MALBA TAHAN

DIDÁTICA DA MATEMÁTICA

1.º VOLUME

DIDÁTICA DA MATEMÁTICA

(1.º Volume)

DE MALBA TAHAN

Hoje todos sabem que o famoso autor de histórias orientais, Malba Tahan, se chama, brasileirissimamente, Júlio César de Mello e Souza. Mas muitos ignoram que, por decreto do Presidente Vargas, o pseudônimo por êle adotado se tornou, para todos os efeitos, um outro nome seu. De modo que o catedrático Mello e Souza possui dupla identidade — a que lhe confere o seu nome pròpriamente dito, de família, recebido na pia batismal, e aquêle que inventou para os livros que escreveu. Contudo, pode-se assegurar que, na verdade, o pseudônimo superou o nome.

A Saraiva S. A. Livreiros-Editôres está lançando — e o faz orgulhosamente — uma série de obras de Malba Tahan dedicadas exclusivamente à Matemática. Assim, nessa coleção, já apareceu a interessante "Antologia da Matemática", integrada de histórias, fantasias, biografias, lendas, paradoxos, curiosidades, recreações numéricas, problemas célebres e erros famosos. São dois volumes de leitura amena e de entretenimento, mas não alheia aos rigores exigidos pela ciência.

DIDÁTICA DA MATEMÁTICA, que ora é publicada, também em dois volumes, representa o resultado da experiência do autor colhida durante os muitos anos de exercício da cátedra dessa matéria. No entanto, muito embora se trate de obra especializada, de cunho nitidamente científico, pode ser lida com agrado e prazer por qualquer pessoa. Nela todos os mistérios da Matemática, notadamente do seu ensino, ficam aclarados, graças ao método expositivo de Malba Tahan. Informativa, instrutiva, divulga sem vulgarizar os mais complexos problemas do conhecimento numérico. É que o escritor tem o dom de transmitir o que sabe, de comunicar-se com os seus leitores, sejam leigos ou não. Leveza de estilo, clareza de exposição, riqueza de

DIDÁTICA DA MATEMÁTICA

OBRAS DE MALBA TAHAN

Editôra Saraiva, de São Paulo

ANTOLOGIA DA MATEMATICA, 1º volume
ANTOLOGIA DA MATEMATICA, 2º volume

A sair:

DIDATICA DA MATEMATICA
MATEMATICA DIVERTIDA E DELIRANTE
O PROBLEMA DAS DEFINIÇÕES EM MATEMATICA
GEOMETRIA ANALITICA (no plano)
PROBLEMAS CELEBRES E PROBLEMAS CURIOSOS DA MATEMATICA
RECREAÇÕES MATEMATICAS
CONTOS E LENDAS DA MATEMATICA
CURSO DE MATEMATICA (4 volumes)
HISTORIA DA MATEMATICA
DICIONARIO DA MATEMATICA (4 volumes)
METODOLOGIA DA MATEMATICA
GEOMETRIA ANALITICA (no espaço de três dimensões)
OS NUMEROS NA LENDA E NA HISTORIA

Saraiva — LIVREIROS EDITÔRES

Departamento Editorial: Rua Fortaleza, 53 — Fone, 32-1149
Oficinas Gráficas: Rua Sampson, 265 — Fone, 93-3244
Varejo: LIVRARIA ACADÊMICA — Praça Ouvidor Pacheco e Silva, 28 — Fones: 32-1296 e 32-0619 — Caixa Postal, 2362
End. Teleg.: *Acadêmica* — SÃO PAULO

OBRAS DE MALBA TAHAN

Editôra:
Conquista, Emprêsa de Publicações Ltda. (Rio)

A SOMBRA DO ARCO-IRIS (8ª edição)
O HOMEM QUE CALCULAVA (16ª edição)
SELEÇÕES (Os Melhores Contos) (2ª edição)
MAKTUB (Estava Escrito) (6ª edição)
CÉU DE ALLAH (8ª edição)
MIL HISTÓRIAS SEM FIM — 1º vol. (8ª edição)
MIL HISTÓRIAS SEM FIM — 2º vol. (3ª edição)
MINHA VIDA QUERIDA (9ª edição)
LENDAS DO DESERTO (9ª edição)
LENDAS DO CÉU E DA TERRA (10ª edição)
LENDAS DO POVO DE DEUS (6ª edição)
SOB O OLHAR DE DEUS (3ª edição)
O GUIA CARAJÁ (Lenda Sertaneja)
AMIGOS MARAVILHOSOS (Novela Infantil)
PACA TATO... (Contos Infantis) (5ª edição)
A LUA (Astronomia dos Poetas Brasileiros) (1º vol.)
A ARTE DE LER E DE CONTAR HISTÓRIAS
NOVAS LENDAS ORIENTAIS

Em castelhano:
"EL HOMBRE QUE CALCULABA"

Em inglês:
"THE BOOK OF THE DESTINY"

A sair: NOVAS LENDAS CRISTÃS — AMOR DE BEDUINO — MIL HISTÓRIAS SEM FIM... (3º vol.) — UMA AVENTURA DE AMOR EM T. T. N.

*

OBRAS DO PROF. MELLO E SOUZA

MATEMATICA FACIL E ATRAENTE (esg.)
HISTÓRIA E FANTASIAS DA MATEMÁTICA (esg.)
MATEMÁTICA DIVERTIDA E CURIOSA (esg).
MATEMÁTICA DIVERTIDA E FABULOSA (esg.)
MATEMÁTICA DIVERTIDA E PITORESCA (esg.)
MATEMÁTICA DIVERTIDA E DIFERENTE (esg.)
MATEMÁTICA SUAVE E DIVERTIDA (esg.)
DIABRURAS DA MATEMÁTICA
DICIONARIO DA MATEMÁTICA — 1º vol. — A e B
DICIONARIO DA MATEMÁTICA — 2º vol. — C, D, E e F
O BOM CAMINHO (Leitura Moral e Religiosa)
GEOMETRIA ANALITICA — 1º vol.
GEOMETRIA ANALITICA — 2º vol.
O ESCANDALO DA GEOMETRIA
TÉCNICOS E PROCEDIMENTOS DIDATICOS DO ENSINO DA MATEMÁTICA
ALEGRIA DE LER
TABUAS COMPLETAS E FORMULARIO
MEU CADERNO DE MATEMÁTICA (para o 5º ano primário e admissão)
AL-KARISMI (Revista de Recreação Matemática)
AS GRANDES FANTASIAS DA MATEMATICA
MATEMÁTICA PARA VOCÊ (Curso Ginasial — 4 volumes)
TUDO É FÁCIL (Matemática sob a forma de leitura, para a 3ª série primária)
DIÁRIO DE LÚCIA (Matemática sob a forma de leitura, para a 4ª série primária)
FOLCLORE DA MATEMATICA (Lendas, Histórias e Curiosidades)
MEU ANEL DE SETE PEDRAS (Lendas, Histórias e Curiosidades sôbre a Matemática).

MALBA TAHAN

DIDÁTICA DA MATEMÁTICA

Do professor, os jovens não exigem onisciência. Sabem que ela é inatingível. O que êles reclamam é sinceridade.

HIGHET, *A.*, 40.

1.º VOLUME

EDIÇÃO SARAIVA
SÃO PAULO
1961

DEDICATÓRIA

JOÃO BAPTISTA
JOSÉ CARLOS
JULIETA
OLGA

Nesta página, com muita amizade, esta fraterna lembrança do Autor.

MALBA TAHAN.

São Paulo, 1961.

CAPÍTULO I

A MATEMÁTICA; SEU CONCEITO E SUA IMPORTÂNCIA

> A essência da Matemática reside na sua liberdade.
>
> CANTOR, MORITZ, *M.*, 12.

1 — A MATEMÁTICA NA ESCALA DOS CONHECIMENTOS HUMANOS

Ao espírito de qualquer pessoa, dotada embora de mediana instrução, impõe-se, como verdade incontestável, a importância da Matemática na escala dos conhecimentos humanos.

Sublinhemos, inicialmente, as palavras altamente expressivas e irrepreensíveis de Amoroso Costa [1]:

> Sem a Matemática, não poderia existir a Astronomia; sem os recursos prodigiosos da Astronomia, seria impossível a navegação. E a navegação foi o fator máximo do progresso da humanidade.

Para assinalar a importância da Matemática, ponderou, ainda, Amoroso Costa, emoldurando suas palavras com imprevistos efeitos de elegância e precisão:

(1) AMOROSO COSTA — Notável matemático brasileiro (1885-1928). Foi professor de Mecânica Celeste na antiga Escola Politécnica do Rio de Janeiro e desempenhou, no Brasil, importante papel no desenvolvimento do ensino da Matemática. Entre as suas obras, devemos destacar: *As Idéias Fundamentais da Matemática.* Para um estudo mais completo da vida dêsse geômetra, convém ler M. S., *D.*, I, 108. Chamamos, também, a atenção dos professôres para o artigo do Dr. Luiz Freire, publicado in *R. B. M.*, dez., 1930, pág. 13.

> Nenhuma outra construção humana tem a unidade e harmonia da Ciência Matemática; nenhuma a iguala na solidez e no equilíbrio perfeito e na delicadeza dos detalhes (2).

No domínio dos conceitos e elementos puros considera a Matemática noções prodigiosamente abstratas (números transcendentes, variáveis complexas, funções elíticas, pontos no infinito, elementos imaginários), que são as raízes profundas do conhecimento. No campo real, dentro dos problemas de aplicação, na vida corrente, constitui a Matemática poderoso instrumento de pesquisa: o estudo de um fenômeno só tem a ganhar quando pode ser pôsto em equação, expresso por uma fórmula ou mesmo reduzido a números (3).

O historiador português, A. F. de Vasconcelos, sempre reavisado em suas afirmações, oferece-nos, em poucas linhas, alto e expressivo elogio da Matemática:

> A certeza que caracteriza a Matemática, e a eleva acima de todos os conhecimentos humanos, provém da simplicidade de seus objetos e, principalmente, da marcha sem dúvida mais conveniente seguida pelos que a empregam na investigação da verdade (4).

2 — O ELOGIO DA MATEMÁTICA

Filósofos, pensadores e cientistas de renome, em todos os tempos, exaltaram o relevante papel que a Matemática desempenha no conjunto das ciências.

---

(2) Trecho de memoranda conferência proferida por Amoroso Costa sôbre Otto de Alencar. In *R. E. P.*, 1928, pág. 19. Referindo-se a Amoroso Costa, escreveu o Dr. Luiz Freire: "Os seus trabalhos são verdadeiros modelos de arte do bem-dizer matemático: Precisos, concisos, simples e elegantes, dessa elegância matemática, em que Poincaré via o *sentimento da beleza,* da harmonia dos números e das formas e que só os verdadeiros matemáticos sabem adivinhar". In *R. B. M.*, dez., 1930, pág. 14.

(3) "Sem o cálculo, as conquistas da ciência seriam muito pouco satisfatórias. Por isso acham muitos que cabe ao cálculo a denominação de "gramática da ciência". SOARES, *D.*, 182.

(4) Cf. VASCONCELOS, *H.*, 16. Platão, filósofo grego (discípulo de Sócrates e mestre de Aristóteles — 429-347 a. C.), excluía de suas lições àqueles que ignoravam a Geometria e, quando o interrogavam sôbre a origem e a importância dessa Ciência, respondia: "Deus é o grande geômetra; Deus geometriza sem cessar" — exprimindo, dêsse modo que Deus governa o Universo por meio de leis geométricas.

Eis como Leibniz, filósofo alemão, considerava a ciência das proposições abstratas:

> A Matemática é a honra do espírito humano [5].

Cumpre-nos destacar, igualmente, o famoso pensamento averbado na obra de Santo Agostinho, um dos três gigantes do Pensamento:

> Sem a Matemática não nos seria possível compreender muitas passagens da Santa Escritura [6].

São Jerônimo, outro vulto eminente do catolicismo, traçou êste elogio ostentoso:

> Possui a Matemática uma fôrça maravilhosa, capaz de nos fazer compreender muitos mistérios de nossa Fé [7].

---

(5) LEIBNIZ (Gottfried Wilhelm) — Famoso matemático e filósofo alemão (1646-1716). Como criador de um sistema filosófico e como um dos inventores do Cálculo Infinitesimal, é Leibniz colocado na gloriosa falange dos fundadores da cultura moderna. Com o maior relêvo, aparece o seu nome na História da Matemática. É também atribuído a Leibniz o seguinte pensamento: "Sem a Matemática não seria possível atingir o fundo da Filosofia; sem a Filosofia não seria possível atingir o fundo da Matemática. E sem a Matemática e a Filosofia, não seria possível atingir o fundo de coisa alguma" (Cf. ETCHEGOYEN, *P.*, 60). Êsses autores limitaram-se a transcrever LAISANT, *M.*, 33. Em MEYERSON, *I.*, 5, podemos ler: "K. G. Jacobi, a quem Fourier censurava por mergulhar em indagações muito abstratas, respondeu: "O fim da ciência é a honra do espírito humano". Dejoy atribui, também, ao geômetra alemão Jacobi, a frase que aponta a *Matemática como a honra do espírito humano*. In *G. M.*, julho, 1943, pág. 25.

(6) SANTO AGOSTINHO — O mais prestigioso vulto da Igreja Latina (354-430). A obra-prima de Santo Agostinho é *A Cidade de Deus*. O pensamento agostiniano, que transcrevemos, encontra-se no livro: THIRÉ, *M.*, I, 110. Os três gigantes do pensamento seriam: Platão, Aristóteles e Santo Agostinho. E depois? Responde o Prof. João Ecsodi, da Pontifícia Universidade Católica de São Paulo: "Após Platão, Aristóteles e Santo Agostinho — Santo Tomás de Aquino, o Doctor Angelicus, foi o primeiro pensador que tornou a propor, com grandioso acabamento e profundíssima completação, todo o sistema e todos os problemas da Filosofia. E foi êle destinado a ficar como um mestre perpétuo, inexcedível e sempre presente nos séculos sucessivos". In *A. P.*, setembro, 1954, pág. 13. Para o pensamento citado veja: VIEIRA, *S.*, XII, 224.

(7) SÃO JERÔNIMO — Um dos doutôres da Igreja (331-420). Contemporâneo de Santo Agostinho. Deixou inúmeras obras entre as quais poderíamos citar a tradução da Bíblia, denominada *Vulgata*, considerada perfeita e autêntica pelo Concílio de Trento. (Cf. THIRÉ, *M.*, I, 110). Chamamos a atenção dos estudiosos para o artigo intitulado "A Matemática no Apocalipse", no livro SOUZA, *M. A.*, 141.

Ouçamos, também, a opinião de Michelet, um dos mais pujantes historiadores do século XIX:

> Duas coisas, apenas, são suficientes para atender aos anseios de meu espírito: o Evangelho e a Matemática [8].

De fundo acentuadamente político é a expressiva sentença que vários autores atribuem a Napoleão. Cumpre-nos realçá-la:

> A prosperidade de uma nação está intimamente ligada com o progresso e o desenvolvimento dos estudos matemáticos [9].

Vejamos como, sôbre êsse assunto, pronunciou-se o fecundo geômetra Michel Chasles, cujos escritos são polvilhados de cintilações literárias:

> Mostra-nos a História que os imperadores que encorajaram a cultura Matemática — fonte comum de tôdas as ciências exatas — são também aquêles cujos reinados foram os mais brilhantes e cuja glória foi a mais duradoura [10].

Não é possível, realmente, governar um país sem os maravilhosos recursos das Estatísticas e tôdas as Estatísticas têm por base exclusiva a Matemática [11].

---

(8) MICHELET (Jules) — Historiador e sociólogo francês de alto renome (1798-1847). Sua obra oferece, em relação aos assuntos, variedade surpreendente. Linguagem sóbria, viva e colorida; seu estilo é brilhante e bastante original. Cf. REBIÈRE, *M.*, 296. Informa Rebière: "Michelet, em seu *Journal*, fêz essa declaração contrária a sua formação espiritual".

(9) Cf. LAISANT, *M.*, 33.

(10) CHASLES (Michel) — Famoso matemático francês (1793-1880). Deixou o seu nome ligado a uma relação famosa: "Relação de Chasles". A frase citada encontra-se num artigo de J. SEBASTIÃO E SILVA, in *G. M.*, n.º 13, 1943, pág. 9, nota.

(11) A Estatística é um método que pode ser aplicado a esta ou àquela Ciência. Ensina o Prof. Mílton da Silva Rodrigues: "A Estatística é o método que tem por objeto o estudo dos agregados e, por fim a determinação das suas tendências características-limites".

A bem dizer a Estatística não tem problemas próprios, ou, os tem muito poucos, por isso que os seus problemas técnicos são realmente problemas da

3 — A MATEMÁTICA E OS CONHECIMENTOS EXATOS

Robert Grosseteste (1175-1253), cancelário da Universidade de Oxford e bispo de Lincoln, escrevia no seu ótimo tratado sôbre a luz:

> A utilidade do estudo das linhas, dos ângulos, das figuras é máxima. Sem êste conhecimento não é possível estudar Filosofia Natural. O seu valor é absoluto e diflui por todo o Universo e a cada uma de suas partes... os fenômenos naturais devem explicar-se por meio de linhas, ângulos e figuras (12).

Não é possível sublinhar mais vincadamente a necessidade e importância da aplicação da Matemática às ciências da natureza.

Não menos explícito é o franciscano inglês Robert Bacon (1210-1294), discípulo de Robert Grosseteste, a quem, melhor que a seu homônimo, o chanceler Francis Bacon, caberia o título de pioneiro da ciência experimental. A Matemática, acentua Bacon, é indispensável para o estudo de qualquer ciência: "Omnis scientia requirit mathematicam". E acrescenta: "Pela certeza indubitável de suas conclusões, constitui a Matemática o ideal da Ciência" (13).

Em artigo publicado na *Gazeta de Matemática* (Dezembro de 1944, n.º 21, pág. 11), o Prof. Antônio Monteiro põe em relêvo a Ciência do Cálculo como *método de pensamento*. E, ao conglobar seus expressivos argumentos, escreve:

Matemática. Essa conclusão é de Raymond Pearl (1879-1940), biólogo norte-americano.

Daí o ceticismo daqueles que diante da tendência ortodoxa de certos autores, como Augusto Comte, concluem que todos os processos estatísticos não são senão "empirismo disfarçado em Matemática" ...E Remy de Gourmont chegou a dizer que "la Statistique est une sorte d'Algèbre. Ne lit pas qui veut". — Para êle a Estatística era uma coisa esotérica e misteriosa, que só Mr. Bertillon entendia... Cf. PEREGRINO JÚNIOR, no artigo "Biometria", in *Form.*, n.º 46, maio de 1942, pág. 50.

(12) Essa citação é de Leonel Franca, S. J., e encontra-se no livro THIRÉ, *M.*, I, 371.

(13) Todo êsse trecho é de autoria do Padre Leonel Franca, S. J. Veja o artigo: "Os precursores de Descartes", no livro THIRÉ, *M.*, I, 370.

> A Matemática — ou a Ciência do Cálculo — é um modo geral de pensamento aplicável a tôdas as disciplinas e desempenha, portanto, um papel dominante na ciência moderna.

A Matemática — reconhecia o sábio Berthelot — é o instrumento indispensável para qualquer investigação física (14).

E o ilustre Prof. Monteiro Camargo, da Escola Politécnica de S. Paulo, proclama, com o pêso de sua incontestável autoridade:

> Hoje, mais do que ontem, a Matemática é o veículo poderoso que conduz e orienta o progresso da Física. Ciência de fato tem sido esta e terá o seu destino intimamente dependente da ciência exata que é aquela.
>
> O que se passa com a Física, quase que se repete com todo o campo do saber: pode-se mesmo medir o progresso, ou melhor, o grau de desenvolvimento de uma ciência, pelo seu maior ou menor grau de matematização (15).

4 — VALOR FILOSÓFICO DA MATEMÁTICA

No firme propósito de transparentar a importância da Matemática dentro do plano educacional e filosófico, escreveu Stephen Smith:

> Vejo-me, muitas vêzes, forçado a concluir, com absoluta convicção, que o aumento do conhecimento da Matemática, é uma condição necessária para o progresso da ciência e que é, portanto, uma condição não menos necessária para o aperfeiçoamento da espécie humana. Reputo precária a situação intelectual de qualquer nação cuja educação não tenha sido baseada num sólido alicerce matemático e cuja concepção científica e os conceitos da vida corrente não estejam articulados com uma forte estrutura do raciocínio matemático.

---

(14) BERTHELOT (Marcellin Pierre Eugène) — Célebre químico e político francês (1827-1907). Cf. REBIÈRE, *M.*, 241.

(15) Reconhece Pelletier que o problema do valor real da Matemática é objeto de largos debates. Cf. PELLETIER, *A.*, 339. A citação de Monteiro Camargo é encontrada em SOUZA, *F.*, 82. O caso da Matemática figura entre aquêles que nos obrigam a tomar partido, declarou Leuriers. Cf. LIONNAIS, *G.*, 13.

> Por isso, a Ciência dos Números se requer que seja cultivada "não com o fim de compra e venda, como comerciantes e revendedores", mas para educar a inteligência, porque ela, já ensinava Platão, exalta a alma, obrigando-a a raciocinar em tôrno dos números considerados em si, não se preocupando com o que ocorre aos números associados aos corpos visíveis ou tangíveis [16].

De interessante conferência proferida pelo Prof. Pedro Tavares, da Escola Politécnica da Bahia, destacamos esta judiciosa observação:

> Longe está a Matemática de ser exclusivamente o instrumento destinado à investigação dos fenômenos naturais, ao estudo da Natureza, isto é, das leis naturais. Não. Ela possui, também, um valor filosófico, do qual, aliás, ninguém duvida; um valor artístico, ou melhor, estético, capaz de lhe conferir o direito de ser cultivada por si mesma, tais as numerosas satisfações e intensos júbilos que essa ciência nos proporciona. Já os gregos possuíam, num grau elevado, o sentimento da harmonia dos números e da beleza das formas geométricas [17].

5 — SÓCRATES E A MATEMÁTICA

Admitia Sócrates que os estudos da Matemática eram os mais indicados para desenvolver as faculdades, fortalecer o raciocínio e iluminar o espírito.

> Já notei — concluía o filósofo — que aquêles que sabem calcular naturalmente e sem dificuldade, são dotados de uma inteligência capaz de fazer progressos rápidos em tôdas as artes, e que as criaturas de espírito tardio e pouco aberto se tornam, quando exercitadas na Aritmética, mais engenhosas e mais inteligentes.

(16) Cf. Henriques, *P.*, 138. Mais do que qualquer outra ciência a Matemática proporciona ao homem conhecimentos exatos, precisos e racionais. E está sobejamente provado que tais conhecimentos são indispensáveis nos embates constantes da vida. "A Matemática pura — afirmou Whitehead — com suas teorias modernas, pode reivindicar o lugar da mais original criação do espírito humano". Whitehead, *C.*, 31.

(17) Cf. Souza, *P.*, 93. Aos estudiosos aconselhamos ler em Newman, *W.*, I, 4, o estudo de Philip E. B. Jourdain: "The Nature of Mathematics".

No tempo de Sócrates, os cálculos numéricos eram complicadíssimos e exigiam grande atenção, desmedido esfôrço e não pequena habilidade do calculista [18].

6 — A MATEMÁTICA E O PLANO DO UNIVERSO

Escreveu o nobre e erudito Fourier, personalíssimo filósofo e matemático francês [19]:

> A Matemática desenvolve-se passo a passo, mas o seu progresso é firme e seguro no meio das flutuações contínuas e erros humanos. Esclarece seus atributos, combina os fatos desconexos e revela o laço secreto que os une. Quando o ar e a luz e os fenômenos da eletricidade e magnetismo parecem nos iludir, quando os corpos são removidos de perto de nós para a imensidade do espaço, quando o homem deseja observar o drama que se desenrola nos céus através dos séculos, quando pretende investigar os efeitos da gravidade e calor nas profundidades impenetráveis da Terra, então apela para o auxílio e colaboração da Análise Matemática. A coisa mais intangível, a Matemática torna palpável; prevê o mais obscuro fenômeno, traz para junto de nós os corpos que erram pelos abismos do céu; e abre, para a imaginação humana, o in-

---

(18) Sócrates nada deixou escrito. Suas doutrinas expunha-as, em ensino oral, nas praças e nos mercados, nos pórticos e nas oficinas, aos mais variados auditórios. O que dêle sabemos foi-nos transmitido pelos seus discípulos Xenofonte e Platão. Xenofonte, de estilo simples e harmonioso, mas sem brilho nem profundidade, nas suas *Memorabilia,* legou-nos, de preferência, o aspecto prático e moral da doutrina do mestre. Platão, sublime e cintilante, desenvolve nos seus numerosos diálogos, o sistema de Sócrates em tôda a sua amplidão. Nem sempre, porém, é fácil discernir o fundo socrático das especulações acrescentadas pelo genial discípulo. Nas doutrinas socráticas, podemos distinguir a parte polêmica, em que combate os sofistas e a parte dogmática em que expõe suas idéias sôbre as diferentes partes da Filosofia. Cf. FRANCA, *F.*, 36. Sócrates, aos 70 anos de idade, foi condenado à morte acusado de *"não acreditar nos deuses nacionais, de introduzir divindades novas e de corromper a juventude"*. O tribunal popular condenou o filósofo por uma maioria de 60 votos. Tudo isso ocorreu no ano 399 a. de C. Cf. FREIRE, S. J., *S.*, 102.

(19) FOURIER (Jean Baptiste Joseph, barão de) — Geômetra francês (1768-1830). Pertenceu à Academia Francesa e deixou grande número de obras. O estudo das *Séries de Fourier* é um dos capítulos mais interessantes e mais fecundos da Análise Matemática.

terior da Terra. Surge como extraordinária fôrça do pensamento humano, fôrça que nos foi confiada com o único propósito de nos compensar pela imperfeição de nossos sentidos e pelo breve fugir de nossas vidas. E, o que se nos afigura ainda mais maravilhoso, no estudo dos diversos fenômenos, é que a Matemática aplica sempre o mesmo método, explica tudo na mesma linguagem como se quisesse, dêsse modo, testemunhar e reafirmar a unidade e a simplicidade do Universo.

7 — O IDEALISMO DO MATEMÁTICO

O saudoso Prof. Fernando Raja Gabaglia, em discurso proferido no Colégio Pedro II, assim se expressou:

> Tenhamos, sempre presentes, no pensamento, aquelas palavras de Lord Balfour, o ensaista incomparável: "O êxito da Indústria depende das pesquisas abstratas ou científicas do presente e será aos homens de ciência, que trabalham para fins puramente científicos, sem nenhum intuito de aplicação de suas doutrinas, que a humanidade ficará devedora nos tempos futuros". Já Condorcet observa: "O Marinheiro, que a exata determinação da longitude preserva do naufrágio, deve a vida a uma teoria concebida vinte séculos mais cedo por homens de gênio, que tinham em vista especulações geométricas [20].

E ouçamos, agora, Émile Borel, matemático francês, ao desfilar os seus ensinamentos incombatíveis:

> Privilégio grande do matemático é esta ligação íntima e misteriosa entre o seu sonho, que, fora dela mesma quase não interessa a ninguém, e as aplicações práticas da ciência que apaixonam a multidão e às quais êle fica aparentemente alheio. Que êsse acôrdo entre as especulações matemáticas e a vida prática, se explique por meio

---

(20) FERNANDO RAJA GABAGLIA — Trecho do discurso proferido no Colégio Pedro II e publicado no *Anuário* dêsse prestigioso educandário. É de estranhar que o Prof. Gabaglia, sendo católico, exaltasse Lord Balfour (1848-1930) como um *ensaista incomparável*. Lord Balfour figurou entre os agnósticos mais intransigentes e mostrou-se irreconciliável com os tomistas. "A certeza — dizia — é filha do costume e não da razão." O irreverante Lord Balfour veio, assim, sem querer, amerissar nos domínios da Matemática.

> de argumentos metafísicos ou de teorias biológicas, não importa; é fato provado por uma experiência de mais de vinte séculos.
>
> Essa certeza da profunda utilidade de sua obra permite aos matemáticos entregarem-se, sem reserva e sem remorso, aos prazeres da imaginação criadora, não tendo em vista mais do que o seu próprio ideal de Beleza e de Verdade. Êles se associam ao tributo de admiração e de glória com que a humanidade homenageia os sábios cujas descobertas lhes são mais acessíveis e lhe vêm trazer imediato alívio aos sofrimentos; mas sabe que a obra de um Louis Pasteur, de um Pierre Curie, pressupõe os trabalhos dos matemáticos de séculos passados, e tem a esperança de que um Poincaré suscita, no século XXI, novos Pasteurs e novos Curies [21].

E, em outro trecho de sua brilhante exposição, na interessante prossecução de seus estudos, salienta Borel:

> Quando os geômetras da Antigüidade estudavam as secções cônicas, ter-se-ia podido prever que essas curvas desempenhariam, dois mil anos depois, papel fundamental na Astronomia? E quando Pascal e Fermat lançaram os primeiros fundamentos do Cálculo das Probabilidades, quem teria podido supor que um dia os teóricos iriam considerar as leis da Física como sendo de maior probabilidade, tirando, assim à lei natural, a rigidez que nos é familiar?

8 — O SENTIMENTO DA BELEZA MATEMÁTICA

Judiciosas e profundas são as observações feitas por Amoroso Costa, impecável na sua integridade matemática:

> Tornou-se, de há muito, um lugar comum, dizer-se que o cultivo da Matemática proporciona elevadas satisfações de ordem estética. "Nunca será um matemático completo aquêle que não fôr um pouco poeta", dizia Weierstrass. A criação científica assemelha-se à criação artística muito mais do que em geral se pensa, sobre-

(21) ÉMILE BOREL, "Sôbre Henrique Poincaré", in *R. B. M.*, ag., 1930, n.º 11/12, pág. 142. Verifica-se (observa Pelletier) na História da Matemática, uma permanente colaboração entre o investigador desinteressado e o experimentador curioso. Cf. PELLETIER, *E.*, 7.

> tudo nas ciências abstratas onde o espírito, guiado mas não dominado pelos dados extremos, tem, por assim dizer, mais um grau de liberdade que nas ciências da natureza. O sentimento de beleza matemática, da harmonia dos números e das formas, da elegância das demonstrações, é, não sòmente um estimulante essencial no trabalho de pesquisa, mas, sobretudo, um crivo extremamente delicado, que permite separar, na infinidade das combinações possíveis, aquelas que são, realmente, fecundas, porque só essas são realmente belas [22].

Pierre Fermat, matemático francês, caminhava, pelas amplas estradas da Matemática, deslumbrado com as maravilhas que encontrava. E, confessou, com a simplicidade do verdadeiro gênio:

> São em grande número os teoremas extraordinàriamente belos por mim encontrados [23].

Os cultores da Matemática reconhecem que a afirmação de Fermat não foge um *dx* da Verdade. Há teoremas, mesmo nos domínios mais abstratos da Matemática, que se apresentam emoldurados pela Beleza e pela Harmonia. O escritor português Latino Coelho (1825-1891) exalta o Cálculo e a Poesia, ao prosear em seu estilo inconfundível:

> Só há duas sublimes manifestações da inteligência humana. Por elas o entendimento é gênio e o gênio parece volver à divindade. São a Poesia e o Cálculo. Só o geômetra e o poeta compreendem verdadeiramente a Deus, porque o imitam. O geômetra mede o Universo. O poeta canta-o. Ambos refazem o Infinito pela harmonia e pelo número. O poeta adivinha-o. O geômetra demonstra-o [24].

Segundo os filósofos, *no sentimento da harmonia do mundo,* reside a chamada beleza intelectual — essa beleza é que transparece na Matemática.

---

(22) Cf. Amoroso, *I.*, 18.
(23) Cf. Etchegoyen, *P.*, 26.
(24) In *Al-K.*, julho, 1946, 29. O pensamento de Latino Coelho, encontra-se também, em Costa, *C.*, 117.

> A beleza intelectual — acrescenta Poincaré — basta-se a si própria; é por ela, mais talvez do que pelo bem futuro da humanidade, que o sábio se condena a longos e penosos trabalhos [25].

E John Dewey, o famoso educador americano, exarou esta sentença admirável:

> O futuro da nossa civilização depende da ampla divulgação e profundo arraigamento dos hábitos do pensamento científico [26].

9 — A MATEMÁTICA E A MÚSICA

Fácil seria assinalar os laços de afinidade existentes entre a Música e a Matemática.

Já dizia Gœthe, não imbuído de preconceitos, com o transluzimento de sua genialidade:

> A Música ensina o homem a pensar por meio de sons; a Matemática, por meio de fórmulas [27].

Tudo é Música na Matemática; tudo é Matemática dentro da Música.

Interessante paralelo entre a Matemática e a Música, foi feito pelo poeta e acadêmico baiano, Dr. Leopoldo Braga, em seu estilo claro, discreto e sem afetação:

> Estabeleceu Pitágoras as bases da teoria matemática da Música, formulando as relações numéricas entre a altura do som e o comprimento da corda vibrante. Platão conhecia Música tão profundamente quanto Matemática. Kepler, em seu "Prodromus", ao lado das mais complexas e profundas lucubrações matemáticas, produziu admiráveis dissertações musicais. Bacon, em notável classificação das ciências, fêz da Música um ramo da Matemática Aplicada.
>
> Não sentiu Descartes incompatibilidade entre seu culto aos números e seu pendor pela Música, tanto que sôbre esta escreveu um compêndio, fundado, aliás, em base e

---

(25) Cf. POINCARÉ, *S. M.*, 15. Sôbre a beleza, veja Richter citado por João Ribeiro (RIBEIRO, *P.*, 46): "A Beleza é o que no mínimo possível de tempo desperta o maior número possível de idéias".

(26) Cf. BLACKWOOD, *F.*, 75.

(27) Cf. ETCHEGOYEN, *P.*, 44.

princípios matemáticos. Leibniz, o criador do Cálculo Diferencial, para quem a "Arte é a mais alta expressão de uma Aritmética interior e inconsciente", chegou, cientificamente, à conclusão de que a Música, não é mais do que o "exercício de um espírito que calcula sem perceber" — *"exercitium mathematicæ ocultum nescientis se numerare animi"*.

Taine demonstrou ser a Música edificada, como a Arquitetura, sôbre relações matemáticas e regida por leis matemáticas. De Bonald, mais sintèticamente, denominou-a "uma Aritmética de tons" (28). E o criador da Teoria da Relatividade, êsse moderno e genial Einstein, tão célebre geômetra, como inspirado artista, — compositor e executor, pianista e violinista exímio, — equiparou a Música a uma equação Matemática, por suas características de surprêsa, de perfeição, de simplicidade e, sobretudo, de harmonia. Proclamou êle que o mundo se resume, talvez, em notas musicais e em regras matemáticas, e que o músico e o geômetra estão ligados por um fim comum, que é o desejo de exprimir com harmonia e beleza a eterna inquietação dos que pesquisam a Verdade (29).

10 — A MATEMÁTICA E O PENSAMENTO

Parecem oportunas as considerações do matemático e historiador Francisco Vera, ao discorrer em sua sempre lúcida exposição histórica:

> A Matemática, à semelhança do que ocorre com tôdas as ciências, nasceu para satisfazer as necessidades elementares da vida, e logo, mediante sucessivas abstrações, desprendeu-se de suas raízes terrestres, até elevar-se às regiões do pensamento puro (30).

---

(28) São incontáveis os pensamentos curiosos dos literatos sôbre a Música. Eis como se exprimiu Théophile Gautier, poeta, crítico e novelista francês (1811-1872): "A Música é o mais desagradável e o mais caro de todos os ruídos". Bem diversa é a opinião de Campoamor (1817-1901), poeta espanhol: "A Música é a voz do Infinito". Cf. ALMEIDA, *D.*, 192.

(29) Cf. LEOPOLDO BRAGA, "Discurso de posse na Academia de Letras da Bahia", in *Al-K.*, julho, 1946, n.º 2, pág. 25. Para um estudo mais completo das relações entre a Música e a Matemática, será interessante consultar SCHILLINGER, *M.*

(30) Cf. VERA, *L.*, 9. É curiosa a observação de A. N. Whitehead, *Introduction to Mathematics* (pág. 15): "A Matemática, como ciência, nasceu

É sempre confortador, para o homem de ciência, reler êste pensamento de Edgar Quinet, que jamais poderia ficar embalsamado nas letras mortas de um livro:

> Sinto-me profundamente surpreendido ao observar a arte com que os matemáticos afastam, rejeitam e eliminam, pouco a pouco, tudo o que é inútil para chegar a exprimir o absoluto com o menor número possível de têrmos, assegurando, no arranjo dêsses têrmos, uma perfeita seleção, um paralelismo, uma simetria, que exprime a elegância e a beleza visível de uma idéia eterna (31).

"Podemos, dizia Pascal, ter três objetivos principais no estudo da Verdade: descobri-la, quando a buscamos; demonstrá-la, quando a possuímos; discerni-la do que é falso, quando a examinamos". E acrescentava: "A Geometria é excelente em qualquer dessas finalidades. O ensino da Matemática, acrescentava Marijon, deve conduzir o espírito à engenhosidade da pesquisa, à arte de apresentar as coisas justas em têrmos convincentes e à intuição da Verdade (32).

11 — A VASTIDÃO DA MATEMÁTICA

Tenhamos sempre no espírito esta judiciosa observação de Émile Borel, o mais inteligível dos analistas:

> Tornou-se, na atualidade, de tal vastidão, o campo da Matemática, que não poderá existir, talvez, um único homem que possa orgulhar-se de ter inteiramente explorado todos os domínios dessa Ciência. E, com mais forte razão, ninguém poderá ter a estulta pretensão de ensinar tôda a Ciência Matemática (33).

---

quando alguém, provàvelmente um grego, começou a demonstrar proposições a respeito de qualquer coisa ou de algumas coisas sem especificação de casos particulares definidos". O alemão H. Hankel (1839-1873) é explícito: "A Matemática, considerada como ciência, deve sua origem às necessidades ideais dos filósofos gregos e não às exigências práticas da economia egípcia..." Apud SEDGWICK, *H.*, 32.

(31) EDGAR QUINET — Filósofo, poeta e historiador francês (1803-1875). Cf. LIONNAIS, *G.*, 438.

(32) Cf. ROXO, *M.*, 120.

(33) Cf. BOREL, *P.*, VII. O trecho de Borel, na forma original, é o seguinte: "Les champs des Mathématiques est, d'autre part devenu si vaste

E Paul Montel, em artigo publicado na *"Enciclopédie Française"*, sem precogitar fantasias, é conclusivo e chega a afirmar que até os irracionais conhecem leis matemáticas:

> Tôda a nossa vida moderna está como que impregnada de Matemática. Os atos cotidianos e as construções do homem trazem a sua marca e não só as nossas alegrias artísticas e a nossa vida moral lhe sofrem a influência. Os próprios animais se lhe submetem, e o seu instinto leva-os à descoberta de leis matemáticas a que só o homem soube formular e que parecem existir nêles como que ligados obscuramente à forma da sua consciência.

Inspirado nas belezas e na vastidão da Matemática, escreve o geômetra inglês Arthur Cayley:

> É difícil dar uma idéia da vasta extensão da Matemática Moderna. A palavra *extensão,* no caso, não exprime o meu pensamento, pois não sinto como poderia enfeixar nela a totalidade das belezas matemáticas. Não se trata de uma *extensão* monótona, uniforme, como uma planície estéril e agreste; revela-nos, ao contrário, o panorama de belo e rico país, visto, a princípio, de longe, mas que deve ser percorrido e estudado em todos os seus aspectos, desde as colinas e vales, até os rios, as rochas escarpadas, os bosques e as flôres. O que ocorre com os esplendores da Natureza, sucede precisamente com as teorias da Matemática: A beleza pode ser percebida, mas não explicada (34).

Mesmo nos tempos atuais — pondera o eminentíssimo filósofo Whitehead — não é possível fazer idéia da importância da Matemática, tal é a vinculação dessa Ciência com a História do Pensamento (35).

---

qu'il n'y a peut-être pas un seul homme avoir la prétention d'enseigner toute la science mathématique". Henri Poincaré (afirmava em aula o saudoso Prof. Octacílio Novais) foi o último geômetra que conseguiu dominar e transvoar todos os ramos da Matemática. Maurice D'Ocagne aponta Poincaré como *um dos maiores matemáticos de todos os tempos.* Cf. D'OCAGNE, *H.,* 326.

(34) Cf. ETCHEGOYEN, *P.,* 30. Cayley (1821-1895) foi o criador das teorias das matrizes e levou a têrmo notáveis investigações em todos os ramos da Matemática Pura.

(35) Cf. LIONNAIS, *G.,* 13.

CAPÍTULO II

A MATEMÁTICA E AS OUTRAS CIÊNCIAS

> Distinguir claramente o que se sabe do que não se sabe é, talvez, a mais preciosa vantagem que se pode obter do estudo da Matemática.
>
> TANNERY, *A.*, 1, 84.

1 — A MATEMATIZAÇÃO DAS CIÊNCIAS

Ao sublinhar a importância primacial da Matemática, no prodigioso terreno das pesquisas científicas, nos séculos XVII, XVIII e XIX, fala-nos, em têrmos bem claros, o matemático português, Prof. Antônio Monteiro:

> A grande obra científica do século XVII foi a organização da Mecânica numa ciência em que é possível prever os fenômenos por meio do Cálculo Matemático. Esta conquista, a que está ligado o nome de Newton, criou uma base científica segura para a ciência da máquina a vapor, para citar um exemplo, cuja importância é desnecessário realçar. A Química, no século XVIII, pesquisável pelo cálculo, e a grande conquista da ciência dêsse século, foi a base fundamental para o desenvolvimento da indústria química. No século XIX, a Física Matemática criou as bases científicas necessárias para o desenvolvimento industrial (1). O século XX será, possìvelmente, o século da Biologia Matemática. Podemos, em qualquer caso, afirmar que assistimos a uma verdadeira matematização de todos os ramos da ciência (2).

(1) Rerefere-se à indústria pesada.

(2) Cf. ANTÔNIO MONTEIRO, in *G. M.*, dez., 1924, n.º 21, pág. 11.

Em têrmos seguramente sintéticos, Felix Auerbach estuda e esclarece o problema:

> Matemática não é uma *Ciência*, mas sim a Ciência. Se é certo que a linguagem quase nunca encerra verdade absoluta, contém sempre, no entanto, um grãozinho dela. E aqui deve dar-se êsse caso. Demais, o fato é confirmado pela opinião de grandes pensadores, dos quais apenas citaremos um — Emanuel Kant, autor da conhecida afirmação de que "cada ciência só contém ciência verdadeira, na medida em que contém Matemática" (3).

2 — A MATEMÁTICA E A PESQUISA CIENTÍFICA

Tôdas as pesquisas científicas têm suas raízes nesta ou naquela teoria elaborada, no campo puramente idealista, pelos matemáticos.

É digna de especial destaque esta observação do ilustre cientista brasileiro, Prof. João Cristóvam Cardoso:

> Sem a Geometria de Riemann, publicada em 1854, ou sem a teoria da *invariância*, desenvolvida pelos matemáticos, Cayley (1821-1895) e Silvester (1814-1897), o físico Einstein, 1916, não disporia de meios para apontar a sua famosa Teoria da Relatividade.
>
> Foi a teoria dos valores limites, em parte edificada pelo trabalho de Sturm e Lionville, que permitiu o aparecimento da Mecânica Ondulatória (4).

Ouçamos, dentro da mesma ordem de pensamento, um geômetra de alto prestígio, incapaz de balbuciar no campo de Ciência. Eis as afirmações do Prof. Cristóvam Colombo dos Santos, da Faculdade de Filosofia de Belo Horizonte, outro pregoeiro do valor da Matemática:

---

(3) Cf. AUERBACH, *M.*, 33. Dentro da mesma linha de idéias podemos ler em Pelletier: "O grau de evolução de uma ciência pode ser medido pela extensão matemática que ela encerra". Cf. PELLETIER, *E.*, 7.

(4) Indicações colhidas em notas de aulas da Faculdade Nacional de Química. O Prof. João Cristóvam Cardoso é cientista brasileiro de fama mundial. Atual presidente do Inst. Nacional de Pesquisas (1959).

As ondas hertzianas, da T. F. S., foram descobertas em 1873, por Maxwell (1831-1879), com auxílio do Cálculo. A revolução da Física Moderna, iniciada em 1926, com os trabalhos de W. Heisemberg e D. A. Dirac, jamais teriam surgido sem a teoria puramente matemática das matrizes encontradas em 1858 por Cayley e elaboradas por uma plêiade de teoristas famosos (5).

O famoso físico escocês, Lord Kelvin, sublinhou, com alto elogio, um teorema da Análise Matemática:

O teorema de Fourier não é só um dos belos resultados da Análise Moderna, como também oferece um instrumento indispensável para o tratamento de quase tôdas as questões obscuras da Física Moderna (6).

O físico francês Paul Longevin, em notável conferência — "*La Pensée et l'Action*" — chamou a atenção de seus colegas para um caso bastante curioso. A teoria dos *quadrados mágicos* — estudada, durante séculos, como simples recreação numérica — foi encontrar interessante aplicação na resolução de muitos problemas agrícolas (rotação das culturas) (7).

Em tôrno dêsse mesmo tema, que ensancharia matéria para mais de um volume, Matila C. Ghyka, e com seu estilo acentuadamente anagógico, traça interessantes considerações (8):

Coisa curiosa de ver-se que esta correspondência das especulações matemáticas (como ponto de partida, as mais paradoxais; como regras, as mais arbitrárias) com um sector conhecido ou inexplorado do nosso universo

---

(5) Essas citações foram feitas em Belo Horizonte, durante uma conferência, na Sociedade Mineira de Engenharia, pelo eminente matemático Prof. Cristóvam Colombo dos Santos. Recordou, ainda, o Prof. C. C. dos Santos, a grave sentença de Platão: "Não é digno de pertencer à espécie humana quem ignora que a diagonal do quadrado é incomensurável com o lado". Era assim que Platão procurava evidenciar o desprêzo com que encarava a ignorância, em Geometria, dos seus compatriotas.

(6) Cf. ETCHEGOYEN, *P.*, 28.

(7) In *G. M.*, fev., 1937, n.º 31, pág. 15. Para o estudo das aplicações da Matemática, nos domínios da Agricultura, convém ler: MACGREE, *M.* O matemático italiano Carlo Leoni, estuda num Capítulo de seu livro *La Matematica nel suo Insegnamento Primario e Secundario*, publicado em 1915, todos os recursos que poderiam ser empregados na coordenação do ensino da Física e da Matemática. Cf. LEONI, *M.*, 167.

(8) Para um estudo mais completo, indicamos: BELL, *M.*, 21.

experimental, se produziu sempre acompanhada, amiúde, de grandíssima utilidade prática. O exemplo mais divulgado, pelo menos entre engenheiros, é o cálculo dos imaginários. De há muito considerado como elucubração patológica, acabou por ser o único ramo da Análise que pode representar rigorosamente os fenômenos elétricos relativos às correntes alternativas e isto como teoria tanto como aplicação técnica (9).

3 — O CAMPO ABSTRATO E AS APLICAÇÕES

São verdadeiramente impressionantes, os conceitos expendidos por James Jeans, o famoso desbravador do Universo:

> Podem os físicos trabalhar em diferentes campos adotando métodos bem diversos: uns cavam, outros semeiam, muitos ceifam. Mas a colheita final, será, sempre, um feixe de fórmulas matemáticas (10).

E vejamos esta superlativa conclusão de J. J. Sylvester, matemático inglês (1814-1897):

> O objeto da Física Pura é a revelação das leis do mundo material inteligível; o objeto da Matemática (pura) é atingir as leis da *inteligência* humana (11).

Parece fora de dúvida — acentua o Prof. Euclides Roxo — que a Matemática e a Física devem ser ensinadas lado a lado, ao invés de se iniciar o estudo da Física só depois de abandonada a Matemática.

---

(9) Cf. GHYKA, *E.*, 438. Acrescenta Ghyka um informe bastante curioso: "Émile Borel aplicou, na resolução de certos problemas de Física, espantosa Geometria integrada num espaço de vinte e cinco dimensões". Ob. cit., pág. 433. Parece-nos oportuno citar aqui o filósofo alemão Georg Wilhelm Friedrich Regel (1770-1831): "O fim do conhecimento é tirar do mundo objetivo o seu caráter estranho e fazer com que aí estejamos mais à vontade". Cf. HEGEL, *L.*, 194.

(10) JAMES HOPWOOD JEANS — Físico, astrônomo e matemático inglês (1877-1946). Célebre pela originalidade de suas teorias cosmogônicas. Cf. JEANS, *F.*, 27.

(11) MORITZ, *M.*

As teorias matemáticas e as aplicações físicas seriam, assim, justapostas, de modo que a experiência da Física conduziria, muitas vêzes, a um problema da Matemática.

Segundo Young, seria ideal até que as duas matérias fôssem ensinadas pelo mesmo professor, mas, quando não, ao menos "por dois professôres que trabalhassem harmônicamente e com simpatia". Tudo isto parece certo e já sofreu, com êxito, a prova da experiência (12).

4 — A PESQUISA EM MATEMÁTICA

Preocupado em achanar os obstáculos, ao longo das estradas da Filosofia Matemática, escreveu o preexcelente geômetra Amoroso Costa, obstrangido pela constante preocupação do rigor:

> Não existe, nem pode existir um método geral para conduzir a pesquisa, mas o acaso tem um papel muito restrito. A descoberta é sempre o fruto de uma longa meditação em direção determinada, um esfôrço consciente, se bem que não submetido a regras fixas ou a concepções sistemáticas. Nesse trabalho preliminar, tem uma grande parte a inspiração, o dom do homem gênio, mas é indispensável a escolha de um objetivo, que, aliás, varia freqüentemente no correr da investigação.
>
> O fato psicológico mais interessante, entre os que então se observam, é talvez o aparecimento repentino da solução longamente procurada, por vêzes quando o pesquisador já há muito tempo abandonou o assunto. Tudo faz crer que essa verdadeira iluminação mental resulte de um trabalho subconsciente, que representaria papel capital na invenção (13).

5 — CONTA, PÊSO E MEDIDA

"Com as palavras célebres: *Deus fêz o mundo por conta, pêso e medida*, pôs Salomão um problema imenso que os gregos começaram a estudar sistemàticamente, criando a ciência dos números. Abriu-a Tales de Mileto; continuaram Pitágo-

(12) Roxo, *M.*, 260.
(13) Cf. Amoroso, *I.*, 19.

ras e Platão, que proclamou a sua importância, escrevendo, à porta de sua escola: *aqui não entra quem não fôr geômetra;* desenvolveu-a Eudóxio de Cnido; fizeram-na brilhar com esplendor Euclides, Arquimedes, Apolônio, Diofante e Papo; aplicaram-na com engenho Hiparco, Herão e Ptolomeu" (14).

6 — O FUTURO E AS APLICAÇÕES DA MATEMÁTICA

Sempre zeloso em relação à Verdade, observa com sua proverbial clareza, o eminente geômetra brasileiro Pedro Tavares:

> A Análise Matemática não deve progredir, apenas, paralelamente às aplicações práticas e à utilidade imediata à luz da observação dos fenômenos naturais. Estas preocupações jamais poderão retardar-lhe a marcha progressiva. Até porque, se uma descoberta matemática qualquer não fôr suscetível de aplicação imediata, não significa que nunca o seja. Haja vista os trabalhos de Apolônio sôbre as secções cônicas, as quais levaram perto de vinte séculos sem serem utilizadas, quando Kepler as aplicou numa questão suscitada pela contemplação do exterior. Ainda mais: as indagações de Maxwell, sôbre a eletro-Dinâmica, esperavam vinte anos pelo veredictum da experiência (15).

7 — UM EPISÓDIO FAMOSO

Para que possamos pôr em destaque o papel da Matemática, recordemos um episódio famoso da História das Ciências.

Em meados do século XIX, haviam os astrônomos observado que o planêta Urano (descoberto em 1871, por Her-

(14) Cf. Teixeira, *H.*, 12. Vamos encontrar a mesma citação bíblica: "Deus fêz o mundo por conta, pêso e medida", Ghyka, *P.*, 9, sem indicação alguma da fonte. Qual é a origem dessa frase? Errou Gomes Teixeira, ao atribuí-la a Salomão, pois a sentença citada pode ser lida em Sal. XI, 20. In *I. R. M.*, jan. de 1948, pág. 61, num artigo intitulado "Apophtegmes mathématiques", podemos admirá-lo, sob a forma latina: "Deus fecit omnia pondere, in numero et mensura". O autor do citado artigo (J. Itard) não indica o capítulo do Livro da Sabedoria onde a aludida frase aparece.

(15) Cf. Pedro Tavares, in *R. B. M.*

schel), apresentava certas perturbações ou irregularidades em sua órbita.

Qual seria a causa dessas perturbações?

O matemático e astrônomo Urbain Jean Joseph Le Verrier, seguindo os conselhos de Arago, resolveu abordar a solução dêsse famoso enigma do céu. Le Verrier, o sábio francês, ainda muito môço — tinha apenas 35 anos de idade — soube, desde logo, dar feliz orientação às suas pesquisas. E, para abordar a questão, resolveu atribuir as perturbações de Urano a um astro cuja posição na abóbada celeste era preciso determinar. E Le Verrier, ainda na incerteza dos resultados, escreveu:

> Poder-se-á fixar o ponto do céu onde os astrônomos observadores deverão reconhecer o corpo estranho, fonte de tantas dificuldades?

Alguns meses depois a solução era encontrada pelo cálculo e, ùnicamente, pelo cálculo. No dia 1.º de junho de 1846, apresentava Le Verrier, à Academia Francesa, as coordenadas celestes do planêta perturbador de Urano. Existiria, realmente, aquêle astro cuja posição Le Verrier calculara, mas que até então ninguém tinha visto?

A Academia Francesa recebeu, com certa desconfiança, a asserção do jovem matemático.

Galle, astrônomo do Observatório de Berlim, menos por convicção do que para atender o pedido de Le Verrier, procurou observar o trecho da abóbada celeste onde deveria achar-se o "Planêta Desconhecido" e verificou, assombrado, que ali existia, na verdade, um astro que correspondia exatamente à estimativa do sábio francês, como se fôra feito sob medida. Êsse astro recebeu o nome de Netuno (16).

Tal resultado, além de representar um incomparável triunfo para a Mecânica Celeste, veio demonstrar a fecun-

---

(16) Netuno tem 54 800 km de diâmetro e move-se a uma distância de 4 500 milhões de quilômetros do Sol. O ano netuniano é equivalente a 164 anos e 280 dias terrestres. Netuno é acompanhado de um satélite único — chamado Tritão — que é bem maior do que a Lua.

didade assombrosa das leis físicas e das teorias matemáticas quando empregadas judiciosamente.

Medite-se, agora, no que significa o fato de um minúsculo cérebro humano, colocado no igualmente diminuto grão de ervilha em que habitamos e a que chamamos Terra, ter descoberto que a uma distância de muitos milhões e milhões de quilômetros move-se, em redor do Sol, um corpo celeste ainda desconhecido, que, com a sua fôrça de atração exerce influência no movimento dos outros planêtas. Isto constitui, sem dúvida, razão para que sintamos respeito profundo pela Matemática [17].

8 — A MATEMÁTICA E A TÉCNICA

A reação da Matemática sôbre a Técnica, pode ser posta em relêvo, graças a um exemplo bem simples.

Foi a caracterização matemática da função de magnetização e de histerese e, mais ainda, a Análise Geométrica das figuras que respectivamente as representam, isto é, a curva de magnetização e a curva de histerese, o fator que permitiu as gigantescas realizações da moderna Eletrotécnica. A partir de então, a ciência técnica faz cada vez maior uso das fórmulas e teorias matemáticas, já utilizando a Análise Elementar e Infinitesimal, já recorrendo à Geometria Analítica e ao Cálculo Vectorial.

> Não nos esqueçamos (sublinhou Pierre Deveaux), de que a bagagem matemática da nossa época não tem deixado de aumentar de dia para dia. Equações de derivadas parciais, desenvolvimento em série, a série de Fourier e as escalas logarítmicas são outros tantos recursos familiares a todos. Os espantosos *números imaginários* — essa concepção do espírito contraria ao próprio espírito — são utilizados no setor prático mais banal, para o cálculo de circuitos de correntes alternativas. Pode-se

(17) As irregularidades observadas na órbita de Netuno levaram os astrônomos a descobrir *Plutão,* no dia 21 de janeiro de 1930. Encontra-se *Plutão* a 7 000 milhões de quilômetros do Sol e gasta cêrca de 250 anos para percorrer sua órbita. A incrível proeza praticada por Le Verrier não constitui, portanto, um fato insulado na História da Matemática.

> dizer que, nesse domínio, há superabundância: "máquinas de equações" como as de Tôrres; integradores, ainda sem emprêgo, criados por êsse eminente "automatista", esperam, no arsenal intelectual do nosso tempo, que chegue a vez da sua utilização para futuras invenções. Hoje a Matemática comanda, com sua poderosa síntese e simplifica, imediatamente, tôdas as descobertas (18).

É interessante transcrever êste conceito apodíctico do Prof. Gaston Granger:

> Tôda ciência que procede por demonstrações necessárias e constrói seus conceitos a partir de princípios definidos com precisão, é do tipo matemático (19).

9 — A MATEMÁTICA E A CRISTALOGRAFIA

As relações diretas entre a Matemática e a Cristalografia foram de modo bem claro, inculcadas por Felix Auerbach, da Universidade de Iena. Ao afluir os seus ensinamentos, escreve Auerbach:

> A Cristalografia, que é, com razão, considerada como um capítulo, e digamos mesmo, o capítulo principal da Mineralogia, foi, no decurso dos últimos cinqüenta anos, elevada, por duas vêzes, a um nível decididamente superior àquele que até então se encontrava: primeiro devido à formação matemática da teoria das variedades de simetria; e, depois, graças ao grande e maravilhoso domínio das estruturas microcristalinas, que resultou da célebre descoberta de Von Laue. Ora, isto constitui razão suficiente, quando muitas outras não houvessem, para que o mineralogista principiante se prepare matemàticamente o melhor possível, se não quiser ver-se, a cada momento, em sérios embaraços.
>
> Não queremos, com isso, diminuir, de forma alguma, o trabalho dos mineralogistas, mas não podemos deixar de dizer que êles se perdiam, havia bastante tempo, numa investigação mais pròpriamente de minúcia do que valia.

(18) Cf. DEVEAUX, *P.*

(19) Cf. GRANGER, *L.*, 90. O leitor poderá encontrar em BROGLIE, *S.*, 46, um interessante paralelo entre a *Física Matemática* e a *Física Teórica*. Convém ler a definição formulada por Broglie para a *Física Matemática*.

> Com efeito, não há ainda muitos anos, dizia-me um famoso especialista do assunto que no seu ramo era quase impossível descobrir-se qualquer coisa nova que causasse sensação. Ora decorridos apenas três anos, fazia o físico Von Laue a sua descoberta. E, então, como era natural, logo numerosos cristalógrafos se lançaram, com entusiasmo, no novo e, por assim dizer, imenso sector da ciência [20].

10 — A MATEMÁTICA E A QUÍMICA

Voltemos a transcrever novo trecho do geômetra alemão Felix Auerbach, no qual êle faz brilhar as lantejoulas de sua singular literatura matemática, sem permitir que a imaginação prevaleça sôbre a razão:

> Pelo que concerne à Química, o papel que nela desempenha a Matemática, é, de ano para ano, cada vez mais importante. Com efeito, não encontramos apenas numerosos livros sôbre a Químico-Física. Há já também alguns sôbre a Química Matemática. Mas basta para aqui um exemplo. Escolhemos a lei da ação das massas de Guldberg e Waage, por nos parecer essa indicada por duas razões: em primeiro lugar, porque não é possível formulá-la com exatidão, nem aplicá-la em determinados casos, a não ser dando-lhes um "tratamento Matemático"; em segundo lugar, porque êste "tratamento matemático", ainda que pertença ao Cálculo Infinitesimal, é no fundo, tão simples, que não é proeza nehuma familiarizar-nos com êle e depois utilizá-lo [21].

---

(20) Auerbach, *M.*, 74. Refere-se Auerbach (no trecho citado), ao físico alemão Max Von Laue, distinguido pelo Prêmio Nobel de Física, em 1949. Descobriu Von Laue a difração e a interferência dos raios de Roentgen pelos retículos atômicos (ou rêdes cristalinas) ao atravessar um cristal. Obteve, dêsse modo, certas imagens denominadas "diagramas de Laue" ou "lauediagramas" que permitiram medir o comprimento de onda dos raios X e estudar a estrutura reticular dos cristais. Von Laue nasceu em 1879. O descobridor dos Raios X, chamava-se Wilhelm Conrad Roentgens (1845-1923).

(21) Cf. Auerbach, *M.*, 75. Surge, no trecho citado, o nome de Cato Maximilian Guldberg (1836-1902) químico norueguês que, em colaboração com seu cunhado, o médico e pesquisador Pedro Waage (1833-1900) descobriu a chamada "lei da ação das massas". Assegura Nilolle que as descobertas iniciais de Pasteur, na Química, foram obtidas exclusivamente com auxílio da Matemática. Cf. Nilolle, *S.*, 88 e segs.

"Não se pode negar — opina o Prof. Miguel Ramalho Novo — que o estudo da Matemática é indispensável para todo aquêle que se propõe a penetrar nos segredos da Física, da Química e da Físico-Química. Sem um conhecimento razoável de Mecânica Racional será impossível adquirir tôdas as noções de Física; e o estudo da Mecânica Racional exige, entre outros, o conhecimento do Cálculo das Derivadas.

As ciências naturais, estudando os fenômenos que a natureza lhes oferece, procuram estabelecer as leis que regem êsses fenômenos; elas tratam, assim, de grandezas que se compõem por produtos ou por quociente e as grandezas formadas por quociente constituem o objeto do Cálculo Diferencial, na frase feliz de Rey Pastor" [22].

11 — O SIMBOLISMO MATEMÁTICO

E, dentro dêsse debater de idéias, ouçamos a opinião de Carpenter sôbre a importância do simbolismo matemático na vida moderna:

> O maravilhoso progresso feito em todos os campos da atividade humana no decorrer dos últimos cem anos, só tem sido possível graças ao uso de símbolos. Hoje, sòmente o operário comum trabalha exclusivamente com as coisas atuais. Aquêles que ocupam posições, mesmo de mediano realce, no mundo comercial, utilizam-se muito dos símbolos, e no mundo profissional a capacidade de usar um jôgo de símbolos é requisito indispensável para um êxito moderado. O trabalho material das mãos do homem permanece depois que o trabalhador passa a cogitar de outra coisa, mas os produtos do labor mental estarão perdidos se não forem conservados no mundo através de algum artifício simbólico. Pode ser dito, sem receio da menor contestação, que a linguagem da Matemática é mais amplamente usada do que qualquer outro

(22) Cf. Ramalho, *D.*, 85. E, nesse sentido, pondera o matemático português Bento Jesus Caraça: "O objetivo final da Ciência é a formação de um quadro ordenado e explicativo dos fenômenos gerais — fenômenos do mundo físico e social". Cf. Caraça, *C.*, II, 5. Sôbre as aplicações da Matemática na Química, será interessante ler: Frey, *M.* Convém sublinhar: "Muitos são os problemas da Física que os matemáticos, até agora, não conseguiram resolver". Veja: Doerfling, *T.*, 3.

> simbolismo. O homem que dispõe dêsse simbolismo possui uma clara e breve linguagem universal. Argumentos obscurecidos por sofismas, e conclusões discordantes são fàcilmente reveladas quando as idéias são expressas na linguagem matemática. O mais recôndito problema é imediatamente esclarecido quando traduzido de forma completa para a Matemática.

E, com muita razão, pondera o famoso químico Berthelot:

> A um alto grau eleva a Matemática as concepções, sinais e símbolos-instrumentos necessários para ampliar a fôrça e atingir a mente humana por meio da síntese. A Matemática é o instrumento indispensável a tôdas as investigações físicas. Mas não sòmente a Física mas tôdas as pesquisas científicas devem aproveitar-se dêste prodigioso instrumento (23).

12 — O FIM DA CIÊNCIA

E o fim da Ciência é, como têm mostrado os trabalhos de Brunschvicg, substituir tôda a realidade por sinais e símbolos matemáticos. Em seguida estabelecem-se relações precisas e constantes que os ligam e que constituem as leis. Depois de Galileu e Descartes, e depois de ter sido posta de parte a concepção qualitativa da natureza, impôs-se esta nova concepção. Abel Rey, inaugurando a Semana do *Centre International de Synthèse,* em 1933, consagrada ao tema *Science et Loi,* definiu claramente:

---

(23) "Las Matemáticas no son representación ni descripción de realidades, sino, diremos, medios de hacer presa sobre las realidades; medios, por una parte, de servirse de realidades y por otra, de preverlas y de descobrirlas." Cf. FERREIRA, *T.*, 15. Veja-se, por exemplo, dentro das pesquisas científicas, o caso da Biometria. Observa o Prof. Peregrino Júnior: "Um autor alemão, aliás, Johannsen, colocou o problema das relações entre a *Biometria* e a *Matemática,* nos seus justos têrmos, quando afirmou que os estudos de *Biometria* devem ser feitos *com* Matemática e não *como* Matemática: "Mit Mathematik nicht als Mathematik". Assim entendendo e assim fazendo, tiraremos, sem dúvida, o maior proveito da Matemática, sem nos escravisarmos, completamente, à sua tirania". Cf. PEREGRINO JÚNIOR, *Biometria,* in *Form,* n.º 46, 1942, pág. 51. Alude o Prof. Peregrino Júnior a uma certa *tirania* da Matemática. A Matemática, como afirmou Cantor (MORITZ, 12) tem por essência a liberdade. A expressão do Prof. Peregrino Júnior não passa, portanto, de uma fórmula puramente literária.

> A lei é uma relação matemática. Ela incide, não sôbre a natureza das coisas, mas sôbre um emaranhado de sinais, de índices e de símbolos que indicam as transformações e a evolução das coisas [24].

Tendo Afonso, o Sábio, rei de Castela (conta-nos Émile Picard), ordenado aos astrônomos árabes que construíssem tábuas dos movimentos planetários achou-as bastante complicadas, e exclamou, em tom de ironia:

> Se Deus, antes de criar o mundo, tivesse me consultado, teria feito bem melhor as coisas.

"Não endossamos — acrescentou Picard — a blasfêmia do rei de Castela, e repetiremos, mais modestamente, a frase que o grande matemático Galois, algumas horas antes de sua morte prematura, escrevera numa espécie de testamento:

> A Ciência é obra do espírito humano, que é antes destinado a estudar do que a conhecer, a procurar a Verdade, do que a achá-la.
>
> A finalidade única da Ciência é honrar o espírito humano e, dentro dêsse princípio, uma simples questão da teoria dos números vale tanto quanto uma nova concepção do sistema do mundo.

O homem de Ciência não aspira diretamente, como o prático, realizar o ideal de explorar a natureza e dominar a Vida: procura, porém, conceber, compreender o real dentro dos aspectos que a experiência permite alcançar. Preocupa-se mais com a clareza e generalidade de uma fórmula do que com o lucro que pode obter com as suas descobertas.

