53 — Um homem gastou sucessivamente $\frac{1}{4}$, $\frac{1}{5}$ e $\frac{1}{8}$ da sua fortuna e ficou ainda com Cr$ 255 000,00. Qual era a sua fortuna? R.: ..... Cr$ 600 000,00.

54 — José gastou $\frac{1}{3}$ da metade de seu dinheiro e ficou ainda com Cr$ 35,00 Quanto tinha êle? R.: Cr$ 42,00.

55 — Repartiu-se uma quantia entre 4 pessoas; a 1.ª ficou com os $\frac{3}{10}$; a 2.ª com os $\frac{2}{9}$; a 3.ª ficou com $\frac{1}{12}$ e a 4.ª com Cr$ 10 650,00. Qual foi a quantia repartida? R.: Cr$ 27 000,00.

56 — Comprei 40 metros de fazenda: $\frac{8}{8}$ a Cr$ 4,00 o metro e o resto a Cr$ 2,00 o metro. Dei por conta $\frac{3}{10}$ do preço total. Quanto estou ainda devendo' R.: Cr$ 77,00.

57 — Comprei 20 metros de fita; $\frac{3}{5}$ a Cr$ 3,00 o metro e o resto a Cr$ 3,50 o metro. Dei por conta $\frac{5}{8}$ da despesa. Quanto fiquei devendo? R.: Cr$ 24,00.

58 — Comprei 9 cadernos: $\frac{1}{3}$ dêles a Cr$ 0,80 cada um e os restantes a Cr$ 0,50 cada um. Paguei apenas $\frac{5}{9}$ da despesa. Quanto fiquei devendo? R.: Cr$ 2,40.

59 — Os $\frac{2}{3}$ de uma colheita valem Cr$ 100 000,00. Qual será o valor dos $\frac{5}{6}$? R.: 125 000,00.

60 — Aos $\frac{5}{9}$ de uma quantia acrescentam-se Cr$ 11,00 e obtêm-se os $\frac{2}{3}$ dela. Qual é essa quantia! R.: Cr$ 90,00.

61 — A $\frac{1}{3}$ de uma quantia acrescentam-se Cr$ 66,00 e obtêm-se os $\frac{5}{4}$ dela. Qual é essa quantia? R.: Cr$ 72,00.

62 — Um negociante comprou um rádio por Cr$ 850,00 e revendeu-o ganhando $\frac{3}{17}$. Quanto lucrou e por quanto revendeu o rádio? R.: Cr$ 150,00 e Cr$ 1 000,00.

63 — Yára ganhou $\frac{3}{5}$ de $\frac{2}{3}$ de $\frac{5}{8}$ de Cr$ 160,00. Quanto recebeu? R.: Cr$ 40,00.

64 — José andou $\frac{4}{5}$ de $\frac{7}{8}$ de $\frac{5}{7}$ de uma estrada de 8 quilômetros. Quantos quilômetros andou? R.: 4 km.

65 — Repartir 140 em duas partes de modo que uma seja os $\frac{3}{4}$ da outra. R.: 60 e 80.

66 — Repartir 81 em duas partes de modo que uma seja os $\frac{2}{7}$ da outra. R.: 18 e 63.

67 — Os $\frac{3}{5}$ da soma de dois números valem 54 unidades e o menor vale $\frac{4}{5}$ do maior. Quais são êsses números? R.: 40 e 50.

68 — Os $\frac{4}{5}$ da soma de dois números valem 16 unidades e o menor vale $\frac{2}{3}$ do maior. Quais são êstes números? R.: 8 e 12.

69 — Dividir 20 bolas por dois meninos de modo que um receba $\frac{4}{6}$ do que couber ao outro. Quanto receberá cada um? R.: 8 e 12.

70 — $\frac{8}{10}$ da soma de dois números valem 18 e um dêles é $\frac{5}{7}$ do outro. Quais são os dois números? R.: 25 e 35.

71 — A soma de dois números é 2 464 e um dêles é $\frac{7}{4}$ do outro. Quais são êsses números? R.: 896 e 1 568.

72 — Qual é a fração que se torna igual a $\frac{7}{8}$ aumentando-a de $\frac{2}{3}$? R.: $\frac{5}{24}$.

73 — Qual é a fração que se tornará igual a $\frac{1}{9}$ dividindo-a por $\frac{3}{5}$? R.: $\frac{1}{15}$.

74 — Três pessoas perderam numa aposta Cr$ 290,00. A 1.ª devia pagar os $\frac{2}{5}$ desta quantia, a 2.ª os $\frac{3}{4}$ do resto e finalmente a 3.ª o resto. Quanto pagou cada uma? R.: Cr$ 80,00, Cr$ 90,00; Cr$ 30,00.

75 — Uma menina comprou 5 livros a Cr$ 6,00 cada um. Pagou da 1.ª vez $\frac{3}{5}$ da compra e da 2.ª a metade do resto. Quanto deve ainda? R.: Cr$ 6,00.

76 — Uma pessoa deu da 1.ª vez $\frac{3}{5}$ do que possuia; da 2.ª vez $\frac{1}{8}$ do resto; da 3.ª vez $\frac{2}{5}$ da parte restante, e ainda ficou com Cr$ 84,00. Quanto tinha? R.: Cr$ 400,00.

77 — Um negociante vendeu $\frac{1}{9}$ de uma peça de fazenda a um freguês; a um 2.º freguês vendeu os $\frac{3}{8}$ do resto e a um 3.º $\frac{1}{5}$ do 2.º resto, ficando com 8 metros. Quantos metros tinha a peça? R.: 18 m.

78 — Dei $\frac{1}{6}$ da quantia que possuia a um pobre, depois $\frac{2}{5}$ do resto e por último $\frac{1}{2}$ do que me restava, e tenho ainda Cr$ 150,00. Quanto eu possuia? R.: Cr$ 600,00.

79 — Vendeu-se $\frac{1}{4}$ de uma peça de seda, depois $\frac{2}{7}$ do resto, depois $\frac{4}{5}$ do novo resto. Qual o comprimento da peça, se o retalho restante media 3 metros? R.: 28 m.

80 — Um menino gastou $\frac{3}{8}$ de seu dinheiro em livros, $\frac{4}{5}$ do resto em cadernos e ficou com Cr$ 8,00. Quanto tinha antes de fazer as compras? R.: Cr$ 64,00.

81 — Diminuindo de um número $\frac{2}{3}$ de $\frac{4}{7}$ do mesmo número, o resultado é 169. Qual é o número? R.: 273.

82 — Multipliquei $\frac{5}{10}$ por certo número, subtraí 30 unidades do produto e a diferença é a metade do produto. Qual foi o número? (Instituto de Educação — Exame de Admissão — 1944). R.: 120.

83 — Sonia e Roberto receberam, ao todo, no Natal, Cr$ 121,00. Roberto gastou $\frac{3}{4}$ do que recebeu e Sonia $\frac{1}{3}$, ficando com quantias iguais. Quanto possuia cada um? (Instituto de Educação — Exame de Admissão — 1944). R.: Cr$ 33,00 e Cr$ 88,00.

84 — Some o dôbro de $3\frac{1}{2}$ com o triplo de $2\frac{1}{5}$. R.: $13\frac{3}{5}$.

85 — Um negociante vendeu $\frac{3}{5}$ de uma peça de fazenda e depois vendeu o restante por Cr$ 40,00. Por quanto vendeu tôda a peça?.... R.: Cr$ 100,00.

86 — Um operário fêz sozinho um trabalho em 12 dias. Que porção faria em 1 dia? R.: $\frac{1}{12}$.

87 — Um operário fêz um trabalho em 6 horas; juntamente com outro seria capaz de fazer os $\frac{3}{4}$ do mesmo trabalho em 3 horas. Em quanto tempo o segundo operário seria capaz de fazer $\frac{3}{5}$ do mesmo trabalho? (Instituto de Educação — Exame de Admissão — 1943). R.: $7\frac{1}{5}$ *h*.

88 — Um negociante vendeu a um freguês $\frac{2}{3}$ das maçãs que possuia mais 3 maçãs; a um segundo freguês vendeu $\frac{1}{4}$ das maçãs que possuia.

Quantas maçãs possuia o negociante, sabendo-se que o 1.º freguês recebeu mais 38 maçãs do que o 2.º? (Instituto de Educação — Exame de Admissão — 1943) R.: 84.

