

UNIVERSIDADE FEDERAL DE SANTA CATARINA ^{-UFSC}

**DEPARTAMENTO DE ENGENHARIA DE PRODUÇÃO E SISTEMAS
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA DE PRODUÇÃO**

**CUSTOS DA QUALIDADE:
PLANEJAMENTO ECONÔMICO DOS GRÁFICOS DE CONTROLE
POR ATRIBUTOS E MODELOS CORRELATOS**

OSIRIS TURNES

Orientador

PROF. DR. ING. PLINIO STANGE

(in memoriam)

FLORIANÓPOLIS

1997

OSIRIS TURNES

**CUSTOS DA QUALIDADE:
PLANEJAMENTO ECONÔMICO DOS GRÁFICOS DE CONTROLE
POR ATRIBUTOS E MODELOS CORRELATOS**

Tese apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Engenharia de Produção da Universidade Federal de Santa Catarina para a obtenção do título de Doutor em Engenharia de Produção.

Florianópolis

1997

Osiris Turnes

CUSTOS DA QUALIDADE: PLANEJAMENTO ECONÔMICO DOS GRÁFICOS DE CONTROLE POR ATRIBUTOS E MODELOS CORRELATOS

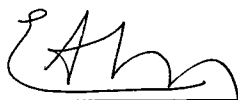
Tese aprovada para a obtenção do título de DOUTOR EM ENGENHARIA DE PRODUÇÃO e aprovada em sua forma final pela Banca Examinadora do Programa de Pós-Graduação em Engenharia de Produção:

Orientador: Prof. Dr. Ing. Plinio Stange (*in memoriam*)



Prof. Ricardo Miranda Barcia, Ph.D.
Coordenador

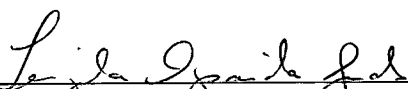
BANCA EXAMINADORA



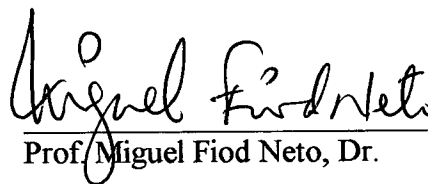
Prof. Edgar Augusto Lanzer, Ph.D.
Presidente



Prof. Hilton Vieira Machado, Ph.D.
Examinador externo



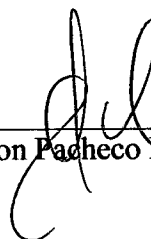
Prof. Terezinha Aparecida Guedes, Dr.
Examinador externo



Prof. Miguel Fiod Neto, Dr.



Prof. Robert Wayne Samohyl, Ph.D.



Prof. Edson Pacheco Paladini, Dr.



Prof. Fernando Mendes de Azevedo, D.Sc.
Moderador

Não existe meio de verificar qual é a boa decisão, pois, não existe termo de comparação. Tudo é vivido pela primeira vez e sem preparação. Como se um ator entrasse em cena sem nunca ter ensaiado. Mas o que pode valer a vida, se o primeiro ensaio da vida já é a própria vida?

A insustentável leveza do ser
Milan Kundera

Dedico este trabalho aos três homens de minha
vida: José Nicoláo, Adamastor Nicolau e Rafael
Maurício,

com muito carinho.

HOMENAGENS PÓSTUMAS

A meu pai,

O momento que você está vivendo agora é o mais importante de sua vida, onde quer que você esteja.

Pastorino

Esta foi a mensagem que você deixou nas entrelinhas de sua convivência comigo.

Ainda o vejo: pescando ... “fantasiado” de pescador,
cantando... “fantasiado” de solista,
fazendo piquenique... “fantasiado” de farofeiro,
voando, em busca do sonho, da liberdade...
“fantasiado” de passarinho...

À querida Nazira,

*Quando olhares o céu de noite, porque habitarei
uma delas, porque numa delas estarei rindo,
então será como se todas as estrelas te rissem!*

Antoine de Saint-Exupéry

Seu exemplo de vida e seu incentivo carinhoso e sorridente foram alavancas na realização deste trabalho. Sua presença está no brilho das estrelas.

Plínio,

*Voe livre e feliz além de aniversários
e através do sempre*

Richard Bach

Você acreditou em mim e me acompanhou com zelo e carinho em todas as etapas desta pesquisa. Foi mais do que um orientador e amigo: foi meu “anjo-da-guarda”!
Saudade.

AGRADECIMENTOS

Ao Prof. Harald Strelec, que tão habilmente soube conduzir a orientação dos trabalhos durante o ano de pesquisa por mim realizado na Áustria.

Ao Prof. Hilton Vieira Machado, pelo acompanhamento, apoio incondicional e estímulo carinhoso desde o início da pesquisa.

Ao Prof. Edgar Augusto Lanzer, que, prontamente, aceitou orientar a continuidade dos trabalhos de finalização desta tese.

À Profa. Ingeborg Sell, pelas valiosas contribuições dadas e a constante assistência durante todos estes anos de trabalho.

À Beate que me abriu as portas de Florianópolis de modo tão aconchegante e amigo.

À Jô e todos os funcionários do Decanato de Pesquisa e Pós-Graduação da Universidade de Brasília, incansáveis e dedicados, sempre disponíveis quando solicitados.

Aos colegas de curso, que reavivaram em mim a juventude, valorizaram meu trabalho, sempre me apoiaram e alegraram meus dias.

A todos os colegas do Departamento de Estatística da Universidade de Brasília, pelo apoio a mim dedicado.

Aos funcionários do EPS-Departamento de Engenharia de Produção e Sistemas da Universidade Federal de Santa Catarina que sempre me dispensaram a atenção necessária ao bom andamento da pesquisa.

A Carlos Roberto De Rolt que viabilizou a realização do trabalho computacional, colocando à disposição pessoal e equipamentos.

A Giovanni Moresco, pela colaboração dada no âmbito computacional da pesquisa.

À Jô, Cléo e Clehane pelos trabalhos de digitação, formatação e editoração do texto.

À minha mãe e a meus familiares, que têm acompanhado meus passos com discrição e amor.

À Universidade de Brasília, Universidade Federal de Santa Catarina e Bodenkultur Wien Universität-AT, pelo apoio institucional.

Ao CNPq-Conselho Nacional de Desenvolvimento Científico e Tecnológico e à CAPES-Fundação Coordenação de Pessoal de Nível Superior, pelo suporte financeiro.

A todos que, de uma maneira ou de outra, colaboraram para que este trabalho se tornasse uma realidade.

SUMÁRIO

LISTA DE FIGURAS	xi
LISTA DE TABELAS	xii
LISTA DE QUADROS	xiv
RESUMO	xv
ABSTRACT	xvi
1 INTRODUÇÃO	
1.1 CONTROLE DA QUALIDADE	01
1.2 GRÁFICOS DE CONTROLE	04
1.3 CUSTOS DA QUALIDADE.....	07
1.4 OBJETIVO GERAL	11
1.5 OBJETIVOS ESPECÍFICOS	11
1.6 CONTRIBUIÇÃO CIENTÍFICA	11
1.7 ESTRUTURA DA PESQUISA	12
2 AGRUPAMENTO DOS MODELOS ECONOMICAMENTE PLANEJADOS DE GRÁFICOS DE CONTROLE POR ATRIBUTOS E MODELOS CORRELATOS	
2.1 HISTÓRICO	14
2.2 IDÉIA CENTRAL	16
2.3 COMPOSIÇÃO DAS FUNÇÕES CUSTO/PERDA	16
2.4 CARACTERIZAÇÃO DOS DIFERENTES ENFOQUES.....	19
2.4.1 GRUPO 1.....	21
2.4.2 GRUPO 2.....	33
2.4.3 GRUPO 3.....	39
2.4.4 GRUPO 4.....	43
2.5 FRAGILIDADES DOS MODELOS ECONÔMICOS	49
3 SELEÇÃO E ADEQUABILIDADE DOS MODELOS: TÉCNICAS AUXILIARES	
3.1 FLUXOGRAMA BÁSICO DE APRESENTAÇÃO DOS MODELOS	53
3.2 FÓRMULA ECONÔMICA GERAL (FEG)	59
3.2.1 ESTRUTURA DA FEG	59
3.2.2 MODELO DO PROCESSO E DO CONTROLE.....	61
3.2.3 MODELO DE CUSTO	62
3.2.4 DESENVOLVIMENTO DA FÓRMULA.....	63

3.3	GERAÇÃO DOS MODELOS A PARTIR DA FEG	65
3.4	JUSTIFICATIVA DA OMISSÃO DO MODELO DE LADANY E BEDI.....	93
3.5	PLANEJAMENTO ECONÔMICO AUTOMATIZADO	96
3.5.1	APRESENTAÇÃO	96
3.5.2	MACRO-FLUXOGRAMA DO SISTEMA.....	96
3.5.3	CARACTERÍSTICAS PRÓPRIAS DO SISTEMA	99
3.5.3.1	CARACTERÍSTICAS DA IMPLEMENTAÇÃO	99
3.5.3.2	ESTRUTURAÇÃO DOS DADOS E FÓRMULAS	99
3.5.3.3	CARACTERÍSTICAS DA INTERFACE	100
4	ANÁLISE DE SENSIBILIDADE	
4.1	CONSIDERAÇÕES INICIAIS	101
4.1.1	GRUPO 1.....	102
4.1.1.1	RECOMENDAÇÕES PRÁTICAS VÁLIDAS PARA O GRUPO 1.....	106
4.1.1.2	ESTIMAÇÃO DOS PARÂMETROS	107
4.1.2	GRUPO 2.....	109
4.1.2.1	RECOMENDAÇÕES PRÁTICAS VÁLIDAS PARA O GRUPO 2.....	109
4.1.3	GRUPO 3.....	110
4.1.3.1	RECOMENDAÇÕES PRÁTICAS VÁLIDAS PARA O GRUPO 3.....	111
4.1.4	GRUPO 4.....	112
4.1.4.1	ANÁLISE DE SENSIBILIDADE DO MODELO DE TAGUCHI	112
4.1.4.1.1	EXEMPLO.....	115
4.1.4.1.2	PONDERAÇÕES A RESPEITO DO MODELO DE TAGUCHI.....	119
4.1.4.2	RECOMENDAÇÕES PRÁTICAS VÁLIDAS PARA O GRUPO 4.....	120
4.2	QUADROS SINÓPTICOS RESULTANTES DA ANÁLISE DE SENSIBILIDADE .	120
4.3	CONSIDERAÇÕES PRÁTICAS GERAIS	127
4.4	ANÁLISE COMPARATIVA DO MODELO DE TAGUCHI.....	129
4.4.1	ORIGEM	129
4.4.2	METODOLOGIA DO ESTUDO COMPARATIVO.....	129
4.4.3	DISCUSSÃO DOS RESULTADOS.....	131

5 CONCLUSÕES

5.1 CONSIDERAÇÕES FINAIS	134
5.2 RECOMENDAÇÕES PARA PESQUISAS FUTURAS	136
APÊNDICE 1 - FÓRMULAS E SUMÁRIO DAS VARIÁVEIS E PARÂMETROS DO GRUPO 1	138
APÊNDICE 2 - FÓRMULAS E SUMÁRIO DAS VARIÁVEIS E PARÂMETROS DO GRUPO 2	152
APÊNDICE 3 - FÓRMULAS E SUMÁRIO DAS VARIÁVEIS E PARÂMETROS DO GRUPO 3	157
APÊNDICE 4 - FÓRMULAS E SUMÁRIO DAS VARIÁVEIS E PARÂMETROS DO GRUPO 4	161
APÊNDICE 5 - EQUIVALÊNCIA ENTRE AS FUNÇÕES CUSTO/PERDA DO GRUPO 1	167
REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS.....	179

LISTA DE FIGURAS

1	RAMIFICAÇÃO DAS ATIVIDADES DE CONTROLE DA ENGENHARIA DA QUALIDADE, SEGUNDO TAGUCHI.....	02
2	MODELO GERAL DE UM GRÁFICO DE CONTROLE POR ATRIBUTOS.....	05
3	CRONOLOGIA, AGRUPAMENTO E INTERRELAÇÃO ENTRE OS MODELOS DE PLANEJAMENTO ECONÔMICO DE GRÁFICOS DE CONTROLE POR ATRIBUTOS E MODELOS CORRELATOS.....	20
4	ESPECIFICAÇÃO DAS CARACTERÍSTICAS PARA MODELAGEM DO PROCESSO DE PRODUÇÃO.....	48
5	FLUXOGRAMA DE APRESENTAÇÃO DOS MODELOS.....	58
6	MACRO-FLUXOGRAMA DO FUNCIONAMENTO DO PROGRAMA COMPUTACIONAL DESENVOLVIDO PARA A TOMADA DE DECISÃO POR UM MODELO DE PLANEJAMENTO ECONÔMICO DE GRÁFICO DE CONTROLE POR ATRIBUTOS OU MODELO CORRELATO.....	97
7	REPRESENTAÇÃO GRÁFICA DO SISTEMA DE EQUAÇÕES FORMADO PELAS DERIVADAS PARCIAIS DE L^* EM RELAÇÃO A C_i E C_d (MODELO SIMPLIFICADO).....	114
8	REPRESENTAÇÃO GRÁFICA DA CONTRIBUIÇÃO DE CADA UMA DAS PARCELAS DA EXPRESSÃO 13, NUM GRÁFICO $L^* \times C_i$	116
9	REPRESENTAÇÃO GRÁFICA DE L^* , SEGUNDO AS VARIAÇÕES DE C_i E C_d , COM C_a FIXO	117
10	REPRESENTAÇÃO GRÁFICA DO SISTEMA DE EQUAÇÕES GERADO PELA DERIVADAS PARCIAIS DE L^* EM RELAÇÃO A C_i E C_d (MODELO 1B DE TAGUCHI).....	118

LISTA DE QUADROS

1	RESUMO DAS CARACTERÍSTICAS DE CONTOURNO DO PROCESSO DE PRODUÇÃO CONSIDERADAS NA ELABORAÇÃO DO FLUXOGRAMA DECISÓRIO.....	54
2	(GRUPO 1): QUADRO SINÓPTICO DOS ESTUDOS DE ANÁLISE DE SENSIBILIDADE REALIZADOS POR CHIU (1977).....	121
3	(GRUPO 1): QUADRO SINÓPTICO DOS ESTUDOS DE ANÁLISE DE SENSIBILIDADE REALIZADOS POR DUNCAN (1978)...	122
4	(GRUPO 1): QUADRO SINÓPTICO DOS ESTUDOS DE ANÁLISE DE SENSIBILIDADE REALIZADOS POR GIBRA (1978).....	122
5	(GRUPO 1); QUADRO SINÓPTICO DOS ESTUDOS DE ANÁLISE DE SENSIBILIDADE REALIZADOS POR LORENZEN E VANCE (1986).....	123
6	(GRUPO 1): QUADRO SINÓPTICO DOS ESTUDOS DE ANÁLISE DE SENSIBILIDADE REALIZADOS POR V. COLLANI E SHEIL (1989).....	123
7	(GRUPO 2): QUADRO SINÓPTICO DOS ESTUDOS DE ANÁLISE DE SENSIBILIDADE REALIZADOS POR LADANY E BEDI (1976).....	124
8	(GRUPO 3): QUADRO SINÓPTICO DOS ESTUDOS DE ANÁLISE DE SENSIBILIDADE REALIZADOS POR MONTGOMERY E HEIKES (1976).....	125
9	(GRUPO 4): QUADRO SINÓPTICO DOS ESTUDOS DE ANÁLISE DE SENSIBILIDADE DO MODELO DE TAGUCHI REALIZADO POR NAYEBPOUR E WOODALL (1993).....	126
10	(GRUPO 4): QUADRO SINÓPTICO DOS ESTUDOS DE ANÁLISE DE SENSIBILIDADE DO MODELO ALTERNATIVO AO DE TAGUCHI REALIZADO POR NAYEBPOUR E WOODALL (1993).....	127
11	VALORES UTILIZADOS NA SIMULAÇÃO DO EFEITO DA VARIAÇÃO DOS PARÂMETROS DE ENTRADA SOBRE O INTERVALO AMOSTRAL ÓTIMO E O CUSTO MÍNIMO, PARA O MODELO DE LORENZEN E VANCE(1986).....	130
12	VALORES UTILIZADOS NA SIMULAÇÃO DO EFEITO DA VARIAÇÃO DOS PARÂMETROS DE ENTRADA SOBRE O INTERVALO AMOSTRAL ÓTIMO E O CUSTO MÍNIMO, PARA O MODELO DE TAGUCHI (1981).....	130

13	QUADRO COMPARATIVO DO GRAU DE DEPENDÊNCIA DO INTERVALO INTERAMOSTRAL ÓTIMO ENTRE O MODELO DE TAGUCHI E O REPRESENTANTE DO GRUPO 1 (LORENZEN E VANCE, 1986) RELATIVAMENTE AOS PARÂMETROS DE ENTRADA.....	132
14	QUADRO COMPARATIVO DO GRAU DE DEPENDÊNCIA DO CUSTO MÍNIMO ENTRE O MODELO DE TAGUCHI E O REPRESENTANTE DO GRUPO 1 (LORENZEN E VANCE, 1986) RELATIVAMENTE AOS PARÂMETROS DE ENTRADA.....	133

LISTA DE TABELAS

1	DISTRIBUIÇÃO DO TOTAL DE PARÂMETROS E VARIÁVEIS UTILIZADOS NA COMPOSIÇÃO DAS FUNÇÕES CUSTO/PERDA DOS MODELOS PERTENCENTES AO GRUPO 1.....	25
2	EQUIVALÊNCIA ENTRE AS NOTAÇÕES DE VARIÁVEIS, PARÂMETROS E ALGUMAS FÓRMULAS DOS MODELOS DO GRUPO 1.....	26
3	DISTRIBUIÇÃO DO TOTAL DE PARÂMETROS E VARIÁVEIS UTILIZADOS NA COMPOSIÇÃO DAS FUNÇÕES CUSTO/PERDA DOS MODELOS PERTENCENTES AO GRUPO 2.....	39
4	DISTRIBUIÇÃO DO TOTAL DE PARÂMETROS E VARIÁVEIS UTILIZADOS NA COMPOSIÇÃO DAS FUNÇÕES CUSTO/PERDA DOS MODELOS PERTENCENTES AO GRUPO 3.....	43
5	DISTRIBUIÇÃO DO TOTAL DE PARÂMETROS E VARIÁVEIS UTILIZADOS NA COMPOSIÇÃO DAS FUNÇÕES CUSTO/PERDA DOS MODELOS PERTENCENTES AO GRUPO 4.....	47

Recentemente, o planejamento econômico para gráficos de controle por atributos (os chamados gráficos-*p*, gráficos-*np*, gráficos-*u* e gráficos-*c*) em processos afetados por uma única causa especial tem sido objeto de diversos estudos. Diferentes modelos foram desenvolvidos na literatura especializada. Neste trabalho, a revisão e análise dos modelos econômicos existentes, resultam no agrupamento dos mesmos em conjuntos de enfoques semelhantes, com base, especialmente, na formulação da função custo/perda, seus pressupostos básicos e número de parâmetros de custo/risco envolvidos. A importância deste agrupamento deve ser enfatizada, pois representa, certamente, um guia para familiarização com os diferentes enfoques existentes, bem como para a seleção do mais adequado a uma aplicação específica. Realizado o agrupamento desenvolve-se uma metodologia para apresentação dos modelos aplicáveis a uma gama de perfis de processos de produção. O trabalho culmina com a indicação do modelo que melhor se adapta às necessidades, características e capacidades de um dado sistema produtivo, fornecendo ainda instruções adicionais com base em análise de sensibilidade das funções custo/perda dos modelos existentes. Um estudo comparativo do modelo de Taguchi (notoriamente mais simples e de fácil implantação) com relação a modelos a ele equivalentes é realizado com vistas a orientar o usuário na tomada de decisão.

Recently, economic design of control charts for attributes (the so called p -chart, np -chart, u -chart and c -chart) for production processes affected by a single assignable cause has been the object of many studies. Several different models have been developed in the specialized literature. In this work a review and analysis of these economic decision models lead to their clustering in four sets of similar approaches. They were based especially on the nature of the loss/cost function as well as its assumptions. The importance of such arrangement must be emphasized as it certainly represents a powerful auxiliary device when choosing a model that properly fits and describes any particular production operation. A presentation of a methodology aiming to assign existent models to a wide range of production processes is also provided. The work culminates with the indication of a model that best fits the necessities, characteristics and capacities of a particular productive system providing additionally specific instructions based on sensitivity analysis. A comparative study among Taguchi's model and other equivalent to it, is made to better guide the decision maker in his considerations.

INTRODUÇÃO

1.1 CONTROLE DA QUALIDADE

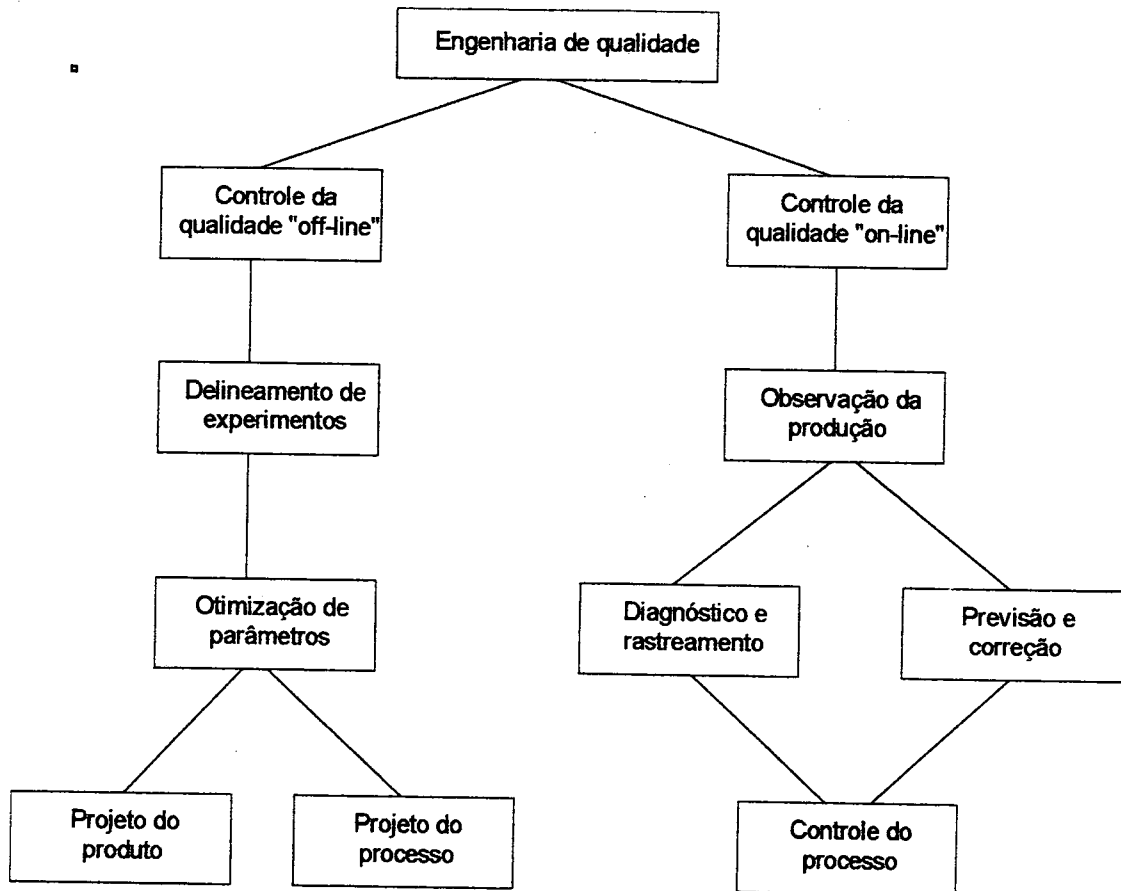
A qualidade, ante a grande oferta de produtos e serviços, vem se constituindo, a cada dia que passa, em um fator decisivo, fundamental, para o consumidor - hoje, por força, menos perdulário e mais exigente - e, *pari passu*, para o empresário que, dado este novo perfil do consumidor e a forte competitividade de seu setor, enfrenta, no mundo econômico atual, ingente desafio, benéfico para ambos. Dentro deste contexto, mais e mais empresas têm canalizado seus esforços para melhorar a qualidade, através do aperfeiçoamento de seus recursos com o fim de atingir, paulatinamente, a satisfação das necessidades e expectativas do consumidor, ganhos em produtividade, manutenção e aumento da fatia de mercado, bem como do lucro real. Um dos derradeiros testes da qualidade consiste, portanto, em comparar a expectativa e necessidades do consumidor com o produto real.

A Engenharia de Qualidade, entendida como o conjunto de atividades operacionais, administrativas e de engenharia que uma empresa utiliza para assegurar e aperfeiçoar a qualidade de seu produto ou serviço, atua efetivamente nesta área. Esta atuação se realiza de duas formas abrangentes: pelo controle de qualidade *off-line*¹, que se ocupa da qualidade do projeto e pelo controle de qualidade *on line*, que se ocupa da qualidade de conformação do produto a padrões prefixados (vide figura 1). **O presente estudo se restringe ao segundo desses aspectos.** Supõe-se, pois, que o produto já foi planejado para alcançar as expectativas e necessidades do consumidor e que este, por sua vez, está informado sobre as especificações do produto. Nestes

¹ Por falta de terminologia padronizada abrangente na área de controle da qualidade em português, muitos termos técnicos adotados foram traduzidos diretamente dos textos e artigos consultados. Outros, já consagrados pelo uso foram mantidos em sua forma usual.

termos, produto de boa qualidade é o que está de acordo com as especificações e um produto de má qualidade, é o que não está de acordo com as especificações, denominado também produto não conforme².

FIGURA 1: RAMIFICAÇÃO DAS ATIVIDADES DE CONTROLE DA ENGENHARIA DA QUALIDADE, SEGUNDO TAGUCHI



Fonte: "O método Taguchi (Qualidade "off-line")",
Melvin Cymbalista. IV Qualitech Brasil'92, São Paulo, SP

² Não conformidade é um termo que, geralmente, substitui o termo defeito, embora um item que não satisfaz as especificações não é necessariamente defeituoso. No texto, as duas palavras serão usadas indistintamente, pois, para efeitos de controle por meio de gráficos, esta diferenciação se torna desnecessária.

O propósito geral de um sistema total de qualidade é produzir um produto que seja pouco sensível em relação a todos os fatores perturbadores. Por este motivo, os esforços para o controle da qualidade devem começar na fase do projeto do produto e do processo (ramo esquerdo da figura 1) e continuar durante as fases de produção e fabricação (ramo direito da mesma figura).

O controle de qualidade *off-line* consiste na realização de uma série de tarefas destinadas a avaliar os diversos aspectos do desempenho do processo de produção, sendo essencial, para tanto, considerar todos os aspectos do projeto que possam afetar o desvio das características funcionais do produto de seu valor alvo. Com base num protótipo que desempenha as funções desejadas e exigidas, com notada perfeição, faz-se um levantamento dos principais fatores que influem na variabilidade da característica de qualidade do produto. A partir de um planejamento de experimentos, descobrem-se quais os fatores mais influentes, determinam-se seus níveis ótimos e respectivas tolerâncias aceitáveis.

Já o controle de qualidade *on-line* consiste nas atividades diárias de controle das condições do processo, utilizando recursos estatísticos adequados, a partir da observação da produção, realizando o diagnóstico e rastreamento de problemas, determinando se o processo está sob controle, tanto no momento em que a produção está ocorrendo como em futuro próximo. A eficiência na definição das ações corretivas irá depender do entrosamento entre projetistas e analistas, da criatividade na aplicação de técnicas de engenharia, e da competência na utilização dos métodos de análise.

Existem autores que dividem o controle da qualidade em três ambientes, a saber: *off-line*, *on-line* e *in-line*. O controle *on-line* de Taguchi corresponde ao *in-line* ora citado.

1.2 GRÁFICOS DE CONTROLE

Por mais bem planejado e por melhor que seja seu sistema de manutenção, um processo de produção traz sempre consigo uma variabilidade intrínseca. Esta variabilidade natural é um efeito cumulativo de diversas causas inevitáveis e dificilmente controláveis, denominadas causas aleatórias. O processo que opera apenas com a presença destas causas é considerado sob controle. Modernamente, espera-se que o produto planejado seja robusto com relação a este tipo de variabilidade.

Existem outras causas que interferem na variabilidade um de processo. Estas, ao contrário das acima citadas, ocorrem por motivos identificáveis como: máquinas indevidamente ajustadas, erros do operador ou matéria-prima não conforme. A variabilidade nestes casos, é bem maior do que a anterior, costuma representar um nível inaceitável de desempenho do processo e é motivada pela presença de causas assinaláveis.³ Neste caso, o processo é considerado fora de controle.

O grande objetivo do controle estatístico de processos⁴ é detectar a ocorrência de uma ou de múltiplas causas especiais, acionar o mecanismo de reajuste o mais rápido possível para que o número de itens não conformes produzidos seja mínimo. Uma das ferramentas poderosas e simples de serem usadas como fonte para ações efetivas de estabilização do processo é o gráfico de controle. Mas esta não é a única razão para a utilização desse instrumento de visualização do processo produtivo. Podem-se citar, ainda, mais quatro razões que tornam sua utilização tão popular: eles constituem uma técnica comprovada para o aperfeiçoamento da produtividade,

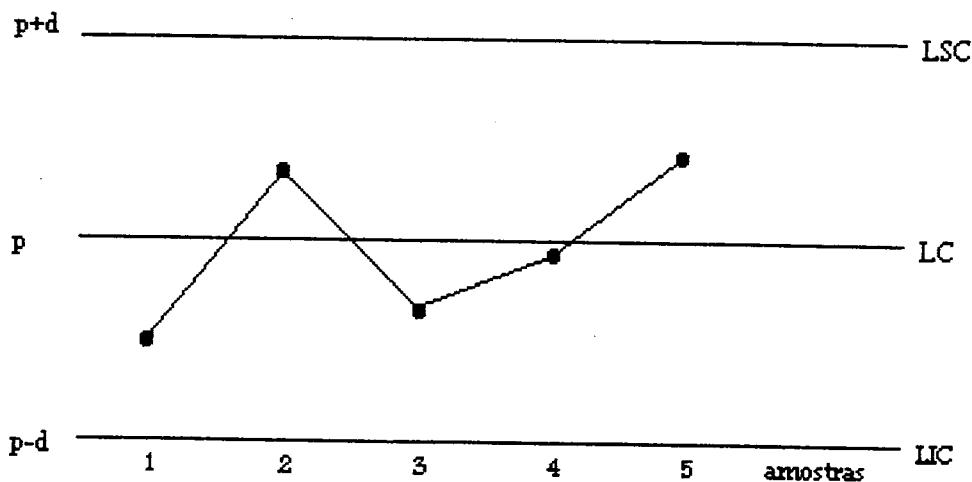
³A nomenclatura *causa aleatória* e *causa assinalável* foi criada por W.A. Shewhart. Alguns autores modernos empregam *causa comum* em lugar de *causa aleatória* e *causa especial* em lugar de *causa assinalável*. Em textos da área, escritos em língua portuguesa, encontram-se também as expressões: *causa atribuível* ou *observável* em lugar de *causa assinalável*.

⁴ Uma explanação sobre planejamento e controle da qualidade no processo pode ser encontrada em Paladini, 1995: Cap.7.

previnem defeitos e ajustamentos desnecessários no processo, informam o diagnóstico de problemas e fornecem informações sobre a capacidade⁵ do processo.

O gráfico de controle é a representação gráfica de uma característica de qualidade medida ou calculada a partir de uma amostra versus o número da amostra ou tempo decorrido. A figura 2 apresenta um modelo típico de gráfico de controle, pois contém uma linha central (LC) que representa o valor médio assumido pela característica de qualidade quando o processo está sob controle. Outras duas linhas, horizontais e paralelas à primeira, caracterizam os limites de controle superior (LSC) e inferior (LIC) admitidos no gráfico. Enquanto os pontos registrados estiverem entre os limites de controle e sua distribuição em torno da linha central obedecer a uma distribuição normal de probabilidade, o processo é considerado estatisticamente sob controle. Caso contrário, interpreta-se como evidência de que o processo está fora de controle. Uma ação investigadora e corretiva precisa ser imediatamente deflagrada para procurar e eliminar a causa do distúrbio no processo.

FIGURA 2: MODELO GERAL DE UM GRÁFICO DE CONTROLE POR ATRIBUTOS



⁵ "Utiliza-se o termo *capabilidade* para definir o comportamento normal de um processo quando operando em estado de controle estatístico. Esta é a situação em que o processo atua com efeitos previsíveis, o que só ocorre se forem eliminados todos os efeitos, sobre o processo, de causas externas a ele". Paladini, 1995: 168.

Existe uma conexão estreita entre os gráficos de controle e os testes de hipótese e significância. Basicamente, um gráfico de controle é um teste em que a hipótese nula é a de que o processo está sob controle. Quando um ponto amostral é registrado dentro dos limites de controle, aceita-se a hipótese nula, caso contrário, deve-se rejeitá-la. Como num teste de hipótese pode-se pensar em erros do tipo I (α) e tipo II (β) que ocorrem, respectivamente, quando se rejeita a hipótese de que o processo está sob controle e, na realidade, está, ou quando se aceita a hipótese de que o processo está sob controle e, na realidade, não está. Dentro do contexto deste trabalho, α é conhecido como “erro do produtor” e β como “erro do consumidor”.

Os gráficos de controle são classificados em dois tipos: gráficos de controle por variáveis e gráficos de controle por atributos, dependendo do tipo de característica de qualidade que está sendo avaliada. Existem, pois, dois tipos de avaliação⁶:

- a) a avaliação por variáveis oriunda da mensuração feita com base em leituras em uma escala. A variabilidade é descrita, então, pelos diversos valores possíveis dentro do intervalo da escala. Cada mensuração dá origem a um único número, descritivo da característica que está sendo avaliada. Exemplo deste tipo de avaliação são as mensurações de diâmetros internos e externos de um tubo, com a utilização de um paquímetro.
- b) a avaliação por atributos, baseada em uma classificação que, apesar de poder ser expressa por um número, não implica necessariamente uma mensuração. É o caso da avaliação do diâmetro de eixos utilizando um calibre “passa-não-passa”.

⁶ Para uma explicação mais detalhada sobre tipos de avaliação, consultar Paladini, 1995: 52-7.

1.3 CUSTOS DA QUALIDADE

Os custos da qualidade são um excelente meio de traduzir medidas em valores monetários: são a legítima linguagem dos negócios. Eles espelham, numa escala à qual os administradores são sensíveis, os esforços para o aperfeiçoamento da qualidade de seu produto ou serviço. Estes custos são divididos em quatro categorias: prevenção, avaliação, falhas internas e falhas externas.

Custos de prevenção: são os associados com o planejamento, implementação e manutenção de um Sistema de Qualidade, com a finalidade de assegurar a conformidade dos requisitos da qualidade a níveis econômicos. São, basicamente, os custos de prevenção de defeitos.

Custos de avaliação: são os associados com a medida e avaliação dos produtos, componentes internos e materiais adquiridos externamente, a fim de determinar se eles estão em conformidade com as especificações, ou seja, se são adequados ao uso. Também devem ser considerados os custos associados com as atividades de auditoria de produtos, componentes ou mercadorias compradas, com a mesma finalidade anterior.

Custos de falhas internas: são os gerados por produtos, componentes e materiais que não atendem as especificações da qualidade e esta falha é descoberta antes do despacho do produto ao cliente.

Custos de falhas externas: são os decorrentes de produtos que não alcançam desempenho satisfatório depois de embarcados para o cliente.

Os custos de prevenção e avaliação são chamados custos da qualidade; os de falhas internas e falhas externas, custos da falta de qualidade.

Todas as quatro categorias dos custos da qualidade são consideradas no desenvolvimento dos modelos econômicos de gráficos de controle: custo de amostragem e teste (custo de

avaliação); custo de investigação e possível correção após os sinais de ação (custo de prevenção) e custo da produção de itens defeituosos (custo de falhas internas e externas). Estes custos estão todos combinados na formação do custo total do procedimento de controle. As estimativas de tais parâmetros nem sempre são de fácil obtenção. **A metodologia e a operacionalização desse tipo de levantamento de dados não estão entre os objetivos do presente trabalho. Parte-se do pressuposto de que estas informações já foram obtidas e que se encontram à disposição para aplicação no planejamento econômico do procedimento de controle a ser adotado.**

Introduz-se, desta forma, no controle estatístico de processos, a preocupação com o registro, a redução e a minimização dos custos em uma de suas ferramentas mais importantes: o plano de amostragem a partir do qual será confeccionado o gráfico de controle.

Um importante quesito no uso dos gráficos de controle é, pois, o seu planejamento. Este procedimento consiste na seleção das variáveis de decisão: número de elementos da amostra, frequência amostral ou intervalo interamostral e limites de controle ou número de aceitação limite⁷ que devem ser implementados no processo de controle. Idealmente, este planejamento deve satisfazer a uma combinação entre critérios estatísticos e econômicos. Baseado nesta combinação, pode ser elaborado um modelo que, além de analisar os fatores econômicos que afetam o processo, deverá ser capaz de dar origem a um planejamento economicamente ótimo do gráfico de controle.

Todas as discussões e análises sobre custos da qualidade, neste texto, limitam-se àqueles relacionados com a utilização de gráficos de controle por atributos economicamente planejados e modelos correlatos, aplicáveis a processos sujeitos à ocorrência de uma causa especial única.

⁷ O número de aceitação limite corresponde ao número de elementos da amostra, acima do qual se deflagra imediatamente uma ação investigadora do estado em que se encontra o processo (sob controle ou fora de controle).

A limitação do estudo a este tipo de gráfico de controle e modelos correlatos se deve aos seguintes motivos:

- i. embora o controle de qualidade com a utilização de gráficos de controle por atributos seja amplamente usado por sua simplicidade e fácil aplicação, seu estudo tem sido relegado a segundo plano em favor dos gráficos de controle por variáveis, fato reconhecido por diversos pesquisadores do assunto
- ii. numa economia estável, necessário se faz reduzir custos. A combinação de critérios estatísticos para a minimização dos custos associados ao processo de controle por gráficos é um procedimento que exige o levantamento e a estimação desses custos, fornece informações, facilita o controle e favorece a sua redução, com vistas ao aperfeiçoamento da qualidade e à manutenção ou elevação dos lucros esperados;
- iii. os modelos econômicos próprios para processos atingidos por mais de uma causa especial são muito complexos, e, se este for o caso, é preferível aplicar um modelo de causa especial única para cada causa existente.

Desde a década de 50 foram desenvolvidos muitos modelos econômicos de gráficos de controle por atributos. Contudo, embora o produtor obtenha considerável redução de custos com sua aplicação, os procedimentos de controle de produção *on-line* raramente têm sido planejados economicamente. Existem diversas razões para este fato:

- 1- o conjunto de métodos existentes está fragmentado em artigos publicados por diversas revistas, em épocas diferentes, num intervalo de tempo de aproximadamente quatro décadas;
- 2- a complexidade dos modelos, em sua maioria concebidos academicamente;
- 3- a falta de clareza quanto à adequação dos modelos em relação aos processos produtivos;
- 4- a escassez de estudos sobre o efeito de erros na estimação de custos e outros parâmetros componentes da função custo/perda;

5- a ausência de sugestões no que tange à estimação dos parâmetros dos modelos.

Os dois últimos aspectos acima citados já foram, de certa forma, objeto de pesquisa para numerosos casos. Estes estudos foram feitos por Chiu e Wetherill (1974) e Chiu (1974, 1975).

Sob a perspectiva da Engenharia da Qualidade, os três primeiros sugerem o desenvolvimento de um trabalho de coleta, seleção e organização dos métodos existentes, com a meta intrínseca de torná-los acessíveis e selecionáveis, a nível de planejamento, programação e execução da produção de uma empresa, tarefas, estas, que passam a ser objeto desta pesquisa, a partir do próximo capítulo.

Na busca pelo aperfeiçoamento da qualidade, decisões de todo o tipo são sempre necessárias em qualquer empreendimento. O mesmo pode ser dito para as empresas produtivas, quando da implementação e implantação do controle estatístico de processos: impõe-se decidir sobre a adequabilidade do modelo de gráfico de controle que deverá ser adotado para controlar e aperfeiçoar características de qualidade que não podem ser representadas de forma numérica contínua. Orientação segura, com base em extensa revisão bibliográfica, organização sistemática dos modelos existentes e inclusão de recursos adicionais na seleção e adequabilidade desses mesmos modelos são encontrados neste trabalho, os quais lhe asseguram sua relevância prática.

Finalmente, e paralelamente a este trabalho, está sendo desenvolvido um programa computacional, que apresenta ao usuário todos os modelos pesquisados, indica o modelo adequado para cada processo, fornece o planejamento economicamente ótimo e permite o estudo de análise de sensibilidade bem como a escolha de novo modelo. Esta tarefa está sendo realizada como parte de uma dissertação de Mestrado em Engenharia de Produção. O programa constitui-se em um recurso moderno, flexível, pioneiro, pelo menos no Brasil, e de grande interesse por sua marcante aplicabilidade e indiscutível apoio ao sistema de custos de uma empresa.

1.4 OBJETIVO GERAL

O objetivo precípua do presente trabalho é o de servir de ferramenta de apoio na tomada de decisão por um modelo de gráfico de controle por atributos, ou correlato, economicamente planejado, para processos afetados por uma causa especial única.

1.5 OBJETIVOS ESPECÍFICOS

Entre os objetivos específicos, arrolam-se:

- i. desenvolver uma metodologia para a apresentação dos modelos aplicáveis a uma gama de perfis de processos de produção;
- ii. designar o modelo que melhor se adapta a um determinado perfil de processo de produção, com base num conjunto de características delineadoras do sistema operacional em exame;
- iii. estabelecer, a partir de estudos de análise de sensibilidade dos modelos aos parâmetros componentes das funções custo/perda, um conjunto de instruções práticas complementares. Estas instruções são de grande importância, pois, permitem que se tenha uma visão antecipada da influência dos parâmetros de entrada no comportamento do procedimento de controle, bem como do grau de dificuldade em termos de sua obtenção;
- iv. realizar, em igualdade de condições, um estudo comparativo entre o modelo de Taguchi e os remanescentes, com vistas a tornar visíveis algumas vantagens e desvantagens na implantação desses modelos, bem como o grau de dependência do planejamento ótimo em relação aos principais parâmetros de entrada.

1.6 - CONTRIBUIÇÃO CIENTÍFICA

Visando ao aporte de conhecimentos novos para a área que o tema delimita, este trabalho se compõe de uma revisão bibliográfica, do agrupamento dos modelos existentes na literatura

segundo critérios de similaridade, da análise de sensibilidade dos modelos, do desenvolvimento e elaboração de uma fórmula geral, como instrumento auxiliar e, finalmente, da criação de critérios de adequabilidade baseados em estudos comparativos dos modelos, relativos aos diversos tipos de processos de produção.

