

**UNIVERSIDADE FEDERAL DE SANTA CATARINA
PROGRAMA DE PÓS GRADUAÇÃO EM
ENGENHARIA MECÂNICA**

**ESTIMAÇÃO TRANSIENTE DO COEFICIENTE DE
TROCA DE CALOR RADIAL EM TUBOS DE CALOR
DE COBRE-ÁGUA, COM PAREDES ESTRIADAS
AXIALMENTE.**

**TESE SUBMETIDA À UNIVERSIDADE FEDERAL DE
SANTA CATARINA PARA A OBTENÇÃO DO GRAU
DE DOUTOR EM ENGENHARIA MECÂNICA**

HUMBERTO PONTES CARDOSO

FLORIANÓPOLIS, ABRIL DE 1996

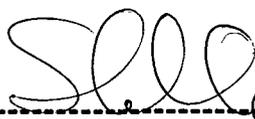
ESTIMAÇÃO TRANSIENTE DO COEFICIENTE DE TROCA DE CALOR RADIAL EM TUBOS DE CALOR DE COBRE-ÁGUA, COM PAREDES ESTRIADAS AXIALMENTE.

HUMBERTO PONTES CARDOSO

ESTA TESE FOI JULGADA PARA A OBTENÇÃO DO TÍTULO DE

DOUTOR EM ENGENHARIA

ESPECIALIDADE ENGENHARIA MECÂNICA E APROVADA EM SUA FORMA FINAL PELO PROGRAMA DE PÓS GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA MECÂNICA

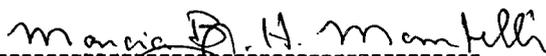


DR. SÉRGIO COLLE - ORIENTADOR

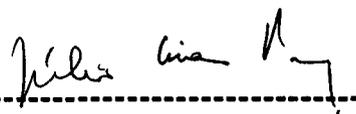


DR. ANTÔNIO FÁBIO CARVALHO DA SILVA - COORDENADOR

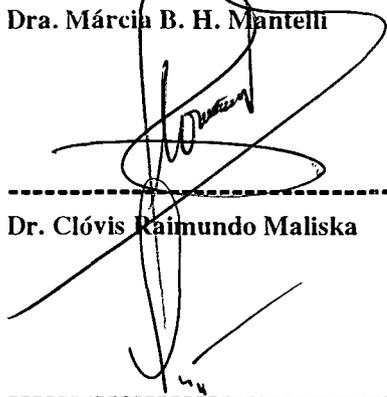
BANCA EXAMINADORA



Dra. Márcia B. H. Mantelli



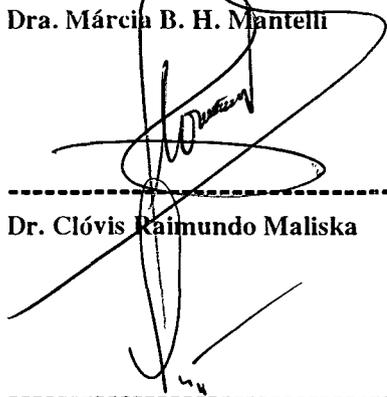
Dr. Júlio César Passos



Dr. Clóvis Raimundo Maliska



Dr. Renato Machado Cotta



Dr. Paulo César Philippi



Dr. Evandro S. Camêlo Cavalcanti

Dedico este trabalho aos meus pais, Heitor e Maria Luiza, à minha companheira Cristina, aos meus filhos Bruno e Fabíola, e aos meus seis irmãos, todos co-autores espirituais desta tese.

AGRADECIMENTOS

Agradeço ao meu orientador, Prof. Dr. Sérgio Colle, pelo seu empenho em viabilizar este trabalho, aos colegas do LABSOLAR, especialmente o Engo. Emerson Schmidt, pelo apoio durante a execução dos testes, e aos demais professores do Departamento de Mecânica, com quem tive o privilégio de conviver.

ÍNDICE

SIMBOLOGIA	viii
RESUMO	xi
1. INTRODUÇÃO	1
1.1 TUBOS DE CALOR.....	1
1.2 REVISÃO BIBLIOGRÁFICA	3
1.3 ESCOPO DA TESE	5
2. MODELAÇÃO MATEMÁTICA	7
2.1 MODELO TRI-DIMENSIONAL.....	7
2.1.1 <i>Formulação</i>	7
2.1.1.1 <i>Subdomínio I</i>	10
2.1.1.2 <i>Subdomínio II</i>	13
2.1.1.3 <i>Subdomínio III</i>	15
2.1.2 <i>Método da Transformada Integral</i>	19
2.1.2.1 <i>Solução do Problema Auxiliar</i>	21
2.1.2.1.1 <i>Subdomínios I e II</i>	22
2.1.2.1.3 <i>Subdomínio III</i>	24
2.1.2.2 <i>Obtenção das Equações Transformadas</i>	25
2.1.2.2.1 <i>Subdomínio I</i>	26
2.1.2.2.1.1 <i>Transformada em θ</i>	26
2.1.2.2.1.2 <i>Transformada em r</i>	27
2.1.2.2.1.3 <i>Transformada em z</i>	28
2.1.2.2.2 <i>Subdomínio II</i>	29
2.1.2.2.3 <i>Composição dos Subdomínios I e II</i>	30
2.1.2.2.4 <i>Subdomínio III</i>	31
2.2 MODELO UNIDIMENSIONAL	32
2.2.1 <i>Formulação</i>	32
2.2.2 <i>Método Nodal</i>	36
2.3 SOLUÇÃO PELO MÉTODO EXPONENCIAL	37
2.4 ALGORITMO DE ESTIMAÇÃO	38
2.5 OBTENÇÃO DE h_e E h_c PELO MODELO TRI-DIMENSIONAL ...	40
3. EXPERIMENTO	42
3.1 PROJETO DO TUBO.....	42
3.1.1 <i>Parâmetros de Desempenho</i>	44
3.1.1.1 <i>Razão de Aspecto</i>	45
3.1.1.2 <i>Fator de Composição</i>	44

3.1.1.3	<i>Altura Estática</i>	45
3.1.1.4	<i>Capacidade de Transporte</i>	46
3.2	FABRICAÇÃO DO TUBO	47
3.2.1	<i>Limpeza</i>	47
3.2.2	<i>Soldagem</i>	49
3.2.3	<i>Carga do Fluido de Trabalho</i>	50
3.3	BANCADA EXPERIMENTAL	51
3.3.1	<i>Instrumentação</i>	52
3.4	INCERTEZA DA MEDIÇÃO DA TEMPERATURA	53
3.5	PROCEDIMENTO EXPERIMENTAL	54
3.6	DETERMINAÇÃO EXPERIMENTAL DE h_0	56
3.6.1	<i>Incerteza na Determinação de h_0</i>	58
4.	RESULTADOS DOS TESTES FUNCIONAIS	60
5.	ESTIMAÇÃO DOS COEFICIENTES DE TROCA DE CALOR RADIAL	63
5.1	PROCEDIMENTO	64
5.1.1	<i>Solução Analítica</i>	64
5.1.2	<i>Solução Numérica</i>	66
5.1.3	<i>Algoritmo de Estimação</i>	66
5.1.3.1	<i>Otimização dos Parâmetros α e β (Caso 9)</i>	68
5.2	RESULTADOS OBTIDOS	74
5.3	DISCUSSÃO DOS RESULTADOS	74
5.3.1	<i>Análise dos Casos Apresentados</i>	75
5.3.1.1	<i>Caso 1</i>	75
5.3.1.2	<i>Caso 2</i>	82
5.3.1.3	<i>Caso 3</i>	89
5.3.1.4	<i>Caso 4</i>	96
5.3.1.5	<i>Caso 5</i>	103
5.3.1.6	<i>Caso 6</i>	110
5.3.1.7	<i>Caso 7</i>	117
5.3.1.8	<i>Caso 8</i>	124
5.3.1.9	<i>Caso 9</i>	131
5.3.2	<i>Incerteza dos Valores de h Estimados</i>	138
5.3.3	<i>Análise das Oscilações</i>	139
5.3.4	<i>Comportamento de h</i>	140
5.3.4.1	<i>Regime Permanente</i>	140
5.3.4.2	<i>Partida</i>	141
5.3.4.3	<i>Secagem por Ebulição</i>	142
5.3.4.4	<i>Secagem por Insuficiência Capilar</i>	142
6.	CONCLUSÕES	143

7. BIBLIOGRAFIA	145
APÊNDICE A	148
APÊNDICE B	151
APÊNDICE C	155
APÊNDICE D	160
APÊNDICE E	174
APÊNDICE F.....	178

Simbologia

a	razão de aspecto
A_a	área de contato entre parede e vapor
A_l	área da seção transversal do sulco
A_o	área externa da parede
A_T	área da seção transversal da parede
c_i	calor específico do nó i
h_0	coeficiente de película externo ao condensador
h_{al}	coeficiente de película entre parede do sulco e líquido
h_c	coeficiente de troca de calor radial no condensador
h_e	coeficiente de troca de calor radial no evaporador
h_{pl}	coeficiente de película entre parede do tubo e líquido
H_s	altura estática
I_h	incerteza dos valores estimados de h
I_m	incerteza dos valores experimentais de temperatura
J_v	função de Bessel de primeira espécie
k_l	condutividade térmica do líquido (água)
k_p	condutividade térmica da parede (cobre)
L	comprimento total do tubo de calor
L_a	distância entre os inícios do evaporador e condensador
L_e	comprimento do evaporador
m_i	massa do nó i
N_μ	norma associada às auto-funções em r
N_v	norma associada às auto-funções em θ
N_p	norma associada às auto-funções em z
q_0	fluxo de calor aplicado no evaporador
Q_c	limite capilar
Q_e	limite de ebulição
r	coordenada espacial
r_a	raio do núcleo do tubo ocupado pelo vapor
r_i	raio interno da parede do tubo
r_l	distância entre o centro do tubo e o topo do filete de líquido
R_n	conjunto de auto-funções na direção r
r_o	raio externo da parede do tubo
S	fator de composição
t	tempo
T_∞	temperatura ambiente
T_l	distribuição bidimensional da temperatura do líquido
T_l^*	distribuição tridimensional da temperatura do líquido
T_{l0}	temperatura inicial do líquido

T_P	temperatura da parede
T_{P0}	temperatura inicial da parede
T_{P1}	temperatura do subdomínio I
T_{P2}	temperatura do subdomínio II
T_v	temperatura da parede
\bar{T}_j	transformada da temperatura em relação a θ
\tilde{T}_m	transformada da temperatura em relação a r
\hat{T}_u	transformada da temperatura em relação a z
v_z	velocidade de escoamento do líquido no sulco capilar
w	largura da abertura dos sulcos capilares
w_f	espessura da parede dos sulcos capilares
W_P	perímetro molhado dos sulcos capilares
$Y_{j, M+i-1}$	valores experimentais da temperatura da parede
Y_v	função de Bessel de segunda espécie
z	coordenada espacial
Z_c	coeficiente de sensibilidade da temperatura em relação a h_c
Z_e	coeficiente de sensibilidade da temperatura em relação a h_e
Z_k	conjunto de auto-funções na direção z

Símbolos Gregos

α	coeficiente de regularização de ordem zero
α_l	difusividade térmica do líquido
α_p	difusividade térmica da parede
β	coeficiente de regularização de primeira ordem
δ	profundidade do sulco
ϕ_l	solução do problema auxiliar no líquido
ϕ_p	solução do problema auxiliar na parede
λ_l	autovalor associado à fase líquida
λ_p	autovalor associado à parede
λ_{lv}	calor latente de vaporização
μ_l	coeficiente de viscosidade do líquido
μ_{ln}	auto-valores na direção r para o líquido
μ_n	auto-valores na direção r para a parede
μ_v	coeficiente de viscosidade do vapor
ν_j	autovalores na direção θ para líquido e parede
ρ_k	auto-valores na direção z para líquido e parede
ρ_l	massa específica do líquido
ρ_v	massa específica do vapor
σ	tensão superficial
θ	coordenada espacial

θ_1	ângulo que delimita o subdomínio I
θ_2	ângulo que delimita o setor analisado
ν_i	auto-valores na direção θ para a parede

RESUMO

Este trabalho apresenta um estudo teórico-experimental do comportamento em regime transiente do coeficiente de troca de calor radial ao longo de um tubo de calor de cobre-água estriado axialmente. Este parâmetro é estimado pelo método de regularização seqüencial de primeira ordem, utilizando uma solução analítica por transformada integral, e uma numérica pelo método nodal para o problema da difusão de calor na parede e estrutura capilar. Foram obtidas curvas de variação do coeficiente de troca de calor radial em função do tempo para as fases de partida do tubo (startup), operação transiente, regime permanente e durante a secagem da estrutura capilar, causada por ebulição ou insuficiência capilar. A análise do comportamento destas curvas em cada uma destas fases permitiu a identificação dos fenômenos de *ebulição nucleada*, tanto na fase de partida quanto em regime permanente e da *ebulição de filme instável* durante a secagem da estrutura capilar. Demonstrou-se que estes fenômenos dependem fortemente das condições iniciais de operação do tubo e podem ocorrer para níveis de potência bem abaixo dos limites operacionais. Os resultados em regime permanente foram comparados com dados extraídos da literatura, confirmando a validade dos resultados obtidos nesta tese.

Abstract

This work presents a theoretical and experimental study of the radial film coefficient behavior on transient regime inside a copper-water axially grooved heat pipe. This parameter is valued by the first order sequential regularization method, utilizing the integral transform method (analytical) and nodal method (numerical) to solve the heat diffusion problem in the heat pipe wall and wick. It was obtained results for the startup, transient regime, steady state and during dry-out caused by boiling or capillary limitations. The result analysis showed that the *nucleated boiling* has occurred during startup and steady state while *partial film boiling* regime has occurred during dry-out. It was proved that these phenomena are strongly dependent on the initial conditions and they were observed for power dissipation levels much lower than the operating limits. The steady state results were compared to literature data confirming the validity of the results obtained in this thesis.

Capítulo 1

INTRODUÇÃO

1.1 TUBOS DE CALOR

Tubos de calor têm sido cada vez mais utilizados como dispositivos de controle térmico de satélites artificiais, especialmente tubos de condutância constante com estrutura capilar do tipo estrias axiais (“axial grooves”), para isothermalização de painéis e resfriamento de equipamentos eletrônicos.

Estes dispositivos são tubos selados, normalmente cilíndricos, que utilizam o fenômeno de mudança de fase para transportar grandes quantidades de calor, com reduzidos gradientes de temperatura entre suas extremidades. A Fig. 1.1 mostra, esquematicamente, o funcionamento de um tubo de calor de condutância constante.

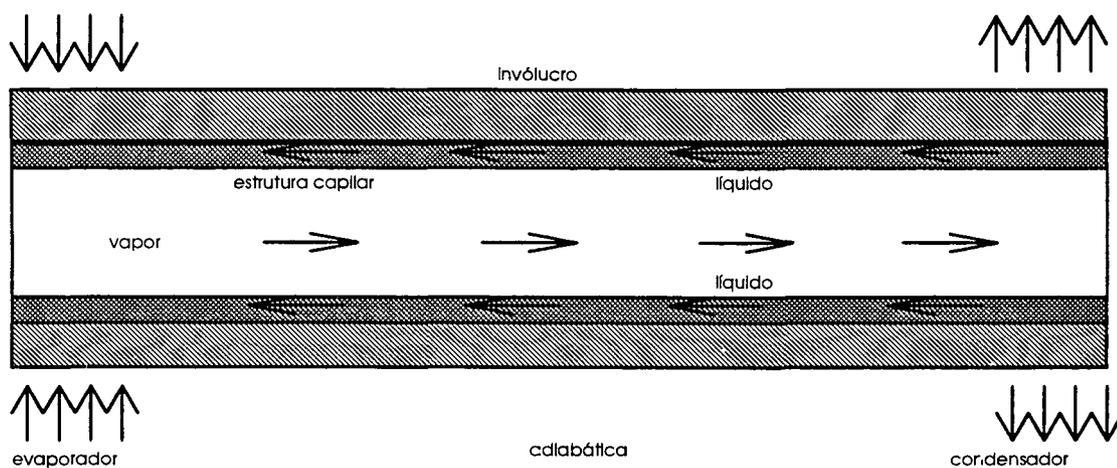


Fig. 1.1 Princípio de funcionamento de um tubo de calor.

As principais etapas de seu funcionamento são descritas a seguir:

- o fluxo de calor, aplicado na região do evaporador, faz com que o líquido presente na estrutura capilar evapore, aumentando a pressão de vapor local;

- esse aumento de pressão provoca o escoamento do vapor, no sentido do condensador;

- na região do condensador o vapor retorna à fase líquida, cedendo calor para a parede do tubo;

- o líquido é então bombeado por capilaridade de volta ao evaporador, completando o ciclo.

Os Apêndices A e B apresentam mais detalhes sobre o funcionamento destes tubos.

Tubos de calor são normalmente projetados para operar dentro de uma faixa bem determinada de temperatura e são limitados quanto a máxima potência que podem transportar. No entanto, numa missão espacial, por exemplo, a fase de partida (“startup”) de um tubo, normalmente ocorre durante as fases de lançamento e aquisição, quando o satélite está operando fora de sua órbita e atitude nominais. Nessa situação, é importante que o tubo, mesmo não apresentando seu desempenho ideal, seja capaz de operar até atingir as condições nominais de operação, sem sofrer nenhum dano irreversível.

Para que se possa projetar, portanto, um tubo de calor para uso espacial com a confiabilidade requerida, é fundamental que se conheça o seu comportamento em regime transiente, durante sua partida e em condições críticas de operação, causadas ou por variações bruscas na potência dissipada externamente ao evaporador, ou nas condições de troca de calor externas ao condensador.

Fenômenos como a secagem parcial da estrutura capilar, a vaporização do líquido no interior dos sulcos, e a formação de bolhas, podem ocorrer nestas condições e prejudicar seriamente o desempenho destes tubos. O principal efeito da ocorrência destes fenômenos é a alteração, redução ou aumento da capacidade de troca de calor radial através da estrutura capilar.

A correlação entre a capacidade de troca de calor radial, expressa matematicamente pelo coeficiente de troca de calor radial, h , e os fenômenos acima citados, foi constatada por Schlitt et al. (1974), Sun et al. (1972), e Sun et al. (1975), onde o valor de h foi estimado para o regime permanente. A literatura técnica pesquisada, no entanto, não tem reportado

nenhum trabalho para estimar esse coeficiente em regime transiente, como será visto a seguir.

1.2 REVISÃO BIBLIOGRÁFICA

O aperfeiçoamento dos tubos de calor e o conseqüente aumento de sua confiabilidade vem sendo obtido através de um grande esforço no sentido de desenvolver modelos matemáticos cada vez mais representativos. Uma das maiores dificuldades encontradas hoje no desenvolvimento destes modelos está na interpretação dos fenômenos que ocorrem no interior da estrutura capilar e em sua interface com o vapor, especialmente em regime transiente.

A maioria dos modelos desenvolvidos para tubos de calor utiliza a hipótese de troca de calor radial puramente condutiva na estrutura capilar, com a suposição de que a mudança de fase só ocorra na interface líquido-vapor (Chi, 1976). Nesses modelos, a condutância equivalente da matriz fluido-estrutura capilar é determinada experimentalmente, e utilizada como se essa matriz fosse um meio homogêneo. No entanto, essa hipótese nem sempre é válida, uma vez que, em determinadas condições de operação, pode ocorrer mudança de fase no interior da estrutura capilar, alterando significativamente as condições de troca de calor no evaporador (Sun et al. (1972) e Sun et al. (1975)). Esses autores observaram em seu experimento que a troca de calor radial no evaporador era mais eficiente que no condensador e não podia ser descrita corretamente por um modelo puramente condutivo. Adotou-se então um modelo convectivo para a troca de calor radial através da estrutura capilar nesta região. O coeficiente de filme foi determinado através do ajuste dos dados teóricos àqueles obtidos experimentalmente, adotando as hipóteses de que a matriz fluido-estrutura capilar comporta-se como um meio homogêneo e que este coeficiente é constante ao longo de todo o evaporador. Os valores obtidos para o tubo de cobre-água com estrutura capilar de tela de bronze, para as regiões do evaporador (h_e) e condensador (h_c), baseados na área interna foram os seguintes:

$$h_e = 3730 \text{ W/m}^2 \text{ K}$$

$$h_c = 1060 \text{ W/m}^2 \text{ K}$$

El-Genk (1992) apresenta um estudo experimental do comportamento transiente de um tubo de calor de cobre-água e estrutura capilar de tela de cobre. Ele não apresenta qualquer discussão sobre os valores de h_e e h_c . Para o regime permanente, entretanto, as estimativas foram as seguintes:

$$h_e = 2420 \text{ W/m}^2 \text{ K} ,$$

$$h_c = 5610 \text{ W/m}^2 \text{ K} ,$$

Deve-se observar que naquele estudo o condensador apresentou um coeficiente de troca de calor maior que o do evaporador. Este resultado é oposto ao obtido por Sun et al. (1975), e é explicado supondo-se que, na região do evaporador, a mudança de fase ocorre apenas na interface líquido-vapor, enquanto que, na região do condensador, a mudança de fase ocorre tanto nesta interface quanto no topo das aletas (paredes dos sulcos) (Schlitt et al. (1992), Schlitt et al. (1974), Brennan et al. (1977), Harwell et al. (1977)).

Schlitt et al. (1992), Harwell et al. (1977), Chi (1976), e Brennan et al. (1977) afirmam que, em geral, em tubos dotados de estrutura capilar do tipo de estrias axiais, não ocorre ebulição no interior dos sulcos, uma vez que o limite de bombeamento capilar é normalmente inferior ao de ebulição, fazendo com que o tubo entre em colapso antes que as condições de formação de bolhas no líquido sejam criadas. No entanto, o próprio Schlitt et al. (1974) apresenta resultados experimentais para um tubo deste tipo, utilizando como fluido de trabalho a amônia, e observa que ele é limitado pela intensidade de fluxo radial aplicado na região do evaporador. O autor reconhece que os resultados conflitam com as previsões teóricas e admite que a causa mais provável é a ebulição por nucleação no interior dos sulcos. Os resultados apresentados acima, apesar de não poderem ser comparados diretamente, devido às diferenças construtivas dos tubos utilizados, evidenciam que os coeficientes h_e e h_c podem ter seus valores alterados de forma significativa, em função das condições em que o tubo de calor estiver sendo operado.

A dificuldade de se determinar a ocorrência ou não da ebulição no interior dos sulcos, aliada à grande influência que este fenômeno exerce sobre o comportamento do coeficiente de troca de calor radial e ainda, à quase completa ausência de informações sobre o comportamento deste parâmetro em regime transiente, sugere a necessidade de um estudo mais

aprofundado do comportamento transiente deste coeficiente e sua relação com os fenômenos característicos das várias fases e condições de operação do tubo de calor.

Para realizar tal tarefa adotou-se um procedimento teórico-experimental, que permite o estudo do comportamento de h em regime transiente, em diversas condições de operação, relacionando-o com os fenômenos presentes no interior da estrutura capilar. O coeficiente de troca de calor radial é estimado através de um algoritmo de estimação de parâmetros do tipo seqüencial. Dados experimentais obtidos através de ensaios em um tubo de calor de cobre-água com estrutura capilar do tipo estrias axiais são utilizados no processo de estimação. Na próxima seção apresentamos, de forma sucinta, a metodologia adotada neste trabalho.

1.3 ESCOPO DA TESE

A estimação dinâmica de coeficientes de troca de calor, de uma forma geral é realizada, minimizando-se uma métrica definida a partir das diferenças entre as temperaturas estimadas através de um modelo matemático e aquelas obtidas experimentalmente.

Neste trabalho, adotam-se dois modelos matemáticos para estimação da distribuição de temperatura: uma solução analítica, obtida pelo método da transformada integral (Yener et al., 1974), e uma numérica, utilizando o método nodal (Cardoso et al., 1990). Na solução analítica, a matriz fluido-estrutura capilar não é modelada como um meio homogêneo. A distribuição de temperatura na parede e no filete de líquido são formuladas separadamente e acopladas através da condição de troca de calor, por convecção, na interface entre os dois domínios. Esta condição é expressa pelos coeficientes de película entre a parede e o líquido, h_{pl} , e entre a aleta e o líquido, h_{al} . Portanto, por este método, não se obtêm diretamente os coeficientes de troca de calor radial no condensador, h_c , e no evaporador, h_e . Estes coeficientes são obtidos posteriormente através do balanço de energia nas respectivas regiões.

Já na solução numérica, considera-se a parede acoplada diretamente ao vapor, através dos coeficientes de troca de calor radial no evaporador, h_e , e no condensador, h_c , possibilitando a obtenção destes parâmetros diretamente do algoritmo de estimação.

A distribuição de temperatura ao longo da superfície externa da parede do tubo e a temperatura da região do vapor foram obtidas experimentalmente, para várias condições de operação, para as quais, através do controle da potência aplicada, do comprimento do evaporador e da inclinação do tubo, provocou-se o funcionamento normal do tubo, a secagem da estrutura capilar e a formação de bolhas em seu interior.

A estimação dos coeficientes de película é obtida através do algoritmo de regularização seqüencial de primeira ordem para múltiplos sensores (Beck et al., 1985). A opção por este método veio, em primeiro lugar, por sua maior eficiência computacional quando comparado a algoritmos que utilizam técnicas globais e em segundo lugar, porque a partir dele, pela simples alteração de alguns parâmetros, obtêm-se algoritmos mais simples e ainda mais rápidos, bastante úteis na fase inicial do trabalho.

A seguir apresenta-se de forma detalhada, a dedução das equações que governam o comportamento térmico do tubo de calor e a formulação do algoritmo de estimação.

Capítulo 2

MODELAÇÃO MATEMÁTICA

2.1 MODELO TRI-DIMENSIONAL

2.1.1 Formulação

Na formulação do problema da distribuição de temperatura em regime transiente do tubo de calor, consideraram-se algumas hipóteses simplificativas, com o objetivo de garantir a obtenção da solução analítica pelo método da transformada integral.

A configuração real da seção reta do tubo pode ser vista na Fig. 3.1. Para fins de modelação matemática utilizou-se, entretanto, a geometria apresentada na Fig. 2.1. Nesta simplificação foram preservados o número total de sulcos (25) e os valores dos raios interno e externo do tubo. A profundidade do sulco foi corrigida de forma a preservar a sua área lateral.

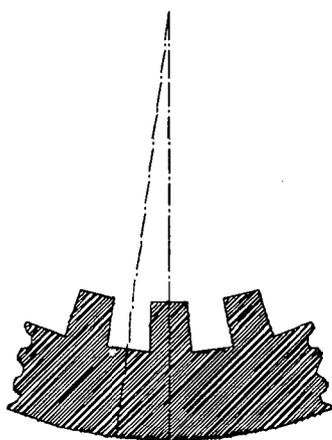


Figura 2.1 Configuração geométrica adotada para a estrutura capilar.

Supõe-se que o fluxo de calor aplicado na região do evaporador e o fluxo extraído no condensador são axissimétricos e que os efeitos do campo gravitacional foram desconsiderados no interior do tubo. Estas hipóteses estão em concordância com as condições reais de teste (veja detalhes da montagem experimental no Capítulo 3), não comprometendo portanto a validade dos resultados.

Para efeito de cálculo, assume-se que o fluxo uniformemente aplicado ao evaporador é constante e igual a q_0 , enquanto que a rejeição de calor no condensador se dá por convecção forçada, com coeficiente de película externo constante e igual a h_0 . Considera-se também, que não haja perdas de calor, nem pela região adiabática nem pelas extremidades do tubo. A última hipótese pôde ser adotada sem grande impacto na qualidade dos resultados, devido ao comprimento do tubo ser duas ordens de grandeza superior ao seu raio. A Fig. 2.2 mostra esquematicamente estas condições de contorno.

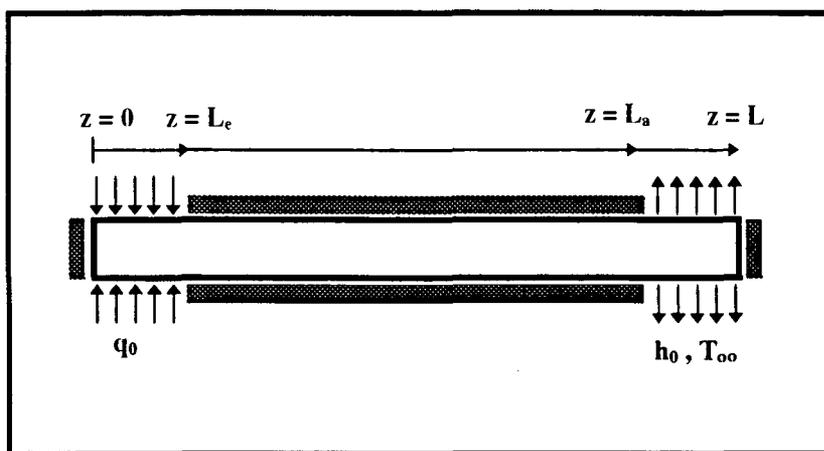


Fig.2.2 Representação esquemática das condições de contorno externas.

A principal consequência da adoção destas hipóteses é que a distribuição de temperatura ao longo de toda extensão do tubo é axissimétrica, ou seja, todos os sulcos apresentam o mesmo comportamento térmico. Assim, o domínio a ser modelado se restringe a um setor de cilindro que se estende do meio da parede do sulco até o meio do filete de líquido, conforme mostram as Figs. 2.1 e 2.3.

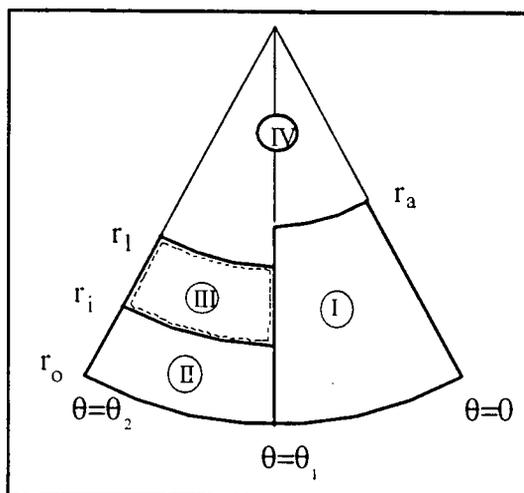


Fig. 2.3 Setor da seção reta do tubo a ser modelado.

Por conveniência, este setor é subdividido em quatro subdomínios. O subdomínio I compreende a região formada pela parede do tubo e a aleta que forma a parede do sulco. O subdomínio II abrange o setor da parede em contato direto com o líquido. O subdomínio III corresponde à metade do filete de líquido no interior do sulco capilar. Por fim, o subdomínio IV corresponde à região ocupada pelo vapor. A distribuição de temperatura, em cada um dos três primeiros subdomínios, é obtida separadamente, em função das condições de continuidade nas interfaces e depois unidas para obtenção da solução global. A temperatura do vapor é obtida experimentalmente. A necessidade de garantir a continuidade entre os subdomínios I e II, tornou necessária a utilização da equação da energia na sua forma tridimensional para estes dois subdomínios, apesar de os gradientes na direção θ serem muito pequenos e ser praticamente impossível medi-los.

Para o líquido (subdomínio III) não há essa imposição. Assim, integra-se a equação da energia ao longo de θ , eliminando-se esta coordenada. As condições de contorno nesta direção são incorporadas à equação como um termo fonte. Os termos de difusão de calor e convecção, na direção axial são considerados nulos; o primeiro por ser muito pequeno e o segundo para simplificação da equação. Observe-se que os efeitos do movimento do líquido serão detectados pela estimação de h , mesmo sem a presença do termo convectivo nesta equação.

Para dar mais generalidade a esta análise, considera-se que o coeficiente de película entre o subdomínio I e o líquido, h_{al} , é diferente daquele entre o subdomínio II e o líquido, h_{pl} .

2.1.1.1 Subdomínio I

A equação da energia em coordenadas cilíndricas, tri-dimensional, para um meio sólido e isotrópico tem a forma que segue:

$$\frac{1}{\alpha_P} \frac{\partial T_{P1}}{\partial t} = \frac{\partial^2 T_{P1}}{\partial z^2} + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 T_{P1}}{\partial \theta^2} + \frac{\partial^2 T_{P1}}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial T_{P1}}{\partial r} \quad (2.1)$$

onde $T_{P1} = T_{P1}(r, \theta, z, t)$.

O termo do lado esquerdo desta equação representa a variação da energia interna deste subdomínio, enquanto os termos do lado direito expressam a difusão de calor nas direções z , θ , e r respectivamente.

A condição inicial é expressa genericamente pela equação a seguir:

$$T_{P1}(r, \theta, z, t = 0) = T_{P0}(r, \theta, z) \quad (2.2)$$

A condição de isolamento térmico das extremidades do tubo é expressa por:

$$\frac{\partial T_{P1}}{\partial z} = 0 \quad \text{em } z = 0 \text{ e } z = L; \quad (2.3)$$

A linha de $\theta = 0$, que delimita o setor analisado, também é considerada isolada térmicamente, devido à simetria do problema. A equação a seguir expressa esta condição;

$$\frac{\partial T_{P1}}{\partial \theta} = 0 \quad \text{em } \theta = 0; \quad (2.4)$$

Na linha de $\theta = \theta_1$, a troca de calor por convecção com o líquido, na região delimitada por $r_a < r < r_i$, e a troca por condução com o subdomínio II, na região delimitada por $r_i < r < r_o$, são expressas genericamente por:

$$\frac{1}{r} \frac{\partial T_{P1}}{\partial \theta} + \frac{h_{al}^*(r, z, t)}{k_p} T_{P1} = f_{\theta}(r, z, t) \quad \text{em } \theta = \theta_1; \quad (2.5)$$

onde os termos h_{al}^* e f_{θ} são definidos pelas seguintes equações:

$$h_{al}^*(r, z, t) = \begin{cases} 0 & \text{em } r_i \leq r \leq r_o \\ h_{al}(z, t) & \text{em } r_a \leq r < r_i \end{cases} \quad (2.6)$$

$$f_{\theta}(r, z, t) = \begin{cases} \frac{h_{al} T_i}{k_p} & \text{em } r_a \leq r < r_i \\ \left. \frac{1}{r} \frac{\partial T_{P2}}{\partial \theta} \right|_{\theta_1} & \text{em } r_i < r \leq r_o \end{cases} \quad (2.7)$$

Na face externa do tubo, em $r = r_o$, as condições de fluxo aplicado no evaporador, isolamento térmico na região adiabática e resfriamento convectivo no condensador são expressas pela seguinte equação:

$$\frac{\partial T_{P1}}{\partial r} + \frac{h_0^*(z)}{k_p} T_{P1} = f_0(z, t) \quad \text{em } r = r_o; \quad (2.8)$$

onde os termos h_0^* e f_0 são definidos pelas seguintes equações:

$$h_0^*(z) = \begin{cases} 0 & \text{em } 0 \leq z < L_a \\ h_0 & \text{em } L_a \leq z \leq L \end{cases} \quad (2.9)$$

$$f_0(z, t) = \begin{cases} \frac{q_0}{k_p} & \text{em } 0 \leq z < L_e \\ 0 & \text{em } L_e \leq z < L_a \\ \frac{h_0 T_\infty}{k_p} & \text{em } L_a \leq z \leq L \end{cases} \quad (2.10)$$

Na face interna da parede, em $r = r_a$, a condição de contorno expressa a hipótese de isolamento térmico do topo da aleta. Esta hipótese é bastante representativa do que ocorre nas regiões adiabática e do evaporador, onde o topo da aleta está em contato direto com o vapor, não havendo, portanto, mudança de fase nesses pontos. Como o calor trocado no processo de mudança de fase é algumas ordens de grandeza maior que o transportado por convecção, pode-se considerar nulo este último. Na região do condensador por outro lado, é provável que haja condensação tanto no topo da aleta quanto na interface líquido-vapor. No entanto, tudo se passará como se houvesse condensação no interior dos sulcos, e o valor estimado de h_c levará em conta este fenômeno. Portanto pode-se escrever:

$$\frac{\partial T_n}{\partial r} = 0 \quad \text{em } r = r_a; \quad (2.11)$$

A Fig. 2.4 ilustra esquematicamente as condições de contorno acima descritas.

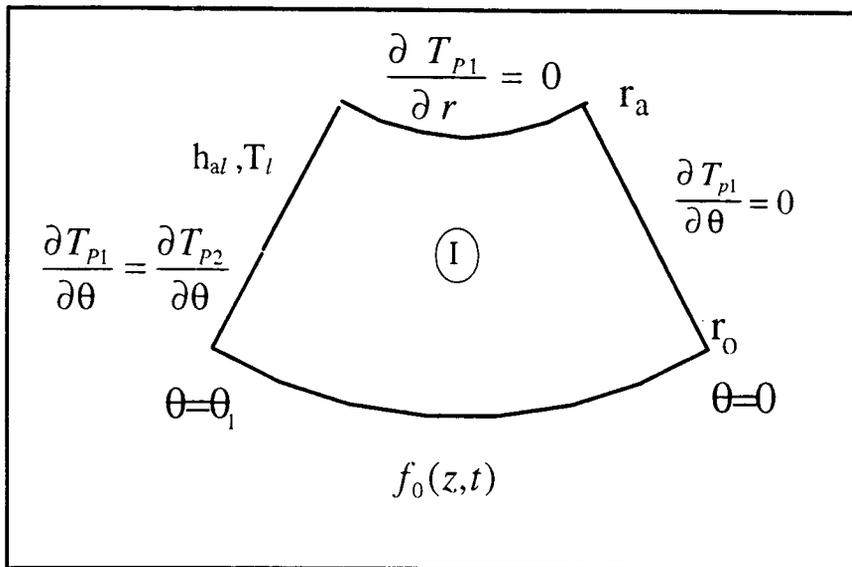


Fig.2.4 Condições de contorno adotadas para o subdomínio I

2.1.1.2 Subdomínio II

A formulação neste subdomínio é similar à utilizada no subdomínio I, diferenciando-se apenas pelas condições de contorno. Assim a equação da energia em coordenadas cilíndricas é dada por :

$$\frac{1}{\alpha_P} \frac{\partial T_{p2}}{\partial t} = \frac{\partial^2 T_{p2}}{\partial z^2} + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 T_{p2}}{\partial \theta^2} + \frac{\partial^2 T_{p2}}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial T_{p2}}{\partial r} \quad (2.12)$$

onde $T_{p2} = T_{p2}(r, \theta, z, t)$.

A condição inicial é expressa genericamente por:

$$T_{p2}(r, \theta, z, t = 0) = T_{p0}(r, \theta, z) \quad (2.13)$$

As condições de contorno em z são exatamente as mesmas do subdomínio I, ou seja:

$$\frac{\partial T_{P2}}{\partial z} = 0 \quad \text{em } z = 0 \text{ e } z = L; \quad (2.14)$$

Devido à simetria do problema, a linha de $\theta = \theta_2$, que delimita este subdomínio é considerada isolada térmicamente. A equação a seguir expressa esta condição:

$$\frac{\partial T_{P2}}{\partial \theta} = 0 \quad \text{em } \theta = \theta_2; \quad (2.15)$$

Na linha de $\theta = \theta_1$, que delimita a interface entre os subdomínios I e II, a condição de contorno que expressa a continuidade entre os dois subdomínios é apresentada a seguir:

$$T_{P2} = T_{P1} \quad \text{em } \theta = \theta_1; \quad (2.16)$$

Em $r = r_o$ a condição de contorno é a mesma do subdomínio I ou seja:

$$\frac{\partial T_{P2}}{\partial r} + \frac{h_0^*(z)}{k_p} T_{P2} = f_0(z, t) \quad \text{em } r = r_o; \quad (2.17)$$

onde os termos h_0^* e f_0 são definidos pelas Eqs. (2.9) e (2.10), respectivamente.

Em $r = r_i$ a parede está acoplada por convecção com o líquido. Esta condição é expressa pela equação que segue:

$$\frac{\partial T_{P2}}{\partial r} - \frac{h_{pl}(z, t)}{k_p} [T_{P2} - T_l(r_i, z, t)] = \theta \quad \text{em } r = r_i; \quad (2.18)$$

A Fig. 2.5 ilustra de forma esquemática estas condições de contorno.

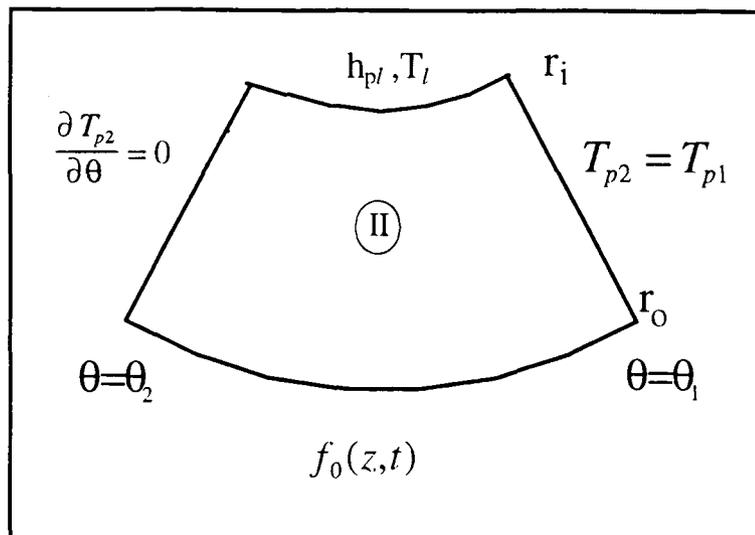


Fig.2.5 Condições de contorno adotadas para o subdomínio II

2.1.1.3 Subdomínio III

A equação da energia, para o regime transiente, tridimensional, para um fluido newtoniano e incompressível, movimentando-se na direção z é expressa por:

$$\frac{1}{\alpha_l} \frac{\partial T_l^*}{\partial t} + \frac{v_z}{\alpha_l} \frac{\partial T_l^*}{\partial z} = \frac{\partial^2 T_l^*}{\partial z^2} + \frac{\partial^2 T_l^*}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial T_l^*}{\partial r} + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 T_l^*}{\partial \theta^2} \quad (2.19)$$

onde $T_l^* = T_l^*(r, \theta, z, t)$.

O primeiro termo do lado esquerdo dessa equação expressa a variação da energia interna do líquido, o segundo expressa o calor transportado convectivamente pelo fluido, enquanto que os termos do lado direito expressam a difusão de calor nas direções z , r , e θ , respectivamente.

A condição inicial é definida de forma genérica por:

$$T_l^*(r, \theta, z, t = 0) = T_{l0}^*(r, \theta, z) \quad (2.20)$$

O líquido é considerado térmicamente isolado nas extremidades do tubo, da mesma forma que nos outros dois subdomínios. A equação a seguir expressa esta condição:

$$\frac{\partial T_l^*}{\partial z} = 0 \quad \text{em } z = 0 \text{ e } z = L; \quad (2.21)$$

Em $\theta = \theta_1$, o filete de líquido troca calor por convecção com a aleta (subdomínio II), conforme mostra a equação a seguir:

$$\frac{1}{r} \frac{\partial T_l^*}{\partial \theta} + \frac{1}{k_l} h_{al}(z, t) [T_l^* - T_p] = \theta \quad \text{em } \theta = \theta_1; \quad (2.22)$$

Devido à simetria do problema, em $\theta = \theta_2$, o filete de líquido é considerado térmicamente isolado. Esta condição é expressa pela equação que segue:

$$\frac{\partial T_l^*}{\partial \theta} = 0 \quad \text{em } \theta = \theta_2; \quad (2.23)$$

O líquido troca também calor por convecção com a parede (subdomínio II), em $r = r_i$, conforme mostra a equação a seguir:

$$\frac{\partial T_l^*}{\partial r} + \frac{h_{pl}(z, t)}{k_l} [T_l^* - T_p] = 0 \quad \text{em } r = r_i; \quad (2.24)$$

Em $r = r_l$ supõe-se que a temperatura do líquido seja igual à do vapor ao longo de todo o tubo. Esta hipótese pressupõe que a mudança de fase nesta interface se dá em equilíbrio térmico, tanto na região do condensador como na do evaporador. Na região adiabática, esta hipótese se justifica pela ausência de troca de calor entre o vapor e o líquido. A equação a seguir, expressa a condição de contorno correspondente às hipóteses acima:

$$T_l^* = T_v(z, t) \quad \text{em } r = r_l; \quad (2.25)$$

A Fig. 2.6 representa esquematicamente estas condições de contorno.

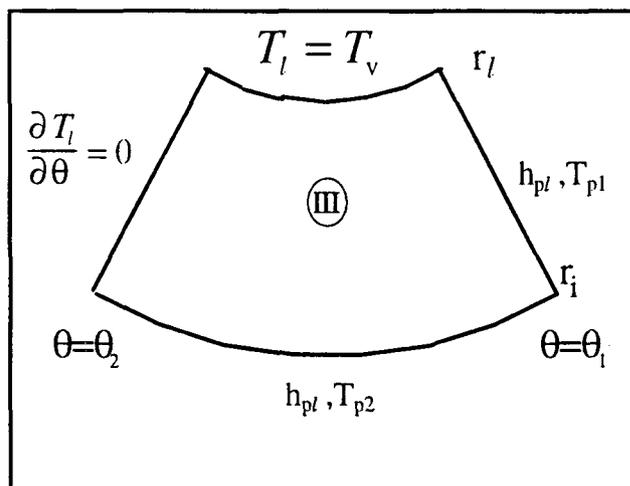


Fig.2.6 Condições de contorno adotadas para o subdomínio III

Essas equações, no entanto, não devem ser utilizadas na forma como estão apresentadas. Algumas simplificações são adotadas em função das peculiaridades deste problema.

A velocidade axial do líquido no interior do sulco é da ordem de 0.002m/s, correspondendo a um número de Peclet (Pe) da ordem de 10. Nestas condições, o termo difusivo na direção z deixa de ser significativo quando comparado ao termo convectivo (Bejan, 1984), sendo então eliminado.

O termo convectivo na direção z , apesar de ser dominante em relação ao difusivo, também será descartado, de forma a simplificar a solução dessa equação. Conforme já foi comentado na seção 2.1.1, a eliminação deste termo não impede que o efeito do escoamento do líquido seja detectado pela estimação de h . Observe ainda que, apesar da eliminação destes dois termos, a temperatura do líquido continua dependente da coordenada z , em função de seu acoplamento com a parede, conforme mostram as Eqs. (2.22) e (2.24).

Por fim, devido às pequenas dimensões do sulco, não há interesse prático em se calcular diferenças de temperatura ao longo de θ . Por isso, calcula-se a média integral da temperatura nesta direção, integrando-se os membros das Eqs. (2.19) a (2.25) em relação a θ e dividindo-se pela diferença $\theta_2 - \theta_1$. Introduzindo-se estas duas alterações na Eq. (2.19), a equação da energia para este subdomínio assume então a seguinte forma:

$$\frac{1}{\alpha_l} \frac{\partial T_l}{\partial t} = \frac{\partial^2 T_l}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial T_l}{\partial r} + \frac{1}{r^2(\theta_2 - \theta_1)} \left[\frac{\partial T_l^*}{\partial \theta} \Big|_{\theta_2} - \frac{\partial T_l^*}{\partial \theta} \Big|_{\theta_1} \right] \quad (2.26)$$

Substituindo-se as derivadas da temperatura em relação a θ da Eq. (2.26) pelas condições de contorno expressas pelas Eqs. (2.22) e (2.23), obtém-se a seguinte equação:

$$\frac{1}{\alpha_l} \frac{\partial T_l}{\partial t} = \frac{\partial^2 T_l}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial T_l}{\partial r} + \frac{h_{al} [T_l - T_p(r, \theta_2, z)]}{k_l r (\theta_2 - \theta_1)} \quad (2.27)$$

onde $T_l = T_l(r, z, t)$.

Observe-se que o último termo do lado direito dessa equação é um termo fonte, que é igual ao calor trocado pelo líquido com a aleta.

As condições de contorno na direção r , expressas pelas Eqs. (2.24) e (2.25) são também integradas, passando a ter a seguinte forma:

$$\frac{\partial T_l}{\partial r} + \frac{h_{pl}(z,t)}{k_l} \left[T_l - \frac{1}{\theta_2 - \theta_1} \int_{\theta_1}^{\theta_2} T_p(r_i, \theta, z, t) d\theta \right] = 0 \quad \text{em } r = r_i; \quad (2.28)$$

$$T_l(r_i, z, t) = T_v(z, t) \quad \text{em } r = r_i; \quad (2.29)$$

O último termo do lado esquerdo da Eq. (2.28) representa a média da temperatura da parede na interface com o líquido, para cada valor da coordenada z . Em outras palavras, esta equação expressa a igualdade entre o fluxo de calor que atravessa esta interface e o fluxo conduzido para o interior do líquido.

2.1.2 Método da Transformada Integral

As equações na forma como estão apresentadas, são resolvidas pelo método da transformada integral, conforme proposto por Yener et al. (1974). Neste método, a temperatura é expandida em uma série infinita, numa base de funções ortogonais ou auto-funções, obtidas através da solução de um problema auxiliar convenientemente escolhido. Supõe-se, a priori, que estas auto-funções podem ser representadas pelo produto de auto-funções unidimensionais (método da separação de variáveis). A função da distribuição de temperatura, tridimensional e transiente, é aproximada por um somatório infinito de termos formados pelo produto de uma auto-função em r , uma em θ , e uma em z , ponderadas por coeficientes dependentes apenas do tempo, como mostra a equação a seguir;

$$T(r, \theta, z, t) = \sum_{j=1}^{\infty} \sum_{n=1}^{\infty} \sum_{k=1}^{\infty} a_{jnk}(t) R_n(r) \Theta_j(\theta) Z_k(z) \quad (2.30)$$

Para cada um dos conjuntos de funções vale a propriedade do produto interno de funções ortogonais, como segue:

$$\int_{D(r)} r R_m R_n dr = \delta_{mn} \int_{D(r)} r R_n^2 dr$$

$$\int_{D(\theta)} \Theta_j \Theta_i dr = \delta_{ji} \int_{D(\theta)} \Theta_j^2 d\theta \quad (2.31)$$

$$\int_{D(z)} Z_k Z_u dr = \delta_{ku} \int_{D(z)} Z_k^2 dz$$

onde δ é o delta de Kroneker e as integrais indicadas são as normas associadas a cada auto-função.

Utilizando-se a propriedade descrita pelas Eqs. (2.31), podem-se determinar os valores dos coeficientes da série apresentada em (2.30). Para isso, multiplicam-se inicialmente os dois lados desta equação pela auto-função em θ e integra-se ao longo deste subdomínio, resultando em:

$$\bar{T}_i(r, z, t) = \int_{D(\theta)} \Theta_i T(r, \theta, z, t) d\theta \quad (2.32)$$

$$= \int_{D(\theta)} \Theta_i^2 d\theta \sum_{n=1}^{\infty} \sum_{k=1}^{\infty} a_{ink}(t) R_n(r) Z_k(z)$$

Da mesma forma para a direção r obtém-se:

$$\tilde{\tilde{T}}_{im}(z, t) = \int_{D(r)} r R_m \int_{D(\theta)} \Theta_i T(r, \theta, z, t) d\theta dr \quad (2.33)$$

$$= \int_{D(r)} r R_m^2 dr \int_{D(\theta)} \Theta_i^2 d\theta \sum_{k=1}^{\infty} a_{ink}(t) Z_k(z)$$

e finalmente para a direção z tem-se:

$$\begin{aligned}
\hat{\hat{T}}_{imu}(t) &= \int_{D(z)} Z_u \int_{D(r)} r R_m \int_{D(\theta)} \Theta_i T(r, \theta, z, t) d\theta dr dz \\
&= \int_{D(z)} Z_u^2 dz \int_{D(r)} r R_m^2 dr \int_{D(\theta)} \Theta_i^2 d\theta a_{imu}(t)
\end{aligned} \tag{2.34}$$

Da Eq. (2.34) pode-se obter o valor dos coeficientes da série:

$$a_{imu}(t) = \frac{\hat{\hat{T}}_{imu}(t)}{\int_{D(z)} Z_u^2 dz \int_{D(r)} r R_m^2 dr \int_{D(\theta)} \Theta_i^2 d\theta} \tag{2.35}$$

Para que se obtenha a distribuição de temperatura, é necessário obter-se a função $\hat{\hat{T}}_{imu}(t)$, denominada transformada integral da temperatura. Esta função é obtida através da solução de um sistema de equações diferenciais ordinárias, gerado a partir da integração tripla das equações diferenciais parciais, as quais são ponderadas pelas auto-funções. O sistema obtido é resolvido numericamente pelo método exponencial, fornecendo a transformada da temperatura em função do tempo.

2.1.2.1 Solução do Problema Auxiliar

O primeiro passo para implementação da solução é definir um problema homogêneo auxiliar (problema de auto-valor), cuja solução forneça o conjunto de auto-funções que possa ser utilizado como base para expansão da temperatura.

Os subdomínios I e II são constituídos do mesmo material e estão perfeitamente acoplados termicamente, uma vez que, na realidade, constituem um único domínio. Para este caso particular, as auto-funções e os auto-valores associados são os mesmos para ambos os subdomínios (Ozisik, 1980). Sendo assim, é necessário definir-se dois problemas de

auto-valor: um para a parede metálica do tubo (subdomínios I e II) e outro para o líquido (subdomínio III).

Os problemas de auto-valor aqui utilizados, foram definidos a partir do trabalho de Yener et al. (1974), que apresenta uma solução geral para este tipo de problema. No entanto, observou-se que o problema de auto-valor, como está ali proposto, ao contrário do que afirma o autor, gera um conjunto de funções não ortogonais no domínio considerado, inviabilizando, portanto, o seu uso imediato. Em consequência, foram feitos alguns ajustes no método proposto, de forma a garantir a ortogonalidade dessas funções. No Apêndice E discute-se mais detalhadamente estes ajustes.

A seguir apresentam-se os problemas de auto-valor utilizados e as auto-funções obtidas. As passagens intermediárias estão detalhadas no Apêndice C.

2.1.2.1.1 Subdomínios I e II

As auto-funções e os auto-valores são idênticos para estes dois subdomínios e são obtidos pela solução da seguinte equação de Helmholtz:

$$\frac{\partial^2 \phi_p}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial \phi_p}{\partial r} + \frac{\partial^2 \phi_p}{\partial z^2} + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 \phi_p}{\partial \theta^2} + \frac{\lambda_p}{\alpha_p} \phi_p = 0 \quad (2.36)$$

As condições de contorno adequadas a este problema são condições homogêneas, de preferência da mesma espécie das condições do problema não-homogêneo. Neste caso, como os coeficientes de película são dependentes da coordenada z (veja Eqs. (2.5), (2.8) e (2.18)), torna-se impossível utilizar-se a condição de terceira espécie nas direções r e θ (veja o Apêndice E) e adotam-se portanto, condições de segunda espécie para as três direções, conforme mostram as equações a seguir:

$$\frac{\partial \phi_p}{\partial z} = 0 \quad \text{em } z = 0 \text{ e } z = L; \quad (2.37)$$

$$\frac{\partial \phi_p}{\partial r} = 0 \quad \text{em } r = r_a \text{ e } r = r_o; \quad (2.38)$$

$$\frac{\partial \phi_p}{\partial \theta} = 0 \quad \text{em } \theta = 0 \text{ e } \theta = \theta_2; \quad (2.39)$$

A principal consequência desta alteração é que na solução do problema não homogêneo, não mais se obterá uma única equação diferencial ordinária, como no caso clássico do problema com coeficiente de película constante, mas sim um sistema de equações.

O problema homogêneo, representado pelas Eqs. (2.36) a (2.39), é facilmente resolvido por separação de variáveis (Ozisk, 1974) e sua solução é obtida na seguinte forma:

$$\phi_p = R_v(\mu_n r) Z(\rho_k z) \Theta(v_j \theta) \quad (2.40)$$

onde a solução na direção r é uma combinação de funções de Bessel de ordem v da primeira e segunda espécies como segue:

$$R_v(\mu_n r) = Y'_v(\mu_n r_o) J_v(\mu_n r) - J'_v(\mu_n r_o) Y_v(\mu_n r) \quad (2.41)$$

Nas direções z e θ as soluções são expressas por cossenos na seguinte forma:

$$Z(\rho_k z) = \cos(\rho_k z) \quad (2.42)$$

$$\Theta(v_j \theta) = \cos(v_j \theta) \quad (2.43)$$

onde os auto-valores em θ e z são expressos por:

$$\rho_k = \frac{k\pi}{L} \quad (k=0, 1, 2, \dots) \quad (2.44)$$

$$\nu_j = \frac{j\pi}{\theta_2} \quad (j=0, 1, 2, \dots) \quad (2.45)$$

Na direção r os auto-valores são obtidos através da equação transcendental que segue,

$$J'_v(\mu_n r_a) Y'_v(\mu_n r_o) - J'_v(\mu_n r_o) Y'_v(\mu_n r_a) = 0 \quad (2.46)$$

sendo λ_p expresso por:

$$\lambda_p = \alpha_p (\rho_k^2 + \mu_n^2) \quad (2.47)$$

2.1.2.1.3 Subdomínio III

As auto-funções e auto-valores para este subdomínio são obtidos pela solução de uma equação similar à Eq. (2.36), porém, bidimensional;

$$\frac{\partial^2 \phi_l}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial \phi_l}{\partial r} + \frac{\partial^2 \phi_l}{\partial z^2} + \frac{\lambda_l}{\alpha_l} \phi_l = 0 \quad (2.48)$$

As condições de contorno são definidas de forma similar ao caso anterior, cabendo aqui os mesmos comentários. Essas condições são mostradas a seguir:

$$\frac{\partial \phi_l}{\partial r} = 0 \quad \text{em } r = r_i; \quad (2.49a)$$

$$\phi_l = 0 \quad \text{em } r = r_i; \quad (2.49b)$$

$$\frac{\partial \phi_l}{\partial z} = 0 \quad \text{em } z = 0 \text{ e } z = L; \quad (2.50)$$

A Eq. (2.48) é resolvida também por separação de variáveis, como mostram as equações a seguir:

$$\phi_l = R_0(\mu_{ln} r) Z(\rho_k z) \quad (2.51)$$

onde a solução em r é dada por uma combinação de funções de Bessel de ordem zero, de primeira e segunda espécies, como segue:

$$R_0(\mu_{ln} r) = Y_0(\mu_{ln} r_l) J_0(\mu_{ln} r) - J_0(\mu_{ln} r_l) Y_0(\mu_{ln} r) \quad (2.52)$$

Os autovalores em r são obtidos através da equação transcendental gerada pela aplicação da condição de contorno expressa pela Eq. (2.49a), mostrada a seguir:

$$J_0(\mu_{ln} r_l) Y_0'(\mu_{ln} r_l) - J_0'(\mu_{ln} r_l) Y_0(\mu_{ln} r_l) = 0 \quad (2.53)$$

Na direção z as auto-funções e os autovalores são exatamente os mesmos do caso anterior.

