sub>1</sub>	10,58	9,95	10,55	10,52	10,44	26,53	25,65	26,87	26,47	26,79
A <sub>3</sub> = B <sub>3</sub>	13,64	11,41	10,43	10,38	9,60	35,52	30,06	27,42	25,20	25,46
C <sub>3</sub>	22,59	15,71	12,83	10,02	9,91	57,27	39,57	32,52	25,53	25,27
	Carga = 30 kgf									
C <sub>1</sub>	14,01	14,80	16,51	16,36	16,38	26,70	29,96	32,57	32,33	32,07
A <sub>1</sub> = B <sub>1</sub>	15,95	15,16	15,98	15,85	15,97	30,93	30,01	31,41	30,99	31,52
A <sub>3</sub> = B <sub>3</sub>	21,04	17,73	16,20	15,15	14,89	38,56	32,49	29,66	28,54	27,87
C <sub>3</sub>	34,77	24,18	19,73	15,44	15,27	65,28	44,78	36,61	28,67	28,45
	Carga = 60 kgf									

TABELA 7.4 - Modelo ROS - Carga de flexão. Valores das deformações determinados experimentalmente.

MODELO ROS

Valores das deformações: Tabela 7.4

Esquemas de deformação: Figuras 7.3 e 7.4

QUADRO 7.4(a) - Equações deformação x carga					
ALTURAS POSIÇÕES	582,37	541,47	501,35	461,80	422,17
$C_1$	$0,601 + 0,438 P$	$-0,688 + 0,516 P$	$-0,141 + 0,551 P$	$-0,317 + 0,551 P$	$0,017 + 0,540 P$
$r^2$	0,999	1,000	1,000	0,999	0,999
$A_1 = B_1$	$0,103 + 0,523 P$	$-0,281 + 0,511 P$	$-0,143 + 0,533 P$	$0,031 + 0,523 P$	$-0,151 + 0,534 P$
$r^2$	0,999	0,999	0,999	0,999	0,999
$A_3 = B_3$	$0,672 + 0,664 P$	$0,499 + 0,562 P$	$0,485 + 0,512 P$	$0,488 + 0,483 P$	$0,389 + 0,478 P$
$r^2$	0,989	0,989	0,989	0,995	0,992
$C_3$	$0,825 + 1,108 P$	$0,961 + 0,756 P$	$0,780 + 0,619 P$	$0,563 + 0,486 P$	$0,537 + 0,482 P$
$r^2$	0,996	0,995	0,994	0,994	0,994

QUADRO 7.4(b) - Relações médias carga/deformação					
ALTURAS POSIÇÕES	582,37	541,47	501,35	461,80	422,17
$C_1$	2,172	2,060	1,842	2,735	2,735
$A_1 = B_1$	1,911	2,010	1,906	1,917	1,902
$A_3 = B_3$	1,465	1,740	1,904	2,016	2,040
$C_3$	0,885	1,271	1,552	1,984	2,003

Observações: Para duas posições (quadro 7.4(a)), o valor  $r^2$  está abaixo de 0,99, mas a linearidade pode ainda ser considerada muito boa.

Da mesma forma que para o modelo ROC, aconteceu alguma flutuação no comportamento da relação carga/deformação, mas a mínima rigidez ocorre na posição  $C_3$ .

Posição	ALTURAS				ALTURAS							
	582,37	541,47	501,35	461,80	422,17	582,37	541,47	501,35	461,80	422,17		
	Carga = 10 kgf				Carga = 40 kgf							
C <sub>1</sub>	21,02	17,98	16,00	12,60	11,05	90,46	78,65	69,43	56,44	49,01		
A <sub>1</sub> = B <sub>1</sub>	14,66	11,63	9,31	8,75	7,65	71,04	58,08	47,68	41,79	36,99		
A <sub>3</sub> = B <sub>3</sub>	11,19	10,53	10,34	7,94	7,15	50,26	47,03	45,23	39,84	36,54		
C <sub>3</sub>	9,26	8,83	8,26	7,40	6,55	43,76	41,30	39,73	39,09	36,16		
	Carga = 20 kgf				Carga = 50 kgf							
C <sub>1</sub>	44,95	38,95	34,21	27,91	23,97	113,60	98,10	87,29	71,02	61,83		
A <sub>1</sub> = B <sub>1</sub>	33,83	27,50	22,31	19,91	17,57	89,30	73,35	60,39	52,42	46,11		
A <sub>3</sub> = B <sub>3</sub>	24,58	23,08	22,29	19,16	17,65	61,68	57,95	55,97	49,82	45,63		
C <sub>3</sub>	21,15	20,10	19,56	18,51	17,17	54,15	51,60	49,29	49,52	45,63		
	Carga = 30 kgf				Carga = 60 kgf							
C <sub>1</sub>	66,27	57,47	51,04	41,42	35,76	135,43	117,25	104,01	84,61	73,41		
A <sub>1</sub> = B <sub>1</sub>	50,49	41,12	33,42	29,87	26,11	106,73	87,45	72,21	62,41	54,71		
A <sub>3</sub> = B <sub>3</sub>	36,17	33,97	32,87	28,40	26,24	72,33	68,60	65,81	59,31	54,16		
C <sub>3</sub>	31,17	29,62	28,84	27,62	25,86	64,43	61,45	58,31	59,71	55,21		

TABELA 7.5 - Modelo Q1C - Carga de flexão. Valores das deformações determinadas experimentalmente.

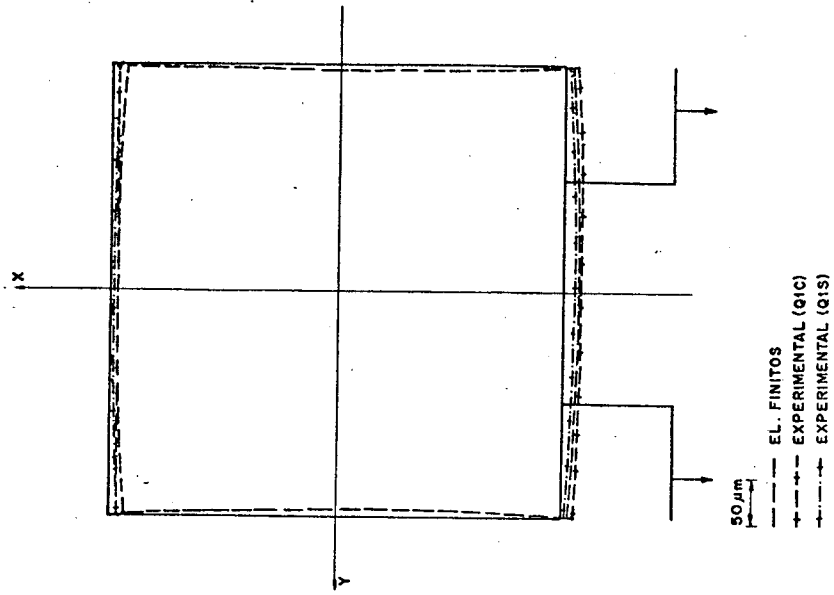


Figura 7.6

SEÇÃO DEFORMADA - MODELO SEÇÃO QUADRADA  
COM GUIAS CARGA = 10 kgf FLEXÃO

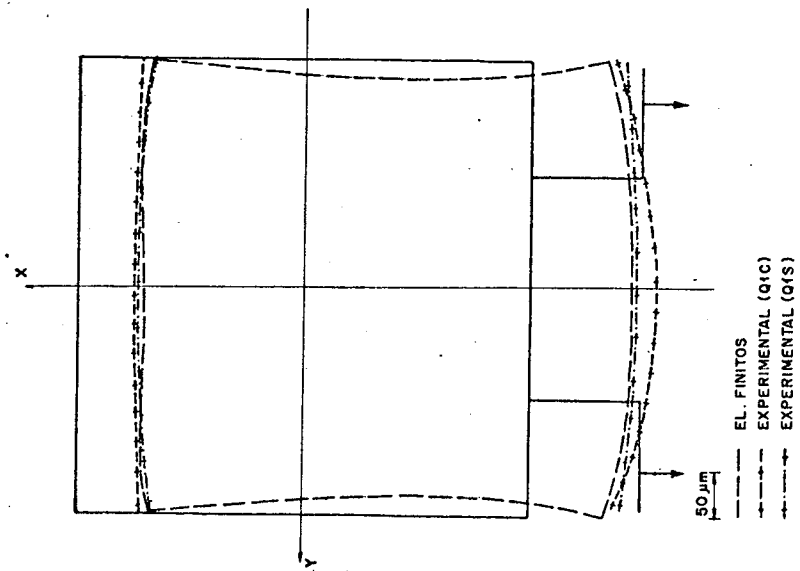


Figura 7.5

SEÇÃO DEFORMADA - MODELO SEÇÃO QUADRADA  
COM GUIAS CARGA = 60 kgf FLEXÃO

MODELO Q1C

Valores das deformações: Tabela 7.5

Esquemas de deformação: Figuras 7.5 e 7.6.

QUADRO 7.5(a) - Equações deformação x carga					
ALTURAS POSIÇÕES	582,37	541,47	501,35	461,80	422,17
$C_1$	$-1,597 + 2,292 P$	$-1,431 + 1,986 P$	$-1,438 + 1,765 P$	$-1,440 + 1,441 P$	$-1,358 + 1,253 P$
$r^2$	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000
$A_1 = B_1$	$-3,747 + 1,850 P$	$-3,506 + 1,525 P$	$-3,413 + 1,266 P$	$-1,917 + 1,079 P$	$-1,657 + 0,948 P$
$r^2$	0,999	0,999	0,999	0,999	0,999
$A_3 = B_3$	$-0,407 + 1,232 P$	$-0,609 + 1,166 P$	$-0,323 + 1,116 P$	$-1,949 + 1,029 P$	$-1,701 + 0,941 P$
$r^2$	0,998	0,999	0,999	0,999	0,999
$C_3$	$-1,424 + 1,107 P$	$-1,445 + 1,055 P$	$-1,035 + 1,001 P$	$-2,963 + 1,046 P$	$-2,801 + 0,969 P$
$r^2$	0,999	0,999	0,999	0,999	1,000
QUADRO 7.5(b) - Relações médias carga/deformação.					
ALTURAS POSIÇÕES	582,37	541,47	501,35	461,80	422,17
$C_1$	0,450	0,520	0,587	0,726	0,837
$A_1 = B_1$	0,592	0,729	0,894	1,004	1,143
$A_3 = B_3$	0,829	0,881	0,911	1,063	1,162
$C_3$	0,959	1,009	1,054	1,093	1,190

Observações: Linearidade muito boa  $r^2 > 0,99$

A mínima rigidez ocorre na posição  $C_1$ .

Posição	ALTURAS				ALTURAS			
	582,37	541,47	501,35	461,80	422,17	461,80	501,35	422,17
	Carga = 10 kgf							
C <sub>1</sub>	13,60	11,63	10,07	7,73	6,94	63,75	48,47	38,65
A <sub>1</sub> = B <sub>1</sub>	11,05	8,81	7,07	6,83	5,87	57,35	39,07	34,15
A <sub>3</sub> = B <sub>3</sub>	7,90	7,33	7,07	5,06	4,92	38,60	34,62	30,33
C <sub>3</sub>	5,71	6,18	6,42	4,33	4,04	33,23	34,10	28,75
	Carga = 20 kgf							
C <sub>1</sub>	28,30	23,86	21,09	16,36	14,53	82,42	63,12	50,35
A <sub>1</sub> = B <sub>1</sub>	24,55	19,61	15,94	13,96	12,36	74,52	51,62	44,30
A <sub>3</sub> = B <sub>3</sub>	15,60	15,31	14,39	11,79	11,53	49,90	44,65	40,00
C <sub>3</sub>	13,20	13,46	13,99	11,01	9,93	43,52	44,62	38,35
	Carga = 30 kgf							
C <sub>1</sub>	46,00	39,60	35,17	27,51	24,35	113,33	88,36	72,05
A <sub>1</sub> = B <sub>1</sub>	40,39	32,93	27,26	23,96	21,14	105,93	68,71	65,85
A <sub>3</sub> = B <sub>3</sub>	27,50	27,03	24,60	21,34	20,55	75,03	66,56	60,35
C <sub>3</sub>	23,50	23,99	24,17	20,24	18,35	67,83	66,86	58,85
	Carga = 60 kgf							
C <sub>1</sub>	113,33	99,11	88,36	72,05	64,26	105,93	89,31	65,85
A <sub>1</sub> = B <sub>1</sub>	105,93	89,31	68,71	65,85	58,51	75,03	66,56	60,35
A <sub>3</sub> = B <sub>3</sub>	75,03	70,76	66,56	60,35	57,11	67,83	66,86	58,85
C <sub>3</sub>	67,83	67,54	66,86	58,85	53,03			

TABELA 7.6 - Modelo Q1S - Carga de flexão. Valores das deformações determinadas experimentalmente.

MODELO Q1S

Valores das deformações: Tabela 7.6

Esquemas de deformação: Figuras 7.5 e 7.6

QUADRO 7.6(a) - Equações deformação x carga					
ALTURAS POSIÇÕES	582,37	541,47	501,35	541,80	422,17
$C_1$	$-9,976 + 1,939 P$	$-9,434 + 1,701 P$	$-8,704 + 1,517 P$	$-8,029 + 1,242 P$	$-7,165 + 1,106 P$
$r^2$	0,984	0,982	0,980	0,975	0,974
$A_1 = B_1$	$-11,829 + 1,832 P$	$-11,067 + 1,551 P$	$-7,760 + 1,220 P$	$-8,123 + 1,132 P$	$-7,401 + 1,008 P$
$r^2$	0,978	0,973	0,990	0,966	0,965
$A_3 = B_3$	$-9,210 + 1,285 P$	$-8,231 + 1,213 P$	$-7,843 + 1,138 P$	$-8,862 + 1,057 P$	$-8,021 + 0,996 P$
$r^2$	0,962	0,968	0,965	0,964	0,965
$C_3$	$-9,964 + 1,175 P$	$-9,338 + 1,167 P$	$-8,709 + 1,154 P$	$-9,391 + 1,038 P$	$-8,298 + 0,928 P$
$r^2$	0,955	0,959	0,964	0,960	0,956
QUADRO 7.6(b) - Relações médias carga/deformação					
ALTURAS POSIÇÕES	582,37	541,47	501,35	461,80	422,17
$C_1$	0,643	0,748	0,848	1,078	1,210
$A_1 = B_1$	0,733	0,900	1,106	1,227	1,394
$A_3 = B_3$	1,079	1,126	1,200	1,440	1,496
$C_3$	1,297	1,261	1,237	1,554	1,714

Observações: A linearidade não é muito boa. Os valores dos coeficientes de determinação são menores do que 0,99 na sua maioria. O valor mínimo ocorre na posição  $C_3$  para a maior altura (0,995).

A mínima rigidez ocorre na posição  $C_1$ .



Posição	ALTURAS				ALTURAS					
	582,37	541,47	501,35	461,80	422,17	582,37	541,47	501,35	461,80	422,17
	Carga = 10 kgf				Carga = 40 kgf					
C <sub>1</sub>	12,05	9,46	8,25	7,40	6,17	52,23	43,18	38,86	30,74	26,39
A <sub>1</sub> = B <sub>1</sub>	9,25	6,31	4,75	4,60	4,25	42,63	30,61	24,19	19,44	17,09
A <sub>3</sub> = B <sub>3</sub>	2,95	3,23	3,56	3,69	4,00	10,46	11,70	12,65	13,59	15,17
C <sub>3</sub>	1,86	2,39	3,10	3,32	3,99	5,66	7,75	11,74	12,38	15,37
	Carga = 20 kgf				Carga = 50 kgf					
C <sub>1</sub>	24,54	20,34	18,08	14,56	12,61	66,62	54,76	49,35	38,87	33,80
A <sub>1</sub> = B <sub>1</sub>	20,07	14,09	10,71	9,21	8,26	54,52	39,61	31,35	25,52	22,25
A <sub>3</sub> = B <sub>3</sub>	4,54	5,17	5,83	6,31	7,12	13,84	15,42	16,35	17,52	19,52
C <sub>3</sub>	2,57	3,51	5,49	5,89	7,35	7,60	10,14	14,69	15,94	19,69
	Carga = 30 kgf				Carga = 60 kgf					
C <sub>1</sub>	38,66	31,95	28,70	22,78	19,97	81,08	67,03	60,50	47,23	40,78
A <sub>1</sub> = B <sub>1</sub>	31,29	22,90	17,68	14,46	12,72	66,73	48,58	38,50	30,73	27,13
A <sub>3</sub> = B <sub>3</sub>	7,79	7,91	9,50	10,21	11,34	16,98	18,69	19,83	21,19	23,48
C <sub>3</sub>	3,50	5,98	8,97	9,44	11,63	10,22	13,11	17,96	19,83	24,32

TABELA 7.7 - Modelo R1C - Carga de flexão. Valores das deformações determinadas experimentalmente.