Os elementos novos introduzidos na área e que constituem a contribuição científica da pesquisa estão listados a seguir:

1. o agrupamento dos modelos existentes, organizados de forma sistemática, com o objetivo de reduzir e facilitar os estudos de análise de sensibilidade com relação aos custos componentes das funções custo/perda, sem perda de generalidade, bem como o de comparar a influência dos custos sobre o valor mínimo delas;
2. o delineamento de instruções básicas na orientação da escolha ótima dos modelos a serem adotados, levando em conta: o perfil do processo, os resultados obtidos com o recurso do item anterior, e a análise de sensibilidade parcial já realizada por outros autores;
3. a análise da sensibilidade com relação aos custos componentes da função perda esperada do modelo criado por G. Taguchi, em 1981.

1.7 ESTRUTURA DA PESQUISA

Capítulo 1: Apresenta a introdução à pesquisa, situando-a dentro do contexto do controle da qualidade, estabelecendo seus objetivos, bem como sua relevância prática e científica.

Capítulo 2: Este capítulo consta de três partes: a primeira contém um breve histórico do planejamento econômico dos gráficos de controle por atributos e modelos correlatos, a segunda

apresenta o agrupamento dos modelos segundo critérios previamente estabelecidos e a terceira resume as fragilidades dos modelos.

Capítulo 3: Trata da metodologia de apresentação, adequabilidade e seleção dos modelos. São desenvolvidos os seguintes instrumentos e técnicas auxiliares: um fluxograma básico de apresentação dos modelos, a fórmula econômica geral, denominada FEG e o planejamento automatizado do processo de recomendação de modelos.

Capítulo 4: Mostra um resumo dos estudos da sensibilidade dos modelos com relação aos parâmetros de entrada das funções custo/perda encontrados na literatura e faz, também, a análise de sensibilidade do modelo de Taguchi, inexistente até o momento. Com base nestes estudos, apresenta um guia de sugestões práticas e cuidados que se deve ter durante a tarefa de levantar e estimar os parâmetros de entradas de cada modelo e compara o modelo de Taguchi com os remanescentes que lhe são compatíveis, mostrando em quadros, sintetizadas, as vantagens e as desvantagens na implantação dos modelos estudados.

Capítulo 5: Este capítulo traz uma discussão final da pesquisa e algumas sugestões para investigações futuras.

AGRUPAMENTO DOS MODELOS DE GRÁFICOS DE CONTROLE POR ATRIBUTOS E MODELOS CORRELATOS ECONOMICAMENTE PLANEJADOS

2.1 HISTÓRICO

Os gráficos de controle têm sido amplamente utilizados desde que surgiram oficialmente em 1931, numa concepção de Shewhart, tanto para manter o controle de um processo quanto para determinar se o processo está estatisticamente controlado. O planejamento dos gráficos de controle especifica a seleção de três parâmetros decisivos: o tamanho da amostra, a frequência das retiradas de amostras e os limites de controle. Baseado em critérios estatísticos e na experiência prática, o planejamento dos gráficos de controle estabelece linhas gerais que são adotadas na prática para a determinação destes parâmetros no controle do processo de produção. A partir da década de 50 (vide Figura 3, pág. 20), muitos pesquisadores têm-se voltado ao aspecto econômico no planejamento dos gráficos de controle, especialmente os do tipo \bar{X} . Esta preocupação foi pioneira em Duncan (1956), depois de terem surgido alguns modelos semi-econômicos como o de Girshick e Rubin (1952). Mais recentemente, passou-se a dar atenção ao planejamento econômico de procedimentos de controle e monitoramento dos processos por atributos, cujos processos de produção são atingidos por uma única causa especial.

Ladany (1973) certamente foi o primeiro autor que, com base na idéia de Duncan (1956), desenvolveu um modelo econômico no planejamento de um procedimento de controle para atributos e, com a colaboração de Alperovitch (1975) e Bedi (1976), fez algumas modificações no modelo original para torná-lo comparável ao de Duncan (1956). Ainda em 1975 aparece o trabalho de Chiu, seguido dos de Duncan (1978) e Gibra (1978), na mesma linha de pensamento de Duncan (1956).

Em 1976, Montgomery e Heikes propõem um modelo econômico para causa especial única no qual estende a teoria dos modelos originais de Backer (1971) para os gráficos de controle p e, em 1981, surge o livro *On-line Quality during Production*, de autoria de Genichi Taguchi. Nesse livro aparecem, pela primeira vez no mundo ocidental, procedimentos de monitoramento da qualidade *on line*, depois de algumas publicações restritas, feitas em língua japonesa. Esses procedimentos estão intimamente relacionados aos métodos de planejamento econômico de gráficos de controle por atributos aqui descritos. Quatro anos mais tarde, Behl (1985) construiu um modelo para gráficos de controle- np , com base nos artigos de Chiu (1975), Duncan (1978) e Gibra (1978). Três estratégias são comparadas: a primeira delas consiste em não realizar o controle; a segunda recomenda interromper o processo a intervalos constantes, procurar a causa especial e, se necessário, executar o reparo; e a terceira, a retirada de uma amostra de tamanho n , a intervalos constantes; se o número de itens defeituosos na amostra exceder um número de aceitação limite c , o processo deve ser interrompido, passando-se a procurar então a causa especial e, se necessário, o reparo é executado.

Lorenzen e Vance (1986) apresentam, posteriormente, um enfoque unificado em que um modelo geral é construído e a função de custo esperado, por hora, pode ser obtida para todos os tipos de gráficos de controle. Logo a seguir, um modelo formulado por v. Collani (1989) estabelece um modelo econômico para o planejamento de gráficos- c , apoiado nos resultados de Behl (1985) e em outras aproximações feitas pelo próprio v. Collani em 1987. A vantagem desse enfoque simplificador é que reduz o número de parâmetros estimados necessários aos cálculos, quando comparado com outros modelos equivalentes.

Em 1990, Taguchi, auxiliado por Elsayed e Hsiang, aperfeiçoa seu trabalho de 1981, tornando-o mais compreensível, dando-lhe nova apresentação e incluindo novos

capítulos. Um reexame desses procedimentos foi feito por Nayebpour e Woodall (1991, 1993), conferindo-lhe maior sofisticação em termos de critérios estatísticos.

Finalmente, ainda em 1993, Del Castillo e Montgomery voltam-se para o modelo econômico para planejamento de gráficos de controle por atributos para processos em que a produção é de curta duração, criado por Ladany (1973). Os autores fazem algumas simplificações, a partir da transformação de variáveis, conseguindo obter uma função de custo mais fácil de ser calculada.

2.2 IDÉIA CENTRAL

O planejamento econômico dos gráficos de controle p , np , u e c foi desenvolvido baseado em uma mesma idéia central: a de uma função de custo por unidade de tempo, sob a suposição de que a seqüência produção, monitoramento e reajuste, com acumulação de custos durante um ciclo de produção, pode ser representada por um tipo particular de processo estocástico que tem a propriedade de que seu custo por tempo médio é dado pela razão entre o custo esperado por ciclo e o tempo esperado de duração do ciclo, (Ross, 1970). Alguns autores como Montgomery e Heikes (1976), Lorenzen e Vance (1986) e Nayebpour e Woodall (1991; 1993) consideram-no explicitamente, enquanto outros não o fazem. Entretanto, mesmo no modelo de Taguchi (1981, 1990), esta suposição existe, de maneira implícita. Ladany (1973), todavia, não assume esta idéia central em seu trabalho original; adotou-a mais tarde com seus colaboradores Alperovitch (1975) e Bedi (1976), respectivamente.

2.3 COMPOSIÇÃO DAS FUNÇÕES CUSTO/PERDA

Para especificar, de maneira sistemática, todos os parâmetros utilizados na descrição de um processo, algumas definições são introduzidas:

1. variáveis de decisão: são os valores de saída relacionados ao gráfico de controle planejado;
2. variáveis de processo e parâmetros de tempo: são valores numéricos e valores esperados dependentes dos recursos da produção, a serem decididos pelo administrador;
3. parâmetros de custo: são os custos associados ao comportamento do processo e afetados pela escolha dos parâmetros do gráfico de controle.

Com base nestas definições, as quantidades usadas no planejamento econômico de gráficos de controle por atributos podem ser listadas como segue:

variáveis de decisão: tamanho da amostra, frequência de amostragem ou intervalo interamostral e limites de controle ou número aceitável de elementos da amostra, aqui denominado número de aceitação limite¹;

variáveis de processo e parâmetros de tempo: fração defeituosa do processo, fração defeituosa produzida quando o processo está sob controle, fração defeituosa produzida enquanto o processo está fora de controle, tempo médio em que o processo está sob controle, tempo para amostrar/registrar por item, tempo esperado de um falso alarme, tempo esperado para descobrir uma causa especial quando ela existe, tempo esperado para reparar/ajustar o processo;

parâmetros de custo: custo da qualidade por hora/item enquanto o processo está sob controle, custo da qualidade por hora/item enquanto o processo está fora de controle, receita da operação do processo em estado sob controle, receita obtida com a operação do processo em estado fora de controle, custo por falso alarme, custo da localização da causa

O número de aceitação limite está relacionado com o limite superior de controle (LSC) através da seguinte expressão:

$$c + 1 > \left\{ np_o + K \sqrt{np_o(1-p_o)} \right\} > c, \text{ onde}$$

c = número de aceitação limite ,

K = fator que determina o limite de controle,

n = número de elementos da amostra, e

p_o = fração defeituosa enquanto o processo está sob controle.

O limite inferior de controle (LIC) é considerado zero.

especial, custo de reajuste do processo, custo fixo da amostragem, custo por unidade amostrada, custo fixo por unidade de tempo de procura da causa especial e reparo do processo e perda causada pela produção de um item defeituoso.

Para facilitar o levantamento e estimação dos custos componentes das funções custo/perda dos modelos estudados, segue uma classificação e sua constituição.

Segundo Montgomery (1991), os custos relacionados com a qualidade e com a falta de qualidade no controle estatístico de processos podem ser distribuídos em três categorias:

1. custos de amostragem e inspeção: incluem todas as despesas com salários e vantagens de inspetores e técnicos, os custos de qualquer equipamento de teste necessário e, no caso de teste destrutivo, o custo unitário dos itens amostrados. Em geral, o custo de amostragem e teste se constitui de um componente fixo e um componente variável dependente do número de itens amostrados em cada inspeção;
2. custos de investigação e possível correção do processo depois de um sinal de que o processo está fora de controle. Estes custos vêm sendo tratados de diversas formas. Algumas distinguem os custos de procura da causa especial dos custos de sua correção. As duas situações são representadas, neste caso, por coeficientes de custo diferentes no modelo. Além do mais, o custo de reparo ou correção do processo pode depender do tipo de causa especial que ocorre. Rigorosamente, este fato incluiria tantos coeficientes de custo quantos fossem os sinais de que o processo estivesse fora de controle. Na prática, no entanto, com alguma perda de precisão, usa-se um coeficiente de custo único para representar o custo médio de procura e possível correção dos sinais de que o processo está fora de controle;
3. custos associados com a produção de itens não-conformes são os custos de retrabalho e refugo causados por falhas internas, ou reposição e reparos de unidades que estão na garantia. Podem ainda representar as perdas secundárias decorrentes da produção de

itens não-conformes, caso a insatisfação do cliente com o produto possa causar alguma alteração em compras futuras do produto produzido pela empresa. Finalmente, ainda podem ser perdas resultantes de reclamações do consumidor contra a empresa.

2.4 CARACTERIZAÇÃO DOS DIFERENTES ENFOQUES

A despeito da idéia central anteriormente descrita, os modelos encontrados na literatura apresentam maneiras diferentes de estabelecer suas funções de custo/perda, especialmente devido a pressupostos por eles mesmos estabelecidos. É possível, dessa maneira, depois de minucioso estudo e alguma comparação, distinguir quatro linhas de enfoques diferentes, aqui denominadas **grupos** e classificados numericamente como: grupo 1, grupo 2, grupo 3 e grupo 4 (vide Figura 3, pág. 20), com base nos critérios descritos a seguir. São eles:

1) semelhança entre as características do processo de produção quanto a:

- *setups*: são consideradas *setups* todas as interrupções do processo que se reiniciam no estado sob-controle. Os *setups* podem ser planejados ou não. Um *setup* é dito não planejado quando a interrupção decorre de um sinal de que o processo está fora-de-controle (alarme falso ou alarme verdadeiro);

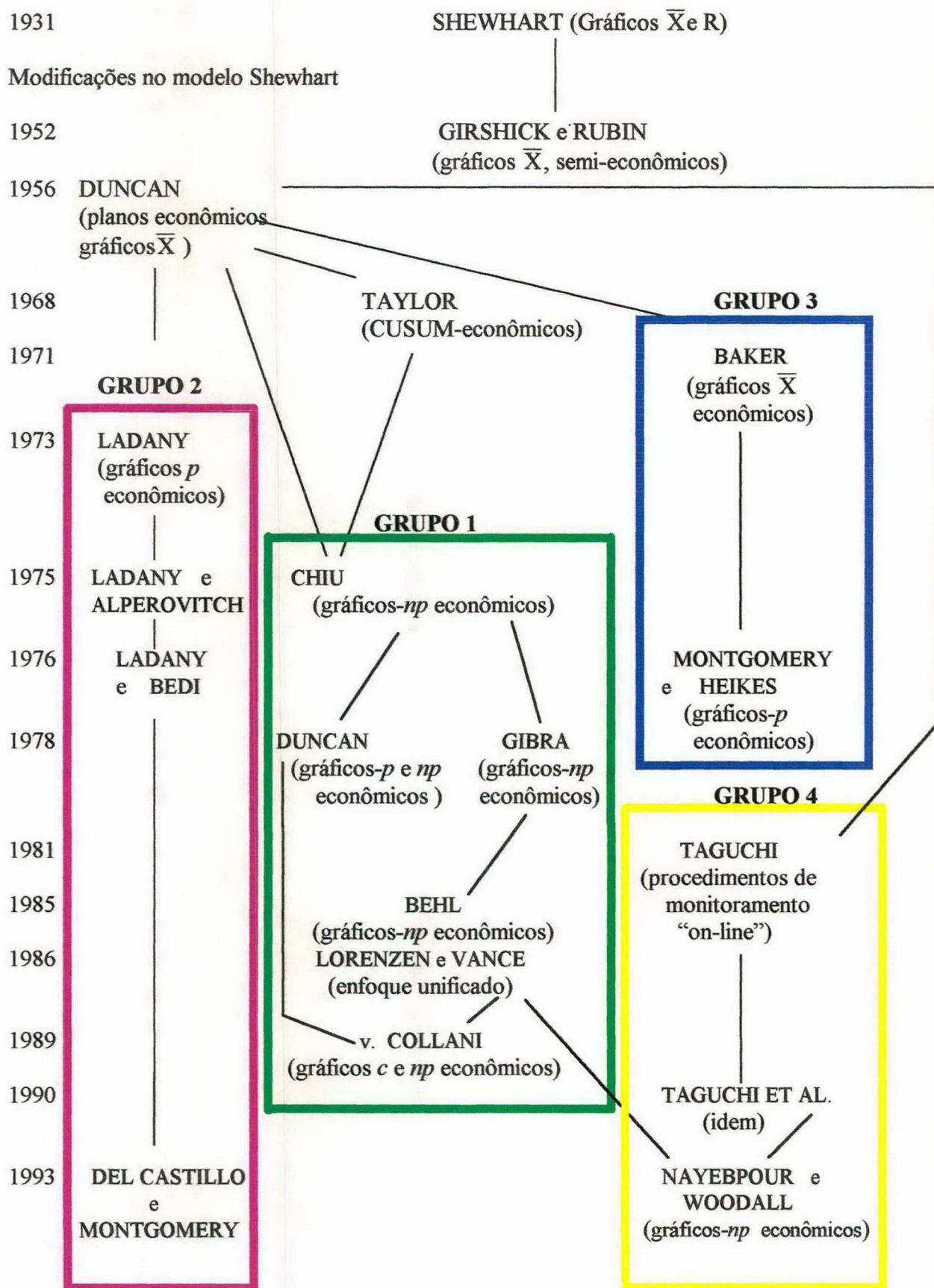
- capacidade de regeneração do processo: considera-se não-regenerativo o processo em que a ocorrência de uma causa especial independe dos falsos alarmes, ou seja, a ocorrência de um falso alarme não retarda nem acelera a de uma causa especial;

- tipo de amostragem: a retirada de amostras é considerada convencional quando o número de itens inspecionados é maior do que um. Caso contrário, a amostragem é dita não convencional;

2) tipo de distribuição de probabilidade que modela o tempo de ocorrência de uma causa especial no processo;

3) número, tipo e combinação de variáveis de decisão considerados.

FIGURA 3: CRONOLOGIA, AGRUPAMENTO E INTERRELAÇÃO ENTRE OS MODELOS DE PLANEJAMENTO ECONÔMICO DE GRÁFICOS DE CONTROLE POR ATRIBUTOS E MODELOS CORRELATOS



2.4.1 Grupo 1

Pertencem ao primeiro grupo os modelos desenvolvidos por Chiu (1975), Gibra (1978), Duncan (1978), Behl (1985), Lorenzen e Vance (1986) e v. Collani (1989). O planejamento ótimo destes modelos depende de três variáveis de decisão: número de elementos da amostra, número de aceitação limite e intervalo interamostral. Isto se dá, sobretudo, quando se utiliza a amostragem convencional e o planejamento é adequado a processos não regenerativos, cujos *setups* não são planejados (vide Figura 4, pág. 48).

Duncan (1956) desenvolveu um modelo de planejamento econômico para gráficos- \bar{X} baseado na idéia do tempo médio em que o processo está sob controle e também de um processo de produção que tem um horizonte infinito (em termos práticos, isso significa que os *setups* são realizados quando uma causa especial é detectada, o processo é interrompido, a causa especial é procurada e o processo reajustado), ou seja, os *setups* são não-planejados. O trabalho foi seguido por Chiu (1975), Gibra (1978) e o próprio Duncan (1978), que desenvolveram métodos para encontrar regras de decisão ótimas, as quais minimizam o total dos custos quando se usam gráficos de controle do tipo *p* e *np*, com base no mesmo modelo matemático desenvolvido inicialmente por Duncan. Os modelos deste grupo seguem os seguintes pressupostos:

- 1) o gráfico de controle é utilizado com o objetivo de manter o processo sob controle estatístico;
- 2) o processo começa sob controle, a um nível indicado por valores conhecidos;
- 3) uma causa especial desvia o processo para um novo estado também conhecido e não pode retornar ao estado sob controle sem intervenção. A característica de qualidade mantém-se supostamente estável no valor alvo até que, subitamente, um choque ocorre, mudando o nível do processo. Exemplo: Em processos de moldagem de canos por pressão, muitas variáveis aleatórias afetam a porosidade da superfície do produto e

determinam a fração defeituosa média. Entre elas, a pressão, que, reduzida abaixo de certo limite, ocasiona o aumento súbito da fração de itens defeituosos produzidos. Isto acontece quando o orifício através do qual o metal líquido flui para dentro do molde se alarga subitamente devido a uma falha causada pela fadiga do metal;

- 4) o ciclo de qualidade é definido como o tempo que decorre desde o início da produção (ou depois de um ajustamento do processo), até a descoberta e eliminação de uma causa especial (início de um novo período sob controle);
- 5) o tempo do ciclo é dividido em subperíodos: tempo sob controle, tempo fora de controle, tempo de procura de uma causa especial tanto para falso alarme como para alarme verdadeiro, tempo (considerado geralmente nulo) para analisar uma amostra e registrar o resultado, tempo para descobrir uma causa especial e reajustar o processo;
- 6) o tempo de ocorrência de uma causa especial é uma variável aleatória com distribuição de probabilidade exponencial, com média $1/\lambda$. Essa suposição implica que o tempo de ocorrência da perturbação não é afetado por falsos alarmes ou que o processo é “sem memória”;
- 7) os erros do produtor (tipo I ou α) e do consumidor (tipo II ou β) são considerados;
- 8) os custos por ciclo ocorrem por não conformidade dos itens produzidos, por alarmes falsos, por localização e reparo de uma causa especial e por amostragem e inspeção;
- 9) restrição à regra simples de tomar uma ação somente quando um ponto excede os limites de controle do gráfico ou o número de aceitação limite da amostra.

Com base nesses pressupostos, o desenvolvimento das funções custo/perda são descritos claramente pelos respectivos autores e a tabela 2, pág. 26, estabelece a equivalência entre os parâmetros, as variáveis e algumas fórmulas dos modelos pertencentes ao primeiro grupo.

Lorenzen e Vance (1986) apresentaram um método geral para determinação do planejamento de gráficos de controle, com os mesmos pressupostos dos modelos de Duncan (1956) e seus seguidores. Este método é aplicável a todos os tipos de gráficos de controle: p , np , u e c , especialmente àqueles que são oriundos da formulação original de Duncan (1956). O custo esperado por hora, denominado C (todas as quantidades usadas estão definidas na tabela 2) é estabelecido pela seguinte fórmula:

$$C = \frac{\frac{C_o}{\lambda} + C_1 \{h - \tau + nE + h[(ARL2) - 1] + \delta_1 T_1 + \delta_2 T_2\} + \frac{sY}{(ARL1)} + W}{\frac{1}{\lambda} + \frac{(1 - \delta_1)sT_o}{(ARL1)} + h - \tau + nE + h[(ARL2) - 1] + T_1 + T_2} + \frac{\left[\frac{(a + bn)}{h} \right] \left\{ \frac{1}{\lambda} + h - \tau + nE + h[(ARL2) - 1] + \delta_1 T_1 + \delta_2 T_2 \right\}}{\frac{1}{\lambda} + \frac{(1 - \delta_1)sT_o}{(ARL1)} + h - \tau + nE + h[(ARL2) - 1] + T_1 + T_2},$$

onde o denominador representa o tempo esperado do ciclo de produção, o qual é dividido em:

$\frac{1}{\lambda}$... tempo médio durante o qual o processo está sob controle,

$\frac{(1 - \delta_1)sT_o}{(ARL1)}$... tempo esperado de procura por alarme falso,

$(h - \tau)$... tempo esperado entre a ocorrência de uma causa especial e a próxima amostra,

$h[(ARL2) - 1] + T_1 + T_2$... tempo esperado para encontrar o desvio, descobrir a causa especial e reajustar o processo,

e os custos, por ciclo, são os seguintes:

$\frac{C_o}{\lambda}$... custos de operação do processo sob condições controladas,

$$C_1 (h - \tau + nE + h [(ARL2) - 1] + \delta_1 T_1 + \delta_2 T_2$$

... custo de operação do processo sob condições não controladas,

$$\frac{sY}{ARL1} + W$$

... custo esperado por alarme falso e para localizar e reparar a causa

especial que realmente ocorreu, e

$$\left[\frac{(a + bn)}{h} \right] \left\{ \frac{1}{\lambda} + h - \tau + nE + h[(ARL2) - 1] + \delta_1 T_1 + \delta_2 T_2 \right\}$$

... custo esperado de amostragem e inspeção.

Esta função depende de seis parâmetros de custo, sete que descrevem o processo, duas variáveis indicadoras que determinam se o processo de produção continua durante a procura e o reajuste da causa especial e três variáveis do planejamento que descrevem o procedimento gráfico. A distribuição, por tipo, dos parâmetros e variáveis utilizados nos modelos deste grupo são mostrados na tabela 1.

As fórmulas correspondentes aos casos particulares de Chiu (1978), Gibra (1978) e Duncan (1978) podem ser facilmente deduzidas a partir do modelo geral de Lorenzen e Vance (1986) (vide Apêndice 1) com o auxílio das equivalências entre as variáveis, fórmulas e parâmetros apresentados na tabela 2, pág. 26.

As três variáveis do planejamento que descrevem o procedimento gráfico são: número de elementos da amostra, número de desvios padrões que distanciam os limites de controle da linha central do gráfico de controle e o intervalo interamostral.

TABELA 1: DISTRIBUIÇÃO DO TOTAL DOS PARÂMETROS E VARIÁVEIS NA COMPOSIÇÃO DAS FUNÇÕES CUSTO/PERDA DOS MODELOS PERTENCENTES AO GRUPO 1

MODELO	Nº. de Variáveis de decisão	Parâmetros de tempo/processo	Parâmetros de custo	TOTAL
CHIU (1975)	3	5	6	14
GIBRA (1978)	3	6	6	15
DUNCAN (1978)	3	5	6	14
BEHL (1985)	3	5	7	15
LORENZEN e VANCE (1986)	3	7	6	16
v. COLLANI (1989)	3	3	4	10

TABELA 2 : EQUIVALÊNCIA ENTRE AS NOTAÇÕES DE VARIÁVEIS, PARÂMETROS E ALGUMAS FÓRMULAS DOS MODELOS DO GRUPO 1

MODELOS	CHIUI (1975)	GIBRA (1978)		DUNCAN (1978)	BEHL (1985)	LORENZEN e VANCE (1986)	v. COLLANI (1989)
		(I)	(II)				
VARIÁVEIS PARÂMETROS E FÓRMULAS							
Tamanho da amostra	n	n	n	n	n	n	n
Intervalo interamostral	h	g	g	h	T	h	h
Número de aceitação/número de desvios padrões	d	c	c	d	c	IL, IU	c
Número de amostras retiradas até que ocorra alarme falso	-	-	-	-	-	$ARL1 = 1/\alpha$	-
Número de amostras retiradas processo sob controle	$\frac{\sqrt{\lambda - \tau}}{h}$	$\frac{\sqrt{\lambda - \tau}}{g}$	$\frac{\sqrt{\lambda - \tau}}{g}$	$\frac{e^{-\lambda h}}{1 - e^{-\lambda h}}$	$E[A_{II}]$	$s = \frac{e^{-\lambda h}}{1 - e^{-\lambda h}}$	$E[A_{II}]$
Número de amostras retiradas: processo fora de controle	\sqrt{P}	\sqrt{P}	\sqrt{P}	\sqrt{P}	$E[A_{II}]$	$ARL2 = 1/1 - \beta$	$E[A_{II}]$
Tempo médio: processo sob controle	$\sqrt{\lambda}$	$\sqrt{\lambda}$	$\sqrt{\lambda}$	$\sqrt{\lambda}$	$E[r_{II}]$	$\sqrt{\lambda}$	-
Tempo médio: processo fora de controle	$\frac{h}{e^{\lambda h} - 1} - \frac{1}{\lambda} + \frac{h}{P}$	$\frac{g}{e^{\lambda g} - 1} - \frac{1}{\lambda} + \frac{g}{P}$	$\frac{g}{e^{\lambda g} - 1} - \frac{1}{\lambda} + \frac{g}{P}$	$\frac{h}{e^{\lambda h} - 1} - \frac{1}{\lambda} + \frac{h}{P}$	$E[r_{II}]$	$\frac{h}{e^{\lambda h} - 1} - \frac{1}{\lambda} + h(ARL2)$	-
Tempo de amostragem esperado	0	g	g	g	0	E	0
Tempo esperado de procura de um falso alarme	t_0	r_1	r_1	-	t_D	T_0	-
Tempo esperado para descoberta da causa	t_1	r_2	r_2	D		T_1	-
Tempo esperado de reparo	interrompida (int)	interrompida (int)	não interrompida (nint)	não interrompida (nint)	interrompida (int)	T_2	-
Produção durante a procura	interrompida (int)	interrompida (int)	interrompida (int)	interrompida (int)	interrompida (int)	$\delta_1 = 1 \Rightarrow \text{mint}$ $\delta_1 = 0 \Rightarrow \text{int}$	interrompida (int)
Produção durante o reparo	interrompida (int)	interrompida (int)	interrompida (int)	interrompida (int)	interrompida (int)	$\delta_2 = 1 \Rightarrow \text{mint}$ $\delta_2 = 0 \Rightarrow \text{int}$	interrompida (int)

MODELOS VARIÁVEIS PARÂMETROS E FÓRMULAS	CHIU (1975)	GIBRA (1978)		DUNCAN (1978)	BEHL (1985)	LORENZEN e VANCE (1986)	v. COLLANI (1989)
		(I)	(II)				
Custo/perda/lucro da qualidade por item/hora, sob controle.	M	-	-	M	G_I	C_0	
Custo/perda/lucro da qualidade por item/hora, fora de controle.		$wr(p_1-p_0)$	$wr(p_1-p_0)$		G_{II}	C_1	g_2
Custos por falso alarme	T	$(c_1+c_2)r_1$	$(c_1)r_1$	T	K_D	Y	e^*
Custo de localização da causa especial	W	$(c_1+c_2)r_1$	$(c_1)r_1$	W	-	W	-
Custo de reparo do processo		$(c_2+c_3)r_2$	$(c_2+c_3)r_2$	-	K_R	-	-
Custo fixo de procura e reparo por unidade de tempo	-	-	-	-	K_F	-	-
Custo de manutenção da oficina e laboratório	-	-	-	-	$K_{i,n}$	-	-
Lucro esperado por retorno ao estado sob controle	-	-	-	-	-	-	b^*
Custo fixo de amostragem	b	h	h	b	K_S	a	-
Custo por unidade amostrada	c	b	b	c	K_t	b	a^*
Perda ocasionada pela produção de um item defeituoso	-	u	u	-	-	-	-
Taxa de produção por unidade de tempo	-	r	r	-	v	-	v
Número esperado de falsos alarmes	$a \left(\frac{\sqrt{\lambda - \tau}}{h} \right)$	$a \left(\frac{\sqrt{\lambda - \tau}}{g} \right)$	$a \left(\frac{\sqrt{\lambda - \tau}}{g} \right)$	$\frac{ae^{-\lambda h}}{1 - e^{-\lambda h}}$	$E[A_D]$	$s(A_{RLI})$	$E[A_F]$

Diante desses dados, tornam-se necessárias algumas observações relativamente aos trabalhos de Behl (1985) e v Collani (1989). Ambos desenvolveram, respectivamente, uma perda total esperada e um lucro esperado por reajuste, calculados por item produzido, diferentemente dos outros modelos do grupo em que este cálculo é feito em termos de tempo de produção.

OBSERVAÇÃO 1: Behl (1985) estabelece uma perda total esperada por unidade produzida (vide Apêndice 1), aplicável a três planos estratégicos:

- i) nenhum controle ou reajuste é feito durante o processo de produção: $T = \infty$;
- ii) faz-se uma inspeção (sem amostragem), em intervalos constantes e, se necessário, realiza-se o reparo: $T < \infty, n = 0$;
- iii) uma amostra de tamanho n é retirada a intervalos constantes. Se o número m de itens não conformes é maior do que c , o processo de produção é interrompido, é feita uma revisão e, se necessário, realiza-se o reparo; $T = \infty, n > 0$,

onde $T =$ intervalo interamostral, e

$n =$ tamanho da amostra.

A perda média por unidade produzida é dada pela seguinte expressão:

$$V(T, n, c) = \frac{E[V_z^g]}{E[N_z]}$$

onde:

$$E[N_z] = (E[r_I] + E[r_{II}])v = \left(\frac{1}{e^{\lambda T} - 1} + \frac{1}{1 - \tilde{\beta}_{n,c}} \right) T v, e$$

$$\begin{aligned} E[V_z^g] = & -G_I(E[r_I])v - G_{II}(E[r_{II}])v + A_D(K_D + G_I t_D v) + (K_D + K_R) + \\ & + G_{II}(t_D + t_R)v + K_{T,n} \{ E[r_I] + E[r_{II}] + E[A_D]t_D + t_D + t_R \} + \\ & + K_K(E[A_I] + E[A_{II}])n \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
&= -G_I \frac{v}{\lambda} - G_{II} v \left(\frac{T}{e^{\lambda T} - 1} + \frac{T}{1 - \tilde{\beta}_{n,c}} - \frac{1}{\lambda} \right) + \frac{\alpha_{n,c}}{e^{\lambda T} - 1} (K_D + G_I t_D v) + (K_D + K_R) + \\
&+ G_{II} (t_D + t_R) v + K_{T,n} \left\{ \frac{T}{e^{\lambda T} - 1} + \frac{T}{1 - \tilde{\beta}_{n,c}} + \frac{\alpha_{n,c}}{e^{\lambda T} - 1} t_D + t_D + t_R \right\} + K_K \left(\frac{T}{e^{\lambda T} - 1} + \frac{T}{1 - \tilde{\beta}_{n,c}} \right) n.
\end{aligned}$$

Este modelo, além das parcelas que podem ser deduzidas diretamente da função custo esperado por hora, de Lorenzen e Vance (1986) (vide Tabela 2 e Apêndice 1), contém as seguintes parcelas adicionais:

1) os custos de oportunidade originados por inspeções desnecessárias devido a alarmes falsos:

$$E[A_D] G_I t_D v \quad (1)$$

onde

$E[A_D]$... número esperado de falsos alarmes,
G_I	... receita média por item produzido enquanto o processo está sob controle,
t_D	... duração de tempo de procura de uma causa especial, e
v	... número de itens produzidos por unidade de tempo;

2) o lucro perdido enquanto o processo está fora de controle:

$$G_{II} (t_D + t_R) v \quad (2)$$

onde:

G_{II}	... receita média por item produzido enquanto o processo está fora de controle, e
t_R	... duração do tempo de reparo.

As parcelas (1) e (2), acima, são opcionais;

3) os custos de manutenção da oficina de reparos e do laboratório de inspeção:

$$K_{T,n} (E[r_I] + E[r_{II}] + E[A_D] t_D + t_D + t_R),$$

onde

$$K_{T,n} = \begin{cases} 0 & \text{se } T = \infty \\ K_F & \text{se } T < \infty, n = 0 \\ K_F + K_S & \text{se } T < \infty, n > 0, \end{cases}$$

K_F ... custo fixo de procura da causa especial e reparo, por unidade de tempo,

K_S ... custo fixo por amostragem,

$E[r_I]$... intervalo de tempo em que o processo está sob controle, e

$E[r_{II}]$... intervalo de tempo em que o processo está fora de controle.

As parcelas acima consideradas adicionam ao modelo novos parâmetros de custo e processo e o tornam o mais abrangente de todos os modelos do grupo.

OBSERVAÇÃO 2: v. Collani (1989) começa seu trabalho desenvolvendo um modelo de planejamento econômico para gráficos de controle- c . A função lucro esperado por reajuste (vide Apêndice 1), que modifica levemente a função criada por Duncan (1956) para gráficos de controle- \bar{X} , tem a seguinte forma:

$$P(h, n, k) = \frac{b^* + E[A_I + A_{II}] h v g_2 - E[A_F] e^* - E[A_I + A_{II}] a^* n}{E[A_I + A_{II}] h v},$$

onde

b^* ... benefício esperado por restauração do processo,

$b^* + E[A_I + A_{II}] h v g_2$... lucro esperado durante um ciclo completo de operação,

$E[A_F] e^*$... custo esperado de falso alarme,

$E[A_I + A_{II}] a^* n$... custo esperado de amostragem, e

$E[A_I + A_{II}] h v$... número esperado de itens produzidos por ciclo.

O lucro g_2 (vide Tabela 2, pág. 26) é considerado válido tanto para o processo no estado sob controle como no estado fora de controle. Mais especificamente, g_2 pode ser considerado como o menor entre V_0 e V_1 de Duncan. Com base nesta suposição, as duas primeiras parcelas das expressões sob referência podem ser comparadas da seguinte forma:

as do numerador no modelo Duncan (1956) são:

$$\frac{V_0}{\lambda} + V_1 \left(\frac{h}{P} - \tau + en + D \right),$$

mas

$$\frac{h}{P} = \frac{h}{1-\beta}, \text{ e}$$

$$\tau = \frac{1}{\lambda} - \frac{h}{e^{\lambda h} - 1}.$$

Fazendo as devidas substituições na expressão acima, tem-se:

$$\frac{V_0}{\lambda} + V_1 \left(\frac{h}{1-\beta} + \frac{h}{e^{\lambda h} - 1} - \frac{1}{\lambda} + en + D \right), \quad (3)$$

onde

- $\frac{1}{\lambda}$... tempo médio em que o processo se mantém sob controle,
- V_0 ... receita, por hora, da qualidade do processo durante o estado sob controle,
- V_1 ... receita, por hora, da qualidade do processo durante o estado fora de controle,
- $\frac{1}{P} = \frac{h}{1-\beta}$... tempo esperado em que o processo está fora de controle,
- $\tau = \frac{1}{\lambda} - \frac{h}{e^{\lambda h} - 1}$... tempo esperado de ocorrência de uma causa especial dentro de um intervalo,
- en ... tempo para retirar uma amostra, inspecioná-la e calcular os resultados,
- D ... tempo esperado para descobrir uma causa especial.

A equação 3 pode ser reescrita da seguinte forma:

$$V_1 \left(\frac{h}{e^{\lambda h} - 1} + \frac{h}{1 - \beta} \right) + \left(\frac{V_0 - V_1}{\lambda} \right) + V_1 en + V_1 D.$$

Mas no modelo de v. Collani (1989) $en = 0$, D não existe e a taxa de produção (v) por unidade de tempo precisa ser considerada. Assim, a expressão acima se torna equivalente a:

$$V_1 \left(\frac{h}{e^{\lambda h} - 1} + \frac{h}{1 - \beta} \right) v + \left(\frac{V_0 - V_1}{\lambda} \right) v + V_1 D.$$

As duas primeiras parcelas do numerador do lucro de longa duração no modelo de v. Collani são:

$$g_2 (E[A_I] + E[A_{II}]) hv + b^*, \quad \text{portanto,}$$

$$g_2 (E[A_I] + E[A_{II}]) hv = V_1 \left(\frac{h}{e^{\lambda h} - 1} + \frac{h}{1 - \beta} \right) v, \quad e$$

$$b^* = \left(\frac{V_0 - V_1}{\lambda} \right) v + V_1 D.$$

Como o processo não é interrompido durante a procura da causa especial, V_1 contém todos os custos fixos por unidade de tempo de v. Collani, enquanto o tempo e o custo de reparo para Duncan, são nulos, pois seu modelo não permite a consideração do custo de reparo do processo.

$$\text{Logo, } V_1 D = -[(a_2 + a_3) + (t_2 + t_3)(c_1 + c_2 + c_3 + c_4)] \text{ com } a_3 = t_3 = c_3 = 0.$$

E surge a igualdade:

$$b^* = \left(\frac{V_0 - V_1}{\lambda} \right) v - (a_2 + a_3) - (t_2 + t_3)(c_1 + c_2 + c_3 + c_4),$$

onde:

$g_2 =$ lucro médio enquanto fora de controle,

$t_1 =$ tempo médio necessário para uma inspeção errônea,

- t_2 = tempo médio necessário para localizar a causa especial,
 t_3 = tempo médio necessário para uma renovação do processo,
 a_2 = custo médio para localizar a causa especial,
 a_3 = custo médio de um reparo,
 c_1 = custo fixo por hora para manter a equipe ou recursos de amostragem,
 c_2 = custo fixo por hora para manter a equipe ou os recursos de inspeção,
 c_3 = custo fixo por hora para manter a equipe ou os recursos de reparo,
 c_4 = custo fixo por hora para manter a equipe ou os recursos de produção, e
 v = número médio de itens produzidos por hora.

É importante observar que b^* , assim concebido, independe do planejamento amostral a ser adotado, simplificando, consideravelmente, os cálculos. Esta característica diferencia este modelo dos demais do Grupo 1, mas não o exclui deste conjunto, pois os pressupostos permanecem os mesmos.

Além disso, v. Collani (1989) desenvolveu também uma função de lucro padronizada para gráficos de controle- c economicamente planejados, que é um modelo aproximado do anterior e reduz consideravelmente o número de parâmetros de custo/processo. O problema de maximização do lucro, desta maneira, se torna mais fácil e, mesmo assim, permanece equivalente ao modelo não padronizado. Esse autor também utiliza o modelo para gráficos de controle- c , por ele criado, como uma aproximação para gráficos- np . Em ambos os casos as soluções aproximadas, segundo ele, são muito boas.

2.4.2 Grupo 2

Este grupo é composto pelo modelo criado por Ladany (1973), por seus trabalhos posteriores (1975 e 1976) feitos com a contribuição de Alperovitch e Bedi, respectivamente, e pela simplificação da função de custo elaborada mais recentemente por Del Castillo e Montgomery (1993).

Ladany (1973) estabelece um critério que mede todos os custos do planejamento ótimo para controlar, por atributos, um processo de produção, considerando um modelo para intervalos de produção finitos e processos não regenerativos (vide Figura 4, pág. 48). Para modelá-lo, Ladany (1973) usou, originalmente, a idéia de Duncan (1956), mas desenvolveu seu modelo com base no valor esperado de número de interrupções no processo, calculado a partir da probabilidade de haver interrupções entre duas amostras consecutivas. Não considerou o processo, em seu modelo original, como um processo de premiação renovada e os pressupostos do modelo são os mesmos enumerados para o primeiro grupo, exceção feita aos itens 4, 5 e 6, que ficam modificados para: 4) o ciclo de qualidade é o tempo que decorre entre o *setup* da máquina que produz o item que está sendo controlado e o término do processo ou o próximo *re-set* planejado (este período de tempo começa e termina com os *setups* planejados do processo ou os ajustamentos que recolocam o processo no estado sob controle e é denominado “intervalo”). O intervalo é dividido em subintervalos, chamados “pequenos intervalos”, que ocorrem entre duas amostras adjacentes; 5) desconsiderado, e 6) a probabilidade de ocorrer uma causa especial é conhecida. O valor e a frequência destas mudanças súbitas podem ser calculados ou a partir de considerações teóricas, ou medidos através de informações históricas sobre o processo. Conseqüentemente, a formulação matemática de sua função de custo difere consideravelmente das formuladas por todos os outros modelos aqui considerados. A formulação da função custo (TC) de Ladany (1973) pode ser resumida como segue:

$$TC = A + B + C + D,$$

onde

$$A = (C_o + C_1)n)f$$

simboliza o custo de amostragem em todo o intervalo, onde

C_o ... custo fixo por amostra,

C_1 ... custo de amostragem por item,

n ... tamanho da amostra,

f ... frequência amostral,

e

$$B = \frac{C_2 P_f}{2(f+1)} \sum_{i=0}^f F(i) \left[1 + 2P_\alpha \left(\frac{1 - P_\alpha^{f-i}}{1 - P_\alpha} \right) \right]$$

representa o custo da não descoberta de um desvio no processo, quando a mudança ocorre,

onde

C_2 ... custo da não descoberta de um desvio no processo durante a duração de todo o intervalo,

$P_f = 1 - (1 - P_s)^{\frac{1}{f+1}}$... probabilidade de que o desvio ocorra em um “pequeno intervalo” que começou sem desvio, onde

P_s ... probabilidade de que ocorra uma mudança súbita durante todo o intervalo,

$F(i)$... probabilidade de que o “pequeno intervalo” i comece sem a mudança súbita na fração defeituosa do processo,

$P_f \sum_{i=0}^f F(i)$... probabilidade de que o desvio súbito ocorra em um dado “pequeno intervalo”,

P_α ... probabilidade de não descobrir uma mudança no processo na primeira amostra após a sua ocorrência,

$\sum_{i=1}^{f-i} P_\alpha^i = P_\alpha \left(\frac{1 - P_\alpha^{f-i}}{1 - P_\alpha} \right)$... probabilidade de não descobrir um desvio na $(f-i)$ -ésima amostra após a ocorrência, dado que o desvio ocorreu,

e

$$C = C_3 \alpha (1 - P_f) \sum_{i=0}^{f-1} F(i),$$

como o custo de alarmes falsos, onde

C_3 ... custo de cada indicação falsa,

α ... probabilidade de ocorrer uma indicação falsa (erro do tipo I),

- $(1 - P_f)$... probabilidade de que o desvio não tenha ocorrido no pequeno intervalo, dado que ele começou sem desvio,
- $\sum_{i=0}^{f-1} F(i)$... probabilidade total de que o “pequeno intervalo” tenha começado sob controle, e

$$D = C_4 P_f \sum_{i=0}^{f-1} F(i) (1 - P_\alpha^{f-i}),$$

como o custo de reajustar mudanças descobertas no processo, onde

- C_4 ... custo de cada reajuste,
- $P_f \sum_{i=0}^{f-1} F(i)$... probabilidade de que uma súbita mudança ocorra em um determinado “pequeno intervalo”, dado que ele se tenha iniciado sem desvio, e
- $1 - P_\alpha^{f-i}$... probabilidade de que o desvio (ocorrido no i -ésimo “pequeno intervalo”) seja descoberto até a última amostra.