Como no caso anterior, vale a seguinte relação entre os auto-valores:

$$\lambda_l = \alpha_l (\mu_{ln}^2 + \rho_k^2) \quad (2.54)$$

2.1.2.2 Obtenção das Equações Transformadas

Conhecidas as auto-funções para cada um dos subdomínios, é possível então transformar as equações diferenciais parciais obtidas na Seção 2.1.1 em sistemas de equações diferenciais ordinárias, em termos da transformada integral da temperatura. As passagens intermediárias da dedução destas equações estão apresentadas no Apêndice D.

2.1.2.2.1 Subdomínio I

A equação transformada é obtida através de integrações sucessivas da Eq. (2.1), multiplicada pelas três auto-funções expressas pelas Eqs. (2.41), (2.42) e (2.43). A seguir, estão descritas as principais passagens utilizadas nesta dedução.

2.1.2.2.1.1 Transformada em θ

Multiplicando-se todos os termos da Eq. (2.1) pela Eq. (2.42) e integrando-se de 0 a θ_1 obtém-se:

$$\begin{aligned} \frac{1}{\alpha_p} \frac{\partial \bar{T}_{Pl(j)}}{\partial t} = & \frac{\partial^2 \bar{T}_{Pl(j)}}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial \bar{T}_{Pl(j)}}{\partial r} + \frac{\partial^2 \bar{T}_{Pl(j)}}{\partial z^2} - \frac{v_j^2}{r^2} \bar{T}_{Pl(j)} \\ & + \frac{v_j}{r^2} T_{Pl} \Big|_{\theta_1} \text{sen}(v_j \theta_1) + \frac{1}{r} \cos(v_j \theta_1) \left[f_\theta - \frac{h_{al}^* T_{Pl} \Big|_{\theta_1}}{k_p} \right] \end{aligned} \quad (2.55)$$

onde,

$$\bar{T}_{Pl(j)}(r, \theta, z, t) = \int_0^{\theta_1} T_{Pl}(r, \theta, z, t) \cos(v_j \theta) d\theta \quad (2.56)$$

Observe que na Eq. (2.55) os termos relativos à variação da energia interna (lado esquerdo), assim como os difusivos na direção r e z (primeiro e segundo do lado direito) permanecem com a mesma forma que na Eq. (2.41). Já o termo difusivo em θ desapareceu, e as condições de contorno nesta direção foram incorporadas à equação, como mostram seus últimos dois termos.

A condição inicial e as condições de contorno em r e z também são transformadas e assumem a seguinte forma:

$$\bar{T}_{Pl(j)}(r, z, t = 0) = \bar{T}_{P0(j)}(r, z) \quad (2.57)$$

$$\frac{\partial \bar{T}_{Pl(j)}}{\partial z} = 0 \quad \text{em } z = 0 \text{ e } z = L; \quad (2.58)$$

$$\frac{\partial \bar{T}_{Pl(j)}}{\partial r} = 0 \quad \text{em } r = r_a; \quad (2.59)$$

$$\frac{\partial \bar{T}_{Pl(j)}}{\partial r} + \frac{h_0^*(z)}{k_p} \cdot \bar{T}_{Pl(j)} = f_0(z, t) \int_0^{\theta_1} \cos(v_j \theta) d\theta \quad \text{em } r = r_o; \quad (2.60)$$

2.1.2.2.1.2 Transformada em r

De forma similar, multiplicando-se a Eq. (2.55) por r e pela auto-função em r , e integrando-se de r_a a r_o obtem-se:

$$\begin{aligned} \frac{1}{\alpha_p} \frac{\partial \tilde{T}_{Pl(jn)}}{\partial t} &= \frac{\partial^2 \tilde{T}_{Pl(jn)}}{\partial z^2} - \mu_n^2 \tilde{T}_{Pl(jn)} - r_o R_v(\mu_n r_o) \frac{h_0^*}{k_p} \bar{T}_{Pl(j)} \Big|_{r_o} \\ &+ r_o R_v(\mu_n r_o) f_0 \int_0^{\theta_1} \cos(v_j \theta) d\theta + \cos(v_j \theta_1) \tilde{f}_\theta^* \\ &- \cos(v_j \theta_1) \int_{r_a}^{r_o} \frac{h_{al}^*}{k_p} T_{Pl} \Big|_{\theta_1} R_v(\mu_n r) dr + v_j \text{sen}(v_j \theta_1) \int_{r_a}^{r_o} T_{Pl} \Big|_{\theta_1} R_v(\mu_n r) \frac{dr}{r} \end{aligned} \quad (2.61)$$

onde

$$\tilde{T}_{Pl(jn)}(z, t) = \int_{r_a}^{r_o} r \bar{T}_{Pl(j)}(r, z, t) R_v(\mu_n r) dr \quad (2.62)$$

$$\tilde{f}_\theta^*(z, t) = \int_{r_a}^{r_o} r \left[\frac{f_\theta(r, z, t)}{r} \right] R_v(\mu_n r) dr \quad (2.63)$$

Como na seção anterior, o termo difusivo em r foi eliminado e as condições de contorno nesta direção incorporadas à equação (segundo, terceiro e quarto termos do lado direito).

A condição inicial assume a seguinte forma:

$$\tilde{\tilde{T}}_{Pl(jn)}(z, t = 0) = \tilde{\tilde{T}}_{Pl(jn)}(z) \quad (2.64)$$

e as condições de contorno reduzem-se a:

$$\frac{\partial \tilde{\tilde{T}}_{Pl(jn)}}{\partial z} = 0 \quad \text{em } z = 0 \text{ e } z = L; \quad (2.65)$$

2.1.2.2.1.3 Transformada em z

Por fim, de forma análoga, obtém-se a transformada em z , multiplicando-se a Eq. (2.61) pela auto-função em z , e integrando-se de 0 a L . O resultado é apresentado a seguir:

$$\begin{aligned} \frac{1}{\alpha_p} \frac{\partial \hat{\tilde{\tilde{T}}}_{Pl(jnk)}}{\partial t} = & -(\rho_k^2 + \mu_n^2) \hat{\tilde{\tilde{T}}}_{Pl(jnk)} - r_o R_v(\mu_n r_o) \int_0^L \frac{h_o^*}{k_p} \bar{T}_{Pl(j)} \Big|_{r_o} \cos(\rho_k z) dz \\ & + r_o R_v(\mu_n r_o) \tilde{f}_{\alpha(k)} \int_0^{\theta_1} \cos(v \theta) d\theta + \cos(v_j \theta_1) \hat{f}_{\theta(jk)}^* \\ & - \cos(v_j \theta_1) \int_0^{L_r} \int_{r_o} \frac{h_{al}^*}{k_p} T_{Pl} \Big|_{\theta_1} R_v(\mu_n r) \cos(\rho_k z) dr dz \\ & + v_j \text{sen}(v_j \theta_1) \int_{r_o}^{r_c} \frac{R_v(\mu_n r)}{r} \int_0^L T_{Pl} \Big|_{\theta_1} \cos(\rho_k z) dz dr \end{aligned} \quad (2.66)$$

onde

$$\hat{\hat{T}}_{P1(jnk)}(t) = \int_0^L \hat{\hat{T}}_{P1(jn)}(z, t) \cos(\rho_k z) dz \quad (2.67)$$

Como nas duas passagens anteriores, o termo difusivo na direção z foi eliminado e o resultado da transformação incorporado à Eq. (2.66) (primeiro termo do lado esquerdo). Observe-se que os termos relativos às condições de contorno não aparecem, já que estas são homogêneas nas duas extremidades do tubo.

A condição inicial passa a ter a seguinte forma:

$$\hat{\hat{T}}_{P1(jnk)}(t = 0) = \hat{\hat{T}}_{P0(jnk)} \quad (2.68)$$

2.1.2.2.2 Subdomínio II

Repetindo-se o mesmo procedimento utilizado para o subdomínio I, a partir das Eqs. (2.8) a (2.14) obtém-se a seguinte expressão:

$$\begin{aligned} \frac{1}{\alpha_p} \frac{\partial \hat{\hat{T}}_{P2(jnk)}}{\partial t} = & -(\rho_k^2 + \mu_n^2) \hat{\hat{T}}_{P2(jnk)} - r_o R_v(\mu_n r_o) \int_0^L \frac{h_0^*}{k_p} \bar{T}_{P2(j)} \Big|_{r_o} \cos(\rho_k z) dz \\ & - r_i R_v(\mu_n r_i) \cdot \int_0^L \frac{h_{pl}}{k_p} \bar{T}_{P2(j)} \Big|_{r_i} \cos(\rho_k z) dz + r_i \frac{\partial R_v}{\partial r} \Big|_{r_i} \int_0^L \bar{T}_{P2(j)} \Big|_{r_i} \cos(\rho_k z) dz \\ & - \cos(v_j \theta_l) \int_0^{r_o} \int_{\theta_1} \frac{\partial T_{P2}}{\partial \theta} \Big|_{\theta_1} R_v(\mu_n r) \frac{dr}{r} \cos(\rho_k z) dz \\ & - v_j \text{sen}(v_j \theta_l) \int_{r_o}^{r_i} \frac{R_v(\mu_n r)}{r} \int_0^L T_{P2} \Big|_{\theta_1} \cos(\rho_k z) dz dr \\ & + r_o R_v(\mu_n r_o) \int_{\theta_1}^{\theta_2} \cos(v_j \theta) d\theta \hat{f}_{0(k)}(t) \\ & + r_i R_v(\mu_n r_i) \int_{\theta_1}^{\theta_2} \cos(v_j \theta) d\theta \int_0^L \frac{h_{pl}}{k_p} T_l \Big|_{r_i} \cos(\rho_k z) dz \end{aligned} \quad (2.69)$$

e a condição inicial é dada por:

$$\hat{\hat{T}}_{P2(jnk)}(t=0) = \hat{\hat{T}}_{P0(jnk)} \quad (2.70)$$

2.1.2.2.3 Composição dos Subdomínios I e II

A transformada integral da temperatura em toda a parede é obtida então, somando-se as transformadas dos subdomínios I e II (Ozisik, 1980), ou seja:

$$\hat{\hat{T}}_{P(jnk)}(t) = \hat{\hat{T}}_{P1(jnk)}(t) + \hat{\hat{T}}_{P2(jnk)}(t) \quad (2.71)$$

Substituindo-se as Eqs. (2.66) e (2.69) em (2.71), e manipulando-se alguns de seus termos obtém-se a equação a seguir:

$$\begin{aligned} & \frac{1}{\alpha_p} \frac{\partial \hat{\hat{T}}_{P(jnk)}}{\partial t} + (\rho_k^2 + \mu_n^2) \hat{\hat{T}}_{P(jnk)} = \\ & - r_o R_v(\mu_n r_o) \sum_{m=1}^{\infty} \sum_{l=1}^{\infty} \hat{\hat{T}}_{P(jml)} \frac{R_v(\mu_m r_o)}{N_{\mu(m)}} \int_0^L \frac{h_0^*(z)}{k_p} \frac{\cos(\rho_k z) \cos(\rho_u z)}{N_{\rho(u)}} dz \\ & + r_o R_v(\mu_n r_o) \delta_{v,0} \hat{f}_{0(k)}(t) \\ & + \cos(v_j \theta_1) \sum_{m=1}^{\infty} \sum_{l=1}^{\infty} \hat{\hat{T}}_{l(m)} \int_{r_a}^{r_i} \frac{R_v(\mu_n r) R_0(\mu_{lm} r)}{N_{\mu(m)}} dr \int_0^L \frac{h_{al}}{k_p} \frac{\cos(\rho_u z) \cos(\rho_k z)}{N_{\rho(u)}} dz \\ & + \cos(v_j \theta_1) \sum_{i=1}^{\infty} \sum_{m=1}^{\infty} \sum_{l=1}^{\infty} \hat{\hat{T}}_{P(iml)} \frac{\cos(v_i \theta_1)}{N_{v(i)}} \\ & \quad \int_{r_a}^{r_i} \frac{R_v(\mu_n r) R_v(\mu_m r)}{N_{\mu(m)}} dr \int_0^L \frac{h_{al}}{k_p} \frac{\cos(\rho_u z) \cos(\rho_k z)}{N_{\rho(u)}} dz \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& + r_i R_v(\mu_n r_i) \int_{\theta_1}^{\theta_2} \cos(v_j \theta) d\theta \sum_{m=1}^{\infty} \sum_{l=1}^{\infty} \hat{T}_{l(nm)} \frac{R_0(\mu_{lm} r_i) \int_0^L h_{pl} \cos(\rho_k z) \cos(\rho_u z) dz}{N_{\mu l(m)} \int_0^L h_{pl} \cos(\rho_k z) \cos(\rho_u z) dz} \\
& - r_i R_v(\mu_n r_i) \sum_{i=1}^{\infty} \sum_{m=1}^{\infty} \sum_{l=1}^{\infty} \hat{T}_{P(iml)} \frac{R_v(\mu_m r_i)}{N_{\mu(m)}} \\
& \quad \int_{\theta_1}^{\theta_2} \frac{\cos(v_i \theta) \cos(v_j \theta)}{N_{v(i)}} d\theta \int_0^L \frac{h_{pl} \cos(\rho_k z) \cos(\rho_u z)}{k_p N_{\rho(u)}} dz \\
& + r_i R_v(\mu_n r_i) \sum_{i=1}^{\infty} \sum_{m=1}^{\infty} \hat{T}_{P(imk)} \frac{R_v(\mu_m r_i) \int_{\theta_1}^{\theta_2} \cos(v_i \theta) \cos(v_j \theta) d\theta}{N_{\mu(m)} N_{v(i)}} \\
& + v_j \text{sen}(v_j \theta_1) \sum_{i=1}^{\infty} \sum_{m=1}^{\infty} \hat{T}_{P(imk)} \frac{\cos(v_i \theta_1) \int_{r_0}^{r_i} R_v(\mu_n r) R_v(\mu_m r) dr}{N_{v(i)} N_{\mu(m)} r}
\end{aligned} \tag{2.72}$$

onde $N_{\mu(n)}$, $N_{v(i)}$, $N_{\rho(k)}$ são as normas associadas à transformada inversa, definidas da seguinte forma:

$$\begin{aligned}
N_{\mu(n)} &= \int_{r_0}^{r_i} r R_v^2(\mu_n r) dr \\
N_{v(i)} &= \int_0^{\theta_2} \cos^2(v_i \theta) d\theta \\
N_{\rho(k)} &= \int_0^L \cos^2(\rho_k z) dz
\end{aligned} \tag{2.73}$$

A condição inicial transformada é dada genericamente por:

$$\hat{T}_{P(jnk)}(t=0) = \hat{T}_{P0(jnk)} \tag{2.74}$$

2.1.2.2.4 Subdomínio III

As equações transformadas para o subdomínio do líquido são obtidas multiplicando-se as Eqs. (2.27) a (2.29) pelas auto-funções

descritas pelas Eqs. (2.51) e (2.52) e integrando-as em todo o subdomínio. Desta forma obtém-se a seguinte equação:

$$\begin{aligned}
\frac{1}{\alpha_l} \frac{\partial \hat{T}_{l(nk)}}{\partial t} + \mu_{ln}^2 \hat{T}_{l(nk)} = & - \sum_{i=1}^{\infty} \sum_{m=1}^{\infty} \hat{T}_{l(mu)} \int_0^L \frac{h_{kl} \cos(\rho_k z) \cos(\rho_u z)}{k_l (\theta_2 - \theta_1) N_{\rho(u)}} dz \int_r^n \frac{R_0(\mu_m r) R_0(\mu_n r)}{N_{\mu(m)}} dr \\
& - \sum_{i=1}^{\infty} \sum_{m=1}^{\infty} r_i \hat{T}_{l(mu)} \frac{R_0(\mu_m r_i) R_0(\mu_n r_i)}{N_{\mu(m)}} \int_0^L \frac{h_{pl} \cos(\rho_k z) \cos(\rho_u z)}{k_l} dz \\
& + \sum_{i=1}^{\infty} \sum_{m=1}^{\infty} \sum_{l=1}^{\infty} \hat{T}_{P(iu)} \frac{\cos(v_i \theta_1)}{N_{v(i)}} \int_r^n \frac{R_0(\mu_m r) R_0(\mu_n r)}{N_{\mu(m)}} dr \int_0^L \frac{h_{kl} \cos(\rho_k z) \cos(\rho_u z)}{k_l (\theta_2 - \theta_1) N_{\rho(u)}} dz \\
& + \frac{r_i R_0(\mu_n r_i)}{k_l (\theta_2 - \theta_1)} \sum_{i=1}^{\infty} \sum_{m=1}^{\infty} \sum_{l=1}^{\infty} \hat{T}_{P(iu)} \frac{R_0(\mu_m r_i)}{N_{\mu(m)}} \int_0^L \frac{h_{pl} \cos(\rho_k z) \cos(\rho_u z)}{N_{\rho(u)}} dz \int_{\theta_1}^{\theta_2} \frac{\cos(v_i \theta)}{N_{v(i)}} d\theta \\
& + r_l \mu_{ln} R_0(\mu_{ln} r_l) \hat{T}_{v(k)}(t)
\end{aligned} \tag{2.75}$$

A condição inicial passa a ser expressa pela equação:

$$\hat{T}_{l(nk)}(t=0) = \hat{T}_{l0(nk)} \tag{2.76}$$

2.2 MODELO UNI-DIMENSIONAL

2.2.1 Formulação

Na formulação do problema, a ser resolvido pelo método nodal, utilizam-se as mesmas hipóteses simplificativas utilizadas para o modelo tri-dimensional. Adicionalmente, adotam-se as hipóteses de que a distribuição de temperatura na parede é unidimensional e que não existe o filete de líquido. A última hipótese implica em considerar que o vapor está em contato térmico com a parede, em toda a superfície do sulco, através do coeficiente de troca de calor radial, $h(z, t)$. Esta simplificação é introduzida com o objetivo de gerar um modelo onde apareça diretamente o coeficiente de troca de calor radial entre a parede e o vapor, permitindo sua obtenção imediata pelo algoritmo de estimação. A adoção desta hipótese implica na desconsideração do efeito capacitivo do filete de

líquido no modelo. No entanto verifica-se que seu efeito é levado em conta quando se utilizam os valores de temperatura do vapor obtidos experimentalmente como condição de contorno. A Fig. 2.7 mostra esquematicamente as hipóteses e condições de contorno adotadas.

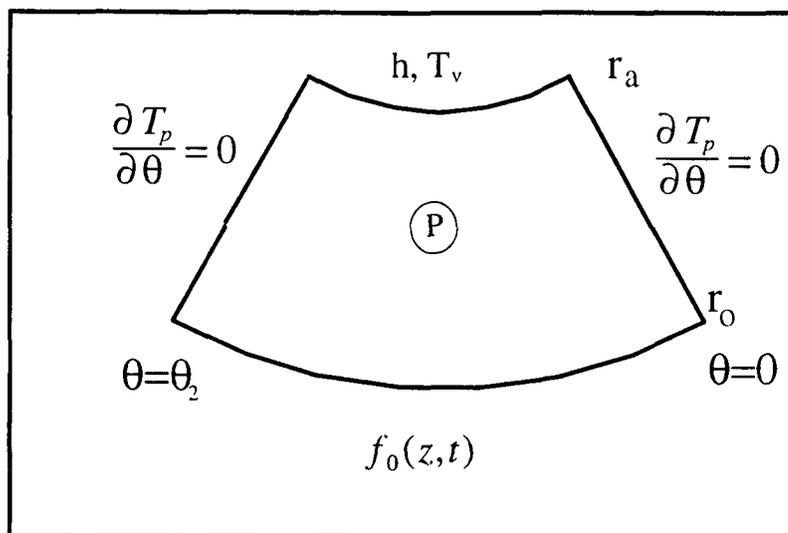


Fig. 2.7 Setor da seção reta do tubo a ser modelado.

A equação diferencial representativa deste problema é obtida a partir da equação completa da energia em coordenadas cilíndricas, representada pela expressão a seguir:

$$\frac{1}{\alpha_P} \frac{\partial T_P}{\partial t} = \frac{\partial^2 T_P}{\partial z^2} + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 T_P}{\partial \theta^2} + \frac{\partial^2 T_P}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial T_P}{\partial r} \quad (2.77)$$

onde $T_P = T_P(r, \theta, z, t)$

O significado de cada um dos termos da equação anterior já foi apresentado na Seção 2.1.

A condição inicial é expressa genericamente pela equação a seguir:

$$T_P(r, \theta, z, t = 0) = T_{P0}(r, \theta, z) \quad (2.78)$$

A condição de isolamento térmico das extremidades do tubo são expressas por:

$$\frac{\partial T_P}{\partial z} = 0 \quad \text{em } z = 0 \text{ e } z = L; \quad (2.79)$$

As linhas de $\theta = 0$ e $\theta = \theta_2$ que delimitam o setor analisado, também são consideradas isoladas térmicamente, devido à simetria do problema. A equação a seguir expressa estas condições:

$$\frac{\partial T_P}{\partial \theta} = 0 \quad \text{em } \theta = 0 \text{ e } \theta = \theta_2; \quad (2.80)$$

Na direção radial, na face externa, em $r = r_o$, as condições de fluxo aplicado no evaporador, de isolamento térmico na região adiabática, e de resfriamento convectivo no condensador são expressas pela seguinte equação:

$$\frac{\partial T_P}{\partial r} + \frac{h_0^*(z)}{k_p} T_P = f_0(z, t) \quad \text{em } r = r_o; \quad (2.81)$$

Os termos h_0^* e f_0 estão definidos nas equações (2.9) e (2.10), respectivamente.

Na face interna, em $r=r_a$, a condição de troca de calor por convecção com o vapor é expressa pela seguinte equação:

$$\frac{\partial T_p}{\partial r} - \frac{h(z,t)}{k_p} T_p = -\frac{h(z,t)}{k_p} T_v(z,t) \quad \text{em } r = r_a; \quad (2.82)$$

Da mesma forma que para o modelo analítico, a temperatura do vapor, $T_v(z,t)$, é considerada conhecida, sendo obtida experimentalmente.

Com o objetivo de simplificar o modelo, supõe-se que a distribuição de temperatura na parede é unidimensional, isto é, função apenas de z e t .

Para se obter a equação unidimensional que descreve este modelo, integram-se as Eqs. (2.77) a (2.82) nas direções r e θ , conforme procedimento já detalhado na seção 2.1, para o subdomínio III. As equações obtidas através deste procedimento estão apresentadas a seguir:

$$\begin{aligned} \frac{1}{\alpha_p} \frac{\partial T_p}{\partial t} = \frac{\partial^2 T_p}{\partial z^2} + \frac{2r_o}{(r_o^2 - r_a^2)} \left(f_0(z,t) - \frac{h_o^*}{k_p} T_p \right) \\ - \frac{2r_a}{(r_o^2 - r_a^2)} \frac{h(z,t)}{k_p} [T_p - T_v(z,t)] \end{aligned} \quad (2.83)$$

onde $T_p = T_p(z,t)$

A condição inicial passa a ser expressa da seguinte forma:

$$T_p(z,t=0) = T_{p0}(z) \quad (2.84)$$

E a condição de isolamento térmico das extremidades do tubo continuam a ser expressas por:

$$\frac{\partial T_p}{\partial z} = 0 \quad \text{em } z = 0 \text{ e } z = L; \quad (2.85)$$

2.2.2 Método Nodal

Para solução da Eq. (2.83) pelo método nodal, subdivide-se o tubo num número finito de regiões de comprimento Δz , escolhido de tal forma que cada uma dessas regiões possa ser considerada isotérmica, e grandezas como dissipação interna, fluxo aplicado, e coeficientes de troca de calor possam ser considerados constantes em toda sua extensão, em cada instante. Essas regiões são aqui denominadas “nós”. Para cada um desses nós, aplica-se a equação de balanço de energia, na sua forma discretizada, gerando um sistema de equações diferenciais ordinárias, de dimensão igual ao número de nós utilizados.

A equação do balanço é obtida para um determinado nó i , multiplicando-se todos os termos da Eq. (2.83) pelo produto da condutividade térmica da parede, k_p , pela área da seção transversal do setor tubo $(\theta_2(r_o^2 - r_a^2)/2)$ e pelo comprimento do nó, Δz , como mostra a Eq. (2.86).

$$\frac{k_p \theta_2 (r_o^2 - r_a^2) \Delta z}{2 \alpha_p} \frac{\partial T_p}{\partial t} = \frac{k_p \theta_2 (r_o^2 - r_a^2) \Delta z}{2} \frac{\partial^2 T_p}{\partial z^2} + r_o \Delta z \theta_2 (k_p f_0(z, t) - h_0^* T_p) - r_a h(z, t) \Delta z \theta_2 [T_p - T_v(z, t)] \quad (2.86)$$

onde

$$\alpha_p = \frac{k_p}{\rho c} \quad (2.87)$$

sendo ρ a densidade e c o calor específico da parede.

Denotando-se a área da seção transversal por A_T , a área lateral externa por A_o , e a área lateral interna por A_a , a Eq. (2.86) passa a ter a seguinte forma:

$$m_i c_i \frac{\partial T_p}{\partial t} = k_p A_T \Delta z \frac{\partial^2 T_p}{\partial z^2} + A_o (k_p f_0(z, t) - h_0^* T_p) - h(z, t) A_a [T_p - T_v(z, t)] \quad (2.88)$$

onde m_i é a massa do nó i .

Finalmente, substituindo-se o termo difusivo pela aproximação de diferença centrada, $[(T_{P_i} - T_{P_{i-1}}) + (T_{P_i} - T_{P_{i+1}})] / (\Delta z)^2$, chega-se à seguinte expressão:

$$m_i c_i \frac{\partial T_{P_i}}{\partial t} = \frac{k_p A_{T_i}}{\Delta z} \sum_{j=1}^{n_v} (T_{P_i} - T_{P_j}) + A_{O_i} (k_p f_{O_i}(z, t) - h_{O_i}^* T_{P_i}) - h_i(z, t) A_{a_i} [T_{P_i} - T_v(z, t)] \quad (2.89)$$

onde n_v é o número de nós vizinhos ao nó i .

2.3 SOLUÇÃO PELO MÉTODO EXPONENCIAL

As Eqs. (2.72), (2.74), (2.75) e (2.76), relativas ao modelo tridimensional, assim como a Eq. (2.89) relativa ao método nodal, constituem sistemas de equações diferenciais ordinárias de primeira ordem, cuja solução só pode ser obtida numericamente. Dois métodos foram considerados para sua solução: o método de Runge-Kuta de quarta ordem e o método exponencial. Os testes realizados com o algoritmo Runge-Kuta revelaram que só para passos de integração muito pequenos consegue-se a convergência da solução. Além do inconveniente da demora para obtenção da solução, este fato conflita com a característica do algoritmo de estimação, que não se comporta bem quando se utiliza passos de integração muito pequenos (Beck, 1985). O método exponencial, ao contrário, tem como principal característica sua grande estabilidade, podendo ser utilizado com grandes passos de integração, além de sua grande simplicidade.

Adotou-se então o método exponencial. Para maior facilidade na apresentação deste método, considere o seguinte sistema de equações, que representa de forma condensada o sistema a ser resolvido:

$$\frac{\partial T_i}{\partial t} + \omega_i^2(t) T_i = f_i(T_j, t) \quad (2.90)$$

$$T_i = T_{i0} \quad \text{em } t = 0; \quad (2.91)$$

A solução por este método consiste em calcular-se a temperatura T_i num determinado instante t , a partir de uma estimativa da temperatura de regime permanente obtida no instante anterior, t_0 , admitindo-se que a temperatura evoluirá exponencialmente neste intervalo de tempo, ou seja:

$$T_i(t) = T_{iRP} - (T_{iRP} - T_{i0}) \exp[-\omega_i^2(t_0)(t - t_0)] \quad (2.92)$$

onde T_{iRP} , que é a solução em regime permanente obtida a partir da imposição de $\frac{\partial T_i}{\partial t} = 0$ na Eq. (2.90), é dada pela seguinte equação:

$$T_{iRP} = \omega_i^{-2}(t_0) f_i(T_j, t_0) \quad (2.93)$$

2.4 ALGORITMO DE ESTIMAÇÃO

A estimação transiente do coeficiente de película, ou do coeficiente de troca de calor radial é obtida através do método de regularização seqüencial de primeira ordem. Este método consiste em determinar, em cada instante t_M e numa determinada posição, o valor de h que minimize uma norma específica. Esta norma é definida como sendo a somatória das diferenças quadráticas entre as temperaturas medidas, Y , e as obtidas através do modelo teórico, T , acrescida de um primeiro termo de regularização, proporcional à somatória quadrática de h , e um segundo, proporcional à somatória das diferenças quadráticas de h . Segundo (Beck, 1985), os termos de regularização atenuam as oscilações que tendem a surgir neste tipo de problema. O primeiro termo de regularização tende a reduzir a amplitude dos picos, enquanto o segundo tende a suavizar essas oscilações. A equação a seguir mostra a definição matemática desta norma (Cardoso et al., 1992):

$$S = \sum_{j=1}^s \sum_{i=1}^r (Y_{j,M+i-1} - T_{j,M+i-1})^2 + \alpha \sum_{j=1}^s \sum_{i=1}^r h_{j,M+i-1}^2 + \beta \sum_{j=1}^s \sum_{i=1}^r (h_{j,M+i-2} - h_{j,M+i-1})^2$$

(2.94)

O valor de $h_{k,M}$, na posição z_k , no instante t_M , é estimado derivando-se a Eq. (2.94) em relação a h e igualando-se o resultado a zero, como segue:

$$\frac{\partial S}{\partial h_{k,M}} = -2 \sum_{i=1}^{\infty} \sum_{j=1}^{\infty} (Y_{j,M+i-1} - T_{j,M+i-1}) \frac{\partial T_{j,M+i-1}}{\partial h_{k,M}} + 2(\alpha + \beta) h_{k,M} - 2\beta h_{k,M-1} = 0$$

(2.95)

A equação acima é implícita em relação a $h_{k,M}$, uma vez que $T_{j,M+i-1}$ depende desta variável, e portanto deve ser resolvida iterativamente. Para a n -ésima iteração a temperatura pode ser estimada por:

$$T_{j,M+i-1}^n = T_{j,M+i-1}^{n-1} + \sum_{l=1}^s (h_{l,M}^n - h_{l,M}^{n-1}) \frac{\partial T_{j,M+i-1}^n}{\partial h_{l,M}} \quad (2.96)$$

Inserindo-se a Eq. (2.96) em (2.95) e rearranjando-se seus termos, obtém-se uma equação recursiva para o coeficiente de película como segue:

$$\begin{aligned}
h_{k,M}^n = & \frac{\sum_{j=1}^s \sum_{i=1}^r \left[Y_{j,M+i-1} - T_{j,M+i-1}^{n-1} + h_{k,M}^{n-1} \frac{\partial T_{j,M+i-1}}{\partial h_{k,M}} \right] \frac{\partial T_{j,M+i-1}}{\partial h_{k,M}}}{\alpha + \beta + \sum_{j=1}^s \sum_{i=1}^r \left(\frac{\partial T_{j,M+i-1}}{\partial h_{k,M}} \right)^2} \\
& + \frac{\sum_{j=1}^s \sum_{i=1}^r \left[\beta h_{k,M-1} - \sum_{l=1, \neq k}^s (h_{l,M}^n - h_{l,M}^{n-1}) \frac{\partial T_{j,M+i-1}}{\partial h_{l,M}} \right] \frac{\partial T_{j,M+i-1}}{\partial h_{k,M}}}{\alpha + \beta + \sum_{j=1}^s \sum_{i=1}^r \left(\frac{\partial T_{j,M+i-1}}{\partial h_{k,M}} \right)^2}
\end{aligned}
\tag{2.97}$$

Adotando-se $\alpha = \beta = 0$ na Eq. (2.97), obtém-se a expressão clássica do método seqüencial. Se adicionalmente adotar-se $r = 1$, o algoritmo reduz-se àquele obtido pelo método de ajuste por mínimos quadrados (Beck, 1985).

2.5 OBTENÇÃO DE h_e E h_c PELO MODELO TRI-DIMENSIONAL

A solução pelo método da transformada integral não permite a obtenção direta dos coeficientes de troca de calor radiais, como no método nodal. Assim, depois de estimados os coeficientes de película entre a parede e o líquido, estima-se a distribuição de temperatura, e através dela, calculam-se os coeficientes de troca de calor radial no evaporador e condensador.

O coeficiente de troca de calor radial, é definido como sendo a razão entre a densidade de fluxo de calor radial na superfície interna do tubo ($r=r_i$) que efetivamente foi transferida para o vapor, e a diferença entre a temperatura do vapor e a temperatura média da parede. O coeficiente de troca de calor radial para a região do evaporador é obtido pela seguinte equação:

$$h_e = \frac{-k_l r_i \int_0^{L_i} \frac{\partial T_l}{\partial r} \Big|_{r_i} dz}{L_e r_i (\bar{T}_{P.evap} - T_v)}
\tag{2.98}$$

$$\text{onde, } \bar{T}_{P, \text{evap}} = \frac{1}{L_e \theta_2} \int_0^{L_e} \int_0^{\theta_2} T_p(r_o, \theta, z, t) d\theta dz \quad (2.99)$$

Na região do condensador, este coeficiente é obtido de forma similar, utilizando-se o fluxo de calor que é efetivamente transferido à camisa de refrigeração por convecção, através da equação:

$$h_c = \frac{h_0 r_o (\bar{T}_{P, \text{cond}} - T_\infty)}{(T_v - \bar{T}_{P, \text{cond}}) r_i} \quad (2.100)$$

$$\text{onde, } \bar{T}_{P, \text{cond}} = \frac{1}{(L - L_a) \theta_2} \int_{L_a}^L \int_0^{\theta_2} T_p(r_o, \theta, z, t) d\theta dz \quad (2.101)$$

Capítulo 3

EXPERIMENTO

3.1 PROJETO DO TUBO

Os dados experimentais utilizados neste trabalho foram obtidos através de testes realizados em tubos de cobre-água dotados de estrutura capilar do tipo estrias axiais. Foram construídos dois protótipos, a partir de tubos de cobre fabricados pela empresa Wieland AG da Alemanha e adquiridos através do IKE com recursos do INPE. Estes tubos apresentam diâmetro externo de 20 mm, espessura da parede de 2.1 mm e comprimento de 1 m. Eles contêm 25 sulcos axiais, com as características dimensionais apresentadas na Figs. 3.1 e 3.2. Estes dados foram obtidos através do projetor de perfís do laboratório de metrologia IFI-CTA.

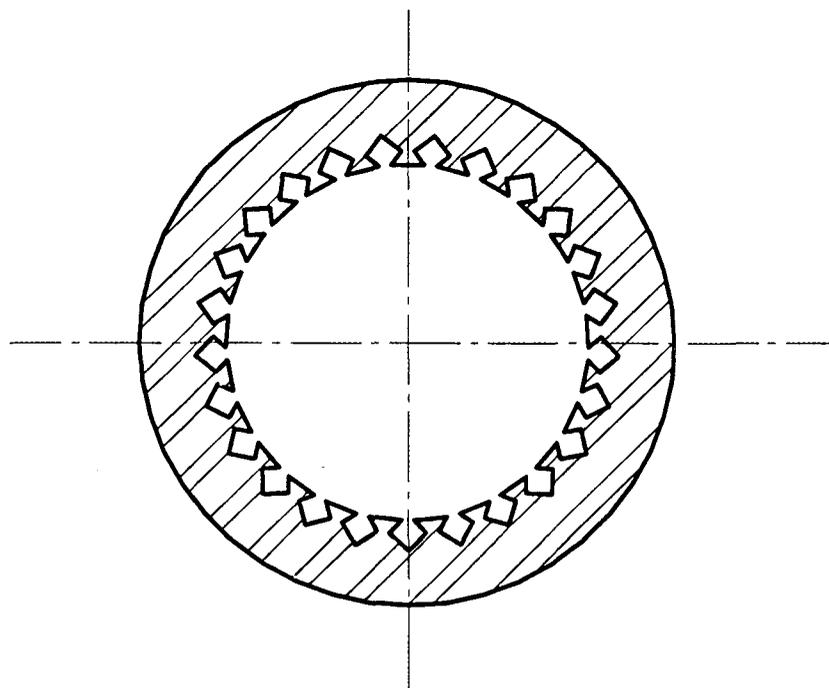


Fig. 3.1 Seção reta do tubo de calor.

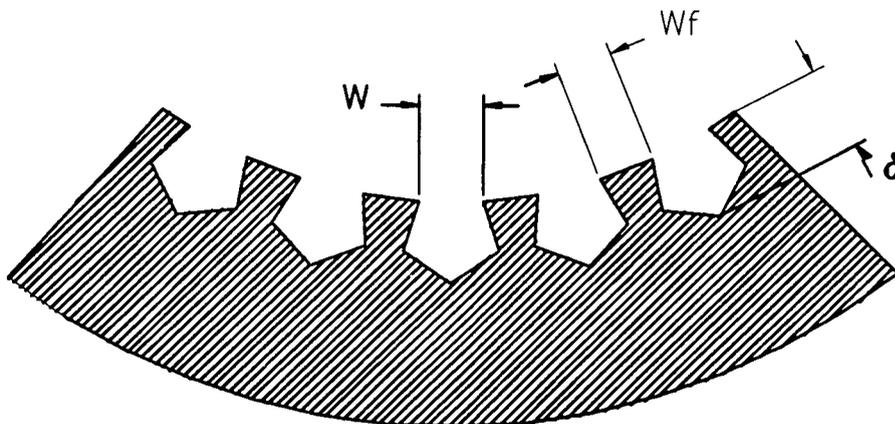


Fig. 3.2 Características dimensionais dos sulcos.

Os principais parâmetros de desempenho foram calculados para este tubo, adotando-se as seguintes dimensões para a sua estrutura capilar:

- profundidade do sulco: $\delta = 1,15 \times 10^{-3} \text{ m}$
- largura da abertura do sulco: $w = 9 \times 10^{-4} \text{ m}$
- espessura da parede do sulco: $w_f = 8,4 \times 10^{-4} \text{ m}$
- área da seção reta do sulco: $A_l = 1,23 \times 10^{-6} \text{ m}^2$
- perímetro molhado: $W_p = 3,0 \times 10^{-3} \text{ m}$

As propriedades físicas da água e do cobre à temperatura de $100 \text{ }^\circ\text{C}$ utilizadas foram:

- densidade da água (líquido): $\rho_l = 983 \text{ kg/m}^3$
- tensão superficial da água: $\sigma = 5,84 \times 10^{-2} \text{ N/m}$
- densidade do vapor: $\rho_v = 0,58 \text{ kg/m}^3$
- viscosidade da água (líquida): $\mu_l = 4,7 \times 10^{-4} \text{ kg/m/s}$

- viscosidade do vapor: $\mu_v = 1,12 \times 10^{-5}$ kg/m.s
- condutividade térmica da água: $k_l = 0,65$ W/m/K
- calor latente de vaporização: $\lambda_{lv} = 2,25 \times 10^6$ J/kg
- condutividade térmica do cobre: $k_p = 400$ W/m/K

3.1.1 Parâmetros de Desempenho

Definidas as características dimensionais do tubo e estrutura capilar, o fluido de trabalho e material da parede utilizados, calculam-se alguns parâmetros que permitem prever o desempenho do tubo de calor nas suas condições nominais de operação e avaliar os efeitos de várias condições adversas, tais como: inclinação do tubo, excesso de fluxo de calor, secagem parcial da estrutura capilar, etc.. O cálculo dos principais parâmetros utilizados, antecidos de suas definições e significados físicos, são apresentados a seguir.

3.1.1.1 Razão de Aspecto

A razão de aspecto do sulco capilar, definida como a relação entre a profundidade e largura do sulco, representa um balanço entre pressão capilar e perda de carga. Quanto maior que a unidade for este parâmetro, maior será o limite capilar do tubo e menor será seu limite de ebulição. Para essa configuração obtém-se:

$$a = \frac{\delta}{w} = 1,28$$

O valor deste parâmetro próximo à unidade indica que os dois limites são da mesma ordem de grandeza.

Esta interpretação é exata para sulcos retangulares; para sulcos de alta performance, como o aqui utilizado, a razão entre estes limites seria melhor expressa pela razão entre a área da seção transversal do sulco e o quadrado de sua largura.

3.1.1.2 Fator de Composição

O fator de composição (S), definido como a razão entre a capacidade de bombeamento capilar do sulco quando este está completamente cheio, $2\sigma/w$, e aquela observada durante a carga do tubo, $\sigma W_p/A_1$, permite avaliar a capacidade de preenchimento destes sulcos em caso de secagem durante sua operação (Brennan et al., 1977). O ideal é que este parâmetro apresente valores próximos da unidade. Para a presente configuração obtém-se:

$$S = \frac{2 A_1}{W_p w} = 0,91$$

Este valor indica que o tubo não apresentará dificuldades em preencher seus sulcos nos casos em que houver secagem parcial ou total da estrutura capilar.

3.1.1.3 Altura Estática

A altura estática (H_s) é definida como a altura atingida pelo líquido quando num ambiente de gravidade 1G, a pressão dessa coluna, $\rho_l g H_s$, se iguala à máxima pressão capilar que a combinação estrutura capilar-fluido de trabalho pode produzir, $2\sigma/w$. Este parâmetro indica o quão sensível o tubo de calor será aos efeitos de uma inclinação adversa (Schlitt et al., 1974). Quanto maior este parâmetro, menor a redução da capacidade de transporte de calor do tubo quando inclinado. Seu valor é obtido igualando-se as duas pressões e isolando-se H_s , como mostra a expressão a seguir:

$$H_s = \frac{2\sigma}{w \rho_l g} = 1,5 \text{ cm}$$

Este valor é relativamente pequeno e indica que um desnível superior a 1.5 cm (menos que 1°) entre as duas extremidades do tubo, provocará a secagem parcial do evaporador e a conseqüente inundação do condensador antes mesmo de entrar em operação. Esta característica foi bastante explorada durante os testes, como veremos na Seção 3.5.

3.1.1.4 Capacidade de Transporte

A capacidade de transporte é definida como sendo o menor dos limites operacionais do tubo de calor (Apêndice A). Foram realizados os cálculos dos limites de ebulição e capilar, para três comprimentos de evaporador, 10, 20, e 30 cm, e para várias inclinações, de acordo com o método proposto por Chi (1976). Os detalhes destes cálculos são apresentados no Apêndice F. Os resultados são apresentados na tabela a seguir:

Tab. 3.1 Limites capilar (Q_c) e de ebulição (Q_e) para o tubo na posição horizontal

L_e (cm)	Q_c (W)	Q_e (W)
10	1730	<u>1225</u>
20	<u>1844</u>	2450
30	<u>1976</u>	3675

A tabela 3.1 mostra que à medida que se aumenta o comprimento do evaporador, ambos os limites aumentam. Para $L_e=10\text{cm}$ o tubo é limitado por ebulição, enquanto que para $L_e>20\text{cm}$ o limite passa a ser capilar.

A inclinação do tubo afeta apenas o limite capilar, como pode ser observado no gráfico da figura a seguir:

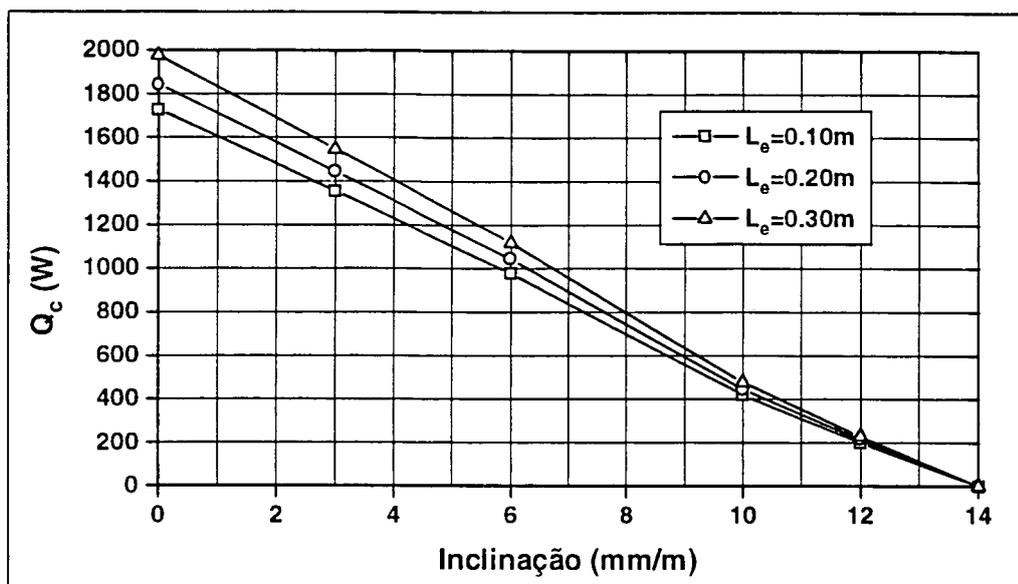


Fig.3.3 Influência da inclinação adversa sobre o limite capilar

Este gráfico confirma a alta sensibilidade deste tubo aos efeitos gravitacionais. Um desnível de apenas 5mm entre as extremidades do tubo provoca uma redução de até 40% na sua capacidade de bombeamento capilar. Pode-se observar ainda que para uma inclinação acima de 4mm o tubo passa a ser limitado por capilaridade, mesmo para $L_e=10cm$.

3.2 FABRICAÇÃO DO TUBO

O processo de fabricação é composto por três operações distintas, cada uma delas exigindo um tipo de instalação laboratorial. São elas: limpeza, soldagem, e carga do fluido de trabalho.

Os tubos foram fabricados nas instalações do Laboratório de Energia Solar (LABSOLAR), utilizando também alguns equipamentos e a experiência do pessoal do Laboratório de Solda (LABSOLDA), vinculados ao Departamento de Engenharia Mecânica e laboratórios do Departamento de Química da Universidade Federal de Santa Catarina.

A seguir, descrevem-se os procedimentos utilizados em cada uma das etapas de fabricação.

3.2.1 Limpeza

A limpeza do tubo consiste na operação mais delicada do processo de fabricação. A remoção de gordura, de resíduos sólidos, de camadas óxidas e incrustações remanescentes dos processos de fabricação da estrutura capilar, exigem a utilização de procedimentos qualificados, de forma a garantir a obtenção da pressão capilar especificada e a eliminação de focos formadores de gases não condensáveis.

A partir de informações apresentadas em Chi (1976) e Edelstein (1974), estabeleceu-se um procedimento de limpeza adaptado aos recursos disponíveis na Universidade Federal de Santa Catarina e aos materiais disponíveis no mercado nacional. A seguir estão listadas seqüencialmente as etapas deste processo.

Desengorduramento: Imersão num banho de Percloroetileno por 30 minutos, à temperatura ambiente. A cada dez minutos, uma sessão de escovamento nas estrias por 5 minutos.

Enxagüe: 2 minutos com Percloroetileno.

Desengraxamento: Imersão em solução detergente neutra à temperatura ambiente, por 30 min. A cada dez minutos uma sessão de escovamento nas estrias, por 5 min.

Enxagüe: com água de torneira, por 3 min.

Decapagem: Imersão em solução ácida decapante, por 4 min.

Enxagüe: com água de torneira, por 3 min.

Secagem: natural.

Enxagüe: com álcool isopropílico.

Secagem: natural.

Embalagem: Fechamento das extremidades com filme de PVC.

Os produtos utilizados foram obtidos no mercado nacional e manipulados nos laboratórios do Departamento de Química da Universidade Federal de Santa Catarina. Os principais fornecedores e a forma de utilização dos produtos estão listados a seguir.

(1)- Percloroetileno

Marca: Perclene

Fabricante: Rhodia

Preparo: Utilizar na forma como é recebido.

(2)- Detergente

Marca: Extran MA02 Neutro

Fabricante: Merk

Preparo: Utilizar na forma como é recebido.

(3)- Solução Decapante

Fabricante: Henkel

Preparo: Solução ácida com a seguinte composição:

Água destilada	85% em volume
Ácido Sulfúrico (98%)	7% em volume
Perox. K01	2% em volume
Perox. de Hidrogênio	6% em volume

3.2.2 Soldagem

Após a limpeza, as duas extremidades do tubo de calor foram imediatamente fechadas e em seguida o tubo foi conectado ao sistema de vácuo de modo a evitar a formação de nova camada de óxido.

A Fig. 3.4 mostra as peças de fechamento confeccionadas em bronze e o esquema de montagem no tubo. As folgas nos encaixes são de 0.2 mm para permitir a penetração do material de adição.



Fig. 3.4 Esquema de fechamento do tubo

O fechamento das extremidades dos tubos foi feito com solda prata. No primeiro protótipo a brasagem foi realizada sem muito controle, tendo praticamente todo o tubo sido submetido a elevadas temperaturas, com os sulcos em contato direto com o ar. Além disso, a forma de manipulação do tubo, durante esta operação, foi feita de forma precária e improvisada, o que terminou por provocar vazamento no tubo, permitindo a entrada de ar em seu interior. No segundo protótipo, o processo de brasagem foi realizado com maior cuidado. Foi injetado argônio no interior do tubo durante a fase de aquecimento e a manipulação do tubo foi feita com maior controle. O resultado foi excelente, não tendo sido detectado qualquer sinal de vazamento até o final dos testes.

3.2.3 Carga do Fluido de Trabalho

A carga do tubo de calor exigiu a montagem de uma linha de vácuo conectado a um sistema de alimentação, conforme mostra a Fig. 3.5.

A operação consistiu em, inicialmente, evacuar toda a linha, inclusive o próprio tubo, e mantê-lo sob vácuo da ordem de 10^{-5} mbar, por um período de aproximadamente 32 h (Edelstein, 1974). Nas primeiras 12 h o tubo foi mantido aquecido a uma temperatura em torno de 90 °C. Em seguida, o sistema de vácuo foi bloqueado através do fechamento da válvula (1) e injetados 5 ml de água no tubo, através da abertura da válvula (2). Depois de aproximadamente 5 min, a válvula (1) foi novamente aberta e o tubo evacuado, permanecendo assim por mais 24 h, sempre mantido a uma temperatura de 90 °C.

Após este período, o sistema de vácuo foi desconectado, injetaram-se 35 ml de água destilada e deaerada no interior do tubo, fechando-se em seguida a válvula (3).

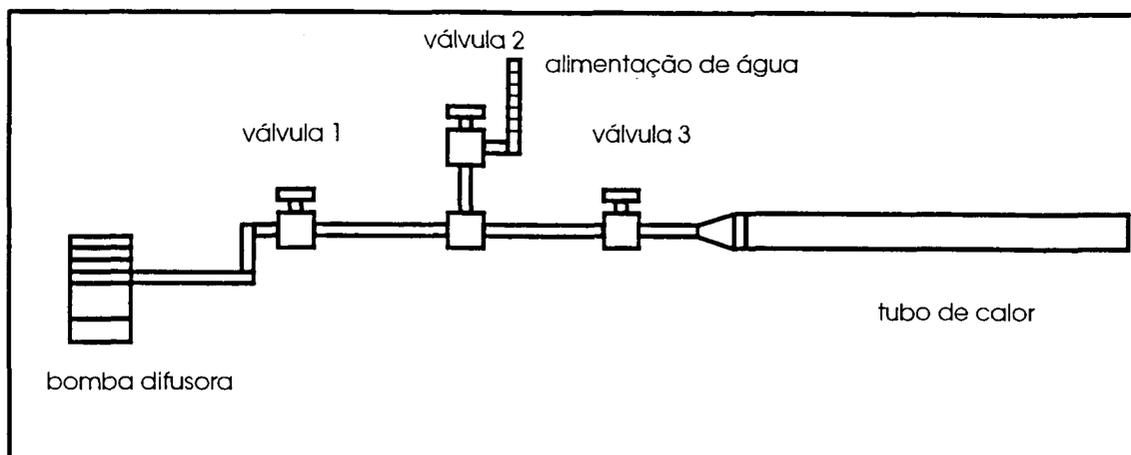


Fig. 3.5 Linha de carga de tubos de calor.

3.3 BANCADA EXPERIMENTAL

A bancada experimental foi montada no LABSOLAR, com o objetivo de testar a operacionalidade dos tubos construídos e simular as condições críticas de operação necessárias para alimentar o algoritmo de estimação (Fig. 3.6).

Os seguintes componentes e equipamentos foram utilizados na bancada:

- 3 filmes resistores revestidos de Kapton, com dimensões de 6,2 cm x 10 cm, com resistência elétrica de 7 Ω ;
- camisa de refrigeração de bronze, diâmetro interno de 3 cm, externo de 6 cm e comprimento de 30cm;
- 10 termopares Cu-Co, bitola AWG 36, da marca Omega;
- 4 termopares Cu-Co encapsulados em aço Inox, diâmetro de 1,5 mm, da marca Ecil;
- isolante térmico de espuma de poliuretano;
- fonte de potência de 750 W, 250V, 30A, marca Tectrol;
- sistema de aquisição de sinais mod. HP3497A, marca Hewlet Packard;

- micro-computador, PC 286, 12 Mhz, marca Microtec;
- banho isothermalizado com faixa de operação de 5 °C a 95 °C.

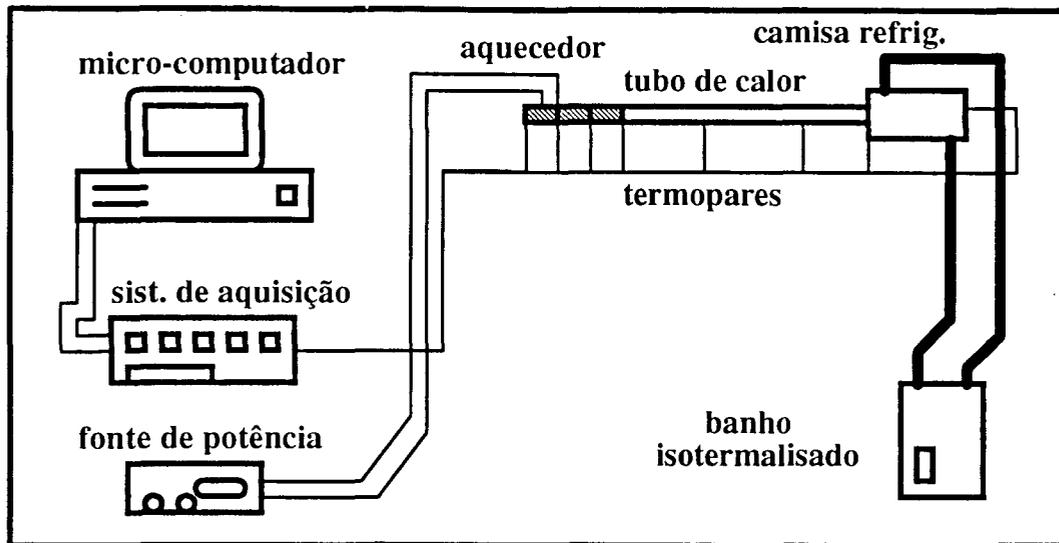


Fig. 3.6 Bancada experimental

3.3.1 Instrumentação

A instrumentação do tubo consistiu na instalação de dez termopares na parede externa, dois termopares blindados na região do vapor e a fixação de três filmes resistores na região evaporador. A Fig. 3.7 mostra esquematicamente a distribuição destes componentes ao longo do tubo. Os termopares na parede foram fixados com massa epoxi em furos de 0,5 mm de diâmetro e 1 mm de profundidade, enquanto que os encapsulados foram fixados com solda prata. Dois outros termopares encapsulados foram instalados na entrada e saída da água na camisa de refrigeração.

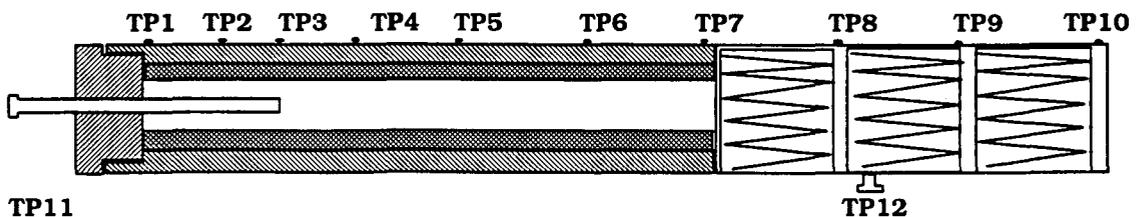


Figura 3.7 Instrumentação do Tubo de Calor

A largura de cada resistência elétrica foi de 10cm, e foram todas ligadas à fonte de potência de forma independente. Assim foi possível simular três diferentes comprimentos de evaporador (10, 20 e 30cm), apenas através da escolha adequada da associação destes resistores.

3.4 INCERTEZA DA MEDIÇÃO DA TEMPERATURA

O sistema de medição da temperatura é constituído por três componentes: termopares, milivoltímetro e o polinômio de conversão de milivoltagem para graus Celsius.

