Toma-se a metade do número dado e acrescenta-se um zero.

b) números quaisquer por 25.

Multiplica-se por 100 e toma-se a quarta parte.

c) por 125.

Multiplica-se por 1000 e toma-se a oitava parte.

d) por 500.

Multiplica-se por 1000 e toma-se a metade.

e) por 11.

Considerando os algarismos do multiplicando, da direita para a esquerda, escreve-se, ainda nesse sentido : o 1.º algarismo, a soma do 1.º com o 2.º, a soma do 3.º com o 3.º, a do 3.º com o 4.º, etc... a do penúltimo com o último e, finalmente, o último algarismo, tendo o cuidado de juntar, a cada soma, a reserva que vem da anterior.

Ex. : 56365×11=620.015

(Escreve-se da direita para a esquerda : 5, primeiro algarismo ; 1, unidades da soma 5+6 ; 0, unidades da soma 6+3 com a reserva, 1, da soma anterior ; etc.)

f) por 22, 33, 44, etc..

5.º — *Divisão*

Aprendizagem da divisão com quociente composto.

Exemplos de divisões de dificuldade crescente :

a) divisões exatas, sem resto nos dividendos parciais.

Ex. : 1284÷2=   147÷7=   279÷9=

b) divisões inexatas :

I) 4.837 ÷ 2 =		
II) 470 ÷ 3 =	9.817 ÷ 5 =	
III) 407 ÷ 3 =	370 ÷ 3 =	
IV) 418 ÷ 4 =	1.209 ÷ 9 =	
	643 ÷ 6 =	8.407 ÷ 5 =
		14.035 ÷ 7 =

Nos exemplos II e III os alunos freqüentemente esquecem o zero do dividendo. No último ex. (IV) o êrro comum é deixar de colocar o zero no quociente.

Para evitar confusões no desenvolvimento do processo da divisão de números compostos, o professor indicará no quadro a série de atos que constituem a marcha do cálculo :

1. Dividir
2. Multiplicar
3. Subtrair
4. Comparar o resto com o divisor
5. Baixar o algarismo seguinte do dividendo
6. Repetir as operações na ordem indicada

Depois da criança ter adquirido bastante prática no desenvolvimento do processo do 4.º caso é que serão dadas as divisões mais dificeis, ex. : 966÷23 ; 5568÷24 ; 4970×35; 16698÷33 ; 76342÷38 ; 7200÷45 ; 25586÷379 ; etc..

Nas divisões em que ambos os termos terminem em zero deve ser usado o processo abreviado, explicando-se a razão por que não se altera o quociente, insistindo-se nas divisões por 10, 100, 1000, etc.. O professor deve chamar a atenção dos alunos para a variação do quociente de acôrdo com as variações do dividendo e do divisor.

Nas divisões inexatas completar-se-á o quociente com uma fração cujo numerador é o resto e cujo denominador é o divisor.

O aluno deve tirar a prova real antes de apresentar seu trabalho ao professor.

Os erros mais freqüentes no 4.º caso de divisão podem ser relacionados como se segue :

1. Idéia de que o algarismo achado para quociente da divisão do 1.º algarismo do dividendo pelo 1.º do divisor é sempre o que convém.
2. Ignorancia da tabua de multiplicar.
3. Esquecimento das reservas.
4. Erro de subtração.
5. Esquecimento de colocar os algarismos no quociente.

A criança deve habituar-se a utilizar as provas da multiplicação e divisão — real e dos noves — afim de conseguir exatidão nos cálculos.

Prova real da multiplicação. Prova real da divisão.

Cálculo mental

a) por 5 — multiplica-se por 2 e divide-se o produto por 10.
b) por 25 — multiplica-se por 4 e divide-se por 100.

6.º — *Divisibilidade.*

Na aprendizagem gradativa da divisão, o professor procurará despertar a atenção da criança para os casos de divisão exata e inexata e aproveitará o ensejo para ensinar a divisibilidade por 2, 5, 10, 3 e 9.

Para a memorização dêstes caracteres, o professor empregará exercícios, "cartões-relampago" e jogos.

Exercícios

1. Escrever no quadro uma série de números para que os alunos cancelem todos os números divisiveis por 2, 3, 5, etc.

2. Escrever no quadro uma série de números para que os alunos escrevam no papel somente os múltiplos de um número determinado: 2, 3, 5, etc..

3. O mesmo exercício anterior, sendo a série de números ditada pelo professor.

Cartões-relampago — O professor mostrará rapidamente cartões com números múltiplos; os alunos, à medida que os números forem sendo mostrados, dirão os respectivos divisores. (Isso se fará durante alguns minutos apenas, em cada dia).

7.º — *Fração*

O estudo de fração propriamente dita poderá continuar a ser feito concretamente, usando-se tiras de papel, cordões, frutas ou representações gráficas no quadro.

Para o ensino dos termos da fração o professor dirá que o número escrito abaixo do traço se chama denominador (porque dá nome à fração) e indica em quantas partes a unidade foi dividida. O número escrito acima do traço mostra quantas

partes foram tomadas da unidade e se chama numerador (porque indica o número de partes).

Exemplificando, temos:

$\frac{3}{8}$ três (n.º de partes, ou numerador)
oitavos (nome das partes, ou denominador)

Exercícios:

a) Leia os seguintes denominadores:

$\frac{}{4}$, $\frac{}{6}$, $\frac{}{8}$, $\frac{}{7}$, $\frac{}{10}$ etc.

b) Escreva os denominadores: meio, têrço, quinto, décimo, etc., de modo abreviado.

c) Que indica o denominador: $\frac{}{4}$, $\frac{}{6}$, $\frac{}{10}$?

d) Escreva as frações: três quintos, quatro sextos, cinco décimos, etc.. Que indicam essas frações?

Quadro para variação e equivalencia de frações:

<table>
<tr><td colspan="8">1/2</td><td colspan="8">1/2</td></tr>
<tr><td colspan="4">1/4</td><td colspan="4">1/4</td><td colspan="4">1/4</td><td colspan="4">1/4</td></tr>
<tr><td colspan="2">1/8</td><td colspan="2">1/8</td><td colspan="2">1/8</td><td colspan="2">1/8</td><td colspan="2">1/8</td><td colspan="2">1/8</td><td colspan="2">1/8</td><td colspan="2">1/8</td></tr>
<tr><td>1/16</td><td>1/16</td><td>1/16</td><td>1/16</td><td>1/16</td><td>1/6</td><td>1/16</td><td>1/16</td><td>1/16</td><td>1/16</td><td>1/16</td><td>1/16</td><td>1/16</td><td>1/16</td><td>1/16</td><td>1/16</td></tr>
</table>

Aproveitando este diagrama, poderão os alunos comparar frações. Ex.: Qual é maior: $\frac{1}{2}$ ou $\frac{1}{8}$? $\frac{1}{4}$ ou $\frac{1}{16}$?

Diagramas semelhantes poderão ser organizados com: 1.º — frações com numeradores diferentes da unidade e o mesmo denominador; 2.º — frações com o mesmo numerador e denominadores diferentes; pela comparação de tais frações chegarão os alunos à conclusão de que: entre duas frações com igual denominador, é maior a de maior numerador e de duas frações de igual numerador é maior a de menor denominador.

O traço de fração (horizontal ou inclinado) dá oportunidade a insistir-se nas noções de linha reta e suas posições. Tais observações, entretanto, só devem ser feitas depois de estarem os alunos bem familiarizados com o estudo das frações, para que não venham a tornar-se elemento de perturbação para esse estudo.

Problemas.

a) Um bolo foi dividido em sete pedaços ou fatias iguais. Cada pedaço que é do bolo ?

b) Um aluno da classe ganhou 1/4 de uma laranja e outro 1/2. Quem ganhou maior pedaço ?

8.º — *Fração decimal.*

1. *Noção de decimal.* — A noção de fração decimal deve ser apresentada aos alunos concretamente, tomando-se diferentes especies de unidades e dividindo-se cada uma delas em 10 partes, formando décimos. Para isso se usará variado material: fôlhas e tiras de papel, frutas, doces, sabão, massa de modelagem, etc.. Dividida a unidade em décimos, serão tomados 2 décimos, 3 décimos, etc..

Os alunos, entretanto, já têm noção de fração, pelo estudo feito para frações ordinárias. A medida, pois, que lhes for apresentando as noções de fração decimal, deverá o professor ir mostrando que tais frações são frações como quaisquer outras, sendo que as estudamos particularmente, do mesmo modo que, si nos interessassem, estudariamos têrços, sétimos, ou outras quaisquer: tomamos a unidade dividimo-la em 10 partes, como poderiamos dividí-la em três partes, cinco, sete, etc.

As frações decimais nos interessam particularmente pelas suas aplicações práticas, de uso muito comum, e porque po-

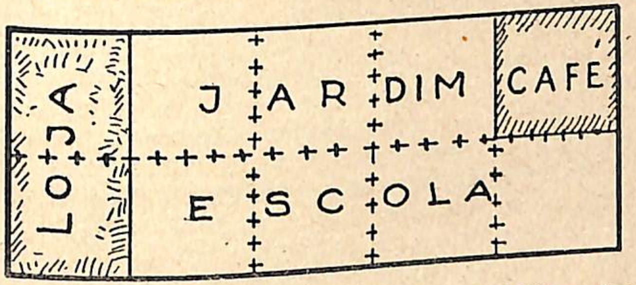
demos dar-lhes forma diferente das outras, das comuns, chamadas *ordinárias*: tal forma é a de números inteiros, podendo-se trabalhar com elas fàcilmente, como si fossem inteiros e não fração.

Serão então representados, sob forma de fração decimal, diversos números de décimos; o professor fará os alunos escreverem, em notação decimal, diversos números de décimos. Antes, porém de ensinar a escrever *décimos*, propriamente, convém dar a noção de que nas frações decimais, podemos representar, em um mesmo número, inteiros e frações.

Fará então o professor que os alunos tomem por ex., dois objetos (que representarão unidades), um dos quais será dividido em décimos, obtendo: 1,1 ou 1,2 ou 1,3, etc, de acôrdo com o número de décimos considerados. Daí se generalizará para, por ex.: 5,2 ou 15,6 etc.. Apreendida a representação escrita e compreendido o papel da vírgula, será figurado o caso de só haver fração e explicado que, então, não havendo parte inteira, esta será representada pelo zero, surgindo assim as representações: 0,2 ou 0,3, etc..

Ex. de exercícios:

I — Num terreno para construção dividido em 10 partes iguais, representam-se dois ou três edifícios, ocupando cada um certo número dessas partes (décimos). Os alunos dirão quantas partes cada edifício ocupa, como se vê abaixo:



O mesmo exercício pode fazer-se com ladrilhos, tacos de assoalho, azulêjos, etc. aplicando-se o estudo a centésimos, milésimos, etc.. Este material (ladrilhos, tacos, azulêjos, etc.)

serve também para estudo das superfícies planas (triangulo, quadrado, retangulo).

Quando estiver bem firme a noção de *décimos* se passará à de centésimos pelos mesmos processos e em seguida à de milésimos, acompanhadas respectivamente pela escrita correspondente e exercícios variados de leitura. De milésimos, ou mesmo de centésimos em diante não haverá mais necessidade de concretizar levando-se fàcilmente os alunos a generalizar e, pois à formação, leitura e escrita de qualquer fração decimal.

2. *Redução de fração decimal a uma ordem indicada.*

Ex.: Reduzir 0,5 a milésimos
Reduzir 0,2 a centésimos
Reduzir 0,500 a décimos, etc.

Exercícios:

a) 5 unidades quantos décimos valem?
b) Em 95 décimos quantas unidades há?

Observar que os zeros acrescentados ou suprimidos à direita de um número decimal não alteram seu valor ou 0,3 = 0,30 = 0,300

3. *Deslocamento da vírgula.* — Fazer observar, praticamente, as alterações produzidas no valor da fração decimal pelo deslocamento da vírgula, para a direita e para a esquerda. Conclusão: andar com a vírgula para a direita corresponde a multiplicar por 10, 100, etc.; andar para a esquerda corresponde a dividir. Essa lei não deve ser enunciada pelo professor mas achada pelos próprios alunos, que a induzirão da observação que fizerem nos exemplos que lhes forem apresentados.

Fazendo aplicação dêsse princípio do sistema decimal que, si deslocarmos a vírgula para a direita e mudarmos correspondentemente a denominação, a fração não se alterará. Identica demonstração será feita para a divisão, afim de que se chegue a concluir que a mudança da vírgula corresponde a multiplicar ou dividir si se mantivér a denominação inicial da parte inteira. Por meio do sistema métrico será muito fácil a exemplificação ex.: $82^{l},5 = 8^{l},25 \times 210$.

Mudando-se a denominação inicial não haverá multiplicação ex.: 8,l25 = 82,dl5 convindo insistir nesse ponto pela confusão que a êsse respeito se estabelece frequentemente no espírito das crianças.

4. *Adição.* — Os exercícios sôbre adição de decimais serão distribuídos pela ordem de dificuldade ex.:

I — 0,32+1,47+7,46=
II — 31,460+7,360+842,127=
III — 7,02+6,1+2,312=
IV — 3+77,48+0,019=

5. *Subtração.* — Os exercícios sôbre subtração de decimais serão feitos pela mesma orientação da adição.

6. *Multiplicação e divisão - pelas potencias de 10.* — A aprendizagem do processo prático da multiplicação e divisão por 10. 100, etc., deverá ser realizada de forma que os alunos compreendam claramente a razão do deslocamento da vírgula decimal.

Nessa ocasião será ensinada a divisão de um número inteiro qualquer por 10, 100, etc..

9.º — *Dinheiro.*

Neste ano será completado o estudo de dinheiro e o professor concretizará o ensino por meio de: dinheiro de brinquedo; tabelas de preços; listas usadas em casas de chá, café, etc.; anuncios de jornais, revistas, etc.; recibos; notas de venda; faturas, róes de roupa, contas de gaz, luz e as casas de negócio improvisadas em aula.

A aprendizagem assim feita será completada por meio de exercícios orais ou escritos e problemas que serão dados pelo professor ou formulados pelo aluno.

Como no ano anterior, a forma das moedas poderá conduzir ao estudo do círculo (superfície plana do cilindro e do cone) e daí se poderá passar, por idéias associadas, a todo o estudo de sólidos, superfícies e linhas, que constituem o programa do ano.

Exercícios :

a) Escrever as seguintes quantias : cincoenta e três mil réis, quatrocentos e setenta e oito mil réis, um conto e cem, etc..

b) Ler as seguintes quantias : 56$700 ; 102$300 ; ... 11:375$000 ; etc..

c) Tenho um níquel de $400, uma prata de 1$000 uma nota de 5$000. Quanto tenho ao todo ?

d) Como podem ser trocadas as seguintes quantias : 5$000, 10$000, 20$000, 50$000, etc. ?

10.º — *Sistema Métrico.*

1. Revisão do ensino prático já realizado para completar a aprendizagem do metro, seus múltiplos e submúltiplos.

O material já empregado no ano anterior deverá ser usado também no corrente ano, pois que faz parte integrante dêste estudo o qual deve ser feito do modo mais concreto possível.

Só assim terá a criança pleno conhecimento do metro, seus múltiplos e submúltiplos e das relações entre êstes ; e as diversas conversões em uma unidade indicada deixarão de ter feição automática, para serem feitas inteligentemente.

As lojas representam na aprendizagem das medidas métricas papel importantíssimo, por isso, neste ano, terão grande uso.

A aprendizagem será realizada por diversos modos, como por exemplo :

a) usar réguas graduadas, fitas métricas, trena, metro articulado, metro de madeira ;

b) aplicar as diferentes frações do metro em trabalhos feitos na classe ;

c) mencionar nomes de artigos comprados a metro ;

d) formular e resolver problemas, orais ou escritos ;

e) fazer exercícios como :

I — Trace no quadro negro uma linha horizontal de *tantos* centímetros de comprimento.

II — Faça no papel a margem de *tantos* centímetros de largura. A linha da margem que posição tem, em relação às pautas do papel ? E estas entre si ?

III — Méça o comprimento dos livros, canetas, pastas, carteiras, etc..

IV — Trace uma reta vertical de um metro e marque os decímetros.

V — Diga quantos centímetros há em 1/2, 1/4, do metro, etc..

2. Leitura e escrita.

O professor guiará a criança para que ela conclúa que as medidas métricas estão relacionadas ìntimamente com os números decimais.

A leitura e a escrita serão ensinadas correlatamente com a de decimais.

As equivalencias entre as frações decimais e as do metro serão claramente conhecidas : um décimo do metro equivale a um decímetro ou 0,m1, dois décimos equivalem a dois decímetros ou 0,m2, etc..

O mesmo se aplica aos centímetros, aos milímetros. etc..

A leitura de um número de metros pode ser de três modos; a criança usará de preferência a forma mais comum.

O estudo simultâneo de frações decimais e das unidades de sistema métrico traz grande facilidade à aprendizagem, porque o conhecimento das frações auxilia o do sistema-métrico e êste esclarece e reforça o das frações pròpriamente ditas, de que não é mais que aplicação ou concretização.

3. Litro e grama — Múltiplos e submúltiplos.

Os meios empregados para a aprendizagem do metro serão aplicados ao litro e grama, quando possível. Em variados exercícios as crianças avaliarão capacidade com litros, meios litros, decilitros etc. e pesarão utilizando-se dos pesos e da balança.

As medições e avaliações do sistema métrico, as substâncias medidas e pesadas e os envolucros dessas substâncias devem servir, tal como no 2.º ano, ao estudo correspondente dos sólidos geométricos que constituem a matéria do programa dêste ano e bem assim das noções correlatas de forma (das faces), arestas, vértices, bases, etc..

A propósito da balança, por exemplo, o professor chamará a atenção dos alunos para posição do travessão e do fiel, em equilíbrio ou não (vertical, horizontal, oblíqua, perpendicular); na balança de Roberval para os dois travessões, e para as duas hastes que sustentam os pratos (paralelas, perpendiculares, retângulo) etc..

Os exercícios de redução de uma unidade a seus submúltiplos são aplicação da multiplicação de números decimais pelas potências de 10.

Exercícios :

I — Quantos litros tem um Dl. ?

II — 43 litros de vinagre quantos decilitros são ?

III — Um trem correu 160Km. numa hora, quantos metros percorreu ?

Os exercícios de conversão de uma unidade em seus múltiplos são aplicação de divisão de números decimais pelas potências de 10 : Uma pessoa comprou 250 gramas de manteiga. Quantos quilos comprou ? etc.

A noção de que — converter umas unidades em outras é aplicação da multiplicação ou divisão pelas potências de dez — precisa ser muito bem assimilada pelos alunos, para não produzir confusões. Assim por exemplo, é necessário que êles compreendam perfeitamente que : fazer conversão de unidades de uma ordem para outra é aplicar o princípio da multiplicação ou divisão por 10, 100, etc., mas que não é, absolutamente, multiplicar ou dividir as quantidades de que se trata por 10, 100, etc..

Assim, por ex. : converter 6Hl,542 em litros é *aplicar o princípio citado* porque, como o hectolitro corresponde a 100 litros, si exprimirmos em litros uma determinada quantidade, o número de litros será 100 vezes maior do que si essa mesma quantidade estivesse expressa em hectolitros. Ora, si em litros temos 100 vezes mais, é lógico que multiplicando o número

por 100 obteremos o número de litros ; deslocaremos, pois, a vírgula duas casas para a direita e teremos : 654l,2. A quantidade achada, entretanto, (654,l2) é exatamente a mesma que tinhamos antes, pois que deslocamos a vírgula duas casas para a direita, mas mudamos a denominação de hectolitros para litros.