A função de custo (TC), assim formulada por Ladany (1973), depende de quatro parâmetros de custo, três parâmetros considerados dependentes dos recursos da produção e três parâmetros de planejamento do gráfico de controle por atributos, a saber: tamanho da amostra, frequência da retirada de amostras e distância entre o limite de controle e o valor alvo do processo, expresso em termos de número de desvios padrões (vide Tabela 3, pág. 39).

Fazem parte, ainda, deste grupo, os trabalhos de Ladany e Alperovitch (1975) e Ladany e Bedi (1976), em que o enfoque central do modelo é diferente do anterior. Este baseia-se no conceito de tempo esperado entre os *setups* não planejados (que ocorrem sempre que um desvio é detectado na fração defeituosa do processo), em contraposição ao número médio de interrupções dentro de um intervalo que decorre entre dois *setups* planejados. Além disso, também difere do modelo Duncan (1956), não só pelo fato de tratar de gráficos de controle- p , como também porque considera, quando ocorre um falso alarme, uma das duas alternativas: ou não se distingue o alarme falso do verdadeiro e um

setup é realizado, ou se percebe imediatamente que não houve desvio, o que também é equivalente a um *setup*.

No modelo atual, o custo total esperado por unidade de tempo é expresso pela razão entre o custo total incorrido durante o ciclo de produção e o tempo esperado de duração do referido ciclo:

$$CU = \frac{C_1 n E(i) + \frac{C_2 t}{2T} P_i \sum_{i=1}^{\infty} G(i) [1 + 2 \sum_{j=i}^{\infty} D(j)] + C_3 E(S) + C_4 [1 - E(S)]}{tE(i)}$$

A expressão também pode ser entendida como:

$$CU = \frac{A + B + C + D}{tE(i)}$$

onde o denominador $tE(i)$ representa o tempo de duração do ciclo de produção.

No numerador:

$$A = C_1 n E(i)$$

representa o custo de amostragem, onde

- C_1 ... custo de amostragem de um item,
- n ... número de elementos da amostra, e
- $E(i)$... número esperado de amostras retiradas depois de um *setup* até a descoberta de um desvio na i -ésima amostra;

$$B = \frac{C_2 t}{2T} P_i \sum_{i=1}^{\infty} G(i) \left[1 + 2 \sum_{j=i}^{\infty} D(j) \right]$$

representa o custo decorrente da não descoberta de desvios, onde

- C_2 ... custo de não descobrir uma mudança específica durante o ciclo de produção T ,
- $P_i = 1 - (1 - P_d)^{i/T}$... probabilidade de que o desvio ocorra durante o intervalo interamostral t , dado que o intervalo iniciou sem desvio,
- $G(i)$... probabilidade de que um desvio seja descoberto na i -ésima amostra, e

$D(j)$... probabilidade de que nenhum desvio seja descoberto na j -ésima amostra;

$$C = C_3\alpha(1 - P_1)\sum_{i=1}^{\infty} D(i - 1)G(i) = C_3E(S)$$

representa o custo de alarmes falsos, onde

C_3 ... custo médio de cada indicação falsa, e

$E(s)$... fração esperada de falsas indicações em um ciclo;

e

$$D = C_4[1 - E(S)]$$

representa o custo esperado de ajustes, onde

C_4 ... custo de ajustar cada desvio descoberto quando os setups não são planejados e executados com intervalos não programados, e

$[1 - E(S)]$... fração esperada de indicações verdadeiras em um ciclo.

Para calcular o custo total por unidade de tempo acima estudado são necessários quatro parâmetros de custo, seis parâmetros dependentes dos recursos da produção ou decididos pelo administrador, e três variáveis de decisão (vide Tabela 3, a seguir, e Apêndice 2).

Neste trabalho, o modelo de Ladany e Bedi (1976) constará apenas do fluxograma de apresentação descrito no próximo capítulo. A justificativa para esta limitação da pesquisa é feita no capítulo 3, item 3.3.

Ainda como parte deste grupo destaca-se o trabalho de Del Castillo e Montgomery (1993), que apresenta uma nova versão simplificada do modelo, reduzindo o número de parâmetros através da transformação de variáveis. Esta formulação permite o

cálculo rápido e simples da função objetivo de custo, especialmente quando a frequência de retiradas é grande (Del Castillo e Montgomery, 1993).

TABELA 3: DISTRIBUIÇÃO DO TOTAL DOS PARÂMETROS E VARIÁVEIS UTILIZADAS NA COMPOSIÇÃO DAS FUNÇÕES CUSTO/PERDA DOS MODELOS PERTENCENTES AO GRUPO 2

MODELO	Nº. de	Variáveis de	Parâmetros de	Parâmetros	TOTAL
		decisão	tempo/processo	de custo	
LADANY (1973)		3	3	4	10
LADANY e ALPEROVITCH (1975)		3	6	4	13
LADANY e BEDI (1976)		3	6	4	13

2.4.3 Grupo 3

Este grupo é composto por modelos criados por Baker (1971), para gráficos de controle- \bar{X} e estendidos para gráficos de controle por atributos por Montgomery e Heikes (1976). Os gráficos de controle- p são estudados usando ambos: o modelo discreto que pressupõe que a ocorrência dos desvios do processo é governada por uma cadeia de Markov e aquele em que esta suposição é negada (vide figura 4, pág. 48). Os autores concluem que a escolha adequada do mecanismo de falha do processo (distribuição da probabilidade que modela o processo), com base em informações sobre o processo de produção, é um requisito importante a ser considerado no planejamento econômico ótimo de gráficos de controle. Os pressupostos dos modelos são os mesmos arrolados para o Grupo 1, exceção feita ao item 6, obviamente. Ademais, em seus modelos, Montgomery e Heikes utilizam apenas um par de variáveis de decisão do planejamento: o tamanho da

amostra e os limites de controle. O intervalo interamostral, neste caso, é um parâmetro implícito do modelo, a ser determinado a partir do tempo esperado de ocorrência de uma perturbação no processo.

Depois de adaptar os valores dos limites superiores e a estatística a ser registrada no gráfico, os autores estabelecem as funções de custo esperadas para o planejamento econômico de gráficos de controle- p , considerando três casos no desenvolvimento das fórmulas (vide Apêndice 3). Os três casos estão sucintamente descritos abaixo:

1º caso: o tempo de duração do processo no estado sob controle é uma variável aleatória geometricamente distribuída, com parâmetro π ,

O custo esperado por tempo (ATC)

$$ATC = a_1 n + \frac{a_2 \alpha' [\pi + \alpha(1 - \pi)] + a_3 \pi}{\alpha'(1 - \pi) + \pi} \quad (4)$$

onde α é a probabilidade de ocorrer um erro do tipo I e α' é o poder do teste. A equação 4 origina-se na função de custo do Modelo A de Baker (1971)

$$ATC = \frac{a_1 n (E[T] + E[S]) + a_2 (1 + E[M]) + a_3 E[S]}{E[T] + E[S]}, \quad (5)$$

onde

- a_1 ... custo de amostragem e inspeção por unidade produzida,
- a_2 ... custo esperado da procura e possível correção do processo quando um sinal de “fora-de-controle” é observado, por unidade produzida,
- a_3 ... custo de operação no estado fora de controle por um período,
- $E[T]$... tempo esperado em que o processo está sob controle,
- $E[S]$... tempo esperado em que o processo está fora de controle,
- $E[M]$... número esperado de alarmes falsos, e
- n ... número de elementos da amostra.

As equivalências entre as equações 5 e 4 são:

$$a_1 n (E[T] + E[S]) = a_1 n \left[\left(\frac{1-\pi}{\pi} \right) + \frac{1}{\alpha'} \right] \quad \dots \text{ custo esperado da amostragem num ciclo,}$$

$$a_2 (1 + E[M]) = a_2 \left[1 + \alpha \left(\frac{1-\pi}{\pi} \right) \right] \quad \dots \text{ custo esperado da procura de uma causa especial, tanto para alarmes falsos como para verdadeiros, e}$$

$$a_3 (E[S]) = a_3 \left(\frac{1}{\alpha'} \right) \quad \dots \text{ custo esperado de operação no estado fora de controle.}$$

2º Caso: a duração do tempo em que o processo permanece sob controle é uma variável aleatória com distribuição de Poisson e parâmetro λ .

Neste caso, a função custo esperado (ATC) é

$$ATC = a_1 n + \frac{\alpha [a_2 \alpha' + a_3 e^{-a\lambda}]}{\alpha' (1 - e^{-a\lambda}) + \alpha e^{-a\lambda}}, \quad (6)$$

fundamentada sobre o Modelo B, de Baker (1971) gerado para os casos em que não se justifica supor que o tempo em que o processo está sob controle é independente dos alarmes falsos, ou

$$ATC = a_1 n + \frac{a_2 + a_3 E[S']}{E[D]}, \quad (7)$$

onde

$E[S']$... tempo esperado em que o processo está fora de controle antes de um sinal de ação, e

$E[D]$... tempo esperado entre o término de uma procura da causa especial e o sinal de ação subsequente.

As equivalências entre as equações 7 e 6 são:

$$a_1 n E[D] = a_1 n \left[\frac{\alpha' (1 - e^{-\alpha \lambda}) + \alpha e^{-\alpha \lambda}}{\alpha \alpha'} \right]$$

... custo esperado da amostragem durante um ciclo, e

$$a_3 E[S'] = a_3 \frac{e^{-\alpha \lambda}}{\alpha'}$$

... custo esperado de operação fora de controle.

3º Caso: a duração de tempo em que o processo está sob controle é uma variável aleatória com distribuição de probabilidade da série logarítmica com parâmetros ρ , γ e θ .

Neste caso, a função de custo médio é dada por

$$ATC = a_1 n + \frac{a_2 + a_3 \left\{ \frac{[\rho - \gamma(1 - \rho) \ln \psi]}{\alpha'} \right\}}{\frac{\rho}{\alpha'} - (1 - \rho) \gamma \left\{ [\ln(1 - \theta) - \ln \psi] \alpha + \frac{\ln \psi}{\alpha'} \right\}} \quad (8)$$

e

$$\psi = 1 - \theta(1 - \alpha).$$

Com base no mesmo modelo de Baker (1971) apresentado no caso anterior, as equivalências entre 7 e 8 são as seguintes:

$$a_1 n (E[D]) = a_1 n \left\{ \frac{\rho}{\alpha'} - (1 - \rho) \gamma [\ln(1 - \theta) - \ln \psi] \alpha + \frac{\ln \psi}{\alpha'} \right\}$$

... custo esperado de amostragem em um ciclo, e

$$a_3 E[S'] = a_3 \left\{ \frac{[\rho - \gamma(1 - \rho) \ln \psi]}{\alpha'} \right\}$$

... custo esperado de operação no estado fora de controle.

As fórmulas desenvolvidas para os três casos (vide Tabela 4) dependem de apenas três parâmetros de custo e de quatro (1º Caso e 2º Caso) ou seis (3º Caso) parâmetros de tempo/processo (incluído o intervalo interamostral) e duas variáveis de decisão do planejamento: número de elementos da amostra e o número de aceitação limite, que depende da distância do limite de controle à linha central, em número de desvios padrões (vide nota de rodapé da pág. 17).

TABELA 4: DISTRIBUIÇÃO DO TOTAL DOS PARÂMETROS E VARIÁVEIS UTILIZADOS NA COMPOSIÇÃO DAS FUNÇÕES CUSTO/PERDA DOS MODELOS PERTENCENTES AO GRUPO 3

Nº. de	Variáveis de decisão	Parâmetros de tempo/processo	Parâmetros de custo	TOTAL
MODELO				
MONTGOMERY e HEIKES (1976) (Caso 1)	2	3	3	8
MONTGOMERY e HEIKES (1976) (Caso 2)	2	3	3	8
MONTGOMERY e HEIKES (1976) (Caso 3)	2	5	3	10

2.4.4 Grupo 4

Como uma quarta linha de estudo surgem os procedimentos de monitoramento da qualidade por atributos criados por Taguchi (1981, 1990) e aperfeiçoados por Nayebpour e Woodall (1993). Em seu modelo simples e prático, Taguchi (1981, 1990) determina que um único item deve ser inspecionado (examinado) a intervalos de produção iguais e, se o item for não-conforme, o processo é interrompido, corrigido e reconduzido à condição de normalidade (vide Figura 4, pág. 48). Supõe também que o nível médio da característica de qualidade é estável até que um desvio súbito o mude.

Taguchi et alii (1990) consideram dois casos no estudo dos procedimentos de monitoramento por atributos:

Caso 1: quando o processo se desvia de uma produção isenta de itens defeituosos para a súbita produção de itens todos defeituosos;

Caso 2: quando o processo desvia de uma porcentagem nula de itens defeituosos para a produção de π (100%) de itens defeituosos, onde $0 < \pi < 1$. Somente três tipos de custo são considerados neste modelo: custo de produção de itens defeituosos, ou custo de produção de itens sob condições de anormalidade, custo de amostragem e custo de ajuste do processo.

Dois funções de custo alternativas, L e L' (vide Apêndice 4), foram desenvolvidas para o caso 1:

$$L = \frac{C_i}{m} + \left(\frac{m+1}{2} + l \right) \frac{C_d}{\mu} + \frac{C_a}{\mu}, \quad (9)$$

onde

- C_i ... custo de amostragem e inspeção, por diagnóstico,
- C_d ... perda devido à produção de uma unidade de produto sob condições anormais,
- $C_a = C_1 t + C_2$... custo de ajuste: custo total para reconduzir o processo a condições normais, quando o processo saiu fora de controle
 (C_1 ... perda devido à interrupção do processo, por unidade de tempo,
 t ... tempo médio do reajuste,
 C_2 ... custo direto de ajuste incluindo despesas com pessoal, custo de ferramentas e material),
- m ... intervalo interamostral, expresso em número de itens produzidos,
- l ... tempo de atraso (tempo que decorre até que o processo seja interrompido depois que um item defeituoso é encontrado) expresso em número de itens produzidos,

- $\bar{\mu}$... intervalo de ocorrência entre perturbações, expresso em número de itens produzidos,
 ($\bar{\mu}$... é dado pela razão entre o total de itens produzidos em algum período de tempo e o número de perturbações que ocorreram neste mesmo período),
- $\frac{C_i}{m}$... custo de amostragem e inspeção de uma unidade produzida,
- $\left(\frac{m+1}{2} + l\right) \frac{C_d}{\bar{\mu}}$... custo da produção de itens defeituosos, por unidade produzida, e
- $\frac{C_a}{\bar{\mu}}$... perda, por unidade produzida, devida à recondução do processo à condição normal, quando a anormalidade do processo foi percebida.

O modelo acima tem duas condições que precisam ser satisfeitas para obter um valor ótimo da variável de decisão m . Estas condições são:

$$\bar{\mu} \gg l$$

e

$$C_d \gg \frac{C_a}{\bar{\mu}}$$

Se qualquer uma dessas condições não for satisfeita, a função perda passa a ser a seguinte (vide Apêndice 4):

$$L' = \frac{C_i}{m} + \left(\frac{m+1}{2} + l\right) \frac{C_d}{\bar{\mu} + \frac{m}{2}} + \left(\frac{1}{\bar{\mu} + \frac{m}{2}}\right) C_a, \quad (10)$$

onde

- $\frac{C_i}{m}$... custo de amostragem e inspeção de uma unidade produzida,

$$\left(\frac{m+1}{2} + l\right) \frac{C_d}{\bar{\mu} + \frac{m}{2}} \quad \dots \quad \text{custo da produção de itens defeituosos, por unidade produzida, e}$$

$$\left[\frac{1}{\bar{\mu} + \frac{m}{2}} \right] C_a \quad \dots \quad \text{perda, por unidade produzida, devido à recondução do processo à condição normal, quando a anormalidade do processo foi percebida.}$$

Para tratar o Caso 2, o procedimento de Taguchi (1981) mantém a regra de inspecionar um único item a cada m produzido, C_d como o custo de um item defeituoso encontrado e define C_D como o custo de um item defeituoso quando ele chega a ser enviado para estágios posteriores de produção ou para o consumidor. A nova função perda (vide Apêndice 4), obtida após algumas simplificações, tem a seguinte forma:

$$L = \frac{C_i}{m} + (m+1) \frac{C_d}{\bar{\mu}} + \frac{C_a}{\bar{\mu}} + l \frac{C_d}{\bar{\mu}}, \quad (11)$$

onde

$$C_d = 2C_D \quad \text{e}$$

$$\frac{C_i}{m} \quad \dots \quad \text{custo de amostragem e inspeção de uma unidade produzida,}$$

$$(m+1) \frac{C_d}{\bar{\mu}} \quad \dots \quad \text{custo de itens defeituosos enviados para estágios posteriores, por unidade produzida,}$$

$$l \frac{C_d}{\bar{\mu}} \quad \dots \quad \text{custo da produção de itens defeituosos, por unidade produzida, e}$$

$$\frac{C_a}{\bar{\mu}} \quad \dots \quad \text{perda, por unidade produzida, devido à recondução do processo à condição normal, quando a anormalidade do processo foi percebida.}$$

A utilização das equações 9 e 10 é recomendada para os processos em que $\pi \cong 0,5$. Taguchi justifica esta recomendação, afirmando que a equação 9 não é afetada de modo significativo por erros na estimativa do erro de C_d , (Taguchi et alii, 1990). Por outro lado,

prova que essa mesma equação pode ser usada para todos os valores de π , como uma fórmula aproximada. Para maiores esclarecimentos consultar Taguchi (1981) e Taguchi et alii (1990).

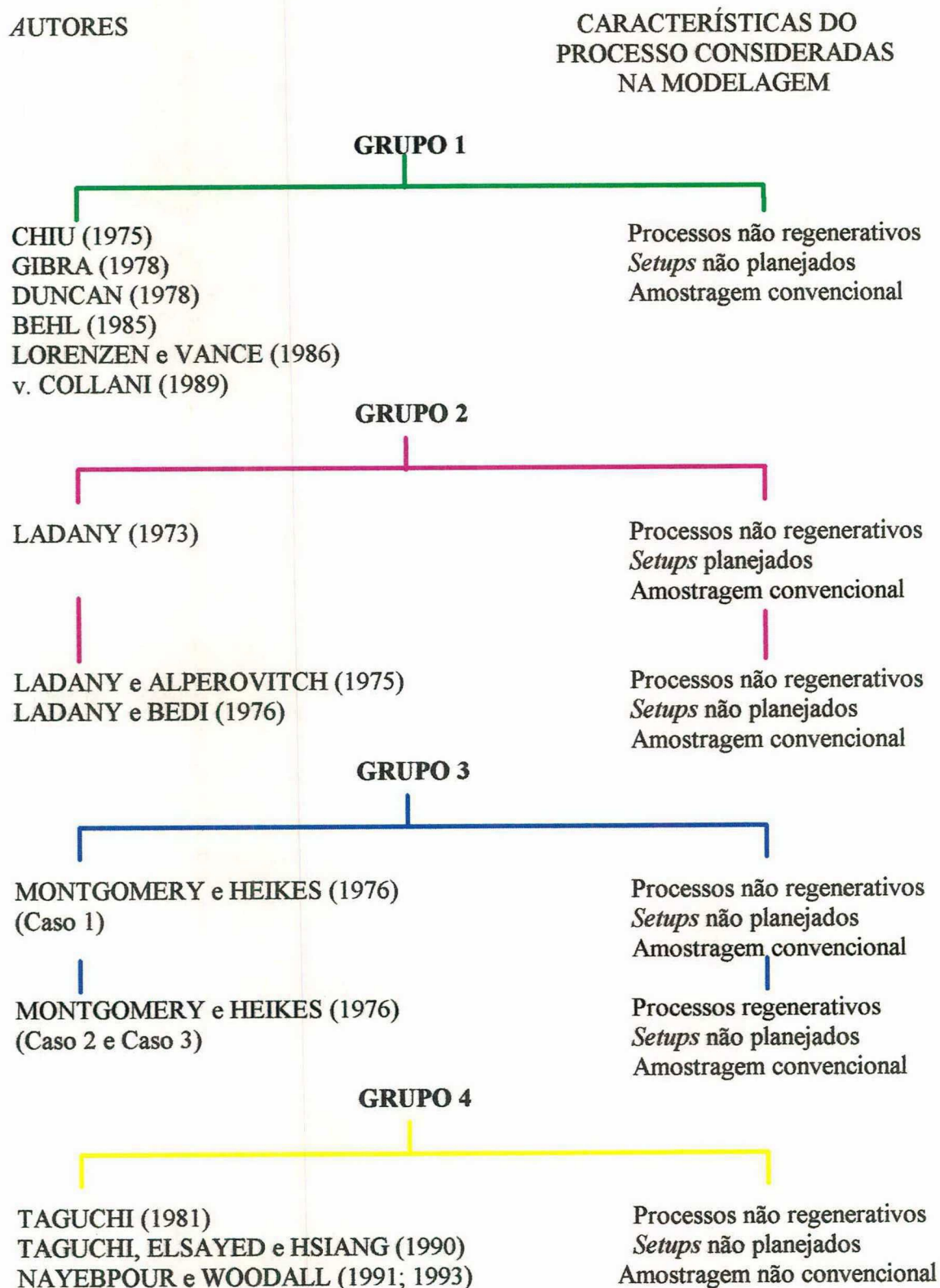
As funções perda L e L' desenvolvidas por Taguchi (1981) para o Caso 1 (vide Tabela 5) dependem apenas de três parâmetros de custo, dois parâmetros de tempo e uma única variável de decisão - o intervalo interamostral - o mesmo acontecendo com o Caso 2.

O procedimento criado por Taguchi foi seguido de adaptações e reexames, consideravelmente mais complexos, feitos por Nayeypour e Woodall em 1991 e, repetidos, em 1993, pelos mesmos autores (vide Apêndice 4). O modelo original de Taguchi (1981, 1990) não considera explicitamente um mecanismo de falha do processo, nem que a seqüência de períodos sob controle/fora de controle pode ser representada por um processo de premiação renovada. Os dois últimos autores desenvolveram a função perda média supondo uma distribuição geométrica como mecanismo de falha do processo, com o objetivo de aperfeiçoar os procedimentos desenvolvidos por Taguchi (1981, 1990), especialmente no que tange aos critérios estatísticos e à obtenção de resultados mais precisos.

TABELA 5: DISTRIBUIÇÃO DO TOTAL DOS PARÂMETROS E VARIÁVEIS UTILIZADOS NA COMPOSIÇÃO DAS FUNÇÕES CUSTO/PERDA DOS MODELOS PERTENCENTES AO GRUPO 4

Nº. de	Variáveis de decisão	Parâmetros de tempo/processo	Parâmetros de custo	TOTAL
MODELO				
TAGUCHI (1981) (Casos 1 e 2)	1	2	3	6
NAYEBPOUR e WOODALL (1993) (Casos 1 e 2)	1	2	3	6

FIGURA 4: ESPECIFICAÇÃO DAS CARACTERÍSTICAS PARA MODELAGEM DO PROCESSO DE PRODUÇÃO



2.5 FRAGILIDADES DOS MODELOS ECONÔMICOS

Woodall (1986), em sua carta ao editor, publicada na revista *Technometrics* de novembro de 1986, ressalta algumas fragilidades do planejamento econômico de gráficos de controle geradas a partir do modelo geral desenvolvido por Lorenzen e Vance (1986), as quais, na verdade podem ser estendidas a quase todos os modelos aqui agrupados. As observações feitas por Woodall são replicadas pelos autores, no mesmo número da revista e são expostas, resumidamente, a seguir:

1. O planejamento econômico de gráficos de controle pode levar a um número excessivo de falsos alarmes.

Isto ocorre quando o custo de um falso alarme é baixo e o custo de operar com o processo fora de controle é alto. Naturalmente, deve-se usar de cautela nestes casos. Mas, falsos alarmes não aumentam a variabilidade do processo, porque quando um falso alarme é declarado, nenhuma ação é tomada e o processo continua a operar normalmente.

2. O método econômico não é eficaz na detecção de pequenos desvios no valor alvo da qualidade.

Não se pode fazer tal afirmação. Foram feitos estudos de sensibilidade para todos os parâmetros, com diversas variações. Em geral, o planejamento de custo mínimo permanece muito próximo do ótimo, para quaisquer mudanças razoáveis em cada parâmetro. Os custos da qualidade podem mudar drasticamente, ao se realizarem pequenas mudanças em alguns parâmetros. Utilizar um planejamento de custo mínimo de olhos fechados é insensato. Recomendam-se estudos de sensibilidade dos modelos a serem utilizados.

3. Os modelos econômicos não são coerentes com a filosofia de Deming (1982) que exige um controle de processos na medida certa e não permite a existência de itens defeituosos.

Muito pelo contrário. Os custos da qualidade são um excelente trampolim para o aperfeiçoamento da qualidade. Se o custo mínimo estiver muito alto, o processo precisa ser modificado. Administradores e operários propõem mudança, fazem novas estimativas dos parâmetros de custo e de processo, determinam novo custo mínimo e comparam o valor economizado com o novo custo da mudança do processo. Como o custo esperado está relacionado às características estatísticas do gráfico de controle, este só pode decrescer à medida que a qualidade for sendo aperfeiçoada. Até mesmo os responsáveis pela contabilidade são beneficiados por este enfoque, pois, ele traz à tona o período de retorno dos investimentos na mudança do sistema. Uma observação importante a fazer, no entanto, é a de que minimizar o custo de cada gráfico de controle é diferente de minimizar o custo total da qualidade.

Com relação à mesma discussão, publicada na revista *Technometrics* (vol.28, n.4), Collani (1987) comenta as “aparentes” (segundo Collani) fragilidades do planejamento econômico de gráficos de controle. A opinião desse autor pode ser resumida, seguindo a lista abaixo das fragilidades apontadas e os respectivos comentários:

1. Reduções de custo calculadas podem conduzir a erros.

Isto pode acontecer quando o modelo não é adequado e não descreve a realidade suficientemente bem. Muitos estudos de sensibilidade e robustez dos modelos econômicos mostram serem eles robustos e pouco sensíveis a erros nos parâmetros de entrada. Mesmo um procedimento econômico de controle baseado em um modelo que descreve grosseiramente a realidade será, em geral, superior a um procedimento que se baseia somente em critérios estatísticos ou empíricos. Além disso, um modelo totalmente incorreto que recomende um plano pouco razoável, pode forçar o administrador a repensar e repesquisar o modelo proposto, os parâmetros de entrada e o procedimento de controle selecionado. Isto conduz, certamente a um aperfeiçoamento do processo.

2. Métodos econômicos não são eficazes para detectar pequenos desvios do processo, antes da ocorrência de perdas substanciais.

“Desvios pequenos” significa que o desvio médio do processo é pequeno comparado com o desvio padrão do processo sob controle, não podendo, assim, ser detectado rapidamente, a não ser que o tamanho da amostra seja grande, o que encarece o controle. Duas coisas podem ter acontecido: as suposições do modelo ou os parâmetros de entrada estão incorretos e precisam ser reavaliados. Se estiverem corretos, há necessidade de reduzir a variabilidade do processo por meio de seu aperfeiçoamento. Se não for possível alcançar a diminuição da variabilidade, há a necessidade de encontrar modelos alternativos. Reforçando este comentário, Deming afirma que: “o propósito em produção pode não ser somente obter o controle estatístico, mas reduzir a variabilidade. Os custos baixam a medida que a variabilidade decresce. Não é suficiente alcançar as especificações”.

3. O enfoque econômico não é coerente com a filosofia de Deming.

Obviamente o oposto é verdade! O modo de pensar de Deming e seus famosos 14 pontos levam necessariamente ao controle econômico da qualidade.

4. Os parâmetros de custo e processo associados ao processo estão acima do controle de operadores e administradores.

Observa-se facilmente que o oposto, novamente, precisa ser verdade e é inerente ao enfoque econômico. Deve-se observar também que, como os parâmetros de custo e tempo não são necessários para planejar um procedimento de controle com base em critérios puramente estatísticos (feito por um estatístico), operadores e administradores podem realmente perder influência e competência, respectivamente, e vir a depender totalmente do “estatístico”. Presume-se que o enfoque econômico implementado de maneira consciente força seriamente o administrador a assumir sua responsabilidade com a atividade de chão de fábrica e reverte a tendência de transferir a responsabilidade para um consultor em estatística.

5. Desde Duncan, poucas mudanças ocorreram nos modelos econômicos.

Na opinião de Collani, os modelos por ele desenvolvidos em Würzburg, se por um lado, são muito mais gerais, por outro, são muito mais simples e apresentam pouca semelhança com o modelo desenvolvido por Duncan.

6. O enfoque econômico considera apenas o custo/lucro de curta duração e não conduz a concentração da densidade da característica de qualidade o mais próximo possível do valor alvo.

As funções objetivo utilizadas no planejamento econômico de gráficos de controle são equivalentes ao custo/lucro de longa duração. Além disso, manter a característica de qualidade sempre muito próxima do valor alvo pode levar a empresa à ruína. O ideal é manter a característica de qualidade tão próxima quanto seja razoável do ponto de vista econômico.

As principais dificuldades no uso de planejamento econômico de gráficos de controle são: os cálculos envolvidos, a dificuldade de determinar os parâmetros do processo e de custo e o fato de que o intervalo interamostral calculado raramente é um valor realístico de tempo. A primeira dificuldade é facilmente superada com o uso de um microcomputador. A segunda e a terceira também são superadas com a utilização de programas-produto adequados que executem análise de sensibilidade e forneçam planos sub-ótimos alternativos.

SELEÇÃO E ADEQUABILIDADE DOS MODELOS: TÉCNICAS AUXILIARES

Com o intuito de contribuir com subsídios para uma opção acertada entre os modelos recomendados, foram desenvolvidos os seguintes instrumentos e técnicas auxiliares:

- 1 - um fluxograma básico de apresentação dos modelos, fundamentado em toda a teoria apresentada até o capítulo anterior;
- 2 - uma fórmula geral que implementará a geração de todas as funções custo/perda esperadas existentes, para os modelos de gráficos de controle por atributos economicamente planejados e modelos correlatos;
- 3 - um programa computacional que utilizará a fórmula citada no item anterior para automatizar o processo de recomendação de modelos;

3.1 FLUXOGRAMA BÁSICO DE APRESENTAÇÃO DOS MODELOS

Com as informações obtidas até o presente é possível apresentar um esquema de orientação ao usuário, bem como, no que tange à escolha de modelos adequados a determinados perfis de processos de produção, elaborar um fluxograma para as decisões.

A orientação é realizada inicialmente com apoio na figura 4 pág. 48. Posteriormente, obtém-se um refinamento no processo de recomendação com base em um fluxograma de apresentação dos modelos (vide Figura 5, pág. 58), segundo as características do processo, o tipo de amostragem e o número de parâmetros de custo e processo, descritos na referida figura.

O presente fluxograma pretende apresentar os métodos econômicos de planejamento existentes na literatura, segundo algumas características levantadas e consideradas

importantes na seleção daquele que seja mais adequado a um determinado perfil de processo de produção e à capacidade de seu departamento de controle de qualidade. O quadro abaixo apresenta as características consideradas decisórias e seu papel dentro do esquema de apresentação criado:

QUADRO 1: RESUMO DAS CARACTERÍSTICAS DE CONTORNO DO PROCESSO DE PRODUÇÃO CONSIDERADAS NA ELABORAÇÃO DO FLUXOGRAMA DE APRESENTAÇÃO DOS MODELOS POR PERFIL

CARACTERÍSTICA	NOTAÇÃO	PERGUNTA	RESPOSTA	
			SIM	NÃO
1. Tipo de <i>setup</i>	S	planejado?	S=1	S=2
2. Tipo de amostragem	C	convencional?	C=1	C=2
3. Tempo de amostragem	TA	considerado?	TA=1	TA=2
4. Tipo de processo	R	regenerativo?	R=1	R=2
5. Processo durante a procura	PIP	interrompido?	PIP=1	PIP=2
6. Reparo ou reajuste	RC	considerado?	RC=1	RC=2
7. Processo durante o reparo	PIR	interrompido?	PIR=1	PIR=2
8. Parâmetros de custo	PARC	número	PARC $\in \{3,4,6,7\}$ *	
9. Parâmetros do processo	PARP	número	PARP $\in \{2,3,5,6,7\}$ *	

* Observação: As combinações entre os parâmetros de custo e processo dos modelos estudados formam o seguinte conjunto de pares ordenados:

$$\{\text{PARC,PARP}\} \subset \{3,2\} \cup \{3,3\} \cup \{3,5\} \cup \{4,3\} \cup \{4,6\} \cup \{6,5\} \cup \{6,6\} \cup \{6,7\} \cup \{7,5\}.$$

As opções acima indicam que existe um número mínimo de parâmetros de custo (3) e de processo (2), sem o qual não é possível implantar a utilização dos gráficos de controle por atributos economicamente planejados ou modelos correlatos.

Cabem aqui algumas observações. Na bibliografia consultada não se encontra qualquer referência ao fato de que algum modelo, ao levar em conta novos parâmetros de custo ou processo, tenha sido aperfeiçoado por necessidade de adaptação a um determinado tipo de processo de produção ou ramo industrial. Fica claro, no entanto, que as funções custo/perda de modelos mais grosseiros têm um número reduzido de parcelas, enquanto os mais sofisticados aumentam este número, detalhando melhor os custos componentes.

Parte-se também da hipótese de que a equipe responsável pela implantação do modelo econômico não será indiferente quanto ao número de parâmetros de custo/processo a serem levantados ou estimados. A obtenção das estimativas dos parâmetros custo/processo não é tarefa fácil; requer conhecimentos básicos de estatística e experiência técnica. A relação custo/benefício pode constituir um bom indicador na determinação do conjunto de parâmetros que será levantado e estimado. No entanto, se a hipótese não ocorrer, sugere-se a utilização do modelo mais sofisticado entre os recomendados, ou seja, aquele que exige o maior número de parâmetros de custo/processo para sua utilização.

Feitas as ressalvas acima, cabe destacar que o conjunto de características ajustadas pelo usuário durante o programa forma uma 9-upla, cujos elementos são os valores correspondentes às opções da coluna "Resposta" do quadro acima. Por exemplo, a seqüência {2, 1, 2, 2, 2, 1, 2, 4, 3} descreve um processo de produção para o qual se recomenda o modelo de autoria de v.Collani. A seqüência de passos seguida para chegar a este resultado está ressaltada em cor vermelha nas linhas do fluxograma constante da figura 5, pág.58.

Este exemplo corresponde à seguinte situação prática: um processo de produção não regenerativo, com *setups* não planejados. A equipe responsável pelo levantamento e estimação dos parâmetros de custo e do processo fixa o número de parâmetros de custo em 4 e o número de parâmetros do processo em 3 e fica indiferente quanto ao tipo de

amostragem a ser realizada. O tempo de amostragem é negligenciável e o processo precisa ser interrompido tanto durante a procura do desvio como durante o reparo.

Algumas informações importantes são facilmente identificáveis neste fluxograma:

- 1) o modelo que se adapta a processos em que os *setups* são planejados é único, o mesmo ocorrendo com os regenerativos;
- 2) para cada 9-upla definida, existe um e somente um modelo recomendado;
- 3) o modelo desenvolvido por Taguchi é o que requer o mínimo em termos de levantamento e estimação de parâmetros de custo e de processo. Este modelo será, pois, recomendado sempre que o levantamento e estimação dos parâmetros de custo e de processo tenha que se limitar ao mínimo necessário. É preciso ressaltar que os modelos aqui classificados como de amostragem convencional, podem ser transformados em modelos de amostragem não convencional quando se trata de amostras de tamanho $n = 1$. Neste caso, o desempate entre modelos equivalentes será feito, automaticamente, no programa computacional, usando como critério, o número de parâmetros de custo e de processo exigidos para o cálculo da função custo/perda.
- 4) à medida que se avança no sentido vertical para a parte inferior do diagrama, o número de parâmetros de custo e processo das funções custo/perda aumentam, exigindo do usuário maior disposição, investimento e capacidade para o seu levantamento e estimação. Esta quantificação conduz a uma distinção entre modelos, com base em sua finalidade dentro do sistema de controle da produção. Apresentam-se, então, duas situações: 1) aquela em que o usuário pretende usar o modelo de planejamento econômico apenas para minimizar os custos do Controle Estatístico do Processo e, 2) aquela em que o usuário almeja considerá-lo como parte integrante de um sistema geral de custos da qualidade. No primeiro caso, qualquer modelo adequado ao processo que está sendo considerado, pode ser adotado. Caso contrário, é interessante que o modelo selecionado exija o levantamento do maior número possível de parâmetros de custo, pois,

assim, mais efetiva, completa e realística será a contribuição da coleta para o contexto do sistema de custos da empresa.

Uma vez escolhido o modelo, passa-se à tarefa de estabelecer o planejamento econômico para os gráficos de controle por atributos, ou seja, encontrar os valores ótimos das variáveis de decisão para os quais o custo do procedimento de controle é mínimo. Este cálculo, na maior parte dos artigos encontrados, é feito utilizando a técnica de “procura em grade” (técnica numérica geralmente usada para localizar pontos críticos de funções dependentes de variáveis discretas).

Quase todos os autores dos modelos aqui examinados fizeram, adicionalmente, estudos de sensibilidade do custo/perda médio esperado mínimo, bem como do plano amostral ótimo, com relação aos parâmetros e variáveis considerados. Os resultados desses estudos fornecem informações adicionais relevantes à aplicação de cada modelo e suas características. Um resumo completo deles bem como todas as recomendações pertinentes são apresentados no próximo capítulo.

3.2 FÓRMULA ECONÔMICA GERAL (FEG)

O número de modelos de planejamento econômico para gráficos de controle por atributos e correlatos tem crescido nas últimas décadas. Estruturalmente, entretanto, eles apresentam poucas diferenças entre si. Este fato sugere a possibilidade de se desenvolver uma fórmula econômica geral, a exemplo de Lorenzen e Vance (1986), a partir da qual se pode gerar toda a coleção de modelos que satisfaçam a determinadas restrições.

Após um estudo detalhado dos pressupostos dos modelos encontrados na literatura, dos custos componentes, das distribuições de probabilidade utilizadas na descrição do processo e da ocorrência da causa especial, concluiu-se que é possível desenvolver uma fórmula econômica geral que unifica todos os modelos existentes.

Esta fórmula geral tem as seguintes vantagens:

1. pode ser aplicada a todos os tipos de gráficos de controle por atributos, independente das estatísticas usadas;
2. facilita os cálculos e, conseqüentemente, simplifica estudos comparativos entre modelos e estudos de análise de sensibilidade desses mesmos modelos;
3. permite a identificação das características do processo que a função custo/perda está modelando; e,
4. oferece uma visão geral de todos os custos que estão sendo considerados ou não em cada um dos modelos que dela se originam.

3.2.1 Estrutura da FEG

A função econômica geral, ora desenvolvida, engloba todos os parâmetros de custo, risco e variáveis de decisão componentes do modelo mais abrangente do Grupo 1, Behl (1985), combinados com os do modelo geral anterior criado por Lorenzen e Vance (1986) e ainda os de Ladany (1973, 1975, 1976), Montgomery e Heikes (1976) e Taguchi (1981).

Desta forma tem-se a garantia de que os parâmetros e variáveis componentes de todos os modelos estarão sendo considerados.

As esperanças matemáticas do tempo em que o processo permanece sob controle e fora de controle, do número de alarmes falsos e verdadeiros e do número de amostras retiradas, serão representadas por letras, de tal forma que contemplem o valor esperado para qualquer distribuição de probabilidade que esteja sendo utilizada para modelar o processo de produção. Por substituição, obter-se-á o valor real esperado, utilizando a distribuição que está sendo considerada. A simbologia adotada baseia-se no modelo de Behl (1985), à qual foram acrescentados novos símbolos com o propósito de abranger todos os custos considerados nos modelos remanescentes.

Alguns autores calculam o custo/perda total esperado por unidade de tempo, outros, por unidade produzida ou, ainda, por período de amostragem. Estas diferenças são facilmente contornáveis através de transformação de variáveis. Na fórmula geral (FEG) calcula-se o valor da expressão em unidades produzidas.

Quanto ao comportamento do processo, também se observam diferenças: alguns modelos supõem que a produção continua durante a procura da causa especial e do reparo do processo, enquanto outros supõem que o processo é interrompido durante o reparo. Outros, ainda, consideram que o processo é interrompido tanto durante a procura quanto durante o reparo. Estas diferenças são identificadas com o auxílio de uma variável δ de Dirac, colocada diante das parcelas correspondentes.

A consideração ou não de determinada parcela fica condicionada ao valor que uma variável binária, colocada diante dela, assume. Se 0, a parcela é desconsiderada pelo modelo, se 1, a parcela é considerada pelo modelo. As parcelas que não contêm variável binária são sempre consideradas.

O modelo a ser desenvolvido manterá a característica da existência de um valor mínimo, ou seja, da existência de um plano economicamente ótimo de controle de qualidade

por atributos, desde que as substituições sejam feitas corretamente e dêem origem aos modelos já existentes.

3.2.2 Modelo do Processo e do Controle

Para se chegar a esse modelo, suponha-se: um processo de produção com dois possíveis estados, a saber:

Estado I (sob controle): característica de qualidade é distribuída segundo uma binomial $Bi(1, p_I)$, $p_I \in [0, 1]$; e

Estado II (fora de controle): a característica de qualidade é distribuída segundo uma $Bi(1, p_{II})$, $p_{II} \in [0, 1]$.

O tempo r_I , desde o início do processo no estado I até sua súbita mudança para o estado II, tem uma distribuição de probabilidade que modela o processo, com esperança matemática $E[r_I]$. O processo tem uma taxa de produção constante de “r” itens por unidade de tempo. Assim, o número de itens produzidos no estado I é de $r(E[r_I])$.

Os valores acima definidos: p_I , p_{II} , $E[r_I]$ e r , são considerados conhecidos.

Sejam $\delta_1 = 0$ quando o processo é interrompido durante a procura da causa especial, e

$\delta_1 = 1$, quando o processo não é interrompido durante a procura da causa especial.