De acordo com o fabricante do termopar, a incerteza na voltagem fornecida pelo sensor é

$$I_{TP} = \pm 0,01 \text{mV}$$

A incerteza de medição da voltagem fornecida pelo milivoltímetro, de acordo com o manual fornecido pelo fabricante é

$$I_V = \pm 0,001 \text{mV}$$

O polinômio de conversão apresenta um erro máximo igual a

$$I_{Pol} = \pm 0,5 \text{ } ^\circ\text{C}$$

De acordo com a teoria de propagação de erros (Schneider et al., 1992), a incerteza global para este sistema de medição é dada por:

$$\frac{I_m}{T} = \frac{I_{TP}}{V} + \frac{I_V}{V} + \frac{I_{Pol}}{T}$$

Para $T=20 \text{ } ^\circ\text{C}$, o termopar cobre-constantan gera uma diferença de potencial de $V=0,789 \text{ mV}$. Assim a incerteza global da medição da temperatura é

$$I_m = 20 \frac{0,01}{0,789} + 20 \frac{0,001}{0,789} + 0,5 = 0,78 \approx \pm 1 \text{ } ^\circ\text{C}$$

3.5 PROCEDIMENTO EXPERIMENTAL

O trabalho experimental foi desenvolvido em duas etapas. Na primeira foram realizados testes funcionais no tubo de calor com o objetivo de determinar seu comportamento durante a fase de partida. Numa segunda etapa foram então realizados os testes planejados para fornecer resultados necessários à estimação do coeficiente de troca de calor radial. De uma forma geral, estes testes consistiram em aplicar uma certa potência no evaporador (função degrau), a partir de uma determinada condição inicial, e monitorar a evolução da distribuição de temperatura, até que fosse atingido o regime permanente ou a falha.

Foram simuladas duas condições iniciais de operação distintas, a saber, partida e aquecimento brusco e três condições finais de teste; regime permanente, secagem por insuficiência capilar, e secagem por ebulição.

Partida: A simulação da partida foi realizada isothermalizando-se inicialmente o tubo a 22 °C, através da circulação da água na camisa de refrigeração. Atingida esta temperatura em todo o tubo, iniciou-se o aquecimento no evaporador e a gravação dos dados de distribuição de temperatura, ao longo do tubo, a cada 5s.

Aquecimento Brusco: A simulação desta condição de operação iniciou-se com o aquecimento do tubo a uma temperatura acima de 60 °C, com a camisa de refrigeração desligada. Ao ultrapassar-se este nível de temperatura, o aquecedor foi desligado, permitindo que a temperatura do tubo baixasse lentamente, ainda com a camisa de refrigeração desligada. Ao atingir a temperatura de 60 °C, foram então ligados, simultaneamente, o aquecedor e a camisa de refrigeração, iniciando-se a gravação dos dados de temperatura a cada 5s.

Regime Permanente: Para se atingir a condição de regime permanente, utilizaram-se níveis de potência abaixo dos limites especificados na Seção 3.1.1.4, mantendo-se o tubo na posição horizontal. Considerou-se atingido

este regime quando a maior variação de temperatura observada era menor que $0,5\text{ }^{\circ}\text{C/h}$.

Secagem por Insuficiência Capilar: Para se garantir que o tubo falhe por insuficiência capilar, é necessário que este limite seja inferior ao de ebulição, e tenha um valor baixo o suficiente para ser suprido pela fonte de potência disponível. Observe-se que, apesar do limite da fonte utilizada ser de 750W , devido à limitação de corrente e às características do resistor utilizado, a máxima potência possível de ser dissipada para o evaporador de 10cm foi de 200W . O artifício utilizado para contornar esta dificuldade foi inclinar o tubo adversamente. Através do gráfico da Fig. 3.3, constatou-se que, com um desnível acima de $1,2\text{ cm}$ entre as extremidades do tubo, o limite capilar cairá para valores abaixo de 200W , para os três valores de L_e . Assim para cada caso a inclinação foi ajustada empiricamente até que se atingisse a falha.

Secagem por ebulição: Para se provocar o fenômeno da ebulição no interior dos sulcos, com o tubo na horizontal, seria necessário aplicar uma potência acima de 650W , utilizando o menor evaporador (10cm). Como já foi visto, isto é impraticável com o aparato experimental disponível. Assim, a única saída foi provocar o surgimento de bolhas no interior dos sulcos, imediatamente antes de rodar o teste, de forma a baixar o limite de ebulição a níveis praticáveis. Empiricamente, estabeleceu-se o seguinte procedimento para conseguir este efeito: inicialmente, provoca-se a falha por insuficiência capilar através do controle do nível de potência, utilizando-se uma inclinação levemente desfavorável. A partir daí, desliga-se a fonte de potência e mantém-se o resfriamento com o tubo ainda inclinado desfavoravelmente. Quando a temperatura se aproxima da temperatura de partida, o tubo é inclinado favoravelmente por alguns segundos e em seguida fixado na horizontal. Assim que o tubo se isothermalisa, liga-se novamente a fonte de potência e inicia-se a aquisição dos dados de temperatura. O que se consegue com este procedimento é aprisionar no interior do sulco uma porção de vapor que durante a operação do tubo, irá trabalhar como agente nucleador para a formação de mais bolhas.

Em todos os casos a temperatura do banho foi mantida em $22\text{ }^{\circ}\text{C}$ e o coeficiente de película externo no condensador (h_o) mantido em $103\text{ w/m}^2/^{\circ}\text{C}$, valor obtido experimentalmente. A seguir, descreve-se o procedimento utilizado para obtenção deste parâmetro.

3.6 DETERMINAÇÃO EXPERIMENTAL DE h_0

Na elaboração do modelo matemático, supôs-se conhecido o valor do coeficiente de película externo ao condensador, h_0 . Seu valor depende das dimensões da camisa de refrigeração e da vazão do fluido (água) circulante. O equipamento que controla a temperatura do fluido de refrigeração e o mantém circulando, opera com uma única vazão, da ordem de 150 g/s e pode manter a temperatura da água entre 5 e 95 °C, dentro de uma tolerância de $\pm 1^\circ C$.

O experimento realizado, consistiu em ligar a camisa ao sistema de refrigeração, através de mangueiras flexíveis, instalar um resistor elétrico cilíndrico de 30 cm de comprimento e 2 cm de diâmetro externo no interior da camisa e quatro termopares: dois na superfície externa do resistor, um na entrada da água e outro na saída. Todo o conjunto foi isolado térmicamente do ambiente.

Medição de h_0 : Para se obter o valor deste parâmetro, foram utilizados cinco níveis de potência (2, 8, 19, 30, e 50W), e três níveis de temperatura de entrada de água (15, 30, 50 °C). Para cada caso as temperaturas foram monitoradas até que se atingisse o regime permanente. A Tab. 3.2 apresenta os resultados obtidos. Os valores das potências utilizadas foram plotados em função das diferenças das temperaturas médias do resistor e da água obtidas, conforme Fig. 3.8. Através de regressão linear obteve-se o valor de h_0 .

Tab.3.2 Resultados experimentais utilizados na obtenção do coeficiente de película h_0 .

POTÊNCIA (W)	T _{RESISTOR} (°C)	T _{ÁGUA} (°C)
2,3	16,1	14,7
8,5	19,2	14,6
18,9	25,2	14,8
33,3	33,7	15,7
51,3	43,2	16,0
2,5	29,9	28,6
30,3	30,3	28,6
19,7	38,6	28,6
33,6	45,7	28,6
2,5	39,3	38,3
8,8	42,9	38,2
18,8	47,9	38,2
33,0	54,9	38,3
51,3	63,5	38,2

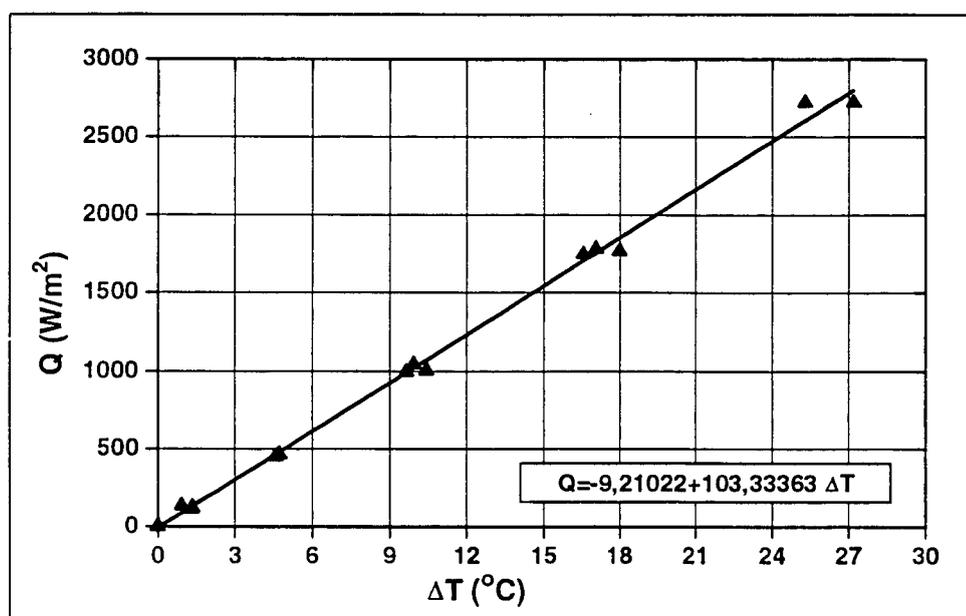


Fig.3.8 Determinação de h_0 por regressão linear.

3.6.1 INCERTEZA NA DETERMINAÇÃO DE h_o

O coeficiente de película h_o é definido como sendo a relação entre o fluxo de calor por unidade de área, Q , transferido da parede do tubo para a água, dividido pela diferença de temperatura observada, ΔT , ou seja:

$$h_o = \frac{Q}{\Delta T}$$

De acordo com a teoria de combinação de erros (Schneider et al., 1992), a incerteza de h_o está relacionada com as incertezas da medição de Q e ΔT pela seguinte expressão:

$$\frac{I_h}{h_o} = \frac{I_Q}{Q} + 2 \frac{I_T}{T}$$

Os valores de Q foram obtidos através da medida da diferença de potencial aplicada nos terminais do resistor, e do valor da sua resistência elétrica. A equação utilizada para este cálculo é mostrada a seguir;

$$Q = \frac{U^2}{R}$$

A incerteza de Q está relacionada às de U e R através da expressão:

$$\frac{I_Q}{Q} = 2 \frac{I_U}{U} + \frac{I_R}{R}$$

Dos fabricantes do voltímetro e do filme resistor obteve-se os valores das incertezas relativas às medidas de U e R :

$$\frac{I_R}{R} = 0,1$$

$$I_U = 0,1V$$

Considerando que a menor voltagem utilizada no experimento foi de 7 V, a máxima incerteza de Q pode ser calculada, obtendo-se:

$$\frac{I_q}{Q} = \frac{0,2}{7} + 0,1 \cong 0,13$$

Lembrando que a incerteza da medida da temperatura é de 1 K e o menor valor de temperatura medida foi de 287 K, pode-se então obter a máxima incerteza na obtenção de h_o para cada medida;

$$\frac{I_h}{h_o} = 0,13 + 2 \frac{1}{287} \cong 0,15$$

Foram realizadas 14 medidas, obtendo-se um valor médio para h_o igual a $103 \text{ W.m}^{-2}.\text{K}^{-1}$, e um desvio padrão (S) de $5 \text{ W.m}^{-2}.\text{K}^{-1}$. Assim a incerteza final do valor de h_o obtido é dada pela expressão (Schneider et al., 1992):

$$I_h = 0,15 \times 103 - 2 \times 5 \cong 6 \text{ Wm}^{-2} \text{ K}^{-1}$$

O valor de h_o obtido através do procedimento experimental descrito é portanto:

$$h_o = 103 \pm 6 \text{ Wm}^{-2} \text{ K}^{-1}$$

Capítulo 4

RESULTADOS DOS TESTES FUNCIONAIS

O primeiro conjunto de testes foi realizado com o objetivo de determinar a duração da fase de partida do tubo de calor. Esta fase caracteriza-se pela existência de gradientes significativos de temperatura no ambiente ocupado pelo vapor, provocando o desacoplamento térmico entre as regiões do evaporador e do condensador. Este fenômeno ocorre devido aos baixos valores da derivada da pressão em relação a temperatura observados em temperaturas próximas à ambiente, fazendo com que uma pequena diferença de pressão do vapor entre as extremidades do tubo, provoque grandes diferenças de temperatura. O valor desta derivada tende a aumentar com a temperatura, fazendo com que a diferença de pressão no vapor provoque diferenças de temperatura entre evaporador e condensador cada vez menores. Na literatura, os tubos que utilizam água como fluido de trabalho são especificados para operar a temperaturas acima de 50 °C. Para verificar se este valor é válido para o tubo aqui contruído, realizou-se um conjunto de testes, com vários níveis de potência e vários comprimentos do evaporador, sempre partindo da condição do tubo totalmente isotérmico à temperatura ambiente. A seguir, apresentam-se os resultados obtidos para o caso em que se utilizou uma potência de 125W aplicada ao evaporador com 10cm de comprimento. Todos os testes realizados apresentaram resultados próximos a estes.

A Fig. 4.1 mostra a evolução da temperatura do vapor na região do evaporador e a temperatura na extremidade do condensador. Pode-se observar que somente quando a temperatura do vapor na região do evaporador atinge um valor próximo a 60°C, a temperatura na região do condensador passa a evoluir da mesma forma que o evaporador. Neste ponto considera-se terminada a fase de partida.

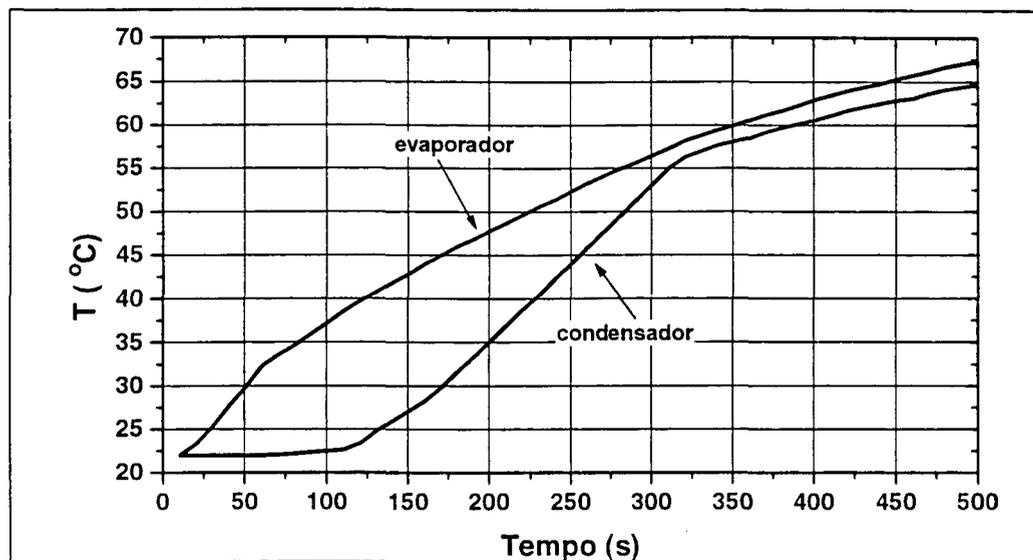


Fig.4.1 Evolução da temperatura do vapor nas regiões do evaporador e do condensador.

A Fig. 4.2 mostra a evolução da distribuição de temperatura ao longo da parede do tubo para este caso. Pode-se observar que logo após a aplicação da potência no evaporador, sua temperatura eleva-se rapidamente, enquanto a temperatura no restante do tubo permanece inalterada. A partir daí formam-se três patamares de temperatura bem definidos; temperatura do evaporador, temperatura da região adiabática que é praticamente igual à do vapor e temperatura do condensador. A fronteira entre o patamar da região adiabática e do condensador avança sistematicamente no sentido do último, enquanto que a diferença entre seus níveis de temperatura diminui rapidamente. Quando a região adiabática atinge uma temperatura próxima de 60 °C esta diferença se estabiliza. Este comportamento é denominado na literatura como *partida frontal* o qual é descrito em detalhes por Ivanovskii et al. (1982).

A distribuição de temperatura do vapor durante a fase de partida não é conhecida ao longo de todo o tubo, já que foram utilizados apenas dois termopares, um em cada uma de suas extremidades. No entanto, para se implementar as soluções descritas no Capítulo 2, é necessário que se conheça a distribuição de temperatura do vapor ao longo de todo o tubo. Para contornar esta dificuldade, supôs-se uma distribuição do tipo de uma função escalonada, sendo que o primeiro patamar tem o valor da temperatura obtida na extremidade do evaporador e o segundo na extremidade do condensador. A posição ao longo do tubo em que ocorre a

mudança de patamar avança com o tempo, do evaporador para o condensador, a qual é obtida a partir da evolução da temperatura da parede. Para o caso mostrado nas Figs. 4.1 e 4.2, a evolução da temperatura do vapor é dada pelo gráfico mostrado na Fig. 4.3. Observe-se que quando a temperatura do vapor atinge 58 °C, praticamente já não há gradientes longitudinais neste meio, caracterizando o fim da fase de partida.

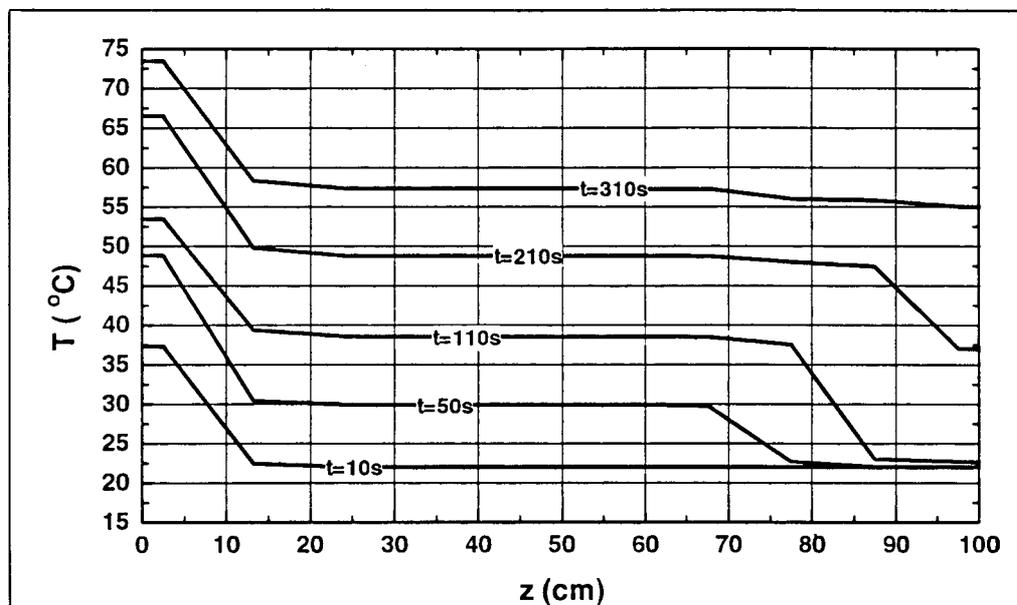


Fig.4.2 Evolução da distribuição de temperatura na parede do tubo.

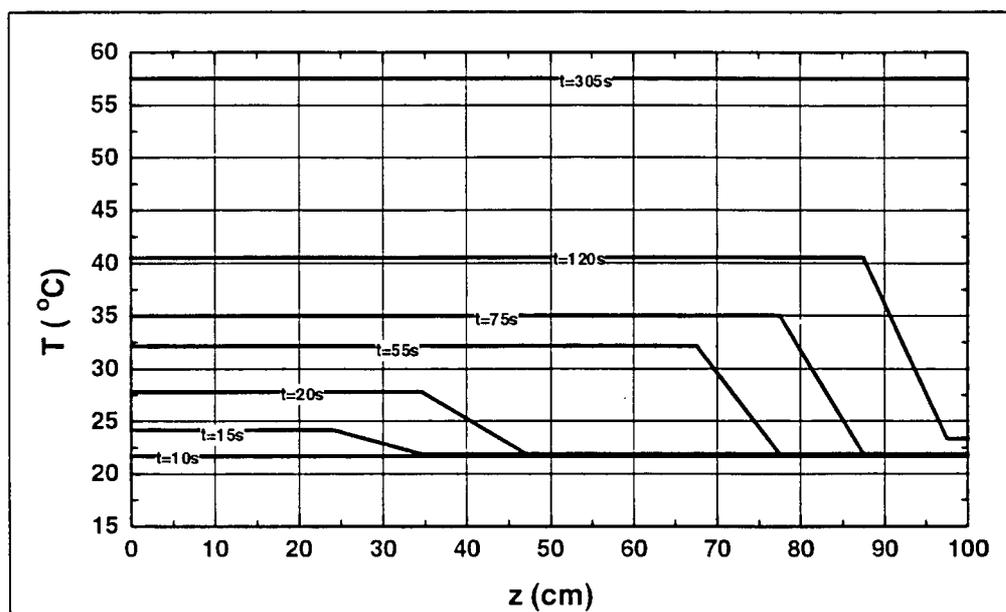


Fig.4.3 Evolução da temperatura do vapor na fase de partida.

Capítulo 5

ESTIMAÇÃO DOS COEFICIENTES DE TROCA

DE CALOR RADIAL

Entre os testes realizados, foram selecionados nove casos considerados os mais representativos para o estudo do comportamento do coeficiente de troca de calor radial.

O casos 1 a 3 correspondem às situações em que não houve falha de operação. Os casos 4 a 6 tratam dos testes em que houve a falha do tubo, porém, sem que houvesse ocorrido oscilações na temperatura. Por fim os casos 7 a 9 englobam aqueles testes onde oscilações nas temperaturas do evaporador foram observadas durante a falha. Os casos 1, 2, 3, 6 e 7, correspondem aos testes onde foi programada a condição de partida do tubo, enquanto os outros quatro casos correspondem à condição de aquecimento brusco.

Para efeito de análise dos resultados, apresentam-se, além das curvas dos coeficientes de troca de calor radial estimados, as curvas de temperatura experimentais e teóricas, as curvas do erro médio quadrático e dos coeficientes de sensibilidade.

O erro médio quadrático é definido como sendo a raiz quadrada da somatória das diferenças quadráticas entre as temperaturas medidas e as estimadas, dividida pelo número de sensores, como mostra a equação a seguir:

$$R = \frac{\sqrt{\sum_{i=1}^{10} [T(i) - Y(i)]^2}}{10} ,$$

onde T é a temperatura obtida pelos modelos teóricos nos pontos onde são obtidos os valores experimentais Y . Este parâmetro quantifica a distância média entre as curvas teóricas, obtidas utilizando o coeficientes de troca de calor radial estimados e a experimental.

Os coeficientes de sensibilidade da temperatura em relação aos valores de h no evaporador (Z_e) e condensador (Z_c) são definidos como a

derivada parcial da temperatura em relação a estes parâmetros, expressos matematicamente pelas seguintes equações:

$$Z_e = \frac{\partial T_p}{\partial h_e}$$

$$Z_c = \frac{\partial T_p}{\partial h_c}$$

Estes coeficientes indicam o grau de dependência da temperatura para com variações nos valores de h em cada região. Quanto maiores estes valores, mais precisos e estáveis serão os valores de h estimados. Deve-se observar que estes coeficientes só podem ser calculados pelo modelo unidimensional, já que h_e e h_c não aparecem explicitamente nas equações obtidas pelo modelo tri-dimensional.

5.1 PROCEDIMENTO

5.1.1 Solução Analítica

Como já foi visto, o coeficiente de troca de calor radial não aparece explicitamente nas equações deste modelo. Os parâmetros determinados pelo algoritmo de estimação são os coeficientes de película entre a parede e o líquido, h_{pl} e h_{al} . Conhecidos estes parâmetros em cada instante, estima-se a distribuição de temperatura e através das Eqs. (2.98) e (2.100) obtêm-se os valores do coeficiente de troca de calor radial, no evaporador e condensador respectivamente.

As Eqs. (2.72) e (2.75) são constituídas de somatórios infinitos de auto-funções que, na prática são substituídas por somatórios finitos, cujo número de termos é determinado empiricamente. Além do número de termos dessas séries, há outros parâmetros a serem otimizados, quais sejam, o número de iterações na solução do modelo, o passo de integração e os critérios de convergência.

Após um grande número de testes detectou-se a necessidade de introduzir também algumas simplificações no modelo, de forma a garantir a convergência do algoritmo. As simplificações são as seguintes:

1- Adotou-se a hipótese de que $h_{pl} = h_{al}$, uma vez que com os dados experimentais disponíveis não foi possível detectar diferenças entre h_{pl} e h_{al} . Seria necessário dispor de valores experimentais da temperatura do líquido para estimar esta diferença, se existir.

2- Supôs-se que a função $h_{pl}(z)$ pode ser representada por uma função escalonada de três patamares sempre positivos: um para o evaporador, $h_{pl,e}$, outro para a região adiabática, $h_{pl,a}$ e um terceiro para o condensador, $h_{pl,c}$. Estes três valores são estimados em cada instante, utilizando-se as temperaturas fornecidas por todos os sensores.

3- Verificou-se que o coeficiente de sensibilidade na região adiabática, Z_a , é praticamente nulo ao longo de todo o tubo, impossibilitando a estimação do coeficiente de película nesta região. A razão física para este comportamento é que tanto o fluxo radial de calor quanto a diferença de temperatura da parede para o vapor nesta região são praticamente nulos, fazendo com que qualquer valor de $h_{pl,a}$ maior que zero satisfaça as equações do modelo, tornando o algoritmo altamente instável. A solução foi fixar um valor para este coeficiente, e não mais estimá-lo.

4- Adotou-se a hipótese de que os sulcos permaneceram preenchidos durante todo o teste.

Utilizando-se estas simplificações, obtiveram-se os parâmetros que estão listados a seguir:

- número de autovalores na direção r : 5
- número de autovalores na direção θ : 3
- número de autovalores na direção z : 5
- número máximo de iterações: 25
- passo de integração: 1 a 5s

5.1.2 Solução Numérica

Neste modelo os coeficientes de troca de calor radial aparecem explicitamente nas equações que descrevem o problema, permitindo a obtenção imediata dos mesmos. No entanto, é possível também, da mesma forma que para o método anterior, calcular estes coeficientes através do balanço de energia nas regiões do evaporador e condensador, permitindo uma comparação mais objetiva entre os dois métodos. Dessa forma são geradas, por este método, duas curvas de h para cada um dos casos analisados.

Para obtenção da distribuição de temperatura, a parede do tubo foi subdividida em dez nós igualmente espaçados na direção longitudinal do tubo e o domínio do vapor em outros dez. O passo de integração e peso de relaxação são otimizados automaticamente pela rotina utilizada. Esta rotina faz parte do Pacote de Análise Térmica (Cardoso et al., 1990), desenvolvido por este autor no Instituto Nacional de Pesquisas Espaciais, para análise térmica de satélites.

As três primeiras simplificações apresentadas na seção anterior para o modelo tri-dimensional são também adotadas aqui com relação aos coeficientes de troca de calor radial.

5.1.3 Algoritmo de Estimação

Analisando-se a Eq. (2.97) observa-se que, em cada instante, deve-se resolver um sistema implícito de equações algébricas que envolve os valores de h em todos os pontos considerados ao longo do tubo. Este sistema também foi resolvido iterativamente e para tanto, foi necessário determinar os valores ótimos do número máximo de iterações e o critério de convergência. Os valores adotados foram os seguintes:

- critério de convergência: $10^{-4} \%$
- número máximo de iterações (analítico): 15
- número máximo de iterações (numérico): 5

Além destes parâmetros, foi necessário otimizar aqueles que controlam o processo de estimação propriamente dito, ou seja, os

parâmetros de regularização α e β , o número de instantes futuros, r , os seus valores iniciais e o passo de integração. Observe-se que o passo de integração deste algoritmo é independente dos utilizados na obtenção da distribuição de temperatura. Estes parâmetros foram ajustados caso a caso e os valores adotados estão apresentados na forma de tabelas como segue:

Tab. 5.1 Parâmetros utilizados na estimação de h com temperaturas obtidas pelo modelo unidimensional.

CASO	α ($K^2.W^{-2}.m^{-4}$)	β ($K^2.W^{-2}.m^{-4}$)	r (-)	Δt (s)	$h_{e,ini.}$ ($W.m^{-2}.K^{-1}$)	$h_{c,ini.}$ ($W.m^{-2}.K^{-1}$)
1	30	20	2	10	1000	1000
2	100	100	2	10	1000	1000
3	100	100	2	5	1000	1000
4	1	0	2	5	1000	1000
5	20	10	2	5	1000	1000
6	100	100	2	5	1000	1000
7	50	20	2	10	1000	1000
8	50	40	2	5	1000	1000
9	50	50	2	5	1000	1000

Tab. 5.2 Parâmetros utilizados na estimação de h com temperaturas obtidas pelo modelo tri-dimensional.

CASO	α ($K^2.W^{-2}.m^{-4}$)	β ($K^2.W^{-2}.m^{-4}$)	r (-)	Δt (s)	$h_{e,ini.}$ ($W.m^{-2}.K^{-1}$)	$h_{c,ini.}$ ($W.m^{-2}.K^{-1}$)
1	0	0	1	10	2000	1000
2	0	0	1	10	2000	1000
3	0	0	1	5	2000	1000
4	0	0	1	5	2000	1000
5	0	0	1	5	2000	1000
6	0	0	1	5	2000	1000
7	0	0	1	10	2000	1000
8	0	0	1	5	2000	1000
9	0	0	1	5	2000	1000

Comparando-se os dados das duas tabelas, observa-se que a estimação pelo modelo unidimensional é bem mais instável que pelo modelo tri-dimensional. Enquanto que pelo primeiro método foi necessária

a utilização de parâmetros de regularização com valores de até $100 \text{ K}^2 \cdot \text{W}^2 \cdot \text{m}^{-4}$, no segundo simplesmente não foi necessário utilizá-los.

Para o modelo unidimensional os dois parâmetros de regularização são os que afetam mais fortemente o desempenho deste algoritmo. O aumento dos seus valores provoca a redução tanto da amplitude quanto da frequência das oscilações que tendem a surgir quando seus valores são nulos. A seguir, apresenta-se a título de exemplo, o procedimento adotado para otimização destes parâmetros para o caso 9.

5.1.3.1 Otimização dos Parâmetros α e β (Caso 9)

Após algumas tentativas, fixou-se para este caso o valor para o passo de integração em 5s e utilizou-se um instante futuro, isto é, $r = 2$. As figuras a seguir apresentam os resultados obtidos diretamente pelo método nodal. Adotou-se inicialmente o valor de α igual a 1 e β igual a 0. Podem-se observar fortes oscilações na curva de h_e a partir de 500s. A curva de erro associada a este caso está apresentada em seguida. Ao se aumentar o valor de α para 2, β para 1, pode-se observar uma pequena redução na amplitude das oscilações e na sua frequência. A curva de erro apresenta uma grande redução em seus valores de pico. Após algumas tentativas, chega-se aos valores de α igual a 6 e β igual a 6. Os resultados são significativamente melhores, apresentando grande redução tanto na amplitude quanto na frequência das oscilações. A curva de erro apresenta uma pequena redução em seus valores de pico em relação ao caso anterior. Finalmente para os valores de α igual a 50 e β igual a 50, obtém-se o comportamento ótimo das curvas de h . Um acréscimo adicional nos valores destes parâmetros provoca o retorno das oscilações e aumento do erro, como se pode observar nos gráficos para α igual a 100 e β igual a 100. Em função destes resultados adotou-se o valor de 50 para α e β .

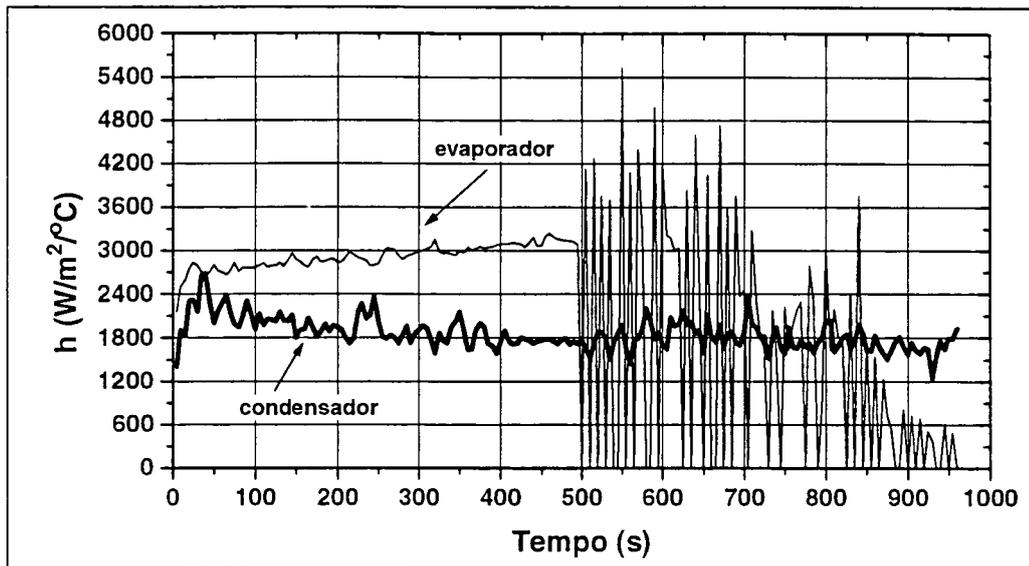


Fig. 5.1 Coeficientes de troca de calor radial estimados ($\alpha=1$; $\beta=0$).

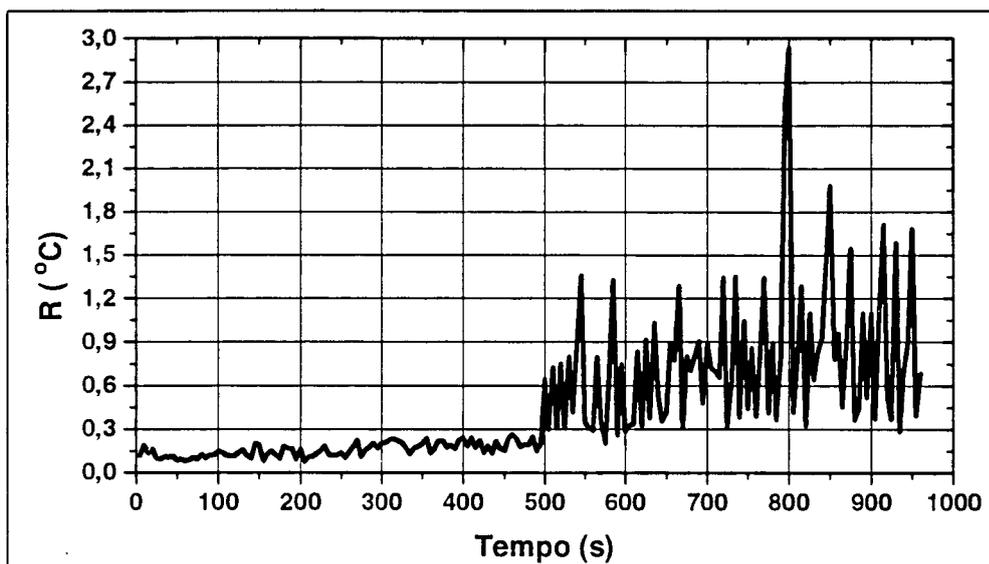


Fig. 5.2 Desvio quadrático médio ($\alpha=1$; $\beta=0$).

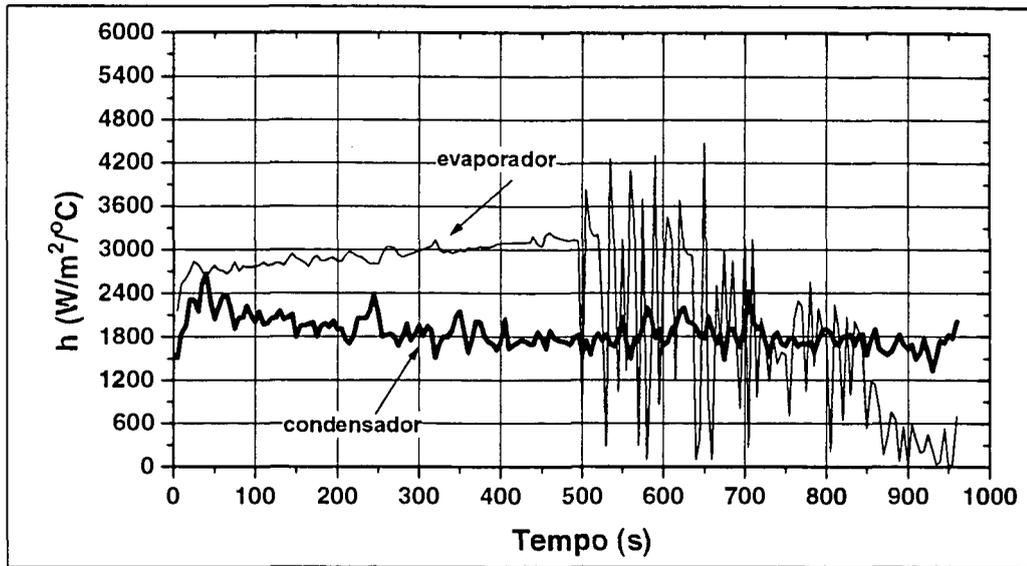


Fig. 5.3 Coeficientes de troca de calor radial estimados ($\alpha=2$; $\beta=1$).

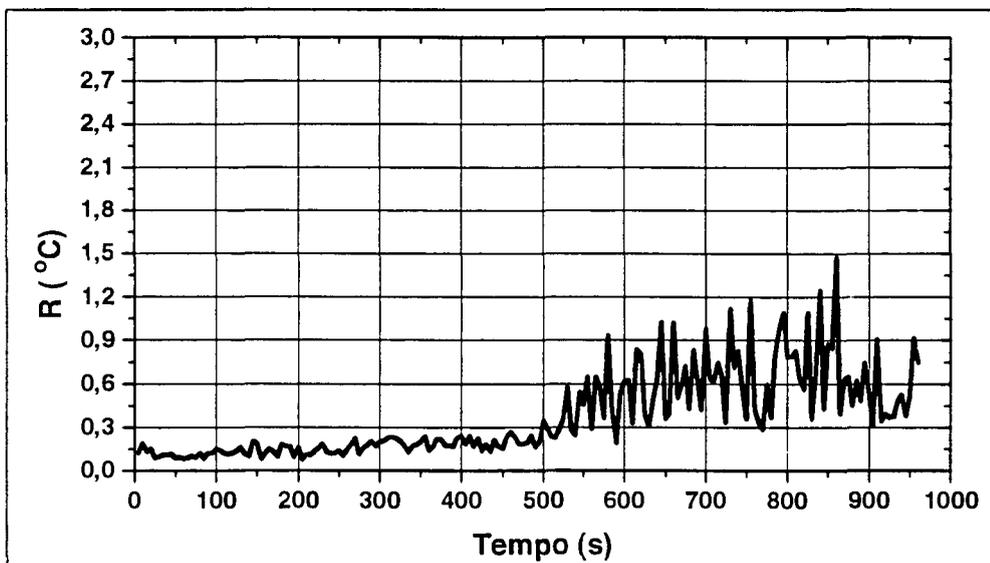


Fig. 5.4 Desvio quadrático médio ($\alpha=2$; $\beta=1$).

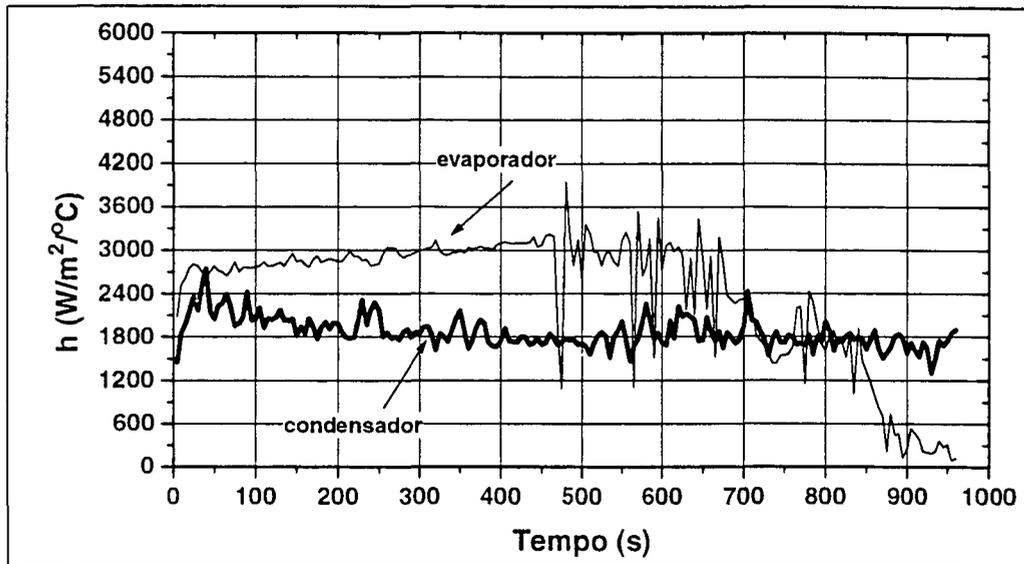


Fig. 5.5 Coeficientes de troca de calor radial estimados ($\alpha=6$; $\beta=6$).

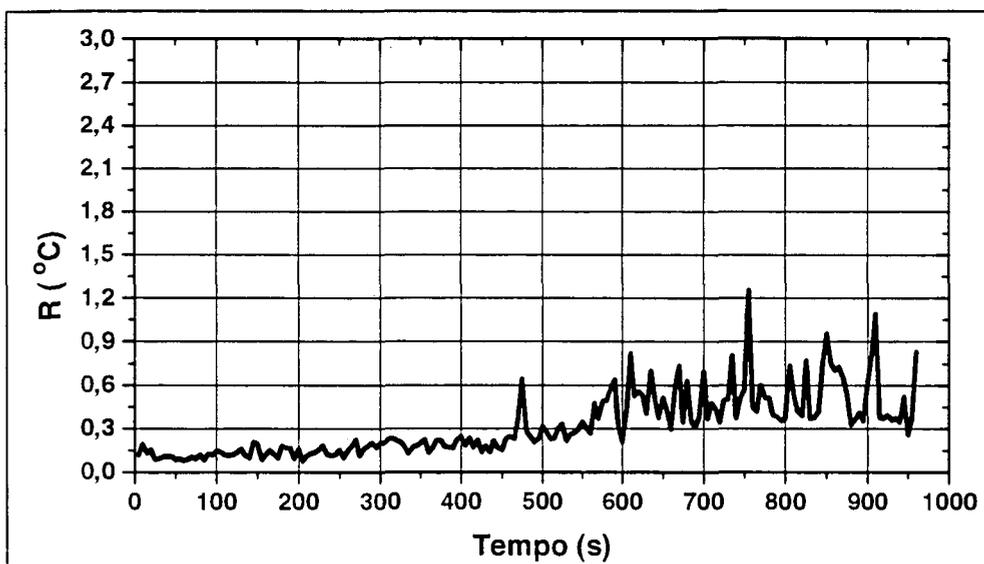


Fig. 5.6 Desvio quadrático médio ($\alpha=6$; $\beta=6$).

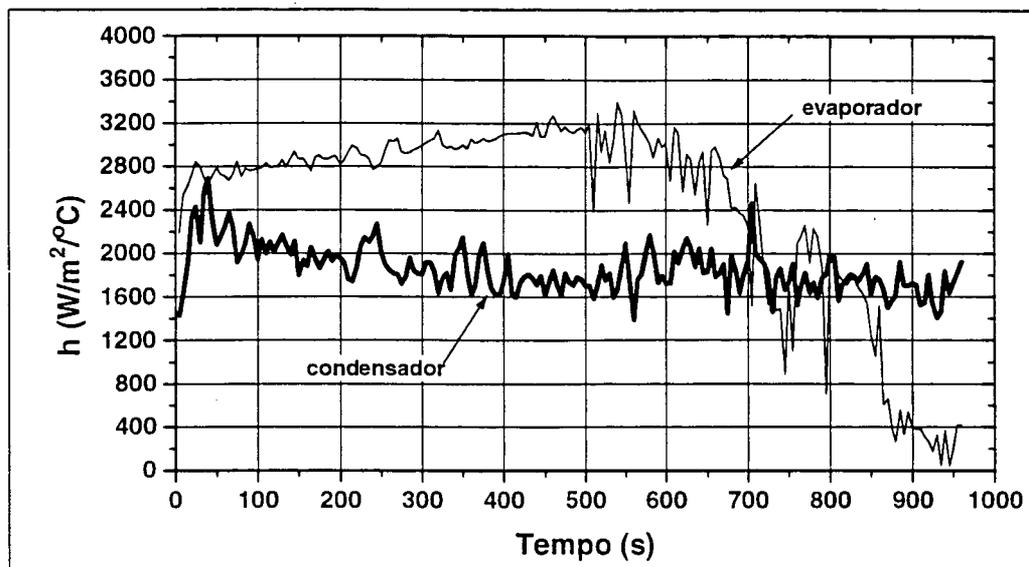


Fig. 5.7 Coeficientes de troca de calor radial estimados ($\alpha=50$; $\beta=50$).

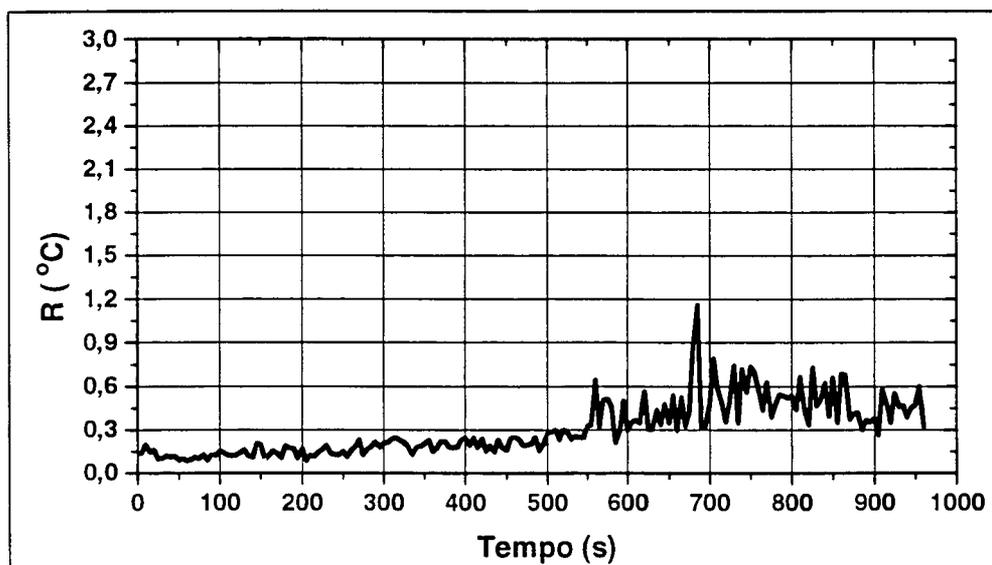


Fig. 5.8 Desvio quadrático médio ($\alpha=50$; $\beta=50$).

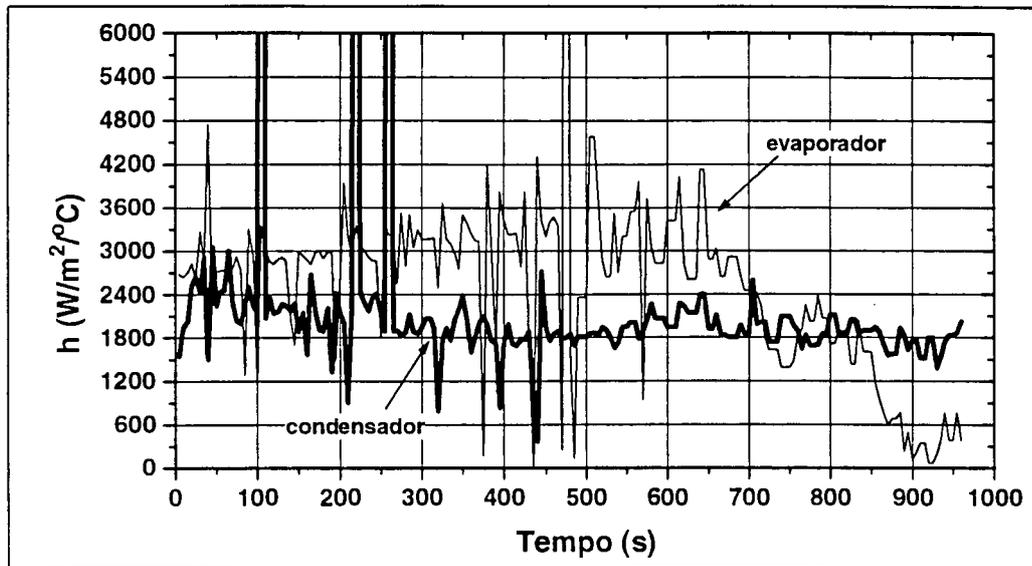


Fig. 5.9 Coeficientes de troca de calor radial estimados ($\alpha=100$; $\beta=100$).

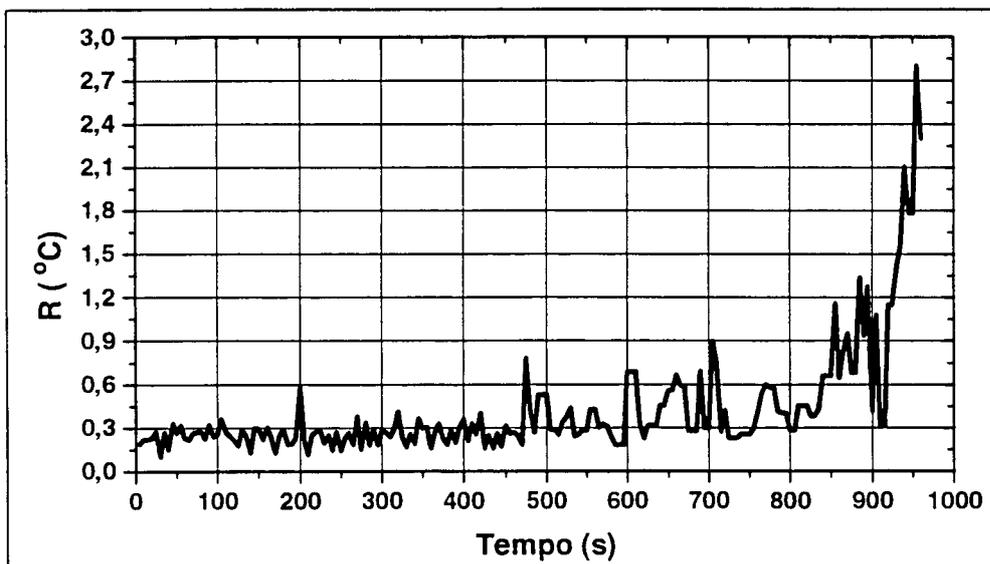


Fig. 5.10 Desvio quadrático médio ($\alpha=100$; $\beta=100$).

5.2 RESULTADOS OBTIDOS

Através do procedimento descrito na seção anterior foram obtidas as curvas de h para os nove casos analisados. Para cada caso, apresentam-se três gráficos dos coeficientes de troca de calor radial nas regiões do evaporador e condensador, Figs. 1 a 3; o primeiro obtido pelo modelo analítico, o segundo obtido através do balanço de energia utilizando a distribuição de temperatura obtida pelo modelo unidimensional e o terceiro obtido diretamente pelo modelo unidimensional. Apresentam-se em seguida as curvas de temperatura obtidas pelos dois modelos teóricos comparadas com os dados obtidos experimentalmente, Figs. 4 e 5, as curvas de erro quadrático médio, Figs. 6 e 7, para cada um destes casos e por fim são apresentadas as curvas dos coeficientes de sensibilidade em toda a extensão do tubo, Figs. 8 e 9, e a evolução desses coeficientes nas duas extremidades do tubo ao longo do tempo, Figs 10 e 11. As Figs. 5.2.1.1 a 5.2.9.11 apresentadas a seguir, ilustram estes resultados. Observe que na numeração adotada, o primeiro dígito refere-se ao capítulo, o segundo ao caso considerado e o terceiro ao número da figura, que se repete em todos os casos.

5.3 DISCUSSÃO DOS RESULTADOS

Uma primeira análise dos resultados apresentados na seção anterior permite identificar algumas características gerais do comportamento dos coeficientes de troca de calor radial.

De uma forma geral, as curvas de h obtidas pelos três métodos utilizados apresentam comportamentos bastante próximos para cada um dos casos, aumentando a confiabilidade dos resultados, embora na maioria dos casos o erro médio quadrático correspondente ao modelo unidimensional seja menor que o correspondente ao modelo tridimensional.

O coeficiente h_e é, em todos os casos, durante a fase de operação normal do tubo, maior que o coeficiente h_c . Este comportamento confirma os resultados obtidos por Sun et al. (1975) e será justificado mais adiante.

Os coeficientes h_e e h_c apresentam oscilações cujas amplitudes variam em função do método de solução adotado, do caso considerado, e

da fase de operação. Algumas destas oscilações são de origem numérica, que como será visto, estão fortemente relacionadas aos coeficientes de sensibilidade, e outras estão ligadas à natureza dos fenômenos no interior da estrutura capilar.

As Figs. 8 e 9 de cada caso mostram que os coeficientes h_e e h_c afetam apenas as temperaturas estimadas respectivamente no evaporador e condensador. Isso ocorre porque a temperatura do vapor utilizada como condição de contorno nos dois modelos matemáticos é obtida experimentalmente, não sendo, portanto, afetada pelas alterações nos valores de h . A estimação dos coeficientes h_e e h_c ocorre de forma independente, como se as duas regiões estivessem desacopladas.

5.3.1 Análise dos Casos Apresentados

5.3.1.1 Caso 1

O caso 1 corresponde ao teste em que foi atingido o regime permanente sem que tenha ocorrido falha de operação. Neste teste simulou-se a condição de partida, primeiros 120 s, a fase de operação transiente, até aproximadamente 2500 s, e o regime permanente. Os três métodos utilizados na obtenção de h , Figs. 5.1.1 a 5.1.3, geraram curvas que apresentam comportamentos bastante próximos a partir da fase de operação transiente: os valores de h_e oscilam entre 3000 e 3500 $\text{Wm}^{-2}\text{K}^{-1}$ e h_c entre 1800 e 2000 $\text{Wm}^{-2}\text{K}^{-1}$. A comparação destes resultados com os obtidos na literatura está apresentada na seção 5.3.4.1 e a análise de seu comportamento na fase de partida é feita nas seções 5.3.3 e 5.3.4.2.

As curvas de evolução da temperatura da parede, Figs. 5.1.4 e 5.1.5, mostram uma concordância bastante boa com os dados experimentais, sendo que a maior discrepância é observada na curva da temperatura do evaporador obtida pelo modelo tri-dimensional. As Figs. 5.1.6 e 5.1.7 mostram que o erro médio quadrático correspondente ao modelo tri-dimensional é praticamente o dobro do numérico.

As curvas dos coeficientes de sensibilidade, Figs. 5.1.8 a 5.1.11, apresentam valores relativamente elevados, o que significa que a incerteza dos coeficientes de troca de calor são relativamente pequenos, com pode ser visto na Tab. 5.3.

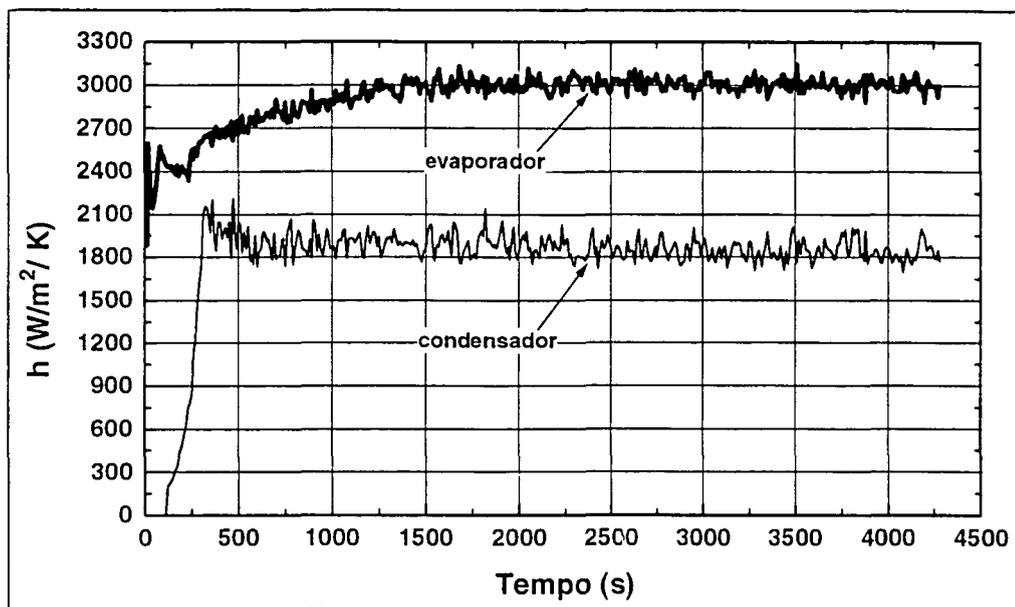


Fig. 5.1.1 Coeficientes de troca de calor radial estimados através do balanço de energia pelo modelo tri-dimensional (Caso 1: $P=125,0$ W, $L_e=10$ cm).

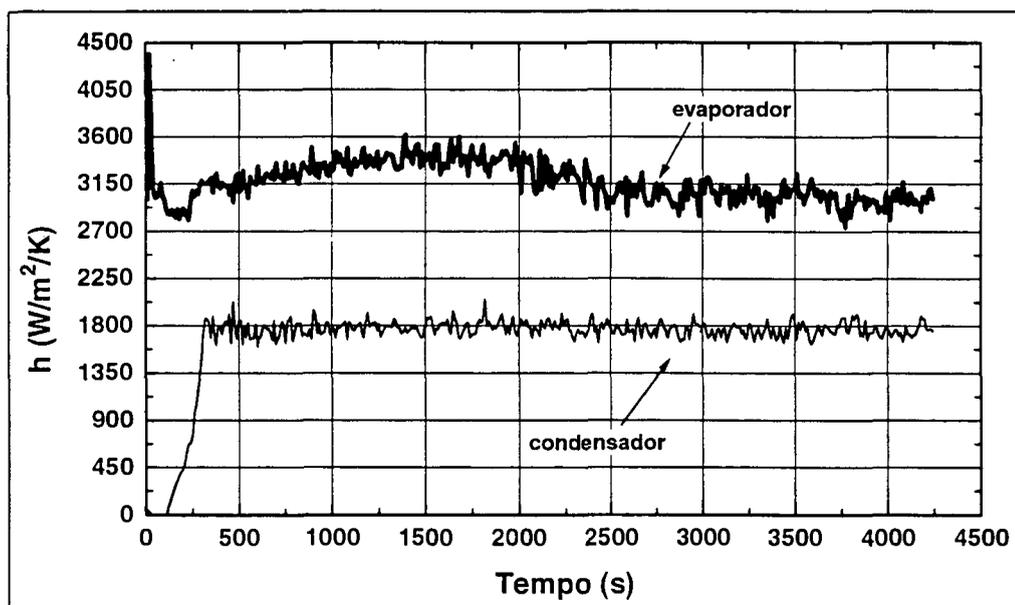


Fig. 5.1.2 Coeficientes de troca de calor radial estimados através de balanço de energia pelo modelo unidimensional (Caso 1: $P=125,0$ W, $L_e=10$ cm).