Si tivessemos querido, realmente, multiplicar 6,Hl542 por 100 teriamos igualmente deslocado a vírgula duas casas para a direita, mas teriamos conservado a denominação Hl, isto é, teriamos : 6,lH542×100=654,Hl2.

Desde que os alunos tenham compreendido bem os fatos expostos será conveniente então levá-los a fazer as conversões sem a preocupação de multiplicar ou dividir por 10, 100, etc., o que exige trabalho de reflexão, facilmente sujeito a erros. Farão tais conversões de modo prático, atendendo ao lugar ocupado pelas diversas ordens de unidades, isto é, à sua posição relativa no número, o que é muito mais ràpido e seguro.

2.º Ex. : Reduzir a quilogramos : 42,g8.

Processo da multiplicação ou divisão por 10, 100, etc. : 1Kg. tem 1000 gramas, logo devemos dividir o número por 1000, isto é, andar com a vírgula 3 casas para a esquerda : 42,g8=0,Kg0428.

Processo prático de dividir : si o 2 representa gramas o 4 será Dg, colocaremos um zero para Hg e um para Kg. : 42g,8=0,Kg0428.

Adição e subtração.

Desde que a criança compreenda a conversão de medidas referidas a uma unidade, a adição ou subtração não apresenta nenhuma dificuldade.

Exercícios :

I — Uma menina gastou no vestido de sua boneca... 2,m45 de renda e 3/4 do metro de bordado. Quantos metros de enfeite ela gastou ?

II — Tirando-se 55 Hg de uma lata de manteiga de 10 Kg. quantos quilos restam ?

III — Comprei 2Kg. de banha, 500 gr. de sabão, 1/4 de Kg. de toucinho. Que pêso, em quilogramos carreguei ?

IV — *Jogos.*

Romanos e arábicos.

Objetivo — aprendizagem de numeração romana.

Preparativos — cartões com numeros em algarismos romanos e outros tantos correspondentes em arábicos; separar 2 grupos de 6 alunos; distribuir os cartões entre as crianças; escalar dois juízes.

Inicia-se o jôgo; um aluno jóga, por ex. o cartão com o número XXXIII, jóga em seguida o aluno do outro grupo que tiver o cartão correspondente com o número 33 e assim continua o jôgo até que todos os alunos tenham jogado o último cartão.

Os juízes marcam os erros, o grupo que tiver menos faltas ganha o jôgo.

Operações.

1. Divisão — O objetivo é rapidez e exatidão.

Material: são 22 cartões de 0,m30 por 0,m20. Em 11 dêstes há impressos em caracteres grandes e nítidos números compostos, de 3 algarismos, que representarão, no jôgo, o dividendo. O divisor será representado pelos outros 11, dentre os quais um será para o zero, outro para o dez e cada um dos restantes para um número simples; êstes representarão o divisor. Papel em branco para todos os alunos que forem jogar.

Os alunos conservam seus lugares na classe. O professor divide a turma em dois partidos — A e B — ficando A à esquerda de B. A' frente de cada partido, numa carteira isolada, senta-se uma criança de costas para os companheiros. Na carteira do partido A estão os cartões — dividendo, sobrepostos, de modo que a criança não veja os números; da mesma maneira na carteira do partido B estão os cartões divisor.

O professor, que é o juiz, determina o tempo para a divisão: a um sinal seu, as duas crianças da *frente* levantam

simultaneamente um cartão e o colocam de forma que os jogadores possam ver claramente os números. Os alunos, sem perda de tempo, efetuam a divisão; escrevem só o quociente no seu papel e levantam-no ao alto para que o professor veja o resultado.

O professor, toma nota das respostas certas de cada partido dadas no tempo fixado. Cada divisão é uma partida, ganha a partida o grupo que tiver maior número de respostas certas.

O jôgo se faz em algumas partidas. No fim de cada uma, as crianças que seguram os cartões devem ser substituídas.

2. O saco de feijão — (adição, subtração e multiplicação. Análogo ao jôgo do 2.º ano).

O desenho é o mesmo, sem o quadrado. Cada criança lança 10 grãos. Um grão que caia no círculo pequeno vale 10 pontos; um no triangulo vale 5 pontos; um no círculo, fora do triangulo vale 0. Cada aluno marca seu ganho.

Combinações diversas, propostas pelos alunos ou professores.

3. Corrida à centena — (adição e subtração).

O objetivo é rapidez e exatidão na adição e subtração.

Disposição: Os alunos formam em duas fileiras, cada uma de 6 crianças.

O primeiro aluno escreve no quadro negro um número qualquer por êle imaginado. Os seguintes alunos virão pela ordem em que se acham formados, para adicionar ou subtrair um número imaginado ao que já houver sido escrito no quadro pelo seu antecessor, de forma que o último aluno ache para resultado o número 100. Si houver um engano, o aluno seguinte o corrigirá antes de continuar as operações. A fileira que terminar primeiro, ganha a partida.

Frações decimais

Objetivo — Ensinar a ler e escrever os números decimais; multiplicar e dividir números decimais pelas potências de 10.

O material consiste em 30 cartões de 0,m15 por 0,m10 sendo 15 para cada partido. Cada número simples (de 1 a 9) será escrito bem nìtidamente num cartão; com o algarismo *zero*, haverá 5 cartões; e 1 cartão com a *vírgula*. Os cartões de um partido serão de côr diferente da do outro.

São 15 alunos para cada partido; cada um recebe um cartão e representará no decorrer do jôgo o algarismo ou a vírgula nele impresso. Formarão em coluna singela obedecendo à ordem natural dos números, deixando os zeros e a vírgula no fim da coluna.

O professor determina o tempo que deve ser gasto no jôgo e designa uma outra criança da classe para juiz.

Para iniciar o jôgo, o professor dirá que deseja escrever um número; dirá alto e claro o número pensado.

Os alunos que representam os algarismos que constituem o número pedido e o que representa a vírgula saem da fileira e dispõem-se um ao lado do outro, de frente para seus companheiros de jôgo, colocando os cartões na mesma linha horizontal para formar o número decimal dado. Em seguida o professor dirá que deseja multiplicar ou dividir o número por 10, 100, 1000, etc.; a criança que representa a vírgula irá colocar-se no lugar que lhe competir. Si houver necessidade de algum zero ou de zeros, estes sairão da fileira pela ordem em que nela estiverem para procurar seu lugar no número que se quer formar.

Quando houver algum êrro, o aluno que estiver em primeiro lugar na fileira o corrigirá; o juiz marcará um ponto contra o partido em que houve êrro.

Será vencedor o partido que no fim do tempo tiver menos pontos contra si. O professor irá diminuindo pouco a pouco o tempo para o jôgo, procurando conseguir exatidão e rapidez.

Observação. — Como só há um cartão para cada número simples, o número pedido não poderá ser formado pelo mesmo algarismo repetido; o emprego dos zeros será também limitado pelo número de cartões que é 5. O professor não terá dificuldade em organizar as combinações e operações possíveis.

O mesmo jôgo pode servir para números inteiros ou sistema métrico e para frações ordinárias havendo neste caso um aluno que representará o traço de fração.

Divisibilidade

1. O professor fica à frente da classe tendo em mãos cartões com números múltiplos ou primos.

A princípio fica com os números voltados para si. Depois os vai virando à medida que os alunos, em fileira, vão passando e dando cada um o divisor de um número, o mais depressa possível.

Si uma criança errar, toma o último lugar na fileira e a seguinte responde.

Cartões.

72	29	320	68	270	235

2. Distribuir aos alunos cartões com números diversos. O professor ou um aluno ficará à frente da classe e mostrará um cartão que contenha o número 3, por ex.. Todos os alunos que tiverem cartões com números divisíveis por 3, irão ao quadro e escreverão o múltiplo de 3.

Este jôgo pode aplicar-se também à geometria desde que os números sejam substituídos por figuras geométricas ou objetos dessas formas.

V — *Problemas*

O professor deverá abordar os seguintes pontos neste ano.

1 — *Análise oral.*

O aluno aprenderá a analisar e interpretar oralmente o problema antes de resolvê-lo, tendo em vista os seguintes pontos principais;

I — leitura do problema.
II — que pede ou procura o problema.
III — que diz o problema ou quais são os seus dados.

IV — qual o processo empregado.

V — a resposta achada é razoável ?

Os problemas sem dados numéricos são aconselhados com o fim de fazer a criança compreender claramente quando deve somar, subtrair, multiplicar ou dividir, como :

— Uma criança tem certo número de bolas e outro tanto de bonecas. Como acharemos o total de brinquedos ?

— Conhecido o custo de uma boneca, que faremos para achar o custo de certo número de bonecas ?

— Um menino tem certo número de bolas, deu algumas ; como acharemos o número de bolas que ficaram ?

— Sabemos o custo de uma mercadoria e a quantia que temos para gastar, como achar a quantidade dessa mercadoria que podemos comprar ?

— Si tivesse certo número de lapis, ganhasse mais alguns e perdesse outro número, como poderia achar com quantos lapis ficaria ?

2 — *Análise escrita.*

Embora a solução escrita se inicie logo nos primeiros anos do curso é no 3.º ano que ela assume o aspecto característico de trabalho sistematizado. Será necessário, portanto, guiar o aluno cuidadosamente, para que se habitue a traduzir por escrito o seu pensamento com clareza, adquira método e hábitos de ordem e de asseio.

O sistema adotado será o chamado pleonasticamente "solução raciocinada", em que o aluno nem se habituará a escrever pura e secamente as operações que realizou sem esforçar-se por exteriorizar com acêrto suas idéias, nem tampouco se perderá nas dificuldades, de representar por escrito o raciocínio feito, raciocínio cuja redação é para êle demasiado complicada.

Tipo de solução :

Problema

Um cêsto que contem 28 laranjas é vendido na feira por 3$500. Laranjas da mesma qualidade são vendidas na quitarda a 2$400 a dúzia. Quanto eu lucraria si comprasse um cento de laranjas na feira, em vez de comprar na quitanda ?

Solução

Preço de uma laranja na feira :	3$500 ÷ 28	= $125	3500 | 28
Preço de uma laranja na quitanda :	2$400 ÷ 12	= $200	70 125
Diferença de preço em uma laranja :	$200 — $125	= $075	140
Diferença de preço em 100 laranjas :	$075 × 100	= 7$500	
			200
Resposta : — Lucro que teria em 100 laranjas :		7$500	125
			.75

A classe poderá formular problemas orais e escritos, servindo-se do material empregado no estudo de dinheiro e sistema métrico (listas de preço, anuncios, etc.).

O professor tomará uma destas listas e transcrevê-la-á no quadro negro ou em cartões com letras de imprensa, dispondo-a do seguinte modo :

Almôço :

Bife	1$000
Batatas fritas	$600
1 ovo frito	$500
Goiabada	$500

MERENDA

1 pão com manteiga	$200
Café com leite	$300

JANTAR

Sopa	1$200
Salada	$900
Carne assada	1$000
Pão	$100
Bananas fritas	$800

Varios problemas orais e escritos podem ser formulados pela criança com o auxílio destas listas, como :

— Quanto custa um almôço para duas pessoas ?
— Quanto custa a merenda para três pessoas ?
— Quanto custam as três refeições para uma pessoa ? Para quatro ?

Os anuncios de casas de aluguel prestam-se para tipos de problemas.

CASA

Aluga-se uma casa com 2 quartos e mais dependências. Aluguel: 250$000. Chaves à rua... N.º...

Em quanto importa o aluguel de 5, 6 meses ?

E de um ano ?

As listas ou tabelas de preços, anuncios de lojas, etc., são também lembradas com insistência, porque a criança organizando problemas com o auxílio delas, tem oportunidade de lidar com inúmeros dados e circunstâncias que a obrigam a trabalho de raciocínio, comparação, escolha e deliberação — para buscar os dados que lhe interessam no momento e desprezar aqueles que não lhe convenham, tal qual acontece na vida real.

Problemas como os seguintes despertam interêsse e desenvolvem o raciocínio da criança :

a) Que pergunta se deve fazer ?

I — Cada um dos 43 alunos de uma classe dá $200 para comprar um mapa que custa 18$000. A professora dá o que falta.

II — Uma quitandeira comprou galinhas por 35$000. Vendeu-as por 44$900.

b) Indicar o dado que falta :

I — Um viajante esperava na estação a chegada de um trem que devia chegar às 3 horas da tarde. Qual foi o atrazo do trem ?

II — Quanto custarão 4 dúzias e meia de laranjas ?

VI — *Projetos.*

I — *Os alimentos.*

Os alunos se propõem a estudar os alimentos e a conhecer a maneira de obtê-los e prepará-los. Cada criança fará o estudo dos alimentos que toma em casa ; indagará donde provém, onde se compram, como se vendem ; observará a quantidade gasta em um dia, semana ou mês, por pessoa ou pela família. Fornecerão os alunos material para preparo de um doce ou salada para a classe e calcularão as quantidades dos ingredientes que se devam empregar.

Noções :

Numeração : leitura e escrita dos números que representam o consumo de gêneros alimentícios.

Operações : cálculo de quantidades, distribuição de porções.

Frações ordinárias e decimais e sistema métrico : compra de alimentos, cálculo do consumo por pessoa, por dia e mês, em cada refeição ; quantidade de condimentos empregada no preparo de alimentos ; avaliação de tempo (duração de cocção).

Formas geométricas : frutos, trens de cozinha, fôrmas para bolos, doces e biscoutos.

Moeda : compras, vendas, cálculo de despesas.

II — *Vestuário*

Estudo do vestuário, das diferentes peças de uso individual ou de cama e mesa, fazendas. Como e onde se compram as fazendas.

Noções :

Numeração : leitura e escrita de números (arrolamento de peças de roupa, metragem de fazendas) ; dúzia e groza (de botões, de missangas).

Operações de inteiros, frações ordinárias e decimais, sistema métrico : cálculo do número de metros necessários ao preparo de peças de vestuário, número de peças que se podem fazer com uma peça de fazenda ; compra e córte de fazenda de acôrdo com as pessoas ou os móveis a que se destinam.

Formas geométricas, linhas e suas posições : botões, aplicação de renda ou bordado, bolsos, golas, lenços, babados, pregas, bordados.

Perímetro : orla de renda, bordado, festão, em peças de roupa.

Moeda : cálculo do custo de um vestido, de um uniforme, despesa da Caixa escolar com uniforme ou enxoval.

III — *Loja.*

Uma palestra ou leitura a respeito de vestuário poderá despertar na classe o desejo de organizar uma loja. Sua instalação e seu funcionamento proporcionarão noções e aplicação de conhecimentos a respeito de :

Numeração, composição e decomposição de números : contagem de peças de fazendas, peças de fita ou de renda (dezenas e centenas de metros).

Numeração romana : leitura e preparo de reclamos, cartazes.

Operações de inteiros, frações ordinárias e decimais, sistema métrico : compras, vendas, listas, arrolamento.

Formas geométricas ; linhas : armários, caixas, botões, motivos de ornamento de fazendas, de rendas e de bordados.

Moeda : orçamentos, compras, vendas, despesas.

IV — *Os selvagens.*

O estudo dos selvagens, na aula de história ; leituras, a visita ao museu, uma fita de cinema — podem despertar o interêsse pelo conhecimento da vidados selvagens. Os alunos organizam uma tríbu, cujos membros serão êles próprios ou bonecos, que êles farão viver, conforme os costumes dos indios

Noções :

Numeração : composição da tríbu.

Operações : cálculo de contas para colares, penas, dentes de animais, etc. ; quantidade de frutos, peixe e caça para a manutenção da tríbu.

Fração : divisão dos alimentos.

Sistema métrico : fazenda gasta para fazer os bonecos, distância das ócas, perímetro da taba.

Formas geométricas : utensílios e instrumentos indígenas.

Outros projetos : estudo de outros povos, de costumes peculiares ; projetos de estudo ; prática da divisão de números inteiros, conversão de medidas do sistema métrico, perfeito conhecimento da tábua de multiplicar.

d) Mínimo que se deve observar

Ao fim do 3.º ano o aluno deve ter :

1. conhecimento completo de numeração.
2. conhecimento da numeração romana até C : leitura, escrita e formação dos números ; angulos : reto, agudo e obtuso, sem referencia a graus ; linha reta (vertical, horizontal e inclinada), posições relativas : perpendicular, paralela e oblíqua ;
3. hábitos de asseio, ordem e clareza nos trabalhos escritos e representações geométricas ;
4. hábitos e clareza nas exposições orais ;
5. capacidade de somar e subtrair números quaisquer e de tirar as respectivas provas reais, conhecimento exato das tábuas de adição e subtração.
6. capacidade de multiplicar e dividir números quaisquer, inclusive os casos especiais, de tirar as respectivas provas reais e conhecimento exato da tábua de multiplicar ;
7. presteza de resposta nos resultados das operações fundamentais (1.º caso) ;
8. hábito de uso dos termos e expressões apropriadas (de acôrdo com a matéria estudada) ;
9. exatidão nos cálculos ;

10. hábito de verificar os cálculos efetuados;
11. conhecimento de números pares e ímpares, divisibilidade por 2;
12. conhecimento de fração ordinária: leitura e escrita, nomes dos termos e sua significação, variação e equivalencia.
13. conhecimento de fração decimal: numeração, divisão da unidade em décimos, centésimos, etc., leitura e escrita, conversão de umas unidades em outras, movimento da vírgula, adição e subtração;
14. conhecimento completo do dinheiro brasileiro e de: círculo, superfície plana do cilindro e do cone, superfície planas do cubo, arestas e vértices;
15. rapidez e precisão nos cálculos com dinheiro;
16. conhecimento de: metro, litro e grama: múltiplos e submúltiplos, conversões; 1/2 litro e 1/4 de litro, 1/2 quilograma e 1/4 de quilogramo; paralelepípedo, arestas e vértices, faces laterais e bases; pirâmide, faces laterais, arestas e vértices, triangulos das faces laterais, reconhecimento da base, sem classificação; tronco de cone, superfície curva e bases; tronco de pirâmide;
17. certa atenção e observação para descobrir as relações entre os dados dos problemas;
18. certa capacidade de raciocínio na resolução de problemas.

4.º ANO

a) Objetivos.

De modo geral, são os mesmos os do 3.º ano, prosseguindo-se no estudo dos assuntos iniciados, iniciando-se novos e dando-se ao estudo amplitude maior, compatível com o grau mais alto de desenvolvimento da classe. Neste maior desenvolvimento se incluirá, especialmente, o raciocínio, aplicado a problemas surgidos da vida real ou dos trabalhos escolares.

b) Análise dos objetivos.

Os conhecimentos do ano anterior são enriquecidos com alguns fatos matemáticos novos e com a continuação ou terminação do estudo dos que já estavam sendo feitos. O trabalho do ano é, principalmente, o desenvolvimento do cálculo de frações (ordinárias e decimais), do estudo do sistema métrico e das formas e nomenclatura geométricas iniciado no 3.º ano, estendendo-se à avaliação de área e perímetro e à iniciação da chamada aritmética comercial em seu aspecto mais simples: percentagem.

As observações feitas a respeito de facilidade e segurança no cálculo têm todo cabimento neste ano, devendo-se continuar a prestar atenção, neste particular, às operações de inteiros e estender esse cuidado aos demais cálculos, cuja exatidão rigorosa será sempre exigida como condição indispensável. Quanto à rapidez se deve ser mais exigente que no 3.º ano, podendo-se mais tarde determinar precisamente o grau dessa e das demais exigências, quando a organização de testes apropriados o permitir.