Censurado "por divertir-se, em demasia, com a Matemática pura", replicou Jacobi que um homem de ciência, do valor de Fourier (e fôra Fourier o autor da censura) devia saber que "o fim primordial da Matemática é atingir a maior glória da inteligência humana".

---

(24) Cf. CHARMET, *M.* Referia-se Voltaire, com sua impiedosa ironia, aos matemáticos: "... e êles (os matemáticos) conhecem a arte de numerar e medir com precisão coisas das quais nem a existência chegam a conceber". Veja: DATZING, *R.*, 113. Aludia Voltaire aos infinitamente pequenos. O autor de *Cândido* ignorava as noções mais elementares de Matemática.

CAPÍTULO III

A MATEMÁTICA E A VIDA

> O que torna difícil o ensino da Matemática é o inalterável hábito latino de começar sempre pelo abstrato, sem passar pelo concreto.
>
> LE BON, in VIANA, *E.*, 9.

1 — A MATEMÁTICA E A VIDA CORRENTE

O naturalista Darwin — numa idade em que a experiência da vida pode consolidar os ensinamentos dos livros — não ocultava o grande desgôsto de não se ter aprofundado nos estudos da Matemática — "porque, dizia, os homens que conhecem o cálculo parecem possuir um sentido complementar" (1).

Exaltando o valor da Matemática, observou o ilustre Prof. Leopoldo do Amaral, autor de vários trabalhos de longo fôlego:

> Um homem só merece o título de cientista, quando procura descobrir a Verdade através de uma experiência ou com auxílio de uma fórmula matemática (2).

Descartes, filósofo francês, ainda é mais concludente no seu elogio à Ciência dos Números:

---

(1) DARWIN (Charles Robert) — Naturalista inglês de renome mundial (1809-1882). Durante muitos anos foi Darwin discutido e mal interpretado, porém, sua honestidade, como homem público e como cientista, colocaram-no entre os vultos exemplares. O pensamento citado encontra-se em LAISANT, *M.*, 23.

(2) LEOPOLDO AFRÂNIO BASTOS DO AMARAL — Matemático brasileiro, catedrático da Escola Politécnica da Bahia. Escreveu: *Contribuição ao Estudo dos Pontos Singulares das Curvas Planas; Geração e Classificação das Superfícies; Pressão Hidro-estática dos Líquidos sôbre Superfícies Planas; Em Tôrno da Quadratura do Círculo;* etc.

> A Matemática tem invenções muito sutis e que podem servir grandemente, tanto para contentar os curiosos, como para facilitar tôdas as artes e diminuir o trabalho dos homens [3].

"Uma vez que podemos medir e exprimir numèricamente determinado objeto — assegura o sábio e sentencioso Lord Kelvin — alguma coisa conhecemos em relação a êle. Mas se não nos é possível medi-lo, ressalta que os nossos conhecimentos sôbre o referido objeto são precários e pouco satisfatórios" [4].

Léon Brunschvicg, meticuloso filósofo e historiador francês, formulou esta afirmação categórica:

> Está averiguado que conhecer é medir [5].

De extremo laconismo, porém, muito expressiva, é a sentença de Kepler, na afirmação de que o conceito de medida domina todos os campos da ciência humana:

> Medir é saber! [6].

"Nenhuma investigação humana — concluiu o genial Leonardo da Vinci — deve chamar-se verdadeiramente Ciên-

---

(3) DESCARTES (René) — Filósofo, físico e matemático francês (1596-1650). Tornou-se famosa a sua obra *Discurso sôbre o Método*. A frase citada figura no livro de REBIÈRE, *M.*, 12. Eis como se exprimiu Bergson, filósofo francês (1859-1941), em relação a Descartes: "Descartes foi o gênio da especulação. Coube-lhe a tarefa de renovar o pensamento humano. Acima de tudo criou uma atitude de espírito que se devia impor, tanto à Filosofia, como à Ciência: uma reabilitação altiva, quase orgulhosa, do pensamento em face da tradição, uma inflexível vontade de independência e confiança ilimitada no poder da inteligência".

(4) LORD KELVIN — Físico escocês (1824-1907). Apontado como o maior escocês, depois de Carlyle. A frase citada, o leitor encontrará, em destaque, no livro BOYER, *M.*, 1. A sentença de Lord Kelvin seria: "Todo conhecimento que não pode ser expresso por números é de qualidade pobre e insatisfatória". Cf. BLACKWOOD, *F.*, 3.

(5) LÉON BRUNSCHVICG — Físico francês (1860-1934). Deixou uma obra notável e de alto interêsse para os professôres: *As Etapas da Filosofia Matemática*. Para a frase citada, Cf. BROGLIE, *F.*, 71.

(6) KEPLER (John) — Astrônomo alemão (1571-1630). Um dos fundadores da Astronomia Moderna. Para o aforismo citado, Cf. REBIÈRE, *M.*, 158. Observação curiosa de Ernest Von Aster, filósofo alemão da atualidade: "O cálculo é ou deve ser o método científico sem frases". Cf. ASTER, *H.*, 161.

cia, se não passar pelo cadinho das demonstrações matemáticas" (7).

"Nas ciências de experimentação — observou Claude Bernard — a medida dos fenômenos é ponto fundamental, porquanto é pela determinação quantitativa de um efeito relativamente à uma causa dada que a lei dêsses fenômenos pode ser estabelecida" (8).

E, ao focalizar a importância da Matemática, escreveu Lacroix:

> O gôsto pela exatidão, a impossibilidade de se contentar a si próprio com vagas noções ou de tomar por base meras hipóteses, a necessidade da percepção clara da ligação entre certas proposições e o objetivo em vista — tais são, a meu ver, os mais preciosos frutos do estudo da Matemática (9).

"A Matemática — assevera Paul Dirac — constitui o instrumento que convém, especialmente para tratar as noções abstratas de tôda natureza e, neste domínio, o seu poder não tem limites. É, por isso, que um livro sôbre Física Moderna, se não é puramente a descrição de trabalhos de experiências deve ser essencialmente matemático" (10).

---

(7) Leonardo da Vinci — Famosíssimo artista italiano, da época florentina (1452-1519). A frase de Da Vinci o leitor encontrará em Michel, *P.*, 45.

(8) Apud Peregrino Júnior, no artigo "Biometria", in *Form*, n.º 46, 1942, pág. 44. Acrescenta, no citado artigo, o Prof. Peregrino Júnior: "Se é exato, como notou Martinet, que a noção de medida domina a evolução de tôda a ciência humana, fácil será compreender a importância e a significação da avaliação quantitativa dos fatos de ordem biológica. A preocupação de medida orienta e domina tôdas as ciências.

E um físico inglês, Lord Rutherford, numa sentença guindada às alturas de uma tese irrefutável, afirmou: "Enquanto não há medida, não há ciência".

Tôdas as ciências têm caminhado na sua natural evolução, das noções meramente qualitativas para as noções quantitativas. Passar da simples observação de um fenômeno trivial à medida de um ou vários de seus atributos, isto é, da noção qualitativa para a noção quantitativa — eis a marcha de tôda a evolução científica".

(9) Lacroix (Sylvestre François) — Geômetra francês (1760-1843). Destacou-se, principalmente, pela precocidade que revelou para os estudos e pesquisas nos domínios da Matemática. Aos 17 anos já era professor catedrático em Rochefort, e aos 22 ocupava a cátedra na Escola Politécnica de Paris. Cf. Rebière, *M.*, 165.

(10) In *G. M.*, jan., 1943, n.º 3, pág. 8.

2 — A INFLUÊNCIA DOS NÚMEROS

"Tôda a nossa vida moderna — assegura Paul Montel, razoando com extrema segurança — está como que impregnada de Matemática. Interfere, essa Ciência, nos atos cotidianos e nas construções dos homens; não só as nossas atividades artísticas como, também, nossa vida moral sofrem benéfica influência da Ciência dos Números. Os próprios animais a ela se submetem, e o seu instinto, desenvolvido pelo lento trabalho da hereditariedade, leva-os a descoberta de leis matemáticas que só ao homem foi dado formular e que parecem existir nos irracionais como que ligados obscuramente à forma de sua consciência.

A Matemática aparece, a cada instante, na vida corrente para as necessidades comuns à quase totalidade dos homens, mas, muitas vêzes, cada um dêles tem, além disso, uma ferramenta a empregar, uma máquina a utilizar, um aparelho a pôr em marcha, sem falar dos especialistas construtores, arquitetos, engenheiros, marinheiros, etc., para os quais o uso profissional da Matemática tem um caráter permanente; aqui é uma direção a definir, logo depois um diâmetro a medir ou uma velocidade a avaliar, ou uma casa a construir — obra que exige um projeto, um corte, um levantamento. A Matemática intervém mesmo para apaziguar a dor humana; o médico emprega-a no cálculo das dosagens, o bacteriologista na contagem dos micróbios e o cirurgião na forma de suas intervenções e na disposição dos pensos.

Tôdas essas operações, aritméticas ou geométricas, que o homem efetua como jogueteando, necessitaram séculos para que a humanidade conseguisse precisá-las, isolá-las, estabelecer as suas técnicas. Pode-se apreciar o caminho percorrido, observando a maneira de contar dos povos primitivos; êles recorrem a uma mímica que utiliza os dedos das mãos e dos pés ou, então, aplicam sucessivamente os objetos a contar sôbre as diferentes partes do corpo; reconhece-se neste último processo o esbôço da noção de correspondência tão fértil na Matemática moderna.

Os primitivos não vão muito longe na sua maneira de contar; de resto, os grandes números só aparecem lentamente; a palavra milhão, é do século XV; bilhão, do século XVI, e isto numa Europa Ocidental já bastante avançada" [11].

3 — A MATEMÁTICA E A VIDA SOCIAL

Preocupado em ressaltar a importância do Cálculo das Probabilidades, na vida corrente, escreveu, ainda, Paul Montel, firmado na possante envergadura de seu espírito:

> Outro caminho, pelo qual a Matemática se introduz na vida dos indivíduos e dos povos é o Cálculo das Probabilidades. Um grande número das nossas decisões diz respeito a acontecimentos dos quais, a nossos olhos, certos elementos de incerteza estão submetidos às leis do Acaso. Estas decisões são guiadas, e muitas vêzes determinadas, pela noção de probabilidade, algumas vêzes sob uma forma imprecisa ou apenas consciente.
>
> É, também, o Cálculo das Probabilidades que regula diversas medidas de ordem coletiva em relação à vida econômica e social; orienta a vida de instituições como bancos ou companhias de seguros de vida, seguro contra a doença, contra a invalidez, contra o incêndio, contra a saraiva, ou contra o roubo; intervém nos dispositivos de certos aparelhos como o telefone, o rádio, etc.
>
> Pela Estatística, elucidam os matemáticos outras questões de ordem financeira, econômica ou social. A Matemática aplica-se, também, à Higiene Social, à educação das crianças, à Psicologia, etc. [12]

---

(11) MONTEL, *M.*, in *G. M.*, jan., 1943, n.º 13, pág. 19.

(12) Cf. MONTEL, *M.* Em lamentável equívoco incidiu o famoso Sergey Voronoff, ao afirmar que os matemáticos (que êle, talvez, por ironia, considera os homens mais felizes do mundo) só se preocupam com os números abstratos no mundo de imaginação em que vivem. O biologista russo, numa exibição ridícula de sentimentos pessoais, demonstrou que desconhece a Matemática e que ignora, por completo, a obra hipergrandiosa que os matemáticos realizam continuadamente em todos os setores da vida. Cf. VORONOFF, *C.*, 71. Nesse livro destaca-se o capítulo "O problema criador dos matemáticos", no qual repontam vários erros e disparates.

4 — O VALOR DA MATEMÁTICA NOS ASSUNTOS HUMANOS

No livro *História da Ciência* (pág. 330), de Sedgwick, há um trecho que merece ser destacado. O leitor, analisando êsse trecho, poderá sentir como os cientistas apreciam e carrilhonam o valor da Matemática nos assuntos humanos:

> No século XVIII, era a Matemática considerada por muitos sábios como ideal, cujos métodos exatos e completos, deviam ser fielmente seguidos por outros ramos de conhecimento menos desenvolvidos. Dêsse modo, a versão popular da Mecânica Celeste, de Laplace, por êle mesmo apresentada, foi recebida com avidez, e o próprio Voltaire se encarregou de defender a Filosofia newtoniana. A Lógica e a própria Moral foram atraídas para o séquito da Matemática. Para Maupertius, o bem é uma quantidade positiva e o mal, uma quantidade negativa. As alegrias e os desgostos compõem a vida humana de acôrdo com as leis da adição algébrica e compete aos estadistas fazer com que o saldo positivo seja tão grande quanto possível. O Genial Buffon ajunta à sua *História Natural* um suplemento relativo à *Aritmética Moral*. A Matemática aspira ao papel dirigente, tanto na ciência natural como nos assuntos humanos [13].

François Coyeteux, filósofo e analista francês, do século XIX, em sua obra *Exposé des Vrais Principes des Mathématiques,* diz que o estudo da Matemática é tão útil à vida prática, como indispensável para impulsionar e fortalecer os espíritos, desenvolvendo a razão, alta faculdade do ser humano.

Por isso mesmo o seu ensino deve ser feito continuadamente de modo a torná-lo ao alcance da mocidade dinâmica dos nossos dias [14].

---

(13) Cf. SEDGWICK, *H.,* 330.

(14) Cf. WALFREDO REIS, no artigo *S.,* in *Form,* 1941, n.º 37, pág. 82.

5 — A MATEMÁTICA, FATOR DA EDUCAÇÃO

— É incontestável, no campo educacional o valor da Matemática — assevera o Prof. Manoel Jairo Bezerra.

E acrescenta:

> Quer a examinemos do ponto de vista filosófico ou científico, do ponto de vista estético ou religioso; quer a vejamos como ciência pura ou aplicada; quer a consideremos como sendo um valor para a disciplina mental, como um valor utilitário na vida prática, dela decorre, como dizia Byron — "The power of thought, the magic of the mind" (o poder do pensamento, a mágica do espírito).
>
> Seu valor filosófico é inegável, pois desde os primórdios de civilização o pensamento matemático se vem desenvolvendo, contornando a evolução das civilizações, porém, fiel à lei comtista da "constância da verdade".
>
> Como ciência pura, é indiscutível o seu valor, pois constitui a Matemática a base do progresso científico.
>
> Para justificar o valor da Matemática, como ciência aplicada, basta citar as palavras de Kant: "Uma ciência só é exata até ao ponto em que ela aplica a Matemática" (15).
>
> Seu valor na vida prática ninguém poderá negar.
>
> Em nossos dias, simples fórmulas algébricas são encontradas em livros de Mecânica Popular ou de Motores, nos artigos diários sôbre rádio ou Astronomia, nos manuais sôbre planadores para adolescentes, ou em centenas de artigos das enciclopédias populares. Isto para não citar o emprêgo diário da Aritmética Elementar.
>
> Como fontes de verdades eternas, ou de treino mental, ou ainda do ponto de vista estético ou religioso, encontramos bem formuladas justificativas em um trabalho do Prof. David Eugene Smith, registrado nos livros do "National Council of Teachers of Mathematics".
>
> Todos êsses valores, porém, convergem para um mesmo ponto, todos êles visam à educação. Podemos, então, dizer que o valor educativo da Matemática é maravilhoso (16).

---

(15) A frase, atribuída a Kant, é também apresentada sob a seguinte forma: "O estudo da Natureza só tem de ciência aquilo que tiver de Matemática". Cf. EYRALAR, *M.*, 9. (Nota de M. T.).

(16) Cf. BEZERRA, *D.*, 13. Trilhando o mesmo caminho, o Prof. Carneiro Ribeiro transcreve Obdulia Durán: "O conhecimento é tão-sòmente um princípio de possibilidade do bem, nunca o próprio bem. O talento puro e

6 — O ENSINO DA MATEMÁTICA E A MORAL

Não poucas pessoas ficarão certamente surpreendidas com a simples afirmação de que existe uma profunda relação entre a Matemática e a Moral.

Aquêles que vivem alheios aos progressos que, nos últimos anos, têm remodelado o grande edifício da Metodologia da Matemática, indagarão, com verdadeiro e indisfarçável espanto:

— Será possível que exista uma relação entre a complicada Ciência dos Números e a Moral? Onde, e de que maneira a inflexibilidade dos conceitos matemáticos, com seus teoremas e postulados, poderá interessar à educação moral dos jovens?

Procuremos esclarecer as dúvidas e destruir preconceitos que só podem encontrar justificativa à sombra da Rotina e do Êrro.

O ensino da Matemática pode contribuir de maneira notável e eficiente para a educação moral dos estudantes.

O matemático francês Decerf — numa conferência proferida em Paris, em 1937 — ao assinalar as múltiplas relações entre a Matemática e a Moral, aventurou que essas relações não se referem à Moral teórica, mas sim à Moral prática. E Decerf, com um traço alegre de singeleza e bonomia, acrescentou: "A essa velha Moral que o catecismo ensina" (17).

Em muitos de seus capítulos exige a Matemática uma certa parcela de esfôrço e aplicação continuada e firme.

E êsse esfôrço (aconselha Decerf) deve ser feito com o espírito inteiramente desligado de qualquer idéia de interêsse. Não pode o estudante perceber, desde logo, a utili-

---

simples, o talento não apoiado sòlidamente na virtude é, como salienta Sócrates, um verdadeiro perigo social, uma permanente ameaça à vida". Citação do Prof. Carneiro Ribeiro, in Rib., *P.*, 97.

(17) Cf. Decerf, *R.*, 16 e 17.

dade daquele estudo do qual não resulta outra recompensa senão a satisfação de ter cumprido com o dever.

Cabe, mesmo, ao professor, chamar a atenção do aluno para essa face importante de sua aplicação ao estudo.

Ao desenvolver certa demonstração ou ao enfrentar um problema sente-se o aluno em dificuldade. Que fazer? Desistir? Nunca, adverte logo o professor. E o mestre insiste, procura esclarecer o jovem, repete, com outras palavras, o raciocínio feito; obriga o estudante a definir com precisão os têrmos e os conceitos empregados. "Vamos — aconselha, com tranqüila segurança — recomecemos a demonstração. Nada de fraquezas e desânimos. Você aprenderá tudo fàcilmente."

Fortalecido pelas palavras do mestre, o estudante retoma o fio de suas considerações e leva até o fim o raciocínio, com método e clareza, completando a demonstração que lhe parecera difícil.

Eis, aí, como bem assinalou Dercef, outra face importante da educação moral que a Matemática pôs em relêvo: *a energia.*

Enfrentemos, sem desânimos, os tropeços e as dificuldades que se nos deparam.

Assinalemos, neste ponto, o que aconselha a Prof.ª Maria Junqueira Schmidt, uma das nossas mais esclarecidas orientadoras educacionais:

> Se o menino é tímido, cumpre encorajá-lo para que inicie um trabalho, certo de levá-lo a bom fim: "Experimente!" Outros conseguiram, por que não há você de conseguir? Se não acertar da primeira vez, não faz mal. O único homem que não comete erros — dizia Roosevelt — é aquêle que nunca faz algo de significativo (18).

Encaremos, pois, com energia, os problemas sérios da vida. O estudante — bem orientado — encontrará na Matemática uma fonte inesgotável de estímulo para o trabalho.

---

(18) Cf. Schmidt, *E.*, 37.

7 — OS NÚMEROS E A VIDA

Já dissemos que o número persegue o homem em todos os instantes da vida. O número parece surgir e envolver-nos com o ar que respiramos, ou a luz que nos ilumina. Não é possível à criatura humana libertar-se dos grilhões da Aritmética. O famoso pensamento platônico "Deus geometrizou a Terra e o Céu" — foi parodiado pelo matemático alemão Karl Gustav Jacobi (1804-1851) em têrmos bem expressivos: "Deus aritmetizou a Terra e o Céu" [19].

Com efeito. Qualquer acontecimento, por mais simples que seja, está forçosamente vinculado a um sem-número de números, muitos dos quais devemos reter, transformar, diminuir, ampliar, aferir, coordenar, dispor, combinar. Os nomes dos reis e dos papas estão acorrentados a números; há números que recordam acontecimentos gloriosos; trazem outros, à nossa memória, fatos que desejaríamos esquecer. O número 93, por exemplo, para a França, é trágico; quem fala em 93 vê logo ao lado dêsse número, a sombra sinistra da guilhotina. O número 77, para o nosso esforçado e incansável nordestino, evoca, no mesmo instante, o drama da grande sêca; a simples citação de 1755, faz surgir, na imaginação do bom português, a grande catástrofe que abalou o mundo: o terremoto de Lisboa.

Quer o homem queira quer não, a Aritmética é uma ciência que envolve a vida. Essa verdade foi reconhecida pelo matemático alemão Carl Gauss (1777-1851), quando escreveu: "A Matemática é a rainha das Ciências: a Aritmética é a rainha da Matemática" [20].

8 — MISTICISMO NUMÉRICO

Exerciam os números, sôbre os matemáticos da Antigüidade, uma espécie de fascinação que ultrapassava os limites

(19) Veja in *I. R. M.*, abril, 1948, pág. 61, a frase: "Os números governam o mundo", que é atribuída a Platão.
(20) In *I. R. M.*, abril, 1948, pág. 61.

do próprio conhecimento. Os pitagóricos, por exemplo, viviam acorrentados aos números e atribuíam aos números poderes sobrenaturais ditados por um misticismo que a ciência jamais poderia justificar [21].

A mística dos números, apesar dos grandes embates da Ciência, subsiste ainda, não só entre as camadas populares, como entre pessoas cultas da mais alta e fina sociedade. Para alguns o número *treze* deve ser evitado por ser número fatídico, de mau agouro; muitas pessoas revelam decidida simpatia pelos números terminados em *sete*. Leão Tolstoi, escritor russo, considerava-se perseguido pelo número 28; afirmava Napoleão III que só o número 17 marcava o ritmo de sua vida [22].

Apontam os numeralogistas uma infinidade de crendices relacionadas com os números.

E, na verdade, jamais poderá o espírito humano considerar-se isento das influências místicas dos números, uma vez que o *Número* acompanha o homem em todos os momentos de sua vida. Os nossos planos, os nossos ideais, as nossas preocupações estão fatalmente ligados a números, contas, cálculos e a transformações. Mesmo depois de morto continua o homem a ser perseguido pelo número. Augusto dos Anjos, poeta paraibano, chegou à extrema fantasia de atribuir à Morte o singular apelido de "Pitágoras da última Aritmética" [23].

9 — NÚMEROS E MISTÉRIOS

Em sua *História da Filosofia*, o Padre Leonel Franca, S. J., aborda o problema do complicado simbolismo numérico na Antigüidade.

---

(21) O idealismo pitagórico é apreciado, em rápida síntese, pelo Prof. Alcântara Nogueira: "O pitagorismo, pelas suas idéias e pela atitude que teve durante o período em que se formou e desenvolveu, é uma fonte de idealismo na qual se misturam, desordenada e confusamente, sentimentos religiosos, filosóficos e políticos". Cf. NOGUEIRA, *I.*, 103.

(22) Cf. KRUMM, *B.*, 31. Sôbre o misticismo numérico seria interessante ler: SOUZA, *F.*

(23) Cf. ANJOS, *Eu.*, 212.

Eis uma passagem bastante expressiva, colhida na obra do Padre Franca, S. J.:

> Segundo a escola itálica, o número é o fundamento de tudo, é o princípio essencial de que são compostas tôdas as coisas. Deus é a grande Unidade, a grande Monada, o número perfeito do qual emanam todos os outros sêres do mundo na grandiosa harmonia matemática. Não sabemos ao certo que significação atribuíram os pitagóricos à palavra "número". Impressionados pela ordem do Universo, talvez quisessem simbolizar, apenas, com êste têrmo, a regularidade e constância dos fenômenos naturais. Se assim fôsse — mas não temos provas para afirmá-lo contra Aristóteles que interpreta o Têrmo no sentido óbvio — houvera sido esta uma intuição genial da possibilidade, hoje, em grande parte realizada, de exprimir por fórmulas numéricas as leis físicas que presidem aos fenômenos do Cosmos.
>
> Os corpos formados por números, como êstes, de par e ímpar ou de finito e infinito. Os números pares, por se poderem sempre dividir, são, de certo modo, infinitos; os ímpares que se opõem a esta divisão, finitos (24).

Os números, para os antigos filósofos e matemáticos, apareciam enredados em complicada teia de mistérios. Tinham (até para os eruditos) significações especiais. Ouçamos a palavra, sempre respeitável, do Padre Antônio Vieira:

> Santo Agostinho, como tão grande mestre, no livro segundo *De Doutrina Cristiana,* ensina que muitos mistérios estão encerrados na Sagrada Escritura, e se não entendem por ignorância do que significam os números (25).

10 — COM PEDACINHOS DE PALHA

Muitas vêzes, ao terminar a exposição de novo capítulo teórico, é o professor comumente surpreendido com a velha e arrasadora pergunta:

---

(24) Cf. FRANCA, *F.*, 27.

(25) Cf. VIEIRA, *S.*, 24, 224. Cf. M. S., *H.*, 13. O Padre Vieira considerava Santo Agostinho como o maior doutor entre os santos e maior santo entre os doutôres. Observa Dom Helder Câmara: "Santo Agostinho foi mais sereno do que São Jerônimo, diante da derrocada do mundo romano". In *Form*, n.º 46, 1942, pág. 13.

— Qual é a utilidade dessa teoria? Para que serve, afinal, tudo isso?

Essas perguntas são, por vêzes, formuladas pelos alunos mais talentosos da turma.

Nesse ponto o professor poderá recordar um fato histórico que calará fundo no espírito dos alunos:

— Houve, antigamente, na Grécia, um menino que se interessou vivamente por um fenômeno estranho, singular. Consistia na atração que uma barra de âmbar (que fôra prèviamente atritada) exercia sôbre pedacinhos de palha. Passava o jovem longas horas observando o fenômeno para ver se dali poderia descobrir alguma coisa.

— Está perdendo o seu tempo! — achincalhava um.

— E isso não adianta — zombava outro.

— Que utilidade pode tirar dêsse *brinquedo*? — indagava, com anavalhante ironia, um terceiro.

As palavras dos impertinentes utilitaristas não abalavam o ânimo do pequeno idealista que continuou a estudar e a observar os estranhos movimentos que a barra imprimia aos pedacinhos de palha.

Pois bem: êsse menino curioso, várias vêzes repreendido por estar observando os fenômenos da atração — chamava-se Aristóteles — e foi um dos grandes gênios da humanidade. Os fenômenos que êle observava — o tal brinquedinho com palha — eram manifestações da eletricidade. Quem poderá negar hoje a utilidade das fôrças elétricas? (26)

Os números, as equações e as figuras são, afinal, os pedacinhos de palha com que se divertem os Aristóteles da Matemática.

---

(26) É difícil aquilatar em sua justa medida o valor de Aristóteles. A influência intelectual por êle até hoje exercida sôbre o pensamento humano é à qual não se pode comparar a de nenhum outro homem, dá-nos, porém, uma idéia da envergadura de seu gênio excepcional. Criador da Lógica, autor do primeiro tratado de Psicologia Científica, primeiro escritor da História da Filosofia, patriarca das ciências naturais, metafísico, moralista, político, êle é o verdadeiro fundador da Ciência Moderna e "ainda hoje está presente com a sua linguagem científica não sòmente às nossas cogitações, senão também à expressão dos sentimentos e das idéias na vida comum e habitual". Cf. FRANCA, *F.*, 52. Sôbre o caso de Aristóteles e o seu brinquedo com pedacinhos de palha veja: DECERF, *R.*, 17.

CAPÍTULO IV

ORIGEM DA PALAVRA MATEMÁTICA

> Todo e qualquer professor deve conhecer as fontes originais de sua disciplina.
>
> HIGHET, *A.*, 102.

1 — A PALAVRA MATEMÁTICA

Segundo o erudito Padre Leonel Franca, S. J., a palavra *Matemática* é de origem aristotélica. Com efeito. O famoso estagirita dava aos filósofos, pitagóricos e eleatas, a denominação de "matemáticos". Êsses filósofos eram assim chamados porque, ao contrário dos jônios e dos atomistas, partiam de conhecimentos *a priori* e menosprezavam a experiência. Não resta, portanto, a menor dúvida que, para Aristóteles, os *matemáticos* eram, mais ou menos, idealistas (1).

A palavra *Matemática,* que se originou do grego, *mathematikè,* designava, na Grécia Antiga, o conjunto de conhecimentos então coordenados, depois a Astrologia e, finalmente, a ciência dos números, das formas, das relações, das grandezas e dos movimentos (2).

---

(1) Em livro recente (é de 1956) o tomista francês Henry Dumery, formula esta pergunta e debate êste tema um tanto paradoxal: "Aristóteles teria sido aristotélico?" Em Leonel Franca, S. J., lê-se: "Com relação ao método procedem uns (jônios e tomistas) *a posteriori;* buscando na experiência um apoio às suas teorias. São empiristas; Aristóteles chamava-os *fisiólogos* ou naturalistas. Outros (pitagóricos e eleatas) mais abstratos partem de princípios *a priori* e menosprezam a experiência. São mais ou menos idealistas, *Matemáticos,* apelida-os Aristóteles. Cf. FRANCA, *M.*, 35.

(2) Cf. NASCENTES, *D.* Não desconheceu Aristóteles (384-321 a. C.) a importância do papel da Matemática: o que fêz foi não praticar a Matemática como método do conhecimento especulativo, rejeitando sua intervenção nos problemas da Filosofia Primeira. Essa atitude tornou-o hostil aos atomistas e separou-o, em pontos fundamentais, do atomismo. Entretanto, muitos têrmos de sua Lógica pertencem ao vocabulário matemático e, sua própria Lógica, segundo Tricot, é uma propedêutica à teoria do *Silogismo.* Cf. SOARES, *D.*, 112.

Será de interêsse para o leitor incluir, aqui, na íntegra, o verbete antiquado, mas erudito, que se encontra em Larousse:

> Matemática — Do latim *mathematicus*, que, por sua vez, originou-se do grego *mathematikos*; de *Mathema, Mathesi*, instrução ciência, isto é, a ciência por excelência; de *mathô, mathanô*, compreender, aprender. Curtius relaciona *mathô, mathanô*, com a raiz *man* do sânscrito — *man*, pensar, lembrar-se, com um *th* agregado, como ocorre em muitos outros exemplos. Pictet acredita que o grego *math*, de *mathô, mathanô*, filia-se exatamente à raiz sânscrita *math*, medir, e que, portanto, *Mathema* e *mathesi* se aplicam à ciência do número e da medida. Convém assinalar que o sentido de *pensar, refletir*, aparece em geral, ligado à idéia de medir, como se observa na maior parte das línguas alianas (3).

Há uma observação feita com muito chiste, pelo matemático americano R. W. Anderson, em seus comentários ao período pré-histórico da Matemática. "Essa ciência (diz Anderson) é uma das mais antigas e, talvez, mesmo, a mais antiga. Ela é tão velha que o seu nome não significa *contar* e *medir*, mas simplesmente *aprender*, pois os gregos empregavam a palavra *mathanô* com o sentido exato de aprender" (4).

2 — O MATEMÁTICO NA ANTIGÜIDADE

E a quem concediam, então, os antigos a denominação de *matemático*?

Em latim, segundo podemos inferir de escritos dos primeiros séculos de nossa era, aplicava-se aos astrólogos e adivinhos a designação genérica de *matemáticos*.

---

(3) Larousse, Paris, 1878, tomo II, pág. 1331. No trecho são citados: Georg Curtius, filólogo alemão (1820-1885) e Adolf Pictet, lingüista suíço (1799-1875). Os pitagóricos distinguiam quatro *mathemas*: Aritmética, Música, Geometria e Esférica. Cf. Paul Tannery, historiador francês (1932-1904), art. da *Enciclopédia Francesa*.

(4) Cf. ANDERSON, *D.*, 1.

do próprio conhecimento. Os pitagóricos, por exemplo, viviam acorrentados aos números e atribuíam aos números poderes sobrenaturais ditados por um misticismo que a ciência jamais poderia justificar [21].

A mística dos números, apesar dos grandes embates da Ciência, subsiste ainda, não só entre as camadas populares, como entre pessoas cultas da mais alta e fina sociedade. Para alguns o número *treze* deve ser evitado por ser número fatídico, de mau agouro; muitas pessoas revelam decidida simpatia pelos números terminados em *sete*. Leão Tolstoi, escritor russo, considerava-se perseguido pelo número 28; afirmava Napoleão III que só o número 17 marcava o ritmo de sua vida [22].

Apontam os numeralogistas uma infinidade de crendices relacionadas com os números.

E, na verdade, jamais poderá o espírito humano considerar-se isento das influências místicas dos números, uma vez que o *Número* acompanha o homem em todos os momentos de sua vida. Os nossos planos, os nossos ideais, as nossas preocupações estão fatalmente ligados a números, contas, cálculos e a transformações. Mesmo depois de morto continua o homem a ser perseguido pelo número. Augusto dos Anjos, poeta paraibano, chegou à extrema fantasia de atribuir à Morte o singular apelido de "Pitágoras da última Aritmética" [23].

9 — NÚMEROS E MISTÉRIOS

Em sua *História da Filosofia*, o Padre Leonel Franca, S. J., aborda o problema do complicado simbolismo numérico na Antigüidade.

---

(21) O idealismo pitagórico é apreciado, em rápida síntese, pelo Prof. Alcântara Nogueira: "O pitagorismo, pelas suas idéias e pela atitude que teve durante o período em que se formou e desenvolveu, é uma fonte de idealismo na qual se misturam, desordenada e confusamente, sentimentos religiosos, filosóficos e políticos". Cf. NOGUEIRA, *I.*, 103.

(22) Cf. KRUMM, *B.*, 31. Sôbre o misticismo numérico seria interessante ler: SOUZA, *F.*

(23) Cf. ANJOS, *Eu.*, 212.

Eis uma passagem bastante expressiva, colhida na obra do Padre Franca, S. J.:

> Segundo a escola itálica, o número é o fundamento de tudo, é o princípio essencial de que são compostas tôdas as coisas. Deus é a grande Unidade, a grande Monada, o número perfeito do qual emanam todos os outros sêres do mundo na grandiosa harmonia matemática. Não sabemos ao certo que significação atribuíram os pitagóricos à palavra "número". Impressionados pela ordem do Universo, talvez quisessem simbolizar, apenas, com êste têrmo, a regularidade e constância dos fenômenos naturais. Se assim fôsse — mas não temos provas para afirmá-lo contra Aristóteles que interpreta o Têrmo no sentido óbvio — houvera sido esta uma intuição genial da possibilidade, hoje, em grande parte realizada, de exprimir por fórmulas numéricas as leis físicas que presidem aos fenômenos do Cosmos.
>
> Os corpos formados por números, como êstes, de par e ímpar ou de finito e infinito. Os números pares, por se poderem sempre dividir, são, de certo modo, infinitos; os ímpares que se opõem a esta divisão, finitos (24).

Os números, para os antigos filósofos e matemáticos, apareciam enredados em complicada teia de mistérios. Tinham (até para os eruditos) significações especiais. Ouçamos a palavra, sempre respeitável, do Padre Antônio Vieira:

> Santo Agostinho, como tão grande mestre, no livro segundo *De Doutrina Cristiana,* ensina que muitos mistérios estão encerrados na Sagrada Escritura, e se não entendem por ignorância do que significam os números (25).

10 — COM PEDACINHOS DE PALHA

Muitas vêzes, ao terminar a exposição de novo capítulo teórico, é o professor comumente surpreendido com a velha e arrasadora pergunta:

---

(24) Cf. FRANCA, *F.,* 27.

(25) Cf. VIEIRA, *S.,* 24, 224. Cf. M. S., *H.,* 13. O Padre Vieira considerava Santo Agostinho como o maior doutor entre os santos e maior santo entre os doutôres. Observa Dom Helder Câmara: "Santo Agostinho foi mais sereno do que São Jerônimo, diante da derrocada do mundo romano". In *Form,* n.º 46, 1942, pág. 13.

— Qual é a utilidade dessa teoria? Para que serve, afinal, tudo isso?

Essas perguntas são, por vêzes, formuladas pelos alunos mais talentosos da turma.

Nesse ponto o professor poderá recordar um fato histórico que calará fundo no espírito dos alunos:

— Houve, antigamente, na Grécia, um menino que se interessou vivamente por um fenômeno estranho, singular. Consistia na atração que uma barra de âmbar (que fôra prèviamente atritada) exercia sôbre pedacinhos de palha. Passava o jovem longas horas observando o fenômeno para ver se dali poderia descobrir alguma coisa.

— Está perdendo o seu tempo! — achincalhava um.

— E isso não adianta — zombava outro.

— Que utilidade pode tirar dêsse *brinquedo?* — indagava, com anavalhante ironia, um terceiro.

As palavras dos impertinentes utilitaristas não abalavam o ânimo do pequeno idealista que continuou a estudar e a observar os estranhos movimentos que a barra imprimia aos pedacinhos de palha.

Pois bem: êsse menino curioso, várias vêzes repreendido por estar observando os fenômenos da atração — chamava-se Aristóteles — e foi um dos grandes gênios da humanidade. Os fenômenos que êle observava — o tal brinquedinho com palha — eram manifestações da eletricidade. Quem poderá negar hoje a utilidade das fôrças elétricas? (26)

Os números, as equações e as figuras são, afinal, os pedacinhos de palha com que se divertem os Aristóteles da Matemática.

---

(26) É difícil aquilatar em sua justa medida o valor de Aristóteles. A influência intelectual por êle até hoje exercida sôbre o pensamento humano é à qual não se pode comparar a de nenhum outro homem, dá-nos, porém, uma idéia da envergadura de seu gênio excepcional. Criador da Lógica, autor do primeiro tratado de Psicologia Científica, primeiro escritor da História da Filosofia, patriarca das ciências naturais, metafísico, moralista, político, êle é o verdadeiro fundador da Ciência Moderna e "ainda hoje está presente com a sua linguagem científica não sòmente às nossas cogitações, senão também à expressão dos sentimentos e das idéias na vida comum e habitual". Cf. FRANCA, *F.*, 52. Sôbre o caso de Aristóteles e o seu brinquedo com pedacinhos de palha veja: DECERF, *R.*, 17.

CAPÍTULO IV

ORIGEM DA PALAVRA MATEMÁTICA

> Todo e qualquer professor deve conhecer
> as fontes originais de sua disciplina.
>
> HIGHET, *A.*, 102.

1 — A PALAVRA MATEMÁTICA

Segundo o erudito Padre Leonel Franca, S. J., a palavra *Matemática* é de origem aristotélica. Com efeito. O famoso estagirita dava aos filósofos, pitagóricos e eleatas, a denominação de "matemáticos". Êsses filósofos eram assim chamados porque, ao contrário dos jônios e dos atomistas, partiam de conhecimentos *a priori* e menosprezavam a experiência. Não resta, portanto, a menor dúvida que, para Aristóteles, os *matemáticos* eram, mais ou menos, idealistas (1).

A palavra *Matemática,* que se originou do grego, *mathematikè,* designava, na Grécia Antiga, o conjunto de conhecimentos então coordenados, depois a Astrologia e, finalmente, a ciência dos números, das formas, das relações, das grandezas e dos movimentos (2).

---

(1) Em livro recente (é de 1956) o tomista francês Henry Dumery, formula esta pergunta e debate êste tema um tanto paradoxal: "Aristóteles teria sido aristotélico?" Em Leonel Franca, S. J., lê-se: "Com relação ao método procedem uns (jônios e tomistas) *a posteriori;* buscando na experiência um apoio às suas teorias. São empiristas; Aristóteles chamava-os *fisiólogos* ou naturalistas. Outros (pitagóricos e eleatas) mais abstratos partem de princípios *a priori* e menosprezam a experiência. São mais ou menos idealistas, *Matemáticos,* apelida-os Aristóteles. Cf. FRANCA, *M.*, 35.

(2) Cf. NASCENTES, *D.* Não desconheceu Aristóteles (384-321 a. C.) a importância do papel da Matemática: o que fêz foi não praticar a Matemática como método do conhecimento especulativo, rejeitando sua intervenção nos problemas da Filosofia Primeira. Essa atitude tornou-o hostil aos atomistas e separou-o, em pontos fundamentais, do atomismo. Entretanto, muitos têrmos de sua Lógica pertencem ao vocabulário matemático e, sua própria Lógica, segundo Tricot, é uma propedêutica à teoria do *Silogismo.* Cf. SOARES, *D.*, 112.

Será de interêsse para o leitor incluir, aqui, na íntegra, o verbete antiquado, mas erudito, que se encontra em Larousse:

> Matemática — Do latim *mathematicus*, que, por sua vez, originou-se do grego *mathematikos;* de *Mathema, Mathesi,* instrução ciência, isto é, a ciência por excelência; de *mathô, mathanô,* compreender, aprender. Curtius relaciona *mathô, mathanô,* com a raiz *man* do sânscrito — *man,* pensar, lembrar-se, com um *th* agregado, como ocorre em muitos outros exemplos. Pictet acredita que o grego *math,* de *mathô, mathanô,* filia-se exatamente à raiz sânscrita *math,* medir, e que, portanto, *Mathema* e *mathesi* se aplicam à ciência do número e da medida. Convém assinalar que o sentido de *pensar, refletir,* aparece em geral, ligado à idéia de medir, como se observa na maior parte das línguas alianas (3).

Há uma observação feita com muito chiste, pelo matemático americano R. W. Anderson, em seus comentários ao período pré-histórico da Matemática. "Essa ciência (diz Anderson) é uma das mais antigas e, talvez, mesmo, a mais antiga. Ela é tão velha que o seu nome não significa *contar* e *medir,* mas simplesmente *aprender,* pois os gregos empregavam a palavra *mathanô* com o sentido exato de aprender" (4).

2 — O MATEMÁTICO NA ANTIGÜIDADE

E a quem concediam, então, os antigos a denominação de *matemático?*

Em latim, segundo podemos inferir de escritos dos primeiros séculos de nossa era, aplicava-se aos astrólogos e adivinhos a designação genérica de *matemáticos.*

---

(3) Larousse, Paris, 1878, tomo II, pág. 1331. No trecho são citados: Georg Curtius, filólogo alemão (1820-1885) e Adolf Pictet, lingüista suíço (1799-1875). Os pitagóricos distinguiam quatro *mathemas*: Aritmética, Música, Geometria e Esférica. Cf. Paul Tannery, historiador francês (1932-1904), art. da *Enciclopédia Francesa.*

(4) Cf. ANDERSON, *D.,* 1.

E como os astrólogos, na sua maioria, vivessem alheios às verdades do Cristianismo, o genial Santo Agostinho apontava-os como embusteiros. Nas suas *Confissões* (Livro IV, 3) escreve o Bispo hiponense:

> Não desistia, por isso, de consultar os embusteiros, a quem chamava *matemáticos*, por me parecer que não sacrificam nem dirigiam prece a nenhum espírito para adivinhar o futuro.

Para têrmos uma idéia da importância da Astrologia, na Idade Média, devemos ler êste trecho de Orris Soares:

> Ainda na época do Renascimento, acreditava-se que os movimentos regulares dos astros eram produto da ordenação dos espíritos mais perfeitos; mesmo até o comêço do século XVII a Astrologia era objeto de estudo e aplicações sérias. Kepler não só a admitiu como a praticou, tendo organizado almanaques astrológicos; o próprio Newton, no início de sua carreira, considerava a Astrologia digna da atenção dos sábios e declarou, ao se matricular em Cambridge, que era seu intuito estudar Matemática para cultivar a *Astrologia Judiciária* (5).

Aplicado, portanto, ao astrólogo, não envolvia o adjetivo *matemático* o menor caráter pejorativo.

3 — A REABILITAÇÃO DA PALAVRA MATEMATICO

Como teria ocorrido a reabilitação da palavra *matemático?*

No século XVII a palavra *matemático,* sem o sentido astrológico, aparece citado três vêzes numa notícia que Mme.

---

(5) SOARES, *D.,* 128. O Dicionário de Morais (ed. de 1878), ainda apresentava, como símbolo de *Matemática* — o *astrólogo judiciário.* Aos que cultivavam as ciências exatas, concedia Aristóteles o honroso título de *geômetra.* E os geômetras não ensinavam (como faziam os *matemáticos*), só quimeras. Cf. VASCONCELOS, *H.,* 213. A denominação de *matemáticos* era dada ùnicamente aos que pertenciam à seita pitagórica. Cf. PASTOR, *H.,* 22.

Perier escreveu sôbre o insigne geômetra Blaise Pascal, seu irmão (6).

A partir dessa época, a palavra *matemático* deixou de ser aplicado pròpriamente ao astrólogo; divulgada a nota de Mme. Perier a designação de *matemáticos* passou a ser conferida, apenas, àqueles que à semelhança de Pascal, estudavam os Cálculos, a Geometria, etc. (7)

Devemos, pois, a Mme. Perier a reabilitação do *matemático* (como é compreendido atualmente) separando-o para sempre dos embusteiros e dos astrólogos.

4 — A ETIMOLOGIA DA PALAVRA *MATEMATICA*

Voltemos, porém, ao estudo da origem da palavra *Matemática.*

"Nada há — comenta o Prof. Pedro A. Pinto — na palavra Matemática que designe os conceitos de número, extensão e de movimento. O grego *mathema,* responde ao latim *scientia* (8).

A razão é simples. Vamos encontrar a explicação para êsse fato na obra de Paul-Henri Michel, intitulada: *De Pythagore a Euclides.*

---

(6) Cf. REBIÈRE, *M.,* 11. Pascal teve três irmãs: Antonie, Gilberte e Jacqueline. Esta última, impelida por forte vocação, ingressou numa ordem religiosa; Antonie faleceu em 1617, com poucos meses de idade; Gilberte, nascida em 1620, casou-se com seu contraparente Florin Perier e deixou um livro intitulado *Vie de Blaise Pascal.* Figura, pois Gilberte, com o nome de Mme. Perier, na História da Matemática. Gilberte teve seis filhos. O mais môço dessa meia dúzia, nascido em 1653, recebeu o nome de Blaise. Faleceu Gilberte em 1687; Pascal, em 1682, um ano depois de sua irmã Jacqueline.

(7) Nada nos poderá surpreender. Ainda, atualmente, em meio do século XX, os filósofos separam os geômetras dos matemáticos. Observe o leitor esta passagem do Rev. Padre Cassiano dos Santos Abranolus, S. J., ilustre sacerdote português (é professor de Filosofia em Braga): "As figuras geométricas para o geômetra e os números para os matemáticos dizem para todos o mesmo" (sic). Cf. ABRANOLUS, S. J., *M.,* 65. Êsse sacerdote, com sua cultura, devia saber que o geômetra é um matemático. Estará o Padre Abranolus, S. J., vivendo, por um espantoso milagre, no remotíssimo século de Aristóteles?

(8) Cf. SOUZA, *P.,* 118.

Nas páginas do alentado volume de Paul-Henri Michel, colhemos curiosas informações. O vocábulo grego *mathema* (tanto no singular como no plural) designava, de um modo geral, todos os conhecimentos adquiridos pela experiência. Em Heródoto a palavra *matemática* aparece para indicar *lição, ensinamento.* Não aludia, de forma alguma, aos princípios geométricos e nem ao Cálculo Numérico [9].

5 — O CÁLCULO NUMÉRICO OU LOGÍSTICA

Os geômetras gregos não davam a menor importância aos *Cálculos Numéricos* que constituíam, para êles, não uma ciência, mas uma arte chamada *Logística.*

A Logística era uma atividade mais própria de escravos do que de sábios. Um filósofo grego sentir-se-ia ofendido se o julgassem digno de interessar-se pela arte dos *calculistas.*

Ouçamos o que nos ensina, sôbre êste interessante capítulo da História da Matemática, o sábio português Gomes Teixeira.

> Cultivaram, ainda, os matemáticos gregos, para usos ordinários da vida, uma arte de cálculo numérico, a que deram o nome de *Logística,* aplicável às razões comensuráveis e por aproximações às razões incomensuráveis.
>
> A Logística era, para êles, uma arte terrena e humilde, para as contas domésticas e do comércio e para uso do agrimensor e do arquiteto; a Geometria, a verdadeira ciência, era um presente precioso feito pelos deuses aos homens para estudo do Cosmos. Olhavam com desdém para aquela arte, com respeito religioso para esta Ciência.
>
> Mais tarde a Logística começou a tomar forma científica com Diofante, que na *Aritmética* resolveu engenhosamente problemas difíceis que o levaram a equações determinadas e indeterminadas, do primeiro e do segundo grau, com coeficientes racionais e procurou as soluções dêsses problemas, empregando demonstrações independentes de considerações geométricas e dos números especiais que considerara [10].

(9) Cf. MICHEL, *P.*, 22.
(10) Cf. TEIXEIRA, *H.*, 17 e 18.

6 — A MATEMÁTICA E OS POSITIVISTAS

Alguns autores, vinculados à corrente positivista, condenam até a palavra *Matemática* para designar a Ciência. Escreveu Raimundo Teixeira Mendes, em seu *Ensino Positivista no Brasil* (pág. 4):

> A palavra Matemática é radicalmente imprópria porque sanciona uma usurpação. O estudo do número, da extensão e do movimento, não pode ser a Ciência sem mais outro apelativo: a Ciência, por excelência é a Moral, cujo nome não convém mudar porque lembra o seu destino prático.
>
> Por outro lado, chamando Lógica à Ciência do Espaço, Augusto Comte apenas restaurou a denominação com que os gregos caracterizavam o Cálculo. Com efeito *logos* e seus derivados possuem a significação de Cálculo e *logistiké* caracterizava a prática do Cálculo. Durante muito tempo os modernos chamaram *logistica numerosa* ao cálculo aritmético, e *logistica especiosa,* ao cálculo algébrico. Em português, *razão,* outro significativo de *logos,* equivale, também, à proporção, relação numérica, e *calcular* é empregado ordinàriamente com significação de meditar, raciocinar. A palavra *logaritmo,* conservada na linguagem algébrica, anunciou e preparou a reforma de Comte [11].

7 — MATEMÁTICA OU MATEMÁTICAS?

Dentro da linguagem didática outro problema se apresenta em nosso espírito:

Como devemos designar a Ciência: Matemática ou Matemáticas?

Em seu livro — *O Relativismo de Einstein para Todos* — o Prof. Samuel de Oliveira, dentro de seu exagêro de positivista apaixonado, estuda êsse problema que já tem dado margens para muitas discussões. E escreve:

---

(11) Êste trecho de Raimundo Teixeira Mendes figura em nota no livro: CLAIRAUT, *G.*, 216.

> Condorcet singularizava sempre o substantivo *Mathématique.* A mesma forma de proceder era adotada por Augusto Comte. Laisant, em seu livro sôbre a Filosofia e o ensino da Matemática, é levado a concluir que, aplicado no plural, o têrmo tornava-se vago e impreciso, ao passo que, no singular, parece reagir enèrgicamente sôbre a idéia traduzindo, de modo completo e admirável, a unidade primordial da Ciência.
>
> O fato é que a idéia de Condorcet não foi universalmente seguida. Admitem muitos autores a existência de várias ciências matemáticas, e são levados à conclusão de que o substantivo deve ir sempre para o plural (12).

E o Prof. Samuel de Oliveira acrescenta, ao caracolar pela ciência, alargando-se em palavreante exposição:

> Confesso que nenhuma importância ligo a essas questiúnculas (13). Sigo o exemplo de Henri Poincaré, que empregava indiferentemente o singular e o plural do vocábulo *Mathématique,* segundo se lê nos seus livros, nomeadamente os de epistemologia. Além do que é muito discutível e apregoada a unidade das ciências matemáticas (14). Muito discutível a unidade dêsse complexo e maravilhoso conjunto formado pela Matemática Antiga, a Moderna e a Contemporânea. Porque há uma Matemática Contemporânea, indiscutivelmente. E as três existem no momento atual, tendo cada qual o seu papel bem determinado (15).

8 — A FORMA MAIS LITERÁRIA

Consideram alguns escritores a forma *Matemáticas* como mais sonora, mais literária e, talvez, de sentido mais amplo

---

(12) Cf. OLIVEIRA, *R.*, 39.

(13) O autor chegou a esta conclusão por estar enrodilhado pelo tremendo cipoal da rotina, pois só um professor rotineiro, sem a menor parcela de formação didática, daria a tal problema a denominação pejorativa de *questiúncula.*

(14) O Sr. Samuel de Oliveira ainda põe em dúvida a unidade da Matemática. Chamamos a atenção dos leitores para o excelente trabalho de George Bouligand et Jean Debats: *La Mathématique et son Unité.* Cf. BOULIGAND, *M.*

(15) As observações aqui transcritas não têm o menor cabimento. Os argumentos do Professor S. O. são inaceitáveis e trazem o largo albornoz do êrro e do desconchavo. Não encontramos um autor de prestígio que seja capaz de endossar essas afirmações do Professor S. O.

do que o singular *Matemática*. Fora do campo literário encontramos cientistas que empregam sistemàticamente o têrmo no plural — *Matemáticas* — convencidos de que procedem com acêrto e correção. No livro *Introdução à Sociologia Geral* (Rio, 1926), do ilustre e incendioso Prof. Pontes de Miranda, podemos ler:

> Obriga-nos a conceder maior margem ao dado experimental das *Matemáticas* (pág. 97).
>
> As *Matemáticas* haviam de progredir antes da Biologia e da Sociologia (pág. 105).
>
> As *Matemáticas*, desde o momento que se ampliam, como que se *substancializam* (pág. 109).

Se os cientistas agasalham, em seus escritórios, formas errôneas, aceitemos, sem protesto, e até com agrado, esta passagem de Machado de Assis:

> Estácio tinha vinte e sete anos e era formado em Matemáticas [16].

Vamos encontrar, em Camilo Castelo Branco, e no mesmo romance (*O Bem e o Mal*) as duas formas *Matemática* e *Matemáticas*. Na pág. 79 colhemos êste exemplo:

> Vou eu mesmo agora estabelecer-lhe mesada
> em Coimbra ou Lisboa para êle se formar
> em Matemática e namorar-me de lá a filha.

Algumas páginas depois já nos depara a forma *Matemáticas* (no plural):

> Eu vou continuar em Coimbra ou Lisboa o meu curso de Matemáticas para seguir a vida militar mais vantajosamente.

A mesma forma errônea e em sentido acentuadamente depreciativo, pode ser assinalada na pág. 198:

(16) Cf. Assis, *H.*, I, 15.

> Ora agora tu, Casimiro, deixa-te de Matemáticas, faz-te lavrador, toma a tua conta os caseiros de nossa casa...

Henrique Leal, escritor maranhense, ao biografar o famoso geômetra, também maranhense, Gomes de Souza (o célebre Souzinha), lamenta que muitas obras dêsse genial brasileiro tenham sido esquecidas ou perdidas. E escreve fazendo alusão às *Matemáticas Puras*:

> Acharam-se-lhe apenas as memórias sôbre *Matemáticas Puras*... (17)

9 — O EXEMPLO DE POINCARÉ

Muitos autores, à semelhança do que fazia Poincaré, empregam indistintamente as duas formas: Matemática e Matemáticas. Tal sistema não nos parece aconselhável.

Em seu livro *A Matemática na Educação Secundária*, Euclides Roxo só recorre à forma Matemática (no singular) e, por isso, alude freqüentemente aos *valores indiretos da Matemática* (pág. 110), ao *valor utilitário da Matemática* (pág. 104), ao *ensino clássico da Matemática* (pág. 68), etc. Mas, ao traduzir uma citação de Tannery (pág. 111) deixa a nódoa do galicismo:

> O estudo das Matemáticas...

Volta, novamente, à forma condenada à pág. 120:

> O ensino das Matemáticas... (18)

Um livro mediocríssimo, publicado em Portugal, em 1939, tem êste título sugestivo: *Sôbre a Didática das Matemáticas*.

---

(17) Cf. LEAL, *P.*, II, 145.

(18) Inspirado por autores descuidados, o Prof. Euclides Roxo escreve *matemática* (com *m* minúsculo). Essa grafia é condenada e tida como errônea no caso em que o vocábulo indica a Ciência. O II Congresso Nacional do Ensino da Matemática (Pôrto Alegre, julho de 1957), aprovou a seguinte indicação: "O vocábulo *Matemática*, sempre que designar a Ciência, será escrito com *M* maiúsculo". Cf. *Anais*, II, 434.

O seu autor, Prof. A. Lôbo Vilela, só adota a forma plural para designar a Ciência de Lagrange, da qual êle, ao instilar tolices sôbre a Didática, demonstra ignorar, por completo, as noções mais elementares de *Metodologia Matemática* (19).

Gomes Teixeira, famoso matemático e não menos famoso vernaculista português, falecido em 1933, achava mais elegante pluralizar o nome da Ciência. Em sua notável bibliografia, figura interessante ensaio intitulado: *O Poder e a Beleza das Matemáticas,* e um livro: *História das Matemáticas em Portugal* (20).

Não se afastava o corretíssimo geômetra Amoroso Costa da forma Matemática (no singular). Basta se lembrar o título de sua obra: *As Idéias Fundamentais da Matemática.*

A sábia lição de Amoroso Costa não prevaleceu.

Se a forma deve ser mantida no singular, ou levada para o plural, é uma questão ainda não decidida pelos estudiosos da Análise. Citemos um exemplo: No livro do famoso Prof. Francis D. Murnaghan — *Álgebra Elementar e Trigonometria,* encontramos as duas formas: Matemática e Matemáticas (sempre escritas erradamente com *m* minúsculo). No prefácio, dessa obra, o Prof. Oliveira Castro fala em *matemáticas,* ao passo que o Prof. Murnaghan (que aparece como um corifeu da nova metodologia), no emaranhado da sua fastidiosa exposição, não se afasta da forma *matemática* (21).

---

(19) O livro do Sr. A. Lôbo Vilela, com o seu valor no entôrno de zero, é apresentado com um elogioso prefácio do ilustre geômetra Bento de Jesus Caraça. Nesse prefácio Jesus Caraça escreve sempre Matemática (no singular). Caraça, absolutamente leigo em Didática, pretendia apreciar um compêndio sôbre a *Didática Especial da Matemática.* O prefácio é simplesmente irrisório e desconcertante em relação ao desvalor da obra.

(20) Cf. TEIXEIRA, *P.*, 265. Até os filósofos acolhem a forma pluralizada (tida como errônea) e evitam, em seus escritos, a palavra *Matemática,* Orri Soares, em seu *Dicionário da Filosofia* (pág. 278), escreve: "A cultura científica é constituída pelas Matemáticas, pelas físicas e pelas ciências naturais e sociais". O Sr. Orri Soares erra, também, ao escrever *matemáticas* com a inicial minúscula. O filósofo não explica quais são as *físicas* que êle aceita.

(21) A obra do Prof. Murnaghan, na sua tradução (publicada para servir aos cursos do I. T. A.) é um dos livros mais antididáticos que conhecemos. Representa, êsse livro, um verdadeiro atentado contra a Didática de Matemática. Os tradutores do Prof. Murnaghan deviam escrever no frontispício da tal Álgebra êste aviso ao leitor descauteloso: *"Como não deve ser um livro para o ensino de Matemática".* Cf. MURNAGHAN, *A.*

Um matemático brasileiro (já falecido) que se tinha na conta de rigoroso e impecável em sua linguagem, foi levado ao êrro. Vejam o seguinte trecho escrito pelo Sr. Almeida Lisboa, catedrático do Colégio Pedro II:

> A Aritmética, ciência dos números, tornou-se a mais difícil das Matemáticas [22].

10 — ORIGEM DA FORMA "MATEMÁTICAS"

A forma Matemáticas (no plural) surgiu, certamente, inspirada na noção antiquada e errônea de que a Aritmética, a Álgebra, a Geometria, etc., eram partes distintas da Matemática e, assim, a Ciência do Cálculo era constituída de *várias Matemáticas*. Tal noção já está inteiramente superada, uma vez comprovada a unidade da Ciência Matemática [23]. Ouçamos a conceituosa opinião de Judd:

> O eminente matemático Laisant, tão conhecido pelos seus interessantes trabalhos em prol da renovação dos métodos de ensino na França, assim se exprime sôbre esta questão, procurando justificar a sua preferência pela denominação "La Mathématique", em oposição ao têrmo plural, geralmente usado pelos franceses.
>
> Sei que hoje esta denominação (Mathématiques) não está em boa graça. Não é, entretanto, por um simples capricho pessoal que retomo a forma de linguagem usada por Condorcet. Penso que aqui a palavra reage fortemente sôbre a idéia; parece-me, mais que nunca, útil aplicá-la em sua enérgica concisão, porque ela explica melhor que qualquer outra a grande unidade da Ciência.

---

(22) In *R. B. M.*, julho, 1933, pág. 82, no artigo: "A generalização da idéia de número".

(23) Adotam alguns autores a forma *Matemáticas* (errôneamente empregada no plural), influenciados pelo inglês *Mathematics*. Tradutores descuidados ou não esclarecidos, julgam que ao francês *Mathématiques*, deve corresponder, sempre em nosso idioma, o plural *Matemáticas*. Veja-se, por exemplo, o livro vulgaríssimo e ôco, do pseudodidata André Fouché: *La Pedagogie des Mathématiques* (Paris, 1952), recentemente publicado no Brasil, sob o título: *A Pedagogia das Matemáticas*. Nesse livro, os erros e despautérios começam pelo título.

No fundo não há Matemáticas: a Álgebra, a Geometria, etc., tôdas se auxiliam mùtuamente, se apóiam umas nas outras e, em certos pontos se confudem.

Há uma única Ciência, a Matemática, a qual ninguém se pode lisonjear de conhecer, porque suas conquistas são, por natureza, infinitas: dela tôda gente fala, sobretudo os que a ignoram mais profundamente. Mas entre os que a cultivam, mesmo com grande habilidade, alguns prestam mais atenção às minúcias do que às idéias gerais, das quais, entretanto, suas conquistas, são conseqüências (24).

Conclusão: Devemos abolir a forma *Matemáticas* e adotar, exclusivamente, *Matemática* (25).

---

(24) Cf. Roxo, *M.*, 154.

(25) No Brasil, o ensino de Matemática, era feito, antigamente, admitindo-se, para a Ciência, diversas partes distintas: Aritmética, Álgebra, Geometria, Trigonometria, etc. O ensino de cada uma dessas partes, era feito separadamente. Em 1928 houve uma reforma e o ensino das diversas partes da Matemática passou a ser feito em conjunto, paralelamente. A cadeira única — em tôdas as séries — passou a denominar-se *Matemática.* Nesse sentido escreve o Prof. Mendes Viana: "O ensino fragmentado da Aritmética, Álgebra, Geometria, foi substituído pelo de uma disciplina única — a *Matemática.* Acabaram-se, por conseguinte, os compartimentos estanques, que poderiam ter justificado, outrora, a expressão no plural (Matemáticas) a qual Condorcet já havia proposto singularizar "a fim de indicar com mais energia o espírito da unidade em que devia ser concebida a Ciência". Cf. VIANA, *E.* Na Lei Orgânica do Ensino Secundário, do Ministério da Educação e Cultura, o programa oficial de Matemática é seguido de notáveis e oportuníssimas "Instruções Metodológicas" para o Ensino da Matemática. Eis o que determinam essas "Instruções", elaboradas por professôres do Colégio Pedro II: "A unidade da Matemática deverá ser posta em evidência a cada passo, a fim de que seja percebida com facilidade, a identidade dos procedimentos congregados em seus diferentes ramos, muitas vêzes, sem aparente inter-relação".

CAPÍTULO V

O ALGEBRISTA E O ALGEBRISMO

> . . . não chegam ao saber real, não concebem senão fantasmas.
>
> RUI, *P.*, 185.

1 — A SUPOSTA ARIDEZ DA MATEMÁTICA

"A Matemática — confessou, certa vez, o grande Stendhal — é a região árida onde impera o raciocínio triste."

O aureolado historiador francês conservava, naturalmente, da Matemática, a impressão denegrida, inamistosa e falsa, que essa Ciência recalca no estudante quando é lecionada pelos métodos absurdos ou anti-humanos. Não se compreende que uma inteligência privilegiada possa ver nessa ciência, tão cheia de belezas sublimes e de verdades que assombram, êsse "lamentável mundo de aridez e do raciocínio triste".

Já proclamava, com acentuada conspicuidade, o abalizado geômetra português Francisco Gomes Teixeira:

> A Matemática só é árida para quem não pode penetrar seus segredos. Em nenhuma outra ciência se tem tantas ocasiões de admirar a grandeza do espírito humano em invenções geniais, e é ela que abre o caminho ao homem para desvendar o segrêdo do Cosmos. A Matemática, diziam os antigos filósofos helênicos, é a linguagem dos Deuses! (1)

---

(1) É do maior interêsse, nesse sentido, o artigo de François Le Lionnais — "La Beauté en Mathématiques", pág. 437. No livro LIONNAIS, *L.*, 457. Veja, igualmente: *O Poder e a Beleza das Matemáticas,* de F. Gomes Teixeira, pág. 265. O trecho citado figura no livro: TEIXEIRA, *S.*, 254. O leitor o encontrará na biografia de Sofia Kovalewski.

Dewey, o grande educador americano, conclui das numerosas observações que realizou detidamente.

> Nove décimos daqueles que *não gostam da Matemática*, ou daqueles que não sentem aptidão para essa admirável Ciência, devem tal desgraça ao ensino errado que tiveram no princípio.

E tendo, durante muitos anos, estudado cuidadosamente o problema do ensino da Matemática, em sua existência estrelada por altos serviços à Educação Nacional, chegou o Prof. Everardo Backheuser (1879-1951) à seguinte conclusão:

> Quem quer que indague o que se passe em uma escola primária ou secundária, há de ouvir que a Matemática é, em geral, considerada a matéria mais difícil. Haverá, segundo as informações, alunos que *dão* e alunos que *não dão* para ela. Quase sem meio-têrmo. E não é só aqui, no Brasil. Por tôda a parte. A tal respeito escreveu Eicker: "Se se fala, em círculos do magistério, na amenidade do ensino da Aritmética, abrem-se sorrisos incrédulos ou contestações vivazes. A Aritmética é tida como a cruz que os estudantes têm de carregar, a disciplina na qual os resultados não correspondem aos esforços empregados [(2)].

Indignava-se Gœthe (1749-1832) quando ouvia alguém insinuar que êle sentia aversão pela Matemática [(3)].

> Em grande e elevado aprêço tenho essa ciência — dizia o poeta — pois ela realiza, precisamente, tôda a beleza do espírito que ficou para mim interdita [(4)].

---

(2) Cf. Backheuser, *C.*, 11. A citação de Eicker é de Isaías Alves, em Alves, *P.*, 71.

(3) Egmont Colerus, em seu livro curioso *De Pitágoras a Hilbert* afirma que o espírito de Gœthe apresentava uma "estruturação antimatemática". Cf. Auerbach, *M.*, 9.