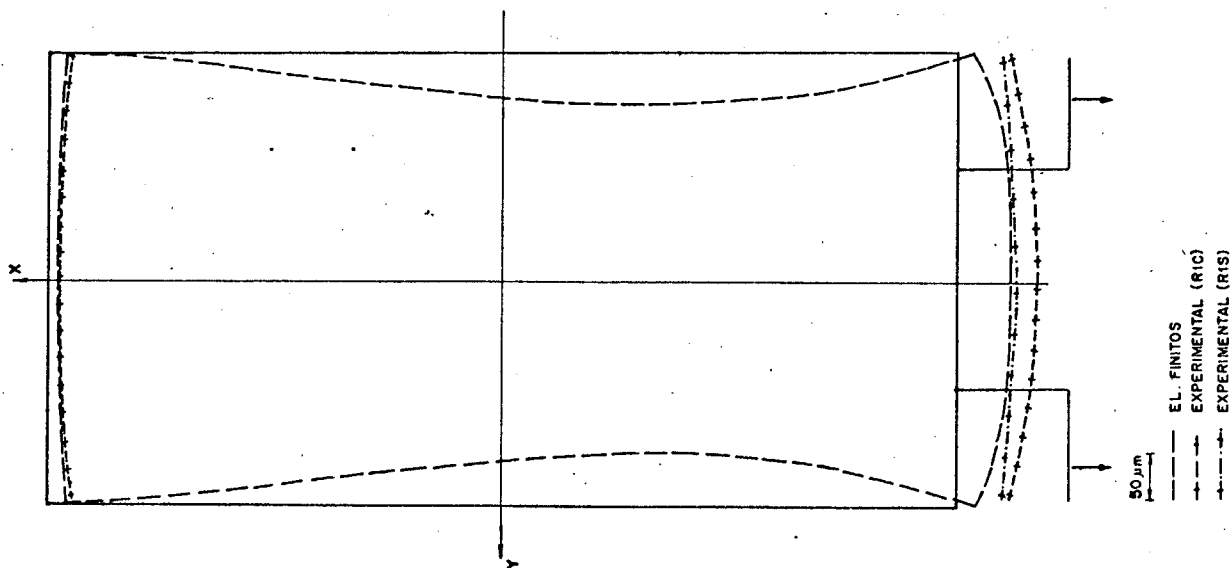


Figura 7.7

SEÇÃO DEFORMADA - MODELO SEÇÃO RETANGULAR  
COM GUIAS CARGA = 60 kgf FLEXÃO

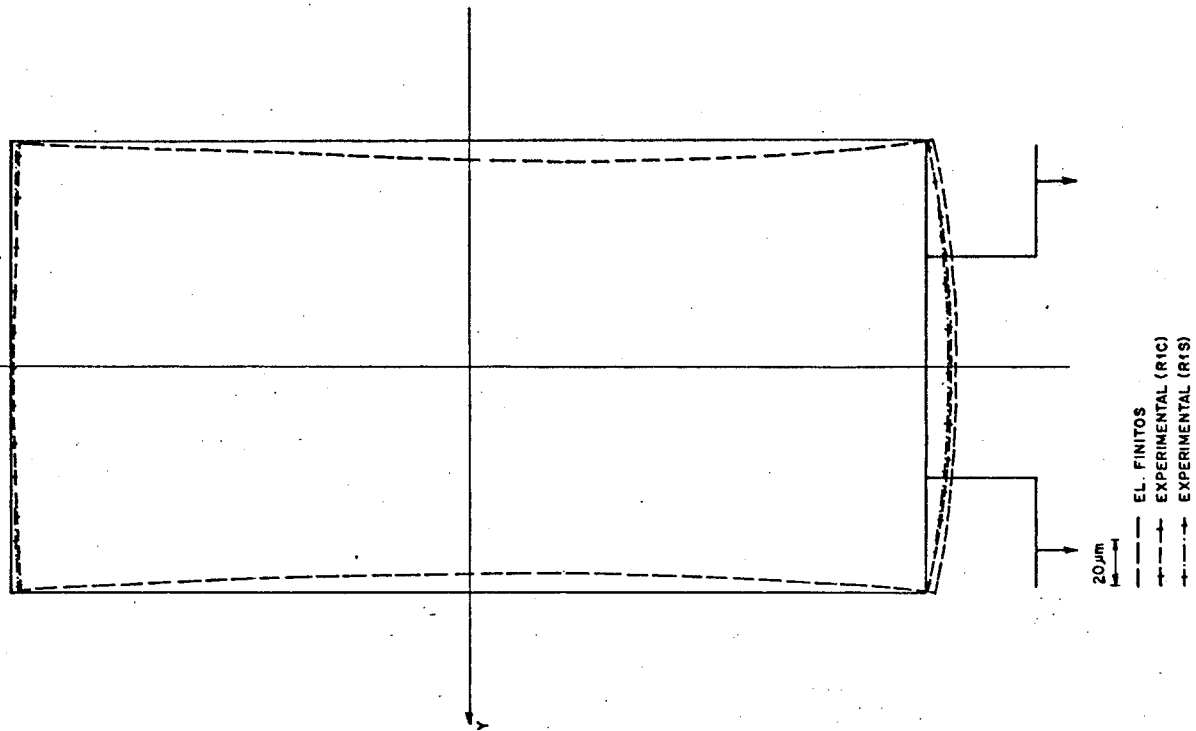


Figura 7.8

SEÇÃO DEFORMADA - MODELO SEÇÃO RETANGULAR  
COM GUIAS CARGA = 10 kgf FLEXÃO

MODELO RIC

Valores das deformações: Tabela 7.7

Esquemas de deformação: Figuras 7.7 e 7.8.

QUADRO 7.7(a) - Equações deformação x carga					
ALTURAS POSIÇÕES	582,37	541,47	501,35	461,80	422,17
$C_1$	-2,633 + 1,386 P	-2,447 + 1,150 P	-2,565 + 1,043 P	-1,074 + 0,800 P	-1,017 + 0,694 P
$r^2$	0,999	1,000	1,000	1,000	1,000
$A_1 = B_1$	-2,794 + 1,149 P	-2,545 + 0,845 P	-2,521 + 0,678 P	-1,129 + 0,527 P	-0,791 + 0,459 P
$r^2$	1,000	0,999	0,999	0,999	0,998
$A_3 = B_3$	-0,645 + 0,288 P	-0,831 + 0,320 P	-0,319 + 0,332 P	-0,366 + 0,356 P	-0,405 + 0,396 P
$r^2$	0,992	0,990	0,996	0,997	0,998
$C_3$	-0,670 + 0,169 P	-0,379 + 0,215 P	-0,142 + 0,299 P	-0,431 + 0,330 P	-0,516 + 0,407 P
$r^2$	0,956	0,986	0,998	0,997	0,998

QUADRO 7.7(b) - Relações médias carga/deformação.					
ALTURAS POSIÇÕES	582,37	541,47	501,35	461,80	422,17
$C_1$	0,780	0,952	1,066	1,317	1,529
$A_1 = B_1$	0,965	1,353	1,746	2,065	2,322
$A_3 = B_3$	3,769	3,438	3,107	2,908	2,618
$C_3$	6,874	4,928	3,394	3,163	2,569

Observações: A linearidade é muito boa, exceto nas duas maiores alturas da posição  $C_3$ .

A mínima rigidez ocorre na posição  $C_1$ . Para a posição  $C_3$  a redução de altura acarretou na redução de rigidez, contrariando o esperado. O mesmo pode ser observado para a posição  $A_3 = B_3$ .

Posição	ALTURAS					ALTURAS				
	582,37	541,47	501,35	461,80	422,17	582,37	541,47	501,35	461,80	422,17
	Carga = 10 kgf					Carga = 40 kgf				
C <sub>1</sub>	9,82	8,17	7,23	55,88	5,27	39,28	32,61	28,68	23,21	20,64
A <sub>1</sub> = B <sub>1</sub>	8,03	6,23	4,87	3,93	3,65	32,23	25,38	19,90	15,33	14,31
A <sub>3</sub> = B <sub>3</sub>	2,34	2,73	2,97	2,96	3,39	7,42	9,61	10,21	11,17	12,24
C <sub>3</sub>	1,80	2,19	2,54	2,90	3,30	4,89	9,65	7,91	9,74	11,73
	Carga = 20 kgf					Carga = 50 kgf				
C <sub>1</sub>	20,29	16,88	14,96	12,17	10,89	51,79	43,36	38,10	31,18	27,63
A <sub>1</sub> = B <sub>1</sub>	17,06	13,36	10,58	8,41	7,80	43,23	34,56	27,54	21,45	19,98
A <sub>3</sub> = B <sub>3</sub>	5,02	5,95	6,26	6,52	7,04	11,47	16,36	14,65	15,78	16,47
C <sub>3</sub>	3,95	4,68	6,59	6,12	6,94	8,08	10,16	11,88	13,89	16,36
	Carga = 30 kgf					Carga = 60 kgf				
C <sub>1</sub>	30,96	25,83	22,87	18,61	16,67	62,11	52,06	45,72	37,41	33,13
A <sub>1</sub> = B <sub>1</sub>	25,83	20,60	16,35	12,92	12,00	52,08	41,53	33,13	25,87	23,91
A <sub>3</sub> = B <sub>3</sub>	7,62	9,09	9,50	9,91	10,95	14,13	19,94	18,02	19,34	20,62
C <sub>3</sub>	5,94	7,00	7,90	9,18	10,43	9,81	16,26	14,34	16,71	19,75

TABELA 7.8 - Modelo RIS - Carga de flexão. Valores das deformações determinados experimentalmente.

MODELO R1S

Valores das deformações: Tabela 7.8

Esquemas de deformação: Figuras 7.7 e 7.8

QUADRO 7.8(a) - Equações deformação x carga					
ALTURAS POSIÇÕES	582,37	541,47	501,35	461,80	422,17
$C_1$	$-0,719 + 1,041 P$	$-0,749 + 0,873 P$	$-0,508 + 0,765 P$	$-0,518 + 0,627 P$	$-0,311 + 0,553 P$
$r^2$	0,998	0,998	0,998	0,997	0,997
$A_1 = B_1$	$-0,773 + 0,872 P$	$-0,878 + 0,700 P$	$-0,845 + 0,559 P$	$-0,471 + 0,432 P$	$-0,407 + 0,400 P$
$r^2$	0,997	0,996	0,994	0,992	0,993
$A_3 = B_3$	$0,190 + 0,223 P$	$-0,907 + 0,346 P$	$0,155 + 0,289 P$	$-0,147 + 0,317 P$	$0,212 + 0,331 P$
$r^2$	0,957	0,999	0,979	0,986	0,987
$C_3$	$0,606 + 0,147 P$	$-0,621 + 0,256 P$	$1,039 + 0,214 P$	$0,465 + 0,265 P$	$0,237 + 0,319 P$
QUADRO 7.8(b) - Relações médias carga/deformação					
ALTURAS POSIÇÕES	582,37	541,47	501,35	461,80	422,17
$C_1$	0,987	1,265	1,342	1,648	1,849
$A_1 = B_1$	1,188	1,504	1,903	2,417	2,602
$A_3 = B_3$	4,365	3,425	3,397	3,221	2,891
$C_3$	6,026	4,314	4,037	3,547	3,049

Observações: Para algumas alturas e posições, o coeficiente de determinação é menor do que 0,99. O mínimo valor ocorre na posição  $C_3$ , na maior altura (0,908).

A mínima rigidez ocorre na posição  $C_1$ . As mesmas observações relativas às posições  $C_3$  e  $A_3 = B_3$ , feitas para o modelo R1C também são válidas neste caso.

A equação deformação x carga permite a determinação das deformações que podem ser esperadas em outros níveis de carga, diferentes dos testados, desde que as deformações permaneçam dentro do limite elástico, e mantenham comportamento linear.

As relações médias carga/deformação dão uma noção direta do grau de rigidez associado a cada ponto, sem necessidade de cálculo, possibilitando a comparação quantitativa entre os diversos modelos.

Os valores  $r^2$  indicados nos quadros, representam os coeficientes de determinação para as retas ajustadas.

### 7.2.2 - Grupo dos testes de torção

Para os testes de torção, montaram-se as tabelas 7.9 a 7.16. Considerações gerais também podem ser feitas para os testes de torção:

- As deformações nos modelos de seção quadrada sem guias não se comportaram linearmente em relação às cargas, mas a compatibilidade dos deslocamentos em cada nível de carga indica que não foram introduzidos carregamentos indesejáveis. Isto pode ser confirmado pela comparação dos valores  $A_2$  e  $B_4$  e  $B_2$  e  $A_4$  (tabelas 7.9 e 7.10). Se os deslocamentos  $A_2$  e  $B_4$  são iguais ou muito próximos, o mesmo sendo válido para  $B_2$  e  $A_4$ , pode-se afirmar que o momento torçor resultante passa pelo centro geométrico da seção, ou seja, as paredes paralelas se comportam da mesma forma. Observou-se também que para as alturas menores, as seções se deformam antissimetricamente em relação a x, o que pode ser constatado através dos valores  $A_1$  e  $B_1$ . As paredes 2 e 4 comportaram-se antissimetricamente em todas as alturas.
- Nos modelos de seção retangular sem guias, não houve comportamento linear das deformações. Além disso, nas corridas iniciais de teste, constatou-se que a zeragem da carga (ciclo de descarga) não acarretava a zeragem da deformação. O aparecimento do resíduo de deformação foi constatado somente para os modelos em questão, indicando que algum problema ocorria em relação ao dispositivo de aplicação de carga. Um deslizamento

dos pontos de aplicação de carga pareceu ser a causa mais provável. Os contatos cônicos do dispositivo foram substituídos por contatos esféricos bilaterais, fixados firmemente através de grampos. A modificação mostrou-se eficiente, desaparecendo o resíduo; em compensação, alguma rigidez foi adicionada ao modelo, devido à nova forma de fixação do dispositivo. Pelos valores tabelados (tabelas 7.11 e 7.12) pode-se observar que o comportamento dos modelos foi bastante irregular, e os valores das deformações muito abaixo dos esperados.

- Para os modelos com guias, os testes se mostraram bastante satisfatórios, apresentando boa linearidade das relações carga x deformação e comportamento antissimétrico de deformação. Não houve ocorrência de carregamentos indesejáveis, o que pode ser constatado pela comparação das deformações nas paredes 2 e 4 (tabelas 7.13 a 7.16). Os pontos de maior deformação são os correspondentes às posições  $A_1$  e  $B_1$  sobre as guias, para as duas formas de seção. A qualidade dos resultados obtidos para a classe dos modelos em questão permite a comparação dos desempenhos entre os tipos de seção testados.

Para os modelos sem guias, não foram estabelecidas relações deformação x carga, já que o comportamento nos testes foi não linear, ao contrário do esperado.

Para os modelos com guias, porém, foram fixadas estas relações, como nos testes de flexão, permitindo o cálculo das deformações que podem ser esperadas para outros níveis de carga, desde que a linearidade seja conservada.

São apresentadas as tabelas de deformações para todos os modelos, juntamente com os respectivos esquemas das seções deformadas (figuras 7.9 a 7.16). As relações deformação x carga são mostradas para os modelos com guias, nos quadros 7.9 a 7.12.

Posição	ALTURAS				ALTURAS							
	582,37	541,47	501,35	461,80	422,17	582,37	541,47	501,35	461,80	422,17		
	Carga = 33,28 kgf				Carga = 133,12 kgf							
	Direção x				Direção x							
A <sub>1</sub> = -A <sub>3</sub>	53,10	43,50	35,00	28,40	23,05	143,60	116,60	95,30	79,40	66,55		
B <sub>1</sub> = -B <sub>3</sub>	-43,40	-39,40	-34,90	-29,65	-24,70	-116,30	-106,00	-95,30	-79,60	-67,40		
	Direção y				Direção y							
A <sub>2</sub>	-37,80	-30,00	-24,00	-20,00	-14,00	-86,00	-65,60	-52,90	-38,70	-27,70		
B <sub>2</sub>	42,30	36,90	33,60	25,40	19,50	107,20	93,40	86,00	68,80	57,40		
A <sub>4</sub>	46,80	34,60	29,60	26,60	21,80	136,40	105,20	84,70	73,60	60,80		
B <sub>4</sub>	-34,00	-31,20	-23,20	-19,25	-14,60	-83,90	-71,80	-50,00	-44,20	-33,80		
	Carga = 66,56 kgf				Carga = 166,41 kgf							
	Direção x				Direção x							
A <sub>1</sub> = -A <sub>3</sub>	94,60	77,40	63,10	52,00	42,75	158,90	128,10	105,65	87,90	74,05		
B <sub>1</sub> = -B <sub>3</sub>	-78,50	-71,00	-63,60	-53,15	-44,60	-126,30	-115,30	-103,85	-86,80	-73,70		
	Direção y				Direção y							
A <sub>2</sub>	-66,60	-52,40	-42,80	-33,60	-24,30	-87,25	-65,50	-52,25	-36,50	-25,25		
B <sub>2</sub>	75,80	65,40	59,90	47,20	39,00	114,75	100,75	93,00	74,63	62,75		
A <sub>4</sub>	86,30	66,20	55,00	47,80	39,40	146,40	114,00	92,00	79,60	66,20		
B <sub>4</sub>	-60,40	-52,80	-40,90	-33,80	-26,60	-83,50	-71,20	-47,60	-42,20	-31,30		
	Carga = 99,84 kgf											
	Direção x											
A <sub>1</sub> = -A <sub>3</sub>	124,00	100,85	82,55	68,50	56,80							
B <sub>1</sub> = -B <sub>3</sub>	-102,05	-92,80	-83,20	-69,40	-58,50							
	Direção y											
A <sub>2</sub>	-81,40	-62,80	-51,20	-39,20	-27,90							
B <sub>2</sub>	96,40	83,40	76,70	60,80	50,70							
A <sub>4</sub>	118,00	96,60	74,60	65,00	54,90							
B <sub>4</sub>	-79,50	-68,00	-49,20	-43,40	-34,00							

TABELA 7.9 - Modelo QOC - Carga de torção. Valores das deformações determinados experimentalmente.