$\delta_2 = 0$, quando o processo é interrompido durante o ajuste do processo, e

$\delta_2 = 1$, quando o processo não é interrompido durante o ajuste do processo.

Em média, uma inspeção na máquina tem a duração de t_D unidades de tempo, uma procura por um alarme falso de t_F e um reparo de t_R unidades de tempo.

O tempo de duração de amostragem de um item produzido é de E unidades de tempo, enquanto a probabilidade de ocorrer a mudança do Estado I para o Estado II, durante uma amostragem, é negligenciável.

A estratégia de controle consiste em retirar uma amostra de tamanho n , a intervalos constantes; se o número de itens defeituosos m na amostra exceder um número de aceitação limite c , procura-se a causa especial e, se necessário, executa-se o reparo do processo.

3.2.3 Modelo de Custo

O modelo de custo é muito importante, pois é por intermédio dele que se vai conhecer o melhor plano de amostragem a ser adotado durante o procedimento de controle, levando em consideração os custos envolvidos com esse procedimento. Um lucro G_I é associado ao tempo em que o processo de produção está sob controle e um lucro G_{II} , ao tempo em que o processo fora de controle.

No controle e reparo do processo de produção são considerados os seguintes custos:

K_F = custos fixos de manutenção da oficina quando efetivamente a verificação do estado em que o processo se encontra e o reparo são executados,

K_S = custos fixos de manutenção do laboratório quando a amostragem é realizada,

K_D = custo médio de uma inspeção da máquina ou do processo,

K_R = custo médio de um reparo de máquina ou ajuste do processo,

K_P = custo fixo de amostragem,

K_K = custo de amostragem de um item,

K_g = perda causada pela produção de uma unidade defeituosa (perda causada pela produção de um item sob condições anormais do processo), e

K_G = perda ocasionada quando um item defeituoso já passou do ponto de inspeção e é transferido para a próxima etapa do processo ou é enviado para o consumidor.

$$K_{T,n} = K_F + K_S$$

3.2.4 Desenvolvimento da Fórmula

Para o cálculo da função perda por unidade produzida, o processo de produção é dividido em ciclos. Cada ciclo é o tempo que decorre entre inícios subsequentes de períodos sob controle.

Para a estratégia adotada, sejam N_t a perda total e D_t a duração do t -ésimo ciclo em unidades produzidas. O quociente $E[V_t] = E[N_t]/E[D_t]$ representa a perda esperada por item produzido a longo prazo. Com efeito, dados N_t e D_t , $t = 1, 2, \dots$, seqüências de variáveis aleatórias independentes com a mesma distribuição de probabilidade, obtêm-se pelo Teorema dos Grandes Números de Kolmogoroff, em que

$$\left\{ \frac{1}{m} \sum_{t=1}^m N_t \right\}_{m \in \mathbb{N}} \quad \text{e} \quad \left\{ \frac{1}{m} \sum_{t=1}^m D_t \right\}_{m \in \mathbb{N}}$$

convergem para os respectivos valores esperados $E[N_t]$ e $E[D_t]$, e

$$E[N_t/D_t] \text{ converge para } E[N_t]/E[D_t], \text{ (vide Ross, 1970).}$$

A cada T unidades de tempo de produção é retirada uma amostra de tamanho n , ocorrendo então, duas hipóteses alternativas: H_0 : - o processo está sob controle e H_1 : - o processo está fora de controle. A hipótese H_0 será rejeitada, caso o número m de peças defeituosas encontradas na amostra seja maior do que o número de aceitação limite c . Podem ocorrer dois tipos de erro: erro do tipo I, em que a hipótese H_0 é rejeitada, quando, na verdade, o processo está sob controle, e erro do tipo II, em que a hipótese H_1 é rejeitada, quando, na verdade, o processo está fora de controle. Quando o processo está sob controle, m é uma variável aleatória com distribuição $Bi(n, p_I)$ e, assim, a probabilidade de ocorrer um erro do tipo I é a seguinte:

$$\alpha_{n,c} = \sum_{m=c+1}^n \binom{n}{m} p_I^m (1-p_I)^{n-m}.$$

Quando o processo está fora de controle, m é uma variável aleatória com distribuição $Bi(n, p_{II})$ e a probabilidade de ocorrer um erro do tipo II é dada por:

$$\beta_{n,c} = \sum_{m=0}^c \binom{n}{m} p_{II}^m (1 - p_{II})^{n-m}.$$

Como $0 \leq p_I < p_{II} \leq 1$, vale

$$\alpha_{n,c} \in [0, 1) \text{ e } (1 - \beta_{n,c}) \in (0, 1].$$

Definem-se, ainda, as seguintes variáveis:

r_I = tempo em que o processo está sob controle (estado I),

r_I' = número de itens defeituosos produzidos no estado I,

r_{II} = tempo em que o processo está fora de controle (estado II),

r_{II}' = número de itens defeituosos produzidos no estado II,

A_I = número de amostras retiradas enquanto o processo está sob controle,

A_{II} = número de amostras retiradas enquanto o processo está fora de controle,

A_D = número de inspeções do processo enquanto o processo está sob controle,

A_R = número de alarmes verdadeiros, e

v = número de itens produzidos por unidade de tempo.

As variáveis binárias θ , γ , ω , φ e ρ determinam se a parcela, diante da qual algumas delas estão colocadas, é considerada no modelo gerado. Ou seja:

$$\theta, \gamma, \omega, \varphi, \rho = \begin{cases} 0, & \text{se a parcela não é considerada no modelo, e} \\ 1, & \text{se a parcela é considerada no modelo.} \end{cases}$$

A partir destes dados tem-se que a perda total no t -ésimo ciclo de produção ($t \in \mathbf{N}$)

será de:

$$\begin{aligned} N_t = & -\theta G_I r_I v - \gamma G_{II} (r_{II} + nE + \delta_1 t_D + \delta_2 t_R) v + \gamma A_D K_D + \\ & + (K_D + K_R) A_R + (K_P + K_K n) (A_I + A_{II} + nE + \delta_1 t_D + \delta_2 t_R) + \\ & + \varphi [K_{T,n} (r_I + r_{II} + A_D t_D + t_D + t_R)] + \omega A_D G_I t_D v + \\ & + \omega G_{II} (t_D + t_R) v + \rho (K_g + K_G) (r_I' + r_{II}' + E). \end{aligned} \quad (12)$$

e o número de itens produzidos:

$$D_t = (r_I + r_{II} + (1 - \delta_1) A_D t_F + nE + t_D + t_R) v. \quad (13)$$

Para o cálculo da perda esperada por item produzido a longo prazo, para o plano geral de amostragem (T, n, c) , com $T \in \mathbf{R}$, $T > 0$, $n \in \mathbf{N}$, $c \in \mathbf{N}_0$ e $c < n$, necessita-se dos valores esperados de todas as variáveis aleatórias componentes das expressões $E[N_t]$ e $E[D_t]$. Os passos intermediários destes limites estão descritos em Uhlmann (1982). Obtém-se, então:

$$\begin{aligned} E[N_t] = & -\theta G_I E[r_I] v - \gamma G_{II} (E[r_{II}] + nE + \delta_1 t_D + \delta_2 t_R) v + \gamma E[A_D] K_D + \\ & + (K_D + K_R) E[A_R] + (K_P + K_K n) (E[A_I] + E[A_{II}] + nE + \delta_1 t_D + \delta_2 t_R) + \\ & + \varphi [K_{T,n} (E[r_I] + E[r_{II}] + E[A_D] t_D + t_D + t_R)] + \omega E[A_D] G_I t_D v + \\ & + \omega G_{II} (t_D + t_R) v + \rho (K_g + K_G) (E[r_I'] + E[r_{II}'] + E) \end{aligned} \quad (14)$$

e

$$E[D_t] = (E[r_I] + E[r_{II}] + (1 - \delta_1) E[A_D] t_F + nE + t_D + t_R) v. \quad (15)$$

Finalmente, chega-se à Fórmula Econômica Geral para determinar o valor da perda esperada por unidade produzida, bastando para tanto calcular o quociente

$$E[V_t] = E[N_t] / E[D_t],$$

válido para $T \in \mathbf{R}$, $T > 0$, $n \in \mathbf{N}_0$, $c \in \mathbf{N}_0$ e $c < n$.

As parcelas precedidas pela variável φ são opcionais.

3.3 GERAÇÃO DOS MODELOS A PARTIR DA FEG

Proposição 1 (Modelo de Behl, 1985): Considere-se a fórmula econômica geral e tome-se o caso particular de um processo em que o ciclo de produção é medido por

unidades produzidas. Nesta situação, o tempo de amostragem e o tempo de procura por um falso alarme são negligenciáveis e a ocorrência do último reparo é certa. O custo de itens não conformes está incluído no custo da qualidade enquanto o processo está sob controle ou fora de controle e o custo fixo de amostragem não é considerado. Além disso, o processo é interrompido tanto durante a procura da causa especial como durante o reajuste.

As fórmulas 14 e 15 se tornam, então, equivalentes às do modelo de Behl (1985):

$$E[V_g^z] = -G_I v/\lambda - G_{II} v \left(\frac{T}{e^{\lambda T} - 1} + \frac{T}{1 - \tilde{\beta}_{n,c}} - \frac{1}{\lambda} \right) + \frac{\alpha_{n,c}}{e^{\lambda T} - 1} (K_D + G_I t_D v) +$$

$$+ (K_D + K_R) + G_{II} (t_D + t_R) v +$$

$$+ (K_F + K_S) \left(\frac{T}{e^{\lambda T} - 1} + \frac{T}{1 - \tilde{\beta}_{n,c}} + \frac{\alpha_{n,c}}{e^{\lambda T} - 1} t_D + t_D + t_R \right) + K_K \left(\frac{1}{e^{\lambda T} - 1} + \frac{1}{1 - \tilde{\beta}_{n,c}} \right) n$$

e

$$E[N_z] = \left(\frac{1}{e^{\lambda T} - 1} + \frac{1}{1 - \tilde{\beta}_{n,c}} \right) T v.$$

Pelas hipóteses descritas na proposição acima, tem-se:

$$\theta = \gamma = \varphi = \omega = 1, \rho = 0, \delta_1 = \delta_2 = 0, E = 0, K_g = K_G = 0, E[A_R] = 1 \text{ e } K_P = 0.$$

O numerador (14) passa a ter a seguinte forma:

$$E[N_t] = -G_I E[r_I] v - G_{II} (E[r_{II}]) v + E[A_D] [(K_D + G_I t_D v) + (K_D + K_R) + G_{II} (t_D + t_R) v] +$$

$$+ (K_F + K_S) (E[r_I] + E[r_{II}]) + E[A_D] [t_D + t_D + t_R] + K_K (E[A_I] + E[A_{II}]) n$$

Mas, segundo a notação de Behl:

$$E[N_t] = E[V_g^z],$$

$$E[r_I] = 1/\lambda,$$

$$E[r_{II}] = \frac{T}{e^{\lambda T} - 1} + \frac{T}{1 - \tilde{\beta}_{n,c}} - \frac{1}{\lambda},$$

$$E[A_I] = \frac{1}{e^{\lambda T} - 1},$$

$$E[A_{II}] = \frac{1}{1 - \tilde{\beta}_{n,c}}, \text{ e}$$

$$E[A_D] = \frac{\alpha_{n,c}}{e^{\lambda T} - 1}, \text{ então a expressão acima passa a ser:}$$

$$\begin{aligned} E[V_g^z] = & -G_I v/\lambda - G_{II} v \left(\frac{T}{e^{\lambda T} - 1} + \frac{T}{1 - \tilde{\beta}_{n,c}} - \frac{1}{\lambda} \right) + \frac{\alpha_{n,c}}{e^{\lambda T} - 1} (K_D + G_I t_D v) + \\ & + (K_D + K_R) + G_{II} (t_D + t_R) v + \\ & + (K_F + K_S) \left(\frac{T}{e^{\lambda T} - 1} + \frac{T}{1 - \tilde{\beta}_{n,c}} + \frac{\alpha_{n,c}}{e^{\lambda T} - 1} t_D + t_D + t_R \right) + K_K \left(\frac{1}{e^{\lambda T} - 1} + \frac{1}{1 - \tilde{\beta}_{n,c}} \right) n, \end{aligned} \quad (16)$$

e o denominador se transforma em:

$E[D_t] = (E[r_I] + E[r_{II}])v$, pois $t_F = 0$, por hipótese. Utilizando a nomenclatura de Behl, tem-se

$E[D_t] = E[N_z]$ e chega-se à equação 17:

$$E[N_z] = \left(\frac{1}{e^{\lambda T} - 1} + \frac{1}{1 - \tilde{\beta}_{n,c}} \right) T v. \quad (17)$$

Finalmente, efetuando-se o quociente entre as equações 16 e 17, chega-se à expressão $V(T, n, c)$ desenvolvida por Behl.

Proposição 2 (Modelo de Lorenzen e Vance, 1986): Considere-se a fórmula econômica geral e tome-se um processo particular em que o ciclo de produção é medido em unidades de tempo e a ocorrência do último reparo é certa. São desconsiderados: os custos de oportunidade originados por inspeções desnecessárias devido a falsos alarmes (6ª parcela da FEG), o lucro perdido enquanto o processo está fora de controle (7ª parcela da FEG), os

custos de manutenção da oficina de reparos e do laboratório de inspeção (8ª parcela da FEG). O custo de itens não conformes está incluído nos custos da qualidade enquanto o processo está sob controle ou fora de controle. Então, o quociente entre as fórmulas 14 e

15 se tornam equivalentes a $C = \frac{C_n}{C_d}$, onde

$$C_n = \frac{C_0}{\lambda} + C_1 \left[-\tau + nE + h(ARL2) + \delta_1 T_1 + \delta_2 T_2 \right] + \frac{sY}{(ARL1)} + W_L + \\ + \frac{[a + bn]}{h} \left[\frac{1}{\lambda} - \tau + nE + h(ARL2) + \delta_1 T_1 + \delta_2 T_2 \right]$$

e

$$C_d = \frac{1}{\lambda} + \frac{(1 - \delta_1) s T_0}{(ARL1)} - \tau + nE + h(ARL2) + T_1 + T_2$$

Neste caso, tem-se por hipótese $\theta = \gamma = 1$, $\omega = \rho = \varphi = 0$ e $\nu = 1$. Assim a expressão 14 passa a ter a seguinte forma:

$$E[N_r] = -G_I(E[r_I]) - G_{II}(E[r_{II}] + nE + \delta_1 t_D + \delta_2 t_R) + E[A_D]K_D + (K_D + K_R) + \\ + (K_P + K_K n)(E[A_I] + E[A_{II}] + nE + \delta_1 t_D + \delta_2 t_R)$$

e a expressão 15, esta outra:

$$E[D_r] = (E[r_I] + E[r_{II}] + (1 - \delta_1)E[A_D]t_F + nE + t_D + t_R)$$

Na nomenclatura de Lorenzen e Vance:

$$-G_I = C_0,$$

$$-G_{II} = C_1,$$

$$E[r_I] = \frac{1}{\lambda},$$

$$E[r_{II}] = \frac{h}{e^{\lambda h} - 1} + h(ARL2) - \frac{1}{\lambda} = -\tau + h(ARL2), \text{ pois } \frac{h}{e^{\lambda h} - 1} - \frac{1}{\lambda} = -\tau,$$

$$E[A_I] = \frac{1}{e^{\lambda h} - 1} = s,$$

$$E[A_{II}] = \frac{1}{1 - \tilde{\beta}_{n,c}} = ARL2,$$

$$E[A_D] = \frac{s}{ARL1}, \text{ onde } ARL1 = \frac{1}{\alpha_{n,c}},$$

$$t_D = T_0 = T_1$$

$$t_R = T_2$$

$$K_D = Y,$$

$$(K_D + K_R) = W_L,$$

$$K_P = a, e$$

$$K_K = b.$$

Fazendo-se as substituições necessárias obtêm-se o numerador e o denominador de C:

$$C_n = \frac{C_0}{\lambda} + C_1 \left[-\tau + nE + h(ARL2) + \delta_1 T_1 + \delta_2 T_2 \right] + \frac{sY}{(ARL1)} + W_L + e + \frac{[a + bn]}{h} \left[\frac{1}{\lambda} - \tau + nE + h(ARL2) + \delta_1 T_1 + \delta_2 T_2 \right]$$

$$C_d = \frac{1}{\lambda} + \frac{(1 - \delta_1)sT_0}{(ARL1)} - \tau + nE + h(ARL2) + T_1 + T_2.$$

Finalmente, efetuando-se o quociente $\frac{C_n}{C_d}$ obtêm-se a fórmula desejada.

As fórmulas dos modelos de Chiu (1975), Duncan (1978), Gibra (modelos I e II) (1978) são casos particulares do modelo geral de Lorenzen e Vance (1986) e as equivalências entre as respectivas funções custo/perda constam do Apêndice 5.

Proposição 3 (Modelo de v. Collani, 1989): Considere-se a fórmula econômica geral e tome-se o caso particular de um processo que pode ou não ser interrompido durante a procura da causa especial, bem como para reparo. O ciclo de produção é medido em unidades produzidas. O tempo de amostragem é negligenciável e o custo do último reparo

não é considerado. Além disso, os tempos de procura da causa especial, de um falso alarme e de reparo não são considerados em termos de número de amostras retiráveis durante estes períodos. São desconsiderados também: os custos de oportunidade originados por inspeções desnecessárias devido a falsos alarmes (6ª parcela da FEG), o lucro perdido enquanto o processo está fora de controle (7ª parcela da FEG), os custos de manutenção da oficina de reparos e do laboratório de inspeção (8ª parcela da FEG). O custo de itens não conformes (9ª parcela da FEG) está incluído nos custos da qualidade enquanto o processo está sob controle ou fora de controle. Então, a fórmula econômica geral, composta pelas equações 14 e 15 é equivalente a:

$$P(h, n, k) = \frac{P(h, n, k)_n}{P(h, n, k)_d} = \frac{b^* + E[A_I] + E[A_{II}]h\nu g_2 - E[A_F]e^* + E[A_I + A_{II}]a^*n}{E[A_I + A_{II}]h\nu}$$

Neste caso: $\theta = \gamma = 1$, $\omega = \rho = \varphi = 0$ e $E = 0$. Substituindo-se estes valores na FEG tem-se:

$$E[N_i] = -G_I(E[r_I])\nu - G_{II}(E[r_{II}] + \delta_1 t_D + \delta_2 t_R)\nu + E[A_D]K_D + (K_D + K_R)E[A_R] + \\ + (K_P + K_K n)(E[A_I] + E[A_{II}] + \delta_1 t_D + \delta_2 t_R);$$

mas:

$$E[A_I + A_{II}]h = \frac{h}{e^{\lambda h} - 1} + \frac{h}{1 - \tilde{\beta}_{n,c}} = \frac{1}{\lambda} + \frac{h}{e^{\lambda h} - 1} + \frac{h}{1 - \tilde{\beta}_{n,c}} - \frac{1}{\lambda} = E[r_I] + E[r_{II}],$$

e

$$E[A_I + A_{II}]h = E[r_I] + E[r_{II}] = (E[A_I] + E[A_{II}])h,$$

$$E[A_D] = E[A_F],$$

$$E[A_I] = \frac{1}{e^{\lambda h} - 1},$$

$$E[A_{II}] = \frac{1}{1 - \tilde{\beta}_{n,c}}, \text{ e}$$

$$E[A_R] = 0.$$

Então, tem-se:

$$\begin{aligned}
 E[N_t] &= -G_I \frac{v}{\lambda} - G_{II} \left(\frac{h}{e^{\lambda h} - 1} + \frac{h}{1 - \tilde{\beta}_{n,c}} \right) v + E[A_D]K_D + (K_P + K_K n)(E[A_I] + E[A_{II}] + \delta_1 t_D + \delta_2 t_R) \\
 &= - \left[G_{II} \left(\frac{h}{e^{\lambda h} - 1} + \frac{h}{1 - \tilde{\beta}_{n,c}} \right) v + \left(\frac{G_I - G_{II}}{\lambda} \right) + G_{II} t_D + G_{II} t_R \right] v + E[A_D]K_D + \\
 &\quad + (K_P + K_K n)(E[A_I + A_{II}] + \delta_1 t_D + \delta_1 t_R)
 \end{aligned} \tag{18}$$

Mas, em v. Collani:

$$G_I = g_1,$$

$$G_{II} = g_2,$$

$$\left(\frac{g_1 - g_2}{\lambda} + g_2 \delta_1 t_D + g_2 \delta_2 t_R \right) v = b^*, e$$

$$b^* = \begin{cases} \left(\frac{g_1 - g_2}{\lambda} \right) v - (a_2 + a_3), & \text{para } \delta_2 = 1 \\ \left(\frac{g_1 - g_2}{\lambda} \right) v - (a_2 + a_3) - (t_2 + t_3)(c_1 + c_2 + c_3 + c_4), & \text{para } \delta_2 = 0, \end{cases}$$

$$e K_D = e^*, \quad e \quad e^* = \begin{cases} a_1, & \text{para } \delta_1 = 1 \\ a_1 + t_1(c_1 + c_2 + c_3 + c_4), & \text{para } \delta_1 = 0. \end{cases}$$

As expressões alternativas para b^* e e^* são válidas, pois, segundo v. Collani (1988) todos os custos fixos por unidade de tempo (c_1, c_2, c_3, c_4) estão incluídos em g_1 e g_2 , quando o processo não é interrompido durante as operações de procura da causa especial devido a um alarme falso ou verdadeiro e nos custos de inspeção/reajuste quando o processo de produção é interrompido durante essas operações.

Além disso, v. Collani (1989) não considera os tempos de procura da causa assinalável e de reparo em termos de número de amostras retiradas durante esses intervalos de tempo. Na 5ª parcela de 18, bem como no denominador de $P(h,n,k)$ tem-se $t_D = t_R = t_F = 0$.

Tem-se ainda:

$$K_P = 0,$$

$$K_K = a^*, e$$

$E[A_D] = E[A_F]$. Portanto, a expressão 18, em termos de lucro é dada por:

$$-[-g_2(E[A_I] + E[A_{II}])h\nu - b^* + (E[A_F])e^* + (E[A_I + A_{II}])a^*n].$$

O denominador de $P(h, n, k)$ deduz-se da seguinte forma: parte-se da equação 15 e considera-se $t_D = t_R = t_F = 0$ e $E = 0$ e obtém-se facilmente a expressão

$$D_i = \{E[A_I] + E[A_{II}]\}h\nu$$

e usando a notação de v. Collani, chega-se finalmente ao lucro esperado por item produzido:

$$P(h, n, k) = \frac{b^* + E[A_I + A_{II}]h\nu g_2 - E[A_F]e^* - E[A_I + A_{II}]a^*n}{E[A_I + A_{II}]h\nu}, \text{ uma vez que}$$

$$E[A_I] + E[A_{II}] = E[A_I + A_{II}].$$

Proposição 4 (Modelo de Ladany, 1973): Considere-se a fórmula econômica e o caso particular de um processo que pode ou não ser interrompido durante a procura da causa especial bem como durante o reparo. Os *setups* são planejados e o custo total de cada “intervalo” é calculado como base nas probabilidades de ocorrência de desvios não detectados (processo fora de controle), do número de alarmes falsos, de alarmes verdadeiros e de amostras retiradas. São desconsiderados os custos enquanto o processo está sob controle (ausência de desvios) (1ª parcela da FEG), os decorrentes das parcelas opcionais da FEG (6ª a 8ª parcelas da FEG) bem como os tirar de itens não-conformes (9ª parcela da FEG). Os tempos de amostragem, de procura da causa especial e de reparo não são considerados. A expressão 15 torna-se, então, equivalente a

$$TC = C_1nf + \frac{C_2P_f}{2(f+1)} \sum_{i=0}^f F(i) \left[1 + 2P_\alpha \left(\frac{1 - P_\alpha^{f-i}}{1 - P_\alpha} \right) \right] + C_3\alpha(1 - P_f) \sum_{i=0}^{f-1} F(i) + C_4P_f \sum_{i=0}^{f-1} F(i) (1 - P_\alpha^{f-i})$$

Por hipótese não existe denominador, pois trata-se de custo total e não custo por unidade produzida ou unidade de tempo. Além disso:

$\theta = \omega = \rho = \varphi = 0$ e $\gamma = 1$, reduzindo-se assim a fórmula econômica geral a:

$$\begin{aligned} & -G_{II} (E[r_{II}] + nE + \delta_1 t_D + \delta_2 t_R) v + E[A_D] K_D + (K_D + K_R) E[A_R] \\ & + (K_P + K_K n) (E[A_I] + E[A_{II}] + nE + \delta_1 t_D + \delta_2 t_R). \end{aligned}$$

Consideram-se, em lugar das esperanças matemáticas, as respectivas probabilidades, exceto para o número esperado de amostras retiradas que, no caso, é a própria frequência amostral (variável de decisão do modelo). Ou seja:

$E[r_{II}]$ é substituído por $P[r_{II}]$,

$E[A_D]$ é substituído por $P[A_D]$, e

$E[A_R]$ é substituído por $P[A_R]$ e $E[A_I] + E[A_{II}] = f$.

Assim, a expressão acima passa a ser escrita da seguinte forma:

$$\begin{aligned} & -G_{II} (P[r_{II}] + nE + \delta_1 t_D + \delta_2 t_R) v + P[A_D] K_D + (K_D + K_R) P[A_R] + \\ & + [K_P + K_K n] (f + nE + \delta_1 t_D + \delta_2 t_R) \end{aligned} \tag{19}$$

Além disso, tem-se:

$$v = 1,$$

$$t_D = t_R = 0, \text{ e}$$

$$E = 0;$$

e, em termos de custos:

$$K_P = C_0,$$

$$K_K = C_1,$$

$$-G_{II} \cong C_2,$$

$$K_D = C_3, \text{ e}$$

$$(K_D + K_R) = C_4.$$

Substituindo-se estes valores em 19, obtém-se

$$C_2 P[r_{II}] + P[A_D] C_3 + C_4 P[A_R] + (C_0 + C_1 n) f. \quad (20)$$

Nesta fórmula, as expressões das probabilidades significam:

$$P[r_{II}] = \frac{C_2 P_f}{2(f+1)} \sum_{i=0}^f F(i) \left[1 + 2P_\alpha \left(\frac{1 - P_\alpha^{f-i}}{1 - P_\alpha} \right) \right],$$

$$P[A_D] = \alpha (1 - P_f) \sum_{i=0}^{f-1} F(i), \text{ e}$$

$$P[A_R] = P_f \sum_{i=0}^{f-1} F(i) (1 - P_\alpha^{f-i}), \text{ onde}$$

$$P_f = 1 - (1 - P_s)^{\frac{1}{f+1}}, \text{ e}$$

$$F(i) = P_\alpha^{i+1} P_f (1 - P_f)^i \left/ \left[1 - P_\alpha (1 - P_f) \right] + \left\{ (1 - P_\alpha) / 1 - P_\alpha (1 - P_f) \right\} \right.$$

Assim, usando a nomenclatura de Ladany, chega-se finalmente à equação:

$$TC = C_1 n f + \frac{C_2 P_f}{2(f+1)} \sum_{i=0}^f F(i) \left[1 + 2P_f \left(\frac{1 - P_\alpha^{f-1}}{1 - P_\alpha} \right) \right] + C_3 \alpha (1 - P_f) \sum_{i=0}^{f-1} F(i) + C_4 P_f \sum_{i=0}^{f-1} F(i) (1 - P_\alpha^{f-1})$$

Proposição 5 (Modelo de Ladany e Bedi, 1975): Considere-se o modelo da proposição anterior para o caso em que os *setups* não são planejados e o tempo de amostragem também é considerado negligenciável. O custo esperado é calculado, então, por

unidade de tempo e valem todas as hipóteses remanescentes do modelo para *setups*

planejados, equivalendo, o quociente das equações 14 e 15 tem-se a $CU = \frac{CU_n}{CU_d}$ e

$$CU_n = C_1 n E(i) + C_2 \frac{t}{2t} P_t \sum_{i=1}^{\infty} G(i) \left[1 + 2 \sum_{j=i}^{\infty} D(j) \right] + C_3 E[S] + C_4 (1 - E[S]),$$

onde $E[S] = \alpha (1 - P_t) \sum_{i=1}^{\infty} D(i-1) G(i),$

e $CU_d = t E[i].$

Com efeito, tal qual na proposição anterior, tem-se:

$$\theta = \omega = \rho = \varphi = 0 \quad \gamma = 1,$$

$$t_D = t_R = t_F = 0,$$

$$nE = 0, \text{ e em termos de custos,}$$

$$K_K = C_1,$$

$$-G_{II} \cong C_2,$$

$$K_D = C_3,$$

$(K_D + K_R) = C_4$ e, neste caso, $K_P = 0$, reduzindo-se, então, a equação 15 a:

$$E[N_i] = C_2 E[r_{II}] + C_3 E[A_D] + C_4 E[A_R] + C_1 n (E[A_I] + E[A_{II}]).$$

Mas

$$E[r_{II}] \text{ é substituído por } P[r_{II}] = \frac{t}{2T} P_t \sum_{i=1}^{\infty} G(i) \left[1 + 2 \sum_{j=i}^{\infty} D(j) \right]$$

$$E[A_D] \text{ é substituído por } P[A_D] = \alpha (1 - P_t) \sum_{i=1}^{\infty} D(i-1) G(i) = E[S],$$

$$E[A_R] \text{ é substituído por } P[A_R] = 1 - E[S],$$

e $E[A_I] + E[A_{II}] = E(i)$. Fazendo as devidas substituições, tem-se:

$$\begin{aligned}
CU_n = & C_1 n E(i) + C_2 \frac{t}{2T} P_t \sum_{i=1}^{\infty} G(i) \left[1 + 2 \sum_{j=i}^{\infty} D(j) \right] + C_3 \alpha (1 - P_t) \sum_{i=1}^{\infty} D(i-1) G(i) + \\
& + C_4 \left\{ 1 - \left[\alpha (1 - P_t) \sum_{i=1}^{\infty} D(i-1) G(i) \right] \right\}.
\end{aligned}$$

Usando os mesmos argumentos acima para o denominador da FEG e fazendo as devidas substituições chega-se a

$$CU_d = tE(i), \quad \text{pois} \quad E[r_I] + E[r_{II}] = t(E[A_I] + E[A_{II}]) = tE(i)$$

Finalmente, obtém-se a fórmula de Ladany e Bedi (1976), bastando para tanto efetuar o

quociente $\frac{CU_n}{CU_d}$.

Proposição 6 (Modelo de Montgomery e Heikes, 1976): Considere-se a fórmula econômica geral e tome-se o caso particular de um processo em que o tempo de duração até a ocorrência de uma causa especial é modelado por uma distribuição discreta de probabilidade. Os períodos sob controle e fora de controle são medidos em número de períodos interamostrais e o tempo de amostragem é negligenciável. São desconsiderados todos os custos correspondentes às parcelas opcionais da FEG, bem como os relativos ao tempo que o processo permanece sob controle e a perda ocasionada pela produção de uma unidade defeituosa de produto. O quociente das equações 14 e 15 da FEG torna-se, então equivalente a:

$$a) \quad ATC = a_1 n + \frac{a_2 \alpha' [\pi + \alpha(1 - \pi)] + a_3 \pi}{\alpha'(1 - \pi) + \pi},$$

para processos não-regenerativos modelados por uma distribuição geométrica

$$P_t = P_r \{T = t\} = \pi(1 - \pi)^t, \quad t = 0, 1, 2, \dots,$$

$$b) \quad ATC = a_1 n + \frac{\alpha [a_2 \alpha' + a_3 e^{-\alpha \lambda}]}{\alpha' (1 - e^{-\alpha \lambda}) + \alpha e^{-\alpha \lambda}},$$

para processos regenerativos modelados por uma distribuição de Poisson

$$p_t = P_r \{T = t\} = \frac{\lambda^t e^{-\lambda}}{t!}, \quad t = 0, 1, 2, \dots,$$

$$c) \quad ATC = a_1 n + \frac{a_2 + a_3 [\rho - \gamma(1 - \rho) \ln \psi] / \alpha'}{\rho / \alpha' - (1 - \rho) \gamma \{[\ln(1 - \theta) - \ln \psi] \alpha + \ln \psi / \alpha'\}},$$

para processos regenerativos modelados por uma distribuição da série logarítmica

$$p_t = \begin{cases} \rho, & t = 0 \\ \frac{\gamma \theta (1 - \rho)}{t}, & t = 1, 2, \dots \end{cases}$$

$$\text{onde } 0 < \theta < 1 \quad \text{e} \quad \gamma = -[\ln(1 - \theta)]^{-1}$$

ρ = probabilidade de ocorrer um desvio no período 0

$$\Psi = 1 - \theta(1 - \alpha)$$

No caso a:

consideram-se apenas a segunda, a terceira, a quarta e a quinta parcelas da FEG. Portanto $\theta = \omega = \rho = \varphi = 0$ e $\gamma = 1$. Além disso $\delta_1 = \delta_2 = 0$, $K_p = 0$ e $E = 0$. Os períodos sob controle e fora de controle são medidos em número de retiradas de amostras. Isto, na nomenclatura da fórmula geral, significa que se utilizam $E[A_I]$ e $E[A_{II}]$ em lugar de $E[r_I]$ e $E[r_{II}]$, pois, originalmente,

$$(E[A_I] + E[A_{II}])T = E[r_I] + E[r_{II}].$$

A expressão 14 fica, assim, reduzida a

$$- G_{II} E[A_{II}] + (K_D [A_D] + K_D) + K_K n (E[A_I] + E[A_{II}]),$$

obtendo-se, como resultado, as seguintes equivalências:

$$E[A_I] = E[T] = \frac{1-\pi}{\pi},$$

$$E[A_{II}] = E[S] = \frac{1}{\alpha'},$$

$$E[A_D] = E[M] = \alpha E[T] = \alpha \left(\frac{1-\pi}{\pi} \right).$$

Com isto, fazendo as devidas substituições na FEG, chega-se a:

$$K_K n \left(\frac{1-\pi}{\pi} + \frac{1}{\alpha'} \right) + K_D \left[\alpha \left(\frac{1-\pi}{\pi} \right) + 1 \right] - G_{II} \left(\frac{1}{\alpha'} \right).$$

Substituindo-se, ainda, os custos

$$K_K = a_1,$$

$$K_D = K_R = a_2, \text{ e}$$

$$-G_{II} = a_3.$$

tem-se, finalmente o numerador da fórmula desenvolvida por Montgomery e Heikes:

$$ATC = a_1 n \left[\left(\frac{1-\pi}{\pi} \right) + \frac{1}{\alpha'} \right] + a_2 \left[\alpha \left(\frac{1-\pi}{\pi} \right) + 1 \right] + a_3 \left(\frac{1}{\alpha'} \right).$$

A dedução do denominador vale-se das mesmas hipóteses feitas para os tempos sob controle e fora de controle, bem como para os fatos que $E = 0$ e $\delta_1 = \delta_2 = 0$. Então, a expressão 15 reduz-se a

$$D_t = E[r_I] + E[r_{II}], \text{ que, na notação de Montgomery e Heikes equivale a}$$

$$ATC_d = E[A_I] + E[A_{II}] = \frac{1-\pi}{\pi} + \frac{1}{\alpha'}$$

Compondo o quociente $\frac{ATC_n}{ATC_d}$ obtém-se, finalmente:

$$ATC = a_1 n + \frac{a_2 \alpha' [\pi + \alpha(1 - \pi)] + a_3 \pi}{\alpha'(1 - \pi) + \pi}.$$

As deduções dos itens b e c desta proposição seguem a mesma linha de raciocínio do item a, mudando apenas as distribuições de probabilidade que modelam o tempo em que o processo está sob controle. No caso regenerativo, um “ciclo” é definido de tal forma que exista uma procura da causa especial em cada ciclo. Assim, $E[A_D] = 1$

No caso b:

$$E[A_{II}] = E[S'] = \frac{e^{-\alpha\lambda}}{\alpha'},$$

$$E[A_D] = 1, \text{ e}$$

$$E[A_I] + E[A_{II}] = E[D] = \frac{1}{\alpha} - e^{-\alpha\lambda} \left(\frac{1}{\alpha} - \frac{1}{\alpha'} \right).$$

Assim, o numerador da expressão V_I se reduz a

$$E[N_I] = -G_{II}(E[A_{II}]) + K_D + K_K n (E[A_I] + E[A_{II}]), \text{ ou seja,}$$

$$K_K n \left[\frac{1}{\alpha} - e^{-\alpha\lambda} \left(\frac{1}{\alpha} - \frac{1}{\alpha'} \right) \right] + K_D - G_{II} \left(\frac{e^{-\alpha\lambda}}{\alpha'} \right).$$

Mas, sendo

$$K_K = a_1,$$

$$K_D = a_2,$$

$-G_{II} = a_3$, a expressão acima se transforma em

$$ATC_n = a_1 n \left[\frac{1}{\alpha} - e^{-\alpha\lambda} \left(\frac{1}{\alpha} - \frac{1}{\alpha'} \right) \right] + a_2 + a_3 \left(\frac{e^{-\alpha\lambda}}{\alpha'} \right).$$

O denominador, a exemplo da proposição anterior, compõe-se apenas de

$D_t = E[r_I] + E[r_{II}]$, que, na notação de Montgomery e Heikes, equivale a

$$ATC_d = E[A_I] + E[A_{II}] = \frac{1}{\alpha} - e^{-\alpha\lambda} \left(\frac{1}{\alpha} - \frac{1}{\alpha'} \right).$$

Compondo o quociente $\frac{ATC_n}{ATC_d}$, obtém-se, finalmente,

$$ATC = a_1 n + \frac{a_2 \alpha \alpha' + a_3 \alpha e^{-\alpha\lambda}}{\alpha' (1 - e^{-\alpha\lambda}) + \alpha e^{-\alpha\lambda}}$$

No caso c:

$$E[A_{II}] = E[S'] = \frac{[\rho - \gamma(1 - \rho) \ln \psi]}{a'},$$

$$E[A_D] = 1, \text{ e}$$

$$E[A_I] + E[A_{II}] = E[D] = \left(\frac{\rho}{\alpha'} - (1 - \rho)\gamma \left\{ [\ln(1 - \theta) - \ln \psi] \alpha + \frac{\ln \psi}{\alpha'} \right\} \right).$$

Desta forma o numerador da expressão V_t se reduz a

$$E[N_t] = -G_n \frac{[\rho - \gamma(1 - \rho) \ln \psi]}{\alpha'} + K_D + K_K n \left\{ \frac{\rho}{\alpha'} - (1 - \rho)\gamma \left\{ [\ln(1 - \theta) - \ln \psi] \alpha + \frac{\ln \psi}{\alpha'} \right\} \right\}, \text{ ou seja,}$$

$$E[N_t] = K_K n \left\{ \frac{\rho}{\alpha'} - (1 - \rho)\gamma \left\{ [\ln(1 - \theta) - \ln \psi] \alpha + \frac{\ln \psi}{\alpha'} \right\} \right\} + K_D - G_n \frac{[\rho - \gamma(1 - \rho) \ln \psi]}{\alpha'}$$

Mas, sendo

$$K_K = a_1,$$

$$K_D = a_2,$$

$-G_n = a_3$, a expressão acima se transforma em

$$ATC_n = a_1 n \left\{ \frac{\rho}{\alpha'} - (1 - \rho)\gamma \left\{ [\ln(1 - \theta) - \ln \psi] \alpha + \frac{\ln \psi}{\alpha'} \right\} \right\} + a_2 + a_3 \frac{[\rho - \gamma(1 - \rho) \ln \psi]}{\alpha'}.$$

O denominador, a exemplo do item a, compõe-se apenas de

$D_t = E[r_I] + E[r_{II}]$, que, na notação Montgomery e Heikes, para este caso, equivale a:

$$ATC_d = E[A_I] + E[A_{II}] = \left(\frac{\rho}{\alpha'} - (1 - \rho)\gamma \left\{ [\ln(1 - \theta) - \ln \psi] \alpha + \frac{\ln \psi}{\alpha'} \right\} \right).$$

Compondo o quociente $\frac{ATC_n}{ATC_d}$, obtém-se, finalmente,

$$ATC = a_{1,n} + \frac{a_2 + a_3 \left[\frac{\rho - \gamma(1 - \rho) \ln \psi}{\alpha'} \right]}{\frac{\rho}{\alpha'} - (1 - \rho)\gamma \left\{ [\ln(1 - \theta) - \ln \psi] \alpha + \frac{\ln \psi}{\alpha'} \right\}}$$

Proposição 7 (Modelo de Taguchi, 1981: caso 1a): Considere-se, agora um processo que se desvia de uma produção isenta de itens defeituosos (0%) para a súbita produção de somente defeituosos (100%). Um único item deve ser inspecionado a intervalos de produção iguais e, se o item estiver não conforme, o processo é interrompido, corrigido e reconduzido à condição de normalidade. O tempo de amostragem é considerado também como sendo o de atraso de ajuste do processo, ou seja, o tempo que decorre desde o momento em que a amostra é coletada para verificação até a interrupção do processo. O custo fixo de amostragem, os da manutenção da oficina e do laboratório não são contabilizados e as seguintes restrições devem ser observadas:

$$|-G_{II}| \gg \frac{(K_D + K_R)}{r(E[r_I])} \quad \text{e} \quad r(E[r_I]) \gg E.$$

Neste caso, a Fórmula Econômica Geral $E[V_t] = E[N_t]/E[D_t]$,

válida para $T \in \mathbf{R}$, $T > 0$, $n \in \mathbf{N}_0$, $c \in \mathbf{N}_0$ e $c < n$, composta pela razão entre as equações 14 e 15, é equivalente a

$$L = \frac{C_i}{m} + C_d \left(\frac{\frac{m+1}{2} + l}{\mu} \right) + \frac{C_a}{\mu}.$$

Com efeito, segundo Taguchi, $\theta = \gamma = \omega = \varphi = 0$ e $\rho = 1$, uma vez que as parcelas 1 a 3 e 6 a 8 não são consideradas no modelo. Como o processo é interrompido sempre que um item defeituoso é encontrado durante a amostragem, $\delta_1 = \delta_2 = 0$.