89 — Uma pessoa despendeu certa quantia na compra de um terreno e o vendeu por Cr$ 35 000,00; nesta venda ganhou 3/4 do que despendera. Por quanto comprou o terreno? (Instituto de Educação — Exame de Admissão — 1941). R.: Cr$ 20 000,00.

90 — Uma peça de fazenda foi dividida entre três pessoas. A primeira ficou com 2/5 da peça e mais 4 metros; a segunda com 1/3 da peça e mais 5 metros; a terceira com os 7 metros restantes. Quantos metros recebeu cada pessoa? (Instituto de Educação — Exame de Admissão — 144). R.: 28 m, 25 m e 7 m.

91 — Num colégio há mais 16 alunos internos do que externos. Sabe-se que a metade do número de externos é igual a 3/8 do número de internos. Quantos alunos externos e quantos alunos internos há no colégio? (Instituto de Educação — Exame de Admissão — 1944). R.: 64 internos e 48 externos.

92 — Acrescentando-se 45 ao produto de um número por 2/3 ficam faltando ainda 15 para completar o quociente da divisão do mesmo número por 4/3. Qual é êsse número? (Instituto de Educação — Exame de Admissão — 1944). R.: 720.

93 — Da metade de .... subtraindo-se $\frac{1}{3}$, obtem-se $\frac{1}{12}$ para resto. (Instituto de Educação — Exame de Admissão — 1945). R.: $\frac{5}{6}$.

94 — As frações respectivamente equivalentes a $\frac{1}{3}$, $\frac{2}{5}$ e $\frac{1}{2}$ e tais que o denominador da 1.ª seja igual ao numerador da 2.ª e o denominador desta igual ao numerador da 3.ª são .... e ...... (Instituto de Educação — Exame de Admissão — 1945). R.: $\frac{2}{6}$, $\frac{6}{15}$ e $\frac{15}{30}$

EXPRESSÕES FRACIONÁRIAS

103. São *expressões fracionárias* as expressões que indicam várias operações a fazer sôbre números fracionários. Elas são simplificadas de acôrdo com as regras das operações

e tomando como critério que primeiramente se efetuam as multiplicações e as divisões e depois as somas e as subtrações. Quando as operações de adição e subtração. ou de multiplicação e divisão estiverem indicadas consecutivamente devem ser efetuadas na ordem em que se apresentam.

Parênteses ( ), colchetes [ ] e chaves { } podem ser utilizadas para indicar a ordem em que devem ser feitas as operações: primeiro se efetua o que existe no interior dêsses sinais.

Exemplos: 1) Simplificar a expressão

$$\left(3+\frac{2}{5}\times\frac{5}{6}\right)\div\left(1\div\frac{3}{4}+2\right)$$

$$\left(3+\frac{2}{5}\times\frac{5}{6}\right)\div\left(1\div\frac{3}{4}+2\right)=\left(3+\frac{1}{3}\right)\div$$

$$\div\left(1\times\frac{4}{3}+2\right)=\frac{10}{3}\div\left(\frac{4}{3}+2\right)=$$

$$=\frac{10}{3}\div\frac{10}{3}=\frac{10}{3}\times\frac{3}{10}=1$$

II) Simplificar a expressão:

$$\frac{2\frac{1}{3}\div 3\frac{1}{2}+\left(2\times\frac{3}{8}\right)}{\left[2+\frac{10}{3}\left(\frac{3}{5}+\frac{7}{10}\right)\right]\div 2}$$

$$\frac{2\frac{1}{3}\div 3\frac{1}{2}+\left(2\times\frac{3}{8}\right)}{\left[2+\frac{10}{3}\left(\frac{3}{5}+\frac{7}{10}\right)\right]\div 2}=\frac{\frac{7}{3}\times\frac{2}{7}+\frac{3}{4}}{\left[2+\frac{10}{3}\left(\frac{6}{10}+\frac{7}{10}\right)\right]\div 2}=$$

$$=\frac{\frac{2}{3}+\frac{3}{4}}{\left[2+\frac{10}{3}\times\frac{13}{10}\right]\div 2}=\frac{\frac{8}{12}+\frac{9}{12}}{\left[2+\frac{13}{3}\right]\times\frac{1}{2}}=$$

$$= \frac{\frac{17}{12}}{\frac{19}{3} \times \frac{1}{2}} = \frac{\frac{17}{12}}{\frac{19}{6}} = \frac{17}{12} \times \frac{6}{19} = \frac{17}{38}$$

EXERCÍCIOS PROPOSTOS

Simplificar as expressões:

1) $4 + 2\frac{1}{5} - \left(\frac{4}{5} + \frac{1}{3} + \frac{2}{9}\right)$ R.: $7\frac{5}{9}$.

2) $\left[\frac{4}{5} + \left(\frac{5}{9} \div \frac{1}{3}\right)\right] - \left(\frac{1}{2} \times \frac{3}{5} \times \frac{4}{9}\right)$ R.: $2\frac{1}{3}$.

3) $\left(\frac{4}{7} \div \frac{2}{9}\right) \times \left[\frac{1}{5} + \left(\frac{2}{3} \times \frac{6}{8}\right)\right]$ R.: $1\frac{4}{5}$.

4) $\left(2\frac{1}{4} - \frac{3}{8}\right) \times \left(\frac{2}{25} + \frac{3}{5}\right) - \frac{11}{40}$ R.: 1.

5) $\left(1\frac{1}{2} + \frac{1}{3} - \frac{5}{6}\right) + \left(1\frac{2}{4} + \frac{4}{8}\right)$ R.: 3

6) $\left[1\frac{2}{5} \times \frac{9}{14} \div \frac{8}{10} - \left(\frac{1}{4} + \frac{4}{2}\right)\right] \times \frac{4}{5}$ R.: $\frac{3}{10}$.

7) $\Big[\Big(2 + \frac{3}{7} + \frac{1}{2}\Big) - \Big(1\frac{3}{4} \times \frac{8}{7}\Big]\Big) \div \frac{13}{14}$ R.: 1.

$+ \Big(\frac{1}{8} + \frac{6}{10}\Big]\Big)$ R.: $\frac{37}{80}$.

FRAÇÕES DECIMAIS

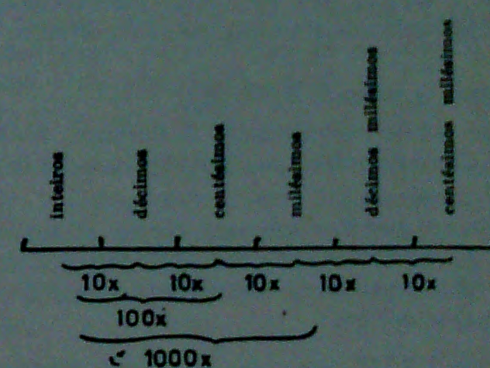
104. *Uma fração é chamada fração decimal quando tem para denominador uma potência de* 10.

EXEMPLOS: $\frac{5}{10}$ $\frac{8}{100}$ $\frac{9}{1000}$

105. Na figura, a unidade está dividida em 10 pedaços iguais. Cada pedaço é um *décimo da unidade*; corresponde a uma parte decimal da unidade. Se dividirmos cada décimo em 10 partes iguais, a unidade ficará dividida em 100 partes iguais; teremos 100 *centésimos* ou centésimas partes da unidade, também, *partes decimais* da unidade. Se dividirmos cada centésimo em 10 partes iguais a unidade ficará dividida em 1000 partes; teremos 1000 *milésimos*. Prosseguindo anàlogamente, obteremos: *décimos-milésimos centésimos-milésimos*, *milionésimos*, etc.

Representamos estas partes por $\frac{1}{10}$, $\frac{1}{100}$, $\frac{1}{1000}$, ...

106. Pelo gráfico abaixo podemos compreender que um inteiro vale 10 décimos, ou 100 centésimos ou 1000 milésimo, etc.



Do mesmo modo 1 décimo vale 10 centésimos ou 100 milésimos ou 1000 décimos-milésimos, etc.

107. Podemos escrever as frações decimais sob outra forma a que damos o nome de *números decimais*.

Já conhecemos o princípio da numeração decimal que nos diz: "Todo algarismo escrito à esquerda de outro vale

10 vêzes mais do que se estivesse no lugar dêsse outro". Apliquemo-lo à escrita das frações decimais sob a forma de números decimais.