(4) De La Vaissière pondera que "a ausência da aptidão para a Matemática Superior é freqüente em quem seja aliás de uma boa inteligência geral". Cf. Backheuser, *A.*, 36. Huxley, depois de aludir à estupidez dos meninos e das meninas, acrescenta com assombrosa franqueza: "Ao meu ver, porém, nove, dentre dez vêzes, essa estupidez é adquirida: *fit, non nascitur*. Ela provém de que pais e pedagogos se empenham incessantemente em reprimir os apetites intelectuais da infância, mudando-os no desejo artificial de alimentos tão insípidos quão essencialmente indigestos". Cf. Rui, *P.*, 182.

2 — O MATEMÁTICO E O ALGEBRISTA

O matemático, para muita gente, é um ser estranho, fora do comum. Não se interessa pela beleza da arte; não pratica os vôos da imaginação. Eternamente distraído, passa a vida indiferente a tudo, retido naquela prisão gradeado de símbolos e figuras, onde se compraz em viver. No meio de tanta emoção, só êle não vibra!...

Não pode haver mais falsa imagem.

No entanto, serve ainda para representar o tipo do matemático, tal como o caracterizam os desafetos da nossa bela ciência.

Ao que se deve atribuir êsse preconceito?

Ao objetivo da Matemática, tão vasto e tão útil em suas aplicações práticas? Não, certamente. Ao caráter de ciência dedutiva, lógica por excelência, de que se reveste? De forma alguma; o método seria, ao contrário, um fator de atração para o espírito mais enevoado. Ao alcance incomensurável de suas concepções, que nos fazem passar, graças ao recurso de seu simbolismo, do simples, do elementar, para o inextricável, para o incompreensível? Também não me parece residir aí a fonte do mal. Os prodigiosos artifícios que nos permitem — graças a um simples traço numa expressão numérica, uma letra que se transfere de baixo para o alto, um ponto a mais numa figura — alterar tudo, modificar tudo, transformar um problema banal em uma questão de Análise Transcendental — tudo isso deveria aumentar o interêsse despertado pela Matemática, estimulada a curiosidade do estudioso, pela invencível sedução do mistério.

A meu ver, a desestima que há, pela nobre ciência dedutiva é obra de um inimigo roaz e pernicioso; um inimigo que é para o Matemático o que a broca é para o café, a lagarta para o algodão, e a saúva para todo o Brasil. Êsse inimigo perigoso e implacável é o "algebrista".

A denominação de "algebrista" é dada, em sentido pejorativo, a todo aquêle que vive possuído da preocupação mórbida de complicar, enegrecer e lacerar a Matemática.

3 — MENTALIDADE ALGEBRISTA

Que faz o *algebrista?* Na sua inépcia para chegar a conclusões úteis ou interessantes, inventa problemas obscuros, enfadonhos, incríveis, inteiramente divorciados de qualquer finalidade prática ou teórica; procura, para resolver questão facílima, artifícios complicadíssimos, labirintos extravagantes, tropeços sem o menor interêsse para o calculista [5].

Deve-se ao algebrista a invenção dêsse instrumento de tortura, que se domina, na gíria colegial — o "carroção". Inútil será dizer que tais problemas, ou melhor, os tais enigmas, propostos, a seus alunos, por um algebrista são, em geral, irreais, absurdos, fora da vida.

O professor de Matemática, quando é *algebrista* contumaz, afasta-se por completo da realidade e parece inspirado pela preocupação constante de torturar seus alunos com problemas absurdos, trabalhosos, ou com equações dificílimas, atulhadas de denominadores e com largo sortimento de radicais, equações que afinal não oferecem utilidade alguma [6].

Jamais poderia o leitor avaliar o mal que os *algebristas* truculentos fazem, ao ensino da Matemática, inventando fantasmas que não existem.

E com muita razão Rui Barbosa em seu famoso *Parecer sôbre a Reforma do Ensino Primário* (pág. 185) destaca esta sentença colhida numa obra de Huxley:

---

(5) Dentro do ensino da Matemática, no Brasil, há muita coisa absurda, mas pitoresca, que deve ser levada ao conhecimento dos interessados. O Prof. Augusto Baillot, em seu substancioso compêndio — *Curso de Aritmética,* acha que os estudantes devem conhecer os chamados "algarismos franceses": E ensina a escrever os números de acôrdo com êsse sistema. Eis exemplos colhidos no livro do Prof. Baillot: 2 000 ijG; 1 500 Gbc; 1 004 Gib; 300 iije. Eis agora uma pequena conta de somar: iij + bj + ix. Tradução 3 + 6 + 9. Isso parece pilhéria, mas para o Prof. Baillot, é coisa séria, assunto de alta relevância que os alunos devem estudar e aprender. Cf. BAILLOT, *C.,* 68.

(6) Em seu livro *Estudantes de meu Tempo,* o Prof. J. B. Mello e Souza dedica um capítulo ao seu antigo professor de Matemática. Depois de relacionar os mestres mais severos e mais exigentes de seu tempo (no antigo Internato Pedro II), confessa o Prof. J. B. Mello e Souza: "... mas o papão, o *Tutu Marambaia,* o terror da turma, era o Agostinho Luiz da Gama, ou, *tout court,* o Gama, da cadeira de Matemática". Cf. SOUZA, *E.,* 41.

Os que lêem, sem adquirir, mediante os seus próprios sentidos, uma concepção distinta das coisas, não chegam ao saber real, não concebem senão fantasmas.

4 — QUE É ALGEBRISMO?

Denomina-se, de um modo geral, de *algebrismo* a êsse acervo imenso:

a) de teorias intrincadas;

b) de problemas complicados, sem a menor aplicação;

c) de cálculos numéricos trabalhosos, reloucados, dos quais o estudante nada aproveita;

d) de questões cerebrinas fora da vida real;

e) de demonstrações longas, complicadas, cheias de subtilezas;

tudo, enfim, que o professor apresenta, em Matemática, fora dos objetivos reais dessa ciência, com a finalidade única de complicar, dificultar e tornar obscuro o ensino da Matemática [7].

---

(7) Merecem relêvo especial as assertivas do Prof. Roberto Peixoto durante o I Congresso Nacional do Ensino da Matemática no Curso Secundário. (Veja *Anais*, I, 277): "Outra questão é não distrair o professor porque gosta imensamente de fatoração; então o aluno tem que aceitar todos os tipos de fatoração? O professor que é algebrista e que gosta só de desenvolver a Álgebra, que tem espírito algébrico e que demonstra todos os teoremas, com todos os processos, o aluno tem que agüentar com êsse professor?" O ilustre catedrático, Dr. Roberto Peixoto, elabora em equívoco ao atribuir a pecha de algebrista ao professor interessado ùnicamente pela Álgebra — "que gosta de desenvolver a Álgebra" — e fala em *espírito algébrico* e na possibilidade de demonstrar um teorema, *com todos os processos*. E, no fim, esta pergunta desprimorosa pela forma e pelo conteúdo: "O aluno tem que agüentar com êsse professor?" Qualquer estudioso da Didática conhece o verdadeiro significado do vocábulo *algebrista*. Pode haver *algebrismo* até num problema gráfico. É lamentável, para a cultura dos professôres de Matemática, a forma peganhenta, crivada de solicismos, pela qual foram publicados os *Anais* do I Congresso Nacional de Ensino de Matemática. Note-se em quatro linhas, do preclaro e eloqüente Dr. Peixoto, as cinco formas: "que é", "que gosta", "que tem", "que demonstra", "que agüentar". Observe-se, esta chulice de arrepiar qualquer colegial medíocre: "Outra questão é não distrair o professor porque gosta imensamente de fatoração". Veja-se esta construção pífia: "e que demonstra todos os teoremas, com todos os processos". Demonstrar com processos? Convém insistir: A publicação dos *Anais* do I Congresso Nacional de Ensino

O mal é antigo. Em livro destinado aos professôres primários, publicado em 1928, o Prof. José Ferraz de Campos, adverte os colegas:

> ... é comum desperdiçarem o seu tempo a propor e a antolhar os alunos de dificuldades abstratas, desinteressantes e fastidiosas, em vez de irem buscar no inesgotável manancial dos fatos e das circunstâncias da vida ordinária, os dados necessários à organização de problemas úteis (8).

5 — AS ABSURDIDADES DO ALGEBRISMO

Já fizemos sentir que o *algebrismo* se apresenta, dentro da Didática, como o Inimigo n.º 1 da Matemática. Convém, entretanto, caracterizar, de maneira bem clara, em que consiste o *algebrismo* encarando-o do ponto de vista do ensino da Matemática, com tôda as suas absurdidades.

Ingressemos, com o maior cuidado, pelos caminhos e descaminhos do cálculo numérico. Observemos, com a máxima atenção, o seguinte problema de Aritmética:

> *São dados dois números inteiros* a *e* b. *Admitamos que entre êsses números existe a relação:*
>
> $$b^2 = 24a^2 + 1$$
>
> *Provar que o produto* ab, *dos dois números, é divisível por 5* (9).

---

da Matemática, pela forma por que foram redigidos os discursos e debates, exprime chocante desprestígio para a cultura do professorado brasileiro. Não cabe, é evidente, ao Prof. Peixoto a menor culpa de todo êsse desconchavo.

(8) Cf. CAMPOS, *C.*, IX. Dentro do mesmo plano de idéias, ouçamos a palavra irretorquível de Félix Klein: *Na vida escolar, só nas classes superiores podemos revestir o ensino da forma abstrata.* Cf. KLEIN, *A.*, 7. Na segunda metade do século passado (precisamente em 1862) houve uma tentativa de Jean Macé no sentido de apresentar, para as crianças, o ensino de Aritmética sob a forma de um romance de aventuras. Cf. MACÉ, *A.*

(9) Cf. PATRICK, *E.*, 103. Tôdas as questões apresentadas, como exemplo, neste livro, terão as suas soluções indicadas no capítulo final: *Notas e Complementos.*

E, ainda, sem sair da Aritmética Elementar admiremos esta maravilha charadística:

É dada a fração ordinária irredutível

$$\frac{1}{117}$$

que, convertida em número decimal, dá origem a uma dízima periódica simples. Achar o período, dessa dízima, efetuando uma multiplicação e sòmente uma multiplicação. Além dessa multiplicação nenhuma outra operação será admissível.

E, agora, vamos ingressar no largo e fertilíssimo campo da Álgebra Elementar. Vejamos, de relance, esta jóia preciosa da quinta-essência do algebrismo:

Mostrar, gràficamente, que a equação

$$|x| + |x - 5| = 7$$

admite duas raízes reais e desiguais, e determinar essas raízes com auxílio de uma equação do 2.º grau.

Essas questões e outras, muito mais difíceis, enfrondecidas de subtilezas, poderiam ser ensinadas, com muito interêsse numa Faculdade de Filosofia (Curso Superior de Matemática); tais problemas caberiam, perfeitamente, como assunto de prova prática, num concurso para Catedrático de Matemática; seriam admissíveis, talvez, num Curso de Aperfeiçoamento de Professôres de Matemática. Apresentadas, porém a estudantes do Curso Ginasial degeneram em puro, em autêntico *algebrismo* [10].

---

(10) Muitos professôres cultivam o algebrismo por vaidade e esforçam-se para os alunos não compreenderem suas aulas, firmados no preconceito comtista: *Aquilo que não se entende, venera-se.* Conta-se que havia, na nossa antiga Escola Politécnica um professor que ao terminar a sua aula de rotina dizia aos colegas, com indisfarçável expressão de orgulho: "Hoje estou satisfeito. Dei uma aula e ninguém entendeu". Asseguram os estudantes dos Cursos Superiores (e disso estão convencidos) que só os grandes matemáticos podem ensinar coisas que os ouvintes não compreendem. "Daí — escreve o Prof. Euclides Roxo — esta opinião entre êles: o professor cujo curso não se compreende bem, é um grande homem; é a idéia predominante. Quanto menos se compreende o que êle quer dizer, tanto mais se acredita que é superior aos outros". Cf. Roxo, *M.*, 252.

6 — O ALGEBRISMO NA ANÁLISE MATEMÁTICA

Passemos para o campo da Análise Matemática. Vejamos o seguinte [11]:

Calcular a derivada da função y sendo

$$y = \text{arc} \quad \text{tg} \frac{e^x - 1}{e^x - 1}$$

Trata-se de um belo exercício de cálculo para um matemático que deseja aprimorar-se no curso de Análise na Faculdade Nacional de Filosofia. Apresentada, entretanto, para um acadêmico de Engenharia ou de Arquitetura é de natureza puramente algebrística. Não existe problema algum, em ciência alguma, que leve o engenheiro ou o arquiteto a calcular a derivada do logaritmo neperiano de um arco cuja tangente é uma função hiperbólica. Convém esclarecer: Para o engenheiro, para o arquiteto, para o técnico em geral, a Matemática é um *meio*, é um instrumento, e não um *fim*. Logo o algebrismo, dentro dos cursos técnicos, deve ser evitado e inteiramente abolido [12]. Que poderá adiantar, para

(11) Observe o leitor o problema (dado no Curso de Engenharia): "Achar a derivada total da função $z = xy$ sem $(x - y)$". É um exercício fácil, não trabalhoso, mas que não oferece a menor possibilidade de aplicação para um técnico. Cf. PUGA, *C.*, 254. Os livros de Matemática escritos especialmente para Médicos, Químicos, Economistas etc. estão crivados do mais irritante e inútil algebrismo. Veja-se, por exemplo, em DANIELS, *P.*, 201, êste problema: "Achar a derivada de *y* em relação a *x* e em relação a *z* da função: $y = xz \log. \frac{x}{z}$. Seria inútil acrescentar que tal função logarítmica nunca se apresenta em Química ou em Física. Pelo menos não a encontramos no próprio livro de Daniels, na parte final, que o autor consagrou aos problemas por êle considerados de *aplicação*. Tudo algebrismo inútil para o físico e para o químico.

(12) No prefácio do seu livro sôbre *Números Complexos* escreve o Prof. Paulo Dias Veloso: "a única maneira de memorizar fórmulas e conceitos, assimilar a extensão e alcance de demonstrações é resolver exercícios objetivos". E, afinal, o livro do Prof. Veloso só apresenta exercícios teóricos; o estudante não encontra, em suas páginas, a mais longínqua aplicação, na prática, de tôda aquela teoria. Note-se: O Prof. Veloso fala em *memorizar fórmulas*. Não seria mais interessante, para o engenheiro, saber usar um formulário? Que vantagem há, para um técnico, a memorização de fórmulas? Em que século estamos? Cf. VELOSO, *N.* Convém reler o *Prefácio* do livro *Matemática para Ingenieros* do Prof. Francisco Vera.

o técnico, o pêso morto de teorias inúteis, das fórmulas e problemas sem aplicação?

7 — OUTRA FACE DO ALGEBRISMO

Outra face bem diferente oferece o delicadíssimo problema do algebrismo. Digamos que um professor propôs a seus alunos o seguinte problema do 1.º grau engalanado com as lantejoulas do charadismo:

> — *Rui disse à Alice*: "Tenho duas vêzes a idade que tu tinhas, quando eu tinha a idade que tu tens. Quando tu tiveres a idade que eu tenho a soma das nossas idades será de 63 anos". *Qual a idade de Rui? Qual a idade de Alice?*

Êsse problema, porém, foi apresentado aos alunos como simples recreação matemática, como pequeno enigma pitoresco que a Álgebra tem recursos para resolver. Assim sendo, nada podemos objetar. Nos amplos domínios da Álgebra Recreativa vale tudo. Vale a charada, vale o sofisma, vale o quebra-cabeça, vale até o problema sem lógica e sem razão. Dado, porém aos alunos como coisa séria (vejam bem: *coisa séria*), em prova de exame, trabalho de aula, etc., a velha charada de *Rui* e *Alice* apresenta-se como recurso de mau professor tresvairado, em má hora, por um *algebrismo* da pior espécie (13).

Em resumo:

Não podemos qualificar de *algebrismo* um certo problema dedáleo, ou uma certa transformação matemática, abstrusa e trabalhosa, sem indagar prèviamente:

> 1.º) *qual é a finalidade dêsse problema ou dessa transformação;*
>
> 2.º) *a que curso ou a que concurso êsse problema (ou essa transformação) foi destinado;*
>
> 3.º) *trata-se de Matemática Recreativa?*

---

(13) Êsse problema pitoresco (tipo enigma) é apresentado como coisa séria no livro CATTONY, *M.*, I. O livro do Prof. Cattony é destinado aos alunos da 1.ª série ginasial.

8 — O ALGEBRISMO NO BRASIL

Façamos, em rápidas linhas, algumas apreciações sôbre a origem das correntes algebristas no Brasil.

O algebrismo, em nosso país, atingiu o seu apogeu, alcançou o zênite de seu prestígio, por volta do ano de 1906 com a publicação, e conseqüente adoção nas Escolas Superiores, das obras memoráveis do Coronel Roberto Trompowski Leitão de Almeida, matemático de renome, que exerceu a cátedra na antiga Escola Militar da Praia Vermelha [14].

Os livros de Trompowski, pesados, maçudos, enfeixavam, da primeira até a última página, o algebrismo mais indigesto que se poderia conceber. De acôrdo com a mentalidade daquele tempo, na *Geometria Algébrica,* de Trompowski (Imprensa Nacional, Rio, 1903) havia fórmulas inúteis, sem a mais remota aplicação, que ocupavam tôda a extensão de uma página. Essas fórmulas eram escritas, para melhor comodidade tipográfica, de baixo para cima. Adotada também como livro de estudo, a *Geometria Diferencial* (Imprensa Nacional, Rio, 1904) continha as teorias mais abstrusas que se poderia imaginar. O mesmo entulho algebrístico desbordava em outra obra denominada *Geometria Integral* (Rio, 1905) também da autoria do catedrático militar. A título de curiosidade destaquemos alguns problemas rebarbativos, ensinados, em pura perda, e exigidos dos inexperientes estudantes de engenharia. Figuram tais problemas, com o maior desenvolvimento, mas indigestíssimas *Lições de Geometria Diferencial,* de Trompowski:

— estudo teórico do máximo e mínimo de uma função com *m* variáveis;

— estudo da catacáustica e da dicáustica;

(14) Para um estudo da vida e da obra do Prof. Trompowski indicamos: Alfredo Severo — "Crônica da Saudade", Revista do Instituto de Engenharia Militar, n.º 8, junho, 1926, pág. 41; Marechal Dr. Joaquim Marques da Cruz — "In memoriam", Revista dos Docentes Militares, novembro de 1926; Major Eugênio Nicoll — "Elogio do Marechal Trompowski", Revista dos Docentes Militares. Cf. SOUZA, *H.*

— determinação do raio de curvatura de uma seção oblíqua;
— estudo das equações retilíneas da epiciclóide esférica [15].

Sob essa tremenda orientação trompowskiana a Análise Matemática, ou melhor, o Cálculo, era dado na Escola Politécnica (hoje Escola Nacional de Engenharia), e na Escola Militar. Tudo sob o látego do mais negro e requintado *algebrismo*. Não se cogitava em preparar engenheiros ou em formar oficiais para a tropa. Os catedráticos desenvolviam um programa imenso, nebuloso, cheio de teorias ôcas, inúteis, como se a finalidade precípua de um curso essencialmente técnico, fôsse preparar matemáticos teóricos, geômetras pesquisadores ou cientistas para alguma imaginária Academia de Análise Transcendente. Elaborados dentro dêsse clima de pesado *algebrismo*, empapados de teorias abstrusas, não ofereciam os livros do Marechal Trompowski a menor aplicação fora da Matemática.

9 — ALGEBRISMO EXAGERADO E ABSURDO

Êsse *algebrismo* exagerado, tedioso, afastava da engenharia rapazes talentosos com vocação para essa carreira, mas sem aptidão para estudos abstratos e pesquisas teóricas. Na Escola Politécnica ocorreu até o caso trágico e tristíssimo do suicídio de um estudante. Desejoso de seguir a profissão

(15) Surge, assim, aos nossos olhos, um amontoado de teorias sem interêsse para o engenheiro, teorias que não encontram aplicação alguma. O certo, o racional, seria o professor acompanhar cada teoria de suas aplicações. Em uma tese apresentada ao II Congresso Nacional de Ensino da Matemática (Pôrto Alegre, julho 1957) o Prof. Werner Kiel exarou a seguinte opinião:

— Tendo em vista que o adolescente é utilitarista, se lhe proporcionarmos imediata aplicação do instrumento intelectual adquirido na Matemática a outras disciplinas do currículo nós iremos de encontro aos seus interêsses. O adolescente ainda tem uma certa dificuldade em abstrair-se. A aprendizagem será portanto favorecida se lhe proporcionarmos as teorias Matemáticas no campo mais concreto da Física e da Química. Adverte com alta ponderação, o ilustre Prof. Maurício Jopert da Silva: "— Não se compreende, no Curso de Engenharia um longo desenvolvimento teórico que não seja acompanhado de interessantes aplicações". Cf. MAURÍCIO JOPERT DA SILVA, "A ciência para o engenheiro", in *Al-K.*, 1946, n.º 3, pág. 75.

de engenheiro viu-se reprovado, várias vêzes seguidas, em Mecânica Racional e as reprovações decorriam do *algebrismo* que azorragueava o curso. Desesperado com a situação, o acadêmico tresloucado atirou-se do 3.º andar e foi morrer junto a porta da Politécnica, ensopando de sangue as pedras da calçada. Mas as pedras, lá fora, não eram mais duras do que o *algebrismo* que reinava lá dentro [(16)].

O mesmo *algebrismo* apavorante surgia impiedoso na Escola Naval. Os futuros oficiais de Marinha (mesmo sem a menor aptidão para a Matemática) eram obrigados a vencer durante o curso, uma barreira tremenda erguida pela instigação algebrista dos professôres militares. Exigia-se de um aspirante teorias enfadonhas intrincadas, que êle (mesmo navegando por todos os mares do mundo) nunca teria oportunidade de aplicar [(17)].

O desvirtuamento do ensino da Matemática é severamente criticado pelo Prof. Euclides Roxo:

> Segundo a psicologia clássica, o ensino visava à formação e ao desenvolvimento do espírito em abstrato. Procurava-se obter, separadamente, a educação dos sentidos e da linguagem, a da imaginação, a do raciocínio.
>
> A Matemática era então considerada a matéria adequada à educação do raciocínio (no sentido de pensamento lógico) e era essa a principal finalidade do seu ensino, senão a única, desprezadas as "aplicações utilitárias" como indignas da formação humanística. Dêsse modo se justifica a apresentação da matéria em estrutura formal, desde as primeiras séries do curso.

---

(16) Cita-se o caso de Lima Barreto (1881-1922), escritor de talento, que se revelou incapaz de vencer o *algebrismo* dominante no curso da antiga Escola Politécnica. Assim escreveu o seu biógrafo, Francisco de Assis Barbosa: "Lima Barreto ingressou, por fim, na Escola Politécnica onde cursou até o terceiro ano, embora ficasse dependendo da cadeira de Mecânica Racional, do segundo ano, na qual foi, por diversas vêzes, reprovado". Cf. BARBOSA, *C.*, 9.

(17) Um aspirante era obrigado a estudar o problema da transposição de eixos, no espaço de três dimensões, para o caso em que os eixos são oblíquos, e devia também conhecer as fórmulas de Euler. Pergunta-se: Devemos ensinar a um engenheiro naval o cálculo do ângulo de duas curvas em coordenadas isométricas? De forma alguma. Êsse ângulo, calculado pelo Prof. Othon Nogueira, é resíduo turvo de *algebrismo* inútil. Cf. NOGUEIRA, *S.*, 71.

Tal preocupação de *educar o raciocínio* encontrou grande apoio na própria estrutura lógica que a Matemática, desde cedo, adquiriu.

Como bem assinala William Betz, "a Matemática teve a sorte e o infortúnio de receber, logo no começo do seu desenvolvimento, uma compilação magistral sob a forma d'*Os Elementos de Euclides*".

O brilho que irradiava, pela sua incomparável superioridade a qualquer outro produto do pensamento humano, ofuscou de tal modo os que a admiravam que êstes deixaram de perceber que a sua significação não era geométrica, porém *metodológica* (18).

10 — O ALGEBRISMO NA ENGENHARIA

Na Escola Politécnica (hoje Escola Nacional de Engenharia), a situação era deplorável. O *algebrismo,* transbordante na cadeira de Cálculo, da 1.ª série, derramava-se copioso pelas outras cadeiras do curso e ia inundar, com a lama da sua inutilidade, a Física Experimental, a Topografia, a Mecânica Racional, a Mecânica Aplicada, a Astronomia (com todo pêso da Mecânica Celeste), a Hidráulica, etc. A prática do ensino era raquitizada ao extremo. Notava-se a corcova deformadora do algebrismo até em Mineralogia. O Dr. Everardo Backheuser, catedrático dessa cadeira, obrigava o aluno a estudar as fantasiosas "teorias sôbre os sistemas cristalinos". A cadeira de Eletricidade era, do princípio ao fim, rastejada por meio de fórmulas surgidas de longas e massudas integrações desenvolvidas no quadro-negro. Cem por cento de intemperado *algebrismo*! Êsse mesmo método era adotado nas cadeiras de Estradas e Máquinas. Tudo sem ressair das abstrações inúteis, girava em têrmos de puro *algebrismo.*

11 — O COMBATE AO ALGEBRISMO

O emérito Prof. Everardo Backheuser, que no princípio de sua carreira no magistério fazia *algebrismo* até dentro da Mineralogia, passou, mais tarde, a perfilar entre os que com-

(18) Cf. Roxo, *M.*, 68.

batiam o desvirtuamento do ensino da Matemática nos Cursos de Engenharia. Ouçamos a sua judiciosa opinião, já bem filtrada pela experiência do magistério:

> A aprendizagem, por exemplo, do Cálculo Diferencial em uma Escola de Engenharia difere essencialmente da que é feita em uma Faculdade de Ciências. Assim pois, o professor daquela Cadeira, no primeiro dos dois estabelecimentos, à sua qualidade de sabedor da matéria há de juntar a qualidade de "formador" de engenheiros. O que se diz da cadeira de Cálculo aplica-se a qualquer outra ciência fundamental de qualquer outra especialidade. Conhecimentos pedagógicos gerais precisam pois ser possuídos pelo professor superior (19).

O *algebrismo* é, atualmente, condenado por muitos professôres e severamente combatido nos Cursos de Engenharia. As demonstrações longas e pesadas, para o arquiteto e para o engenheiro, devem ser evitadas; será permitido, ao professor, sacrificar a perfeição lógica de raciocínio para livrar o estudante de complicações inúteis. Prescreve, com absoluta segurança, o Prof. Lélio Gama, matemático e astrônomo em seu largo e copioso parecer:

> A Matemática deve ser, para o engenheiro, um estôjo de instrumentos de precisão, que êle deve saber utilizar com habilidade e presteza, ainda que não saiba, profundamente, como são construídos êsses instrumentos. As fórmulas e teoremas úteis devem ser demonstrados sempre que as demonstrações não forem demasiado longas nem exigirem um espírito técnico. Nas demonstrações longas ou de interêsse abstrato, será permitido ao professor contornar a perfeição lógica do raciocínio, mediante um franco

(19) Cf. Backheuser, *P.*, 29. Laisant, referindo-se aos engenheiros franceses, faz a seguinte observação: "Não raro encontrar engenheiros, aliás muito inteligentes e distintos, que vos digam haver esquecido o que outrora souberam de Matemática; jamais haver tido ocasião de fazer uso de todos os elementos penosamente adquiridos anteriormente, e, para concluir, serem os conhecimentos matemáticos antes um meio de seleção impôsto nos concursos do que as bases de uma educação profissional eficiente". Cf. Roxo, *M.*, 251.

apêlo à intuição geométrica e a representação gráfica cartesiana — embora fôsse isso um pecado mortal para o professor de *Matemática Pura* [20].

12 — O PÊSO DO ALGEBRISMO

Mas, apesar dos reparos e censuras de vários geômetras e de muitos engenheiros de bom senso, o *algebrismo* não capitula diante da realidade dos fatos e permanece, com o pêso de sua inutilidade, ao longo do Curso de Engenharia.

Sente-se, ainda, a infiltração algebrística em várias cadeiras: Resistência dos Materiais, Mecânica do Solo, Grandes Estruturas, etc. As divagações teóricas são freqüentes. Tudo poderíamos ensinar a um engenheiro se houvesse tempo. A advertência de Rey Pastor, sôbre essa importante face do problema, é muito grave e deve ser aqui apostilada:

> Se a vida humana não fôsse limitada, nada mais simples diante de nós. Para formar engenheiros teríamos que começar por dar-lhes uma cultura humanística, literária, sempre útil e até necessária; viria, depois, o estudo da Matemática Abstrata e Aplicada, úteis e inúteis; seguir-lhes-ia a execução de tôda a espécie de trabalhos de laboratório, de gabinete, etc. e assim se continuaria até dominar todo o campo da profissão; evidente é que um ideal dessa espécie, de tal modo ambicioso, não passa de pura utopia. Decorre daí a necessidade de selecionar, de escolher os métodos que cheguem ao rendi-

(20) Trecho das *Sugestões* apresentadas ao Clube de Engenharia. Cf. MALBA TAHAN, *Al-K.*, Rio, 1946, n.º 4, pág. 18. O Prof. Lélio Gama, que se revela adversário do algebrismo no Curso de Engenharia, sabe navegar com perícia pelos sete mares do *Algebrismo*. O seu livro *Séries Numéricas* (Rio, 1946) tomado, ao acaso, entre vários, pode ser apontado como um exemplo eloqüente. Em 285 páginas de intensa calculeira não apresenta, ao leitor curioso, uma única aplicação prática. E no *Prefácio* dessa obra o Dr. Lélio Gama declara: "O assunto — séries numéricas — é exposto sob forma *didática*". Seria interessante que o ilustre matemático, dentro do seu brilhante autodidatismo, explicasse em têrmos bem claros, em que consiste a apresentação *didática de um assunto,* e, afinal, que se deve entender por *forma didática.* O seu livro pode ser tudo, exceto um *livro didático.*

mento máximo com o esfôrço mínimo, isto é, *métodos* e não *receitas;* o ensino da engenharia tem de ser, pois, *metódico* e não *empírico* (21).

Nesse mesmo sentido são irrespondíveis as ponderações do Prof. Marcelo Santaló (*La Educación*, n.º 8, dezembro de 1957, pág. 16):

> A fim de implantar a educação popular em bases científicas faz-se mister assinalar os postulados básicos que lhe servirão de apoio. Nos tempos atuais é, em geral, aceito o princípio seguinte: "A capacidade do homem para assimilar conhecimentos é limitada". Aquêle velho ditado, tão repetido, de que o saber não ocupa lugar, parece exprimir apenas uma frase bonita, destinada a estimular o bom estudante. A realidade é bem diferente. Para aprender certas coisas é preciso ter lugar para retê-las. E a prova de que isto é assim, vamos encontrar na ignorância que, da maior parte de coisas da vida, revelam os peritos e especialistas.

13 — O ABUSO DO ALGEBRISMO

O abuso das teorias algebristas era levado a tal exagêro que provocou protestos. Impunha-se, como necessária, a medida de acabar com as *teorias prejudiciais* (devemos sublinhar: *teorias prejudiciais*). Relegar o entulho algebrista que sufocava os estudantes. Vamos copiar a opinião do Engenheiro Paulo Sá. As conclusões dêsse técnico, contrárias ao *algebrismo,* são notórias e notáveis:

> Acabar-se-ão os "abusos teóricos prejudiciais numa escola de Engenharia", para usar da expressão de Ruy de Lima e Silva na sua conferência sôbre "A nova Escola Politécnica" (1931).

(21) Citado no opúsculo intitulado: *Um Conflito entre a Congregação da Escola Politécnica e o Conselho Universitário da Universidade de São Paulo perante o Conselho Nacional de Educação,* São Paulo, 1937. Cf. Dulcídio Pereira, "O ensino superior de Engenharia". Êsse artigo figura no interessante fascículo intitulado *O que Deve Ser o Ensino de Engenharia do Brasil,* publicado pelo Instituto Nacional de Tecnologia (Imprensa Nacional, Rio, 1949). Nesse importante trabalho colaboraram os engenheiros: Francisco Lessa, Raul de Caracas, Dulcídio Pereira e Paulo Sá. Cf. Lessa, *E.*

> Escolher-se-á, em cada matéria, aquilo que está ligado direta e fundamentalmente à solução dos problemas de Engenharia; e sôbre isso se insistirá sem a preocupação vã de preparar eruditos, sem a preocupação desarrazoada de fazer ciência [22].

Em Geometria Analítica o futuro engenheiro aprendia a resolver problemas que envolviam figuras referidas (no espaço de três dimensões) a eixos cartesianos oblíquos. Ora, todo mundo sabe que o engenheiro (em caso algum) aborda o estudo de uma curva, ou de uma superfície, referida a eixos oblíquos. A resolução de um problema, em Analítica, com emprêgo de coordenadas cartesianas oblíquas, é *algebrismo* de quem não tem a menor noção da finalidade da Matemática nos Cursos técnicos [23].

Êsse algebrismo trompowskiano, endêmico nos Cursos Superiores, foi contagiar fortemente o Curso Secundário. É muito comum encontrarmos professôres algebristas, ferrenhos e intolerantes, entre os que labutam nas turmas ginasiais [24].

Urge combater êsse mal. Para o bem do ensino precisamos abolir, ou pelo menos reduzir a um mínimo razoável, a obsessão algebrista de certos mestraços inconsonantes. O ensino de Matemática, nos ginásios e colégios, deve ser, atualmente, muito diferente do antigo ensino de Matemática do período trompowskiano.

---

(22) Judiciosa é a observação do Engenheiro Paulo Sá: "Querer, porém, fazer do engenheiro um cientista, será ao mesmo tempo menosprezar a ciência e não compreender a engenharia: e o produto híbrido e monstruoso que se obtivesse teria a esterilidade desgraçada de todos os híbridos. A pesquisa da verdade como um fim cria não raro uma mentalidade hesitante em que a dúvida domina, na qual cada idéia submetida a uma análise, tende insensìvelmente para as subtilezas geradas por uma crescente exigência... uma mentalidade imprópria para a ação rápida e decisiva imposta pela prática. O homem de ação (pelo contrário) adquire ràpidamente a faculdade de discernir, no dédalo dos caminhos que se lhe apresentam, a via exata a seguir (porque êle) cedo se habitua a encarar o tempo como valor que não pode ser desperdiçado. Cf. LESSA, *E.*

(23) Encontram os eixos oblíquos, como sabemos, aplicação em certos e raríssimos problemas. Êsse fato não justifica de forma alguma, a inclusão do estudo de eixos oblíquos, aplicado a curvas e superfícies. Cf. PASTOR, *A.*, XIV.

(24) É fácil observar que o vírus do algebrismo foi atingir até o curso primário. Há livros, indicados para o Curso Primário, que encerram exclusivamente *carroções*. Consiste o ensino da Matemática em calcular os tais carroções.

Inventado especialmente para quisilar e aborrecer os estudantes, o algebrismo trompowskiano foi um mal, de lamentáveis conseqüências, no ensino de Engenharia. Ouçamos, ainda uma vez, as oportunas e marcantes palavras do Dr. Paulo Sá:

> Já o deixara antever, criticado em 1900 — há quase meio século — o nosso ensino de engenharia, o Prof. Luiz Cantanhede, mais tarde diretor da Escola Politécnica: "Com os atuais processos — dizia êle — não consegue a Escola nem formar engenheiros, nem preparar cientistas". Se um engenheiro não é um homem de ciência, não poderá ser também — o que é coisa parecida — um homem de laboratório. O homem de laboratório é sobretudo um homem que não se importa de fracassar. "Falhei apenas 500 vêzes, dizia Edison de uma das suas pesquisas — estou apenas começando." E o claro e luminoso espírito de John Henry, Cardeal Newman (*The Idea of a University*) já afirmava com tanto humor britânico: "nas pesquisas científicas pode-se dizer, paradoxo, que o êrro é, em muitos casos, o caminho para verdade, o único caminho". E acrescentava, numa observação profunda: "Os erros de certos espíritos são, na pesquisa científica, mais frutuosos do que as verdades de outros".

14 — UM PIONEIRO DO ALGEBRISMO

O algebrismo trompowskiano teve, nos cursos militares, um pioneiro de alto valor e indiscutível prestígio no magistério brasileiro: o General Benjamin Constant Botelho de Magalhães [25].

---

(25) BENJAMIN CONSTANT (1833-1891) matemático e astrônomo brasileiro. Apontado como o fundador da República e do algebrismo, no Brasil. Elaborou um trabalho medíocre sôbre *quantidades negativas*. O Prof. Agliberto Xavier exalta a figura de Benjamin Constant: "A regeneração do ensino matemático foi no Brasil brilhantemente iniciada pelo nosso imortal compatriota que mais tarde veio a ser Fundador da República, o ínclito Benjamin Constant. Durante grande parte do seu tirocínio no magistério teve êle como auxiliar de valor inestimável, segundo sua própria opinião, um seu antigo discípulo — Roberto Trompowski — que mais tarde se tornou seu digno sucessor no magistério. Além dêsse insigne colaborador na obra de educação da mocidade brasileira, outros ainda encontrou Benjamin Constant, tais como os irmãos Morais Rêgo, José Eulálio da Silva Oliveira, etc. Cf. XAVIER, *C.*, 157-158.

Dotado de marcante personalidade, conhecia Benjamin Constant o segrêdo de seduzir seus discípulos e fazer, de cada aluno, um adepto de suas teorias e de seus métodos. Foi, sem dúvida, o precursor do algebrismo no Brasil. Era homem de talento e de larga erudição jamais quebrantada; sob a inspiração absorvente do Positivismo transformou-se num verdadeiro mago das pesquisas abstratas pelos amplos domínios da Análise Matemática. Fazia do algebrismo o tempêro de suas lições, o objetivo único da Matemática. Em suas aulas, com a persistência do verdadeiro maníaco, sob o impulso constante de seu palavrear, não abria a menor brecha para qualquer aplicação prática da Ciência. E mesmo assim (em virtude de sua cultura e de sua comunicativa simpatia pessoal) prendia a atenção dos estudantes com suas magistrais preleções sôbre as mirabolantes concepções da Analítica e do Cálculo Infinitesimal.

É interessante ouvir o testemunho insuspeito, ditado pela amizade, de antigo aluno de Benjamin Constant. Escreveu o General Lôbo Viana, ao esboçar, com lembranças abrandecidas, em largo estudo panegírico, a personalidade invulgar do mestre:

> E tal era o encanto maravilhoso dêsse poema de linhas e superfícies que, galopando pelo vasto campo da Geometria Algébrica, perdia o Mestre (referia-se a Benjamin Constant) o fio da lição encetada.
>
> E, voltando-se para o seu assíduo coadjuvante, sentado à sua sinistra, inquiria:
>
> — Dr. Trompowski, onde ficamos?
>
> Êste fixava-lhe o ponto precisamente interrompido pela eloqüência máscula do mestre. Retomando-o, penetrava a fundo no domínio das operações, no império da *Calculeira,* no desenvolvimento das equações, a que êle humorìsticamente chamava de *Bagaceira.*
>
> E sob o mais profundo silêncio, o silêncio das grandes catedrais, mandava escrever uma expressão algébrica consoante a lição do dia. Discorrendo sôbre o assunto, dando largas à sua vasta e exuberante cultura filosófica, em linguagem clara, cristalina, pura, seduzia, empolgava, alcandorava o auditório às regiões inacessíveis do belo.

Jamais, em minha vida de estudante e mesmo de professor que fui, jamais assisti a um docente que conseguisse da aridez das equações algébricas e da resolução numérica das equações de qualquer grau; da secura das propriedades gerais das linhas e superfícies; da esterilidade das regras de diferenciação e integração e suas aplicações analíticas e geométricas, e dos problemas geométricos, das retificações, quadraturas e cubaturas; da sensaboria das fórmulas matemáticas, — tirar efeitos magistrais, prendendo, encantando os discípulos como fazia o Dr. Benjamin Constant [26].

---

(26) Êste trecho é transcrito de F. T. D. — *Noções,* 71. Que era o algebrismo para Benjamin Constant? Uma *bagaceira* dentro do ensino da Matemática. E são anavalhantes as referências feitas pelo próprio General Lôbo Viana: *aridez das equações; secura das propriedades; esterilidades das regras de diferenciação e integração; sensaboria das fórmulas.* Com essas alusões arrazadoras o antigo aluno de Benjamin Constant emoldurou o algebrismo abstruso com que era, na antiga Escola Militar, lecionada a Matemática.

CAPÍTULO VI

O ALGEBRISMO E A ROTINA DEFORMADORA — ERROS DOS ALGEBRISTAS

Entre os direitos da ignorância há o de ser esclarecido e perdoado.

EDUARDO GIRÃO, *V.*, 225.

1 — A ROTINA, COISA MUITO SÉRIA

Coisa muito séria, dentro do ensino, é a rotina. Alexandre Ribot, político e literato francês (1842-1923) considerava a face mais grave do problema: Nada mais difícil do que romper com um sistema de educação. Os homens que êle formou não podem habituar-se com a idéia de que o tal sistema não seja o melhor para os seus próprios filhos, como foi para êles (1).

Destaquemos esta observação de Marcel Boll, matemático francês, cujos ensinamentos têm alicerces bem caldeados:

> Os erros, sempre virulentos, da Didática Especial da Matemática são um triste exemplo da rotina e da deformação profissional. E contudo, as críticas autorizadas não faltaram: "abuso da dedução e procura condenada de verdades absolutas" (P. Boutroux); tecnicismo sêco e estreito (T. Dantzig); desconhecimento da natureza experimental dessa ciência (F. Gonseth); perfeita ignorância do seu papel social através dos ideais (L. Hogben). Demasiadas vêzes, faz-se um tiro duplo: os que ensinam a Matemática não sabem para que ela serve; e os que se têm de servir dela não a conhecem (2).

---

(1) Cf. PEIXOTO, *P.*, 12.

(2) Cf. BOLL, *E.*, 7.

A prova de que o algebrismo é sintoma de rotina pode ser obtida fàcilmente. Observemos com atenção os compêndios adotados. Os exercícios algebrísticos não variam. Estão enraizados nos vários capítulos da Matemática. São os mesmos que eram dados há cinqüenta ou setenta anos passados: carroções complicadíssimos, mudanças de base de numeração, cálculo de m. m. c., sistemas de equações etc. (3)

Será fácil apontar exemplos. Eis um problema apresentado para alunos do curso primário:

> *Um pai tem 44 anos e os filhos respectivamente 12, 10 e 8 anos. Daqui a quantos anos a idade do pai será igual à soma das idades dos filhos?* (4)

Trata-se de uma questão banalíssima, perfeitamente admissível como "problema divertido" dentro de um curso de Recreações Matemáticas. Não deve, porém, o professor tomar a sério, perante seus alunos, essas perguntinhas obsoletas sôbre idades.

2 — O PROBLEMA DAS CAIXINHAS

Em livro bem recente, destinado especialmente a alunos do Curso Primário, encontramos, na parte relacionada com o estudo do Sistema Métrico, o seguinte problema:

> *Quantas caixinhas de 0,000 758m³ podem ser postas numa caixa de 0,216 030m³?* (5)

---

(3) Em livro publicado em 1958 encontramos problemas práticos exatamente iguais aos problemas que eram dados, em 1887, na Álgebra de Cunha e Serrasqueiro. O tempo passa, mas os enunciados dos problemas não mudam.

(4) Cf. CAPANEMA, *M.*, 98. Nada menos de nove problemas dêsse gênero (Matemática Recreativa) são apresentados, como coisa muito séria, no livro *Exercícios de Aritmética Explicados e Resolvidos* (Livraria Francisco Alves, 2.ª edição, 1938). Êsse livro é da autoria do Prof. Oswaldo Mendes Dias.

(5) Cf. PAULA, *A.*, 63. Para evitar que a distância da Terra ao Sol fôsse medida em metros, oferece-nos o sistema métrico uma unidade mais cômoda: o quilômetro. Para evitar que o volume de uma caixinha seja expresso por uma fração do metro cúbico, encontramos, no sistema métrico, outras unidades: o centímetro cúbico, o milímetro cúbico, etc. Medir o volume de uma caixinha em metros cúbicos é, como dissemos, fugir ao espírito do sistema métrico.

Analisemos sucintamente, do ponto de vista didático, o enunciado dêsse problema.

Apresenta-nos a sua autora, Prof.ª Maria Paula, certa caixa com seu pequenino volume, expresso por diminuta fração do metro cúbico (primeira incongruência).

Deseja a ilustre Prof.ª Maria Paula saber quantas caixinhas (tendo cada uma 758 centímetros cúbicos de volume) podem *ser postas* dentro da caixa maior.

Ora, a resposta é imediata.

Dentro da caixa maior podem *ser postas* duas, três, quatro, trinta, quarenta e até duzentas e cinqüenta e oito caixinhas!

E isso porque, no enunciado do problema, não está explícita a exigência em relação ao maior número de caixinhas que podem *ser postas* na caixa maior. A condição fundamental do problema (segundo tudo leva a crer) seria a seguinte: A caixa maior (sem apresentar vazios) deve ser inteiramente ocupada pelas caixinhas.

Assinalamos, ainda, no enunciado do problema, outra falha muito grave.

Com efeito.

A distinta professôra propõe o problema esquecida de que, por descuido, nada esclareceu em relação à forma da caixa maior; omitiu, também, as necessárias indicações sôbre as condições geométricas das caixinhas.

Essas omissões, dentro do espírito de precisão matemática, tornam impossível o problema.

Realmente. Qualquer criança sabe que uma caixinha pode apresentar a forma cúbica, a forma arredondada (ovalada), forma prismática (regular ou irregular), forma cilíndrica (circular ou elítica), etc. e até esférica!

Como iria, então, o solucionista calcular o número de caixinhas cilíndricas (circulares, por exemplo) que a caixa maior, sendo retangular, poderia, no máximo, comportar? E se a caixa maior fôr cilíndrica e as caixinhas forem prismáticas? Como levar em conta os vazios que são inevitáveis?

As caixinhas serão tôdas iguais?

Será fácil multiplicar as hipóteses; apinhoar suposições.

A falta de precisão no enunciado é patente. Apresenta-se o problema destituído daquilo que Pascal chamaria: "*espírito da Geometria*".

Observe, ainda, o leitor a maneira antimatemática e incongruente pela qual são expressos os dados essenciais contidos no problema: Dois pequenos volumes apresentados sob a forma de frações do metro cúbico. Tudo fora até do espírito, ou melhor, da finalidade do Sistema Métrico. Tudo irreal; tudo fora da vida. Na sua ingenuidade palmar, a autora do problema esquece a Matemática, com seus imutáveis princípios de ordem e precisão, e pensa só na graça e na delicadeza, tôda feminina, das tais caixinhas que, ingênuamente, pretende colocar dentro da caixa maior.

O *problema das caixinhas* (podemos concluir) representa um verdadeiro lançaço contra a Matemática na Escola Primária.

3 — ERROS DOS ALGEBRISTAS

O algebrismo, quando exagerado, na sua permanente conspiração contra o bom senso, pode impelir o matemático aos perigosos desvios do êrro. Observemos com a devida atenção o seguinte problema de Geometria, formulado pelo Prof. J. J. Neves Rodrigues e incluído, com o maior destaque, em seu compêndio:

> *Um quadrado e um triângulo estão inscritos num círculo. Sabendo-se que a soma da área do quadrado com o lado do triângulo é igual ao comprimento da circunferência, calcular a área do círculo* (6).

Pergunta-se: Como pretende o preclaríssimo Dr. Neves Rodrigues somar a área de um quadrado com o lado de um triângulo? Como obter, com essa soma absurda, de quantidades heterogêneas, o comprimento de uma circunferência? O algebrismo pertinaz levou o professor a praticar a proeza

(6) Cf. Rodrigues, *A.*, 145.

de encaixilhar um êrro grave num problema banalíssimo de Geometria Elementar. O êrro, no enunciado do problema, é tão óbvio, tão palpável que surpreende o leitor.

4 — O PROBLEMA DAS MAÇÃS

Passemos, agora, ao exame rápido de um outro problema artificial, irrisório, sem o menor sentido prático que fere frontalmente o atilamento matemático. O seu enunciado, aferroado pelo algebrismo disparatado, é o seguinte:

> *Um quitandeiro distribuiu 1 855 maçãs em quatro caixas cujos volumes são inversamente proporcionais aos números 6, 8, 12 e 15. Quantas maçãs colocou em cada uma?* (7)

Não se encontra, no enunciado, menor indicação sôbre o tamanho de uma das quatro caixas. O quitandeiro não é obrigado a encher literalmente as quatro caixas com as 1 855 maçãs. Deverá, apenas, *distribuir* as maçãs pelas quatro caixas. A única condição, do enroscado problema, é que essas caixas tenham os respectivos volumes inversamente proporcionais a quatro números dados. E que volumes serão êsses? As quatro caixas podem ser enormes, cabendo, na menor, 1 860 maçãs, por exemplo. O quitandeiro, nesse caso, poderá *distribuir* as 1 855 pelas quatro caixas à vontade. Cada caixa poderá receber do total dado, o número de maçãs que êle (o quitandeiro) quiser. O número de soluções do problema (dentro da hipótese que formulamos) não chega a ser infinito, mas é muito grande. (Mais de cem mil bilhões de soluções!) O certo seria dispensar o quitandeiro, distribuir as maçãs pelas crianças do bairro, suprimir as quatro caixas, e propor, apenas, sem rodeios e sem fantasias:

> *Dividir o número 1 855 em partes inversamente proporcionais aos números 6, 8, 12 e 15.*

---

(7) Cf. WOLFF, P., IV, 215. Com as questiúnculas arrevezadas dêsse livro poderíamos enastrar uma perfeita grinalda de algebrismos.

O autor, todo lampeiro, pretendeu vestir o problema com o albornoz de uma aplicação real (embora fantasiosa e ridícula) e o problema saiu apalhaçado com vestes galhofeiras e a máscara cômica do êrro.

5 — FLÔRES EXÓTICAS DO ALGEBRISMO

Preocupado em formular questões cerebrinas que possam confundir ou atrapalhar o estudante, não se interessa o algebrista com os dados nem com a finalidade e, muito menos, com a realidade do problema.

Os nossos compêndios de Matemática estão cheios de problemas irreais, absurdos ou extravagantes.

Será fácil colhêr exemplos expressivos em nossa opulenta Literatura Didática.

De início citemos um problema, para jovens do curso primário, sôbre sistema métrico:

> *1 200 litros de chumbo, com 7 800 000 centímetros cúbicos de algodão, mais 500 quilogramas de água destilada, quantos quilolitros pesam?* (8)

Convém ler e reler o intemperante enunciado, com a maior atenção, para sentir as desconexidades dos elementos métricos que nêle figuram.

Tudo risível, irreal e disparatado.

O Autor, com a sua acuidade de algebrista, resolvido a esgatanhar a Matemática, acha, possível e aceitável, juntar 1 200 litros de chumbo (vejam bem, pois não há engano: *litros de chumbo!*) com sete milhões e oitocentos mil centímetros cúbicos de algodão (Desde quando o algodão é medido em milhões de centímetros cúbicos?). Para completar a confusão o algebrista derrama, por cima do chumbo e do

---

(8) Cf. Adizel, *Q.*

algodão, meia tonelada de água. E no fim exige a solução do problema, isto é, o pêso da estranhíssima misturada em quilolitros! Será bom frisar bem claramente: Como exprimir o pêso total em quilolitros? O quilolitro é unidade fora da vida, que o comércio não adotou, que o povo repeliu. E mais ainda: O quilolitro é unidade de capacidade e não de pêso! Quanto pesará um quilolitro de chumbo, algodão e água?

Que idéia das medidas e dos cálculos aritméticos fará um menino, de 10 anos, ao ler êsse problema, verdadeira excomunhão lançada contra a simplicidade e o bom senso da Matemática? (9)

6 — ALGEBRISMO AMORAL E DESEDUCATIVO

Prosseguindo nesse roteiro, trilhado e retrilhado pelo mundo fabuloso do algebrismo, podemos admirar êste monumento de impropriedade Didática que se encontra no livro *Mil Problemas,* da Prof.ª Julieta Capanema:

> *Um dono de estábulo vendia diàriamente 185 litros de leite. Dêstes litros uns eram misturados com água ou de 2.ª qualidade. Vendeu 11 litros da 1.ª qualidade e 34 da 2.ª e assim ficou com partes iguais das duas qualidades. Que porção de leite tinha de cada espécie?* (10)

A ilustre Prof.ª Julieta Capanema, autora dessa originalíssima questão aritmética, parece aceitar como coisa certa, legal e perfeitamente admissível, que um leiteiro procure au-

---

(9) O livro que publicou êsse problema mastodôntico mereceu em prefácio, altos elogios do Dr. Luiz A. P. Victória. Escreve o ilustre prefaciador: "O critério a que obedeceram os autores desta obra, se prende integralmente às normas que a moderna técnica pedagógica preconiza". E termina sua exaltação à obra prefaciada com êste magistral conselho: "Avante, pois, meus amigos, e que êste trabalho seja o marco de partida de uma série de outros, para gáudio de nossa mocidade estudiosa". O laudativo prefácio deve valer muitos quilolitros de chumbo e alguns milhões de centímetros cúbicos de algodão! Pobre Matemática!

(10) Cf. CAPANEMA, *M.,* 86.

mentar os seus pingues proventos vendendo o chamado leite de 2.ª qualidade (leite com água). A ação é criminosa, e quem a pratica, de forma tão celerada, atentando contra a saúde pública, está sujeito às penalidades da Lei. Que importa tudo isso? A Prof.ª Capanema inspirou-se no ato torpe do leiteiro delinqüente e, tomando-o por tema, formulou um problema para os seus jovens educandos (11).

O algebrismo nesse caso é positivamente risível e infeliz. E mais do que risível e infeliz: É amoral e deseducativo!

7 — ALGEBRISMO REQUINTADO

Do livro já citado *Questões do Exame de Admissão* — (Editôra Branca Ltda., Rio, 1955), transcrevemos o seguinte *problema* que figura precisamente na página 141:

> *Escreva, em algarismos romanos, o número ..... 25 000 467 976.*

O autor (Capitão Adizel de Carvalho) afirma que se trata de uma questão proposta no Colégio Militar, em 1951, para os candidatos a exames de admissão.

Vejam bem:

Trata-se de escrever, em algarismos romanos, um número que tem apenas, onze algarismos!

Gostaríamos de pedir ao professor, militar ou civil, que redigiu e apresentou a aludida e monstruosa questão, que nos respondesse com a maior franqueza e lealdade:

> 1) Algum dia êle (professor) já teve, na vida prática, necessidade de escrever, em algarismos romanos, um número maior que 3 000?

(11) Eis outro problema de autoria da Prof.ª Julieta Capanema, no qual o enunciado nos mostra, homens e cavalos hospedados juntos numa estalagem: *Durante uma viagem hospedaram-se numa estalagem 5 homens e 4 cavalos, depois 9 homens e 7 cavalos e por último 1 homem e 9 cavalos. Esta hospedagem durou 3 dias e se elevou a Cr$ 487,50. Pergunta-se a despesa diária de cada indivíduo, sabendo-se que cada homem pagou tanto quanto dois cavalos.* Cf. Capanema, *M.*, 95. Chamamos, para êsses problemas a atenção dos Srs. Orientadores Educacionais.

2) Não acha que é crime contra a Matemática propor, aos estudantes, questões cerebrinas, sem aplicação e sem interêsse algum?

3) Terá o ilustre professor, autor da questão, certeza da forma pela qual os romanos (do I ao V século) escreviam o tal número de onze algarismos? (Os historiadores, na parte relativa à Numeração Romana, são obscuros em certos pontos) (12).

4) Não acha que seria, de tôda vantagem, para o ensino e para a aprendizagem, tornar a Matemática mais simples, mais humana, mais viva e mais de acôrdo com a realidade?

8 — FANTASIAS ALGEBRISTAS

Mas, na verdade, os nossos algebristas apreciam a estapafúrdia fantasia de imaginar, escritos em algarismos romanos, números verdadeiramente astronômicos ... (13)

Os Profs. Ary Quintela e Newton O'Reilly elaboraram interessante livro de exercícios de Aritmética destinado, especialmente, ao curso de Admissão.

Na página 13 dessa obra podemos ler o seguinte exercício destinado a um menino de dez anos:

> *— Escreva, em algarismos romanos, o número ... 654 798 321.*

Mais adiante, na página 163, surpreende-nos uma questão dada, no Colégio Pedro II, no exame de admissão de 1952. É um exemplo frisante:

---

(12) Cf. CAJORI, H., I, 30; PÉREZ, *A.*, I parte; LORIA, *S.*, 124. Convém observar as páginas 373, 382 e 383 de SMITH, *R.* É do maior interêsse, sôbre essa debatida questão, a leitura das páginas 464 e 465 de CHARLES, *A.* Chamamos a atenção do leitor para o modêlo da pág. 468, modêlo de um ábaco romano, no qual aparece (dentro da grafia romana) o número *dez mil milhões.*

(13) Números que os próprios romanos não escreviam ou não sabiam escrever. Tendo mostrado um dêsses problemas ao Prof. João Cristóvam Cardoso, êsse ilustre físico e geômetra, observou: Só mesmo por inconsciência poderia um matemático exigir de um examinando semelhante besteira (sic).

— Escreva, em algarismos romanos, o número ... 78 700 468.

Em São Paulo os deploráveis cálculos astronômicos, com algarismos romanos, também preocupam os professôres. No livro *Preparatórios,* do Dr. Máximo de Moura Santos, não imune do contagiante algebrismo, encontramos, na página 124, esta monstruosidade:

— Escrever em algarismos romanos o número ... 8 622 213 583

Não basta escrever em algarismos romanos. É preciso escrever *diretamente.*

Eis uma interessante questão formulada, no mesmo livro, pelo preclaro educador Prof. Máximo de Moura Santos. É destinada, também, a meninos de dez anos:

Escreva em algarismos romanos, diretamente, o número sete quatrilhões, oitocentos e vinte e quatro milhões, cinco milhares e setecentos e vinte e nove unidades (14).

Não se compreende qual o motivo que leva êsse ilustre educador a conspurcar dessa forma o ensino da Matemática. Alguma promessa?

O Prof. Antônio Pedro Wolff, adepto dos mesmos problemas, é mais romanesco e modesto em relação à grandeza dos números. Mas não querendo perder o seu alto prestígio, entre os bons algebristas, atarraca os jovens estudantes com esta questãozinha banalíssima (15):

---

(14) Cf. SANTOS, *P.,* 126. Essa mania mórbida dos algarismos romanos vem do Ensino Primário. Assinalemos esta advertência da Prof.ª Irene de Albuquerque: O maior número que, na Escola Primária, devemos ensinar a escrever em algarismos romanos é o do ano em que estamos. O programa que exige mais do que isso, incide em grave êrro didático. Só se deve pedir a grafia dentro da numeração romana para dados que exprimam uma situação real. Seria absurdo, por exemplo, ensinar uma criança a efetuar uma operação com números escritos em algarismos romanos. Cf. ALBUQUERQUE, *M.,* 75.

(15) Cf. WOLFF, *P.,* IV, 27. *Nota*: Em 1949, no Colégio Pedro II, em exames de admissão foi proposto o seguinte problema: *Escreva em algarismos romanos o número 3 043 839.* Cf. FERREIRA, *G.,* 63.

Escrever em algarismos romanos o número 375 949.

Aqui, também, como nos exemplos anteriores, ressobra algebrismo.

Questão equivalente, afinada pelo mesmo diapasão, poderá ser assinalada no livro *1.ª série de Matemática* do Prof. Francisco Vasconcelos [16]:

Escrever em algarismos romanos 52 725 615.

Condenamos radicalmente êsses problemas irreais, absurdos e sem a menor utilidade. O algebrismo deve ser integralmente abolido do ensino da Matemática.

9 — O ALGEBRISMO NO ENSINO PRIMÁRIO

O algebrismo, com suas incríveis tortuosidades, envenena a Matemática, como já dissemos, até nos domínios oficiais do Curso Primário.

Citemos, a tal respeito, um exemplo altamente expressivo:

> *No Programa para o Ensino Primário Fundamental, adotado oficialmente* no Estado de Minas Gerais (em 9-1-1950), podemos ler, na pág. 92 esta prudente e sensata recomendação:
>
> *Que todo o problema deve versar sôbre situações que apresentem probabilidade de ocorrer muitas vêzes na vida real* [17].

Algumas páginas, depois, esquecidos da tal justíssima recomendação "sensata e prudente", feita aos professôres, os autores do aludido Programa sugerem que seja dado aos meninos o seguinte e estapafúrdio e descomedido problema:

> *Escrever, em algarismos romanos, o número .... 6 200 020* (Veja *Programa*, pág. 100).

(16) Cf. VASCONCELOS, *M.*, I, 79.
(17) In *P. E. P. F.*, IV, pág. 92.

Pergunta-se:

Quantas vêzes, na vida real, ocorrerá a espantosa *situação* capaz de levar um menino a escrever 6 200 020 em algarismos romanos?

Vemos, portanto, que a preocupação criminosa de *algebrizar* o ensino da Matemática vive até no pensamento daqueles que elaboram os programas oficiais para o Curso Primário. Pobres crianças!

O comentário do Prof. Carneiro Ribeiro é bastante expressivo:

> O mestre, no que respeita o ensino da criança, deve como o médico, prudente e cauteloso, não ministrar a êsses tenros entesinhos senão alimentos são e de boa digestão, para que a assimilação viciosa não dane o futuro desenvolvimento do pensamento; como a má digestão é prejudicial à boa formação e reparação dos tecidos do organismo. Mais do que o travo e o amargo de certas drogas medicinais, repugna ao espírito do menino muito ensino árido e áspero, que se lhe dá, o qual mais tem de inútil e danoso que de aproveitável e sumarento [18].

10 — PROBLEMAS IRREAIS E DISPARATADOS

Não hesita o algebrista inescrupuloso, sem consciência, em exigir de seus alunos problemas que envolvem dados e situações irreais, fantasiosas e até disparatadas. E o imperdoável, nessa atitude, é que tais problemas incongruentes e desconchavados, com as dificuldades aferidas pelo algebrismo, são apresentados com o firme propósito de reprovar estudantes, eliminar candidatos ou afastar pretendentes dos cursos técnicos.

Vejamos, como exemplo típico, uma questão dada em nossa tão conceituada Escola Nacional de Engenharia (apontada como um Estabelecimento padrão), para os candidatos ao exame vestibular, no ano de 1945. Ei-la, com seu enunciado completo, letra por letra:

(18) Cf. CARNEIRO, *P.*, 134.

Em um triângulo retângulo, dá-se c = 348 228,43m e B = 48 35′ 27″.

Calcular b.

Calcular, em seguida, de que quantidade deve-se aumentar B para que c, conservando-se constante, b seja aumentado de 20 m″ (19).

Observe o leitor, com a maior atenção, a rigidez do dislate e a péssima redação do problema. Tudo vulgar e em estilo ralasso. Trata-se de uma questão trigonométrica, em aparência, banalíssima: Resolver um triângulo retângulo do qual conhecemos um cateto (c) e um ângulo agudo (B). Calculado o cateto b, o examinando poderá determinar um certo ângulo B′ cuja tangente trigonométrica é dada pela expressão:

$$\frac{b + 20}{c}$$

Uma vez calculado, o ângulo B', com auxílio da tangente, basta efetuar a subtração $B' - B$, e terá o calculista obtido *"a quantidade"* de que deve ser aumentado o ângulo B para atender à exigência do algebrista.

Tudo isso poderá parecer ser muito claro e muito simples.

Há, entretanto, uma incongruência algebrista (coisa muito grave) enxertada no enunciado do problema trigonométrico.

O absurdo, ou melhor, o gilvaz do algebrismo transparece no parâmetro principal do problema, isto é, no valor do cateto c que foi dado. Valor inadmissível, visìvelmente errado. É de assombrar. Vamos destacá-lo:

348 228,43m

Para essa distância que exprime o lado c do triângulo (com mais de 348 quilômetros de comprimento) o algebrista levou a precisão de sua medida até o centímetro! Separemos as unidades principais para tornar mais evidente o disparate:

348 quilômetros 228 metros e 43 centrimetros.

(19) Malba Tahan, *Al-Karismi*, Rio, 1946, n.º 2, pág. 87.

Já se viu alguém, numa distância superior a 348 quilômetros, medida ou calculada, apurar *três* centímetros?

Outra pergunta:

Onde se encontra êsse abatatado triângulo com 348 quilômetros de lado? No planêta Júpiter? Sôbre a superfície da Terra?

Neste último caso (na Terra) o raleadíssimo triângulo deixa de ser plano. O problema já não pertence mais ao domínio da Trigonometria Plana; é questão muito séria de Geodesia.

A maior medição feita até hoje (1958) na Terra, por meio de fórmulas e cálculos matemáticos, ocorreu em 1879 na célebre "triangulação de Gibraltar" quando os engenheiros tentaram localizar, com precisão, a Argélia em relação à Europa. No triângulo geodésico de Gibraltar o maior lado media precisamente 269 926 metros [20].

Ora, no triângulo geodésico de Gibraltar os calculistas levaram a aproximação até o metro; mas no triângulo dado pelos algebristas, na Escola Nacional de Engenharia, na expressão do lado com 348 quilômetros 228 metros de comprimento, a aproximação foi até o centímetro! Nesse caso seria necessário que os ângulos do tal triângulo fôssem medidos até o centésimo milésimo do segundo! (Êsse cuidado não foi observado).

E note-se: O triângulo não seria plano; já dissemos: seria geodésico [21].

Conclusão: O problema trivialíssimo dado, na Escola Nacional de Engenharia, por ilustres e acatados engenheiros

---

(20) Para um estudo mais detalhado dessa famosa triangulação convém ler o *Manual* de Jordan Eggert, sôbre medição geodésica. Consulte também: MATOS, *T.*, 11.

(21) Convém não esquecer que, em *Trigonometria Esférica,* os lados de um triângulo esférico são medidos em graus, pois cada lado é arco de um círculo máximo. As aplicações da Trigonometria Esférica à Geodesia, à Astronomia e à Navegação são apresentadas com clareza e simplicidade no livro. ESPARTEIRO, *T.*, 7.

Escreve o Prof. Lélio Gama: Um dos problemas fundamentais da Geodesia prática consiste em reduzir a resolução dos triângulos geodésicos do esferóide terrestre à de triângulos planos por intermédio do teorema de Legendre. Cf. GAMA, *E.*, 57.

a futuros engenheiros, é disparatado e absurdo. É um problema mal redigido, errado e irreal [22].

Será possível que os ilustres professôres catedráticos, engenheiros de cultura, não tivessem percebido a presença dessa monstruosidade?

11 — A LIÇÃO DOS ENGENHEIROS ALGEBRISTAS

Mas os engenheiros algebristas (que nada sabem de Didática) julgam-se, mesmo sob o manto de ferro da rotina, competentes para ensinar Matemática. O mesmo tipo de problema, rude e tolo, dado na Escola Nacional de Engenharia vemos, com certo espanto, ressurgir num livro primário. Vejam esta *maravilha* de precisão matemática:

> *Uma pessoa caminhou 5 miriâmetros, 8 decâmetros, 3 metros e 17 milímetros em 3 dias. Que distância em metros percorreu por dia?* [23]

Ao ler o enunciado dêsse problema, acentuadamente cabalístico, já podemos ante-sentir a sua completa impropriedade.