A equação 14 reduz-se, então, a:

$$\begin{aligned} E[N_t] = & (K_D + K_R)E[A_R] + (K_P + K_K n)(E[A_I] + E[A_{II}] + nE) + \\ & + (K_g + K_G)(E[r_I'] + E[r_{II}'] + nE). \end{aligned} \quad (21)$$

Além disso, Taguchi considera $E[A_R] = 1$, pois, por hipótese, todos os alarmes são verdadeiros e a variável A_R tem distribuição $Bi(1, 1)$; $n = 1$, $E = 1$, $K_P = 0$. Fazendo estas substituições a expressão 16 passa a ser

$$E[N_t] = K_K n (E[A_I] + E[A_{II}] + E) + (K_g + K_G)(E[r_I'] + E[r_{II}'] + E) + (K_D + K_R).$$

Mas, sendo,

$$(K_D + K_R) = C_a,$$

$$K_K = C_i,$$

$$K_g = C_d,$$

$$K_G = 0, \text{ e}$$

$$(E[r_I'] + E[r_{II}'] + E) = \left(\frac{m+1}{2} + l \right), \text{ tem-se, então,}$$

$$E[N_t] = C_i (E[A_I] + E[A_{II}] + E) + C_d \left(\frac{m+1}{2} + l \right) + C_a. \quad (22)$$

O denominador de $E[V_t]$ é

$$E[D_t] = (E[r_I] + E[r_{II}] + (1 - \delta_1)E[A_D] t_F + nE + t_D + t_R) v.$$

Uma vez que, por hipótese, todos os alarmes são considerados verdadeiros, $E[A_D] = 0$. Além disso, na terminologia de Taguchi:

$$| -G_{II} | \gg \frac{(K_D + K_R)}{r(E[r_I])} \text{ significa } C_d \gg \frac{C_a}{\bar{\mu}},$$

$$r(E[r_I]) \gg E \text{ significa } \bar{\mu} \gg l,$$

$v = 1$, pois o número de peças produzidas já está embutido nas esperanças matemáticas do modelo,

$$E[r_I] + E[r_{II}] = m(E[A_I] + E[A_{II}] + E) = \bar{\mu} + l \cong \bar{\mu}, \text{ já que por hipótese } \bar{\mu} \gg l, \text{ e}$$

$t_D = t_R = 0$, uma vez que estes são tempos improdutivos.

Assim,

$$E[D_t] = (E[r_I] + E[r_{II}]) . \quad (23)$$

Finalmente, calcula-se a razão entre (22) e (23), e se obtém

$$E[V_t] = C_i \frac{(E[A_I] + E[A_{II}] + E)}{m(E[A_I] + E[A_{II}] + E)} + C_d \left(\frac{\frac{m+1}{2} + l}{\bar{\mu}} \right) + \frac{C_a}{\bar{\mu}}, \text{ de onde,}$$

efetuando a simplificação na primeira parcela e utilizando a terminologia de Taguchi para a função custo/perda, chega-se à expressão proposta:

$$L = \frac{C_i}{m} + \frac{C_d}{\bar{\mu}} \left(\frac{m+1}{2} + l \right) + \frac{C_a}{\bar{\mu}}$$

Proposição 8 (Modelo de Taguchi, 1981: caso 1b): Se uma das restrições $\bar{\mu} \gg l$ ou $C_d \gg \frac{C_a}{\bar{\mu}}$ não forem satisfeitas, então

$E[V_t] = E[N_t]/E[D_t]$ se torna equivalente a função:

$$L = \frac{C_i}{m} + \frac{C_d}{\bar{\mu} + \frac{m}{2}} \left(\frac{m+1}{2} + l \right) + \frac{C_a}{\bar{\mu} + \frac{m}{2}}$$

Neste caso, substitui-se

$$E[r_I] + E[r_{II}] \text{ por } m(E[A_I] + E[A_{II}] + E) = \bar{\mu} + \frac{m}{2}$$

em lugar de $\bar{\mu}$. Para detalhes do desenvolvimento da expressão $\bar{\mu} + \frac{m}{2}$ consultar Taguchi et al. (1990).

Proposição 9 (Modelo de Taguchi, 1981: caso 2): Considere-se um processo que se desvia de uma produção isenta de itens defeituosos (0%) para a súbita produção de π (100%) defeituosos, $0 < \pi < 1$. Um único item deve ser inspecionado a intervalos de produção iguais e, se o item estiver não conforme, o processo é interrompido, corrigido e reconduzido à condição de normalidade. Valem todas as hipóteses remanescentes da Proposição 7 e considera-se, adicionalmente uma perda $C_D \gg C_d$, incorrida quando um item não conforme passa pelo ponto de inspeção e é transferido para o próximo processo de produção ou para o consumidor.

A Fórmula Econômica Geral, então, $E[V_t] = E[N_t]/E[D_t]$,

válida para $T \in \mathbf{R}$, $T > 0$, $n \in \mathbf{N}_0$, $c \in \mathbf{N}_0$ e $c < n$, composta pela equação 14 no numerador

e pela equação 15 no denominador é equivalente a

a) $L = \frac{C_i}{m} + \frac{C_D}{\bar{\mu}} (m+1) + \frac{C_a}{\bar{\mu}} + \frac{lC_d}{\bar{\mu}}$, se existirem itens defeituosos não detectados;

$$\text{b) } L = \frac{C_i}{m} + \frac{C_d}{\mu} (m+1+l) + \frac{C_a}{\mu}, \text{ se não existirem itens defeituosos não detectados.}$$

Com efeito, para o modelo descrito, as parcelas 1 a 3 e 6 a 8 da equação 14 são desconsideradas, portanto: $\theta = \gamma = \omega = \varphi = 0$ e $\rho = 1$. E, pelo mesmo motivo descrito na proposição 7, $\delta_1 = \delta_2 = 0$

A expressão 14 reduz-se, então, à equação 21:

$$E[N_t] = (K_D + K_R)E[A_R] + (K_P + K_K n) (E[A_I] + E[A_{II}] + nE) + \\ + (K_g + K_G) (E[r_I'] + E[r_{II}'] + nE).$$

Além disso, Taguchi considera $E[A_R] = 1$, pois, por hipótese, todos os alarmes são verdadeiros e a variável A_R tem distribuição $Bi(1,1)$; $n = 1$, $E = 1$, $K_P = 0$. Fazendo estas substituições, a expressão 16 passa a ser

$$E[N_t] = K_K n (E[A_I] + E[A_{II}] + E) + (K_g + K_G) (E[r_I'] + E[r_{II}'] + E) + (K_D + K_R).$$

Mas, sendo:

$$(K_D + K_R) = C_a,$$

$$K_K = C_i,$$

$$K_g = C_d,$$

$$K_G = C_D, \text{ e}$$

$$(E[r_I'] + E[r_{II}'] + E) = \left(\frac{m+1}{2} + l\right) = \left(\frac{m+1}{2}\right) + l.$$

$$\text{Então: } E[N_t] = C_i (E[A_I] + E[A_{II}] + E) + (C_d + C_D) \left[\left(\frac{m+1}{2}\right) + l\right] + C_a.$$

Como, porém, l constitui o conjunto de peças defeituosas que sempre são detectadas, pois, são produzidas durante o tempo de atraso de ajuste do processo, o

número esperado de peças defeituosas sujeitas à não detecção é de $\left(\frac{m+1}{2}\right)$. Taguchi, após algumas operações algébricas, substitui C_d por $2 C_D$, nesta parcela, para calcular a perda devida aos itens não conformes, não detectados. Assim,

$$E[N_i] = C_i (E[A_I] + E[A_{II}] + E) + C_D (m+1) + 1 C_d + C_a. \quad (24)$$

Por outro lado, o denominador de $E[V_i]$ é

$$E[D_i] = (E[r_I] + E[r_{II}] + (1 - \delta_1)E[A_D] t_F + nE + t_D + t_R) v,$$

uma vez que, por hipótese, todos os alarmes são considerados verdadeiros, $E[A_D] = 0$.

Além disso:

$v = 1$, pois o número de peças produzidas já está sendo considerado nas esperanças matemáticas do modelo

$$E[r_I] + E[r_{II}] = m(E[A_I] + E[A_{II}] + E), \text{ e}$$

$t_D = t_R = 0$, uma vez que estes tempos são improdutivos.

Assim,

$$E[D_i] = (E[r_I] + E[r_{II}]) = m(E[A_I] + E[A_{II}] + E). \quad (25)$$

Finalmente, calcula-se a razão entre (24) e (25), e se obtém

$$E[V_i] = C_i \frac{(E[A_I] + E[A_{II}] + E)}{m(E[A_I] + E[A_{II}] + E)} + \frac{C_D}{\mu} (m+1) + \frac{1 C_d}{\mu} + \frac{C_a}{\mu}, \text{ em que,}$$

efetuando a simplificação na primeira parcela e utilizando a terminologia de Taguchi para a função custo/perda, tem-se:

$$L = \frac{C_i}{m} + \frac{C_D}{\mu} (m+1) + \frac{1 C_d}{\mu} + \frac{C_a}{\mu}, \text{ e chega-se à fórmula do item a da proposição.}$$

Para se chegar ao item **b**, basta considerar o seguinte: se não há itens não conformes não localizados, então, $C_D = C_d$ e

$$L = \frac{C_i}{m} + \frac{C_d}{\mu} (m+1+l) + \frac{C_a}{\mu}.$$

A obtenção dos resultados de Taguchi, utilizados nas deduções acima pode ser encontrada, numa abordagem mais profunda, em Taguchi et al. (1990).

Proposição 10 (Modelo de Nayebpour e Woodall, 1993: caso 1): Considerem-se as hipóteses da proposição 9, e tem-se então, a Fórmula Econômica Geral $E[V_t] = E[N_t]/E[D_t]$, válida para $T \in R > 0$, $n \in N_0$, $c \in N_0$ e $c < n$, composta pela razão entre as equações 14 e 15 equivalente a

$$E[L] = \frac{E[L]_n}{E[L]_d}, \text{ onde}$$

$$E[L]_n = \left[\frac{1}{1-q^m} + \text{int}\left(\frac{l}{m}\right) \right] C_i + \left(m - \frac{q}{1-q} + \frac{mq^m}{1-q^m} + l \right) C_d + C_a \text{ e}$$

$$E[L]_d = \frac{m}{1-q^m} + l.$$

Tem-se, por hipótese, como em Taguchi $\theta = \gamma = \omega = \varphi = 0$, $\rho = 1$ e $\delta_1 = \delta_2 = 0$.

A equação 14 reduz-se a:

$$E[N_t] = (K_p + K_r n)(E[A_I] + E[A_{II}] + nE) + (K_g + K_G)(E[r_I] + E[r_{II}] + E) + (K_D + K_R)E[A_R] + E[A_D]K_D \quad (26)$$

Além disso, $E[A_D] = 0$ e $E[A_R] = 1$, pois não se distingue entre alarmes falsos e

verdadeiros. Fazendo essas substituições na expressão 26, tem-se

$$E[N_t] = (K_p + K_r n)(E[A_I] + E[A_{II}] + nE) + (K_g + K_G)(E[r_I] + E[r_{II}] + E) + (K_D + K_R);$$

mas, sendo

$$K_P = 0,$$

$$K_K = C_i,$$

$$K_g = C_d,$$

$$K_D + K_R = C_a \quad e$$

$$K_G = 0,$$

então,

$$E[N_t] = K_K n (E[A_I] + E[A_{II}] + nE) + C_a (E[r_I] + E[r_{II}] + E) + C_a.$$

Além disso, neste caso,

$$E[A_I] = \frac{1}{1 - q^m},$$

$$E[A_{II}] = \frac{l}{m},$$

$$E[r_I] + E[r_{II}] + E = \frac{m}{1 - q^m} + l,$$

$$E[r'_I] + E[r'_{II}] + E = m - \frac{q}{1 - q} + \frac{mq^m}{1 - q^m} + l,$$

$$\hat{p} = 1 - \left(1 - \frac{m_c}{\bar{\mu} - l}\right)^{1/m_c} \quad (\text{estimador da probabilidade de ocorrência de um item defeituoso}),$$

$$q = 1 - \hat{p}$$

m_c = intervalo de amostragem que está sendo utilizado antes da implantação do procedimento de controle em estudo, e

$$\bar{\mu} = \frac{\sum_{i=1}^s U_i}{s}, \quad \text{valor esperado do intervalo entre perturbações do processo, calculado com base em } s \text{ ajustes ocorridos anteriormente.}$$

Assim,

$$E[N_t] = C_i \left[\frac{1}{1-q^m} + \text{int} \left(\frac{l}{m} \right) \right] + C_d \left(m - \frac{q}{1-q} + \frac{mq^m}{1-q^m} + l \right) + C_a. \quad (27)$$

Por outro lado, o denominador $E[V_t]$, com as simplificações iniciais do modelo, se reduz a

$$E[D_t] = E[r_I] + E[r_{II}] + E,$$

uma vez que todos os alarmes são considerados verdadeiros, $E[A_D] = 0$. Além disso, na terminologia de Nayeypour,

$$|-G_{II}| \gg \frac{K_D + K_R}{r(E[r_I])} \quad \text{significa} \quad C_d \gg \frac{C_a}{\mu} \text{ e}$$

$r(E[r_I]) \gg E$ significa $\bar{\mu} \gg l$ e $v=1$, pois o número de peças produzidas já está embutido nas esperanças matemáticas do modelo,

$$E[r_I] + E[r_{II}] + E = \frac{m}{1-q^m} + l, \text{ e}$$

$t_D = t_R = 0$, uma vez que estes tempos são improdutivos.

Assim:

$$E[D_t] = E[r_I] + E[r_{II}] + E = m \left[\frac{1}{1-q^m} + \frac{l}{m} \right]. \quad (28)$$

Finalmente, calcula-se a razão entre as equações 27 e 28, e se obtém:

$$E[V_t] = \frac{C_i \left[\frac{1}{1-q^m} + \text{int} \left(\frac{l}{m} \right) \right] + C_d \left(m - \frac{q}{1-q} + \frac{mq^m}{1-q^m} + l \right) + C_a}{\frac{m}{1-q^m} + l}.$$

Sabendo-se que na terminologia Nayeypour $E[V_t] = E[L]$, tem-se o resultado pretendido.

Proposição 11 (Modelo de Nayebpour e Woodall, 1993: caso 2): Considere-se um processo que se desvia de uma produção isenta de itens defeituosos (0%) para a súbita produção de π (100%) defeituosos, $0 < \pi < 1$. Um único item deve ser inspecionado a intervalos de produção iguais e, se o item estiver não conforme, o processo é interrompido, corrigido e reconduzido à condição de normalidade. Considera-se, adicionalmente uma perda $C_D \gg C_d$, incorrida quando um item não conforme passa pelo ponto de inspeção e é transferido para o próximo processo de produção ou para o consumidor.

A Fórmula Econômica Geral, então, $E[V_t] = E[N_t]/E[D_t]$,

válida para $T \in \mathbf{R}$, $T > 0$, $n \in \mathbf{N}_0$, $c \in \mathbf{N}_0$ e $c < n$, composta pelo equação 14 no numerador

e pela equação 15 no denominador é equivalente a

$$E[L] = \frac{E[C]}{E[T]} \text{ com:}$$

$$a) \quad E[C] = E[L_D] + \left[\frac{\frac{m}{1-q^m} + \frac{m(1-\pi)}{\pi}}{m} + \text{int}\left(\frac{l}{m}\right) \right] C_i + C_a,$$

onde,

$$E[L_D] = \left[\left(m - \frac{q}{1-q} + \frac{mq^m}{1-q^m} \right) \pi^2 + m\pi(1-\pi) + l\pi \right] C_d + \\ + \left[\left(m - \frac{q}{1-q} + \frac{mq^m}{1-q^m} \right) \pi(1-\pi) + m(1-\pi)^2 \right] C_D,$$

$$e \quad E[T] = \frac{m}{1-q^m} + \frac{m(1-\pi)}{\pi} + l, \text{ para o caso em que a inspeção 100\% é feita no} \\ \text{último intervalo amostral;}$$

b) idem, com

$$E[L_D] = \left[\left(m - \frac{q}{1-q} + \frac{mq^m}{1-q^m} \right) \pi + l\pi + m(1-\pi) \right] C_D, \text{ para o caso em que não é feita a} \\ \text{inspeção retrospectiva.}$$

Com efeito, no caso a, acima, as parcelas 1 a 3 e 6 a 8 da equação 14 são desconsideradas, portanto, $\theta = \gamma = \omega = \gamma = 0$ e $\rho = 1$. E, pelo mesmo motivo descrito na proposição 7, $\delta_1 = \delta_2 = 0$.

A expressão 14 reduz-se, então, à equação 21

$$E[N_t] = (K_D + K_R)E[A_R] + (K_P + K_K n)(E[A_I] + E[A_{II}] + nE) + (K_g + K_G)(E[r'_I] + E[r'_{II}] + nE)$$

Além disso, $E[A_R] = 1$, pois, por hipótese, todos os alarmes são verdadeiros e $K_p = 0$.

Fazendo estas substituições, tem-se

$$E[N_t] = (K_D + K_R) + K_K n(E[A_I] + E[A_{II}] + nE) + K_g(E[r'_I] + E[r'_{II}] + nE) + K_G(E[r'_I] + E[r'_{II}] + nE)$$

mas, sendo

$$K_D + K_R = C_a,$$

$$K_K = C_i,$$

$$K_g = C_d,$$

$$K_G = C_D,$$

e

$$E[r'_I] = \left(m - \frac{q}{1-q} + \frac{mq^m}{1-q^m} \right) \pi^2 + m\pi(1-\pi), \text{ para os itens não conformes detectados,}$$

$$E[r'_{II}] = l\pi$$

$$E[r'_I] = \left(m - \frac{q}{1-q} + \frac{mq^m}{1-q^m} \right) [\pi(1-\pi)] + m(1-\pi)^2, \text{ para os itens não conformes não detectados,}$$

$$E[r'_{II}] = 0$$

então,

$$E[N_t] = C_i(E[A_I] + E[A_{II}] + E) + C_a \left[\left(m - \frac{q}{1-q} + \frac{mq^m}{1-q^m} \right) \pi^2 + m\pi(1-\pi) + l\pi \right] + C_D \left\{ \left(m - \frac{q}{1-q} + \frac{mq^m}{1-q^m} \right) [\pi(1-\pi)] + m(1-\pi)^2 \right\} + C_a.$$

Por outro lado, o denominador de $E[V_t]$ é

$$E[D_t] = E[r_I] + E[r_{II}] + (1 - \delta_1)E[A_D]t_F + nE + t_D + t_R.$$

Valem as igualdades $E[A_D] = 0$, pois $E[A_R] = 1$, $v = 1$, pois o número de peças produzidas já está considerado nas esperanças matemáticas do modelo, $t_D = t_R = 0$ e

$$E[r_I] + E[r_{II}] + E = mE[A_I] + E[A_{II}] + E = \frac{m}{1 - q^m} + \frac{m(1 - \pi)}{\pi} + l.$$

Assim,

$$E[D_t] = \frac{m}{1 - q^m} + \frac{m(1 - \pi)}{\pi} + l.$$

Utilizando a terminologia de Nayeypour e Woodall para a função custo/perda, tem-se:

$$E(C) = C_i \left[\frac{1}{1 - q^m} + \frac{(1 - \pi)}{\pi} + \text{int} \left(\frac{l}{m} \right) \right] + C_d \left[\left(m - \frac{q}{1 - q} + \frac{mq^m}{1 - q^m} \right) \pi^2 + m\pi(1 - \pi) + l\pi \right] +$$

$$+ C_D \left\{ \left(m - \frac{q}{1 - q} + \frac{mq^m}{1 - q^m} \right) [\pi(1 - \pi)] + m(1 - \pi)^2 \right\} + C_a,$$

e

$$E[T] = \frac{m}{1 - q^m} + \frac{m(1 - \pi)}{\pi} + l.$$

Para obter-se $E(L)$ calcula-se a razão $\frac{E(C)}{E(T)}$.

Para se chegar ao item b, basta considerar que a inspeção retrospectiva não é feita. Então:

$$(K_g + K_G)(E[r_I] + E[r_{II}] + nE) = \left[\left(m - \frac{q}{1 - q} + \frac{mq^m}{1 - q^m} \right) \pi + l\pi + m(1 - \pi) \right] C_D,$$

$$E(C) = C_i \left[\frac{1}{1 - q^m} + \frac{1 - \pi}{\pi} + \text{int} \left(\frac{l}{m} \right) \right] + C_D \left[\left(m - \frac{q}{1 - q} + \frac{mq^m}{1 - q^m} \right) \pi + l\pi + m(1 - \pi) \right] + C_a,$$

e
$$E[T] = \frac{m}{1 - q^m} + \frac{m(1 - \pi)}{\pi} + l.$$

Finalmente, $E(L)$ é a razão entre as duas últimas equações anteriores.

3.4 JUSTIFICATIVA DA OMISSÃO DO MODELO DE LADANY E BEDI

O modelo de Ladany e Bedi (1976), que representa o Grupo 2 para os casos em que os *setups* não são planejados, é peculiar. Ele foi desenvolvido com o objetivo de modelar, assintoticamente, processos em que os *setups* são não planejados, a partir da função original de Ladany (1973).

Num modelo em que dois *setups* consecutivos são não planejados, um número desconhecido de amostras igualmente espaçadas (i ou j), é retirado. Este intervalo de tempo entre *setups* será prolongado até o momento em que o desvio for detectado durante a última amostra até então retirada. Convém lembrar que, entre as suposições do presente modelo, a ocorrência de um alarme falso também provoca uma interrupção equivalente a um *setup*.

Matematicamente, as hipóteses acima correspondem a calcular as probabilidades de ocorrência ou não de desvios do processo, bem como de detecção dos mesmos, para se chegar ao número esperado de amostras retiradas durante um ciclo (entre dois *setups*, dois falsos alarmes ou qualquer combinação entre eles). Isto acarreta a existência de um produto recorrente de somatórios com índice $i = 1, \dots, \infty$ e $j = i, \dots, \infty$ na função custo do modelo que está sendo estudado.

A função assim composta (vide Apêndice 2), exige um número grande de operações para o cálculo do custo total esperado por unidade de tempo para cada ajuste fornecido pelo usuário.

Exemplo: Para calcular a parcela

$$\frac{C_2 t P_t}{2T} \sum_{i=1}^{\infty} G(i) \left[1 + 2 \sum_{j=i}^{\infty} D(j) \right]$$

tem-se: para $i = 1$

$$\frac{C_2 t P_t}{2T} \sum_{i=1}^{\infty} G(1) \left[1 + 2 \sum_{j=1}^{\infty} D(j) \right],$$

para $i = 2$

$$\frac{C_2 t P_t}{2T} \sum_{i=1}^{\infty} G(2) \left[1 + 2 \sum_{j=2}^{\infty} D(j) \right],$$

para $i = 3$

$$\frac{C_2 t P_t}{2T} \sum_{i=1}^{\infty} G(3) \left[1 + 2 \sum_{j=3}^{\infty} D(j) \right], \text{ e assim por diante.}$$

Tem-se, pois, uma equação recursiva, cujo número de operações necessárias à obtenção de cada resultado, dependente dos valores das variáveis de decisão n, t, K , pode ser calculado utilizando-se a soma de uma progressão aritmética de razão 1.

Além disso, existem duas condições que precisam ser satisfeitas para obter um resultado da referida função:

$$D(\infty) = 0$$

e

$$\sum_{j=1}^i jH(j) = \sum_{i=1}^{\infty} iH(i)$$

Por simulação, verificou-se que a probabilidade $D(i)$ se aproxima de zero e a esperança matemática se estabiliza a partir de $i = j = 2.000$, o que equivale a 2.000.000 iterações para cada ajuste. Estes cálculos feitos, dão origem a apenas um único resultado. Num microcomputador "Pentium" 100Mhz, com 16Mb de memória RAM, cada operação destas leva em média 1,5 segundos.

Para localizar o custo mínimo, necessita-se varrer toda a superfície gerada pela função custo, pelo menos até valores amostrais de 100 elementos, pois, se trata de gráficos de controle por atributos. Em cada uma delas o número de aceitação limite varia entre 0 e o tamanho da amostra menos 1. Além disso, o intervalo interamostral também varia desde 0 u.t. (inspeção total) até valores muito superiores ao do ciclo de produção (Ladany e Bedi utilizaram até 2.000 u.t.. Isto significa ausência de amostragem)., o número de iterações O tempo aproximado para se obter uma superfície de pesquisa será de aproximadamente 833 horas. Este tempo pode ser considerado proibitivo não só em termos práticos dentro das empresas como também de pesquisa.

Portanto, a falta de recursos computacionais (co-processadores matemáticos em paralelo, por exemplo), inviabiliza a utilização deste modelo até mesmo para estudos comparativos e de análise de sensibilidade. Em termos empresariais, a realidade não é outra e dificilmente uma equipe poderia dispor de um computador por tanto tempo para calcular o valor mínimo inicial ou a cada vez que houvesse modificação no sistema, nos custos ou mesmo nos parâmetros de entrada do modelo. A utilização deste planejamento econômico para o procedimento de controle seria, nestes termos, obviamente, antieconômica.

Além disso, a exemplo de Del Castillo e Montgomery (1993), não foi possível reproduzir os resultados obtidos por Ladany e Bedi, para o exemplo considerado. Isto posto, fica reforçada a justificativa da omissão deste modelo nos estudos de análise de sensibilidade e no exame simultâneo, para conhecer diferenças, com outros modelos a ele comparáveis.

3.5 PLANEJAMENTO ECONÔMICO AUTOMATIZADO

3.5.1 Apresentação

Está sendo desenvolvido, paralelamente a este trabalho, um programa computacional que se destina a:

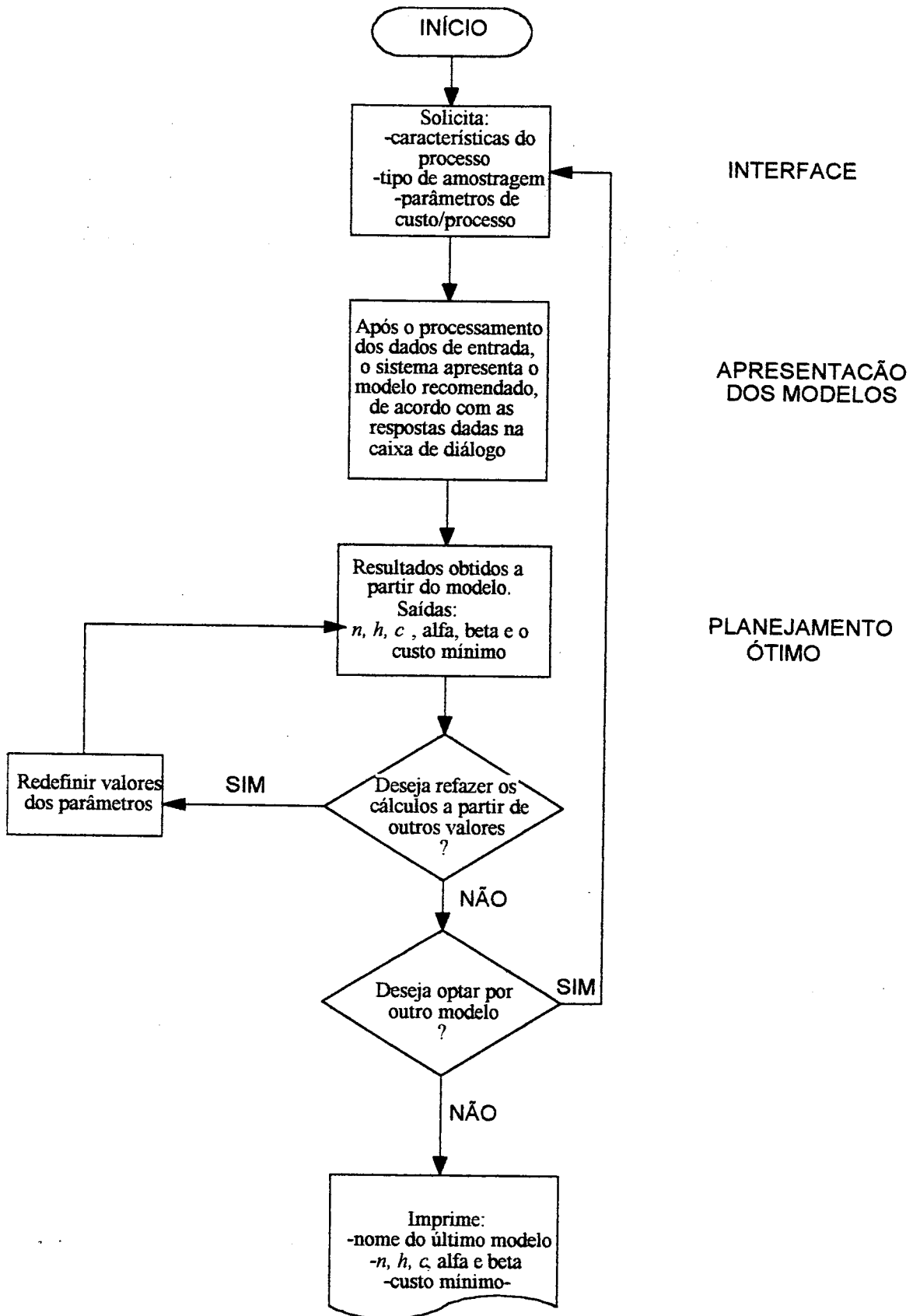
- apresentar os modelos econômicos para planejamento de gráficos de controle por atributos,
- indicar o que melhor se adapta a um determinado processo de produção,
- calcular os valores das variáveis de decisão, o erro do produtor, o erro do consumidor e o custo total esperado para o planejamento econômico ótimo,
- recalculá-los, caso seja necessário ou desejável. Esta última operação é executada sob a forma de simulação em função de novas condições fixadas no modelo recomendado ou por opção de novo modelo.

O programa assim desenvolvido poderá ser acoplado tanto a *softwares* de Controle Estatístico de Processos, como a Sistemas Automatizados de Registros de Custos ou de Custos da Qualidade, enriquecendo-os sobremaneira.

3.5.2 Macro-fluxograma do sistema

O sistema funciona segundo o fluxograma apresentado a seguir:

FIGURA 6: MACRO FLUXOGRAMA DO FUNCIONAMENTO DO PROGRAMA COMPUTACIONAL DESENVOLVIDO PARA A TOMADA DE DECISÃO POR UM MODELO DE PLANEJAMENTO ECONÔMICO DE GRÁFICO DE CONTROLE POR ATRIBUTOS OU MODELOS CORRELATOS



O programa inicia estabelecendo um diálogo com o usuário, ao qual são solicitados, com orientação: estimativas de parâmetros de custo, parâmetros do processo, algumas características do processo e o tipo de amostragem desejada. Procurou-se reduzir a complexidade da entrada de dados, utilizando perguntas simples a respeito do processo, de tal forma que as respostas se limitam às palavras: sim, não; exceção feita à entrada de valores numéricos.

Após o processamento dos dados de entrada, o sistema apresenta o modelo recomendado. Ao ser acionado o botão “calcular” o sistema processa os cálculos necessários para alcançar o valor mínimo da função de custo/perda correspondente e apresenta um relatório de saída do qual constam: o número de elementos da amostra, o intervalo interamostral, o número de aceitação, o erro do produtor, o erro do consumidor e o custo mínimo do planejamento ótimo delineado. Caso o usuário deseje optar por um dos outros modelos disponíveis, o sistema operará como anteriormente. O sistema coloca sempre à disposição, uma análise de sensibilidade, após os resultados obtidos a partir do delineamento feito na caixa de entrada de dados. Estes resultados são armazenados em um arquivo texto que poderá ser importado por outros *softwares* de análise de dados.

O programa oferece mais de uma vez a opção por outro modelo, para o caso em que o usuário deseje conhecer ou tentar outras alternativas. Quando, finalmente, o usuário tiver decidido pelo modelo que, em sua opinião, melhor se adapta às condições e características do processo em questão, o sistema passa a executar uma análise de sensibilidade em torno do valor ótimo encontrado, segundo as redefinições dos valores de entrada que por ele forem julgadas necessárias.

3.5.3 Características próprias do Sistema

Os resultados apresentados pelo programa não são conclusivos. Sendo assim, restringe-se a apresentar o modelo recomendado a cada situação, o qual será manipulado pelo próprio usuário. Enfim, a decisão final cabe a ele, em função dos dados obtidos através do sistema.

3.5.3.1 Características da implementação

O sistema está sendo desenvolvido para ambiente operacional WINDOWS, utilizando todos os recursos colocados à disposição por este ambiente e seguindo a padronização por ele adotada.

O programa está sendo preparado com a utilização de linguagens de programação visual, como a linguagens Delphi e C⁺⁺. A análise e a implementação estão baseadas em técnicas de programação orientada a objetos.

3.5.3.2 Estruturação dos dados e fórmulas

Os dados são armazenados sob a forma de registros. Inicialmente, os dados foram separados em duas categorias: 1) dados de entrada fornecidos previamente pelo usuário; 2) dados referentes aos parâmetros de custo/processo e às variáveis de decisão. O sistema, utiliza os primeiros para definir os parâmetros de custo e processo, que, por sua vez, serão utilizados nos cálculos das variáveis de decisão.

O sistema coloca à disposição funções de leitura e gravação de arquivo, permitindo que se recuperem todos os dados utilizados no processo, bem como a análise sobre eles feita.

As fórmulas das funções custo/perda esperada dos modelos estudados não apresentam grande complexidade matemática, no que diz respeito às operações a serem efetuadas. Sua complexidade reside nas iterações necessárias para a obtenção dos

resultados finais. Sendo assim, não houve necessidade de implementação de métodos numéricos na resolução das fórmulas e sim, apenas, de funções que se encontram disponíveis na própria linguagem da programação adotada.

3.5.3.3 Características da interface

A interface foi implementada considerando todos os recursos visuais oferecidos pelo WINDOWS. A informação é exibida em caixas de diálogos. As opções são apresentadas a partir de botões *radio button* (caixa de múltipla escolha não excludente) e de *check box* (caixa de múltipla escolha excludente) e, ao usuário, bastará “clique” no item desejado.

A interface é amigável e procura seguir o raciocínio indutivo empregado pelo usuário. As seqüências de telas serão acionadas a partir de teclas que identificam a próxima função a ser utilizada.

Os grupos de funções, que conduzirão ao acesso do planejamento ótimo do gráfico de controle, são apresentados no monitor através de itens de *menu*. Todas as funções poderão ser acessadas tanto por teclado quanto por outro dispositivo, como o *mouse*, com exceção da entrada de valores. Neste caso, o usuário utilizará, necessariamente, o teclado.

A apresentação de todos os resultados obtidos, durante a utilização do sistema, poderá ser feita tanto no monitor na forma de gráficos, listas numeradas, etc., quanto em dispositivos de impressão (impressoras, *plotters* etc.). Isto permite ao usuário acompanhar a evolução dos resultados no monitor, bem como, documentá-la.

ANÁLISE DE SENSIBILIDADE**4.1 CONSIDERAÇÕES INICIAIS**

A solução ótima encontrada para o modelo do planejamento amostral de custo mínimo não representa apenas um resultado final, mas também um ponto a partir do qual ele começa a dar informações úteis à tomada de decisão, já que nem sempre tal solução é compatível com a realidade operacional do sistema sob exame. Informações adicionais sobre o comportamento do procedimento de controle podem ser obtidas por meio da análise de sensibilidade do modelo.

A análise de sensibilidade é o resultado da determinação do impacto que as mudanças nos parâmetros e variáveis de entrada causam sobre a solução encontrada. Interessa também saber se existe um intervalo de variação dos valores dos parâmetros ao qual o modelo é menos sensível. Uma crítica comum ao enfoque econômico é a de que os parâmetros e variáveis de entrada são difíceis de estimar, especialmente com a desejada e necessária precisão. Esta dificuldade é causada muitas vezes pela existência de uma variabilidade inerente ao parâmetro ou porque os dados são incompletos ou, até, inexistem. Além disso, nem sempre o parâmetro em questão é controlável. Nestes casos, é muito importante conhecer o efeito que as mudanças nestes valores de entrada exercem sobre a solução ótima.

Todas estas questões devem ser levadas em conta e, verdadeiramente, justificam o estudo e a análise que se fazem, a seguir, com base numa revisão bibliográfica específica em que foram levantados e pesquisados os estudos de sensibilidade feitos por diversos autores dos modelos aqui examinados. As conclusões são apresentadas, na seqüência, por grupo, e representam uma contribuição efetiva na implantação do modelo recomendado.

Finalmente, o estudo do efeito da variação dos diversos parâmetros de custo e risco sobre o valor ótimo serve como orientação prática na escolha dos novos valores das variáveis de decisão, de modo que compatibilizam a solução encontrada com a realidade do processo.

4.1.1 Grupo 1

Chiu (1975) fez um estudo da variação nos valores dos parâmetros componentes de sua função perda. Um grande número de exemplos numéricos foram apresentados e considerados por um estatístico industrial experiente como realistas em situações práticas. Estes exemplos sugerem as conclusões qualitativas, a seguir arroladas, e que, em razão da equivalência existente entre as funções custo/perda, podem ser estendidas a todos os modelos do Grupo 1.

- o número de aceitação limite é influenciado sensivelmente pela razão (p_0 / p_1) entre a fração defeituosa enquanto o processo está sob controle e a fração defeituosa quando o processo está fora de controle; quanto maior a razão, maior o número de aceitação (c);
- o tamanho de amostra (n) ótimo depende fortemente do valor da fração defeituosa: tanto enquanto o processo está sob controle (p_0) como enquanto está fora de controle (p_1);
- o intervalo interamostral (h) é afetado predominantemente por variações da diferença entre o custo/receita (M) enquanto o processo está sob controle e o custo/receita enquanto o processo está fora de controle (isto significa que quando a perda devida ao aumento da fração defeituosa é pequena, os intervalos entre as inspeções são maiores); também é afetado pela taxa de ocorrência da causa especial (λ);
- o intervalo interamostral também é influenciado pelo custo de tomar uma amostra (a): um valor alto por amostra retirada leva a intervalos interamostrais grandes e vice-versa (isto significa que custos de amostragem altos causam a diminuição do número de inspeções, aumentando, conseqüentemente, o intervalo entre as amostras);

- todas as três variáveis de decisão são afetadas pelo custo unitário de inspeção e registro do valor medido no gráfico de controle (b); para valores altos deste custo, o planejamento ótimo recomenda um tamanho de amostra pequeno, intervalos interamostrais grandes e número de aceitação limite pequeno;
- variações na receita (V_0) enquanto o processo está sob controle e, muitas vezes, conseqüentemente, enquanto o processo está fora de controle (V_1), levam a variações proporcionais moderadas no tamanho da amostra e no número de aceitação limite do plano;
- o custo (A_1) e o tempo (t_1) de descobrir uma causa especial e restaurar o processo influem de maneira negligenciável sobre o esquema ótimo do plano; entretanto, o custo (A_0) e o tempo (t_0) de procura de um alarme falso, tendem a aumentar levemente os valores das três variáveis de controle ótimas.

Em 1977, Chiu volta a estudar a sensibilidade de seu modelo econômico. Desta feita analisando o efeito de erros na estimação dos valores dos parâmetros envolvidos. Para tanto, dividiu os parâmetros em três grupos: Grupo 1, constituído pelas frações defeituosas enquanto o processo está sob controle (p_0) e fora de controle (p_1); Grupo 2, constituído pelo tempo médio em que o processo está sob controle ($1/\lambda$), custo de amostragem por item inspecionado (b) e custo fixo de amostragem (a); Grupo 3, constituído pelos custos e tempos de procura, descoberta da causa especial e de recondução do processo ao estado sob controle (A_1, A_0, t_1 e t_0). Em poucas palavras, foram as seguintes as conclusões a que Chiu chegou: as probabilidades do Grupo 1 são críticas para o planejamento de gráficos de controle- np , especialmente quando estas são muito grandes. Já os parâmetros do Grupo 2 têm moderado efeito sobre o custo mínimo do plano. Erros nos quatro parâmetros do Grupo 3, entretanto, têm efeito negligenciável sobre o planejamento de mínimo custo de gráficos- np .

Duncan (1978) procedeu a uma ampla análise de sensibilidade para os gráficos de controle com uma única causa especial, economicamente planejados. Algumas conclusões gerais podem ser resumidas como segue:

- para processos cujos desvios são da ordem de $0,1\sigma_0$ (σ_0 = desvio padrão do processo), o número de aceitação limite ótimo (d) será geralmente zero. Decorrem daí tamanhos de amostras maiores e intervalos interamostrais mais longos do que nos casos em que o desvio é grande. Ou seja, em geral, para pequenos desvios, o planejamento amostral de custo mínimo terá amostras maiores, retiradas com menor frequência;
- mudanças nos valores dos custos e outros parâmetros do modelo produzem, no planejamento ótimo, alterações previsíveis e lógicas;
- o impacto da maior frequência de ocorrência da causa especial é o de intensificar a amostragem.

Os exemplos numéricos estudados por Gibra (1978) indicam que a variação nos parâmetros de custo ($c_1, c_2, c_3, u, b, e h$) afeta fundamentalmente o tamanho da amostra (n), e tem, também, efeito moderado sobre o intervalo interamostral (\mathcal{G}). Assim, o número de aceitação limite (c) tende a crescer quando o tamanho da amostra aumenta, e os valores ótimos das variáveis de decisão (n, c, \mathcal{G}) parecem ser totalmente dependentes dos parâmetros de custo e dos parâmetros do processo.

Lorenzen e Vance (1986) ilustram o estudo da sensibilidade aos parâmetros de custo e processo com dois exemplos: sensibilidade ao custo (C_1) ocorrido enquanto o processo está fora de controle e ao tempo médio de ocorrência da causa especial ($1/\lambda$). Neste estudo levam em conta a sensibilidade da função custo e a sensibilidade do plano ótimo. Estes estudos são importantes: o primeiro quando se deseja determinar o custo da qualidade ou quando se considera uma mudança no processo fundamental e o segundo quando se tem

dificuldade para estimar parâmetros de custo ou de processo. Estes autores concluíram, então, que:

- nem o custo esperado (C), nem o plano de amostragem (n, h, L) são sensíveis a mudanças no custo de operar o processo no estado fora de controle (C_1);
- o custo esperado (C) é sensível a alterações no tempo médio de ocorrência da causa especial ($1/\lambda$), enquanto o plano de amostragem não o é.

Collani e Sheil (1989) apresentam uma forma interessante de análise de sensibilidade, utilizando variáveis padronizadas por eles criadas. Planejamentos ótimos obtidos a partir da combinação dessas variáveis encontram-se tabelados no referido artigo e utilizados para determinar a variabilidade do procedimento de controle. As conclusões a que chegaram esses autores podem ser traduzidas como segue:

- o tamanho da amostra e o limite de controle do gráfico (para um dado número de desvios padrões da linha central) são independentes do benefício esperado por restauração do processo ao estado sob controle;
- a frequência amostral aumenta à medida que o benefício do item anterior cresce;
- custos de amostragem altos levam a tamanhos de amostras menores e, geralmente, a uma redução da frequência amostral;
- a relação entre o número de desvios padrões que determina a distância entre o valor alvo e os limites de controle e o número de elementos da amostra é a esperada. Assim, para números pequenos de desvios padrões, exigem-se amostras grandes para possibilitar a distinção entre os estados sob controle e fora de controle, enquanto para grandes números de desvios padrões, a diferenciação entre os dois estados do processo é mais fácil e, conseqüentemente, o tamanho da amostra é menor;
- o custo mínimo também se comporta logicamente. Aumentos no custo de amostragem e no benefício esperado por restauração do processo aumentam o custo mínimo esperado. Por outro lado, o custo mínimo decresce à medida que o número de desvios padrões que

afastam os limites de controle da linha central aumenta, pois, a discriminação entre o estado sob controle e o estado fora de controle se torna mais fácil à medida que os limites de controle se afastam da linha central;

- custos baixos pela procura de alarmes falsos dão origem a um grande número deles. Em geral, a taxa destes alarmes é consistente: decresce com o aumento do número de desvios padrões que determinam o afastamento dos limites de controle.