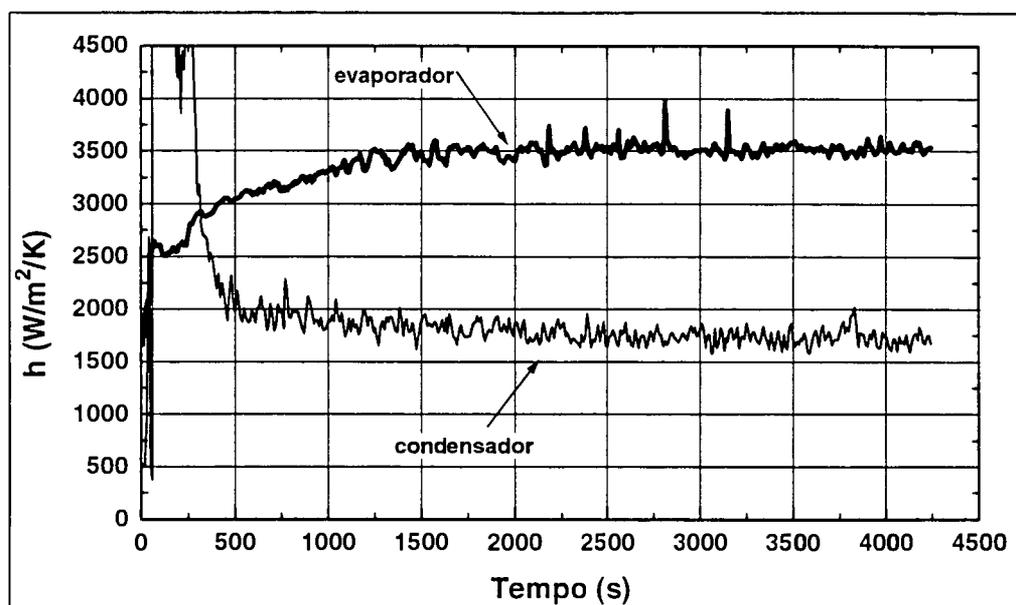


Fig. 5.1.3 Coeficientes de troca de calor radial estimados diretamente pelo modelo unidimensional (Caso 1: $P=125,0$ W, $L_e=10$ cm).

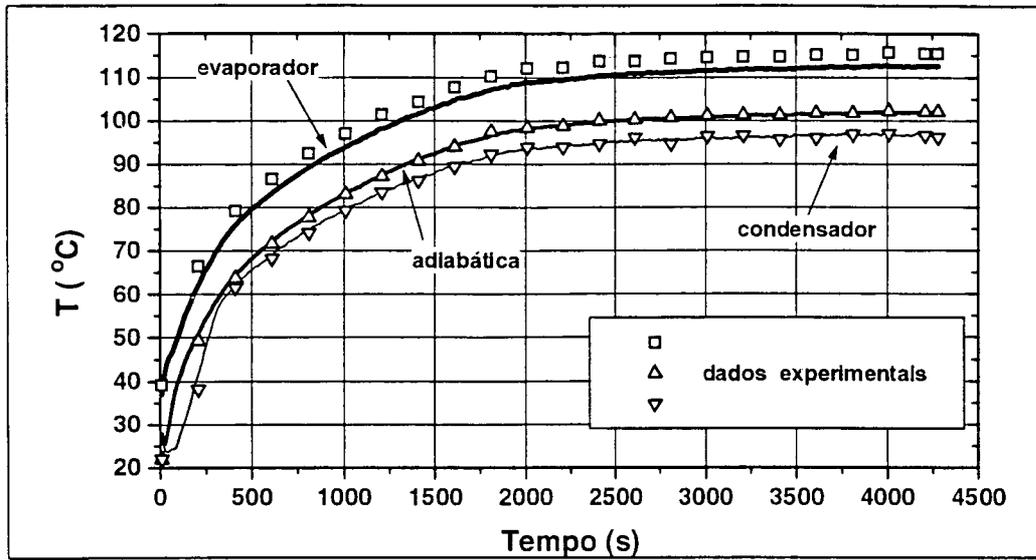


Fig. 5.1.4 Evolução da distribuição de temperatura estimada pelo modelo tri-dimensional
(Caso 1: $P=125,0$ W, $L_e=10$ cm).

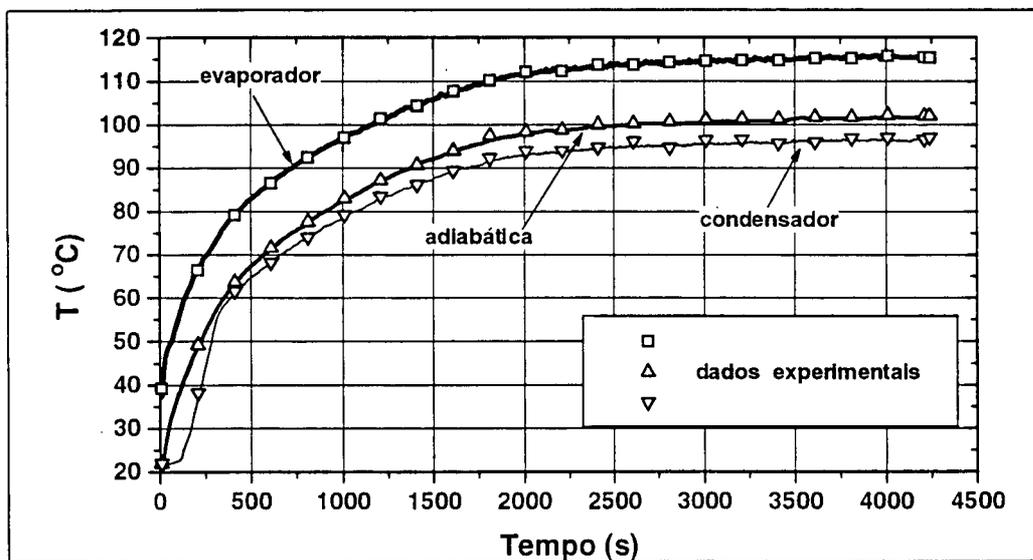


Fig. 5.1.5 Evolução da distribuição de temperatura estimada pelo modelo unidimensional
(Caso 1: $P=125,0$ W, $L_e=10$ cm).

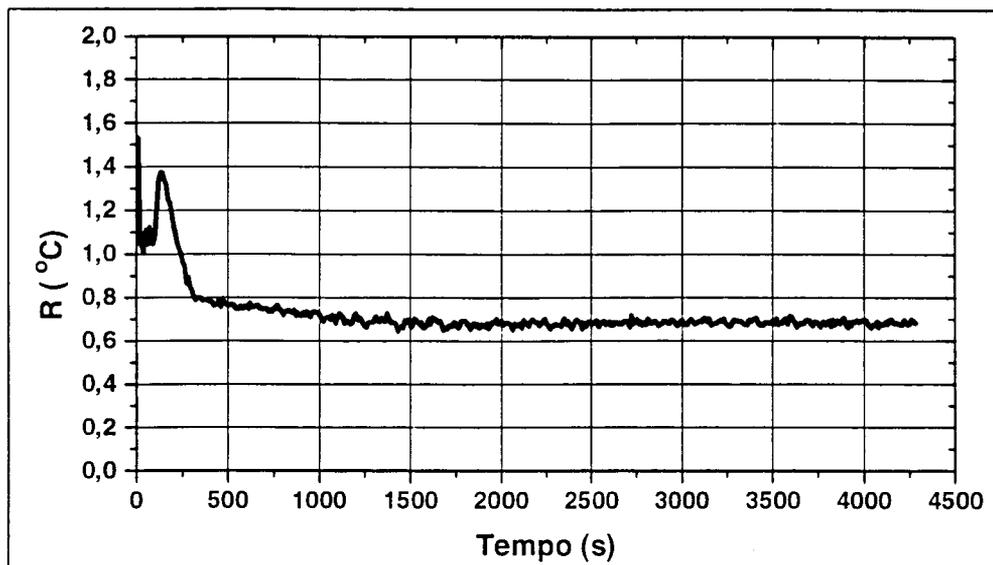


Fig. 5.1.6 Curva do erro médio quadrático para a distribuição de temperatura obtida pelo modelo tri-dimensional (Caso 1: $P=125,0$ W, $L_e=10$ cm).

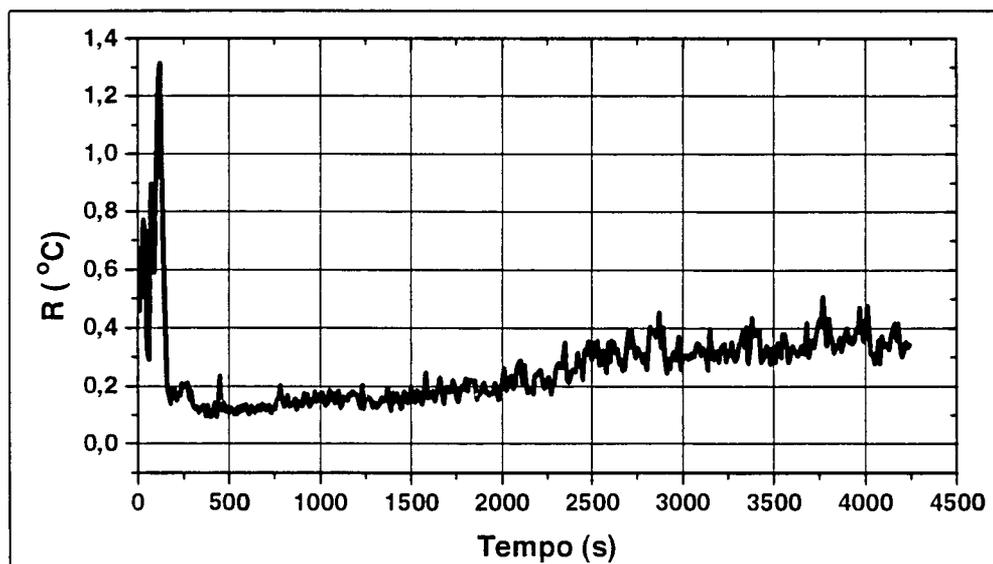


Fig. 5.1.7 Curva do erro médio quadrático para a distribuição de temperatura obtida pelo modelo unidimensional (Caso 1: $P=125,0$ W, $L_e=10$ cm).

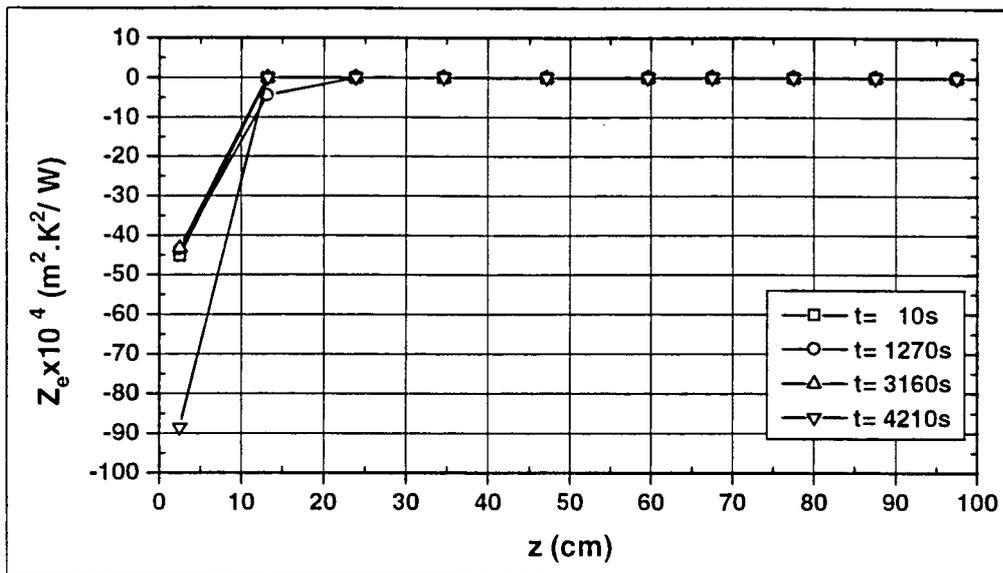


Fig. 5.1.8 Coeficiente de sensibilidade em relação ao coeficiente de troca de calor radial no evaporador (Caso 1: $P=125,0$ W, $L_e=10$ cm).

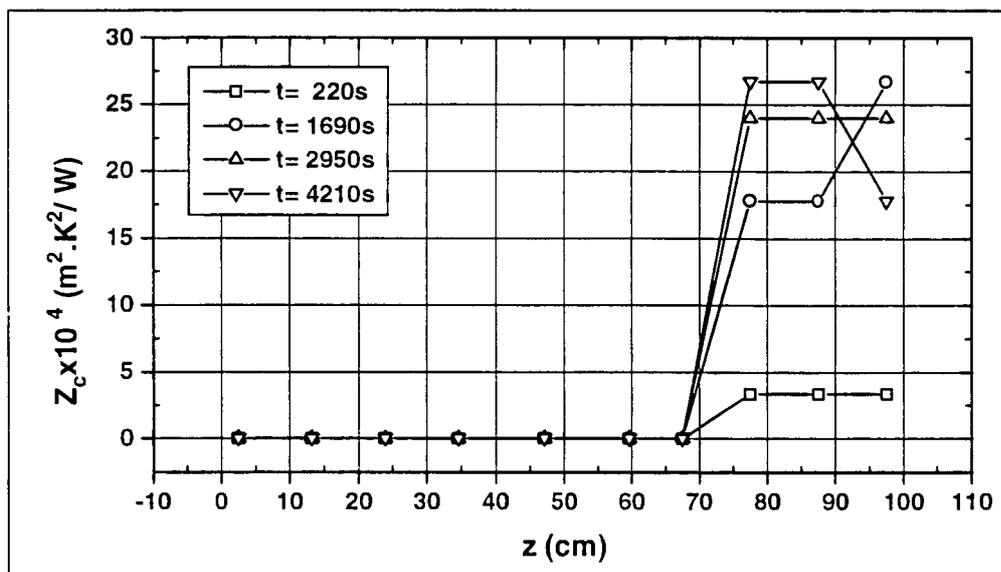


Fig. 5.1.9 Coeficiente de sensibilidade em relação ao coeficiente de troca de calor radial no condensador (Caso 1: $P=125,0$ W, $L_e=10$ cm).

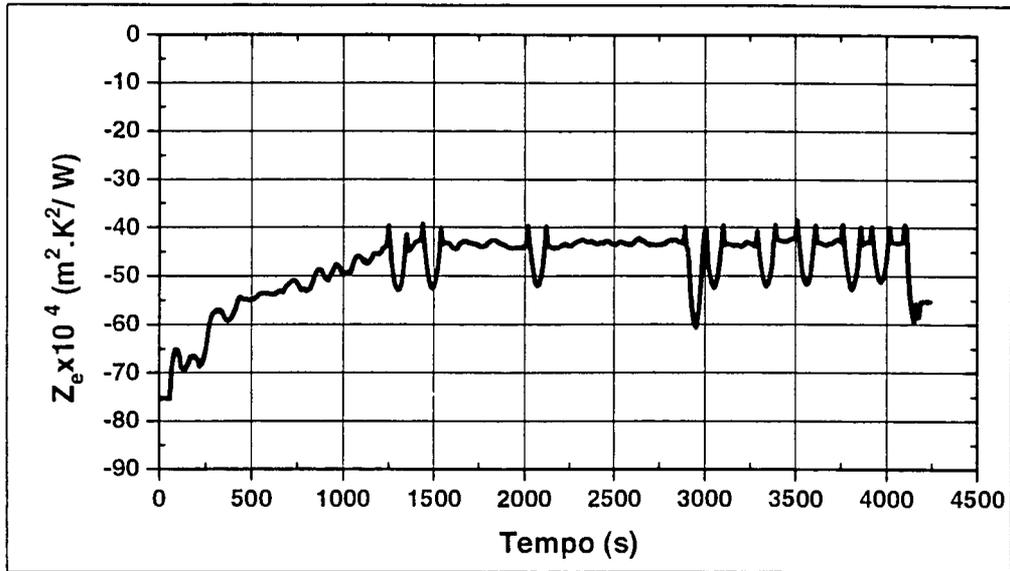


Fig. 5.1.10 Evolução do coeficiente de sensibilidade da temperatura do evaporador em relação a h_e (Caso 1: $P=125,0 \text{ W}$, $L_e=10 \text{ cm}$).

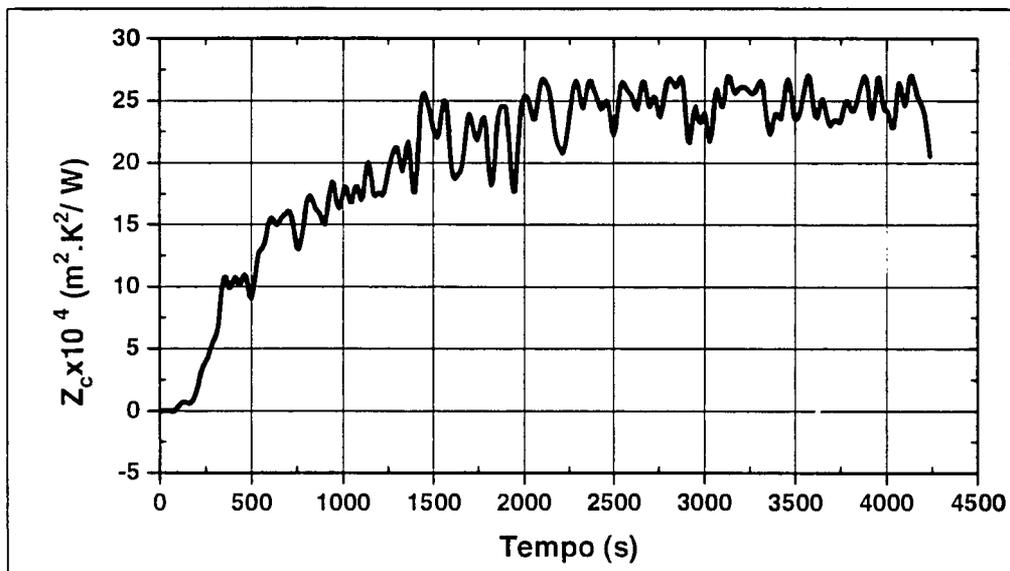


Fig. 5.1.11 Evolução do coeficiente de sensibilidade da temperatura do condensador em relação a h_c (Caso 1: $P=125,0 \text{ W}$, $L_e=10 \text{ cm}$).

5.3.1.2 Caso 2

Neste caso, apesar de não ter havido secagem da estrutura capilar, o teste foi interrompido antes que se atingisse o regime permanente. Em relação ao caso anterior foram alterados o comprimento evaporador, que foi aumentado de 10 para 20 cm e a potência aplicada nesta região, que foi reduzida de 125 para 62 W. Em função destas alterações, a fase de partida teve sua duração aumentada para aproximadamente 250 s. O comportamento de h neste caso, Figs. 5.2.1 a 5.2.3, é bastante diferente do observado no caso 1. Enquanto que naquele caso a curva de h_c tende ao valor de regime permanente logo no início da fase de operação transiente, neste caso isso só acontece após os 900 s. Observa-se ainda que a amplitude das oscilações de origem numérica neste caso são bem maiores que no caso anterior, além de que, cada um dos três métodos forneceu resultados bem diferentes.

Os efeitos destas discrepâncias podem ser detectados nos gráficos das Figs. 5.2.4 a 5.2.7. A curva de evolução da temperatura do condensador se afasta dos valores obtidos experimentalmente, após a fase de partida, até aproximadamente 900 s. Neste período as curvas de erro atingem seus pontos de máximo.

A explicação para comportamentos tão diferentes está na redução da intensidade de fluxo de calor aplicado no evaporador. Esta redução provoca uma queda acentuada nos coeficientes de sensibilidade conforme ilustram as Figs. 5.2.8 a 5.2.11 e a Tab. 5.3, degradando a qualidade dos resultados.

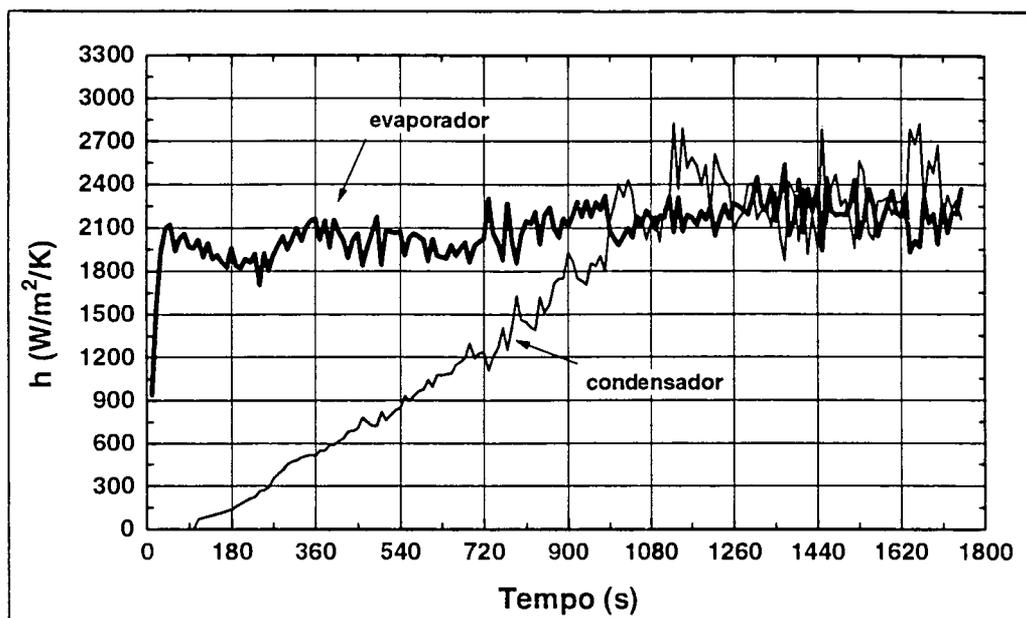


Fig. 5.2.1 Coeficientes de troca de calor radial estimados através do balanço de energia pelo modelo tri-dimensional (Caso 2: $P=62,0\text{W}$, $L_e=20\text{ cm}$).

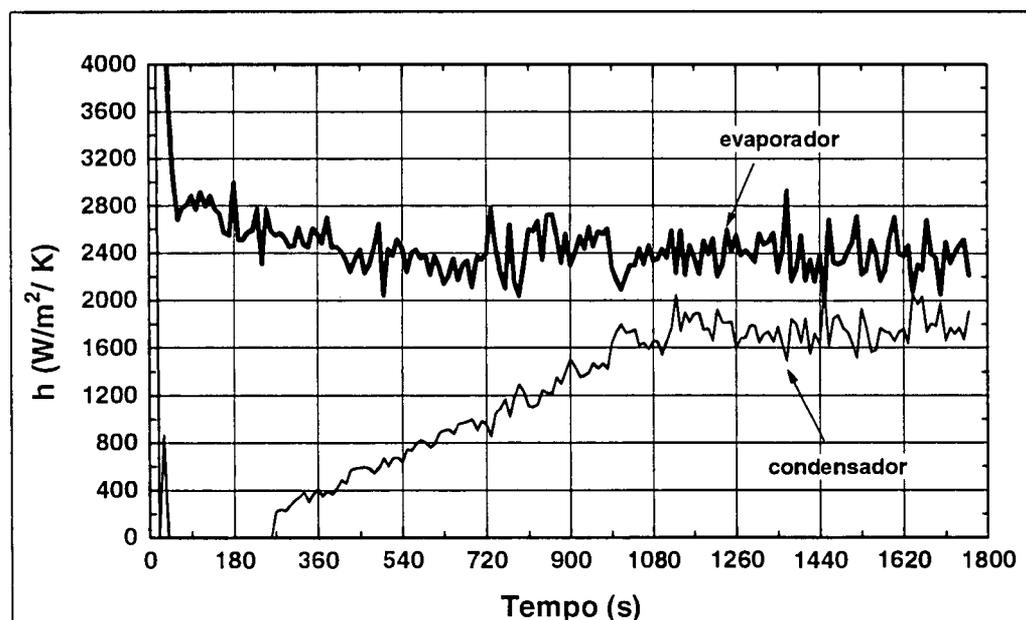


Fig. 5.2.2 Coeficientes de troca de calor radial estimados através de balanço de energia pelo modelo unidimensional (Caso 2: $P=62,0\text{W}$, $L_e=20\text{ cm}$).

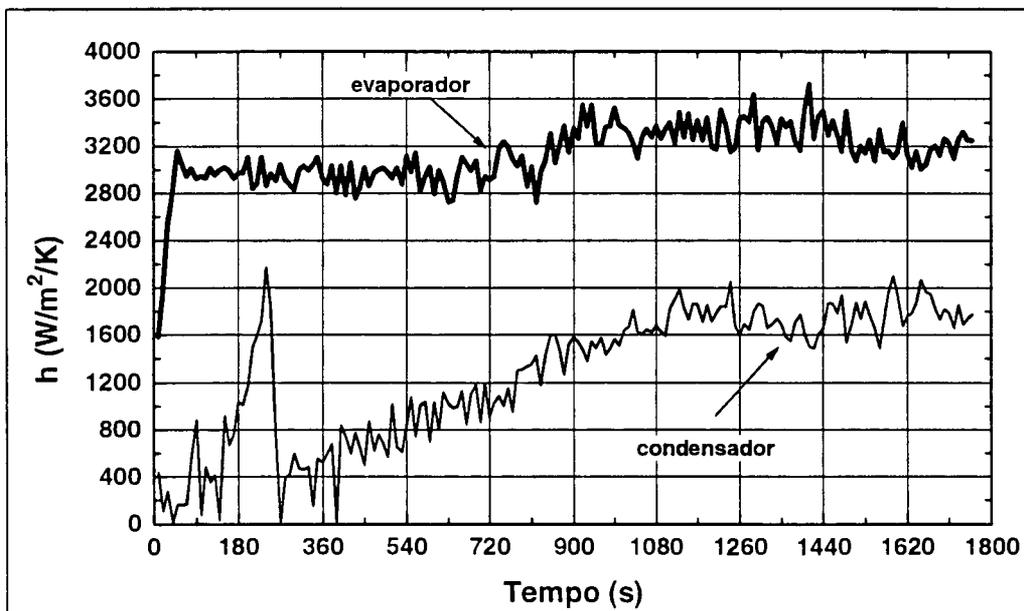


Fig. 5.2.3 Coeficientes de troca de calor radial estimados diretamente pelo modelo unidimensional (Caso 2: $P=62,0W$, $L_e=20$ cm).

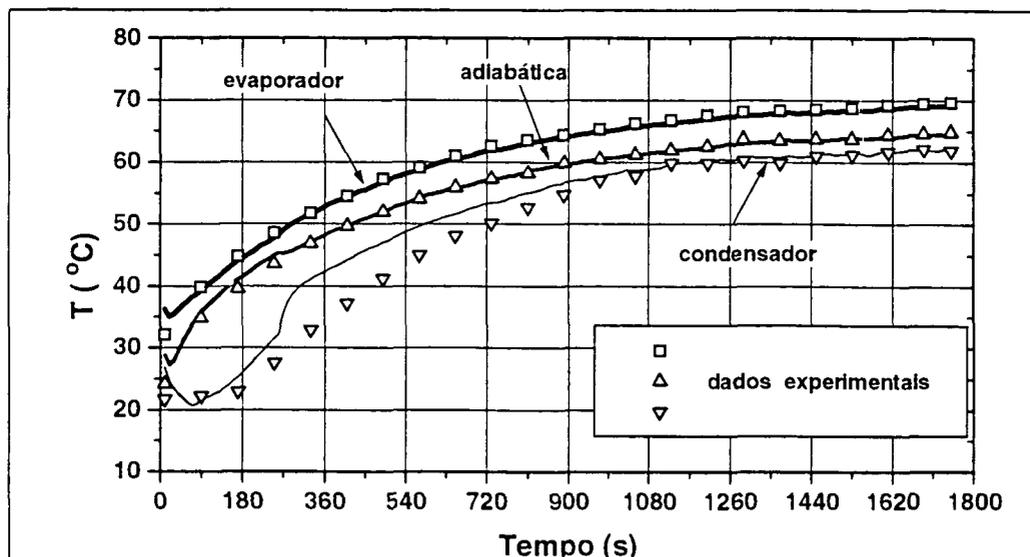


Fig. 5.2.4 Evolução da distribuição de temperatura estimada pelo modelo tri-dimensional (Caso 2: $P=62,0W$, $L_e=20$ cm).

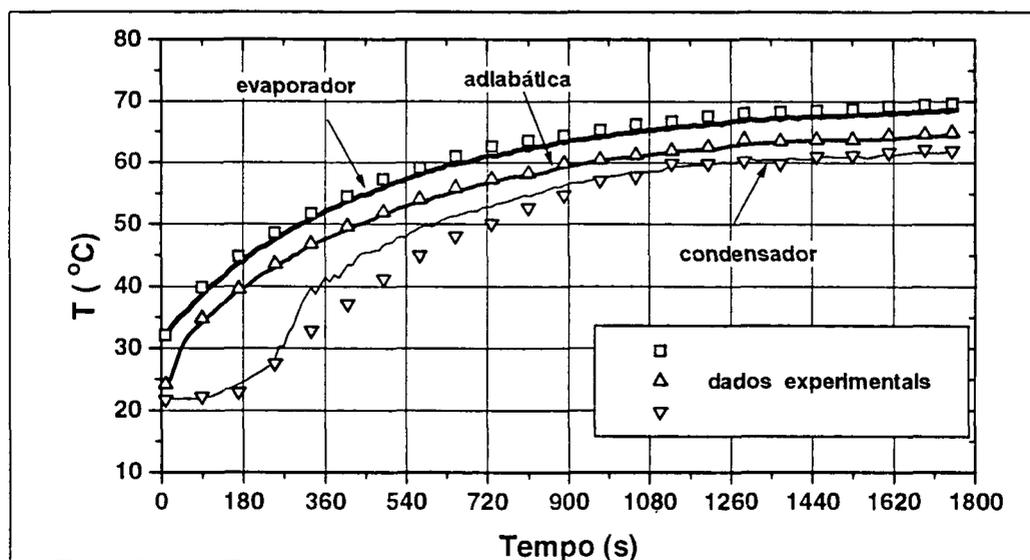


Fig. 5.2.5 Evolução da distribuição de temperatura estimada pelo modelo unidimensional (Caso 2: $P=62,0W$, $L_e=20$ cm).

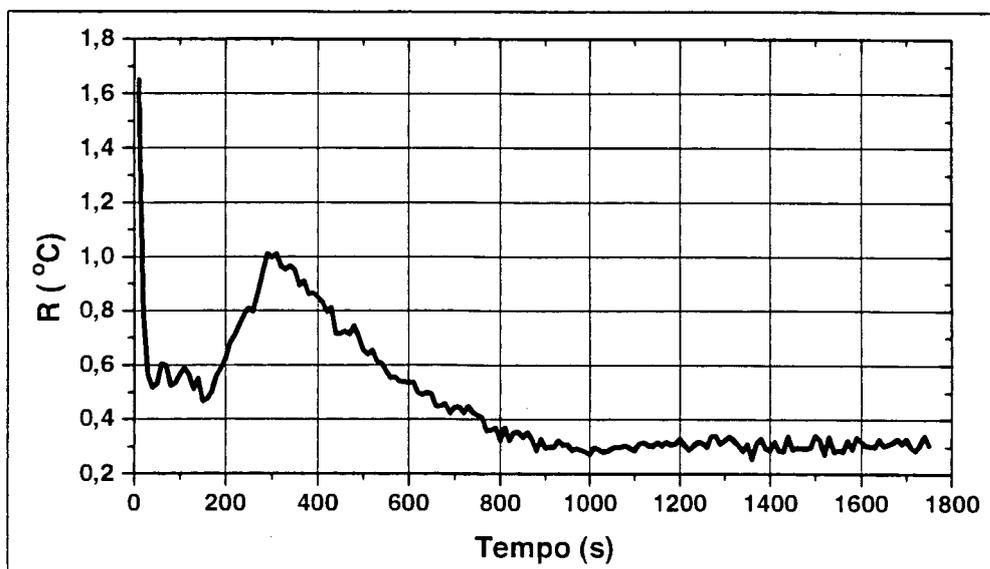


Fig. 5.2.6 Curva do erro médio quadrático para a distribuição de temperatura obtida pelo modelo tri-dimensional (Caso 2: $P=62,0W$, $L_e=20$ cm).

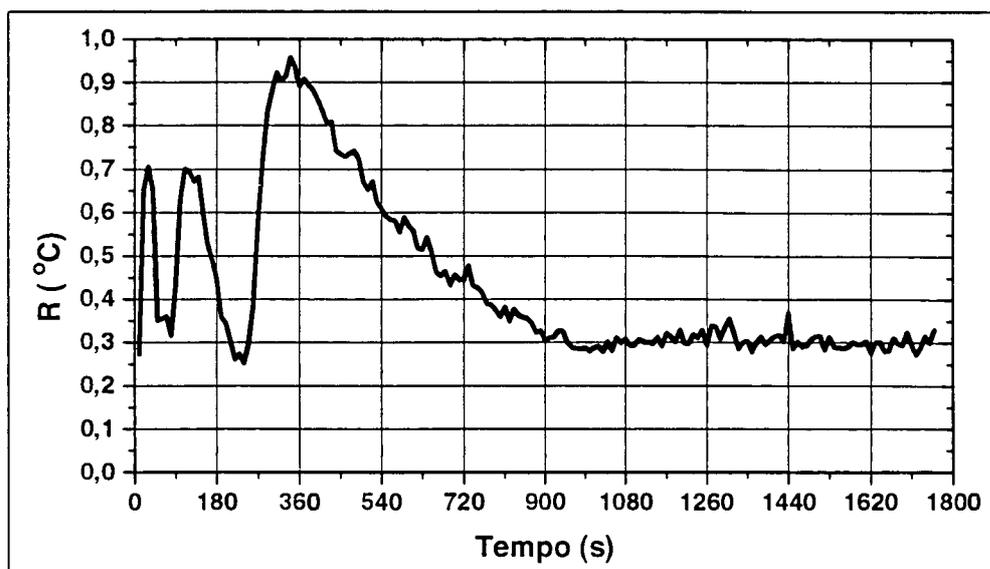


Fig. 5.2.7 Curva do erro médio quadrático para a distribuição de temperatura obtida pelo modelo unidimensional (Caso 2: $P=62,0W$, $L_e=20$ cm).

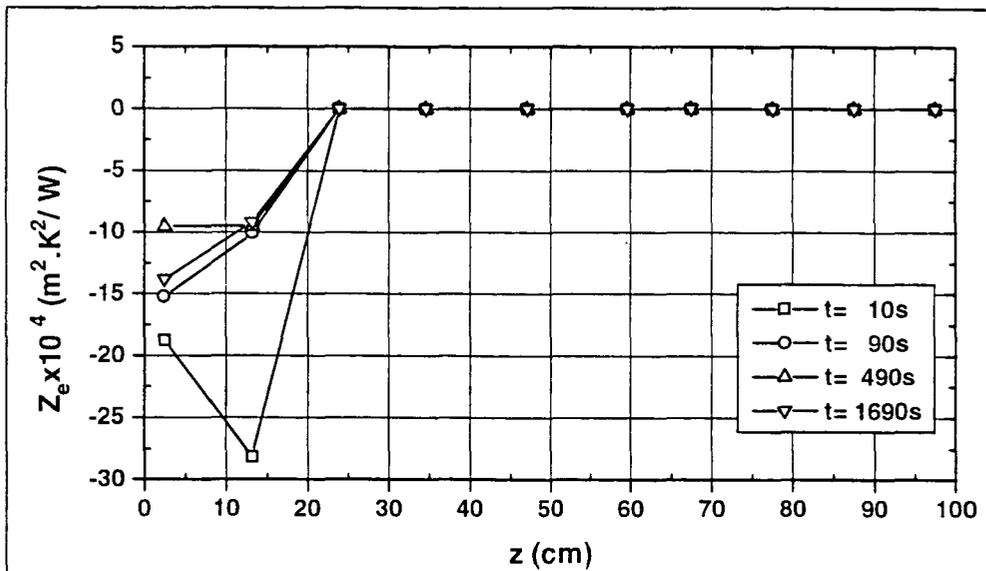


Fig. 5.2.8 Coeficiente de sensibilidade em relação ao coeficiente de troca de calor radial no evaporador (Caso 2: $P=62,0W$, $L_e=20$ cm).

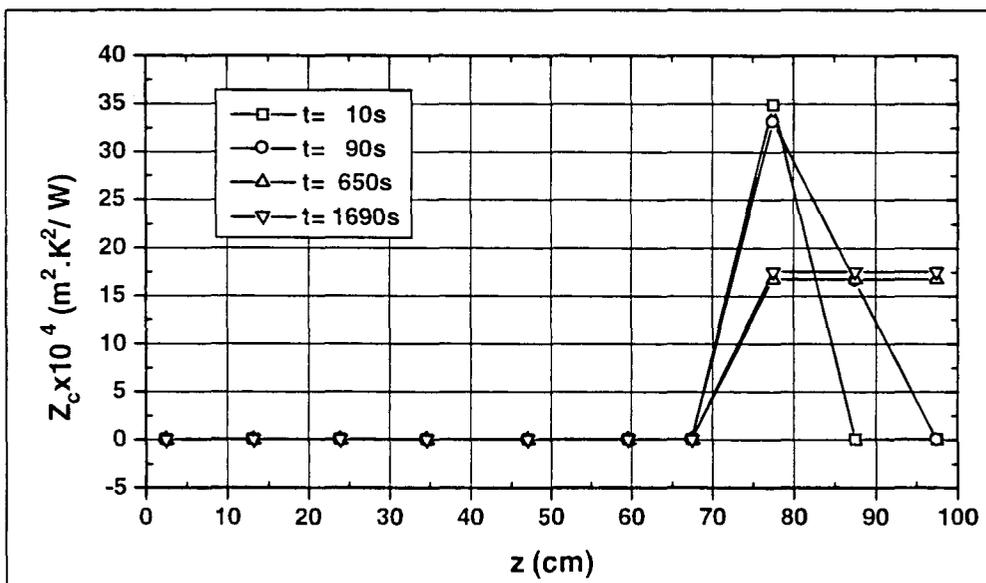


Fig. 5.2.9 Coeficiente de sensibilidade em relação ao coeficiente de troca de calor radial no condensador (Caso 2: $P=62,0W$, $L_e=20$ cm).

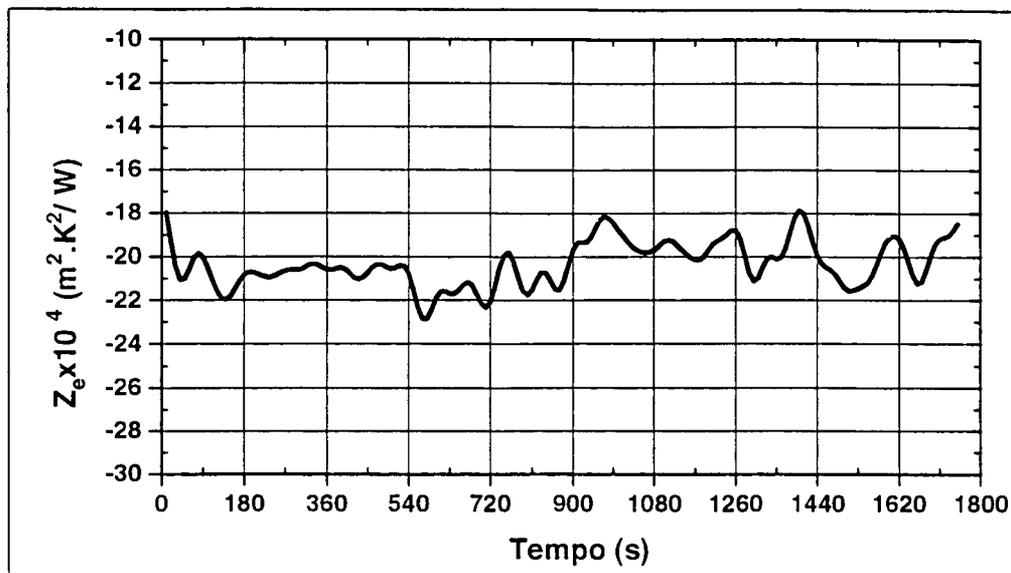


Fig. 5.2.10 Evolução do coeficiente de sensibilidade da temperatura do evaporador em relação a h_e (Caso 2: $P=62,0\text{W}$, $L_e=20\text{ cm}$).

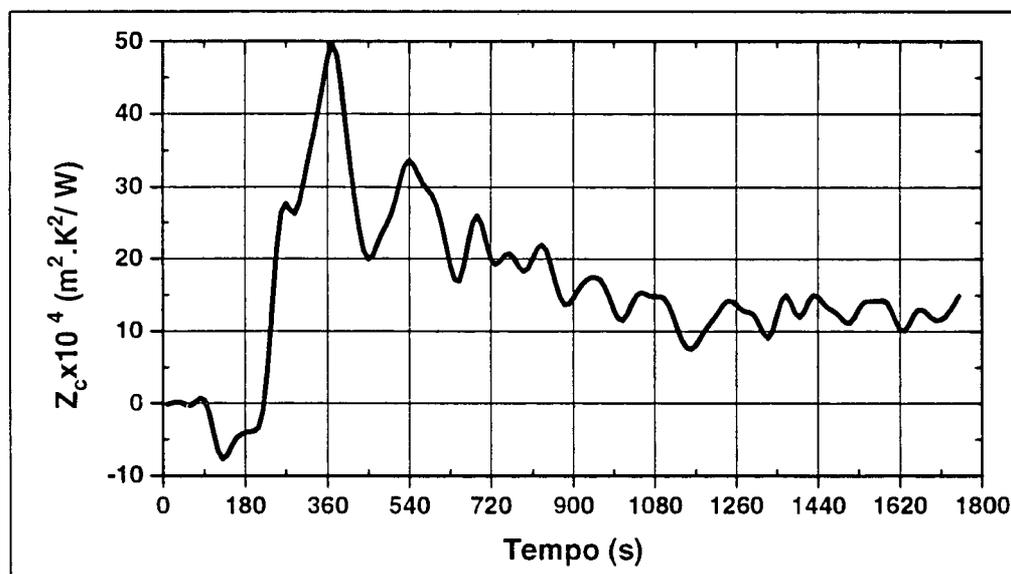


Fig. 5.2.11 Evolução do coeficiente de sensibilidade da temperatura do condensador em relação a h_c (Caso 2: $P=62,0\text{W}$, $L_e=20\text{ cm}$).

5.3.1.3 Caso 3

Neste caso, como no anterior, o teste também foi interrompido antes que se atingisse o regime permanente. O comprimento do evaporador foi aumentado para 30 cm e a potência aplicada nesta região foi aumentada para 87,6 W. A fase de partida nestas condições estendeu-se por aproximadamente 150 s. O comportamento de h , conforme é visto nas Figs. 5.3.1 a 5.3.3, apresenta as mesmas características do caso anterior, só que de forma mais acentuada: a amplitude das oscilações de origem numérica, neste caso, é ainda maior que no caso anterior. O impacto sobre a distribuição de temperatura pode ser observado nos gráficos das Figs. 5.3.4 a 5.3.7. O comportamento é o mesmo observado no caso anterior, sendo que no presente caso o erro quadrático médio é cerca de 20% maior que naquele. A explicação para a degradação ainda maior da precisão dos resultados está na nova queda dos coeficientes de sensibilidade conforme mostram a Tab. 5.3 e as Figs. 5.3.8 a 5.3.11.

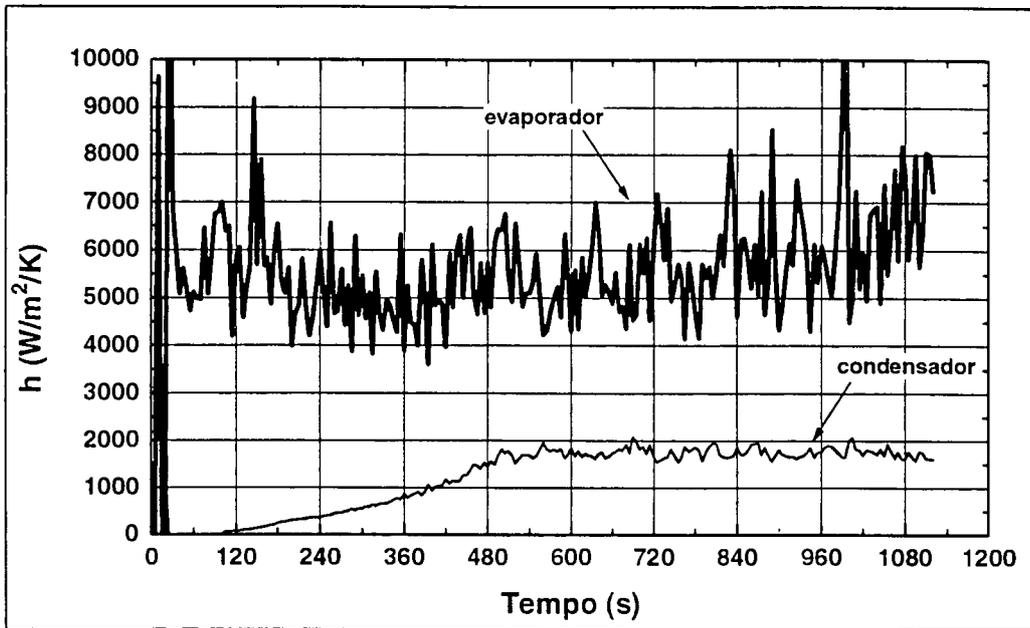


Fig. 5.3.1 Coeficientes de troca de calor radial estimados através do balanço de energia pelo modelo tri-dimensional (Caso 3: $P=87,6$ W, $L_e=30$ cm).

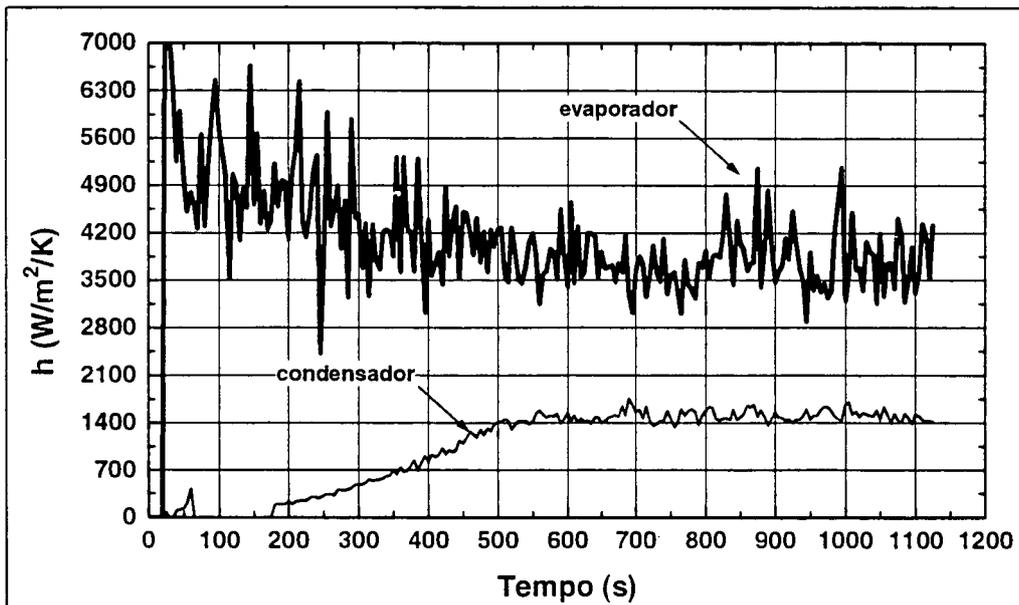


Fig. 5.3.2 Coeficientes de troca de calor radial estimados através de balanço de energia pelo modelo unidimensional (Caso 3: $P=87,6$ W, $L_e=30$ cm).

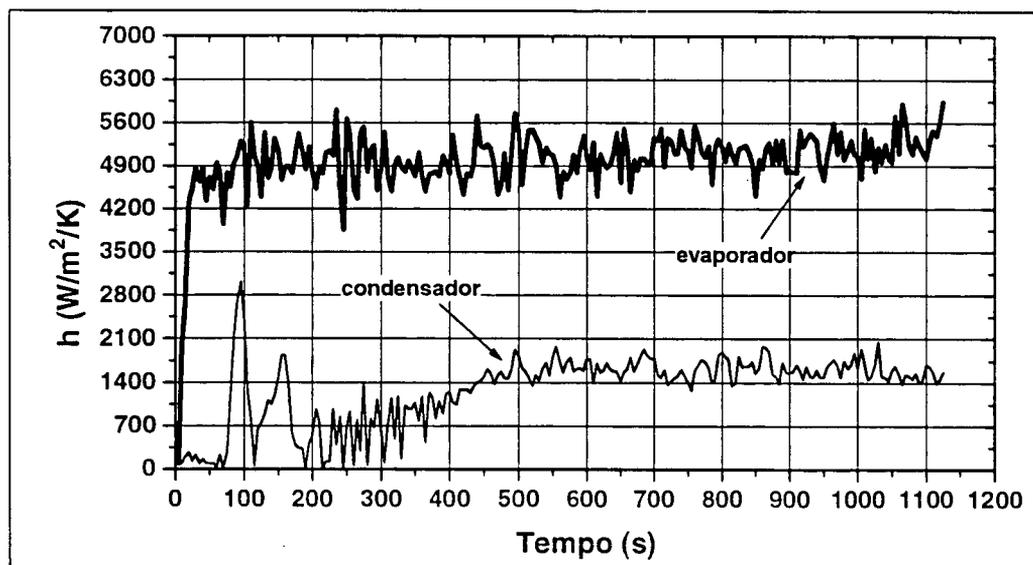


Fig. 5.3.3 Coeficientes de troca de calor radial estimados diretamente pelo modelo unidimensional (Caso 3: $P=87,6$ W, $L_e=30$ cm).

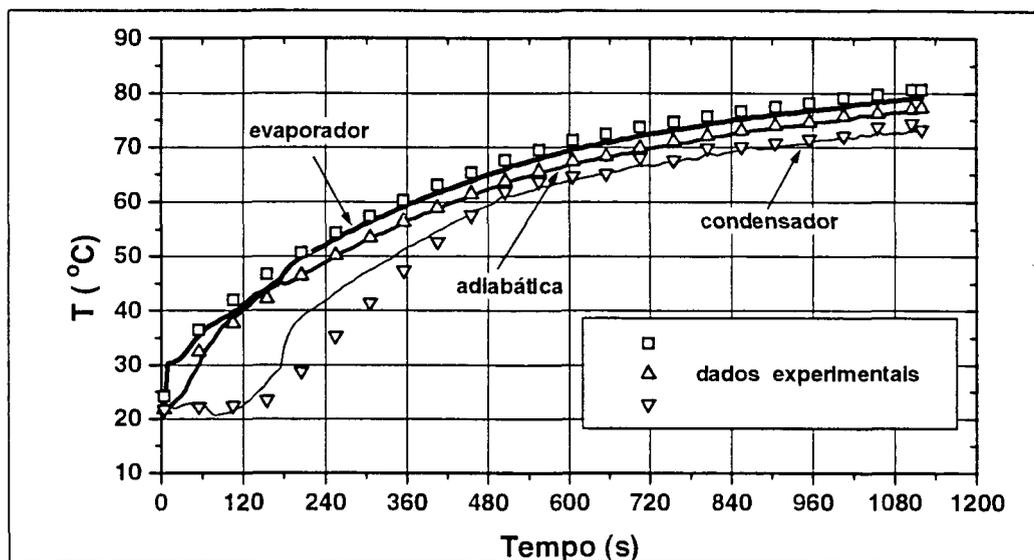


Fig. 5.3.4 Evolução da distribuição de temperatura estimada pelo modelo tri-dimensional (Caso 3: $P=87,6$ W, $L_e=30$ cm).

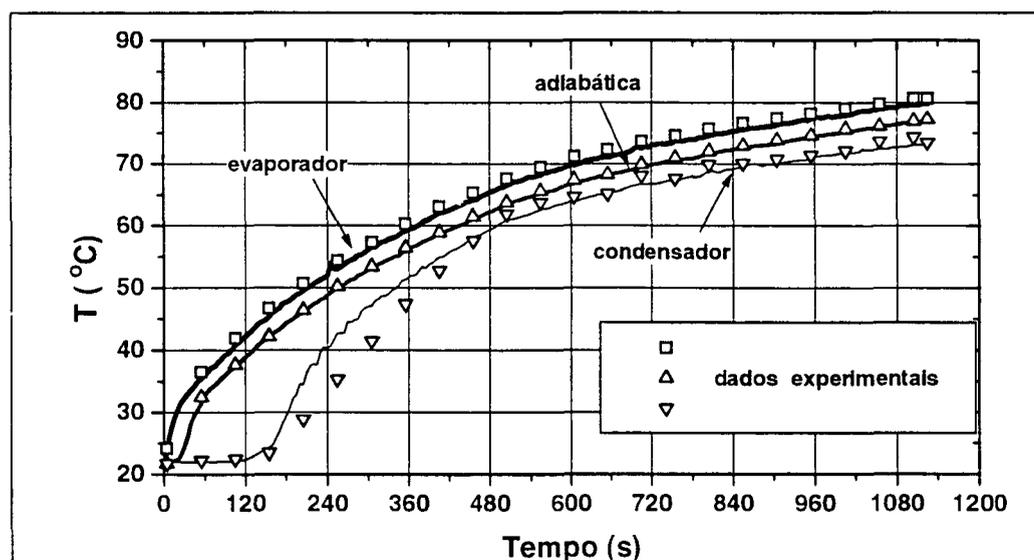


Fig. 5.3.5 Evolução da distribuição de temperatura estimada pelo modelo unidimensional (Caso 3: $P=87,6$ W, $L_e=30$ cm).

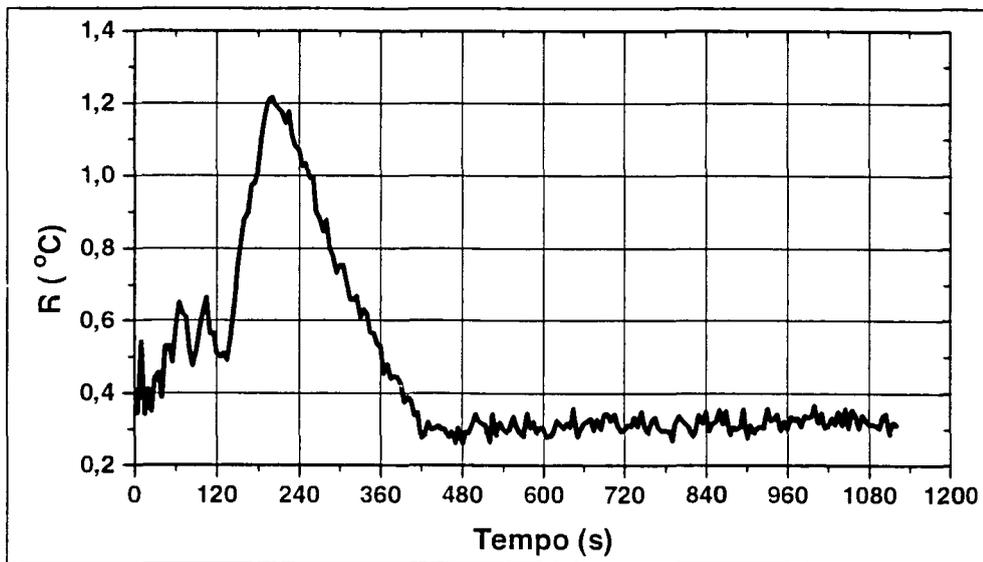


Fig. 5.3.6 Curva do erro médio quadrático para a distribuição de temperatura obtida pelo modelo tri-dimensional (Caso 3: $P=87,6$ W, $L_e=30$ cm).

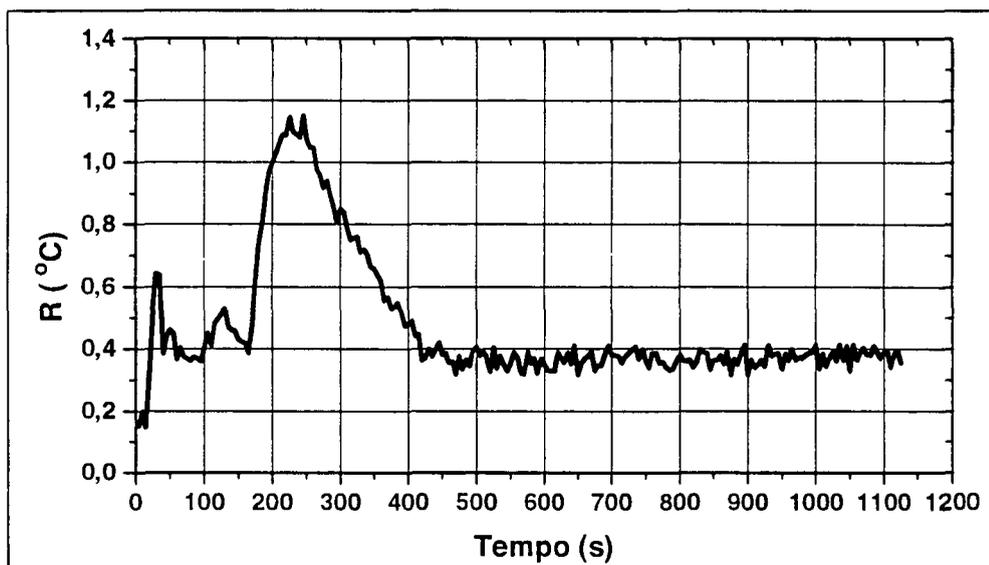


Fig. 5.3.7 Curva do erro médio quadrático para a distribuição de temperatura obtida pelo modelo unidimensional (Caso 3: $P=87,6$ W, $L_e=30$ cm).