Vê-se que a Autora dessa pateguice aprendeu Matemática (e aprendeu bem) com os preclaríssimos e rotineiríssimos mestres da Escola Nacional de Engenharia que imaginam, sôbre a Terra, triângulos planos com 348 quilômetros de lado. Para uma distância de 5 miriâmetros e 8 decâme-

---

(22) Não é honesto que formulemos problemas com dados absurdos, irreais. Seria falsear o espírito da Matemática e a finalidade dessa ciência. Vejamos o seguinte problema numérico:

Até que altura um poço cilíndrico de 1,80m de diâmetro precisa elevar a água para conter 4, 071 513 600m do líquido? CAPANEMA, *M.*, 285. A professôra levou o seu cálculo (no volume do tal cilindro) até o milímetro cúbico! Dois minutos, depois de resolvido o problema, a *evaporação* já havia alterado a conta exata dos milímetros cúbicos.

(23) Cf. CAPANEMA, *M.*, 157. *Nota*: Além do absurdo que exprime, contém o enunciado dêsse problema dois erros graves:

1.º) o emprêgo da unidade "miriâmetro", já abolida do Sistema métrico;

2.º) esqueceu-se a Autora de esclarecer a natureza do movimento, isto é, faltou acrescentar: A pessoa caminha em movimento *uniforme*. A pergunta final seria: Que distância, em metros, percorreu, em média, por dia?

A expressão *em metros*, na frase final, devia estar entre vírgulas.

tros e 3 metros, a ilustre professôra primária teve o cuidado extremo de apurar com o máximo rigor, a franciúncula de 17 milímetros da extraordinária caminhada!

Tudo isso não denota, apenas, falta de *espírito matemático;* denota, acima de tudo, falta de *bom senso.* E isso, em Didática, é muito grave.

12 — O ANTIDIDATISMO E O ALGEBRISMO

E agora vai trovejar sôbre êste capítulo, um problema que é uma amostra perfeita do antididatismo em Matemática. Foi proposta (em 1938) na Escola Naval aos candidatos ao exame de admissão:

> *Calcular a área, em pés quadrados, e os elementos do triângulo retângulo, onde*
>
> $$B = arc\ \ co\text{-}sec \frac{4}{\sqrt{10 - 2\sqrt{5}}}$$
>
> *e o lado c é igual em metros, a um décimo milésimo do m. m. c. dos números 325, 525, 169 e 1 014* [24].

Trata-se de uma questão disparatada, verdadeira pacholice matemática, mal redigida, de cunho acentuadamente algebrístico que devia ser derriscada dos compêndios. Exprime intolerável blasfêmia contra a Lógica e o bom senso da Matemática. Sendo o tal m. m. c. pedido igual a 177 450, vê-se que o lado *c*, do triângulo, de acôrdo com o enunciado do problema é expresso por 17,7450m! (A medida é feita até o décimo milésimo do metro!). A hipotenusa *a* do triângulo, segundo o cálculo dos Profs. Victalino Alves e Ary Quintela, mede 57,42402m! (A precisão do cálculo vai até o centésimo milésimo do metro!) [25].

---

(24) Cf. ALVES, *M.*, 221. Observem os leitores a ridícula irrealidade dos dados e das soluções! Sente-se nos Srs. Examinadores a preocupação criminosa de arrancar da Matemática a essência do *sentido matemático!*

(25) "O matemático Tannery é irrespondível em seu ataque ao algebrismo: Por que se faz a seleção sôbre tais capítulos privilegiados? Conterão êles uma pedra de toque que permita distinguir aquêles que, mais tarde, serão

A simples leitura do enunciado mostra-nos que o problema algebrístico, dado na Escola Naval, encerra, em seu bôjo, nada menos de três questões distintas. Será fácil destacá-las:

1.º) determinar um ângulo do qual conhecemos a co-secante;

2.º) calcular o m. m. c. de quatro números dados;

3.º) exprimir, em polegadas quadradas, certa área expressa em metros quadrados.

Vê-se, dêsse modo, como a Matemática, ciência que devia ser reamanhecida pela simplicidade e beleza, aparece destorcida e aviltada pelo algebrismo.

13 — A LIÇÃO DE ALGEBRISMO BEM ACOLHIDA

A lição antididática, disparatada, proporcionada pelos preclaríssimos lentes da Escola Naval, depois de fragatear entre os aspirantes, foi acolhida com carinho por elemento de destaque em nosso magistério primário. Eis um modêlo perfeito no seguinte despautério aritmético destinado especialmente a atucanar os infelizes meninos do Curso Primário:

Qual o capital que em 2 anos e 2 meses produz juros de Cr$ 10 400,00 à taxa de:

$$\frac{17}{\frac{1}{2} - \frac{1}{3} - \frac{7}{8} - \frac{5}{12}} - \frac{7\frac{1}{5}}{3\frac{3}{5}}\ \%\ ?$$

---

dignos de exercer a autoridade? Referindo-se especialmente às classes preparatórias, Tannery observa que elas não preparam as grandes escolas. Todos os enigmas propostos aos que se apresentam diante dessas portas são recolhidos, colecionados, publicados, discutidos, comentados e, no ano seguinte, vão engrossar os cursos que, sem o talento dos que o fazem, sem seus esforços para conservar às coisas uma aparência de ordem e de encadeamento, lembrariam uma coleção de charadas com suas soluções. Apesar dêsse talento e dêsses esforços, a coletânea aumenta terrìvelmente; as minúcias brotam e pululam, sufocando as idéias essenciais. Cf. Roxo, *M.*, 140.

Para o estudante achar, neste caso, a taxa de juros deve calcular, não um simples m. m. c. (como na Escola Naval), mas um autêntico carroção. O valor numérico do carroção é 6. Conclusão: O capital foi colocado a 6% (26).

Uma vez calculada a taxa de juros surge outra dúvida. Sabe-se pelo enunciado que o capital foi colocado a juros de 6%.

Mas *colocado* aonde? Num Banco? Numa Casa Bancária? Na Caixa Econômica?

Em qualquer caso a solução anti-econômica apresentada pela Autora está errada. Redondamente errada. Num Banco, ou na Caixa Econômica o capital (no fim de 2 anos e 2 meses) renderia juros acumulados, e não juros simples como a Autora ingênuamente pretende ensinar a seus alunos.

O problema está, portanto, inteiramente fora da vida bancária, fora da realidade.

Vemos assim o ensino de Matemática capeado de questiúnculas irreais, mentirosas, emalhetadas pela imaginação mórbida dos algebristas.

É muito expressiva a advertência do Prof. Bento de Andrade Filho:

> O currículo deve ser expurgado de expressões e idéias arcaicas, assim como de problemas sôbre práticas que não mais se usem (27).

14 — MATEMÁTICA NA ESCOLA PRIMÁRIA E OS PROBLEMAS

Na parte relacionada com o ensino primário, as conclusões dos experimentadores, em relação aos problemas aritméticos foram as seguintes, segundo o Dr. Faria de Vasconcelos:

1) os dados do problema devem ser familiares, próprios da experiência da criança, isto é, devem constituir uma situação em que a criança possa fàcilmente imaginar encontrar-se nela;

---

(26) Cf. CAPANEMA, *M.*, 41.
(27) Cf. ANDRADE FILHO, *P.*, 262.

2) o caráter principal do problema deve consistir em haver uma razão para resolvê-lo, isto é, se a criança estiver na situação descrita no problema, sentirá uma necessidade real de encontrar a solução que o problema reclama;

3) o vocabulário e a estrutura da redação do problema devem encontrar-se dentro da capacidade de leitura da criança (28).

O Prof. Walfredo Reis ataca frontalmente o problema e observa:

> É natural que a Matemática, como outra qualquer ciência, tenha suas dificuldades ou complicações, mas é preciso escoimá-la do germes comprometedores ao seu aprendizado, pelo menos nos dois primeiros escalões do ensino (primário e secundário).
>
> É tão comum ouvir-se do estudante moderno a confissão de incapacidade para compreender a Matemática!
>
> Deve-se, pois, tornar o seu estudo atraente, tanto quanto possível, aperfeiçoando-se os programas de cada estádio, encorajando-se os estudantes assinalando-se os seus progressos, as suas falhas, sempre com bondade e persuasão (29).

---

(28) Cf. VASCONCELOS, *R.*, 81. E note-se: A obra do Dr. Faria de Vasconcelos já é obsoleta. O autor mostra, claramente, que está com um atraso de meio século em relação à Didática Especial da Matemática. E com tôda a sua deficiência o Dr. Faria de Vasconcelos já reconhece, no algebrismo, um mal para o ensino da Aritmética.

(29) Cf. WALFREDO REIS, *S.*, in *Form*, 1941, n.º 37, pág. 82.

CAPÍTULO VII

A OBSESSÃO ALGEBRISTA NO CURSO SECUNDÁRIO — O ALGEBRISMO EM PORTUGAL E NO BRASIL

> Quero evitar questões de palavras que para nada aproveitam senão para confusão dos ouvintes.
>
> SANTO AGOSTINHO, *C.*, L. XII, 18.

1 — A CIÊNCIA DAS TORNEIRAS

O escritor paulista Leo Vaz, em seu interessante romance *O Professor Jeremias* refere-se à Matemática que êle considera "a ciência das torneiras". Adverte Leo Vaz, com muito chiste e originalidade, que todo matemático vive torturado pela mania de resolver o *problema das torneiras.* O tempo passa; tudo se transforma; o progresso modifica a marcha trepidante da vida. Mas o professor de Matemática (conclui Leo Vaz) indiferente ao tempo, e ao progresso e ao evoluir das coisas continua junto aos tanques — (tanques incríveis dotados de várias torneiras) — preocupado em calcular por meio de fórmulas e equações, coisas mirabolantes: "Em quantas horas uma torneira, a despejar água, enche o tanque? E com duas torneiras? E com três torneiras e uma válvula? E se forem duas válvulas e quatro torneiras?"

Em vinte mil estudantes será difícil encontrar dois ou três que se interessa por assuntos tão pueris. Seria bem diversa a reação dos meninos se o professor falasse de um navio-tanque, transportando, toneladas de óleo, para a cidade de Vitória, cujo comandante recebe ordem para descarregar o óleo em 12 horas, sob pena de multa de 100 dólares por hora excedente do prazo fixado. Quantas toneladas devia o navio descarregar por hora? (Haveria indicações precisas sôbre o número de bombas, capacidade dos tanques, etc.) (1).

Mas a formulação de um problema dêsse gênero, problema vivo com dados reais, iria exigir trabalho, colheita de informações, pesquisas sôbre o assunto; o melhor, o mais cômodo é ir brincar com os meninos no tanque das três torneiras, abrindo e fechando torneiras, em alegre suciata, sem preocupações, deixando a água límpida e fresca correr livremente e o tempo passar.

2 — O TANQUE DO INSTITUTO DE EDUCAÇÃO

Tomemos, como verdadeiro modêlo no gênero, um problema dado, no Instituto de Educação do Rio de Janeiro (em 1944), para meninas de dez anos candidatas ao exame de admissão:

> *Quatro torneiras enchem um tanque. A primeira põe 20 litros em um minuto; a segunda torneira coloca 150 decilitros; a terceira um decalitro e a quarta 12 centésimos do hectolitro. Quantos litros acumula o tanque após 5 horas sabendo-se que vaza nesse período 8 litros por minuto?* (2)

Fala-se num tanque dotado de quatro torneiras. As meninas, futuras professôras, sorriem cheias de credulidades.

---

(1) Nesse caso o ensino tornar-se-ia real. Mas isso parece difícil e trabalhoso ao professor. Já Rui Barbosa em 1883 assinalava cruamente essa verdade: Para os professôres educados sôbre o regime das antigas tradições escolares, é extremamente difícil a prática dêsse gênero de ensino; porquanto, além da boa vontade do mestre, êle requer muita experiência, flexibilidade de espírito e grande senso pedagógico. Não se trata mais de ensinar e fazer recitar uma lição; trata-se, em relação a cada professor, de combinar êle mesmo o seu plano de ensino, segundo as necessidades de seus alunos, e, depois de executá-lo por um contínuo dispêndio de sua própria pessoa, por uma justa seleção de meios variados, apelando alternativamente para a imaginação, para o raciocínio, para o juízo, para a memória, para os sentidos, para a reflexão. Cf. Rui, *P.*, 81.

(2) Cf. Andréa, *A.*, 170. *Nota*: Observe-se a péssima redação do problema. Impropriedades de vários gêneros. A expressão "nesse período", por exemplo, devia estar entre vírgulas. O pedantismo idiota de empregar, no enunciado, sem vantagem alguma, unidades inusitadas: decilitros, decalitros, hectolitros. Convém observar que à autora do livro citado não cabe a menor responsabilidade do problema disparatado.

Deve existir êsse tanque; mas será, com certeza, coisa raríssima no Brasil.

Qualquer observador menos atento percebe logo que o algebrismo dos examinadores afetou gravemente, com a ferrugem das complicações inúteis, as quatro modestas torneiras do tal tanque. A primeira *põe* água aos litros (seria mais natural que ela *despejasse* a água); a segunda, uma atitude invulgar, calcula a sua descarga em centilitros; a terceira prefere o decalitro e a última, com a preocupação de parecer original, caiu no disparate: adotou uma fração do hectolitro [3].

Vejam bem os colegas o artificialismo tolo e descabido da questiúncula: dados e elementos a cem mil léguas da vida, fora da realidade, expressos por unidade inusitadas! Desejo idiota, absolutamente idiota, de complicar o que é simples! É essa a verdade nua e crua. E em relação a tais algebrismos aqui repetimos as palavras do Padre Franca, S. J.:

> *Nada mais fútil, nada mais arbitrário, nada mais grosseiro, nada mais absurdo* [4].

Há, ainda, uma particularidade: o tanque do Instituto de Educação do Rio de Janeiro, com as suas quatro torneiras, vaza 8 litros de água por minuto! [5]

Seria preferível que o tanque só tivesse uma torneira e que as outras três despejassem, durante longas horas a fio, hectolitros de bom senso no cérebro dos algebristas.

---

(3) Esses problemas relacionados com torneiras que enchem tanques já foram explorados largamente pelos matemáticos antigos. Eram, porém, apresentados, não como coisa séria, mas como *Matemática Recreativa*. Em OZANAN, *R.*, já encontramos (tomo I, pág. 447) um problema de tanques. Trata-se de um leão de bronze que deitava água pelos olhos, pela bôca e pelo pé direito dentro de um reservatório (bacia de uma fonte em praça pública). Cf. KRAIT, *M.*, 15, no capítulo II, *Problemas Antigos e Curiosos.*

(4) Cf. FRANCA, *I.*, 125.

(5) Observação de uma aluna sensata, futura dona de casa: "Onde está o Diretor do Instituto que não manda consertar êsse tanque! Que absurdo! Com quatro torneiras e vazando água!" É interessante o comentário do escritor Léo Vaz: De começo, assustava-me a idéia de estudar ainda muitos anos a fio, em cursos intermináveis, aquela Matemática monótona que, para mim, se aplicava exclusivamente ao cálculo de reservatórios avariados. VAZ, *P.*, 65.

3 — ALUCINAÇÃO ALGEBRISTA

A mania de desvirtuar a Matemática atinge, por vêzes, exageros, que são perigosos. Apreciemos, com inteira isenção de ânimo, um incrível e temerando problema proposto pelo Prof. Tenório d'Albuquerque em seu livro *Sistema Métrico Decimal*. Vestido com a assustadora *capa preta* de Algebrismo o Dr. Tenório formulou a seguinte questão *prática*:

> *Um depósito, em forma de paralelepipedo, tem as seguintes dimensões: 0,0005 km, por 0,008 km e por 0,04 dam. Colocaram nêle 5 dal de bebidas de Cr$ 4,00 o litro; 0,4 hl de bebida de Cr$ 5,00 o litro e 600 dl de bedida de Cr$ 3,00 o litro e acabaram de encher com bebida de Cr$ 6,00 o litro.*
>
> *Pergunta-se: A como deve ser vendido cada litro da mistura para produzir um lucro de C$ 0,50?* [6]

Pode parecer, a princípio, ao espírito do leitor desprevenido, que se trata de um dêsses problemas patuscos, recreativos, tão do gôsto dos leitores de *almanaques*, apreciadores de palavras cruzadas. Enigmas pitorescos destinados a engasgalhar charadistas desocupados. Engana-se aquêle que julga dessa forma precipitada e leviana o extraordinário problema formulado pelo Prof. A. Tenório d'Albuquerque. Trata-se de uma questão séria, incluída num livro feito a sério e apresentada em caráter seríssimo aos professôres e estudantes de Matemática [7].

Em linguagem repassada de pedantismo aritmético refere-se o Autor a um depósito em forma de *paralelepípedo*. O mais correto, o mais acertado, seria dizer *paralelepípedo retângulo*. Essa pequena omissão é remissível, é perdoável.

---

(6) Cf. Tenório, S., 153.

(7) Eis (segundo o seu autor) a finalidade do livro no qual aparece o citado problema do depósito em forma de *paralelepipedo*: Para os cursos secundário, normal, comercial, e candidatos a concursos oficiais.

Falta de cuidado na indicação dos conceitos; ausência, no Autor, de espírito matemático [8].

Esclarecido o caso, definida com precisão a figura, concluímos, pelos dados da questão, que o tal *paralelepípedo* não passa de banalíssima caixa retangular com 160 litros de capacidade, tendo, na sua maior dimensão, 8 dm de comprimento.

Mas o curioso — o espantoso — é que o matemático, tomado de verdadeira alucinação algebrista, em vez de medir as três dimensões da caixa em decímetros (como seria curial) mediu uma delas em *quilômetros*, exprimiu a outra em *hectômetros* e avaliou a terceira em *decâmetros* [9].

Responda-nos, com a maior franqueza, o Dr. A. Tenório d'Albuquerque: Em que lugar no mundo alguém já viu pessoa sensata, equilibrada, proceder dessa forma: Em vez de dizer "Esta caixa tem 5 decímetros de largura", exprimir-se de maneira descabida, abstrusa, idiota: "Esta caixa tem 5 décimos de milésimos de quilômetros de largura?!"

O louco (devia ser um louco) em seu delírio, praticou ainda a patetice de avaliar a altura da caixa em hectômetros e para a terceira dimensão recorreu ao decâmetro! (Note-se: O decâmetro e o hectômetro são unidades inusitadas.)

Indicadas as dimensões estapafúrdias da caixa começa o trabalho de *colocar* dentro dela diferentes bebidas. (Que bebidas serão essas?)

Da primeira bebida recebeu a caixa uns tantos *decalitros;* da segunda, por ser talvez mais fina, e mais cara, foi medida em *hectolitros* e a terceira em *centilitros.* Empregou o

---

(8) Os professôres cautelosos evitam o vocábulo *paralelepípedo* e dizem "bloco retangular", ou "caixa retangular". Em Portugal ouvimos (em Aveiro, em Coimbra, em Vizeu, etc.) o têrmo paralelo (na linguagem popular) para designar paralelepípedo: Andei pela rua calçada de paralelos.

(9) Os professôres sensatos e esclarecidos condenam, em absoluto, o emprêgo do decâmetro e do hectômetro em exercícios. Eis o que recomenda a Prof.ª Irene de Albuquerque: O hectômetro e o decâmetro não são usados, não devendo ser objeto de problemas, nem de exercícios, entretanto, podem ser dados completando o quadro. Cf. ALBUQUERQUE, *M.*, 167. Chamamos a atenção dos estudiosos para a notável resolução do II Congresso Nacional do Ensino de Matemática: Que os autores de livros didáticos se abstenham de incluir em seus compêndios problemas concretos, com dados fora da vida real. Cf. *Anais,* II, 435.

Dr. A. Tenório d'Albuquerque, na avaliação das bebidas, três unidades inusitadas com o fim exclusivo de complicar, atrapalhar e confundir o mísero estudante.

Completada a caixa (com quatro bebidas diferentes) o Autor do problema (como remate do caso) deseja saber "o preço da mistura, isto é, como deve ser vendido cada litro, para produzir um lucro de 50 centavos".

Não acha o Sr. A. Tenório d'Albuquerque que o lucro é muito pequeno para essa misturada tão grande?

Onde vive êsse modestíssimo negociante, homem bronco e lanzudo, que, possuindo uma caixa tão singular, com cinco décimos de milésimos de quilômetros de largura, não pretenda, com a sua atividade estrambótica de misturar bebidas, carear lucro superior a meio cruzeiro [10].

Sôbre essas babozeiras ridículas, pabulagens sem nexo, enxertadas, como coisas sérias, na Matemática, é preciso cair a severidade impiedosa da crítica.

A obra malévola dos algebristas não é só anticientífica; é também anti-educativa, e, portanto, antipatriótica.

4 — O ALGEBRISMO EM PORTUGAL

Não só no Brasil, mas também em Portugal, a prática do *algebrismo*, nos cursos ginasiais, é intensamente cultivada.

Tomemos um livro didático de Matemática, do Prof. Augusto Davim, largamente adotado nos liceus de Portugal.

---

(10) E conseguirá êle, afinal, êsse pequeno e tão despiciendo lucro de 50 centavos? É pouco provável. Da mistura das quatro bebidas, poderá resultar uma beberagem prejudicial à saúde. E, nesse caso, o inescrupuloso estará passível de pesada multa e prisão. Resolvido e comentado o fabuloso problema, três perguntas muito sérias poderão ser feitas ao seu brilhante autor, o conspícuo Dr. A. Tenório d'Albuquerque:

1) Que idéia o conspícuo Dr. A. Tenório d'Albuquerque faz da Matemática?
2) Que idéia o conspícuo Dr. A. Tenório d'Albuquerque faz do bom senso dos seus colegas?
3) Que idéia o conspícuo Dr. A. Tenório d'Albuquerque faz da Lógica?

É, realmente, lamentável a incuriosidade dêsse conspícuo autor (pessoa de reconhecida cultura) pelos princípios mais elementares de rigor e de precisão que devem orientar a formulação dos problemas e conceitos matemáticos.

Trata-se de compêndio destinado ao ensino da parte fundamental da ciência. Destaquemos, ao acaso, um *"problema"* de Aritmética que é proposto aos estudantes do ciclo ginasial:

> *Certo número é escrito com dois algarismos, quer no sistema de base 10, quer no sistema de base 7. Passando dum dêsses sistemas para o outro, êsses dois algarismos ficam invertidos. Qual é o número ou números que satisfazem esta condição, representados no sistema de base 3?* (11)

Meditem os interessados, no ensino da Matemática, sôbre a crueldade algebrista que êsse problema envolve. Trata-se de calcular certo número de dois algarismos na base 7, e depois exprimi-lo na base 3. Essas bases de numeração (base 7 e base 3) não são, nunca foram e jamais serão adotadas em recanto algum do mundo em que vivemos. A Humanidade limita-se a fazer todos os seus cálculos e contas dentro do velho sistema decimal. Para que atagantar o aluno e obrigá-lo a conhecer números e operações na base 7, base inexistente, que ninguém aplica? Que utilidade terá a base 3? Só se explicaria tal exigência se houvesse da parte do professor o desejo mórbido de complicar a Matemática e torná-la odiosa aos olhos dos estudantes (12).

Sem fugir a essa mania (sistemas de numeração) o ilustre matemático luso, no seu delírio contra o bom sen-

---

(11) Cf. DAVIM, *A.*, 21. Para benefício de todos e, especialmente, dos estudantes de Matemática, é preciso que os autores de compêndios, os forjadores de programas e de problemas aceitem como certo, isto é, como absolutamente certo, o seguinte: Tôdas as questões relacionadas com sistemas de numeração (base 7, base 5, base 8 etc.), não pertencem à Matemática dos cursos comuns, mas sim à *Matemática Recreativa.* Quem tiver ainda alguma dúvida sôbre isso deverá ler: THÉBAULT, *R.*, 45, o capítulo: *A travers différents systèmes de numération.* Oferecer aos estudantes charadas e enigmas como coisa séria não nos parece atitude que se recomende a um professor.

(12) Em 1909, no Internato do Pedro II, o Prof. Henrique Costa (o Dr. Costinha) levava um mês ensinando, aos alunos, sistemas de numeração. A base 7 era a sua preferida. (O Dr. Costinha era positivista). O aluno que não soubesse fazer uma multiplicação ou divisão, na base 7, era fatalmente reprovado e perdia o ano. Obrigados pelo Dr. Costinha, conhecíamos a tabuada inteira na base setimal: 3 vêzes 3, doze; 3 vêzes 4, treze; 5 vêzes 5, trinta e quatro; 6 vêzes 6, cinqüenta e um, etc. Era assim o ensino de Matemática, em 1909, no Colégio Pedro II. Tal sistema perdurou até 1924!

so, atassalha seus infelizes discípulos com esta questão cerebrina:

> *Achar a base do sistema de numeração no qual o número 12 551 é representado por 30 407* (13).

Problemas semelhantes a êsse, e muitos outros dêsse mesmo tipo, são analisados e estudados por Victor Thébault. Sim, mas cumpre-nos acrescentar que Thébault incluiu tais problemas no livro intitulado *Les Récréations Mathématiques* (Parmi les nombres curieux). Os cálculos mais intrincados sôbre as particularidades que os números apresentam, quando expressos neste ou naquele sistema de numeração, devem ser afastados dos cursos oficiais e estudados, ùnicamente, pelos apreciadores das recreações matemáticas (14).

Mas o preclaro Prof. Davim (segundo concluímos de seu substancioso compêndio) cultiva, com entusiasmo, as charadas e recreações numéricas, destinadas a bacafusar os incautos. E, despreocupado das finalidades da Matemática, intoxicado pelo algebrismo, sem o menor decôro pelas coisas da ciência, apresenta aos alunos, como coisa séria, verdadeiros enigmas numéricos colhidos no tradicional *Almanaque Bertrand*. Aqui está um exemplo típico da preocupação charadística do talentoso autor da *Aritmética Racional*:

> *Um número composto de quatro algarismos exprime uma data memorável na história. O algarismo das dezenas é a metade do das unidades e o dos milhares é o excesso do algarismo das centenas sôbre o das dezenas. A soma dos quatro algarismos é 14 e aumentando o número considerado de 4 905 obtém-se o número com os algarismos invertidos. Qual é esta data?* (15).

---

(13) Cf. Davim, *A.*, 24. Problema do mesmo gênero: Qual é o maior número, de três algarismos, do sistema duodecimal? Êsse problema e outros semelhantes deveriam figurar num capítulo da Matemática que o Prof. Lídio Machado Bandeira de Melo denominou *Algarismática Algébrica*. Cf. Melo, *M.*, 35. O Prof. Bandeira de Melo estuda a *Algarismática Algébrica*, que, por sua vez, é um capítulo da *Algarismática Transcendental*. E tôda essa "algarismática" surge sob o véu da mais completa e absoluta inutilidade.

(14) Cf. Thébault, *R.*

(15) Cf. Davim, *A.*, 25. O autor, em seu livro, não esclareceu o conceito de "número com algarismos invertidos". O estudante deve adivinhar

Deixemos essa data memorável, apresentada por um problema errado, ridículo e mal formulado, e abordemos questões mais simples e mais práticas.

Quero saber, por exemplo, se o número 15 769 é ou não divisível por 13.

Que devo fazer?

— Ora, dirá o leitor, nada mais simples. Divida o tal número 15 769 por 13. A conta é muito simples, e será feita em poucos instantes.

— Fazer a divisão por 13! — protesta, com veemência, o Prof. Davim — Divisão? Nunca! Há um processo mais rápido, mais simples. Basta aplicar a *"minha regra"* de divisibilidade por 13.

E o Prof. Davim, na página 102 de seu compêndio, dentro do seu feitio palavreiro, ao achacar a ciência, explana languinhento a seguinte regra (divisibilidade por 13) que só um algebrista tatamba ou imbecil poderia achar interêsse em aplicar:

> *Multiplica-se o primeiro algarismo da esquerda por 3 e subtraímos o produto do algarismo imediato, obtendo 2. Multiplicando 2 por 3 temos 6 que subtraído de 7 dá 1. Multiplicando 1 por 3, obtemos 3 que subtraído de 6 dá 3 e, multiplicando, finalmente, 3 por 3 dá 9, que subtraído de 9, último algarismo da direita, conduz a zero e, portanto, o número é divisível por 13* (16).

Os algebristas cultivam, com verdadeira paixão, dentro do atroamento aritmético, as chamadas *regras de divisibili-*

---

ou imaginar qual é o pensamento do algebrista. Problema mal formulado, e mal redigido. Diz o autor que se trata de uma data histórica com quatro algarismos. Conclusão: O algarismo dos milhares é 1 (é forçoso). Que outro algarismo poderia servir para representar neste século os milhares de um número que exprime uma data histórica? O Dr. Davim poderia ter apresentado a questão em outros têrmos: *Um número composto de quatro algarismos exprime uma data memorável da História. O algarismo das dezenas é a metade do das unidades, e aumentam-se o número considerado de 4 905 obtém-se o número com os algarismos invertidos. Qual é essa data?* Um raciocínio banalíssimo permite resolver o problema; os outros dados são desnecessários. Descuido; relaxação do Autor.

(16) Cf. DAVIM, *A.*, 102. Sente-se, ao ler êste trecho, o desvirtuamento completo da Matemática. Que idéia o Sr. Davim faz do bom senso!

dade. Nesse doidejar pelas teorias, querem e exigem até, que seus alunos conheçam e apliquem a divisibilidade por 6, por 7, por 17 e até por 625! (17)

O Prof. J. Vicente Gonçalves (português), outro quinhoeiro notável do algebrismo intensivo, incluiu em seu *Compêndio de Aritmética* (3.º ciclo), o seguinte despautério:

> *Estabelecer os critérios de divisibilidade para os divisores de 36 e 45* (18).

E note-se de passagem: A obra do Prof. Gonçalves, escrita para engodilhar e lancinar a Matemática, com seu cunho algebrístico, foi acolhida, em Portugal, com frases altamente predicatórias.

Em matéria de algebrismo, no ensino médio de Matemática, estabelecido o necessário paralelo, podemos concluir, em relação a Portugal: "Cá e lá, más fadas há!"

O algebrismo, enganjento e pernicioso, alimentado dia a dia pelos irritantes e pertinazes fantasmas da rotina, orienta e domina o ensino da Matemática em Portugal.

5 — MATEMÁTICA SEM ISOTERISMO

Convém ler e reler esta página, altamente expressiva, do grande filósofo e matemático inglês Alfred North Whitehead (1861-1947):

> A Matemática, para ser usada no currículo da educação geral, deve ser submetida a um rigoroso processo de seleção e adaptação. Certas características dessa matéria

(17) Na antiga Escola Normal do Rio de Janeiro, o Prof. Raul Goulart ensinava às futuras professôras cariocas o caráter de divisibilidade por 91: Um número de quatro algarismos é divisível por 91, quando nove vêzes o algarismo das centenas, mais o número restante, à direita, menos o algarismo dos milhares, fôr igual a um múltiplo de 91. Assim, o número 3 458 é divisível por 91: Nove vêzes 4 é igual a trinta e seis; trinta e seis mais cinqüenta e oito é igual a 94; 94 menos 3 é igual a 91. Mas afinal, que utilidade terá isso?

(18) Cf. GONÇALVES, *A.*, 156. No livro de Francisco Ferreira Neves são dados os critérios de divisibilidade de um número *n*, inteiro qualquer, por 7, por 13, por 17, por 19 e até por 23! Qual será para os estudantes, a utilidade dessas regras de divisibilidade? Cf. NEVES, *A.*, 222.

devem ser rigorosamente excluídas. Para ser apresentada aos jovens alunos, essa ciência deve perder seu aspecto de esoterismo. Ela deve tratar direta e simplesmente de umas poucas idéias gerais mas que sejam de uma importância de longo alcance. Nossos programas de ensino deveriam ser planejados com o fito de ilustrar, com simplicidade, uma sucessão de idéias de óbvia importância. Para fins de Educação, a Matemática consiste no estudo das relações de número, das relações de quantidade e das relações de espaço. Isto não é uma definição geral da Matemática, a qual, na minha opinião, é uma ciência muito mais geral. O objetivo a ser visado, no seu ensino, é fazer o aluno familiarizar-se com o pensamento abstrato, saber como êste se aplica a circunstâncias concretas e particulares, e saber como aplicar métodos gerais à sua investigação lógica. Com êste ideal educativo em vista, nada pode ser pior do que a acumulação, sem qualquer objetivo, de teoremas nos nossos livros didáticos, que derivam sua importância do simples fato de que os alunos podem ser obrigados a aprendê-los, e os examinadores poder armar sôbre êles questões complicadas [19].

6 — A ARITMETICA E O ALGEBRISMO

A Aritmética é, na Matemática, uma das partes mais focalizadas e derrancadas pelo inexorável algebrismo. Aquêle que correr os olhos por um compêndio de Aritmética (ensino prático para curso ginasial), não deixará de se assombrar com a imensa sobrecarga de noções parasitárias, problemas artificiosos e inúteis, que são ensinados, ou melhor, apresentados aos alunos e dêstes exigidos cruamente.

Há mais de cinqüenta anos, considerava Henri Léon Lebesque, matemático francês (1875-1941), o ensino de Aritmética (com os pontos exigidos) como pesado, enfadonho e inútil. Veja o que propôs o então catedrático da Faculdade de Ciências de Paris:

(19) In *E. S.*, 51. Observe o leitor a grave censura do filósofo: Ensinar, aos meninos, teoremas inúteis, mas que permitam, aos examinadores, armar sôbre êles questões complicadas. Tôrres inúteis e imaginárias erguidas sôbre alicerces imaginários e inúteis.

Sou de opinião que se reduza a Aritmética à numeração e ao estudo das cinco operações: adição, subtração, multiplicação, divisão, extração de raiz. Aceito, em rigor, como uma espécie de exercício de aplicação, os mínimos, múltiplos comuns e os máximos divisores comuns. Mas é só [20]. Desde muito tempo que examino no bacharelado, tenho tido a possibilidade de certificar-me de que *nove sôbre dez dos candidatos não vêem na teoria dos números primos senão uma série de colas de exame,* fáceis aliás de preparar, graças a um simples esfôrço de memória.

Creio poder concluir daí que, para êsses nove sôbre dez, *o ensino da teoria dos divisores primos não produz fruto algum nem para a educação matemática, nem para a formação do espírito...*

Imagino logo a expressão das lamentações de todos aquêles que apreciam a perfeita beleza dessas teorias aritméticas: sim, *mas não ensinamos para nos proporcionar gozos estéticos e receio* que, dêstes bem pouco poderíamos proporcionar a nossos alunos [21].

Sublinhamos, *en passant,* alguns capítulos da Aritmética, onde será fácil encontrar sempre a ferver e a referver, as mais negras ataqueiras do algebrismo;

1) *Numeração*

O capítulo mais simples e banal da Matemática pode enlapar as feras bravias do algebrismo. Logo de início, no estudo da *numeração,* deparamos com os seguintes bizantinismos:

Leitura, pelos meninos, de números astronômicos, com 29 e até com 35 algarismos; números de bilhões e trilhões, escritos em algarismos romanos; mudança de bases; mala-

(20) No livro *Formação e Cultura,* de Gomes Ribeiro, podemos sublinhar o seguinte trecho, certamente *negativista* para a Matemática: "E na vida prática, a maior parte dos homens, mesmo os ilustrados, não se utilizam mais que das quatro operações. Basta dizer que a Matemática não é incompatível com o analfabetismo. Um analfabeto pode ser exímio calculista. A ciência dos números pode existir, de todo estranha a qualquer outra província do saber. Cf. Ribeiro, *F.,* 115. A afirmação do Dr. Gomes Ribeiro não tem cabimento, pois a Matemática vai muito além do simples cálculo numérico.

(21) Cf. Roxo, *M.,* 144.

barismos numéricos tais como: Vamos imaginar que eu escrevo todos os números inteiros desde 204 até 15 611. Quantas vêzes o 9 aparece entre dois setes? Ou ainda: — Vamos admitir que eu possa escrever todos os números desde 411 até 183 944, inclusive. Quantos algarismos empreguei? Qual é o algarismo que aparece em 3 418.º lugar? Tudo isso é algebrismo (22).

2) *Prova das operações*

Até o ano de 1926, justificava-se, de certo modo, o ensino da prova dos 9: Prova dos 9 da adição; prova dos 9 da subtração, etc. Havia até professôres que exigiam a prova dos 11. Atualmente, com o uso generalizado, no Comércio, na Indústria, nas Repartições Públicas, das máquinas de calcular, *ninguém mais* tira prova dos 9 de operação alguma. Na vida prática é um disparate pensar-se em prova dos 9 de uma divisão. Mas, o professor de Matemática, obediente ao Programa insentido da realidade, não toma conhecimento da Vida; continua crente da Deusa Rotina, a ensinar essa coisa obsoleta, inaplicável de utilidade intátil: "Prova pelos divisores". Pode-se admitir, quando muito, a prova real da adição (somar as parcelas de baixo para cima) e a prova real da subtração. Prova pelos divisores? Nunca! É algebrismo (23).

3) *Divisibilidade*

O algebrismo espraia-se marulhante pelos largos territórios da divisibilidade.

Os professôres ensinam (como já mostramos) regras de divisibilidade por 6, por 7, por 13, etc. E exigem, nas

(22) É fácil apontar exemplo. No livro do Prof. Francisco Leite Pinto admiramos essa fantasia algebrística: *Escrevendo os números da sucessão natural uns a seguir aos outros, qual é o 15 766.º algarismo que se escreve?* Os matemáticos portuguêses também apreciam essas baboseiras numéricas, apresentadas até em problemas mal formulados, para simples estudantes do Curso Leceal. Cf. PINTO, *A.*, 21.

(23) Para o produto 817 x 4 392 (por exemplo) há professôres inconscientes que indicam (como prova) o seguinte; Divida o produto obtido pelo fator 817 e deverá encontrar 4 392! Que contra-senso! A prova, nesse caso, é vinte vêzes mais trabalhosa e mais difícil do que a primeira operação. O professor que ensina tal regra não tem espírito matemático, ou, então, deve procurar imediatamente um psiquiatra.

provas e exames, essas regras inúteis. Inventam os algebristas problemas incríveis, trabalhosos, envencilhados de complicações numéricas. Observem esta monstruosidade aritmética:

Achar todos os divisores de 18 252 que são quadrados perfeitos.

Trata-se de problema vulgar, trabalhoso, sem originalidade alguma, sem interêsse e sem a menor aplicação, dentro ou fora da Matemática.

Outra flor exótica colhida no exuberante matagal do algebrismo:

É dado o produto: 6 536 552 × z. Calcular z (inteiro e o menor possível) de modo que êsse produto seja quadrado e cubo perfeitos.

Tudo isso é algebrismo.

4) *Cálculo de expressões*

Se o algebrista tivesse um estudo ou um emblema, o carroção devia figurar, com o maior destaque, nesse emblema ou nesse escudo (24).

Damos abaixo um exemplo típico no qual só entram frações ordinárias:

76. — Calcular:

$$\frac{\left(1\frac{1}{11}-\frac{1}{3}:\frac{11}{12}\right)\times 13\frac{3}{4}-5\frac{1}{7}}{\left(1\frac{1}{5}-\frac{9}{10}\right)\times 2\frac{2}{9}:1\frac{1}{2}}:3\frac{9}{14}$$

Resp. 3

77. — Calcular:

$$\frac{2\frac{1}{4}}{\frac{5}{6}\times 1\frac{1}{2}}\times\frac{7\frac{1}{2}:14}{\frac{16}{25}+1\frac{1}{4}}:\frac{\frac{1}{2}+\frac{3}{4}}{2\frac{1}{20}-1}$$

Resp. $\frac{3}{7}$

(24) No prefácio de seu pequenino livro escreve o Prof. Thomaz Posada: "De há muito vem-se indagando da utilidade das expressões aritméticas. Sua aplicação até hoje, resume-se em simples exercício de cálculo e nada mais". Cf. POSADA, *E.*, 3. Engana-se o Prof. Posada. A verdade deve ser dita. Oferecem as expressões aritméticas outras aplicação: Implantar no espírito do estudante irremediável ojeriza pela Matemática.

5) *Raiz Cúbica*

Já mostramos que o estudo da raiz cúbica devia ser cancelado do programa. Caberia, apenas, ao professor:

1) definir a raiz cúbica de um número;
2) explicar como se obtém a raiz cúbica de um número por meio de uma *tabela*. Tudo que passar daí é algebrismo malsoante.

6) *Regra de três composta*

São raríssimos os problemas (da prática) que exigem o cálculo da chamada "regra de três composta". O professor deveria ensinar, apenas, algumas noções: 1) que é uma regra de três composta; 2) como se resolve, pràticamente, uma regra de três composta; 3) adotar o método prático; 4) abolir o método enfadonho da redução à unidade; 5) abolir o método complicado das proporções (ensinar um método de resolução e nada mais).

Suprimir tôdas essas regras de três compostas, artificiosas, charadísticas: operários que trabalham tantas horas por dia e fazem obras intermináveis três vêzes mais difíceis; soldados sem víveres, sitiados em fortaleza fantástica; navios, também sem víveres parados em pleno oceano, com tripulação acrescida de cento e tantos homens, etc. Tudo isso é *algebrismo*. São problemas admissíveis, apenas, nos amplos domínios da Matemática Divertida e Curiosa.

7) *Problemas métricos com unidades inusitadas*

Temos, por exemplo, o *hectograma*. É uma unidade inusitada. Não se apresenta, em caso algum, na vida corrente. Foi criada e oficializada pelo Sistema Métrico, mas o povo considerou-a inútil. E, por ser realmente inútil, tornou-se uma excrescência; ninguém a emprega. É inconcebível que uma pessoa normal, em perfeito estado de saúde mental, pedisse a um caixeiro da Confeitaria Colombo: *Pode me vender, por favor, três hectogramas de presunto e dois hectogramas e meio de manteiga?* Suspeitariam todos que a tal pessoa estivesse perturbada, pois só um paranóico poderia, na vida comercial, falar, a sério, em *hectogramas* de manteiga. E, no entanto, o matemático algebrista oferece, constantemente, a seus alunos, com a maior naturalidade, veja bem: sem o menor pudor científico, problemas ridículos e idiotas, envolvendo hectogramas, decalitros, hectômetros, mililitros, etc. Inventa ainda unidades equivalentes a frações de unidades inusitadas; meio decalitro, meio hectograma, meio decâmetro, etc. Veja-se êste problema, recerzido de tolices, dado no Instituto de Educação do Rio de Janeiro, em 1951:

De 0,080 m³ de gêlo retiram-se 0,76 decalitros. Quantos hectolitros sobraram?

É de assombrar essa parvoíce matemática!

Em que lugar no mundo já se viu alguém vendendo ou calculando certa porção de gêlo em hectolitros? O abuso das unidades inusitadas é o maior descaramento dentro do algebrismo (25).

7 — A ARITMÉTICA TEÓRICA

Isso tudo é dito, apenas, em relação à chamada Aritmética Prática.

No tocante à Aritmética Teórica, o problema do algebrismo ainda mais se agrava. O estudo da Aritmética Teórica deve ser suprimido e totalmente abolido, dos dois ciclos do Curso Secundário, pelas seguintes razões:

1) é inútil (não apresenta a menor correlação com os problemas da vida real);
2) é difícil (só é interessante para os espíritos que se divertem com divagações abstratas);
3) não contribui para a aquisição de idéias gerais;
4) não encontra aplicação em outras partes da Matemática.

---

(25) Num compêndio de Matemática (para exame de admissão largamente adotado em nossas escolas), encontra-se esta imbecilidade sob forma de problemas: D. Rosinha, ao voltar da feira, disse a seu marido — Comprei cinco milésimos de tonelada de manteiga a seis cruzeiros cada meio hectograma. Quanto gastou D. Rosinha? Assegura o jornalista Maurício Caminha de Lacerda que *êsse problema* tem duas soluções: 1) O marido mandaria imediatamente internar a espôsa numa clínica de loucos; 2) Requeria divórcio. Qualquer outra solução seria absurda.

Devemos sublinhar a opinião do Prof. Euclides Roxo (Ob. cit., pág. 143):

> Entre os assuntos tradicionais que menos se ligam ao conjunto da Matemática, que menos contribuem para a aquisição de idéias gerais e que mais difíceis se tornam à compreensão da inteligência juvenil, pelo seu alto grau de abstração e por falta de correlação com o domínio concreto, está sem dúvida, a chamada *Aritmética Teórica.*

Dentro do assunto que estamos debatendo não será demais insistir: O estudo da Aritmética Teórica só teria cabimento num curso para professôres de Matemática.

8 — A GEOMETRIA E O ALGEBRISMO

Alguns matemáticos, obcecados pela mania de complicar e obscurecer o ensino, a granizar teorias mirabolantes, conseguem impingir *algebrismo* em Geometria. Essa face especial do algebrismo é denominada *Geometrismo.*

Ciência simples, de rara perfeição lógica, de incomparável beleza, a Geometria recebe, também, dos bizantinistas incorrigíveis o largo implemento do entulho algebrista [26].

De início poderíamos assinalar as seguintes incongruências inventadas pelos algebristas rotineiros:

> 1) *Cálculo de ângulo em grados e centígrados.*
>
> O grado, como sabemos é unidade inusitada. Não oferece a menor possibilidade de aplicação. No livro *Matemática,* de F.T.D. (Editôra do Brasil, 1957, pág. 215) encontra-se esta enormidade:
>
> *Dizer em radianos o valor de um ângulo 4 vêzes maior que 12 grados e 30 centígrados.*

---

(26) Laisant lembra a necessidade de um "desbravamento" para libertar os elementos da Aritmética, da Álgebra e da Geometria de um verdadeiro amontoado de "proposições parasitas" e "reduzi-los a exposição das idéias diretrizes e dos métodos essenciais", com o que se ganhará tempo e tornar-se-ão mais claras as noções lançadas no cérebro do educando.

"Isso permitirá, sem maior sobrecarga, introduzir ao ensino alguns conhecimentos de Geometria Analítica e de Cálculo Infinitesimal. Roxo, *M.,* 137.

Qual é a utilidade dêsse geometrismo descabido?

2) *Distâncias quilométricas medidas em milímetros.*

3) *Segmentos, de poucos decímetros, com o seu comprimento expresso por uma fração de quilômetro.*

4) *Polígonos mirabolantes, cujos lados são dados por meio de relações artificiosas.*

5) *Demonstrações longas, pesadas e retalhadas por artifícios e subtilezas* etc.

9 — O GEOMETRISMO DISPARATADO

O geometrismo, no seu descomedimento, chega ao disparate, ao desatino.

Como modêlo, anotemos o seguinte problema dado na Escola Nacional de Engenharia (1938) aos candidatos a exame de admissão:

> *Calcular o volume de um tronco de cone de revolução cuja seção principal é o trapézio ABCD, do qual são conhecidos:*

$$AB = 100m$$

$$BD = 79{,}003m$$

$$AD = 53{,}732m$$

Eis a solução do problema apresentada, com surpreendente precisão, pelos ilustres catedráticos Victalino Alves e Ary Quintela:

$$V = 159\,830,\ 203\,038\,231\ m^3$$

O resultado, expresso por essa interminável caravana de algarismos, inconciliável com a realidade, é espantoso; um sólido, que ocupa um espaço superior a 159 mil metros cúbicos, tem o volume calculado com um êrro menor do que 1 milímetro cúbico! [27]

(27) Cf. ALVES, *M.*, 171.

Outra amostra do espantalho do algebrismo em Geometria poderá ser observada na seguinte lapuzice carreada por autor moderno contra a beleza da Matemática:

> *Calcular o lado de um triângulo equilátero inscrito num círculo cujo raio é a diagonal de um quadrado equivalente a um losango cujo ângulo agudo mede 60° e a diagonal menor mede 20m.*

Êsses problemas, com elementos a calcular ligados em cadeia, são muito apreciados pelos geometristas. Dentro da realidade, e tendo em vista os objetivos da Matemática, são problemas sem sentidos, artificiosos e antididáticos [28].

10 — AS DEMONSTRAÇÕES TRABALHOSAS

Cumpre, também, ao professor consciencioso, bem orientado sôbre os objetivos da Matemática, não torturar os seus alunos com teoremas geométricos que exijam demonstrações trabalhosas, ou longos raciocínios cheios de subtilezas.

Recomenda Marcelo Santaló, patrono da boa didática, falando em têrmos que nenhum professor sensato poderá desaprovar:

> Do ensino da Geometria seriam suprimidas as demonstrações complicadíssimas que têm sido a tortura dos estudantes de Matemática não aptos para o estudo dessa Ciência [29].

---

(28) Na formulação de problemas em que entram figuras geométricas, há disparates curiosos. Apreciemos o seguinte problema proposto, em 1952, aos candidatos ao exame de admissão, no Colégio Pedro II: As dimensões de uma sala retangular, medem, respectivamente: 0,042hm e 45dm. O piso (chão) dessa sala deve ser revestido de ladrilhos iguais. Quantos ladrilhos serão empregados, sabendo-se que a superfície que cada ladrilho ocupa, no piso, é um quadrado de 0,15m de lado (não se levam em consideração os intervalos entre os ladrilhos). Cf. FERREIRA, G., 79. O problema fala na *superfície que o ladrilho ocupa;* melhor seria, porção de área que o ladrilho ocupa. Vê-se a extravagância inominável: o comprimento de uma sala avaliado por uma fração do hectômetro! Isso não tem cabimento. O Dr. João Cristóvam Cardoso diria, na sua franqueza de homem simples a jornadear pelo mundo da Ciência: "É besteira! Não importa que tenha sido redigido por professôres do Pedro II. É besteira".

(29) Veja o artigo de M. Santaló na revista *La Educación,* n.º 8, dez. de 1957, pág. 20.

Os algebristas ferrenhos, algemados pela rotina, não se capacitam dessa verdade.

E tanto é assim que até na Alemanha vamos encontrar professôres, de alto prestígio, perfilando-se entre aquêles que colocam acima de tudo a parte abstrata da Ciência e menosprezam as aplicações práticas. Ouçam E. Gotting na sua exposição sôbre o ensino da Matemática:

> Mantenho a opinião inabalável de que o ensino da Matemática deve ter como objetivo precípuo uma penetração profunda e um domínio completo das teorias abstratas, juntamente com um perfeito conhecimento da estrutura do método, e não duvido que o ensino que atingir tal objetivo será valioso e interessante muito embora tenha negligenciado em relação às aplicações práticas. Quando o ensino aguça a inteligência desperta o interêsse científico (matemático ou filosófico) e cria um sentimento estético pela beleza do edifício, a aprendizagem terá, também, um valor ético, contanto que, ao lado do interêsse, ela desperte o impulso pela atividade científica. Afirmo, portanto que a Matemática, mesmo sem atingir as suas aplicações, tem nas Escolas Superiores um valor igual às outras matérias do currículo escolar (30).

Como conseguirá, porém, o professor "aguçar a inteligência", despertar o interêsse científico, criar um clima de simpatia pelas belezas da Matemática, se persistir em arrastar o educando ùnicamente pelo mundo nebuloso das abstrações sem finalidades?

Separada da vida a Matemática deixará também de viver para os interêsses do aluno.

Encerremos êste capítulo com uma observação feita pelo Prof. Anísio Teixeira, ao tangenciar o problema do algebrismo:

> Em Matemática, aprende-se largamente a manipulação algébrica, sem nenhum cuidado com a sua aplicação. Trata-se de algo como a Matemática pura, sendo de certo modo, a própria Aritmética considerada e portanto insusceptível de servir à cultura geral (31).

---

(30) E. Gotting. Cf. MORITZ, *M.*, 73.

(31) Cf. TEIXEIRA, *E.*, 23.

11 — UM ATENTADO DO GEOMETRISMO

Eis um exemplo bastante expressivo no qual o algebrismo ferrenho vem remorder a Geometria e arrancar desta Ciência a simplicidade e a beleza:

> *Calcular o lado de um pentágono regular estrelado inscrito num círculo de raio igual ao lado do octógono regular inscrito num círculo de raio igual a 1,20m* [32].

Cabe observar o seguinte:

> 1.º) o enunciado do problema está mal redigido; e a expressão "inscrito num círculo de raio" aparece duas vêzes;
>
> 2.º) não especifica qual a natureza do octógono regular. É convexo? É o estrelado? Revela o espírito antimatemático de manter o aluno sôbre a areia movediça das incertezas;
>
> 3.º) é um problema de Geometria em cadeia: o cálculo de um elemento *a* vai depender do cálculo de outro elemento *b* que por sua vez está ligado a um elemento *c*.

Sente-se que o *algebrismo* em sua obra destruidora, procura abrir, na Geometria, os enladeirados caminhos das complicações inúteis e enfadonhos.

No princípio dêste século, o filósofo francês Louis Liard (1846-1917) dirigia aos professôres esta conceituosa observação:

> Não nos esqueçamos, um só momento, de que, em nossas classes, a nossa finalidade não consiste em preparar candidatos para a Seção de Geometria da Academia de Ciências. A nossa preocupação exclusiva será formar espíritos esclarecidos, compreensivos, capazes de raciocinar com rigor [33].

---

(32) Cf. TAVARES, *G.*, 286.
(33) Cf. POUTHIER, *M.*, 7.

CAPÍTULO VIII

O ALGEBRISMO E OS PROGRAMAS DE MATEMÁTICA — COMO COMBATER O ALGEBRISMO

> Ser algebrista é ser pedante. A cultura é inconciliável com todos os pedantismos.
>
> RIBEIRO, *F.*, 142.

1 — O ALGEBRISMO E O ENSINO

Há professôres que detestam o algebrismo, reconhecem o mal que, para o ensino, decorre da prática do algebrismo, mas não se sentem capazes de trilhar o caminho certo dentro da Didática da Matemática.

Alegam êsses professôres que são obrigados a ensinar aos seus alunos problemas complicados, teorias sem aplicação alguma, fórmulas abstrusas e sem sentido, questões abstratas fora da realidade, pelas seguintes razões:

1) imposição dos programas;
2) exigência das provas e exames;
3) exigência do curso;
4) adestramento do cálculo;
5) exercícios dos compêndios.

Apreciemos sucintamente essas razões que justificam (ou pretendem justificar) a prática do algebrismo.

2 — PRIMEIRA RAZÃO: IMPOSIÇÃO DOS PROGRAMAS

Os programas de Matemática são na verdade, os verdadeiros baluartes do algebrismo, pois estão acogulados de teorias inúteis, noções parasitas, etc. Assim o ponto *equação biquadrada*, como sabemos, não encontra aplicação alguma; mas como a famigerada equação biquadrada figura explìcitamente no programa é obrigatòriamente ensinada aos infelizes estudantes do Curso Secundário. O estudo dessa equação (digamos claramente) representa pura perda de tempo. O mesmo poderíamos dizer em relação a outros pontos do programa, tais como: raiz cúbica, prova das operações, mudanças de base, inequação do 2.º grau, decomposição do radical duplo etc.

É muito grave, na parte alusiva aos programas, a opinião do Prof. Euclides Roxo:

> Criticando, principalmente, o programa de Álgebra, Marijon chama a atenção para certos "desenvolvimentos parasitas, de que se atulham nossos cursos e nossos exames: os inverossímeis capítulos sôbre progressões que se ensinaram para permitir uma teoria dos logaritmos que tôda gente sabe que não vale nada; o longo e delicado capítulo sôbre equações irracionais, etc. (1)

O Prof. Francis D. Murnaghan, matemático de fama internacional e algebrista de alto quilate, sendo consultado pelo Dr. Gustavo Lessa, opinou pela supressão dos seguintes pontos que figuram no atual programa da 4.ª série ginasial:

> Transformação de um radical duplo.
> Relação dos cossensos.
> Cálculo da bissetriz de um triângulo.
> Teoria da potência de um ponto em relação a um círculo.
> Teorema de Hiparco.
> Teorema de Pitot.
> Estudo do decágono regular.
> Área de um triângulo em função dos três lados.
> Área de um triângulo em função do raio do círculo circunscrito.
> Área de um triângulo em função do raio do círculo inscrito (2).

---

(1) Cf. Roxo, *M.*, 141.
(2) Cf. Murnaghan, *A.*

Acha o ilustre analista, Prof. Murnaghan, que a parte da 1.ª série (que aborda o estudo da divisibilidade numérica) deve ser bastante reduzida. E escreve textualmente, com o pêso da sua notabilidade:

> Qualquer tratamento minucioso dos números primos e o crivo de Eratóstenes são luxos que podemos dispensar nesse estágio; a teoria do máximo divisor comum e do mínimo múltiplo comum pode ser melhor tratada em Álgebra, no estudo dos polinômios (3).

O Prof. Murnaghan, com seu largo e tão proclamado tirocínio no magistério, certamente não ignora que a intrincada teoria do m. d. c. e do m. m. c., estudada para o caso dos polinômios (embora seja interessante pesquisa abstrata), não encontra a menor aplicação em ciência alguma. É algebrismo do mais pesado e indigesto. É coisa do tempo do incrível Niewengloski. Ensinar (por exemplo) a um estudante secundário o cálculo do m. d. c. de três polinômios do 5.º grau é uma dessas monstruosidades que só podem brotar no cérebro de um matemático paranóico, em delírio.

É claro, portanto, que as sugestões apresentadas pelo respeitável autor de *The Theory of Groups Representations* servem, apenas, para provar que até um *algebrista irlandês* (de fama mundial) amestrado pela experiência, reconhece existir, em nosso atual Programa de Matemática, para o Curso Ginasial, um entulho monstruoso de noções parasitárias (4).

---

(3) Cf. MURNAGHAN, *A.*,

(4) Convém esclarecer o seguinte: o Prof. Francis Murnaghan, embora matemático de renome internacional, é cem por cento jejuno em relação à Didática da Matemática. Êsse pseudodidata, ao criticar o nosso programa, escreve inicialmente: "Começo por dizer que quase a única falta do programa é, em minha opinião, ser longo demais. Não é possível dar o presente programa de maneira satisfatória no tempo disponível e o resultado inevitável é o de muitas omissões. Desgraçadamente estas omissões são, fatalmente, nas partes essenciais". Cf. MURNAGHAN, *A.*, 20. Êsse pequeno trecho, redigido em linguagem mal-amanhada e confusa, crivado de senões e baldas de todos os gêneros, mostra-nos a péssima e deplorável tradução sob o qual o *INEP* apresentou o trabalho do Prof. Murnaghan. Convém reler a nota 21 do Cap. IV.

3 — SEGUNDA RAZÃO: EXIGÊNCIAS DAS PROVAS E EXAMES

Sabemos que nos exames finais, nos concursos, etc., são propostas aos candidatos questões aloucadas, difíceis, retalhadas de algebrismo. Decorre dêsse fato uma conseqüência muito grave. Se o professor não ensinar e não exercitar os seus alunos nessas questões (questões-tipo, como êles chamam), questões de puro algebrismo, os infelizes examinandos serão, fatalmente, reprovados e eliminados. Ensina-se, portanto, a um aluno do curso primário a escrever o número três milhões quarenta e três mil oitocentos e trinta e nove, em algarismos romanos "porque essa parvoíce (ou parvoíce semelhante) poderá ser exigida, no Colégio Pedro II ou no Colégio Militar, em exame de admissão".

Exige-se que um adolescente perca várias horas estudando inequações do 2.º grau, por uma razão muito simples: Essa inutilidade algebrística pode ser dada, como questão básica, no exame vestibular da Escola Nacional de Agronomia. Um jovem que pretende, apenas, ser um bom agrônomo e cuidar dos rebanhos em Araçatuba, é obrigado a estudar derivada de uma função hiperbólica a fim de não ser reprovado no curso! E com êsses estudos inúteis os jovens perdem um tempo precioso!

Os argumentos aduzidos pelo Prof. Euclides Roxo são decisivos. Ao perlustrar o seu livro *O Ensino da Matemática,* encontramos, na página 141, esta arrazante bordoada no algebrismo:

> Em França, como alhures, há muita coisa que se aprende só para fazer exame. O pior é que tais bizantinices, como bem acentua Tannery, "sufocam as idéias gerais". Capítulos inteiros, teorias completas são inventadas pela necessidade de aumentar a matéria dos exames, de permitir a formulação de pontos novos e questões difíceis. Falseia-se, de tal modo, a finalidade da educação matemática por um adestramento na arte do algebrismo mais

estéril e dos problemas gráficos mais intricados e sem nenhuma importância para a compreensão geral do valor da Matemática e para o esclarecimento e a fixação das noções básicas (5).

4 — TERCEIRA RAZÃO: EXIGÊNCIA DO CURSO

Muitos professôres praticam o algebrismo por exigência do curso. Citemos um exemplo. A decomposição do binômio $x^{16} - a^{16}$ em fatôres primos apresentado como problema, no Curso Secundário. Não existe problema algum, em ciência alguma, que conduza o estudioso a um binômio do 16.º grau. Para que, então, forçar o aluno a resolver essa inutilidade? Eis a razão alegada: Se o professor não ensinar tal decomposição os seus alunos encontrarão, no ano seguinte, dificuldade no curso. O problema será exigido por outro professor; logo, deve ser dado. Ao longo das séries ginasiais, há uma verdadeira cadeia de algebrismo atormentando os estudiosos. O Prof. *A* ensina, na 3.ª série, um bizantinismo qualquer com receio de que o Prof. *B*, mais tarde, na 4.ª série, possa exigir o tal bizantinismo. E assim por diante.

5 — QUARTA RAZÃO: ADESTRAMENTO DO CÁLCULO

Não será difícil apontar centenas de professôres, dedicados e eficientes, que orientam os seus trabalhos de classe na ilusão de que devem ensinar o difícil (que não tem aplicação) a fim de que os estudantes aprendam bem o simples, o fácil (que tem aplicação). Essa maneira de encarar o ensino da Matemática é antididática e errônea. Deve-se ensinar bem o fácil, o que é básico e fundamental; insistir nas noções conceituais importantes; obrigar o estudante a ser correto em sua linguagem; seguro e preciso em seus cálculos; impecável em seus raciocínios. É um crime, porém, atormentar o aluno com teorias inúteis, difíceis ou trabalhosas. As teorias complicadas e obscuras fazem nascer no espírito do aluno ver-

(5) Cf. Roxo, *M.*, 141.

dadeira aversão e intolerância pela Matemática [6]. É um crime conculcar a beleza da Matemática implantando nessa ciência as deformações do algebrismo.

6 — QUINTA RAZÃO: OS EXERCÍCIOS DOS COMPÊNDIOS

Os compêndios didáticos, para o ensino da Matemática, são elaborados de acôrdo com os programas. No livro didático o Autor é obrigado a apresentar os diversos pontos com o necessário desenvolvimento de modo que os alunos encontrem, em suas páginas, os assuntos exigidos nas provas, nos concursos, nos exames finais, etc. Conseqüência: o livro didático para ser bom, eficiente, bem aceito, deve ser, do princípio ao fim, um amontoado de algebrismo. O professor que adota um livro e segue religiosamente êsse livro é, muitas vêzes, obrigado a resolver problemas difíceis, sem a menor finalidade teórica ou prática; e êsse professor, mesmo sem querer, é levado a praticar o algebrismo em sua classe.

Os frutos venenosos do algebrismo germinam nos programas mas vão amadurecer nos compêndios.

7 — A ARMA DOS ALGEBRISTAS

Entrei, certa vez, na sala de Matemática, em que se encontrava o Prof. Oswaldo Mendes Dias. Notei que o distinto colega ensinava às alunas de sua turma, a resolução de um problema cujo enunciado aparecia, em letras bem claras, no centro do quadro-negro:

Calcular a soma abaixo, em dm^2:

$25{,}45m^2 \quad 0{,}72a \quad 0{,}0018km^2.$

(6) O cálculo trabalhoso deve ser abolido. Vejam esta monstruosa questão, exigida aos candidatos à admissão, no Colégio Pedro II em 1944: "Decompor em fatôres primos, o número 2 187 900". O escritor russo Dostoievski, em seu livro *Recordação da Casa de Mortos,* conta-nos que o maior suplício para os detentos, era o trabalho inútil a que, muitas vêzes, os obrigavam: "Transportar monte de pedras, no pátio do presídio, sem finalidade alguma, de um lugar para o outro". O algebrista que manda um estudante decompor em fatôres primos o número 2 187 900, devia ler Dostoievski e meditar sôbre a vida dos detentos nos presídios da Sibéria.

Ponderei discretamente (sem que as alunas percebessem) que se tratava de uma questão mal redigida, antilógica, divorciada do espírito matemático [7]. Aquilo (disse) tresanda a algebrismo da pior espécie. Como conceber um problema, com dados colhidos na vida real, que nos levasse a uma soma de três áreas, com unidades tão díspares: a primeira expressa em metros quadrados, a segunda por uma fração do are e a terceira por uma fração mínima do quilômetro quadrado. A última parcela (acrescentei) exprime um disparate. Veja bem: Medir um pequeno lote 10×18 tomando como unidade o quilômetro quadrado? Só de um paranóico!

Com tranqüila segurança, explicou-me o Professor O. M. D.:

— Sei perfeitamente, que se trata de uma questão fantasiosa, absurda, destituída de qualquer aplicação e sem o menor interêsse para as alunas. Sôbre isso eu não tenho a menor dúvida. Para mim é desagradável perder tempo com essas tolices [8]. Vejo-me, porém, obrigado a ensinar êsse algebrismo, pesado, fastidioso, pois essas meninas (e apontou para os jovens que enchiam a sala) são pretendentes ao Instituto de Educação e, no concurso de admissão ao Instituto, é êsse precisamente o "*tipo*" de questão que a banca costuma propor às candidatas. São questões difíceis, obscuras, sem o menor sentido real, trabalhosas, às vêzes, com uma finalidade única: reprovar [9].

---

(7) A monstruosidade algebrística citada, foi proposta em exame no Instituto de Educação do Rio de Janeiro, em 18-12-1941. Examinadores: Coronel Bernardino Chaves, Dr. Haroldo Lisboa da Cunha e Major Ary Quintela. Cf. QUINTELA, *A.*, 119.

(8) Prof. João Cristóvam Cardoso, físico notável, seria mais sincero e diria: "Perder tempo com essas burrices".

(9) Essas questões difíceis são denominadas *macêtes*. Só consegue aprovação a aluna que souber resolver os *macêtes*. Cumpre-nos chamar especialmente a atenção dos professôres para a seguinte questão proposta, em exame, no Instituto de Educação do Rio de Janeiro, no ano de 1952: "Qual é o menor número primo que não é divisor?" Essa questão, exatamente nesses têrmos, figura no livro: ADIZEL, *Q.*, 125. Para evitar que a dúvida possa pairar no espírito do leitor vamos repetir a monstruosidade: *Qual é o menor número primo que não é divisor?*

8 — ALGEBRISMO PARA ELIMINAR CANDIDATOS

Eis como se explica êsse algebrismo observado nos exames de admissão: Os candidatos são em número de 4 500; as vagas, 200! É preciso, portanto, *eliminar* os pretendentes, *reprovar* o maior número possível.

Para essa finalidade arrasadora a prova de Matemática é que mais se presta. As questões, em geral, são objetivas e oferecem reduzida tarefa para o julgamento.