4.1.1.1 Recomendações práticas válidas para o Grupo 1

Com base na análise de sensibilidade feita pelos diversos autores acima apresentados, pode-se fazer uma síntese, voltada aos aspectos práticos que devem ser observados, para o caso em que um modelo do Grupo 1 seja o recomendado. Segundo Chiu (1977), deve-se estar atento para as seguintes observações:

- 1) o custo e o tempo esperado de procura por um alarme falso, bem como o custo e o tempo de procura e reajuste depois de um alarme verdadeiro, são os parâmetros mais complicados de serem estimados com exatidão. Afortunadamente, sua influência na determinação do gráfico de controle de custo mínimo é negligenciável;
- 2) já a taxa média de ocorrência da causa especial, as despesas de retirar e testar uma amostra, bem como o custo variável de amostragem, têm efeito moderado sobre o custo mínimo do procedimento de controle. Em compensação, são parâmetros razoavelmente fáceis de estimar, embora a taxa média de ocorrência da causa especial esteja intimamente ligada com a fração defeituosa enquanto o processo está fora de controle, que é um parâmetro crítico do planejamento ótimo;
- 3) a fração defeituosa enquanto o processo está sob controle e a fração defeituosa quando o processo está fora de controle são consideradas os parâmetros mais críticos. Influem sensivelmente no custo mínimo, no número limite de aceitação e no tamanho da amostra.

As recomendações acima são válidas, também, para o modelo de Behl (1985), desde que as parcelas opcionais da função por ele desenvolvida não sejam consideradas. Falta, na bibliografia existente, um estudo de sensibilidade mais detalhado deste método.

4.1.1.2 Estimação dos Parâmetros

De um modo geral, os parâmetros relacionados com o estado sob controle do processo não apresentam dificuldades em termos estatísticos. São eles: o custo/lucro da qualidade enquanto o processo está sob controle, o tempo e o custo de procura por um alarme falso, o custo de amostragem, o custo de inspeção de um item amostral e a fração defeituosa enquanto o processo está sob controle.

Já os parâmetros remanescentes (tempo médio em que o processo se mantém sob controle, número de desvios padrões que determinam os limites de controle, custo/lucro da qualidade enquanto o processo está fora de controle, tempo esperado de reparo e custo de reparo) precisam ser observados durante diversos ciclos de produção e o valor estimado destes itens será calculado pela média ponderada, conforme se explica logo a seguir.

Na ausência de qualquer informação numérica, estes parâmetros devem ser estimados, em princípio, com base em experiência técnica.

Uma boa aproximação do tempo em que o processo se mantém sob controle ($1/\lambda$) pode ser obtida subtraindo-se duas vezes o tempo que se leva para inspecionar um item amostral do período total em que o processo está em operação. Isto significa que num ciclo de produção o processo opera fora de controle por duas vezes o tempo de amostragem em unidades de tempo.

Seja m o número de ciclos de produção observados e sejam os seguintes os valores encontrados:

$$\frac{1}{\lambda_j}, \delta_j, P_{1j}, K_{rj}, \tau_{rj} \quad (j = 1, 2, \dots, m),$$

onde

$$\frac{1}{\lambda_j} \quad (j = 1, 2, \dots, m) = \text{tempo médio em que o processo se manteve sob controle no } m\text{-ésimo período,}$$

$$\delta_j \quad (j = 1, 2, \dots, m) = \text{distância limite de controle à linha central, expresso em número de desvios padrões, no } m\text{-ésimo ciclo de produção,}$$

$$P_{1j} \quad (j = 1, 2, \dots, m) = \text{custo/lucro da qualidade enquanto o processo esteve fora de controle no } m\text{-ésimo ciclo de produção,}$$

$$K_{rj} \quad (j = 1, 2, \dots, m) = \text{custo de reajuste observado no } m\text{-ésimo ciclo de produção, e}$$

$$\tau_{rj} \quad (j = 1, 2, \dots, m) = \text{tempo de reajuste observado no } m\text{-ésimo ciclo de produção.}$$

Considerando $\frac{\lambda_j}{\sum(\lambda_j)}$, $j = 1, 2, \dots, m$ como as probabilidades estimadas para os

diversos efeitos das causas especiais (Duncan, 1971), tem-se as seguintes fórmulas para estimação dos parâmetros acima considerados:

$$\hat{\lambda} = \frac{m}{\sum \frac{1}{\lambda_j}}, \quad \hat{\delta} = \frac{\sum \lambda_j \delta_j}{\sum \lambda_j}, \quad \hat{P}_1 = \frac{\sum \lambda_j P_{1j}}{\sum \lambda_j}, \quad \hat{K}_r = \frac{\sum \lambda_j K_{rj}}{\sum \lambda_j}, \quad \hat{\tau}_r = \frac{\sum \lambda_j \tau_{rj}}{\sum \lambda_j}$$

Com o correr do tempo, a partir de observações, levantamentos e identificação dos parâmetros acima citados, obter-se-ão, para eles, novos valores que passarão a ser incorporados ao procedimento de minimização para conseguir maior refinamento na obtenção das variáveis de decisão do planejamento econômico ótimo. Este procedimento gradual parece ser prático.

4.1.2 Grupo 2

Ladany e Bedi (1976) obtiveram o resultado da análise de sensibilidade em seu modelo para processos em que os *setups* planejados não são necessariamente fixados previamente, bem como para os *setups* planejados, a partir de um único exemplo. Assim, na conclusão do artigo citado, afirmam que, devido à sensibilidade que existe no custo total por unidade de tempo aos parâmetros de custo e processo, é impossível prever, com base no exemplo apresentado, numa dada situação, os valores ótimos dos parâmetros de decisão e a política de programação dos *setups*. Cada caso deve ser avaliado separadamente. Além disso, o referido exemplo mostra claramente que a confiança em regras empíricas para o estabelecimento dos limites de controle e o tamanho das amostras para ambos os tipos de *setups* podem levar a custos significativamente mais elevados do que os da solução ótima obtida.

O modelo de Ladany (1973) também foi estudado por Del Castillo e Montgomery (1993). Os seguidores de Ladany concluem que, no modelo original modificado para processos de longa duração, o poder do teste aumenta à medida que o número de amostras necessárias até obter uma observação fora dos limites de controle (para um dado desvio na fração defeituosa) aumenta. Isto se dá porque o modelo tem a capacidade de modificar o poder do planejamento ótimo com base no referido número de amostras retiradas.

4.1.2.1 Recomendações práticas válidas para o Grupo 2

Inexistem, na literatura, estudos sobre a sensibilidade do modelo original de Ladany (1973) para processos em que os *setups* são planejados. Quanto ao modelo desenvolvido por Ladany e Bedi (1976) vale aqui ressaltar a justificativa descrita no item 3.3 do capítulo anterior.

4.1.3 Grupo 3

Montgomery e Heikes (1976) investigaram o comportamento das superfícies do custo para cada um dos três modelos discretos por eles desenvolvidos. As funções de custo são convexas para o modelo de Markov contínuo no tempo de gráficos de controle- np utilizando diversos estados “fora de controle”. O custo médio mínimo, no entanto, é mais sensível ao número de aceitação (c) do que ao tamanho da amostra (n). Além disso, as superfícies do custo são mais inclinadas na vizinhança da origem do que em todo o espaço de parâmetros remanescente. E mais, a superfície do custo esperado para o modelo de distribuição da série logarítmica é muito mais inclinado do que as superfícies dos modelos em que o mecanismo de falha do processo se comporta como uma distribuição geométrica ou uma distribuição de Poisson. Concluem, assim, que, no planejamento econômico de gráficos de controle, o número de aceitação limite (ou limite de controle) é mais importante do que o tamanho da amostra e que é melhor superestimar do que subestimar estes parâmetros.

Por outro lado, a análise dos resultados numéricos tabelados no artigo a que acima se aludiu mostram que:

- quando o custo por unidade amostrada e testada (a_1) cresce, o número de elementos da amostra decresce ou se mantém o mesmo e o custo mínimo (ATC) aumenta. Esta influência sobre o número de elementos da amostra (n) diminui, por unidade, à medida que o custo esperado de investigação e possível correção do processo (a_2), aumenta;
- o comportamento do risco do produtor (α) e do consumidor (β) não é consistente quando o custo por unidade amostrada e testada (a_1) aumenta;
- quando o custo de operação fora de controle por um período (a_3) aumenta, o custo médio esperado (ATC) também aumenta, enquanto o tamanho da amostra (n) e o número de aceitação (c) crescem e β decresce. Este comportamento numérico tem a

interpretação esperada: um aumento no custo de operação fora de controle resulta num teste mais poderoso;

- à medida que o número de amostras retiradas até que uma observação caia fora dos limites de controle, enquanto o processo está sob controle, aumenta, o custo mínimo decresce, o tamanho da amostra decresce ou permanece o mesmo, os números de aceitação decrescem ou permanecem os mesmos e o risco β aumenta ou permanece o mesmo;
- o aumento do número de amostras retiradas até que um sinal de alerta seja acionado, enquanto o processo está sob controle tem mais efeito sobre os parâmetros ótimos dos modelos cujo mecanismo de falha do processo é descrito por uma distribuição geométrica ou uma distribuição de Poisson do que para o caso em que esta descrição é feita utilizando uma distribuição da série logarítmica;
- outras experiências numéricas levam à conclusão de que os resultados dependem de ambas: fração defeituosa enquanto o processo está sob controle (p_0) e fração defeituosa enquanto o processo está fora de controle (p_1).

4.1.3.1 Recomendações práticas válidas para o Grupo 3

Uma das observações práticas decorrentes da análise de sensibilidade é dada pelos próprios autores Montgomery e Heikes (1976), quando concluem que o número de aceitação limite (ou limite de controle) é mais importante que o tamanho da amostra no planejamento econômico de gráficos de controle e que é melhor superestimar do que subestimar estes parâmetros.

A fração defeituosa enquanto o processo está sob controle ou fora de controle, influencia nos resultados. Sendo assim, caso um dos modelos desenvolvidos por Montgomery e Heikes seja o recomendado, aconselha-se seguir as instruções do item 4 das recomendações práticas válidas para o Grupo 1.

4.1.4 Grupo 4

Nayebpour e Woodall (1993) apresentam gráficos da função perda versus o intervalo de amostragem para todos os casos estudados em seu artigo, com base em exemplos numéricos. Concluem que no Caso 1 a perda esperada mínima é pouco sensível a variações do intervalo entre inspeções, tanto para os modelos de Taguchi quanto para o modelo alternativo apresentado pelos autores do artigo. Esta insensibilidade, entretanto, só vigora enquanto as restrições dos modelos de Taguchi forem rigorosamente observadas. No Caso 2, foram feitos estudos comparativos entre o comportamento das curvas que representam o intervalo interamostral e a perda esperada por unidade produzida, com relação à variação da porcentagem de peças defeituosas produzidas. A partir dos gráficos publicados no artigo acima referido, pode-se concluir que, tanto no primeiro quanto no segundo estudo, o modelo Taguchi é insensível. O mesmo não se pode afirmar sobre o modelo alternativo, que apresenta pouca sensibilidade na primeira situação, exceto para porcentagens muito baixas de itens defeituosos e sensibilidade moderada na segunda, sendo também acentuada para frações defeituosas muito pequenas.

4.1.4.1 Análise de Sensibilidade do Modelo de Taguchi

Com o objetivo de fazer uma análise de sensibilidade do modelo acima referido, realiza-se um estudo analítico da variação dos custos C_d , C_i e C_a relativamente à frequência ótima de retiradas de amostras na linha de produção na função custo/perda L , constante da equação 9 do capítulo anterior.

Trata-se, pois, de:

$$\min L(m, \alpha) = F(\alpha), \quad \text{onde } \alpha = (C_d, C_i, C_a)$$

$$m = m(\alpha)$$

ou seja, encontrar o valor

$$\frac{\delta L(m(\alpha), \alpha)}{\delta \alpha}, \text{ onde}$$

$$L(m, \alpha) = \frac{C_i}{m} + \left[\frac{m+1}{2} + l \right] \frac{C_d}{\bar{\mu}} + \frac{C_a}{\bar{\mu}}$$

Tem - se $m^* = (\bar{\mu} C_i / C_d)^{1/2}$ (29)

e $L^* = (C_i / m^*) + [(m^* + 1) / 2 + l] \left(\frac{C_d}{\bar{\mu}} \right) + \left(\frac{C_a}{\bar{\mu}} \right)$ (30)

s.a.

$$\bar{\mu} \gg l, C_d \gg \frac{C_a}{\bar{\mu}} \text{ e } \bar{\mu} \gg 0$$

que resulta em:

- 1 - $\frac{\delta L^*}{\delta C_i} = 1/m^*$,
- 2 - $\frac{\delta L^*}{\delta C_d} \cong m^*/2\bar{\mu}$, e
- 3 - $\frac{\delta L^*}{\delta C_a} \cong 1/\bar{\mu}$.

Estabelece-se um valor M , baseado em informações sobre custos marginais

toleráveis e se impõe:

- 1 - $\left| \frac{\delta L^*}{\delta C_i} \right| \leq M$,
- 2 - $\left| \frac{\delta L^*}{\delta C_d} \right| \leq M$,
- 3 - $\left| \frac{\delta L^*}{\delta C_a} \right| \leq M$.

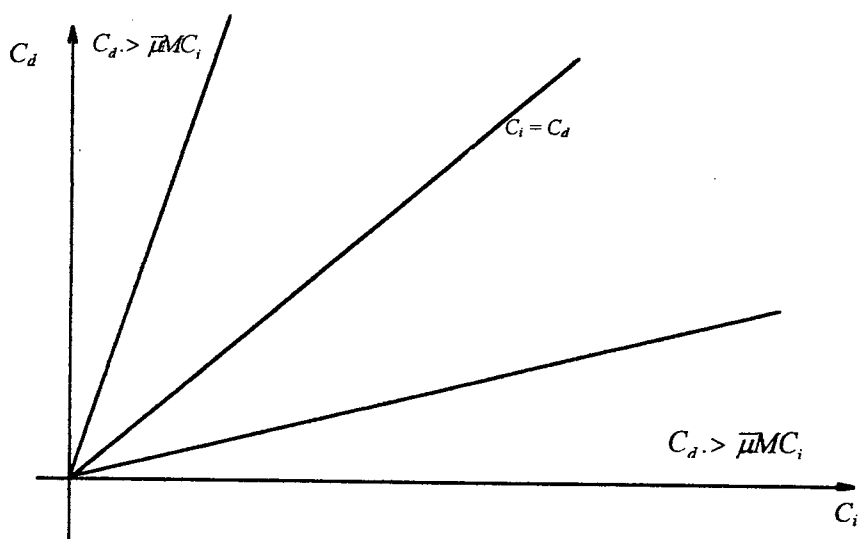
Começando por 3, tem-se:

- 3 - $\left| \frac{\delta L^*}{\delta C_a} \right| = |1/\bar{\mu}| \cong 0 \Rightarrow L^* \text{ é pouco sensível à de } C_a$.

- 1 - $\left| \frac{\delta L^*}{\delta C_i} \right| \leq M \Leftrightarrow (C_d / 2 \bar{\mu} C_i)^{1/2} \leq M \Leftrightarrow C_d / C_i \leq 2 \bar{\mu} M^2,$
- 2 - $\left| \frac{\delta L^*}{\delta C_d} \right| \leq M \Leftrightarrow (C_i / 2 \bar{\mu} C_d)^{1/2} \leq M \Leftrightarrow C_i / C_d \leq 2 \bar{\mu} M^2.$

Graficamente:

FIGURA 7: REPRESENTAÇÃO GRÁFICA DO SISTEMA DE EQUAÇÕES FORMADO PELAS DERIVADAS PARCIAIS DE L^* EM RELAÇÃO A C_i E C_d (MODELO SIMPLIFICADO)



No gráfico acima percebe-se que a região em que se admitem pequenas variações em C_i e C_d estende-se, praticamente, a todo o primeiro quadrante, uma vez que a expressão $2\bar{\mu}M^2 \gg 0$, mesmo para valores pequenos da tolerância M .

4.1.4.1.1 Exemplo

Berry (1974), citado em Nayeypour e Woodall (1993) registrou os resultados do monitoramento da produção de diversas ferramentas, após ter recebido as seguintes informações sobre o processo de produção: $C_i = \$150.00$, $C_d = \$ 5.00$, $C_a = \$4000.00$, $l = 1.000$ unidades e $\bar{\mu} = 4.000$ unidades. Usando a equação (9), tem-se $m^* = 490$ unidades como intervalo de amostragem recomendado. O correspondente custo esperado é de \$ 2.86. Caso um erro de 10% tivesse sido cometido na determinação do custo de item defeituoso, o intervalo de retiradas passaria a ser de 514 itens e o custo total esperado passaria para \$ 2.89, o que representa um aumento de 1,10% no custo mínimo anteriormente calculado. Se o mesmo erro fosse cometido no custo de inspeção, ter-se-ia $m^* = 467$ e $L^* = 3.02$, caso em que o aumento sobre o L^* inicial seria de 5,6%. Ao se efetuarem, inadvertidamente, aumentos simultâneos de 10% em C_i e C_d , obtém-se $m^* = 490$ e $L^* = 3.05$, o que representa um aumento de 6,64% sobre \$ 2.86. Caso um erro de 100% tivesse sido cometido na determinação do custo de item defeituoso, o intervalo de retiradas passaria a ser de 693 itens e o custo esperado passaria para \$3.12, o que representa um aumento de apenas 9% no custo mínimo. Mas, se o mesmo erro fosse cometido no custo de inspeção, ter-se-ia $m^* = 346$ e $L^* = \$4.46$, ou seja, 56% a mais sobre o custo mínimo calculado.

Necessário se faz, pois, realizar um estudo adicional da expressão L^* , para variações maiores em C_i e C_d .

A expressão L^* originalmente apresentada não se mostrou adequada para o estudo do comportamento da curva, dando a impressão de uma função linear. Todavia, observou-se, após algum estudo, que a expressão pode ser reescrita, substituindo-se nela o valor de m^* . Com efeito, segundo as equações 29 e 30

$$L^* = \frac{C_i}{m^*} + \left[\frac{(m^*+1)}{2} + l \right] \frac{C_d}{\bar{\mu}} + \frac{C_a}{\bar{\mu}}$$

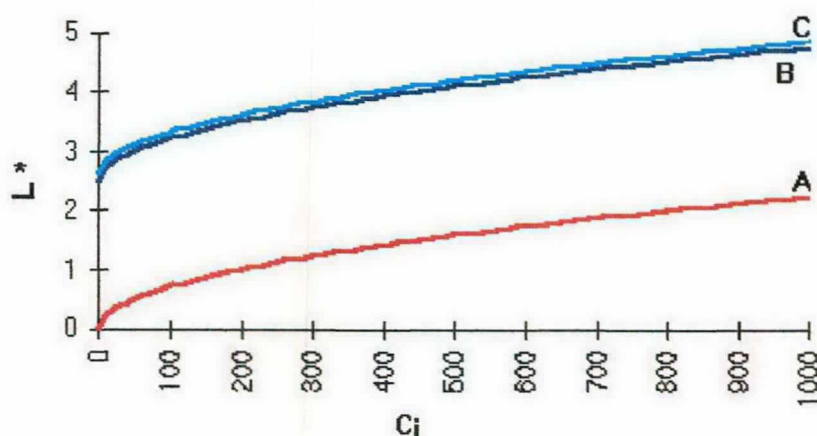
e substituindo-se m^* nesta expressão, tem-se:

$$L^* = 2 \left(\frac{C_i C_d}{2\bar{\mu}} \right)^{1/2} + \left[\frac{(2I+1)}{2\bar{\mu}} \right] C_d + \frac{C_a}{\bar{\mu}} \quad (31)$$

Esta expressão revela, mais claramente o comportamento da curva L^* .

Observa-se, com facilidade, a contribuição de cada uma das parcelas, no gráfico a seguir:

FIGURA 8: REPRESENTAÇÃO GRÁFICA DA CONTRIBUIÇÃO DE CADA UMA DAS PARCELAS DA EXPRESSÃO 13, NUM GRÁFICO $L^* \times C_i$



em que: $A = (C_i C_d / 2\bar{\mu})^{1/2}$, $B = A + [(2I+1) / 2\bar{\mu}] C_d$ e $C = A + B + C_a / \bar{\mu}$ e

$$C_a = 40.000 \mu.m. (\text{unidades monetárias})$$

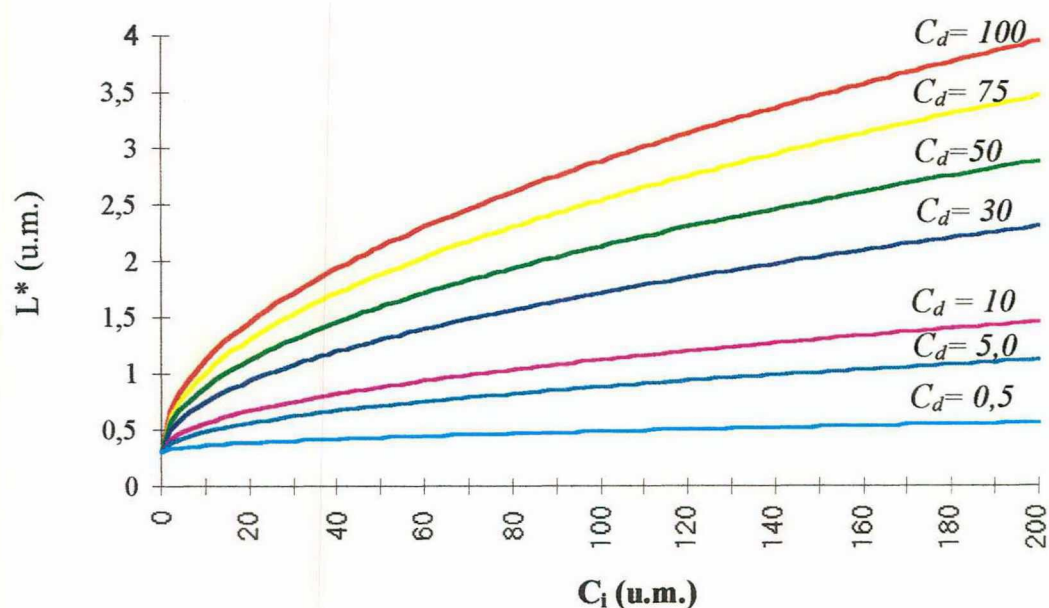
A primeira parcela da expressão (31) tem as seguintes características quanto à sensibilidade:

- 1) se C_i e C_d são multiplicados por uma mesma constante $k > 1$, L^* fica multiplicado pelo mesmo fator, aumentando sensivelmente, à medida que k aumenta;
- 2) se C_i e C_d são multiplicados por uma mesma constante $0 < k < 1$, L^* fica multiplicado pelo mesmo fator, diminuindo sensivelmente, à medida que k se aproxima de zero;
- 3) se C_i é multiplicado por k e C_d por $1/k$, ou vice-versa, L^* não se altera;

4) se C_i é multiplicado por um fator p e C_d por um fator q , $p \neq q$, p e $q \in R$, L^* fica multiplicado por $(pq)^{1/2}$.

A segunda parcela indica que a contribuição adicional de C_d é linear, bem como a de C_a , na terceira parcela. O comportamento da curva, segundo as variações de C_i e C_d , pode ser observado na figura 9, a seguir:

FIGURA 9: REPRESENTAÇÃO GRÁFICA DE L^* , SEGUNDO AS VARIAÇÕES DE C_i E C_d , COM C_a FIXO EM 40.000 U.M. (UNIDADES MONETÁRIAS)



Na primeira análise são respeitadas, rigorosamente, as restrições do modelo: $\bar{\mu} \gg 0$, $l \ll \bar{\mu}$, e $C_d \gg C_a \bar{\mu}$ de forma que as parcelas $(2l+1)/2\bar{\mu}$ e $C_a \bar{\mu}$ não são consideradas. Nestas condições, a expressão L^* é pouco sensível a pequenas variações de C_i e C_d , fora das regiões em que $C_i > 2\bar{\mu}M^2$ ou $C_d > 2\bar{\mu}M^2C_i$.

Numa análise mais realista, entretanto, percebe-se que, mesmo quando $\bar{\mu} \gg 0$, a parcela $(2l+1)/2\bar{\mu}$ tem grande influência na expressão de L^* (vide Figura 8), à medida

que C_d cresce. Cabe, pois, um estudo mais aprofundado da variação de C_d . Passa-se a ter, então, o seguinte sistema:

$$1. \left(\frac{C_i}{2\bar{\mu}C_d} \right)^{1/2} \leq M,$$

$$2. C_i = \left(\frac{C_d}{2\bar{\mu}C_i} \right) + \frac{(2l+1)}{2\bar{\mu}} \leq M \quad e$$

3. $1\bar{\mu} \leq M$, mas $1/\bar{\mu} \cong \Rightarrow L^*$ é pouco sensível à variação de C_d ;

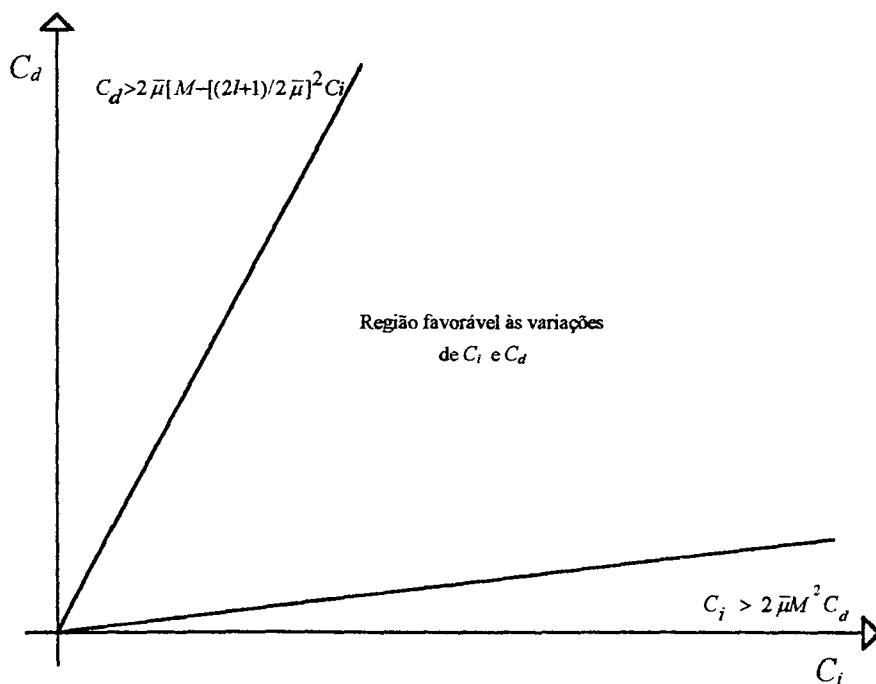
ou

$$1. C_d \leq 2\bar{\mu}M^2C_i \quad e$$

$$2. C_i \leq 2\bar{\mu} \left\{ M - \left[\frac{(2l+1)}{2\bar{\mu}} \right] \right\} C_d$$

Assim, graficamente, tem-se:

FIGURA 10: REPRESENTAÇÃO GRÁFICA DO SISTEMA DE EQUAÇÕES GERADO PELAS DERIVADAS PARCIAIS DE L^* EM RELAÇÃO A C_i E C_d (MODELO 1B DE TAGUCHI)



Observa-se, na figura 10, que houve uma redução com relação à figura 7, na região em que L^* é pouco sensível a pequenas variações de C_i e C_d . Esta redução não é, contudo, significativa, enquanto $\bar{\mu} \gg 0$. No entanto, o fator que mais influi na expressão de L^* é o custo de item defeituoso, C_d .

4.1.4.1.2 Ponderações a respeito do Modelo Taguchi

Embora o modelo, para pequenas variações de C_i e C_d , seja pouco sensível, observa-se que o fator predominante na variação do montante de L^* é C_d . Variações em C_i e C_a ocasionam pequenas oscilações em L^* . Isto significa que é conveniente ter-se uma avaliação bem aproximada do custo do item defeituoso quando estimado. Por outro lado, diminuições neste custo acarretam redução significativa em L^* , o que sempre é interessante. No entanto, aumentos simultâneos em C_i , C_d e C_a não são aconselháveis, pois, nestes casos, devido às componentes lineares de C_d e C_a , o valor de L^* pode tornar-se indesejável. Em casos extremos, em que todos os componentes do custo esperado total do monitoramento são multiplicados por um coeficiente k , L^* também será multiplicado pelo mesmo coeficiente. Com efeito, multiplicando-se C_i , C_d e C_a por k , tem-se:

$$\begin{aligned} L' &= 2[kC_i kC_d / 2\bar{\mu}]^{1/2} + [(2l+1) / 2]kC_d + kC_a / \bar{\mu} \\ &= 2k[(C_i C_d / 2\bar{\mu})^{1/2} + k[(2l+1) / 2]C_d + kC_a / \bar{\mu} \\ &= k\{2[(C_i C_d / 2\bar{\mu})^{1/2} + [(2l+1) / 2]C_d + C_a / \bar{\mu}\} = kL^*. \end{aligned}$$

Pode ocorrer $k > 1$ ou $k < 1$. Quando $k > 1$, L^* aumenta e se afasta sensivelmente do valor ótimo; quando $k < 1$, L^* diminui, pelo mesmo fator, o que é desejável. Deve-se, pois, reduzir os custos C_i e C_d por fatores $k < 1$, para obter valores de L^* sempre menores.

Os resultados das simulações mostram, claramente, as diferenças encontradas em L^* . Foram consideradas todas as combinações possíveis para os mesmos valores publicados em Nayeypour e Woodall (1991) nas 27 combinações possíveis de alterações em três níveis:

0%, 50% e 100% em C_i , C_d e C_a . Mesmo alterações isoladas nos custos considerados variáveis - vide exemplos de Berry (1974), acima alterados - alteram o custo mínimo esperado em porcentagens não desejáveis. Especialmente as variações em C_d têm forte influência no custo mínimo esperado de L^* .

4.1.4.2 Recomendações práticas válidas para o Grupo 4

O modelo de Taguchi é bastante robusto. Assim, a maioria dos parâmetros de entrada, bem como a variável de decisão tem pouco efeito sobre o custo mínimo. Deve-se, no entanto, estar atento para modificações grandes em parâmetros isolados, como também simultâneos, as quais podem alterar significativamente os resultados finais. O parâmetro crítico deste modelo é o custo devido à produção de uma unidade de produto sob condições anormais, exceto em algumas situações especiais (**vide** Quadro 9).

Já o modelo alternativo de Nayeypour e Woodall passa de pouco sensível a moderadamente sensível, quando a fração defeituosa é um valor muito próximo de zero. Como este parâmetro é complicado de estimar, podem ocorrer erros inaceitáveis nos cálculos. Aconselha-se, nestes casos, fazer uma comparação com o modelo de Taguchi para a mesma situação, dada a robustez deste último, em relação ao parâmetro em questão. Os parâmetros remanescentes também são difíceis de estimar, mas o modelo alternativo é, a estes, pouco sensível.

4.2. QUADROS SINÓPTICOS RESULTANTES DA ANÁLISE DE SENSIBILIDADE

O resumo das informações obtidas através dos estudos de análise de sensibilidade viabilizou a construção de quadros sinópticos de grande utilidade prática, os quais são apresentados a seguir. Os mesmos podem ser interpretados como guias a serem consultados, quando da implantação de um modelo de planejamento econômico para gráfico de controle por atributos, pela competente equipe instaladora do sistema. A

importância desta forma tabular está no fato de apresentar, de maneira clara e concisa, os parâmetros considerados, sua influência ou efeito sobre as variáveis de decisão ou no custo mínimo do planejamento ótimo e o grau de dificuldade na obtenção dos referidos parâmetros.

QUADRO 2 (GRUPO 1): QUADRO SINÓPTICO DOS ESTUDOS DE ANÁLISE DE SENSIBILIDADE REALIZADOS EM CHIU, W. K. *MINIMUM COST CONTROL SCHEMES USING NP-CHARTS*, INT. J. PROD. RES, 1975 13,4 (341-349) e CHIU, W. K. *A SENSITIVITY STUDY FOR MINIMUM COST NP-CHARTS*, INT. J. PROD. RES, 1977 15,3 (237-242).

Parâmetros do Modelo de Chiu (1975)	Grau de influência ou efeito	Identificação dos resultados do planejamento econômico influenciados	Grau de dificuldade de obtenção dos parâmetros
Fração defeituosa enquanto o processo está sob controle (p_0)	Crítico	Plano Amostral	Razoavelmente fácil de estimar
Fração defeituosa enquanto o processo está fora de controle (p_1)		Custo Mínimo	Complicado de estimar
Taxa média de ocorrência de uma causa especial por unidade de tempo de operação (λ)	Moderado	Intervalo interamostral Custo mínimo	Razoavelmente fáceis de estimar
Custo fixo de amostragem (a)		Intervalo interamostral Custo mínimo	
Custo variável de amostragem (b)		Plano amostral Custo mínimo	
Perda devida ao aumento da fração defeituosa, por unidade de tempo (M)	Moderado (proporcional)	Tamanho da amostra Número de aceitação limite	Complicado de estimar
Custo esperado de procura por um falso alarme ($A_0 t_0$) - aumento	Aumenta levemente	Plano amostral	Complicados de estimar com exatidão
Custo esperado de procura e ajustamento após um alarme verdadeiro ($A_1 t_1$)	Negligenciável		

QUADRO 3 (GRUPO 1): QUADRO SINÓPTICO DOS ESTUDOS DE ANÁLISE DE SENSIBILIDADE REALIZADOS EM DUNCAN, A.J. *THE ECONOMIC DESIGN OF P-CHARTS TO MAINTAIN CURRENT CONTROL OF A PROCESS: SOME NUMERICAL RESULTS*. TECHNOMETRICS, 20 (03) 235-243, 1978.

Parâmetros do Modelo de Duncan (1978)	Grau de influência ou efeito sobre o modelo	Identificação dos resultados do planejamento econômico influenciados	Grau de dificuldade de obtenção dos parâmetros
Pequenos desvios no processo ($p_1 \cong p_0$)	Resulta em	Número de aceitação nulo Tamanho de amostras maiores Intervalo interamostral maior	Complicados de estimar
Grandes desvios no processo ($p_1 > p_0$)	Aumentam	Tamanho da amostra Numero de aceitação limite	Complicados de estimar
Frequência de ocorrência de uma causa especial (λ) grande	Intensifica	Amostragem	Razoavelmente fácil de estimar
Parâmetros de custo e outros parâmetros de entrada	Alterações previsíveis	Planejamento ótimo	Depende do parâmetro que está sendo considerado

QUADRO 4 (GRUPO 1): QUADRO SINÓPTICO DOS ESTUDOS DE ANÁLISE DE SENSIBILIDADE REALIZADOS EM GIBRA, I.N. *ECONOMICALLY OPTIMAL DETERMINATION OF THE PARAMETERS OF NP-CONTROL CHARTS*. JOURNAL OF QUALITY TECHNOLOGY, 10 (01) 12-19, 1978.

Parâmetros do Modelo de Gibra (1978)	Grau de influência ou efeito sobre o modelo	Identificação dos resultados do planejamento econômico influenciados	Grau de dificuldade de obtenção dos parâmetros
Custo de procura de uma causa especial por unidade de tempo (C_1) Custo da interrupção do processo, por unidade de tempo (C_2) Custo do reparo do processo, por unidade de tempo (C_3) Perda por item defeituoso (u)	Afetam fundamentalmente	Tamanho da amostra	Complicados de estimar
Custo de inspeção e registro no gráfico por unidade amostrada (b) Custo fixo de amostragem (h)			Razoavelmente fáceis de estimar
Custo de inspeção e registro do gráfico por unidade amostrada (b) Custo fixo de amostragem (h)	Moderado	Intervalo interamostral	Razoavelmente fáceis de estimar
Todos os parâmetros de entrada	Afetam	Variáveis de decisão	Depende do parâmetro que está sendo considerado

QUADRO 5 (GRUPO 1): QUADRO SINÓPTICO DOS ESTUDOS DE ANÁLISE DE SENSIBILIDADE REALIZADOS EM LORENZEN, T.J.; VANCE, L.C. *THE ECONOMIC DESIGN OF CONTROL CHARTS: A UNIFIED APPROACH*. TECHNOMETRICS 28(1):3-10, 1986.

Parâmetros	Grau de influência ou efeito sobre o modelo	Identificação dos resultados do planejamento econômico influenciados	Grau de dificuldade de obtenção dos parâmetros
Custo da qualidade por unidade de tempo (C_1) enquanto o processo está fora de controle,	Negligenciável	Plano amostral	Complicado de estimar
		Custo mínimo	
Tempo médio em que o processo se mantém sob controle ($1/\lambda$)	Negligenciável	Plano amostral	Razoavelmente fácil de estimar
	Não negligenciável	Custo mínimo	

QUADRO 6 (GRUPO 1): QUADRO SINÓPTICO DOS ESTUDOS DE SENSIBILIDADE REALIZADOS EM V. COLLANI, E.; SHEIL, J. *AN APPROACH TO CONTROLLING PROCESS VARIABILITY*. JOURNAL OF QUALITY TECHNOLOGY, 21(2): 87-96, 1989.

Parâmetros do Modelo de Collani (1989)	Grau de influência ou efeito sobre o modelo	Identificação dos resultados do planejamento econômico influenciados	Grau de dificuldade de obtenção dos parâmetros
Vantagem obtida por renovação do processo (b^*)	Negligenciável	Tamanho da amostra Número de aceitação limite	Razoavelmente fácil de estimar
	Proporcional	Frequência amostral	
Custo de amostragem e análise de um item (a^*)	Proporcional	Tamanho da amostra	Razoavelmente fácil de estimar
		Frequência amostral	
Pequenos desvios no processo ($p_0 \cong p_1$)	Provocam	Tamanhos de amostras grandes	Complicados de estimar
Vantagem obtida por renovação do processo (b^*)	Lógico	Custo mínimo	Razoavelmente fáceis de estimar
Custo de amostragem e análise de um item (a^*)			

QUADRO 7 (GRUPO 2): QUADRO SINÓPTICO DOS ESTUDOS DE ANÁLISE DE SENSIBILIDADE REALIZADOS EM LADANY, S.P.; BEDI, D.N. *SELECTION OF THE OPTIMAL SETUP POLICY*. NAVAL RESEARCH LOGISTICS QUARTERLY, 23: 219-233, 1976

Parâmetros do Modelo de Ladany e Bedi (1976)	Grau de influência ou efeito sobre o modelo	Identificação dos resultados do planejamento econômico influenciados	Grau de dificuldade de obtenção dos parâmetros
Número de amostras retiradas até que um sinal de alarme seja dado	Altera proporcionalmente	Poder do teste ($1-\beta$)	---
Utilização de regras práticas para determinar o tamanho da amostra e os limites de controle	Elevam significativamente	Custo mínimo	---

QUADRO 8 (GRUPO 3): QUADRO SINÓPTICO DOS ESTUDOS DE ANÁLISE DE SENSIBILIDADE REALIZADOS EM MONTGOMERY, D.C.; HEIKES, R.G. *PROCESS FAILURE MECHANISM AND OPTIMAL DESIGN OF FRACTION DEFECTIVE CONTROL CHARTS*. AIIE TRANSACTIONS, 8(4): 467-472, 1976.

Parâmetros do Modelo de Montgomery e Heikes (1976)	Grau de influência ou efeito sobre o modelo	Identificação dos resultados do planejamento econômico influenciados	Grau de dificuldade de obtenção dos parâmetros
Custo por unidade amostrada e testada (a_1)	Moderado ¹	Custo mínimo	Razoavelmente fácil de estimar
		Plano amostral	
Custo por unidade amostrada e testada (a_1)	Imprevisível	α e β	Razoavelmente fácil de estimar
Custo decorrente de operação fora de controle por um período (a_2)	Moderado	Custo mínimo	Complicado de estimar
	Negligenciável	Tamanho da amostra	
		Nº de aceitação limite	
Não negligenciável	β		
Fração defeituosa enquanto o processo está sob controle (p_0)	Não negligenciável	Custo mínimo Plano amostral	---
Fração defeituosa enquanto o processo está fora de controle (p_1)	Negligenciável		
Número de períodos durante os quais o processo está sob controle Caso 1: π Caso 2: λ Caso 3: ρ e θ	Não negligenciável	Custo mínimo	Razoavelmente fácil de estimar
	Negligenciável	Plano amostral	

- (1) Este efeito diminui sobre o tamanho da amostra à medida em que o custo esperado por unidade de investigação e possível correção do processo (a_3) aumenta.

QUADRO 9 (GRUPO 4): QUADRO SINÓPTICO DOS ESTUDOS DE ANÁLISE DE SENSIBILIDADE REALIZADOS EM NAYEBPOUR, M.R.; WOODALL, W.H. *ANALYSIS OF TAGUCHI'S ON-LINE QUALITY MONITORING PROCEDURES FOR ATTRIBUTES*. *TECHNOMETRICS*, 35(1) 53-60, 1993 E POR TURNES, O. NO CAPÍTULO 4 DO PRESENTE TRABALHO.

Parâmetros do Modelo de Taguchi (1981)	Grau de influência ou efeito sobre o modelo	Identificação dos resultados do planejamento econômico influenciados	Grau de dificuldade de obtenção dos parâmetros
Intervalo interamostral (m) ¹	Negligenciável	Custo mínimo	---
Porcentagem de peças defeituosas produzidas (π)	Nulo	Custo mínimo	Razoavelmente fácil de estimar
		Intervalo interamostral	
Custo de inspeção e amostragem, por diagnóstico (C_i)	Moderado	Custo mínimo	Razoavelmente fácil de estimar
		Intervalo interamostral	
Perda devida à produção de uma unidade de produto sob condições anormais (C_d)	Geralmente crítico	Custo mínimo	Complicado de estimar
		Intervalo interamostral	
Custo de ajuste do processo (C_a)	Nulo	Intervalo interamostral	Complicado de estimar
	Negligenciável ²	Custo mínimo	

(1) m é variável de decisão do modelo.

(2) O efeito de C_a aumenta e o de C_d diminui nos casos em que o intervalo entre perturbações $\bar{\mu}$ diminui e $C_d \ll C_a$.

QUADRO 10 (GRUPO 4): QUADRO SINÓPTICO DOS ESTUDOS DE ANÁLISE DE SENSIBILIDADE REALIZADOS EM NAYEBPOUR, M.R.; WOODALL, W.H. *AN ANALYSIS OF TAGUCHI'S ON-LINE QUALITY MONITORING PROCEDURES FOR ATTRIBUTES*. TECHNOMETRICS, 35(1): 53-60, 1993.

Parâmetros do modelo de Nayebpour e Woodall (1993)	Grau de influência ou efeito sobre o modelo	Identificação dos resultados do planejamento econômico influenciados	Grau de dificuldade de obtenção dos parâmetros
Intervalo interamostral (m) ¹	Negligenciável	Custo mínimo	(1)
Porcentagem de peças defeituosas produzidas (p)	Negligenciável (exceto quando $p \cong 0$)	Custo mínimo	Complicado de estimar
	Moderado (acentuado quando $p \cong 0$)	Plano amostral	
Custo de inspeção e amostragem por diagnóstico (C_i)	Moderado (em geral)	Custo mínimo	Complicados de estimar
Perda devido à produção de uma unidade de produto sob condições anormais (C_d)		Plano amostral	
Custo de ajuste do processo (C_a)			

(1) m é variável de decisão do modelo.