Posição	ALTURAS				ALTURAS							
	582,37	541,47	501,35	461,80	422,17	582,37	541,47	501,35	461,80	422,17		
	Carga = 33,28 kgf				Carga = 133,12 kgf							
	Direção x				Direção x							
A <sub>1</sub> = -A <sub>3</sub>	52,00	41,60	35,20	28,50	24,30	121,60	97,80	82,65	69,65	59,85		
B <sub>1</sub> = -B <sub>3</sub>	-43,70	-36,80	-34,50	-28,00	-25,40	-98,30	-87,40	-73,20	-61,40	-54,00		
	Direção y				Direção y							
A <sub>2</sub>	-37,80	-28,80	-28,60	-19,40	-16,40	-66,80	-46,90	-47,20	-28,10	-22,20		
B <sub>2</sub>	41,30	33,40	32,60	23,40	20,70	80,60	64,50	61,00	48,00	41,30		
A <sub>4</sub>	45,40	33,80	31,20	25,60	22,00	98,60	73,70	67,20	54,40	46,70		
B <sub>4</sub>	-33,80	-30,40	-28,20	-19,00	-15,00	-53,60	-48,80	-42,60	-29,00	-21,10		
	Carga = 66,56 kgf				Carga = 166,41 kgf							
	Direção x				Direção x							
A <sub>1</sub> = -A <sub>3</sub>	93,70	75,80	63,95	53,30	45,40	133,50	107,55	90,45	76,70	66,30		
B <sub>1</sub> = -B <sub>3</sub>	-79,50	-69,10	-63,40	-53,35	-46,40	-106,80	-95,70	-89,35	-74,90	-66,10		
	Direção y				Direção y							
A <sub>2</sub>	-63,20	-47,10	-47,30	-31,50	-26,20	-67,00	-46,20	-46,20	-25,60	-19,40		
B <sub>2</sub>	70,20	56,20	53,20	40,50	35,60	83,60	68,00	63,80	50,50	43,60		
A <sub>4</sub>	82,00	61,40	56,20	45,60	39,00	104,80	78,60	71,10	57,60	49,40		
B <sub>4</sub>	-57,60	-51,40	-45,60	-32,40	-25,50	-50,00	-45,80	-39,80	-25,60	-17,80		
	Carga = 99,84 kgf											
	Direção x											
A <sub>1</sub> = -A <sub>3</sub>	108,00	87,60	73,85	62,00	53,20							
B <sub>1</sub> = B <sub>3</sub>	-90,20	-79,35	-73,20	-61,40	-54,00							
	Direção y											
A <sub>2</sub>	-66,10	-47,80	-48,20	-30,50	-24,60							
B <sub>2</sub>	76,60	61,20	57,80	44,80	39,00							
A <sub>4</sub>	91,20	68,80	62,60	50,60	43,40							
B <sub>4</sub>	-56,80	-51,50	-45,00	-31,20	-24,10							

TABELA 7.10 - Modelo QOS - Carga de torção. Valores das deformações determinados experimentalmente.

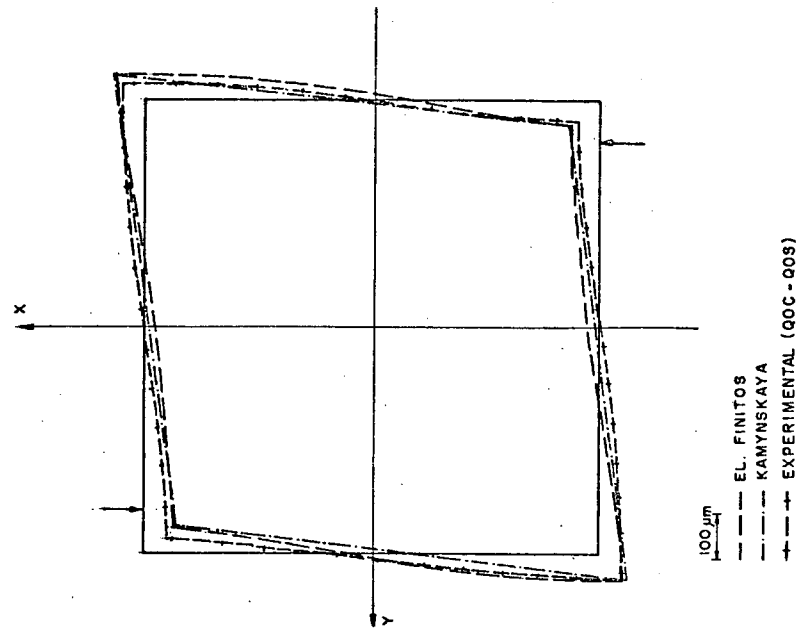


Figura 7.10  
 SEÇÃO DEFORMADA MODELO SEÇÃO QUADRADA SEM GUIAS  
 CARGA 2,66 kgfm - TORÇÃO

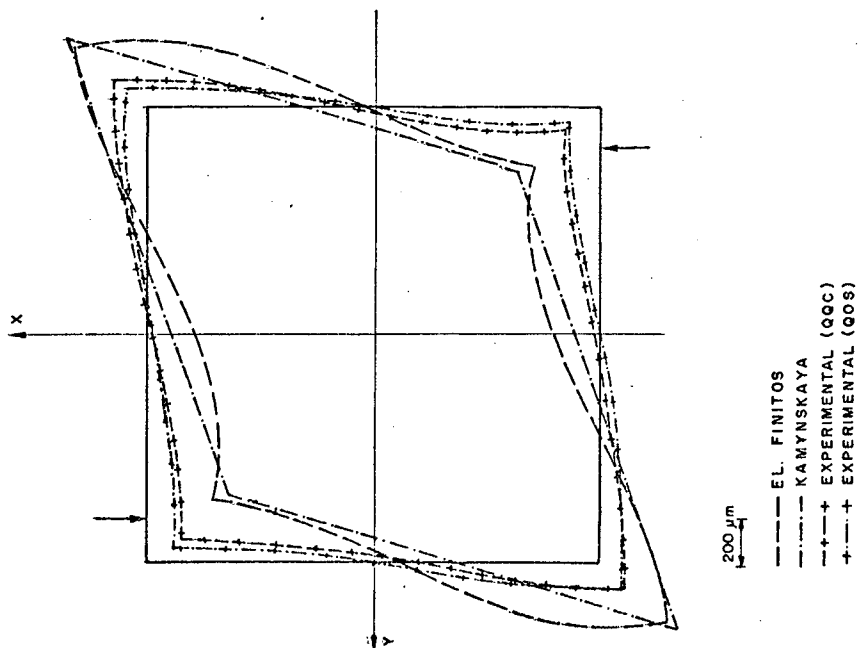


Figura 7.9  
 SEÇÃO DEFORMADA MODELO SEÇÃO QUADRADA SEM GUIAS  
 CARGA 13,31 kgfm - TORÇÃO

Posição	ALTURAS					ALTURAS				
	582,37	541,47	501,35	461,80	422,17	582,37	541,47	501,35	461,80	422,17
	Carga = 46,21 kgf					Carga = 184,85 kgf				
	Direção x					Direção x				
A <sub>1</sub>	-5,44	4,23	3,93	3,31	3,17	17,33	12,80	11,93	10,29	10,41
B <sub>1</sub>	6,08	5,33	4,07	3,81	2,82	25,55	21,47	16,87	15,76	12,37
A <sub>3</sub>	0,90	1,31	0,92	0,85	0,83	2,88	8,00	6,13	5,72	4,22
B <sub>3</sub>	-0,76	-1,07	-0,75	-0,85	-0,61	-2,26	-2,25	1,19	1,02	1,81
	Direção y					Direção y				
A <sub>2</sub>	-1,84	-1,16	-0,55	1,14	2,04	-10,98	-7,37	-0,86	4,78	8,89
B <sub>2</sub>	-9,79	-8,25	-7,14	-6,02	-4,93	-44,60	-37,63	-32,27	-27,01	-22,02
A <sub>2</sub>	11,80	13,04	11,91	11,14	10,28	61,30	56,71	52,00	48,71	44,83
B <sub>2</sub>	1,16	1,67	2,52	3,43	3,85	5,12	7,49	11,51	15,55	17,58
A <sub>4</sub>	6,13	5,37	4,10	3,36	3,01	27,36	24,83	19,45	15,52	13,84
B <sub>4</sub>	14,65	13,04	11,98	10,68	9,73	66,01	58,77	54,09	47,28	42,95
A <sub>4</sub>	-8,81	-7,83	-6,95	-6,12	-5,25	-39,30	-34,66	-30,88	-27,36	-23,60
B <sub>4</sub>	3,01	2,26	1,43	0,92	0,95	11,68	9,79	6,33	3,78	3,55
	Carga = 92,42 kgf					Carga = 231,06 kgf				
	Direção x					Direção x				
A <sub>1</sub>	9,83	7,41	6,88	5,84	5,77	21,16	15,80	14,78	12,84	13,00
B <sub>1</sub>	12,59	10,96	9,40	7,93	6,14	31,64	26,48	20,92	19,48	15,30
A <sub>3</sub>	0,97	3,69	2,36	2,36	2,03	4,34	9,04	7,12	6,62	4,56
B <sub>3</sub>	-0,68	-2,02	-3,30	-0,82	-1,00	-2,68	-1,90	1,96	1,30	2,78
	Direção y					Direção y				
A <sub>2</sub>	-5,28	-3,58	-0,58	2,04	4,05	-12,26	-7,96	-0,18	6,72	11,70
B <sub>2</sub>	-21,81	-18,44	-15,84	-13,36	-10,93	-53,84	-45,40	-38,96	-32,54	-26,42
A <sub>2</sub>	29,74	27,52	25,24	23,57	21,71	75,04	69,44	63,78	59,76	55,08
B <sub>2</sub>	2,19	3,32	5,26	7,26	8,22	6,80	9,64	14,50	19,46	21,92
A <sub>4</sub>	13,10	11,77	9,11	7,30	6,54	33,50	30,24	23,68	18,88	16,92
B <sub>4</sub>	31,73	28,22	25,95	22,77	20,64	80,68	71,82	66,20	57,98	52,72
A <sub>4</sub>	-19,10	-16,99	-15,12	-13,38	-11,49	-47,62	-41,90	-37,26	-32,98	-28,38
B <sub>4</sub>	5,73	4,63	2,89	1,77	1,70	14,44	11,98	7,76	4,72	4,52
	Carga = 138,64 kgf									
	Direção x									
A <sub>1</sub>	13,75	10,26	9,52	8,21	8,23					
B <sub>1</sub>	18,89	16,13	12,60	11,81	9,25					
A <sub>3</sub>	1,31	5,91	4,44	4,04	3,24					
B <sub>3</sub>	-1,27	-2,25	0,66	1,02	1,53					
	Direção y									
A <sub>2</sub>	-8,24	-5,58	-0,77	3,35	6,42					
B <sub>2</sub>	-33,38	-28,19	-24,23	-20,31	-16,57					
A <sub>2</sub>	45,48	42,05	32,58	36,09	33,22					
B <sub>2</sub>	3,50	5,24	8,22	11,25	12,75					
A <sub>4</sub>	20,13	18,23	14,21	11,37	10,87					
B <sub>4</sub>	48,72	43,38	39,91	34,90	31,67					
A <sub>4</sub>	-29,16	-25,83	-23,01	-20,39	-17,56					
B <sub>4</sub>	8,61	7,14	4,56	2,71	2,60					

TABELA 7.11 - Modelo ROC - Carga de torção. Valores das deformações determinados experimentalmente.

Posição	ALTURAS					ALTURAS				
	582,37	541,47	501,35	461,80	422,17	582,37	541,47	501,35	461,80	422,17
	Carga = 46,21 kgf					Carga = 184,85 kgf				
	Direção x					Direção x				
A <sub>1</sub>	0,28	0,28	0,50	0,66	0,55	-0,46	-2,67	-3,97	-4,29	-3,52
B <sub>1</sub>	2,02	1,85	1,26	0,57	0,56	9,91	8,26	6,61	3,27	3,39
A <sub>3</sub>	0,56	0,92	0,91	1,05	1,12	1,68	6,12	3,99	4,41	4,42
B <sub>3</sub>	-2,22	-1,11	-0,73	-0,55	-0,24	-7,49	-5,86	-1,18	-0,87	0,83
	Direção y					Direção y				
A <sub>2</sub>	1,28	0,68	1,20	1,51	1,68	6,87	1,04	4,03	6,27	7,39
B <sub>2</sub>	-11,85	-9,75	-8,34	-6,07	-5,83	-52,39	-42,96	-36,66	-30,38	-25,53
A <sub>2</sub>	15,89	14,86	13,80	12,58	11,60	68,43	63,80	59,20	54,66	50,05
B <sub>2</sub>	1,62	2,90	3,76	3,60	3,43	8,52	13,55	17,15	17,00	16,32
A <sub>4</sub>	12,16	8,59	5,46	3,54	2,49	65,23	43,60	26,56	16,41	11,33
B <sub>4</sub>	19,14	16,70	14,94	13,21	11,91	83,42	72,53	64,88	56,63	51,33
A <sub>4</sub>	-10,17	-9,33	-8,25	-7,30	-6,33	-42,46	-39,45	-35,34	-31,71	-27,59
B <sub>4</sub>	4,56	3,71	1,53	-0,04	-0,34	34,56	20,72	9,85	2,21	0,09
	Carga = 92,42 kgf					Carga = 231,06 kgf				
	Direção x					Direção x				
A <sub>1</sub>	-0,25	-1,07	-1,78	-2,01	-1,61	-0,68	-3,42	-4,98	-5,26	-4,38
B <sub>1</sub>	4,51	4,31	3,02	1,54	1,45	11,52	8,92	7,64	3,36	3,60
A <sub>3</sub>	0,76	2,17	1,53	2,28	2,38	2,03	7,60	4,88	4,98	5,32
B <sub>3</sub>	-5,06	-2,46	-1,03	-0,86	-0,43	-8,23	-7,13	-1,37	-0,45	-0,75
	Direção y					Direção y				
A <sub>2</sub>	3,34	1,23	1,93	2,91	3,39	7,78	0,53	5,63	8,33	9,55
B <sub>2</sub>	-25,68	-21,06	-17,97	-14,98	-12,58	-63,80	-52,37	-44,63	-36,90	-31,03
A <sub>2</sub>	33,43	31,21	28,95	26,68	24,60	84,36	78,72	73,04	67,48	61,48
B <sub>2</sub>	3,63	6,19	7,99	7,87	7,56	10,96	17,20	21,62	21,38	20,54
A <sub>4</sub>	28,96	19,81	12,24	7,67	5,36	76,45	51,98	32,02	19,93	13,98
B <sub>4</sub>	40,36	34,89	31,20	27,34	24,61	102,26	89,07	79,68	69,73	63,30
A <sub>4</sub>	-21,13	-19,42	-17,24	-15,36	-13,35	-52,20	-48,44	-43,30	-38,76	-33,76
B <sub>4</sub>	11,46	7,47	3,67	0,76	0,07	40,12	24,38	11,60	2,56	0,28
	Carga = 138,64 kgf									
	Direção x									
A <sub>1</sub>	-0,34	-1,84	-2,84	-3,13	-2,51					
B <sub>1</sub>	7,22	6,62	4,84	2,53	2,59					
A <sub>3</sub>	1,28	3,96	2,67	3,43	3,13					
B <sub>3</sub>	-6,56	-3,99	-1,14	-0,97	-0,83					
	Direção y									
A <sub>2</sub>	5,24	1,28	2,85	4,48	5,28					
B <sub>2</sub>	-39,38	-32,30	-27,55	-22,88	-19,21					
A <sub>2</sub>	50,93	47,52	44,06	40,65	37,49					
B <sub>2</sub>	6,01	9,80	12,49	12,31	11,83					
A <sub>4</sub>	47,33	31,76	19,38	11,38	8,24					
B <sub>4</sub>	61,36	53,68	48,03	41,92	37,88					
A <sub>4</sub>	-31,83	-29,46	-26,36	-23,52	-21,12					
B <sub>4</sub>	23,07	14,16	6,83	1,49	0,07					

TABELA 7.12 - Modelo ROS - Carga de torção. Valores das deformações determinados experimentalmente.