O mesmo problema ocorria há mais de meio século (e ainda ocorre atualmente) na França, onde impera o algebrismo mais idiota que se possa imaginar. Em 1907, o matemático francês Laisant enfrentava com destemor o problema e desfechava esta grave acusação:

> *O bacharelado (baccalaureat) serve de meio de eliminação contra a onda invasora dos candidatos às funções públicas* (10).

Os enigmas dificílimos (algebrismo absoluto) dados no *baccalaureat*, tinham, portanto, essa finalidade: vencer a onda dos candidatos. O mesmo algebrismo, com idêntica finalidade, é assinalado na Espanha.

Eis os três problemas que, na Espanha, os candidatos à carreira de Engenharia foram obrigados a enfrentar (observe-se, nos enunciados, a sobrecarga monstruosa de algebrismo). Verdadeira francelhice matemática:

> *a*) Formar, diretamente, no sistema de base 7, sem recorrer ao sistema decimal, mediante o artifício denominado *Crivo de Eratóstenes,* uma tabela dos números primos até o número que escrito na base 7 é formado por três algarismos iguais a 2 (Escola Especial de Engenheiros Agrônomos, em junho de 1944).
>
> *b*) Achar o menor número da forma $3 \times 3^2 \times 3^3 \times 3^4 \times \ldots$ que seja maior do que 12×10^9 (Escola de Engenheiros Industriais, de Bilbao, em 23 de maio de 1929).

(10) Cf. LAISANT, *M.*, 230.

c) Um relógio tem três ponteiros iguais (do mesmo comprimento). O primeiro marca as horas; o segundo, os minutos e o terceiro, os segundos. Os três ponteiros giram em redor do mesmo eixo central. Determinar a hora exata em que os extremos, dos três ponteiros, são vértices de um triângulo equilátero, desenvolvendo o raciocínio completo para o caso do problema não apresentar solução. Às 21 horas os três ponteiros estão juntos (Escola Especial de Engenheiros Agronômos, em setembro de 1944).

d) Estabelecer os critérios de divisibilidade por 4 e por 7 no sistema de numeração de base 8. Aplicar êsses critérios para determinar, no aludido sistema, o menor número de 4 algarismos que seja divisível por 4 e por 7 (Escola Especial de Engenheiros Navais, em junho de 1942).

Êsses problemas inextricáveis são dados com êste objetivo criminoso: reprovar, afastar capacidades, eliminar pretendentes (11).

9 — QUESTÕES PARA REPROVAR

De ano para ano agrava-se, da mesma forma, o problema do algebrismo no Brasil.

No Colégio Pedro II, no Colégio Militar, no Instituto de Educação etc., apresentam-se, em geral e em média, 20 candidatos para cada vaga. Dada essa proporção não há outro recurso: é preciso reprovar em massa, vencer a "onda invasora" dos candidatos.

A tarefa de reprovar vai caber aos professôres de Matemática; e êles dispõem de uma arma segura e eficiente: o *algebrismo*.

---

(11) Parece incrível que o algebrismo possa atingir a êsses extremos. Na questão *d* obrigam um futuro engenheiro a determinar um critério de divisibilidade por 7, no sistema de base 8. A divisibilidade por 7 é inútil, ninguém aplica; a numeração de base 8 não existe. O futuro engenheiro deve saber uma divisibilidade que ninguém aplica dentro de uma numeração que não existe.

Dentro dêsse critério — aproveitar, de preferência, os mais hábeis na solução de problemas abstratos — são sacrificados, indevidamente, os alunos capazes para as técnicas, para as profissões liberais: os que têm *inteligência verbal*. Vencem, nas provas de admissão, e saltam a barreira do algebrismo, ùnicamente aquêles que possuem em alto grau, a chamada *inteligência abstrata* (12).

Pergunta-se: Para a carreira de professôra primária (por exemplo) será interessante aproveitar, de preferência, as meninas dotadas de maior *inteligência abstrata?*

É claro que não. Seriam até preferível as de inteligência verbal ou de inteligência *espacial* (13).

Logo, o algebrismo afasta da carreira do magistério os elementos mais aproveitáveis para o professorado primário. O Algebrismo é um mal. É um mal para o magistério; é um grande mal para o país.

10 — MEIOS DE COMBATER O ALGEBRISMO

Já vimos que, para o ensino da Matemática, são danosas as *conseqüências do algebrismo.*

Como, porém, combater o algebrismo? Como expurgar a Matemática dêsse entulho pesado e inútil?

Estando o *algebrismo* fortemente ligado com a rotina, será impossível suprimi-lo integralmente. Escudado pela rotina êle resistirá. Os argumentos, os fatos apontados, não chegarão a mudar a atitude errônea do *algebrista* e derru-

---

(12) Em seu livro *Darwinismo* (Londres, 1889), o célebre biólogo inglês Alfred Russell Wallace (1823-1913), consagra interessante capítulo à descendência do homem. O meticuloso Wallace é levado a demonstrar que as faculdades mais nobres e elevadas do espírito humano não podem ser adquiridas por seleção natural. O famoso explorador do Amazonas, entre as quatro faculdades mais importantes, aponta: aptidão para a *Matemática;* aptidão para a *Música* (e para outras artes); aptidão para a *Metafísica* e aptidão para o *Humorismo.* Cf. STYVAERT, *B.*, 38 e 39.

(13) Defini-se a inteligência verbal: disposição para sanar dificuldades, de natureza social, inerentes à convivência humana, para o que é indispensável dominar o aspecto expressivo e predominantemente verbal da conduta. Cf. CASASANTA, *M.*, 296.

bá-lo (o algebrismo) do pedestal em que se acha, a mais de um século acocorado [14].

Para atenuar os efeitos maléficos do *algebrismo*, podemos sugerir algumas medidas, entre as quais apontamos as seguintes:

1) revisão dos programas;
2) apresentação analítica dos programas;
3) regulamentação rigorosa das provas escritas e orais;
4) supressão das unidades inusitadas;
5) supressão dos problemas em falso;
6) limitação do cálculo algébrico.

Cumpre-nos esclarecer cada uma dessas medidas, ou etapas, que teriam por finalidade precípua combater o algebrismo em nosso Curso Secundário.

11 — COMBATE AO ALGEBRISMO: PRIMEIRA ETAPA

Eis no que consistiria a primeira etapa no combate ao algebrismo:

> *Revisão cuidadosa dos programas de Matemática com o objetivo de simplificá-los, torná-los mais vivos e mais interessantes.*

Encerram os atuais programas, muitas noções parasitas, teorias inúteis e transformações algébricas sem a menor aplicação em ciência alguma, em situação alguma da vida real. Todo êsse entulho algebrista deve ser suprimido. Destaquemos os seguintes pontos [15]:

---

(14) O algebrismo, para muitos professôres, é fonte de renda. Torturado pelo algebrismo o estudante vê-se forçado a tomar aulas particulares, a contratar um explicador. No dia em que o algebrismo desaparecer, os exploradores do algebrismo serão obrigados a procurar outro meio de vida.

(15) Cf. *Anais*, II, 415.

Grafia, em algarismos romanos, de qualquer número maior do que 3 000.
Mudança de base de numeração.
Teoria e prática da raiz cúbica [16].
Potência (de grau superior a 3) de um polinômio.
Cálculo com radicais.
Equação algébrica irracional com mais de três radicais.
Equação biquadrada.
Equação exponencial, não sendo da forma $a^x = b$.
Transformação do radical duplo.
Provas pelos divisores [17].
Variações do trinômio do 2.º grau.
M. d. c. e m. m. c. de polinômios.
Inequações do 2.º grau.
Raiz quadrada de um polinômio.
Estudo dos triedros.
Relações métricas nos quadriláteros.
Equações trigonométricas.
Identidades trigonométricas, etc. [18]

Em nosso ensino precisamos "suprimir matérias" e "aliviar" os deplorativos programas de Matemática, atufados de inutilidades. Eis as notáveis considerações do engenheiro Paulo

(16) O ponto *raiz cúbica*, do atual Programa, não foi lecionado aos alunos do Colégio Pedro II (em 1957) por determinação expressa do Dr. Cecil Thiré. Vê-se, assim, que no Colégio Pedro II, o Colégio padrão, o Programa Oficial de Matemática não foi obedecido. Não só a teoria da raiz cúbica. A teoria da raiz quadrada devia também ser suprimida. Ouçamos a opinião de Jacques Hadamard, notável matemático francês, geômetra de fama mundial: "De um modo geral, convém certamente ser menos ambicioso em matéria de Aritmética, e isso de começo ao fim, digo mesmo até à classe de Matemática inclusive. Estou, por exemplo, absolutamente de acôrdo com o M. Le Châtellier, em que a teoria da raiz quadrada — e mesmo a regra de extração — devem ser suprimidas, como não correspondendo, nem em utilidades, nem em influência educativa, ao tempo e ao trabalho que custam".

(17) A generalização das máquinas de calcular tornou inteiramente obsoletas essas provas das operações. Não se pode falar em prova dos 9 numa época em que as máquinas é que operam. Retirado êsse entulho algebrístico poderíamos ocupar o tempo do educando fazendo-o aprender outros pontos da Matemática que são de indiscutível interêsse. Escreve o Prof. Marcelo Santaló: "No campo da Matemática obtemos bons resultados com a introdução das noções da Probabilidade, Topologia, Estática e Máquinas de Calcular". Cf. SANTALÓ, *A.*, 22.

(18) Convém insistir: Todos êsses pontos (e muitos outros) que formam a *cultura matemática de um professor* devem ser dados e exigidos nos *Cursos Especializados da Matemática* nas Faculdades de Filosofia, mas não nos Cursos Ginasiais. Dêsses Cursos deveriam ser totalmente abolidos. Cf. *Anais*, II, 415.

Sá, que neste assunto é de uma autoridade acima de qualquer dúvida:

> Na exposição de motivos que acompanhou o decreto que organizou o nosso ensino superior, o ministro Francisco Campos quando dizia: "Se no quadro de disciplinas há vícios e defeitos serão exatamente os dos excessos: ... disciplinas ou cadeiras em grande número criadas em tôdas as reformas e algumas delas destituídas quase de objetivos ou sem nenhum valor educativo.
>
> E, mais de longe ainda, o Prof. Luiz Cantanhede no seu trabalho sôbre *O Ensino de Engenharia no Brasil e o Regime Universitário* (1932) citava o relatório de uma Comissão Francesa, que, em 1917, pedia "o alívio dos programas de Matemática das escolas técnicas superiores" (19).

12 — COMBATE AO ALGEBRISMO: SEGUNDA ETAPA

Não basta simplificar os programas. Outra medida é indispensável:

> *Apresentar todos os pontos, do programa, sob forma analítica.*

Com efeito.

O programa sintético colabora indiretamente com a tendência algebrista de certos professôres mal orientados. Citemos um exemplo: Se no programa estiver apenas indicado: "Estudos das equações irracionais", o algebrista fragueiro descobre, logo, um pretexto para arrazar seus alunos com uma infinidade de tipos de equações irracionais: Equações com radicais duplos; equações com radicais em denominadores; equações com radicais com índices diferentes, etc. Vejam, por exemplo, esta equação:

$$\frac{1}{5+\sqrt{2x}} - \frac{1}{5-\sqrt{2x}} = \frac{4}{3}$$

---

(19) Cf. Lessa, *E.*, 73.

Que exprime essa questão? Nada. Não existe problema algum que nos conduza a uma equação dêsse tipo. Para essa equação irracional não encontrará o técnico a menor possibilidade de aplicação. Para que então, ensiná-la aos meninos? Para que forçá-los a cálculos e transformações totalmente inúteis? Para evitar tais abusos o aludido ponto do programa (referente às equações irracionais) seria redigido de forma bem clara e analítica, com o conteúdo bem especificado:

> *Equação irracional. Definição. Equações irracionais da forma* $\sqrt{A} = C$ *ou da forma* $\sqrt{A} + \sqrt{B} = C$*, nas quais* A *e* B *são funções racionais, inteiras e do 1.º grau em* x*, sendo* C *uma constante.*

O professor teria que se limitar (mesmo nas provas e exames) a êsses tipos de equações e nada mais. Com o algebrista não devemos ter a menor complacência. Evitamos, a todo custo, os golpes que êle está sempre disposto a desferir contra a beleza e a simplicidade da Matemática. Qualquer brecha abre, para o algebrista, caminho para os excessos mais desastrosos!

A. Morijon, em 1954, advertia os professôres sôbre a necessidade de combater o algebrismo que entulhava os programas de Matemática na França. E declarava: "A redação dos programas muito nos poderá ajudar nesse objetivo: combater o *algebrismo*" [20].

---

(20) O Prof. Marcelo Santaló bate nessa mesma tecla e tem, a tal respeito, opinião arrazadora:

"Impõe-se a redução dos programas:

"A Trigonometria, por exemplo, que carece de valor formativo, e só interessa do ponto de vista cultural, ficaria reduzida a três lições. No ensino da Geometria desapareceriam as demonstrações complicadíssimas que têm sido a tortura constante dos estudantes de Matemática sem aptidão para essas abstrações. No curso de Aritmética deveríamos suprimir as demonstrações cheias de sutilezas, na Teoria dos Números, tão fáceis na aparência e tão complicados, na realidade. O mesmo ocorreria na Álgebra. Nesta parte da Matemática apresentaríamos apenas, os teoremas que o aluno já adestrado no método científico (dedutivo), poderia, com pouco esfôrço, demonstrar por si mesmo. Dessa maneira será possível dar mais importância ao aspecto cultural, intercalando a história da evolução dos conceitos, e a parte prática indispensável na vida corrente". Cf. SANTALÓ, *A.*, 20.

13 — COMBATE AO ALGEBRISMO: TERCEIRA ETAPA

Outra medida que se impõe:

> *Não permitir que nas provas (escritas ou orais) nos exames, concursos, etc., nos colégios oficiais, ou oficializados, sejam propostas aos alunos questões sôbre matéria não contida explìcitamente no programa.*

Se no programa está declarado: "Grafia de números escritos em algarismos romanos, no máximo até o número 3 000", o examinador algebrista não poderá assacar contra os candidatos a seguinte extravagância numérica:

> *Escreva, em algarismos romanos, o número 78 700 468 e, em algarismos arábicos o número M.M.CDLIX* (21).

14 — COMBATE AO ALGEBRISMO: QUARTA ETAPA

Será necessária, ainda, esta medida de alto alcance a ser induzida, explìcitamente, na Lei de Ensino:

> *Não permitir que, nas provas (escritas ou orais) nos colégios oficiais, ou oficializados, sejam propostas aos alunos questões que envolvam unidades inusitadas (unidades jamais empregadas na vida corrente)* (22).

É absurdo e ridículo que o professor, nessa dedilhação pelo algebrismo, proponha a seus alunos questões em que há *hectolitros de água, decilitros de gêlo, miriagramas de manteiga e decagramas de batata, decâmetros de chita* e outras baboseiras do mesmo jaez. Essas unidades (criadas pelo sistema métrico), mas que o povo rejeitou e que foram abolidas da vida corrente, não devem figurar em problemas para colegiais. Será dar aos

---

(21) Problema dado no Colégio Pedro II, em Exame de Admissão em 1952. Cf. Ferreira, *G.*, 77.

(22) Esta proposta foi aprovada pelo Segundo Congresso Nacional do Ensino da Matemática, realizado em Pôrto Alegre (julho de 1957). Cf. *Anais*, II, 415.

meninos uma idéia falsa da mentalidade do professor e dos objetivos da Matemática. São apontados como inusitadas as seguintes unidades:

O decâmetro
O hectômetro
O decâmetro quadrado
O hectômetro quadrado (23)
O quilolitro
O decalitro
O mililitro
O centiare
O decagrama
O hectograma
O estério
O descistério
O decastério.

É claro que o aluno deve conhecer essas unidades, do mesmo modo que conhece o célebre Vesúvio ou o caudaloso Tapajós que banha a cidade de Santarém (Pará). Mas seria irrisório obrigá-lo a resolver um problema sôbre o Vesúvio ou sôbre o Tapajós.

A supressão das unidades inusitadas (nas provas, concursos, exames orais, etc.) já representa golpe muito sério no *algebrismo*.

Eis uma questão que, dentro dêsse critério, seria abolida (24):

Efetuar:

$$\frac{3\text{km}^2 + 2{,}7\text{dam}^2 + 120\text{a} + 120\text{dam}^2}{16\text{ca} + 10\text{m}^2}$$

Convém observar que, nessa expressão, os dois têrmos (numerador e denominador) se apresentam sob forma fantasiosa, antimatemática.

---

(23) O decâmetro cúbico e o hectômetro cúbico, por lei, estão excluídos dos programas de ensino.

(24) Êsse carroção, sem qualificativo nos domínios do bom senso, figura em ADIZEL, *Q.*, 93.

15 — COMBATE AO ALGEBRISMO: QUINTA ETAPA

Há ainda outra providência muito séria a tomar nesse combate, sem tréguas, ao algebrismo. Seria o seguinte:

> *Não permitir que o professor proponha a seus alunos problema em falso, isto é, problemas com dados numéricos fora da vida real* (25).

O problema apresentado ao educando não deve falsear a verdade. Os forjadores de problemas algebrísticos inventam coisas incríveis: "Tanques com quatro torneiras, ciclistas que fazem caminhadas fantásticas, barris com milímetros cúbicos de certo óleo, etc.

Citemos o seguinte problema que parece banalíssimo:

> *Uma pessoa colocou uma quantia em um banco a 6%. No fim de dois anos liquidou a sua conta tendo recebido Cr$ 22 400,00. Que capital havia depositado no banco?*

O próprio autor do problema aplica a fórmula (por êste indicada), faz os cálculos e chega ao seguinte resultado:

O capital depositado foi de Cr$ 20 000,00.

Êsse resultado, que faria rir o bancário mais medíocre e ignorante, está errado. A verdade aparece falseada no problema. Não existe banco algum que receba um depósito, durante dois anos, e pague, pelo dinheiro depositado, juros simples.

Que interêsse tem o matemático em formular um problema ridículo, idiota, fora da vida real?

---

(25) Essa proposição foi aprovada pelo II Congresso Nacional do Ensino da Matemática, reunido em Pôrto Alegre (julho de 1957). O mesmo tema foi debatido no I Congresso (Bahia, 1956). Na tese intitulada "Tendências modernas no ensino", as Prof.as Ameriza Lanat Pedreira de Cerqueira, Zulmira Madalena Jorge Tinaut e Elisa Fernandes Pereira escreveram (Veja *Anais*, 149): "*A finalidade dos problemas de Matemática, não é a de preparar só para a escola, mas sim, a de habilitar para as ocupações normais da vida. Por essa razão, devem provir de situações reais da própria vida dos alunos ou de situações que os mesmos possam compreender como capazes de ocorrer com freqüência*".

Em seu famoso *Parecer* sôbre a *Reforma do Ensino Primário* (publicado em 1883) Rui Barbosa chamava a atenção dos educadores e parlamentares para a irrealidade do ensino:

> O segrêdo da importância do ensino atual e do seu pêso acabrunhador está na *irrealidade*. Longe de preparar as crianças para a batalha da vida, a escola parece amoldada ao cálculo de transportá-la a outro mundo, mais turvo, mais penoso; não absolutamente a paragens encantadoras, mas a uma região ocupada por impérvias abstrações e vagas sombras.

16 — COMBATE AO ALGEBRISMO: SEXTA ETAPA

As medidas que sugerimos ainda não bastam. A hidra do algebrismo tem uma sexta cabeça que precisa ser decepada. Será necessário o seguinte:

> ***Abolir, no cálculo algébrico (por determinação explícita, no programa), tôdas as operações (adição, subtração, multiplicação, valor numérico, fatoração, etc.) com polinômios de grau superior ao 3.º.***

Para que operar com polinômios do 5.º grau? A divisão de um polinômio do 6.º grau por outro do 2.º grau é extravagância algebrista.

Convém repetir, insistir e martelar: Quase tôdas as teorias da Álgebra Superior representam matéria inútil para o engenheiro, para o arquiteto, para o químico, etc. Não se encontrou até hoje, um engenheiro que, na sua vida profissional, tivesse sido obrigado a resolver uma equação algébrica do 4.º grau.

Álgebra Superior é sinônimo de algebrismo [26]. É um dos horripilantes fantasmas que herdamos do velho período *trompowskiano!*

Outra cadeira inútil nos cursos de Engenharia, Arquitetura, etc., é a *Geometria Descritiva*. É um amontoado imenso,

(26) O estudo da Álgebra Superior só é admissível em cursos especializados nas Faculdades de Filosofias (para professôres de Matemática).

aterrador de algebrismo monjeano! Essa cadeira é mantida pela fôrça de rotina, pois, a massa teórica por ela ensinada não encontra a menor aplicação [27]. A parcela útil da Geometria Descritiva, necessária ao arquiteto e ao engenheiro, poderá ser dada em dois meses, no Curso Ginasial.

17 — A ROTINA E O ALGEBRISMO

Será possível vencer o *algebrismo?*

A tarefa se apresenta dificílima, por causa da *rotina.*

O algebrismo conta, realmente, com uma aliada muito forte e obstinada: a *Rotina.* Cabe à rotina a deplorável e pertinaz tarefa de consolidar o algebrismo e mantê-lo em permanente atuação em todos os níveis e modalidades de ensino.

Façamos a seguinte hipótese: Revela-se, em certo professor, tendências acentuadamente algebrísticas. Êsse professor, entretanto, tem qualidades didáticas; parece estimar os alunos e não oculta entusiasmo pela profissão. Qual é, então, a origem ou as causas de sua mórbida e arraigada inclinação para o algebrismo?

As causas próximas e remotas, são, em geral, as seguintes:

1) O professor algebrista nunca estudou *Didática.*

> Para o ingresso, especialmente no Magistério Superior, não se exige do candidato o menor preparo em *Didática.* Há catedráticos (!) que nunca tiveram a oportunidade de ter nas mãos, mesmo sem folhear, um compêndio de Didática. Que diríamos de um médico que desconhecesse todos os livros de Medicina ou de um advogado que fôsse completamente leigo em Direito?

(27) Em muitas escolas da América, a Geometria Descritiva já foi suprimida. Da Descritiva o aluno deve aprender, apenas, as noções no curso de Desenho Geométrico. Ouçamos a opinião de Charles Hermite, famoso matemático francês (1822-1901), o imortal criador das *funções* elíticas: "Jamais poderei exprimir os esforços que fui obrigado a fazer a fim de compreender alguma coisa das figuras da Geometria Descritiva — ciência que detesto".

Houve, já lá se vão muitos anos, no Colégio Pedro II, um péssimo professor de Matemática chamado Joaquim de Almeida Lisboa. Péssimo professor (repetimos) e, também, péssimo educador. O depoimento do Prof. Euclides Roxo, sôbre êsse seu colega de cátedra, é de estarrecer. Referindo-se ao mestraço, que cultivava, com carinho, a quinta-essência do algebrismo mais abstruso e antididático, escreve, com impecável e serena justiça, o Dr. Euclides Roxo:

> Nas suas aulas, o Prof. Lisboa só tinha em mente mostrar aos espantados meninos do Pedro II a sua vasta cultura matemática. Lembro-me ainda de quando, em 1906, sendo eu aluno do Internato, o Sr. Lisboa voltou da Europa, no meio do ano e foi dar a sua primeira aula naquela casa. Perguntou aos alunos em que ponto estavam e como êstes lhe respondessem que em equações do 2.º grau, o Prof. Lisboa começou a expor àqueles pobres indìgenazinhos os métodos de Viète, de Grünert, de Clebsch, de Heilermann, etc., para dedução da fórmula. Era a continuação da sua prova de concurso [28].

2) O professor algebrista desconhece os objetivos e finalidades do ensino da Matemática:

> Com o decorrer dos anos, a Rotina, inexorável, fêz consolidar o princípio, errôneo e absurdo, de que para ensinar a Matemática era bastante conhecer as proposições e teorias que estruturam essa Ciência. Como conseqüência dêsse desconchavo, resulta esta incrível anomalia: O professor é iniciado na cátedra de uma matéria do ensino da qual ignora os objetivos e finalidades [29].

---

(28) Cf. Euclides Roxo, in *Jornal do Comércio*, Rio, 8-1-1931.

Acertadamente procedeu o Prof. Euclides Roxo ao criticar severamente a obra antididática do seu colega. Ouçamos, a tal respeito, um educador: "... e ainda que a crítica que só vive a lisonjear obras, sem lhes apontar os defeitos e salientar as belezas e utilidades, não é crítica; quando muito será coisa que amesquinha o autor, prova de insensatez de que exerce a arte de criticar e, finalmente, meio de depreciar o trabalho. Mello Carvalho, in Ribeiro, *P.*, 42.

(29) O segundo item é um corolário do primeiro.

3) O professor algebrista aprendeu Matemática com um algebrista e perfilha o mesmo deplorável sistema [30]:

> Trata-se de uma lei natural, corolário da Rotina: "Assim aprendi, assim ensino". A lei do menor esfôrço. Qualquer renovação exige estudo, pesquisa, trabalho. O mais simples é imitar, é repetir, *é fazer como já foi feito.* Comenta o Prof. Paulo F. R. Mendes Viana: "A tendência da grande maioria dos professôres é ensinar o que lhes foi ensinado e como lhes foi ensinado" [31].

(30) Aqui transparece o efeito funesto da Rotina e as deploráveis conseqüências do autodidatismo.

(31) Cf. VIANA, *E.*, 71.

CAPÍTULO IX

FINALIDADES DA MATEMÁTICA NO CURSO SECUNDÁRIO

> Quem não conhece a Matemática morre sem conhecer a verdade científica.
>
> SCHELBACH, in ROXO, *M.*, 118.

1 — OS QUATRO PROBLEMAS

Os múltiplos e embaraçosos problemas que se apresentam ao professor de Matemática, diante da classe, podem ser, ao primeiro exame, desdobrados em quatro grupos fundamentais. Nos delicados entrechoques da Didática, cada grupo poderá ser englobado numa pergunta.

Vejamos quais são essas perguntas que enfeixam os aludidos problemas:

1) A quem ensinar?
2) O que ensinar?
3) Como ensinar?
4) Para que ensinar? (1)

Os comentários do Prof. Euclides Roxo focalizam, em seus pontos essenciais, os cuidados que um ensino, bem orientado, exige do professor:

> Poderia parecer que, sendo a Matemática uma das mais antigas disciplinas do Curso Secundário, onde há séculos ocupa lugar de honra, seja descabido fazer-se, em

(1) Poderíamos, é claro, nesse sentido, ampliar o campo de nossas investigações e tentar indagações mais vagas: — Quem deve ensinar? — Quando ensinar? — Vale a pena ensinar? etc...

> relação a ela, a mesma pergunta que naturalmente surge quando se trata do ensino de qualquer matéria: Qual é o verdadeiro objetivo e o valor real desta disciplina?
>
> Entretanto, como observa J. W. Young, é uma necessidade fundamental que cada professor tenha idéia clara da função de sua matéria no currículo escolar e o traga em mente, a cada instante, como motivo determinante de todo o seu trabalho.
>
> Os interêsses do bom ensino exigem que o professor não saiba apenas *o que* ensinar, mas também conheça *a quem* vai ensinar, *para que* o faz e *como* alcançará o seu "desideratum" (2).

As quatro perguntas fundamentais, para a Didática da Matemática, exigem pequenos comentários e rápidos esclarecimentos. Procedamos, pois, a uma análise sucinta dos problemas que se apresentam implícitos nessas perguntas.

2 — PRIMEIRO PROBLEMA: A QUEM ENSINAR?

Estará a classe em condições normais de aprendizagem?

Tem maturidade? Tem base suficiente? Está convenientemente motivada? Apresenta a classe muitos alunos sem aptidão matemática? Como orientar os educandos que revelam notória aversão pelo estudo?

Essas dúvidas levam-nos à conclusão de que o ensino não deve depender ùnicamente da matéria a ser ensinada, mas deve atender, antes de tudo, ao indivíduo a quem se pretende ensinar. Um mesmo assunto deve ser exposto a uma criança de seis anos de modo diferente por que o é a uma de dez e, a esta, ainda de maneira bem diversa daquela que adotaríamos para o caso de um adolescente. Aplicado particularmente ao ensino da Matemática, êsse princípio geral nos conduz a *começar sempre pela intuição viva e completa e só pouco a pouco trazer ao primeiro plano os elementos lógicos* e adotar, de preferência, o *método genético*, que permite uma penetração lenta das noções.

---

(2) Roxo, *M.*, 97.

São bem claras, nesse sentido, as recomendações contidas em *I. M.*:

> Tenha-se sempre presente que o ensino não depende da matéria em si, mas, principalmente, do aluno, ao qual se ensina.
>
> Assim sendo, a reação da turma e a sua maior ou menor rapidez de entendimento constituirão, para o professor, os fatôres decisivos que o aconselharão a estender-se além dos limites prescritos ou a reduzir o assunto nas partes em que julgar indicadas (3).

Não devemos olvidar essa expressiva recomendação, de alta significação didática, que nos oferece Puig Adam:

> Aprendam, pois, os professôres, antes de tudo, a observar atentamente, seus alunos, a captar seus interêsses e suas reações, e, quando estiverem seguros dêsses pontos essenciais, irão colhêr a certeza de que em nenhum compêndio ou tratado existe tanto conteúdo pedagógico como no livro aberto de uma classe, livro eternamente novo e surpreendente (4).

3 — SEGUNDO PROBLEMA: O QUE ENSINAR?

O problema do conteúdo deverá figurar entre os problemas precípuos para o bom didata.

Deverá o professor omitir certos pontos do programa? Será interessante ensinar certas noções não contidas explìcitamente no programa? Pela natureza da classe, deverá o professor dedicar-se ao desenvolvimento da parte teórica? Seria interessante apresentar, por exemplo, os poliedros estrelados? As noções históricas sôbre o cálculo numérico poderiam interessar os alunos? Acolheriam os estudantes, com prazer, um estudo teórico da Análise Combinatória? E a teoria da raiz quadrada? E a prática da raiz cúbica? Seria acertado con-

(3) Cf. I. M.

(4) Cf. ADAM, *I.*, 8.

culcar tôda essa parte da Aritmética relacionada com a radiciação? (5)

Em I. M. encontramos esta notável recomendação:

> O que importa não é ensinar muito, mas ensinar bem, com orientação adequada, evitando fatos e problemas puramente especulativos.

Êsse preceito devemos considerar intangível dentro da Didática da Matemática.

Com efeito.

Grande mal no ensino — assinala a Dra. Montessori — é quando o aluno compreende a explicação do professor, mas a parte assimilada só envolve noções inúteis para o educando, noções que não vão despertar energias construtivas de interêsse e entusiasmo (6).

É preciso não esquecer que a criança já traz para a Escola, uma soma bem apreciável de noções matemáticas. No Programa de Matemática sublinhamos êste trecho que se apresenta bastante minudencioso:

> Cumpre ainda refletir em que, antes de freqüentar a escola, já a criança adquiriu conhecimentos matemáticos, espontânea e firmemente em casa, nas lojas, nas ruas, nos brinquedos, etc., conhecimentos êsses que formam um cabedal respeitável de ilustração em seu espírito. É inútil que a escola pretenda perder tempo e esfôrço em tornar a ensinar-lhe por processos artificiais e, talvez, enfadonhos, o que ela já adquiriu e conhece. O que a escola deve fazer é verificar, prèviamente, até onde vão semelhantes aquisições e, fazendo delas sua base e ponto de partida, prosseguir, procurando levar a criança a continuar o aprendizado das formas e dos números e, isso, tanto quanto possível, pelos processos aquisitivos naturais de que ela se serviu até então (7).

---

(5) Em Didática Geral os objetivos podem ser de três naturezas, a saber:

1.°) O desenvolvimento de hábitos e habilidades específicas.
2.°) A assimilação de informação e aquisição de conhecimentos.
3.°) A formação de atitudes, ideais e interêsses.

Cf. Malin, *A.* Unidade II: O papel dos objetivos na direção da aprendizagem.

(6) Cf. Montessori, *P.*, 71.

(7) *P. M.*, do *D. E.* 34 (Veja: Bibliografia).

O essencial, o fundamental — esclarece o Prof. Marcelo Santaló — é que o aluno aprenda, e aprenda bem, o método dedutivo. E, ao debater o problema das finalidades formativa e cultural, da Matemática, exarou a seguinte opinião:

> É forçoso modificar o ponto de vista atual. Cumpre-nos ensinar a todos os alunos a Matemática que oferece elementos para o desenvolvimento formativo e cultural, e deixar, para os que revelam aptidão e gôsto para tais estudos, a aprendizagem, bem mais intensa do que aquela que é feita atualmente, do instrumento matemático. E mais ainda: No aspecto formativo o nosso objetivo exclusivo será exercitar o raciocínio estabelecendo um sistema de axiomas, postulados e definições com os quais se possam demonstrar os teoremas propostos. Nesta fase do ensino não é necessário preocupar-se com o número de proposições do sistema, no sentido de apurar se haveria outro mais perfeito. Trata-se, simplesmente, de fazer com que o aluno aprenda bem o método dedutivo. A atitude, e o hábito mental assim adquirido levará o educando a tomar, diante de todos os problemas que se apresentarem, sejam matemáticos ou não, uma atitude científica e isso é o principal. Para lograr tal objetivo é forçoso dar ao programa grande elasticidade, devendo possibilitar o professor reduzir ou ampliar o número de proposições que sirvam de base ao sistema inicial e possa, de acôrdo com as conveniências do ensino, tornar certa proposição ora como um postulado, ora como um teorema. O fundamental é desenvolver o hábito mental do raciocínio e das proposições admitidas, deduzir novas proposições. Não havendo sobrecarga de memorização, a tessitura do enlace lógico das proposições torna-se bem compreensível e agradável a quase todos os estudantes (8).

4 — TERCEIRO PROBLEMA: COMO ENSINAR?

Será indicado, para a classe, o estudo dirigido? Devemos nos limitar à preleção visualizada? Será oportuno adotar a técnica do caderno dirigido? A classe teria melhor aproveitamento com o método da redescoberta? Que técnica ou procedimento didático deverá, afinal, o professor adotar?

---

(8) Cf. *La Educación*, dez., 1957.

São interessantes, nessa parte, os ensinamentos das I. M. do C. P. II, contidos neste relanço:

> Dever-se-á dar especial atenção, principalmente no Curso Secundário, ao exato significado dos têrmos empregados, fugindo-se, sempre, da prática da simples memorização, que cansa e enfastia; do uso abusivo de definições, em particular de definições descritivas o mais das vêzes viciosas; e, ainda, do recurso de demonstrações longas e pesadas que, ao invés de satisfazerem as necessidades lógicas que começam a ser despertadas, as embotam e atrofiam.

O famoso geômetra alemão Felix Klein não oculta a sua repulsa pelo ensino, sob forma abstrata, nas primeiras séries. E tocando em preceito de alta relevância diz taxativamente:

> *O professor deve agir, por assim dizer, de uma forma acentuadamente diplomática; cumpre ao mestre conhecer a psicologia dos jovens, para poder captar os interêsses dos educandos, e isso só poderá ser conseguido se apresentar os conceitos sob uma forma intuitiva fàcilmente assimilável. Dentro da Escola só nas classes superiores, poderá o ensino ser apresentado sob forma abstrata* (9).

5 — QUARTO PROBLEMA: PARA QUE ENSINAR?

Quais são os objetivos do ensino da Matemática? Que benefício trará para os educandos? Devemos prepará-los, ùnicamente, para as provas oficiais? Para alguma finalidade imediata? Para a vida?

Em completo desacêrto agiria o professor que tentasse atuar, diante da classe, inteiramente alheio aos objetivos do ensino. Pondera, nesse sentido, a Prof.ª Cleonice Rainho Thomaz Ribeiro ao estabelecer um paralelo entre o ensino tradicional, ou culturalista, e as tendências modernas:

> Os objetivos que na escola antiga muitas vêzes eram ignorados ou não chegavam a ser definidos, não agindo

---

(9) Cf. Klein, *M.*, I, V.

portanto nos trabalhos escolares, agora são compreendidos, apontados aos alunos e constituem valores influentes, metas necessárias, atuando diretamente na educação e no ensino, dando-lhes verdadeiro sentido.

A matéria que se considerava valor absoluto, foco de tôdas as atenções e a qual os alunos deviam receber sem discutir e decorar, é vista sob novo aspecto, em função dos interêsses, preferências e da capacidade do aluno para assimilá-la, dependendo dêsses importantes fatôres os programas, a seleção e dosagem dos conhecimentos bem como as técnicas escolhidas para sua apresentação. A matéria não é mais o fim da instrução, mas um meio para se atingir o objetivo visado (10).

6 — O PROBLEMA A DESTACAR

Os três primeiros problemas estão fora dos objetivos essenciais dêste capítulo. Serão, em momento oportuno, devidamente estudados e esclarecidos. Vamos, pois, enfrentar e analisar, do ponto de vista didático, o quarto e último problema:

Para que ensinar Matemática? (11)

Em outras palavras:

Quais são as finalidades precípuas da Matemática no Curso Secundário?

Precisamos, antes de mais nada, apreciar e discutir os chamados *valores e objetivos da Matemática.*

É claro que os objetivos específicos (para o caso especial da Matemática) devem estar enquadrados nos objetivos gerais do *Curso Secundário.* A Lei Orgânica aponta como objetivos do ensino secundário:

a) formar a personalidade do adolescente;

b) acentuar e elevar a forma espiritual;

---

(10) Cf. CLEONICE RAINHO THOMAZ RIBEIRO, *T.,* in *N.D.G.,* 125.

(11) A afirmação de Pierre Boutroux é categórica: Podemos ensinar a Matemática para formar engenheiros, para preparar professôres ou desenvolver a inteligência dos alunos. Cf. BOUTROUX, *I.,* 262.

c) acentuar e elevar a consciência patriótica;
d) acentuar e elevar a consciência humanística;
e) dar preparação intelectual geral básica (12).

7 — VALORES DA MATEMÁTICA

Grave contra-senso, nos domínios da Didática, praticaria o professor que se aventurasse a ensinar a Matemática sem se achar perfeitamente a par dos valores e objetivos dessa importante disciplina.

E como devem ser formulados os objetivos do ensino? Responde a Prof.ª Alba Carneiro Vidigal (13).

"Os objetivos do ensino devem ser formulados não em têrmos de matéria nem de atividades do professor, mas em têrmos de aquisições dos alunos, quanto à ação, ao pensamento, à expressão e ao sentimento. O a que se visa são as transformações para melhor na personalidade dos alunos pelo estudo da matéria (14).

Tôdas as matérias ou disciplinas além de sua influência prática e utilitária, exercem uma ação estruturadora sôbre a personalidade, que se difunde através de tôdas as atividades do homem.

E, com uma citação, Miranda Santos completa o assunto: as ciências positivas, quando ensinadas dentro de um espírito humanista, fornecem, sem dúvida, os conhecimentos técnicos e profissionais necessários mas também imprimem hábitos de veracidade, objetividade e contemplação da harmonia do mundo, que vão moldar a personalidade para além das necessidades imediatas da ação (15).

Também Bernard está de acôrdo com o que dissemos: o curriculum da escola é fator no desenvolvimento da perso-

---

(12) Cf. LAURO DE OLIVEIRA LIMA, "Estudo crítico da lei orgânica do ensino secundário", in *N. D. G.*, 152.

(13) Cf. ALBA CARNEIRO VIDIGAL, "O educando e a personalidade", in *N. D. G.*, 57. As três notas a seguir, alusivas ao trecho citado, são do Professor A. C. V.

(14) MATTOS, *S.*

(15) SANTOS, *N.*

nalidade e que, o trabalho escolar será apropriado, isto é, os encargos de aprendizagem estarão dentro da capacidade física e mental dos alunos, e, ainda, as matérias deverão ser significativas para o educando" [16].

Não basta, portanto, ao professor, conhecer a matéria, apresentá-la com a necessária clareza, ter entusiasmo pelo trabalho; é imprescindível que o professor oriente seu ensino com o pensamento polarizado nos objetivos diretos ou indiretos da Matemática, objetivos que decorrem dos valores dessa ciência.

Apontemos, pois, os valores que se destacam no ensino da Matemática. Êsses valores são:

a) sua utilidade na vida corrente;
b) sua utilidade para o estudo das outras matérias;
c) sua utilidade como disciplina mental;
d) sua utilidade na educação moral.

Estudemos separadamente cada um dêsses valores.

8 — A MATEMÁTICA E SUA UTILIDADE NA VIDA CORRENTE

Já mostramos, exaustivamente, que a Matemática é indispensável para a vida de qualquer cidadão normal. Os números cascateiam, sem parar, diante de nossos olhos: os problemas rudimentares de cálculo, repontam a cada passo. H. G. Wells, o famoso escritor inglês, escreveu:

> O número acompanha o homem desde que êle (homem) nasce até que morre.

Ao caminhar na vida pisamos, a todo instante, sôbre pilhas e mais pilhas de números [17].

---

(16) Bernard, *P.*

(17) Ao estudar o Cálculo Aritmético, na Escola Primária, escreveu Aguayo: Os melhores metodologistas da matéria concordam em que o valor utilitário do Cálculo Aritmético tem sido muito exagerado, pelo que o tem

9 — A MATEMÁTICA E O ESTUDO DE OUTRAS MATÉRIAS

A Física, a Química, a Biologia, a Geografia etc., não podem ser estudadas sem o auxílio constante e seguro da Matemática. A Aritmética e a Geometria palpitam em todos os ramos e em todos os meandros do conhecimento humano. A Ciência sob qualquer forma que se apresente, estará sempre bloqueada pela Matemática. Existe uma coleção de livros didáticos cujos respectivos títulos evidenciam êsse valor, até hoje incalculado, da Matemática: Matemática para o Agricultor — Matemática para Físicos e Químicos — Matemática para o Médico — Matemática para o Radio-Amador, Matemática para o Eletricista, etc.

Adverte, com muita clareza, o Prof. J. Sebastião da Silva, uma das mais autorizadas figuras da Matemática, em Portugal:

> A Matemática representa uma forma de linguagem que, dia a dia, se torna mais necessário aprender, no mundo em que vivemos. Essa linguagem não se limita já a modalidades particulares do pensamento abstrato: a sua universalidade tornou-se patente, desde a criação da Álgebra da Lógica. Vemos hoje a antiga ciência da "quantidade" invadir os mais distantes domínios da Ciência: a Biologia, as Ciências Sociais, a Psicologia, etc., reclamam os serviços da Matemática — e novos ramos desta Ciência têm de ser criados, outros têm de ser desenvolvidos, para atender a múltiplas solicitações que partem do exterior.
>
> *Saber pensar e saber exprimir-se matemàticamente* é uma necessidade que se vai alargando a um número crescente de pessoas, desde que a Ciência e a Técnica passaram a condicionar a Vida e o curso dos acontecimentos, sôbre a face da Terra (18).

---

sobrecarregado de questões que na vida real não oferecem a menor aplicação. Exemplos dessas questões são: o estudo das frações compostas, a redução de frações decimais a frações ordinárias, a regra de três composta, a extração de raizes, o máximo divisor comum, a regra de mistura e liga, a de juros compostos, etc. Cf. AGUAYO, *D.*, 277.

(18) Cf. SILVA, in *G.M.*

10 — A MATEMÁTICA E SUA UTILIDADE COMO DISCIPLINA MENTAL

A Matemática (convém insistir e reinsistir) ensina a raciocinar com exatidão; a perceber delicadas e obscuras formas de pensamento, a compreender e distinguir certas analogias e relações abstratas. Cria, ainda, no espírito do educando, hábitos sadios de trabalho mental; esclarece certos métodos que são de imensa utilidade na vida. Ensina a ser claro em suas respostas; a ser lógico e honesto nos seus argumentos; a ser coerente e racional em suas exposições. O saudoso Prof. Otacílio Novais (da antiga Escola Politécnica do Rio de Janeiro) referindo-se a certo parlamentar carioca, que intercalava em seus discursos argumentos inaceitáveis dizia: "O deputado Adolfo Bergamini raciocina mal e sem Lógica. Vê-se, pois, que nunca estudou Geometria". Com alta sabedoria Pascal concluía: "Entre dois espíritos iguais — em idênticas condições — aquêle que sabe Geometria é superior ao outro" [19].

> À semelhança do que ocorre com o jôgo de xadrez, a Matemática pode servir para desenvolver a capacidade de observação e a energia penetrante do pensamento. O que importa, na Matemática, é o significado lógico que seus símbolos revelam [20].

Em grave êrro incidirá o professor que limitar o ensino da Matemática à resolução de problemas e exercícios numéricos. É a Matemática de alta importância como disciplina mental. Já em 1904 professôres alemães faziam sentir o preponderante papel da Matemática para a boa formação dos espíritos lógicos:

---

(19) Há vultos notáveis que subestimam o valor educativo da Matemática. Disse Gœthe, poeta alemão: "O cultivo mental proporcionado pela Matemática é, de forma extrema, particular e redusido". Hamilton, filósofo inglês (1788-1856), é decisivo: "Nenhum de nossos estudos intelectuais tende a cultivar menor número de faculdades e de modo mais parcial e insignificante do que a Matemática". Cf. RUIZ, *M.*, 4. Convém ler RUDE, *E.*, 5. No final dêste volume o leitor encontrará um cuidadoso estudo intitulado: *Inimigos e detratores da Matemática.*

(20) Cf. ETCHEGOYEN, *P.*, 48. O pensamento citado encontra-se no livro MOORE, *M.*

> Nas Escolas Secundárias a Matemática deve ser uma parte da cultura geral e não deve ficar adstrita ao simples treinamento técnico de qualquer espécie; deverá ampliar a intuição de espaço, cultivar o pensamento lógico, o poder de refrasear, em linguagem clara, os pensamentos reconhecidos como corretos e levar a perceber os efeitos éticos e estéticos. Tratada dessa maneira, torna-se a Matemática um fator inteiramente indispensável à educação geral, visto que esta revela seus traços na compreensão do desenvolvimento da Civilização e na habilidade de participar nas múltiplas tarefas que abrangem o desenvolvimento científico [21].

11 — A MATEMÁTICA E SUA UTILIDADE NA EDUCAÇÃO MORAL

Grandes verdades e verdades eternas são impostas ao nosso espírito pela Matemática. Tomemos, para exemplo, uma simples proposição geométrica: A relação entre a circunferência e o seu diâmetro é constante.

Êsse princípio é verdadeiro para uma circunferência de diâmetro igual ao diâmetro da ponta de uma agulha e é, também, verdadeira, para circunferência que tiver o raio igual ao raio do Universo visível.

Eis como Jules Tannery, desprezando as trivialidades resume a sua apreciação dos valores indiretos do estudo da Matemática:

> O estudo da Matemática certamente contribui, por si mesmo, para uma boa formação do espírito: antes de tudo, exercita singularmente a atenção e, dêsse modo, desenvolve a vontade ao mesmo tempo que a inteligência; habitua a refletir demoradamente sôbre um mesmo objeto, que nos ocupa os sentidos, a observá-lo sob todos os seus aspectos e em tôdas as suas proximidades, a aproximá-lo de outros objetos análogos, a apreender vínculos tênues e ocultos, a seguir em todos os seus pormenores uma longa cadeia de deduções; dá hábitos de paciência, de precisão e de ordem; inicia o espírito nas figuras da lógica, fornece-lhes modelos incomparáveis de rigor, ele-

(21) Cf. MORITZ, *M.*, 72-73.

va-o e encanta-o pela contemplação de vastas teorias, magnìficamente ordenadas e resplendentes de grande clareza [22].

Das Instruções Metodológicas para o Ensino da Matemática, copiamos estas judiciosas considerações:

> Desempenha, indiscutìvelmente, a Matemática, no Ensino Secundário, um papel preponderante como objeto de cultura, instrumento de trabalho e fator de aperfeiçoamento mental.
>
> O alto valor educativo de seus métodos e processos de aprendizagem tem sido reconhecido e proclamado de um modo geral.
>
> Tal aprendizagem presta-se a desenvolver, paulatinamente, no aluno, a capacidade de julgamento, o hábito de concisão e rigor na expressão, a intuição, a agilidade de ação e de raciocínio e, também, a atenção, a presteza para compreender, reter e elaborar.

A "International Comission on the Teaching of Mathematics" em seu *Bulletin* (1918, 7) foi muito explícita em suas conclusões:

> Na Matemática duas finalidades devemos ter, constantemente, em vista. Para a primeira dessas finalidades destaquemos:
>
> a) o estímulo da faculdade inventiva;
>
> b) o exercício da crítica;
>
> c) o desenvolvimento do raciocínio lógico;
>
> d) o hábito da linguagem concisa.

Dentro da segunda finalidade cumpre salientar:

> a) o interrelacionamento dos diversos ramos da Matemática;
>
> b) as relações entre a Matemática e as ciências aplicadas [23].

---

(22) Cf. ROXO, *M.*, 111-112.

(23) Cf. MORITZ, *M.*, 72.

12 — OBJETIVOS ESPECIFICOS DA MATEMATICA

Além dos objetivos gerais da Educação, a Matemática tem os seus objetivos específicos, que, entre outros, são:

> 1 — desenvolver o conhecimento e compreensão de certas definições e relações da Matemática;
>
> 2 — fazer com que os alunos saibam aplicar os conhecimentos obtidos através do estudo da Matemática, nos trabalhos de oficina e nos conhecimentos correntes da vida em geral;
>
> 3 — desenvolver a habilidade de calcular, generalizar, analisar, induzir, deduzir, sistematizar gráficos, usar a linguagem algébrica e familiarizar-se com a mensuração;
>
> 4 — desenvolver a habilidade de empregar o pensamento lógico e a visão de conjunto;
>
> 5 — despertar o interêsse pela resolução de problemas, leituras de revistas e livros de matemática, formar coleções, etc. (24).

Intercalamos neste capítulo as observações feitas pelas Prof.as Ameriza Lanat Pedreira de Cerqueira, Zulmira Madalena Jorge Tinaut e Elisa Fernandes Pereira, numa tese, intitulada "Tendências Modernas de Ensino", aumentada ao I Congresso Nacional do Ensino de Matemática (Bahia, set. de 1957):

> Quando nos propomos a ensinar uma matéria logo surge a pergunta:
>
> *Qual é o verdadeiro objetivo e o valor real do ensino dessa disciplina?*
>
> Eis porque é indispensável fixar os objetivos da educação matemática no Curso Secundário.

---

(24) Cf. MALIN, *A.*, Unidade II. Caberia neste ponto a observação de Marcelo Santaló: "No ensino da Matemática ótimos resultados seriam obtidos com a introdução de algumas noções de Cálculo das Probabilidades, Topologia, Estatística e Máquina de Calcular". Cf. SANTALÓ, in "La Educación", dez., 1957).

O professor de Matemática não pode deixar de atribuir a pergunta acima formulada grande importância, pelo fato de haver sempre a sua matéria ocupado um pôsto de honra nos programas de ensino e de ser a mesma universalmente conhecida, quer como ciência pura, quer como ciência aplicada.

Comprova-se na prática, que os fatos matemáticos, por mais importantes e valiosos que sejam, não justificam, perante todos os alunos, o estudo de Matemática, daí, muitas vêzes a pergunta: Como muita gente alcança glória e fortuna sem saber nada de Matemática? [25]

13 — A MATEMÁTICA NO ENSINO SECUNDÁRIO

Em relação ao Ensino Secundário os objetivos da Matemática são múltiplos e se apresentam orientados por finalidades bem diversas.

O Prof. Jorge Emanuel Ferreira Barbosa, em tese largamente debatida no II C. N. E. M., aponta nada menos de oito objetivos:

1 — proporcionar aquêles conhecimentos práticos julgados imprescindíveis a todo cidadão na vida diária;

2 — desenvolver a habilidade de exprimir idéias simbòlicamente;

3 — concorrer para melhor compreensão das outras disciplinas e, em particular, das leis que regularam os fatos do Universo;

4 — aprimorar as qualidades de atenção, observação, poder de se concentrar, hábitos de trabalho e perseverança, amor à precisão e à verdade;

5 — ensinar a pensar de modo refletido e independente; desenvolver costumes de análise, correção de linguagem, capacidade de generalização, abstração, raciocínio lógico;

6 — despertar a curiosidade intelectual, o gôsto pela ciência e pela pesquisa; levar a perceber os pressupostos científicos da civilização;

---

(25) Cf. CERQUEIRA, *T.*, in *Anais*, I, 136.

7 — constituir primeira oportunidade na formação de cientistas e técnicos, possibilitando a tomada de contato com o espírito da disciplina na época, e daí permitir, com maior segurança, a futura e esclarecida seleção de especialidades a abraçar;

8 — oferecer os conhecimentos básicos, necessários à continuação dos estudos nas escolas superiores [26].

14 — A MATEMÁTICA NO CURSO SECUNDÁRIO

Sem que nos afastemos do nosso roteiro, e para reafirmar certas verdades, e esclarecer melhor certos problemas, podemos aludir, *en passant,* ao objetivo geral e aos específicos da Matemática no *Curso Primário.*

O trabalho intitulado *Programa de Matemática,* elaborado por bons orientadores, fornece-nos valiosos esclarecimentos. Vamos transcrevê-los:

> O objetivo geral do ensino de Matemática no Curso Primário é: dotar a criança de um instrumento para resolver, da melhor maneira, as situações da vida relacionada com as questões de quantidade e de número (Aritmética) e de forma, extensão e posição (Geometria).
>
> São objetivos específicos:
>
> 1) proporcionar à criança conhecimentos dos números e suas combinações, das formas dos corpos e das propriedades principais relativas a linhas, superfícies e volumes, das medidas de uso comum e das aplicações gerais da Aritmética e da Geometria como instrumentos de solução dos problemas da vida;
> 2) habituar à análise e resolução dêsses problemas;
> 3) formar, por meio do estudo da matéria, certos hábitos fundamentais;
> 4) familiarizar a criança com a vida e as instituições econômicas da sociedade — comércio (compra e venda), sociedades por ações, bancos, salários, etc., etc. [27]

---

(26) De uma tese apresentada ao II Congresso Nacional de Ensino da Matemática (Pôrto Alegre, 1957). A aludida tese, subordinada ao título "Reflexos do desenvolvimento atual de Matemática no Ensino Secundário" foi relatada pelo Prof. Adroaldo Argeu Alves. Cf. *Anais,* II, 274 e segs.

(27) Cf. *P.M.* do *D.E.,* 19.

15 — CAPACIDADE DE RACIOCINIO

Assim, esquemàticamente, o ensino da Matemática, no Curso Secundário, tem por função primordial fazer passar o aluno do estudo rudimentar do conhecimento de regras e nomenclatura aprendidas de cor, no curso primário, para o estado mais desenvolvido de uma capacidade de raciocínio puro sôbre entes abstratos e de uma intuição geométrica espacial bastante adiantada. Esta evolução já é facilitada pelo próprio amadurecimento decorrente da idade e, pode-se afirmar, que se o ensino de Matemática, nos ginásios, tivesse ùnicamente por escopo não deixar que os educandos esquecessem aquelas regras e nomenclaturas, no fim de 7 anos, sem aprender nenhum conceito novo, o aluno já saberia raciocinar melhor que no início. E, ainda que pareça absurdo, os exames vestibulares já nos têm revelado casos em que o largo período de ginásio trouxe como único resultado, para o aluno, a perda, pelo esquecimento, das noções aprendidas no curso primário, pois alguns dos candidatos, além de não saberem raciocinar, são incapazes de somar frações heterogêneas ou de explicar o que seja um prisma ou uma zona esférica.

A importância da Matemática, como recurso para desenvolver a inteligência e a agilidade mental dos alunos, já era focalizada no princípio dêste século por Philip Magnus:

> E na verdade, a finalidade do ensino da Matemática deve ser, acima de tudo, fortalecer a inteligência e a agilidade mental dos alunos, proporcionar, enfim, aos educandos métodos de raciocínio aplicáveis a outras matérias, e não, apenas, fornecer instrumentos para resolver problemas práticos [28].

(28) Cf. Magnus, *P.*, 85.

CAPÍTULO X

VALORES DA MATEMÁTICA NO CURSO SECUNDÁRIO

> A Educação é obra dificílima, de paciência, de perseverança, de sagacidade, de amor e de dever.
>
> RIBEIRO, *P.*, 92.

1 — VALORES DA MATEMÁTICA

Os valores da Matemática, portanto, podem ser divididos em três grupos:

1) valores utilitários;

2) valores educativos;

3) valores culturais.

Estudemos, separadamente, cada um dêsses valores (informativos e formativos), enquadrando-os dentro de suas múltiplas finalidades no Curso Secundário.

2 — VALOR UTILITÁRIO DA MATEMÁTICA

"Afora a língua materna — comenta o Prof. Euclides Roxo — nenhum assunto de estudo está tão ìntimamente ligado à vida diária."

Já fizemos sentir a importância da Matemática nos acontecimentos mais banais da vida. Fala-se, por exemplo, no espantoso satélite artificial lançado pelos astrofísicos russos. Surge logo um sem-número de perguntas:

— Qual é o pêso dêsse satélite?
— Qual é a sua velocidade?
— Qual a forma de sua órbita?
— Qual foi seu custo?
— Qual será sua duração?

Cada pergunta está ìntimamente ligada a números, a fórmulas, a figuras e a proposições matemáticas.

A Matemática, fornecendo meios para a resolução de problemas da vida, tem, precìpuamente, uma finalidade *utilitária, informativa.*

Ensina a Matemática a calcular a área de um polígono, o volume de uma esfera, o juro de um capital, a despesa de uma indústria, o comprimento de uma elipse, a distância entre dois planêtas, a resistência de um cabo, o custo de uma obra, a tonelagem de um navio, o salário de um operário, a potência de um motor, etc.

E resolvido a colocar o problema em seus devidos têrmos, observa Euclides Roxo:

> Apesar dêsse enorme valor prático da Matemática é forçoso reconhecer que o cidadão normal pouca necessidade tem dos fatos matemáticos e mesmo escassa oportunidade de usá-los, além das mais simples noções Aritméticas (1).

O Prof. Osmar Catunda, de S. Paulo, enfrenta com segurança o problema do valor real da Matemática na formação do espírito para o raciocínio puro:

> E, com efeito, que importa a um historiador, a um filólogo ou a um advogado, que as três alturas de um triângulo sejam concorrentes, ou que por três pontos não alinhados passe uma única circunferência? Se o ensino foi bem ministrado, mesmo depois de esquecidos todos êsses resultados, fica sempre como resíduo uma capacidade de raciocínio puro que é uma riqueza incalculável; mas se o professor só se preocupa com ensinar as fórmulas e regras, se o aluno é obrigado a aprender os pro-

---

(1) Cf. Roxo, *M.*, 104.

> cessos práticos como quem aprende a lidar com uma ferramenta, que nunca mais utilizará, então seria melhor que ocupasse êsse tempo assim perdido em coisas mais úteis, como jogar futebol, ir ao cinema, ou namorar, e que o ensino da Matemática fôsse limitado aos engenheiros e arquitetos e aos que se destinassem ao estudo das ciências matemáticas e físicas (2).

Não seria difícil apontar engenheiros (militantes na profissão) que nunca foram levados (por exigências de problemas práticos) a resolver uma simples equação do 2.º grau. Sabemos de arquitetos notáveis que jamais tiveram oportunidade de aplicar, no estudo de seus projetos, as complicadas transformações (rebatimentos e rotações) da Geometria Descritiva.

3 — A MATEMATICA QUE SERVE

As complicadas teorias matemáticas, que um jovem é obrigado a estudar ao longo do Curso Secundário, terão, para êsse jovem, na vida prática, alguma aplicação?

Outra pergunta: Onde encontrará êsse ex-estudante secundário, que se tornou banqueiro ou diplomata, aplicação (por exemplo) para a fórmula da decomposição de um trinômio do 2.º grau?

Cumpre ao professor ensinar só a *Matemática que serve* adstrito a um imediatismo demolidor? (3)

A verdade é a seguinte:

Em cem estudantes, que deixam o Curso Secundário, só quatro ou cinco (no máximo), terão oportunidade de aplicar (na vida) certas teorias matemáticas estudadas na escola. Dizia-nos, em tom de absoluto desencanto, alto funcionário do Banco do Brasil: Até hoje não precisei dos logaritmos, e não tive oportunidade de aplicar o teorema de Pitágoras,

---

(2) In *AL-K.*, Rio, n.º 5, pág. 5.

(3) Se vamos nos limitar, no Curso Secundário, a ensinar só a *Matemática que serve*, devíamos (pelas mesmas razões) estudar só a *Geografia que serve*, a *Física que serve*, a *História Geral que serve*, etc...

do qual tanta questão fazia, no meu tempo de colégio, o velho professor de Geometria.

Há, entretanto, profissões, determinadas formas de atividades, que exigem do indivíduo conhecimentos profundos de Matemática [4].

4 — APLICAÇÕES MATEMÁTICAS

No dizer de Laisant, mesmo os homens ilustrados (com aversão declarada pela Matemática) aplicam, constantemente, as noções básicas elementares apreendidas nas classes colegiais.

E prossegue argumentando nos seguintes têrmos:

> A iniciação matemática é indispensável a tôdas as crianças, sem distinção de fortuna, de situação social, de sexo. Cumpre, porém, acrescentar que sempre — sem distinção alguma, sem reserva de qualquer espécie — a instrução matemática é igualmente indispensável. As mulheres precisam tanto dela como os homens; a vida corrente, a economia doméstica, da mesma forma que a indústria, cujas aplicações envolvem todo o nosso viver, exigem de nós conhecimentos das grandezas e da extensão [5].

E acrescenta esta observação ponderosa:

> Tanto em Matemática, como em tudo o mais, a intuição não faz sábios; nem se trata de os fazer; mas existe em tôdas as disciplinas (e especialmente em Matemática) um fundo geral de conhecimentos úteis, necessários a tôda gente e de fácil aquisição para o indivíduo, cujo cérebro esteja isento de tara [6].

---

(4) Montel, *M.*, 71. É interessante ouvir a opinião de Huckleberry Finn, que se apresenta como personagem principal numa novela infantil do famoso escritor humorista Mark Twain. A confissão feita por H. Finn é surpreendente: "Apesar de freqüentar a escola, com a maior assiduidade, cheguei só até aquêle ponto da tabuada que diz: *"Seis vêzes sete é trinta e cinco!"* Mais do que isso, creio bem, não aprenderia mesmo que vivesse muitos anos. Mas, de qualquer forma, a Matemática não me interessa". Cf. Lasley, *A.*, 14. Essa maneira de encarar a Matemática decorre da forma errônea pela qual essa ciência é ensinada aos jovens em todos os recantos do mundo.

(5) Cf. Laisant, *I.*, 173.

(6) Cf. Laisant, *I.*, 174.

No ensino da Matemática, como no ensino de qualquer ciência, há que atender a esta norma fundamental: não estabelecer funda separação entre a parte teórica e a parte prática. Quando tal norma deixa de ser respeitada, ou o ensino teórico perde eficiência ou o ensino prático conduzirá o educando a uma perigosa mecanização, que é a antítese mesma do espírito matemático [7].

5 — VALOR EDUCATIVO DA MATEMÁTICA

É verdade, já comprovada, por vários séculos de longas e cuidadosas observações, que a Matemática exerce, sôbre os estudantes, profunda e duradoura ação educativa.

Mas, para que isto aconteça, três condições básicas são indispensáveis:

1) *Que a Matemática seja bem ensinada*

No caso do mau professor, a Matemática se apresenta desvirtuada, espoliada de tôda a sua beleza, despida de todos os seus atrativos. O estudante, nesse caso, toma completa ojeriza, verdadeiro horror pela Matemática, etc. Êsse estudante mal conseguirá fixar algumas regras, e da Matemática tirará o suficiente para passar no exame e ficar livre da ciência que, para êle, é detestável [8].

Evite o professor problemas complicados, cálculos trabalhosos, equações difíceis e raciocínios mirabolantes. Procure dar ao ensino uma feição simples, prática, agradável e (sempre que fôr possível) intuitiva.

Rezam as I. M. do C. P. II:

> Especialmente nos primeiros anos do Curso Ginasial, o ensino terá caráter eminentemente prático e intuitivo.

---

(7) Cf. SEBASTIÃO DA SILVA, in *G. M.*, 1947, n.º 71, pág. 26.

(8) Pergunta Felix Auerbach: A quem devemos êsse mêdo, êsse horror pela Matemática? (AUERBACH, *M.*, 14). Responde o Prof. Sodré da Gama: Os culpados somos nós; sim, nós professôres de Matemática que não pesamos bem a nossa tremenda responsabilidade. Cf. GAMA, *A.*, 36.

Procurar-se-á despertar, aos poucos, no aluno, o sentimento da necessidade da justificativa, da prova e da demonstração introduzindo-se, assim, ainda, no Curso Ginasial, o método dedutivo com os cuidados que exige.

Para a aprendizagem da Matemática são danosas as conseqüências do ensino mal orientado. Vejamos como êsse grave problema da Didática é enfrentado e debatido pelas Prof.as Ameriza Lanat Pedreira de Cerqueira, Zulmira Tinaut e Elisa Pereira:

> Qualquer homem culto, que não seja engenheiro ou professor de Matemática, há de ter presente na memória os horrores por que passou enquanto o seu professor de Geometria demonstrava teoremas no quadro-negro. Vamos citar a confissão de um químico, que ninguém poderá considerar débil mental, inculto ou pouco inteligente. Referimo-nos ao francês Henrique Le Châtelier. Diz êle:
>
> "Quanto à Geometria farei apêlo às minhas recordações de colegial. Comecei a Geometria no 2.º semestre da classe de *quatrième* e fiquei logo desorientado com os *A, B, AB, ABC, AOC,* etc. Supostos representar pontos, linhas, triângulos, mas que na realidade nada significavam para o meu espírito. Incapaz de compreender qualquer raciocínio, cheguei, bem depressa, à crença de que nada há a compreender na Geometria.
>
> Euclides e Legendre tinham, naturalmente, o direito de alinhar frases nos seus teoremas como La Fontaine alinhava versos em suas fábulas.
>
> Só havia um recurso: aprender de cor. Muitos de meus colegas já haviam aderido à essa mesma idéia. Com a continuação, contentavam-se em afirmar que não tinham aptidão para a Matemática. A verdade, porém, é que nos haviam ensinado mal os fundamentos daquela Ciência" (9).

2) *Que o professor se interesse (diretamente) pelo estudante*

Não basta ensinar. Compete, também, ao professor, interessar-se pelo educando. E formulará estas perguntas:

---

(9) Cf. Cerqueira, *T.*, in *Anais*, I, 142. No trecho citado aparece o nome de Henrique Le Châtelier (1859-1936), sábio, físico e químico, membro da Academia de Ciência de França. É o autor do célebre princípio de Le Châtelier. Em conseqüência do mau ensino êsse espírito genial tomou horror pela Geometria!

— Estará êle (o educando) acompanhando as minhas lições?
— Ouve com prazer as minhas aulas?
— Domina-o a preocupação de aprender a Matemática?

3) *Que as condições (pessoais e materiais) do aluno sejam favoráveis à aprendizagem.*

O aluno tem maturidade? Tem boa base? O estabelecimento que freqüenta oferece relativo confôrto? O horário é adequado?

Tôdas essas condições devem ser cuidadosamente apreciadas pelo professor.