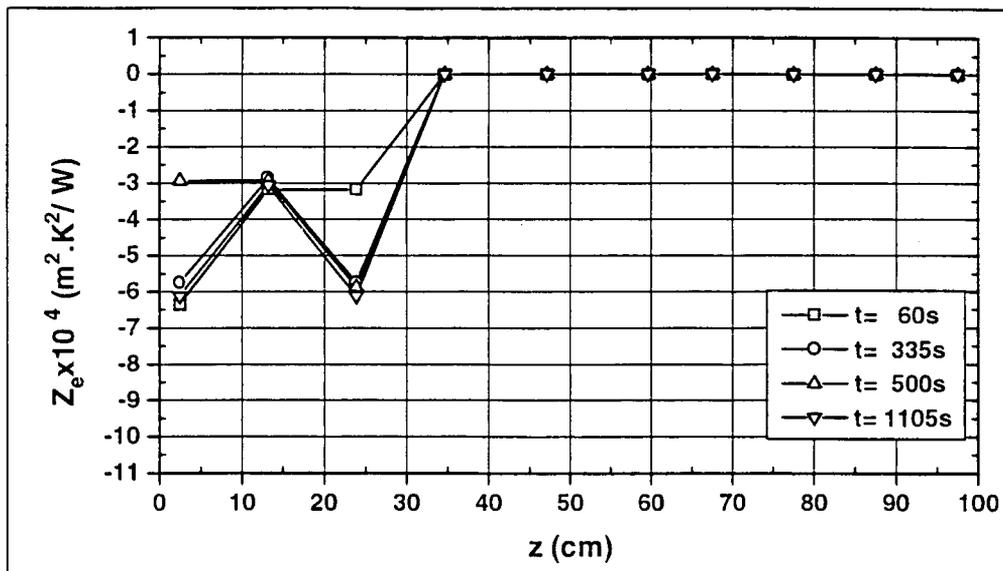


Fig. 5.3.8 Coeficiente de sensibilidade em relação ao coeficiente de troca de calor radial no evaporador (Caso 3: $P=87,6$ W, $L_e=30$ cm).

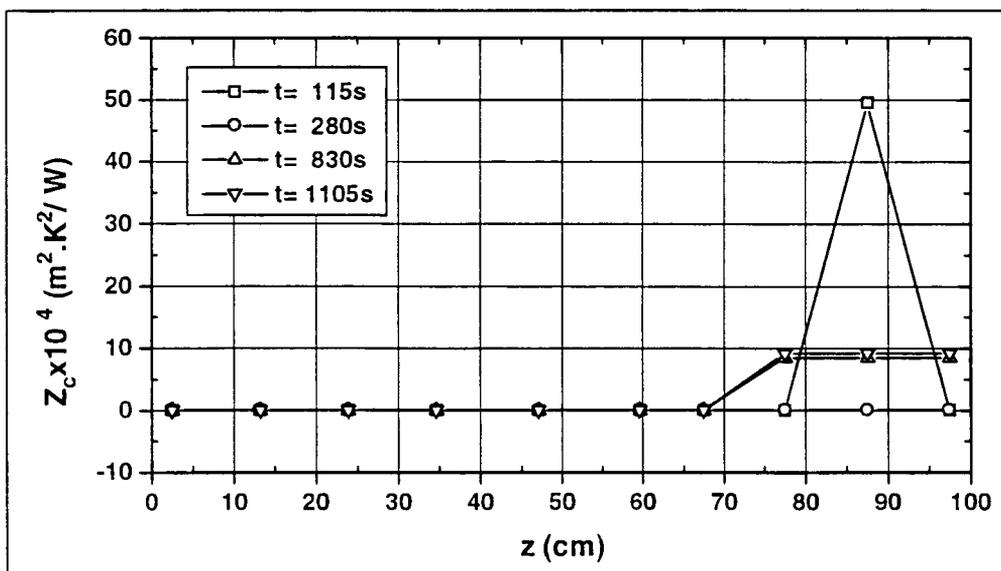


Fig. 5.3.9 Coeficiente de sensibilidade em relação ao coeficiente de troca de calor radial no condensador (Caso 3: $P=87,6$ W, $L_e=30$ cm).

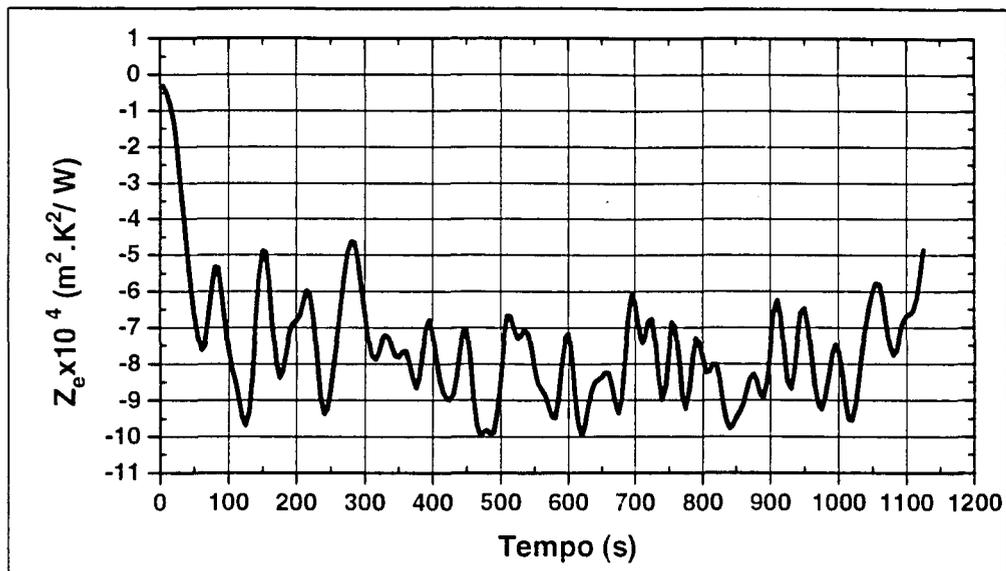


Fig. 5.3.10 Evolução do coeficiente de sensibilidade da temperatura do evaporador em relação a h_e
(Caso 3: $P=87,6$ W, $L_e=30$ cm).

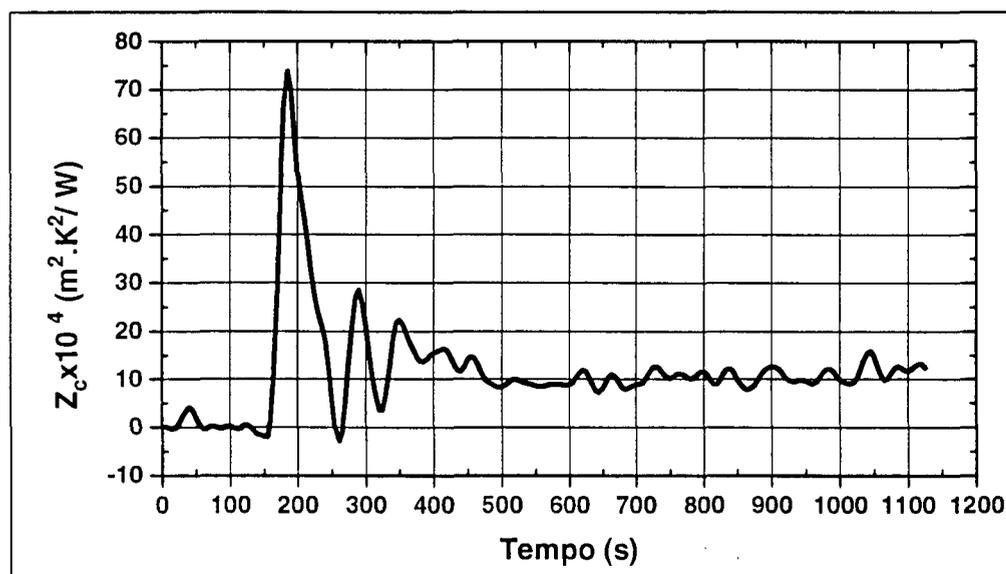


Fig. 5.3.11 Evolução do coeficiente de sensibilidade da temperatura do condensador em relação a h_c
(Caso 3: $P=87,6$ W, $L_e=30$ cm).

5.3.1.4 Caso 4

Neste caso, iniciou-se o teste já na fase de operação transiente e terminou com a secagem do evaporador por insuficiência capilar. Este fenômeno é caracterizado pela queda brusca dos valores de h_e , a partir dos 750 s, ao mesmo tempo em que a temperatura do evaporador aumenta. O caso é ilustrado pelas Figs. 5.4.1 a 5.4.3. A potência aplicada foi de 138 W e o comprimento do evaporador utilizado foi de 10 cm. Os três métodos fornecem valores de h bastante próximos entre si, com oscilações de pequena amplitude, sendo que as curvas de h_e apresentam valores entre 3000 e 3500 $\text{Wm}^{-2}\text{K}^{-1}$ e h_c entre 1800 e 2000 $\text{Wm}^{-2}\text{K}^{-1}$, até o instante da falha. Observe-se que estes valores coincidem com os obtidos no caso 1.

As curvas de evolução da temperatura, Figs. 5.4.4 e 5.4.5, mostram uma concordância bastante boa com os dados experimentais, sendo que a maior discrepância é observada na curva da temperatura do evaporador obtida pelo modelo tri-dimensional. As Figs. 5.4.6 e 5.4.7 mostram que esta discrepância é máxima durante a secagem do evaporador, embora para o modelo unidimensional este erro seja da ordem de um quarto do obtido pelo modelo tri-dimensional.

As curvas dos coeficientes de sensibilidade, ilustradas nas Figs. 5.1.8 a 5.1.11, apresentam valores relativamente elevados para a região do evaporador, isto é, pequena incerteza, e valores menores na região do condensador, isto é, maior incerteza, o que explica a amplitude relativamente maior das oscilações de origem numérica nesta última.

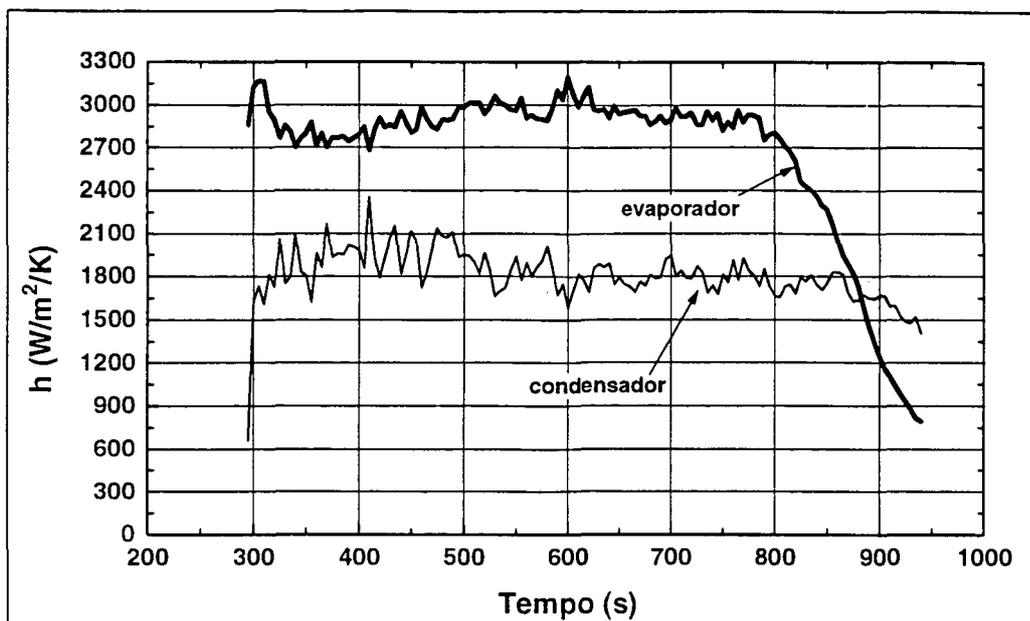


Fig. 5.4.1 Coeficientes de troca de calor radial estimados através do balanço de energia pelo modelo tri-dimensional (Caso 4: $P=138,0\text{W}$, $L_e=10\text{ cm}$).

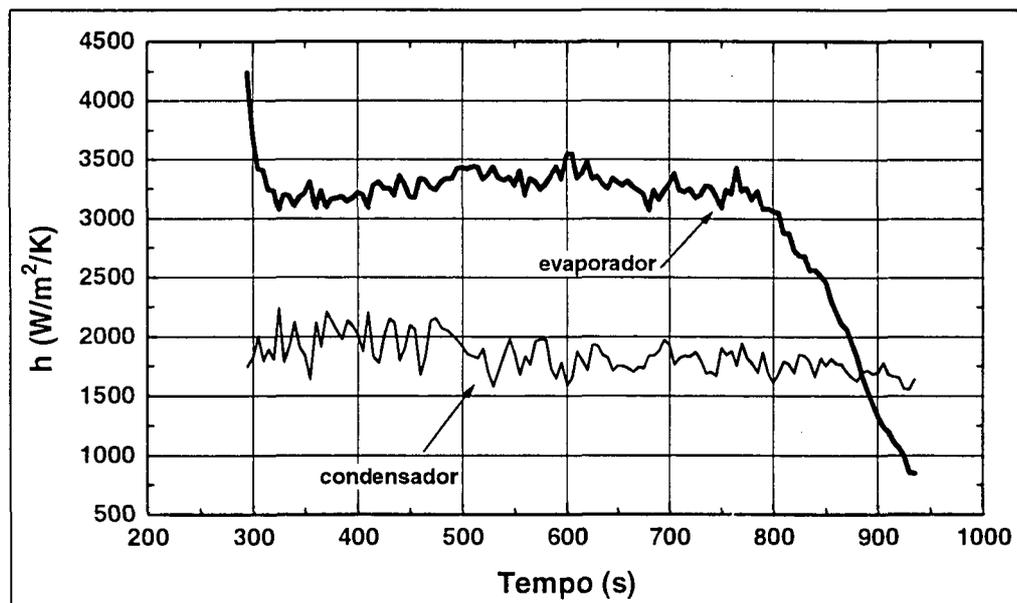


Fig. 5.4.2 Coeficientes de troca de calor radial estimados através de balanço de energia pelo modelo unidimensional (Caso 4: $P=138,0\text{W}$, $L_e=10\text{ cm}$).

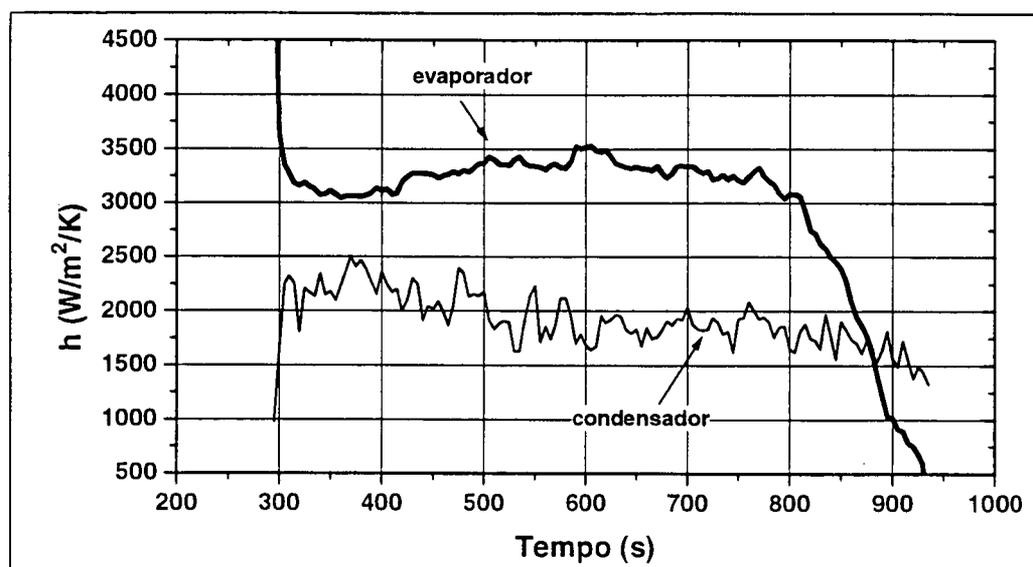


Fig. 5.4.3 Coeficientes de troca de calor radial estimados diretamente pelo modelo unidimensional (Caso 4: $P=138,0\text{W}$, $L_e=10\text{ cm}$).

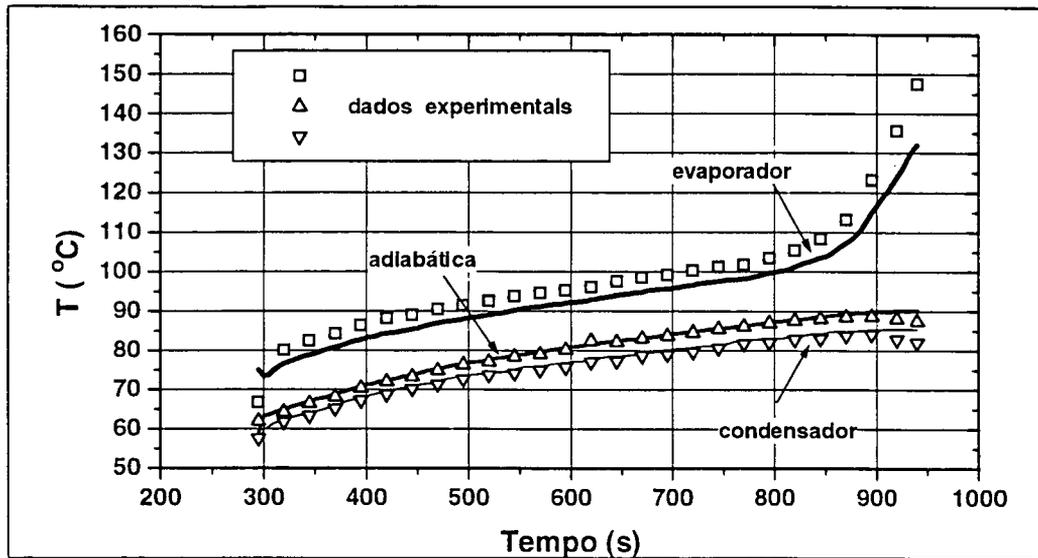


Fig. 5.4.4 Evolução da distribuição de temperatura estimada pelo modelo tri-dimensional
(Caso 4: $P=138,0W$, $L_e=10$ cm).

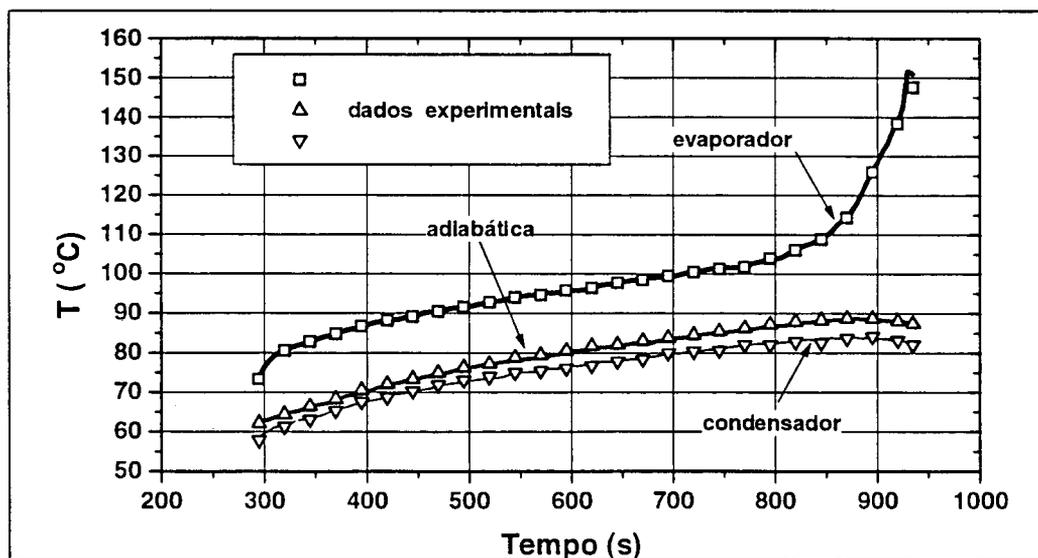


Fig. 5.4.5 Evolução da distribuição de temperatura estimada pelo modelo unidimensional
(Caso 4: $P=138,0W$, $L_e=10$ cm).

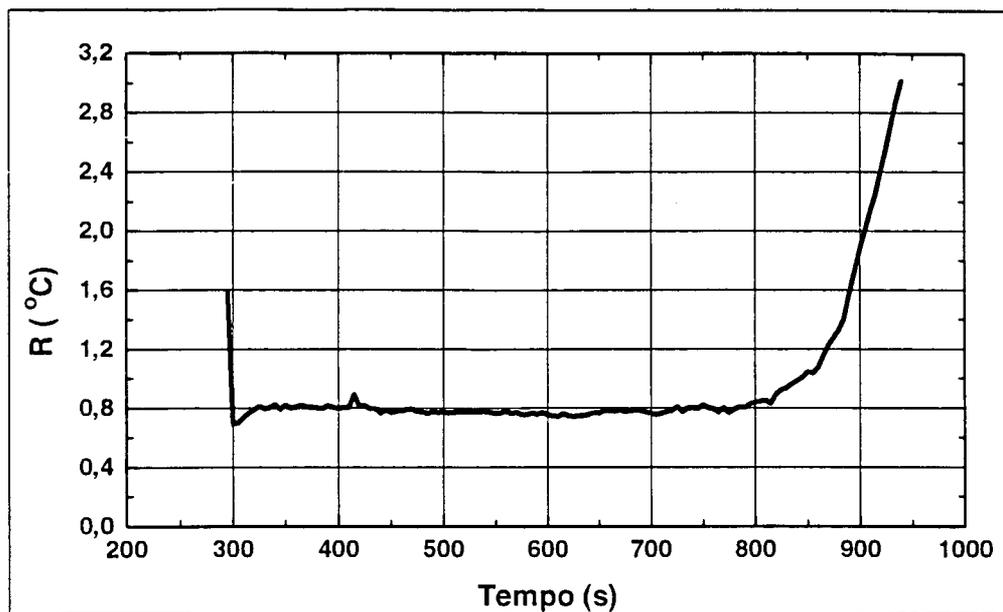


Fig. 5.4.6 Curva do erro médio quadrático para a distribuição de temperatura obtida pelo modelo tri-dimensional (Caso 4: $P=138,0\text{W}$, $L_e=10\text{ cm}$).

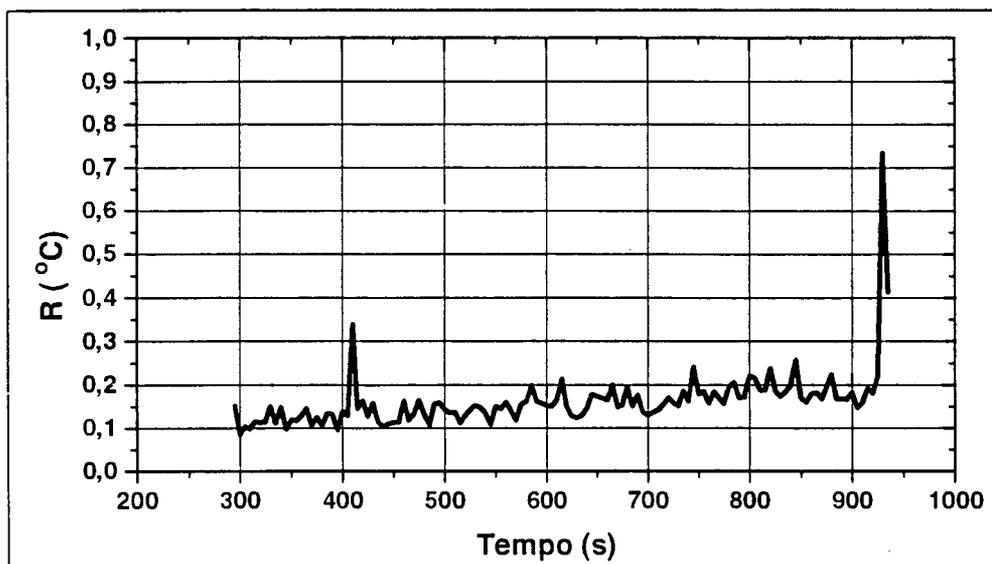


Fig. 5.4.7 Curva do erro médio quadrático para a distribuição de temperatura obtida pelo modelo unidimensional (Caso 4: $P=138,0\text{W}$, $L_e=10\text{ cm}$).

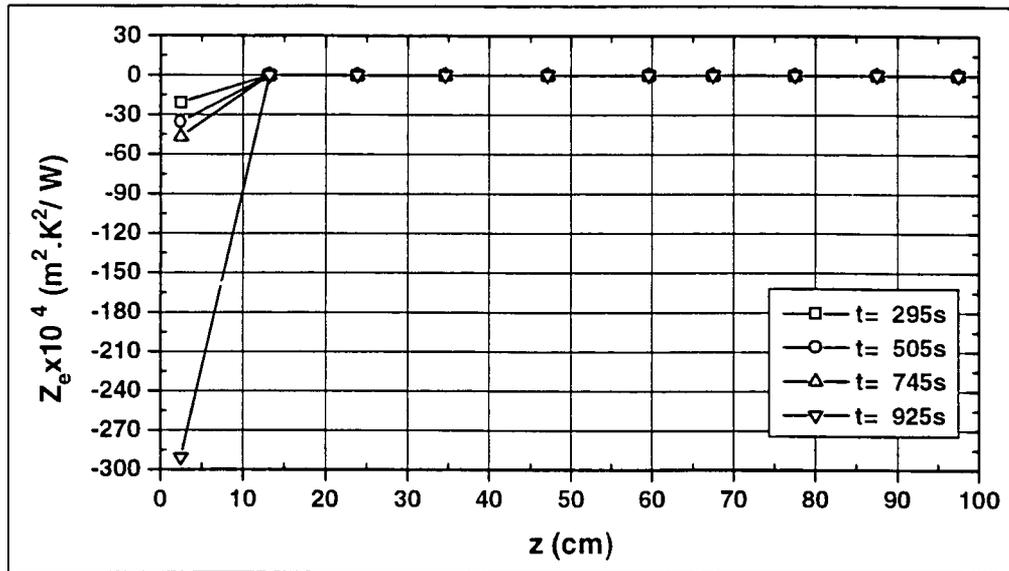


Fig. 5.4.8 Coeficiente de sensibilidade em relação ao coeficiente de troca de calor radial no evaporador (Caso 4: $P=138,0\text{W}$, $L_e=10\text{ cm}$).

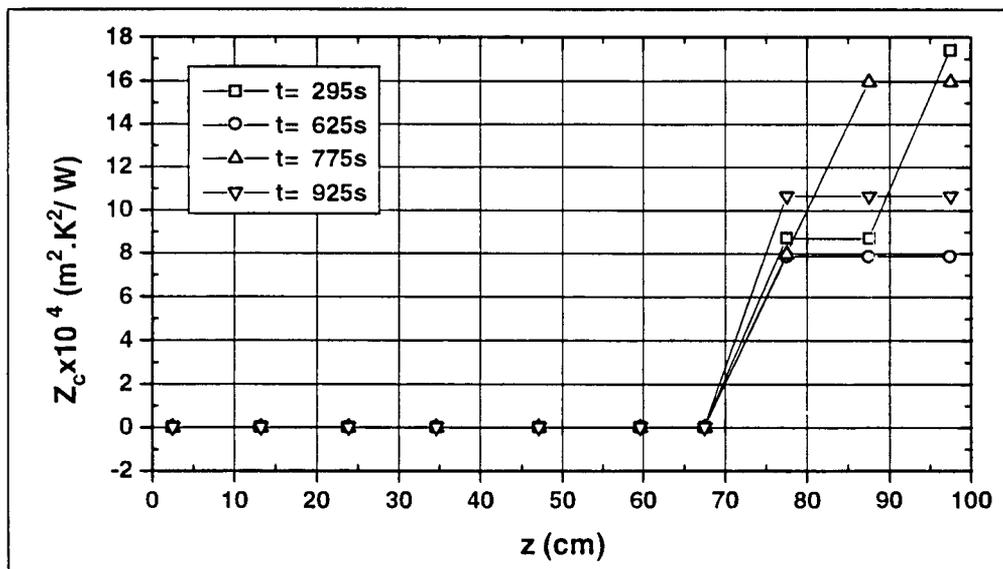


Fig. 5.4.9 Coeficiente de sensibilidade em relação ao coeficiente de troca de calor radial no condensador (Caso 4: $P=138,0\text{W}$, $L_e=10\text{ cm}$).

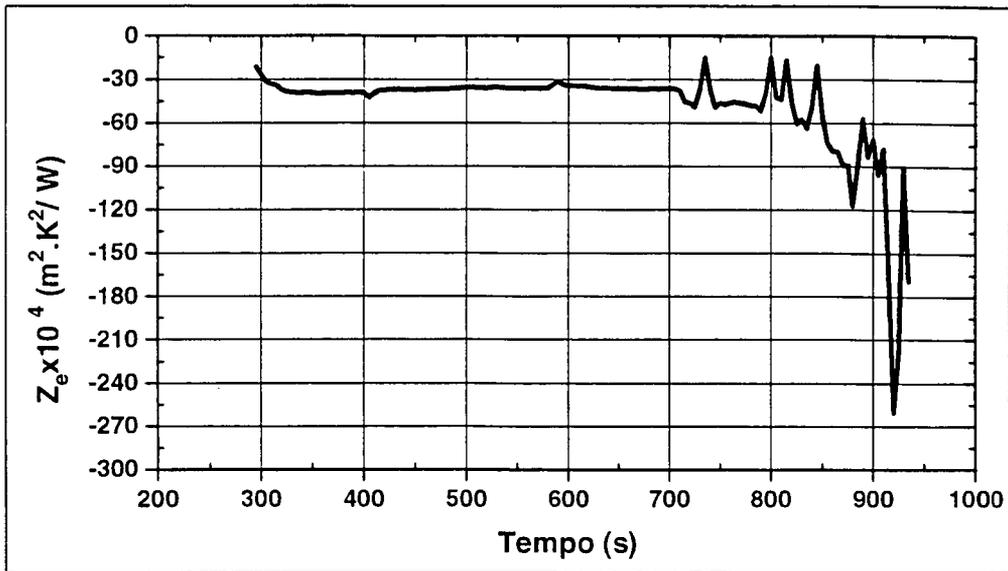


Fig. 5.4.10 Evolução do coeficiente de sensibilidade da temperatura do evaporador em relação a h_e (Caso 4: $P=138,0W$, $L_e=10$ cm).

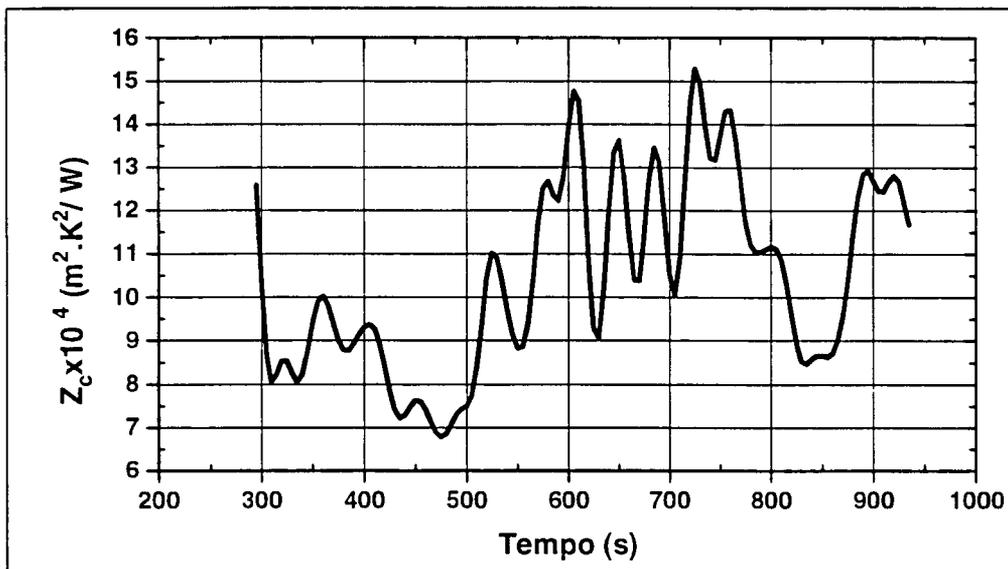


Fig. 5.4.11 Evolução do coeficiente de sensibilidade da temperatura do condensador em relação a h_c (Caso 4: $P=138,0W$, $L_e=10$ cm).

5.3.1.5 Caso 5

Este caso é similar ao anterior, cabendo aqui os mesmos comentários. Observe-se que o início da secagem acontece um pouco mais tarde no presente caso. Isso deve à utilização de uma inclinação adversa um pouco menor que a utilizada no caso anterior.

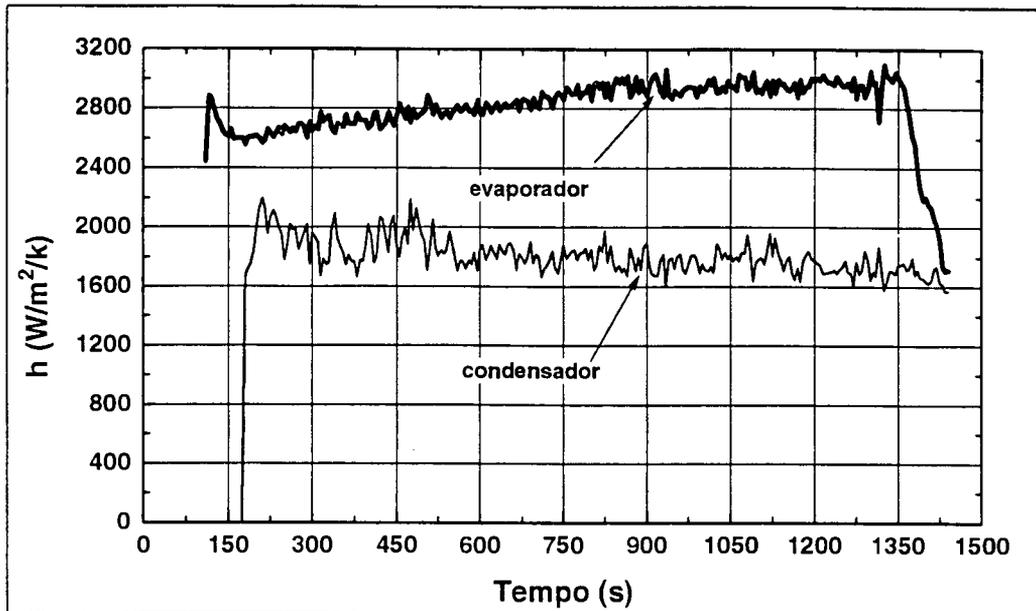


Fig. 5.5.1 Coeficientes de troca de calor radial estimados através do balanço de energia pelo modelo tri-dimensional (Caso 5: $P=134,4$ W, $L_e=10$ cm).

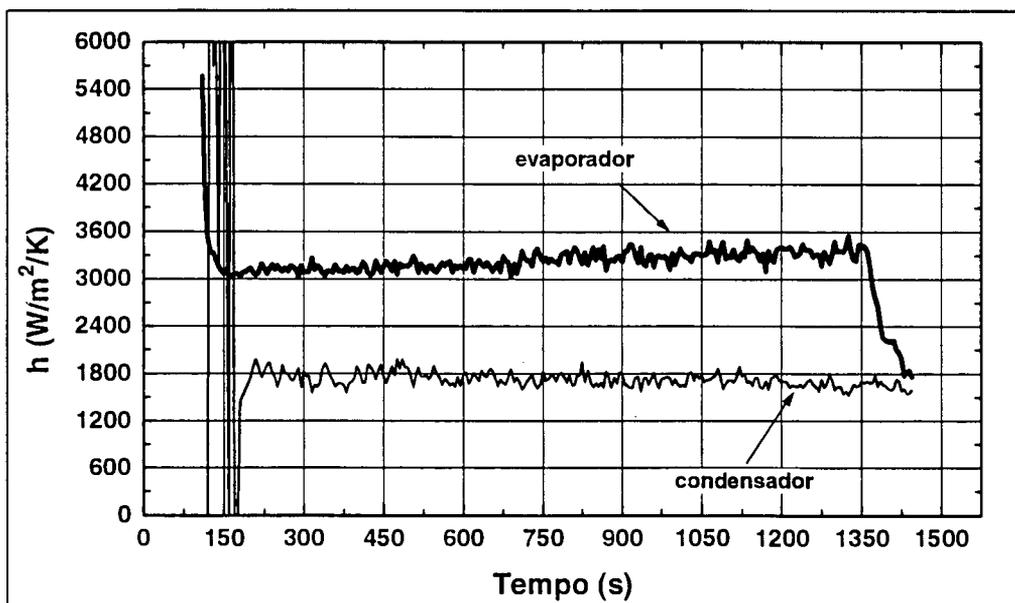


Fig. 5.5.2 Coeficientes de troca de calor radial estimados através de balanço de energia pelo modelo unidimensional (Caso 5: $P=134,4$ W, $L_e=10$ cm).

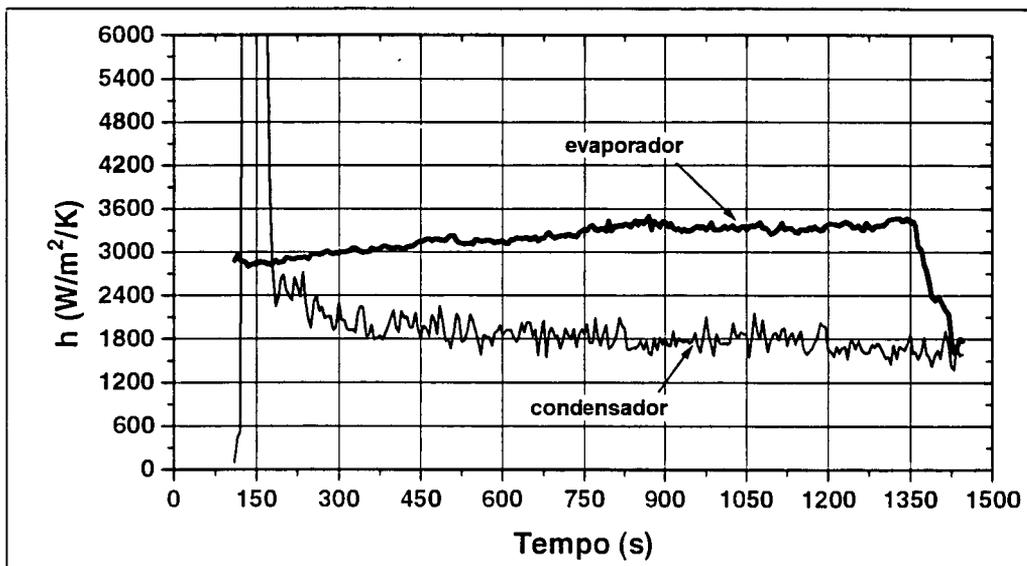


Fig. 5.5.3 Coeficientes de troca de calor radial estimados diretamente pelo modelo unidimensional (Caso 5: $P=134,4$ W, $L_e=10$ cm).

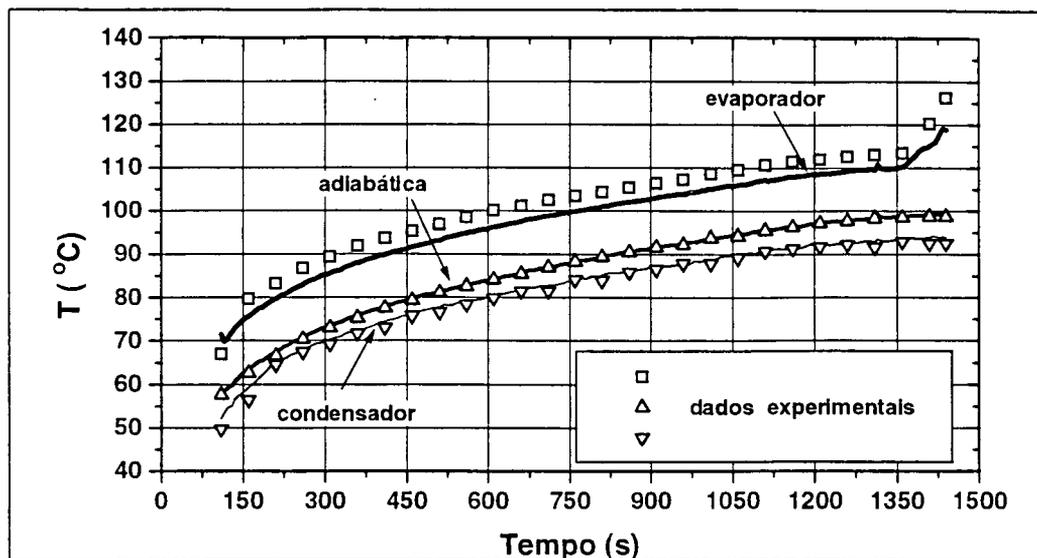


Fig. 5.5.4 Evolução da distribuição de temperatura estimada pelo modelo tri-dimensional (Caso 5: $P=134,4$ W, $L_e=10$ cm).

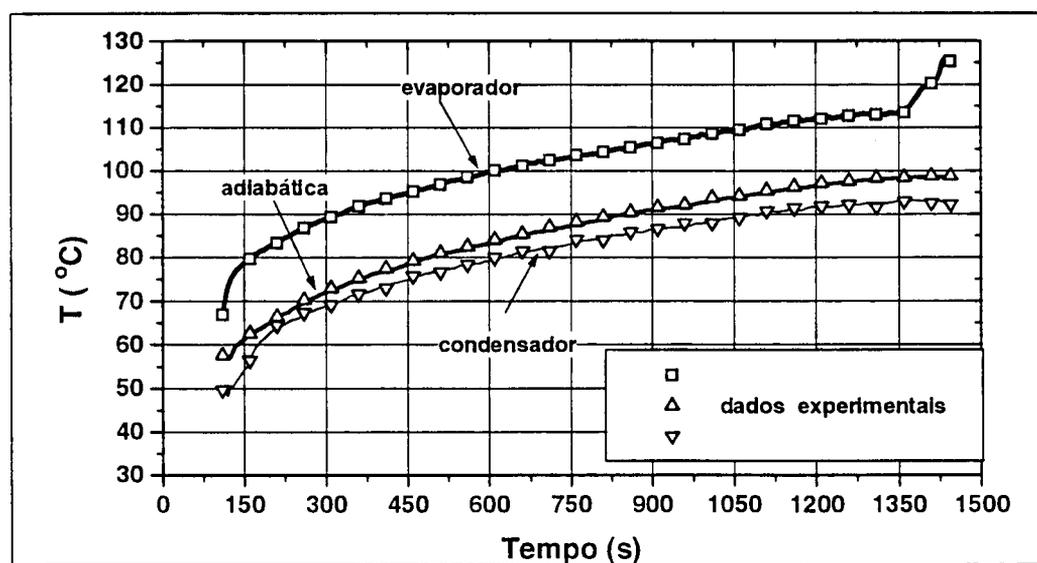


Fig. 5.5.5 Evolução da distribuição de temperatura estimada pelo modelo unidimensional (Caso 5: $P=134,4$ W, $L_e=10$ cm).

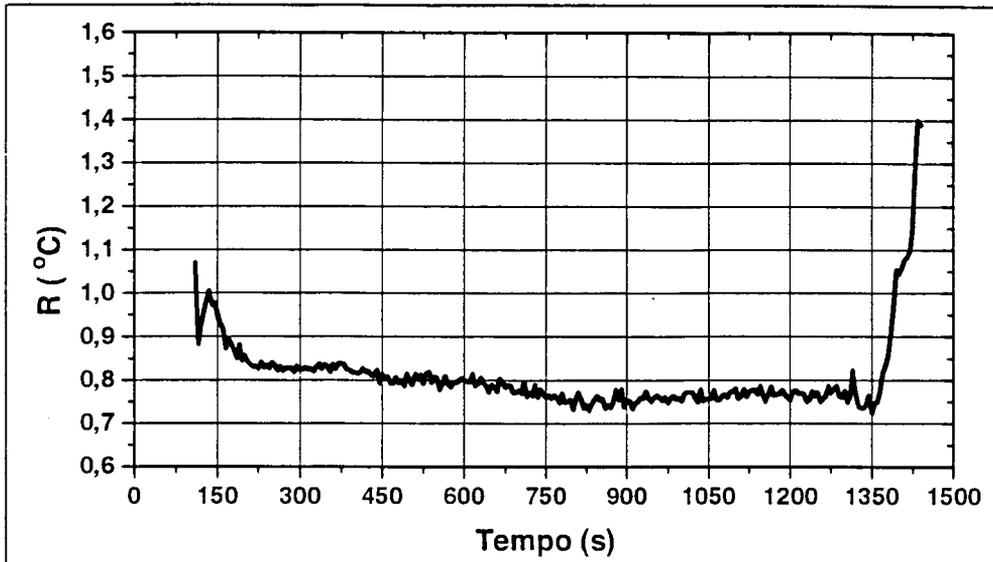


Fig. 5.5.6 Curva do erro médio quadrático para a distribuição de temperatura obtida pelo modelo tri-dimensional (Caso 5: $P=134,4$ W, $L_e=10$ cm).

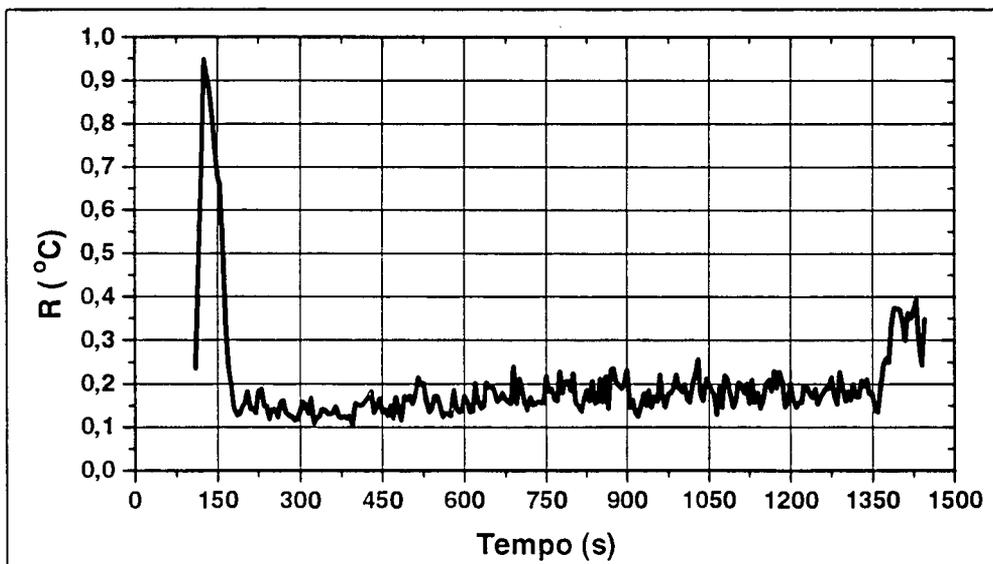


Fig. 5.5.7 Curva do erro médio quadrático para a distribuição de temperatura obtida pelo modelo unidimensional (Caso 5: $P=134,4$ W, $L_e=10$ cm).

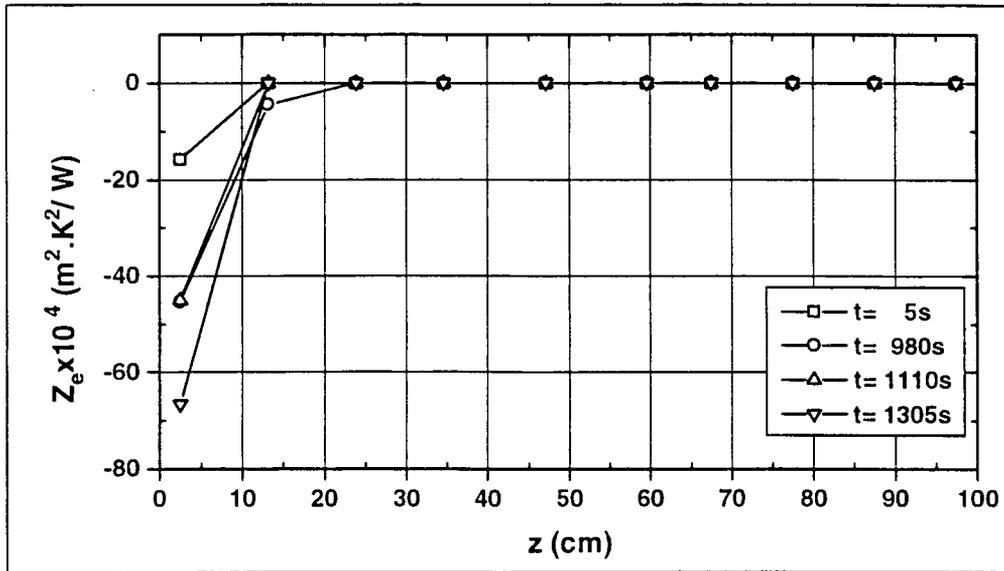


Fig. 5.5.8 Coeficiente de sensibilidade em relação ao coeficiente de troca de calor radial no evaporador (Caso 5: $P=134,4\text{ W}$, $L_e=10\text{ cm}$).

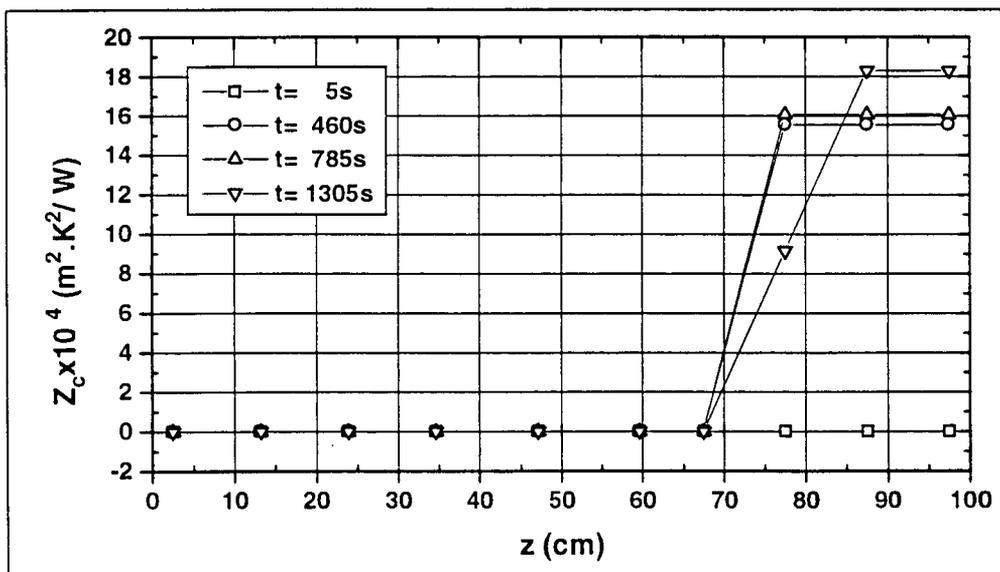


Fig. 5.5.9 Coeficiente de sensibilidade em relação ao coeficiente de troca de calor radial no condensador (Caso 5: $P=134,4\text{ W}$, $L_e=10\text{ cm}$).

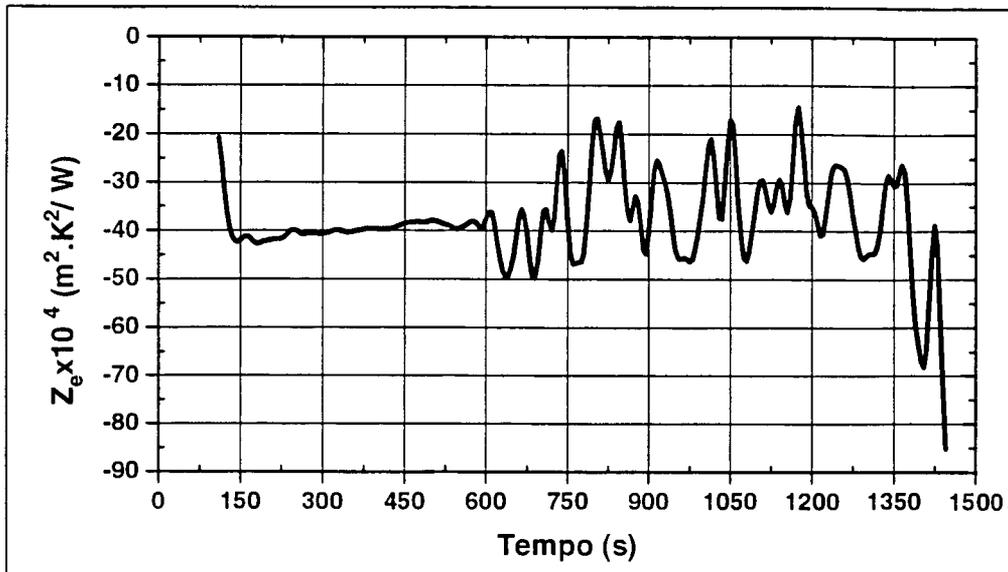


Fig. 5.5.10 Evolução do coeficiente de sensibilidade da temperatura do evaporador em relação a h_e (Caso 5: $P=134,4 \text{ W}$, $L_e=10 \text{ cm}$).

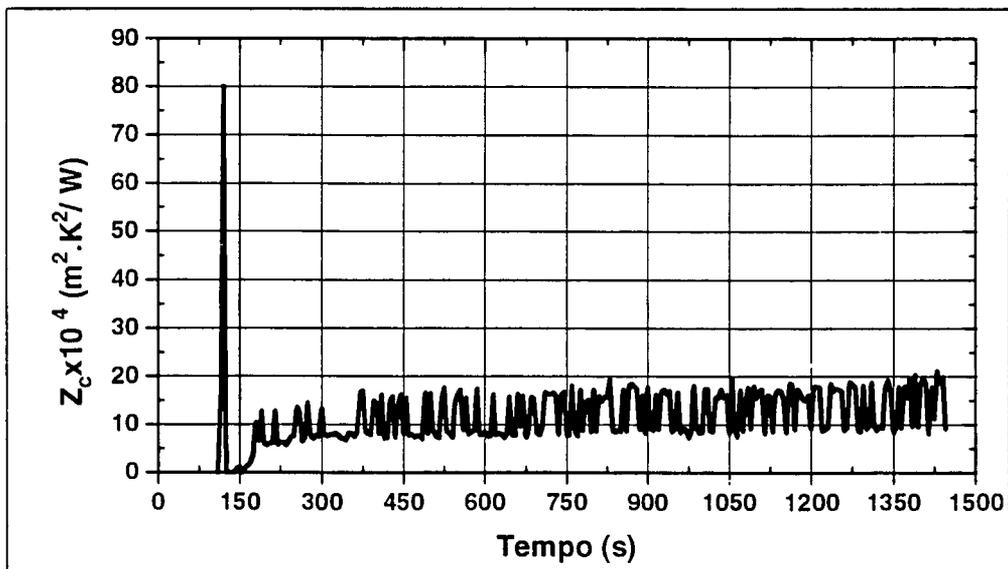


Fig. 5.5.11 Evolução do coeficiente de sensibilidade da temperatura do condensador em relação a h_c (Caso 5: $P=134,4 \text{ W}$, $L_e=10 \text{ cm}$).

5.3.1.6 Caso 6

O caso 6 corresponde a um teste em que a secagem do evaporador ocorre ainda na fase de partida, aos 200 s. Para isto, utilizou-se uma inclinação adversa da ordem de 3 cm, bem acima, portanto, da altura estática do tubo, fazendo com que este teste já fosse iniciado com os sulcos parcialmente secos. A potência utilizada foi de 61,2 W e o comprimento do evaporador igual a 20 cm. Com isso, o fenômeno da ebulição nucleada ocorre quase imediatamente e, antes que o vapor tenha atingido a temperatura final da fase de partida, ocorre a secagem total da estrutura capilar. Observe-se que neste caso os valores de h_c estimados pelo balanço de energia permanecem nulos durante todo o teste, conforme as Figs. 5.6.1 e 5.6.2, enquanto que os valores obtidos diretamente pelo método nodal, Fig. 5.6.3, apresentam grandes oscilações de origem numérica. Este comportamento está explicado na seção 5.3.3.

As curvas de evolução da temperatura na parede e do erro quadrático médio, Figs. 5.6.4 a 5.6.7, mostram melhor precisão para o modelo unidimensional. As curvas de sensibilidade, Figs. 5.6.8 a 5.6.11, mostram que a incerteza de estimação de h_c é muito grande para este caso, provocando grandes oscilações nos valores deste coeficiente. Já os valores estimados de h_e apresentam grande incerteza no início e, após a secagem, esta incerteza cai fortemente, eliminando as oscilações de origem numérica deste coeficiente.