Suponhamos que eu queira escrever $1\frac{1}{10}$, sem ser sob forma de fração decimal.

Um décimo vale 10 vêzes menos que uma unidade. Então: o algarismo *1*, representando décimos, escrito à direita de outro algarismo *1* representando *1* inteiro, estará valendo 10 vêzes menos do que o outro.

Assim: 1,1 representa 1 unidade e 1 décimo.

A vírgula é colocada para separar a parte inteira da parte fracionária decimal. Também se pode usar um ponto em vez da vírgula, assim: 1,1 ou 1.1.

Os centésimos, valendo 100 vêzes menos que uma unidade, ou 10 vêzes menos que um décimo, serão escritos à direita dos décimos; à direita dos centésimo escreveremos os milésimos, os décimos-milésimos, os centésimos-milésimos, os milionésimos, etc.

Observemos o número 5,283 641.

Êle pode ser lido: 5 inteiros, 2 décimos, 8 centésimos, 3 milésimos, 6 décimos-milésimos, 4 centésimos-milésimos e 1 milionésimo.

Aos números escritos sob esta forma chamamos *números decimais* e à parte, à direita da vírgula, que representa a parte fracionária, chamamos *parte decimal;* a parte à esquerda da vírgula é a *parte inteira.*

Exemplo: 18,315 tem como parte inteira 18 e como parte decimal 315 milésimos.

108. Na escrita de números inteiros usamos o zero (0) para suprir a falta de uma ordem qualquer. Também nos números decimais o zero é usado para indicar ausência de uma ordem na parte decimal, e para formar a parte inteira dos números que não a tiverem e forem, portanto, menores do que a unidade.

Assim, um número composto de 3 unidades, 5 décimos e 8 milésimos se escreve 3,508; o número composto apenas de 7 décimos escreve-se 0,7.

Podemos também raciocinar da seguinte forma:

Tomemos, por exemplo, a fração $\frac{4328}{1000}$. Podemos decompô-la na soma de várias frações de denominador 1000:

$$\frac{4328}{1000} = \frac{4000}{1000} + \frac{300}{1000} + \frac{20}{1000} + \frac{8}{1000} =$$

$$= 4 + \frac{3}{10} + \frac{2}{100} + \frac{8}{1000}$$

Observamos que o 4, no lugar em que está, vale 10 vêzes mais que se estivesse no lugar do 3; o 3, no lugar em que está, vale 10 vêzes mais do que se estivesse escrito no lugar do 2; e êste vale 10 vêzes mais do que se estivesse escrito no lugar de 8. Aplicando, então, o princípio da numeração escrita decimal, separando a parte inteira da fracionária por uma vírgula, teremos o número 4,328. Logo,

$$\frac{4328}{1000} = 4{,}328$$

Regra: *Para se escrever uma fração decimal sob a forma de número decimal, escreve-se o numerador e, a partir da direita, separam-se, com uma virgula, tantos algarismos decimais quantos forem os zeros do denominador, acrescentando-se zeros à esquerda, se necessário.*

Outros exemplos:

$$\frac{4\,308}{1\,000} = 4{,}308 \qquad \frac{29}{100} = 0{,}29 \qquad \frac{420}{100\,000} = 0{,}00428$$

109. Leitura de um número decimal — 3,289. Este número pode ser lido de 4 maneiras diferentes:

1.ª — 3 inteiros, 2 décimos, 8 centésimos e 9 milésimos.
2.ª — 3 289 milésimos.

3.ª — 3 inteiros e 289 milésimos.
4.ª — 3 vírgula 289.
Esta última é a mais usada.

EXERCÍCIOS PROPOSTOS

1 — Escolha as frações decimais nas frações seguintes:

$$\frac{5}{8} \quad \frac{3}{10} \quad \frac{4}{20} \quad \frac{32}{100} \quad \frac{7}{50}$$

2 — Quando chamamos uma fração ordinária de decimal?
3 — Leia os seguintes números decimais: 1,234; 0,37; 42,046 351.
4 — Escreva os seguintes números decimais: quarenta e sete inteiros e oito centésimos; trinta e dois milésimos; nove inteiros e três mil e trinta e seis milionésmos.
5 — Escreva por extenso os números: 2,009; 0,34; 5,04.
6 — Escreva por extenso os seguintes números: 5,8; 37,71; 0,369; 0,065.
7 — Quantos décimos, centésimos e milésimos vale a unidade?
8 — Quantos centésimos são necessários para se formar um décimo?
9 — Para que serve a vírgula num número decimal?
10 — Quanto vale o algarismo 2 na segunda ordem à direita da vírgula?
11 — Em que ordem devemos escrever o algarismo 8 para que êle valha 8 centésimos? e 8 centenas?
12 — Escreva: 3 unidades e 15 milésimos; 4 unidades e 209 milésimos; 7 milésimos; 13 décimos-milésimos; 2 unidades e 6 centésimos; 49 décimos.
13 — Quantos milésimos há em 5,314; 0,83; 16,5?
14 — De quantos centésimos preciso para formar 1 inteiro?
15 — Quantos décimos são necessários para termos 4 inteiros?

110. Transformação de um número decimal em fração decimal.

EXEMPLO: 4,379.

Este número pode ser escrito decomposto em suas diferentes ordens:

$$4{,}379 = 4 + \frac{3}{10} + \frac{7}{100} + \frac{9}{1000} =$$

$$= \frac{4000}{1000} + \frac{300}{1000} + \frac{70}{1000} + \frac{9}{1000} = \frac{\mathbf{4379}}{\mathbf{1000}}$$

REGRA: *Dá-se para numerador o número decimal sem a vírgula e para denominador a unidade seguida de tantos zeros quantos são os algarismos decimais do número dado.*

OUTROS EXEMPLOS: $3{,}4 = \frac{34}{10}$ $0{,}029 = \frac{29}{1000}$

EXERCÍCIOS PROPOSTOS

1 — Escreva sob a forma de fração decimal os números: 0,43; 2,258; 13,5.
2 — Transforme em fração decimal: 0,43; 0,121; 0,315, 0,31.
3 — Escreva sob a forma de números decimais as frações:

$$\frac{5}{100} \quad \frac{32}{10} \quad \frac{85}{100} \quad \frac{3243}{100}$$

4 — Transforme em fração ordinária irredutível os números decimais: 0,50; 0,8; 0,24; 2,35; 1,40.
5 — Escreva sob a forma de fração decimal os números:

0,08; 1,25; 4,7.

6 — Escreva sob a forma de números decimais as frações

$$\frac{7}{100}, \quad \frac{36}{10}, \quad 4\,\frac{2}{1000}.$$

7 — Transforme em fração decimal os números: 3,18 e 0,25.

111. Se 3 décimos correspondem a 30 centésimos ou 300 milésimos, podemos escrever: 0,3 = 0,30 = 0,300 e 0,300 = = 0,30 = 0,3.

Logo, *podemos colocar zeros à direita de um número decimal que o seu valor não se altera.*

OUTRO EXEMPLO: Em 5,20, 5,200, 5,2000 os algarismos 5 e 2 conservam os mesmos valores absolutos e relativos — inteiros e décimos, respectivamente.

Esta propriedade permite reduzir números decimais à mesma denominação.

EXEMPLO: Reduzir a centésimos 52, e 3 inteiros.
5,2 = 5,20 3 = 3,00

EXERCÍCIOS PROPOSTOS

1 — Reduzir a milésimos: 0,2; 4,2; 5,83.
2 — Reduzir à mesma denominação: 8,3; 0,54; 4.
3 — Qual o maior? 0,4; 0,400; 0,40.
4 — Quantos centésimos há em 0,3?
5 — Quantos décimos há em 2,45?

112. Comparação de números decimais — Para comparar números decimais podemos reduzí-los à mesma denominação do que tem maior número de ordens decimais, e o maior será o que tiver maior número de unidades dessa ordem.

EXEMPLO: Qual o maior dos números: 3,4 e 3,835?
3,4 = 3,400 3.825

O maior é 3,825 porque possui maior número de milésimos.