6 — O PROFESSOR E A METODOLOGIA DA MATEMÁTICA

Cabe ao professor procurar livrar-se dos inúmeros e gravíssimos defeitos que (em relação à Matemática) adquiriu quando estudante. Êsses defeitos (por vêzes graves) resultaram da má orientação que êle (professor) recebeu de mestres rotineiros, desleixados e mal preparados do ponto de vista didático.

Impelido pelo desejo de aperfeiçoar-se o professor procurará, *educar-se.*

E, nesse sentido, cumpre ao professor:

ser cuidadoso, em suas lições — pois só assim poderá exigir cuidado de seus alunos;

Eis como exprimem Carrè e Roger Liquier, em seu *Tratado de Pedagogia*: "Ao mestre não lhe esqueça sobretudo que, malgrado todos os seus esforços, o benéfico sucesso de seu ensino moral depende da influência que seu procedimento individual puder exercer em seus discípulos, sempre inclinados a imitá-lo" [10].

(10) Cf. Ribeiro, *P.*, 95.

> *ser metódico* — para que o aluno aprenda a trabalhar com método;
>
> *ser caprichoso* — pois, do contrário não poderá impor capricho aos seus discípulos;
>
> *ser correto e claro em seu raciocínio* — pois de outro modo não poderá ensinar a arte de raciocinar com clareza e correção;

O Prof. Carneiro Ribeiro, educador baiano de grande fama (1839-1920) exaltou a fôrça do exemplo na obra educativa:

> O exemplo é o preceito vivo, vivificante, eloqüente, que entra pelos olhos adentro, que arrasta e subjuga, persuade e convence (11).

Prosseguindo em nossas observações diremos que cumpre ainda ao professor:

> *ser preciso e escorreito em sua exposição* — a fim de que os alunos ao ouvi-lo, nas suas aulas, aprendam a boa linguagem;
>
> *ser simples, justo e delicado* — pois assim procedendo poderá cativar a simpatia de seus alunos e levá-los a estudar com interêsse a Matemática.

Não nos parece, portanto, chocante insistir nesse ponto: o professor deve *educar-se*.

Parecem-nos bem oportunos êstes ponderáveis ensinamentos da Prof.ª Alba Carneiro Vidigal:

> Do berço até a morte, nós nos educamos. A educação é um fenômeno que se estende por tôda a existência humana, de maneira que, da infância à velhice, somos educandos. É o que também assevera Flitner (12): O homem é *educando,* em idades diferentes, e, em muitos modos distintos. A Juventude é EDUCANDO em todos os seus tratos com adultos porque não vive em completa responsabilidade — e do ponto de vista do adulto —

---

(11) Idem, ibidem, 133.

(12) Cf. Flitner, *P.*

vive na pura aventura da inocência. Mas, também, *o adulto é educando* em numerosas relações e circunstâncias (O grifo é nosso).

O homem não se educa apenas durante o período de desenvolvimento, mas desde que nasce até que morre. Durkheim [13] assim se expressa: A educação é exercida, junto às crianças, *pelos pais e mestres*. Esta ação é permanente, de todos os instantes e geral. Não há período, na vida social, não há mesmo, por assim dizer, momento no dia em que as novas gerações não estejam em contato com seus maiores, e, em que, por conseguinte, não recebam dêstes influência educativa [14].

7 — A EDUCAÇÃO PELA MATEMÁTICA

Observados os três preceitos fundamentais sôbre o valor educativo da Matemática, o professor, bem orientado, encalçado por um caráter firme e sadio, não deverá descuidar-se de seus gravíssimos deveres em relação ao ensino da Matemática.

Êsses deveres são os seguintes:

1) ensinar o aluno a gostar e a interessar-se pela Matemática;

2) ensinar o aluno a formular com clareza suas dúvidas;

3) ensinar o aluno a encaminhar com lógica o raciocínio;

4) ensinar o aluno a ser cuidadoso nos cálculos e na elaboração do caderno;

5) ensinar o aluno a ser correto na sua linguagem;

6) ensinar o aluno a ser sincero e leal em seus trabalhos e dispensar a maior atenção a seus colegas.

Façamos a seguir, alguns comentários sôbre êsses deveres.

---

(13) Cf. DURKHEIM, *E.*

(14) Cf. VIDIGAL in *N. D. G.*, 34. As duas notas anteriores são da autoria da Professôra A. C. V.

8 — PRIMEIRO DEVER DO PROFESSOR: ENSINAR O SEU ALUNO A GOSTAR E A INTERESSAR-SE PELA MATEMÁTICA

Cabe, ao professor, essa delicada e importante tarefa de despertar em seus alunos o gôsto, o interêsse, pela Matemática. Formulará problemas interessantes, artifícios curiosos; apresentará problemas relacionados com os fatos da vida corrente do aluno; chamará a atenção para a fecundidade de certos raciocínios; para uma figura notável; para uma aplicação prática engenhosa. Na aula de Literatura o professor chama a atenção de seus alunos para êstes versos de Antero de Quental:

> Num sonho todo feito de incerteza,
> De noturna e indizível ansiedade,
> É que vi teu olhar de piedade,
> E mais que piedade, de tristeza!

E não deixará de proclamar a sua admiração pela jóia poética:

— Vejam que beleza! Que maravilha! Que harmonia!

Na aula de Matemática, o professor chamará a atenção de seus alunos para o heptágono regular estrelado de 3.ª espécie. Fará, em côres, a figura, no quadro-negro. E dirá, também, com igual entusiasmo:

— Vejam que beleza! Que maravilha! Que harmonia! (15)

Realmente. Para o literato há beleza no verso; para o matemático há poesia e beleza no heptágono regular estrelado de 3.ª espécie.

---

(15) Sugerimos aos professôres a leitura do capítulo "Plaisir Mathématique", no livro SAVAYERT, *B.*, 31. Curiosa é a anedota que nos relata Felix Auerbach, matemático alemão: A mulher dum físico célebre viu um dia o marido sentado à secretária e mergulhado na leitura de um livro. A boa senhora sentiu, naturalmente, íntima satisfação por vê-lo tão feliz. Uma hora depois tornou a debruçar-se-lhe sôbre o ombro e qual não foi o seu espanto, ao verificar que êle tinha na sua frente a mesma página que ela havia notado. Como lhe perguntasse que fizera durante todo aquêle tempo, êle respondeu:

Mas ... (há sempre um *mas* ...) é preciso ensinar o aluno a *ver*, a *observar*, a *conhecer* e a *admirar*.

Copiemos um trecho bastante expressivo das I. M., do C. P. II:

> Cumpre assinalar, ainda, que o ensino da Matemática, quando orientado de modo que se torne explícito, além do seu aspecto quantitativo, torna-se fator bastante ponderável, no Curso Secundário, para o desenvolvimento da imaginação e do senso estético do aluno.
>
> É essencial, portanto, que neste ensino, não se percam jamais de vista tais objetivos, mantendo suas características culturais, educativas, práticas e de utilidade, inclusive, como instrumento da técnica geral e das outras ciências.

Grave êrro comete o professor que esquece êsse *caráter eminentemente qualitativo da Matemática* e enxovalha essa nobre ciência apresentando-a sob uma orientação exclusivamente utilitária [16].

Ponderam alguns educadores que a finalidade precípua da obra educativa é *sugerir idéias* no espírito do educando. Seriam, em nosso caso, *ideais* em relação à Matemática. E vem, a talhe de foice, a oportunidade de uma citação:

> "Certa vez, inquirindo Napoleão a Mme. Campan sôbre o que com mais desvêlo se deveria ensinar aos pequenos, esta lhe respondeu: "Aquilo que êles devem ser quando forem grandes". É o que, mais tarde, o sábio argentino Bunge definiu na fórmula: "O mais alto na educação é sugerir ideais". Ora, os ideais são os sentimentos partícipes da eterna aspiração do Bem e do Belo, a Perfeição, enfim. Cabe ao educador aperfeiçoar e até incutir tais sentimentos na alma do educando [17].

"Contemplei as equações do campo eletromagnético de Maxwell e senti-me tão embriagado com a sua beleza que não pude despegar a vista". Cf. AUERBACH, *M.*, 61.

(16) O plano dos estudos utilitaristas só vê, na Matemática, a face prática, os métodos, regras e sistemas para resolver problemas úteis, alguns abstratos, em sua grande maioria, sôbre objetos relacionados com a vida doméstica; ensinam tôdas as maneiras de obter o resultado, embaralhando números e letras, quase sempre inexpressivas, sem alma, sem espírito, sem uma finalidade superior. Cf. PINTO, *E.*

(17) Cf. ACÁCIO FRANCA, in RIBEIRO, *P.*, 47. *Nota*: Mme. Campan, notável educadora francesa (1752-1822) deixou várias obras entre as quais

9 — SEGUNDO DEVER DO PROFESSOR: ENSINAR O SEU ALUNO A FORMULAR, COM CLAREZA, SUAS DÚVIDAS

Que não se descuide o professor das dúvidas e incertezas que repontam, a cada instante, no espírito de seu aluno. Ouça com atenção essas dúvidas; com brandura, sem o menor traço de ironia ou sarcasmo, ensine o aluno formulá-las com clareza e precisão. Faça sentir ao educando que o êrro é natural. Nos autores de maior prestígio enxameiam erros de todos os quilates [18]. Escreveu Camões:

> — Que até entre os portuguêses,
> Traidores houve, algumas vêzes.

Parodiando o imortal poeta luso diríamos, fora da rima, longe da métrica, mas dentro da verdade:

> — Que até entre os matemáticos,
> Erros surgiram, algumas vêzes.

10 — TERCEIRO DEVER DO PROFESSOR: ENSINAR O SEU ALUNO A ENCAMINHAR, COM LÓGICA, O RACIOCÍNIO

Uma aula qualquer, de Matemática, oferecerá ao professor, mil oportunidades para ensinar a seus educandos a maneira correta de raciocinar.

E, nesse sentido, poderá o professor fazer repetidos exercícios com a turma, aproveitando, de preferência, as formas indutivas mais simples e mais vivas, ou recorrendo às formas dedutivas mais interessantes e de maior generalidade.

---

avulta: *Conselhos às Jovens.* Carlos Otávio Bunge, sociólogo argentino (1875-1918), publicou, além de outros, alentado estudo intitulado *La Educación,* em três volumes.

(18) Maurice Lecat aponta e analisa erros em mais de trezentos matemáticos famosos. A afirmação de Lecat é que todos *erraram,* exceto o francês Evariste Galois (1811-1832) morto em duelo aos 21 anos de idade. Cf. Lecat, *E.* Acrescenta Young: Não devemos esperar que o aluno, do tipo comum, seja um novo Euclides. Cf. Young, *F.,* 104.

A Geometria é a parte da Matemática que mais se presta para o amplo desenvolvimento dessa perfeita ação educativa do professor [19].

Impõe-se ainda a atenção do bom mestre êste preceito: Que o professor, com a máxima cautela, ensine o aluno a ser rigoroso nos seus cálculos e raciocínios.

As I. M., do C. P. II, devem ser lidas com a máxima atenção:

> A idéia de rigor não deverá ser exagerada, mesmo no segundo ciclo, a fim de que não se torne fastidiosa a explanação da matéria, com o conseqüente alheamento do aluno, pelo processo de encadeamento dos conceitos, das demonstrações e dos problemas. O apêlo à intuição jamais deverá ser dispensado. E a lição é de Jacques Hadamard quando afirma que o rigor não tem tido outro objetivo senão o de sancionar e de legitimar as conquistas da intuição.

11 — QUARTO DEVER DO PROFESSOR: ENSINAR O SEU ALUNO A SER CUIDADOSO NOS CÁLCULOS E NA ELABORAÇÃO DE SEU CADERNO

Não permitirá o professor, sob pretexto algum, que os educandos sejam descuidados ou desleixados em seus cálculos, em seus trabalhos e em seus cadernos.

Aluno, desleixado e negligente, é sinal evidente de que o professor é negligente e desleixado, também.

Tôdas as contas, fórmulas, equações, figuras, etc., devem ser feitas com o maior capricho. Os algarismos traçados com cuidado; os sinais indicados com clareza e precisão [20].

Quando, nas provas escritas, o professor permitir o rascunho, exija que êsse *rascunho* seja ordenado e contenha as

(19) E o professor deverá agir com o firme propósito de despertar nos alunos o interêsse pela Matemática.

Convém não esquecer que, nos ginásios e colégios, observada uma turma qualquer, a metade dessa turma revela indisfarçável aversão pela Matemática. Cf. SOARES, *F.*, 6.

(20) Êsse hábito a criança deveria ter adquirido na Escola Primária. Cf. ALBUQUERQUE, *M.*, 25.

indicações indispensáveis. Rascunho desordenado deve ser, não só abolido, como terminantemente proibido pelo professor.

O professor fará com que o aluno aprenda a destacar o resultado final de um problema ou um valor final de uma expressão. Êsse resultado final deve vir seguido:

1.º) de uma verificação;

2.º) de uma interpretação [21].

12 — QUINTO DEVER DO PROFESSOR: ENSINAR A SEU ALUNO A SER CORRETO NA SUA LINGUAGEM

Que o aluno se habitue a ser cuidadoso na sua linguagem, especialmente ao enunciar as regras, os princípios, as definições e os teoremas. Não permitir que o aluno empregue um têrmo matemático do qual não conheça a significação.

Há muitos hábitos e disposições do espírito que o ensino da Matemática (quando bem feito) poderá despertar nos alunos. Citemos os principais:

Compreensão da significação dos números e de sua utilidade.

Gôsto pelos números e pelo cálculo.

Interêsse pelas questões geométricas (matéria do ano).

Hábito de asseio e de ordem nos trabalhos escritos.

Hábito de exatidão nos cálculos.

Hábito de executar os trabalhos até sua inteira conclusão.

Hábito de presteza na resposta dos resultados das operações fundamentais (1.º caso) [22].

---

(21) Todos os cuidados que devem ser exigidos pelo professor serão minuciosamente indicados quando estudarmos a técnica do *caderno dirigido*, no cap. XXI.

(22) Cf. *P. M.* do *D. E.*, 35.

13 — SEXTO DEVER DO PROFESSOR: ENSINAR A SEU ALUNO A SER SINCERO E LEAL EM SEUS TRABALHOS E DISPENSAR A MAIOR ATENÇÃO A SEUS COLEGAS

Entramos, aqui, num setor muito delicado da tarefa do professor. Com auxílio da Matemática, ensinar o aluno a ser sincero e leal.

O aluno educado é, por natureza, sincero e leal para com seu professor. Não cola; não mente; não pratica fraude.

Oferece a Matemática ótimas oportunidades ao mestre; nos exercícios, no estudo dirigido, no caderno dirigido, nos interrogatórios coletivos, nos jogos, etc., poderá o professor mostrar aos educandos vantagens que decorrem da sinceridade e da lealdade.

Sempre que fôr possível o professor fará com que haja trabalho de cooperação entre os alunos.

14 — O DUPLO ASPECTO DA OBRA EDUCATIVA

Uma vez observados pelo professor os cuidados que acabamos de apontar, estará a Matemática exercendo, sôbre seus alunos, ação educativa — no duplo aspecto:

educação mental,

educação moral.

Tenhamos presente esta judiciosa observação do Prof. Anísio Teixeira:

> Os métodos e técnicas de educação são as conseqüências dos nossos conceitos sôbre o que é ensino, o que é a criança ou o adolescente, o que é aprender e o que devem ser os resultados do ensino. Em todos êstes pontos, o julgamento humano oscila entre conceitos contraditórios e conforme o relêvo que dá a cada um dos pólos dessa contradição, escolhe os métodos e recursos de ensino.

> Se, para um Dewey, a criança, por exemplo, é um ser dinâmico "ansioso por aprender", a verdadeira teoria de ensino é a de que a escola deve-se limitar a "guiar a experiência do aluno"; se para um Morrison, nós "odiamos aprender", a verdadeira teoria é a de "prescrever e dirigir os estudos do aluno". A realidade é que os dois aspectos da criança existem, e conforme dermos relêvo a um ou outro, teremos ensino, programa, métodos, resultados diferentes [23].

15 — O ESTUDO DA MATEMÁTICA

O Prof. Oswaldo Sangiorgi, da Universidade Mackenzie, de São Paulo, ao estudar os objetivos do ensino da Matemática, argumenta com muita eloqüência e ergue o seu vôo de fantasia até as *galáxias siderais*. Vamos transcrever o trecho do ilustre matemático paulista:

> O estudo da Matemática, lembra-nos David E. Smith, deve ser sempre necessàriamente incluído entre as bases educativas do cidadão moderno. Por quê?
>
> 1.º) Porque ela pertence ao pequeno grupo de matérias — como ler e escrever, Geografia e História, que ìntimamente se relacionam com a quase totalidade dos conhecimentos humanos imprescindíveis à concepção de um homem culto.
>
> 2.º) Porque a Matemática tem um alto valor como disciplina mental [24].
>
> 3.º) Porque a Matemática é uma das verdades eternas, inalteráveis no espaço e no tempo, e como tal pode produzir a elevação do espírito, tal, que ao contemplarmos os grandes espetáculos da natureza sentimos a presença de Deus. Antes que existissem Marte, ou a Terra ou o Sol, e muito depois que deixarem de existir, lá como aqui, ou nas regiões mais remotas do espaço estelar do

---

(23) Cf. CARVALHO, *U.* Trecho do prefácio do Prof. Anísio Teixeira.

(24) A Matemática é uma ciência eminentemente dedutiva, de modo que sua estrutura geral deverá ser lógica. Mas, no primeiro ano, especialmente, não devemos permitir exagêro de racionalização. Seria êrro, porém, fazer-se um ensino inteiramente empírico ou dogmático, que levaria à formação de autômatos e não de técnicos inteligentes, rápidos em conceber com exatidão a solução de cada problema dentro da vida profissional. Cf. DI PIETRO, *G.*, 5.

tipo que conhecemos, — o quadrado construído sôbre a hipotenusa foi, é e sempre será equivalente à soma dos quadrados construídos sôbre os catetos [25].

4.º) Porque pela Matemática, como de nenhum outro modo seria possível, o homem se torna consciente de sua posição no Universo. Só por considerações de ordem matemática podemos, de algum modo, perscrutar a imensidão do espaço sideral conhecido (cêrca de 400 milhões de anos-luz) e compreender os métodos pelos quais conseguimos sondar as suas profundezas.

5.º) Porque a História da Matemática é a História da Raça Humana. Pode-se dizer que ela surgiu, com o despertar da alma humana, desprovida de fins utilitários. Foi a ânsia de resolver o mistério do Universo, em que a nossa alma é um simples átomo (sic) que lhe deu o primeiro impulso. O seu desenvolvimento verdadeiro resultou, antes de tudo, do esfôrço para compreender o Infinito. E ainda hoje, passados milênios, tenta o homem penetrar no azul profundo do Infinito no afã de conquistar as galáxias siderais, qual Colombo da era atômica. Não foram necessários 30 anos para que o Homem, galgando os espaços a 120 km por hora, chegasse nos dias atuais a velocidade super e hipersônicas deixando para trás uma muralha que parecia intransponível: o som. Não serão precisos mais que trinta anos para que a inteligência humana galgue novas posições no Universo, conquistando, como num conto de "Mil e uma Noites", da época atual, outros elementos que o integram e que até agora nos pertencem sòmente pelos olhos e pelo coração [26].

16 — PROGRAMAS INADEQUADOS

A Prof.ª Maria Teodora Alves, em artigo publicado na *Gazeta de Matemática,* pôs em relêvo a dificuldade dos programas de Matemática:

Embora um dos mais altos espíritos da humanidade, Gœthe, tenha afirmado que "a cultura mental proporcionada pela Matemática é particular reduzida em sumo

(25) Tôda essa parte é transcrita igualmente pelo Prof. Euclides Roxo. Cf. Roxo, *M.,* 107.

(26) In *A.P.,* julho-agôsto de 1954, pág. 9.

> grau" (27) em todos os tempos, e atualmente também, a Matemática tem sido considerada um agente insubstituível na formação mental da criança e do adolescente.
>
> Os modernos psicólogos e pedagogos, rejeitando a velha teoria das disciplinas formais, retiraram à Matemática e aos estudos clássicos o monopólio que exerciam na educação, mas, como não negam a transferência do adestramento, isto é, "a influência que uma melhoria ou transformação numa função mental tem sôbre as outras funções mentais" (Thorndike), a Matemática não fica, por isso, diminuída na sua ação educativa.
>
> Êles discutem quanto e como se transfere ou o que se transfere, mas pode dizer-se que unânimemente aceitam que se realiza a transferência.
>
> A êsse respeito Inglis, quanto à Matemática diz "é igualada por poucas outras matérias do curso secundário, mas por nenhuma excedida" (28).

Na transferência do adestramento de uma forma mental para outras, o método de ensino e os assuntos de incidência do ensino são elementos essenciais, isto é, o professor e o programa são peças basilares. Se o ensino da Matemática fôr concentrado em si próprio e desligado das suas conexões com a vida, poderá formar peritos neste ramo de saber — não é objetivo da escola secundária — mas terá pouco valor educativo.

Além disso, o muito, o complicado e o difícil e mesmo o abstrato, quando não utilizado progressivamente e com a devida cautela, são considerados fatôres de perturbação na transferência do adestramento.

O eminente matemático francês, H. Lebesgue, em resposta a um inquérito promovido em "L'Enseignement scientifique", reagiu contra o excesso e dificuldade dos programas dos liceus franceses de então, afirmando, talvez exageradamente: "Nenhum conhecimento é indispensável para que um

(27) Citação de Adolf Rude. Cf. RUDE, *T.*, 5.

(28) A autora não esclarece onde se encontra a frase de Inglis. Êsse chicotear de citações (sem indicação da fonte) é muito comum entre os autores que não medem a responsabilidade e não se preocupam com a comprovação de suas palavras.

indivíduo freqüente uma escola de engenharia ou faculdade. Basta-lhe sòmente ter aprendido trabalhar intelectualmente".

Ensinar a trabalhar intelectualmente, e não a transformar o aluno numa enciclopédia viva de conhecimentos, é, com efeito, um dos objetivos da escola secundária. E a escola secundária fá-lo-á tanto melhor, quanto melhor conhecer o aluno e as suas deficiências, o que só poderá determinar pela experiência.

A escola não pode atuar por impressões gerais ou dentro de teorias por mais brilhantemente expostas ou deduzidas que sejam. Tem de experimentar, com cautela, mas tem de experimentar.

"Em Pedagogia tudo está dito, mas nada demonstrado" (Thorndike) [29].

17 — A MATEMÁTICA NO CURSO SECUNDÁRIO

Em oito *itens* resume o Prof. Euclides Roxo as razões que evidenciam os valores da Matemática no Curso Secundário:

> 1 — Ao contrário do que à primeira vista poderia parecer, a inclusão da Matemática no currículo secundário precisa ser justificada pela apreciação dos seus valores utilitários, culturais e educativos.
>
> 2 — O claro delineamento dêsses objetivos têm a vantagem de trazer maiores estímulos a mestres e alunos e permitir melhor orientação dos processos de aprendizagem.
>
> 3 — Nenhuma outra matéria do Curso Secundário sofreu, mais do que a Matemática, o atraso evolutivo das finalidades educativas em relação ao processo científico, cultural e material.
>
> 4 — Podendo ser considerada como o tipo mais essencialmente característico do pensamento humano, à Matemática não se pode contestar um valor científico, filosófico e estético, como disciplina escolar.

---

(29) In *G. M.*, maio de 1947, n.º 32, pág. 12. O artigo da Prof.ª Maria Teodora é subordinado ao título: "Algumas deficiências em Matemática de alunos dos Liceus".

5 — O valor exclusivamente prático da Matemática é insignificante para a grande maioria dos indivíduos.

6 — Apesar da forte reação, recentemente desenvolvida, contra a exagerada acentuação dos valores educativos da Matemática, deve-se reconhecer a importância dêstes, mormente do ponto de vista propedêutico, em face da tendência dos modernos conhecimentos científicos para um mais alto grau de matematização.

7 — A plena justificativa da inclusão da Matemática no Curso Secundário encontra-se nos seus valores educativos indiretos, que consistem em certos modos de pensamento, hábitos e atitudes, adquiridos com a educação matemática.

8 — Entre tais valores indiretos, podemos assinalar: precisão no enunciado e na interpretação, capacidade de generalização, abstração, conhecimento e uso de uma linguagem simbólica, possibilidade de apresentação acabada e completa de um assunto, capacidade para abranger uma situação em uma vista de conjunto, hábito de tirar conclusões, oportunidades de experimentar sensações de descoberta, cultivo do amor ao conhecimento desinteressado e do senso estético, estimulação do culto à verdade, fortalecimento do hábito de autocrítica, desenvolvimento da capacidade de imaginação, cultivo do poder de atenção e dos hábitos de exatidão e clareza (30).

18 — VALORES CULTURAIS DA MATEMÁTICA

Uma vez demonstrado que a Matemática é a base do conhecimento, seria completa estultícia pôr em dúvida o seu valor cultural.

Só a cultura matemática torna o indivíduo (mesmo um não-matemático) capaz de compreender e debater os problemas que surgirem como corolários da complexidade da vida moderna; viagens interplanetárias, energia atômica, a Química da saúde, as distâncias siderais, as crises econômicas, a carestia da vida, os prodígios da Cibernética, etc. As ciências básicas (incluindo-se a Matemática) e as técnicas modernas estão ìntimamente entrelaçadas (31).

---

(30) Cf. Roxo, *M.*, 128 e 129.
(31) Chamamos a atenção para o livro, Rinquet, *G.*

Apresenta, portanto, a Matemática, valores culturais de alto relêvo.

19 — O PAPEL DO MESTRE

Não poderíamos finalizar êste capítulo sem assinalar rápida observação sôbre o relevante papel de mestre para a vida do educando. São bem expressivos os ensinamentos da Prof.ª Zora de Meneses:

> A criança APRENDE — mas o mestre ensina o que ela aprende.
>
> Realmente não há transferência de símbolos — como não há transferência de conhecimentos. Não basta ao aluno OUVIR, passivamente, para que seja realizada a aprendizagem.
>
> Mas cabe ao mestre o papel de intermediário entre a criança e os conhecimentos que ela vai adquirir. E por isto cabe ao mestre — antes de mais nada — possuir tais conhecimentos e possuí-los de maneira perfeita e completa. Dominar o mestre o CONTEÚDO da matéria é algo tão importante quanto saber êle o FIM para onde está dirigindo o aluno que é educado.
>
> O aluno não apenas aprende conhecimento, ou fatos. Mas cabe ao mestre EXERCITAR E DESENVOLVER AS DISPOSIÇÕES E CAPACIDADES da criança. Logo, o problema da aprendizagem supõe uma fase de "apreensão" de experiências e uma fase de "aplicação" e "unificação".
>
> Daí podermos dizer que a experiência que o aluno adquire é enriquecida pelo convívio dos mestres, da família e da sociedade (32).

E um dos fatôres mais preponderantes, para a eficiência do ensino, é a cultura geral do professor. Nossa tecla vai tocar com muita segurança o Prof. Albert Ebert:

> É através da sua cultura geral que o professor consegue entrosar, articular e situar, convenientemente, a matéria que leciona com as demais disciplinas do curso secun-

(32) Cf. ZORA DE MENESES, in C. A. D. E. S., *N. D. G.*, 13.

dário, podendo assim fazer com que o aluno compreenda que as matérias que constituem o currículo secundário, não são, cada uma delas, um compartimento estanque, independente das demais, e sim, que formam um conjunto harmônico e interdependente, capaz de lhe fornecer em cada um dos setores, os conhecimentos, habilidades específicas e destrezas, indispensáveis à sua cultura geral.

Evidentemente, não queremos com isto dizer, que o professor secundário deva ser enciclopédico, porém, há um determinado número de conhecimentos, fora da sua especialidade de ensino, que êle deva dominar suficientemente, para estar em condições de orientar convenientemente a aprendizagem de seus alunos, dirimir dúvidas, responder a perguntas feitas pelos mesmos, enfim, para poder afirmar-se perante êles, como um verdadeiro valor humano (33).

(33) Cf. Ebert, *P.*, in *N. D. G.*, 165.

CAPÍTULO XI

PROCEDIMENTOS DIDÁTICOS — FATÔRES QUE INTERFEREM NA APRENDIZAGEM DA MATEMÁTICA

> Quem sabe aplicar os procedimentos didáticos em ocasião oportuna (tempo e lugar) possui a técnica e o segrêdo do ensino.
>
> LAY, *M.*, 91.

1 — PROCEDIMENTO DIDÁTICO

Ao conjunto de técnicas e procedimentos didáticos adotados, por êste ou aquêle professor, no ensino da Matemática, daremos a denominação de *método*. Com o fim exclusivo de abreviar a linguagem, conservaremos, portanto, para o vocábulo *método*, o sentido clássico já severamente criticado por muitos autores [(1)].

Com muita clareza e admirável segurança, o Prof. Amaral Fontoura analisa o verdadeiro significado da palavra *método*. Vamos transcrever os ensinamentos dêsse ilustre didata:

---

(1) Observa a Prof.ª Irene Mello Carvalho, da Faculdade Nacional de Filosofia: "Caracterizar método didático é tarefa bem difícil, pois o assunto é muito controvertido. Nas obras clássicas, a *exposição*, o *interrogatório*, a *argüição*, o *estudo dirigido*, a *discussão dirigida*, o *trabalho de laboratório*, o *uso do material didático*, são agraciados com a denominação de método de ensino. Ao nosso ver, trata-se de um equívoco, ou, pelo menos, uma extensão exagerada do sentido de método". E acrescenta: "Etimològicamente, método é a vida ou caminho que leva a um determinado fim ou objetivo. O fim do ensino é a aprendizagem de algo importante, isto é, alteração do comportamento do aprendiz, quando tal alteração é sinônimo de ajustamento eficaz, em aspectos significativos do meio, da ciência, da arte, etc. O método sendo caminho a percorrer, e não só isso, mas a rota mais eficiente e segura para alcançar um fim, não pode ser confundido com recursos ou técnicas que levam ao domínio de elementos parcelados, e por isso, pouco valiosos". Cf. CARVALHO, *U.*, 26-27.

Chama-se "método" o caminho determinado para alcançar um fim qualquer (do grego "metas", que significa "caminho"). Mais cientìficamente podemos definir o método como sendo "o conjunto de processos que o espírito humano emprega para a investigação e demonstração da verdade" (2).

O método é, portanto, uma investigação, mas uma investigação com um plano prefixado e regras determinadas, capazes de encaminhar ao fim proposto.

Lalande, no famoso *Vocabulaire de la Philosophie*, diz: "a idéia de método é sempre a de uma direção definida e regularmente seguida em uma operação do espírito".

Em sentido mais comum, método significa *conjunto de normas.* E podemos definir: método é o conjunto de normas de ação de um indivíduo para atingir determinado objetivo. Ou ainda: método é a maneira de realizar um programa (3).

2 — O MÉTODO E OS DIVERSOS NÍVEIS DE ENSINO

Convém observar, de início, no estudo ou análise dos vários métodos que se apresentam no ensino da Matemática, o primeiro elemento a considerar, é o adiantamento ou a maturidade da classe que se acha sob o trabalho de aprendizagem sistemática.

De um modo geral podemos destacar três níveis do ensino:

primário;
médio;
superior.

No presente capítulo abordaremos, apenas, o problema dos *métodos* relativos ao ensino da Matemática nos dois ciclos

(2) Cf. FONTOURA, *M.*, 47.

(3) Cf. SCHNEIDER, *D.*, 58. O vocábulo *método,* para indicar procedimento didático, já nos parece consagrado pela maioria dos autores. A Prof.ª Dinara Leite, por exemplo, adotou, para as Unidades de seu livro, o seguinte título: "Métodos de ensino de História e elementos auxiliares de Didática". Cf. LEITE, *M.*

do Curso Fundamental. Ligeiras observações faremos sôbre o ensino do Cálculo nos cursos superiores e especializados, apontando exemplos e acolhendo as sugestões que nos pareçam mais interessantes (4).

Convém, portanto, sublinhar a seguinte conclusão: o método a adotar depende do adiantamento (e também da maturidade) da classe, sôbre a qual o professor irá atuar. Não se pode ensinar Matemática para uma turma de 1.ª série (ginasial) empregando o mesmo método e os mesmos artifícios, motivações, jogos, técnicas, etc., que empregaríamos para uma turma do 1.º ano (clássico) ou do 3.º ano (científico) (5).

3 — FATÔRES QUE INTERFEREM NO MÉTODO

O método a adotar, para esta ou para aquela classe, para êste ou para aquêle ponto do programa, vai depender, não só do adiantamento dos alunos como até de várias outras circunstâncias que o professor é forçado a levar em consideração.

Apontemos, pois, algumas condições (particulares), ou fatôres atuantes que modificam, perturbam e prejudicam a tarefa da aprendizagem (6).

Cumpre-nos, portanto, lembrar que o método a adotar, no ensino da Matemática, dependerá, também:

1) do material de que dispõe o professor;
2) do programa;
3) do número de alunos da classe;

---

(4) Aos interessados indicamos: RUIZ, *M.* É do maior interêsse o capítulo *D*, 289.

(5) "A Matemática constitui, no ensino, a matéria dentro da qual as diferenças entre a criança, o adolescente e o adulto são as mais chocantes". Cf. JOHANNOT, *R.*, 14.

(6) Em tese apresentada ao I Congresso Nacional do Ensino da Matemática (Bahia, set. de 1955) escreve o Prof. Irmão Leão: "Método, palavra grega, cujo significado todos nós conhecemos: Meta a ser alcançada por um caminho. Em Educação, o método tem por finalidade o ajuste entre o *Ser* e o *Ideal* proposto. Esta é a raiz, o sentido e o fundamento de tôda Educação. Em Pedagogia, o método não é tudo, mas a ação educativa não o pode dispensar, sobretudo se o considerarmos em seu aspecto mais intenso e extenso da vida escolar: o Ensino". Cf. *Anais*, I, 123.

4) do regime a que estão sujeitos os alunos;
5) da finalidade da aprendizagem;
6) das condições especiais do aluno;
7) da maior ou menor reação dos alunos;
8) da situação do professor.

Estudemos, separadamente, cada um dêsses fatôres.

4 — O MÉTODO E O MATERIAL DE QUE DISPÕE O PROFESSOR

Admitamos que o Prof. *A* dispõe de amplo laboratório, bem aparelhado, ao passo que o Prof. *B*, no colégio em que trabalha, não conta com o menor recurso material (modelos, estampas, máquinas de projeção, caixa com jogos, etc.). É claro que o Prof. *A* poderá adotar um *método* de ensino que escapa inteiramente às possibilidades de seu colega.

Além dêsses recursos devemos levar em conta as possibilidades do colégio: número de salas disponíveis, auditório, biblioteca etc.

5 — O PROGRAMA E O MÉTODO

Quando o programa é extenso, pesado, mal feito, o professor vê-se obrigado a *correr* com a matéria; o ensino é feito atropeladamente, com grave prejuízo para a aprendizagem. O método, em geral, é sacrificado. Queixas graves são formuladas contra os atuais programas (especialmente na parte relativa à Matemática). Foram incluídas no programa em vigor, várias teorias inúteis, parasitárias, isto é, sem a menor aplicação, sem a menor utilidade. (Veja: *O Algebrista e o Algebrismo*). Citemos, como exemplo, as seguintes teorias apontadas como inúteis e parasitárias: Raiz cúbica, potência de um polinômio, cálculo das radicais, equações biquadradas, inequações do 2.º grau, equações exponenciais, transformação de radicais duplos, identidades trigonométricas, etc. [7].

---

(7) Tivemos notícia de um professor, o Dr. R. M., que ensinava de modo completo e minucioso, aos seus alunos, "equações biquadradas" (com tôdas as

6 — O MÉTODO E O NÚMERO DE ALUNOS NA CLASSE

Certo método que seria ótimo, altamente eficiente, para uma turma de vinte alunos, poderia redundar em completo fracasso se fôsse aplicado a uma turma de 80 alunos. O elemento — *número de alunos* — deve ser levado em consideração quando escolhemos o método que nos parece mais conveniente (8).

Em classe numerosa, é difícil, ao professor, controlar a atenção dos alunos.

> *A atenção é a característica dos espíritos cultivados.* Nas pessoas sem educação ou mal-educadas, ela falta mais ou menos. O poder de concentrar todo o espírito num assunto ou num trabalho, qualquer que seja a sua natureza, sem lhe permitir vaguear, não é qualidade comum, e sempre que se verifica é o resultado natural de uma severa disciplina. O espírito, que é o agente mais ativo com o qual convivemos, é também o mais preguiçoso. Não preguiçoso por ociosidade, mas por volubilidade. Ama recordar, porque recordar não é trabalho. Compraz-se em alimentar fantasias, porque a fantasia é um desporto, porque o sonho é agradável. Não gosta de pensar, porque pensar é trabalho (9).

7 — O MÉTODO E O REGIME A QUE ESTÃO SUJEITOS OS ALUNOS

Um professor inexperiente seria levado a admitir que o método empregado para uma turma de *internos,* poderia ser aplicado, sem a menor alteração, a uma turma em regime de externato. Engana-se. Há situações especiais que o professor

---

discussões possíveis), mas não dava, aos meninos, a menor noção de *porcentagem* e não ensinava *desconto*. Um estudante que tivesse ouvido as aulas dêsse mestre, seria incapaz (por exemplo) de calcular o desconto de uma letra de Cr$ 6.000,00 pagável em 90 dias, sendo 12% a taxa de juros, mas, em compensação, seria capaz de discutir e resolver uma equação biquadrada com as quatro raízes imaginárias!

(8) Observação análoga poderia ser feita em relação ao ensino de várias outras matérias do Curso Secundário.

(9) Cf. VIANA, *P.*, 257.

(com larga prática) saberá distinguir. Uma turma sujeita à disciplina militar, não pode ser colocada no mesmo pé de igualdade com outra turma de meninos habituados a uma exagerada liberdade. Entre uma turma da 1.ª série ginasial, do Colégio Sion, e uma turma, também da 1.ª série ginasial, do Colégio Jurema, há uma grande diferença.

Se os alunos estudam em regime de internato, por exemplo, será relativamente fácil, ao professor, aplicar aos alunos o método de *estudo dirigido* em horas suplementares (Veja: Cap. XV).

8 — A FINALIDADE DA APRENDIZAGEM E O MÉTODO

Para a escolha do método, convém indagar: Qual é a finalidade que o professor tem em vista? Deseja preparar a turma para um concurso? Para uma prova pública? Fornecer base, em Matemática, necessária à profissão (futura ou atual) do aluno? Assegurar elementos para a cultura do estudante? Citemos, a tal propósito, um exemplo bastante expressivo: Há, nesta Capital, dezenas de professôres que se especializam na curiosa e lucrativa tarefa de "preparar alunas, em Matemática, para o concurso de admissão do Instituto de Educação". Êsses professôres não ensinam Matemática (no bom sentido), mas preparam a candidata para a prova escrita. As noções conceituais, básicas, são abandonadas; não se preocupam com o método, nem com as teorias, nem com as definições, nem com as aplicações práticas. A Matemática é apresentada destorcida, de maneira artificial, fora da vida. O explicador só se preocupa em ensinar os *tipos* de problemas que *vão cair*. O ensino é orientado por essa finalidade precípua: resolver os problemas ou charadas matemáticas da prova escrita de Matemática, pois essa prova, como já vimos (Cap. V), é especialmente preparada para *reprovar*. Nela só figuram problemas colhidos no entulho algebrista da Matemática [10].

(10) A êsses problemas dão os estudantes a denominação de *Macêtes*. Não pode entrar no concurso — adverte o explicador — sem conhecer todos os *macêtes*. Fora dos *macêtes* não há salvação.

9 — O MÉTODO E AS CONDIÇÕES ESPECIAIS DO ALUNO

Não é possível adotar êste ou aquêle método (por um capricho pessoal do mestre) sem indagar prèviamente: Os estudantes são normais? São cegos? São enfermos? São adultos defasados? Qual é o ambiente social em que vivem os alunos? (11) Observa-se, entre os alunos, o mesmo índice de maturação? (12)

> Infelizmente, o ambiente social é, na maioria dos casos, profundamente deseducativo. Diz, Ponsard, e com verdade que a família e a escola *têm um inimigo comum a combater: o ambiente público.*
>
> Muitas vêzes a própria família não cumpre o seu dever, quer por ignorância, quer por ininteligência, ou ainda por simples incompreensão. Quando assim a escola fica isolada, em face de indivíduos já estragados pela família e pelo meio social. Êste fato levou Dewey a ponderar: "É inegável que as instituições e costumes maus atuam quase automàticamente para dar uma educação má, que o mais cuidadoso regime escolar não pode evitar.

---

(11) Observa o Prof. Theobaldo Miranda Santos: "*Os métodos especiais* de ensino e educação gravitam em tôrno de dois problemas: o da natureza da aprendizagem e o das diferenças individuais. De acôrdo com o primeiro problema, isto é, conforme a atividade psíquica considerada como básica na aprendizagem, os métodos especiais se dividem em: *métodos da atividade lógica, métodos da atividade propositada, métodos da atividade voluntária, métodos da atividade artística, métodos da atividade vital e métodos da atividade afetiva.* (Cf. SANTOS, *D.*, 175).

(12) É claro que ao imaturo não pode aplicar-se o mesmo método que adotaríamos em uma classe já consolidada em suas reações psicofisiológicas. Convém ler, sôbre a *maturação*, êste pequeno trecho da Prof.ª Sinésia Martini, licenciada em Pedagogia pela Faculdade de Filosofia, Ciências e Letras de Campinas: "Maturação se manifesta pelo equilíbrio entre os elementos psicofisiológicos e sociais; pela harmonia de exigências pessoais com as solicitações do ambiente. Tôdas as manifestações que se exaltavam e entrechocavam durante a evolução, se consolidam em posições estáveis e se conciliam. O domínio de si mesmo, a compreensão das necessidades sociais, a vivência dos valores morais, a aplicação das energias disponíveis em finalidades úteis, vencidas as efervescências da evolução; incapacidade de síntese, confusão entre "eu" e "não eu", estrutura dispersiva da vida psíquica evolutiva, etc. — fazem com que o indivíduo tome posição em face da vida real, e empreenda, com todos os seus recursos e possibilidades, uma fase de trabalho criador, construtivo. Está formada sua personalidade". In *A. P.*, outubro de 1954, pág. 20.

Aliás, como Dewey acentua, os pais educam quase sempre os filhos com o espírito restrito e utilitário, *só para que êstes possam prosperar nas suas carreiras.*

Por outro lado, quantos erros, quantos preconceitos, quantas mentiras começam, desde logo, a ser introduzidas no espírito infantil? Como vencer semelhantes *parasitas mentais ou sentimentais, sabendo-se que uma criança dificilmente poderá resistir à ação do meio familiar?* (13)

10 — O MÉTODO E A MAIOR OU MENOR REAÇÃO DO ALUNO

Eis um aspecto que o professor deve observar: a reação dos alunos. Os estudantes estão automotivados? São alunos rebeldes? Desinteressados? Estudam sob coação? (14)

A psicóloga Ana Maria M. de Moraes, das observações feitas em vários grupos de escolares, foi levada a concluir que a capacidade do educando para resolver um problema matemático é função de vários fatôres. Ao primeiro exame destacam-se os seguintes:

1) inteligência do escolar;
2) os dados do problema;
3) o enunciado e a natureza do problema;
4) o interêsse que o problema poderá despertar;
5) conhecimentos das primeiras noções de Lógica Matemática (15).

Ouçamos, também a opinião do psicólogo francês Alfred Binet (1857-1911):

A aptidão para a Matemática supõe uma faculdade especial que seria interessante analisar, pois exprime uma

(13) Cf. VIANA, *P.*, 189.

(14) Convém ler o artigo "Tipos de alunos", do Capitão Ruy Santos de Figueiredo, in *Curso de Técnica do Ensino*, Ministério da Marinha, agôsto de 1933.

(15) Cf. MORAES, *R.*, 4.

diferença acentuada entre escolares. Quanto mais os estudantes se adiantam, em Matemática, mais se acentua essa diferença. Não seria possível encontrar no mundo inteiro dez pessoas com a capacidade Matemática de Poincaré (16).

11 — O MÉTODO E A SITUAÇÃO DO PROFESSOR

Do ponto de vista do interêsse do mestre, resta, ainda, indagar: O professor é inteiramente livre na execução do programa? Pode lecionar os diversos *pontos* na ordem e com o desenvolvimento que entender? Está sujeito ao contrôle efetivo de um coordenador? (17)

O professor é, muitas vêzes, por exigência do Coordenador, obrigado a *ensinar* (dentro de um período muito curto) vários pontos do programa. O método a ser adotado deverá permitir que a exigência seja atendida: muita matéria em poucas aulas!

Gostaria o professor de adotar o método heurístico (por exemplo), mas a exigência, feita pelo Coordenador, obriga-o a seguir outro caminho.

A situação especial em que se encontra o professor é, portanto, fator que interfere na escolha do método.

12 — O MÉTODO A SER ADOTADO

Acabamos de estudar os fatôres que interferem na aprendizagem e as situações particulares que dêles decorrem (18).

---

(16) Cf. ETCHEGOYEN, P., 43.

(17) Os otimistas surgem em todos os recantos. Spencer nos faz notar: "O êxito não depende do método em si, mas da inteligência que o aplica". Cf. *Anais*, I, 129. Artigo do Prof. Irmão Leão, da Congregação dos Maristas.

(18) Não nos parece conveniente insistir nesse impertinente debate sôbre as diferenças entre *método* e *processo*. O Prof. Mário Gonçalves Viana, em poucas palavras, põe o problema em equação e aborda-o nos seguintes têrmos: "Convém distinguir entre a palavra método e os têrmos *modo, sistema* e *processo*. Segundo Chasteau, *modo* é o meio empregado para facilitar a tarefa do professor, ao passo que *método* é o caminho a seguir para comunicar o saber. Processo educativo é outra coisa: "é a maneira, segundo a qual o edu-

Cada situação particular deve ser cuidadosamente analisada, medida e pesada pelo professor. A estrutura do método a ser adotada não é arbitrária e vai, em muitos casos, depender de certos fatôres ou de certas circunstâncias que interferem (como já dissemos), diretamente, na tarefa do professor e na aprendizagem dos alunos. Não é possível, portanto, apontar de modo categórico o método mais aconselhável.

13 — CLASSIFICAÇÃO DOS PROCEDIMENTOS DIDÁTICOS (19)

Para mais facilitar o presente estudo, vamos dividir os procedimentos didáticos usuais no ensino da Matemática (Curso Secundário) em três grupos:

1) métodos clássicos;
2) métodos obsoletos;
3) métodos progressistas.

No primeiro grupo só figuram os métodos expositivos ou métodos de preleção.

Entre os chamados métodos obsoletos, já condenados pela Didática, apreciaremos três e que são os seguintes:

a) *método do ditado;*
b) *método da leitura;*
c) *método da lição marcada* (20).

---

cador fará atuar sôbre o educando as condições do meio educativo para o adaptar ao fim a atingir". Ao passo que *método* é uma *ordem, processo* é uma *maneira.* Cf. VIANA, *D.*, 526.

(19) Em tese, apresentada ao I Congresso Nacional do Ensino da Matemática, comentam as Prof.as Ana Averbuch e Eleonora Lôbo Ribeiro: "Modernamente não se empregam métodos e sim recursos didáticos que são maneiras didáticas do professor proceder intervalando aquêles diferentes métodos, em função das imposições psicológicas, intelectuais, sociais, biológicas dos educandos de cada turma". Cf. *Anais,* I, 57. A Prof.a Virgínia Côrtes de Lacerda acha que seria mais acertado definir o *método didático.* E oferece esta definição, encerrada num círculo vicioso de conceitos não devidamente esclarecidos: "Método didático é um conjunto orgânico (síntese) de medidas didáticas que se fundam em dados claros, seguros e complexos da psicologia do aluno e nas leis do pensamento reflexivo, tendentes a alcançar os objetivos prèviamente fixados pelo mestre e por êle aplicados com a habilidade pessoal de um técnico". Cf. LACERDA, *U.*, 36.

Os métodos progressistas, no ensino da Matemática, são em número de seis e recebem denominações especiais:

a) método heurístico;
b) método do estudo dirigido;
c) método do laboratório;
d) método da preleção mista;
e) método eclético (com apontamentos livres);
f) método eclético (com caderno dirigido).

Vamos, pois, estudar, separadamente, cada um dêsses métodos apontando as vantagens e inconvenientes que oferecem, no ensino da Matemática, quer para o aluno, quer para o professor [21].

E, ao concluir êste capítulo, repetimos mais uma vez: A palavra *método* é empregada, neste capítulo e nos capítulos seguintes, como *procedimento didático*.

(20) Os diversos métodos são aqui apreciados, apenas, para o caso em que o professor tem a seu cargo uma turma mais ou menos numerosa do Curso Secundário. Não cogitamos, portanto, dos métodos a serem empregados no ensino individual.

(21) Vamos estudar os "métodos de ensino" (procedimento didático) e não os métodos de pesquisa, os métodos de análise, os métodos de demonstrações. Cf. VILELLA, *M.*; PASTOR, *M.*; EYARALAR, *M.* Podemos distinguir, como faz o Prof. Luís Ayres Bello, duas espécies distintas de métodos: os que se destinam à descoberta da Verdade e os que têm por objetivo comunicá-la. Os primeiros são chamados métodos lógicos e os segundos métodos didáticos ou de ensino. Cf. BELLO, *F.*, 167.

CAPÍTULO XII

MÉTODOS CLÁSSICOS — MÉTODO DA PRELEÇÃO EM MATEMÁTICA — SUAS MODALIDADES

A vida é um processo em constante mudança. Ninguém pode ensinar uma disciplina do mesmo modo, dois anos seguidos.

HIGHET, *A.*, 102.

1 — A PRELEÇÃO EM MATEMÁTICA

O método expositivo, que é clássico em Matemática, também chamado *método de conferências,* pertence à categoria dos *métodos dogmáticos.* Mal recebido pela maioria dos alunos torna-se, às vêzes, por sua infecundidade, verdadeiramente desastroso para a aprendizagem.

Quatro são as modalidades do método expositivo. Essas modalidades são as seguintes:

1) preleção simples [(1)];
2) preleção com visualização;
3) preleção com apostila;
4) preleção no quadro-negro.

Estudemos, separadamente, cada uma dessas modalidades.

---

(1) A Prof.ª Irene Mello Carvalho não considera a preleção ou exposição didática como um método e sim um simples recurso didático. E a ilustre educadora escreve: "A exposição didática, nada mais é, em suma, do que um meio de apresentar aos alunos uma série de fatos e argumentos lògicamente concatenados. Constitui, portanto, um simples recurso de apresentação da matéria e não um verdadeiro método. Algo equivalente poderíamos dizer dos demais recursos didáticos". Cf. CARVALHO, *U.*, 27.

2 — MÉTODO DA PRELEÇÃO SIMPLES

Vejamos em que consiste a *preleção simples.*

O professor apresenta o ensino sob a forma de uma preleção (como se fôsse uma conferência) envolvendo o tema da aula com dogmático entono. Em certos casos escreve equações ou fórmulas no quadro-negro. Não interroga; não repete; não esclarece; não motiva; não sumaria; não recorre ao jôgo de classe. Expõe, apenas, o assunto. Os educandos são, para êle, meras figuras de um auditório distante, solene e nada mais [(2)].

3 — VANTAGENS DA PRELEÇÃO SIMPLES

Oferece o método da preleção simples as seguintes vantagens:

1) é, por excelência, econômico. Por êsse método poderá um professor lecionar cem, duzentos ou trezentos alunos simultâneamente;
2) permite a apresentação máxima da matéria no mínimo de tempo;
3) é disciplinador do raciocínio e da linguagem dos alunos [(3)].

Impõe-se a preleção em certos casos. Eis o que escreveu Aguayo:

> É também recomendável o emprêgo da exposição oral quando é falha, no todo ou em parte, a crítica dos alunos ao resultado de um trabalho escolar, circunstância em que nada mais oportuno que a crítica do professor, o que não só apreciará o trabalho segundo o mérito que possua, como também mostrará as causas das deficiências e a maneira de melhor exercitar a tarefa escolar [(4)].

---

(2) Vê-se que no caso da preleção simples, a visualização é mínima. Essa visualização, para o caso especial da Matemática, fica limitada a apresentação de algumas fórmulas e equações no quadro-negro.

(3) Cf. Mattos, *L.*, 58.

(4) Cf. Aguayo, *D.*, 150.

O método dogmático é apreciado, de uma forma destorcida e falsa, por Guy Palmade do seguinte modo:

> O *método dogmático* consiste em desenvolver oralmente uma questão sem fazer com que os alunos intervenham. Apresenta dificuldade de aplicação nas classes elementares. Mas é preciso necessàriamente empregá-lo, pois não se saberia extrair do cérebro da criança o que ali não está: História, Geografia, Aritmética [5].

4 — VANTAGENS PARA O PROFESSOR DA PRELEÇÃO SIMPLES

Convém destacar as vantagens que a preleção simples oferece ao professor:

1) exige do professor um esfôrço mínimo;
2) permite ao professor, inteiramente falho de qualidades didáticas, o exercício do magistério;
3) facilita o ensino na fase introdutória de qualquer parte do programa.

De um modo geral, a exposição didática oferece certas vantagens. Vejamos como estas vantagens são destacadas pelo Prof. Luís Alves de Mattos:

a) é altamente condensadora:
   — reduzindo o assunto aos seus dados essenciais;
   — parcelando a matéria em doses assimiláveis pelos alunos;
   — reinterpretando a matéria em têrmos simples, claros e acessíveis aos alunos;
b) é, por excelência, econômica, permitindo a cobertura de um máximo de matéria com um mínimo de tempo e de trabalho;

(5) Cf. PALMADE, *M.*, 59. Êsse autor, firmado na inexação com que ensina, parece ignorar as noções mais elementares de didática. O seu livro (que acabamos de citar), não passa de um amontoado de incongruências de erros. E erros crassos. É espantosa a facilidade com que, no Brasil, são traduzidos e divulgados, entre os professôres, autores desconceituados de quinta ordem.

c) é útil na fase introdutória da aprendizagem para definir, fundamentar e organizar o campo de estudo dos alunos;
d) é disciplinadora do raciocínio e da linguagem dos alunos, quando bem conduzida (6).

Observa Mons. Pedro Anísio, referindo-se ao método expositivo:

> É a melhor maneira de ensinar aos adultos.
> A exposição do mestre ilumina a inteligência dos discípulos, como diz Santo Tomás, aclara a rota a seguir, guia o aluno passo a passo à consecução da Verdade (7).

Sentimos discordar do ilustre pedagogo. O *método expositivo* (em certos casos) pode ser *bom*, mas não é a *melhor* maneira de ensinar aos adultos.

Para classes de crianças, não é, de forma alguma, aconselhável. Aguayo, nesse ponto, é decisivo:

> Acresce que uma exposição oral requer qualidades muito raramente unidas em alguém: clareza de idéias, imaginação viva, dicção correta e certo calor na palavra. Compreende-se, assim, a inconveniência do emprêgo da forma acromática no ensino elementar. Embora o professor a interrompa uma vez por outra, com perguntas dirigidas às crianças, demonstrações de expressões amenas (gracejos, recitação de poesias, por exemplo), a conferência ou dissertação em classe é, não só inútil, como também prejudicial aos propósitos de uma boa educação. Só com muitas restrições e limitações é que os pedagogistas da escola nova a admitem (8).

5 — DESVANTAGENS DO MÉTODO DA PRELEÇÃO SIMPLES

Não é difícil arrolar as múltiplas e graves desvantagens dêsse método (9):

---

(6) Cf. MATTOS, *S.*, 182.

(7) Cf. ANÍSIO, *T.*, 540. Inútil será acrescentar que não endossamos a opinião do ilustre pedagogo. O método expositivo não é, não pode ser o melhor. Neste assunto, Mons. Anísio claudicou gravemente.

(8) Cf. AGUAYO, *D.*, 147.

(9) Os americanos são inimigos das preleções no ensino da Matemática. W. C. Arnold, por exemplo, é taxativo: "O professor não fará preleções (em Matemática). Levará o aluno a entrar na matéria com êle".

1) fôrça o aluno à passividade;
2) não desperta no aluno interêsse pelo ensino, pois torna a aula monótona;
3) não permite ao professor verificar se os alunos estão ou não aprendendo a explicação;
4) não estabelece laços de amizade entre o professor e os alunos;
5) não permite que o professor conheça as dificuldades e problemas de seus educandos;
6) fôrça o aluno a tomar notas, por vêzes errôneas e incompletas [10];
7) aniquila por completo a beleza da Matemática.

Vamos transcrever o comentário da Prof.ª Ceres Marques de Moraes:

> Uma boa caracterização do método dogmático nos é dada ainda por Fouché: nêle ao aluno "cumpre aprender antes de compreender, à custa de exemplos, de problemas-tipos, de resumos; tudo toma o caráter de verdade revelada. Cumpre crer, obedecer as regras, saber de cor os teoremas, agir e agir depressa: o êrro é uma vergonha inexpiável". "O professor é infalível, inumano, é o super-homem que tudo sabe, que nunca se engana e ninguém imagina tenha podido ser aluno outrora, há muito tempo" [11].

6 — A PRELEÇÃO DO ENSINO SUPERIOR

Alguns professôres, comodistas e displicentes, acham que o método da *preleção simples* é o mais indicado, especialmente para o ensino da Matemática nas Escolas Superiores. Essa opinião é, em geral, aceita, endossada e repetida por mestraços que desconhecem os rudimentos da Didática e ignoram os métodos modernos de ensino. A preleção simples não exige um professor; precisa, apenas de um orador.

(10) "O procedimento expositivo induz os alunos a uma atitude de passiva receptividade, privando-os da iniciativa e tolhendo-lhes a atividade livre e espontânea tão essencial para uma autêntica aprendizagem." MATTOS, *L.*, 59.
(11) Cf. MARQUES DE MORAES, *P.*, in *A. D. E. M.*, 94.

Que medidas seriam aconselháveis para tornar mais eficiente o ensino?

Responde o Eng. Paulo Sá:

> A primeira delas seria a redução, ao mínimo, das chamadas *aulas de preleção* (*aulas-preleções*).
>
> É, e quase nesses têrmos, o que sugeria Francisco Campos na exposição de motivos que acompanham o decreto que organizou o Ensino Superior: "banidas ou reduzidas a um mínimo as preleções e conferências". Com isso, aliás, repetia êle o que já dissera em outra exposição de motivos na qual, Secretário de Educação, em Minas Gerais, justificava o regulamento com que reformava o ensino estadual: "Os processos de ensino não podem cifrar-se à mecânica das recitações... Uma lição não pode ser um monólogo... O ensino monólogo do professor consigo mesmo será, portanto, não sòmente inútil como ensino, será deseducativo como processo escolar" (*Revista da Universidade de Minas Gerais*, vol. I, tomo I, 1929).

Dizia a mesma coisa, na mesma ocasião o Reitor Mendes Pimentel:

> Por tôda parte cai em descrédito o método didático que persiste nas Faculdades brasileiras: o da lição monólogo que dispensa a colaboração dos moços, cuja atitude passiva lhes estiola a curiosidade científica, lhes entorpece a iniciativa, lhes torna fastidioso o trabalho — ...criando o hábito mental de não ter opinião própria, imprimindo um vinco ou dobra no caráter do môço universitário que, mais tarde, na vida prática está sempre à procura de um condutor e aceita o primeiro que se apresenta e que lhe poupa o fastio de pensar e resolver (idem, ibidem) (12).

---

(12) Cf. PAULO SÁ, no trecho de um artigo do fascículo *Engenharia*. *Nota*: O Sr. Francisco de Campos, que se mostra um adversário ferrenho das preleções, é professor catedrático e, como professor, só empregou, em tôda a sua vida, o chamado *método das preleções*. Passou a vida a monologar diante das classes acadêmicas. Não entende e nunca entendeu de Didática Geral. Mas tem talento, tem cultura, é homem de bom senso e compreende que o *ensino monólogo do professor é inútil e deseducativo*. Ao Sr. Francisco Campos dedicamos a célebre sentença: "Façam o que eu digo e não façam o que eu faço".

7 — LIMITAÇÕES DA EXPOSIÇÃO DIDÁTICA

De qualquer modo, a exposição didática, conforme nos mostra o Prof. Luís Alves de Mattos, está sujeita a certas limitações. As razões aduzidas pelo Prof. Mattos, sem frases entravadas, são irrespondíveis:

a) depende do interêsse e da atenção dos alunos, o que torna sua eficácia bastante problemática;

b) cria nos alunos uma atitude de passiva receptividade, pouco favorável à autêntica aprendizagem;

c) torna-se cansativa e por demais pesada quando empregada em forma maciça e exclusiva, sem material intuitivo para reforçá-la e torná-la mais concreta e compreensível;

d) sua eficácia se limita à fase inicial da aprendizagem, não fazendo a cobertura de todo o processo da aprendizagem; assegura, apenas, a compreensão inicial do assunto em tela (13).

8 — O ENSINO PEDANTESCO

Debate Rui Barbosa, em seu *Parecer,* o mal resultante do chamado ensino livresco e observa:

> Lubbock, profligando o ensino árido, "livresco" (bookish), ministrado em certas escolas, queixa-se de que os métodos em voga descansem excessivamente na memória e muito pouco na razão; de que façam demasiado uso dos livros e mui pouco das coisas; de que sacrifiquem a educação à instrução; de que confundam o ensino pela leitura com a ciência real; de que, em vez de fazerem o espírito obrar com liberdade e discrição, obstruam o mecanismo do cérebro humano com uma poeirada de fatos, confiados, quando muito, à memória, enquanto o que cumpria, é convertê-los em parcelas integrantes do espírito da criança. O ilustre vice-chanceler da Universidade de Londres, reclama o uso de métodos

(13) Cf. MATTOS, S., 182.

mais vivos, mais inspirados nas necessidades na vida (*more life like*), e condena como "o grande perigo da educação êsse reinado supremo e essa idolatria do ensino pedantesco" [14].

9 — CONFERÊNCIAS SÔBRE MATEMÁTICA

Ouçamos, igualmente, a opinião de Young sôbre o "método das conferências":

> No chamado *método de conferências*, apresenta o professor a matéria na forma de um bem trabalhado discurso. Os alunos (ouvintes) tomam notas e, mais tarde, podem completar essas notas e por elas estudar, se o desejarem.
>
> Êste procedimento é empregado no ensino da Matemática nas universidades alemãs e francesas e, com algumas modificações, em muitas das americanas. Nenhum princípio poderia ser evocado a favor dêsse método, aplicado em sua forma pura; não nos parece que seja o melhor para um grau adiantado dos estudos como é o universitário, e salvo raras exceções, está inteiramente desaconselhado para o Ensino Secundário.
>
> Na Alemanha, onde todos os professôres do Ensino Secundário, têm, pelo menos, três anos de preparo universitário, leva-se em consideração o perigo que pode advir dêsse método das conferências. Na América o perigo está aumentando em conseqüência do crescente número de indivíduos (homens e mulheres) com maior ou menor preparo universitário que participam do Ensino Secundário [15].

10 — ABSURDO DA PRELEÇÃO SIMPLES

O professor que adota o método da preleção simples, não toma, em geral, o menor interêsse pelo auditório. Não interroga e não admite que os alunos o interrompam com perguntas. Alheio às dificuldades de seus alunos não indaga se êles acompanham, ou não, com atenção e real aproveitamento, as teorias desenvolvidas no quadro-negro. Resulta

(14) Cf. RUI, *P.*, 187.
(15) Cf. YOUNG, *F.*, 52.

dêsse deplorável sistema que o professor, por engano, é, às vêzes, levado a proferir a mesma aula para a mesma turma, isto é, a repetir a preleção para alunos que já a ouviram. Eis o estranho episódio que nos conta G. Highet:

> Quando eu era estudante, bem me lembro, ouvi o Prof. X ministrar a mesma preleção, à mesma classe, em dois dias seguidos. Êle estava tão acostumado a ter o seu próprio material, cuidadosamente datilografado, que não dava nenhuma atenção ao auditório; o que ocorreu naquela manhã, foi que êle começou na página 140 ao invés de começar na de número 150. Por alguns instantes, arrastamos os pés, mas êle simplesmente assentou em nós os seus óculos, repetiu a última sentença e continuou. Eu aproveitei o tempo da aula para ornar as páginas das notas anteriores com espantosos arabescos com lápis azul e vermelho, enquanto no banco, à minha frente, quatro rapazes fanáticos pelo bridge iniciavam uma partida dêsse jôgo (16).

11 — UMA AULA INTERROMPIDA

Cabe, também, narrar aqui, verdadeira cena de "vaudeville" ocorrida no I. T. A. (Instituto Tecnológico da Aeronáutica) em São José dos Campos (S. Paulo):

> O Prof. Y, certa manhã, prendia (ou julgava prender) a atenção de uma turma lecionando um ponto de Análise Matemática, pelo método da preleção no quadro-negro. Já tinha desenvolvido ou esgarabulhado uma parte da matéria (as integrais elípticas de 1.º espécie) quando foi chamado ao telefone. O recado devia ser urgente. O professor retirou-se da sala e, a fim de atender ao telefone, dirigiu-se ràpidamente à Secretaria.
>
> Quatro ou cinco minutos depois (ultimada a conversa telefônica) o professor de Análise achou que devia terminar, para os seus alunos, o assunto iniciado com tanto *brilho* e *eloqüência*: as integrais elípticas de Weierstrass e de Legendre. Enganou-se, porém, e entrou em outra sala onde se achavam vários rapazes, de outra série aguardando a chegada do professor de Química. E ocorreu

(16) Cf. HIGHET, *A.*, 118.

dêsse deplorável sistema que o professor, por engano, é, às vêzes, levado a proferir a mesma aula para a mesma turma, isto é, a repetir a preleção para alunos que já a ouviram. Eis o estranho episódio que nos conta G. Highet:

> Quando eu era estudante, bem me lembro, ouvi o Prof. X ministrar a mesma preleção, à mesma classe, em dois dias seguidos. Êle estava tão acostumado a ter o seu próprio material, cuidadosamente datilografado, que não dava nenhuma atenção ao auditório; o que ocorreu naquela manhã, foi que êle começou na página 140 ao invés de começar na de número 150. Por alguns instantes, arrastamos os pés, mas êle simplesmente assentou em nós os seus óculos, repetiu a última sentença e continuou. Eu aproveitei o tempo da aula para ornar as páginas das notas anteriores com espantosos arabescos com lápis azul e vermelho, enquanto no banco, à minha frente, quatro rapazes fanáticos pelo bridge iniciavam uma partida dêsse jôgo [16].