4.3 CONSIDERAÇÕES PRÁTICAS GERAIS

Com base na análise de sensibilidade feita pelos diversos autores conclui-se que, de um modo geral, variações nos parâmetros de custo e outros parâmetros dos modelos, dão origem a mudanças previsíveis e lógicas sobre o planejamento ótimo. Algumas conclusões deste tipo são:

- o intervalo interamostral é influenciado pelo custo de amostragem;
- todas as variáveis de decisão são afetadas pelo custo unitário de teste e registro no gráfico do valor medido durante a amostragem;
- quanto maior for a frequência da ocorrência da causa especial, maior o número de amostras a serem retiradas;

- um aumento no custo por operação no estado fora de controle implica um teste mais poderoso;
- as frações defeituosas, enquanto o processo está sob controle e fora de controle, são críticas para o planejamento de gráficos por atributos, exceto no modelo de Taguchi;
- o número de aceitação tende a crescer, quando o tamanho da amostra aumenta.

Os modelos a que se aludiu na literatura são pouco sensíveis aos parâmetros de custo. Esta observação é importante, uma vez que a determinação destes parâmetros é, geralmente, difícil.

Por outro lado, as superfícies de custo das funções estudadas são, em sua maior parte, achatadas na vizinhança do ótimo. Entretanto, próximas à origem, elas tornam-se mais inclinadas, o que leva a aconselhar, em lugar da subestimação, a superestimação dos parâmetros.

Os modelos costumam ser bastante sensíveis às frações defeituosas enquanto o processo está sob controle e fora de controle, mas estas probabilidades são mais fáceis de estimar do que os parâmetros de custo e a fração defeituosa enquanto o processo está sob controle é mais fácil de estimar do que quando o processo está fora de controle. Aliás, todos os parâmetros relacionados com o tempo em que o processo está sob controle são mais fáceis de estimar do que os parâmetros remanescentes. Em Chiu (1976) encontra-se um método interessante e facilmente aplicável de estimação dos parâmetros relacionados com o processo no estado fora de controle.

Finalmente, existem conclusões que não se referem a todos os modelos e, possivelmente, são típicas de cada um deles, como foi visto no decorrer deste capítulo. Estas considerações são feitas com o objetivo de chamar a atenção para o fato de que, para cada caso, é recomendável realizar uma análise de sensibilidade específica, quando as acima citadas não forem julgadas suficientes.

4.4 ANÁLISE COMPARATIVA DO MODELO DE TAGUCHI

4.4.1 Origem

O modelo de Taguchi é notoriamente simples e sempre será recomendado para processos de longa duração, com *setups* não planejados, em que se utilize amostragem não-convencional, e se tenha capacidade para estimar apenas o número mínimo de parâmetros de custo (3) e de processo (2) necessários para a implantação de um procedimento de controle por atributos, economicamente planejado. A argumentação acima poderia induzir a equipe responsável a estabelecer um perfil de processo para o qual, forçosamente, o modelo de Taguchi fosse recomendado.

Esta possibilidade despertou o interesse em realizar um estudo comparativo entre o modelo de Taguchi e os remanescentes que contém o intervalo interamostral entre suas variáveis de decisão. Este fato restringe o estudo a um único grupo: o Grupo 1, pois os modelos do Grupo 3 não contém o intervalo interamostral como variável de decisão explícita e o modelo do Grupo 2 para *setups* não-planejados não pode ser pesquisado com os recursos computacionais existentes (vide item 3.3 do capítulo 3).

4.4.2 Metodologia do Estudo Comparativo

A análise comparativa foi feita, inicialmente, com o modelo de Lorenzen e Vance (1986), para as mesmas condições do processo e tipo de amostragem. Neste caso, foram fixados: o número de elementos da amostra em um e o número de aceitação limite em zero. A única variável de decisão considerada foi o intervalo interamostral. Para estudar mais detalhadamente o comportamento de cada um dos modelos foram consideradas todas as combinações possíveis dos valores de custo, para os conjuntos de parâmetros abaixo apresentados:

QUADRO 11: VALORES UTILIZADOS NA SIMULAÇÃO DO EFEITO DA VARIAÇÃO DOS PARÂMETROS DE ENTRADA SOBRE O INTERVALO INTERAMOSTRAL ÓTIMO E CUSTO MÍNIMO PARA O MODELO DE LORENZEN E VANCE (1986).

Parâmetros	Valores utilizados na simulação para o Modelo de Lorenzen e Vance (1986)					
α	0,08	0,015	0,01	0,02	0,05	0,0136
β	0,12	0,100	0,02	0,10	0,11	0,113
λ	0,1145	0,01	0,0125	0,02		
D	0,0867 de u.t.		0,2 de u.t.			
c	1,00 \pm 0,50 u.m.		0,10 \pm 0,05 u.m.			
M	2.000,00 \pm 1.000,00 u.m.			600,00 \pm 300,00 u.m.		
W	600,00 \pm 300,00 u.m.		72,00 \pm 36,00 u.m.			

QUADRO 12: VALORES UTILIZADOS NA SIMULAÇÃO DO EFEITO DA VARIAÇÃO DOS PARÂMETROS DE ENTRADA SOBRE O INTERVALO INTERAMOSTRAL ÓTIMO E CUSTO MÍNIMO PARA O MODELO DE TAGUCHI (1981)

Parâmetros	Valores utilizados na simulação para o Modelo de Taguchi (1981)		
$\bar{\mu}$	10.917 itens produzidos		125.000 itens produzidos
l	108 itens produzidos	90 itens produzidos	13 itens produzidos
C_i	1,00 \pm 0,50 u.t.		0,10 \pm 0,05 u.t.
C_d	0,20 \pm 0,10 u.t.		0,24 \pm 0,12 u.t.
C_a	600,00 \pm 300,00 u.t.		72,00 \pm 36,00 u.t.

Foram utilizadas matrizes de planejamentos completos 3^3 a fim de conseguir o conjunto exaustivo de observações dos valores mínimos das funções e respectivos valores ótimos do intervalo interamostral.

4.4.3 Discussão dos Resultados

A análise dos resultados evidencia que o modelo de Taguchi é geralmente bastante mais severo do que o de Lorenzen e Vance em termos de frequência amostral. O referido modelo é especialmente severo para casos em que $\bar{\mu}$ ou a razão C_i/C_d são muito pequenos. O intervalo interamostral pode diminuir ao ponto de inviabilizar a implantação do modelo.

Os modelos do Grupo 1, aqui representados por Lorenzen e Vance, tornam-se mais severos que os de Taguchi quando:

- o custo de alarme falso for muito baixo em relação ao custo de operação do processo fora de controle. O custo de alarme falso, no entanto, não entra na composição da função custo/perda de Taguchi;
- o intervalo entre as perturbações ($\bar{\mu}$) e/ou a razão C_i/C_d aumenta sensivelmente.

Com base nos resultados obtidos nas simulações feitas foi possível elaborar os quadros comparativos 13 e 14 em que fica evidenciado o grau de dependência do planejamento ótimo (intervalo interamostral ótimo e custo mínimo) para cada um dos modelos, ao menos para os parâmetros de entrada mais importantes.

Algumas vantagens e desvantagens na utilização dos modelos estudados nesta seção também podem ser deduzidas:

1. o modelo de Taguchi é vantajoso quando o intervalo entre perturbações do processo é bastante grande. Consideram-se grandes, intervalos superiores a 10 ciclos de produção;
2. este modelo também é vantajoso para os casos em que o custo de inspeção (C_i) é muito maior do que o custo por item defeituoso produzido (C_d);
3. o mesmo ocorre quando existe grande dificuldade em precisar o valor da fração defeituosa do processo, pois este modelo é robusto em relação ao parâmetro de entrada mencionado;

4. pode tornar-se desvantajoso, quiçá inviável, para os casos em que os itens (1) e/ou (2) não forem satisfeitas; nestes casos, recomenda-se a utilização de modelos do Grupo 1;
5. observadas as restrições em sua utilização, o modelo de Taguchi é, potencialmente, o mais indicado para empresas que iniciam o processo de minimização de custos associados ao controle estatístico de processos, por duas qualidades evidentes: simplicidade da função custo/perda e facilidade de implantação do método.

QUADRO 13: QUADRO COMPARATIVO DO GRAU DE DEPENDÊNCIA DO INTERVALO INTERAMOSTRAL ÓTIMO ENTRE O MODELO DE TAGUCHI E O DO REPRESENTANTE DO GRUPO 1 (LORENZEN E VANCE) RELATIVAMENTE AOS PARÂMETROS DE ENTRADA

Intervalo Interamostral/ Parâmetros	Modelo de TAGUCHI	Modelos do GRUPO 1
Frações defeituosas (p_1/p_0)	Independente	Fortemente dependentes
Intervalo entre perturbações (λ)	Fortemente dependente para valores muito altos ou muito baixos	Moderadamente dependentes
Taxa de produção (r)	Fortemente dependente para valores extraordinários	Independentes
Custo de amostragem ($C_i \cong c$)	Moderadamente dependente	Pouco dependentes enquanto $T \geq M$ Moderadamente dependentes quando $T < M$
Custo de defeituosa ($C_d \cong M$)	Moderadamente dependente	Fortemente dependentes
Custo de ajuste ($C_a \cong W$)	Independente	Pouco dependentes
Custo de alarme falso versus defeituosa (T/M)	Independente	Moderadamente dependentes enquanto $T \geq M$ Pouco dependentes enquanto $T < M$

QUADRO 14: QUADRO COMPARATIVO DO GRAU DE DEPENDÊNCIA DO CUSTO MÍNIMO ENTRE O MODELO DE TAGUCHI E O DO REPRESENTANTE DO GRUPO 1 (LORENZEN E VANCE) RELATIVAMENTE AOS PARÂMETROS DE ENTRADA

Custo Mínimo/ Parâmetros	Modelo de Taguchi	Modelo Grupo 1
Custo de defeituoso ($C_d \cong M$)	Moderadamente dependente	Fortemente dependente ¹
Custo de amostragem ($C_i \cong c$)	Pouco dependente	Pouco dependente
Custo de reparo ($C_a \cong W$)	Moderadamente dependente ²	Moderadamente dependente ³
Custo de alarme falso (T para o Grupo 1)	Não é considerado no modelo	Moderadamente dependente

Observações:

- (1) Quando os custos $M \cong T \cong W \Rightarrow$ baixa a dependência
Quando os custos $M > T$ e $W \Rightarrow$ aumenta a dependência.
- (2) A dependência muda de intensidade à medida que C_a aumenta e $\bar{\mu}$ diminui, passando a fortemente dependente.
- (3) Aumenta quando $M \cong T \cong W$
Diminui quando $M > T$ e W .

CONCLUSÃO**5.1 CONSIDERAÇÕES FINAIS**

Coerente com o conceito de Engenharia de Qualidade que serviu de guia à presente pesquisa, o conjunto de procedimentos e estudos aqui desenvolvidos constitui, seguramente, um instrumento de orientação e apoio a administradores, gerentes e empresários que têm interesse em implementar e implantar modelos de planejamento econômico como recursos eficientes e eficazes para o controle de qualidade do processo de produção. A elaboração deste trabalho concretizou-se em diversas etapas: iniciou-se por uma metodologia e um procedimento sistematizado em que a matéria, que se encontrava fragmentada na literatura, foi organizada. Na segunda etapa, tendo por fundamento todos os pressupostos do conjunto de modelos existentes, foi possível reuni-los em quatro grupos distintos, segundo critérios de diferenciação bem definidos. A composição das funções custo/perda de cada modelo serviu de base para o estabelecimento de equivalências entre os modelos de um mesmo grupo.

Com base nas informações assim organizadas, foi possível desenvolver a etapa seguinte: um método de apresentação e seleção dos modelos existentes com a preocupação de satisfazer às condições de contorno determinadas por: características do processo de produção, tipo de amostragem a ser adotado, distribuição de probabilidade que modela a ocorrência das perturbações no processo e número de parâmetros de processo e custo necessários à implantação do procedimento de controle de custo mínimo. Os instrumentos utilizados para atingir este objetivo foram os seguintes:

1. um conjunto bem estruturado de perguntas que, respondidas, geram uma árvore de opções, culminando no fluxograma de apresentação dos modelos;

2. uma fórmula econômica geral (FEG), a partir da qual todas as funções custo/perda podem ser geradas, e que, por suas características analíticas, simplifica, significativamente, o esforço computacional no cálculo dos valores ótimos para cada modelo. A corroborá-la, um conjunto de onze proposições mostra as deduções de todos os modelos, como casos particulares dela decorrentes;
3. uma implementação computacional dos procedimentos de apresentação, seleção, otimização e execução de análise de sensibilidade do planejamento do gráfico de controle por atributos economicamente planejados realizada paralelamente a este trabalho, como parte de uma dissertação de mestrado em Engenharia de Produção. Esta implementação foi realizada utilizando os recursos descritos nos itens anteriores.

O sistema assim desenvolvido, quando em operação, apresenta ao administrador o modelo que melhor se adapta ao processo de produção que está sendo considerado, calcula o planejamento ótimo com custo mínimo, executa um estudo de análise de sensibilidade, caso seja acionado, e permite a opção por um novo modelo.

A adequação de um modelo a uma situação real é, sempre, dependente de um grande número de fatores, controláveis ou não. O ideal, em qualquer situação de modelagem, seria que esses fatores fossem controláveis e, preferentemente, quantificáveis, para facilitarem o ajuste do modelo à realidade. No que tange à escolha do modelo de planejamento econômico de gráficos de controle por atributos e modelos correlatos, observa-se que existe um grande número de parâmetros que influenciam a execução desta tarefa. Os resultados dos estudos de análise de sensibilidade, na sua maior parte encontrados na literatura, foram de grande valia para a identificação das influências da maioria dos parâmetros de entrada sobre os valores ótimos do planejamento econômico dos gráficos de controle por atributos a ser adotado. Ademais, uma pesquisa complementar acrescentou, aos estudos já existentes, uma análise de sensibilidade dos modelos de Taguchi. Esta fase do trabalho chegou ao auge com a elaboração de um guia de instruções

em forma de quadro sinóptico que apresenta, qualitativamente, as influências de grande parte dos parâmetros de entrada sobre os valores ótimos do custo e do planejamento amostral. Estes quadros, tanto podem ser consultados a priori como servir de apoio para estudos de pós-otimalidade, para os casos em que seja necessário ou desejável alterar parâmetros ou, ainda, optar por outro modelo.

Algumas simulações foram feitas com o intuito de confrontar o modelo de Taguchi com os remanescentes a ele comparáveis. Nota-se que o planejamento amostral do modelo Taguchi é mais severo quando observadas condições idênticas na aplicação. Isto significa que, esta modelagem prevê, na maioria dos casos, uma frequência amostral ótima bem maior do que a dos modelos concorrentes. Decorre daí que, embora o referido modelo seja mais simples e fácil de ser implementado, nem sempre representará a melhor solução para determinado processo de produção. Em alguns casos, a implementação deste planejamento pode, por este motivo, ser até inviabilizada.

5.2 RECOMENDAÇÕES PARA PESQUISAS FUTURAS

O presente trabalho, por sua característica pioneira, abre um extenso leque de oportunidades para novas pesquisas relacionadas ao mesmo assunto ou temas correlatos. Neste sentido, arrolam-se, a seguir, para trabalhos futuros, algumas sugestões:

1. pesquisa análoga à presente com o objetivo de servir de apoio para a tomada de decisão por um planejamento econômico de gráficos de controle por variáveis;
2. transformação da fórmula econômica geral, aqui desenvolvida, em um modelo econômico geral, bastando, para tanto, eliminar as duplicidades de custos componentes considerados e provar a existência e unicidade do valor mínimo;
3. aperfeiçoamento e extensão do modelo de Taguchi para amostragens com mais de um elemento, demandando, esta tarefa, conhecimentos razoáveis da teoria de cálculo de probabilidades;

4. complementação dos estudos de análise de sensibilidade realizados até o presente momento, com o objetivo de preencher as lacunas deixadas pelas pesquisas já realizadas. Os quadros sinópticos apresentados no capítulo 4 constituem um bom ponto de partida para esse empreendimento;
5. criação de um Sistema Especialista com vistas à seleção adequada de modelos;
6. utilização de técnicas de reconhecimento de padrões para, a partir do estilo/forma da curva da função custo/perda, selecionar o modelo a implantar;
7. elaboração de um roteiro de implantação com base nos quadros sinópticos e gestão do processo a partir das recomendações práticas.

Fórmulas e sumário das variáveis e parâmetros dos modelos do GRUPO 1

1. CHIU, W.K., 1975.

A função desenvolvida por Chiu (1975) é dada pela expressão abaixo e representa o custo/perda por hora de operação do procedimento de controle. Assim,

$$F = \frac{\lambda MB_1 + TB_o + \lambda W_C + (b + cn)(1 + \lambda B_1) / h}{1 + \lambda B_1 + t_o B_o + \lambda t_1}$$

onde:

$$\begin{aligned} B_o &= \frac{\alpha \left(\frac{1}{\lambda} - \tau \right)}{h}, \\ B_1 &= \frac{h}{p} - \tau, \\ M &= V_o - V_1, \\ T &= A_o + V_o t_o, \\ W_C &= A_1 + V_o t_1, \\ \alpha &= 1 - \sum_{x=0}^d \binom{n}{x} p_0^x (1 - p_0)^{n-x}, \\ p &= 1 - \sum_{x=0}^d \binom{n}{x} p_1^x (1 - p_1)^{n-x}, \text{ e} \\ \tau &= \frac{\{1 - (1 + \lambda h)e^{-\lambda h}\}}{\{\lambda - \lambda e^{-\lambda h}\}}. \end{aligned}$$

Listagem dos símbolos:

- * p_o = proporção de defeituosas produzidas quando o processo está sob controle,
- * p_1 = proporção de defeituosas produzidas quando o processo está fora de controle,
- * λ = taxa média de ocorrência de uma causa especial, por hora,
- * t_o = tempo esperado de procura da causa especial após um alarme falso,
- * t_1 = tempo esperado de procura e ajustamento após um alarme verdadeiro,
- * A_o = custo esperado de procura após um alarme falso,
- * A_1 = custo esperado de procura e ajustamento após um alarme verdadeiro,

- * V_o = lucro obtido no estado sob controle,
- * V_l = lucro obtido no estado fora de controle,
- * b = despesas com amostragem e teste, por inspeção,
- * c = custo por unidade amostrada e testada,
- n = tamanho da amostra,
- d = número de aceitação,
- h = intervalo interamostral,
- α = probabilidade de ocorrer um alarme falso,
- P = probabilidade de ocorrer um alarme verdadeiro,
- τ = duração de tempo entre a última amostra retirada antes da ocorrência da causa especial e a própria ocorrência, e
- F = custo-perda médio por hora de operação do procedimento de controle.

Observações:

- * indica os parâmetros de entrada para o cálculo da função F ,
- n, d, h são as três variáveis de decisão do modelo, e
- α, P e τ são variáveis calculadas.

2. GIBRA, LN., 1978

A função desenvolvida pelo autor representa o custo esperado total do procedimento de controle por unidade de tempo e é designado por ETC/ut , e foi apresentada sob dois modelos:

2.1 Modelo I

$$ETC / ut = \frac{\left[\left(\frac{h+bn}{g} \right) \left(\frac{1}{\lambda} + \frac{g}{p} - \tau + ng \right) + \frac{(c_1+c_2)}{g} \alpha r_1 \left(\frac{1}{\lambda} - \tau \right) \right]}{L_1} +$$

$$+ \frac{\left[(c_1+c_2)r_1 + (c_2+c_3)r_2 + ur(p_1-p_0) \left(ng + \frac{g}{p} - \tau \right) \right]}{L_1},$$

onde

$L_1 = \frac{1}{\lambda} + \frac{g}{p} - \tau + ng + r_1 + \frac{\alpha r_1}{g} \left(\frac{1}{\lambda} - \tau \right) + r_2$ representa o tempo esperado do ciclo de qualidade,

$$\alpha = \sum_{j=c+1}^n \binom{n}{j} p_0^j (1-p_0)^{n-j},$$

$$p = \sum_{j=c+1}^n \binom{n}{j} p_1^j (1-p_1)^{n-j}, \text{ e}$$

$$\tau = \frac{1}{\lambda} - \frac{g}{e^{\lambda g} - 1}.$$

Listagem dos símbolos:

- * p_0 = fração defeituosa esperada quando o processo está sob controle,
- * p_1 = fração defeituosa esperada quando o processo está fora de controle,
- * λ = taxa média de ocorrência de uma causa especial por unidade de tempo de operação,
- * α = probabilidade de ocorrência de um alarme falso,
- * p = probabilidade de ocorrência de um alarme verdadeiro,
- * r_1 = tempo esperado de procura de uma causa especial,

- * $r_2 =$ tempo esperado de um reparo do processo,
 - * $g =$ tempo esperado de inspeção e registro no gráfico, por unidade amostrada,
 - * $r =$ taxa de produção por unidade de tempo,
 - * $c_1 =$ custo de procura de uma causa especial, por unidade de tempo,
 - * $c_2 =$ custo de interrupção do processo, por unidade de tempo,
 - * $c_3 =$ custo de reparo do processo, por unidade de tempo,
 - * $u =$ perda por item defeituoso,
 - * $b =$ custo de inspeção e registro no gráfico, por unidade amostrada, inspecionada,
 - * $h =$ custo fixo de amostragem,
 - * $c =$ número de aceitação,
 - $n =$ número da amostra,
 - $k =$ fator que determina a extensão dos limites de controle,
 - $g =$ intervalo interamostral,
 - $\alpha =$ probabilidade de ocorrer falso alarme,
 - $\tau =$ duração de tempo entre a última amostra retirada antes da ocorrência da causa especial e a própria ocorrência, e
- $ETC/ut =$ custo total esperado por unidade de tempo.

2.2 - Modelo II

$$ETC / ut = \frac{\left[\left(\frac{h + bn}{g} \right) \left(\frac{1}{\lambda} + \frac{g}{p} - \tau + ng + r_1 \right) + \frac{c_1}{g} \alpha r_1 \left(\frac{1}{\lambda} - \tau \right) \right]}{L_2} +$$

$$+ \frac{\left[c_1 r_1 + (c_2 + c_3) r_2 + ur(p_1 - p_0) \left(ng + \frac{g}{p} - \tau + r_1 \right) \right]}{L_2},$$

onde

$$L_2 = \frac{1}{\lambda} + \frac{g}{p} - \tau + ng + r_1 + r_2 \quad \text{representa o tempo esperado do ciclo de qualidade.}$$

Observações:

* indica os parâmetros de entrada para o cálculo da função ETC/ut ,
 n , k , \mathcal{S} são as três variáveis de decisão do modelo, e
 α , p e τ são variáveis calculadas.

3. DUNCAN, A.J. (1978)

Duncan (1978) desenvolveu a função L para o cálculo do custo/perda total médio de um ciclo de produção, por hora de operação do procedimento de controle. Assim,

$$L = \frac{\lambda MB + \lambda AT + \lambda W_D}{1 + \lambda B} + \frac{b}{h} + \frac{cn}{h}$$

onde

$$B = \left(\frac{h}{p} - \tau + gn + D \right),$$

$$A = \alpha \left(\frac{e^{-\lambda h}}{1 - e^{-\lambda h}} \right),$$

$$\alpha = 1 - \sum_{x=0}^d \binom{n}{x} (p'_0)^x (1 - p'_0)^{n-x},$$

$$p = 1 - \sum_{x=0}^d \binom{n}{x} (p'_1)^x (1 - p'_1)^{n-x}, e$$

$$\tau = \left[\frac{1 - (1 + \lambda h)e^{-\lambda h}}{\lambda(1 - e^{-\lambda h})} \right] = \frac{1}{\lambda} - \frac{h}{e^{\lambda h} - 1}.$$

Listagem dos símbolos

- * p'_0 = proporção de itens defeituosos produzidos quando o processo está sob controle,
- * p'_1 = proporção de itens defeituosos produzidos quando o processo está fora de controle,
- * λ = taxa média de ocorrência de uma causa especial, por unidade de tempo,
- * g = tempo médio, em horas, para testar a amostra, por item,
- * D = tempo médio para encontrar a causa especial, após o alarme,
- * M = perda devida ao aumento da fração defeituosa, por hora. (Corresponde a $V_0 - V_1$ de Chiu 1975),
- * T = custo esperado de falso alarme,
- * W_D = custo médio da localização da causa especial, após o alarme,
- * b = despesas com amostragem e teste, por inspeção,

- * c = custo por unidade amostrada e testada,
- n = tamanho da amostra,
- d = número de aceitação,
- h = intervalo interamostral,
- α = probabilidade de ocorrer um falso alarme,
- P = probabilidade de ocorrer um alarme verdadeiro,
- τ = tempo médio de ocorrência de uma causa especial dentro de um intervalo interamostral, e
- L = custo/perda total médio por ciclo, por hora, pela operação do procedimento de controle.

Observações:

- * indica os parâmetros de entrada para o cálculo da função L ,
 n , d , h são as três variáveis de decisão do modelo, e
 α , P , τ são as variáveis calculadas.

4. BEHL, M. (1985)

A função $V(T, n, c)$ desenvolvida pelo autor representa a perda de longa duração por unidade produzida, pela utilização deste modelo de planejamento econômico para o procedimento de controle. Assim,

$$V(T, n, c) = E[V_z^g] / E[N_z],$$

$$E[N_z] = (E[r_I] + E[r_{II}])v = \left(\frac{1}{e^{\lambda T} - 1} + \frac{1}{1 - \tilde{\beta}_{n,c}} \right) T v, \text{ e}$$

$$\begin{aligned} E[V_z^g] &= -G_I(E[r_I])v - G_{II}(E[r_{II}])v + E[A_D](K_D + G_I t_D v) + (K_D + K_R) + \\ &\quad + G_{II}(t_D + t_R)v + K_{T,n}(E[r_I] + E[r_{II}]) + E[A_D](t_D + t_D + t_R) + \\ &\quad + K_K(E[A_I] + E[A_{II}])n \\ &= -G_I v / \lambda - G_{II} v \left(\frac{T}{e^{\lambda T} - 1} + \frac{T}{1 - \tilde{\beta}_{n,c}} - \frac{1}{\lambda} \right) + \frac{\alpha_{n,c}}{e^{\lambda T} - 1} (K_D + G_I t_D v) + (K_D + K_R) + \\ &\quad + G_{II}(t_D + t_R)v + K_{T,n} \left(\frac{T}{e^{\lambda T} - 1} + \frac{T}{1 - \tilde{\beta}_{n,c}} + \frac{\alpha_{n,c}}{e^{\lambda T} - 1} t_D + t_D + t_R \right) + K_K \left(\frac{1}{e^{\lambda T} - 1} + \frac{1}{1 - \tilde{\beta}_{n,c}} \right) n. \end{aligned}$$

onde

$E[V_z^g] =$ perda total esperada no z -ésimo ciclo de produção, quando $T < \infty$ e $n=0$ e $T < \infty$ e $n \geq 1$,

$E[N_z] =$ número esperado de itens produzidos até o z -ésimo ciclo,

$$\alpha_{n,c} = \sum_{m=c+1}^n \binom{n}{m} p_I^m (1 - p_I)^{n-m}, \text{ e}$$

$$\tilde{\beta}_{n,c} = \sum_{m=0}^c \binom{n}{m} p_{II}^m (1 - p_{II})^{n-m}.$$

Listagem de símbolos:

- * $p_I =$ proporção de itens defeituosos produzidos quando o processo está sob controle,
- * $p_{II} =$ proporção de itens defeituosos produzidos quando o processo está fora de controle,
- * $\lambda =$ taxa média de ocorrência de uma causa especial, por unidade de tempo,
- * $t_D =$ tempo esperado de verificação do estado em que o processo se encontra,
- * $t_R =$ tempo esperado de reparo da máquina,
- * $G_I =$ lucro médio obtido no estado sob controle,
- * $G_{II} =$ lucro médio obtido no estado fora de controle,
- * $K_F =$ custos fixos de manutenção da oficina quando a verificação do estado em que o processo se encontra e o reparo são efetivamente realizados,
- * $K_D =$ custo médio de uma inspeção da máquina,
- * $K_R =$ custo médio de um reparo da máquina,
- * $K_S =$ custos fixos de manutenção do laboratório quando a amostragem é efetivamente realizada ($T < \infty$ e $n \geq 1$),
- * $K_K =$ custos de inspeção de um item,
- $v =$ taxa de produção por unidade de tempo,
- $n =$ tamanho da amostra,
- $T =$ intervalo interamostral,
- $c =$ número de aceitação,
- $\alpha_{n,c} =$ probabilidade de ocorrer um alarme falso,
- $\tilde{\beta}_{n,c} =$ probabilidade de ocorrer um alarme verdadeiro, e
- $V(T,n,c) =$ perda de longa duração por unidade produzida.

Observações:

- * indica os parâmetros de entrada para o cálculo de $V(T,n,c)$,
 n, T, c são as três variáveis de decisão do modelo, e
 $\alpha_{n,c}, \tilde{\beta}_{n,c}$ são variáveis calculadas.

5. LORENZEN, T.J. e VANCE, L.C. (1986)

Lorenzen e Vance (1986) desenvolveram a função C para representar o custo esperado por ciclo de operação do procedimento de controle. Assim,

$$C = \left\{ \frac{C_o}{\lambda} + C_1 [h - \tau + nE + h(ARL2) - h + \delta_1 T_1 + \delta_2 T_2] + \frac{sY}{(ARL1)} + W_L \right\} + \left\{ \frac{1}{\lambda} + \frac{(1 - \delta_1) s T_o}{(ARL1)} + h - \tau + nE + h(ARL2) - h + T_1 + T_2 \right\} + \frac{\left[\frac{a + bn}{h} \right] \left[\frac{1}{\lambda} + h - \tau + nE + h(ARL2) - h + \delta_1 T_1 + \delta_2 T_2 \right]}{\left\{ \frac{1}{\lambda} + \frac{(1 - \delta_1) s T_o}{(ARL1)} + h - \tau + nE + h(ARL2) - h + T_1 + T_2 \right\}},$$

onde

$$\alpha = 1 - \sum_{i=LL}^{IU} \binom{n}{i} p_o^i q_o^{n-i},$$

$$\beta = \sum_{i=LL}^{IU} \binom{n}{i} p_i^i q_i^{n-i}$$

$$ARL1 = \frac{1}{\alpha},$$

$$ARL2 = \frac{1}{(1 - \beta)},$$

$$\tau = \frac{[1 - (1 + \lambda h)e^{-\lambda h}]}{[\lambda(1 - e^{-\lambda h})]}, e$$

$$s = \frac{e^{-\lambda h}}{1 - e^{-\lambda h}} = \frac{1}{e^{\lambda h} - 1}.$$

Listagem de símbolos:

- * p_o = proporção de itens defeituosos produzidos quando o processo está sob controle,
- * p_i = proporção de itens defeituosos produzidos quando o processo está fora de controle,
- * λ = taxa média de ocorrência de uma causa especial, por hora,
- * T_o = tempo esperado de procura por um falso alarme,
- * T_i = tempo esperado para encontrar a causa especial,

- * $T_2 =$ tempo esperado para reparar o processo,
- * $E =$ tempo para amostrar um item e registrar o resultado no gráfico,
- $\delta_1 =$ 1, se o processo não é interrompido durante a procura,
0, se o processo é interrompido durante a procura,
- $\delta_2 =$ 1, se o processo não é interrompido durante o reparo,
0, se o processo é interrompido durante o reparo,
- * $C_0 =$ custo da qualidade enquanto o processo está sob controle, por hora,
- * $C_1 =$ custo da qualidade enquanto o processo está fora de controle, por hora,
- * $Y =$ custo por alarme falso,
- * $W_L =$ custo de localização da causa especial e reparo do processo,
- * $a =$ custo fixo de amostragem,
- * $b =$ custo por unidade amostrada,
- $n =$ tamanho da amostra,
- $h =$ intervalo interamostral,
- $L =$ número de desvios padrões que distanciam os limites de controle da linha central do gráfico de controle,
- $ARL1 =$ número de amostras retiradas até a ocorrência de um alarme falso,
- $ARL2 =$ número de amostras retiradas estando o processo está fora de controle,
- $\tau =$ tempo médio de ocorrência de uma causa especial dentro de um intervalo interamostral,
- $s =$ número esperado de amostras retiradas estando o processo está sob controle,
- $IL =$ $\max \left(0, \left[p_0 - L(p_0q_0 / n)^{1/2} \right] + 1 \right)$ (número de aceitação limite, inferior),
- $IU =$ $\min \left(n, \left[p_0 + L(p_0q_0 / n)^{1/2} \right] \right)$ (número de aceitação limite, superior), e
- $C =$ custo esperado por ciclo de operação do procedimento de controle.

Observações:

* indica os parâmetros de entrada para o cálculo da função C ,

n, h, L são as três variáveis de decisão do modelo, e

$\alpha, \beta, ARL1, ARL2, \tau, s, IL, IU$ são variáveis calculadas.

6. v. COLLANI, E. (1989)

O autor desenvolveu a função $P(h,n,k)$ para expressar o lucro de longa duração, por item produzido. Assim

$$P(h,n,k) = \frac{b^* + E[A_I + A_{II}]hvg_2 - E[A_F]e^* - E[A_I + A_{II}]a^*n}{E[A_I + A_{II}]hv},$$

onde

$$E[A_I] = \frac{1}{e^{\lambda h} - 1},$$

$$E[A_{II}] = \frac{1}{1 - \beta},$$

$$E[A_F] = \frac{\alpha}{e^{\lambda h} - 1},$$

$$\alpha = 1 - \sum_{v=0}^k \frac{(n\mu_0)^v}{v!} e^{-n\mu_0}, e$$

$$\beta = \sum_{v=0}^k \frac{(n\mu_1)^v}{v!} e^{-n\mu_1}.$$

Listagem dos símbolos:

- * μ_0 = média do número de defeitos em um item produzido estando o processo sob controle,
- * μ_1 = média do número de defeito em um item produzido estando o processo fora de controle,
- * λ = taxa média de ocorrência de uma causa especial, por unidade de tempo,
- * a^* = custo de amostragem e análise de um item,
- * e^* = custo total esperado da procura de um alarme falso,
- * b^* = vantagem obtida por renovação do processo, i.é, lucro adicional esperado obtido por operar algum tempo sob controle, após um reparo, deduzido o custo de descoberta de uma causa especial e a conseqüente remoção do desvio,

- $*g_1$ = lucro esperado por item produzido estando o processo sob controle,
 $*g_2$ = lucro esperado por item produzido estando o processo fora de controle,
 v = taxa de produção por unidade de tempo,
 n = tamanho da amostra,
 h = intervalo interamostral,
 k = limite de controle (número de defeitos do limite),
 $E[A_I]$ = número esperado de amostras retiradas estando o processo sob controle,
 $E[A_{II}]$ = número esperado de amostras retiradas estando o processo fora de controle,
 $E[A_F]$ = número esperado de alarmes falsos,
 α = probabilidade de ocorrência de um falso alarme,
 $1-\beta$ = probabilidade de ocorrência de um alarme verdadeiro, e
 $P(h,n,k)$ = lucro de longa duração, por item produzido.

Observação 1: Segundo v. Collani (1989),

$$e^* = a_1 + t_1(c_1 + c_2 + c_3 + c_4) \text{ e}$$

$$b^* = (g_1 - g_2) \frac{v}{\lambda} - (a_2 + a_3) - (t_2 + t_3)(c_1 + c_2 + c_3 + c_4) ,$$

onde

- g_1 = lucro esperado por item produzido estando o processo sob controle,
 g_2 = lucro esperado por item produzido estando o processo fora de controle,
 t_1 = tempo médio necessário para uma inspeção errônea,
 t_2 = tempo médio necessário para localizar a causa especial,
 t_3 = tempo médio necessário para uma renovação do processo,
 a_1 = custo médio de uma inspeção errônea,
 a_2 = custo médio para localizar a causa especial,
 a_3 = custo médio de um reparo,
 c_1 = custo fixo por hora para manter a equipe de amostragem ou recursos,
 c_2 = custo fixo por hora para manter a equipe de inspeção ou recursos,

- $c_3 =$ custo fixo por hora para manter a equipe de reparo ou recursos,
 $c_4 =$ custo fixo por hora para manter a equipe de produção ou recursos, e
 $v =$ número médio de itens produzidos por hora.

Observação 2:

- * indica os parâmetros de entrada para o cálculo da função $P(h, n, k)$,
 n, h, k são as variáveis de decisão do modelo, e
 $E[A_I], E[A_{II}], E[A_F], \alpha$ e β são variáveis calculadas.

Fórmulas e sumário das variáveis e parâmetros dos modelos do GRUPO 2

1. LADANY, S.P. (1973)

A função TC desenvolvida por Ladany (1973) para processos em que os *setups* são planejados, representa o custo total durante o intervalo de produção. Assim,

$TC = A + B + C + D$ e

$$TC = C_1 n f + \frac{C_2 P_f}{2(f+1)} \sum_{i=0}^f F(i) \left[1 + 2P_\alpha \left(\frac{1 - P_\alpha^{f-i}}{1 - P_\alpha} \right) \right] +$$

$$+ C_3 \alpha (1 - P_f) \sum_{i=0}^{f-1} F(i) + C_4 P_f \sum_{i=0}^{f-1} F(i) (1 - P_\alpha^{f-i}),$$

onde

$$P_f = 1 - (1 - P_S)^{\frac{1}{f+1}},$$

$$F(i) = P_\alpha^{i+1} P_f (1 - P_f)^i / [1 - P_\alpha (1 - P_f)] + (1 - P_\alpha) / [1 - P_\alpha (1 - P_f)],$$

$$UCL = \tilde{p} + K \left(\frac{\tilde{p}(1 - \tilde{p})}{n} \right)^{1/2},$$

$$LCL = \tilde{p} - K \left(\frac{\tilde{p}(1 - \tilde{p})}{n} \right)^{1/2}, \text{ e}$$

$$\alpha = \sum_{X \geq n(UCL)}^n \binom{n}{X} \tilde{p}^X (1 - \tilde{p})^{n-X}.$$

$$1 - P_\alpha = \sum_{X \geq n(UCL)}^n \binom{n}{X} (\tilde{p} + d)^X (1 - \tilde{p} - d)^{n-X}$$

Listagem dos símbolos:

- * \bar{p} = fração defeituosa média do processo no estado sob controle,
- * $\bar{p} + d$ = fração defeituosa média do processo no estado fora de controle,
- “intervalo” = tempo de duração do intervalo, em geral um dia, uma semana ou um desvio,
- * P_S = probabilidade de ocorrência de uma mudança na fração defeituosa,
- * C_1 = custo de amostragem de um item,
- * C_2 = custo da não detecção da mudança no processo durante o intervalo de tempo T,
- * C_3 = custo médio para cada alarme falso,
- * C_4 = custo de cada reajuste do processo,
- n = tamanho da amostra,
- t = intervalo interamostral,
- K = distância do limite de controle à fração defeituosa, expressa em desvios padrões,
- α = probabilidade de ocorrência de um alarme falso,
- P_α = probabilidade de não detectar a mudança súbita na fração defeituosa na primeira amostra após a ocorrência da mudança,
- P_f = probabilidade de que o desvio súbito ocorra durante o “pequeno intervalo”, dado que o pequeno intervalo começou sem desvio,
- $F(i)$ = probabilidade de que o “pequeno intervalo” i comece sem a súbita mudança na fração defeituosa do processo,
- UCL = limite superior de controle,
- LCL = limite inferior de controle, e
- TC = custo total durante o “intervalo”.

Observações:

- * indica os parâmetros de entrada para o cálculo da função TC,
- n, t, k são as três variáveis de decisão do modelo, e
- $P_f, \alpha, P_\alpha, F(i), UCL, LCL$ são as variáveis calculadas.

2. LADANY, S.P. e BEDI, D.N. (1976)

A função CU desenvolvida por Ladany e Bedi (1976) para processos em que os *setups* são não-planejados, representa o custo total esperado por unidade de tempo de operação do procedimento de controle. Assim,

$$CU = \frac{C_1 n E(i) + \frac{C_2 t}{2T} P_t \sum_{i=1}^{\infty} G(i) \left[1 + 2 \sum_{j=i}^{\infty} D(j) \right] + C_3 E(S) + C_4 [1 - E(S)]}{tE(i)},$$

onde

$$P_t = 1 - (1 - P_s)^{1/2},$$

$$G(i) = (1 - P_t)^{i-1},$$

$$D(i) = D(i-1) [G(i) P_t P_\alpha + G(i) (1 - P_t) (1 - \alpha) + (1 - G(i)) P_\alpha] \text{ e } D(0) = 1,$$

$$H(i) = D(i-1) [G(i) P_t (1 - P_\alpha) + (1 - G(i)) (1 - P_\alpha) + G(i) (1 - P_t) \alpha],$$

$$E(i) = \sum_{i=1}^{\infty} i H(i),$$

$$E(S) = \alpha (1 - P_t) \sum_{i=1}^{\infty} D(i-1) G(i),$$

$$E(r) = tE(i),$$

$$1 - P_\alpha = \sum_{X \geq n(UCL)}^n \binom{n}{X} (\tilde{p} + d)^X (1 - \tilde{p} - d)^{n-X},$$

onde

$$UCL = \tilde{p} + K \left(\frac{\tilde{p}(1 - \tilde{p})}{n} \right)^{1/2}, \text{ e}$$

$$\alpha = \sum_{X \geq n(UCL)}^n \binom{n}{X} \tilde{p}^X (1 - \tilde{p})^{n-X}.$$

Listagem dos símbolos:

- * \bar{p} = fração defeituosa média do processo no estado sob controle,
- * $\bar{p} + d$ = fração defeituosa média do processo no estado fora de controle,
- * T = tempo de duração do intervalo, em geral um dia, uma semana ou um desvio.,
- * P_S = probabilidade de ocorrência de uma mudança na fração defeituosa,
- * C_1 = custo de amostragem de um item,
- * C_2 = custo da não detecção da mudança no processo durante o intervalo de tempo T ,
- * C_3 = custo médio para cada alarme falso,
- * C_4 = custo de cada reajuste do processo,
- n = tamanho da amostra,
- t = intervalo interamostral,
- K = distância do limite de controle à fração defeituosa média, expressa em desvios padrões,
- $G(i)$ = probabilidade de que nenhum desvio ocorra desde o último *setup* até o início do i -ésimo intervalo amostral depois do último *setup*,
- $D(i)$ = probabilidade de que nenhum desvio seja detectado na i -ésima amostra,
- $H(i)$ = probabilidade de que um desvio seja encontrado na i -ésima amostra,
- $E(i)$ = número esperado de amostras depois de um *setup* até a detecção de um desvio na i -ésima amostra,
- $E(S)$ = fração esperada de alarmes falsos em um ciclo,
- $1-E(S)$ = fração esperada de alarmes verdadeiros em um ciclo,
- $E(r)$ = tempo de duração esperado de um ciclo,
- α = probabilidade de ocorrência de um alarme falso,
- P_α = probabilidade de não detectar a mudança súbita na fração defeituosa na primeira amostra após a ocorrência da mudança,
- P_t = probabilidade de que o desvio súbito ocorra durante o “pequeno intervalo”, dado que o pequeno intervalo começou sem desvio,
- UCL = limite superior de controle, e
- CU = custo total esperado por unidade de tempo de operação do procedimento de controle.