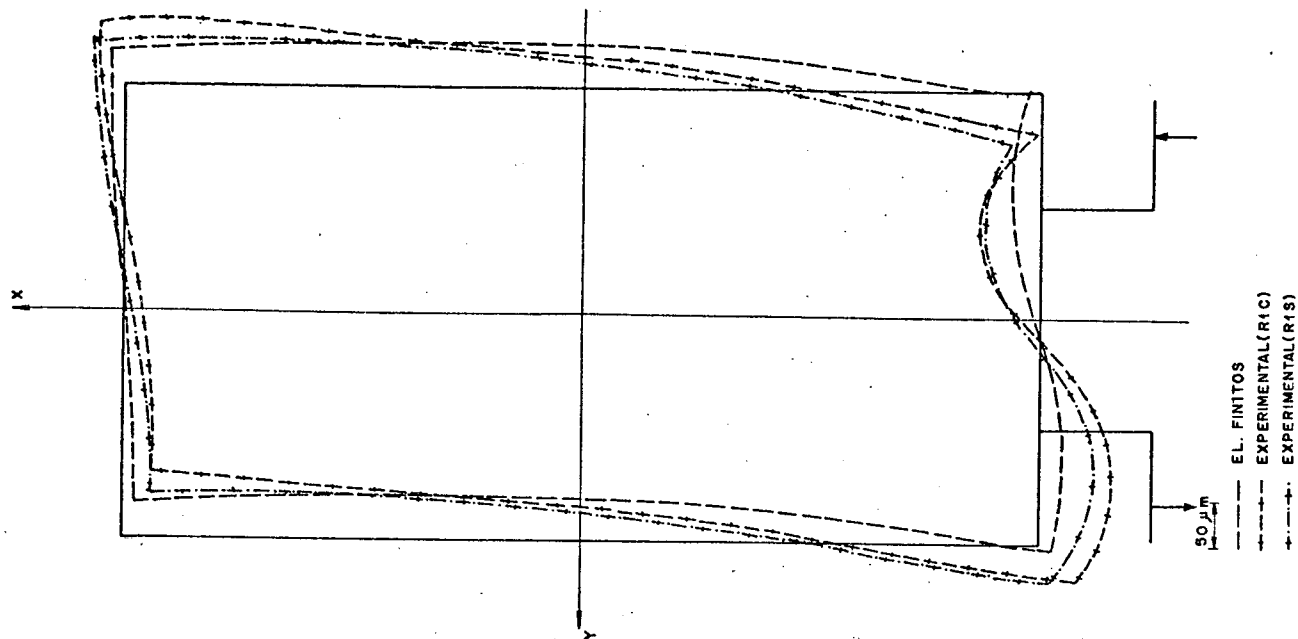


Figura 7.16

SEÇÃO DEFORMADA - MODELO SEÇÃO RETANGULAR  
COM GUIAS CARGA = 2,70 kgfm TORÇÃO

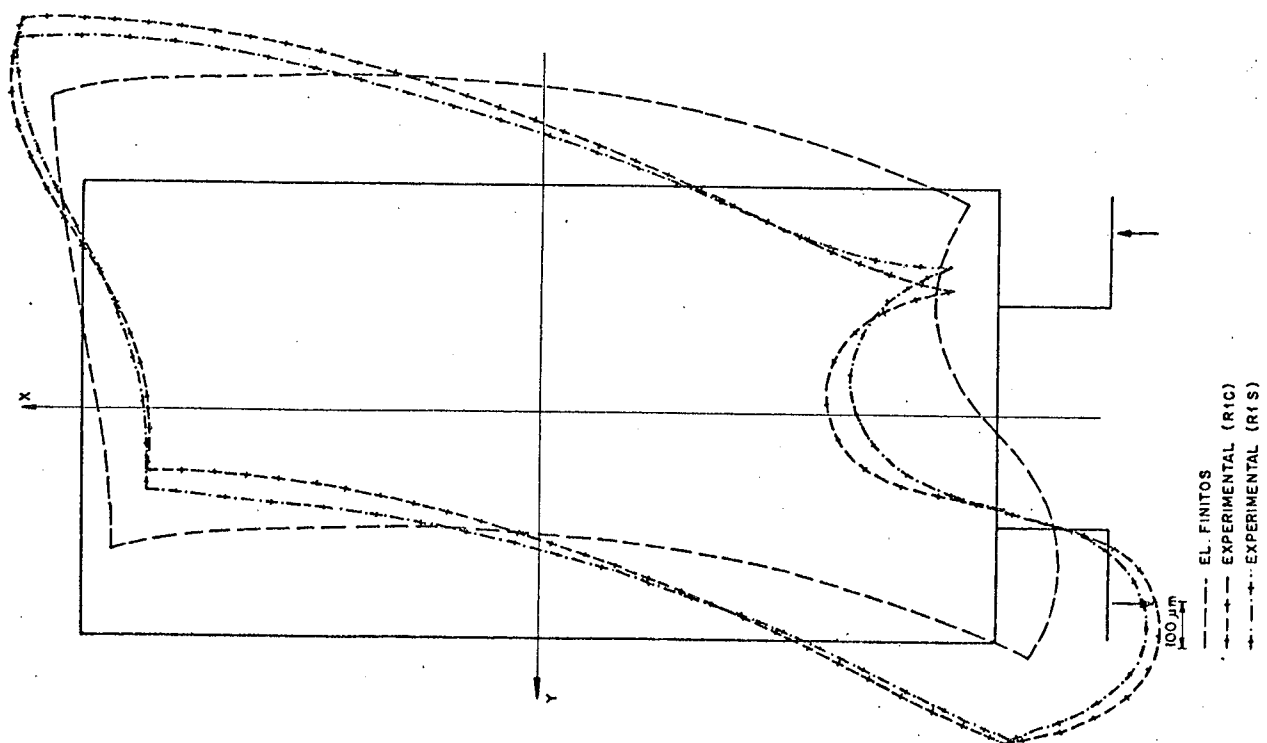


Figura 7.15

SEÇÃO DEFORMADA - MODELO SEÇÃO RETANGULAR  
COM GUIAS CARGA = 13,50 kgfm TORÇÃO

Posição	ALTURAS				ALTURAS					
	582,37	541,47	501,35	461,80	422,17	582,37	541,47	501,35	461,80	422,17
	Carga = 33,75 kgf				Carga = 135,00 kgf					
	Direção x				Direção x					
A <sub>1</sub> = -B <sub>1</sub>	95,33	72,15	55,68	43,50	33,90	384,08	291,23	224,95	176,00	140,90
A <sub>2</sub> = -B <sub>2</sub>	-46,93	-42,70	-38,65	-33,73	-26,52	-200,60	-175,35	-160,73	-140,30	-115,28
	Direção y				Direção y					
A <sub>2</sub>	-51,25	-46,60	-39,50	-35,80	-27,80	-211,10	-186,60	-159,15	-143,60	-112,60
B <sub>2</sub>	24,00	25,40	25,50	20,55	16,50	110,55	100,10	102,15	80,50	73,50
A <sub>4</sub>	20,45	21,90	16,07	20,55	16,85	90,65	86,50	72,50	80,45	61,05
B <sub>4</sub>	-57,35	-50,45	-43,60	-36,40	-29,55	-228,00	-204,90	-174,85	-149,00	-119,90
	Carga = 67,50 kgf				Carga = 168,75 kgf					
	Direção x				Direção x					
A <sub>1</sub> = -B <sub>1</sub>	192,05	145,98	112,30	88,08	69,73	476,40	360,65	278,65	217,50	175,00
A <sub>2</sub> = -B <sub>2</sub>	-95,93	-87,50	-79,15	-69,43	-55,85	-248,90	-218,05	-199,25	-174,20	-143,40
	Direção y				Direção y					
A <sub>2</sub>	-105,20	-93,80	-79,95	-72,60	-55,60	-262,60	-231,40	-197,40	-177,00	-141,10
B <sub>2</sub>	51,55	53,00	53,10	41,30	36,45	138,00	124,00	125,00	100,00	92,00
A <sub>4</sub>	43,10	44,40	33,50	41,25	31,55	113,20	105,00	91,60	99,00	76,40
B <sub>4</sub>	-114,00	-102,10	-87,85	-74,60	-61,05	-283,00	-254,80	-216,60	-185,00	-148,40
	Carga = 101,25 kgf				Carga = 101,25 kgf					
	Direção x				Direção x					
A <sub>1</sub> = -B <sub>1</sub>	287,98	218,93	169,20	132,40	105,75					
A <sub>2</sub> = -B <sub>2</sub>	-148,05	-131,85	-119,80	-104,55	-85,73					
	Direção y				Direção y					
A <sub>2</sub>	-158,45	-139,25	-119,00	-108,55	-82,90					
B <sub>2</sub>	80,30	76,55	79,60	60,50	55,50					
A <sub>4</sub>	65,70	66,00	52,00	61,10	46,50					
B <sub>4</sub>	-170,70	-153,10	-131,70	-111,25	-90,50					

TABELA 7.13 - Modelo Q1C - Carga de torção. Valores das deformações determinados experimentalmente.

Posição	ALTURAS				ALTURAS							
	582,37	541,47	501,35	461,80	422,17	582,37	541,47	501,35	461,80	422,17		
	Carga = 33,75 kgf				Carga = 135,00 kgf							
	Direção x				Direção x							
A <sub>1</sub> = -B <sub>1</sub>	89,58	71,43	59,23	47,55	39,38	381,43	304,35	249,35	202,05	165,50		
A <sub>3</sub> = -B <sub>3</sub>	-53,38	-46,93	-42,88	-37,50	-33,33	-216,00	-190,25	-172,15	-152,10	-137,40		
	Direção y				Direção y							
A <sub>2</sub>	-61,60	-54,70	-46,55	-41,40	-35,20	-251,30	-225,00	-187,85	-165,70	-141,75		
B <sub>2</sub>	25,50	23,50	23,70	19,95	15,30	101,10	95,80	97,50	77,40	69,80		
A <sub>4</sub>	24,25	20,58	19,92	18,83	20,00	100,92	90,63	84,50	77,21	78,33		
B <sub>4</sub>	-64,08	-54,60	-49,92	-42,92	-35,58	-253,42	-224,17	-201,50	-171,54	-151,42		
	Carga = 67,50 kgf				Carga = 168,75 kgf							
	Direção x				Direção x							
A <sub>1</sub> = -B <sub>1</sub>	184,73	147,35	121,93	98,25	80,50	478,00	381,20	311,90	253,20	207,30		
A <sub>3</sub> = -B <sub>3</sub>	-108,25	-94,98	-87,20	-77,18	-68,45	-267,05	-237,10	-212,60	-188,00	-168,90		
	Direção y				Direção y							
A <sub>2</sub>	-126,60	-111,20	-95,00	-82,80	-70,70	-309,50	-277,20	-232,40	-204,60	-177,40		
B <sub>2</sub>	50,60	48,35	49,80	40,75	32,65	125,90	119,20	120,40	96,10	88,00		
A <sub>4</sub>	49,54	43,00	42,00	38,67	40,67	124,00	112,83	104,00	95,25	95,67		
B <sub>4</sub>	-128,00	-111,42	-100,75	-88,17	-74,17	-314,58	-278,83	-247,00	-210,17	-187,33		
	Carga = 101,25 kgf											
	Direção x											
A <sub>1</sub> = -B <sub>1</sub>	282,40	225,08	185,45	149,50	122,70							
A <sub>3</sub> = -B <sub>3</sub>	-162,88	-142,20	-130,55	-115,25	-103,45							
	Direção y											
A <sub>2</sub>	-190,10	-168,75	-141,95	-125,50	-105,15							
B <sub>2</sub>	76,15	72,30	74,30	59,40	50,95							
A <sub>4</sub>	75,96	67,08	63,50	58,29	59,83							
B <sub>4</sub>	-190,83	-167,75	-151,54	-129,71	-112,42							

TABELA 7.14 - Modelo QIS - Carga de Torção. Valores das deformações determinados experimentalmente.

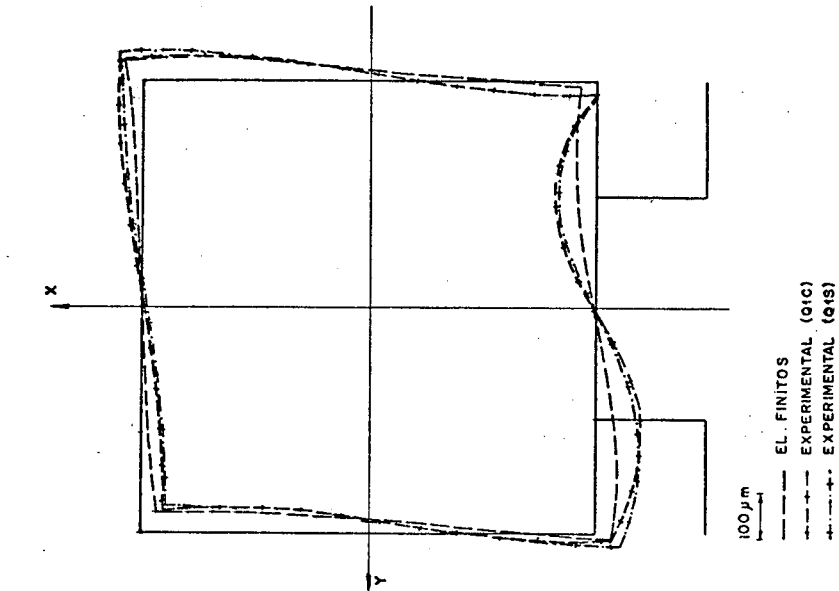


Figura-7-14

SEÇÃO DEFORMADA - MODELO SEÇÃO QUADRADA  
COM GUIAS CARGA-2,70 kgfm - TORÇÃO

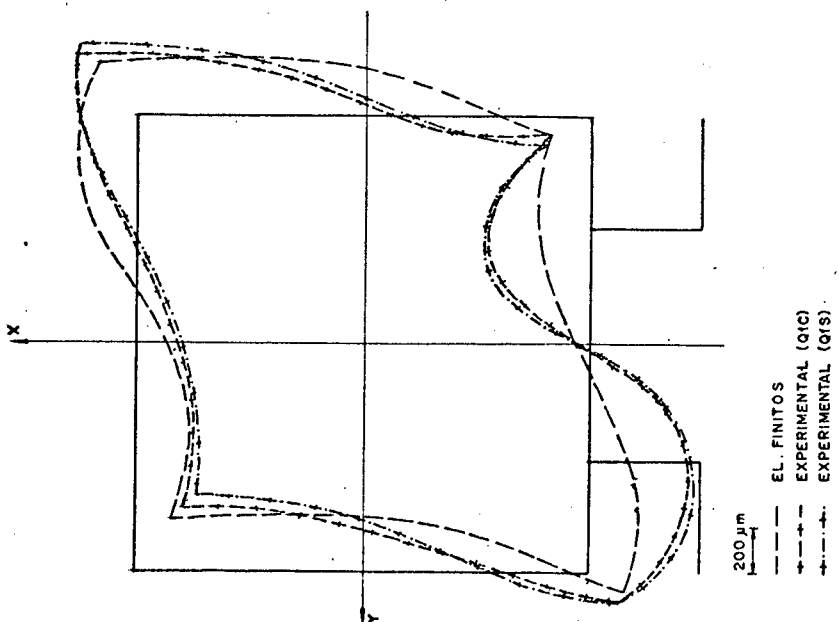


Figura-7-13

SEÇÃO DEFORMADA - MODELO SEÇÃO QUADRADA  
COM GUIAS CARGA 13,50 kgfm - TORÇÃO



QUADRO 7.9 - Equações deformação x carga - Torção - Modelo Q1C					
ALTURAS POSIÇÃO	582,37	541,47	501,35	461,80	422,17
$A_1$	0,917+2,827P	1,113+2,140P	0,579+1,655P	0,720+1,292P	-0,955+1,074P
$r^2$	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000
$A_3$	4,501-1,507P	0,475-1,299P	1,318-1,193P	1,101-1,042P	2,601-0,869P
$r^2$	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000
$A_2$	0,860-1,566P	-0,810-1,370P	-0,500-1,170P	-1,490-1,047P	0,955-0,840P
$r^2$	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000
$B_2$	-5,220+0,850P	2,520+0,724P	2,655+0,735P	1,140+0,587P	-1,625+0,557P
$r^2$	1,000	0,999	0,998	1,000	1,000
$A_4$	-3,295+0,691P	2,270+0,617P	-3,884+0,563P	1,640+0,581P	1,890+0,440P
$r^2$	1,000	0,999	0,999	1,000	1,000
$B_4$	-1,020-1,675P	0,380-1,516P	-1,020-1,283P	0,230-1,101P	-0,915-0,879P
$r^2$	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000

QUADRO 7.10 - Equações deformação x carga - Torção - Modelo Q1S					
ALTURAS POSIÇÃO	582,37	541,47	501,35	461,80	422,17
$A_1$	-8,834+2,885P	-7,050+2,300P	-4,256+1,875P	-4,340+1,525P	-3,176+1,247P
$r^2$	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000
$B_3$	-0,985-1,585P	0,351-1,409P	-1,759-1,257P	-1,230-1,114P	-0,279-1,008P
$r^2$	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000
$A_2$	-1,670-1,839P	0,270-1,656P	-1,385-1,376P	-1,210-1,213P	0,595-1,053P
$r^2$	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000
$B_2$	0,460+0,745P	0,175+0,708P	0,810+0,714P	2,035+0,560P	-3,425+0,541P
$r^2$	1,000	1,000	0,999	0,999	1,000
$A_4$	-0,330+0,743P	-2,815+0,688P	-0,414+0,624P	0,236+0,567P	2,200+0,560P
$r^2$	0,999	1,000	0,999	1,000	0,999
$B_4$	-2,256-1,856P	1,009-1,663P	-1,669-1,466P	-3,141-1,238P	2,041-1,128P
$r^2$	1,000	1,000	1,000	0,999	1,000