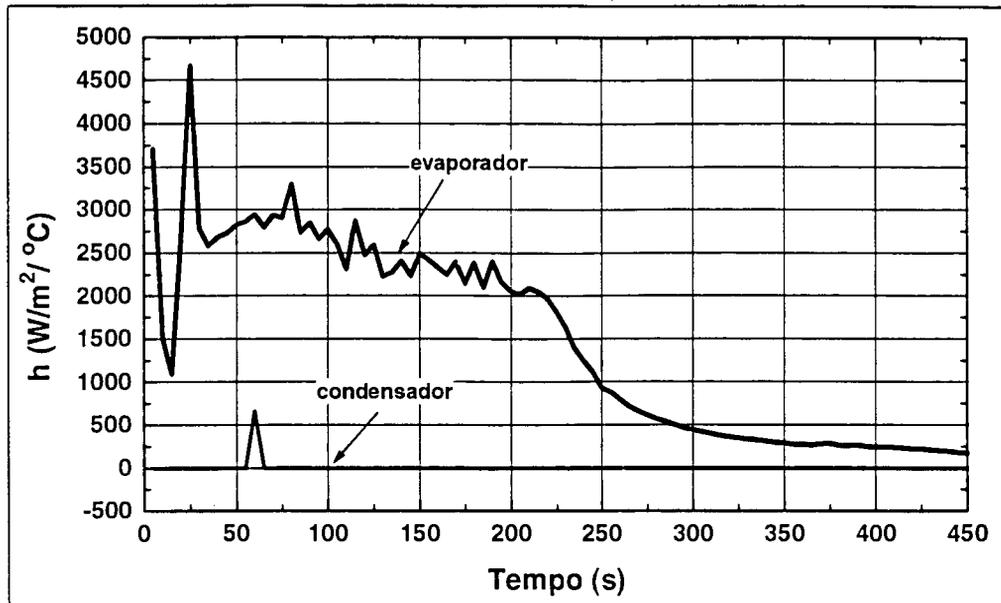


Fig. 5.6.1 Coeficientes de troca de calor radial estimados através do balanço de energia pelo modelo tri-dimensional (Caso 6: $P=61,2$ W, $L_e=20$ cm).

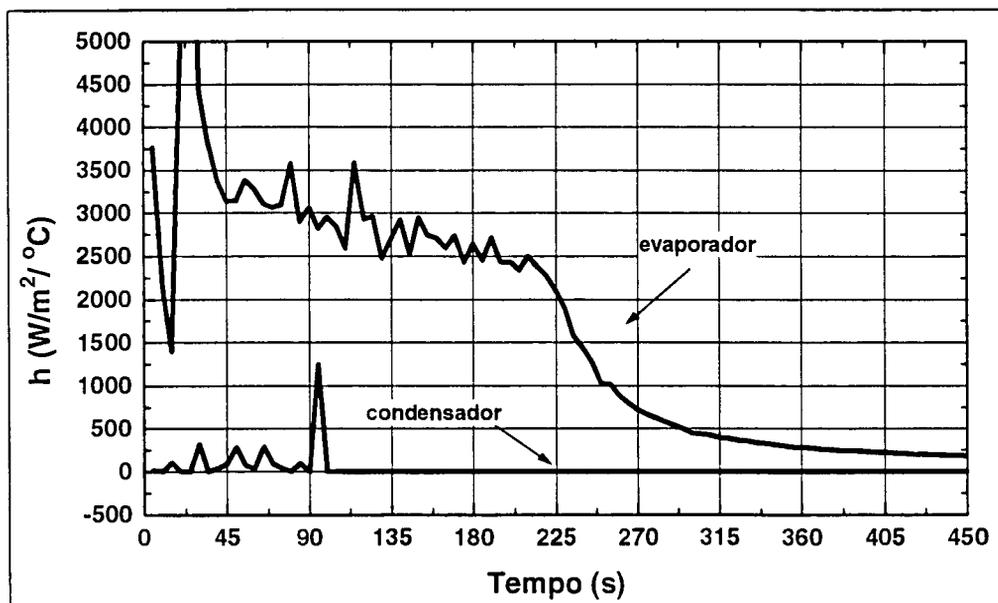


Fig. 5.6.2 Coeficientes de troca de calor radial estimados através de balanço de energia pelo modelo unidimensional (Caso 6: $P=61,2$ W, $L_e=20$ cm).

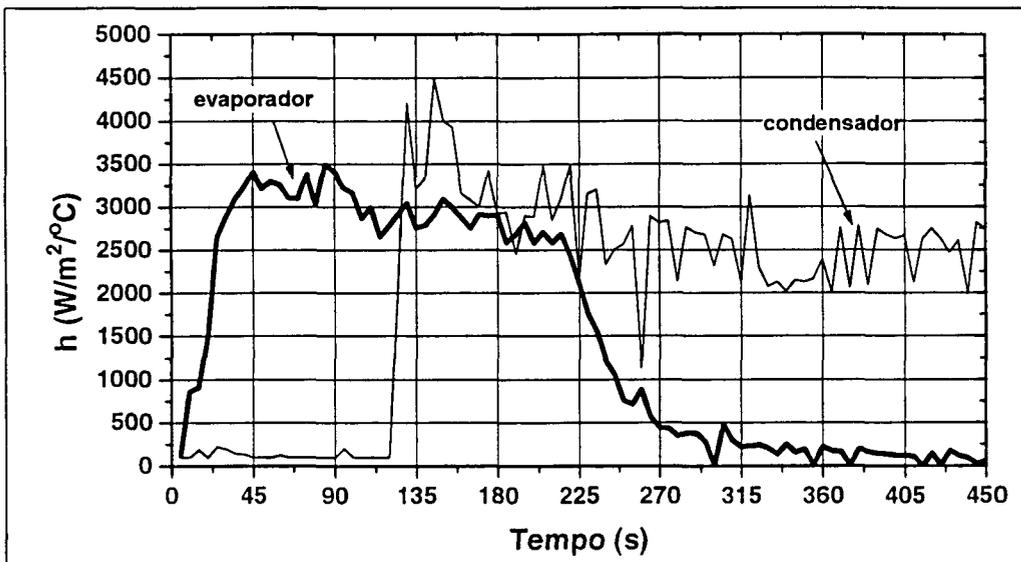


Fig. 5.6.3 Coeficientes de troca de calor radial estimados diretamente pelo modelo unidimensional (Caso 6: $P=61,2$ W, $L_e=20$ cm).

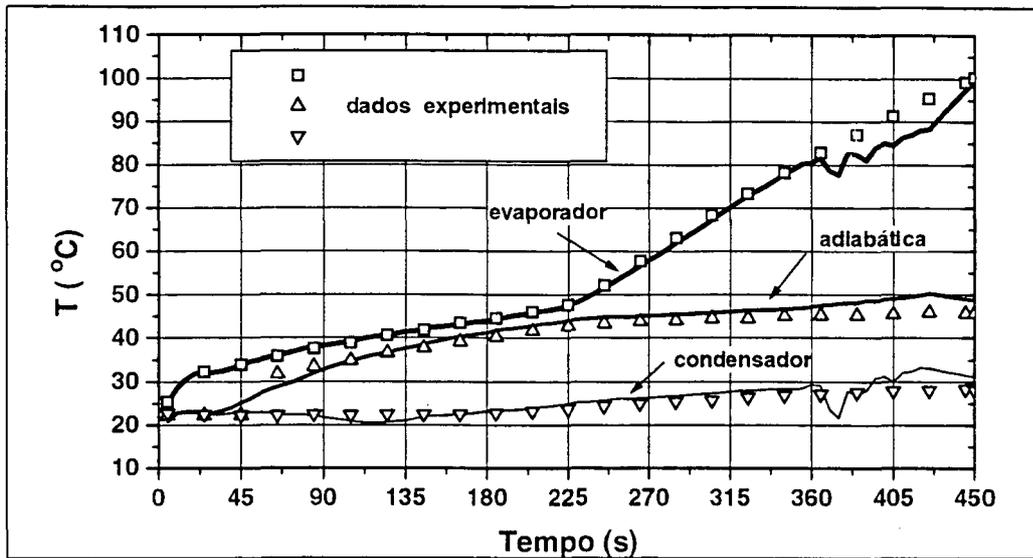


Fig. 5.6.4 Evolução da distribuição de temperatura estimada pelo modelo tri-dimensional (Caso 6: $P=61,2$ W, $L_e=20$ cm).

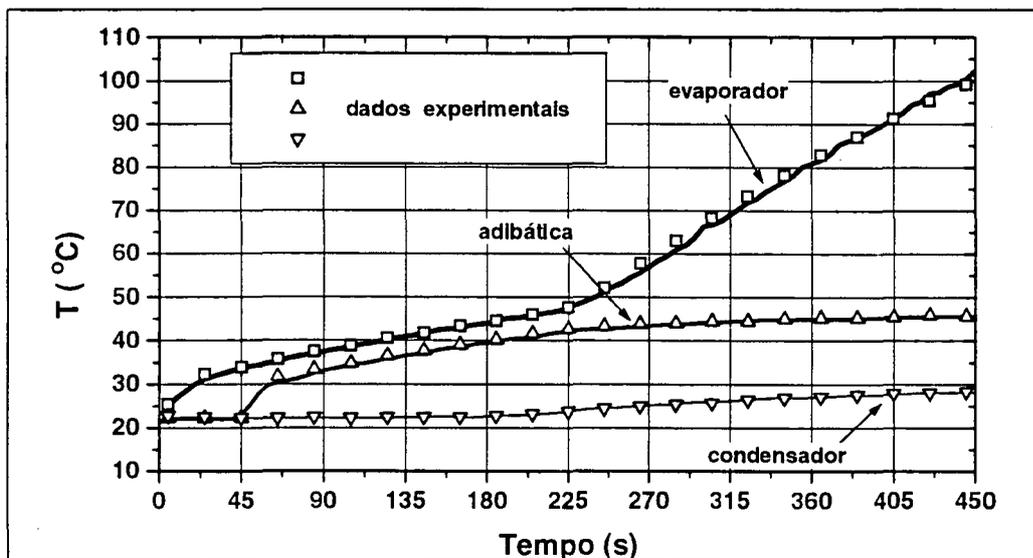


Fig. 5.6.5 Evolução da distribuição de temperatura estimada pelo modelo unidimensional (Caso 6: $P=61,2$ W, $L_e=20$ cm).

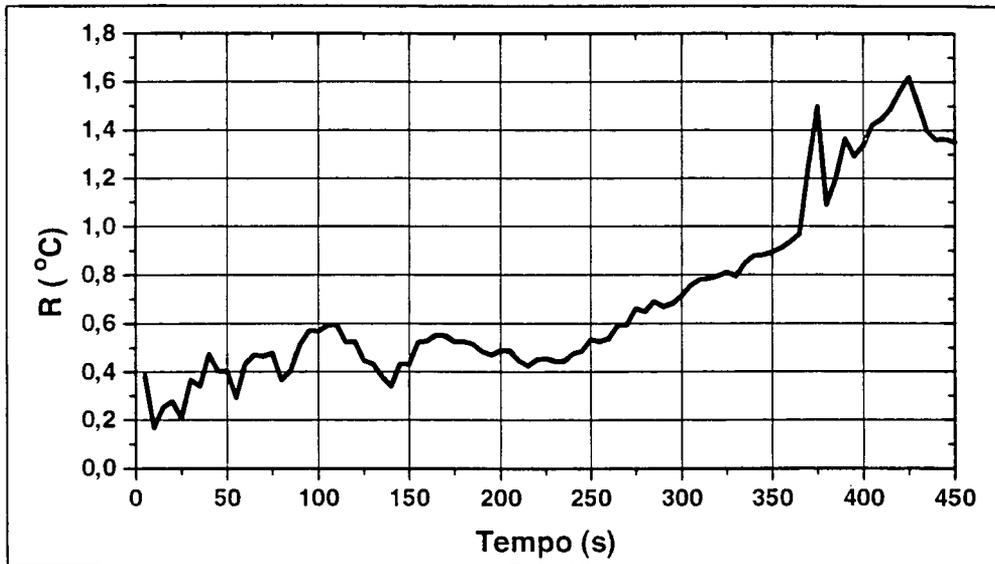


Fig. 5.6.6 Curva do erro médio quadrático para a distribuição de temperatura obtida pelo modelo tri-dimensional (Caso 6: $P=61,2$ W, $L_e=20$ cm).

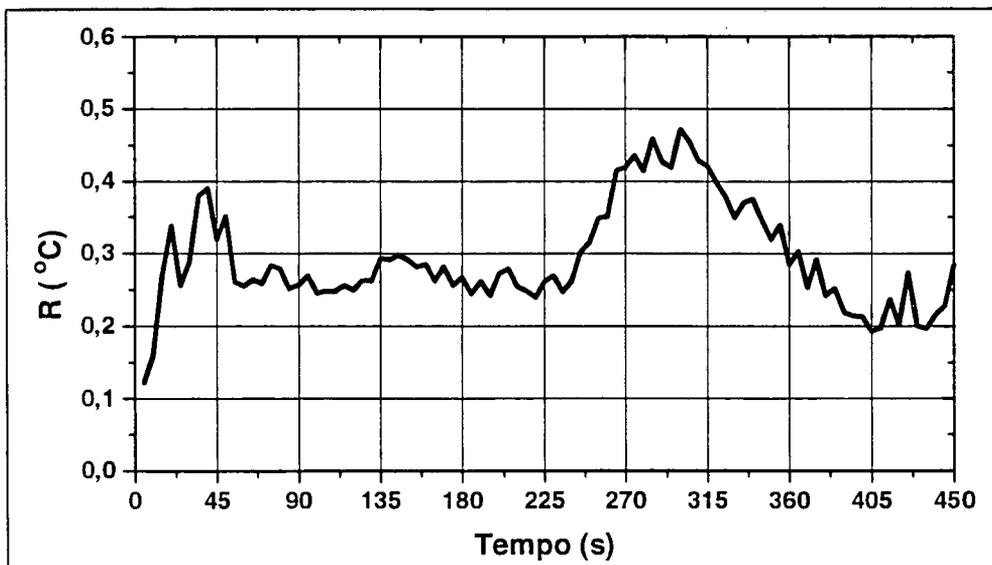


Fig. 5.6.7 Curva do erro médio quadrático para a distribuição de temperatura obtida pelo modelo unidimensional (Caso 6: $P=61,2$ W, $L_e=20$ cm).

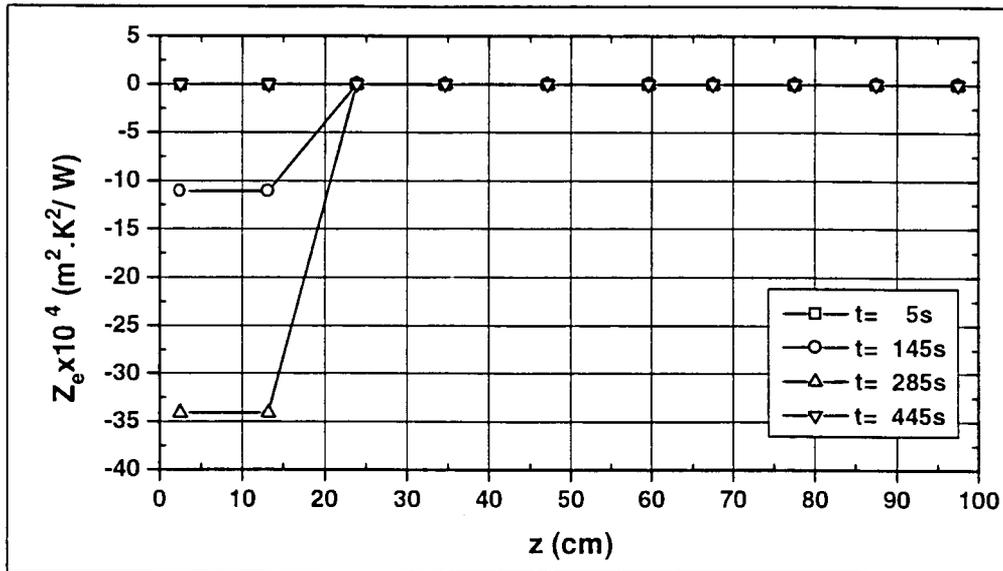


Fig. 5.6.8 Coeficiente de sensibilidade em relação ao coeficiente de troca de calor radial no evaporador (Caso 6: $P=61,2$ W, $L_e=20$ cm).

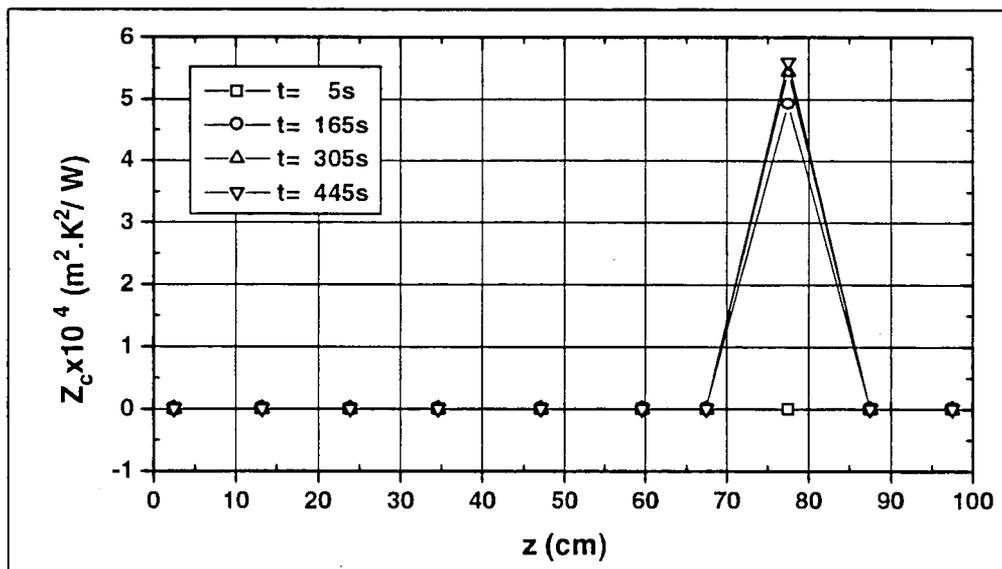


Fig. 5.6.9 Coeficiente de sensibilidade em relação ao coeficiente de troca de calor radial no condensador (Caso 6: $P=61,2$ W, $L_e=20$ cm).

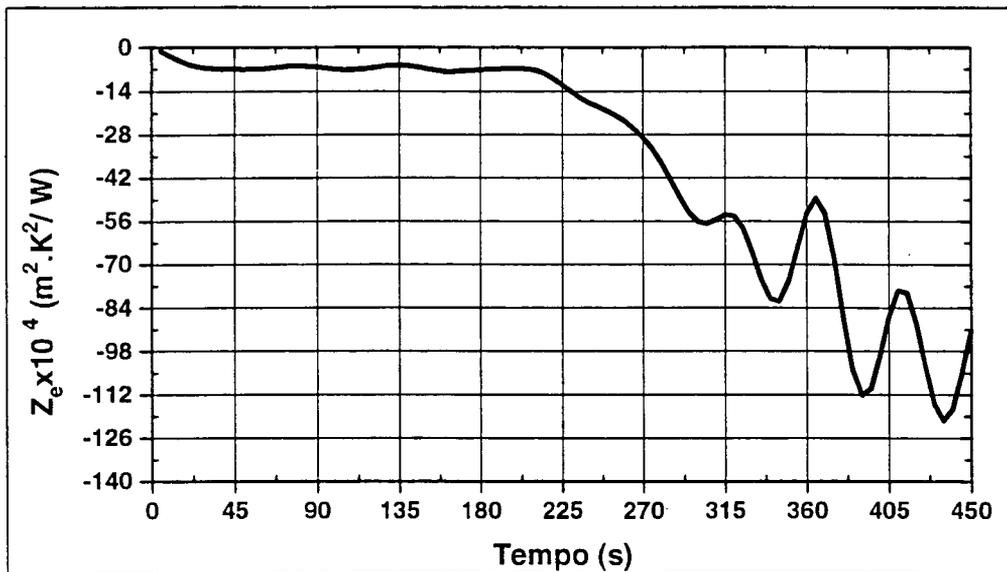


Fig. 5.6.10 Evolução do coeficiente de sensibilidade da temperatura do evaporador em relação a h_e (Caso 6: $P=61,2$ W, $L_e=20$ cm).

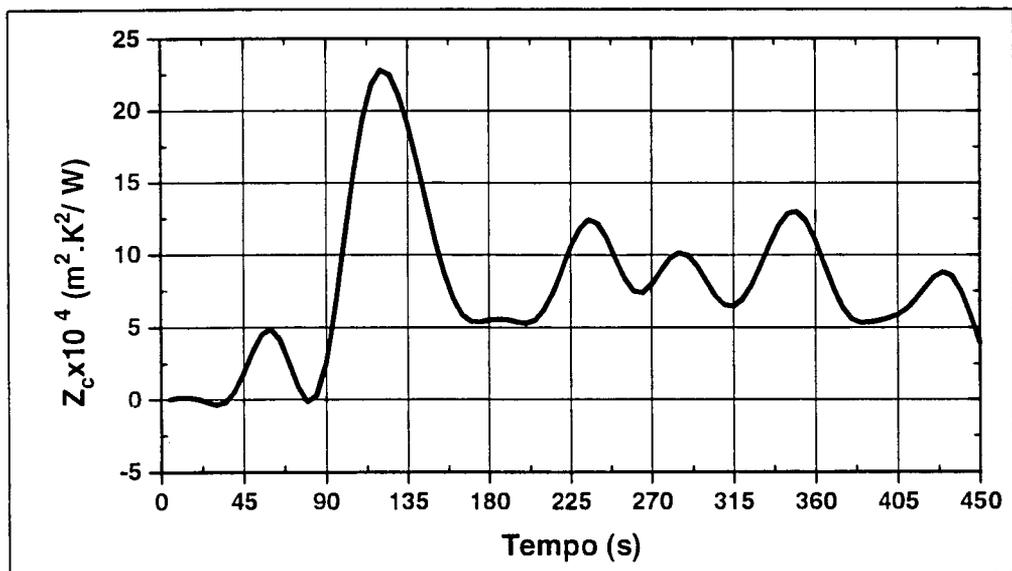


Fig. 5.6.11 Evolução do coeficiente de sensibilidade da temperatura do condensador em relação a h_c (Caso 6: $P=61,2$ W, $L_e=20$ cm).

5.3.1.7 Caso 7

Este caso mostra o efeito de um aumento temporário da inclinação adversa do tubo, durante a fase de operação transiente, conforme manobra descrita na seção 3.5 para a obtenção da secagem por ebulição.

O teste foi iniciado com a parede do tubo não-isotermalizada, estando a região do condensador a 22 °C, e o evaporador a 40 °C. Observa-se um comportamento típico da fase de partida até aproximadamente 170 s, seguida de uma fase normal de operação transiente até aproximadamente 1000 s. Neste instante aumenta-se a inclinação adversa por alguns segundos e retorna-se à inclinação inicial. O efeito desta manobra é o deslocamento do nível de temperatura para um patamar superior, mantendo entretanto, a mesma taxa de crescimento. A partir de aproximadamente 1600 s, esta temperatura passa a crescer mais rapidamente, indicando a secagem parcial da estrutura capilar. A partir de 2600 s, a temperatura começa então a oscilar, conforme mostram as Figs. 5.7.1 a 5.7.5. As oscilações observadas nesta última fase são provocadas pelo fenômeno de *ebulição de filme instável* (veja seção 5.3.4.3), apresentando amplitudes e períodos bem maiores que as oscilações de origem numérica observadas ao longo de todo o teste.

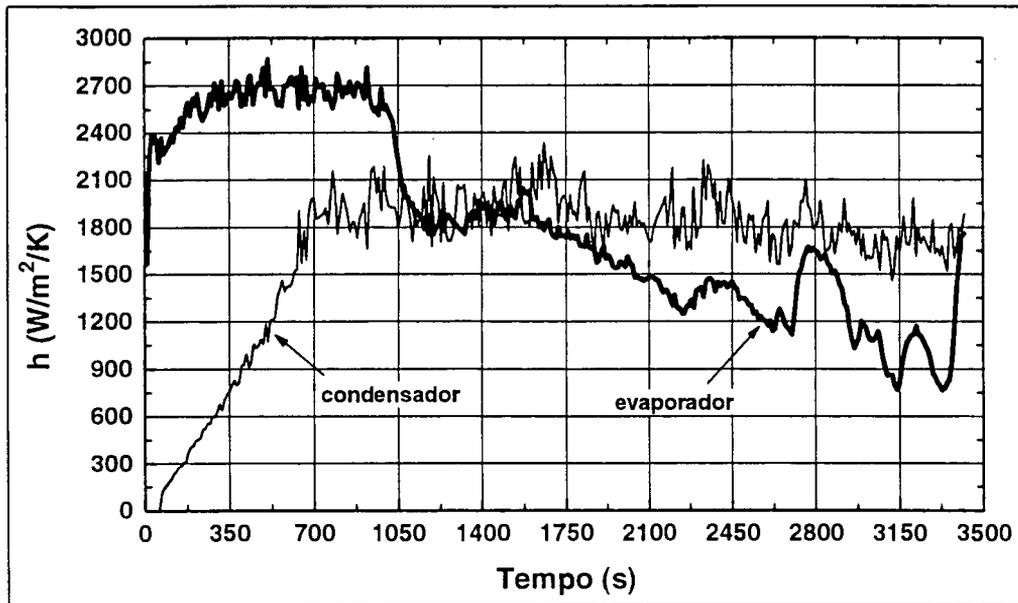


Fig. 5.7.1 Coeficientes de troca de calor radial estimados através do balanço de energia pelo modelo tri-dimensional (Caso 7: $P=75,5$ W, $L_e=10$ cm).

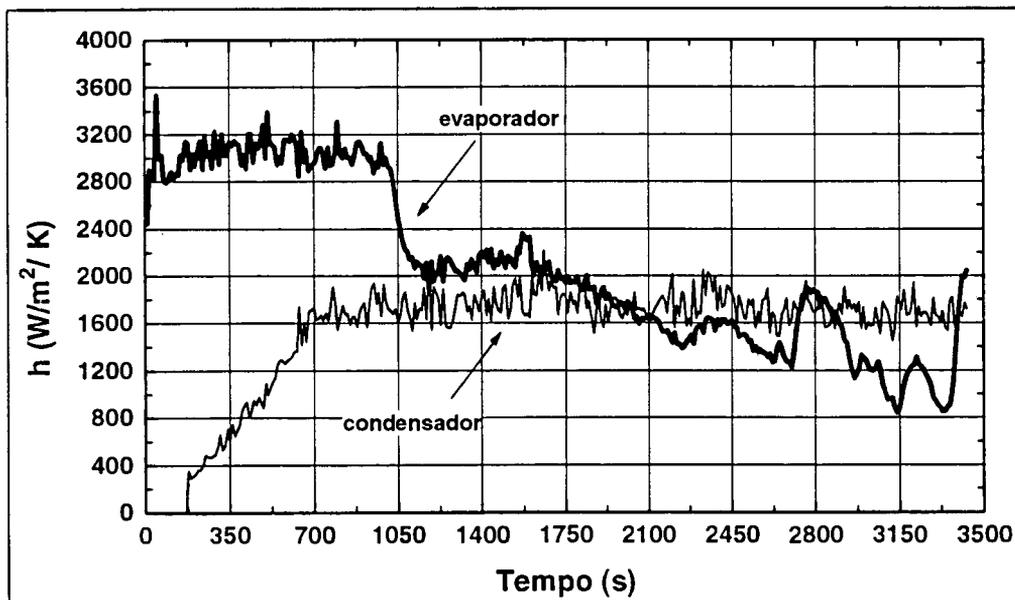


Fig. 5.7.2 Coeficientes de troca de calor radial estimados através de balanço de energia pelo modelo unidimensional (Caso 7: $P=75,5$ W, $L_e=10$ cm).

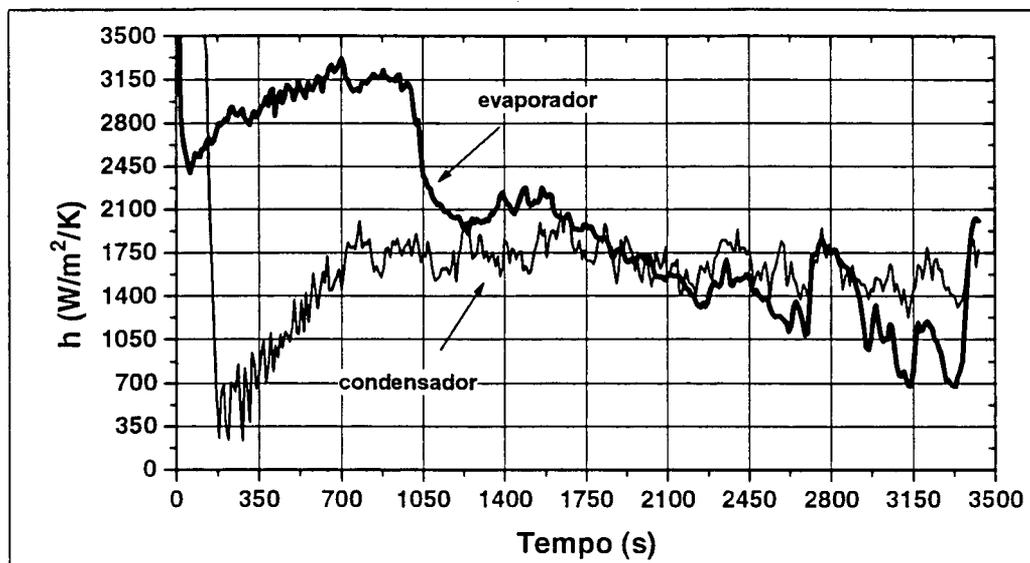


Fig. 5.7.3 Coeficientes de troca de calor radial estimados diretamente pelo modelo unidimensional (Caso 7: $P=75,5$ W, $L_e=10$ cm).

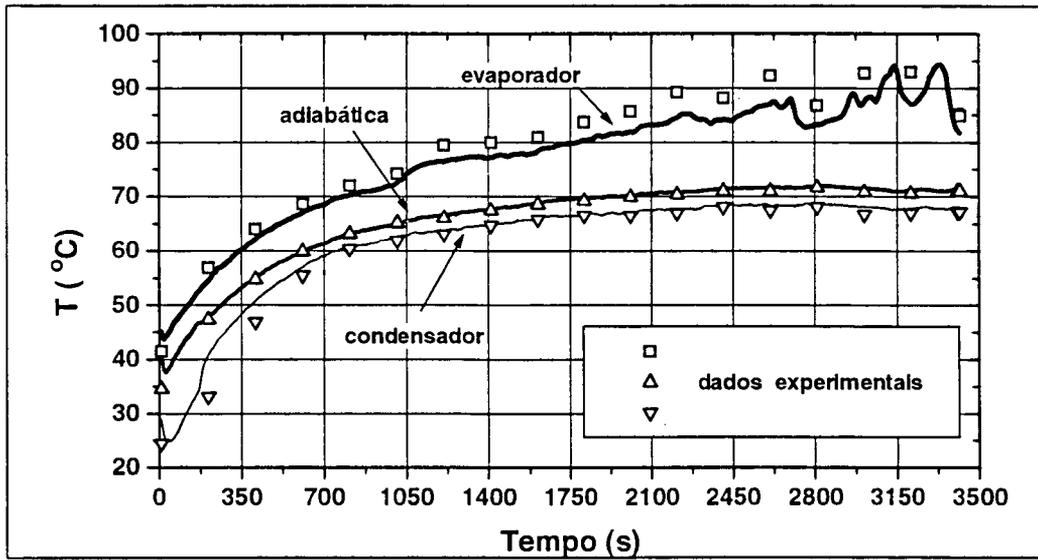


Fig. 5.7.4 Evolução da distribuição de temperatura estimada pelo modelo tri-dimensional (Caso 7: $P=75,5$ W, $L_e=10$ cm).

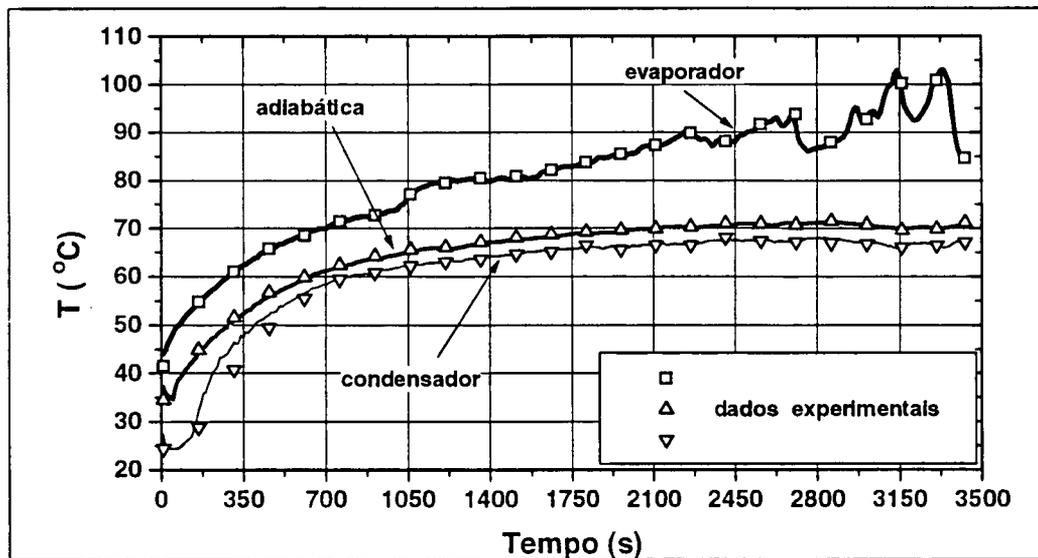


Fig. 5.7.5 Evolução da distribuição de temperatura estimada pelo modelo unidimensional (Caso 7: $P=75,5$ W, $L_e=10$ cm).

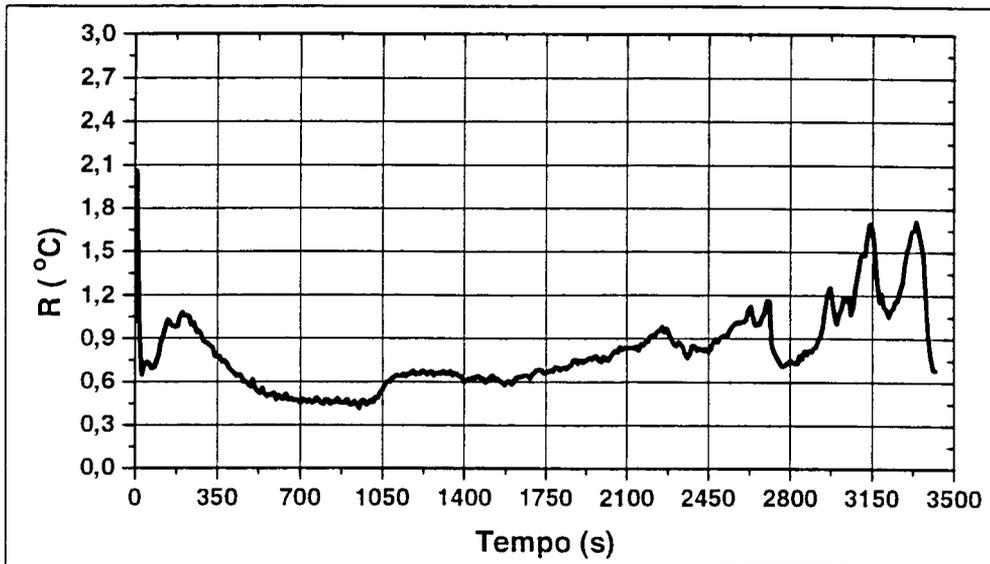


Fig. 5.7.6 Curva do erro médio quadrático para a distribuição de temperatura obtida pelo modelo tri-dimensional (Caso 7: $P=75,5$ W, $L_e=10$ cm).

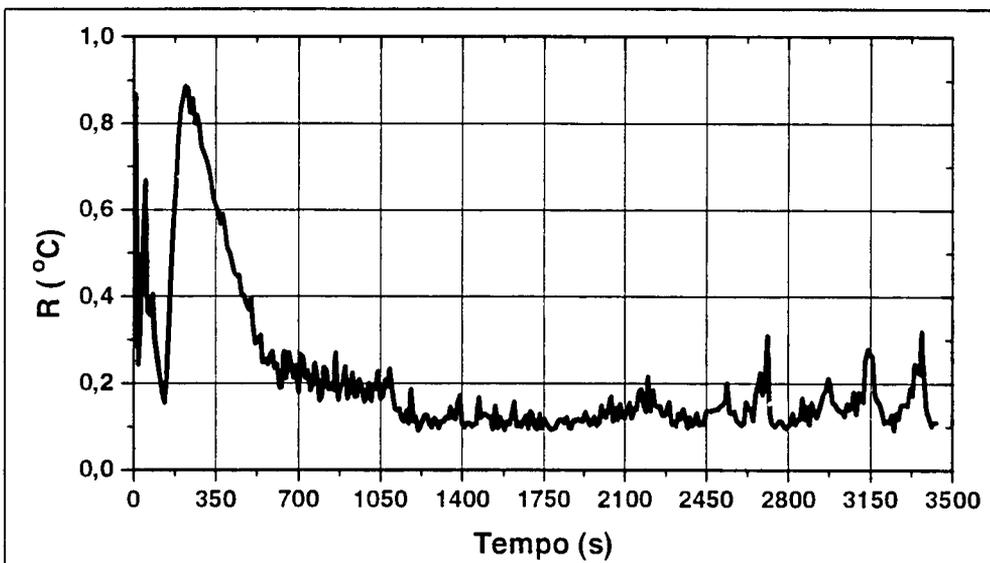


Fig. 5.7.7 Curva do erro médio quadrático para a distribuição de temperatura obtida pelo modelo unidimensional (Caso 7: $P=75,5$ W, $L_e=10$ cm).

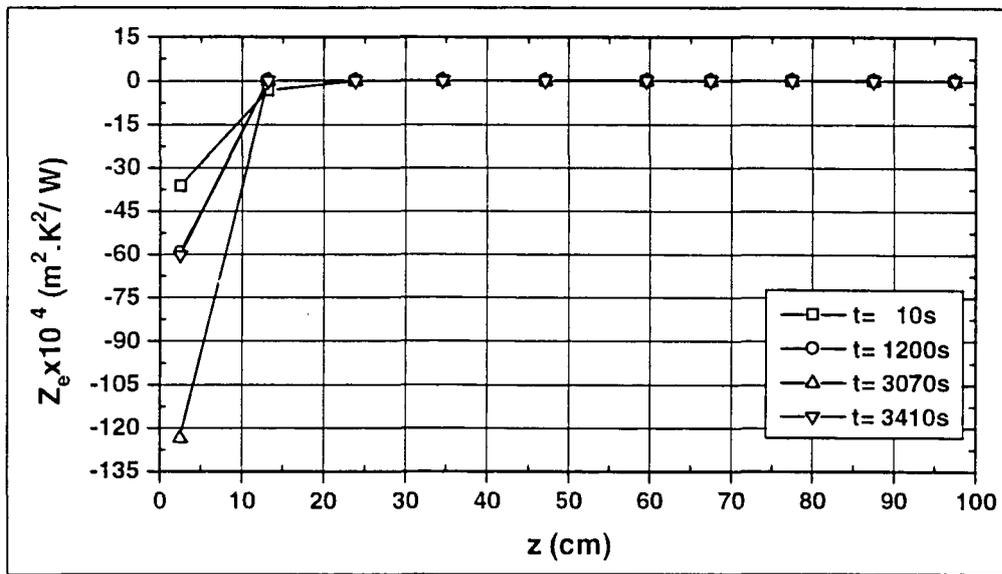


Fig. 5.7.8 Coeficiente de sensibilidade em relação ao coeficiente de troca de calor radial no evaporador (Caso 7: $P=75,5$ W, $L_e=10$ cm).

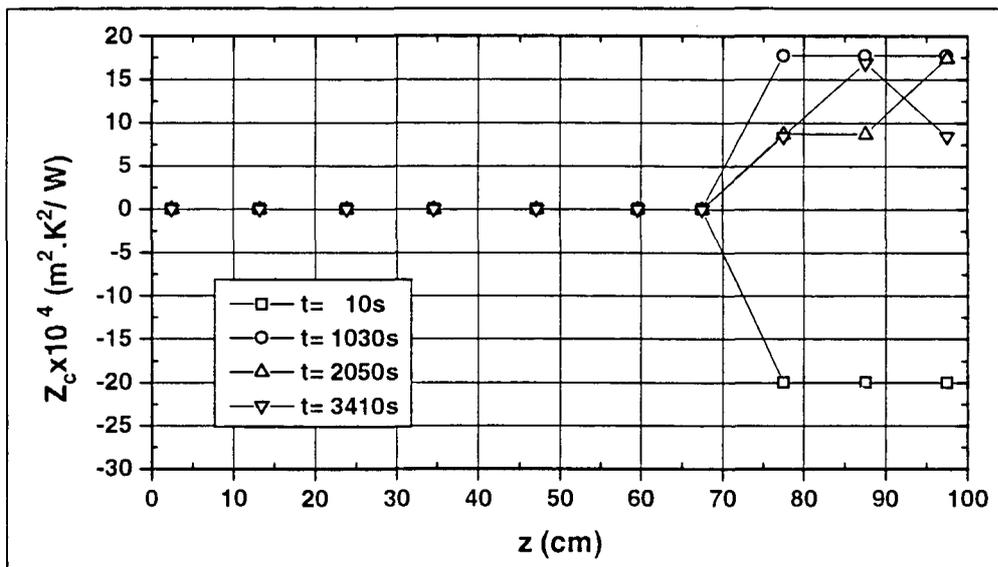


Fig. 5.7.9 Coeficiente de sensibilidade em relação ao coeficiente de troca de calor radial no condensador (Caso 7: $P=75,5$ W, $L_e=10$ cm).

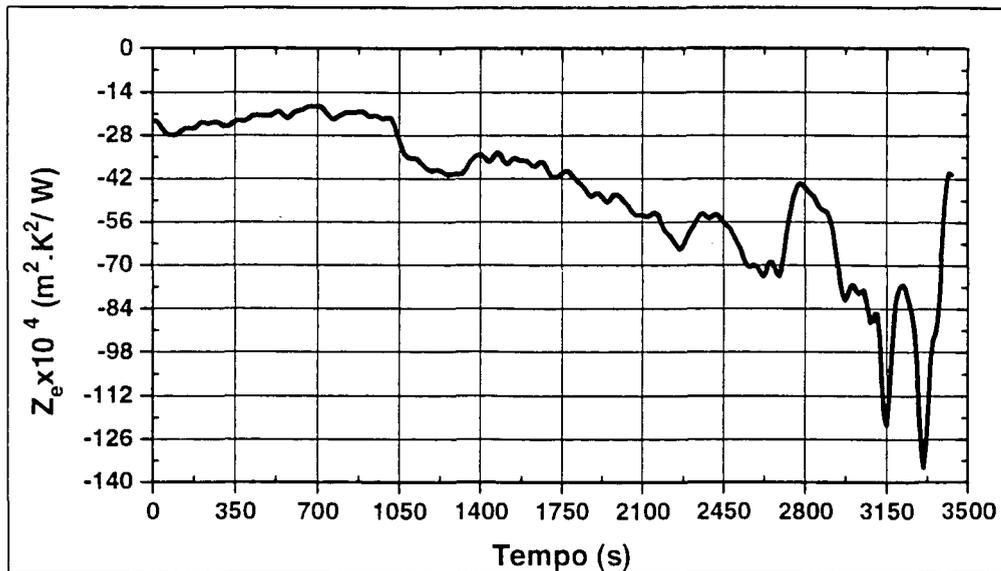


Fig. 5.7.10 Evolução do coeficiente de sensibilidade da temperatura do evaporador em relação a h_e (Caso 7: $P=75,5$ W, $L_e=10$ cm).

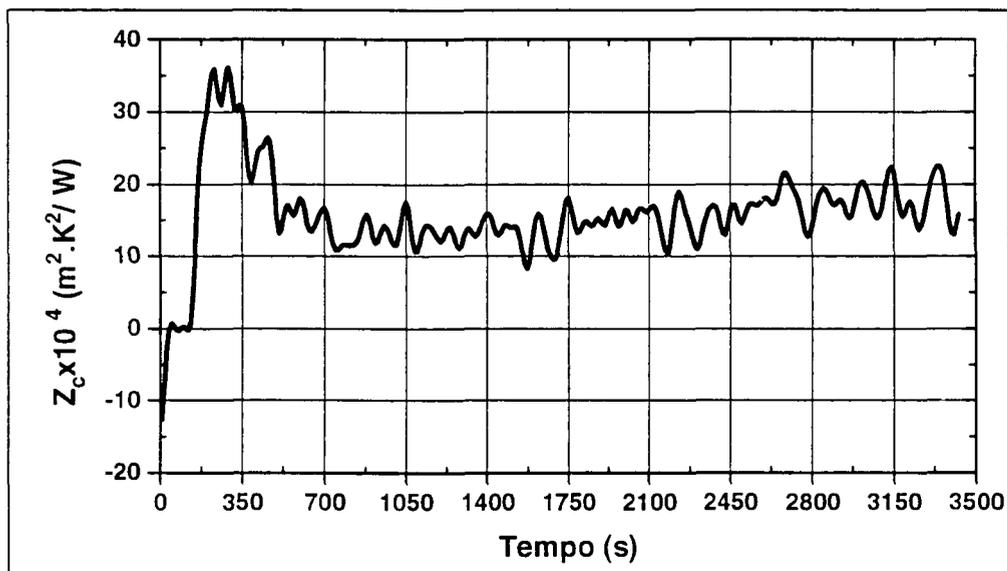


Fig. 5.7.11 Evolução do coeficiente de sensibilidade da temperatura do condensador em relação a h_c (Caso 7: $P=75,5$ W, $L_e=10$ cm).

5.3.1.8 Caso 8

Neste caso o teste foi iniciado na fase de operação transiente, terminando com a secagem por ebulição. Foi utilizada uma potência de 197,7 W ao longo dos 10 cm de comprimento do evaporador. As oscilações de origem numérica das curvas de h apresentam pequenas amplitudes e os três métodos apresentam resultados muito próximos como ilustram as Figs. 5.8.1 a 5.8.3. As oscilações provocadas pelo fenômeno de *ebulição de filme instável* são bem visíveis neste caso, podendo-se observar que tanto seu período quanto sua amplitude tendem a aumentar à medida que seu valor médio decai. As curvas de evolução da temperatura na parede do tubo, Figs. 5.8.4 e 5.8.5, mostram que as temperaturas obtidas pelo modelo tri-dimensional na região do evaporador são sistematicamente menores que as experimentais, sendo que este desvio tende a aumentar durante a secagem do evaporador. Já as temperaturas obtidas pelo modelo unidimensional apresentam uma boa concordância com os dados experimentais durante todo o teste. As curvas de erro nas Figs. 5.8.6 e 5.8.7 mostram que o desvio quadrático médio para o modelo tri-dimensional é da ordem de cinco vezes maior que o desvio obtido pelo modelo unidimensional.

As curvas de sensibilidade, Figs. 5.8.8 a 5.8.11, mostram que os valores destes coeficientes são relativamente elevados neste caso. Isso explica as baixas amplitudes das oscilações numéricas observadas nas curvas de h .

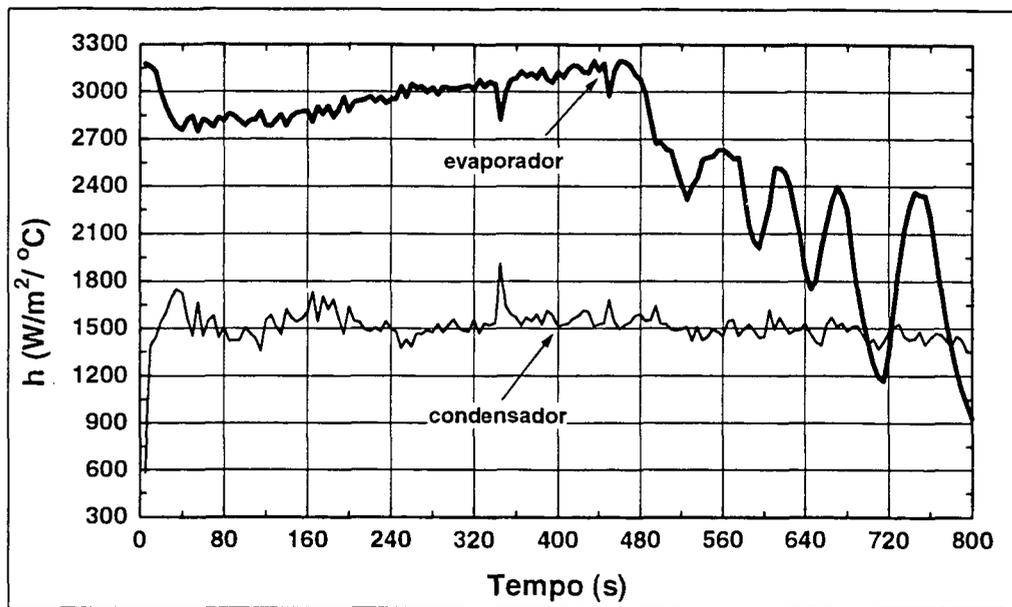


Fig. 5.8.1 Coeficientes de troca de calor radial estimados através do balanço de energia pelo modelo tri-dimensional (Caso 8: $P=197,7$ W, $L_e=10$ cm).

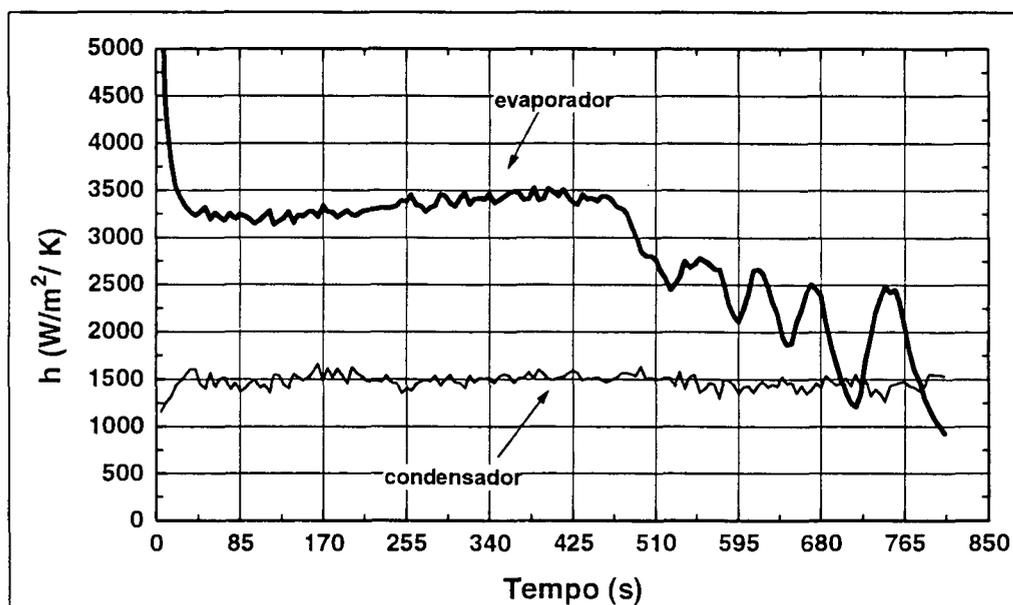


Fig. 5.8.2 Coeficientes de troca de calor radial estimados através de balanço de energia pelo modelo unidimensional (Caso 8: $P=197,7$ W, $L_e=10$ cm).

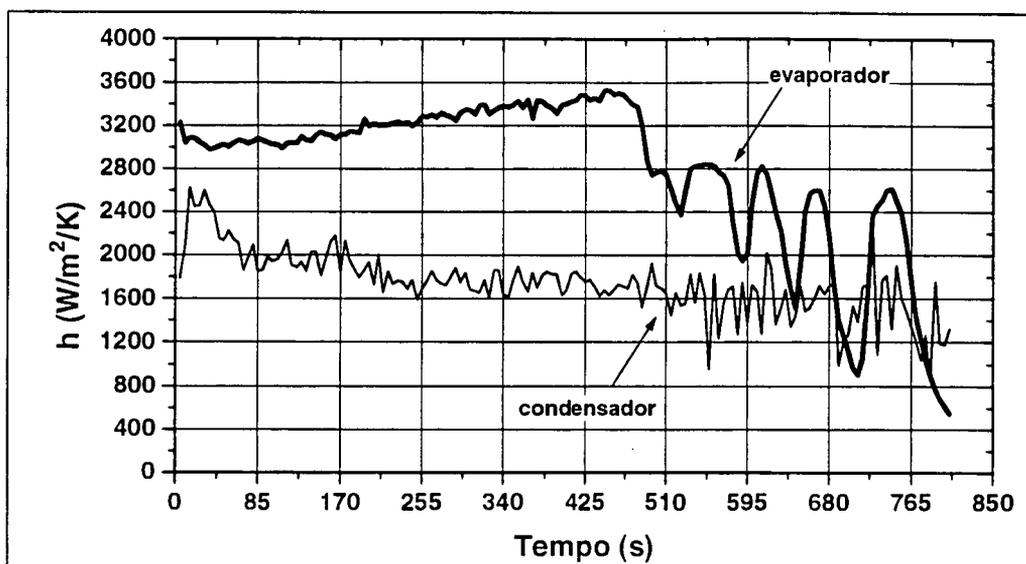


Fig. 5.8.3 Coeficientes de troca de calor radial estimados diretamente pelo modelo unidimensional (Caso 8: $P=197,7$ W, $L_e=10$ cm).

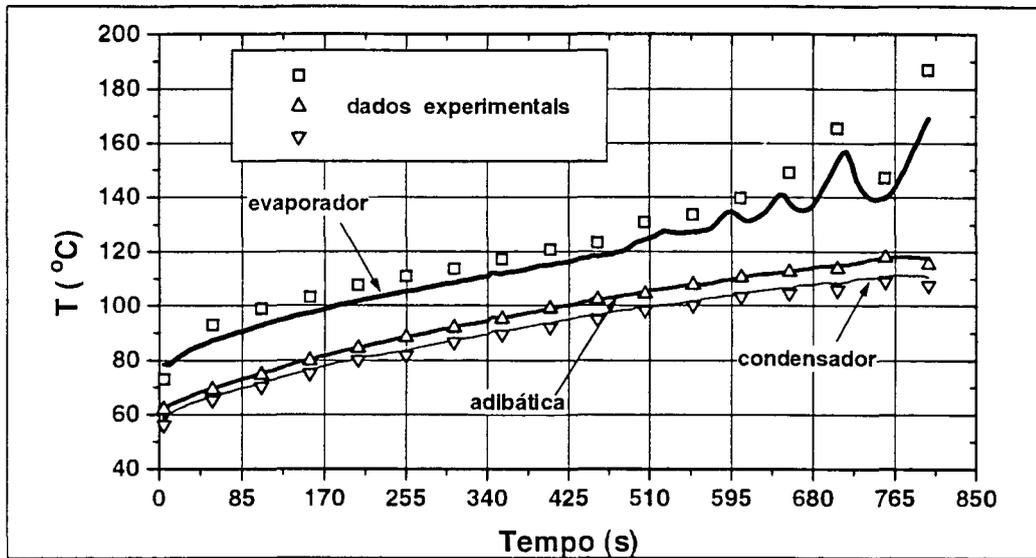


Fig. 5.8.4 Evolução da distribuição de temperatura estimada pelo modelo tri-dimensional
(Caso 8: $P=197,7$ W, $L_e=10$ cm).

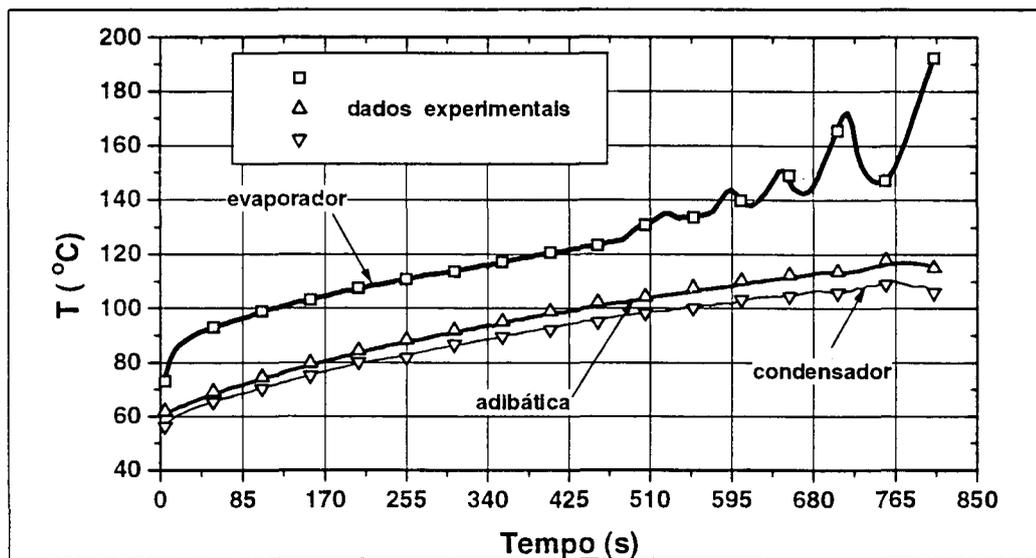


Fig. 5.8.5 Evolução da distribuição de temperatura estimada pelo modelo unidimensional
(Caso 8: $P=197,7$ W, $L_e=10$ cm).

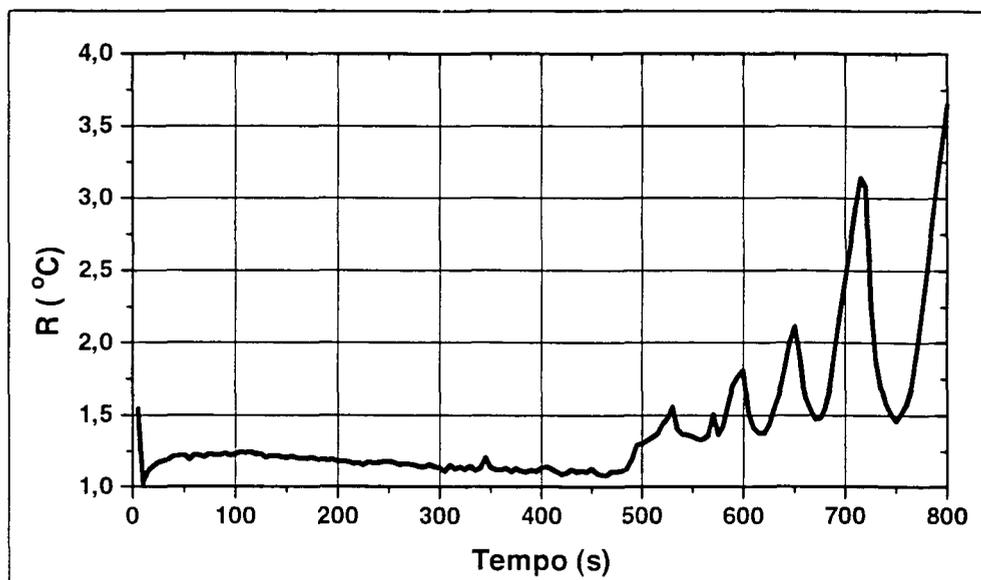


Fig. 5.8.6 Curva do erro médio quadrático para a distribuição de temperatura obtido pelo modelo tri-dimensional (Caso 8: $P=197,7$ W, $L_e=10$ cm).