Na prática não há necessidade de reduzir os números à mesma denominação. O maior de dois números decimais é o que tem mais partes inteiras. Se as partes inteiras forem iguais, o maior é o que tiver maior algarismo dos décimos; se êste algarismo fôr igual nos dois números o maior é o que tiver maior algarismo dos centésimos; e assim por diante.

EXEMPLOS: 4,328 > 4,321 > 4,309 > 4,284 > 4.

113. Observemos os números 6,435; 64,35 e 643.5. Em 6,435, o algarismo 6 vale 6 unidades; em 64,35 o mesmo algarismo vale 60 unidades e no último exemplo vale 600 unidades. Ao deslocarmos a vírgula para a direita fizemos o valor relativo do algarismo 6 aumentar 10, 100, 1000 vêzes, o mesmo acontecendo com o valor relativo de cada um dos outros algarismos do número citado. Logo:

$$6{,}435 \times 10 = 64{,}35$$
$$6{,}435 \times 100 = 643{,}5$$
$$643{,}5 \div 100 = 6{,}435$$
$$64{,}35 \div 10 = 6{,}435$$

Logo, *para se tornar um número decimal* 10, 100, 1000, ... *vêzes maior, ou, para se multiplicar um número decimal por* 10, 100, 1000, ... *é bastante deslocar a vírgula* 1, 2, 3, ... *algarismos para a direita; para se tornar um número decimal* 10, 100, 1000, ... *vêzes menor ou para se dividir um número decimal por* 10, 100, 1000, ... *é bastante deslocar a vírgula* 1, 2, 3, ... *algarismos para a esquerda.*

OUTROS EXEMPLOS:

$$6{,}3 \div 10 = 0{,}63$$
$$4{,}38 \times 1000 = 4380$$

EXERCÍCIOS PROPOSTOS

1 — Torne 100 vêzes maior o número 4,358.

2 — 53,2 × 10 =
3 — 451,39 ÷ 100 =
4 — Torne 100 vêzes menor o número 3,28.
5 — 24,6 ÷ 10 =

6 — Qual o maior 0,8, 0,800, ou 0,80?
7 — Qual o maior 0,03, ou 0,003?
8 — Copie em ordem crescente os números: 1,8 0,018; 18; 0,180.
9 — Escreva em ordem decrescente os números: 0,05, 0,005; 0,5; 0,000 5.
10 — Torne 100 vêzes maior: 8,2; 0,193; 3,1800; 53.
11 — Torne 10 vêzes menor: 4,8; 34; 3,91; 59,283; 7,14837.

OPERAÇÕES COM NÚMEROS DECIMAIS

ADIÇÃO

114. Como só podemos somar quantidades homogêneas, só podemos somar unidades com unidades, décimos com décimos, centésimos com centésimos, etc.

Assim: 8,3 + 5 + 16,25 = 29,55

$$\begin{array}{r} 8{,}3 \\ 5 \\ 16{,}25 \\ \hline 29{,}55 \end{array}$$

Regra: *Para somar números decimais escrevem-se uns abaixo dos outros de forma que as vírgulas se correspondam em coluna vertical. Somam-se os números como se fossem inteiros e coloca-se a vírgula na mesma ordem de unidades das parcelas.*

EXERCÍCIOS PROPOSTOS

1 — Efetue:

3 + 8,35 + 16,4
9,381 + 14 + 25,2
7,39 + 1,82 + 34,9
163,18 + 0,453 + 12

2 — Efetue, dando ao resultado a forma de fração ordinária irredutível:

2,87 + 0,5 + 1,435
0,3 + 0,08 + 0,26

3 — Some 4,03 com 0,56.

SUBTRAÇÃO

115. Procedemos na subtração do mesmo modo, que na adição, colocando as diferentes ordens do subtraendo em coluna com as ordens de igual valor do minuendo; dessa forma as vírgulas se corresponderão e iremos subtrair quantidades homogêneas.

Exemplo: 4,3 − 2,53 = 1,77

$$\begin{array}{r} 4{,}30 \\ 2{,}53 \\ \hline 1{,}77 \end{array}$$

Regra: *Escrevemos o subtraendo abaixo do minuendo de forma que as vírgulas se correspondam. Subtraímos como se fossem números inteiros e colocamos a vírgula na ordem respectiva. Caso o número de algarismos decimais do subtraendo seja maior que o do minuendo, completamos neste com zeros as ordens que faltarem.*

EXERCÍCIOS PROPOSTOS

1 — Efetue:

7,3 − 2,82
45,76 − 0,2
9,37 − 5
3,257 − 2,8

2 — Do número 3,109 tire 2,64 e escreva o resultado sob a forma de fração ordinária irredutível.

3 — Efetue, dando ao resultado a forma de fração ordinária irredutível:

2,51 − 1,73
4,3 − 2,45

4 — Efetue: 3,418 + 2,56 − 1,104
4,6 + 3 + 5,9 − 8

5 — Efetue: (5, + 4,37 + 1,5) − (2,3 + 4,39)

6 — Dados os números decimais 3,5; 4,308; 3,029 e 1,6, da soma dos dois maiores tire a soma dos outros dois.

MULTIPLICAÇÃO

116. Regra: *Para multiplicarmos números decimais, multiplicamos os números como se fossem inteiros, e separamos no produto tantos algarismos para formarem a parte decimal quantos houver nas partes decimais dos fatores.*

Exemplo: 8,63 × 2,5 = 21,575

$$\begin{array}{r} 8{,}63 \\ 2{,}5 \\ \hline 4315 \\ 1726 \\ \hline 21{,}575 \end{array}$$

Agimos dêste modo porque: se o número 864 vale 100 vêzes mais que 8,63 e o número 25 vale 10 vêzes mais que 2,5, o produto 21575 estará valendo 100 × 10 ou 1000 vêzes mais que o verdadeiro produto de 8,63 por 2,5; logo, devemos tornar o produto 21575, mil vêzes menor para têrmos o produto desejado, o que fazemos separando 3 algarismos decimais:

$$21575 \div 1000 = 21{,}575$$

EXERCICIOS PROPOSTOS

1 — Efetue:

$9{,}21 \times 2{,}4$
$72{,}06 \times 5{,}18$
$4{,}631 \times 7{,}6$
$324{,}5 \times 9{,}31$
$5{,}42 \times 43$
$0{,}38 \times 0{,}05$
$5{,}48 \times 0{,}001$

2 — Dados os números 4,56; 2,10; 0,49 e 0,38, multiplique a soma dos dois maiores pela diferença dos dois menores.

DIVISÃO

117. Na divisão de números decimais, procede-se do seguinte modo:

REGRA: *Reduzimos os dois números à mesma denominação, suprimimos as vírgulas e dividimos como se fôssem números inteiros. Quando a divisão não for exata, colocamos a vírgula no quociente, reduzimos o resto a décimos multiplicando-o por 10 e prosseguimos a divisão; depois multiplicando os restos seguintes sempre por 10, iremos reduzidno-os a centésimos, milésimos, etc. Continuando a divisão com êsses restos, irão surgindo os algarismos formadores da parte decimal do quociente.*

EXEMPLO:

6,382	2,500
1 3820	2,5528
13200	
7000	
20000	
0000	

OUTRO EXEMPLO:

$8 \div 3{,}5 = 2{,}28$

8,0	3,5
1 00	2,28
300	
20	

Observemos que podemos suprimir a vírgula no dividendo e no divisor depois de igualar os números de ordens decimais, porque assim fazendo tornamo-los o mesmo número de vêzes maiores e com isso não alteramos o quociente como sabemos (26).

EXERCÍCIOS PROPOSTOS

$15{,}242 \div 6{,}3$
$8{,}5 \div 4{,}25$
$18{,}42 \div 3{,}1$
$9 \div 2{,}4$

0118. Quando o dividendo fôr menor que o divisor não pode haver, no quociente, parte inteira; reduzimos então o dividendo a décimos, centésimos, etc., e efetuamos a divisão

EXEMPLO: $3 \div 5 = 0{,}6$

30	5
0	0,6

EXERCÍCIOS PROPOSTOS

1 — Efetue:

$2{,}4 \div 5{,}7$
$4 \div 5{,}9$
$3{,}9 \div 8{,}35$
$2 \div 8$
$1{,}6 \div 4$

2 — Preciso mutiplicar o número decimal.......... por $\frac{1}{4}$ para obter o quociente de 0,18 por 0,3. (Instituto de Educação — Exame de Admissão — 1945). R.: 2,4.