Posição	ALTURAS				ALTURAS					
	582,37	541,47	501,35	461,80	422,17	582,37	541,47	501,35	461,80	422,17
	Carga = 33,75 kgf				Carga = 135,00 kgf					
	Direção x				Direção x					
A <sub>1</sub> = -B <sub>1</sub>	75,53	53,15	38,78	28,75	21,68	305,78	217,83	162,00	120,50	92,55
A <sub>3</sub> = -B <sub>3</sub>	-30,83	-28,65	-26,90	-23,04	-20,78	-122,48	-109,36	-103,07	-92,61	-83,02
	Direção y				Direção y					
A <sub>2</sub> = -B <sub>2</sub>	-55,95	-25,98	-15,73	-6,53	-1,80	-143,57	-102,30	-62,12	-26,62	-2,97
B <sub>2</sub> = -A <sub>2</sub>	40,59	38,96	37,06	35,46	32,86	166,32	158,37	151,04	144,43	134,74
A <sub>2</sub> ' = -B <sub>2</sub>	-69,65	-64,05	-57,10	-49,48	-42,48	-282,73	-259,35	-232,28	-201,93	-173,73
B <sub>2</sub> ' = -A <sub>2</sub>	-48,25	-39,85	-29,50	-19,80	-12,33	-193,58	-158,93	-120,88	-81,13	-52,55
	Carga = 67,50 kgf				Carga = 168,75 kgf					
	Direção x				Direção x					
A <sub>1</sub> = -B <sub>1</sub>	153,90	108,70	80,50	59,55	45,33	377,60	269,45	201,50	149,60	115,10
	-61,92	-56,27	-52,56	-45,80	-41,86	-151,27	-135,62	-125,60	-113,40	-101,81
	Direção y				Direção y					
A <sub>2</sub> = -B <sub>2</sub>	-73,06	-52,87	-31,81	-13,82	-2,05	-177,66	-125,96	-76,62	-32,61	-3,85
B <sub>2</sub> = -A <sub>2</sub>	82,72	79,12	75,22	72,40	67,28	205,69	195,91	187,33	179,04	167,97
A <sub>2</sub> ' = -B <sub>2</sub>	-141,25	-130,00	-115,83	-100,90	-86,83	-350,90	-320,85	-287,50	-249,85	-215,30
B <sub>2</sub> ' = -A <sub>2</sub>	-98,28	-80,55	-60,58	-40,50	-26,00	-239,40	-196,55	-149,70	-100,30	-65,10
	Carga = 101,25 kgf				Carga = 135,00 kgf					
	Direção x				Direção x					
A <sub>1</sub> = -B <sub>1</sub>	230,98	163,93	121,65	90,40	69,28	582,37	461,80	341,25	220,70	100,15
	-91,33	-83,32	-78,13	-69,67	-62,81	-282,73	-259,35	-232,28	-201,93	-173,73
	Direção y				Direção y					
A <sub>2</sub> = -B <sub>2</sub>	-108,69	-77,84	-47,23	-20,59	-1,92	-282,73	-259,35	-232,28	-201,93	-173,73
B <sub>2</sub> = -A <sub>2</sub>	125,04	119,08	113,33	108,66	101,22	377,60	269,45	201,50	149,60	115,10
A <sub>2</sub> ' = -B <sub>2</sub>	-212,38	-195,03	-174,25	-151,93	-130,35	-582,37	-541,47	-501,35	-461,80	-422,17
B <sub>2</sub> ' = -A <sub>2</sub>	-146,63	-120,00	-91,00	-60,95	-39,43	-282,73	-259,35	-232,28	-201,93	-173,73

TABELA 7.15 - Modelo RIC - Carga de torção. Valores das deformações determinadas experimentalmente.

Posição	ALTURAS				ALTURAS							
	582,37	541,47	501,35	461,80	422,17	582,37	541,47	501,35	461,80	422,17		
	Carga = 33,75 kgf				Carga = 135,00 kgf							
	Direção x				Direção x				Direção x			
A <sub>1</sub> = -B <sub>1</sub>	60,35	46,00	35,55	26,50	20,95	255,65	195,93	150,88	113,85	90,23		
A <sub>2</sub> = -B <sub>2</sub>	-30,84	-24,83	-22,18	-20,51	-17,79	-119,98	-99,95	-91,31	-84,71	-73,77		
A <sub>3</sub> = -B <sub>3</sub>												
	Direção y				Direção y				Direção y			
A <sub>2</sub> = -B <sub>4</sub>	-26,79	-17,65	-9,93	-3,93	-1,38	-112,79	-76,20	-45,13	-18,28	-4,16		
B <sub>2</sub> = -A <sub>4</sub>	40,80	38,56	37,68	35,60	33,22	161,23	155,69	151,38	142,51	133,19		
A <sub>2</sub> = -B <sub>4</sub>	-61,43	-55,10	-48,65	-42,30	-37,03	-252,25	-226,13	-201,10	-175,95	-156,38		
B <sub>2</sub> = -A <sub>4</sub>	-35,43	-27,93	-21,03	-13,85	-8,60	-152,48	-121,00	-92,68	-63,15	-41,40		
	Carga = 67,50 kgf				Carga = 168,75 kgf							
	Direção x				Direção x				Direção x			
A <sub>1</sub> = -B <sub>1</sub>	123,40	94,35	72,68	54,70	43,43	324,70	248,80	191,80	145,10	115,25		
A <sub>2</sub> = -B <sub>2</sub>	-62,84	-48,98	-45,10	-42,18	-36,66	-145,44	-124,77	-114,64	-104,65	-90,67		
A <sub>3</sub> = -B <sub>3</sub>												
	Direção y				Direção y				Direção y			
A <sub>2</sub> = -B <sub>4</sub>	-54,61	-36,97	-20,76	-8,30	-2,50	-141,00	-95,31	-57,83	-24,27	-3,60		
B <sub>2</sub> = -A <sub>4</sub>	81,55	77,33	75,88	71,55	66,67	198,19	191,76	185,94	174,75	163,84		
A <sub>2</sub> = -B <sub>4</sub>	-125,53	-112,68	-99,90	-86,98	-76,78	-309,20	-277,10	-247,40	-216,15	-192,15		
B <sub>2</sub> = -A <sub>4</sub>	-73,60	-58,23	-44,53	-29,95	-18,78	-188,55	-149,70	-114,55	-77,80	-51,20		
	Carga = 101,25 kgf				Carga = 101,25 kgf							
	Direção x				Direção x				Direção x			
A <sub>1</sub> = -B <sub>1</sub>	188,60	144,00	110,78	83,30	66,35							
A <sub>2</sub> = -B <sub>2</sub>	-92,34	-72,93	-66,99	-63,13	-55,47							
A <sub>3</sub> = -B <sub>3</sub>												
	Direção y				Direção y				Direção y			
A <sub>2</sub> = -B <sub>4</sub>	-83,12	-56,33	-32,39	-12,70	-3,59							
B <sub>2</sub> = -A <sub>4</sub>	121,89	116,79	114,00	107,43	100,10							
A <sub>2</sub> = -B <sub>4</sub>	-190,38	-170,00	-150,68	-131,80	-116,58							
B <sub>2</sub> = -A <sub>4</sub>	-113,03	-89,48	-68,68	-46,60	-29,88							

TABELA 7.16 - Modelo R1S - Carga de torção. Valores das deformações determinadas experimentalmente.

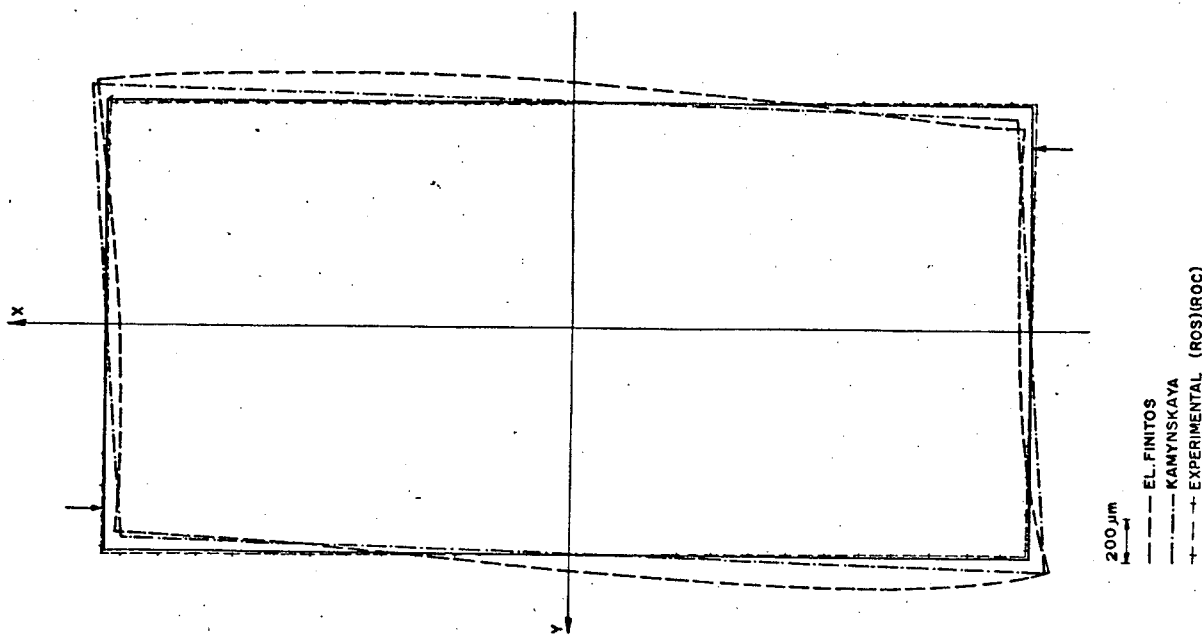


Figura 7-12

SEÇÃO DEFORMADA MODELO SEÇÃO RETANGULAR SEM GUIAS  
CARGA - 370 kgfm - TORÇÃO

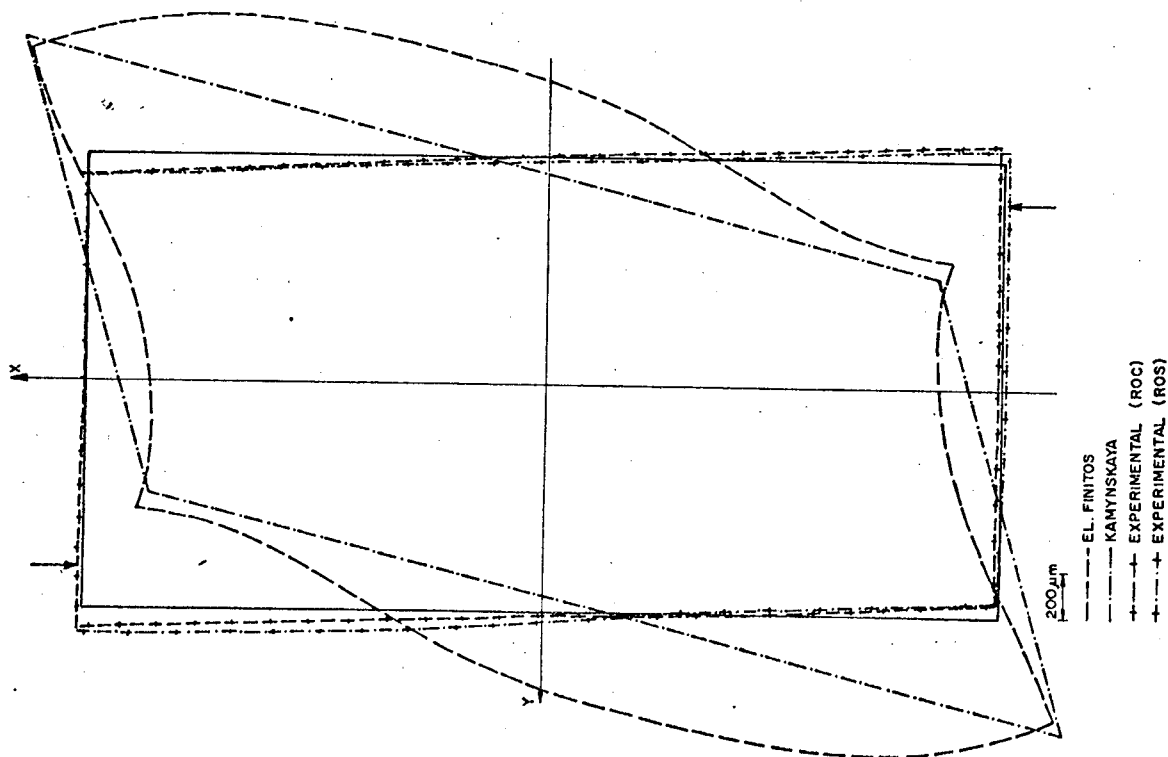


Figura 7-11

SEÇÃO DEFORMADA MODELO SEÇÃO RETANGULAR SEM GUIAS  
CARGA - 18,48 kgfm - TORÇÃO

QUADRO 7.11 - Equações deformação x carga - Torção - Modelo R1C					
ALTURAS POSIÇÃO	582,37	541,47	501,35	461,80	422,17
$A_1$ $r^2$	1,952+2,240P 1,000	0,093+1,605P 1,000	-0,996+1,203P 1,000	-1,035+0,897P 1,000	-1,430+0,694P 1,000
$A_3$ $r^2$	-1,134-0,893P 1,000	-2,535-0,791P 1,000	-2,879-0,735P 0,999	-0,645-0,674P 0,999	-1,090-0,602P 0,999
$A_2$ $r^2$	-1,607-1,049P 1,000	-2,173-0,739P 0,999	-0,675-0,454P 0,999	-0,546-0,192P 0,998	-1,012-0,015P 0,821
$B_2$ $r^2$	-0,068+1,226P 1,000	0,343+1,165P 1,000	-0,112+1,115P 1,000	0,241+1,064P 1,000	-0,490+1,001P 1,000
$A'_2$ $r^2$	-0,188-2,086P 1,000	-0,971-1,905P 1,000	-0,217-1,710P 1,000	-0,287-1,487P 1,000	0,024-1,282P 1,000
$B'_2$ $r^2$	-1,948-1,415P 1,000	-1,642-1,161P 1,000	-0,122-0,891P 1,000	-0,047-0,597P 1,000	0,545-0,391P 1,000

QUADRO 7.12 - Equações deformação x carga - Torção - Modelo R1S					
ALTURAS POSIÇÃO	582,37	541,47	501,35	461,80	422,17
$A_1$ $r^2$	-7,745+1,958P 1,000	-6,338+1,503P 1,000	-4,872+1,158P 1,000	-4,215+0,878P 0,999	-3,378+0,697P 1,000
$A_3$ $r^2$	-4,386-0,848P 0,998	0,963-0,743P 1,000	1,295-0,685P 1,000	0,207-0,625P 1,000	-0,011-0,542P 1,000
$A_2$ $r^2$	2,318-0,849P 1,000	1,873-0,576P 1,000	2,840-0,356P 0,999	1,702-0,150P 0,994	-1,216-0,018P 0,757
$B_2$ $r^2$	2,394+1,169P 1,000	0,598+1,140P 1,000	1,370+1,102P 1,000	1,590+1,035P 1,000	1,076+0,971P 1,000
$A'_2$ $r^2$	-1,080-1,844P 0,999	-0,967-1,652P 0,999	0,064-1,478P 1,000	0,365-1,294P 1,000	1,168-1,155P 1,000
$B'_2$ $r^2$	2,918-1,141P 1,000	2,625-0,908P 1,000	2,263-0,697P 1,000	2,060-0,477P 1,000	2,374-0,319P 0,999

### 7.3 - Comparações

Dos esquemas e valores numéricos expostos, estabeleceu-se comparações com os correspondentes valores teóricos. Preferiu-se a comparação direta com os valores obtidos por elementos finitos, já que as deformações podem ser relacionadas ponto por ponto. Escolheram-se para isto as deformações correspondentes aos máximos valores de carga aplicados, situadas no plano da máxima altura medida (582,37 mm). A altura teórica tomada para comparação é 580 mm.

Os valores de elementos finitos foram tomados como referência para o cálculo das diferenças percentuais. As tabelas 7.17 e 7.18 apresentam as diferenças para a flexão e torção, respectivamente.

D i f e r e n ç a s (%)								
M o d e l o s								
Posição	QOC	QOS	ROC	ROS	Q1C	Q1S	R1C	R1S
$C_1$	7,34	13,58	13,31	7,66	26,63	5,97	49,29	14,36
$A_1 = B_1$	-3,83	13,09	-8,66	-2,21	1,46	0,70	27,52	-0,48
$A_3 = B_3$	7,01	8,90	-17,87	-14,60	1,27	5,05	1,19	-15,79
$C_3$	5,46	2,66	-18,04	-8,26	-6,47	-1,54	-1,64	-5,58

TABELA 7.17 - Diferenças percentuais entre os valores experimentais e teóricos para as cargas de flexão ( $z = 582,37$  mm).