11 — UMA AULA INTERROMPIDA

Cabe, também, narrar aqui, verdadeira cena de "vaudeville" ocorrida no I. T. A. (Instituto Tecnológico da Aeronáutica) em São José dos Campos (S. Paulo):

> O Prof. Y, certa manhã, prendia (ou julgava prender) a atenção de uma turma lecionando um ponto de Análise Matemática, pelo método da preleção no quadro-negro. Já tinha desenvolvido ou esgarabulhado uma parte da matéria (as integrais elípticas de 1.ª espécie) quando foi chamado ao telefone. O recado devia ser urgente. O professor retirou-se da sala e, a fim de atender ao telefone, dirigiu-se ràpidamente à Secretaria.
>
> Quatro ou cinco minutos depois (ultimada a conversa telefônica) o professor de Análise achou que devia terminar, para os seus alunos, o assunto iniciado com tanto *brilho* e *eloqüência*: as integrais elípticas de Weierstrass e de Legendre. Enganou-se, porém, e entrou em outra sala onde se achavam vários rapazes, de outra série aguardando a chegada do professor de Química. E ocorreu

(16) Cf. HIGHET, *A.*, 118.

um episódio surpreendente. O professor de Análise, sem perceber o equívoco, foi para o quadro-negro e entrou a dissertar sôbre as funções elípticas, retomando a lição no ponto em que havia parado, convencido de que se achava diante dos seus alunos. Mas a turma era outra; outros os alunos. Um dos rapazes observou, em voz baixa, a um colega:

— Que pretenderá êsse *camarada* com tôda essa complicação algébrica? Que temos nós com tudo isso?

— É um louco! — concluiu o interpelado. — Está tomado da mania de ser um novo Lagrange de São José dos Campos! Entrou, agora, em delírio!

Enganara-se o estudante. Não se tratava de um louco lagrangiano delirante. Resumia-se, o caso, num ilustre algebrista que ensinava Análise Matemática pelo detestável e antiquado método da preleção no quadro-negro. Mesmo no I. T. A., apontado, em nosso país, como estabelecimento modelar, o Prof. Y revelou um atraso nunca inferior a meio século na Didática da Matemática.

12 — A EXPRESSÃO ORAL

Acreditavam alguns pedagogos que êsse método (da expressão oral) pudesse interessar ao aluno do *tipo auditivo*. Vejamos o que diz a respeito o Prof. Francisco de Souza Loureiro, em suas *Lições de Pedagogia e Didática Geral*:

> Reconhecemos, todavia, que alguns alunos são do *tipo auditivo* e que a expressão *oral* tem, pelo menos, tanta importância como a *escrita*. Isto move-nos a dizer que devemos aproveitar, dêste método, os ensinamentos que a sua prática nos fornece, não pròpriamente como *método*, senão como *processo*, como *técnica*, como fonte de variação de interêsse, que desperte atividade voluntária e gere progresso e aperfeiçoamento *oral*. E ainda mesmo como processo, só deve usar-se como recurso para tornar mais atraente e variada a aprendizagem. *Uma* lição em discos, por exemplo, tem o seu interêsse; mas tôdas as lições em discos trarão como conseqüência desinterêsse [17].

(17) Cf. LOUREIRO, *L.*, 120.

13 — CONCLUSÃO SÔBRE O MÉTODO DOGMÁTICO

Somos forçados a concluir que o método da "preleção simples" não deve ser adotado no ensino da Matemática. É considerado como antiquado e de péssimos resultados [18].

Cai sôbre o método dogmático uma acusação muito grave. Os didatas reconhecem que êsse método é que desperta, no espírito do aluno, horror pela Matemática. A observação da Prof.ª Céres Marques de Moraes não deixa dúvida a tal respeito:

> Este método é ainda usado em nossas escolas secundárias. Mas não será êle um dos responsáveis pelo mêdo que muitos alunos têm por Matemática? Pensamos que sim, porque nem todos os alunos são igualmente capazes. Os bem dotados aprendem com qualquer método, mas êsses constituem exceção. A esmagadora maioria é constituída de alunos de capacidade média que necessitam de uma orientação segura que os conduza a uma aprendizagem autêntica e que evite por conseguinte os complexos de inferioridade e pavor pela matéria [19].

14 — MÉTODO DA PRELEÇÃO COM VISUALIZAÇÃO

Idêntico ao anterior, apenas com um acréscimo que o caracteriza: O professor, durante a preleção, faz projeções luminosas, mostra estampas, modelos geométricos, figuras, escreve fórmulas e equações no quadro-negro, recorre a certos artifícios, emprega o vu-graph, etc.

Ainda neste método o professor:

1) não repete;

2) não interroga;

3) não estabelece debates;

---

(18) O Prof. Luís Alves de Mattos é severo em sua apreciação: "O procedimento expositivo, quando empregado em forma maciça e exclusiva, se torna cansativo e por demais pesado para educandos imaturos". Cf. Mattos, *S.*, 61.

(19) Cf. Moraes, *P.*, in *A. D. E. M.*, 94.

4) não mostra modelos;
5) não faz experiências;
6) não pratica os jogos de classe;
7) não recorre ao estudo dirigido ou semidirigido.

15 — VANTAGENS DA PRELEÇÃO COM VISUALIZAÇÃO

Apresenta êste método as mesmas vantagens do método de preleção simples, e mais:

1) torna a aula menos desinteressante;
2) prende a atenção do aluno;
3) facilita, para certos pontos, a fixação da aprendizagem.

O Prof. Manoel Jairo Bezerra chama atenção para os limites (de tempo) a que deveria, no decorrer da aula, estar sujeita a preleção simples:

Todavia não deve a preleção simples tomar mais de quinze minutos de uma aula do Curso Ginasial e vinte, ou vinte e cinco minutos, do Curso Colegial.

O ideal é entremear essa preleção com demonstrações efetuadas no quadro-negro, com participação ativa de tôda a classe, ou, às vêzes, quando possível, com um aluno realizando-a no quadro-negro, ou ainda com demonstrações realizadas, pelo professor, com o emprêgo do material didático adequado.

Na preleção podemos também, intercalando, apresentar resumos no quadro-negro, com participação da classe, ou quadros sinóticos, já preparados pelo professor, sob a forma de quadros murais.

De qualquer forma, a visualização é elemento de grande importância durante a preleção completando-a mesmo, segundo alguns [20].

---

(20) Cf. BEZERRA, *T.*, in *A. D. E. M.*, 101.

16 — DESVANTAGENS DO VERBALISMO

Cinco das mais sérias desvantagens que apontamos para *o método da preleção simples* podem ser assinaladas mesmo no caso em que há visualização. Apontemos essas desvantagens:

1) força o aluno à passividade;
2) não permite ao professor verificar se os alunos estão aprendendo a matéria explicada;
3) não estabelece laços de amizade entre o professor e os alunos;
4) força o aluno a tomar notas por vêzes errôneas e incompletas;
5) não permite que o professor, no ensino da Matemática, atenda às finalidades precípuas dessa Ciência.

Reconhece o Prof. Imideo Giuseppe Nerici que o método verbalístico é infelizmente o mais empregado em nossas escolas secundárias. O Prof. Nerici não o recomenda de modo algum:

> O exclusivo procedimento verbalístico não é recomendado, pois acaba cansando e desinteressando os alunos dos trabalhos de classe. Êste procedimento, infelizmente, domina em nossa Escola Secundária, chegando mesmo a ser empregado para realizar, ou melhor, para substituir experiências de laboratório (21).

17 — QUANDO A PRELEÇÃO É RECOMENDADA

Êsse método (preleção com visualização) é recomendável para o ensino de certas unidades do Programa em classes numerosas, quando o professor não dispõe de muito tempo (22).

---

(21) Cf. NERICI, *D.*, 64.

(22) O Prof. Mário Gonçalves Viana, ilustre pedagogo português, acha que o método da preleção é o que mais convém para o *ensino das crianças e dos ignorantes* (Cf. VIANA, *P.*, 544). A afirmação do Sr. Gonçalves Viana revela desconhecimento completo das noções mais comezinhas de Didática.

Referindo-se, de modo especial, à exposição didática, o Prof. Manoel Jairo Bezerra admite que o método da preleção nem sempre é condenável. E argumenta:

> Também chamada de preleção ou "palestra de explanação", é a técnica usada pelo professor para, valendo-se de todos os recursos da boa linguagem didática, transmitir aos alunos novos conhecimentos, motivá-los, sintetizar um assunto ou desenvolver um tema com maior rapidez, a fim de atender às exigências do binômio tempo disponível — programa a ser cumprido.
>
> Sem dúvida alguma que o seu emprêgo exagerado é condenável; atualmente, é tão criticado que se poderá pensar que seja um método antiquado e condenado (23).

Para evitar a preleção, recomenda Aguayo uma reforma nos programas:

> Há ocasiões em que o professor, sujeito a um Programa excessivamente sobrecarregado, se vê constrangido a aplicar, de quando em quando, o método de exposição que, não assegurando embora um bom ensino, importa em grande economia de tempo e de energia. Para evitar os sacrifícios que essa situação impõe à Didática, o melhor, como já ficou dito, é reformar os programas de modo que se adaptem da melhor maneira possível às conveniências de um ensino (24).

18 — MÉTODO DA PRELEÇÃO COM BASE EM APOSTILA

Passemos ao estudo da terceira modalidade do método dogmático: preleção com base em apostila.

Eis no que consiste êsse método:

O professor apresenta a aula (como no método da preleção simples), mas cada aluno dispõe de uma apostila (ou sebenta) que contém exatamente a matéria *explicada* pelo professor. O aluno é obrigado a seguir a aula pela apostila.

---

(23) Cf. Bezerra, *T.*, in *A. D. E. M.*, 101.

(24) Cf. Aguayo, *D.*, 150.

Essa apostila, em geral, é mimeografada ou copiada de outra, já mais antiga. Em certos casos, as figuras e fórmulas aparecem na apostila e o professor julga-se, por isso, desobrigado de repeti-las no quadro-negro [25].

Para a aprendizagem, êsse método não apresenta vantagem alguma.

É condenado pelos bons didatas. Ouçamos o julgamento bastante do Prof. Manoel Jairo Bezerra:

> Possui a grande desvantagem de ser o professor o único que toma parte ativa no processo, enquanto que o aluno passa a ser um passivo recebedor de informações, mas tem a vantagem de possibilitar um meio de dar a matéria com uma segurança relativa de que os alunos receberão os ensinamentos de modo conciso lògicamente organizado [26].

19 — VANTAGENS PARA O PROFESSOR

São várias as vantagens que êsse método obsoleto e péssimo, oferece ao professor:

1) é de extrema comodidade para o professor;
2) é econômico;
3) a aula pode ser dada a uma turma numerosa;
4) o aluno que falta a uma aula pode reler a matéria dada durante a sua ausência;
5) o professor delimita, com exatidão, a matéria a ser apresentada;
6) quando bem orientado, força o aluno a ler a lição.

(25) No método da preleção, em certos casos, o professor adota um *livro-texto*. O aluno, nesse caso, acompanha a aula pelo livro. Tivemos ocasião de assistir (em 1958) a uma aula dada por êsse método obsoleto na Escola de Cadetes de Fortaleza. O professor (um coronel do Exército) fazia a preleção no quadro-negro e essa preleção era acompanhada no livro-texto pelos alunos. Cada aluno dispunha de um compêndio. O livro adotado era a *Algebra* do Prof. Synésio de Faria. Em dado momento todos os cadetes viravam a página. O professor não interrogava, não repetia, não motivava. Falava, apenas, adstrito ao livro que fôra adotado. Tema da aula: Divisão de um polimônio em x por um binômio da forma $x - a$.

(26) Cf. BEZERRA, *T.*, in *A. D. E. M.*, 102.

20 — DESVANTAGENS DA PRELEÇÃO COM APOSTILA

Reúne êsse método tôdas as desvantagens apontadas para os métodos da preleção simples, e mais as seguintes:

1) torna o ensino rotineiro;
2) faz com que o aluno (com a sua apostila cheia de erros e incongruências) seja levado a aprender noções erradas ou conceitos disparatados;
3) é desmoralizante para o ensino;
4) sofre o achincalhe constante dos alunos mais inteligentes e evoluídos;
5) desnobrece a função do professor;
6) não permite que o professor faça da Matemática uma ciência educativa.

O ensino, pelo método da preleção, com base em apostila, ainda é, infelizmente, praticado em larga escala. Há professôres que adotam as mesmas apostilas durante dez, quinze, vinte anos!

Somos, pois, levados à seguinte conclusão:

O procedimento denominado *preleção com apostila,* é um método péssimo, inspirado na mais sórdida rotina. Deve ser integralmente abolido do Curso Secundário.

21 — MÉTODO DA PRELEÇÃO COM EXPLICAÇÃO NO QUADRO-NEGRO

Vamos dizer, em síntese, no que consiste êsse método, também chamado "método explicativo comum".

O professor expõe o ponto e, ao mesmo tempo, vai escrevendo no quadro-negro as fórmulas, as equações, os cálculos numéricos. Não se detém durante a preleção, a fim de interrogar os alunos; não estabelece debates; não repete a noção já explicada; não aplica jogos de classe, não adota a técnica do caderno dirigido. Os alunos (como acontece no método da *preleção simples*) *tomam notas,* notas desordenadas, e essas notas não são relidas, nem corrigidas, nem comentadas pelo professor. Êsse método assemelha-se ao método da preleção simples, acentuando-se nêle o uso mais intenso e mais eficiente do quadro-negro[(27)].

Não deve porém, tomar todo o tempo da aula. É essa a opinião do Prof. Manoel Jairo Bezerra:

> A preleção, com demonstração no quadro-negro, é muito empregada entre nós, mas não deve tomar todo o tempo da aula.
>
> A preleção juntamente com a apresentação do material didático e o interrogatório é uma ótima técnica, especialmente para a demonstração da Geometria no espaço de três dimensões. Para apresentar o sumário da aula é interessante o emprêgo de quadros murais, organizados pelo próprio professor, acompanhados de preleção e interrogatório[(28)].

22 — VANTAGENS DO MÉTODO DA PRELEÇÃO NO QUADRO-NEGRO

Apontemos as principais vantagens do método da preleção com o emprêgo constante do quadro-negro:

1) põe em relêvo certas qualidades didáticas do professor;
2) força a atenção do aluno;
3) torna mais viva e mais clara a preleção do professor;
4) é econômico;
5) a aula pode ser dada a uma turma numerosa;
6) é disciplinador.

O Prof. Jairo Bezerra, já várias vêzes citado neste capítulo, julga êsse método aproveitável em certos casos. E escreve:

---

(27) Em geral o professor encarrega um aluno de escrever no quadro-negro. Êsse aluno escreve, no quadro, aquilo que o professor vai ditando (fórmulas, equações, etc.). Enquanto isso o professor está sentado na sua cadeira ou passeia, na sala, caminhando de um lado para o outro.

(28) Cf. BEZERRA, *T.*, in *A. D. E. M.*, 102.

A preleção é aconselhável, no ensino da Matemática, para apresentar novas unidades de estudo ou novos assuntos (Numeração — Equação do primeiro ou do segundo grau — expressões algébricas — Ângulos — Polígonos regulares — Logaritmos — Trigonometria — Geometria Analítica).

É recomendável para dar informações e orientar a resolução de problemas de Aritmética, Álgebra ou Geometria.

É de boa técnica — usar a preleção para, no fim de um assunto, fazer um sumário de regras ou princípios importantes. (Fatoração — Cálculo de radicais — Operações com os logaritmos — Estudo da reta, no terceiro ano Científico — Etc...)

A preleção combinada com exercícios de aplicação é útil no início do ensino do cálculo da raiz quadrada, ou da fatoração algébrica [29].

23 — DESVANTAGENS DO MÉTODO EXPLICATIVO COMUM

Êsse método — *explicativo comum* — apresenta as desvantagens já apontadas para o método da preleção simples. Cumpre-nos aludir às seguintes:

1) força o aluno a uma atitude passiva;
2) não permite que o professor possa sentir a *reação* da turma;
3) não estabelece a necessária cordialidade entre o professor e a turma;
4) força o aluno a tomar notas, às vêzes incompletas ou errôneas;
5) deturpa, por completo, as finalidades precípuas do ensino da Matemática.

24 — A EXPOSIÇÃO ORAL É DESEDUCATIVA

Entre os que condenam a exposição oral no ensino, poderíamos citar A. M. Aguayo. Êsse ilustre pedagogo cuba-

(29) Idem, ibidem.

no, considera o método da preleção como deseducativo, pois o professor que o pratica desrespeita a liberdade da criança. Recopiemos o trecho de Aguayo:

> Podemos resumir os defeitos da exposição oral afirmando que ela é:
>
> *a*) dogmática;
>
> *b*) desinteressante;
>
> c) desrespeitadora da liberdade da criança;
>
> *d*) alheia a todo senso educativo [30].

25 — MOTIVOS QUE FORÇAM A ADOÇÃO DESSE MÉTODO

Há excelentes professôres que adotam êsse método da preleção no quadro-negro e alegam os seguintes motivos:

1) a vastidão do programa;
2) a tendência à indisciplina de certas turmas;
3) a falta de homogeneidade dos ouvintes sob a ação da aprendizagem.

E, em geral, o professor que adota o método da preleção com explicação no quadro-negro (*explicativo comum*) indica um compêndio, isto é, adota um livro-texto. São, porém, raros os alunos que estudam pelo compêndio, pois o professor, na apresentação de certas unidades afasta-se do compêndio e obriga o aluno a estudar pelos apontamentos.

26 — O MÉTODO DA PRELEÇÃO

O método da preleção é de largo emprêgo nas escolas superiores. Explica-se. Um cavalheiro qualquer faz concurso e ingressa, como catedrático da Universidade, sem nunca ter

(30) Cf. AGUAYO, *D.*, 147.

estudado Didática. Êsse professor não está, na verdade, em condições de ensinar. Que método irá adotar? Ora, o mais simples, o mais cômodo, o menos trabalhoso. O único que êle conhece: o da *preleção*. Não aprendeu outros métodos didáticos, não estudou os problemas didáticos, jamais pensou nos múltiplos segredos que a Didática encerra. Exige-se curso de Didática a professor primário; obriga-se a um professor secundário a tirar o curso de uma Faculdade de Filosofia; mas de um médico, de um advogado ou de um engenheiro que deseja ingressar, como catedrático, numa Escola Superior, nada se exige em relação ao preparo para o Magistério. Em cem professôres das nossas Escolas Superiores, dois ou três, no máximo, terão recebido formação profissional. Os 98 ou 97 restantes vão exercer uma atividade para a qual não receberam a menor orientação; atividade para a qual não estão preparados. Conhecem, às vêzes a matéria, mas não sabem ensinar. E não há outro recurso: Lá vem preleção! (31)

27 — OS EXTREMOS NA EXPOSIÇÃO DIDATICA

O método da preleção, como tivemos ocasião de mostrar, é aconselhável na fase introdutória de um assunto, ou no desenvolvimento de um ou outro ponto da Matemática. Deve

---

(31) Já conhecemos muitos catedráticos universitários que não sabem o que é *Pedagogia* e que desconhecem, totalmente, a significação do vocábulo *Didática.* O Professor N. P. declarou-me, certa vez: *"Essa história de Didática é bobagem!"* Na chamada *prova didática,* exigida nos concursos, o candidato, distinguido com grau dez (nota máxima) limita-se, em geral, a fazer preleção antididática sob todos os pontos de vista. Vale a pena insistir: A prova didática dos concursos (nas Escolas Superiores e no Colégio Pedro II) devia ter outra denominação. Dar-se-ia a essa prova a denominação de *prova de preleção,* ou *prova de exposição,* ou, ainda, *prova de erudição* ou, finalmente, *prova de oratória.* Mas, *prova de didática,* nunca. É um contra-senso. A prova didática (nas Escolas Superiores e no Colégio Pedro II) é, em geral, um verdadeiro atentado à Didática. O Professor F., membro da Banca Examinadora, em concurso do Colégio Pedro II aconselhou a um candidato que ia dar a sua *aula-modêlo*: Nada de *besteiras* de Didática nessa prova. Não precisa escrever nada no quadro-negro. Não precisa fazer sumários, nem plano de aula, nem nada. Não perca tempo com figuras ou gráficos. Desista de fazer projeções. Fale todo o tempo. Mostre que sabe. Empurre erudição em cima dessa gente". O candidato obedeceu fielmente a essas sugestões e obteve grau dez (unânime) da Banca Examinadora na tal pseudo-prova-didática! Considero um escárnio inominável atribuir o qualificativo de *didática* a uma prova que é a negação completa da *Didática.*

ser evitado sempre que fôr possível. É claro que a sua supressão total implicaria num exagêro que os bons didatas desaconselham.

Em artigo publicado na revista *Escola Secundária,* observa o Cap. Paulo Cavalcanti C. Moura:

> Grande parte do ensino de nossas escolas é ainda tìpicamente tradicional, carecendo de funcionalidade. Nessas escolas, o que se entende por exposição oral domina com exclusividade. É o *verbalismo* tão justamente combatido numa reação que tem, por vêzes, incidido no êrro oposto; a completa ausência da exposição didática, como no Plano Pueblo e outros (32).

28 — O VERBALISMO EXAGERADO

O verbalismo exagerado no ensino, é um mal. No caso especial do ensino da Matemática o abuso do verbalismo é um desastre. Convém reler estas judiciosas observações do Prof. Rafael Grisi:

> O verbalismo tem sido e continua sendo o maior mal de que enferma a escola, particularmente a escola secundária. Contra êle são dirigidos os anátemas de todos os que têm pesado os fatos e os problemas de educação.
>
> Não há dúvida de que a palavra oral ou escrita, é a depositária da humana sabedoria. Mais do que isso: parece certo e pacífico entre os psicólogos dever admitir-se que o homem *pensa porque fala,* mais do que *fala porque pensa;* e os sociólogos, por seu turno vêem na lingua, o instrumento por excelência da comunicação das idéias e da cultura, quer de indivíduo, quer de uma a outra geração. Mas não se conclua daí que o simbolismo lingüístico seja como varinha mágica de fazer brotarem idéias no cérebro dos que o ouvem. O símbolo verbal, falado ou gráfico, *significante* embora para quem o admite, é, apenas, ar vocalizado para quem o recebe, se, em seu cabedal de experiência e significados anteriormente adquiridos, não encontra ecos e correspondências. Por isso

(32) Cf. MOURA, *E.*, in *E. S.*, n.º 7, dez. de 1958, pág. 11. O autor pertence ao Curso Técnico do Ensino do Ministério da Guerra. O Plano Pueblo será esclarecido no Capítulo — "O estudo dirigido".

> Rabelais, já no século XVI, preconiza a substituição das *lições de palavras* pelas *lições de coisas.* E Montaigne reconta que: *Zeuxidamus répondit à un qui lui demanda pourquoi les Lacédémoniens ne rédigeaient par écrit les ordonnances de la prouesse et ne les donnaient à lire à leurs jeunes gens: que c'était parce qu'ils les voulaient accoutumer aux faits, non pas aux paroles* (33).

Na mesma ordem de idéias, Comenius, no século XVII, partindo do velho princípio empirístico de que *nihil est in intellectu nisi prius fueri in sensu* (34), sugeria o método que denominou de *"intuição e demonstração sensorial"*, em que o *cognoscente é pôsto em contato com cognoscente.* E Rousseau, no século seguinte, em seu "romance-tratado" de educação, o *Émile,* serve-se de palavras brilhantes em veemente *discurso* para profligar o seu uso intemperante na Didática: *Ne chose! Je ne répéterai jamais assez que nous donnons trop de pouvoir aux mots; avec notre éducation babillarde nous ne faisons que de babillards* (35).

29 — TÉCNICA EXPOSITIVA PRÒPRIAMENTE DITA

Ao estudar, em Didática Geral, a técnica expositiva, escreve o Prof. Imideo Giuseppe Nerici:

> É a técnica mais usada em nossas escolas. Seu uso não adequado representa um grande mal para o ensino, principalmente quando há como que a obrigatoriedade, por parte dos alunos, de tomar nota de tôdas as palavras e de repeti-las, integralmente, nas provas mensais e nos exames. O regime do estudo passa a ser *"tudo o que o professor disse..."* Nesse caso, e que é freqüente em nossas escolas secundárias, o ensino se reduz a *verbalismo* e *memorização* (36).

---

(33) A quem lhe perguntou por que não redigiam os espartanos suas ordens de coragem e não as davam a ler aos jovens, Zeuxidamo respondeu: "É para que êles se acostumem aos fatos e não às palavras".

(34) Nada está no intelecto que não tenha estado nos sentidos.

(35) Não façais discursos à criança que ela não pode entender... As Lições de Coisas! Não será demais repetir que damos muito poder às palavras; com nossa educação tagarela não fazemos senão tagarelas. Cf. GRISI, *P.,* 26.

(36) Cf. NERICI, *D.,* 72.

CAPÍTULO XIII

MÉTODO DE AULA DITADA EM MATEMÁTICA

> O mau ensino deita a perder carradas de esforços, inutilizando muitas vidas que poderiam ser plenas de energia e felicidade.
>
> HIGHET, *A.*, 76.

1 — A AULA DITADA

Uma vez apresentados os métodos clássicos de preleção, passemos ao estudo dos chamados métodos obsoletos. Abordemos inicialmente o *método do ditado* ou *método da aula ditada*. Podemos destacar para êsse método as seguintes modalidades:

a) método do ditado corrente;

b) método do ditado por meio de leitura;

c) método da aula ditada escrita no quadro-negro.

Vamos estudar, separadamente, cada uma dessas modalidades [1].

2 — MÉTODO DO DITADO CORRENTE

Em poucas linhas será possível apresentar uma síntese dêsse método tão malsinado pelos bons didatas:

---

(1) A observação de Rui Barbosa é oportuna: "Abusa-se fàcilmente da palavra *método* na Instrução Primária: método de leitura ou de desenho; dir-se-ia existirem tantos métodos, quantos ramos de estudo ou os manuais escolares". Cf. RUI, *P.*, 167.

O professor, sentado na sua cadeira ou caminhando na sala, de um lado para o outro, dita a lição daquele dia. Os alunos, passivamente, escrevem o ditado. As figuras mais complicadas são feitas no quadro-negro, mas o ditado é completo e o professor dita até a pontuação.

Cabe aqui uma observação da maior importância:

Do ponto de vista didático, êsse método não apresenta vantagem alguma.

3 — VANTAGENS DO DITADO PARA O PROFESSOR

Em relação à tarefa do professor, o método do ditado corrente apresenta algumas vantagens. Cabe-nos citar as seguintes:

1) é simples;
2) não exige muita habilidade do professor;
3) é disciplinador;
4) obriga o aluno a acompanhar o desenvolvimento do programa.

4 — DESVANTAGENS DO DITADO CORRENTE

Recaem, sôbre êsse método, tôdas as desvantagens já apontadas para o método da preleção, e mais as seguintes:

1) exige muito tempo;
2) afasta o aluno do compêndio;
3) torna a aula fatigante e sem interêsse;
4) não ativa a imaginação dos alunos;
5) faz com que o aluno tome ojeriza pela Matemática;
6) torna pesado e rotineiro o ensino.

E o professor que adota êsse método antididático não dispõe, nem jamais poderá dispor, de meios para obviar essas desvantagens.

5 — DITAR NÃO É ENSINAR

Aula ditada? Ora, direis, ditar não é ensinar. Ensinar é dirigir a aprendizagem; é orientar; é esclarecer; interrogar; motivar; auxiliar. O professor, que dita a aula, não está ensinando; está, apenas, *ditando*.

Os nossos colégios apresentam, não raramente, maus professôres que ditam as aulas.

Êsse sistema da *aula ditada* é adotado, com muita freqüência, nas cadeiras de História, Física, Filosofia e Sociologia.

Muitos professôres condenam, radicalmente, êsse método antiquado e errôneo. Eis como se manifesta, em linguagem achamboada, pontilhada pela vulgaridade, o Prof. Jacomo Stavale, de São Paulo:

> Enquanto durar essa confusão no ensino da Matemática, enquanto os professôres, por falta de livros adequados, ditarem as suas lições, assistiremos sempre, no fim do ano letivo, ao mesmo fenômeno doloroso e deprimente; os estudantes com poucas e confusas noções relativas ao assunto sôbre o qual vão ser examinados, *fazem o que podem para passar;* aquelas poucas noções desaparecem como orvalho ao calor das férias estivais e, no ano seguinte, os estudantes nada sabem do que aprenderam no ano anterior, e *nada têm na gaveta.* E terminam o Curso Secundário, em regra geral, não sabendo calcular o custo de 26 centímetros de sêda a Cr$ 25,00 o metro, o desconto de 5% em uma fatura, a área de um terreno qualquer, etc. É o que estamos observando há vinte anos (2).

6 — CULTURA FALSIFICADA

O professor que dita a aula, em geral, não segue compêndio algum. Indica, ou recomenda, um livro-texto, para ser agradável ao autor (ou ao editor) mas não se orienta

(2) Cf. STAVALE, *E.*, II, 11. Sente-se, no autor, um estilo tacanho, mal alinhavado, mas as observações têm algum fundamento. o Prof. Stavale, completamente ignorante em Didática, *sentia* que o método da aula ditada não era aconselhável.

pelo livro adotado. O método da aula ditada, por sua natureza, dispensa o *livro-texto.*

Em seu livro *Didática Mínima* (São Paulo, 1954, pág. 36), escreve o Prof. Rafael Grisi:

> Se quiserdes saber o que vale determinado professor, é fácil: entrai na sala de aulas. Se estiver ditando o *ponto,* não vos demoreis. É pouco provável que não se trate de um pobre diabo, inconsciente da função que lhe compete. Pertence àquela classe inexpressiva de *ensinantes* que padecem de *neurose dos programas,* da mania dos *pontos,* da obsessão dos exames; êle não educa; adestra os alunos para o pseudo-triunfo escolar das sabatinas e provas de aproveitamento. É na sua ignorância, um falsário: falsifica a cultura, dá aos alunos uma senha de saber memorístico e verbal com que lhes assegura o êxito nas provas de mera reprodução da ciência *embalsamada* nos compêndios ou nos pontos.

7 — CONCLUSÃO SÔBRE O MÉTODO DA AULA DITADA

Trata-se de um método que é péssimo, e péssimo em todos os sentidos. Derranca o ensino e desvirtua a Matemática. Deve ser abolido.

8 — MÉTODO DO DITADO POR MEIO DE LEITURA

Outra modalidade muito apreciada pelos maus professôres, é o ditado por meio de leitura.

No caso do ditado por meio de leitura o professor dita a aula, lendo (em voz alta) a lição do livro (compêndio adotado), ou procedendo à leitura de certos trechos de um caderno ou de seus apontamentos pessoais. Os alunos escrevem o ditado feito dessa maneira (em leitura) pelo professor. Êsse método (embora pareça incrível) é ainda adotado e tem sido admitido em muitos estabelecimentos de ensino [3].

(3) "A minha professôra de Matemática levava o teorema de Pitágoras escrito numa cartolina e mandava um aluno ditar o teorema e, a seguir, a

O método do ditado por meio de leitura é condenável. Derroga tôdas as finalidades educativas da Matemática. Não apresenta vantagem didática alguma.

9 — VANTAGENS PARA O PROFESSOR

O deplorável método do ditado por meio de leitura oferece, porém, certas vantagens para o professor que o adota. Citemos as mais imediatas:

1) é de extrema comodidade para o professor;
2) é simples na prática;
3) não exige preparo algum do professor;
4) torna o professor de Matemática (no caso em que o ditado é bem feito) auxiliar do professor de Linguagem.

10 — DESVANTAGENS DO DITADO POR MEIO DE LEITURA

Reúne êsse método tôdas as desvantagens apresentadas para os métodos anteriores. É um verdadeiro atentado a todos os princípios e postulados da Pedagogia. Só pode ser adotado por um professor displicente, ignorante ou incapaz (4).

O Prof. Edésio de Oliveira mostra que o grande mal, dêsse método, é implantar no espírito do aluno uma intran-

demonstração para a turma, pois ela (dizia) não enxergava bem" — Depoimento da Prof.ª Lola de Oliveira Rocha, no Curso da P.U.C., realizado em julho de 1956, em Pôrto Alegre.

(4) Contou-nos o Prof. Amaury Pereira Muniz (do Colégio de Nova Friburgo) que já assistiu, como aluno, a várias aulas de Português apresentadas pelo método do *ditado por meio de leitura*. Essas aulas eram ministradas em estabelecimento oficial.

Já tivemos, também ocasiões de ouvir uma aula, de Matemática (sôbre *Razões* e *Proporções*), dada por êsse método. O *ditado, por meio de leitura*, era feito pela antiga Aritmética de Viana. A professôra ditava vagarosamente a lição, caminhando entre as carteiras e, às vêzes, observando o apontamento de um ou outro aluno, corrigia uma palavra ou recomendava o acréscimo de uma vírgula.

O método do ditado por meio de leitura é condenável. Derroga tôdas as finalidades educativas da Matemática. Não apresenta vantagem didática alguma.

9 — VANTAGENS PARA O PROFESSOR

O deplorável método do ditado por meio de leitura oferece, porém, certas vantagens para o professor que o adota. Citemos as mais imediatas:

1) é de extrema comodidade para o professor;
2) é simples na prática;
3) não exige preparo algum do professor;
4) torna o professor de Matemática (no caso em que o ditado é bem feito) auxiliar do professor de Linguagem.

10 — DESVANTAGENS DO DITADO POR MEIO DE LEITURA

Reúne êsse método tôdas as desvantagens apresentadas para os métodos anteriores. É um verdadeiro atentado a todos os princípios e postulados da Pedagogia. Só pode ser adotado por um professor displicente, ignorante ou incapaz [4].

O Prof. Edésio de Oliveira mostra que o grande mal, dêsse método, é implantar no espírito do aluno uma intran-

---

demonstração para a turma, pois ela (dizia) não enxergava bem" — Depoimento da Prof.ª Lola de Oliveira Rocha, no Curso da P. U.C., realizado em julho de 1956, em Pôrto Alegre.

(4) Contou-nos o Prof. Amaury Pereira Muniz (do Colégio de Nova Friburgo) que já assistiu, como aluno, a várias aulas de Português apresentadas pelo método do *ditado por meio de leitura.* Essas aulas eram ministradas em estabelecimento oficial.

Já tivemos, também ocasiões de ouvir uma aula, de Matemática (sôbre *Razões* e *Proporções*), dada por êsse método. O *ditado, por meio de leitura,* era feito pela antiga Aritmética de Viana. A professôra ditava vagarosamente a lição, caminhando entre as carteiras e, às vêzes, observando o apontamento de um ou outro aluno, corrigia uma palavra ou recomendava o acréscimo de uma vírgula.

sitiva aversão pelo livro. E comenta essa atitude dos jovens que êle denominaria *bibliofobia*:

> Os estudantes criam horror ao livro; acham dificílimo o estudo de qualquer assunto pelo compêndio. Chegam até a pensar que é impossível estudar pelo livro *para um exame* de Matemática, quando a verdade é precisamente o contrário. Compete ao professor mostrar ao aluno como deve estudar a matéria pelo livro e como deve preparar-se *para um exame* com o seu uso (o grifo é nosso) [5].
>
> De resto, a Portaria n.º 501, do Ministério da Educação, com justa razão estabelece: "É vedado o ditado de lições constantes nos compêndios, bem como de notas relativas a pontos de programa".

Em relação ao método do ditado por meio de leitura, podemos concluir o seguinte:

É um método péssimo, deseducativo, antididático, que exprime a negação de todos os preceitos pedagógicos. Deve ser abolido.

11 — MÉTODO DA AULA DITADA E ESCRITA NO QUADRO-NEGRO

O método do ditado oferece uma terceira modalidade que é tida como altamente eficiente por muitos professôres de Matemática.

Eis em que consiste:

Tôda matéria da aula, além de ser ditada pelo professor, é, também, pelo próprio professor escrita (por extenso) no quadro-negro.

O professor vai falando em voz alta e ao mesmo tempo, escreve o que diz no quadro-negro; os alunos copiam servil-

(5) Sente-se que o Prof. Edésio de Oliveira tem a preocupação do *exame* e não da aprendizagem da Matemática. Adota o lema tipicamente imediatista: *Primeiro o exame, depois a Matemática.* O objetivo é ensinar Matemática e não preparar para exame. O trecho citado, do Prof. Edésio de Oliveira, encontra-se num artigo publicado por êsse professor em *A. P.*, n.º 29, set. de 1954.

mente o que vai sendo escrito. O ditado é acompanhado das figuras, que os alunos reproduzem, ou deveriam reproduzir com a maior fidelidade. Ésse método não passa, afinal, de uma modificação do método do ditado corrente.

12 — VANTAGENS DO DITADO ESCRITO NO QUADRO-NEGRO

Embora desaconselhado (pois é péssimo sob muitos pontos de vista) êsse método do ditado escrito no quadro-negro oferece algumas vantagens:

1) reduz ao mínimo os erros nos apontamentos dos alunos;
2) constitui, para os alunos (quando a aula é bem planejada e bem desenvolvida), um ótimo exercício de linguagem;
3) é disciplinador, pois obriga a classe a permanecer em relativo silêncio *copiando* o ditado;
4) é econômico, pois a aula pode ser dada a uma turma numerosa;
5) exige que o professor domine, por completo, o tema ensinado;
6) obriga o aluno a fazer o seu *caderno* de apontamentos.

13 — DESVANTAGENS DO DITADO ESCRITO

É quase impossível arrolar tôdas as desvantagens dêsse detestável procedimento didático. Limitemo-nos a destacar as mais importantes:

1) torna a aula fatigante e desagradável para o aluno;
2) não permite ao professor verificar se os alunos estão ou não compreendendo a explicação;
3) não estabelece laços de amizade entre o professor e os alunos;
4) não permite que o professor conheça as dificuldades e problemas dos alunos;

5) exige muito tempo;
6) afasta o aluno do compêndio; o aluno toma o horror pelo livro (6);
7) não ativa a imaginação do aluno;
8) sacrifica a parte formativa da Matemática (7).

14 — MÉTODO TRABALHOSO

Em relação a êsse método do *ditado escrito no quadro-negro,* podemos concluir:

É bastante trabalhoso para o professor, e, por isso, raramente empregado no ensino da Matemática. Há professôres que só o adotam na apresentação de certos pontos do programa: Formas ilusórias, Cálculo de Pi, Conceito de Derivada, Integral definida, etc.

A prática não o recomenda. Poderá ser adotado (parcialmente) para certos problemas importantes que o professor deseja destacar de modo especial. Mesmo nesse caso a parte ditada deve ser curta, fácil e de alto interêsse para o aluno (8).

(6) Êsse método detestável faz com que o aluno sinta-se, mais tarde, incapaz de estudar pelo livro.

(7) Todos os tratadistas de *Didática* destacam o valor formativo e informativo da Matemática. Contribui a Matemática de maneira fundamental para o desenvolvimento do raciocínio. Cf. CAMBIOGGIO, *A.,* 9.

(8) Apreciando a técnica do ditado, ensina o Prof. R. Walnir C. Chagas: "O ditado não deve ser longo, nem difícil, nem fácil demais. Quando longo, cansa e torna-se monótono, convindo, por isso, que seja reduzido em extensão sem, contudo, perder a integralidade de sentido que há de necessàriamente possuir". Cf. CHAGAS, *D.,* 345.

CAPÍTULO XIV

MÉTODO DA LEITURA EM CLASSE

Citamos essas aberrações. Mas só as citamos para serem evitadas.

MATTOS, *D.*, 316.

1 — MÉTODO DA LEITURA EM CLASSE

Eis em que consiste êste antiquado e enfadonho método de ensino:

Cada aluno leva, para a aula, o compêndio indicado e adotado pelo professor. Sentando à mesa, de livro na mão, o professor abre o compêndio na página marcada e dirige-se a um dos alunos:

— Leia, Paulo!

O aluno apontado inicia a *leitura* em voz alta. O professor, de vez em quando, corrige uma palavra ou retifica uma pontuação. A turma deve acompanhar atenta a palavra do ledor. A *leitura,* em certas classes, é feita, sucessivamente, por vários alunos chamados pelo professor.

Outra modalidade largamente adotada é a seguinte:

A leitura da lição é feita, não por um aluno, mas pelo próprio professor (1).

---

(1) Em relação ao método da leitura, eis o que nos relatou um licenciado da Faculdade de Filosofia do Recife: "Seria quase injustiça não falar do nosso professor da cadeira de Filosofia. Muito original. Em suas aulas usava sistemàticamente o tal sistema da leitura. Convencido, porém, que o seu procedimento não era dos mais recomendados procurava o ilustre mestre despistar os seus maliciosos alunos. Eis o recurso (bastante ingênuo) de que se valia. Colocava o livro, já aberto, na lição marcada, dentro da gaveta da mesa. Ao chegar, como catedrático, sentava-se com muita pose e abria, disfarçadamente, um palmo ou palmo e meio da misteriosa gaveta; isso feito, passava a ler a lição, de cabeça baixa, como se estivesse meditando sôbre o assunto. Mostrava-se, de quando em quando, reticente, para fingir que não estava lendo e, sim, discursando. A erudição dêsse mestre vinha de mísera sabedoria engavetada".

No método da lição marcada para leitura em classe não existe a participação ativa dos alunos; falta aos estudantes o estímulo; o trabalho da aprendizagem não oferece o menor interêsse. Tudo é falho e errado.

2 — DESVANTAGENS DO MÉTODO DA LEITURA EM CLASSE

Êsse método da leitura em classe enfeixa tôdas as desvantagens já apontadas para os métodos anteriores.

É severa a crítica feita a êsse método, impiedosamente derruído pelo Prof. Rafael Grisi:

> Prática absurda, mas que ainda encontra adeptos. O professor marca a lição, de páginas tantas, a páginas tantas... No dia seguinte, transformando a aula de Geografia ou História, de Gramática ou Química, em *lição de leitura* do tipo das que se fazem nas classes primárias, manda que os alunos, uns após outros, leiam o texto, devendo os demais acompanhá-los nos respectivos exemplares do compêndio. Com um ou outro comentário sôbre os tópicos mais difíceis dá por sabido o *ponto*... e passa nova lição para a aula seguinte. Dando o sinal de término da aula, sai de consciência tranqüila, certo de haver cumprido o seu dever... Que dizer de tais mestres? Melhor não dizer nada... (2)

3 — O ALUNO E O MÉTODO DA LEITURA

Dentro dêsse método de leitura em classe, o aluno *não estuda;* lê, apenas, a lição na presença do professor. Lê ou ouve um colega ler.

O professor não orienta, não esclarece, não procura despertar o menor interêsse do aluno pelo assunto da lição.

---

(2) Cf. Grisi, *D.*

Dada a sua forma antididática, êsse método não apresenta, para o ensino, vantagem alguma que o recomende [3]. Deve ser totalmente abolido de nossas escolas.

4 — VANTAGENS DA LEITURA PARA O PROFESSOR

Nada menos de quatro vantagens (para o professor) oferece êsse método denominado *método da leitura*.

1) é extremamente cômodo;
2) não exige esfôrço algum do professor;
3) não exige preparo algum do professor;
4) convém a qualquer professor.

Acrescentemos, ainda, em relação a êsse método:

a) serve para qualquer turma;
b) não exige material algum (além do compêndio).

Alguns professôres adotam êsse método e alegam, como desculpa, "que é o único que não exige o uso obrigatório do quadro-negro" [4].

5 — UM MÉTODO PÉSSIMO

Apesar das comodidades que oferece ao professor displicente ou relapso, o chamado *método da leitura* é péssimo. Poderia merecer, sem exagêro, o qualificativo de *criminoso*. Afasta-se cem léguas de todos os bons preceitos didáticos [5].

(3) Era o método usado nos tempos antigos. A função do professor consistia em *ler* a lição diante dos alunos, pois os livros eram raros, caríssimos e os alunos aprendiam *de ouvido*. Dêsse sistema de ensinar lendo, decorre o professor a denominação de *lente*, do latim *legente*, "o que lê". Em espanhol, *leyente;* em italiano *leggente*. Cf. NASCENTES, *D.*, 294.

(4) Êsse método desacredita a Matemática. Observa R. Courant: "Grave perigo ameaça, atualmente, o lugar ocupado pela Matemática na educação. E a responsabilidade cai sôbre os professôres de Matemática". Cf. COURANT, *Q.*, 71.

(5) Ouçamos o depoimento de antigo aluno do Colégio Pedro II: "Tive, no Colégio Pedro II, um professor de História da Civilização, que adotava o método da lição com leitura sucessiva em classe. Êsse professor, de quando em vez, durante a aula, interrompia o aluno ledor e dizia, categórico: "Não interessa! Pula! E isso ocorria sempre que na lição marcada aparecia um trecho escrito em corpo menor. Êsse trecho, na opinião do mestre, não inte-

"Em nossos dias — escreve o Prof. Leodegário Amarante de Azevedo Filho — a Didática se define como direção técnica da *aprendizagem.* Na definição, vê-se, logo, entre o conceito de aprendizagem que se caracteriza, em *Psicologia Educacional,* pela integração de novas experiências. A atividade profissional do mestre, pois, consiste em *dirigir aprendizagens.* E, por ser essencialmente individual o ato de aprender o ensino requer interêsse e participação ativa dos alunos nos trabalhos de classe. A *aprendizagem,* portanto, é um processo psicológico que se caracteriza pela incorporação de experiências novas ao patrimônio individual, num ambiente de estímulos capaz de gerar interêsse. E a *direção técnica dessa aprendizagem é a Didática,* que se desenvolve dentro de fases ou etapas formadoras do ciclo docente" (6).

6 — O PROFESSOR E O MÉTODO DA LEITURA

Por dois motivos é o professor compelido a adotar o método da leitura em classe:

1.º) incompetência completa;

2.º) preguiça ou relaxamento.

Com efeito.

1.º) O professor sendo nulo, no assunto que pretende lecionar, não poderá adotar o método clássico de preleção, nem o método do ditado corrente. O método do ditado, sob a forma de leitura, exige certos cuidados que escapam à alçada do mestre incapaz. Que diríamos, então dos métodos progressistas? Os métodos progressistas estão fora do alcance do professor despreparado. Conclusão: Para o professor nulo, não existe outra solução: *leitura em classe.*

---

ressava e o "ledor" devia *pular.* Como se chamava êsse professor? Confesso que não me lembro. Êle, na nossa turma, era conhecido, ùnicamente, pelo apelido de "Não Interessa Pula", ou ainda "Não Interessa". Parece inútil acrescentar que o *Não Interessa Pula,* durante o ano inteiro, nunca deu uma aula! Cinco ou seis anos depois, um colega quis conversar comigo sôbre êsse professor e recordar os velhos tempos. Declarei logo: "Não Interessa! Pula!"

(6) Cf. AZEVEDO FILHO, *D.,* 13-14.

2.º) Quando o professor é indolente, foge, é claro aos métodos que exigem trabalho, atividade em classe, estudo dirigido, argüição, laboratório, jogos, etc. E inspirado pela intransitiva preguiça, o professor segue a marcha mais simples e mais cômoda: *leitura em classe.*

Das críticas e observações feitas, será fácil concluir:

O método da lição dada por meio de leitura em classe figura entre os piores métodos de ensino. Deve ser proibido (7).

(7) Há professôres que ficam bem marcados, na lembrança de seus alunos. Aqui transcrevemos pequeno trecho das *Memórias* de antigo aluno do Colégio Pedro II (Externato): "Curioso sistema adotava o nosso velho professor de Cosmografia, o Doutor O. S. R. Homem de larga cultura e invejável erudição. Com a aula marcada para as dez horas, só aparecia (era fatal) dois ou três minutos depois das dez e meia. Chegava sempre sobraçando a sua pasta, parava na porta e olhava para os alunos que o aguardavam em silêncio. E, depois, erguia os olhos para o céu: e dizia, então, muito sério, meio soturno: "Dar aula de Cosmografia com um tempo assim, triste e chuvoso? (O tempo estava realmente péssimo. O céu escuro, côr de chumbo, desfiava uma chuvinha fria, cacête, quase molecular. Tudo molhado! Tudo enlameado!). — Dar aula de Cosmografia com essa chuva? (insistia o professor). Nunca! Seria um atentado à Ciência! Flammarion jamais perdoaria. Leiam a lição marcada, no compêndio, pois eu tenho, hoje, muito que fazer". E lá se ia êle embora, rápido, depois de assinar o ponto, escondendo a pasta debaixo da sua capa de gabardine cinzenta. Mas se o dia estava claro e límpido, o nosso catedrático de Cosmografia, mudava de atitude. Mudança radical, completa. Aparecia às doze e meia trajando o seu terno branco, bem alinhado, com a magnífica pasta de couro na mão. Olhava, como sempre, para os alunos, fitava, risonho e feliz, o céu azul (bem lavado, límpido e suave), e dizia, em tom alegre, meio declamativo, parodiando Bilac: "Dar aula de Cosmografia, com um dia assim, com um Sol assim, com um céu assim? Nunca! Seria um crime! Flammarion jamais me perdoaria. Leiam a lição marcada no compêndio, pois eu tenho hoje muito que fazer". Assinava o ponto (o ponto era infalível!) e desaparecia como um meteoro lá para as bandas da Secretaria. O dia estava, realmente, lindo. As meninas cantarolavam recostadas nas carteiras; os rapazes, alheios ao inspetor, planejavam seus passeios e brincadeiras. Um colega (com duas ou três constelações de espinhas na cara) perguntou-me: "Como se chama êsse método de ensino em que o professor nunca dá aula e manda a gente ler?" Respondi que era o método da *leitura.* Leitura livre no compêndio adotado. E tudo resultava do tempo bom ou mau. Havia, porém, uma coisa que me intrigava: "Quem seria afinal, êsse tal Flammarion? Ora, parente do Diretor, do Dr. Gabaglia, com certeza..."

CAPÍTULO XV

O MÉTODO DA LIÇÃO MARCADA

> Só a rotina, aliada ao desmazêlo de um relapso, pode manter aquilo que a prática condena e o bom senso repele.

1 — A LIÇÃO MARCADA E SUAS MODALIDADES

Depois de estudados os detestáveis *métodos do ditado* e da *leitura em classe* passamos ao método mais obsoleto e condenável na Matemática: *o método da lição marcada.* São três os tipos a considerar:

1) lição marcada com interrogatório sucessivo;
2) lição marcada com interrogatório individual;
3) lição marcada por meio de exercícios.

Êsse método da *lição marcada,* que alguns autores denominam método *examinativo* ou método *recitativo,* recebeu de Fausto I. Toranzos a denominação de *método de leitura em textos* (1).

Consiste êste método — esclarece o Prof. Toranzos — em dar ao aluno um livro no qual são assinaladas certas páginas e essas páginas marcadas o aluno deverá repetir em classe, sob o olhar autoritário do professor. O mestre aguarda, com uma atitude de juiz, o término da exposição, para decidir do seu mérito.

Mesmo combinado com o anterior — método clássico da preleção — (transcrevemos, ainda, as observações do Prof.

(1) Cf. TORANZOS, *E.,* 122. Sôbre outras denominações, veja: YOUNG, *F.,* 90.

Toranzos) oferece êsse método graves defeitos, pois em geral converte o aluno em mero repetidor e memorizador. Ao estudante não superdotado o texto se apresenta como uma imposição da escola, que não estimula o espírito à análise e à crítica, uma vez que não passa do modêlo mais indicado para que nêle nada se aprenda (2).

Acrescente-se a tudo isso a má qualidade dos textos comumente adotados, nos quais os autores desvirtuam totalmente os objetivos da Matemática (3).

2 — MÉTODO DA LIÇÃO MARCADA COM INTERROGATÓRIO SUCESSIVO

Vejamos em que consiste, sob essa modalidade, o método da *lição marcada.*

O professor adota um compêndio e segue rigorosamente êsse compêndio "marcando a lição". Ao terminar a aula previne aos alunos sôbre a matéria que vai ser exigida na aula seguinte:

— "Na próxima lição estudaremos todos os teoremas desde a página 11 até a página 28".

Ou então:

— "Na próxima aula vou *tomar* de vocês tôdas as propriedades das proporções" (da página tal até a página tal).

Ao iniciar o trabalho de classe, o mestre chama um aluno qualquer e, de livro aberto na sua frente, interroga:

— "Vamos! Demonstre o primeiro teorema de hoje!" O aluno, argüido dêsse modo, toma o giz, vai para a pedra e desenvolve a demonstração. O professor confere, pelo livro, a exatidão do raciocínio (ou dos cálculos) e atribui uma

(2) Combinado ou não com o método expositivo, o método da lição marcada é péssimo. Convém acrescentar: o professor que adota a lição *marcada* não faz preleção. A sua tarefa, perante a classe, consiste, apenas, em *tomar a lição*. O Sr. Toranzos não está bem esclarecido sôbre o problema.

(3) O Prof. Toranzos mostra-se pessimista em relação aos livros-textos. E tem razão. O seu livro, sôbre o ensino de Matemática, é um exemplo vivo da má qualidade dos textos.

nota ao aluno. Em seguida, chama outro aluno que se encarrega de *estudar* o teorema seguinte. E assim por diante (4).

Método antididático por excelência, não oferece a menor vantagem para o aluno.

3 — VANTAGENS DA LIÇÃO MARCADA, PARA O PROFESSOR

Para o professor, e sòmente para o professor, oferece êste método certas vantagens. Destaquemos as seguintes:

1) serve para qualquer professor;
2) não exige esfôrço algum do professor;
3) obriga o aluno a estudar a lição marcada;
4) facilita o contrôle do diretor sôbre a matéria já *apresentada* pelo professor (5).

4 — DESVANTAGENS DA LIÇÃO MARCADA

Êsse método enfeixa tôdas as desvantagens já apontadas para os métodos anteriores.

O ensino, por êsse método, não chega a ser ensino. É um *pseudo-ensino*. A tarefa do professor se resume em *tomar* a lição. "Conheci um professor, na Bahia, que adotava êsse método da lição marcada e tinha o requinte de exigir dos alunos as demonstrações decoradas" (Depoimento da Prof.ª Arlete Vieira de Jesus, assistente da Faculdade de Filosofia da Bahia) (6).

---

(4) "Lembro-me daquela professôra que nos obrigava a repetir os teoremas, ponto por ponto, vírgula por vírgula, exatamente como estavam no compêndio. E que pavor nos causavam os tais *teoremas decorados*" (Depoimento da Prof.ª Wanda de Azambuja Camargo, no Curso da P. U. C., julho de 1956, Pôrto Alegre).

(5) "A preguiça mental do professor é, em geral, maior do que a preguiça mental do aluno". Cf. CATUNDA, *P.*, 24.

(6) Interessante relato ouvimos de outra educadora baiana. Eis o que nos conta a Prof.ª Eunice Brito Teixeira, da cidade de Jacobina: "A minha primeira professôra (lembro-me como se fôsse ontem!) ensinava pelo método decorativo. Os livros adotados eram todos da coleção F. T. D., pelo velho sistema das perguntas e respostas. Quando o aluno saltava uma só palavra da pergunta marcada, a professôra o obrigava a ficar de pé em cima de um banco com o braço para cima até que soubesse tudo direitinho. Era, depois,

5 — A LIÇÃO MARCADA E O FONÓGRAFO

Ao método da "lição marcada", como já dissemos, denomina J. W. A. Young *método examinativo,* e escarpela severamente o antididatismo dêsse método já condenado pelo bom senso. Eis como Young aprecia a lição marcada (7):

> No *método* examinativo o mestre marca aos alunos algumas tarefas para realizar, geralmente, uma parte do texto para mencionar os problemas para resolver. O tempo destinado ao trabalho da classe é empregado no que chamamos de exame oral dos alunos pelo mestre, que verifica, assim, por meio de perguntas se os alunos cumpriram ou não as tarefas assinaladas. Êste método, em última análise, reduz o mestre a pouco mais que uma máquina. Não presta mais ajuda, estímulo ou inspiração aos seus alunos de que prestaria o relógio que fôsse destinado a marcar a hora de chegada à oficina do trabalhador ou à balança na qual fôsse pesado o resultado da tarefa final de cada um. Seria fácil, na realidade, imaginar uma espécie de fonógrafo que fizesse um trabalho exatamente igual ao dêsse professor. Êsse fonógrafo permaneceria silencioso enquanto o aluno repetisse as palavras do texto ou desandaria a gritar: Errado! Adiante! quando o estudante dissesse frase diferente do texto. É difícil imaginar o conceito desabonador que poderíamos dizer em relação a êste método que, felizmente, já desapareceu quase por completo (8).

6 — UMA AULA SEM PALAVRAS

O trabalho de classe, dentro dessa forma absurda de ensino, poderia oferecer, por vêzes, para o professor, a opor-

---

interrogado pela segunda vez; se o pobrezinho errasse, isto é, persistisse no êrro, a *Santa-Luzia* (palmatória) aparecia e o *bôlo cantava* (como dizíamos). E cantava mesmo!"

(7) O trecho a seguir, com pequenas modificações, foi tirado do livro YOUNG, *F.*, 90.

(8) Essa afirmação, dita assim em tom aruspicino, revela o otimismo de J. W. A. Young. O método da lição marcada é ainda largamente empregado especialmente no Brasil. Enrarecido em algumas cidades, pelo esfôrço constante dos bons didatas, é ainda êsse método adotado por mestres incompetentes em muitos centros educacionais do nosso país.

tunidade de uma aula sem palavra. Copiemos esta citação de Young:

> Assinalava-se um teorema como lição. Na aula seguinte cada aluno deveria recitar, *ipsis litteris,* a demonstração do teorema marcado, segundo o livro. Aos que conseguiam tal proeza, marcava o mestre, como nova lição, o teorema seguinte do livro. Aquêles que erravam tinham que repetir o teorema não decorado. Pouco a pouco iam os alunos ficando com teoremas diferentes. O manejo da classe fazia-se da seguinte maneira: Ao entrar, o professor designava o primeiro aluno para fazer a exposição do teorema que lhe cabia; depois o segundo e, assim, sucessivamente. Com um sinal especial, o mestre assinalava os alunos que haviam *sabido* o teorema *passado,* e a êstes determinava que deviam preparar o teorema seguinte para a próxima vez; com outro sinal, recebiam os demais alunos ordem para repetir o teorema. O professor orgulhava-se de poder dirigir, desta forma, uma classe, sem pronunciar uma única palavra (9).

E Young, desacautelado, acrescenta entolecido pelo seu intransitivo otimismo:

> Provàvelmente já não se encontra em parte alguma êsse tipo extraordinário de mestre, porém, não nos achamos ainda todos suficientemente distantes dêle para que nos asseguremos de que o perigo esteja totalmente eliminado. O ensino pela memorização não foi abolido de forma tão completa, ao ponto de evitar que um educador, simples observador no que se refere à Matemática, haja podido dizer:
>
> Ambas as disciplinas (Latim e Álgebra) pertencem ao grupo das matérias que mais exigem memorização e estão razoàvelmente livres das aterradoras exigências dos processos racionais superiores (10).

(9) REDIT, *M.*, apud YOUNG, *F.*, 90.

(10) A. H. Sage, Escola Normal do Estado de Wisconsin — "School Science", maio de 1903. Uma afirmação análoga fêz Spencer (*Liberal Education and where to Find it*): "Duvido que um estudante, entre quinhentos, alguma vez discorra sôbre uma regra de Aritmética, ou conheça seu Euclides de outra maneira a não ser pela simples memorização". Cf. YOUNG, *F.*, 91, nota.

7 — MÉTODO DA LIÇÃO MARCADA COM INTERROGATÓRIO

Apresenta o método da "lição marcada" uma segunda modalidade que é de uso freqüente em muitos colégios.

De acôrdo com essa modalidade, a lição é marcada com um ou dois dias de antecedência. O professor chama um aluno ao quadro-negro e, a pretexto de interrogar êsse aluno, e com auxílio do livro (que é por êle consultado a todo momento), vai ensinando ou recordando o ponto do programa que "marcou" para aquela aula. Tôdas as demonstrações são feitas, no quadro-negro, pelo aluno escolhido, que segue a orientação indicada pelo professor. O aluno escolhido permanece na pedra do princípio até o fim da aula.

8 — VANTAGEM ÚNICA DA LIÇÃO MARCADA COM INTERROGATÓRIO

Apesar da sua impropriedade oferece êsse método uma única vantagem que deve ser apontada:

O aluno chamado, quando bem orientado, recebe forte incentivo do professor. Excluído êsse aluno, a parte restante da classe é dolorosamente sacrificada pelo antididatismo do professor.

9 — DESVANTAGENS MÚLTIPLAS DA LIÇÃO MARCADA COM INTERROGATÓRIO

Êsse método enfeixa, como é fácil perceber, tôdas as desvantagens já apontadas para os métodos anteriores. É uma das formas mais seguras para o professor que deseja criar no espírito de seus alunos, aversão e horror pela Matemática.

Já tivemos oportunidade de assistir, na Escola de Cadetes de Pôrto Alegre, a uma aula de Matemática dada pelo método do *interrogatório individual*. Tema da aula: "Fórmula de Moivre". Durante tôda a aula, o professor (que era, aliás, um major do Exército), manteve-se de costas para a turma, e só dava atenção ao cadete que se achava, sob argüição, no quadro-negro.

A conclusão a que chegamos em relação a êsse método pode ser expressa em poucas palavras:

— É péssimo! Deve ser abolido e terminantemente proibido.

Só a rotina, aliada ao desmazêlo de um relapso, pode manter aquilo que a prática condena e o bom senso repele.

10 — MÉTODO DA LIÇÃO MARCADA POR MEIO DE EXERCICIOS

Dentro da *Didática Especial da Matemática* é de largo emprêgo o método da aula sob a forma de exercício.

O roteiro para êsse *método* é o seguinte:

O professor adota um livro de exercícios ou um *manual*, e marca, no término de cada aula, os *exercícios* que deverão ser efetuados na aula seguinte. Iniciada a aula, um aluno vai para o quadro-negro e começa, auxiliado pelo professor, a resolver os exercícios *"marcados"* para aquêle dia. O ensino (dentro do espírito dêsse método) se resume nessa tarefa: Resolver exercícios do livro adotado [11].

A parte conceitual da Matemática é inteiramente desprezada.

São nulas, para o educando, as vantagens oferecidas por êsse método, pois dêle só podem decorrer vantagens para o professor. E entre estas, apontamos as seguintes:

1) é de extrema comodidade;
2) é de fácil execução;
3) exige diminuto preparo do professor;
4) deixa a impressão de que os alunos estão preparados;
5) é disciplinador.

(11) Já vimos êsse método deplorável aplicado no ensino da Física, no Curso Clássico.

O método da lição marcada em exercícios é preferido pelos explicadores (maus explicadores) dos cursos particulares. As lições são controladas pela maior ou menor quantidade de exercícios resolvidos. O explicador não prepara a aula; *toma*, apenas, a lição do aluno, resolvendo os exercícios propostos (em tarefa) pelo professor e em exercícios do compêndio.

11 — UM MÉTODO CONDENADO: A LIÇÃO MARCADA

Em relação ao "método da lição marcada" (qualquer que seja a sua modalidade) podemos afirmar com a maior segurança sem tergiversar:

Trata-se de um método condenado pela Didática, que deve ser abolido. São péssimas as suas conseqüências e incalculáveis os danos causados na formação do espírito dos jovens estudantes.

Mas (há sempre um *mas!*) apesar dos graves inconvenientes que oferece, êsse método da lição marcada é encarado com acentuada simpatia por figuras de alto relêvo em nosso magistério. Vejamos o que escreveu a Prof.ª Irene Mello Carvalho, Assistente de Didática da Faculdade Nacional de Filosofia:

> O grande educador norte-americano Henry Morrison, há pouco falecido, dizia, em relação ao setor intelectual, que a finalidade máxima da escola secundária é "transformar o aluno em verdadeiro estudante". Aceitando-se esta premissa, o velho sistema de "marcar e tomar a lição", em certa medida, era bem mais eficaz que os métodos ora empregados, desde que, é claro, o mestre "tomasse a lição" de forma inteligente, ou seja, elucidando o que fôsse difícil à compreensão para a classe e não aceitando respostas mecânicamente memorizadas.
>
> Hoje, o professor, ao invés de em cada aula controlar o estudo do aluno, expõe a matéria. Assim fazendo, êle permite que muitos alunos apenas "ouçam" preleções e façam um estudo apressado e perfunctório nas vésperas das provas mensais e parciais. O resultado é, como não poderia deixar de ser, um verdadeiro desastre. O gôsto

do estudo e o domínio das técnicas racionais de trabalho intelectual não são desenvolvidos nesta situação e assim não se atinge o objetivo da educação secundária, quanto ao desenvolvimento da intelectualidade. Queremos aqui salientar que neste trabalho só estamos considerando, em relação à escola secundária, seu aspecto formativo em face do sector intelectual; o desenvolvimento dos outros planos da personalidade, como o moral, o social, o artístico, o físico, etc., escapam ao fim a que nos propusemos [12].

(12) Cf. Irene Mello Carvalho, de uma *tese apresentada à 1.ª Conferência Nacional de Estudo sôbre a Articulação do Ensino Médio e Superior.*

CAPÍTULO XVI

O MÉTODO HEURÍSTICO EM MATEMÁTICA

Saber interrogar é saber ensinar.

MONTANDON, in *Ed.*, out. de 1943, nº 27.

1 — O MÉTODO HEURÍSTICO (1)

Depois de motivar a turma, isto é, depois de despertar o interêsse dos alunos, o professor, por meio de hábeis perguntas, bem encaminhadas, intercalando-as com pequeninos problemas, faz com que os alunos descubram propriedades, formulem regras, enunciem teoremas, deduzam fórmulas e estabeleçam princípios.

O aluno é levado a uma verdade passando, sucessivamente, por tôdas as fases que deveria passar para descobrir essa verdade.

Êsse método é, também, chamado:

método da redescoberta
ou *método do interrogatório*
ou *método socrático.*

Em outra parte dêste capítulo, mostraremos a diferença fundamental entre *método socrático* e *método heurístico.*

(1) O vocábulo *heurístico* deriva-se do grego *heuritiko* que significa *descobrir.* Não aceita Ramiz Galvão a forma *heurístico* e recomenda o adjetivo *heurético* que, para êle, é a única forma aceitável do ponto de vista etimológico (Cf. RAMIZ, *V.*, 71). O Prof. Antenor Nascentes registra a forma *heurético* e rejeita *heurístico* e também *eurístico* (Cf. NASCENTES, *D.*). Na Didática, porém, a forma consagrada é *heurístico* (com *h*).

Observa o Prof. Paulo Mendes Viana: "Êste (o método heurístico) não é mais do que uma variante da velha *maiêutica* de Sócrates e ainda o mesmíssimo processo da redescoberta (*rediscovery,* como dizem os americanos do Norte) (2).

2 — DESCOBRIR É APRENDER

Os mais abalizados didatas, apoiados em longos estudos psicológicos, afirmam que o ato de aprender está vinculado, intimamente, com o ato de descobrir.

Discorre o Prof. Mário Gonçalves Viana sôbre o método da redescoberta e argumenta:

> Afirmou Renan: "Uma verdade só é boa para aquêle que a descobre". Acrescenta Emílio Girardin: "Esquecemos depressa aquilo que aprendemos; não esquecemos nunca aquilo que descobrimos".
>
> Foi com base neste fato psicológico que alguns pedagogos tentaram o *método da redescoberta,* o qual consiste em levar o aluno a passar, sucessivamente, pelas diversas fases que conduzem à descoberta. Está claro que não é possível fazer a recapitulação do processo primitivo das descobertas, porque as condições da vida social são diferentes, e o próprio mestre se encarrega de fornecer noções subsidiárias que esclarecem o assunto. Por outro lado é preciso atender a escolha dos assuntos que têm de se adaptar às possibilidades da escola e, também, à limitação imposta pelo tempo escolar. "Êste método — observa Planchard — acarreta o gôsto das investigações experimentais e desenvolve as qualidades de ordem e métodos de iniciativa pessoal" (3).