Os problemas poderão ter um pouco mais de dificuldade, continuando, porém, dentro das regras gerais estabelecidas, de oportunidade e interêsse.

Quer no estudo de matéria nova, quer na repetição de fatos e processos conhecidos anteriormente, os alunos poderão ir tomando o hábito de definir e de classificar, o que lhes proporcionará excelente treino para hábitos de precisão de idéias e de linguagem. Definições e classificações, entretanto, nunca serão apresentadas para que os alunos as conheçam e decorem, mas, ao contrário, só serão objeto de atenção por parte do professor quando achadas pelos próprios alunos, representando conclusões por êles mesmos tiradas, procurando-se assim fazer que adquiram o hábito de investigar e raciocinar por si mesmos.

A maior facilidade de abstração por parte dos alunos não implica o abandono de processos de concretização e do aspecto de realidade dado aos problemas e aos casos novos que se apresentem. Os processos novos devem, tanto quanto possível, ser apresentados concretamente, passando à abstração quando estejam bem assimilados. Todo o ensino deve continuar a ter o cunho de realidade. A aquisição de conhecimentos terá o carater de pesquizas, em que se busque o aparelhamento de que se está necessitando para resolver a situação do momento — situação essa que será determinada pelos projetos ou trabalhos quaisquer que se estejam realizando ou por ocorrências ou circunstâncias da vida real dos alunos.

c) Prática do ensino.

I — *Assuntos e divisão da matéria*

Numeração romana, estudo completo. Angulos, medida. Linhas convergentes e divergentes, angulos suplementares e complementares, angulos em tôrno de um ponto. Circunferência e círculo, raio, diâmetro, arco, corda, flecha, tangente e secante.

Multiplicação : conhecimento dos produtos por 11 e 12. Processos abreviados de multiplicação por 11 e 50.

Números primos e múltiplos. Fatores ou divisores. Decomposição em fatores primos. Números primos entre si. Divisibilidade por 3, 4, 9, 11, 10, 100, 1000, etc..

Frações ordinárias — frações próprias e imprópias, números mixtos, extração de inteiros. Redução ao mesmo denominador (processo geral e do mínimo múltiplo comum). Simplificação (por divisões e decomposição em fatores primos). Adição e subtração de frações homogêneas e heterogêneas.

Frações decimais — multiplicação e divisão ; multiplicação e divisão por 10, 100, etc..

Sistema métrico, área e perímetro, escala — Noção de área. Metro quadrado, múltiplos e submúltiplos ; alqueire de terras. Quadrado, retangulo, paralelogramo, losango e trapézio (quadriláteros). Avaliação de áreas — retangulo, quadrado, paralelogramo e losango. Perímetro dessas figuras. Triangulo, especies. Area e perímetro do triangulo. Légua terrestre, milha marítima, correspondencia aproximada com as medidas do sistema métrico. Figuras semelhantes, escala.

Noção de percentagem por meio de fração decimal, com aplicação a comissões, pagamento de impostos, abatimentos, etc., resolvendo os dois problemas : cálculo do valor da percentagem e da taxa.

II — *Hábitos e disposições de espírito que convém formar.*

Além dos indicados no mínimo do 3.º ano :

Firmeza e rapidez na execução de cálculos e processos.

Hábito de satisfazer-se ùnicamente com resultados rigorosamente certos, verificando os cálculos efetuados e, em geral, os resultados obtidos.

Hábito de executar trabalhos integralmente e da melhor maneira, não se contentando com realizá-lo imperfeitamente ou pouco mais ou menos.

Iniciativa na resolução de problemas e na pesquiza de processos.

Hábito de enfrentar as dificuldades e de procurar resolvê-las.

Hábito de observar, refletir e traçar um plano antes de agir.

Capacidade de atenção, de observação e de raciocírio, traduzida em efetuar operações mais longas e resolver problemas mais complicados.

Preocupação de escolher o processo mais rápido em igualdade de condições de eficiência.

Rapidez e precisão nos cálculos de frações muito simples (1/2, 1/3, 1/4, 1/5, 1/10) e de percentagens muito comuns (1%, 2%, 5%, 10%, 25%, 50%).

III — *Matéria de ensino.*

1.° — *Numeração romana.*

Recordando o estudo de numeração romana feito nos anos anteriores o professor tomará o mostrador do relógio como ponto de partida para aquisição de diversas noções de geometria, fazendo as crianças observar a circunferência, o círculo (raio, diâmetro) as posições e propriedades das retas (secante, corda, flecha, tangente) em relação à circunferência e ao círculo. Os ponteiros, colocados nesta ou naquela posição, proporcionarão uma série de observações, relativas a angulos, linhas divergentes ou convergentes, etc..

Traçando-se dois raios em um círculo, a porção da circunferência compreendida entre eles, denominada "arco", mede ou determina a grandeza do angulo formado por esses raios.

O professor levará o aluno a sentir a necessidade de tomar uma unidade para medida dos angulos, daí a divisão da circunferência em 360 graus, cada grau em 60', e cada minuto em 60", portanto a metade ou semi-circunferência mede 180° ou 2 angulos retos, a quarta parte, 90° ou um angulo reto.

A criança verificará que para medir um angulo qualquer é bastante tomar um grau como unidade e repetí-lo ou dividí-lo tantas vezes quantas forem necessarias.

A leitura escrita de angulos deve acompanhar o estudo de medida dos mesmos.

A criança terá oportunidade também de reforçar os conhecimentos de angulos complementares e suplementares e angulos formados em torno de um ponto.

Este estudo será completado e formado com o desenho, construções em cartonagem, etc. onde a criança terá ocasião de manejar o transferidor, o compasso e os esquadros.

Há aquí oportunidade para tornar conhecidos dos alunos alguns processos práticos de traçar a circunferência.

O processo do jardineiro consiste em amarrar um barbante a uma estaca, que é firmada no lugar que deve ser o centro da circunferência ; na extremidade livre do barbante amarra-se outro pedaço de madeira ; movendo-se êste, com o barbante bem esticado, traça-se a circunferência no terreno. O mesmo se pode fazer na classe com alfinete e linha.

Também se pode traçar a circunferência fixando um lapis acima da ponta, sôbre um pedaço de papel ; fazendo êste girar, a circunferência vai sendo descrita pelo lapis.

Exercícios como os seguintes podem ser dados :

I — Si reunirmos o número de graus de um angulo de 35° e de outro de 25°, quantos graus ainda teremos de juntar para ter um angulo reto ?

II — O angulo achado que especie de angulo é ?

III — Temos três angulos : de 83°, 54° e 27° ; si somarmos o número de graus, qual será o suplemento do angulo assim formado ?

Finalizando o estudo de numeração romana, o professor dirá que para representar os milhares, além de 3.000, empregam-se os mesmos algarismos romanos já estudados com um traço horizontal em cima : $\overline{\text{IV}}=4000$; $\overline{\text{V}}=5000$; $\overline{\text{X}}=10.000$; $\overline{\text{L}}=50.000$; $\overline{\text{C}}=100.000$; $\overline{\text{D}}=500.000$; $\overline{\text{M}}=1.000.000$.

Havendo diversas ordens de unidades : $\overline{\text{IX}}\text{CCL}=9.250$; $\overline{\text{CC}}\text{II}=200.002$.

Exercícios como os seguintes completarão a aprendizagem:

a) Fazer ler : MCMXXXII ; CL ; XCIX ; VCCC; etc..

b) Ditar algarismos arábicos para o aluno representar em romanos : 1.640 ; 1.894 ; 5.890, etc..

2.º — *Multiplicação.*

Para a memorização dos produtos por 11 e 12, o professor usará os meios já empregados para o conhecimento das tábuas de multiplicação de 1 a 10.

Depois que a criança tiver seguro conhecimento da tábua de 11 é que será ensinado o processo abreviado de multiplicação por 11.

Processo abreviado por 11 — Pode ser achado pelos alunos atendendo a que multiplicar por 11 é o mesmo que multiplicar por 10 mais 1.

Assim : 1) $25 \times 11 = 25 \times (10+1) = (25 \times 10) + (25 \times 1)$ ou:

$$\begin{array}{r} 250 \\ \underline{25} \\ 275 \end{array}$$

Considerando o produto 275, que é a soma de 250 com 25, vemos que foi obtido do seguinte modo :

a) tomámos tal qual o algarismo das unidades do número : 5

b) tomámos 5 (unidades do número) e somámos com 2 (dezenas) : 7

c) escrevemos o algarismo das dezenas tal qual : 2

2. $3261 \times 11 = (326 \times 10 + 3.261$ ou :

$$\begin{array}{r} 32.610 \\ \underline{3.261} \\ 35.871 \end{array}$$

Somando 32.610 com 3.251 fizemos o seguinte :

a) tomámos tal qual o algarismo das unidades : 1

b) somámos 1 e 6 (unidades e dezenas) : 71

c) somámos 6 e 2 (dezenas e centenas) : 8 71

d) somámos 2 e 3 (centenas e milhares) : 5.871.

c) tomámos 3, último algarismo da esquerda, tal qual : 35.871.

Daí se conclue a regra :

1. Toma-se tal qual o algarismo das unidades, o qual será o algarismo das unidades do produto ;

2. Soma-se o algarismo das unidades com o das dezenas, o que dá o algarismo das dezenas do produto ;

3. Soma-se o algarismo das dezenas com o das centenas, o que dá o algarismo das centenas do produto ; e assim por diante ;

4. Toma-se tal qual o último algarismo à esquerda, o qual será o último algarismo à esquerda do produto.

Quando houver reservas, estas serão acrescentadas às diversas ordens de unidade :

Exemplo :

	478×11	8
	8+7=15	58
vae	1 e 7, 8	
	8+4=12	258
vae	1 e 4, 5	5258

Logo, $478 \times 11 = 5258$

3.º — *Números primos e múltiplos — Fatores ou divisores.*

Divisibilidade — Decomposição em fatores primos.

O professor partirá da multiplicação de números simples para dar a noção de número múltiplo.

Tomando um número múltiplo, levará a criança a encontrar os números, que multiplicados, reproduzam o número dado.

Considerando — por ex. : o número 6, a criança encontrará facilmente que 6 é igual a 2×3 ; verá que 2 e 3 são fatores do número 6 ; observará também que, si dividir 6 por 2, o quociente será 3, ou, si dividir por 3, o quociente será 2, donde ela concluirá que 2 e 3 são divisores ou submúltiplos de 6.

A criança terá noção clara do número primo ao verificar, por processo análogo ao que foi empregado para aprendizagem de número múltiplo, que nem todo número tem fatores ou divisores diferentes de si e da unidade.

Para reconhecer si um número é ou não primo, podem ser empregados:

a) Crivo de Eratóstenes.

b) Divisões sucessivas do número dado pela série dos números primos.

Para auxiliar a aprendizagem o professor empregará: exercícios, "cartões-relâmpago" e jogos.

Exercícios:

a) Escrever no quadro:

$$\begin{array}{r} \times\ 6 \\ \hline 32 \\ 48 \\ 54 \\ 72 \end{array}$$

Os alunos escreverão no papel somente os múltiplos achados.

b) Ditar uma série de números menores de 50. Os alunos escreverão os números primos da série dada.

"Cartões-relâmpago".

Serão mostrados aos alunos rapidamente cartões que contenham números para os alunos reconhecerem si o número de cada cartão é primo ou múltiplo.

Decomposição em fatores primos.

Desde que a criança tenha compreendido claramente o que seja número primo e múltiplo e conheça os caracteres de divisibilidade, aprenderá com facilidade a decompor o número dado em fatores primos.

Processo empregado:

Dividir um número dado pelos números primos sucessivos, empregando os caracteres de divisibilidade.

Números primos entre si.

Desde que os alunos conheçam os números múltiplos e seus divisores, o professor dará a noção de divisor comum, empregando exercícios com os primeiros números múltiplos da série natural de inteiros.

Exemplos: Procurar um divisor comum a 4 e 6; a 6 e 9; a 8, 12, 16, 20, etc..

Organizará o professor grupos de números como os seguintes: 4 e 5; 8 e 15; 3, 9 e 7, etc.; procurando um divisor comum o aluno verá que o único divisor comum aos números de cada grupo é a unidade.

Concluirá portanto que números primos entre si só têm como divisor comum a unidade.

Exercícios, "cartões-relâmpago" e jogos acompanham a aprendizagem.

Divisibilidade

A aprendizagem dos caracteres por 3, 4, 9, 11 e 10, 100, 1000, etc., será realizada à medida que forem efetuadas as divisões por estes números.

Para a memorização dêsses caracteres serão usados: exercícios, "cartões-relâmpago" e jogos aplicados para o conhecimento dos outros caracteres já estudados.

4.º — *Frações ordinárias.*

O estudo de frações neste ano compreenderá:

1. Frações próprias.

O professor escreverá no quadro uma série de frações próprias ($\frac{2}{4}$, $\frac{3}{10}$, $\frac{1}{7}$, etc.) e procurará fazer a criança observar que cada fração é própria porque é menor que a unidade, sendo que, pelo fato de ser menor que a unidade o numerador é menor que o denominador. O fato do numerador ser menor que o denominador é uma consequencia, uma característica para o reconhecimento, mas não a razão, a causa. Neste particular deverá haver muito cuidado em que as crianças não digam que a fração é própria porque tem o numerador menor que o denominador.

2. Frações impróprias.

A aprendizagem se fará como no caso precedente, isto é, o professor escreverá no quadro uma série de frações impróprias($\frac{9}{2}$, $\frac{5}{3}$, $\frac{4}{4}$, $\frac{8}{7}$, etc.) e as crianças serão levadas a descobrir que cada fração é igual ou maior que a unidade e por conseguinte o numerador é maior que o denominador.

3. Números mixtos.

A criança aprenderá que um número inteiro e uma fração própria empregados juntos formam um número mixto, ex.: $2\frac{1}{8}$, $3\frac{4}{7}$, $1\frac{2}{5}$, etc..

Como exercícios temos:

a) Ler: $3\frac{1}{4}$, $2\frac{1}{8}$, $9\frac{3}{10}$, etc.

b) Escrever cinco inteiros e dois sétimos, três inteiros e quatro doze ávos, etc..

4. Comparação de frações. Variação.

a) Qual a maior $\frac{1}{3}$ ou $\frac{1}{7}$? $\frac{2}{7}$ ou $\frac{6}{7}$? etc..

b) Qual a maior $\frac{1}{5}$, $\frac{1}{10}$ ou $\frac{1}{15}$?

c) Coloque em ordem crescente: $\frac{1}{2}$, $\frac{1}{3}$, $\frac{2}{4}$, $\frac{4}{9}$, $\frac{3}{7}$, etc.

d) Coloque em ordem decrescente: $\frac{3}{6}$, $\frac{4}{9}$, $\frac{5}{6}$, $\frac{3}{8}$, etc..

e) João ganhou 1/4 de uma laranja e Paulo 3/4. Quem ganhou mais? etc., etc..

Consequencias. — Comparando frações as crianças observarão sua variação e induzirão os seguintes princípios, por meio de contacto com exemplos que lhes serão apresentados:

a) A fração aumenta quando o numerador aumenta.

b) A fração diminue quando o numerador diminue

c) A fração aumenta quando o denominador diminue.

d) A fração diminue quando o denominador aumenta.

e) A fração fica invariável si se multiplicam ou se dividem por um mesmo número ambos os seus termos.

Como meio de apropriar-se cabalmente das noções, o professor fará que os alunos distinguam entre aumento ou diminuição por adição ou subtração e por multiplicação ou divisão, isto é, fá-los-á verificar em exemplos e compreender que: para que a fração aumente ou diminúa podemos somar, subtrair, multiplicar ou dividir por certos números um dos seus termos, conforme o caso.

$$\frac{3}{8} < \frac{3+1}{8};\ \frac{3}{8} < \frac{3\times 2}{8};\ \frac{3}{8} < \frac{3}{8\div 2};\ \frac{3}{8} < \frac{3}{8-1};\ \frac{3}{8} > \frac{3}{8+1};\ \frac{3}{8} > \frac{3-1}{8},\ \text{etc.}$$

Para que, entretanto, a fração permaneça inalterável não podemos aumentar ou diminuir seus termos por soma ou subtração e sim por multiplicação e divisão:

Pràticamente:

$$\frac{3+2}{5+2} > \frac{3}{5};\ \frac{3-1}{5-1} < \frac{3}{5};\ \frac{10+2}{6+2} < \frac{10}{6};\ \frac{10-2}{6-2} > \frac{10}{6};\ \frac{3\times 3}{5\times 3} = \frac{3}{5};\ \frac{10\div 2}{6\div 2} = \frac{10}{6}$$

O professor fará observar que no caso de multiplicação o numerador torna-se certo número de vezes maior e o denominador esse mesmo número de vezes maior, e por isso o valor da fração não se altera. O mesmo acontece com a divisão. No caso de adição ou subtração, entretanto, os dois termos não se tornam o mesmo número de vezes maiores ou menores: a fração altera-se então, pois que aumenta ou diminue.

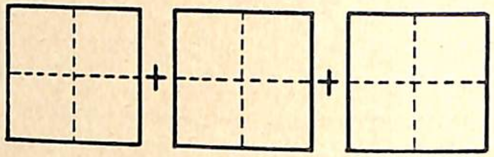
5. Extração de inteiros.

Exercício — Extrair os inteiros de: $\frac{7}{7}$, $\frac{19}{5}$, $\frac{7}{2}$, etc.

6. Reduções.

a) Inteiro a fração:

Reduzir 3 a quartos.

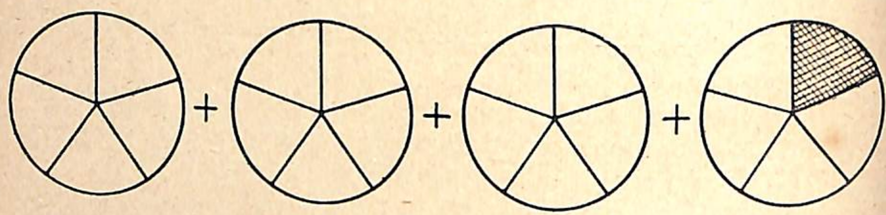


Quantos quartos há num inteiro ? em três inteiros ?

$$\frac{4}{4} + \frac{4}{4} + \frac{4}{4} = \frac{4 \times 3}{4} = \frac{12}{4}$$

b) Número mixto a fração imprópria :

Reduzir $3\frac{4}{5}$ a fração imprópria. (1)



$$\frac{5}{5} + \frac{5}{5} + \frac{5}{5} + \frac{4}{5} = \frac{5 \times 3 + 4}{5} = \frac{19}{5}$$

7. Simplificação e redução à expressão mais simples. Serão empregados os processos :

I — Divisões sucessivas.

II — Cancelamento dos fatores primos comuns aos termos da fração.

d) Frações a um determinado denominador.

Exercício — Reduzir a dezeseis ávos as seguintes frações : $\frac{1}{2}$, $\frac{6}{8}$, $\frac{2}{4}$, $\frac{5}{8}$, $\frac{1}{4}$, etc..

II — Reduzir a decimais : $\frac{1}{2}$, $\frac{3}{5}$.

1) Estes gráficos, por sua forma, apresentam oportunidade que deverá ser utilizada para que sejam adquiridas ou se recordem diversas noções de geometria relativas a quadriláteros, circunferências e círculo, posição de linhas e angulos.

Estas reduções servem de preparo para a redução de frações a denominador.

e) Frações ao mesmo denominador.

Os processos aplicados serão os de m.m.c. e das multiplicações dos têrmos da fração.