119. Conversão de uma fração ordinária em número decimal. — Já vimos, quando estudamos as frações ordinárias, que o traço de fração indica uma divisão do numerador pelo denominador.

EXEMPLO: $\frac{8}{2} = 8 \div 2 = 4$

Se a divisão não fôr exata, poderemos reduzir o resto a décimos, centésimos, milésimos, etc., e, prosseguindo a divisão obteremos o resultado em número decimal.

EXEMPLO: $\frac{6}{5} = 1{,}2$

```
 6 |5
10  1,2
 0
```

A êste trabalho denominamos *conversão de uma fração ordinária em número decimal.*

EXERCÍCIOS PROPOSTOS

1 — Converta em números decimais as frações:

$$\frac{1}{2} \quad \frac{3}{5} \quad \frac{5}{8} \quad \frac{3}{4} \quad \frac{4}{5}$$

2 — Reduza a números decimais, aproximando até centésimos as frações:

$$\frac{5}{6} \quad \frac{7}{15} \quad \frac{1}{3} \quad \frac{4}{9} \quad \frac{4}{6}$$

$$\frac{5}{7} \quad \frac{5}{12} \quad \frac{11}{18} \quad \frac{7}{9} \quad \frac{2}{3}$$

3 — Efetue as seguintes divisões: $\frac{45}{0{,}08}$, $\frac{0{,}005}{16}$ e $\frac{0{,}45}{0{,}003}$.

Some os quocientes e calcule, com 4 casas decimais, $\frac{5}{13}$ do resultado.

(Instituto de Educação Exame de Admissão — 1939). R.: 274,0385.

4 — Aumentando-se o número .... dos seus 0,5 teremos 22,5. (Instituto de Educação — Exame de Admissão — 1945). R.: 15.

120. Quando uma fração ordinária só contém na composição do seu denominador os fatôres primos 2 e 5 podemos convertê-la em número decimal sem efetuar a divisão. *Decompomos o denominador em fatores primos e multiplicamos os dois têrmos da fração por uma potência de 2 ou de 5 que torne iguais os expoentes dêstes fatores no denominador. Efetuando*

então os produtos obteremos uma fração decimal que poderemos escrever sob a forma de número decimal.

EXEMPLO:

$$\frac{7}{40} = \frac{7}{2^3 \times 5} = \frac{7 \times 5^2}{2^3 \times 5 \times 5^2} =$$

$$= \frac{7 \times 25}{2^3 \times 5^3} = \frac{175}{10^3} = 0{,}175$$

121. Nem sempre prosseguindo a divisão do numerador pelo denominador de uma fração ordinária para convertê-la em número decimal, encontramos resto zero.

Vamos converter, por exemplo, a fração ordinária $\frac{4}{11}$ em número decimal:

$\frac{4}{11} = 0{,}3636\ldots$

```
40   |11
 60   0,3636...
  40
   70
    4
```

Prosseguindo a divisão, não conseguiremos divisão exata. Os algarismos 3 e 6 do quociente irão repetir-se indefinidamente, formando o que chamamos *número decimal periódico* ou mais comumente uma *dízima periódica.*

É fácil verificar de início, que se não encontrarmos resto zero, os algarismos do quociente terão de se repetir, a partir de um dêles, na mesma ordem. Com efeito, se o divisor é 11, só podemos encontrar no quociente 11 restos diferentes 0, 1, 2, ..., 10, porque o resto tem de ser menor que o divisor. Logo, se não encontrarmos resto zero, no máximo, no fim de dez divisões teremos de achar um resto já encontrado, e, a partir da divisão correspondente a êste resto, todos os algarismos do quociente se irão repetindo e na mesma ordem.

Outros exemplos:

$$\frac{4}{11} = 0{,}363636\ldots$$

$$\frac{5}{9} = 0{,}555\ldots$$

$$\frac{18}{55} = 0{,}3272727\ldots$$

$$\frac{2}{225} = 0{,}008888\ldots$$

Temos aí 4 dízimas periódicas. A parte que se apresenta repetida tem o nome de *período*. Nos exemplos citados os períodos são 36, 5, 27 e 8.

Nas duas dízimas periódicas 0,363636... e 0,555 ..., o período começa logo depois da vírgula; estas dízimas são chamadas *dízimas periódicas simples*.

Quando entre a vírgula e o período há uma parte que não se repete, chamada parte *não periódica*, a dízima tem o nome de *dízima periódica composta*. 0,327227... 0,00888... são dízimas periódicas compostas.

0,3272727...	Período = 27 Parte não periódica = 3.
0,008888...	Período = 8 Parte não periódica = 00.

122. Podemos representar as dízimas periódicas de diversos modos. Assim, a dízima periódica 0,21353535... pode ser escrita:

0,21353535...	0,21 (35)
$0{,}21\dot{3}\dot{5}$	$0{,}21\overline{35}$

As duas primeiras formas são as mais usadas.

EXERCICIOS PROPOSTOS

1 — Dê 3 exemplos de dízimas periódicas simples.
2 — Escreva 4 dízimas periódicas compostas.
3 — Sublinhe o período das dízimas periódicas:
0,516516516... 0,3909090...
2,0060606... 13,4313131...

4 — Separe as dízimas periódicas simples das compostas:
0,777... 8,030303... 5,18777...
9,3050505... 0,21914914914...

123. Caracteres de convertibilidade de uma fração ordinária em decimal — Observando uma fração ordinária podemos saber se ela, convertida em decimal, dará um decimal finita (divisão exata) ou uma dízima periódica.

Em primeiro lugar devemos torná-la irredutível; depois decompor o denominador em fatôres primos. Se os fatôres primos do denominador forem 2 ou 5, isolados ou combinados, o resultado será um *número decimal finito*.

Exemplos:

$$\frac{3}{50} = \frac{3}{2 \times 5 \times 5} = 0{,}06$$

$$\frac{3}{4} = \frac{3}{2 \times 2} = 0{,}75$$

$$\frac{4}{5} = 0{,}8$$

Se o denominador não contiver nem o fator 2 nem o fator 5, a fração convertida em decimal dará uma *dízima periódica simples*.

Exemplos:

$$\frac{4}{33} = \frac{4}{3 \times 11} = 0{,}121212\ldots$$

$$\frac{5}{9} = \frac{5}{3 \times 3} = 0{,}555\ldots$$

Se o denominador tiver os fatôres 2 ou 5, acompanhados de outro ou outros fatôres primos, a fração convertida em decimal dá uma *dízima periódica composta.*

EXEMPLOS:

$$\frac{18}{55} = \frac{18}{5 \times 11} = 0{,}3272727\ldots$$

$$\frac{5}{6} = \frac{5}{2 \times 3} = 0{,}8333\ldots$$

Conclusões: 1.ª — *Uma fração ordinária irredutível, convertida em decimal, dá uma dízima finita quando o denominador só se compõe dos fatôres 2 e 5.*

2.ª — *Uma fração ordinária irredutível, convertida em decimal, dá uma dízima periódica simples quando o denominador só se compõe de fatôres diferentes de 2 e 5.*

EXERCÍCIOS PROPOSTOS

1 — Se convertêssemos estas frações ordinárias em números decimais, que dízimas encontraríamos?

$$\frac{3}{5} \quad \frac{2}{3} \quad \frac{7}{12} \quad \frac{9}{16} \quad \frac{6}{18} \quad \frac{13}{15}$$

2 — Diga em que espécie de dízimas se transformariam, quando reduzidas a números decimais, as frações seguintes:

$$\frac{3}{4} \quad \frac{12}{20} \quad \frac{5}{9} \quad \frac{7}{8} \quad \frac{2}{7} \quad \frac{4}{26}$$

124. Geratrizes das dízimas periódicas — Tôda dízima periódica corresponde a uma fração ordinária que a reproduz quando convertida em decimal. Esta fração ordinária, geradora da dízima, chama-se *fração geratriz.*

Geratriz de uma dízima periódica simples — REGRA: *A fração geratriz de uma dízima periódica simples tem para numerador o número formado de todos os algarismos da parte inteira seguida de um período, menos a parte inteira; para denominador um número formado de tantos 9 quantos forem os algarismos do período.*

EXEMPLOS:

$$2{,}555\ldots = \frac{25-2}{9} = \frac{23}{9}$$

$$3{,}131313\ldots = \frac{313-3}{99} = \frac{310}{99}$$

$$0{,}064064064\ldots = \frac{64}{999}$$

Neste último exemplo a parte inteira é zero. O numerador da geratriz é então, apenas, o período.