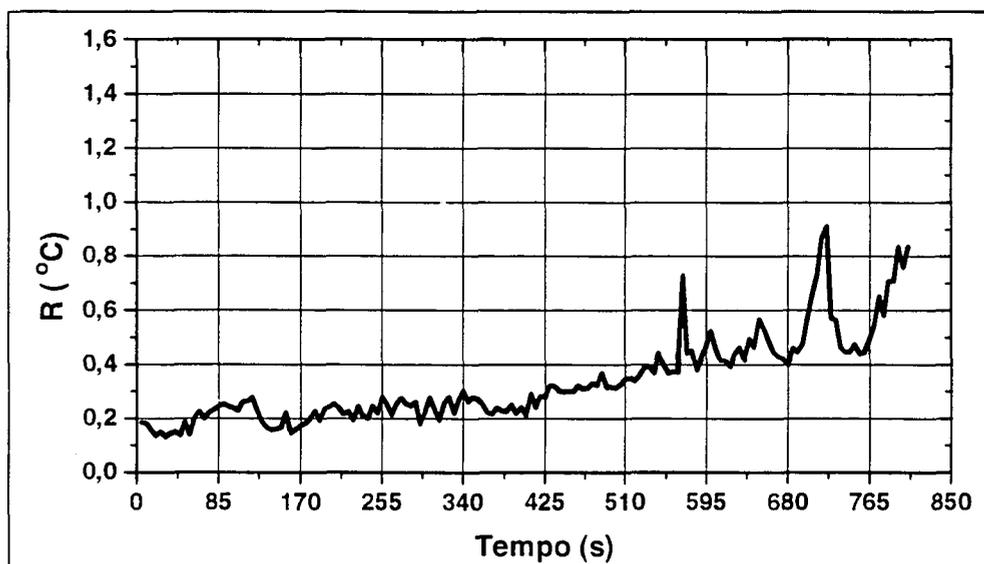


Fig. 5.8.7 Curva do erro médio quadrático para a distribuição de temperatura obtido pelo modelo unidimensional (Caso 8: $P=197,7$ W, $L_e=10$ cm).

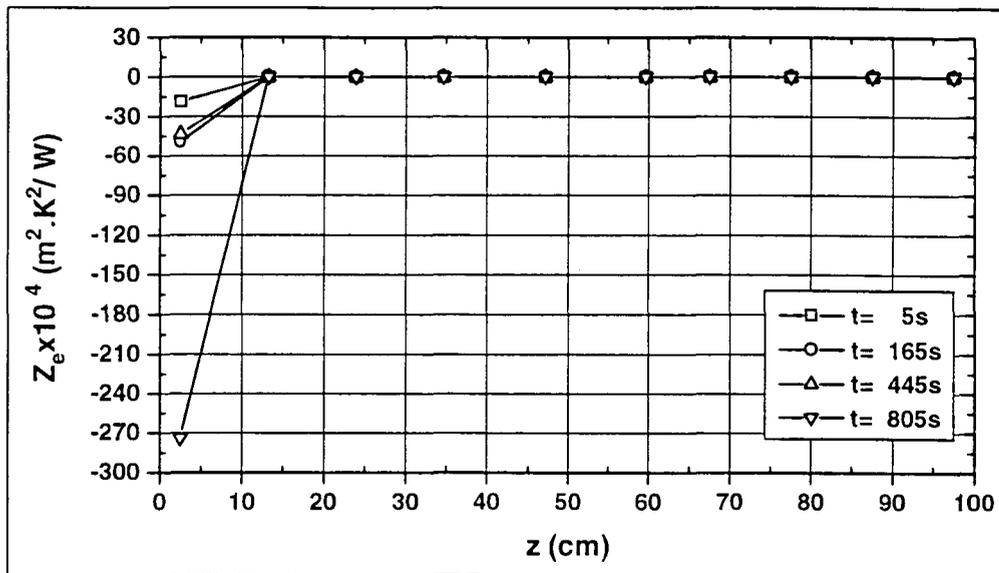


Fig. 5.8.8 Coeficiente de sensibilidade em relação ao coeficiente de troca de calor radial no evaporador (Caso 8: $P=197,7\text{ W}$, $L_e=10\text{ cm}$).

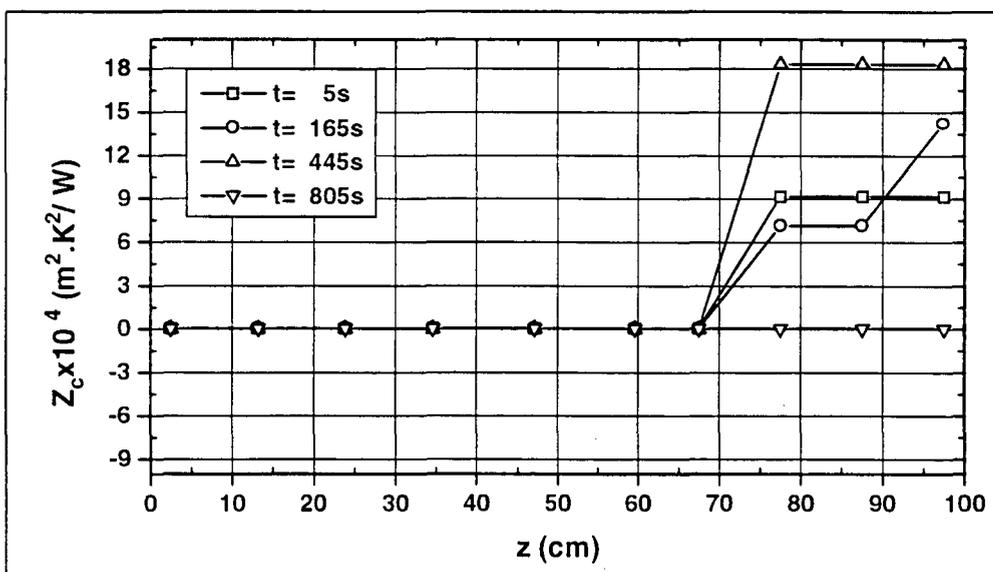


Fig. 5.8.9 Coeficiente de sensibilidade em relação ao coeficiente de troca de calor radial no condensador (Caso 8: $P=197,7\text{ W}$, $L_e=10\text{ cm}$).

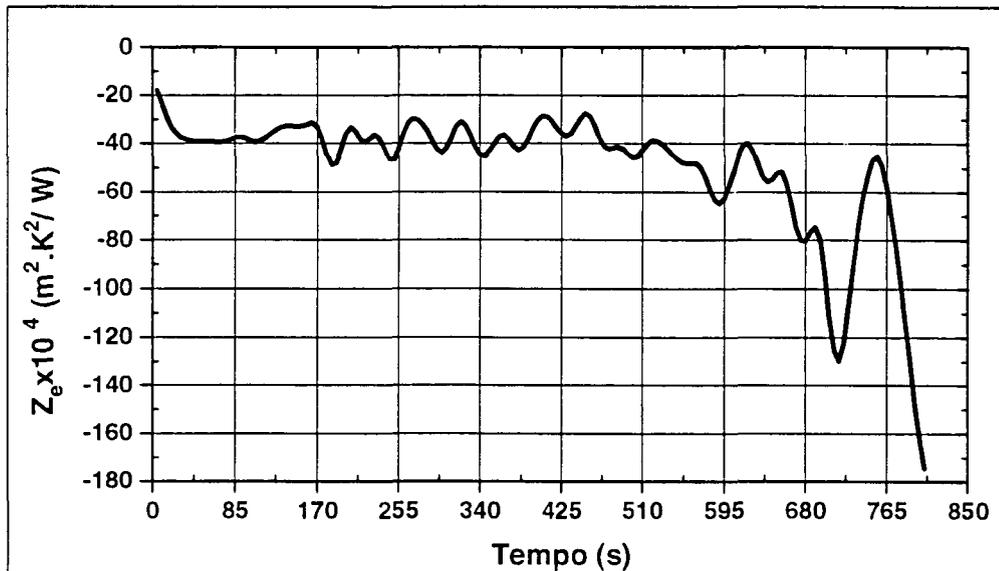


Fig. 5.8.10 Evolução do coeficiente de sensibilidade da temperatura do evaporador em relação a h_e (Caso 8: $P=197,7$ W, $L_e=10$ cm).

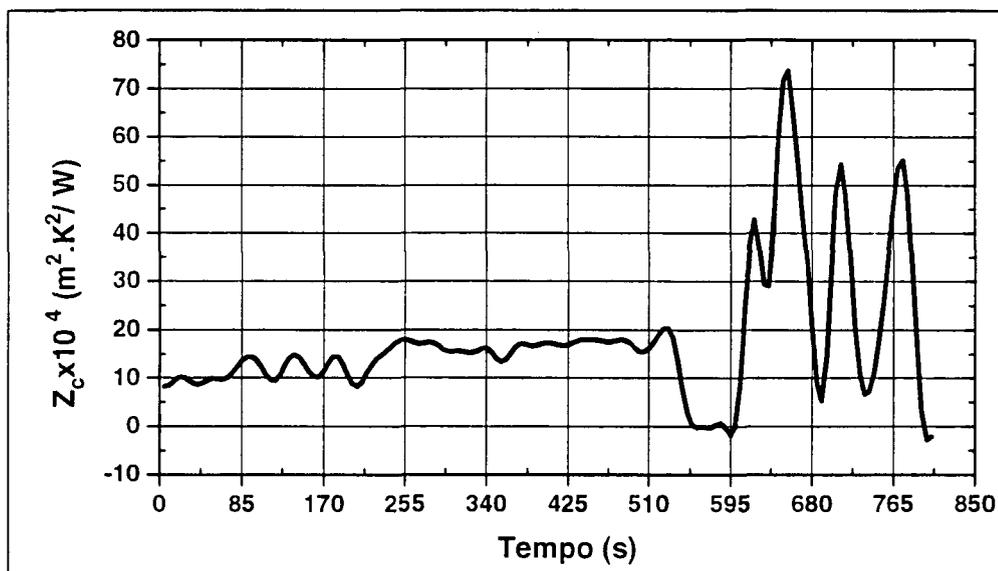


Fig. 5.8.11 Evolução do coeficiente de sensibilidade da temperatura do condensador em relação a h_c (Caso 8: $P=197,7$ W, $L_e=10$ cm).

5.3.1.9 Caso 9

Este caso é similar ao caso anterior. Deve-se observar, entretanto, que a diminuição do valor da potência aplicada ao evaporador para 138,3 W, e o aumento de seu comprimento para 20 cm, provocaram uma redução nos coeficientes de sensibilidade, Figs. 5.9.8 a 5.9.11, com o conseqüente aumento da amplitude das oscilações de origem numérica, Figs. 5.9.1 a 5.9.3, e da incerteza dos coeficientes de troca de calor radial, como mostra a Tab. 5.3.

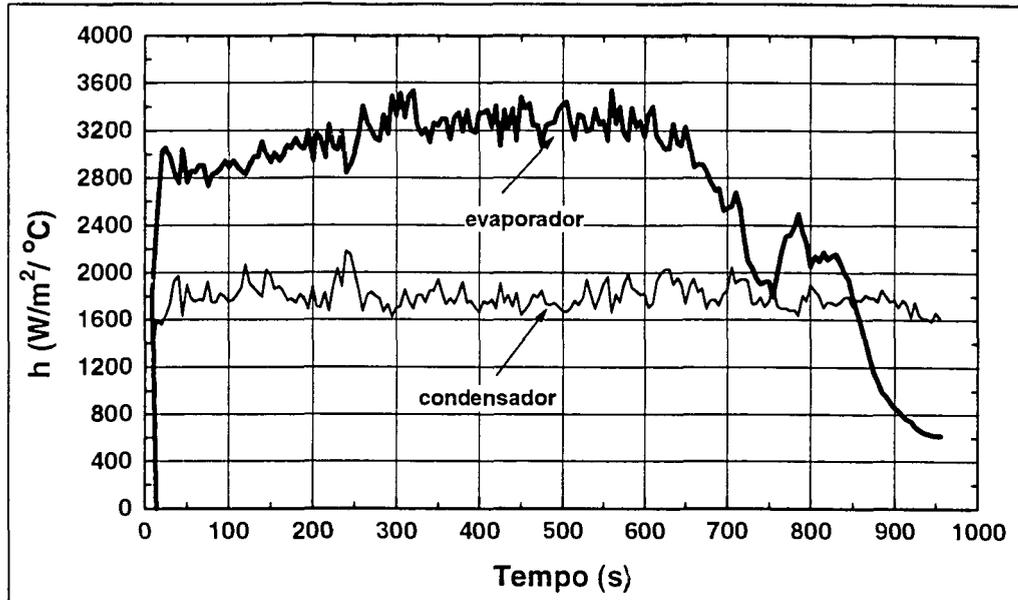


Fig. 5.9.1 Coeficientes de troca de calor radial estimados através do balanço de energia pelo modelo tri-dimensional (Caso 9: $P=138,3$ W, $L_e=20$ cm).

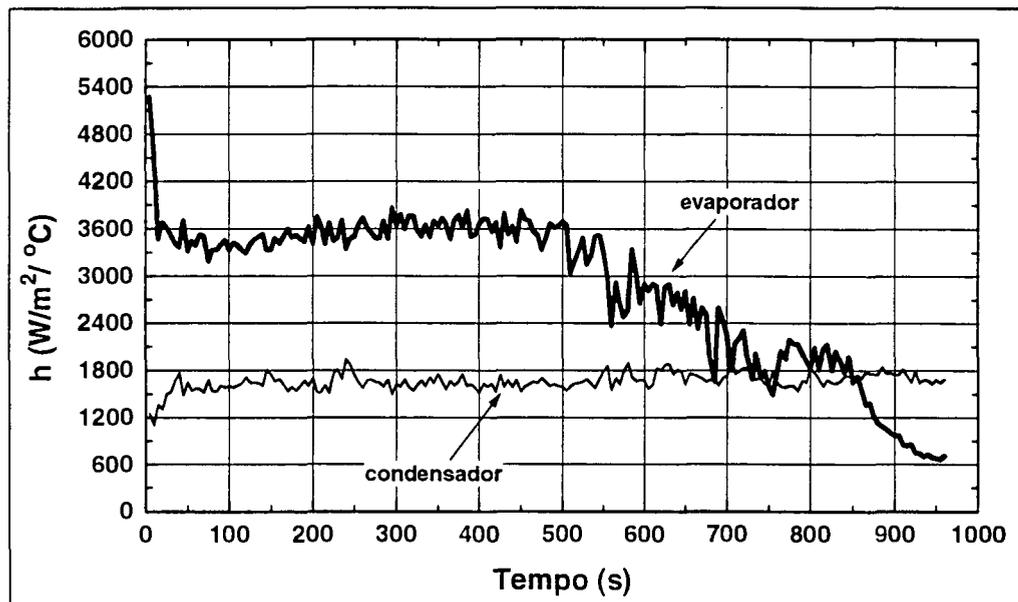


Fig. 5.9.2 Coeficientes de troca de calor radial estimados através do balanço de energia pelo modelo unidimensional (Caso 9: $P=138,3$ W, $L_e=20$ cm).

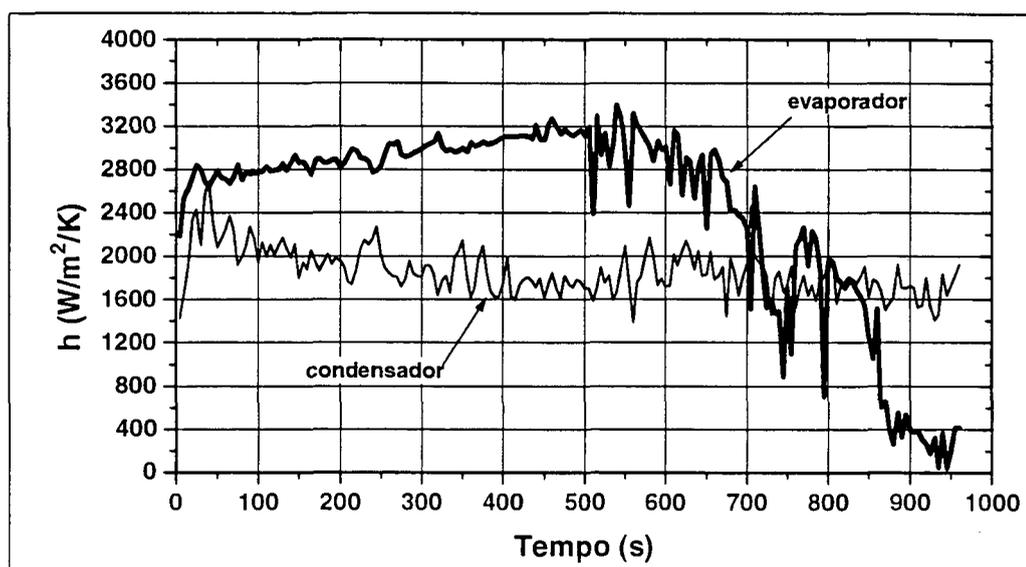


Fig. 5.9.3 Coeficientes de troca de calor radial estimados diretamente pelo modelo unidimensional (Caso 9: $P=138,3$ W, $L_e=20$ cm).

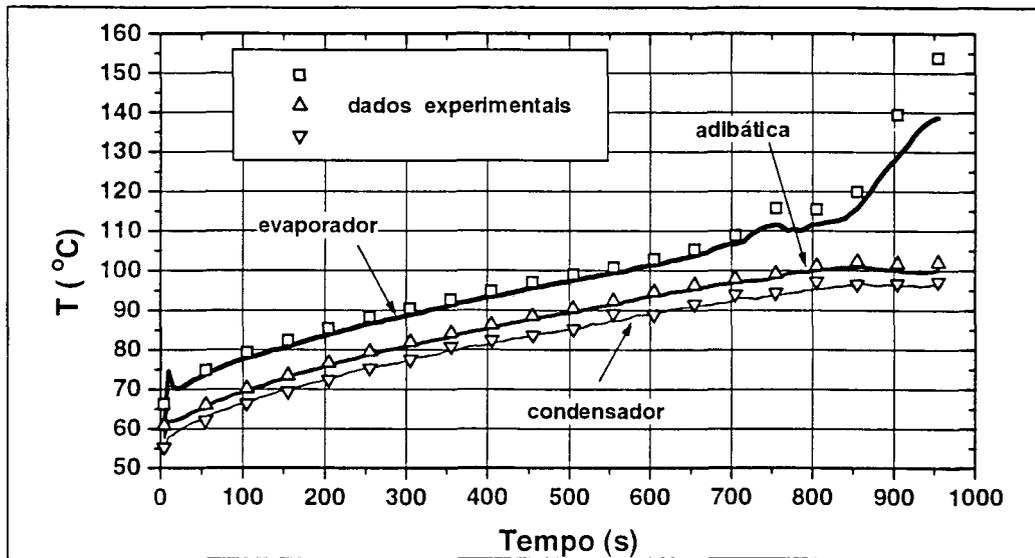


Fig. 5.9.4 Evolução da distribuição de temperatura estimada pelo modelo tri-dimensional (Caso 9: $P=138,3$ W, $L_e=20$ cm).

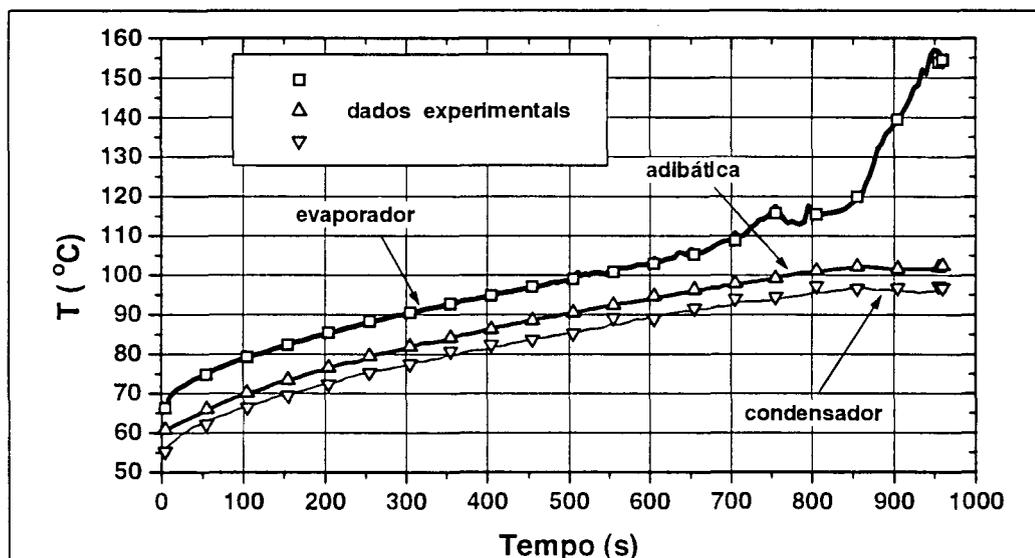


Fig. 5.9.5 Evolução da distribuição de temperatura estimada pelo modelo unidimensional (Caso 9: $P=138,3$ W, $L_e=20$ cm).

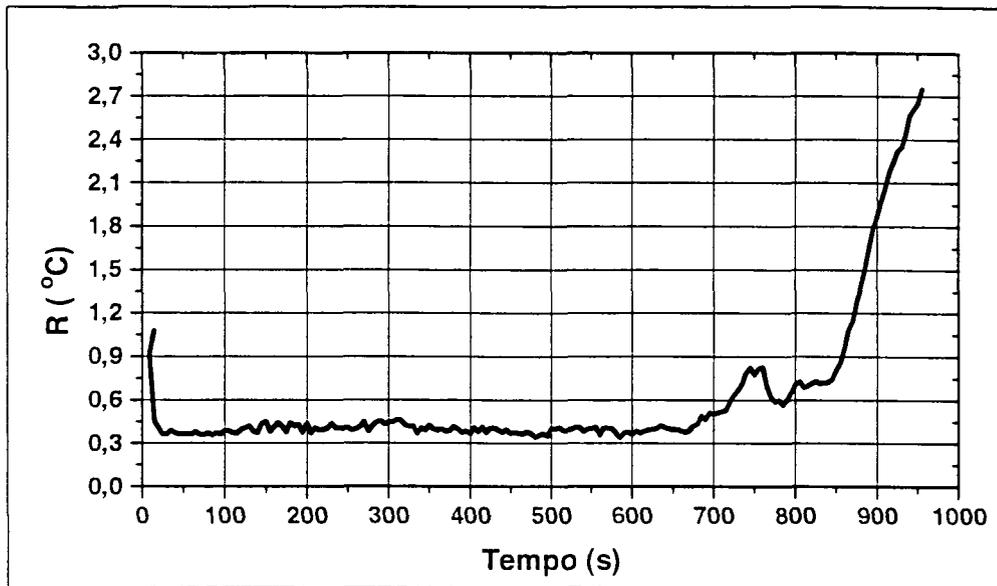


Fig. 5.9.6 Curva do erro médio quadrático para a distribuição de temperatura obtido pelo modelo tri-dimensional (Caso 9: $P=138,3$ W, $L_e=20$ cm).

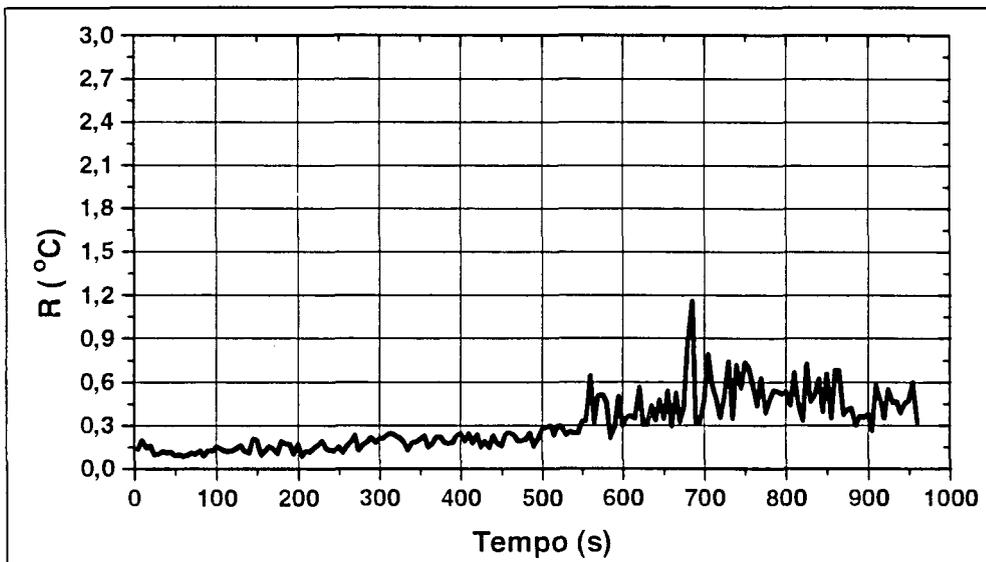


Fig. 5.9.7 Curva do erro médio quadrático para a distribuição de temperatura obtido pelo modelo unidimensional (Caso 9: $P=138,3$ W, $L_e=20$ cm).

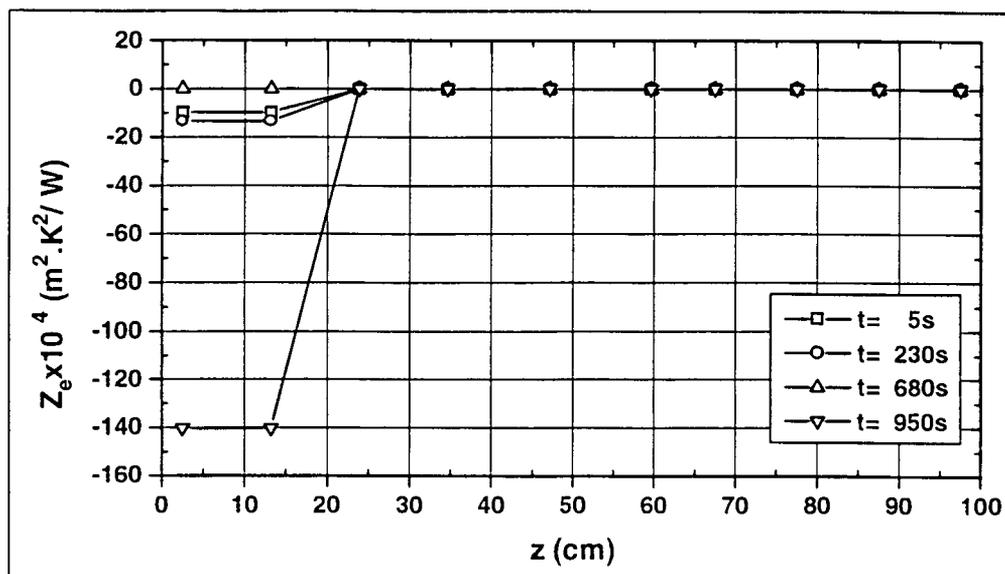


Fig. 5.9.8 Coeficiente de sensibilidade em relação ao coeficiente de troca de calor radial no evaporador (Caso 9: $P=138,3$ W, $L_e=20$ cm).

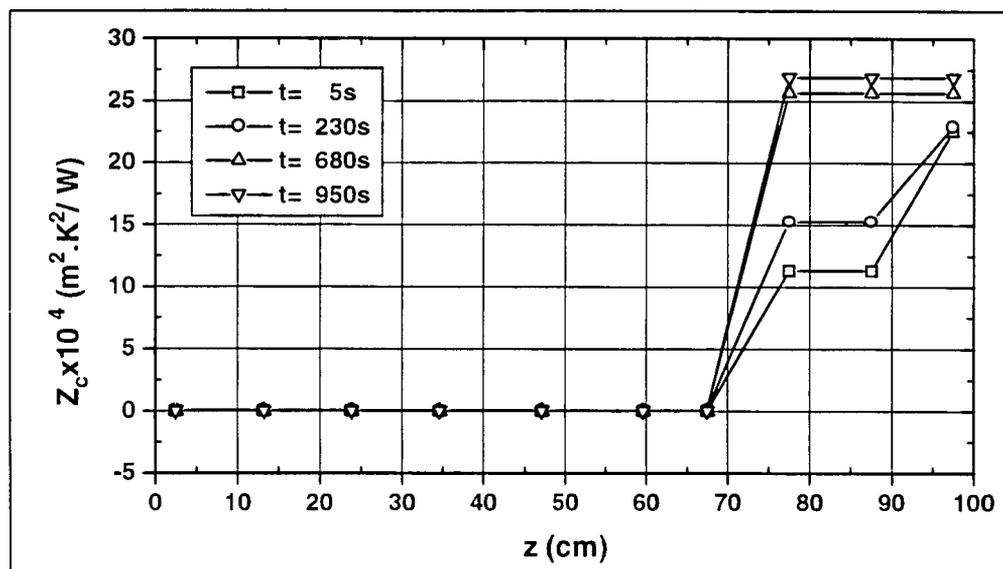


Fig. 5.9.9 Coeficiente de sensibilidade em relação ao coeficiente de troca de calor radial no condensador (Caso 9: $P=138,3$ W, $L_e=20$ cm).

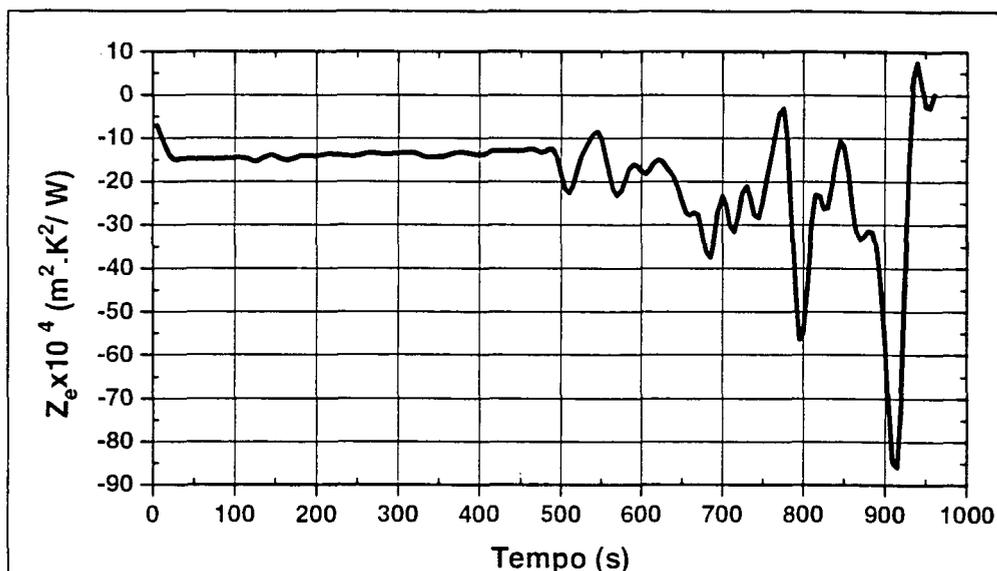


Fig. 5.9.10 Evolução do coeficiente de sensibilidade da temperatura do evaporador em relação a h_e (Caso 9: $P=138,3$ W, $L_e=20$ cm).

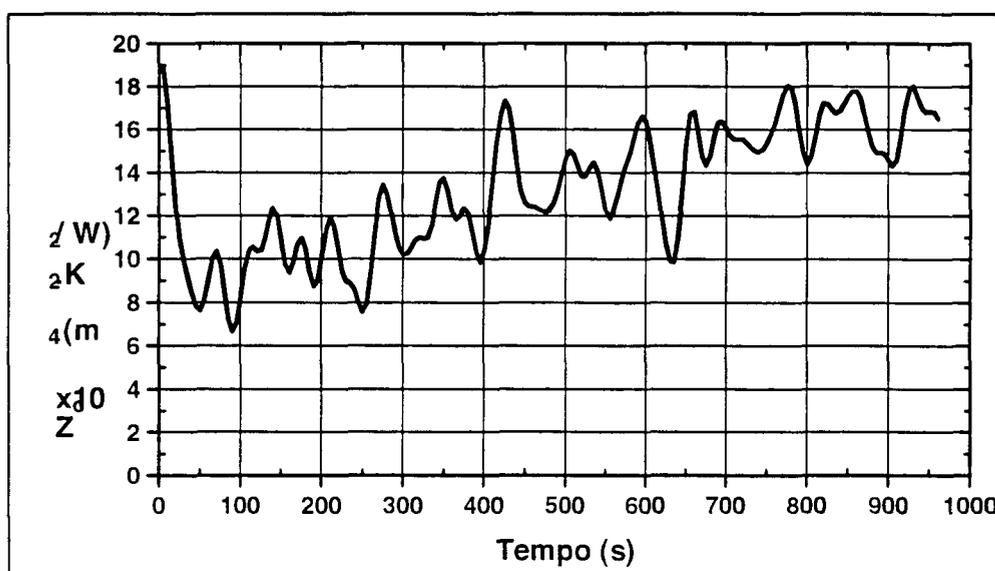


Fig. 5.9.11 Evolução do coeficiente de sensibilidade da temperatura do condensador em relação a h_c (Caso 9: $P=138,3$ W, $L_e=20$ cm).

5.3.2 Incerteza dos Valores de h Estimados

A incerteza I_h dos valores estimados de h está relacionada com a incerteza das medidas experimentais de temperatura, I_m e os coeficientes de sensibilidade através da seguinte equação:

$$I_h = \frac{I_m}{Z}$$

Como já foi visto na Seção 3.4, a incerteza de medição da temperatura é de $\pm 1^\circ\text{C}$. Por outro lado, as Figs. 10 e 11 de cada um dos casos mostram que os coeficientes de sensibilidade variam fortemente ao longo do tempo. Para efeito de análise, selecionaram-se para cada caso, os valores predominantes de Z_e e Z_c e através deles calculou-se a incerteza dos valores de h . A tabela a seguir apresenta estes resultados.

Tab. 5.3 Incertezas dos valores estimados de h .

CASO	EVAPORADOR		CONDENSADOR	
	Z ($\text{W}^{-1} \cdot \text{m}^2 \cdot \text{K}^2$)	I_h ($\text{W} \cdot \text{m}^{-2} \cdot \text{K}^{-1}$)	Z ($\text{W}^{-1} \cdot \text{m}^2 \cdot \text{K}^2$)	I_h ($\text{W} \cdot \text{m}^{-2} \cdot \text{K}^{-1}$)
1	-45	222	25	400
2	-20	500	13	800
3	-8	1250	10	1000
4	-30	333	10	1000
5	-35	286	12	833
6	-7	1428	7	1428
7	-40	250	15	666
8	-40	250	15	666
9	-14	714	14	714

Confrontando-se os dados desta tabela com as curvas estimadas de h , observa-se que a amplitude das oscilações é diretamente proporcional à incerteza na estimação destes parâmetros.

Verifica-se ainda que nos casos 3, 6 e 9, as incertezas são muito elevadas, tanto na região do evaporador quanto do condensador, sendo que no caso 6 a incerteza de h_c é praticamente igual ao seu valor médio. Nesses casos, não se pode confiar nos valores absolutos de h , mas apenas nos aspectos qualitativos de seu comportamento.

5.3.3 Análise das Oscilações

As curvas dos coeficientes de troca de calor radial obtidas pelos três métodos, assim como as curvas de temperatura estimadas, apresentam dois tipos de oscilação, um de natureza numérica causado pelo algoritmo de estimação e outro de natureza física.

As oscilações de natureza física podem ser facilmente distinguidas das numéricas, tanto por apresentarem uma frequência bem menor como por estarem perfeitamente correlacionadas com os fenômenos físicos observados experimentalmente. Esta correlação é confirmada pelo sincronismo entre as oscilações observadas nas curvas de temperatura do evaporador nos casos em que houve secagem e aquelas observadas nas curvas correspondentes de h_e . As oscilações de origem numérica, por outro lado, apresentam características diferenciadas para cada caso e estão correlacionadas aos coeficientes de sensibilidade. Os coeficientes de sensibilidade expressam em cada instante, o quanto a temperatura num determinado ponto do tubo é afetada por uma variação no valor de h nas regiões do evaporador e do condensador. Por conseguinte, quanto menores estes coeficientes, maiores podem ser as oscilações, sem que haja uma alteração significativa nos valores das temperaturas estimadas.

Em três casos os coeficientes de troca de calor radial apresentam grandes oscilações nos instantes iniciais de simulação, independentemente do método utilizado. São eles os casos 3, 5 e 6, sendo que nos casos 3 e 6 essas oscilações ocorrem no evaporador, enquanto que no caso 5 ocorrem no condensador. A explicação está nos valores relativamente pequenos dos coeficientes de sensibilidade nos instantes iniciais. Observem-se por exemplo, as Figs. 5.3.10, 5.6.10 e 5.5.11. No caso 3 o valor inicial de Z_e é de apenas -0,5, no caso 6 é nulo e o valor inicial de Z_c no caso 5 também é nulo. Para efeito de comparação, observem-se por exemplo, o caso 7, Fig. 5.7.10, e o caso 9, Fig. 5.9.11. O valor inicial de Z_e no caso 7 é da ordem de -20, fazendo com que a oscilação inicial de h_e praticamente inexista. Da mesma forma para o caso 9 o valor inicial de Z_c oscila entre 10 e 20, eliminando praticamente as oscilações iniciais de h_c .

Após os instantes iniciais, os coeficientes de sensibilidade das duas regiões tendem a aumentar, reduzindo as oscilações dos coeficientes estimados. Esta redução é tão maior quanto maiores forem os coeficientes de sensibilidade. Observem-se por exemplo, as curvas de h_e para os casos 3 e 5, Figs. 5.3.1 a 5.3.3 e 5.5.1 a 5.5.3. No primeiro caso as oscilações

são bem maiores que no segundo, durante todo o tempo. Se analisarmos as curvas de Z_e correspondentes, Figs. 5.3.10 e 5.5.10, observaremos que no primeiro caso estes coeficientes são sempre da ordem de um quarto daqueles observados no segundo. Durante a fase de partida, nos casos 1, 2, 3, 6 e 7, observam-se grandes oscilações nas curvas de h_c obtidas diretamente pelo método nodal, enquanto que nas curvas obtidas pelo balanço de energia estes parâmetros permanecem nulos e bastante estáveis.

As grandes oscilações observadas nas curvas obtidas diretamente pelo método nodal são explicadas pelos baixos valores de Z_c . Já a estabilidade obtida através do balanço de energia, pelos dois métodos, advém do fato de que na fase de partida ainda não há fluxo de calor radial no condensador, assim como a diferença de temperatura entre vapor e parede também é nula nesta região. Sendo assim, o valor de h_c é indeterminado, sendo mantido nulo pelo programa computacional, para evitar a indeterminação.

5.3.4 Comportamento de h

Estes dois parâmetros apresentam comportamentos bastante diferenciados, sendo afetados de forma distinta pelas várias condições de operação. Enquanto o parâmetro h_e mostra-se bastante sensível às condições de falha do tubo, o parâmetro h_c mostra-se mais sensível aos fenômenos ocorridos durante a fase de partida do tubo. Em regime permanente, os dois parâmetros revelam de forma clara os fenômenos que ocorrem nas regiões do condensador e evaporador.

5.3.4.1 Regime Permanente

O caso 1 corresponde ao único teste, entre os aqui apresentados, em que foi atingido o regime permanente, constituindo-se, portanto, no único caso que pode ter seus resultados comparados diretamente com os apresentados na literatura. No entanto, na maioria dos outros casos, as curvas de h_e e h_c tendem, na fase de operação transiente (período entre o final da fase de partida e início da secagem), a estabilizar-se em torno de valores muito próximos aos observados neste caso, fazendo com que as observações decorrentes destas comparações possam ser estendidas aos outros casos. Sendo assim, utilizaremos os resultados do caso 1 para comparação com resultados extraídos da literatura, como mostra a tabela a seguir:

Tab. 5.4 Comparação dos coeficientes de troca de calor radial obtidos para o Caso 1 em regime permanente com dados retirados da literatura.

FONTE	h_e (W. m ⁻² .K)	h_c (W. m ⁻² .K)
Caso 1	3000-3500	1800-2000
Chi	...	2116
Gebhart	3180	...
Sun et al.	3730	1060

O valor de h_c obtido através de Chi (1976) é calculado a partir do modelo puramente condutivo proposto por aquele autor. O Apêndice F apresenta os detalhes deste cálculo. A proximidade do valor estimado de h_c indica que na região do condensador, o efeitos convectivos podem ser realmente desconsiderados e o modelo puramente condutivo é suficientemente preciso.

O valor de h_e extraído de Gebhart (1961) é obtido através da equação empírica de Jakob para ebulição nucleada da água (veja Apêndice F). Pode-se portanto afirmar que praticamente em todos os casos apresentados ocorreu o fenômeno da ebulição nucleada na fase de operação transiente. Isso explica porque os valores de h_e são sempre superiores a h_c nestes períodos. Este fenômeno foi também detectado experimentalmente por Sun et al. (1975) para um tubo de cobre-água com estrutura capilar do tipo fibra de níquel sinterizada.

5.3.4.2 Partida

Como já foi comentado, na fase de partida, as regiões do evaporador e condensador ainda estão desacopladas térmicamente, o que significa que ainda não está havendo troca de calor na região do condensador e que h_c ainda não afeta o comportamento térmico do tubo. Dessa forma os coeficientes de sensibilidade Z_c ao longo de todo o tubo permanecem nulos, tornando nulos também os valores de h_c obtidos pelo balanço de energia, ou tornando altamente instáveis aqueles obtidos diretamente pelo método nodal. Na seção 5.3.3 discute-se mais detalhadamente este comportamento.

Já o coeficiente h_e apresenta oscilações um pouco mais acentuadas nos primeiros instantes e a partir daí evoluem de valores próximos àqueles obtidos pelo modelo puramente condutivo até valores próximos ao da ebulição nucleada.

5.3.4.3 Secagem por Ebulição

Nos casos em que houve secagem por ebulição (casos 7, 8 e 9), os períodos de elevação dos níveis de temperatura estão perfeitamente associados aos períodos de queda nos valores do coeficiente h_e e vice-versa, comprovando a correlação entre o fenômeno e este parâmetro. O fenômeno de oscilação do coeficiente de troca de calor radial é descrito por Chapman (1972) e Gebhart (1961) como sendo uma característica do regime de troca de calor por ebulição denominado *ebulição de filme instável* (“partial film boiling”). Este regime é a transição entre o regime de *ebulição nucleada* e o regime de *ebulição de filme estável*. Neste regime, as bolhas já atingiram um número suficientemente grande para começarem a se unir, formando temporariamente um filme de vapor entre a parede e o líquido, impedindo a mudança de fase nesta região e provocando a queda do valor de h_e . No entanto, a diferença de temperatura ainda não é suficiente para manter este filme de forma estável em contato com a parede. Num determinado instante o filme se rompe, permitindo que o líquido novamente faça contato com a parede, provocando uma queda brusca na temperatura e um novo aumento no valor de h_e . Este ciclo se repete até que a diferença de temperatura entre a parede e o vapor seja grande o suficiente para manter o filme de vapor estável, caracterizando a secagem definitiva da estrutura capilar.

Por conseguinte pode-se concluir que a falha por ebulição nos casos apresentados se deu na fase de *ebulição de filme instável* e não na fase de *ebulição nucleada*.

5.3.4.4 Secagem por Insuficiência Capilar

Durante a secagem por insuficiência capilar (casos 4, 5 e 6), a queda acentuada de h_e indica a redução da área de contato entre o líquido e a estrutura capilar, provocando a secagem do tubo ainda durante a ebulição nucleada.

Capítulo 6

CONCLUSÕES

Apresentou-se, aqui, um procedimento teórico-experimental para determinação do comportamento transiente dos coeficientes de troca de calor radial de um tubo de calor de cobre-água estriado axialmente. Os modelos utilizados mostraram-se eficazes, sendo que as temperaturas calculadas com o modelo unidimensional apresentaram valores mais próximos dos experimentais, quando comparadas às obtidas com o modelo tri-dimensional. A explicação para esta diferença de comportamento é que no modelo tri-dimensional assumiu-se que os sulcos estão completamente preenchidos, ou seja, $r_l = r_a$, enquanto que no modelo unidimensional essa hipótese não foi utilizada.

De uma forma geral, os resultados obtidos por ambos os métodos são bastante próximos e consistentes fisicamente, validando as hipóteses adotadas e demonstrando que a utilização das temperaturas experimentais do vapor como condição de contorno, viabiliza o uso de modelos bastante simplificados para cálculo da evolução da temperatura da parede do tubo de calor.

Verificou-se que o desempenho do algoritmo de estimação é fortemente dependente do coeficiente de sensibilidade; quanto maior seu valor, menor a oscilação de origem numérica e menor a incerteza dos coeficientes de troca de calor estimados. Os maiores valores dos coeficientes de sensibilidade ocorreram nos casos em que se utilizou alta potência e pequeno comprimento de evaporador. Na fase de partida, verificou-se ser impossível estimar o coeficiente h_c , uma vez que nesta fase de operação não há ainda troca de calor nesta região, o que reduz a praticamente zero os valores de Z_c .

Verificou-se que a troca de calor radial na região do condensador, nas fases de operação transiente, regime permanente e mesmo durante a secagem do evaporador, se deu predominantemente pelo mecanismo da condução, uma vez que os valores de h_c estimados são muito próximos daqueles obtidos pelo modelo puramente condutivo proposto por Chi (1976).

Na região do evaporador, observou-se que os mecanismos de troca de calor são mais complexos e dependem do nível de potência aplicado,

do comprimento do evaporador, inclinação do tubo e das condições a que este tubo foi submetido imediatamente antes do teste.

Partindo-se da temperatura ambiente, com o tubo isothermalizado e horizontal, utilizando níveis de potência relativamente elevados e pequenos comprimentos de evaporador, observou-se que a ocorrência da *ebulição nucleada* no interior da estrutura capilar melhora o desempenho do tubo de calor, na medida em que aumenta significativamente sua condutância radial, reduzindo a diferença de temperatura entre o condensador e o evaporador. Estes resultados estão em conformidade com aqueles obtidos por Sun et al. (1975) para o regime permanente, e mostram que este fenômeno começa a ocorrer já na fase de de operação transiente, para níveis de potência bem abaixo do limite de *ebulição*. Um aumento do nível de potência ou a inclinação adversa do tubo, provoca a secagem do evaporador por insuficiência capilar, causando a queda contínua de h_e .

Partindo-se de uma condição de operação em que o tubo apresente gradientes significativos de temperatura e acabe de passar pelo processo de preenchimento dos sulcos, observou-se que o processo de formação de bolhas tende a se desestabilizar, provocando o fenômeno da *ebulição de filme instável*, que provoca oscilações de amplitude e período crescentes no coeficiente de troca de calor radial, resultando na secagem do evaporador. Isso indica que, após uma falha, é necessário isothermalizar o tubo e resfriá-lo a uma temperatura próxima da ambiente, antes de retomar sua operação.

Conclui-se então que para se determinar a máxima potência que pode ser aplicada ao evaporador sem que o tubo de calor entre em colapso deve-se conhecer não só os limites de *ebulição* e capilar, como também suas condições iniciais de operação.

Capítulo 7

BIBLIOGRAFIA

Abhat, A., Groll, M. and Hage, M., "Bubble Formation in Arteries of Gas-Controlled Heat Pipes," AIAA Paper 75-655, May 1975.

Barantsevich, V.L. and Ovnichinnikov, B.N., "The Heat Transfer Characteristics Improvement of the Axial Grooved Heat Pipes," VIII International Heat Pipe Conference, Beijing, China, 1992.

Beck, J.V., et al., "Inverse Heat Conduction", John Wiley & Sons, USA, 1985.

Bejan, A., "Convection Heat Transfer", John Wiley & Sons, USA, 1984.

Bienert, W.B., and Skrabek, E.A., "Heat Pipe Design Handbook", Dynatherm Corp. Rept. to NASA, Contract No. NAS 9-11927, August 1972.

Brennan, P.J., Krolcizeck, E.J. and Jen, H., "Axially Grooved Heat Pipes: 1976," AIAA Paper 77-747, June, 1977.

Cardoso, H.P., et al, "Pacote de Análise Térmica - Manual do Usuário", INPE, 1990.

Cardoso, H.P., Colle, S., Moura, L.M., "Estimação de Coeficiente de Filme Variável e Descontínuo com Método Sequencial", IV Encit, 1992.

Chapman, A. J., "Heat Transfer", Macmillan Co., USA, 1972.

Chi, S.W., "Heat Pipe Theory and Practice", Hemisphere Publishing Corporation, Washington D.C., 1976.

Dunn, P. and Reay, D.A., "Heat Pipes", Pergamon Press Ltd., Oxford, 1976.

Edelstein, F., "Heat Pipe Manufacturing Study", Grumman Aerospace Corp. Rept. to NASA, Contract No. NAS 5-23156, August 1974.

El-Genk, M.S. and Huang, L., "Experimental Investigation of a Low Temperature Heat Pipe Response to Transient Heating," VIII International Heat Pipe Conference, Beijing, China, 1992.

Gebhart, B., "Heat Transfer", McGRAW-HILL Book Co., 1961.

Groll, M., "Design and Performance of Heat Pipes and Closed Two-Phase Thermosyphons: An Overview", XI COBEM, São Paulo, 1991.

Harwell, W., Kaufman, W.B., Tower, L.K., "Re-entrant Groove Heat Pipe", AIAA Paper 77-773, June, 1977.

Ivanovskii, V. P., et al, "The Physical Principles of Heat Pipes", Clarendon Press, Oxford, 1982.

Kuramae, M., "Heat Transfer Characteristics of Water Heat Pipe in Conjunction with Freezing or Melting of Working Fluid," VIII International Heat Pipe Conference, Beijing, China, 1992.

Meyer, R., Laux, U. and Schlitt, R., "Excess Liquid Formation in Orbit Test Results of Axially Grooved Heat Pipes," AIAA Paper 85-1011, June 1985.

Ochterbeck, J.M. and Peterson, G.P., "Experimental Investigation of Frozen Heat Pipe Startup in One-G and Micro-G Environments," VIII International Heat Pipe Conference, Beijing, China, 1992.

Ozisik, M.N., "Heat Conduction", John Wiley & Sons, USA, 1980.

Schlitt, K.R., et al., "Parametric Performance of Extruded Axial Heat Pipes from 100 to 300 K", AIAA Paper 74-724, July 1974.

Schlitt, R., "Performance Characteristics of Recently Developed High Performance Heat Pipes", VIII International Heat Pipe Conference, Beijing, China, 1992.

Schneider, C.A. e Gonçalves Jr., A.A., "Técnicas de Pesquisa Experimental", Apostila UFSC, 1992.

Sun, K.H. and Tien, C.L., "Simple Conduction Model for Theoretical Steady-State Heat Pipe Performance", AIAA Journal, vol. 10, August 1972.

Sun, K.H. and Tien, C.L., "Thermal Performance Characteristics of Heat Pipes", *Int. Journal Heat Mass Transfer*, vol. 18, 1975.

Yener, Y., Ozisik, M.N, "On the Solution of Unsteady Heat Conduction in Multi-Region Finite Media with Time Dependent Heat Transfer Coefficient", 5th. International Heat Transfer Conference, Tokyo, 1974.

APÊNDICE A

LIMITES OPERACIONAIS

Sendo o tubo de calor um dispositivo idealizado para conduzir calor operando através de um ciclo termodinâmico, deve-se esperar, ao contrário de um material condutor simples, que haja limites quanto a sua capacidade de transporte. A literatura aponta quatro fenômenos principais que podem determinar este limite: a pressão capilar máxima desenvolvida pela estrutura capilar (limite de bombeamento capilar), evaporação no interior desta estrutura (limite de ebulição), arrasto de gotas de líquido pelo vapor (limite de penetração), e ondas de choque devido a escoamento supersônico do vapor (limite sônico). Cada tubo será limitado por apenas um desses fenômenos, aquele que ocorrer para o menor valor de fluxo de calor transportado.

Para tubos de calor com paredes estriadas axialmente e operando com fluidos de trabalho para temperaturas próximas da ambiente, os limites de interesse são o de bombeamento capilar e o de ebulição. Os outros dois limites ocorrem normalmente para tubos de alta temperatura (metais líquidos).

A seguir, descreve-se cada um destes limites, e as condições em que eles ocorrem.

A.1 LIMITE DE BOMBEAMENTO CAPILAR

A máxima diferença de pressão que a combinação do fluido de trabalho e estrutura capilar é capaz de produzir entre o condensador e o evaporador é obtida considerando-se os raios de curvatura do menisco infinitos na extremidade do condensador e mínimos no evaporador (Bienert, 1972).

Quando em operação, as perdas de pressão, tanto na fase líquida quanto de vapor, devidas principalmente a forças viscosas, devem ser compensadas pela pressão capilar. Na medida em que se aumenta o fluxo de calor através do tubo, as velocidades de escoamento são aumentadas, aumentando as perdas de pressão. Assim, quando estas perdas atingirem o valor máximo da pressão capilar, a vazão de líquido não poderá mais ser aumentada, fazendo com que qualquer aumento adicional na taxa de calor

provoque uma diminuição na quantidade de líquido na região do evaporador e sua posterior secagem. Interrompida a circulação de líquido, a temperatura do evaporador sobe rapidamente, provocando o colapso do tubo de calor.

A.2 LIMITE DE EBULIÇÃO (BOILING)

Enquanto o limite de bombeamento capilar está associado ao calor transportado axialmente, o limite de ebulição está associado à intensidade do fluxo de calor radial no evaporador.

Para baixas intensidades de fluxo radial, a evaporação tende a ocorrer apenas na interface líquido-vapor. Ao aumentar-se esse fluxo, entretanto, surge uma forte tendência a ocorrer mudança de fase no interior da estrutura capilar, mais especificamente na interface entre estrutura capilar e parede. Esta mudança de fase tende a provocar bolhas, que por sua vez tendem a crescer, provocando a secagem da estrutura capilar, com o conseqüente aumento da temperatura do evaporador e colapso do tubo de calor.

A.3 LIMITE DE PENETRAÇÃO (ENTRAINMENT)

Como já foi visto, líquido e vapor escoam em sentidos opostos no interior de tubos de calor. Quando a velocidade do vapor atinge valores muito elevados, as forças de arrasto podem atingir valores suficientemente grandes para arrancar gotas de líquido do interior da estrutura capilar e arremessá-las contra o fundo do condensador. Este fenômeno provoca um aumento significativo na circulação de líquido, que termina por exceder a capacidade de bombeamento da estrutura capilar e posteriormente provocar a secagem do evaporador.

A.4 LIMITE SÔNICO

O escoamento do vapor no interior de um tubo com seção reta constante dá-se de forma similar a um gás no interior de um bocal

convergente-divergente. Essa similaridade advém da adição de massa na região do evaporador, acelerando o vapor, e a perda de massa ao longo do condensador, provocando sua desaceleração. Para tubos de alta temperatura, velocidades sônicas podem ser atingidas, fazendo com que surjam grandes gradientes de temperatura ao longo do tubo, sem que haja aumento no calor transportado, provocando seu colapso.

APÊNDICE B

DESCRIÇÃO DOS FENÔMENOS FÍSICOS NO INTERIOR DO TUBO DE CALOR

B.1 EVAPORAÇÃO

Ocorre principalmente na região de aplicação do fluxo de calor, podendo estender-se à região adiabática, em função da razão entre a condutância térmica da parede externa e o coeficiente de transferência de calor radial. No caso de não haver excesso de líquido, a evaporação ocorre predominantemente na interface líquido-vapor. Em certas condições de operação, entretanto, pode ocorrer a "ebulição" (boiling) no interior da estrutura capilar.

B.2 CONDENSAÇÃO

Ocorre principalmente na região de rejeição de calor, podendo estender-se à região adiabática, em função da razão entre a condutância térmica da parede externa e o coeficiente de transferência de calor radial. No caso de não haver excesso de líquido, a condensação ocorre tanto na interface líquido-vapor, como no topo das aletas que formam os sulcos.

B.3 ESCOAMENTO DE LÍQUIDO

O escoamento do líquido se dá do condensador para o evaporador, através dos sulcos da estrutura capilar. O gradiente de pressão necessário para o bombeamento do líquido no sentido oposto ao escoamento do vapor é gerado pela diferença de pressão desenvolvida na estrutura capilar. Este escoamento é normalmente laminar, sendo afetado pelas perdas viscosas devidas ao contato com as paredes dos sulcos, pelos efeitos do campo gravitacional, e pelas perdas devidas ao arrasto de líquido na interface líquido-vapor (Schlitt et al., 1974 e Brennan et al., 1977).

B.4 ESCOAMENTO DE VAPOR

O vapor escoar da região do evaporador para a do condensador através da região central do tubo de calor. O gradiente de pressão é provocado pela elevação da temperatura no evaporador. Devido aos baixos valores de densidade do vapor, sua velocidade de escoamento é normalmente elevada, sendo muito comum a ocorrência de escoamentos turbulentos.

B.5 CIZALHAMENTO LÍQUIDO-VAPOR

Os escoamentos em sentidos opostos do líquido na estrutura capilar e do vapor na região central do tubo fazem surgir na interface líquido-vapor uma tensão que tende a frear o líquido. Esta tensão provoca uma redução na vazão de líquido reduzindo a capacidade de transporte do tubo de calor. Este efeito será tanto menor quanto menor for a abertura dos sulcos. Este fenômeno pode provocar o "entrainment" que consiste no arrasto de gotas do líquido que são arremessadas contra a extremidade do condensador. Neste caso a capacidade de transporte cai drasticamente podendo provocar o colapso do tubo de calor.