Na procura do denominador comum as crianças deverão ter muita prática em números primos e múltiplos para que, examinando os denominadores vejam qual o processo preferível. E ainda mais, no caso de ser escolhido o processo de m.m.c., ver se há um denominador múltiplo comum dos outros, neste caso este denominador será o comum às frações dadas.

Ex. : $\frac{2}{8}$, $\frac{7}{4}$, $\frac{9}{16}$.

Os alunos conhecerão logo que o denominador comum é 16.

7. Adição.

a) Fração homogêneas.

Os alunos acharão a regra. Ser-lhes-ão feitas perguntas como estas : 3 lapis com 5 lapis quantos lapis são ? — Resposta : 8 lapis.

Escrevamos assim : $\frac{3}{\text{lapis}} + \frac{5}{\text{lapis}} = \frac{8}{\text{lapis}}$.

E si forem : 3 mesas com 5 mesas ? R. : 8 mesas.

Então : $\frac{3}{\text{mesas}} + \frac{2}{\text{mesas}} = \frac{7}{\text{mesas}}$.

Portanto, si em vez de lapis, ou mesas forem, por ex., quintos ?

Teremos : $\frac{3}{\text{quintos}} + \frac{2}{\text{quintos}} = \frac{5}{\text{quintos}}$.

Mas, como costumamos representar quintos por um 5, então escrevamos : $\frac{3}{5} + \frac{2}{5} = \frac{3+2}{5}$ ou $\frac{5}{5}$.

Depois de alguns exemplos o professor levará os alunos a dizer que os numeradores foram somados e que foi conservado o denominador, isto é, levá-los-á a enunciar a regra.

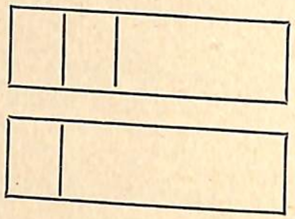
O mesmo poderá ser feito tomando duas tiras de papel ou representando linhas, retangulos, etc., no quadro negro :

Os alunos contarão :

$\frac{2}{5}$

+

$\frac{1}{5}$



Dois quintos mais

um quinto

são três quintos.

b) Frações heterogêneas.

Neste caso o professor mostrará que não poderão ser somadas sem terem a mesma denominação.

Na procura do m. m. c., o aluno deve ter muita prática, para reconhecer, pela simples inspeção, em casos simples, como por ex. : 3, 4, 12 ; 5, 10, 20 ; 5, 8, 40, etc., qual o mínimo múltiplo comum procurado, baseando no princípio : "Dentre vários números si houver um múltiplo de cada um dos outros, esse é o m.m.c. de todos".

As crianças verão então que reduzidas ao mesmo denominador comum recaem as frações no primeiro caso, isto é — soma de frações homogêneas.

Para abreviar o cálculo na soma de frações damos a seguinte disposição de operações :

1.º) $\frac{3}{10} + \frac{2}{5} + \frac{1}{2} =$

$$\begin{array}{c|c} \frac{3}{10} & 3 \\ \frac{2}{5} & 4 \\ \frac{1}{2} & 5 \\ \hline \frac{12}{10} \text{ ou } \frac{6}{5} \text{ ou } 1\frac{1}{5} & 12 \end{array}$$

2.º) $\frac{4}{3} + \frac{1}{12} + \frac{4}{5} =$

$$\begin{array}{c|c} \frac{4}{3} & 80 \\ \frac{1}{12} & 5 \\ \frac{4}{5} & 48 \\ \hline \frac{133}{60} \text{ ou } 2\frac{13}{60} & 133 \end{array}$$

Como se verifica, a criança ao fazer os cálculos guarda mentalmente o denominador comum e os cálculos para determinação dos novos numeradores, escrevendo sòmente os novos numeradores.

Nota : Quando os denominadores das frações forem primos entre si, dois a dois, deve ser empregado o processo geral.

c) Inteiro com fração.

A criança será levada a observar que êste caso recái na redução de número mixto a fração imprópria.

d) Número mixto com inteiro, fração ou número mixto :

$7\frac{2}{5} + 3$; $4\frac{1}{2} + \frac{5}{9}$; $8\frac{5}{7} + 6\frac{3}{5}$.

Nota : Todos os casos de adição de inteiro com fração recaem na soma de frações desde que seja dada ao inteiro a forma fracionária.

8. Subtração.

a Frações homogêneas.

As crianças serão levadas a achar a regra pelos mesmos processos empregados para a adição e ainda pelo conceito de ser a subtração operação inversa da adição, isto é, concluindo que :

$$\text{si } \frac{2}{\text{sétimos}} + \frac{3}{\text{sétimos}} = \frac{2+3}{\text{sétimos}} \text{ ou } \frac{5}{7}$$

$$\frac{5}{\text{sétimos}} - \frac{2}{\text{sétimos}} = \frac{5-2}{\text{sétimos}} \text{ ou } \frac{3}{7}$$

$$\text{e } \frac{5}{\text{sétimos}} - \frac{3}{\text{sétimos}} = \frac{5-3}{\text{sétimos}} \text{ ou } \frac{2}{7}$$

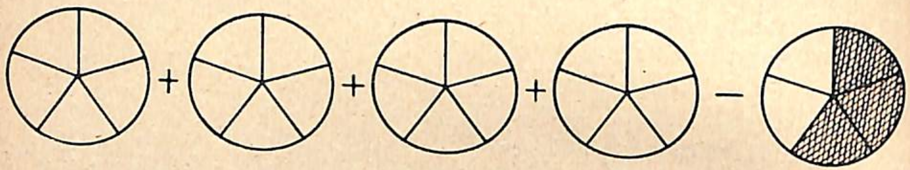
b) Frações heterogêneas.

O professor guiará os alunos para que vejam que não é possível achar-se a diferença entre elas, sem dar-lhes a mesma denominação. Os processos de redução serão os mesmos já empregados, sendo escolhido o que for mais conveniente.

A disposição do cálculo usada na adição pode ser aplicada à subtração.

c) Fração de inteiro :

Ex. : $4 - \frac{2}{5} = ?$

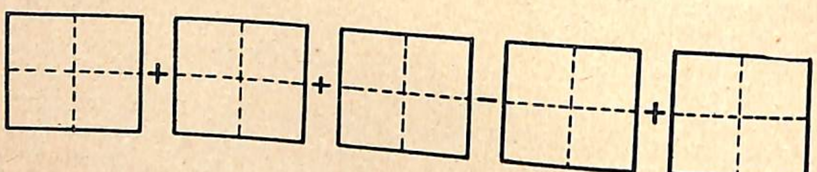


$$\frac{5}{5} + \frac{5}{5} + \frac{5}{5} + \frac{5}{5} - \frac{2}{5} = \frac{5 \times 4 - 2}{5} = \frac{18}{5}$$

Daí a criança deduzirá a regra.

d) Inteiro de fração :

Ex. : 12/4—2 = ?



$$\frac{4}{4} + \frac{4}{4} + \frac{4}{4} - \left(\frac{4}{4} + \frac{4}{4}\right) = \frac{12 \times 8}{4} = \frac{4}{4} = 1$$ (1)

O professor fará ver que êste caso só se pode dar com frações impróprias.

e) Número mixto de número mixto.

1) Têm aquí cabimento as mesmas observações da página 11.

Serão abrangidos aquí os casos em que se torna necessário recorrer à unidade da parte inteira, ex. : 9 2/5—1 3/4 =

5.° — *Frações decimais.*

Multiplicação e divisão.

Como a multiplicação de números decimais recai na multiplicação de números inteiros, sua aprendizagem não apresenta grande dificuldade ; far-se-á por meio de exercícios fáceis, tornando-se gradativamente mais difíceis. O professor levará os alunos a achar o processo, fazendo-lhes ver que, retirada a vírgula, a fração decimal fica sendo um número inteiro, não sendo preciso, pois, nenhum processo especial para efetuar a operação ; feita a multiplicação mostrará que o multiplicando, o multiplicador ou ambos os fatores foram multiplicados com a retirada da vírgula, fazendo-os encontrar o meio de estabelecer a necessária compensação, com a colocação da vírgula no produto.

Para auxiliar a aprendizagem o professor escreve no quadro negro a regra geral da multiplicação de números decimais.

1. Multiplicar os fatores como números inteiros.

2. Com a vírgula, separar no produto tantos algarismos decimais quantos forem os do multiplicando e multiplicador.

Exemplos :

1) 48, 127×8 ; 243,06×92 ; 864×0,5 ; 4.351×0,92

2) 3,3×2,2 ; 32,42×4,68 ; 8,641×0,837 ; 96,364×8,05.

3) 0,13×0,04 ; 0,0006×8,24 ; 0,074×0,7.

Nota : Sendo um dos fatores número inteiro, como nos exemplos do grupo (1) no produto se separam tantos algarismos decimais quantos houver no outro fator.

Quando o número de casas decimais dos fatores for maior que o número de algarismos do produto, como nos exemplos do grupo (3), colocam-se à esquerda do produto os zeros que forem necessários para completar o número de decimais.

O professor fará observar, em particular, a multiplicação de um número decimal por 10, 100, 1000, etc., que eqüivale a deslocar a vírgula para a direita uma, duas, três, etc. casas decimais. Si o número de algarismos for menor que o necessário para a colocação da vírgula, completam-se as casas com zeros à direita.

Ex. : $0{,}27 \times 1000 = 270$

Divisão de decimais.

A divisão de decimais, normalmente, traz sérios embaraços ao aluno. Afim de evitar confusões na aprendizagem da divisão convém dar-se a regra geral da divisão de números decimais sem distinguir os casos de divisão de decimal por inteiro, de inteiro por decimal, ou de decimal por decimal. Os alunos já têm conhecimento seguro, da variação do quociente, de acôrdo com o dividendo e o divisor, portanto compreenderão que o quociente não se altera quando, depois de igualar o numero de casas decimais dos 2 termos, se corta a vírgula.

Os exercícios serão apresentados em grupos, de acôrdo com as dificuldades que envolverem.

Para facilitar a aprendizagem o professor escreve no quadro a série dos atos que serão praticados no desenvolvimento do processo ;

1. Examinar os termos da divisão : igualar o número de casas decimais, si não houver o mesmo número em ambos os termos.
2. Cortar a vírgula.
3. Dividir como números inteiros.
4. Si houver resto, colocar vírgula à direita do quociente, acrescentar 0 ao resto para continuar a divisão ; si o número assim formado no resto for menor que o divisor, colocar 0 no quociente e outro à direita do resto para prosseguir na divisão.
5. Si depois de cortar a vírgula o dividendo for menor que o divisor, colocar *zero e vírgula* no quociente e um zero à direita do dividendo ; si ainda não for possível a divisão, colocar tantos zeros no quociente quantos forem necessários acrescentar ao dividendo para fazer a divisão.

Exemplos :

1) $19{,}68 \div 2{,}46 = 8$; $87{,}6 \div 3{,}64 = 24$; $3 \div 0{,}15 = 20$

2) $23{,}016 \div 2{,}74 = 8{,}4$; $28{,}08 \div 8 = 3{,}51$; $5{,}7585 \div 1{,}1 = 5{,}235$

3) $25{,}326 \div 6{,}3 = 4{,}02$; $12{,}006 \div 6 = 2{,}001$ $0{,}654 \div 0{,}6 = 1{,}09$

4) $0{,}82 \div 2 = 0{,}41$; $0{,}0232 \div 1{,}16 = 0{,}02$; $0{,}012 \div 2{,}4 = 0{,}005$

Depois que o aluno estiver familiarizado com a divisão de decimais o professor poderá ensinar o processo de divisão sem igualar as casas decimais (separando no quociente, com a vírgula, tantas casas decimais quantas forem as do dividendo menos as do divisor), nos casos especiais em que o fato de se acrescentar zero ao divisor torne mais longo o cálculo.

Ex. : $6{,}484 \div 4$

```
6,484 | 4
24     1,621
 08
  04
   0
```

Efetua-se a divisão como si fossem números inteiros; no quociente se separam três casas decimais, diferença entre as casas do dividendo e divisor.

Muitos exercícios devem ser feitos sôbre divisão de números decimais ou números inteiros por 10, 100, 1000, etc..

Exercícios variados, testes e jogos auxiliarão a criança a adquirir prática, não só na divisão, mas também nas demais operações de decimais.

6.º — *Sistema métrico — Area, perímetro, avaliações. Légua terrestre e milha marítima.*

Area

O professor fará compreender aos alunos que, assim como medimos a extensão, a capacidade e o pêso dos objetos, também temos necessidade de avaliar as superfícies. Casos comuns fàcilmente ilustram tal afirmação : a pintura ou forração de uma parede, uma sala para ladrilhar ou assoalhar, uma rua para calçar, etc., etc..

O quadrado, já estudado no ano anterior, figura regular e que só pode variar em relação à extensão dos lados, foi tomado como termo de comparação, ou como medida. De modo que medimos a superfície por meio de quadrados.

O metro é principal unidade para medir extensão linear. Para unidade principal de superfície tomou-se um quadrado com 1m. de lado e a êsse quadrado chamou-se metro quadrado. Assim, quando queremos avaliar uma superfície qualquer, tratamos de saber quantos dêsses quadrados essa superfície contém, isto é, quantos metros quadrados. Si verificarmos que nela se contém, por exemplo três quadrados que têm de lado 1m., isto é, 3 metros quadrados, dizemos que o valor dessa superfície é de 3 metros quadrados. Medida uma superfície, o resultado achado chama-se : área. Assim 3 metros quadrados são uma área.

Medimos as extensões lineares aplicando sôbre elas um metro ou suas frações, ou seus múltiplos, certo número de vezes. As superfícies poderiam ser medidas por processo semelhante, isto é, poderiamos aplicar sôbre elas um quadrado com 1m. de lado certo número de vezes; depois, para a parte que sobrasse menor que 1m. quadrado, aplicariamos um quadrado que tivesse 0,1 de lado (decímetro quadrado) ; depois aplicariamos o centímetro quadrado e assim por diante. Esse processo seria, entretanto, complicado e moroso e, por isso, não é usado.

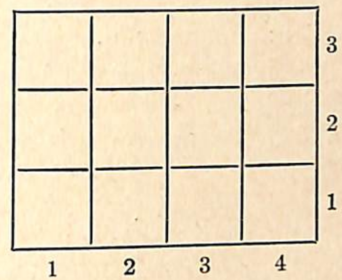
Pela observação de certas propriedades os alunos serão então levados a achar o processo : o professor lhes apresentará, para isso, diversas figuras com igual comprimento ou base e outros de igual largura ou altura e, por comparação (medida, justa-posição, sôbreposição) fará reconhecer que, em larguras iguais é tanto maior a superfície quanto maior for o comprimento e vice-versa, levando os alunos a concluir que a superfície varia conforme o comprimento e a largura, e, pois, poderá ser avaliada por meio dessas duas dimensões.

O estudo de área compreenderá :

I — Area do retangulo e quadrado.

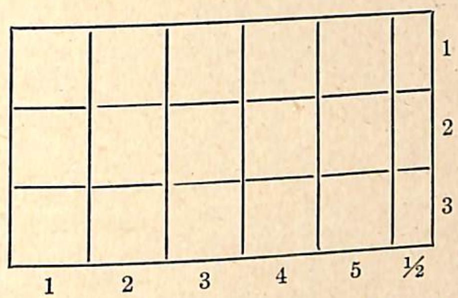
O professor desenhará no quadro um retangulo e o dividirá em quadrados ; fará que os alunos contem o número de

quadrados de uma fila e o número de filas e cheguem à conclusão de que 4×3 dá a área do retangulo.



Serão tomados mais alguns exemplos, em que o comprimento seja fracionário e a largura inteira, outro em que seja o comprimento inteiro e a largura fracionária e por fim ambas as dimensões fracionárias para estabelecer-se a necessária generalização.

Para achar o meio de calcular a área do retangulo um bom processo será, em vez de desenhar na pedra, tomar dois retangulos iguais, de cartão, um dos quais seja cortado em quadrados, fazendo-se a respectiva superposição.



Serão dados alguns exercícios com números inteiros ou frações decimais com uma só casa decimal e de preferência concretizados :

a) Achar a área de uma sala retangular (ou páteo, ou terreno) cujas dimensões são :

1 — 6m. e 4m.
2 — 8m.5 e 3m.
3 — 5m,4 e 2m,5.

Notação especial: m2 ou mq.

Da área do retangulo se passará à do quadrado como caso particular:

b) Calcular a área de uma parede (ou sala ou pateo) quadrado, que tem de lado:

1 — 8m.
2 — 6m,5

c) Organizar em papel quadriculado, a planta de um jardim cujos gramados são representados por quadrados ou retangulos numerados e de dimensões diversas:

Cada metro, das dimensões dêsses quadriláteros, corresponderá a uma quadricula do papel que mede 1cm. de lado. Sôbre essa planta será formulado o seguinte questionário:

I — O gramado n.º 1 tem de lado 1m.. Qual a sua área?

II — O gramado n.º 3 tem 2m. de lado. Quantos metros quadrados tem de área?

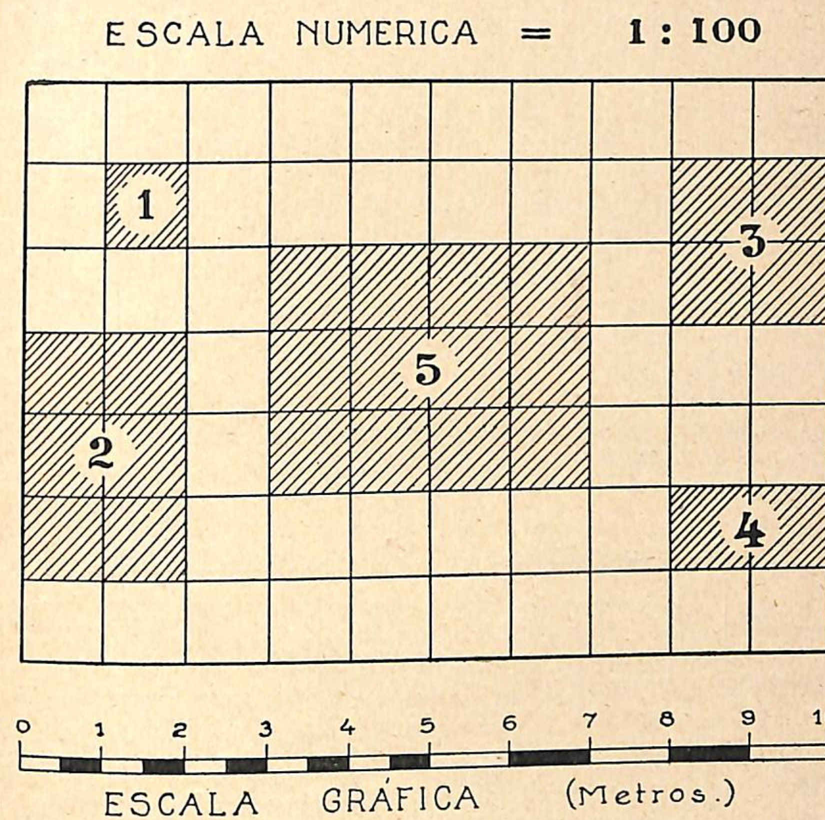
III — O gramado n.º 2 tem de comprimento: 3m. e de largura: 2m.. Qual a sua área?

IV — O gramado n.º 4 tem de comprimento: 2m. e de largura 1m.. Quantos metros quadrados tem?

V — O gramado n.º 5 tem de comprimento, 4m. e de largura, 3m.. Quantos metros quadrados tem de área?