Observações:

* indica os parâmetros de entrada para o cálculo da função CU ,

n, T, k são as três variáveis de decisão do modelo, e

$\alpha, P_\alpha, P_1, G(i), D(i), H(i), E(i), E(S), E(r)$ e UCL são as variáveis calculadas.

1. MONTGOMERY, D.C. e HEIKES, R.G. (1976)

Montgomery e Heikes (1976) desenvolveram três funções ATC para modelos discretos markovianos e não markovianos para representar o custo médio do tempo de operação do procedimento de controle.

1.1 O modelo markoviano

$$ATC = a_1 n + \frac{a_2 \alpha' [\pi + \alpha(1 - \pi)] + a_3 \pi}{\alpha'(1 - \pi) + \pi},$$

onde

$$\alpha = \sum_{d=n(UCL)}^n \binom{n}{d} p_0^d (1-p_0)^{n-d} + \sum_{d=0}^{n(LCL)} \binom{n}{d} p_0^d (1-p_0)^{n-d}, \text{ e}$$

$$\alpha' = \sum_{d=n(UCL)}^n \binom{n}{d} p_1^d (1-p_1)^{n-d} + \sum_{d=0}^{n(LCL)} \binom{n}{d} p_1^d (1-p_1)^{n-d}.$$

Listagem dos símbolos:

- * p_0 = fração defeituosa produzida no estado sob controle,
- * p_1 = fração defeituosa produzida no estado fora de controle,
- * π = parâmetro correspondente à distribuição de probabilidade geométrica da duração do processo no estado sob controle,
- * a_1 = custo por unidade amostrada e testada
- * a_2 = custo por unidade de investigação e possível correção do processo, quando se observa um sinal de alarme,
- * a_3 = custo decorrente de operação fora de controle por um período,
- n = número de elementos da amostra,
- d = número de aceitação limite,
- k = distância do limite de controle à linha central, expresso em número de desvios padrões,

- $UCL = p_0 + k[p_0(1-p_0)/n]^{1/2}$ (limite superior de controle),
 $LCL = p_0 - k[p_0(1-p_0)/n]^{1/2}$ (limite inferior de controle),
 $\alpha =$ probabilidade de ocorrência de um alarme falso,
 $\alpha' =$ probabilidade de ocorrência de um alarme verdadeiro, e
 $ATC =$ custo do tempo médio de operação do procedimento de controle.

1.2 Os modelos não-markovianos

1.2.1 Caso em que a duração do processo no estado sob controle é uma variável aleatória com distribuição de Poisson de parâmetro λ . Assim,

$$ATC = a_1 n + \frac{\alpha [a_2 \alpha' + a_3 e^{-\alpha \lambda}]}{\alpha' (1 - e^{-\alpha \lambda}) + \alpha e^{-\alpha \lambda}}$$

Listagem dos símbolos:

- * $p_0 =$ fração defeituosa produzida no estado sob controle,
- * $p_1 =$ fração defeituosa produzida no estado fora de controle,
- * $\lambda =$ tempo médio de ocorrência da causa assinalável, expresso em número de períodos interamostrais,
- * $a_1 =$ custo por unidade amostrada e testada,
- * $a_2 =$ custo por unidade de investigação e possível correção do processo, quando se observa um sinal de alarme,
- * $a_3 =$ custo decorrente de operação fora de controle por um período,
- $n =$ número de elementos da amostra,
- $d =$ número de aceitação limite,
- $k =$ distância do limite de controle à linha central, expresso em número de desvios padrões,
- $UCL = p_0 + k[p_0(1-p_0)/n]^{1/2}$ (limite superior de controle),
- $LCL = p_0 - k[p_0(1-p_0)/n]^{1/2}$ (limite inferior de controle),
- $\alpha =$ probabilidade de ocorrência de um alarme falso,
- $\alpha' =$ probabilidade de ocorrência de um alarme verdadeiro, e
- $ATC =$ custo do tempo médio de operação do procedimento de controle.

Observações:

* indica os parâmetros de entrada para o cálculo da função ATC ,

n, d são as duas variáveis de decisão do modelo, e

$UCL, LCL, \alpha, \alpha'$ são as variáveis calculadas (vide equações 8 e 9 do modelo markoviano).

1.2.2 Caso em que a duração do processo no estado sob controle segue uma distribuição da série logarítmica, com parâmetros ρ, γ e θ . Assim,

$$ATC = a_1 n + \frac{a_2 + a_3 \left\{ \frac{[\rho - \gamma(1 - \rho) \ln \psi]}{\alpha'} \right\}}{\frac{\rho}{\alpha'} - (1 - \rho) \gamma \left\{ [\ln(1 - \theta) - \ln \psi] \alpha \frac{\ln \psi}{\alpha'} \right\}},$$

onde

$$\psi = 1 - \theta(1 - \alpha).$$

Listagem dos símbolos:

- * p_o = fração defeituosa produzida no estado sob controle,
- * p_1 = fração defeituosa produzida no estado fora de controle,
- * ρ, γ, θ = parâmetros que definem o tempo médio de ocorrência da causa especial,
- * a_1 = custo por unidade amostrada e testada,
- * a_2 = custo de investigação e possível correção do processo, por unidade produzida, quando se observa um sinal de alarme,
- * a_3 = custo decorrente de operação fora de controle por um período,
- n = número de elementos da amostra,
- d = número de aceitação limite,
- k = distância do limite de controle à linha central, expresso em número de desvios padrões,
- $UCL = p_o + k[p_o(1 - p_o)/n]^{1/2}$ (limite superior de controle),
- $LCL = p_o - k[p_o(1 - p_o)/n]^{1/2}$ (limite inferior de controle),

- α = probabilidade de ocorrência de um alarme falso,
 α' = probabilidade de ocorrência de um alarme verdadeiro, e
 ATC = custo médio do tempo de operação do procedimento de controle.

Observações:

* indica os parâmetros de entrada para o cálculo da função ATC ,

n, d são as duas variáveis de decisão do modelo, e

$UCL, LCL, \alpha, \alpha'$ são as variáveis calculadas (vide equações 8 e 9 do modelo markoviano).

APÊNDICE 4

1. TAGUCHI, G. (1981)

Foram desenvolvidas três funções L e L' para o caso 1 e L para o caso 2, criados por Taguchi (1981). Representam a função perda esperada pela utilização do procedimento de controle.

1.1 Caso 1a: O processo desvia da produção isenta de itens defeituosos para a produção de somente itens defeituosos. Assim,

$$L = \frac{C_i}{m} + \left(\frac{m+1}{2} + l \right) \frac{C_d}{\mu} + \frac{C_a}{\mu},$$

$$\bar{\mu} \gg l \quad e \quad C_d \gg \frac{C_a}{\mu}.$$

Listagem dos símbolos:

- * l = tempo de atraso (tempo que decorre até que o processo seja interrompido depois que um item defeituoso é detectado), expresso em número de itens produzidos,
- * $\bar{\mu}$ = intervalo esperado de ocorrência da perturbação, expresso em número de itens produzidos,
- * C_i = custo de amostragem e inspeção, por diagnóstico,
- * C_d = perda devido à produção de uma unidade de produto sob condições anormais,
- * C_a = custo de ajuste,
- m = intervalo interamostral, expresso em número de itens produzidos, e
- L = função perda esperada.

1.2 Caso 1b: Uma das duas restrições anteriores não é satisfeita. Assim,

$$L' = \frac{C_i}{m} + \left(\frac{m+1}{2} + l \right) \frac{C_d}{\bar{\mu} + \frac{m}{2}} + \left(\frac{1}{\bar{\mu} + \frac{m}{2}} \right) C_a$$

Listagem dos símbolos:

- * $l =$ tempo de atraso (tempo que decorre até que o processo seja interrompido depois que um item defeituoso é detectado), expresso em número de itens produzidos,
- * $\bar{\mu} =$ intervalo esperado de ocorrência da perturbação, expresso em número de itens produzidos,
- * $C_i =$ custo de amostragem e inspeção, por diagnóstico,
- * $C_d =$ perda devida à produção de uma unidade de produto sob condições anormais,
- * $C_a =$ custo de ajuste,
- $m =$ intervalo interamostral, expresso em número de itens produzidos, e
- $L =$ função perda esperada.

Observações:

- * indica os parâmetros de entrada para o cálculo da função ATC , e
- m é a variável de decisão do modelo.

1.3 Caso 2: O processo desvia de 0% para ($0 < \pi < 1$) 100% defeituosos. Assim,

$$L = \frac{C_i}{m} + (m+1) \frac{C_d}{\bar{\mu}} + \frac{C_a}{\bar{\mu}} + l \frac{C_d}{\bar{\mu}}$$

Listagem dos símbolos

- * $l =$ tempo de atraso (tempo que decorre até que o processo seja interrompido depois que um item defeituoso é detectado), expresso em número de itens produzidos,
- * $\bar{\mu} =$ intervalo esperado de ocorrência da perturbação, expresso em número de itens produzidos,

- * C_i = custo de amostragem e inspeção, por diagnóstico,
- * C_d = perda devida à produção de uma unidade de produto sob condições anormais,
- * C_a = custo de ajuste,
- m = intervalo interamostral, expresso em número de itens produzidos, e
- L = função perda esperada.

Observações:

- * indica os parâmetros de entrada para o cálculo da função L , e m é a variável de decisão do modelo.

2. NAVEBPOUR, M.R. e WOODALL, W.H. (1993)

As funções $E(L)$ desenvolvidas por Nayebpour e Woodall (1993), a partir do modelo de Taguchi (1981), representam a função perda esperada pela utilização do procedimento de controle.

2.1 Caso 1: O processo não desvia da produção de nenhum item defeituoso até a produção de todos os itens defeituosos. Assim,

$$E(L) = \frac{E(C)}{E(T)}, \text{ onde}$$

$$E(L) = \frac{\left[\left(\frac{1}{1-q^m} \right) + \text{int} \left(\frac{l}{m} \right) \right] C_i + \left(m - \frac{q}{1-q} + \frac{mq^m}{1-q^m} + l \right) C_d + C_a}{\frac{m}{1-q^m} + l},$$

$$E(T) = E(U) = \frac{m}{1-q^m} + l,$$

$$E(C) = \left[\left(\frac{1}{1-q^m} \right) + \text{int} \left(\frac{l}{m} \right) \right] C_i + \left(m - \frac{q}{1-q} + \frac{mq^m}{1-q^m} + l \right) C_d + C_a, \text{ e}$$

$$\hat{p} = 1 - \left(1 - \frac{m_c}{\bar{\mu} - l} \right)^{1/m_c}.$$

onde

m_c = intervalo de amostragem usual.

Listagem dos símbolos:

- * $p = \hat{p}$ proporção de itens defeituosos, calculada com base no intervalo de amostragem que está sendo utilizado,
- * $q =$ $1 - p$,
- * $l =$ tempo de atraso (tempo que decorre até que o processo seja interrompido depois que um item defeituoso é detectado), expresso em número de itens produzidos,

- * $\bar{\mu}$ = intervalo esperado de ocorrência da perturbação, expressa em número de itens produzidos,
 - * C_i = custo de amostragem e inspeção, por diagnóstico,
 - * C_d = custo de um item defeituoso detectado,
 - * C_a = custo de um item defeituoso não detectado (enviado a estágios posteriores da produção ou ao consumidor),
- $E(C)$ = custos esperados de amostragem, de produtos defeituosos e de reajuste do processo, por ciclo,
- $E(T)$ = duração esperada do ciclo,
- $m = m_c$ = intervalo interamostral, expresso em número de itens produzidos, e
- $E(L)$ = função perda esperada.

2.2 Caso 2: O processo não desvia da produção de nenhum item defeituoso até $\pi(100\%)$ itens defeituosos, onde $0 < \pi < 1$. Assim,

$$E(L) = \frac{E(C)}{E(T)},$$

onde

$$E(C) = E(L_D) + \left[\frac{\frac{m}{1-q^m} + \frac{m(1-\pi)}{\pi}}{m} + \text{int}\left(\frac{l}{m}\right) \right] C_i + C_a, \text{ onde}$$

$$E(L_D) = \left[\left(m - \frac{q}{1-q} + \frac{mq^m}{1-q^m} \right) \pi^2 + m\pi(1-\pi) + l\pi \right] C_d +$$

$$+ \left[\left(m - \frac{q}{1-q} + \frac{mq^m}{1-q^m} \right) \pi(1-\pi) + m(1-\pi)^2 \right] C_D, \text{ e}$$

$$E(T) = \frac{m}{1-q^m} + \frac{m(1-\pi)}{\pi} + l,$$

onde

$$p = \hat{p} = 1 - \left\{ 1 - \frac{m_c}{\bar{\mu} - \left[l + \frac{m_c(1-\pi)}{\pi} \right]} \right\}^{1/m_c}$$

$E(C)$ = perda esperada devido à produção de itens defeituosos para um desvio no processo de π (100%),

$E(L_D)$ = custo esperado por ciclo, supondo que uma inspeção total foi realizada no último intervalo interamostral, e

$E(T)$ = duração esperada de um ciclo de produção.

Listagem dos símbolos:

* $p = \hat{p}$ proporção de itens defeituosos, calculada com base no intervalo de amostragem que está sendo utilizado,

* $q = 1 - p$,

* $l =$ tempo de atraso (tempo que decorre até que o processo seja interrompido depois que um item defeituoso é detectado), expresso em número de itens produzidos,

* $\bar{\mu} =$ intervalo esperado de ocorrência da perturbação, expresso em número de itens produzidos,

* $C_i =$ custo de amostragem e inspeção, por diagnóstico,

* $C_d =$ custo de um item defeituoso detectado,

* $C_D =$ custo de um item defeituoso não detectado,

* $C_a =$ custo de um item defeituoso não detectado (enviado a estágios posteriores da produção ou ao consumidor),

$m = m_c =$ intervalo interamostral, expresso em número de itens produzidos, e

$E(L) =$ função perda esperada.

Observações:

* indica os parâmetros de entrada para o cálculo da função $E(L)$, e

m é a variável de decisão do modelo.

EQUIVALÊNCIA ENTRE AS FUNÇÕES CUSTO/PERDA DO GRUPO 1
1 EQUIVALÊNCIA ENTRE AS FUNÇÕES CUSTO/PERDA DE LORENZEN E VANCE(1986) E CHIU (1975)
1.1 Função de custo desenvolvida por Lorenzen e Vance (1986)

$$C = \left\{ \frac{\frac{C_o}{\lambda} + C_1[h - \tau + nE + h(ARL2) - h + \delta_1 T_1 + \delta_2 T_2] + \frac{sY}{(ARL1)} + W_L}{\frac{1}{\lambda} + \frac{(1 - \delta_1)sT_0}{(ARL1)} + h - \tau + nE + h(ARL2) - h + T_1 + T_2} \right\} +$$

$$+ \frac{\left[\frac{a + bn}{h} \left[\frac{1}{\lambda} + h - \tau + nE + h(ARL2) - h + \delta_1 T_1 + \delta_2 T_2 \right] \right]}{\left\{ \frac{1}{\lambda} + \frac{(1 - \delta_1)sT_0}{(ARL1)} + h - \tau + nE + h(ARL2) - h + T_1 + T_2 \right\}}$$

1.2 Função de custo desenvolvida por Chiu (1975)

$$F = \frac{\left\{ M \left(\frac{h}{P} - \tau \right) + \frac{T\alpha}{h} \left(\frac{1}{\lambda} - \tau \right) + W_C + \left[\frac{b + cn}{h} \right] \left(\frac{1}{\lambda} + \frac{h}{P} - \tau \right) \right\}}{\left\{ \frac{1}{\lambda} + \frac{h}{P} - \tau + \frac{\alpha_0}{h} \left(\frac{1}{\lambda} - \tau \right) + t_1 \right\}}$$

onde

$$\begin{array}{ll} ARL1 = 1/\alpha, & C_1 \approx M, \\ ARL2 = 1/(1-\beta) = 1/P, & Y = T, \\ \delta_1 = \delta_2 = 0, & W_L = W_C, \\ nE = 0, & a = b, e \\ T_1 + T_2 = t_1, & b = c. \end{array}$$

1.3 Equivalências entre as parcelas dos numeradores das funções consideradas

2ª parcela:

$$C_1[h - \tau + nE + h(ARL2) - h + \delta_1 T_1 + \delta_2 T_2] = C_1 \left[\frac{h}{1 - \beta} - \tau + nE \right] \approx$$

$$\approx M \left(\frac{h}{P} - \tau \right), \text{ pois, } M \approx C_1$$

3ª e 4ª parcelas:

$$\frac{sY}{(ARL1)} + W_L = \left[\frac{(1/\lambda)Y}{1/\alpha} \right] + W_L = \left(\frac{\alpha}{\lambda h} \right) Y + W_L$$

$$= \frac{T\alpha}{h} \left(\frac{1}{\lambda} - \tau \right) + W_c$$

5ª parcela:

$$\left[\frac{a + bn}{h} \right] \left[\frac{1}{\lambda} + h - \tau + nE + h(ARL2) - h + \delta_1 T_1 + \delta_2 T_2 \right]$$

$$= \left[\frac{a + bn}{h} \right] \left[\frac{1}{\lambda} - \tau + nE + \frac{h}{(1 - \beta)} + \delta_1 T_1 + \delta_2 T_2 \right]$$

$$= \left[\frac{b + cn}{h} \right] \left[\frac{1}{\lambda} + \frac{h}{P} - \tau \right]$$

pois, $a = b$, e
 $b = c$.

1.4 Equivalências entre os denominadores das funções

$$\begin{aligned}
 & \frac{1}{\lambda} + \frac{(1 - \delta_1)sT_0}{(ARL1)} + h - \tau + nE + h(ARL2) - h + T_1 + T_2 \\
 &= \frac{1}{\lambda} + \frac{sT_0}{(ARL1)} - \tau + nE + \frac{h}{(ARL2)} + T_1 + T_2 \\
 &= \frac{1}{\lambda} + \frac{\alpha T_0}{h} \left(\frac{1}{\lambda} - \tau \right) - \tau + nE + \frac{h}{1 - \beta} + T_1 + T_2 \\
 &= \frac{1}{\lambda} + \frac{\alpha t_0}{h} \left(\frac{1}{\lambda} - \tau \right) - \tau + nE + \frac{h}{P} + t_1 \\
 &= \frac{1}{\lambda} + \frac{h}{p} - \tau + \frac{\alpha t_0}{h} \left(\frac{1}{\lambda} - \tau \right) + t_1,
 \end{aligned}$$

pois, $T_1 + T_2 = t_1$.

2 EQUIVALÊNCIA ENTRE AS FUNÇÕES CUSTO/PERDA DE LORENZEN E VANCE (1986) E DE GIBRA (1978): MODELO 1

2.1 Função de custo desenvolvida por Lorenzen e Vance (1986)

$$C = \left\{ \frac{\frac{C_o}{\lambda} + C_1[h - \tau + nE + h(ARL2) - h + \delta_1 T_1 + \delta_2 T_2] + \frac{sY}{(ARL1)} + W_L}{\frac{1}{\lambda} + \frac{(1 - \delta_1)sT_0}{(ARL1)} + h - \tau + nE + h(ARL2) - h + T_1 + T_2} \right\} +$$

$$+ \frac{\left[\frac{a + bn}{h} \left[\frac{1}{\lambda} + h - \tau + nE + h(ARL2) - h + \delta_1 T_1 + \delta_2 T_2 \right] \right]}{\left[\frac{1}{\lambda} + \frac{(1 - \delta_1)sT_0}{(ARL1)} + h - \tau + nE + h(ARL2) - h + T_1 + T_2 \right]}$$

2.2 Função de custo desenvolvida por Gibra(1978), Modelo 1

$$ETC / ut = \frac{\left[\left(\frac{h + bn}{g} \right) \left(\frac{1}{\lambda} + \frac{g}{p} - \tau + ng \right) + \frac{(c_1 + c_2)}{g} \alpha r_1 \left(\frac{1}{\lambda} - \tau \right) \right]}{L_1} +$$

$$\frac{\left[(c_1 + c_2)r_1 + (c_2 + c_3)r_2 + ur(p_1 - p_0) \left(ng + \frac{g}{p} - \tau \right) \right]}{L_1}$$

onde

$$L_1 = \frac{1}{\lambda} + \frac{g}{p} - \tau + ng + r_1 + \frac{\alpha r_1}{g} \left(\frac{1}{\lambda} - \tau \right) + r_2 \text{ representa o tempo esperado do ciclo da}$$

qualidade.

Na função custo de Gibra (1978), Modelo 1, tem-se:

$$\begin{aligned}
 ARL1 &= 1/\alpha, & \delta_1 &= \delta_2 = 0, \\
 ARL2 &= 1/(1 - \beta) = 1/p, & Y &= (c_1 + c_2)r_1, \\
 nE &= ng, & W_L &= (c_2 + c_3)r_1 + (c_2 + c_3)r_2, \\
 T_0 &= T_1 = r_1, & a &= h, \\
 T_2 &= r_2, & b_L &= b_G, \\
 h &= g, & C_1 &\approx ur(p_1 - p_0).
 \end{aligned}$$

2.3 - Equivalências entre as parcelas do numerador das funções consideradas:

2ª parcela:

$$\begin{aligned}
 &C_1[h - \tau + nE + h(ARL2) - h + \delta_1 T_1 + \delta_2 T_2] \\
 &= C_1\left[-\tau + nE + \frac{h}{(1 - \beta)} + \delta_1 T_1 + \delta_2 T_2\right] \\
 &\approx ur(p_1 - p_0)\left[-\tau + ng + \frac{g}{p}\right]
 \end{aligned}$$

3ª e 4ª parcelas:

$$\begin{aligned}
 &\frac{sY}{(ARL1)} + W_L \\
 &= Y \frac{\alpha}{h} \left(\frac{1}{\lambda} - \tau\right) + W_L \\
 &= (c_1 + c_2) \frac{\alpha r_1}{g} \left(\frac{1}{\lambda} - \tau\right) + (c_1 + c_2)r_1 + (c_2 + c_3)r_2
 \end{aligned}$$

5ª parcela:

$$\begin{aligned}
 & \left[\frac{a + bn}{h} \right] \left[\frac{1}{\lambda} - \tau + nE + h(ARL2) + \delta_1 T_1 + \delta_2 T_2 \right] \\
 &= \left[\frac{a + bn}{h} \right] \left[\frac{1}{\lambda} - \tau + ng + \frac{h}{(1 - \beta)} \right] \\
 &= \left[\frac{h + bn}{g} \right] \left[\frac{1}{\lambda} - \tau + ng + \frac{g}{p} \right] \\
 &= \left[\frac{h + bn}{g} \right] \left[\frac{1}{\lambda} + \frac{g}{p} - \tau + ng \right]
 \end{aligned}$$

2.4 Equivalência entre os denominadores das funções consideradas

$$\begin{aligned}
 & \frac{1}{\lambda} + \frac{(1 - \delta_1) s T_0}{(ARL1)} + h - \tau + nE + h(ARL2) - h + T_1 + T_2 \\
 &= \frac{1}{\lambda} + \left[\left(\frac{1}{\lambda} - \tau \right) \frac{r_1 \alpha}{g} \right] - \tau + ng + \frac{g}{p} + T_1 + T_2 \\
 &= \frac{1}{\lambda} + \left[\frac{r_1 \alpha}{g} \left(\frac{1}{\lambda} - \tau \right) \right] - \tau + ng + \frac{g}{p} + r_1 + r_2 \\
 &= \frac{1}{\lambda} + \frac{g}{p} - \tau + ng + r_1 + \left[\frac{r_1 \alpha}{g} \left(\frac{1}{\lambda} - \tau \right) \right] + r_2
 \end{aligned}$$

3 EQUIVALÊNCIA ENTRE AS FUNÇÕES DE CUSTO/PERDA DE LORENZEN E VANCE (1986) E DE GIBRA (1978): MODELO 2

3.1 Função de custo desenvolvida por Lorenzen e Vance (1986)

$$C = \left\{ \frac{\frac{C_o}{\lambda} + C_1[h - \tau + nE + h(ARL2) - h + \delta_1 T_1 + \delta_2 T_2] + \frac{sY}{(ARL1)} + W_L}{\frac{1}{\lambda} + \frac{(1 - \delta_1)sT_0}{(ARL1)} + h - \tau + nE + h(ARL2) - h + T_1 + T_2} \right\} +$$

$$\frac{\left[\frac{a + bn}{h} \right] \left[\frac{1}{\lambda} + h - \tau + nE + h(ARL2) - h + \delta_1 T_1 + \delta_2 T_2 \right]}{\left\{ \frac{1}{\lambda} + \frac{(1 - \delta_1)sT_0}{(ARL1)} + h - \tau + nE + h(ARL2) - h + T_1 + T_2 \right\}}$$

3.2 Função de custo desenvolvida por Gibra(1978), Modelo 2

$$ETC / ut = \frac{\left[\left(\frac{h + bn}{g} \right) \left(\frac{1}{\lambda} + \frac{g}{p} - \tau + ng + r_1 \right) + \frac{c_1}{g} \alpha r_1 \left(\frac{1}{\lambda} - \tau \right) \right]}{L_2} +$$

$$\frac{\left[c_1 r_1 + (c_2 + c_3) r_2 + ur(p_1 - p_0) \left(ng + \frac{g}{p} - \tau + r_1 \right) \right]}{L_2},$$

onde

$$L_2 = \frac{1}{\lambda} + \frac{g}{p} - \tau + ng + r_1 + r_2.$$

Na função custo de Gibra (1978), Modelo 2, tem-se:

$$ARL1 = 1/\alpha,$$

$$\delta_1 = 1, \delta_2 = 0,$$

$$ARL2 = 1/1 - \beta = 1/p,$$

$$a = h,$$

$$nE = ng,$$

$$T_1 = r_1,$$

$$T_2 = 0,$$

$$h = g,$$

$$Y = c_1 r_1,$$

$$W_L = c_1 r_1 + (c_2 + c_3)r_2,$$

$$b_L = b_G, e$$

$$C_1 \approx ur (p_1 - p_0).$$

3.3 Equivalências entre as parcelas do numerador das funções consideradas

2ª parcela:

$$C_1 [h - \tau + nE + h(ARL2) - h + \delta_1 T_1 + \delta_2 T_2]$$

$$= C_1 \left[-\tau + nE + \frac{h}{(1-\beta)} + \delta_1 T_1 \right]$$

$$\approx ur(p_1 - p_0) \left[-\tau + ng + \frac{g}{p} + r_1 \right]$$

3ª e 4ª parcelas:

$$\frac{sY}{(ARL1)} + W_L$$

$$= Y \frac{\alpha}{h} \left(\frac{1}{\lambda} - \tau \right) + W_L$$

$$= c_1 r_1 \frac{\alpha}{g} \left(\frac{1}{\lambda} - \tau \right) + c_1 r_1 + (c_2 + c_3) r_2$$

5ª parcela:

$$\begin{aligned}
 & \left[\frac{a+bn}{h} \left[\frac{1}{\lambda} - \tau + nE + h(ARL2) + \delta_1 T_1 + \delta_2 T_2 \right] \right] \\
 &= \left[\frac{a+bn}{h} \left[\frac{1}{\lambda} - \tau + ng + \frac{h}{(1-\beta)} + T_1 \right] \right] \\
 &= \left[\frac{h+bn}{g} \left[\frac{1}{\lambda} - \tau + ng + \frac{g}{p} + r_1 \right] \right] \\
 &= \left[\frac{h+bn}{g} \left[\frac{1}{\lambda} + \frac{g}{p} - \tau + ng + r_1 \right] \right]
 \end{aligned}$$

3.4 Equivalências entre os denominadores das funções consideradas

$$\begin{aligned}
 & \frac{1}{\lambda} + \frac{(1-\delta_1)sT_0}{(ARL1)} + h - \tau + nE + h(ARL2) - h + T_1 + T_2 \\
 &= \frac{1}{\lambda} - \tau + ng + \frac{h}{1-\beta} + T_1 + T_2 \\
 &= \frac{1}{\lambda} + \frac{g}{p} - \tau + ng + r_1 + r_2
 \end{aligned}$$

4 EQUIVALÊNCIA ENTRE AS FUNÇÕES CUSTO/PERDA DE LORENZEN E VANCE (1986) E DUNCAN (1978)

4.1 Função de custo desenvolvida por Lorenzen e Vance (1986)

$$C = \left\{ \frac{C_o}{\lambda} + C_1 \left[h - \tau + nE + h(ARL2) - h + \delta_1 T_1 + \delta_2 T_2 \right] + \frac{sY}{(ARL1)} + W_L \right\} + \frac{\left[\frac{a+bn}{h} \right] \left[\frac{1}{\lambda} + h - \tau + nE + h(ARL2) - h + \delta_1 T_1 + \delta_2 T_2 \right]}{\left\{ \frac{1}{\lambda} + \frac{(1-\delta_1)sT_0}{(ARL1)} + h - \tau + nE + h(ARL2) - h + T_1 + T_2 \right\}}$$

4.2 Função de custo desenvolvida por Duncan (1978)

$$L = \frac{\left\{ M \left(\frac{h}{P} - \tau + gn + D \right) + T \left[\frac{\alpha e^{-\lambda h}}{1 - e^{-\lambda h}} \right] + W_D + \left[\frac{b+cn}{h} \right] \left[\frac{1}{\lambda} + \frac{h}{P} - \tau + gn + D \right] \right\}}{\left[\frac{1}{\lambda} + \frac{h}{P} - \tau + gn + D \right]}$$

Na função custo de Duncan(1978), tem-se:

$$ARL1 = 1/\alpha,$$

$$\delta_1 = 1, \delta_2 = 0,$$

$$ARL2 = 1/(1 - \beta) = 1/P,$$

$$Y = T,$$

$$nE = gn,$$

$$W_L = W_D,$$

$$T_1 = D,$$

$$a = b, e$$

$$T_2 = 0,$$

$$b = c.$$

4.3 Equivalência entre os numeradores das funções consideradas

2ª parcela:

$$\begin{aligned} & C_1[h - \tau + nE + h(ARL2) - h + \delta_1 T_1 + \delta_2 T_2] \\ &= C_1[-\tau + nE + h / (1 - \beta) + \delta_1 T_1 + \delta_2 T_2] \\ &= M \left[\frac{h}{P} - \tau + gn + D \right] \end{aligned}$$

3ª e 4ª parcelas:

$$\begin{aligned} \frac{sY}{(ARL1)} + W_L &= Y \left[\frac{\alpha e^{-\lambda h}}{1 - e^{-\lambda h}} \right] + W_D \\ &= T \left[\frac{\alpha e^{-\lambda h}}{1 - e^{-\lambda h}} \right] + W_D \end{aligned}$$

5ª parcela:

$$\begin{aligned} & \left[\frac{a + bn}{h} \right] \left[\frac{1}{\lambda} - \tau + nE + h(ARL2) + \delta_1 T_1 + \delta_2 T_2 \right] \\ &= \left[\frac{a + bn}{h} \right] \left[\frac{1}{\lambda} - \tau + nE + \frac{h}{1 - \beta} + \delta_1 T_1 + \delta_2 T_2 \right] \\ &= \left[\frac{b + cn}{h} \right] \left[\frac{1}{\lambda} - \tau + gn + \frac{h}{P} + D \right] \\ &= \left[\frac{b + cn}{h} \right] \left[\frac{1}{\lambda} + \frac{h}{P} - \tau + gn + D \right] \end{aligned}$$

4. Equivalência entre os denominadores das funções

$$\frac{1}{\lambda} + \frac{(1-\delta_1)sT_0}{(ARL1)} + h - \tau + nE + h(ARL2) - h + T_1 + T_2$$

$$= \frac{1}{\lambda} - \tau + nE + \frac{h}{(1-\beta)} + T_1$$

$$= \left[\frac{1}{\lambda} + \frac{h}{P} - \tau + gn + D \right]$$

- ADAMS, B.M.; WOODALL, W.H. An analysis of Taguchi's on-line process control procedure under a random-walk model. *Technometric*, 31(4): 401-413, 1989.
- BACKER, K.R. Two processes in the economic design of an X -chart. *AIIE Transactions*, 3(4): 257-263, 1971.
- BARNETT, A.J.; ANDREWS, R.W. Are you getting the most out of your control charts? *Quality Progress*, November: 75-85, 1994.
- BEHL, M. Kostenoptimale Prüfpläne für die laufende Kontrolle eines qualitativen Merkmals. *Metrika*, 32: 219-251, 1985.
- BENTON, W.C. Statistical process control and the Taguchi method: a comparative evaluation. *Int. J. Prod. Res.*, 29(9): 1761-1770, 1991.
- CHIU, W.K. Comments on the economic design of X -charts. *J. Am. Stat. Assoc. Theo. Meth.*, 68(344), 1973.
- CHIU, W.K. Economic design of attribute control charts. *Technometrics*, 17(1): 81-87, 1975.
- CHIU, W.K. Minimum cost control schemes using np -charts. *Int. J. Prod. Res.*, 13(4): 341-349, 1975.
- CHIU, W.K. Economic design of np -charts for processes subject to a multiplicity of assignable causes. *Management Science*, 23(4): 404-411, 1976.
- CHIU, W.K. On the estimation of data parameters for economic optimum X -charts. *Metrika*, 23: 135-147, 1976.
- CHIU, W.K. A sensitivity study for minimum cost np -charts. *Int. J. Prod. Res.*, 15(3): 237-242, 1977.
- v. COLLANI, E. Optimal inspection and sampling procedures. Proceedings of the IXth International Conference on Production Research, Cincinnati, 1: 389-395, 1987.
- v. COLLANI, E. The economic design of X -control charts. Proceedings of IASTED International Symposium on Reliability and Quality Control. Paris, 186-189, 1987.
- v. COLLANI, E. A note on economic quality control. *Economic Quality Control*, 2(1): 11-23, 1987.
- v. COLLANI, E. A unified approach to optimal process control. *Metrika*, 35: 145-159, 1988.
- v. COLLANI, E. Economically optimal c and np -control charts. *Metrika*, 36: 215-232, 1989.
- v. COLLANI, E.; SHEIL, J. An approach to controlling process variability. *Journal of Quality Technology*, 21(2): 87-96, 1989.

- v. COLLANI, E.; SANIGA, E.M.; WEIGAND, C. Economic adjustment designs for X control charts. *II E Transactions*, 26(6): 37-43, 1994.
- DEMING, W.E., *Quality, Productivity and Competitive Position*. Cambridge, MA: MIT Center for Advanced Engineering Study, 1993.
- DEL CASTILLO, E.; MONTGOMERY, D.C. Optimal design of control charts for monitoring short production runs. *Economic Quality Control*, 8: 225-240, 1993.
- DUNCAN, A.J. The economic design of X -charts used to maintain current control of a process. *J. Am. Stat. Assoc.*, LI: 228-242, 1956.
- DUNCAN, A.J. The economic design of X -charts when there is a multiplicity of assignable causes. *J. Am. Stat. Assoc.*, 66:107-121, 1971.
- DUNCAN, A.J. The economic design of p -charts to maintain current control of a process: some numerical results. *Technometrics*, 20(3): 235-243, 1978.
- GIBRA, I.N. Economically optimal determination of the parameters of np -control charts. *Journal of Quality Technology*, 10(1): 12-19, 1978.
- GIBRA, I.N. Recent developments in control chart techniques. *Journal of Quality Technology*, 7: 185-192, 1975.
- GIRSHICK, M.A.; RUBIN, H. A Bayes' approach to a quality control model. *Annals of Mathematical Statistics*, 23: 114-125, 1952.
- GRANT, E.L.; LEAVENWORTH, R.S. *Statistical Quality Control*. New York : McGraw-Hill, 1972.
- GRAY, J. Quality costs: a report card on business. *Quality Progress*, April: 51-54, 1995.
- HAUFF, W.; PATZSCHKE, C. Qualitätskostenrechnung noch in den Kinderschuhen. *Qualitätskosten*, 2(40): 1033-1039, 1995.
- HO, C.; CASE, K.E. Economic design of control-charts: a literature review for 1981-1991. *Journal of Quality Technology*, 26(1): 39-53, 1994.
- JURAN, J.M. *Juran planejando para a qualidade*. São Paulo: Pioneira, 1990.
- JURAN, J.M.; GRYNA, F.M. *Controle da qualidade: conceitos, políticas e filosofia da qualidade*. São Paulo : Makron-McGraw-Hill, 1991. V.1.
- KAMINSKY, F.C.; BENNEYAN, J.C.; DAVIS, R.D.; BURKE, R.J. Statistical control charts based on a geometric distribution. *Journal of Quality Technology*, 24(2): 63-69, 1992.
- KIRCHLING, G. Der mittlere Fehleranteil bei der Prozesslenkung mittels Annahme-Qualitätsregelkarten. *Hanser*, 830-834, 1995.
- LADANY, S.P. Optimal use of control charts for controlling current production. *Management Science*, 19(7): 763-772, 1973.

- LADANY, S.P.; ALPEROVITCH, Y. An optimal set-up policy for control charts. *Omega*, 3: 113-118, 1975.
- LADANY, S.P.; BEDI, D.N. Selection of the optimal set-up policy. *Naval Research Logistics Quarterly*, 23: 219-233, 1976.
- LIBERATO, F.; AMARANTE, A. *Glossário da Qualidade Total*. Belo Horizonte: Ed. FCO, LO, V.S.Y. On estimation methods of inputs for economic attribute control charts. *The Statistician*, 43(3): 439-451, 1994.
- LORENZEN, T.J.; VANCE, L.C. The economic design of control charts: a unified approach. *Technometrics* 28(1): 3-10, 1986.
- McWILLIAMS, T.P. Comments on Lorenzen and Vance. *Technometrics*, 34(2): 248-249, 1992.
- MONTGOMERY, D.C.; HEIKES, R.G. Process failure mechanism and optimal design of fraction defective control charts. *AIIE Transactions*, 8(4): 467-472, 1976.
- MONTGOMERY, D.C. The economic design of control charts: a review and literature survey. *Journal of Quality Technology*, 12: 75-87, 1980.
- MONTGOMERY, D.C.; STORER, R.H. Economic models and process quality control. *Quality and Reliability Engineering Int.*, 2: 221-228, 1986.
- MONTGOMERY, D.C. *Introduction to Statistical Control Quality*. New York : John Wiley & Sons, 1991.
- MORSE, W.J.; ROTH, H.P.; POSTON, K.M. Measuring, planning and controlling quality costs. *National Association of Accountants*, N.J., 1987.
- NAYEBPOUR, M.R.; WOODALL, W.H. An analysis of Taguchi's on-line quality monitoring procedures for attribute characteristics. Technical report. University of Houston-Clear Lake, Dept of Mathematical Science, 1991.
- NAYEBPOUR, M.R.; WOODALL, W.H. An analysis of Taguchi's on-line quality monitoring procedures for attributes. *Technometrics*, 35(1): 53-60, 1993.
- NELSON, L.S. The Shewhart control chart - test for special causes. *Journal of Quality Technology*, 16(4): 237-237, 1984.
- NELSON, L.S. Interpreting Shewhart \bar{X} control charts. *Journal of Quality Technology*, 17(2): 114-116, 1985.
- PALADINI, E.P. *Controle de qualidade: uma Abordagem abrangente*. São Paulo : Atlas, 1990.
- PALADINI, E.P. *Qualidade total na prática: implantação e avaliação de sistemas de qualidade total*. São Paulo: Atlas, 1994.

- PALADINI, E.P. *Gestão de qualidade no processo: a qualidade na produção de bens e serviços*. São Paulo: Atlas, 1995.
- PESCH, A. An evaluation of the Taguchi's method for on-line quality control. *Int. J. Prod. Res.*, 32(2): 263-272, 1994.
- PIGNATIELLO, J.J.; TSAI, A. Optimal economic design of \bar{X} control charts when cost model parameters are not precisely known. *IIE Transactions*, 20(1): 103-110, 1988.
- ROBERTS, S.W. A comparison of some control chart procedures. *Technometrics*, 8(3): 411-430, 1966.
- ROSS, S.M. *Applied Probability Models with Optimization Applications*. San Francisco: Holden-Day Inc., 1970.
- SANIGA, E.M. Robustness and flexibility of constrained economic designs. In: Lenz et al. (Eds.) *Frontiers in Statistical Quality Control*, 4: 191-200, 1992.
- SANIGA, E.M.; DAVIS, D.J.; McWILLIAMS, T.P. Economic, statistical and economic-statistical design of attribute charts. *Journal of Quality Technology*, 27(1): 56-73, 1995.
- SHEWART, W.A. *Economic Control of Quality of Manufactures Product*. Princeton : Van Nostrand, Reinhold Company Inc., 1931.
- SRIVASTAVA, M.S.; WU, Y. A second order approximation to Taguchi's on-line control procedure. *Commun. Statist. Theory Meth.*, 20(7): 2149-2168, 1991.
- SRIVASTAVA, M.S.; WU, Y. An improved version of Taguchi's on-line control procedure. *Journal of Statistical Planning and Inference*, 43: 133-145, 1995.
- SULLIVAN, L.P. Reducing variability: a new approach to quality. *Quality Progress*, July: 15-21, 1984.
- SULLIVAN, L.P. The power of Taguchi methods. *Quality Progress*, June: 76-79, 1987.
- TAGUCHI, G. *On-line Quality Control during Production*. Tokyo : Japanese Standards Association, 1981.
- TAGUCHI, G. Quality engineering in Japan. *Commun. Statist. Theor. Meth.*, 14(11): 2785-2801, 1985.
- TAGUCHI, G. *Introduction to Quality Engineering*. Tokyo: Asian Productivity Association, 1986.
- TAGUCHI, G.; ELSAYED, E.A.; HSIANG, T.C. *Engenharia de Qualidade em Sistemas de Produção*. São Paulo : McGraw Hill, 1990.
- TAYLOR, H.M. The economic design of cumulative sum control charts. *Technometrics*, 10(3): 479-488, 1968.
- UHLMANN, W. *Statistische Qualitätskontrolle*, edição revista e aumentada, Stuttgart, 1982.

- VANCE, L.C. A bibliography of statistical quality control chart techniques, 1970-1980. *Journal of Quality Technology*, 15: 59-62, 1983.
- WEIGAND, C. A new approach for optimal control of a production process. *Economic Quality Control*, 7(4): 225-251, 1992.
- WEIGAND, C. On the effects of SPC on production time. *Economic Quality Control*, 8(1): 23-61, 1993.
- WOODALL, W.H. Conflicts between Deming's philosophy and the economic design of control charts. In: Lenz et al. (Eds.) *Frontiers in Statistical Quality Control*. 3. ed., Heidelberg : Physica-Verlag, 1987.
- WOODALL, W.H. Weaknesses of the economic design of control charts. Letters to editor. *Technometrics*, 28(4): 408-410, 1992.
- ZACIEWSKI, R.D. Attribute control charts: opportunities for application. *Quality Digest*, May: 37-41, 1995.