B.6 FORMAÇÃO DE POÇAS (PUDLLING)

O "puddling" consiste na formação de uma lamina de líquido normalmente na região do condensador causada por excesso de líquido ou por inclinação adversa do tubo de calor num ambiente de gravidade 1G (Brennan et al., 1976). No caso da inclinação adversa, a lamina se forma pela drenagem dos sulcos da parte superior e pelo recuo do líquido contido nos sulcos da parte inferior.

A extensão desta lamina depende, além do grau de inclinação e/ou quantidade de líquido em excesso, da altura estática da estrutura capilar (H_c). A existência desta lamina provoca dois efeitos principais: redução da área útil de condensação com a conseqüente redução do valor de h_c , e o aumento da capacidade de transporte devido ao aumento da pressão hidrostática do líquido no condensador.

B.7 FORMAÇÃO DO PISTÃO LÍQUIDO (SLUG)

É um fenômeno similar ao da formação de poças, que ocorre em ambientes com ausência de gravidade (0G). Pode ser causado por uma sobrecarga de líquido, ou por uma drenagem acidental de parte da estrutura capilar (Meyer et al. 1975 e Brennan et al. 1977). Consiste no acúmulo de líquido na extremidade final do condensador, ocupando o volume central do tubo. Provoca uma redução no comprimento útil do condensador.

B.8 EBULIÇÃO (BOILING)

Este fenômeno ocorre na base dos sulcos da região do evaporador. Acontece para fluxos de calor radiais relativamente elevados, devido ao fato de o líquido estar sujeito a uma pressão menor que a do vapor (capilaridade) e a temperatura mais elevada ocorrer justamente na base do sulco, possibilitando o superaquecimento do líquido e a conseqüente formação de bolhas.

A ocorrência deste fenômeno depende da razão de aspecto (a) dos sulcos, do seu acabamento superficial, do fluido de trabalho utilizado, e naturalmente da intensidade do fluxo radial. Para muitas configurações usuais este fenômeno termina por não ocorrer, devido ao fato de o limite de bombeamento capilar ser inferior ao de ebulição.

B.9 FORMAÇÃO DE BOLHAS

Em tubos de condutância constante a formação de bolhas se dá principalmente devido à ebulição nucleada no evaporador (Abhat et al., 1975). A formação de bolhas por dessorção, mais comuns em tubos de condutância variável, pode ocorrer em algumas situações especiais.

A formação de bolhas por ebulição nucleada nas regiões em que houver líquido superaquecido se dará sempre que uma micro-protuberância ou micro-cavidade for capaz de gerar uma interface líquido-sólido com raio de curvatura maior que o raio mínimo necessário para formação da bolha. Essa bolha crescerá ou entrará em colapso em função das propriedades do fluido e da taxa de calor radial transportada através do evaporador.

O valor do raio mínimo necessário para a formação das bolhas ainda não é bem determinado. A literatura apresenta valores entre 10^{-5} e 10^{-3}

polegadas como mais prováveis. Essa incerteza dificulta enormemente o cálculo do limite de ebulição, fazendo com que em alguns casos não se saiba se vai ou não ocorrer ebulição no evaporador.

A presença de bolhas no interior dos sulcos provoca, inicialmente, um aumento na taxa efetiva de troca de calor no evaporador, com o aumento do coeficiente de película h_e , devido à evaporação de líquido junto à parede. Mas com o aumento do número de bolhas surgem pontos quentes que provocam a secagem do evaporador e o colapso do tubo de calor.

B.10 REPREENCHIMENTO DOS SULCOS

Após a secagem parcial ou total da estrutura capilar, é necessário retirar ou diminuir a carga térmica aplicada no evaporador por um certo período de tempo, de forma a permitir o reenchimento da estrutura capilar. No entanto, esta recuperação nem sempre é possível. A capacidade de reenchimento é expressa pelo fator de composição (S), e quanto menor a razão entre a abertura dos sulcos e a área de sua seção transversal, menor esta capacidade.

APÊNDICE C

OBTENÇÃO DAS AUTO-FUNÇÕES

São necessários dois conjuntos de auto-funções para solução deste problema. Um para a parede (subdomínios I e II) e outro para o líquido (subdomínio III). Estas funções são a solução de um problema auxiliar, mais simples que o problema a ser resolvido, mas que guarda alguma relação com ele. Deve ser concebido de forma a garantir que as funções sejam ortogonais em todo o domínio.

O método de obtenção das auto-funções aqui utilizado, está baseado no trabalho de Yener & Ozisik (1974). No entanto, observou-se que o problema auxiliar proposto por estes autores não é adequado para as condições de contorno ali apresentadas. Na verdade, aquela solução só é válida para problemas onde o coeficiente de película dependa apenas do tempo (não dependa da posição), ou quando aplicada a problemas unidimensionais. Para obtenção da solução adequada a este problema foram feitas algumas alterações no método proposto.

C.1 SUBDOMÍNIOS I E II

A equação diferencial do problema auxiliar para estes subdomínios é expressa por:

$$\frac{\partial^2 \phi_P}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial \phi_P}{\partial r} + \frac{\partial^2 \phi_P}{\partial z^2} + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 \phi_P}{\partial \theta^2} + \frac{\lambda_P}{\alpha_P} \phi_P = 0 \quad (\text{C.1.1})$$

Com as seguintes condições de contorno:

$$\frac{\partial \phi_P}{\partial z} = 0 \quad \text{em } z = 0 \text{ e } z = L; \quad (\text{C.1.2})$$

$$\frac{\partial \phi_p}{\partial r} = 0 \quad \text{em } r = r_a \text{ e } r = r_o; \quad (\text{C.1.3})$$

$$\frac{\partial \phi_p}{\partial \theta} = 0 \quad \text{em } \theta = 0 \text{ e } \theta = \theta_2; \quad (\text{C.1.4})$$

Este problema pode ser resolvido por separação de variáveis (Ozisk 1980), adotando-se a hipótese de que ϕ_p pode ser expresso pelo produto de três funções independentes:

$$\phi_p = R(r)Z(z)\Theta(\theta) \quad (\text{C.1.5})$$

Introduzindo-se (C.1.5) em (C.1.1) e dividindo-se a expressão resultante por ϕ_p obtém-se:

$$\frac{1}{R} \left(\frac{\partial^2 R}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial R}{\partial r} \right) + \frac{1}{r^2 \Theta} \frac{\partial^2 \Theta}{\partial \theta^2} + \frac{1}{z} \frac{\partial^2 Z}{\partial z^2} + \frac{\lambda_p}{\alpha_p} = 0 \quad (\text{C.1.6})$$

Para que esta equação seja satisfeita é necessário que cada um dos três termos, funções de r, θ, z , respectivamente, seja constante, ou seja:

$$\frac{1}{R} \left(\frac{\partial^2 R}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial R}{\partial r} \right) + \frac{1}{r^2 \Theta} \frac{\partial^2 \Theta}{\partial \theta^2} + \frac{\lambda_p}{\alpha_p} = -\frac{1}{z} \frac{\partial^2 Z}{\partial z^2} = \rho_k^2 \quad (\text{C.1.7})$$

Daí, obtém-se a equação em z :

$$\frac{1}{z} \frac{\partial^2 Z}{\partial z^2} = -\rho_k^2 \quad (\text{C.1.8})$$

Com as condições de contorno:

$$\frac{\partial Z}{\partial z} = 0 \quad \text{em } z = 0 \text{ e } z = L; \quad (\text{C.1.9})$$

Cuja solução é dada por:

$$Z = \cos(\rho_k z) \quad (\text{C.1.10})$$

Onde

$$\rho_k = \frac{k\pi}{L} \quad (k=0, 1, 2, \dots) \quad (\text{C.1.11})$$

Manipulando-se a Eq. (C.1.7), isolam-se os termos função de r , daqueles função de θ :

$$\begin{aligned} \frac{1}{R} \left(\frac{\partial^2 R}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial R}{\partial r} \right) + \frac{1}{r^2 \theta} \frac{\partial^2 \Theta}{\partial \theta^2} &= \rho_k^2 - \frac{\lambda_p}{\alpha_p} = -\mu_n^2 \\ \Rightarrow \frac{1}{R} \left(r^2 \frac{\partial^2 R}{\partial r^2} + r \frac{\partial R}{\partial r} \right) + \mu_n^2 r^2 &= -\frac{1}{\theta} \frac{\partial^2 \Theta}{\partial \theta^2} = v_j^2 \end{aligned} \quad (\text{C.1.12})$$

Daí vem que:

$$\frac{1}{\theta} \frac{\partial^2 \Theta}{\partial \theta^2} = -v_j^2 \quad (\text{C.1.13})$$

Cujas condições de contorno são dadas por:

$$\frac{\partial \Theta}{\partial \theta} = 0 \quad \text{em } \theta = 0 \text{ e } \theta = \theta_2; \quad (\text{C.1.14})$$

A solução desta equação é imediata,

$$\Theta = \cos(v_j \theta) \quad (\text{C.1.15})$$

Onde

$$v_j = \frac{j\pi}{\theta_2} \quad (j=0, 1, 2, \dots) \quad (\text{C.1.16})$$

A equação na direção r é obtida diretamente da Eq. (C.1.12):

$$\frac{\partial^2 R}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial R}{\partial r} + \left(\mu_n^2 - \frac{v_j^2}{r^2}\right) R = 0 \quad (\text{C.1.17})$$

Com as condições de contorno dadas por:

$$\frac{\partial R}{\partial r} = 0 \quad \text{em } r = r_o \text{ e } r = r_a; \quad (\text{C.1.18})$$

A Eq. (C.1.17) é uma equação de Bessel modificada e sua solução é dada por:

$$R_v(\mu_n r) = Y'_v(\mu_n r_o) J_v(\mu_n r) - J'_v(\mu_n r_o) Y_v(\mu_n r) \quad (\text{C.1.19})$$

Onde μ_n são os auto-valores associados a estas auto-funções, obtidos através da solução da seguinte equação transcendental:

$$J'_v(\mu_n r_a) Y'_v(\mu_n r_o) - J'_v(\mu_n r_o) Y'_v(\mu_n r_a) = 0 \quad (\text{C.1.20})$$

Da Eq. (C.1.12) pode-se obter ainda o valor de λ_p :

$$\lambda_p = \alpha_p (\rho_k^2 + \mu_n^2) \quad (\text{C.1.21})$$

C.2 SUBDOMÍNIO III

Para a região do líquido a equação do problema auxiliar é mais simples, já que é adotado um modelo bi-dimensional para este subdomínio. As equações a seguir descrevem este problema:

$$\frac{\partial^2 \phi_l}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial \phi_l}{\partial r} + \frac{\partial^2 \phi_l}{\partial z^2} + \frac{\lambda_l}{\alpha_l} \phi_l = 0 \quad (\text{C.2.1})$$

$$\frac{\partial \phi_l}{\partial z} = 0 \quad \text{em } z = 0 \text{ e } z = L; \quad (\text{C.2.2})$$

$$\frac{\partial \phi_l}{\partial r} = 0 \quad \text{em } r = r_i; \quad (\text{C.2.3})$$

$$\phi_l = 0 \quad \text{em } r = r_l; \quad (\text{C.2.4})$$

Na direção z as auto-funções assim como os auto-valores associados são exatamente iguais aos obtidos para a parede. Já na direção r a solução é obtida a partir da equação:

$$\frac{\partial^2 R}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial R}{\partial r} + \mu_n^2 R = 0 \quad (\text{C.2.5})$$

Com as seguintes condições de contorno:

$$\frac{\partial R}{\partial r} = 0 \quad \text{em } r = r_i; \quad (\text{C.2.6})$$

$$R = 0 \quad \text{em } r = r_l; \quad (\text{C.2.7})$$

A solução desta equação é expressa da seguinte forma:

$$R_0(\mu_{ln} r) = Y_0(\mu_{ln} r_l) J_0(\mu_{ln} r) - J_0(\mu_{ln} r_l) Y_0(\mu_{ln} r) \quad (\text{C.2.8})$$

onde os autovalores são as raízes da seguinte equação transcendental:

$$J_0(\mu_{ln} r_l) Y_0'(\mu_{ln} r_i) - J_0'(\mu_{ln} r_i) Y_0(\mu_{ln} r_l) = 0 \quad (\text{C.2.9})$$

APÊNDICE D

DETALHES DA OBTENÇÃO DAS TRANSFORMADAS INTEGRAIS

D.1 SUBDOMÍNIO I

A equação da energia em coordenadas cilíndricas para esse subdomínio é dada por:

$$\frac{1}{\alpha_p} \frac{\partial T_{p1}}{\partial t} = \frac{\partial^2 T_{p1}}{\partial z^2} + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 T_{p1}}{\partial \theta^2} + \frac{\partial^2 T_{p1}}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial T_{p1}}{\partial r} \quad (\text{D.1.1})$$

A condição inicial e as condições de contorno são expressas por:

$$T_{p1}(r, \theta, z, t = 0) = T_{p0}(r, \theta, z) \quad (\text{D.1.2})$$

$$\frac{\partial T_{p1}}{\partial z} = 0 \quad \text{em } z = 0 \text{ e } z = L; \quad (\text{D.1.3})$$

$$\frac{\partial T_{p1}}{\partial \theta} = 0 \quad \text{em } \theta = 0; \quad (\text{D.1.4})$$

$$\frac{1}{r} \frac{\partial T_{p1}}{\partial \theta} + \frac{1}{k_p} h_{al}^*(r, z, t) T_{p1} = f_{\theta}(r, z, t) \quad \text{em } \theta = \theta_1; \quad (\text{D.1.5})$$

$$\frac{\partial T_{p1}}{\partial r} = 0 \quad \text{em } r = r_a; \quad (\text{D.1.6})$$

$$\frac{\partial T_{P1}}{\partial r} + \frac{h_0^*(z)}{k_p} T_{P1} = f_0(z, t) \quad \text{em } r = r_o; \quad (\text{D.1.7})$$

Onde,

$$h_0^*(z) = \begin{cases} 0 & 0 \leq z < L_a \\ h_0 & L_a \leq z \leq L \end{cases} \quad (\text{D.1.7a})$$

$$h_{al}(r, z, t) = \begin{cases} 0 & r_i \leq r \leq r_o \\ h_{al}(z, t) & r_a \leq r < r_i \end{cases} \quad (\text{D.1.7b})$$

$$f_0(z, t) = \begin{cases} \frac{q_0}{k_p} & 0 \leq z < L_e \\ 0 & L_e \leq z < L_a \\ \frac{h_0 T_\infty}{k_p} & L_a \leq z \leq L \end{cases} \quad (\text{D.1.7c})$$

$$f_\theta(r, z, t) = \begin{cases} \frac{h_{al} T_l}{k_p} & r_a \leq r < r_i \\ \frac{1}{r} \frac{\partial T_{P2}}{\partial \theta} \Big|_{\theta_1} & r_i < r \leq r_o \end{cases} \quad (\text{D.1.7d})$$

A transformada integral da temperatura é obtida integrando-se a Eq. D.1.1 em cada uma das coordenadas espaciais (r, θ, z) ponderadas pelas auto-funções obtidas no Apêndice C. Por conveniência, inicia-se pela coordenada θ , multiplicando-se esta equação por $\cos(v_j \theta)$ e integrando-se de 0 a θ_1 . A equação obtida é mostrada a seguir:

$$\frac{1}{\alpha_p} \frac{\partial \bar{T}_{Pl(j)}}{\partial t} = \frac{\partial^2 \bar{T}_{Pl(j)}}{\partial z^2} + \frac{1}{r^2} \int_0^{\theta_1} \frac{\partial^2 T_{Pl}}{\partial \theta^2} \cos(v_j \theta) d\theta$$

$$+ \frac{\partial^2 \bar{T}_{Pl(j)}}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial \bar{T}_{Pl(j)}}{\partial r}$$

(D.1.8)

onde,

$$\bar{T}_{Pl(j)}(r, z, t) = \int_0^{\theta_1} T_{Pl}(r, \theta, z, t) \cos(v_j \theta) d\theta \quad (D.1.9)$$

A integral indicada na Eq. (D.1.8) é resolvida por partes, em duas etapas;

$$\int_0^{\theta_1} \frac{\partial^2 T_{Pl}}{\partial \theta^2} \cos(v_j \theta) d\theta = \frac{\partial T_{Pl}}{\partial \theta} \cos(v_j \theta) \Big|_0^{\theta_1} + v_j \int_0^{\theta_1} v_j \frac{\partial T_{Pl}}{\partial \theta} \text{sen}(v_j \theta) d\theta$$

$$= \frac{\partial T_{Pl}}{\partial \theta} \cos(v_j \theta) \Big|_0^{\theta_1} + v_j \left[T_{Pl} \text{sen}(v_j \theta) \Big|_0^{\theta_1} - v_j \int_0^{\theta_1} T_{Pl} \cos(v_j \theta) d\theta \right]$$

(D.1.9a)

Substituindo-se os valores das derivadas nos contornos, dados pelas equações (D.1.4) e (D.1.5), e utilizando-se da Equação (D.1.9), obtém-se:

$$\int_0^{\theta_1} \frac{\partial^2 T_{Pl}}{\partial \theta^2} \cos(v_j \theta) d\theta = -v_j^2 \bar{T}_{Pl(j)} + \left[\cos(v_j \theta_1) \frac{\partial T_{Pl}}{\partial \theta} \Big|_{\theta_1} + T_{Pl} \Big|_{\theta_1} v_j \text{sen}(v_j \theta_1) \right]$$

$$+ \left[\cos(v_j 0) \frac{\partial T_{Pl}}{\partial \theta} \Big|_0 + T_{Pl} v_j \text{sen}(v_j 0) \right]$$

$$= -v_j^2 \bar{T}_{Pl(j)} + r \cos(v_j \theta_1) \left[f_\theta - \frac{h_{al}^*}{k_p} T_{Pl} \Big|_{\theta_1} \right] + T_{Pl} v_j \text{sen}(v_j \theta_1)$$

(D.1.10)

Substituindo-se a Eq. (D.1.10) em (D.1.8) obtém-se:

$$\begin{aligned} \frac{1}{\alpha_p} \frac{\partial \bar{T}_{Pl(j)}}{\partial t} &= \frac{\partial^2 \bar{T}_{Pl(j)}}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial \bar{T}_{Pl(j)}}{\partial r} + \frac{\partial^2 \bar{T}_{Pl(j)}}{\partial z^2} - \frac{v_j^2}{r^2} \bar{T}_{Pl(j)} \\ &+ \frac{v_j}{r^2} T_{Pl} \Big|_{\theta_1} \text{sen}(v_j \theta_1) + \frac{1}{r} \cos(v_j \theta_1) \left[f_\theta - \frac{h_{al}^* T_{Pl} \Big|_{\theta_1}}{k_p} \right] \end{aligned} \quad (\text{D.1.11})$$

As condições de contorno transformadas assumem a seguinte forma:

$$\bar{T}_{Pl(j)}(r, z, t = 0) = \bar{T}_{P0(j)}(r, z) \quad (\text{D.1.12})$$

$$\frac{\partial \bar{T}_{Pl(j)}}{\partial z} = 0 \quad \text{em } z = 0 \text{ e } z = L; \quad (\text{D.1.13})$$

$$\frac{\partial \bar{T}_{Pl(j)}}{\partial r} = 0 \quad \text{em } r = r_a; \quad (\text{D.1.14})$$

$$\frac{\partial \bar{T}_{Pl(j)}}{\partial r} + \frac{h_0^*(z)}{k_p} \bar{T}_{Pl(j)} = f_0(z, t) \int_0^{\theta_1} \cos(v \theta) d\theta \quad \text{em } r = r_o; \quad (\text{D.1.15})$$

A transformada em r é obtida multiplicando-se a Eq. (D.1.11) por $r R_\nu(\mu_n r)$ e integrando-se de r_a a r_o como mostra a equação a seguir:

$$\begin{aligned}
\frac{1}{\alpha_P} \frac{\partial \tilde{T}_{Pl(jn)}}{\partial t} &= \int_{r_a}^{r_o} r \left[\frac{\partial^2 \bar{T}_{Pl(j)}}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial \bar{T}_{Pl(j)}}{\partial r} - \frac{v_j^2}{r^2} \bar{T}_{Pl(j)} \right] R_v(\mu_n r) dr \\
&+ \frac{\partial^2 \tilde{T}_{Pl(jn)}}{\partial z^2} + \tilde{f}_{\theta(n)}^* \cos(v_j \theta_l) - \cos(v_j \theta_l) \int_{r_a}^{r_o} \frac{h_{al}^*}{k_p} T_{Pl} \Big|_{\theta_l} R_v(\mu_n r) dr \\
&+ v_j \operatorname{sen}(v_j \theta_l) \int_{r_a}^{r_o} T_{Pl} \Big|_{\theta_l} R_v(\mu_n r) \frac{dr}{r}
\end{aligned} \tag{D.1.16}$$

Onde,

$$\tilde{T}_{Pl(jn)}(z, t) = \int_{r_a}^{r_o} r \bar{T}_{Pl(j)}(r, z, t) R_v(\mu_n r) dr \tag{D.1.16a}$$

e

$$f_{\theta}^* = \frac{f_{\theta}}{r} \tag{D.1.16b}$$

A integral indicada no primeiro termo do lado direito da equação (D.1.16), é resolvida por partes, utilizando-se um artifício proposto por Ozisik (1980). Inicialmente, integra-se por partes este termo, obtendo-se:

$$\begin{aligned}
\int_{r_a}^{r_o} r \left[\frac{\partial^2 \bar{T}_{Pl(j)}}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial \bar{T}_{Pl(j)}}{\partial r} - \frac{v_j^2}{r^2} \bar{T}_{Pl(j)} \right] R_v(\mu_n r) dr = \\
r R_v \frac{\partial \bar{T}_{Pl(j)}}{\partial r} \Big|_{r_a}^{r_o} - \int_{r_a}^{r_o} r R_v \frac{\partial \bar{T}_{Pl(j)}}{\partial r} dr - \int_{r_a}^{r_o} \frac{v_j^2}{r} R_v \bar{T}_{Pl(j)} dr
\end{aligned} \tag{D.1.17}$$

O último termo da Eq. (D.1.17) é novamente integrado gerando a seguinte equação:

$$\begin{aligned}
& \int_{r_i}^{r_o} r \left[\frac{\partial^2 \bar{T}_{Pl(j)}}{\partial r^2} + \frac{\partial \bar{T}_{Pl(j)}}{r \cdot \partial r} - \frac{v_j^2}{r^2} \bar{T}_{Pl(j)} \right] R_v(\mu_n r) dr = \\
& \quad r R_v \frac{\partial \bar{T}_{Pl(j)}}{\partial r} \Big|_{r_i}^{r_o} - r \bar{T}_{Pl(j)} \frac{\partial R_v}{\partial r} \Big|_{r_i}^{r_o} \\
& \quad + \int_{r_i}^{r_o} r \left[\frac{\partial^2 R_v}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial R_v}{\partial r} - \frac{v_j^2}{r^2} R_v \right] \bar{T}_{Pl(j)} dr
\end{aligned}$$

(D.1.17a)

O termo entre colchetes da última integral indicada na Eq. (D.1.17a) nada mais é que uma parte da equação de Bessel modificada (veja Eq. C.1.17) e pode portanto ser substituído, como mostra a equação a seguir:

$$\frac{\partial^2 R_v}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \cdot \frac{\partial R_v}{\partial r} - \frac{v_j^2}{r^2} \cdot R_v = -\mu_n^2 \cdot R_v \quad (D.1.17b)$$

Introduzindo-se a Equação (D.1.17b) em (D.1.17a), obtém-se:

$$\begin{aligned}
& \int_{r_i}^{r_o} r \cdot \left[\frac{\partial^2 \bar{T}_{Pl(j)}}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \cdot \frac{\partial \bar{T}_{Pl(j)}}{\partial r} - \frac{v_j^2}{r^2} \cdot \bar{T}_{Pl(j)} \right] \cdot R_v(\mu_n \cdot r) \cdot dr = \\
& -\mu_n^2 \cdot \bar{\tilde{T}}_{Pl(jn)} + r \cdot R_v \cdot \frac{\partial \bar{T}_{Pl(j)}}{\partial r} \Big|_{r_i}^{r_o} - r \cdot \bar{T}_{Pl(j)} \cdot \frac{\partial R_v}{\partial r} \Big|_{r_i}^{r_o}
\end{aligned} \quad (D.1.18)$$

Inserindo-se a Eq. (D.1.18) em (D.1.16) e substituindo-se os valores de contorno definidos pelas Eqs. (D.1.14), (D.1.15) e (C.1.18) obtém-se:

$$\begin{aligned}
\frac{1}{\alpha_P} \frac{\partial \tilde{T}_{Pl(jn)}}{\partial t} &= \frac{\partial^2 \tilde{T}_{Pl(jn)}}{\partial z^2} - \mu_n^2 \tilde{T}_{Pl(jn)} - r_o R_v(\mu_n r_o) \frac{h_0^*}{k_p} \bar{T}_{Pl(j)} \Big|_{r_o} \\
&+ r_o R_v(\mu_n r_o) f_0 \int_0^{\theta_1} \cos(v_j \theta) d\theta + \cos(v_j \theta_1) \tilde{f}_{\theta(n)}^* \\
&- \cos(v_j \theta_1) \int_{r_s}^{r_o} \frac{h_{al}^*}{k_p} T_{Pl} \Big|_{\theta_1} R_v(\mu_n r) dr + v_j \operatorname{sen}(v_j \theta_1) \int_{r_s}^{r_o} T_{Pl} \Big|_{\theta_1} R_v(\mu_n r) \frac{dr}{r}
\end{aligned} \tag{D.1.19}$$

A condição inicial e as condições de contorno passam a ser expressas da seguinte forma:

$$\tilde{T}_{Pl(jn)}(z, t = 0) = \tilde{T}_{PO(jn)}(z) \tag{D.1.20}$$

$$\frac{\partial \tilde{T}_{Pl(jn)}}{\partial z} = 0 \quad \text{em } z = 0 \text{ e } z = L; \tag{D.1.21}$$

Finalmente, a transformada em "z" é obtida, multiplicando-se a Eq. (D.1.19) por $\cos(\rho_k z)$ e integrando-se seus termos de 0 a L. O resultado é mostrado a seguir:

$$\begin{aligned}
\frac{1}{\alpha_P} \frac{\partial \hat{\tilde{T}}_{Pl(jnk)}}{\partial t} + \mu_n^2 \hat{\tilde{T}}_{Pl(jnk)} &= \int_0^L \frac{\partial^2 \tilde{T}_{Pl(jn)}}{\partial z^2} \cos(\rho_k z) dz \\
&- r_o R_v(\mu_n r_o) \int_0^L \frac{h_0^*}{k_p} \bar{T}_{Pl(j)} \Big|_{r_o} \cos(\rho_k z) dz \\
&+ r_o R_v(\mu_n r_o) \hat{f}_{0(k)}(t) \int_0^{\theta_1} \cos(v_j \theta) d\theta + \cos(v_j \theta_1) \hat{f}_{\theta(nk)}^* \\
&- \cos(v_j \theta_1) \int_{r_s}^{r_o} \int_0^L \frac{h_{al}^*}{k_p} T_{Pl} \Big|_{\theta_1} R_v(\mu_n r) \cos(\rho_k z) dr dz \\
&+ v_j \operatorname{sen}(v_j \theta_1) \int_{r_s}^{r_o} \frac{R_v(\mu_n r)}{r} \int_0^L T_{Pl} \Big|_{\theta_1} \cos(\rho_k z) dz dr
\end{aligned} \tag{D.1.22}$$

Onde,

$$\hat{\tilde{T}}_{Pl(jnk)}(t) = \int_0^L \tilde{\tilde{T}}_{Pl(jn)}(z,t) \cos(\rho_k z) dz \quad (D.1.23)$$

A integral indicada no primeiro termo da Eq. (D.1.22) é resolvida por partes, reduzindo-se a:

$$\begin{aligned} \int_0^L \frac{\partial^2 \tilde{\tilde{T}}_{Pl(jn)}}{\partial z^2} \cos(\rho_k z) dz = & -\rho_k^2 \hat{\tilde{T}}_{Pl(jnk)} \\ & + \left[\cos(\rho_k L) \frac{\partial \tilde{\tilde{T}}_{Pl(jn)}}{\partial \theta} \Big|_L + \tilde{\tilde{T}}_{Pl(jn)} \nu_j \text{sen}(\rho_k L) \right] \\ & + \left[\cos(\rho_k 0) \frac{\partial \tilde{\tilde{T}}_{Pl(jn)}}{\partial \theta} \Big|_0 + \tilde{\tilde{T}}_{Pl(jn)} \rho_k \text{sen}(\rho_k 0) \right] \end{aligned} \quad (D.1.23a)$$

Introduzindo-se os valores de contorno expressos pela Eq. (D.1.21) em (D.1.23a), obtém-se:

$$\int_0^L \frac{\partial^2 \tilde{\tilde{T}}_{Pl(jn)}}{\partial z^2} \cos(\rho_k z) dz = -\rho_k^2 \hat{\tilde{T}}_{Pl(jnk)} \quad (D.1.24)$$

Inserindo-se (D.1.24) em (D.1.22) obtém-se finalmente:

$$\begin{aligned}
\frac{1}{\alpha_P} \frac{\partial \hat{\hat{T}}_{P1(jnk)}}{\partial t} + (\rho_k^2 + \mu_n^2) \hat{\hat{T}}_{P1(jnk)} &= -r_o R_v(\mu_n r_o) \int_0^L \frac{h_0^*}{k_p} \bar{T}_{P1(j)} \Big|_{r_o} \cos(\rho_k z) dz \\
&+ r_o R_v(\mu_n r_o) \tilde{f}_{0(n)}(t) \int_0^{\theta_1} \cos(v_j \theta) d\theta + \cos(v_j \theta_1) \tilde{f}_{\theta(nk)}^* \\
&- \cos(v_j \theta_1) \int_{r_a}^{r_o} \int_{k_p}^{h_{al}^*} T_{P1} \Big|_{\theta_1} R_v(\mu_n r) \cos(\rho_k z) dr dz \\
&+ v_j \operatorname{sen}(v_j \theta_1) \int_{r_a}^{r_o} \frac{R_v(\mu_n r)}{r} \int_0^L T_{P1} \Big|_{\theta_1} \cos(\rho_k z) dz dr
\end{aligned} \tag{D.1.25}$$

E a condição inicial é dada por:

$$\hat{\hat{T}}_{P1(jnk)}(t=0) = \hat{\hat{T}}_{P0(jnk)} \tag{D.1.26}$$

D.2 SUBDOMÍNIO II

A equação da energia e as condições de contorno para o subdomínio II são expressas por:

$$\frac{1}{\alpha_{P2}} \frac{\partial T_{P2}}{\partial t} = \frac{\partial^2 T_{P2}}{\partial z^2} + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 T_{P2}}{\partial \theta^2} + \frac{\partial^2 T_{P2}}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial T_{P2}}{\partial r} \tag{D.2.1}$$

A condição inicial é expressa genericamente por:

$$T_{P2}(r, \theta, z, t=0) = T_{P0}(r, \theta, z) \tag{D.2.2}$$

$$T_{P2} = T_{P1} \quad \text{em } \theta = \theta_1; \tag{D.2.3}$$

$$\frac{\partial T_{P2}}{\partial \theta} = \theta \quad \text{em } \theta = \theta_2; \quad (\text{D.2.4})$$

$$\frac{\partial T_{P2}}{\partial r} + \frac{h_{pl}(z,t)}{k_p} [T_{P2} - T_l(r_i, z, t)] = 0 \quad \text{em } r = r_i; \quad (\text{D.2.5})$$

$$\frac{\partial T_{P2}}{\partial r} + \frac{h_0^*(z)}{k_p} T_{P2} = f_0(z, t) \quad \text{em } r = r_o; \quad (\text{D.2.6})$$

$$\frac{\partial T_{P2}}{\partial z} = 0 \quad \text{em } z = 0 \text{ e } z = L; \quad (\text{D.2.7})$$

Como a equação da energia é exatamente igual à do subdomínio I, e as condições de contorno são do mesmo tipo, adota-se aqui o mesmo procedimento utilizado anteriormente na dedução da equação transformada. Dessa forma obtém-se:

$$\begin{aligned} & \frac{1}{\alpha_p} \frac{\partial \hat{T}_{P2(jnk)}}{\partial t} + (\rho_k^2 + \mu_n^2) \hat{T}_{P2(jnk)} = -r_o R_v(\mu_n r_o) \int_0^L \frac{h_0^*}{k_p} \bar{T}_{P2(j)} \Big|_{r_o} \cos(\rho_k z) dz \\ & - r_i R_v(\mu_n r_i) \int_0^L \frac{h_{pl}}{k_p} \bar{T}_{P2(j)} \Big|_{r_i} \cos(\rho_k z) dz + r_i \frac{\partial R_v}{\partial r} \Big|_{r_i} \int_0^L \bar{T}_{P2(j)} \Big|_{r_i} \cos(\rho_k z) dz \\ & - \cos(v_j \theta_l) \int_0^{r_o} \int_{\theta_1} \frac{\partial T_{P2}}{\partial \theta} \Big|_{\theta_1} R_v(\mu_n r) \frac{dr}{r} \cos(\rho_k z) dz \\ & - v_j \text{sen}(v_j \theta_l) \int_{r_s}^{r_o} \frac{R_v(\mu_n r)}{r} \int_0^L T_{P2} \Big|_{\theta_1} \cos(\rho_k z) dz dr \\ & + r_o R_v(\mu_n r_o) \int_{\theta_1}^{\theta_2} \cos(v \theta) d\theta \hat{f}_{0(k)}(t) \\ & + r_i R_v(\mu_n r_i) \int_{\theta_1}^{\theta_2} \cos(v \theta) d\theta \int_0^L \frac{h_{pl}}{k_p} T_l \Big|_{r_i} \cos(\rho_k z) dz \end{aligned} \quad (\text{D.2.8})$$

E a condição inicial é dada por:

$$\hat{\hat{T}}_{P2(jnk)}(t=0) = \hat{\hat{T}}_{P0(jnk)} \quad (D.2.9)$$

D.3 COMBINAÇÃO DOS SUBDOMÍNIOS I E II

Obtidas as transformadas das equações associadas aos subdomínios I e II, pode-se agora acoplar as duas equações, gerando uma única equação para a parede do tubo.

De acordo com Ozisik (1980), para a composição de dois subdomínios de mesmo material, vale a relação:

$$\hat{\hat{T}}_{P(jnk)} = \hat{\hat{T}}_{P1(jnk)} + \hat{\hat{T}}_{P2(jnk)} \quad (D.3.1)$$

Introduzindo-se as Eqs. (D.1.25) e (D.2.8) em (D.3.1) e observando-se que,

$$\begin{aligned} \hat{\hat{f}}_{\theta(nk)}^* = & \int_0^{L_r} \int_{r_i} \frac{h_{al}}{k_p} T_l|_{\theta_1} R_v(\mu_n r) \cos(\rho_k z) dr dz \\ & + \int_0^{L_r} \int_{r_i} \frac{\partial T_{P1}}{\partial \theta} \Big|_{\theta_1} \frac{R_v(\mu_n r) \cos(\rho_k z)}{r} dr dz \end{aligned} \quad (D.3.2)$$

obtem-se:

$$\begin{aligned}
& \frac{1}{\alpha_p} \frac{\partial \hat{\bar{T}}_{P(jnk)}}{\partial t} + (\rho_k^2 + \mu_n^2) \hat{\bar{T}}_{P(jnk)} = -r_o R_v(\mu_n r_o) \int_0^L \frac{h_0^*}{k_p} \cdot \bar{T}_{P(j)} \Big|_{r_o} \cos(\rho_k z) dz \\
& + r_o R_v(\mu_n r_o) \theta_2 \hat{f}_{0(k)}(t) \delta_{v,0} + \cos(v_j \theta_l) \int_0^{r_o} \int_0^L \frac{h_{al}}{k_p} T_l R_v(\mu_n r) \cos(\rho_k z) dr dz \\
& - \cos(v_j \theta_l) \int_0^{r_o} \int_0^L \frac{h_{al}}{k_p} T_{pl} \Big|_{\theta_l} R_v(\mu_n r) \cos(\rho_k z) dr dz \\
& + r_i R_v(\mu_n r_i) \int_{\theta_1}^{\theta_2} \cos(v_j \theta) d\theta \int_0^L \frac{h_{pl}}{k_p} T_l \Big|_{r_i} \cos(\rho_k z) dz \\
& - r_i R_v(\mu_n r_i) \int_0^L \frac{h_{pl}}{k_p} \bar{T}_{P2(j)} \Big|_{r_i} \cos(\rho_k z) dz + r_i \frac{\partial R_v}{\partial r} \Big|_{r_i} \int_0^L \bar{T}_{P2(j)} \Big|_{r_i} \cos(\rho_k z) dz \\
& + v_j \operatorname{sen}(v_j \theta_l) \int_{r_a}^{r_o} \frac{R_v(\mu_n r)}{r} \int_0^L T_{pl} \Big|_{\theta_l} \cos(\rho_k z) dz dr
\end{aligned} \tag{D.3.3}$$

O lado direito da Equação (D.3.3) apresenta termos em função das temperaturas, ou de suas transformadas parciais, inviabilizando a solução do sistema de equações já que estas funções não são conhecidas. Para contornar esta dificuldade utiliza-se o artifício de substituir as transformadas parciais $\bar{T}_{P(j)}$ e $\bar{T}_{P2(j)}$ por suas definições na forma integral, ou seja:

$$\bar{T}_{P(j)} = \int_0^{\theta_2} T_p \cos(v_j \theta) d\theta \tag{D.3.4}$$

$$\bar{T}_{P2(j)} = \int_{\theta_1}^{\theta_2} T_{P2} \cos(v_j \theta) d\theta \tag{D.3.5}$$

E as funções distribuição de temperatura são substituídas por suas transformadas inversas:

$$T_p = T_{P1} = T_{P2} = \sum_{i=1}^{\infty} \sum_{m=1}^{\infty} \sum_{u=1}^{\infty} \hat{\bar{T}}_{p(imu)} \frac{R_v(\mu_m r) \cos(\rho_u z) \cos(v_i \theta)}{N_{\mu(m)} N_{v(i)} N_{\rho(u)}} \tag{D.3.6}$$

$$T_l = \sum_{m=1}^{\infty} \sum_{u=1}^{\infty} \hat{T}_{l(mu)} \frac{R_0(\mu_{lm} r) \cos(\rho_u z)}{N_{\mu(m)} N_{\rho(u)}} \quad (\text{D.3.7})$$

onde $N_{\mu(m)}$, $N_{\nu(i)}$, $N_{\rho(u)}$ são as normas associadas à transformada inversa, definidas da seguinte forma:

$$\begin{aligned} N_{\mu(m)} &= \int_{r_e}^{r_o} r R_v^2(\mu_m r) dr \\ N_{\nu(j)} &= \int_0^{\theta_2} \cos^2(\nu_j \theta) d\theta \\ N_{\rho(u)} &= \int_0^L \cos^2(\rho_u z) dz \end{aligned} \quad (\text{D.3.8})$$

Substituindo-se as Equações (D.3.4) a (D.3.7) em (D.3.3) obtém-se finalmente:

$$\begin{aligned} \frac{1}{\alpha_p} \frac{\partial \hat{T}_{P(jnk)}}{\partial t} + (\rho_k^2 + \mu_n^2) \hat{T}_{P(jnk)} = \\ -r_o R_v(\mu_n r_o) \sum_{m=1}^{\infty} \sum_{u=1}^{\infty} \hat{T}_{P(jmu)} \frac{R_v(\mu_m r_o)}{N_{\mu(m)}} \int_0^L \frac{h_0^*(z) \cos(\rho_k z) \cos(\rho_u z)}{k_p N_{\rho(u)}} dz \\ + r_o R_v(\mu_n r_o) \delta_{\nu(j)0} \hat{f}_{0(k)}(t) \\ + \cos(\nu_j \theta_l) \sum_{m=1}^{\infty} \sum_{u=1}^{\infty} \hat{T}_{l_{mu}} \int_{r_e}^{r_o} \frac{R_v(\mu_n r) R_0(\mu_{bn} r)}{N_{\mu(m)}} dr \int_0^L \frac{h_{al} \cos(\rho_u z) \cos(\rho_k z)}{k_p N_{\rho(u)}} dz \\ + \cos(\nu_j \theta_l) \sum_{i=1}^{\infty} \sum_{m=1}^{\infty} \sum_{u=1}^{\infty} \hat{T}_{P(imu)} \frac{\cos(\nu_i \theta_l)}{N_{\nu(i)}} \\ \int_{r_e}^{r_o} \frac{R_v(\mu_n r) R_v(\mu_m r)}{N_{\mu(m)}} dr \int_0^L \frac{h_{al} \cos(\rho_u z) \cos(\rho_k z)}{k_p N_{\rho(u)}} dz \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& + r_i R_v(\mu_n r_i) \int_{\theta_1}^{\theta_2} \cos(v_j \theta) d\theta \sum_{m=1}^{\infty} \sum_{u=1}^{\infty} \hat{T}_{l(mu)} \frac{R_0(\mu_{lm} r_i)}{N_{\mu l(m)}} \\
& \qquad \qquad \qquad \int_0^L \frac{h_{pl} \cos(\rho_k z) \cos(\rho_u z)}{k_p N_{\rho(u)}} dz \\
& - r_i R_v(\mu_n r_i) \sum_{i=1}^{\infty} \sum_{m=1}^{\infty} \sum_{u=1}^{\infty} \hat{T}_{P(imu)} \frac{R_v(\mu_m r_i)}{N_{\mu(m)}} \\
& \qquad \qquad \qquad \int_{\theta_1}^{\theta_2} \frac{\cos(v_i \theta) \cos(v_j \theta)}{N_{v(i)}} d\theta \int_0^L \frac{h_{pl} \cos(\rho_k z) \cos(\rho_u z)}{k_p N_{\rho(u)}} dz \\
& + r_i R_v(\mu_n r_i) \sum_{i=1}^{\infty} \sum_{m=1}^{\infty} \hat{T}_{P(imk)} \frac{R_v(\mu_m r_i)}{N_{\mu(m)}} \int_{\theta_1}^{\theta_2} \frac{\cos(v_i \theta) \cos(v_j \theta)}{N_{v(i)}} d\theta \\
& + v_j \operatorname{sen}(v_j \theta_l) \sum_{i=1}^{\infty} \sum_{m=1}^{\infty} \hat{T}_{P(imk)} \frac{\cos(v_i \theta_l)}{N_{v(i)}} \int_{r_i}^{r_s} \frac{R_v(\mu_n r) R_v(\mu_m r)}{N_{\mu(m)}} \frac{dr}{r}
\end{aligned} \tag{D.3.9}$$

E a condição inicial é dada por:

$$\hat{T}_{P(jnk)}(t=0) = \hat{T}_{P0(jnk)} \tag{D.3.10}$$

Para o subdomínio III, cujas equações são bem mais simples, o procedimento é similar.

APÊNDICE E

DISCUSSÃO DA SOLUÇÃO DO PROBLEMA AUXILIAR APRESENTADO EM YENER et al. (1974)

No trabalho supra-citado, os autores apresentam uma solução por transformada integral, para o problema de difusão de calor em multi-domínios finitos, em regime transiente, para condições de contorno do tipo convectivo, com coeficientes dependentes do tempo e espaço.

Ao aplicar este método ao problema da tese, observou-se que aquela solução só é válida para coeficientes dependentes apenas do tempo, ou problemas unidimensionais.

A seguir, apresentamos a solução para um problema simplificado, utilizando o método proposto pelos autores, de forma a explicitar suas limitações.

Consideremos um domínio com as mesmas características geométricas do subdomínio I (Fig. 2.3), mas com condições de contorno mais simples, descritas pelas equações a seguir:

$$\frac{1}{\alpha_P} \frac{\partial T_{P1}}{\partial t} = \frac{\partial^2 T_{P1}}{\partial z^2} + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 T_{P1}}{\partial \theta^2} + \frac{\partial^2 T_{P1}}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial T_{P1}}{\partial r} \quad (\text{E.1})$$

$$T_{P1}(r, \theta, z, t = 0) = T_{P0}(r, \theta, z) \quad (\text{E.2})$$

$$\frac{\partial T_{P1}}{\partial z} = 0 \quad \text{em } z = 0 \text{ e } z = L; \quad (\text{E.3})$$

$$\frac{\partial T_{P1}}{\partial \theta} = 0 \quad \text{em } \theta = \theta_0 \text{ e } \theta = \theta_1; \quad (\text{E.4})$$

$$\frac{\partial T_{p1}}{\partial r} + \frac{h_0^*(z)}{k_p} T_{p1} = f_0(z, t) \quad \text{em } r = r_o; \quad (\text{E.5})$$

$$\frac{\partial T_{p1}}{\partial r} - \frac{h_{pl}^*(z, t)}{k_p} T_{p1} = f_1(z, t) \quad \text{em } r = r_a; \quad (\text{E.5a})$$

De acordo com os autores, o problema auxiliar que geraria as autofunções e os auto-valores teria a seguinte forma:

$$\frac{\partial^2 \phi_p}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial \phi_p}{\partial r} + \frac{\partial^2 \phi_p}{\partial z^2} + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 \phi_p}{\partial \theta^2} + \frac{\lambda_p}{\alpha_p} \phi_p = 0 \quad (\text{E.6})$$

$$\frac{\partial \phi_p}{\partial z} = 0 \quad \text{em } z = 0 \text{ e } z = L; \quad (\text{E.7})$$

$$\frac{\partial \phi_p}{\partial r} - \frac{h_{pl}^*(z, t)}{k_p} \phi_p = 0 \quad \text{em } r = r_a; \quad (\text{E.8})$$

$$\frac{\partial \phi_p}{\partial r} + \frac{h_0^*(z)}{k_p} \phi_p = 0 \quad \text{em } r = r_o; \quad (\text{E.9})$$

$$\frac{\partial \phi_p}{\partial \theta} = 0 \quad \text{em } \theta = 0 \text{ e } \theta = \theta_1; \quad (\text{E.10})$$

A solução deste problema é obtida por separação de variáveis, assumindo-se que ϕ_p pode ser representada por um produto de três funções independentes, conforme apresentado no Apêndice C, ou seja:

$$\phi_p = R(r)Z(z)\Theta(\theta) \quad (\text{E.11})$$

A solução nas direções z e θ são exatamente aquelas expressas pelas Equações (C.1.8) e (C.1.13). Na direção r entretanto a solução se altera significativamente devido às condições de contorno adotadas. Nesta direção, a equação a ser resolvida tem a seguinte forma:

$$\frac{\partial^2 R}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial R}{\partial r} + \left(\mu_n^2 - \frac{v_j^2}{r^2} \right) R = 0 \quad (\text{E.12})$$

Com as seguintes condições de contorno:

$$\frac{\partial R}{\partial r} + \frac{h_0^*(z)}{k_p} R = 0 \quad \text{em } r = r_o; \quad (\text{E.13})$$

$$\frac{\partial R}{\partial r} + \frac{h_{pl}^*(z,t)}{k_p} R = 0 \quad \text{em } r = r_a; \quad (\text{E.14})$$

A Eq. (E.12), é uma equação diferencial de Bessel modificada cujas derivadas são todas em relação à coordenada r . Desta forma as variáveis z e t , que aparecem nas condições de contorno (Eqs. (E.13) e (E.14)), podem ser encaradas como parâmetros, permitindo sua solução imediata (Ozisik, 1980). A equação a seguir mostra as auto-funções obtidas:

$$R_v(\mu_n r) = \left[\mu_n Y_v'(\mu_n r_o) + h_0^*(z) Y_v(\mu_n r_o) \right] J_v(\mu_n r) - \left[\mu_n J_v'(\mu_n r_o) + h_0^*(z) J_v(\mu_n r_o) \right] Y_v(\mu_n r) \quad (\text{E.15})$$

E os auto-valores são obtidos através da solução da seguinte equação transcendental:

$$\begin{aligned}
& \left[\mu_n Y'_v(\mu_n r_o) + h_0^*(z) Y_v(\mu_n r_o) \right] \left[\mu_n J'_v(\mu_n r_a) - h_{pl}^*(z, t) J_v(\mu_n r_a) \right] \\
& - \left[\mu_n J'_v(\mu_n r_o) + h_0^*(z) J_v(\mu_n r_o) \right] \left[\mu_n Y'_v(\mu_n r_a) + h_{pl}^*(z, t) Y_v(\mu_n r_a) \right] = 0
\end{aligned}
\tag{E.16}$$

Analisando-se as Eqs. (E.15) e (E.16), verifica-se que não só a função R , que por hipótese deveria ser dependente apenas da variável r , como os próprios auto-valores μ_n , dependem de coordenada z e t . A violação do princípio de independência das soluções nas três direções faz com que a família de funções representada pela Eq. (E.15) sejam não ortogonais no domínio considerado, invalidando a solução do problema.

APÊNDICE F

DETALHES DE CÁLCULO

F.1 CÁLCULO DA CONDUTIVIDADE EFETIVA DA ESTRUTURA CAPILAR.

A condutividade efetiva para uma estrutura capilar tipo estrias axiais retangulares é calculada admitindo-se que o calor percorra dois caminhos paralelos: um direto, pelo filete de líquido e outro pela aleta e depois passando para o líquido já próximo à interface com o vapor. Assim a condutividade efetiva é calculada por:

$$k_{ef} = \frac{w}{w + w_f} k_1 + \frac{w_f}{w + w_f} k_2$$

onde,

$$k_1 = k_l$$

e k_2 é obtido pela associação em série da condutividade da aleta e da condutividade da interface, obtida empiricamente por Chi (1976), conforme mostram as equações a seguir:

$$\frac{1}{k_2} = \frac{1}{k_{int.}} + \frac{1}{k_p}$$

onde,

$$k_{int} = \frac{k_l \delta}{.185 w_f}$$

Utilizando-se os dados apresentados na Seção 3.1, obtém-se:

$$k_{int} = \frac{0,65 \times 1,15 \times 10^{-3}}{0,185 \times 8,4 \times 10^{-4}} = 4,81 \text{ W / m / K}$$

$$k_2 = \frac{1}{\frac{1}{4,81} + \frac{1}{400}} = 4,75 \text{ W / m / K}$$

$$k_{ef} = \frac{9 \times 10^{-4}}{9 \times 10^{-4} + 8,4 \times 10^{-4}} \cdot 0,65 + \frac{8,4 \times 10^{-4}}{9 \times 10^{-4} + 8,4 \times 10^{-4}} \cdot 4,75$$

$$= 2,63 \text{ W / m / K}$$

F.2 CÁLCULO DO COEFICIENTE DE TROCA DE CALOR RADIAL (MODELO CONDUTIVO).

O fluxo de calor radial no condensador pode ser expresso em função da condutividade efetiva calculada na Seção anterior, através da seguinte equação:

$$Q = \frac{2\pi k_{ef} L_c}{\ln(r_i / r_a)} (T_v - \bar{T}_{p,c})$$

Mas este mesmo fluxo de calor pode ser expresso em função de um coeficiente de troca de calor radial em relação à área interna do tubo, ou seja:

$$Q = 2\pi r_i h_c L_c (T_v - \bar{T}_{p,c})$$

Igualando-se as duas equações e isolando-se h_c , obtém-se:

$$h_c = \frac{k_{ef}}{r_i \ln(r_i / r_a)}$$

Substituindo-se os valores apresentados na Seção 3.1, obtém-se o valor do coeficiente de troca de calor radial no condensador:

$$h_c = \frac{2.63}{7.9 \times 10^{-3} \times \ln(7.9 / 6.75)} = 2116 \text{ W / m}^2 \text{ / K}$$

F.3 CÁLCULO DO COEFICIENTE DE PELÍCULA PARA EBULIÇÃO NUCLEADA.

De acordo com Gebhart (1961), no processo de troca de calor por ebulição nucleada, o fluxo de calor transportado está relacionado com a diferença de temperatura entre a parede e o vapor, por uma expressão genérica da seguinte forma:

$$q = C(T_p - T_v)^n$$

O coeficiente de película é definido como a razão entre o fluxo de calor e a diferença de temperatura, sendo expresso da seguinte forma:

$$h = \frac{q}{T_p - T_v} = C(T_p - T_v)^{n-1}$$

Para a água em ebulição, sobre uma superfície horizontal, à pressão de uma 1 atm, Jakob propõe os valores de 4,0 para n e 5,56 para C . Para o caso 1, em regime permanente a diferença de temperatura média entre parede e vapor é de 8,3 °C (veja gráfico a seguir). Assim o valor do coeficiente pode ser calculado, obtendo-se:

$$h = 5,56 \times (8,3)^3 = 3180 \text{ W / m}^2 \text{ / } ^\circ\text{C}$$

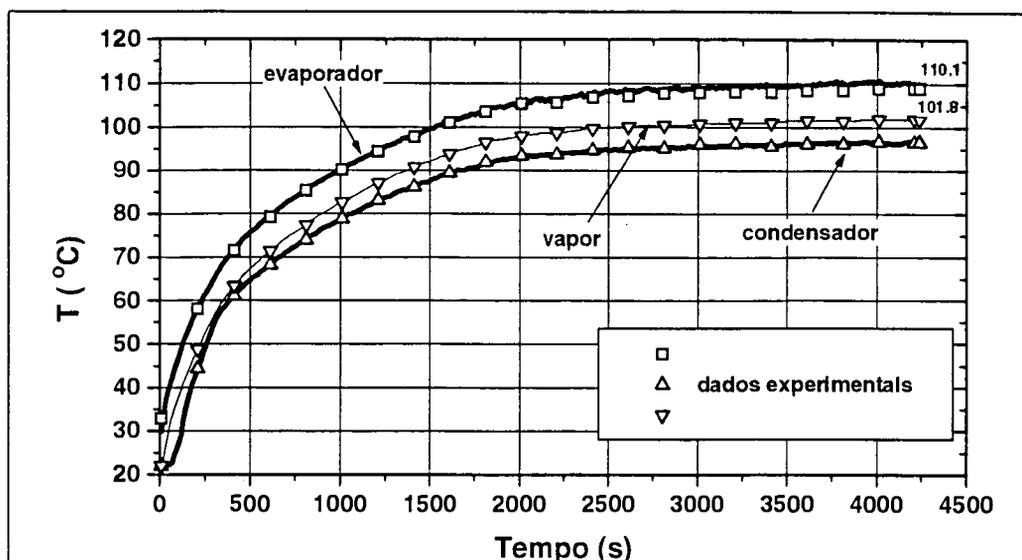


Fig. F.1 Evolução da temperatura média das regiões do evaporador e condensador.

F.4 CÁLCULO DO LIMITE DE EBULIÇÃO.

A condição, para que se formem bolhas no interior da estrutura capilar, é que a diferença entre a pressão de vapor interna de uma bolha em formação e a pressão local do líquido seja maior que a tensão superficial do líquido. Esta condição pode ser expressa em função da do fluxo de calor aplicado no evaporador, e características físicas e dimensionais do tubo através da seguinte equação:

$$Q_e = \frac{2\pi L_e k_{ef} T_v}{\lambda_{lv} \rho_v \ln(r_i/r_a)} \frac{2\sigma}{r_n}$$

onde,

r_n é o raio de nucleação da bolha.

Os detalhes da dedução desta equação, estão descritas por Chi (1976).

Utilizando-se os dados da Seção 3.1, o valor da condutividade efetiva da estrutura capilar (k_{ef}) calculado na Seção anterior e o valor do raio de nucleação sugerido por Chi (1976), obtém-se:

$$\frac{Q_e}{L_e} = \frac{2\pi \times 2.63 \times 373}{2,25 \times 10^6 \times 0,58 \times \ln(0,8/0,67)} \frac{2 \times 0,0584}{2,54 \times 10^{-7}} = 12247 \text{ W / m}$$

Assim pode-se calcular o valor deste limite para cada um dos três comprimentos de evaporador utilizados, como mostra o quadro abaixo;

L_e (cm)	Q_e (W)
10	1225
20	2450
30	3675

F.5 CÁLCULO DO LIMITE CAPILAR

O limite de bombeamento capilar é atingido quando a máxima diferença de pressão capilar entre condensador e evaporador se iguala à perda de carga no interior dos sulcos. Esta condição de equilíbrio pode ser expressa em função do fluxo de calor aplicado no evaporador, permitindo a obtenção do seu valor máximo, como mostra a equação a seguir:

$$Q_c = \frac{\frac{2\sigma}{r_c} - \rho_l g L \sin(\phi)}{(F_l + F_v)(0,5L_e + L_a + 0,5L_c)}$$

Onde ϕ é o ângulo de inclinação do tubo em relação à horizontal, e r_c é o raio de curvatura do menisco, na região do evaporador. Os coeficientes F_l e F_v são obtidos pelas seguintes equações:

$$F_l = \frac{\mu_l}{K A_w \rho_l \lambda_{lv}}$$

$$F_v = \frac{(f_v \text{Re})\mu_v}{2r_a^2 A_v \rho_v \lambda_{lv}}$$

Utilizando-se os dados apresentados na Seção 3.1, complementados por outros obtidos por Chi (1976), obtém-se:

Permeabilidade da estrutura capilar: $K=2,87 \times 10^{-8} \text{ m}^2$

Área total da seção reta dos sulcos: $A_w = 5,5 \times 10^{-5} \text{ m}^2$

Coefficiente de arrasto para o vapor: $f_v \cdot \text{Re}_v = 16$

Coefficiente de fricção do líquido: $F_l = 0,0826 \text{ N.W}^{-1} \cdot \text{m}^{-3}$

Coefficiente de fricção do vapor: $F_v = 0,0120 \text{ N.W}^{-1} \cdot \text{m}^{-3}$

Substituindo-se os valores numéricos obtidos acima, na equação do limite capilar, obtém-se uma expressão que relaciona este limite com os comprimentos do condensador, evaporador e região adiabática, além da inclinação do tubo, como mostra a equação a seguir:

$$Q_c = \frac{130 - 9,42 \text{sen}(\phi)}{0,094 (0,5L_e + L_a + 0,5L_c)}$$

A dedução destas equações está detalhada em Chi (1976).