Pode-se concluir, através da observação da tabela 7.17, que:

- Para a posição  $C_1$  todos os valores experimentais se apresentaram maiores do que os valores teóricos. A maior diferença ocorreu para o modelo R1C.
- Para a posição  $A_1 = B_1$ , os valores experimentais oscilam em torno dos valores teóricos, sendo maiores em alguns casos e menores em outros. Novamente a maior diferença ocorreu para o modelo R1C.
- Também na posição  $A_3 = B_3$ , os valores experimentais oscilam e a maior diferença ocorreu para o modelo ROC.

- Idem para a posição  $C_3$ .

D i f e r e n ç a s (%)								
M o d e l o s								
Posições	QOC	QOS	ROC	ROS	QIC	QIS	RIC	RIS
A <sub>1</sub>	-50,13	-58,10	-92,45	-100,24	131,21	131,98	165,22	128,07
B <sub>1</sub>	52,77	60,06	118,17	106,62	-	-	-	-
A <sub>3</sub>	-	-	101,55	100,72	-123,97	-141,17	-146,13	-137,07
B <sub>3</sub>	-	-	-101,54	-104,73	-	-	-	-
A <sub>2</sub>	68,94	76,15	-	-	-12,30	-32,36	-	-
B <sub>2</sub>	-50,05	-63,61	-113,83	-116,39	367,16	326,20	1850,74	2186,21
A <sub>4</sub>	-47,88	-62,97	-	-	283,21	319,77	-	-
B <sub>4</sub>	63,65	78,23	120,72	126,26	-21,03	-34,53	-	-
A <sub>2</sub> '	-	-	115,01	116,87	-	-	-72,07	-50,60
A <sub>4</sub> '	-	-	-104,52	-110,44	-	-	-	-

TABELA 7.18 - Diferenças porcentuais entre os valores experimentais e teóricos para carga de torção.

Da tabela 7.18, da mesma forma:

- Os valores relativos aos modelos sem guias estão sempre abaixo dos correspondentes valores teóricos, em valor absoluto. Os sinais variáveis indicam que as diferenças foram tomadas para os valores relativos.
- Para os modelos com guias, os valores absolutos dos resultados experimentais são sempre maiores que os valores teóricos.

Em geral, pode-se considerar que:

- As diferenças obtidas nos testes de flexão são relativamente reduzidas e não desvalorizam os testes. As maiores irregularidades ocorreram para os modelos com guias, o que pode ser justificado pelas simplificações teóricas atribuídas às guias.
- As diferenças nos testes de torção são bastante acentuadas. Para os modelos sem guias, como já exposto, não houve linearidade de deformações. Para os menores níveis de carga, porém, as diferenças decaem consideravelmente, notadamente nos modelos de seção quadrada. Para os modelos de seção retangular, os

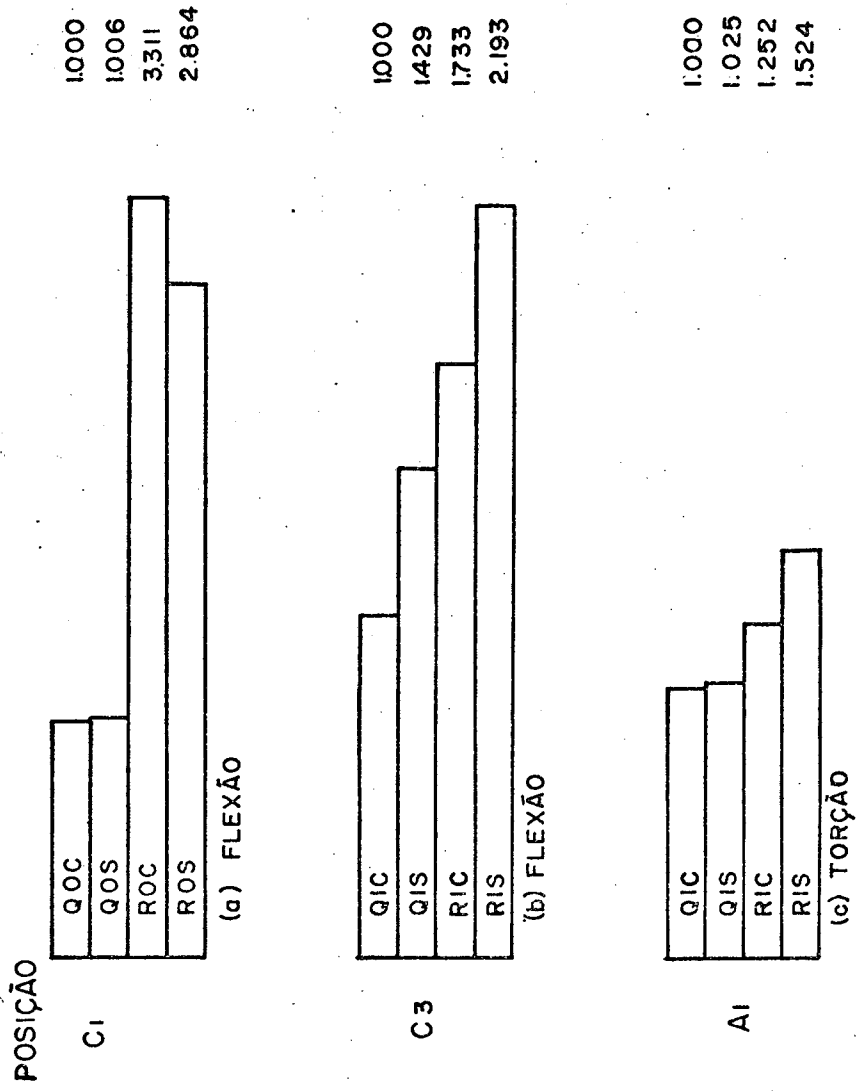


Figura 7.17

COMPARAÇÃO DAS RELAÇÕES CARGA / DEFORMAÇÃO PARA A ALTURA 582,37mm



testes não podem ser considerados satisfatórios, em confronto com os valores teóricos. Para os modelos com guias, apesar das grandes diferenças percentuais, a qualidade dos testes é muito boa sendo que as diferenças só podem ser atribuídas à não adequação dos modelos teóricos adotados para a torção. Deve ser lembrado que os valores de Dreyer são também muito maiores do que os valores de elementos finitos, e foram comprovados na prática [2].

Além das comparações entre resultados teóricos e experimentais, os comportamentos experimentais podem ser confrontados entre si para fins de análise de desempenho. Tomando como referência o modelo de seção quadrada para cada caso, foram traçados os gráficos a), b) e c), mostrados na figura 7.17 que fornecem as relações relativas carga/deformação para a máxima altura medida.

A torção para os modelos sem guias não foi representada, pois a não linearidade não permite o estabelecimento das relações médias carga/deformação, visto que as cargas aplicadas não são iguais.

Dos gráficos se observa que os modelos de seção retangular apresentam maior rigidez do que os correspondentes de seções quadradas, segundo as diferenças indicadas.

Entre os modelos de mesma seção, os de solda segmentada apresentam maior rigidez. Este fato pode ser considerado aparente, pois a solda segmentada nas arestas permite que as paredes se acomodem durante o carregamento, reduzindo o empenamento no plano da seção transversal e portanto as deformações medidas sobre as paredes. O modelo ROC, para a flexão é a única exceção.

## CAPÍTULO VIII

8.1 - Conclusões

Do ponto de vista da correspondência dos testes com os valores teóricos, pode-se dizer que o melhor desempenho foi o relativo aos testes de flexão.

Para os testes de torção é bastante provável que os dispositivos de aplicação de carga, para os modelos sem guias, não tenham sido muito adequados no que se refere à transmissão da carga ao modelo. Para os modelos com guias também ocorreram grandes diferenças.

Do ponto de vista da qualidade, pode-se afirmar através da alta repetibilidade, linearidade e boas condições de simetria (ou antissimetria) que os ensaios são bastante precisos, exceção feita à torção para modelos sem guias de seção retangular.

Os níveis de carga aplicados aos modelos possibilitaram deformações com ordens de grandeza bastante cômodas para a leitura.

A realização das leituras de deformação com vários transdutores simultaneamente, facilitou a detecção e correção dos erros advindos da instalação e posicionamento dos diversos elementos, - centragem dos dispositivos de aplicação de carga, etc. - permitindo assim resultados mais confiáveis.

A mesa de carregamento deveria ter melhor fixação, para que não fosse necessária a introdução de correções para as deformações à flexão.

Em relação às experiências anteriores de testes similares com modelos [5, 6], foram introduzidas inovações quanto a construção dos modelos (processo de soldagem), sistema de medição utilizando maior número de transdutores, mesa de leitura independente, aplicação pontual de carga sempre através de dois pontos e testes com modelos com guias.

## 8.2 - Recomendações

- a) É recomendável que antes da realização de testes com modelos seja avaliada pelo menos aproximadamente, a ordem da grandeza de medição, o que facilitará o projeto do experimento. Em problemas que envolvam análise de tensões e deformações, é a conselhável o uso do método dos elementos finitos, que é considerado, atualmente, o mais eficiente e preciso.
- b) As tendências modernas se dirigem cada vez mais aos estudos de comportamento de modelos em escala 1:1. Sempre que possível dever-se-á eleger o próprio protótipo como modelo, evitando os erros que possam surgir na extrapolação através de fatores de escala inadequados.
- c) Nos testes com colunas ou elementos estruturais em geral, são bastante importantes as condições de fixação. As bases deverão ser rígidas e a economia pode ser encarada como fator secundário. Recomenda-se a construção de uma base universal, permitindo assim a montagem de uma gama considerável de testes. As propriedades fundamentais da base deverão ser, rigidez (ensaios estáticos) e peso (no caso de testes dinâmicos).
- d) Quando se deseja um cálculo rápido para as deformações que devem ser esperadas em uma coluna de parede fina sujeita à carga de flexão, recomenda-se usar a fórmula de Dreyer que é de simples aplicação e de muito boa precisão.

## BIBLIOGRAFIA

1. Koenigsberger, F. and Tlustý, J., "Machine tool structures". Vol. I, Pergamon Press, Oxford, 1970.
2. Dreyer, W., Modelluntersuchungen an Werkzeugmaschinenständern. Industrie Anzeiger: Werkzeugmaschinen und Fertigungstechnik Nr. III, 21/março/1967, Verlag W. Girardet, Essen.
3. Kamynskaya, V.V., Levina, Z.M. and Reshetov, D.N., "Bodies and body components of metal cutting machine tools", Moscou, 1960.
4. Langhaar, H.L., "Dimensional analysis and theory of models". John Wiley & Sons Inc., New York, 1951.
5. Silveira, P.R.P., "Metodologia de ensaio de modelos mecânicos" Tese de Mestrado, UFSC, 1972.
6. Trauer, R.O., "Procedimento para determinar os valores do coeficiente de cisalhamento". Tese de Mestrado, UFSC, Junho, 1974.
7. Föppl, A., "Vorlesungen über technische Mechanik", Vol. III, Festigkeitslehre, München Verlag Oldenburg, 1943.
8. Roark, R.J., "Formulas for stress and strain". /a. ed., Int. Student Edition, 1954, Cap. 8, pg. 120, Tokyo, 1954.
9. Kamynskaya, V.V., Calculation and research on machine tool structures and foundations. Experimental Scientific Research Institute of Machine Tools (ENIMS), Moscou, Proc. of the 8th. Int. MTDR Conf., 1967.
10. Timoshenko, S. and Goodier, J.N., "Theory of elasticity". McGraw-Hill, Tóquio, 2a. ed., 1951.
11. Hinduja, S. & Cowley, A., The finite element method applied to the deformation analysis of thin-walled columns. Proc. of the 12th. Int. MTDR Conference, F. Koenigsberger and

Tobias, Manchester, The Macmillan Press Ltd., London, 1971.

12. Alves, D.B., Programa analisador de sistemas estruturais. Publicação D-17, III COBEM, 1975.
13. Alves, D.B., "PROASE - Manual do usuário". Centro Tecnológico UFSC, 1975.
14. Saljé, E., Scale models techniques. PERA Report nº 95, (Tradução), Pera, Melton Mowbray.
15. Opitz, H., Moderne Produktions -Technik -Stand und Tendenzen. Verlag W. Girardet, Essen, 1970. pp. 181 a 197. Seção B, cap. 2.
16. Bolz, R.W., "Production processes (Their influence on design)" The Penton Publishing Co. Vol. I, II, 1952.
17. Tuve, G.V., Domholt, L.C., "Engineering experimentation". McGraw-Hill Book Co. N.Y., pp. 36-46, 1966.
18. Bowker, A. & Lieberman, G., "Engineering statistics". Prentice Hall, Inc., Englewood Cliffs, N.J., EUA, 1959, pp. 217-18.
19. ————— Biblioteca de resultados obtidos com o método de elementos finitos com utilização do programa PROASE, aplicado aos modelos coluna de "Aperfeiçoamento da metodologia de ensaio de modelos mecânicos".
20. Marques, E.R.C., Determinação do módulo de elasticidade E em ensaio dinâmico (Aço 1020), Centro Tecnológico - UFSC, 1977 (a ser publicado).
21. ————— Complex Modulus Apparatus. Instructions and Applications. Brüel & Kjaer, Denmark.
22. DIN - Taschenbuch 19 - Materialprüfnormen für Metallische Werkstoffe, Ed. Beuth -(Editado por Deutschen Normenausschuss), Vertrieb, Berlin, 1973.
23. Standard recommended practice for use the terms precision and accuracy as applied to measurement of a property of a

material. Annual Book of ASTM Standards. Vol. 30, 1973., pp. 361-377.

24. Zienkiewicz, O.C. & Cheung, Y.K., "The finite element method in structural and continuum mechanics"., McGraw-Hill P. Co. Ltd., London, 1967.
25. Pian, T.H.H., Derivation of element stiffness matrices by assumed stress distributions. AIAA Journal, Vol. 2, n° 7, 1964.
26. Newlin, J.A. & Trayer., Deflections of beams with special reference to shear deformations. Report n° 180, Forest Products Lab. Dep. of Agriculture, EUA, 1926.
27. Ganesan, N.; Ramamurti, V.; Rao, B.V., Torsional behaviour of machine tool columns. Int. Journal of MTDR, Vol. 14 N° 3 - October, Ed. Tobias; Koenigsberger, Pergamon Press Great Britain, 1974, pp. 219-231.
28. Kuo, S.S., "Numerical methods and computers", Addison Wesley Publishing Co., 1966.
29. Pennington, R.H., "Introductory computer methods and numerical analysis", Macmillan Co., N.Y. 1967, pp. 325-326.
30. Hütte, "Manual del ingeniero". Vol. I, Trad. 28a. edição alemã. Editorial Gustavo Gilli, S/A, Barcelona, 1964. Cap. V., pp. 830.
31. Courbon, J., "Resistence des materiaux", 12a. edição, Paris, Dunod, Vol. 1, pp. 184-201, 1964.

## APÊNDICE 1

DETERMINAÇÃO DAS CARACTERÍSTICAS ELÁSTICAS  
DO MATERIAL DOS MODELOS

Para que se possa estabelecer uma comparação entre o cálculo teórico das deformações do modelo e as deformações reais medidas através de teste, é necessário o conhecimento exato das características elásticas do material. Com isto, a substituição destes parâmetros nas fórmulas usuais deverá levar a uma melhor aproximação entre valores teóricos e práticos.

As propriedades elásticas a serem determinadas são o módulo de elasticidade longitudinal  $E$  e o coeficiente de Poisson,  $\mu$ .

Normalmente estas propriedades são fixadas em um nível de referência. Para o aço, adota-se o valor  $E = 2,1 \cdot 10^4 \text{ kgf/mm}^2$  e para o coeficiente de Poisson, o valor  $\mu = 0,3$ , donde se pode deduzir o correspondente valor de  $G$  através da relação:

$$G = \frac{E}{2(1 + \mu)} \quad (\text{A1.1})$$

É claro que os níveis de referência acima citados são gerais, variando conforme o tipo de aço. Optou-se então pela determinação experimental das propriedades do aço utilizado para a confecção dos modelos, usando os valores obtidos como níveis de referência.

Realizaram-se para tal, dois tipos de teste, um para determinação do valor de  $E$  e outro para determinação de  $\mu$  (consequentemente,  $G$ ).

Todos os corpos de prova utilizados para estes testes foram cortados a partir da mesma chapa de aço utilizada para a confecção dos modelos, com os seus eixos longitudinais coincidentes com a direção de laminação, tal como foi feito com as paredes dos modelos.