Esse plano de trabalho dará à criança ensejo para adquirir noção de escala. O professor mostrará que não foi possível a representação no papel quadriculado, dos gramados no seu tamanho real, que se tornou pois, necessário reduzí-los na razão de 1 para 100 porque um centímetro é a centésima parte de um metro.

Poderão também os alunos achar as áreas ocupadas pelos móveis da sala de aula, da bibliotéca, etc., usando o processo acima em todas essas áreas, observando a escala (aproximada) em que são representadas. As crianças poderão aplicar os



conhecimentos de escala decimal na leitura de escalas de mapas, gráficos, plantas, etc..

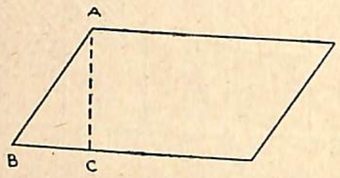
O professor mostrará também que a escala tem largo emprêgo no desenho, pois que nem sempre os objetos são representados em seu tamanho natural, ora é preciso reduzí-los, quando se trata de peças grandes, ora se torna necessário ampliá-los quando se dá o contrário.

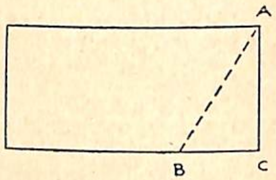
Si um objeto estiver representado em metade de seu tamanho é necessário, para que fique em proporção, que todas as medidas estejam reduzidas à metade, isto é, que um centímetro do objeto seja representado por meio centímetro no desenho e, pela mesma razão, sendo representado a um têrço, cada centímetro de seu tamanho natural será reduzido a um têrço de centímetro e assim por diante.

O desenho de objetos, quando em escala, dá ocasião à criança de adquirir a noção de figuras semelhantes e sendo usado o papel quadriculado facilmente observarão a igualdade dos diferentes angulos e a razão ou relação existente entre cada pedaço do contôrno do objeto e o seu correspondente no desenho.

II — Area do paralelogramo; losango, trapézio quadriláteros.

Para tornar a aprendizagem mais interessante as crianças traçarão um paralelogramo, no papel ou cartão e depois de recortá-lo, cortarão o triangulo retangulo A, B, C, à esquerda e o colocarão à direita como na representação:





A figura resultante é um retangulo que tem a mesma base e altura do paralelogramo e as crianças habilmente guiadas pelo professor concluirão que a área do paralelogramo é igual ao produto da base pela altura.

Do paralelogramo se passará ao losango, como caso particular, fazendo-se ver que sua área se calcula do mesmo modo.

A observação das figuras estudadas, relativamente aos lados, mostrará que tem o mesmo número de lados, vindo então o conhecimento da denominação: quadriláteros. Tomando então um objeto que apresenta uma face em forma de trapézio, será observado que se trata ainda de um quadrilátero, sendo então dado o seu nome e estudadas suas variedades.

III — Triangulo.

Pela apresentação de diversas variedades, em objetos ou em desenhos, o professor levará os alunos a fazer a classificação dos triangulos, quanto aos lados e quanto aos angulos.

Para levar os alunos a achar a área do triangulo o professor lhes pedirá que dobrem ou cortem um paralelogramo (de papel ou cartão) segundo uma das diagonais e conduzirá os alunos a ver que cada triangulo assim formado é a metade do paralelogramo e, portanto, a sua área será igual à metade da área do paralelogramo da mesma base e altura. Cada criança no seu caderno desenhará um paralelogramo ou retangulo, traçará uma das diagonais e avaliará a área dos triangulos resultantes.

Exercícios semelhantes aos da área do quadrado e do retangulo servem ao estudo da área do paralelogramo, do losango e do triangulo.

Composição, leitura e escrita das unidades de superfície.

Tomando um quadrado de cartão ou desenhado na pedra, o professor dirá que êle representa 1mq. e fará que os alunos o dividam em decímetros quadrados e que, calculando a área verifiquem o número de decímetros quadrados; considerando um quadrado como decímetro quadrado verificarão o número de centímetros e assim por diante, até concluir que as medidas de superfície variam de 100 em 100.

Em consequencia da variação centupla, vem a propriedade de ter cada ordem de unidades dois algarismos, o que, também será achado pelos alunos.

Serão então dados exercícios de leitura e escrita e conversão do tipo dos empregados para as outras medidas.

Conhecida a maneira de representar as unidades de superfície serão formulados exercícios para avaliação da área de salas, páteos, paredes, tapetes, etc., etc., dadas as duas dimensões.

O caso inverso (cálculo de uma das dimensões) será apresentado como consequencia da lei da divisão: a área, produto de dois fatores, dividida por um dos fatores dá o outro fator.

Exercícios.

Perímetro. — A noção será dada por meio de figuras regulares e irregulares, desenhadas no quadro ou tomadas em superfícies de objetos usuais. Com barbante ou arame as crianças cobrirão as linhas que formam as figuras, reproduzindo-as; desdobrado o arame ou esticado o cordão, terão o perímetro, materialmente representado; medindo o arame ou o cordão, terão o perímetro expresso em comprimento.

O professor, fazendo os alunos observarem figuras irregulares, levá-los-á a concluir que, em vez do processo empregado, encontrariam o perímetro medindo cada um dos lados e somando as diversas extensões.

Passando então ao quadrado os alunos observarão que, sendo os lados iguais, o perímetro nada mais é que a repetição do lado quatro vezes, e que, portanto, para avaliá-lo, bastará medir um lado e multiplicá-lo por 4.

A mesma observação feita para o losango e o triangulo equilátero, fará que os alunos, por si mesmos, achem a maneira de calcular-lhes o perímetro.

Exercícios — Dado o lado achar o perímetro e vice-versa (perímetro de uma sala, da tampa de uma caixa, de um tapete).

O mesmo processo será aplicado ao retangulo. Aquí convirá, que os alunos verifiquem não só que o perímetro contém duas vezes o comprimento e duas vezes a largura mas que corresponde ao dôbro da soma do comprimento com a largura; esta última noção encaminha para a solução do problema inverso: achar um lado conhecido sendo dado o perímetro e o outro lado.

A avaliação do perímetro, feita concientemente, leva os alunos facilmente a achar a solução dos problemas inversos: *a*) dividir o perímetro do quadrado por 4 para ter o lado; *b*) tomar a metade do perímetro do retangulo e subtrair o lado conhecido para ter o outro.

Exercícios — de dois tipos: 1) dadas as dimensões, achar o perímetro; 2) achar uma das dimensões, tendo o perímetro e outra dimensão.

Légua Terrestre. — No interior do Brasil usa-se para grandes distâncias (estradas, em sitios e fazendas) a légua, unidade antiga de comprimento, chamada légua de sesmaría. O comprimento da légua, aproximação às medidas do sistema métrico é de 6.600 metros.

Milha Marítima. — Usa-se para distâncias no mar. Diz-se, por ex., que um navio de tal a tal porto percorreu a distância de tantas milhas ou que teve a velocidade de tantas milhas por hora. A milha corresponde quasi exatamente a 1.852 metros.

Exercícios — (légua e milha)

1. Cálculos em que entrem distâncias e medidas de sistema métrico e em léguas ou milhas, de modo a levar os alunos à conversão: achar a distância percorrida por um viajante que andou em um dia 18km.5 e em outro duas léguas e meia.

2. Cálculos em que os dados sejam em léguas e se peça o resultado em milhas e vice-versa.

7.º — *Percentagem.*

Introduzindo no estudo a percentagem, o professor observará que a terminologia e aplicação são novas para o aluno, mas não são desconhecidos os seus princípios. A significação dos termos novos precisa ficar bem compreendida pela criança antes que ela execute qualquer trabalho oral ou escrito.

O conceito de percentagem deve ser dado por meio de exemplos, concretos. Seus vários aspectos serão apresentados e considerados como um modo especial de aplicação dos princípios de frações ordinárias e decimais já estudados.

I — *Significação.*

"Por cento" é uma expressão familiar a muitas pessoas, porém sua significação não lhes é muito clara.

Convém explicar que os homens de negócio julgaram mais fácil computar por centésimos em lugar de usar outra fração qualquer; que em vez de dizerem "tanto em cada cento" ou "tantos centésimos por cento", dizem "tanto por cento" e usam o símbolo %.

Assim, 25 % equivalem a 25 em cada cento ou $\frac{25}{100}$.

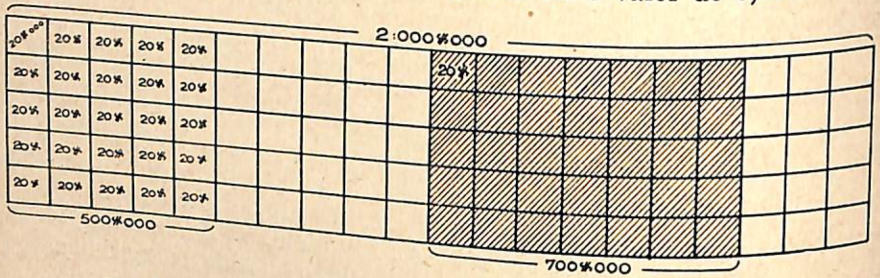
Por meio da leitura de anuncios comerciais explicar o sentido de expressões como : Reduzido de 20 % — 10 % de redução — 30 % de abatimento, etc..

II — *Noção de percentagem.*

Alguns exercícios, variados conforme a necessidade da classe, tornarão mais nítida a noção de percentagem.

Exemplo : *a*) Achar o valor de 25 % de 2:000$000.

Representa-se a quantia por um retangulo que se divide em 100 partes iguais ou centésimos. Achar o valor de 25 % é procurar o valor de 25 destas partes ou o valor de 0,25.



O aluno contará 25 centésimos e encontrará 500$000. Verá que para se achar o valor de 25 % de certo número divide-se êste número por 100 e multiplica-se por 25, ou multiplica-se o número por 0,25. Concluirá que o valor de 25 % é igual ao de $\frac{25}{100}$ que representam $\frac{1}{4}$ do retangulo ou da quantia, e que poderá achar êste valor tomando a quarta parte da quantia dada.

b) Processo parecido servirá para procurar a taxa.

Exemplo : Em 2:000$000, recebi 700$000. Qual foi a taxa de percentagem? O retangulo representa a quantia :

2:000$000. Cada centésimo valerá 20$, precisa-se formar 700$000 com estes 20$, para isso se separam tantos centésimos quantos forem necessários, vê-se que são 35 centésimos. 700$000 representam 35 centésimos de 2:000$000, ou 700$000 são 35 % de 2:000$000.

Achar a taxa de percentagem equivale a procurar quanto centésimos um número (700$000) representa de outro (2:000$000), o que se obtém dividindo-se o 1.° pelo 2.°, levando a divisão a centésimos. (Deve-se notar que o estudo da percentagem é uma redução de frações a centésimos).

c) O aluno praticará em encontrar a correspondência do valor da taxa de percentagem com o das frações e, recìprocamente, o das frações com o da percentagem, etc. :

1.°) 12 % sendo $\frac{12}{10}$, o valor de 12 % é igual a 0,12.

2.°) $\frac{1}{5}$ de um número equivale a $\frac{20}{100}$ ou 20 % dêste número.

3.°) 0,15 de um número corresponde a 15 % dêste número.

4.°) O valor de 10 % de um número é igual a $\frac{10}{100}$ dêste número ou $\frac{1}{10}$.

III — *Cálculo do valor da percentagem e da taxa.*

Para treino dos cálculos o professor apresentará no quadro negro exercícios como :

1.°) 1 por cento de 60$000 significa : 0,01×60$000 ou :. . .
3 por cento de 150$000 significa : 0,03×150$000 ou :. . . .
5 % de 100$000 significa 0,05×100$ ou 5×100$ ou. . .
$\frac{1}{20}$ × 100$.
20 % de 40$000 significa 0,20×40$ ou $\frac{20}{10}$ de 40$ ou
$\frac{1}{5}$ de 40$ ou. . . . .
50% de 200 significa . . . ×200 ou $\frac{50}{100}$ ×200 ou $\frac{1}{2}$×200 ou...

Nota : Sempre que a taxa for equivalente a uma fração ordinária de termos pequenos, é preferível calcular a percentagem tomando essa fração do número dado, como nos últimos exemplos acima.

2.º) 72 quantos por cento é de 200 ?

Divida 72 por duzentos levando a divisão a centésimos, assim :

7 200	200
1200	0,36
0	

O aluno dirá : 72 representa 36 centésimos de 200 ; ou 72 é 36 % de 200.

E' de grande utilidade empregar nos exercícios as taxas usadas comumente, excetuando-se as representadas por número mixto ou maior que 100.

Os problemas resolvidos neste ano devem ser desta natureza :

a) Numa escola de 840 alunos há 40 % no 1.º ano. Quantos alunos frequentam o 1.º ano ?

b) De 60 palavras ditadas eu acertei 48, que por cento tenho de palavras certas ?

IV — *Generalidades comerciais — Aplicações da percentagem.*

Tornar claras as noções de percentagem de lucro ou de perda, comissão, imposto e abatimento antes de apresentar os problemas ; êstes devem ser simples e frequentemente encontrados na vida prática.

a) Taxa de percentagem de lucro e perda.

Nos outros anos do curso a criança já terá praticado em problemas relativos a lucro total de um negócio, ou prejuizo. A novidade é ùnicamente exprimir em "por cento" o lucro ou prejuizo encontrado, ex. :

1.º — Um livro custou 8$ e foi vendido por 10$. Achar a taxa de percentagem de lucro sôbre o custo.

2.º — Um artigo custa 100$ e é vendido por 75$. Calcular a taxa de percentagem de perda.

Chamar a atenção, por meio de exemplos fáceis, para a diferença que há entre *perda real* (venda de um artigo por preço abaixo do custo) e *redução comercial* (redução do preço de venda e consequente diminuição de lucro). . Noção de *renda bruta* e *lucro líquido.*

b) Comissão : Diversos problemas sôbre percentagem paga a intermediários em negócios (vendedores, leiloeiros etc. ; sôbre honorários dos engenheiros, arquitetos, construtores, etc.).

c) Imposto : Problemas simples relativos a impostos prediais, territoriais, de fornecimento de água, calçamento, etc..

d) Abatimentos : Problemas sôbre compra em grande quantidade em que se obtém alguma redução, venda de artigos em liquidação, etc..

Os artigos de jornais, anuncios, revistas comerciais fornecem exemplos numerosos para estes exercícios e constituem excelente material para o aluno organizar problemas.

IV — *Jogos*

1. Números primos e múltiplos.

1.º — O professor fica à frente da classe com um baralho de cartões na mão.

No princípio os números escritos nos cartões estão virados para êle ; depois, êle os vira, um por um, para a frente, segurando de modo que todos possam ver bem. A criança designada diz se o número é primo ou múltiplo.

A criança que errar, paga prenda.

Cartões :

5	40	11	16

2.º — As crianças formam uma roda. O professor caminha em volta da roda perguntando a cada criança um múltiplo de um número dado, por ex. : "um múltiplo de 3" ? . A criança que errar na resposta irá para dentro da roda. Si um aluno de dentro da roda responder mais depressa que a criança argüida troca de lugar com ela.

3.º — O professor distribue os alunos em duas fileiras. O primeiro aluno de cada fileira vai ao quadro e escreve um número múltiplo qualquer. O 2.º escreverá um número primo que será subtraído do número múltiplo, pelo 3.° aluno. O 4.° irá ao quadro e escreverá um número múltiplo qualquer que será adicionado, pelo 5.° aluno, ao resto da subtração. Assim continuará o jôgo até chegar ao último aluno das fileiras. Si houver engano o aluno seguinte corrigirá o êrro antes de efetuar a operação ou de escrever o número. Ganhará o jôgo a fileira que acabar primeiro.

Nota : Os números primos deverão ser menores que a soma para ser possível efetuar-se a subtração.

2. Decimais.

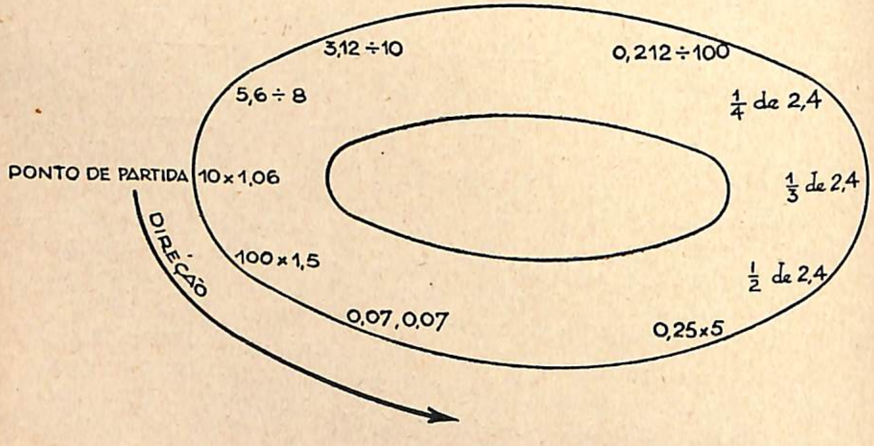
A corrida decimal.

Objetivo — exatidão e presteza nos cálculos.

O professor traça no quadro negro uma pista de corrida. Nesta pista indica diversas operações, e determina o ponto de partida e a direção. Chama um aluno para fazer a corrida, este começa no ponto marcado, segue a direção determinada, dando as respostas no menor prazo possível.

Outro aluno marca o tempo gasto na corrida. Um 3.° aluno, o fiscal, confere a resposta do andarilho, si este a der errada, o fiscal diz : "Errado". O andarilho é obrigado a parar e procurar a resposta certa antes de continuar a corrida. O aluno que fizer a corrida em menor tempo, será o vencedor.

O desenho exemplifica melhor :

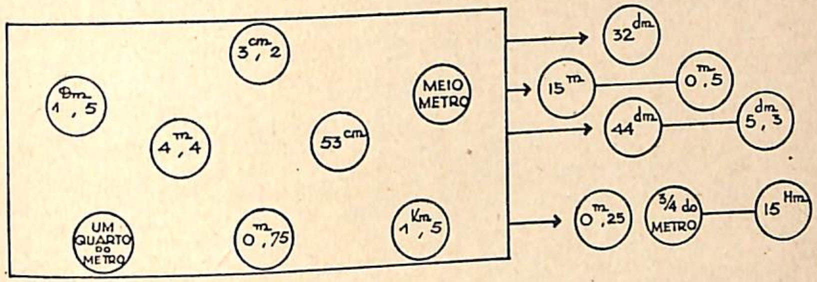


Este jôgo é aplicável à percentagem e às quatro operações ; para despertar mais interêsse pode ser feito por dois alunos em duas pistas.

3. Sistema métrico.

Os alunos farão em cartolina cartões e tentos como :

Cartão : Tentos :



Os cartões serão usados como no jôgo "loto", sendo preciso para ganhar a partida, completar um cartão. Para isso é necessário que cada círculo do cartão esteja coberto com um tento que contenha um número de unidades métricas correspondente ao que está escrito dentro do círculo.

V — *Problemas*

As compras de mercadorias para casa e de material escolar são assunto para problemas que devem abranger todo o estudo realizado neste ano.

A prática adquirida nos cálculos abstratos deve ser aplicada na solução de problemas.

Os alunos deverão trazer anuncios de casas bancárias, de venda de artigos em liquidação para serem aplicados os conhecimentos adquiridos sôbre percentagem, impostos, abatimentos, comissões, etc. em problemas formulados pela classe.

Percentagem

Muitos problemas de percentagem podem ser dados, além do que são relativos a quantias: Percentagem de frequencia escolar em dado dia, percentagem de meninos e meninas numa classe, percentagem de erros e palavras certas em ditados, percentagem de produção em um ano, percentagem de diminuição quandos vários artigos são postos a secar, ou moídos ou batidos, percentagem de aumento de população, percentagem de jogos ganhos por partida escolar.