EXERCÍCIOS PROPOSTOS

Calcular a geratriz das seguintes dízimas periódicas:

0,272727...	1,333...
0,606060...	4,252525...
0,013013013...	3,006006006...
0,555...	2,444...
0,242424...	5,121212...

125. Geratriz de uma dízima periódica composta.

REGRA: *A fração geratriz de uma dízima periódica composta tem para numerador o número formado da parte inteira seguida da parte não periódica e de um período, menos o número formado da parte inteira seguida da parte não periódica; o denominador é um número formado de tantos 9 quantos forem os algarismos do período, seguido de tantos zeros quantos forem os algarismos da parte não periódica.*

EXEMPLOS:

$$1{,}4333\ldots = \frac{143-14}{90} = \frac{129}{90}$$

$$0{,}5121212\ldots = \frac{512 - 5}{990} = \frac{507}{990}$$

$$0{,}0717171\ldots = \frac{71}{990}$$

EXERCÍCIOS PROPOSTOS

1 — Calcular a geratriz das seguintes dízimas periódicas:

0,2555...	2,1333...
0,04444...	2,00555...
0,00818181...	1,8291291...
0,1535353...	3,2434343...

2 — Calcule a expressão:

$$\frac{\dfrac{0{,}375 \times 2{,}4}{2.5495 \div 3.785} + \dfrac{0{,}55\ldots \times 0{,}6}{0{,}388\ldots}}{8 \times \dfrac{3}{14} - \dfrac{3}{7} + \dfrac{2}{3} \div \dfrac{7}{9}}$$

(Instituto de Educação — Exame de Admissão — 1940). R.: $1\,\dfrac{120}{5099}$.

3 — Calcule a expressão:

$$\frac{1{,}133\ldots - 0{,}66\ldots}{0{,}2325 \div 0{,}31} \div \frac{5\,\dfrac{3}{4} + 1{,}2}{0{,}09 \times 1000}$$

(Instituto de Educação — Exame de Admissão — 1941). R.: 8.

SISTEMA METRICO DECIMAL

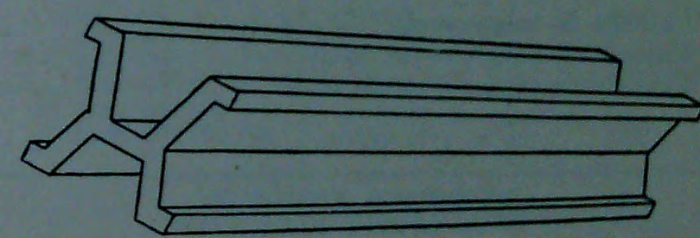
126. Que é *medir* uma grandeza?

Como já vimos, no primeiro capítulo dêste livro, medir uma grandeza é ver quantas vêzes ela contém outra grandeza escolhida para unidade.

O conjunto de unidades ou medidas usadas para se avaliarem as grandezas chama-se *sistema de medidas* ou *sistema métrico*.

Antigamente, cada país adotava seu sistema de medidas, e até entre diversas regiões de um mesmo país não havia uniformidade nos sistemas adotados. Hoje, para maior facilidade nas relações entre os países, adota-se, quase universalmente, o *sistema métrico decimal*. Êle tem por base o *metro* — unidade de comprimento — fundamento de todo o sistema. É *decimal* porque as variações entre as unidades principais e seus múltiplos e submúltiplos são decimais.

127. Devem-se à França os estudos feitos para o cálculo do comprimento do *metro*, base do sistema métrico, decimal. Foi medido um arco do meridiano terrestre e por êle calculado o comprimento de um quadrante do meridiano. Dividido êsse quadrante em 10 000 000 de partes iguais, obteve-se o *metro*, que ficou sendo, portanto, *igual à décima milionésima parte do quadrante (quarta parte) do meridiano terrestre.*



Foi, então, construída uma barra de platina iridiada com o comprimento do metro à temperatura de zero graus centígrados, guardada nos Arquivos de França, para servir de padrão universal. Êsse padrão foi depois transferido para o Pavilhão de Bréteuil, onde se acha instalado o Serviço Internacional de Pesos e Medidas.

Estudos posteriores, novas medições do meridiano terrestre, provaram haver um pequenino êrro no comprimento do metro que era realmente um pouco menor do que a décima milionésima parte do quadrante terrestre. Não foi, porém, modificado o metro padrão existente em França. Devemos por isso definir, *convencionalmente*, o metro assim:

Metro é a distância, à temperatura de 0 graus centígrados, dos eixos dos dois traços gravados sôbre a barra de platina iridiada depositada na Repartição Internacional de Pesos e Medidas e considerada como protótipo do metro pela 1.ª Conferência Geral de Pesos e Medidas, estando submetida à pressão atmosférica normal e suportada por dois rolos com um diâmetro mínimo de 1 centímetro, situados simètricamente num mesmo plano horizontal e à distância de 571 milímetros um do outro.

O Brasil possui um metro padrão construído pelo Serviço Internacional de Pesos e Medidas.

128. *As unidades fundamentais ou elementares do sistema legal brasileiro de unidades de medidas são:*

Unidade de comprimento — *o metro.*
Unidade de massa — *o quilograma.*
Unidade de tempo — *o segundo.*

EXERCÍCIOS PROPOSTOS

1 — Que é medir uma grandeza?
2 — Que é um sistema de medidas?
3 — Que é o sistema métrico decimal?
4 — Como se calculou o comprimento do metro?
5 — Que é metro? Qual a sua definição legal?
6 — Quais as unidades fundamentais que conhece?

129. Além das unidades fundamentais, temos como legais *múltiplos* e *submúltiplos* decimais das unidades principais.

Os nomes dêsses múltiplos e submúltiplos são formados antepondo-se ao nome de cada unidade considerada alguns prefixos determinados.

A seguir, encontra-se o quadro que acompanha o decreto 4 257, de 6 de junho de 1939.

QUADRO DAS DESIGNAÇÕES DOS MÚLTIPLOS E SUBMÚLTIPLOS DAS UNIDADES LEGAIS DE MEDIDA

Fator pelo qual é multiplicada a unidade	*Prefixo a antepor ao nome da unidade*	*Símbolo a antepor ao da unidade*
1 000 000	mega	M
100 000	hectoquilo	hk
10 000	míria	ma
1 000	quilo	k
100	hecto	h
10	deca	da
0,1	deci	d
0,01	centi	c
0,001	mili	m
0,000 1	decimili	dm
0,000 01	centimili	cm
0,000 001	micro	μ
0,000 000 1	decimicro	dμ
0,000 000 01	centimicro	cμ
0,000 000 001	milimicro	mμ
0,000 000 000 001	micromicro	$\mu\mu$

MEDIDAS DE COMPRIMENTO

130. A unidade fundamental de comprimento é o *metro*, unidade básica do sistema métrico decimal.

O metro é a distância, à temperatura de 0 graus centígrados, dos eixos dos dois traços gravados sôbre a barra de platina iridiada depositada na Repartição Internacional de Pesos e Medidas e considerada como protótipo de metro pela 1.ª Conferência Geral de Pesos e Medidas, estando submetida à pressão atmosférica normal e suportada por dois rolos com um diâmetro mínimo de 1 centímetro, situados simètricamente num mesmo plano horizontal e à distância de 571 milímetros um do outro.

Seu comprimento é *aproximadamente* a décima milionésima parte do quadrante do meridiano terrestre.

O metro é representado abreviadamente pela letra *m*.

Seus múltiplos e submúltiplos são os que se acham no quadro seguinte acompanhados dos seus símbolos e valores.