### Determinação do módulo de elasticidade longitudinal, E

Para a determinação deste parâmetro, utilizou-se um método dinâmico [20]. O processo baseia-se na medição das frequências de ressonância de uma barra submetida a excitação harmônica. A partir destas frequências, das dimensões da barra e das condições de contorno, determina-se o valor do módulo E segundo a fórmula:

$$E = 48 \pi^2 \rho \left( \frac{\ell^2}{h} \frac{f_n}{K_n} \right)^2 \quad (\text{A1.2})$$

onde  $\ell$  - é o comprimento ativo ou comprimento livre da barra

$h$  - é a espessura da barra no plano de vibração

$\rho$  - é a densidade do material

$f_n$  - é a frequência natural de ordem  $n$

$K_n$  - é um coeficiente que depende da ordem de ressonância e das condições de contorno

A fórmula A1.2 é deduzida a partir da equação diferencial que rege o fenômeno,

$$[E I y''']'' + m\ddot{y} = 0 \quad (\text{A1.3})$$

onde  $I$  - é o momento de inércia da seção transversal

$m$  - é a massa por unidade de comprimento

$y$  - é a deflexão.

Foram realizados testes com 20 barras, divididas em 4 classes de 5 barras, tendo cada classe uma diferente relação entre as dimensões da seção transversal. Esta divisão em classes se fez já que os corpos de prova não são normalizados e seguiu-se a recomendação de Oberst[21] para a escolha das dimensões da seção transversal.

O equipamento utilizado para o teste foi o seguinte:

- Suporte para fixação das barras . Complex Modulus Apparatus  
tipo: 3930  
Fabricante: Bruel & Kjaer - Dinamarca
- Transdutor magnético  
Tipo: MM 0002  
Fabricante: Bruel & Kjaer - Dinamarca



- Transdutor capacitivo  
Tipo: MM 0004  
Fabricante: Bruel & Kjaer - Dinamarca
- Registrador de nível - Level Recorder  
Tipo: 2305  
Características: Faixa de frequência: 2 - 20000 Hz  $\pm$  0,5 dB  
Faixa dinâmica: 50 dB logarítmico  $\pm$  0,3 dB
- Amplificador de medida - Measuring Amplifier  
Tipo: 2607  
Fabricante: Bruel & Kjaer  
Características: Faixa de medição: 10  $\mu$ V - 300 V (RMS)  
Faixa de frequência: 2 - 200 Hz  $\pm$  0,5 dB  
10 - 50 Hz  $\pm$  0,5 dB  
Amplificação total: 120 dB
- Oscilador de frequência - Beat Frequency Oscillator  
Tipo: 1017  
Fabricante: Bruel & Kjaer  
Características: Escalas de frequência: Principal: 2 - 2000 Hz (logarítmica)  
incremento:  $\pm$ 5Hz (linear).
- Contador universal - Universal Counter  
Tipo: 835  
Fabricante: Racal  
Características: Campo frequência: 10 Hz a 15 MHz  
Grade de tempos: 1  $\mu$ s a 10 s' (escalonada)  
Campo de temperatura: 0 a 45°C

### Execução dos testes

As barras foram montadas no suporte, engastadas em ambas as extremidades, conservando-se sempre um comprimento livre de 275,4 mm. Também sobre os suportes foram montados os transdutores.

O transdutor indutivo transmite o sinal em frequência gerado no oscilador, provocando a vibração transversal da barra. Este sinal é amplificado e após registrado em papel, per-

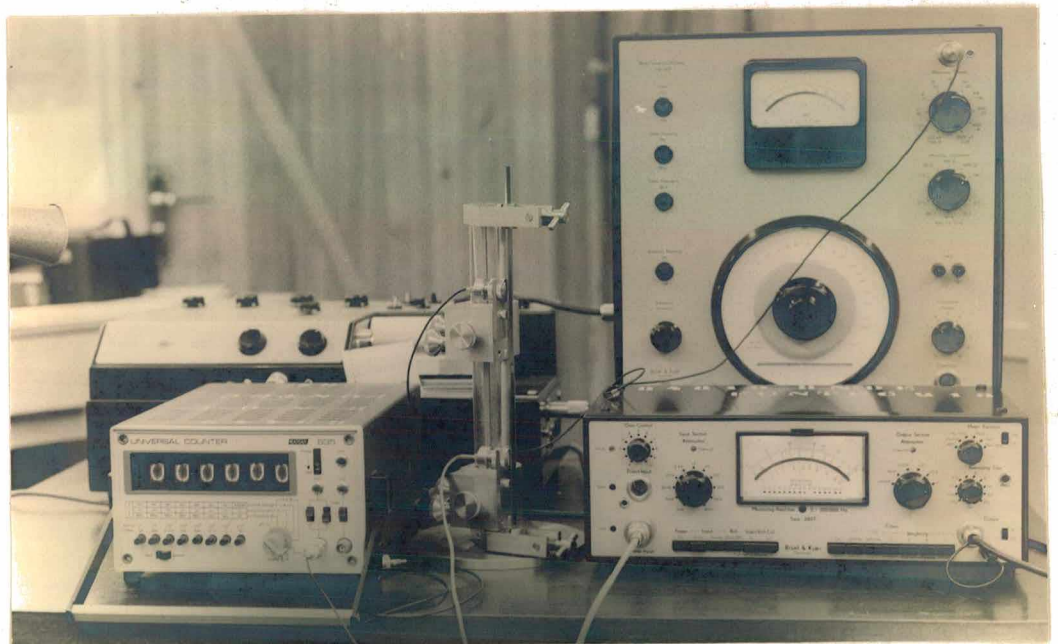
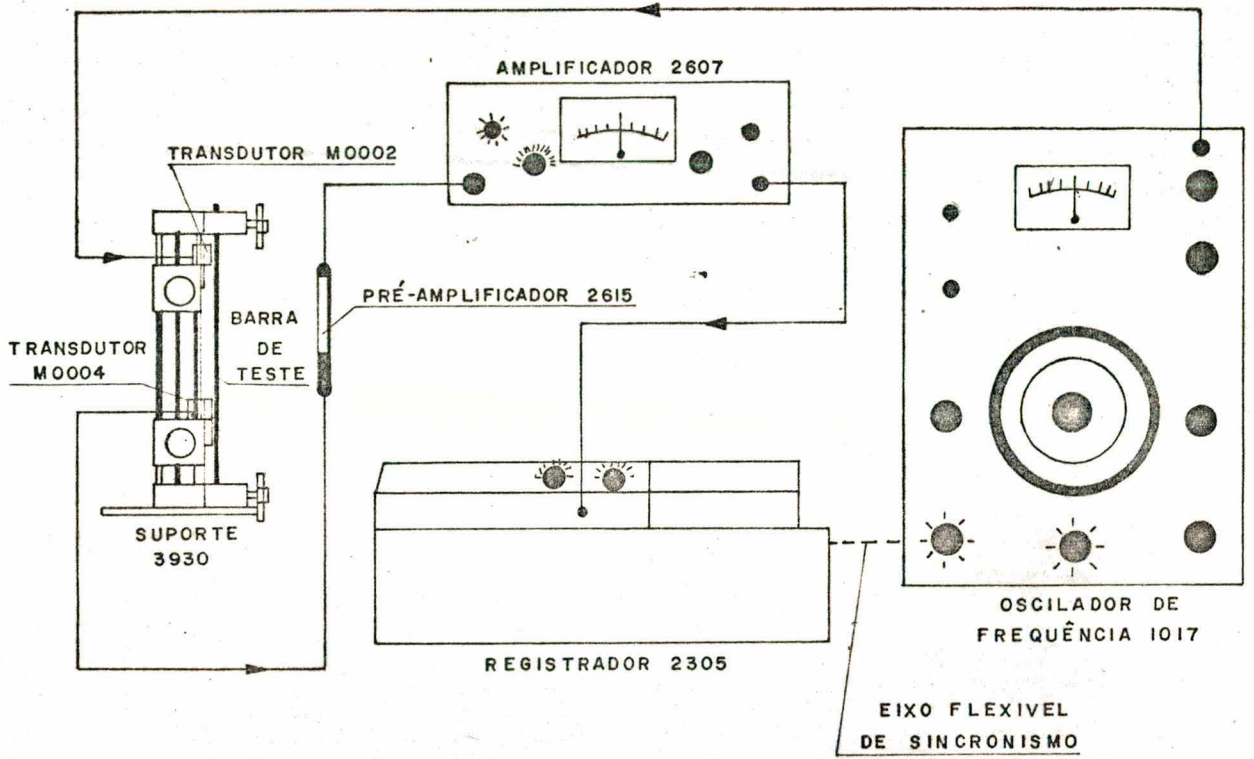


Fig. A1.1

mitindo a localização das frequências de ressonância através dos picos de amplitude. A montagem é mostrada na figura A1.1., assim como uma vista geral do teste.

Os testes foram repetidos 3 vezes para cada barra até a 3a. frequência de ressonância, totalizando um número de 180 frequências lidas.

O valor encontrado para o módulo de elasticidade foi de  $1,988 \cdot 10^4$  kgf/mm<sup>2</sup>, para um nível de confiabilidade de 99%, o que resultou para o processo um erro máximo de 0,56%.

Considera-se, através destes valores, que o método tem ótima repetibilidade e precisão.

### Determinação do coeficiente de Poisson

Para a determinação do coeficiente de Poisson, realizou-se um ensaio simples de tração, em que se mediram as deformações específicas.

Para uma barra submetida à tração segundo seu eixo longitudinal, temos pela lei de Hooke:

$$\epsilon_L = \frac{\sigma_L}{E} = \frac{F}{A E} \quad (A1.4)$$

$$\epsilon_T = - \frac{\sigma_L}{E} \mu = - \frac{F}{A E} \mu \quad (A1.5)$$

onde  $\epsilon_L$  - é a deformação específica na direção longitudinal

$\epsilon_T$  - é a deformação específica na direção transversal

F - é a força aplicada na direção longitudinal

A - é a área da seção transversal

A relação entre as deformações específicas, fornece:

$$\left| \frac{\epsilon_T}{\epsilon_L} \right| = \mu \quad (A1.6)$$

Observa-se através das fórmulas, que é possível determinar, além do coeficiente de Poisson, o valor de E, através da medição de  $\epsilon_L$ .

Confeccionaram-se para este teste 7 corpos de prova dos quais somente 2 foram utilizados, já que não se dispunha de

extensômetros em número suficiente.

As dimensões dos corpos de prova foram determinadas a partir da norma DIN 50114 [22], para corpos de prova de seção retangular.

Dois extensômetros foram colados em cada barra nas direções longitudinal e transversal.

O equipamento utilizado para o teste foi:

- Extensômetros de resistência elétrica variável

Tipo: 3/120 LA 21

Fabricante: Hottinger Baldwin Messtechnik

Características:  $k = 1,94 \pm 1\%$

$\alpha = 12 \cdot 10^{-6} / ^\circ\text{C}$

$R = 121,6 \Omega \pm 0,5\%$

- Máquina de ensaio de tração

Tipo: ZDM/1091

Fabricante: WPM

Características: Capacidade: 10000 kgf

- Ponte extensométrica com compensação manual

Tipo: MK

Fabricante: Hottinger Baldwin Messtechnik

Características: Campo de medida: 26000  $\mu\text{m/m}$

Erro:  $\pm 0,2\%$ ; Sensibilidade: 1 unid.  $\rightarrow$  1  $\mu\text{m/m}$

- Arruela piezoelétrica de força

Tipo: 9331

Fabricante: Kistler

Características: Máx. campo de leitura de carga - 2000 kgf

sensibilidade: 40 pc/kgf

Máxima carga - 2200 kgf

- Amplificador - Dual Mode Amplifier

Tipo: 504 D 3

Fabricante: Kistler Instr. Co.

Características: Campos 1, 2, 5, 10, ... 5 k

Saída de tensão:  $\pm 1\text{V}$

Corrente contínua máx.:  $\pm 20 \text{ mA}$

Impedância:  $100 \Omega \pm 5\%$

Temperatura de operação: 0 a  $50^\circ\text{C}$

Tempo de aquecimento: 15 minutos

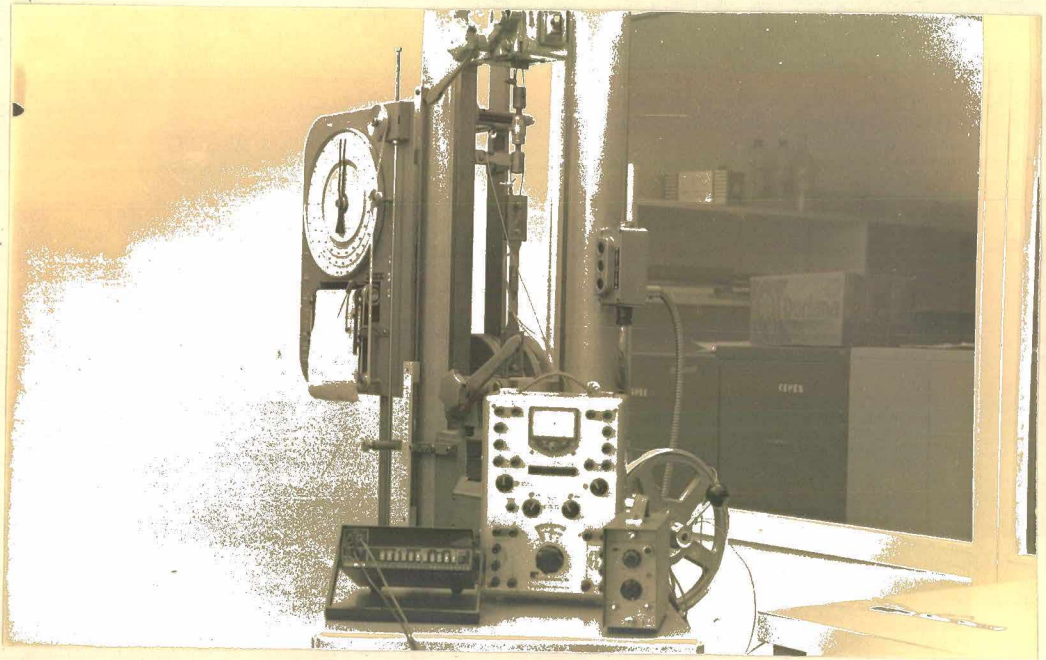
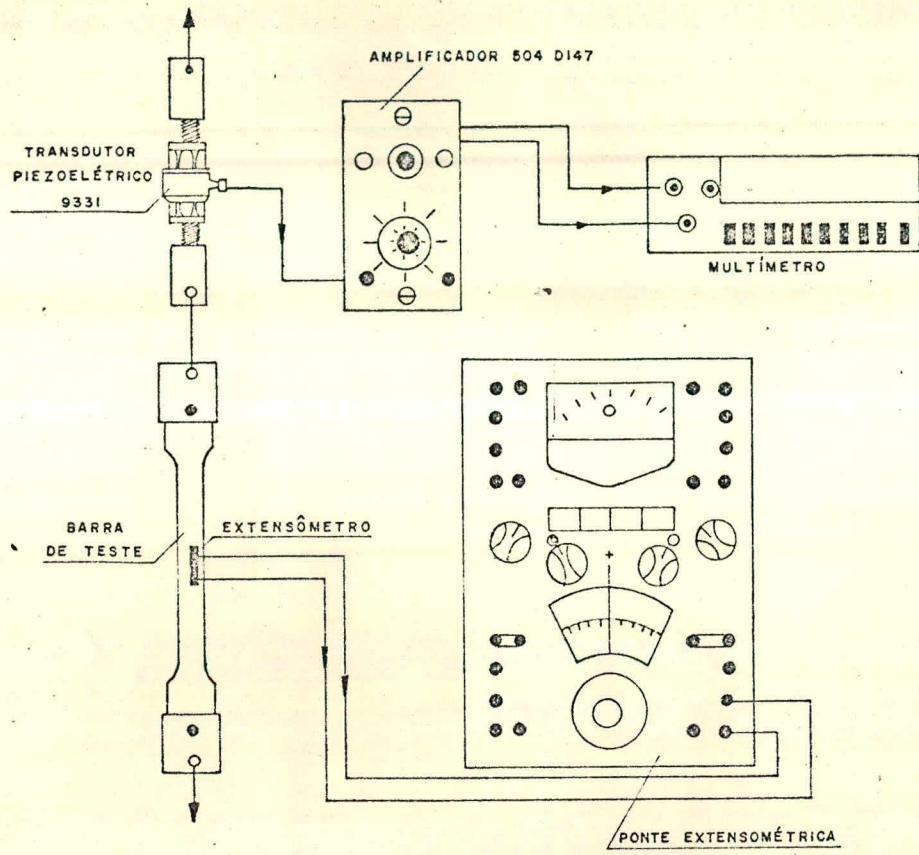


Fig. A1.2

- Multímetro digital

Tipo: 8000 A

Fabricante: Fluke

Características: Leituras ACV, ACMA, DCV, DCMA,  $k\Omega$ , DCV: 200  
mV→1200V;  $\pm 0,1\%$  da entrada + 1 dígito  
(15 a 35°C)

### Execução dos testes

As barras foram montadas na máquina de ensaio e traçadas até uma carga máxima de aproximadamente 120 kgf, para garantir a realização dos testes dentro do limite elástico.

As cargas são tomadas a partir do sinal da arruela piezoelétrica, montada na mesma linha de força do corpo de prova. Estes valores, depois de amplificados, foram lidos no multímetro em termos de tensão, e daí transformados em correspondentes unidades de força.