Castelo do Rio — Chama a atenção dos seus fregueses e do público em geral para a grande remarcação com o abatimento de — 35 % — em todos os seus artigos.

Preciso de um capote que custa comumente 180$000. 1) Qual será a minha economia si o comprar nesta casa? 2) Quanto pagarei pelo capote?

1. Os alunos da escola... esperam vencer 65 % das partidas que jogarem e perder somente 35 %. *a)* Quantas partidas poderão ganhar em 20 jogos realizados? *b)* Quantas partidas perderão nos 20 jogos?

2. Eles jogaram 25 partidas ao todo. Ganharam 14; 2 partidas foram anuladas; perderam 9.

a) Que por cento de 25 partidas venceram?
b) Quanto por cento foi anulado?
c) Quanto por cento perderam?

Numeração romana.

I — A independência do Brasil foi em MDCCCXII, a proclamação da República em MDCCCLXXXIX, qual a diferença entre estas datas?

II — Qual a data da descoberta da América?

III — Em que século estamos? (em romanos).

Frações ordinárias.

I — Margarida vai fazer um doce, para o qual precisa de 4 chícaras e $\frac{3}{4}$ de açúcar. Tira o que está no açúcareiro

e que dá, apenas, duas chícaras e meia. Que quantidade deve retirar da lata de açúcar, para fazer o doce?

II — Um pão foi distribuído entre 3 crianças, a 1.ª recebeu $\frac{1}{5}$, a 2.ª $\frac{1}{3}$, a 3.ª $\frac{1}{6}$. Que fração representa o pão inteiro?

III — Dulce tinha 2,m $\frac{1}{2}$ de fita, cortou $\frac{2}{4}$ do metro para dar um laço no cabelo, com o resto enfeitou um vestido de boneca. Que quantidade empregou na boneca?

IV — José foi pescar com o pai; apanhou uma tainha que pesava 1 Kg.$\frac{3}{4}$ e o pai pescou um badejête que pesava 2 Kg. $\frac{1}{2}$ Qual a diferença de pêso entre os dois peixes?

Sistema — Métrico.

I — Comprei uma fazenda de 1m,20 de largura para forrar um tapête de 3m. de comprimento e 1m,5 de largura. Quantos metros de fôrro comprei?

II — Um pano de mesa mede de comprimento 2m. e de largura 1m,5. Quantos metros de franja serão precisos para contorná-lo? Qual a despesa a fazer si o metro de franja custa 3$500?

III — Qual o valor de um decímetro de fita si 5m,25 valem 56$700?

IV — Meu quarto mede 4m,5 de comprimento e 3m,80 de largura; a cama tem 1m,80 de comprimento e 1m. de largura. Qual a área que sobra para colocação de mais dois móveis?

V — Um trem faz 15Km,5 em 20 minutos. A quantas léguas corresponde a distância percorrida?

VI — Quais as dimensões de um tapête retangular que mede $17m^2$,50 de área e cuja largura é 3m,5?

VII — Para cercar-se um terreno de 4Dm. de largura, plantaram-se pés de eucalíptus, em cuja compra e plantação se gastaram 50$000 por Dm.

Quantos metros de comprimento media o terreno, sabendo-se que a despesa total se elevou a 1:120$000 ?

VIII — Um vapor faz 22 milhas por hora. A quantos Kms., corresponde a distância percorrida ao fim de 5 horas e meia ?

Problemas para desenvolver o raciocínio :

a) Que pergunta se deve fazer ?

I — Uma costureira faz 5 camisas por dia a 3$000 cada uma ; trabalha 26 dias. Dá a metade do salário a sua mãe e guarda 70$000.

II — Para ladrilhar uma cozinha gastaram-se 226 ladrilhos de 225 cm2. cada um.

b) Indicar o dado que falta :

I — Henrique economisa 2/5 do dinheiro que ganha por mês. Quanto economizará em 3 meses ?

II — Da Central a Cascadura percorrem-se em várias viagens 120Kms. Quantos Kms. em média são percorridos por hora ?

VI — *Projetos*

A escola.

Noções :

Area e perímetro (terreno, salas de aula, páteo, paredes, etc.) ; escala, figuras semelhantes, quadriláteros e triangulos (revestimento de paredes, peças de mobiliário, objetos diversos), alqueires de terras (terreno da escola), légua terrestre e milha marítima (rua ou estrada em que fica a escola, ruas e estradas próximas).

Percentagem : de frequencia dos alunos, por classe e de toda a escola, frequencia média.

Operações de inteiros, frações ordinárias e decimais, números primos e múltiplos, divisibilidade : aplicação aos cálculos de área, perímetro e percentagem.

Caixa - escolar — (ou copo de leite, ou prato de sopa).

Organização de manutenção, para toda a escola, em colaboração com outras classes ou para uma determinada classe ou grupo.

Operações de inteiros, frações ordinárias e decimais, números primos e múltiplos, divisibilidade : aplicação em orçamentos, compras e vendas, cálculo da quantidade necessária de pão, leite, verduras, etc., aquisição de fazendas e preparo de roupas.

Taxa de percentagem : de alunos beneficiados, de lucro obtido, etc..

Cinema.

As crianças constróem um cinema da seguinte maneira : desenham numa tira de papel algumas cenas de acôrdo com o estudo feito na aula de história e enrolam a tira em um lapis, varêta ou pedaço de cabo de vassoura. O rôlo assim formado ficará dentro de uma caixa, com as extremidades apoiadas, de modo que possa rodar com os desenhos. Na frente da caixa haverá uma abertura por onde passará o papel com os desenhos à medida que for sendo desenrolado.

Noções :

Operações de inteiros, estudo de frações ordinárias e decimais : cálculo de despesa e lucro, estabelecimento de preços, pagamentos, aquisição de material, compra e venda de entradas.

Percentagem : de lucro, de frequencia de espectadores.

Area e perímetro, angulos, linhas, triangulos e quadriláteros : preparo do aparelho, instalação do cinema, bilhetes de entrada, cartazes e taboletas.

Numeração romana : numeração de bilhetes, de lugares, de fitas.

Outros projetos : fazenda de cana, mineração, olária, meios de transporte. Projetos de estudo : estudo especial da divisibilidade, da numeração romana, da tábua de multiplicar, etc.

a) Mínimo que se deve alcançar

Ao fim do 4.º ano o aluno deve ter:

1. Conhecimento de numeração romana: leitura, escrita e formação de números quaisquer; conhecimento de: angulos, medida, linhas convergentes e divergentes, circunferência e círculo, raio e diâmetro.

2. Conhecimento do processo abreviado de multiplicação por 11.

3. Conhecimento de: números primos e múltiplos, fator e divisor; divisibilidade por 3, 9 e 11, e por 10, 100, 1000, etc.

4. Firmeza e rapidez na execução de cálculos e processos.

5. Hábito de só se satisfazer com resultados rigorosamente certos, verificando os cálculos efetuados e, em geral, os resultados obtidos.

6. Certa iniciativa na resolução de problemas e na pesquiza de processos.

7. Maior capacidade de atenção, traduzida em efetuar operações mais longas e resolver problemas mais complicados.

8. Conhecimentos de: fração própria e imprópria, números mixtos, extração de inteiros, redução ao mesmo denominador (processo geral e do menor múltiplo comum,) simplificação (por divisões e decomposição em fatores primos); adição e subtração homogêneas e heterogeneas.

9. Hábito de rapidez e precisão no cálculo de frações muito simples $\frac{1}{2}$, $\frac{1}{3}$, $\frac{1}{4}$, $\frac{1}{5}$, $\frac{1}{10}$.

10. Conhecimento de multiplicação e divisão de frações decimais.

11. Noção de superfície e de área, metro quadrado múltiplos e submúltiplos, área e perímetro do quadrado e do retangulo; triangulo, especies quanto aos lados, triangulo, retangulo; légua terrestre; figuras semelhantes, escala.

12. Noção de percentagem e de desconto ou abatimento, significação da expressão e do sinal %; reconhecimento do processo de resolução do problema fundamental.

5.º ANO

a) *e* b) Objetivos e Análise dos objetivos.

As mesmas considerações feitas para o 4.º ano aquí têm cabimento, com elevação correspondente do nível, dado o mais alto grau de capacidade da classe e o natural desenvolvimento da matéria de ensino. Os problemas e cálculos encontrarão aquí larga motivação nas instituições comerciais, quer da própria vida real, quer figuradas ou organizadas na escola.

c) Prática do ensino.

I — *Assuntos e divisão da matéria.*

— Potência e raiz. Quadrado dos números até 12. Raiz quadrada dos quadrados perfeitos até 144.

Frações ordinárias — multiplicação e divisão.

— Conversão de frações decimais em ordinárias e de ordinárias em decimais. Noção de fração periódica e de geratriz (sem busca da geratriz); periódica simples e composta.

— Sistema métrico — Superfície — Medidas agrárias, transformação em medidas de superfície e vice-versa. Paralelogramo e losango, avaliação da área e do perímetro, propriedade das diagonais. Quadriláteros. Noção de trapézio. Area e perímetro do triangulo. Angulos suplementares e complementares, angulos em tôrno de um ponto. Circunferência — arco, corda, flecha, tangente e secante. Relação entre a circunferência e o diâmetro, comprimento da circunferência ou perímetro do círculo. Relação entre o círculo e o diâmetro, area do círculo.

— Sistema métrico — Volume — Noção de volume: metro cúbico, múltiplos e submúltiplos. Volume do cubo e do paralelepípedo. Prisma e pirâmide. Polígonos regulares e irregulares. Polígonos inscritos no círculo (construção de: triangulo, quadrado, hexágono e octógono); construção do pentágono e do hexágono não inscritos. Correspondencia das medidas de volume e pêso e vice-versa. Tonelada métrica.

— Regra de três, simples e composta, métodos de redução à unidade e de proporções.

— Percentagem .

— Regra de juros simples: achar o juro; achar o capital, a taxa e o tempo.

— Regra de câmbio. Sistemas monetários e conversões: Inglaterra, França, Estado Unidos, Portugal, Italia, Espanha, Alemanha, Argentina e Uruguai.

II — *Hábitos e disposições de espírito que convém formar.*

Os mesmos indicados para o 4.º ano.

III — *Matéria de ensino.*

1.º — *Potencia e raiz.*

Os alunos não terão dificuldade em compreender o que é um produto de fatores iguais. Já têm de memória o quadrado perfeito dos números simples, de 10, de 11, de 12, pois já se assenhorearam da tábua de multiplicação até 12.

Deverão conhecer e saber empregar os termos peculiares à potenciação: potencia, base, expoente, grau e o nome particular da 2.ª e 3.ª potencia de um número.

Devem ser dados exemplos de números compostos, desde que o cálculo não seja longo.

Devem ser achadas, pelos alunos as regras práticas para: elevar as potencias de 10 ou números formados de algarismo ou algarismos significativos seguidos de zeros a uma potencia; multiplicar e dividir potencias da mesma base; elevar um produto ou uma potencia a uma potencia.

Exercícios variados, orais e escritos sôbre êste assunto, testes, jogos e cartões-relâmpagos tornarão a aprendizagem agradavel à criança.

Cartões-relâmpago: O professor mostrará cartões que contenham o quadrado perfeito dos números até 12. Os alunos escreverão as raizes dos quadrados pela ordem em que lhes tenham sido apresentados.

O estudo de potenciação será acompanhado pelo de radiciação, limitado este ao conhecimento da significação de *raiz*, do *sinal de radiciação* e da raiz quadrada dos quadrados perfeitos até 144.

2.º — *Frações ordinárias.*

I — *Multiplicação.*

a) Fração por inteiro e vice-versa:

Os alunos acharão a regra, baseados em que multiplicar é repetir úm número certo número de vezes. Para isso deverão ser primeiro apresentados casos de multiplicação de fração por inteiro.

1) $\frac{3}{6} \times 4$ é $\frac{3}{6}$ repetidos 4 vezes ou $\frac{3}{6} + \frac{3}{6} + \frac{3}{6} + \frac{3}{6} = \frac{12}{6}$, isto é, $\frac{3 \times 4}{6}$

Fazer o aluno observar por que o produto é maior que o multiplicando; e nos casos de multiplicação em que o denominador da fração é múltiplo do inteiro se pode dividir o denominador pelo inteiro em vez de multiplicar o numerador pelo número.

Ex.: $\frac{3}{6} \times 2 = \frac{3}{6 \div 2} = \frac{3}{3} = 1$

$\frac{3}{6} \times 4$ é o mesmo que $\frac{3}{6}$ de 4: $\frac{1}{6}$ de 4 é $4 \div 6$ ou $\frac{4}{6}$; $\frac{3}{6}$

serão 3 vezes mais ou $3 \times \frac{4}{6}$ ou $\frac{3 \times 4}{6}$.

2) $7 \times \frac{1}{2} = \frac{7}{2} = 3\frac{1}{2}$ ou $\frac{1}{2}$ de 7.

b) Fração por fração :

O professor tomará por exemplo : $\frac{3}{7} \times \frac{5}{8}$. Multiplicar $\frac{3}{7}$ por $\frac{5}{8}$ é achar $\frac{5}{8}$ de $\frac{3}{7}$ ou repetir 5 vezes a oitava parte de $\frac{3}{7}$; ora : $\frac{1}{8}$ de $\frac{3}{7}$ é $\frac{3}{7}$ menor 8 vezes ou $\frac{3}{7 \times 8}$ e $\frac{5}{8}$ serão 5 vezes mais ou $5 \times \frac{3}{7 \times 8}$ ou $\frac{5 \times 3}{7 \times 8}$.

Sempre que for possível se empregará o cancelamento, para facilitar o cálculo.

c) Número inteiro por número mixto e vice-versa ; ex. :

$$5 \times 3\frac{4}{5} = 5 \times \frac{19}{5} = \frac{5 \times 19}{5} = 19$$

Há outro modo de efetuar esta operação : multiplicar o inteiro, isoladamente, pela parte inteira e a fracionária do número mixto e somar os resultados ; dispõe-se o cálculo da seguinte fórma :

$$\begin{array}{r} 5 \\ 3\frac{4}{5} \\ \hline 15 \\ 4 \\ \hline 19 \end{array} \qquad 5 \times \frac{4}{5} = \frac{5 \times 4}{5} = \frac{4}{1} = 4$$

d) Número mixto por fração e vice versa ; ex. :

$$3\frac{1}{4} \times \frac{2}{7} = \frac{13}{4} \times \frac{2}{7} = \frac{13}{14} \text{ ou } 3\frac{1}{4} \text{ de } \frac{2}{7}$$

e) Número mixto por número mixto :

$$3\frac{1}{6} \times 4\frac{2}{7} = \frac{19}{\underset{1}{\cancel{6}}} \times \frac{\overset{5}{\cancel{30}}}{7} = \frac{95}{7} = 13\frac{4}{7}$$

2 — *Divisão :*

a) Fração por inteiro.

Dividir $\frac{8}{5}$ por 2 é tomar a metade de $\frac{8}{5}$ ou tornar a fração duas vezes menor. A metade de 8 é 4, a metade de 8 quintos é 4 quintos ou $\frac{8 \div 2}{5}$. O mesmo com $\frac{3}{5}$. Mas, 3 não é divisível por 2. Temos, entretanto, outro modo de tornar $\frac{3}{5}$ duas vezes menor : é tornar seu denominador duas vezes maior.

Então : $\frac{3}{5} \div 2 = \frac{3}{5 \times 2}$

Os alunos poderão verificar concretamente como no seguinte exemplo : para dividir $\frac{3}{5}$ por 2.

Representa-se um bolo e dêle se tomam $\frac{3}{5}$.

Dividem-se os $\frac{3}{5}$ ao meio ; cada parte é igual a $\frac{1}{5}$ mais *metade* de $\frac{1}{5}$.

Que pedaço de bolo é a "metade de $\frac{1}{5}$"?

Dividem-se todos os *quintos* ao meio e conta-se o numero de pedaços. São 10 pedaços ou 10 décimos.

Quantos *décimos* há na *metade* de $\frac{3}{5}$?

Vê-se que em $\frac{3}{5} \div 2$ ha $\frac{3}{10}$, ou $\frac{3}{5} \div 2 = \frac{3}{5 \times 2}$

b) Inteiro por fração.

Os exemplos devem representar a princípio quantidades concretas, fazendo-se depois a generalização.

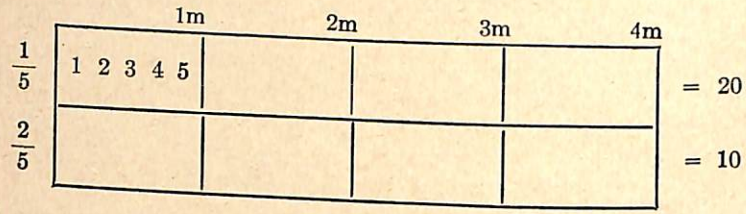
1) 3 metros $\div \frac{1}{2}$ metro. Dividir 3 metros por meio metro quer dizer : saber quantas vezes 3 metros contém $\frac{1}{2}$ metro, ou quantas vezes há meio metro em 3 metros. Ora, 1 metro contém 2 meios metros ; 3 metros conterão 3 vezes mais ou 3×2 ou 6 vezes meio metro.

Então : $4\text{m} \div \frac{1}{2}\text{m} = 6$ vezes.

2) 4 metros $\div \frac{1}{5}$m temos de ver quantos quintos de 1 metro há em 4 metros, ou quantas vezes 4 metros contêm 1

quinto do metro. Cada metro vale 5 quintos, então 4m. valem 4×5 ou 20 quintos, isto é, em 4m. há 20 vezes. Logo: ... $4m \div \frac{1}{5}m. = 20$ vezes.

3) $4m \div \frac{2}{5}m.$ Si fosse $4m. \div \frac{1}{5}m.$ já sabiamos que dava 20. Mas agora é para dividir 3m. em pedaços que valem $\frac{2}{5}$. Ora, esses pedaços são duas vezes maiores do que os de $\frac{1}{5}$; então haverá *duas vezes menos pedaços*, isto é, $\frac{20}{2}$ ou 10



Logo: $4 \div \frac{2}{5}$ é $4 \times 5 \div 2$ ou $\frac{4 \times 5}{2}$.

c) Fração por fração.

Si em vez de 4 para dividir por $\frac{2}{5}$ tivermos a fração $\frac{3}{8}$, tratar-se-á de dividir a quantidade $\frac{3}{8}$ em pedaços de $\frac{2}{5}$ tal qual como se tratava de dividir 4. O caso é, pois, o mesmo.

Temos, então: $\frac{3}{8} \div \frac{2}{5} = \frac{3}{8} \times \frac{5}{2}$ ou $\frac{3 \times 5}{8 \times 2}$.

3.º — *Conversão de frações decimais em ordinárias e de ordinárias em decimais. Frações periódicas.*

1. *Conversão de decimais em ordinárias.* — O professor dita algumas frações mandando escrevê-las em forma decimal e em forma ordinária. Fica logo assim evidenciado que a mesma fração pode ser representada dos dois modos. Da série de exemplos apresentados os alunos induzirão a regra.

2. *Conversão de ordinárias em decimais.* — Transformar uma fração ordinária em decimal é achar uma fração eqüivalente, cujo denominador seja potencia de 10.