Grandeza	*Unidade*	*Múltiplos e submúltiplos*		
		Nomes	*Símbolos*	*Valores*
Comprimento	metro	quilômetro	km	1 000 m
		hectômetro	hm	100 m
		decâmetro	dam	10 m
		metro	m	1 m
		decímetro	dm	0,1 m
		centímetro	cm	0,01 m
		milímetro	mm	0,001 m
		micron	μ	0,000 001 m
		milimicron	mμ	0,000 000 001 m
		decimilimicron	dmμ ou A	0,000 000 000 1 m
		micromicron	$\mu\mu$	0,000 000 000 001 m
		milha marítima internacional	M ou '	1852 m

EXERCÍCIOS PROPOSTOS

1 — Qual a unidade fundamental do sistema métrico?
2 — Para que é usado o metro?
3 — Defina o metro.
4 — Como é representado simbòlicamente o metro?
5 — Quais os múltiplos do metro?
6 — Qual o valor dos múltiplos do metro?
7 — Como são representados simbòlicamente os múltiplos do metro?
8 — Quais são os submúltiplos do metro mais usados? Que valores representam? Como são escritos simbòlicamente?
9 — Quanto vale o micron?

131. Vejamos as relações existentes entre as diversas unidades de comprimento:

km	hn	dam	m	dm	cm	mm
1	0	0	0	0	0	0
	1	0	0	0	0	0
		1	0	0	0	0
			1	0	0	0
			0,	1	0	0
			0,	0	1	0
			0,	0	0	1

Cada unidade de comprimento vale 10 vêzes mais que a unidade imediatamente inferior e 10 vêzes menos que a imediatamente superior, isto é, 1 metro tem 10 *dm* e é a décima parte de 1 *dam*. Assim sendo, as medidas de comprimento são escritas e lidas como números decimais.

Exemplo: 8 *m* e 3 *dm* = 8,3 *m*.

O símbolo da unidade é colocado depois do último algarismo do número e corresponde à denominação do último algarismo da parte inteira.

Exemplo: 2 634,825 *m* pode ser lido 2 634 *m* e 825 *mm* ou 2 *km* 6 *hm* 3 *dam* 4 *m* 8 *dm* 2 *cm* e 5 *mm*.

Os algarismos da parte inteira e os da parte decimal são escritos em grupos de 3 algarismos a contar da vírgula, para a esquerda e para a direita, respectivamente.

Assim: 8 215,426 7 *dam* que se lê 8 215 *dam* e 4 267 *mm*.

O número 16,83 *m* lê-se 16 metros e 83 centímetros. Se deslocarmos a vírgula para o 8, assim 168,3, teremos 168 decímetros e 3 centímetros. Se a deslocarmos para a esquerda, para o 1, teremos 1 *dam* e 683 *cm*.

Dessa forma podemos reduzir dois ou mais números à mesma denominação.

Exemplo: Reduza 5,309 *dam* e 123,4 *dm a metros*.

5,309 *dam* = 53,09 *m*
123,4 *dm* = 12,34 *m*

EXERCÍCIOS PROPOSTOS

1 — Escreva: 25 metros e 30 centímetros; 18 metros e 5 centímetros; 5 dam e 45 mm; 22 m e 14 mm; 8 hm e 4 dm; 5 km e 18 m; 23 km, 4 m e 6 cm.

2 — Leia os seguintes números: 2,43 m; 25,138 m; 0,08 m; 4,35 hm; 16,008 km; 8,3 cm; 6,04 dam.

3 — No número 8 509,617 m qual o valor relativo de cada algarismo?

4 — Reduza os seguintes números a metros: 35,4 dam; 0,83 hm; 238 dm; 0,26 km; 238 dm; 0,26 km; 1 238 mm.

5 — Exprima, em metros, os números: 1 329 mm; 15,29 cm; 8,14 dam; 0,26 hm; 46 dm; 7,4 km.

6 — Quantos centímetros há em 26 m; 4 hm; 72 mm; 3,8 m; 0,006 dam?

7 — Quantos dm há em 1 duplo decímetro?

8 — Um duplo decímetro a quantos centímetros corresponde?

9 — O dm é a décima parte do metro; o duplo dm que parte do metro representa?

10 — A quantos metros correspondem 5 duplos decâmetros?

11 — Qual a unidade que corresponde a um décimo do dam? e a 0,01 dm?

12 — Qual o valor do km em relação ao metro? E do metro em relação ao hm?

13 — Que nome se dá a uma centena de metros? e a um centésimo do metro?

14 — Tomando-se o dam para unidade, que representarão as dezenas? e os décimos?

15 — Com 638 dam quantos hm formarei?

16 — Que nome se dá a 1 milésimo do metro?

17 — Um metro quantos microns tem?

18 — A vírgula estando nos decímetros, que valerão os dois algarismos à esquerda da vírgula?

19 — Escreva os números: 7 km, 8 dam e 6 dm; 18hm e 3 m; 14 dam e 38 cm; 5 hm, 2 m e 18 mm.

20 — Quantos hm, dm, cm, dam há em 1 528 m?

21 — Quantos m há em 25 dm; 3 184 cm; 6 km; 262dm; 839 cm?

22 — Que vale o dm em relação ao metro? ao dam? ao km? ao cm?

23 — O hm vale quantos dm?

24 — O km vale quantos dam?

25 — Quantos dm há em 9 hm?

26 — Quantos cm há em 3 metros e meio?

27 — Escreva 2 km e meio.

28 — Reduza 7,8 km a dam.

29 — Exprima 25 dam em dm.

30 — Quantos metros aproximadamente há na quarta parte do meridiano terrestre?

31 — Aproximadamente, quantos km mede o meridiano terrestre?

32 — Quantos dm há em 234 hm e 14 m?

33 — Reduza a cm: 25 km e 25 dam.

34 — Reduza a km e a m: 25 hm e 14 cm.

35 — Diga em hm o valor de 5 km.

36 — Dê em m o valor de 25 hm e 8 cm.

37 — Qual o múltiplo do m que vale 1 000 metros? e o que vale 10 metros?

38 — Qual o submúltiplo do m que vale a décima parte do dm?

39 — Considerando-se o hm como unidade, que representarão os centésimos?

40 — Qual a unidade quando os décimos valem cm?

41 — Por que número devo multiplicar 5 dm para ter 5 hm?

42 — Por quanto devo dividir 8 dam para ter 8 cm?

43 — Leia os seguintes números, tomando como unidade o metro: 50 dm; 823 dam; 129 cm; 25 286 mm; 8,64 km.

132. **Medidas efetivas** de comprimento são as medidas usuais que se encontram sob a forma de réguas de madeira ou metal, tiras de pano ou de aço e correntes. São elas: o *decametro*, o *duplo decametro* (em trenas), o *metro*, o *meio metro*, o *duplo decimetro*.

133. As operações fundamentais com as medidas de comprimento submetem-se às mesmas regras das operações com os números decimais.

EXERCÍCIOS PROPOSTOS

1 — Converta à mesma denominação e depois some os números seguintes: 32,5 m; 428 cm; 35 dam; 7 hm. R.: 1086,78 m.

2 — Uma pessoa andou primeiro 5 km de carro e depois 130 m a pé; quantos dam percorreu? R.: 513 dam.

3 — Some, tomando para unidade o dm: 4,38 m; 16 cm; 497 mm; 5,12 dam. R.: 562,37 dm.

4 — Uma pessoa possuia 30,4 cm de fita. Vendeu a metade. Com quantos cm ficou? R.: 15,2 cm.

5 — Um negociante tinha 3 peças de cretone de 18 m cada uma. Vendeu 34,5 m. Que porção lhe restou? R.: 19,5 m.

6 — Um negociante devia receber 60 m de fio de arame e já recebeu $\frac{3}{5}$. Quantos decímetros ainda receberá? R.: 240 dm.

7 — Um automóvel deve percorrer 7,38 km e já andou uma extensão de 2 394 m. Quantos dam ainda tem a percorrer? R.: 498,6 dam.

8 — Comprei 7,5 m de renda a Cr$ 5,00 o metro. Quanto gastei? R.: Cr$ 37,50.

9 — Um trem anda 60 km por hora. Que distância percorrerá em 3 horas e meia? R.: 210 km.

10 — Um trem partiu da estação inicial às 7 horas da manhã, com a velocidade de 80 km por hora. Que extensão já havia percorrido às 11 horas? R.: 320 km.

11 — Uma peça de fita de 9,5 m de comprimento custou Cr$ 28,50. A quanto saiu o meio metro? R.: Cr$ 1,50.