As deformações longitudinal e transversal tomadas através dos extensômetros foram determinadas em carregamentos independentes, usando-se sistema de meia ponte com compensador de temperatura.

A montagem do conjunto é mostrada na figura A1.2, assim como uma vista geral do teste.

Antes de se iniciar a tomada das leituras, cada uma das barras foi carregada duas vezes até a carga máxima para treinamento dos extensômetros.

A seguir realizaram-se 5 ciclos de carregamento (carga e descarga) para determinação das deformações longitudinais, e mais 5 para as deformações transversais, totalizando 10 ciclos de carregamento para cada barra.

A partir das médias das deformações encontradas foi estabelecido o coeficiente de Poisson. Como os testes foram todos realizados de maneira idêntica, os valores para as duas barras deveriam ser considerados como pertencentes à mesma população. O valor determinado sob este aspecto é de 0,23, acompanhado porém, de um erro máximo percentual de 11,7% para uma confiabilidade de 99%, já que os valores das duas barras diferiram muito entre si.

Pode-se também, no teste de tração, obter o valor do módulo de elasticidade E. Isto também foi feito, chegando-se a

um valor de  $1,933 \cdot 10^4$  kgf/mm<sup>2</sup>, com um erro máximo de 11,1% com 99% de confiabilidade.

### Análise dos resultados

Segundo a recomendação da norma E-177-71 da ASTM [23], a precisão de um processo é definida como o grau de concordância mútua entre várias medições individuais do processo.

A precisão pode ser estabelecida em termos de um índice de forma  $\pm a$ , onde  $a$  é um número positivo. O valor numérico de  $a$  será tanto menor quanto mais próximas estiverem as medições individuais do processo.

O valor ( $\pm a$ ) de um índice de precisão pode ser diferente em diferentes processos devido aos métodos utilizados e ao sistema de causas (equipamentos, modelos, temperatura, umidade, etc.).

Se dois índices se referem a dois processos diferentes baseados no mesmo método, ou, com o objetivo de medir a mesma propriedade física, o processo que tiver o menor valor  $a$  é dito ser o mais preciso. Esta afirmação possibilita a comparação de testes diferentes para a medição da mesma propriedade.

Admite-se, portanto, a comparação entre o teste dinâmico e o teste de tração, já que em ambos os casos se mediu uma mesma propriedade, ou seja, o valor  $E$ . Atribui-se a cada um dos testes, um índice de precisão que pode ser representado pelo erro máximo percentual, já que ambas as confiabilidades foram mantidas a 99%. Tem-se para o teste dinâmico  $a_d = 0,56$  e para o teste de tração  $a_t = 11,1$ .

Obviamente o teste dinâmico é de qualidade superior. Pode-se então admitir para nível de referência da propriedade  $E$  o valor  $1,988 \cdot 10^4$  kgf/mm<sup>2</sup> e aplicar ao teste de tração a correção correspondente, admitindo-se que o mesmo é acompanhado de um erro sistemático.

Desta correção para o valor de  $E$ , pode-se determinar também a correção para o valor de  $\mu$ , utilizando-se apenas os valores medidos para as deformações no sentido transversal, e admitindo-se  $E$  conhecido. Disto resulta  $\mu = 0,25$ .

## APÊNDICE 2

CONSIDERAÇÕES SOBRE A MONTAGEM DAS ESTRUTURAS PARA CÁLCULO  
ATRAVÉS DE ELEMENTOS FINITOSFunções deslocamento e funções tensão

Na montagem das estruturas para o cálculo através de elementos finitos utilizaram-se elementos quadrangulares para a representação dos modelos simples. Como já citado anteriormente, optou-se por considerar cada elemento simultaneamente como placa e membrana.

A forma da função deslocamento quando se considera o elemento como placa, segundo Melosh [24] é:

$$w = \alpha_1 + \alpha_2 x + \alpha_3 y + \alpha_4 x^2 + \alpha_5 xy + \alpha_6 y^2 + \alpha_7 x^3 + \alpha_8 x^2 y + \alpha_9 xy^2 + \alpha_{10} y^3 + \alpha_{11} x^3 y + \alpha_{12} xy^3$$

onde  $w$  representa o deslocamento segundo a direção perpendicular ao plano do elemento,  $x$  e  $y$  são as coordenadas tomadas no plano do elemento e  $\alpha_i$ s são constantes. Os demais deslocamentos  $\theta_x$  e  $\theta_y$  são relacionados com  $w$  através de:

$$\theta_x = - \frac{\partial w}{\partial y} \quad \theta_y = \frac{\partial w}{\partial x}$$

Quando se considera o elemento como membrana são assumidas funções tensão para a análise da estrutura, que segundo Pian [25] tem a forma:

$$\sigma_x = \beta_1 + \beta_2 y$$

$$\sigma_y = \beta_3 + \beta_4 x$$

$$\tau = \beta_5$$

onde  $\sigma_x$ ,  $\sigma_y$  e  $\tau$  são as tensões planas associadas ao elemento e



os  $\beta_i$ s são os coeficientes de tensão.

As sub-rotinas utilizadas pelo PROASE, Melosh e Beta5 assumem as funções acima citadas para placa e membrana respectivamente.

### Montagem das estruturas

Para os modelos sem guias, dividiu-se inicialmente a altura em 33 partes, fixando-se portanto o número de elementos na direção vertical.

O número de elementos na direção horizontal (seção transversal) foi fixado em função das dimensões da seção e dos pontos de aplicação de carga.

Em duas das estruturas estes números foram alterados para que se reduzissem os tempos de processamento.

As formas de carregamento foram as citadas no capítulo IV, de acordo com o tipo de dispositivo utilizado para sua aplicação.

Nos modelos com guias, considerou-se as guias como vigas (elementos binodais) ligadas à parede através de ligaduras rígidas. Estes elementos são tantos quanto o número de divisões da altura do modelo. Cada segmento de guia, portanto, constitui-se um elemento binodal, cujos pontos origem e término são rigidamente ligados a nós da parede do modelo, isto é, os correspondentes deslocamentos são iguais. A ligação entre o segmento de guia e a parede é feita através do centróide da guia.

Em nenhuma estrutura se consideraram efeitos de solda. O modelo foi tratado como uma peça de aço inteiriça, sem qualquer tipo de ligação. Não se distingue, pois, qualquer efeito de reforço que possa ser causado por cordão de solda. Face a esta simplificação, não se fixa nenhuma diferença entre modelos de cordão de solda contínuo ou segmentado.

A base do modelo é tomada como engaste perfeito, impedindo-se teoricamente qualquer deslocamento ou giro para os nós situados neste plano.

Os valores das cargas aplicadas são os mesmos utilizados nas medições experimentais, assim como as alturas de aplicação das cargas.

Finalmente as características do material dos modelos

são as determinadas experimentalmente ( $E$  e  $\mu$ ).

Os dados de cada um dos programas montados são especificados resumidamente na tabela A.2, e nas figuras A2.1(a), (b) (c), (d), (e) e (f) são esquematizadas as malhas utilizadas em cada caso.

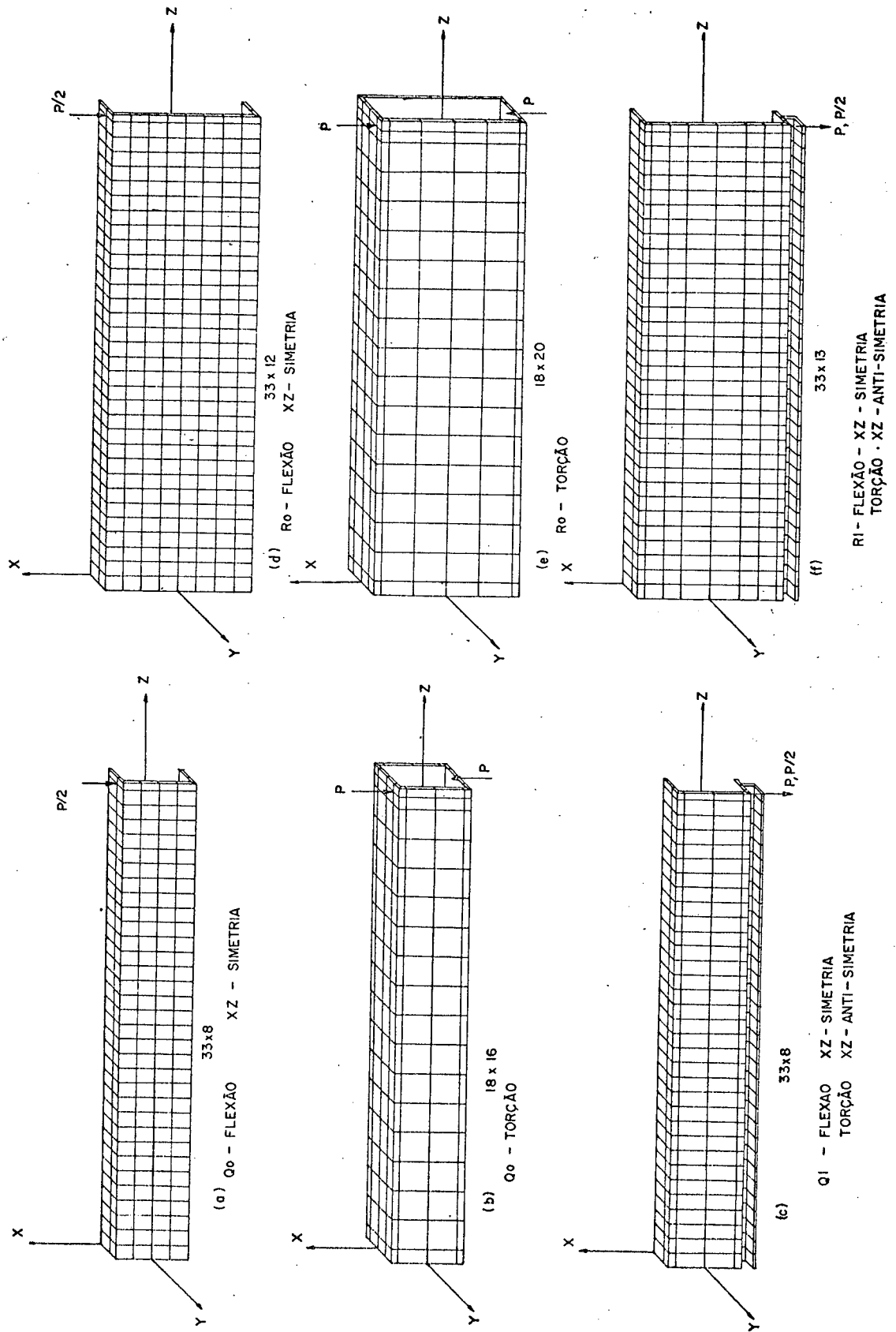


Figura A.2.1 - TIPOS DE MALHAS UTILIZADAS

TIPO DE MODELO	TIPO DE CARGA	CONDIÇÕES ESPECIAIS	Nº DE ELEM. NA DIR. VERT.	Nº DE ELEM. NA HORIZ.	Nº DE ELEM. DE 2 NÓS	Nº DE ELEM. DE 4 NÓS	Nº TOTAL DE ELEM.	Nº TOTAL DE NÓS	Nº DE CARGAS PROCESSADAS	TEMPO DE PROCESSAMENTO
Q0	Flexão	simetria plano xz	33	8	0	264	264	306	6	63' 25,86"
Q1	Flexão	simetria xz	33	8	33	264	297	306	6	63' 25,58"
R0	flexão	simetria xz	33	12	0	396	396	442	6	145' 30,13"
R1	flexão	simetria xz	33	13	33	429	462	476	6	174' 56,14"
Q0	torção	-	18	16	0	288	288	304	5	169' 35,75"
Q1	torção	anti-simetria xz	33	8	33	264	297	306	5	56' 2,94"
R0	torção	-	18	20	0	360	360	380	2	301' 44,71"
R1	torção	anti-simetria xz	33	13	33	429	462	476	5	157' 50,04"

TABELA A.2

- Q0 - seção quadrada sem guias  
Q1 - seção quadrada com guias  
R0 - seção retangular sem guias  
R1 - seção retangular com guias

## APÊNDICE 3

AFERIÇÃO DOS APALPADORES UTILIZADOS  
NA MEDIÇÃO DAS DEFORMAÇÕES

Para aferição do conjunto transdutores-aparelho de medida foram primeiramente selecionadas as séries de blocos padrão necessárias à realização do teste, de modo que fossem aferidos pontos espaçados em cada uma das escalas do instrumento.

Os valores nominais das diferenças obtidas para os conjuntos de blocos montados, constituem os pontos aferidos para cada escala. Estes valores foram os mostrados abaixo:

ESCALA	Valores de escala aferidos ( $\mu\text{m}$ )					
20 $\mu\text{m}$	2,000	4,000	6,000	10,000		
200 $\mu\text{m}$	10,000	20,000	40,000	50,000	100,000	200,000
2000 $\mu\text{m}$	200,000	300,000	500,000	1000,000	1500,000	2000,000

Para a realização do teste, cada um dos transdutores foi montado num suporte Tesa, dotado de coluna vertical e cabeçote móvel para a fixação do transdutor. Esta fixação é feita através de um anel que se ajusta ao corpo do transdutor através de parafuso.

Cada transdutor foi, a seguir, conectado a um dos canais de entrada do aparelho medidor. Procedeu-se à zeragem em cada canal e a seguir foram realizadas as leituras. Para cada ponto da escala repetiu-se 10 vezes a medição.

A partir das médias dos valores lidos, se determinaram as curvas de aferição para cada escala, ou seja, 3 curvas para cada apalpador, totalizando 30 curvas. O ajustamento das curvas foi feito através do método de mínimos quadrados e os valores obtidos encontram-se no quadro A3.1, onde x representa o valor lido no dial do aparelho medidor e y a deformação real correspondente.

Os erros percentuais foram calculados em relação ao

Nº do a- palpador	Escala [ $\mu\text{m}$ ]	Curvas de aferição ajustadas	Erro percentual em rela- ção do valor máximo da escala.
1	20	$y = -0,29 + 1,05x$	-5,00
	200	$y = -0,18 + 1,00x$	-0,09
	2000	$y = 2,42 + 1,00x$	0,12
2	20	$y = 0,13 + 0,98x$	-1,35
	200	$y = -0,48 + 1,01x$	0,76
	2000	$y = -0,61 + 1,01x$	0,97
3	20	$y = -0,51 + 1,03x$	0,45
	200	$y = 0,11 + 1,00x$	0,06
	2000	$y = 2,89 + 1,01x$	1,14
4	20	$y = -0,71 + 1,10x$	6,45
	200	$y = 0,31 + 1,00x$	0,16
	2000	$y = -6,36 + 1,02x$	1,68
5	20	$y = 0,07 + 1,00x$	0,35
	200	$y = 0,15 + 1,00x$	0,08
	2000	$y = -2,50 + 1,00x$	-0,13
6	20	$y = -0,04 + 1,04x$	3,80
	200	$y = 0,04 + 1,01x$	1,02
	2000	$y = -0,19 + 1,02x$	1,99
7	20	$y = 0,37 + 0,97x$	-1,15
	200	$y = 0,02 + 1,01x$	1,01
	2000	$y = -1,31 + 1,01x$	0,93
8	20	$y = -0,25 + 1,05x$	3,75
	200	$y = -0,03 + 0,99x$	-1,02
	2000	$y = -0,46 + 0,99x$	-1,00
9	20	$y = -0,05 + 1,02x$	1,75
	200	$y = 0,02 + 1,01x$	1,01
	2000	$y = -2,30 + 1,02x$	1,89
10	20	$y = 0,10 + 1,00x$	0,50
	200	$y = 0,04 + 1,01x$	1,02
	2000	$y = -1,87 + 1,01x$	0,91

QUADRO A3.1

maior valor de cada escala, já que os erros percentuais fornecidos pelo fabricante se referem a este valor.

Observa-se da aferição:

- a) A escala de  $\pm 20 \mu\text{m}$  para todos os apalpadores é a que apresentou maior erro percentual em relação ao valor máximo.
- b) A escala de  $\pm 200 \mu\text{m}$  apresentou um erro percentual de no máximo 1,02% em relação ao seu valor máximo
- c) A escala de  $\pm 2000 \mu\text{m}$  apresentou um erro percentual de no máximo 1,99%.
- d) Todas as curvas de aferição são retas com coeficientes angulares próximos de 1, o que pode ser considerado uma boa indicação da eficiência do equipamento, já que o deslocamento do zero é bem pequeno.

De acordo com dados do fabricante, o erro máximo para todas escalas é de  $\pm 2\%$ . As escalas de 200 e 2000  $\mu\text{m}$ , realmente apresentaram valores compatíveis com o indicado. A escala de 20  $\mu\text{m}$  porém, para alguns dos transdutores, apresentou valores maiores.

Como todos os testes necessitam no mínimo da escala de 200  $\mu\text{m}$ , não foi utilizada a escala de 20  $\mu\text{m}$ . Portanto, para as escalas usadas é suficiente estabelecer que o erro percentual não ultrapassa 2%, eliminando-se a correção para cada um dos valores individuais lidos.

Todas as medições de aferição foram realizadas em condições ambientais dentro dos limites fornecidos pelo fabricante.