Seja $\frac{1}{2}$ para transformar o denominador em potencia de 10 basta multiplicá-lo por 5; fazendo o mesmo ao numerador, para que o valor da fração não se altere, teremos: $\frac{1 \times 5}{2 \times 5} = \frac{5}{10}$ ou 0,5. Outros exemplos sucessivamente mais complicados serão apresentados, para que o processo fique perfeitamente esclarecido.

O processo mais simples, e por isso habitualmente usado é o que se baseia no princípio de que uma fração é uma divisão indicada:

$\frac{8}{4}$ é o mesmo que $8 \div 4 = 2$

$\frac{18}{4}$ é o mesmo que $18 \div 4 = 4{,}5$

$\frac{85}{4}$ é o mesmo que $85 \div 4 = 21{,}25$.

3. *Frações periódicas.* — Serão apresentadas aos alunos algumas frações ordinárias que dêm periódica. Os alunos entretanto não serão avisados dessa circunstância: o professor mandará, simplesmente que convertam as frações dadas em decimais. Quando os algarismos do quociente começarem a repetir-se será ocasião de fazer ver que, havendo repetição do dividendo, êles se repetirão indefinidamente. Dos exemplos escolhidos surgirão periódicas simples e compostas, sendo assim dada essa noção. A fracção ordinária que produz a periódica chama-se geratriz.

Os alunos deverão ser levados a achar a razão disso: fração decimal é a que tem denominador potência de 10; transformar uma fração ordinária em decimal é transformá-la em uma fração que tenha uma potência de 10 para denominador. Ora, isso nem sempre é possível, uma vez que 10 é apenas composto dos fatores 2 e 5: todas as vezes que no denominador haja fatores diferentes de 2 ou 5 esse denominador não se poderá transformar em decimal vindo então a periódica.

4.º — *Sistema Métrico — Superfície.*

1. *Medidas agrárias.* — Noção de medidas agrárias, seu emprêgo. Aro, seus múltiplos e submúltiplos. Múltiplo usado : hectaro ; submúltiplo usado : centiaro. Relação convecional : 1×aro=1 decâmetro quadrado.

O professor chamará a atenção dos alunos para o fato de seguirem as medidas agrárias a razão décupla e não a cêntupla, apesar de serem medidas de superfície. Explicar-lhes-á então que as medidas agrárias representam a superfície, por assim dizer, em bloco, não dependendo de multiplicação de duas dimensões ; o que faz que as medidas de superfície obedeçam à razão cêntupla não é o fato de serem medidas de superfície e sim o de representarem quadrados com uma unidade de lado : cada unidade dividida em 10 partes (a que representa o comprimento e a que representa a largura) dá em resultado a subdivisão do quadrado considerado em 10 carreiras de 10 quadrados cada uma, ou 100. Desenho análogo ao que foi feito no quarto ano, para achar-se o processo de avaliação de área ilustrará o caso, fazendo que seja mais facilmente percebido.

Nas medidas agrárias não há essa circunstância. Um aro não é forçosamente um quadrado, com determinado lado. E' uma superfície com área de 1 decâmetro quadrado ; um decáro será uma superfície correspondente a 10 decâmetros quadrados, 1 hectáro será 100 decâmetros quadrados (ou 1 hectômetro quadrado). Assim, a correspondência das medidas agrárias com as de superfície não é de medida a medida, mas alternadamente.

Uma representação gráfica como a que se segue firmará bem as idéias dos alunos quanto ao assunto :

—	Ma	Ka	Ha	Da	a	da	ca	ma			
Mm^2	Km^2	—	Hm^2	—	Dm^2	—	m^2	—	dm^2	cm^2	mm^2

Com êste quadro os alunos, nos exercícios de conversão que fizerem, poderão passar diretamente do ca. para o m^2 ou vice-versa e do Ha. para o Hm^2 ou vice-versa.

2. *Quadriláteros, triangulos, circunferência e círculo, angulos.* — O estudo das medidas agrárias (medidas de superfície) pode servir de ponto de partida para recordação ou aquisição (conforme tenham ou não constado do estudo do 4.º ano) das noções de : paralelogramo e losango, avaliação da área e do perímetro ; trapézio ; quadriláteros ; área e perímetro do triangulo ; circunferência e círculo — arco, corda, flecha, tangente e secante ; angulos complementares e suplementares, angulos em tôrno de um ponto (1).

3. *Relação entre a circunferência e o diâmetro e entre o círculo e o diâmetro — comprimento da circunferência e área do círculo.* — (Este estudo será feito como extensão natural do indicado no parágrafo anterior — 2)

a) Relação entre a circunferência e o diâmetro — comprimento da circunferência ou perímetro do círculo.

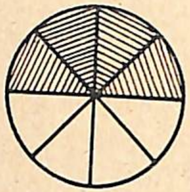
O professor tomará, por ex., um cilindro e pedirá à criança que meça com uma fita métrica a circunferência e o diâmetro e os resultados serão escritos no quadro. Em seguida a criança aplicará o diâmetro sôbre a circunferência e verificará que a circunferência é aproximadamente o triplo do diâmetro. Mostrará então o professor, empregando rodas, arcos, etc., que esta relação entre o diâmetro e a circunferencia é constante e que na vida prática para se obter a circunferência aproximada de um círculo é bastante tomar-se o comprimento do diâmetro e multiplicá-lo por três.

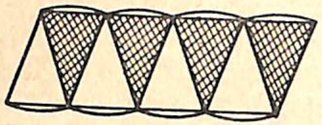
b) Relação entre o círculo e o diâmetro — área do círculo.

Os alunos desenharão no papel ou cartolina um círculo e o dividirão em 8, 12, 16, etc., partes iguais traçando raios ; depois cortarão os diferentes pedaços ou partes iguais em que ficou dividido o círculo e formarão com êles um paralelogramo, aproximadamente, cuja representação grafica é a seguinte :

---

1) Vide programa de 4.º ano, onde estas noções estão apresentadas com desenvolvimento.





O professor levará os alunos à conclusão de que a área do círculo recái na do paralelogramo, fazendo perguntas semelhantes a estas:

I — Que formavam os 8 pedaços primeiramente? E agora?

II — Todas as partes curvas dos pedaços, que formam no círculo?

III — Que formam elas no paralelogramo?

IV — A que corresponde o comprimento do paralelogramo?

V — A altura do paralelogramo a que corresponde no círculo? etc..

Ora, os alunos já têm conhecimento perfeito da área do paralelogramo e assim, guiados pelo professor, observarão que a base do paralelogramo é a metade da circunferência e que a altura é igual ao raio e concluirão portanto que a área do círculo é igual à semi-circunferência vezes o raio ou $\frac{C \times R}{2}$. Sendo $C = 3 \times D$ ou $6 \times R$, acharão $\frac{6 \times R}{2} \times R$ ou $3 \times R \times R = 3 \times R^2$, donde concluirão ser a área do círculo igual a três vezes o quadrado do raio (aproximadamente).

Todos êstes assuntos podem ser tratados novamente nas partes que se seguem, de — sistema métrico, a propósito das superfícies de sólidos geométricos, medidas do sistema métrico, objetos diversos que se forem apresentando no decorrer po estudo.

5.º — *Sistema métrico — Volume.*

1. Metro cúbico — múltiplos e submúltiplos.

Conhecido o m.² e as medidas de superfície, é muito fácil, por analogia, passar à medida do volume. Assim como medimos a superfície por meio de quadrados, tomando como unidade o metro quadrado, mediremos o volume por meio de cubos; o cubo que tomamos como unidade tem 1m. de aresta e chama-se: metro cúbico.

O volume poderia ser avaliado pelo processo direto, isto é, pela aplicação de cubos com 1m. de aresta (metro cúbico) depois de cubos com 1dm. de aresta (decímetro cúbico) e assim sucessivamente. Tal processo seria morôso em certos casos e cheio de dificuldades e até impossível em outros. O processo aplicado é correspondente ao que se usa para avaliação de areas.

Tomando o paralelepípedo (de sabão, por exemplo) o professor o dividirá em cubos fazendo que os alunos achem a regra de multiplicar as três dimensões; para firmar a noção repetirá a experiência com massa, um bolo em forma de paralelepípedo etc., e fará desenhos no quadro.

O volume do cubo será considerado como caso particular do paralelepípedo.

Exercícios:

Avaliar o volume da sala de aula, de uma caixa, de cubos diversos.

Notação especial: m3. ou m. c.

Composição, leitura e escrita das unidades de volume — A relação de um para mil será achada pràticamente, por processo semelhante ao usado para a razão cêntupla, no metro quadrado. Poderão servir para isso blocos que se possam cortar (sabão, massa, bolos, etc.) ou pequenos cubos que se possam justapor formando um cubo grande. Dessa relação decorrerá naturalmente a observação do fato de haver três algarismos para representar cada ordem de unidades. Conhecido o fato, serão apresentados exercícios de conversão, feitos oralmente e por escrito.

Ex.: transformar em m^3: $6,^{Dm^3}548$; $0,^{Hm^3}455$; etc.
converter em dm^3: $84^{m^3},666$; $3^{Dm^3},485$; etc..

2. *Prisma e pirâmide. — Polígonos regulares e irregulares, polígonos inscritos no círculo.* — Do volume do paralelepípedo o professor passará às formas do prisma e pirâmide fazendo o aluno notar que as bases são polígonos regulares ou irregulares.

O estudo será completado com desenhos e construções de polígonos inscritos no círculo (triangulo, quadrado, hexágono e octógono) e não inscritos (pentágono e hexágono).

3. *Conversão de medidas.*

Volume e capacidade — Os alunos acharão praticamente a relação: litro — decímetro cúbico, tomando líquidos ou substâncias em grão ou em pó e enchendo com elas ora uma vasilha com um litro de capacidade, ora uma caixa ou receptáculo qualquer que hajam medido e verificado que tem de volume 1 decímetro cúbico.

Ser-lhe-ão propostos como exercícios, pequenos problemas em que uma quantidade seja fornecida em capacidade para transformar em volume e vice-versa.

Ex.: achar o volume de $6^l,5$ de farinha;
achar a capacidade, em hectolitros, de um reservatório com as dimensões... ... ... etc..

Os alunos observarão na conversão de capacidade a volume, a necessidade de completar com zero as casas decimais de menos de 3 algarismos.

Quando os alunos tiverem verificado a relação: $1^l = 1dm^3$. lhes será dito que isso não é uma coincidência, mas que o litro é feito, propositalmente com capacidade de 1 decímetro cúbico.

Volume e pêso — medindo e pesando porções dágua as crianças encontrarão, praticamente, a relação: $1Kg = 1dm^3$, de onde deduzirão que $1gr. = 1cm^3$. Então lhes serão apresentados exercícios de conversão e lhes será dito, a exemplo do que se fez para capacidade e volume que essa relação não é casual e sim proposital. Será então ocasião de dar-lhes idéia

de conjunto do sistema métrico decimal e de seu histórico, o que poderá ser feito por meio de leitura e comentário.

Encontrada a relação: $1cm^3 = 1gr.$ serão tomados decímetros cúbicos de várias substâncias e pesados; verificam então os alunos que a iguais volumes não correspondem pesos iguais. Noção de densidade.

Serão então feitos variados exercícios de conversão de pêso em volume e vice-versa e, depois, de capacidade em pêso e vice-versa, através do volume.

4. *Tonelada métrica.* — Das antigas medidas de pêso foi tomada a tonelada e transportada para o sistema métrico com o valor de 1.000Kg, servindo assim como unidade de medida para grandes pesos. Uso de tonelada (ferro, material de estrada de ferro, ou de fábricas, carvão de pedra, carga de navios, etc.). Exercícios: Conversão de toneladas em outras medidas de pêso e vice-versa.

6.º — *Regra de três — Proporções.*

O professor para dar aos alunos a noção de grandezas direta ou inversamente proporcionais, empregará exemplos e problemas concrétos e de fácil solução.

Exemplos de grandezas diretamente proporcionais:

O preço de certas mercadorias é, por convenção, proporcional ao pêso, ao comprimento, ao volume, etc., que se vende.

E' fácil admitir que, si por determinado número de metros se paga certa quantia, pelo número de metros duplo, triplo, etc., se pague quantia dupla, tripla, etc..

Si, com certo número de novelos de lã se faz certo número de sapatinhos, com a metade do número de novelos se fará a metade do número de sapatinhos. Os alunos revelarão a aprendizagem realizada por meio de exemplos como os seguintes:

a) 5 quilos de açúcar "Perola" custam 4\$200; 10 quilos ou o dobro do pêso, custarão o dobro da quantia ou 8\$400.

b) 3 quilos de fubá são guardados em duas latas; para guardar a metade do pêso de fuba, isto é, quilo e meio, é necessário a metade do número de latas ou uma lata.

Exemplos de grandezas inversamente proporcionais:

Verifica-se, dentro de certos limites, e para o trabalho uniforme, que o número de operários de uma obra é inversamente proporcional ao tempo que é necessário para executá-la.

O tempo que um automóvel gasta em percorrer uma distância é inversamente proporcional à sua velocidade.

Com facilidade poderão as crianças dar exemplos com os seguintes:

a) 3 operários constróem um muro em 7 dias, mas si trabalhar o dôbro ou 6 operários, o muro será feito na metade do tempo ou 3 dias e meio.

b) 1 automóvel com a velocidade de 60Km. por hora vai do Rio a Petrópolis em 1 hora; diminuindo, porém, a velocidade para 20Km. ou a têrça parte, êle gastará o triplo do tempo ou 3 horas.

Os alunos serão levados: a achar a razão de duas grandezas e de dois números; a estabelecer uma proporção e a condição para que 4 números formem uma proporção.

Desde que a noção de grandezas direta ou inversamente proporcionais esteja bem formada, fácil será ensinar a *regra de três simples* nas suas duas modalidades — *direta ou inversa* e mais tarde a *regra de três composta*.

Os métodos empregados para solução de tais problemas são: redução à unidade e proporção.

Aos alunos será lembrado o uso do cancelamento, visto abreviar o cálculo.

Exemplo: 5 lapis custam 2$000; quanto custarão 7 lapis?

O raciocínio se desenvolverá do seguinte modo: 5 lapis custando 2$000, 1 lapis custará 5 vezes menos ou $\frac{2000}{5}$ e 7 lapis custarão 7 vezes mais ou $\frac{2000 \times 7}{5}$. Aplicando o cance-

lamento temos: $\frac{\overset{400}{\cancel{2000}} \times 7}{\underset{1}{\cancel{5}}} = \frac{2800}{1} = 2\$800.$

Empregando-se o método de proporções, sob a forma de fração, para a resolução do mesmo problema temos:

$\frac{7}{5} = \frac{x}{2000}$. O valor de X se obtem multiplicando 2$000 por $\frac{7}{5}$ ou X = 2$000 $\times \frac{7}{5}$.

7.º — *Percentagem.*

Percentagem — Revisão do estudo feito no ano anterior.

Exercícios e problemas com as taxas mais comuns representadas por número mixto ou maior que 100..

Exemplos: 41/2 % de um número equivale a $\frac{41/2}{100}$ ou ... dêste número. 150 % de um número correspondem a $\frac{150}{100}$ ou.... dêste número, etc..

Os problemas serão do mesmo tipo dos do 4.º ano e do seguinte:

Numa classe 30 % dos alunos matriculados formam 45; quantos alunos são?

Devem ser dadas idéias gerais sôbre transações de compra e venda a vista ou a prazo. E' de vantagem dar-se o conhecimento prático de faturas, duplicatas, nota promissória, etc..

O abatimento nos passes escolares de bonde ou estrada de ferro, o desconto em faturas, os impostos, as comissões, etc., são assuntos para problemas propostos pelo professor ou formulados pelo aluno.

8.º — *Juros simples.*

O professor dará noções elementares sôbre capital e as operações que se fazem freqüentemente entre emprêsas comerciais e financeiras como: empréstimos, adiantamentos, depósitos bancários, etc..

Tornará bem claro o sentido em que são empregados os novos termos: *capital* (determinada quantia em dinheiro ou em títulos monetários), *juro* (renda paga pelo uso do dinheiro ou capital), *taxa de juro* (juro produzido pela unidade de capital na unidade de tempo).

Nas operações de empréstimo convem explicar o que se entende por *credor e devedor* e as convenções geralmente adotádas para os casos de juros simples:

Os juros são proporcionais: 1.º ao capital emprestado; 2.º ao tempo por que é emprestado o capital; 3.º à taxa.

O tempo a que se refere a taxa de juros é, em geral, um mês ou 1 ano. Quando não há indicação explícita da unidade de tempo, considera-se o ano como unidade.

Problemas fáceis sôbre juros simples podem ser formulados pelos alunos. A solução não apresenta grande dificuldade desde que êles conheçam bem *percentagem* e *régra de três*.

Os problemas tratarão de:

I — Determinação dos juros.
II — Determinação da taxa.
III — Determinação do capital.
IV — Determinação do tempo.

Exemplos:

Determinação dos juros:

a) Determinar o juro de 5:400$000 a 7 % ao ano, no fim de um ano.

b) Achar o juro de 3:600$000 a 1 % ao mês, no fim de 5 meses.

c) Qual é o juro produzido por 2:700$000 a 9 % ao ano em 90 dias?

d) Determinar o juro de 35:000$000 a 8 % ao ano, em 2 anos, 5 meses e 15 dias.

Os problemas sobre a determinação da taxa, do capital ou do tempo serão apresentados com a mesma gradação de dificuldade que foi indicada na questão da determinação dos juros.

Os alunos deverão receber noções sôbre economia, emprêgo de capital, compras e vendas de casas ou terrenos a prestação e juros pagos pelos bancos.

As cooperativas escolares, as pequenas agências improvisadas e outras instituições congeneres dão ensejo à criança de aplicar os conhecimentos sôbre juros e câmbio; e assim ela conhecerá praticamente: cheques, cadernetas, ações, letras e outros títulos monetários.

9.º — *Régra de câmbio.*

Introduzindo o estudo de câmbio o professor dará as noções preliminares de comércio, do comércio rudimentar que consistia na troca direta ou indireta de mercadoria; da necessidade da existência de uma terceira mercadoria que servisse de têrmo de comparação para avaliação, motivo pelo qual surgiu a moeda.

O estudo do nosso sistema monetário se completa, neste ano, com o conhecimento das moedas metálicas e do papel-moeda.

Os alunos deverão conhecer o sistema-monetário dos países que mais comumente mantêm transações com o Brasil e o valor, ao par, em dinheiro brasileiro, das unidades principais.

O conhecimento do mecanismo do câmbio quer interno, quer externo, poderá ser adquirido pràticamente e de maneira que muito interessa à criança.

Na classe, grupos de alunos representam determinados países. Em cada grupo um aluno representa o banco principal do país, outro uma firma industrial de renome, uma afamada casa comercial, etc.. Recortarão, os alunos, de jornais e revistas, anuncios, tabelas de câmbio, desenhos de moedas e tudo mais que lhes interessar e trarão êste material para a classe. Simularão compras, remessas de mercadoria, saques, etc., tendo assim ocasião de resolver problemas mais simples de câmbio. Compreenderão os termos familiares à linguagem comercial — cambial, sacador, sacado, etc..

Desta forma poderão formular muitos problemas de câmbio direto do Brasil, para Inglaterra, França, Estados

Unidos da América do Norte, Portugal, Itália, Espanha, Alemanha, Argentina, Uruguai, etc..

IV — *Jogos.*

1.° — *Potência e Raiz.*

I — Distribuir aos alunos cartões com números elevados à 2.ª e 3.ª potência ex. : 3^2, 6^3, etc.. O professor ou um aluno ficará à frente da classe e mostrará um cartão que contenha o quadrado ou o cubo de um número simples, 9, por ex. Todos os alunos que tiverem cartões com o número 3, com o expoente 2 ou 3, irão ao quadro indicar quantas vezes a base 3 está repetida como fator.