(2) Cf. VIANA, *E.,* 43. Em relação ao vocábulo *maiêutica,* explica o Prof. Paulo Viana: "Palavra originada do grego e que significa *arte dos partos.* Sócrates era filho de Fanarete, parteira de profissão e costumava dizer que sua mãe partejava os corpos, ao passo que êle partejava os espíritos" (VIANA, *E.,* 43, em nota). O Prof. Pedro Pinto observa: "Maiêutico é sinônimo de Obstetrícia e Sócrates dizia que atuar sôbre os ouvintes como um parteiro de idéias, promovia a parturição do intelecto". Cf. PINTO, *P.,* 53.

(3) Cf. VIANA, *P.,* 548. Êsse autor acrescenta: "Foi êste o método usado pelo grande filósofo grego, na Antigüidade, Sócrates, do qual lhe veio o nome. Pode desdobrar-se em dois ramos:

Mostra-nos Laisant, que ao longo do ensino da Matemática, o problema é sempre o mesmo: Fazer com que o aluno fique convencido, isto é, fique na doce ilusão de que nada foi, realmente, ensinado e que êle (aluno) descobriu tudo (qu'il découvre lui-même ce qui lui est en signé) (4).

3 — A ALEGRIA DE DESCOBRIR

Ao pôr em relêvo a excelência do método heurístico, escreve o Prof. Rafael Grisi:

> Conduza, pois, com arte, seus alunos de sorte que lhes crie e reserve a oportunidade de "descobrirem", por si próprios, algo de "novo". Pode haver maior alegria para a inteligência do que a de um descobrimento? Pitágoras sacrificou um hecatombe às Musas por lhe haverem concedido o privilégio do descobrimento do teorema que traz ainda hoje seu nome. Arquimedes exclamou de *júbilo*: *"Eureka!"* (Achei!) quando em meio do banho, descobriu o famoso princípio hidrostático, a que seu nome ficou também para sempre ligado. E Davy se pôs a dançar de pura alegria em seu laboratório, quando descobriu o potássio. Por que privar os alunos, na escola, da estupenda alegria do Eureka?! (5)
>
> O aluno, que descobriu algo de "novo", fica ansioso e motivado para novas descobertas, dedicando-se ao trabalho com redobrado interêsse e esfôrço. Se, em verdade, nada descobre de *realmente novo,* que importa? O que se lhe pede não é que faça progredir a ciência, mas que aprenda. Em Educação, procurar é fecundo porque exercita a inteligência e torna o aluno independente. O melhor professor é o que, mais cedo, consegue... tornar-se dispensável (6).

---

a) *método negativo ou irônico*: O professor finge-se ignorante, e faz sucessivas perguntas aos alunos, como se porventura, desejasse aprender;

b) *método positivo ou maiêutico*: O professor parte das respostas dadas pelo aluno, para, logo, fazer outras perguntas, seguindo do concreto para o abstrato, do particular para o geral.

Trata-se de um método que só é aconselhável quando os alunos possuam relativo desenvolvimento mental.

(4) Cf. LAISANT, *M.,* 160.

(5) A grafia correta poderia parecer *Heureka,* e não *Eureka.* Mas o *h* inicial, com espírito forte é posterior ao período arquimediano. Conclusão: Arquimedes escreveria *Eureka,* sem o *h* com espírito forte. Cf. NASCENTES, *D.*

(6) Cf. GRISI, *D.,* 45.

4 — VANTAGENS REAIS DA REDESCOBERTA

Para êsse método da redescoberta, capaz de achancar o caminho para o ensino da Matemática, podemos apontar as seguintes *vantagens* (7):

1) torna a aula movimentada e alegre;
2) desperta grande interêsse nos alunos;
3) torna a aprendizagem viva, ativa e segura;
4) orienta o raciocínio do aluno;
5) atrai para a Matemática a simpatia do educando;
6) estabelece laços de amizade entre o professor e o aluno;
7) desperta, entre os alunos, o espírito de cooperação;
8) põe em relêvo as qualidades didáticas do professor;
9) serve, de modo notável, para a verificação da aprendizagem (8).

"Êsse método — explana Chasteau — faz do professor um interrogador infatigável, cujas perguntas derivam sempre das respostas dadas e que só se julga satisfeito quando chega a tirar a conclusão geral e exata do fato que serviu de assunto."

"A interrogação socrática, quando empregada com habilidade, constitui a base fundamental da lição."

Mas é necessário ter uma grande habilidade para se fazer uso da interrogação socrática e não se deve interrogar a criança sôbre o que ela ignora absolutamente, sob pretexto de a exercitar, porque cumpre partir de fatos conhecidos e familiares para os desconhecidos, cuja apreciação o professor pretende atingir" (9).

---

(7) No livro *Palestras sôbre o Ensino*, de Francis Parker, encontramos esta notável observação: "Definições, regras, processos, problemas, tornar-se-ão um excelente meio de desenvolvimento mental, se cada um ou todos forem descobertos pela própria ação dos alunos; enquanto que aprendidos e aplicados em forma de padrão, como geralmente se faz, a única virtude que têm é o esconderem o pensamento e aumentarem a ignorância" (Cf. Parker, *P.*, 71).

(8) O aluno é levado a perceber, em certos casos, as soluções intuitivas. Cf. Bouligand, *A.*, 12.

(9) Cf. Chasteau, *L.*, *apud* Mário Gonçalves Viana (Cf. Viana, *P.*, 545). Veremos que não se trata de interrogação socrática (no sentido rigoroso do têrmo) mas sim da interrogação heurística. O leitor verá que, no método heurístico, não se deve empregar a chamada interrogação socrática.

5 — VANTAGENS DO MÉTODO HEURÍSTICO PARA O PROFESSOR

Especialmente para o professor, oferece o método heurístico duas vantagens que devemos sublinhar:

1) *Leva o professor a conhecer melhor a sua classe*

Com auxílio das perguntas bem ordenadas, o professor procede a uma verdadeira *sondagem* em relação à capacidade de seus alunos. No fim de pouco tempo já poderá apontar os mais fracos, os mais tímidos, os mais salientes, os mais perseverantes, os de maior inteligência abstrata, os mais interessados pelo estudo da Matemática, os mais perspicazes, os mais imaginosos, etc.

2) *torna o trabalho agradável*

Para o aluno é sempre agradável *descobrir* alguma coisa. Entre descobrir uma propriedade e aprender essa propriedade sob forma dogmática, o aluno prefere sempre o primeiro caminho. A redescoberta servirá, posteriormente, como forte elemento de motivação.

6 — O PROBLEMA DO TEMPO NO MÉTODO HEURÍSTICO

Asseguram muitos professôres a impraticabilidade do método heurístico por causa de um fator de alta relevância: o tempo.

O método da redescoberta, pela queixa dos professôres mais diligentes, exige muito tempo para aprendizagem.

Iludem-se os orientadores didáticos sôbre essa questão do tempo gasto com a *redescoberta.*

O tempo, que o método heurístico iria exigir em excesso, seria largamente recuperado com os resultados obtidos na aprendizagem. A perda de tempo é, portanto, aparente. Ouçamos os sensatos comentários de Young:

> Poderia parecer, teòricamente, que é *necessário mais tempo* para o redescobrimento do que para aprender e entender as demonstrações expostas no texto ou dogmàticamente pelo professor.
>
> E isso ocorre na prática, a princípio. Durante o primeiro mês, e mesmo nos dois primeiros meses, ganha-se pouco terreno, porém todos os que têm empregado o método heurístico, estão de acôrdo em que o desembaraço mental dos alunos obtido nesta primeira etapa, lenta, porém, sólida, torna depois possível um trabalho muito mais rápido, e que, ao terminar o ano, avançou-se mais com o método heurístico do que com os métodos ordinários. Antes que uma criança saiba caminhar, ganhar-se-ia mais tempo carregando-a no colo, na realidade, porém, será melhor para ela, aprender a caminhar [(10)].

André Fouché, em seu livro *A Pedagogia das Matemáticas* (Que título deplorável!), enfrenta corajosamente essa questão do excesso de tempo exigido pelo método heurístico, mas assegura que êsse excesso representa, no caso, um bom emprêgo de capital a ser recuperado com os juros em moeda da boa aprendizagem. Eis como discorre, em seu estilo confuso e emaranhado, o eminente catedrático da Escola Normal Superior de Paris:

> O verdadeiro esfôrço da descoberta consome, geralmente, muito tempo, mas acaba por fazer ganhá-lo (sic). Com efeito, o esfôrço que se dispende na descoberta é, sobretudo um esfôrço de adaptação a circunstâncias novas e imprevisíveis. É um esfôrço, muitas vêzes, longo, penoso e ingrato (sic). Se a descoberta chega a bom têrmo, surge uma lei simples e pode-se estabelecer uma regra que torna fácil o esfôrço de adaptação, quando as circunstâncias imprevistas se renovam; um hábito pode desenvolver-se em seguida, pelas repetições numerosas e freqüentes, e tal hábito se traduz, por fim, quase acessòriamente em ganho de tempo [(11)].

---

(10) Cf. YOUNG, *F.*, 102 e segs. Mostra, assim, Young, que o tempo que julgamos perder é recuperado mais tarde com larga vantagem para a aprendizagem.

(11) Cf. FOUCHÉ, *P.*, 4. O livro de Fouché, que acaba de ser citado, não passa de um amontoado confuso de lugares-comuns relacionados com a

7 — DESVANTAGENS DO MÉTODO HEURÍSTICO

Além do grave problema do tempo, o método heurístico, apesar de excelente, abre faces para algumas desvantagens. Poderíamos apontar, em forma sucinta, as seguintes:

1 — *Exige grande esfôrço do professor*

Já dissemos que, no método heurístico, o professor exerce o papel de *animador*. Deverá pois o mestre desenvolver contínuo esfôrço no sentido de incentivar os alunos, interessá-los no problema ou no teorema a redescobrir, motivar os mais fracos, ativar os mais tímidos e mais retraídos. De um professor, obrigado a dar 8 ou 9 aulas por dia, não será possível exigir tanto ânimo e tanta energia.

2 — *Só pode ser aplicado em turmas pequenas*

Se a turma fôr numerosa (exceder de trinta alunos) os estudantes mais tímidos serão forçosamente esquecidos, ficarão fora dos debates e não participarão do desenvolvimento heurístico do tema estudado. Alguns educandos inquietos por se sentirem fora das atividades, permanecerão desatentos e isso poderá ocasionar sérios danos para a boa marcha dos trabalhos.

O Prof. Paulo F. R. Mendes Viana enfrenta com justeza o programa:

> Dir-se-á, como alguns autores franceses, que o processo heurístico é um processo "à deux", inexeqüível em turmas grandes. A mesma objeção é feita ao *mé-*

Didática Especial da Matemática. Da desvalia dessa obra não cabe a menor culpa aos tradutores. O livro é, realmente, medíocre, ruim em todos os sentidos. Basta dizer que é um livro de Didática que se revela, em tôdas as páginas, de um deplorável antididatismo. É falso e errado até no título: *A Pedagogia das Matemáticas*. Apontaremos, mais tarde, alguns senões graves dessa obra, verdadeiro escárnio lançado contra o magistério brasileiro.

todo direto no ensino da línguas vivas, objeção que se tem obviado, reduzindo o número de alunos de cada turma. Solução idêntica se há de dar ao caso do ensino de Ciências, pois não existe ensino proveitoso, no curso primário e no secundário, senão aquêle que promove a atividade do aluno e esta é impossível em turma numerosa. Nestes, as aulas tendem, sempre, a degenerar em conferência (12).

3 — *Só dá bom resultado em turmas homogêneas*

Uma turma com elementos fortes e outros fracos, dificulta o emprêgo normal do método heurístico. Os alunos de baixo nível, sem base, sentem-se incapazes de acompanhar o raciocínio, a marcha do problema e atingir os objetivos visados. Essa diferença traz sérias dificuldades para o professor.

4 — *Exige qualidades excepcionais do mestre*

A verdade deve ser dita. Só um professor bastante hábil, competente e com bons predicados (desembaraço, paciência, vocação, simpatia pelo adolescente, etc.) pode obter resultados apreciáveis com o método heurístico. O professor se apresenta, como já dissemos, no papel de *animador* e deve saber, com arte, desempenhar as suas funções.

Dentro do Programa de Matemática, para o Curso Secundário, há certas teorias que não podem ser ensinadas pelo *método heurístico coletivo*. Estão nesse caso: a teoria dos determinantes, as funções trigonométricas, as frações contí-

(12) Exige o método heurístico, para ser aplicado com êxito, uma preparação especial do professor. Ouçamos a opinião de Young: "O método requer uma preparação especial da parte do mestre. Isto é indubitàvelmente certo. O mestre deve ter um sentido heurístico, e o método é incompatível com os procedimentos mecânicos da instrução. Apesar de ser o ensino heurístico a modalidade mais dificultosa, a simplicidade da Matemática põe êste método ao alcance do mestre com menos especial aptidão e aprendizagem do que se necessita para outras matérias. A Matemática é, por isso, apropriada, desde o ponto de vista da possibilidade de ensiná-la ou mesmo de aprendê-la, por ser *a principal matéria em que o aluno se vê obrigado sèriamente a fazer suas próprias observações e SUAS próprias descobertas*". Cf. VIANA, E., 44.

nuas, etc. Tôdas essas teorias envolvem certas noções firmadas em conceitos abstratos que o aluno não pode *descobrir;* o professor é obrigado a *ensinar* dogmàticamente. O método heurístico, tão útil e interessante, dentro de certos pontos do programa, não pode ser aplicado (13).

No interessante fascículo intitulado *Programa de Matemática* incluíram as suas autoras esta recomendação, cuja importância parece inútil sublinhar:

> Melhor será que o aluno ache, sempre que possível, por si próprio, os processos que deve empregar neste ou naquele problema; para atingir tal objetivo deverá o professor guiar a classe convenientemente. Quando tal não seja possível, o professor fará, então, conhecer o processo, evidenciando as razões em que se baseia. E só em último caso, quando tais razões sejam por demais complicadas, se fará a aprendizagem mecânicamente, sendo que, no caso, servirá ao aluno como elemento de convicção quanto à certeza do processo (14).

8 — O MÉTODO ATIVO POR EXCELÊNCIA

Êste método — escreve o Prof. Imideo Giuseppe Nerici — é mais aconselhável para aprendizado de assuntos dos quais o aluno tenha poucos conhecimentos. É um método ativo por excelência. Apresenta, no entanto, o inconveniente de exigir muito tempo para a sua aplicação. Tem a vantagem de estimular o espírito de iniciativa, de pesquisa e de trabalho, pois o aluno é levado a redescobrir as características dos fatos estudados. Tem o mérito, também, de possibilitar a aprendizagem mais autêntica, eliminando a decoração (15).

---

(13) Em livro já bem antigo (1928) podemos ler: "Não será, talvez, demais, para a perfeita processão de nossas lições, lembrar ao professor de Matemática: "que nunca deve ensinar aos alunos aquilo que êles mesmos podem descobrir por si". Cf. Campos, *C.*, VII.

(14) Cf. *P. M.* do *D. F.*, 22.

(15) Cf. Nerici, *D.* Fala-nos o ilustre matemático paulista Prof. Omar Catunda, em método aristotélico... "pelo qual o aluno, na medida do possível, está descobrindo, por si mesmo, chegando às conclusões indicadas pelo mestre e aprendendo, assim, o que é o assunto das lições". Cf. *Anais,* I, 294.

No discurso de abertura do I Congresso Nacional do Ensino da Matemática (Bahia, setembro de 1955), assim falou a Prof.ª Marta Maria de Souza Dantas, secretária daquele notável certame:

> É preciso evitar o método dogmático que impõe o aprender antes do compreender; onde tudo toma aspecto de verdade revelada, em que é preciso acreditar, obedecer às regras, saber os teoremas de cor, agir depressa e não errar, porque o êrro é irreparável. O professor é infalível, desumano; é o super-homem que sabe e que não pode errar.
>
> O método heurístico, que se lhe opõe, admite a discussão. É mister compreender para aprender: assim tudo toma caráter de descoberta. Impõe-se a pesquisa; reencontrar os teoremas, reconsiderar as regras. O êrro não é senão um acidente fàcilmente reparável, e mesmo instrutivo, pois grita pela verdade até encontrá-la (16).

9 — O PRAZER DA REDESCOBERTA

Para o ensino da Matemática o método heurístico é de emprêgo vantajoso no Curso Primário. Ouçamos, a tal respeito, a opinião autorizada da Prof.ª Irene de Albuquerque, catedrática do Instituto de Educação do Rio de Janeiro:

> Proporcionar à criança o prazer de "redescoberta", em Matemática, é um direito que lhe tem sido negado, e isso, em detrimento do êxito do próprio ensino. Quando o educando é capaz de descobrir uma regra e chega sòzinho a enunciá-la, essa regra está sabida para sempre, e o acréscimo de tempo gasto, com a "redescoberta", não passou de alguns minutos. Se, ao contrário, na ânsia de economizar tempo e esfôrço, enunciamos, dogmàticamente, a regra, assacamos o "saber pronto" para a criança usar, estamos estruturando uma tarefa muito mais difícil e desinteressante, pois a fixação da aprendizagem vai se arrastar por vários dias; decorridas duas ou três semanas, voltaremos a insistir no mesmo assunto porque virá, fatalmente, o "esquecimento" apagar da lembrança, as regras enunciadas. A verdade deve ser dita: a criança esquece justamente porque nunca chegou a aprender.

(16) Cf. MARTA DE SOUZA DANTAS, in *Anais*, I, 258.

Nosso ensino apela muito para a memória; e como memória não significa inteligência, pode acontecer que a criança de inteligência normal, ou mesmo superior, deixe de aprender coisas elementares por não ter tido o amparo de uma boa memória (17).

10 — O MÉTODO HEURÍSTICO

Em relação ao método heurístico podemos concluir:

É de ótimo resultado para a aprendizagem. Deve ser aplicado sempre que houver oportunidade e o fator *tempo* permitir.

11 — O INTERROGATÓRIO NO MÉTODO HEURÍSTICO

O elemento básico, essencial, no método heurístico, é o *interrogatório,* feito pelo professor.

Êsse interrogatório é, em geral, reflexivo, isto é, leva o aluno a raciocinar, a meditar sôbre o assunto, a fim de chegar à verdade, *descobrir* a propriedade estudada, atingir a solução do problema.

No método heurístico as perguntas exigem cuidados especiais. E devem ser (18):

1) *muito fáceis e simples*

Nada de perguntas difíceis para a turma; o aluno deve perceber a resposta certa sem muito esfôrço, pela simples observação de um dado ou uma figura, ou pela sucessão lógica do raciocínio.

Exemplo: O professor aponta para uma figura e pergunta a um aluno:

---

(17) Cf. ALBUQUERQUE, *M.*, 2. Observe o leitor que a autora volta a bater na velha tecla do *acréscimo de tempo gasto.*

(18) A parte relacionada com o interrogatório, sua técnica, etc. já foi estudada em Didática Geral. Leia, com atenção, no Capítulo XIX, dêste livro, a parte relativa ao *interrogatório em Matemática.*

— Como exprime você, Pedro Augusto, por meio de uma igualdade, que os dois ângulos A e S são suplementares?

Resposta do aluno:

— Escrevendo $A + S = 180°$

2) *claras e precisas*

Nada de pergunta falsa, imprecisa: "Que nome tem a perpendicular *ao meio?*" Isso é errado. O certo seria: "Que nome tem, para um segmento, a perpendicular a êsse segmento e no meio dêle?" Não se levanta perpendicular *ao meio,* mas sim, ao segmento.

3) *adaptadas ao nível e ao desenvolvimento da classe*

Tenha o professor o cuidado de orientar o seu interrogatório de acôrdo com o desenvolvimento ou agilidade mental dos alunos.

Se se tratar de uma turma fraca, as perguntas devem ser de extrema simplicidade; estando, porém, lidando com uma turma de boa reação deverá o professor apelar para perguntas mais apuradas e, embora fáceis, de mais alcance heurístico.

Recomenda Toranzos que as perguntas, dentro do plano heurístico, sejam adequadas ao nível psicológico da turma [19].

4) *ser apresentadas dentro de uma ordem lógica, segundo o desenvolvimento do assunto*

Para evitar erros, nessa parte, cumpre ao professor planejar, com cuidado, o interrogatório. No método heurístico as perguntas ficam sempre ligadas por uma ordem lógica. Raramente poderá surgir uma pergunta que não seja elo nessa cadeia.

5) *animadas, sugestivas e variadas*

No método heurístico o professor se apresenta como um verdadeiro animador de programas; êste, isto é, o

(19) Cf. Toranzos, *E.*, 124.

programa, é feito pela turma. A função do professor consiste em animar, dar vida a êsse programa. As perguntas devem ser, portanto, *animadas, sugestivas e variadas,* de modo a prender, de forma contínua, a atenção do aluno [20].

Copiemos esta judiciosa observação do Prof. Euclides Roxo:

"Se em qualquer estudo a atenção é sempre solicitada, em Matemática imediatamente se trai, pelo êrro fatal a que conduz a mais leve falta de atenção. O próprio aluno sente a necessidade de uma atenção ininterrupta e a impossibilidade de conseguir qualquer resultado desde que o pensamento se afaste ligeiramente do assunto estudado" [21].

6) *dirigidas aos alunos, indistintamente, sem preferência ostensiva do professor pelos mais ágeis ou mais brilhantes*

No método heurístico o ideal é que *todos os alunos* sejam envolvidos no interrogatório. Não deve haver aluno esquecido; todos devem ser focalizados pelo professor. Se a turma fôr numerosa, não haverá tempo suficiente para o interrogatório estender-se a todos os alunos, sem exceção.

7) *de natureza a não sugerir a resposta*

Forma errada: Pergunta do professor: "As diagonais de um paralelogramo cortam-se ao meio?"

Resposta do aluno: "Sim".

---

(20) Reconhecem os educadores que, para a maior eficiência da aprendizagem, é necessário que o professor obtenha de seus alunos uma atenção viva (intensa) e contínua. Nesse ponto o Prof. Mário Gonçalves Viana é categórico: "Atenção — escreve o pedagogo português — tem de ser contínua e persistente". E chama a atenção para os indivíduos que não podem ser atentos: "O sonhador não aprende porque não consegue prolongar a atenção. O mesmo acontece aos leitores fanáticos de novelas e romances. O leitor de novelas perde-se ociosamente no vago, sem pensar nem imaginar; o eu parece limitar-se, quase exclusivamente à emoção e à fadiga. Um leitor apaixonado de novelas torna-se incapaz de concentrar e de prolongar qualquer esfôrço. Ainda mesmo que se trate de um adulto, pode continuar a ser mentalmente uma criança. Só lhe interessa o concreto e o emocional. É incapaz de uma leitura sólida e penetrante ou de um estudo abstrato". Cf. VIANA, *P.*, 261.

(21) Cf. Roxo, *M.*, 119 e 120.

Forma certa: Pergunta do professor: "Qual é a propriedade que apresentam as diagonais de um paralelogramo?"

Resposta do aluno: "As diagonais de um paralelogramo cortam-se reciprocamente, ao meio".

8) *oportunas*

Uma pergunta inoportuna, no método heurístico, perturba a marcha do raciocínio. Digamos que o professor interpele um aluno durante o interrogatório: "Você já esqueceu êsse caso de semelhança?" Essa pergunta (ou pergunta dêsse gênero) não tem cabimento (no método heurístico). Qualquer pergunta feita pelo professor deve estar relacionada com a marcha da *redescoberta*. Deve interessar ao problema em debate e não ao preparo ou despreparo dêste ou daquele aluno.

9) *não devem ser inúteis*

A pergunta sem finalidade, à semelhança do que ocorre com a pergunta inoportuna, perturba a marcha do raciocínio e quebra a cadeia lógica que leva a verdade a ser descoberta.

Pergunta inútil: "E qual metade do ângulo de 90°?" O professor, em vez de perguntar, dirá, como se estivesse raciocinando: "Ora, sendo 45° a metade de 90°..."

12 — OS FOGUETES

Na prática do método heurístico ocorrem certas perguntas rápidas de momento, com as quais procura o professor manter viva e constante a atenção dos alunos. A essas perguntas, na gíria escolar, daremos a denominação de *foguetes*.

O *foguete* não chega a constituir uma pergunta dentro das normas técnicas, perfeitas. Exige, apenas, do aluno interrogado, um nome, um número, uma relação. A resposta ao *foguete* é, em muitos casos, o final de uma frase, a confirmação de um dado, etc.

13 — PERGUNTAS QUE DEVEM SER EVITADAS

O professor deverá evitar, ao pôr em prática o método heurístico:

1) *Perguntas do têrço excluído* (respostas *sim* ou *não*)

Exemplo: "E o número inteiro *n* será par ou ímpar?"
Outra pergunta que não teria cabimento no método heurístico:

— *Os ângulos A e B, da figura, são iguais ou desiguais?*

É claro que o aluno interrogado, sem estar seguindo o raciocínio do professor, poderá acertar *por palpite:*

— Êsses dois ângulos, professor, são iguais.

E o professor ficará iludido em relação a êsse aluno que não foi bem interrogado.

2) *Perguntas que exijam pura adivinhação do aluno*

Exemplo: "Quantas formas indeterminadas podemos encontrar?"

Um aluno responde: — Cinco!

Corrige, logo, outro aluno: — São dez!

Ora, é errado, no método heurístico, formular perguntas que obriguem o aluno a *adivinhar* a resposta. A resposta deve ser feita de tal modo que o aluno, pelo raciocínio, possa chegar à verdade.

14 — A PESQUISA MATEMÁTICA

Para chegar à verdade, pelo método heurístico, pode o professor recorrer à *dedução* ou à *indução*.

Só a natureza do problema a resolver ou do assunto a estudar é que poderá ditar o método de pesquisa a ser adotado.

K. T. Fischer, citado por Young, acha que em qualquer caso deve o professor ajudar o aluno e que êste (em certos casos) poderá ser informado do resultado cuja validez é necessário comprovar.

"Não se deve esquecer — observa Fischer — que os descobridores originais tiveram a ajuda das opiniões e das observações de outrem". Cf. YOUNG, *F.*, 107.

15 — MÉTODO SOCRÁTICO E MÉTODO HEURÍSTICO

Dissemos, ao iniciar êste capítulo, que o método heurístico é também chamado método *socrático*.

Muitos autores não endossam essa opinião.

E assim Young, por exemplo, distingue o método *socrático* do método *heurístico* pròpriamente dito.

No método socrático (conforme ensina Young), o professor, como se estivesse recordando matéria já ensinada, formula uma série de perguntas que o aluno vai respondendo, de acôrdo com as palavras ou com as noções contidas nessas perguntas. No chamado *método heurístico* (pròpriamente dito) o aluno, seguindo uma trilha lógica de perguntas bem ordenadas e bem formuladas pelo professor, chega a *descobrir* a verdade, isto é, uma *proposição* que era, para êle, desconhecida [22].

Em resumo: O método socrático ensina; o método heurístico (pròpriamente dito) conduz o estudante à redescoberta.

16 — UM EXEMPLO DO MÉTODO SOCRÁTICO

A título de curiosidade, vamos transcrever um pequeno diálogo entre Sócrates e um discípulo [23]. Permitirá êste exemplo que o leitor sinta, com a maior clareza, a essência do método socrático:

> *Sócrates* (dirigindo-se ao discípulo e apontando para um quadrado) — Dize-me, jovem: Sabes que uma figura como esta é um quadrado? [24]

(22) Cf. YOUNG, *F.*, 85. O método socrático recebe de Young o qualificativo, um pouco surpreendente, de *método destrutivo*.

(23) O diálogo aqui reproduzido foi tirado da obra de Young.

(24) Do ponto de vista didático, a pergunta está mal formulada. É uma pergunta inaceitável, que não esclarece coisa alguma. Observe-se que a resposta só pode ser uma única: "Sei!" Acrescentemos que tôdas as perguntas atribuídas a Sócrates, são inaceitáveis no método heurístico. Convém, todavia, não esquecer que o filósofo (segundo Platão) está interrogando um jovem escravo ignorante.

Jovem (escravo ignorante) — Sei.

Sócrates — Sabes que uma figura quadrada tem os quatros lados iguais?

Jovem — Certamente.

Sócrates — (apontando para as diagonais do quadrado) — E estas linhas traçadas pelo meio do quadrado, são iguais? (25)

Jovem — Sim.

Sócrates — Pode um quadrado ter qualquer tamanho?

Jovem — Certamente.

Sócrates — E se um lado de um quadrado de dois pés e outro é de dois pés: quantos pés terá, no total? Deixa-me que te explique: Se em uma direção o comprimento fôr de dois pés e na outra fôr de um pé, o total seria de dois pés tomados de uma vez? (26)

Jovem — Sim.

Sócrates — Mas, como êste lado é também de dois pés, há duas vêzes dois pés?

Jovem — Há!

Sócrates — Então o quadrado é de duas vêzes dois pés? (27)

Jovem — Sim.

Sócrates — E quanto é duas vêzes dois pés? Conta-os e responde-me.

Jovem — Quatro, Sócrates.

Sócrates — E não poderia haver um quadrado duas vêzes tão largo quanto êste, tendo, como êste, dois lados iguais? (28)

Jovem — Sim.

Sócrates — E de quantos pés deveria ser?

Jovem — De oito pés.

---

(25) No verdadeiro método heurístico, esta pergunta de Sócrates estaria condenada. É, como já assinalamos, inaceitável do ponto de vista didático.

(26) A explicação nada tem de clara: é bastante confusa. Houve, forçosamente, engano do tradutor. Convém insistir sôbre um aspecto da questão: Sócrates empregava êsse método para polemizar, para discutir, mas nunca para ensinar ou educar.

(27) Que entenderá o filósofo por um quadrado de *duas vêzes dois pés?* Young não esclarece o caso. Todos os críticos reconhecem que Sócrates encarava a Matemática do ponto de vista exclusivamente utilitário. Cf. MICHEL, P., 269.

(28) Não se compreende que o geômetra possa aludir *"a um quadrado como êste com dois lados iguais"*. O trecho citado, segundo uma nota de

17 — MÉTODO HEURÍSTICO — EXEMPLO 1

Ponto a lecionar:

Propriedades das frações ordinárias: "Quando somamos o mesmo número a ambos os têrmos de uma fração, essa fração aumenta se fôr própria e diminui, se fôr imprópria" (29).

Em outras palavras: "Quando somamos o mesmo número a ambos os têrmos de uma fração, essa fração se aproxima da unidade: aumenta se fôr própria e diminui se fôr imprópria".

Nota: A propriedade, na presente aula (dada a premência de tempo) só será apresentada em sua primeira parte: "Quando somamos o mesmo número a ambos os têrmos de uma fração própria, essa fração aumenta e se aproxima da unidade". O assunto do ponto será completado em outra aula (30).

> *Objetivos imediatos* — Exercitar os alunos na prática das frações ordinárias. Ensinar o conceito de complemento de uma fração. Recapitular certas propriedades das frações ordinárias. Correção de linguagem.
>
> *Objetivos mediatos* — Despertar nos alunos o interêsse pelas pesquisas matemáticas. Habituá-los a aceitar o método indutivo. Prepará-los para o estudo das

---

Young (ob. cit., pág. 85) é tirado de Menon — *Decálogos de Platão*, tradução do famoso helenista inglês Benjamin Jowett (1817-1893).

(29) Já ocorreu, no Rio de Janeiro, pelas colunas do *Jornal do Comércio*, sério e apaixonadíssimo debate entre dois professôres, ambos catedráticos do Colégio Pedro II, em tôrno da seguinte dúvida: *"A fração 8/8 é uma fração própria ou imprópria?"* Afirmava um dos polemistas que essa fração (com o numerador 8 e o denominador 8) era imprópria. Refutava o antagonista essa afirmação, argumentando que se tratava de uma fração própria. E ambos elaboravam em êrro. A fração $\frac{8}{8}$ ou qualquer outra expressão que tenha o numerador, não nulo, igual ao denominador) é igual a 1. Ora, $\frac{8}{8}$ é imprópriamente uma fração mas não é fração imprópria. E explica-se. Podemos dividir as chamadas "frações ordinárias" em dois conjuntos: *a*) as frações próprias (menores do que 1); *b*) as frações impróprias (maiores do que 1). A unidade é o elemento separador dos dois conjuntos, logo não pertence a nenhum dêsses dois conjuntos. No presente capítulo, a palavra *fração* indicará sempre fração ordinária (Aritmética) própria ou imprópria.

(30) O assunto é dado em duas aulas.

futuras aplicações (frações algébricas, fórmulas de porcentagem, etc.).

Situação da classe — Primeira série ginasial. Classe homogênea, com boa reação.

Método — É adotado, no ensino, o método eclético, com caderno controlado (31).

Motivação — Será feita a motivação salientando-se a importância do assunto a estudar e suas aplicações.

Apresentação do ponto — Método heurístico coletivo, com visualização e jogos (32).

Material — Quadro-negro e giz de côr. Barras de cartolinas em côres. *Para os alunos:* Papel e lápis (33).

Nota geral — O professor está com o programa em dia, e já educou a turma no manejo de classe. Não há problemas de disciplina (34).

Metodologia

Professor (*dirigindo-se à turma*) — Vamos estudar hoje uma propriedade muito interessante das frações ordinárias. Essa propriedade será muitas vêzes aplicada em nossos estudos; aparecerá, também, em problemas da vida prática. (*Pausa*). É muito fácil e muito curiosa (35).

(*Pausa*).

Vou escrever aqui uma fração própria qualquer. Prestem bem atenção:

$$\frac{3}{8}$$

(31) A metodologia, para o caso do caderno controlado, será explicada mais tarde.

(32) Tornaram-se, no caso, desnecessários, os testes de sondagem. O professor conhecia muito bem a situação da classe, e o índice de aproveitamento de cada aluno. A verificação da aprendizagem, na turma, é feita por meio de jogos adequados.

(33) O professor não dispõe de laboratório e emprega material improvisado.

(34) A turma conhece bem as normas da boa conduta em classe e está bem treinada na prática do jôgo de classe.

(35) Introdução motivadora. O professor deve falar com entusiasmo, com alegria.

Disse que era uma fração própria (36).

(*Dirigindo-se, de um modo geral, aos alunos*):

— Que é que você chama uma fração própria? ... (*Pausa*) ... Renato? (37)

(*Pausa. O aluno naturalmente levanta-se para responder*) (38).

Renato — É aquela que é menor do que a unidade.

Professor — Concordo, Renato. É isso mesmo. Convém, porém, que você, menino caprichoso, dê sempre a resposta completa: "Fração própria é a fração menor do que a unidade". As maiores do que a unidade são chamadas impróprias (39). (*Pausa*). Na fração própria o numerador é sempre menor do que o denominador. Na fração imprópria ocorre o contrário: o numerador é maior do que o denominador.

(*Pausa*).

Professor — Três oitavos é fração própria (raciocinando). Menor do que a unidade. Logo, falta a essa fração qualquer coisa para completar a ... (*aponta para o aluno*) (40).

Aluno indicado — ... unidade.

---

(36) Falar devagar.

(37) Interrogatório verificador. A pergunta deve ser dirigida ao aluno em relação ao qual o professor tenha dúvida. Possìvelmente a um dos mais fracos.

(38) Nem sempre o professor deve obrigar o aluno a levantar-se. Quando a resposta é curta, rápida, um esclarecimento apenas, o aluno pode permanecer sentado.

(39) Não permitirá o professor que o aluno dê a resposta incompleta ou em falso. A proposição deve ser enunciada de modo completo. Já nesse caso, o professor aproveita para recapitular o conceito de fração imprópria. O professor não deve repetir, *ipsis litteris*, a resposta formulada pelo aluno. Deve, porém, insistir nessa resposta (para fixar a noção), modificando-a, enunciando-a de outra maneira.

(40) Durante tôda a aula procurará o professor manter a classe sempre atenta. Deve, pois, dirigir os seus *foguetes* aos alunos que se mostrarem menos vivos e menos atentos. (*Foguete* é essa pergunta, rápida, feita sem indicação do nome). Os *foguetes* servem para manter a turma em constante vigilância.

(*Voltando-se para outro aluno*):

— Quanto falta a essa fração para completar a unidade? Responda, você, Paulo! (41)

(*O aluno indicado parece hesitante. Pensa durante um momento. O professor vai imediatamente em seu auxílio*):

— Não se esqueça, Paulo, de que a unidade tem oito oitavos!

(*O professor, com simpatia, risonho, insiste na pergunta*):

Quanto falta, Paulo, a três oitavos, para completar oito oitavos? Faltam . . . (42)

Paulo (*prontamente*) — Faltam cinco oitavos! (43)

Professor — É isso mesmo, Paulo! É isso mesmo! (44)

Faltam cinco oitavos para completar a unidade. Essa parte que falta à fração própria para completar a unidade recebeu um nome especial. Um nome muito fácil. Já bastante conhecido de vocês (45). Qual será êsse nome? Quem se lembra?

---

(41) Dentro da técnica aconselhável para o interrogatório, formula-se a pergunta claramente para tôda a classe e, a seguir, indica-se o aluno que a deve responder.

(42) *Falta* ou *faltam*. Ambas as formas são corretas: "Falta cinco oitavos, isto é, falta a fração cinco oitavos". Melhor seria: "A essa fração faltam cinco oitavos para completar a unidade".

(43) Não deve o professor, de modo algum, deixar que o aluno interrogado fique em dificuldade, ou, por ser muito caprichoso, sinta-se em constrangimento diante da turma. Logo que o professor percebe que o aluno hesita, tem dúvida ou não sabe, deve ir *imediatamente* em seu auxílio, ajudando-o com simpatia e camaradagem. Faça com que o aluno sinta no professor um guia, um bom amigo que o deseja ver brilhar na classe.

(44) Essa frase dita pelo professor: "É isso mesmo, Renato. É isso mesmo!" denomina-se, no método heurístico, a frase *acolhimento* da pergunta. Exprime sempre um incentivo, um elogio, uma palavra de ânimo, de confiança. O *acolhimento* deve variar muito para não se transformar em cacoete: "Muito bem! Muito bem! Muito bem!" O professor dirá de várias maneiras "Ótimo! Bem respondido! Certo! Correto! Perfeito! Formidável! É isso mesmo! Absolutamente certo!" Evitar, é claro, as expressões de gíria: "Está legal!" "Cem por cento certo!", etc.

(45) O *complemento* numérico já foi explicado: *complemento* de um *ângulo*, também.

Pode acontecer que a um dos alunos ocorra logo a palavra e proclame a resposta:

— Complemento!

Professor — Acertou, Maria Aparecida! É isso mesmo: complemento [46]. Complemento numérico. E você vai, então me dizer agora: — Que se chama complemento de uma fração própria?

Maria Aparecida (*atendendo ao professor*) — Chama-se complemento de uma fração própria, o que falta a essa fração para completar a unidade.

Professor — Certíssimo, Maria Aparecida! Você respondeu muito bem! Não podia ser melhor. (*E repete*): Complemento de uma fração própria é o que falta a essa fração para completar uma unidade [47].

(*Pausa*).

Professor — O complemento de $\frac{6}{10}$ é...

(*Foguete para um aluno*):

Aluno indicado — Quatro décimos! [48]

Professor (*voltando-se para a turma*) — Reparem bem. Vou escrever outra fração própria. (*E escreve*):

$$\frac{4}{9}$$

— Qual será o complemento desta nova fração? Responda Luís Cláudio!

---

(46) Complemento, dirá o professor, vem do latim ***complementum***, aquilo que completa. E aproveita a oportunidade para recapitular a noção de ***complemento numérico***: "O que falta a um número inteiro para completar uma unidade de ordem imediatamente superior". O complemento de 68, por exemplo, é 32; o complemento de 724 é 276.

(47) Não é de boa técnica "repetir sempre a resposta do aluno". Neste caso a repetição tem por fim obter a fixação da aprendizagem.

(48) Se, por acaso, não houver, na turma, um aluno capaz de descobrir a palavra ***complemento***, o professor como se fôsse um jôgo, irá pedindo as letras e pouco a pouco revelando a palavra desconhecida.

Luís Cláudio (atendendo ao professor) — O complemento da fração $\frac{4}{9}$ é a fração $\frac{5}{9}$.

Professor (com vivacidade) — Veja bem que coisa curiosa! Vou escrever as duas frações e, em baixo de cada uma, o seu respectivo complemento (*E escreve no quadro*):

$$\frac{3}{8} \qquad\qquad \frac{4}{9}$$

$$\frac{5}{8} \qquad\qquad \frac{5}{9}$$

— Os complementos são representados por duas frações que têm o mesmo numerador. Qual delas é a maior (*Pausa*), Clarice?

Clarice — A maior, professor, é a primeira: cinco oitavos!

Professor — Observando os complementos podemos descobrir entre as duas primeiras

$$\frac{3}{8} \qquad\qquad \frac{4}{9}$$

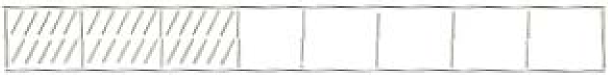
qual é a maior. Para chegar à unidade, a primeira fração precisa de $\frac{5}{8}$; a segunda precisa de $\frac{5}{9}$. (*Raciocinando*): Logo a segunda precisa menos; se precisa menos, está mais *perto da unidade*. Na sua opinião, Maria Teresa, qual é a maior?

Maria Teresa (atendendo ao professor) — A maior é $\frac{4}{9}$, pois está mais perto da unidade.

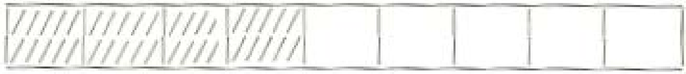
Professor — Correto! A fração $\frac{4}{9}$ é maior do que a fração $\frac{3}{8}$.

(1)

$(\frac{3}{8})$



Complemento de $\frac{3}{8}$



Complemento de $\frac{4}{9}$

(O professor, com auxílio de pequenas tiras de cartolina mostrará concretamente, aos alunos, os fatos aritméticos que acabou de explicar. E formula pergunta). Uma barra representa a unidade. Em outra barra, igual à primeira, está assinalada, com hachúrias, a fração $\frac{3}{8}$. Na terceira barra aparece, gràficamente, a fração $\frac{4}{9}$.

(O professor, por meio de perguntas, leva a classe a comparar as frações e a indicar os complementos).

Professor (apaga os complementos e deixa só as frações iniciais) — Olhem bem para essas duas frações:

$$\frac{3}{8} \quad \text{e} \quad \frac{4}{9}$$

(e dirigindo-se, de um modo geral, para a turma):

— Como podemos passar da 1.ª a menor, para a segunda? O numerador da primeira é 3; o numerador da segunda é 4; o denominador da primeira é 8; na outra o denominador é 9 [49].

Sérgio (erguendo a mão) — Já sei, professor! O senhor juntou 1 ao numerador, e 1 ao denominador.

Professor — Sim, é isso mesmo, Sérgio. Você descobriu o segrêdo. Somei, com efeito, uma unidade a ambos...

(Foguete para uma aluna):

Aluna interrogada — ...os têrmos da fração.

Professor (repete) — Somei uma unidade a ambos os têrmos da fração e a fração aumentou. Ora, o que aconteceu com a fração $\frac{3}{8}$ acontecerá com qualquer outra fração própria. Assim, tomo a fração própria:

$$\frac{5}{16}$$

Somando 1 a ambos os têrmos, obtenho:

$$\frac{6}{17}$$

A fração aumentou? Sim. Aumentou.

(E dirigindo-se a um aluno):

— Como poderá você, Marcos, enunciar a regra?

Marcos (certamente auxiliado e orientado pelo professor) — Quando somamos a unidade a ambos os têrmos de uma fração própria essa fração aumenta.

Professor (para a turma) — E, se em vez de somar um, eu juntasse 2, 3 ou 4 a ambos os têrmos da fração própria? Que aconteceria?

Um aluno — Essa fração aumentaria.

Professor (esclarecendo, concordante) — Sim, ela aumentaria, pois é claro que, somar três (por exemplo), equi-

(49) Exercício de observação.

vale a somar 1, três vêzes. Vejamos, agora, como se enuncia a regra geral. Diga você, Vicente! Vamos! Quero ouvir a regra geral.

Vicente (*atendendo ao professor*) — Quando somamos o número três a ambos os têrmos de uma fração...

Professor (*acudindo*) — ... própria...

Vicente — ... fração própria, essa fração aumenta!

Professor — E se eu somar 4? E se eu somar 5? E se eu somar, enfim, um número qualquer? Eu quero a regra geral, Vicente. Você enunciou para o caso de *três*. Vamos! Qual a regra geral, para um número qualquer?

Vicente (*auxiliado pelo professor*) — Quando somamos o mesmo número a ambos os têrmos de uma fração própria, essa fração própria aumenta.

Professor (*esclarecendo, para fixar bem a noção*) — Assim, escrevemos a fração própria:

$$\frac{8}{19}$$

Somando cinco (por exemplo) a ambos os têrmos, obtenho:

$$\frac{13}{24}$$

a fração aumentou. O mesmo aconteceria se, em vez de somar 5, eu somasse 500, 5.000 ou 5.000.000.

Um aluno, (*curioso*) — E a fração vai amentando sempre?

Professor (*com calma, falando bem devagar*) — Sim. A fração própria vai aumentando, aumentando, mas não consegue chegar, atingir a *unidade*.

Vejamos como é curioso. Escrevo a fração:

$$\frac{5}{37}$$

junto 100 ao numerador e ao denominador e obtenho (o professor escreve):

$$\frac{105}{137}$$

A fração aumentou: já sei que aumentou; mas continua própria, menor do que 1. Em vez de somar 100, somo 100.000 a ambos os têrmos:

$$\frac{100.005}{100.037}$$

A fração, como estão vendo, aumentou, mas continua própria, menor do que 1. E isso ocorre certamente, pois o numerador permanece menor do que o denominador (50).

(*Pausa*).

Professor (*mudando o tom de voz*) — Há casos em que a fração, sendo muito pequena, dobra de valor quando somamos o mesmo número a ambos os têrmos. Ou mesmo triplica de valor. Mas nunca atinge a unidade. É curioso. Vejamos o que acontece com a fração:

$$\frac{5}{11}$$

quando somamos 55 a ambos os têrmos:
(*Cada aluno faz o cálculo*).

$$\frac{5 + 55}{11 + 55}$$

Que nova fração obtiveram?

Um aluno — O resultado é $\frac{60}{66}$.

(50) Entra, no caso, um conceito que não pode ser explicado. O conceito de limite. Trata-se de uma classe que não tem maturidade para compreender a noção de limite. Mais tarde a teoria dos limites será explicada e o caso da unidade como limite de uma fração própria será perfeitamente esclarecido.

Professor — Simplifiquem essa fração. Reduzam-na à expressão mais simples. Quanto acharam?

Um aluno — Achei $\frac{10}{11}$.

Professor — E essa nova fração $\frac{10}{11}$, que relação apresenta com a fração $\frac{5}{11}$? É fácil compará-las. Apresentam o mesmo denominador.

Um aluno — É o dôbro.

Professor — Vejam bem. Somei o mesmo número a ambos os têrmos da fração $\frac{5}{11}$ e obtive $\frac{10}{11}$, isto é, uma fração duas vêzes maior.

Diremos que o valor da fração duplicou. Era cinco onze avos e passou a ser dez onze avos!

Professor (*concluindo*) — Agora vamos fazer um jôgo para ver se vocês aprenderam bem aquilo que acabamos de estudar, isto é, essa notável propriedade das frações próprias:

> *"Quando somamos o mesmo número a ambos os têrmos de uma fração própria essa fração aumenta de valor".*

(O professor inicia a seguir, a prática de um jôgo de classe para a fixação da aprendizagem) (51).

18 — EXERCICIOS COMPLEMENTARES

Alguns exercícios simples e curiosos que poderão ser feitos pelos alunos:

(51) O jôgo de classe a ser aplicado fica a critério do professor. Veja cap. XXII. O jôgo de classe, nesse caso, terá por objetivo a fixação da aprendizagem.

1) Somei o número 85 a ambos os têrmos da fração $\frac{5}{17}$. Que aconteceu ao valor dessa fração?

Resposta: Triplicou. A fração tornou-se igual a $\frac{15}{17}$.

2) Somei o número 2 a ambos os têrmos da fração $\frac{1}{4}$. Que aconteceu ao valor dessa fração?

Resposta: Duplicou. A fração ficou igual a $\frac{1}{2}$.

3) De quanto aumentará a fração $\frac{5}{12}$ se somar 72 ao numerador e ao denominador?

Resposta: A fração fica aumentada de $\frac{6}{12}$ ou $\frac{1}{2}$.

4) A fração $\frac{11}{20}$ não pode dobrar de valor quando somamos o mesmo número a ambos os membros. Por quê?

Resposta: Porque essa fração é maior do que um meio, e dobrando-se o seu valor ela ficará maior do que 1. Ora, quando somamos o mesmo número a ambos os têrmos de uma fração própria obtemos outra fração própria.

Nota: Na aula seguinte, o professor concluirá o ponto iniciado e (pelo método heurístico), fará com que os alunos descubram a outra parte da propriedade:

> *"Quando somamos o mesmo número a ambos os têrmos de uma fração imprópria o valor dessa fração diminui".*

Redescoberta essa segunda parte, os alunos (auxiliados e orientados pelo professor) poderão enunciar a regra geral. (Veja: *Ponto a lecionar*).

19 — MÉTODO HEURÍSTICO — EXEMPLO II

Ponto a lecionar.

Ângulos opostos pelo vértice — Propriedade — Dois ângulos opostos pelo vértice são iguais.

Objetivos imediatos — Ensinar a propriedade dos ângulos opostos pelo vértice. Recordar o conceito de ângulos complementares e suplementares. Mostrar as aplicações. Correção de linguagem.

Objetivos mediatos — Adestramento de raciocínio. Possibilitar estudar outros pontos da Geometria.

Situação da classe — Terceira série ginasial. Classe homogênea, com alguma base; alunos bem educados no trabalho de classe.

Método — É adotado, no ensino, o método eclético, com caderno controlado.

Motivação — Será feita a motivação salientando-se a importância do estudo dos ângulos.

Apresentação do ponto — Método heurístico coletivo com visualização.

Material — Quadro-negro, giz de côr, régua, esquadro, etc.

Nota adicional — O professor está com o programa em dia. As primeiras noções de Geometria foram bem ensinadas. Os alunos conhecem os axiomas fundamentais, as definições, etc.

Metodologia

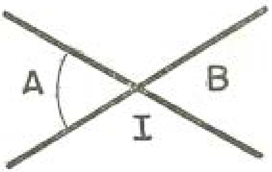
Professor (*dirigindo-se à turma*) — Vamos estudar hoje certos ângulos, notáveis em Geometria, e que são de largo emprêgo em problemas da vida corrente.

(*Pausa*).

Professor (*fazendo a figura no quadro-negro*) — Tracemos duas retas que se cortam num certo ponto I. Assinalemos os ângulos *A* e *B*.

Os ângulos *A* e *B*, repito, são ângulos formados por duas retas que se cortam no ponto *I*.

(*Pausa*).



(I)

— Que é que êles têm de comum? Responda, Maria José: Que é que êsses têm de comum?

(*E o professor repete a pergunta, para encaminhar o raciocínio dos alunos e dar início ao debate heurístico*).

Maria José (*atendendo ao professor*) — Êsses ângulos tem de comum o vértice.

Professor — É isso mesmo. Perfeitamente. Os ângulos *A* e *B* da nossa figura, têm o mesmo vértice, isto é, o vértice é comum (52).

(*Pausa*).

Professor — Que poderei dizer em relação aos lados dêsses ângulos? Qual é a sua opinião, Clarice. Veja bem.

Clarice (*atendendo ao professor*) — Cada lado de um ângulo é o prolongamento de outro.

Professor — Precisamente. Bem respondida a pergunta. Os lados do ângulo *A* são os prolongamentos dos lados do ângulo *B*. E reciprocamente: Os lados do ângulo *B* são . . .

(*O professor aponta para um aluno F., que deverá terminar a proposição*).

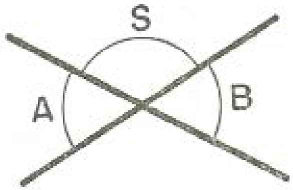
Aluno F — . . . são os prolongamentos dos lados do ângulo *A* (53).

Professor — Veja bem. Observem com atenção. Vamos chamar *S* o ângulo que aparece na figura formada por um

(52) Se a aluna interrogada responder apenas — *o vértice* — o professor deverá corrigir a resposta e forçá-la a proferir a proposição completa. Veja a técnica de *acolhimento*, nota 28.

(53) O professor poderá, nesse ponto, recordar a definição de semi-retas.

dos lados do ângulo *A* e o outro lado do ângulo *B* (*O professor assinala na figura o ângulo S*).



(II)

(*Pausa*).

Professor — Êsse ângulo *S*, assinalado na figura, que relação tem com o ângulo *A*? Responda, Eduardo? Que relação poderia você assinalar entre os ângulos *A* e *S*? (54)

Eduardo (*atendendo ao professor*) — Os ângulos *A* e *S* são adjacentes e suplementares.

Professor — Muito bem, Eduardo! Correta a sua resposta. É isso mesmo. O ângulo *S* é o suplemento do ângulo *A*. Não é assim? (55)

(*Pausa*).

Professor — E como poderíamos exprimir, por meio de uma igualdade, essa relação entre os ângulos *A* e *S*? Responda-nos, Horácio. Venha escrever no quadro-negro.

Horácio (*o aluno indicado, levanta-se, dirige-se ao quadro-negro e escreve, naturalmente*):

$$A + S = 180°$$

Professor (*voltando-se para a turma*) — É claro. É isso mesmo. Certíssimo. Se os ângulos *A* e *S* são suplementares, a soma dêsses ângulos é igual a 180°. Já estudamos. Já vimos.

Professor (*ao aluno que está no quadro-negro*) — Vamos tirar, dessa igualdade, o valor do ângulo *A*.

---

(54) Não se preocupe o professor com a repetição do verbo *assinalar*. O apuro da linguagem será feito sem sacrifício da clareza.

(55) Cacoete. *Não é assim?* Insistimos: O professor não deve repetir, *ipsis litteris*, a resposta dada pelo aluno. Deve, porém, *martelar* a resposta para fixar a noção, modificando-a, enunciando-a em outros têrmos, de outra maneira. Deve o professor evitar que o *cacoetismo* possa, mesmo de leve, afetar a sua linguagem.

Horácio (o aluno em foco) — *escreve*:

$$\boxed{A = 180^\circ - S}$$

Professor (falando para a turma) — Essa igualdade é colocada, como se vê, dentro de um retângulo, para ficar bem em destaque. Para ficar em evidência.

(*Pausa*).

Professor (dirigindo-se à classe, enquanto o aluno Horácio volta ao seu lugar) — Terá o ângulo B também alguma relação com o ângulo S? Que acha, Maria Eduarda?

Maria Eduarda (atendendo ao professor) — São suplementares [56].

Professor (retificando a resposta) — Melhor seria dizer: os ângulos B e S, da figura, são adjacentes suplementares. Vá ao quadro-negro, minha filha, e escreva, sob a forma de uma igualdade, a relação entre os dois ângulos B e S.

A aluna levanta-se, vai ao quadro-negro e, naturalmente escreve:

$$B + S = 180^\circ$$

(*Pausa*).

Professor (dirigindo-se à aluna que está no quadro-negro) — Tire, agora, dessa igualdade, o valor do ângulo B.

A aluna escreve:

$$B = 180^\circ - S.$$

Professor (recomenda à aluna) — Será interessante colocar em destaque êsse resultado, exatamente como figuramos para o ângulo A.

---

(56) Resposta incompleta.

A aluna coloca o resultado em destaque, traçando um retângulo:

$$\boxed{B = 180° - S}$$

(*Pausa*).

Professor (*dirigindo-se à turma, enquanto a aluna M. E. volta ao seu lugar*) — Vejam bem. O ângulo A (*aponta para a 1.ª igualdade em destaque*) é igual a $180° - S$; o ângulo B, como estão vendo (*aponta para a 2.ª igualdade em destaque*) é também igual a $180° - S$. Que podemos concluir em relação a êsses dois ângulos A e B? Responda, Henrique!

Henrique (*levantando-se*) — Concluímos que êsses dois ângulos, A e B, são iguais.

Professor (*aproximando-se do quadro-negro*) — Certíssimo! Podemos, portanto, escrever:

$$A = B$$

(*O professor escreve a igualdade final, colocando-a em destaque dentro de um retângulo*).

(*Pausa*).

Professor (*dirigindo-se, de novo, à turma*) — Para chegar a essa conclusão o Henrique recorreu a um axioma notável. Que axioma foi êsse... (*pausa*) ... Marcos Sérgio?

Marcos Sérgio (*atendendo ao professor*) — Duas coisas iguais a uma terceira, são iguais entre si.

Professor — Muito bem! Graças a êsse axioma, fomos levados a concluir que os ângulos A e B, opostos pelo vértice, são iguais. Como podemos, então, enunciar essa propriedade? Responda, Haroldo!

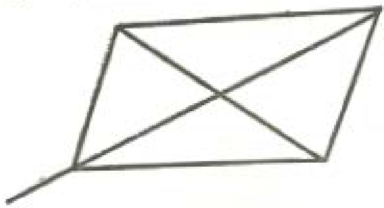
Haroldo — Dois ângulos opostos pelo vértice são iguais.

Professor (*iniciando a fixação da aprendizagem*) — Pois essa propriedade notável (*que vocês acabaram de descobrir*) constitui um teorema de Geometria: "*Dois ângulos opostos pelo vértice, são iguais*".

E, a seguir, o professor, sempre por meio de perguntas bem orientadas, levará a turma a formular a hipótese e enunciar a tese do teorema estudado. Mostrará que a recíproca (*dois ângulos iguais são opostos pelo vértice*) não é verdadeira.

20 — EXERCÍCIOS COMPLEMENTARES

Vejamos alguns exercícios que poderão ser resolvidos pelo método heurístico:



1) *Quantos pares de ângulos opostos pelo vértice aparecem na figura?*

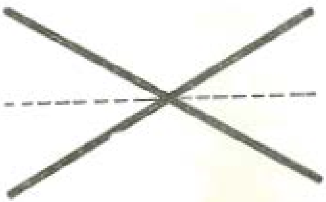
   Resposta: Dois [57].

2) Dois ângulos A e B, são opostos pelo vértice. Um dêles é igual a $112^{\circ} - m$ e o outro é igual a $84^{\circ}\ m$. Calcular m.

   Resposta: Basta escrever 112 — m 84 m e resolver a equação em m. O resultado será: $m = 14^{\circ}$. (O valor de m deve ser expresso em graus). O professor deverá levar o aluno a escrever a equação e calcular m.

3) Trace dois ângulos M e N não opostos pelo vértice, mas tendo os lados do ângulo N prolongamentos dos lados do ângulo M. O aluno deverá explicar que os ângulos M e N são superpostos, não opostos.

4) Quando dois ângulos A e B são opostos pelo vértice, as suas bissetrizes são semi-retas opostas.



Hipóteses — Os ângulos A e B são opostos pelo vértice.

Tese — As suas bissetrizes IM e IN são semi-retas opostas.

---

(57) A figura sugere outras perguntas: "Quantos ângulos agudos aparecem na figura?" "Quantos pares de ângulos iguais?" (Esta última é a mais difícil).

Raciocínio — Faço a figura e assinalo os ângulos x, y e S. Para provar que as bissetrizes IM e IN são semi-retas opostas, basta provar que a soma dos ângulos x, y e S é igual a 180°.

O professor por meio de perguntas leva o aluno a escrever a igualdade:

$$A + S = 180^\circ$$

E deve insistir: Essa igualdade está certa? Por quê? O ângulo A pode ser decomposto em duas metades:

$$\frac{A}{2} + \frac{A}{2} + S = 180^\circ \quad \text{(Por quê?)}$$

Como A e B são iguais, posso, na segunda fração, substituir A por B. Temos:

$$\frac{A}{2} + \frac{B}{2} + S = 180^\circ$$

Ora, a metade $\frac{A}{2}$ é x; a metade $\frac{B}{2}$ é y.

Logo:

$$x + y + S = 180^\circ \quad \text{(Por quê?)}$$

Essa igualdade demonstra a propriedade. Por quê?

21 — OBSERVAÇÃO

Se o professor achar mais interessante, poderá, na apresentação heurística de um teorema, seguir outra marcha.

E procederá, então, do seguinte modo:

a) por meio de hábeis perguntas, bem encaminhadas, levará a turma a enunciar a propriedade (o teorema);

b) sempre apelando para o interrogatório heurístico, fará com que os alunos enunciem a *hipótese* e a *tese* do teorema formulado;

c) depois de assinaladas a hipótese e a tese, o professor fará com que os alunos *descubram* a demonstração do teorema;

d) para completar o estudo, o professor fará rápidos comentários sôbre a notável redescoberta, apreciando:

1.º) as aplicações;

2.º) o teorema recíproco;

3.º) daria, se fôsse oportuno, indicações históricas.

ÍNDICE GERAL

★

Êste livro foi composto e impresso nas oficinas gráficas de SARAIVA S. A., à Rua Sampson, 265, São Paulo (Brasil), em agôsto de mil novecentos e sessenta e um, 407º Ano da Fundação da Cidade de São Paulo.

★

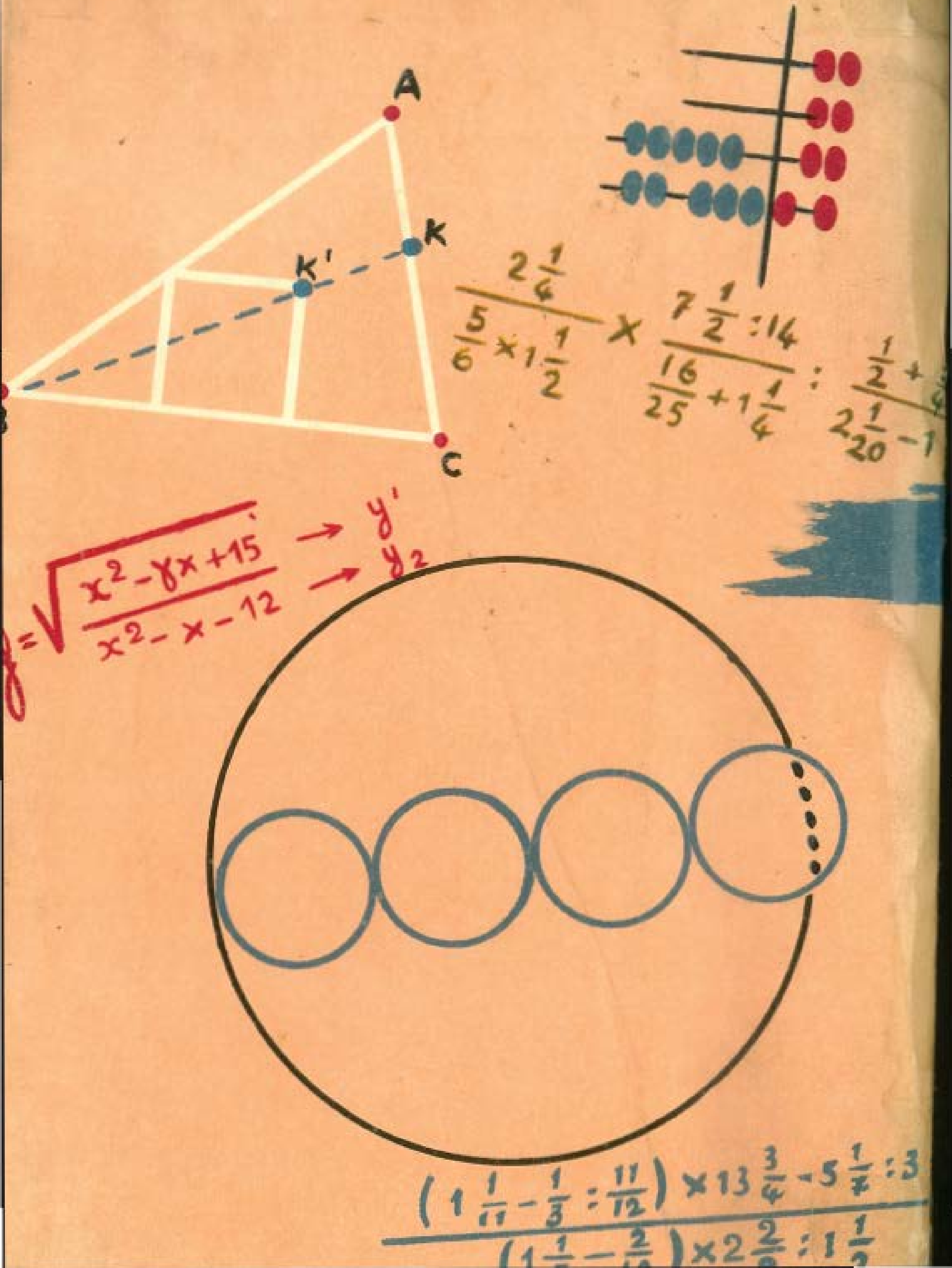
imaginação — eis algumas das qualidades que explicam o seu êxito. Malba Tahan faz da Matemática algo que palpita e vive. Prestidigitador dos algarismos, mágico do raciocínio, narrador cheio de "charme", Mello e Souza entusiasma, empolga, seduz e absorve os que provam dos seus capitosos livros.

O I volume desta obra inovadora aborda os seguintes temas: a matemática, seu conceito e sua importância; a matemática e as outras ciências; a matemática e a vida; origem do vocábulo matemática; o algebrista e o algebrismo; o algebrismo e a rotina deformadora; erros dos algebristas; a obsessão algebrista no curso secundário; o algebrismo em Portugal e no Brasil; o algebrismo e os programas de matemática; como combater o algebrismo; finalidades da matemática no curso secundário; valores da matemática no curso secundário; procedimentos didáticos; fatôres que interferem na aprendizagem da matemática; métodos clássicos; método da preleção em matemática, suas modalidades; método de aula ditada em matemática; método da leitura em classe; o método da lição marcada; o método heurístico em matemática.

Já no II volume a matéria se encontra assim disposta: o estudo dirigido em matemática; o método do laboratório em matemática; a preleção mista em matemática; o método eclético comum em matemática; o método eclético moderno em matemática; o caderno dirigido; o jôgo, o jôgo e a criança, as teorias do jôgo; funções secundárias do jôgo de classe; o jôgo e o trabalho; objetivos morais do jôgo de classe; o jôgo de classe e suas finalidades didáticas; o jôgo de classe em matemática; a metodologia do jôgo de classe em matemática; recreações matemáticas.

DIDÁTICA DA MATEMÁTICA representa importante contribuição para a renovação dos processos do ensino dessa matéria. Malba Tahan é mesmo o professor e o escritor indicados para lançar em debate tão significativo assunto.

EDIÇÃO SARAIVA
SÃO PAULO


A
K
K'
C
$y=\sqrt{\dfrac{x^2-8x+15}{x^2-x-12}}$
$\rightarrow y'$
$\rightarrow y_2$