II — O professor distribue aos alunos cartões com números que representam as raízes dos quadrados perfeitos até 144.

Um aluno ficará à frente da classe e mostrará um cartão com um número 16, por ex., (quadrado perfeito). As crianças que tiverem cartões com o número 4 (raiz quadrada de 16) irão ao quadro e escreverão 4.

III — O professor divide a turma em duas filas. O primeiro aluno de cada fileira vai ao quadro e escreve um número que seja quadrado perfeito, por ex. : 64, o 2.° aluno do grupo irá ao quadro e escreverá 8 (raiz quadrada de 64) à direita do quadrado proposto.

O 3.° aluno irá ao quadro e antes de escrever outro quadrado perfeito por êle imaginado, corrigirá, si houver êrro, o trabalho do colega precedente.

Ganhará o jôgo o grupo que acabar primeiro.

2.° — *Sistema Métrico.*

O jôgo do 3.° ano relativo ao sistema métrico, pode ser adaptado às medidas agrárias, de superfície, de volume, de capacidade e de pêso.

3.° — *Proporções.*

Qual a razão ?

I — O professor forma os alunos em duas filas. O 1.° aluno de cada fila vai ao quadro e escreve uma razão qualquer que lhe ocorrer no momento, por ex. : $\frac{12}{3}$; o 2.° irá ao quadro e escreverá a 2.ª razão por ex. : $\frac{16}{4}$ para completar a proporção, o 3.° escreverá a "razão é 4", ao lado da estabelecida.

Os outros alunos irão ao quadro na ordem em que estão, continuando o jôgo, porém, com outros números por êles imaginados. Ganhará o jogo a fila que acabar primeiro.

Nota : Si houver êrro, o aluno seguinte corrigirá antes de escrever o que lhe competir.

O professor poderá variar o jôgo acima, tomando números proporcionais, ex. : $\frac{1}{4}$, $\frac{2}{8}$, $\frac{12}{48}$, $\frac{2}{80}$, etc..

II — Os alunos ficam divididos em duas fileiras. O 1.° aluno de cada fila vai ao quadro e escreve uma razão qualquer, por êle imaginada, por ex. : $\frac{8}{4} =$; o 2.° irá ao quadro e escreverá sòmente o primeiro têrmo da 2.ª razão, por ex. : 12; o 3.° dará sòmente o traço e escreverá o 2.° têrmo 6, para completar a proporção.

O 4.° aluno irá ao quadro e escreverá à direita da proporção estabelecida o n.° que indica a razão — 2.

Os outros alunos, na ordem em que se acham, irão ao quadro para estabelecer outras razões.

Ganhará o jogo a fileira que acabar primeiro.

Nota : Si houver êrro, o aluno fará a correção primeiramente.

4.° — *Percentagem, juro, câmbio.*

O comissário.

Cálculo prático de percentagem : 1 %, 5 %, 10 %, 20 %, 25 %, 50 %, 75 %. Material — Algumas fichas e um objeto escolar qualquer (lapis, caneta, livro).

Os alunos formam em círculo. Um dêles, o comissário, fica no centro com as fichas na mão. Uma criança da roda, indicada para começar o jôgo, diz : "Sr. Comissário, entregue a Fulano este objeto que vale. . . . . .$000". O comissário recebe o objeto e diz : "Cobro. . . % para levá-lo ao destinatário". Encaminha-se, lentamente, para a criança designada. Esta, durante êste tempo, calcula mentalmente a quantia que o comissário receberá para dizê-la no momento em que êle se aproximar dela. Si acertar, ela receberá o objeto e uma ficha; si não acertar, o comissário dirigir-se-á, com o objeto para outro aluno qualquer da roda e só entregará a encomenda e uma ficha a quem disser a quantia certa. A criança que receber o objeto fará depois como a que iniciou o jôgo.

O jogo continua assim, até esgotar-se o tempo que é previamente fixado pelo professor.

No fim do jogo, quem tiver recebido maior número de fichas será o comissário em outra ocasião.

Observação : Como o cálculo é mental, convém determinar que o valor da encomenda deve variar dentro da dezena. Depois que as crianças estiverem desembaraçadas poderão atribuir ao objeto um valor qualquer.

Este jogo pode ser aplicado a juros e a câmbio.

V — *Problemas*

Neste ano o aluno deve ter capacidade para resolver os problemas sôbre toda a matéria dada, desde que não dependam de esfôrço de raciocínio acima de seu alcance.

Para adquirir prática de resolver problemas da vida real, deve ser utilizado todo o material que já tem sido indicado, neste ano e em anos anteriores — (anuncios, tabelas, etc.) e serão organizadas agências de banco e cooperativas escolares.

O objetivo de tais agências e cooperativas, pelo lado da aritmetica é : *a*) dar ao aluno o conhecimento das transações financeiras mais comuns (depósitos, empréstimos, saques, ordens de pagamento, lucro e perda, etc.) colocando-o no ambiente em que elas se realizam ; *b*) exercitá-lo nas operações e cálculos diversos exigidos por essas transações.

Pelo lado educativo geral esses trabalhos e estudos são ótimos formadores de habitos e sentimentos de alta relevância, pois que servem a : *a*) dotar a criança de : sentimento de responsabilidade, iniciativa, firmeza de carater e atenção no trabalho ; *b*) dar noção nítida de solidariedade, o trabalho de cada um revertendo em benefício da coletividade ; *c*) fazer observar as vantagens da ordem e disciplina, podendo-se cultivar então, entre outros, o hábito de formar cauda, útil não só nos bancos mas em toda parte onde haja muitas pessoas para dar ou receber qualquer cousa (bilheterias de teatro, repartições onde se vendem estampilhas, sêlos e onde se registram objetos, nos telégrafos, etc.).

No estudo de câmbio há ensejo para se observar a vantagem da cooperação e da solidariedade entre as nações.

Sendo de grande valor, para o indivíduo e para a sociedade, os hábitos e sentimentos referidos, o professor deve aproveitar cuidadosamente as oportunidades que esta parte do ensino lhe proporciona, para fazer que os alunos os adquiram e formem, incorporando-os à sua personalidade.

1.º — *Raiz quadrada.*

1. Qual é o lado de um terreno quadrado que mede de área 144m^2 ?

2.º — *Frações ordinárias — Multiplicação e Divisão.*

I — Uma cozinheira ganha 90$000 por mês, trabalha 15 e $\frac{1}{2}$ dias, quanto deve receber ?

II — Um fazendeiro vendeu 6 $\frac{1}{2}$ sacos de feijão pesando cada saco 55 $\frac{3}{5}$ Kg. a 460rs. o Kg.. Que importância receberá ?

III — Rui ganhou de presente $\frac{1}{4}$ de melancia, deu ao irmão a metade do seu pedaço. Que fração da melancia cada um recebeu ?

IV — Uma locomotiva percorreu $\frac{2}{6}$ dos 72 Km. que existem entre duas estações, quantos Km. tem ainda de percorrer ?

V — Quantos pedaços de fita, medindo $\frac{3}{5}$ de metro cada um, podem ser cortados de uma peça de 6 metros de comprimento ?

VI — Um hortelão tem $2\frac{1}{2}$ Kg. de sementes para encher pacotes que devem conter $\frac{1}{8}$ de quilo cada um. Quantos pacotes poderá êle encher ?

VII — Vendeu-se $\frac{1}{6}$ de uma peça de sêda, depois $\frac{2}{5}$ do resto, depois $\frac{6}{7}$ do novo resto. Calcular o comprimento primitívo da peça, sabendo que o retalho restante tem 6 metros.

VIII — Lauro tem $8\frac{1}{2}$ Kg. de sementes para plantar. Já começou a semear $2\frac{1}{2}$ Kg. numa área de 1 Dm^2.. Que extensão de terreno em aros ainda falta semear ?

3.° — *Sistema Métrico.*

I — Achar o volume de uma caixa cúbica de 90cm. de aresta.

II — Qual a capacidade de uma caixa dágua que mede 1m,50 de comprimento, 0m,80 de largura e 0m,90 de altura ?

III — Determinar o pêso de 1 dm.3 de água distilada.

IV — Qual é o pêso do ar contido num quarto que mede 2m,80 de largura por 3m de comprimento e 3m. de altura, sabendo-se que 1 litro de ar pesa 1kg,293 ?

V — Um cultivador semeia 225^l de milho em uma extensão de 1 hectare. Que extensão seria necessária para semar 15 duplos decalitros ?

VI — 2 irmãos herdaram um sitio de 48Ha., que devem repartir igualmente. O mais velho, precisando de mais terras, deu ao outro 800$000, com a condição de receber mais 160 aros.

a) Calcular a parte de cada um em aros.

b) O valor do sitio.

VII — Um usineiro compra carvão a 240$000 a tonelada. Paga de transporte $035 por tonelada, em cada Km. percorrido ; o percurso é de 20Km, 75.

Calcular a despesa feita com um carro de 3.240 hectolitros, sendo o pêso de 1Hl. de carvão igual a 82Kg.

4.° — *Régra de três.*

I — Custando 4 kilos de café 10$400, quanto custarão 8 kilos ?

II — 20 operários fazem um trabalho em 12 dias ; quantos operários farão o mesmo trabalho em 8 dias.

III — Uma senhora tem 12 galinhas que põem 144 ovos em 24 dias. Morreram 4 galinhas. Pergunta-se em quantos dias a senhora apura 96 ovos ?.

IV — Com 34Kg. de lã fizeram-se 25m. de um tecido que tem de largura 0m,60 ; quantos metros se poderiam fazer com 102Kg. da mesma lã, sendo de 0m,50 a largura do tecido ?

V — Um pedreiro poderia levantar 5/8 de um muro em 40 dias. Em quantos dias esse operário seria capaz de construir todo o muro ?

5.° — *Percentagem.*

I —Paralelepípedo — 3Km.325

Cimento armado — 26Km,25

Asfalto — 5Km,425

ESTRADA RIO SÃO PAULO 35Km.

Quantos por cento desta estrada são calçados a paralelepípedos ?

Quantos por cento desta estrada são calçados a cimento armado ?

Quantos por cento desta estrada são calçados a asfalto ?

II — Um capitalista comprou uma casa por 5:000$000 e gastou 80 % do custo em reparos. Mais tarde vendeu-a por 12:000$. Qual foi o seu lucro ? De quanto por cento foi o lucro ?

III — Um agente de negócios recebeu 450$000 para fazer a compra de um objeto, sua comissão é de 4 %. Quanto recebeu o agente neste negócio ?

IV — Um homem monta uma loja. Paga por ano ... 2:400$000 de aluguel ; 85$000 de luz ; 600$000 de telefone ; 350$ de impostos e 1:320$000 de empregados. Compra mercadorias no valor de 12:000$000 e vende-as por 20:500$.

a) Qual foi seu lucro líquido ?

b) De quanto por cento foi o lucro ?

6.º — *Juros.*

BANCO DOS FUNCIONÁRIOS PÚBLICOS — Carmo, n.º 59 — Séde própria.

Capital 10.000:000$000 — Reservas 496:211$231 — Carteira Comercial.

Caução de títulos de real valor — Hipotécas com amortisações mensais — Desconto de contas do Govêrno — Anticreses.

TAXAS PARA DEPÓSITOS — C/c Limitada (Máximo ... (10:000$000) 5 %. — Prazo fíxo — Ilimitados.

6 meses	6 %
9 meses	6½ %
12 meses	8 %
12 meses c/renda mensal	7 %

O Banco oferece aos depositantes inteira garantia, o dinheiro entregue à sua guarda é empregado em empréstimos aos funcionarios públicos federais, com assistência do Govêrno e cuja cobrança é por êste efetuada por intermédio das suas repartições, em consignações mensais que constituem depósito público.

Expediente ininterrupto — De 10 às 17 horas.

I — Deposíto neste banco 6:000$ em c/c limitada.

1.º — Que juro terei no fim do ano ?

2.º — Que é preferível : colocar o dinheiro em conta corrente ou a prazo fixo por ano ?

II — A que taxa esteve empregado o capital 7:500$ para render 3:375$ em 5 anos ?

III — Que tempo será preciso para que 600$000, a 8% ao ano, fiquem em 688$000 ?

IV — Achar o capital que, a 10 % ao ano, rendeu... 6:212$500 em 1 anno e 9 meses.

V — Uma pessoa pediu emprestado 1:400$ a 12% ao ano, por 8 meses. No fim de 5 meses deu por conta 900$000. Quanto deve dar para saldar o débito, quando se vencerem os 8 meses ?

7.º — *Câmbio.*

I — Dizer a quanto correspondem, com o câmbio ao par, 5:000$ em :

a) moeda da Inglaterra

b) moeda da França

c) moeda da Itália

d) moeda da Argentina

e) moeda dos Estados Unidos, etc..

II — Um funcionário público que recebe 1:200$000 por mês acha-se em comissão em New York. Qual é seu vencimento, em moeda dos E.U., estando o câmbio a 13$500 ?

III — Um industrial inglês remete a sua mãe que está em Santos, 20£ 17s 5d, como presente de Natal. Que quantia receberá ela em dinheiro brasileiro com o câmbio de 12 e 1/8 ?

Problemas para desenvolver o raciocínio :

a) Qual a pergunta ?

I — Numa caixa de doces Antonio arrumou 20 doces de 9cm2 de base e de 1cm. de altura.

II — Ana depositou no banco 26:000$000 a 4 e 1/2%. Si ela emprestasse o dinheiro a uma pessoa em vez de pô-lo no banco, o dinheiro lhe renderia 6 %.

b) Dar o dado que falta :

I — Aglaé bordou 35 flores de um vestido. Quanto por cento de flores foram bordadas ?

II — Um milionário legou a uma escola 1/2 de sua fortuna e 1/3 do resto a um asilo de orfãos. Que quantia recebeu o asilo ?

VI — *Projetos.*

A cidade.

Estudo da cidade do Rio de Janeiro.

Superfícies e áreas, quadriláteros, círculo e circunferência, medidas agrárias — localização da cidade e comparação com outras, representação de ruas, praças, cais, jardins, etc..

Volume : calçamento das ruas (areia, paralelepípedos, asfalto,) abastecimento de água e de gaz.

Potência e raiz, frações ordinárias e decimais, régra de três : estudo nos cálculos de superfície, volume, avaliação de extensões, pêso, etc..

Percentagem : população, área habitada, movimento de veículos, importação e exportação.

Companhia construtora.

Com o auxílio de prospectos de companhias construtoras os alunos planejarão a construção de uma ou de diversas casas, fazendo orçamentos. Compararão as vantagens e desvantagens entre alugar casas, e adquirir casa, própria, mediante pagamento a prazo. Percentagem : entrada inicial e prestações em relação ao valor da casa em relação ao do terreno, etc..

Juros : capital empregado, prestações para amortização do capital.

Câmbio : material importado do estrangeiro.

Area, figuras geométricas : terreno, compartimentos da casa, paredes, telhado ; preço de acôrdo com a superfície coberta.

Volume : material empregado.

Operações aritméticas, frações : emprêgo nos cálculos, orçamentos, pagamentos, salários.

Companhia de seguros.

Estudo de prospectos, vantagens do seguro.

Percentagem : do seguro sôbre o valor do imóvel ou objetos segurados.

Câmbio : companhias de seguro estrangeiras.

Outros projetos : banco, cooperativa, correio ou telégrafo. Projetos de estudo : avaliação de áreas diversas, cálculo de juros ou de câmbio, etc..

d) **Mínimo que se deve alcançar**

Ao fim do 5.º ano o aluno deve ter :

1. noção de potência e raiz ; quadrado dos números até 12 ; raiz quadrada dos quadrados perfeitos até 144 ;

2. conhecimento de multiplicação e divisão de frações ordinárias ;

3. conhecimento de : conversão de frações ordinárias em decimais e vice-versa e noção de fração periódica, sem distinção de simples e composta ;

4. preocupação de escolher o processo mais rápido em igualdade de condições de eficiência ;

conhecimentos de :

5. superfície — paralelogramo, avaliação da área e do perímetro ; trapézio e losango, quadriláteros ; triangulo, área e perímetro ; angulos suplementares e complementares, angulos em tôrno de um ponto ; circunferência : arco, corda, flecha, tangente e secante ; relação entre a circunferência

e o diâmetro, comprimento da circunferência ou perímetro do círculo;

6. volume — noção de volume, metro cúbico, múltiplos e submúltiplos volume do cubo e do paralelepípedo; prisma e pirâmide, polígonos regulares e irregulares, polígonos inscritos no círculo: conversão das medidas do vovolume em capacidade e vice-versa; tonelada métrica.

7. régra de três simples e composta — método de redução à unidade;

8. percentagem, desconto ou abatimento, resolução do problema fundamental e hábitos correspondentes de rapidez e precisão nos cálculos de percentagem mais comuns (1%, 2%, 5%, 20%, 25%, 50%).

9. régra de juros; achar o juro, dados capital, taxa e tempo;

10. régra de câmbio — sistemas monetários e conversões: Inglaterra, França, Estados Unidos, Portugal.

Bibliografia

ALPERA, FELIX MARTI — *Aritmética, Geometria Y Trabajo Manual.*

BLACKHURST, J. HERBERT — *Principles and Methods of Junior High-School - Mathematics.*

BRUEL, C. — 400 *Jeux por Jeunes Filles et Enfants.*

BUCHLER, G. A. — *Aritmética Elementar.*

CITY OF BALTIMORE. — *Arithmetic, Course of Study for Kindergarten and grades one, two and three.*

CITY OF BALTIMORE. — *Arithmetic, Course of Study for grades four, five and six.*

COMAS, MARGARITA — *Como se enseña la Aritmetica y la Geometria.*

COMAS, MARGARITA — *Metodologia de la Arithmetica y la Geometria.*

DENVER, COLORADO — *Arithmetic, Course of Study Monograph, elementary school. — Grades one, two, three, four and six.*

LINCOLN SCHOOL (The) — *Curriculum Making in an Elementary School.*

MARANHÃO, PAULO — *Testes Pedagogicos.*

MELLO e SOUZA e C. THIRÉ — *Curso de Matemática* - Volumes 1.º e 2.º.

NATIONAL SOCIETY FOR THE STUDY OF EDUCATION (The) — *The Sixteenth Yearbook* — Part I — *Second Report of the Committee on Minimum Essentials in Elementary-School Subjects.*

PITTSBURG, PENNSYLVANIA — *Course of Study in Mathematics.*

STRAYER - UPTON — *Arithmetics - Middle Grades.*

TANNERY, J. — *Leçons d'Arithmetique Theorique et Pratique.*

THORNDIKE, EDWARD L. — *Arithmetic*, Books I, II and III.

THORNDIKE, EDWARD L. — *New Methods in Arithmetic* (The).

THORNDIKE, EDWARD L. — *Psychology of Arithmetic* (The).

Indice

2.º Ano

3.º Ano

4.º Ano

5.º Ano

DEPARTAMENTO DE EDUCAÇÃO DO DISTRITO FEDERAL

Programas e Guias de Ensino

Série C

I. Prográma de Linguágem
II. Prográma de Matemática
III. Guia de Jogos Infantis
IV. Prográma de Ciências Sociais (I)
V. Prográma de Ciências Sociais (II)

Edições da

COMPANHIA EDITORA NACIONAL

RUA GUSMÕES, 26, 28, 30 – S. PAULO
RUA SETE DE SETEMBRO, 162 – RIO

Exemplar Nº 1391 *

São Paulo Editora Ltda. imprimiu, Rua Brigadeiro Tobias, 78/80