12 — Efetue, dando o resultado em dm:

3 918,9 km ÷ 5
24 291 mm ÷ 3

13 — Um carro percorreu 489,6 km em 6 horas. Quantos metros andou em uma hora? R.: 81 600 m.

14 — De uma peça de tricoline de 13,40 m cortaram-se 7 pedaços de 1,5 m cada um para fazer blusas. Que retalho sobrou? R.: 2,90 m.

15 — Um retalho de fazenda de 0,75 m custou Cr$ 18,00. Qual o preço de 1 m? R.: Cr$ 24,00.

16 — Uma loja possuía 62 peças de fita de 12 m cada uma. Já vendeu 432 m. Quantas peças tem agora? R.: 16.

17 — O meio metro de um fio valendo Cr$ 1,80, quanto valerá o duplo decímetro? R.: Cr$ 0,72.

18 — Um duplo metro valendo Cr$ 8,20, quanto valerá o meio dam? R.: Cr$ 20,50.

19 — Quanto falta a 75 mm para 1 dm? R.: 25 mm.

20 — Quantos dm precisamos tirar de 180 cm para se obter 1 m? R.: 8 dm.

21 — Quantos dm há no meio dam? R.: 50 dm.

22 — Quantos mm há no duplo dm? R.: 200 mm.

23 — Quantos meios metros há em 4 dam? R.: 80.

24 — Quantos duplos metros há em 5 hm? R.: 250.

25 — Quantos cm há em 9 meios metros? R.: 450.

26 — Calcule em dm: 5 372 mm + 426 m + 159 dm 7,18 m + + 4,377 dam. R.: 4982,22 dm.

27 — Calcule em m: 3,15 hm + 918 dm + 14,7 dam + 5 918 cm + + 7,40 m. R.: 620,38 m.

28 — Um dm custando Cr$ 2,50, qual o preço de 4,50 m? R.: Cr$ 112,50.

29 — Meio dam custa Cr$ 4,20; qual o preço de 6 m? R.: Cr$ 5,04.

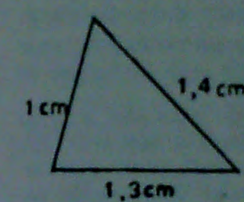
30 — Atalá tinha de fazer 12 m de fio e só fêz 4 m e $\frac{3}{4}$. Quanto lhe resta fazer? R.: 7,25 m.

31 — Calcule o preço de 0,56 m de sêda a Cr$ 34,00 o metro. R.: Cr$ 19,04.

32 — Comprei fazenda de Cr$ 35,80 o metro e gastei Cr$ 304,30. Quantos metros comprei? R.: 8,5 m.

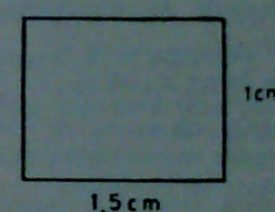
33 — Comprei sêda de Cr$ 24,40 o metro e gastei Cr$ 18,30. Que porção comprei? R.: 0,75 m.

134. Cálculos de perímetros — Perímetro de um triângulo ,de um quadrado ou de qualquer outro polígono é a soma de seus lados:



Exemplos:

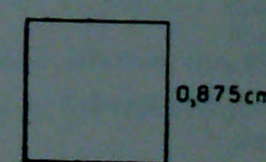
Perímetro = 1 cm + 1,3 cm+1,4 cm = = 3,7 cm.



Perímetro = 1,5 cm + 1 cm+1,5cm + = 1 cm = 5 cm.

ou

Perímetro = (1,5cm + 1cm)×2 = 5cm.



O quadrado tem os 4 lados iguais; é bastante multiplicar o valor de um lado por 4 para calcularmos o perímetro.

Perímetro = 0,875 cm × 4 = 3,5 cm.

EXERCÍCIOS PROPOSTOS

1 — Quanto custará o debrum de um pano quadrado de 1,25 m de lado se usarmos uma renda de Cr$ 3,00 o metro? R.: Cr$ 15,00.

2 — Um terreno retangular de 13,8 m de comprimento e 14,8 m de largura foi cercado de arame de Cr$ 5,00 o metro. Qual foi a despesa feita? R.: Cr$ 286,00.

3 — O perímetro de um quadrado vale 35,8 m. Quantos cm mede um dos lados? R.: 895 cm.

4 — Quantos metros de fita são precisos para debruar um pano retangular de 1,80 m de comprimento e 90 cm de largura? R.: 5,40 m.

5 — Para rematar um tapête retangular de 2,20 m de comprimento, foi escolhida uma franja de Cr$ 3,00 o metro. Qual foi a despesa, sabendo-se que a largura do tapête é igual a $\frac{3}{4}$ do comprimento? R.: Cr$ 23,10.

6 — Um terreno retangular, que tem 8 m de comprimento e 6,4 m de largura, foi fechado com uma cêrca de Cr$ 6,20 o metro. Qual foi a despesa? R.: 178,56.

7 — Um terreno quadrado de 8,4 m de lado foi fechado com uma cêrca de Cr$ 2,00 o dm. Qual foi a despesa? R.: Cr$ 672,00.

8 — Calcular o comprimento e a largura de um retângulo cujo perímetro mede 24 m, sabendo-se que o comprimento vale o triplo da largura. R.: 9 m e 3 m.

9 — Quais as dimensões de um retângulo cujo perímetro é igual a 3,80 m, sabendo-se que o comprimento vale 4 vêzes a largura? R.: 1,52 m e 0,38 m.

10 — Quais as medidas de um terreno retangular de 80 m de perímetro, sabendo-se que a largura é a têrça parte do comprimento? R.: 30 m e 10 m.

11 — Qual será o comprimento de um retângulo, cuja largura mede 1,2 dam, sabendo-se que o perímetro vale 64 m? R.: 20 m.

12 — Calcular a largura de um retângulo, cujo perímetro mede 80 m, sabendo-se que o comprimento vale 25 m. R.: 15 m.

13 — Calcular o comprimento e a largura de um retângulo, cujo perímetro mede 72 m, sabendo-se que a largura vale $\frac{3}{5}$ do comprimento. R.: 22,5 m e 13,5 m.

14 — Quais as dimensões de um retângulo cujo perímetro mede 56 cm, sabendo-se que a largura vale $\frac{3}{4}$ do comprimento? R.: 16 cm e 12 cm.

15 — Quais as dimensões de um retângulo, cujo perímetro mede 88 cm, sabendo-se que o comprimento vale $\frac{7}{4}$ da largura? R.: 28 cm e 16 cm.

16 — Num quadrado, cujo lado mede 50 cm, desenhou-se outro quadrado cujos lados distam dos do primeiro 2 cm. Qual o perímetro dêste segundo quadrado? R.: 184 cm.

17 — Em uma sala retangular de 8 m por 6,50 m colocou-se um tapête distando 2,5 m das paredes. Qual o perímetro dêsse tapête? R.: 9 m.

18 — Uma rua de 2 km de extensão foi arborizada de uma extremidade a outra, guardando as árvores entre si uma distância de 25 m. Quantas árvores há nesta rua? R.: 81.

19 — Uma mesa mede 2 m de comprimento e 1,20 m de largura. Qual o perímetro do pano que a cobre, sabendo-se que para cada lado da mesa caem 40 cm? R.: 9,60.

20 — 175 m equivalem a ...... $\times$ 2,5 dm. (Instituto de Educação — Exame de Admissão — 1945). R.: 7.

MEDIDAS DE SUPERFÍCIE

135. A unidade principal das medidas de superfície é o *metro quadrado*.

O metro quadrado é a área de um quadrado cujo lado tem o comprimento de um metro.

Chamamos de *área* uma superfície avaliada, isto é, uma superfície que já tenha sido medida. Se tivermos um quadrado cujo lado meça 1 *m*, a superfície dêsse quadrado terá o valor de 1 metro quadrado, isto é, a área desta superfície valerá 1 metro quadrado.

O metro quadrado é representado simbolicamente por m^2.

136. Os múltiplos e submúltiplos do metro quadrado são as áreas dos quadrados cujos lados têm o comprimento dos múltiplos e submúltiplos do metro.

Múltiplos do metro quadrado:

quilômetro quadrado — km^2
hectômetro quadrado — hm^2
decâmetro quadrado — dam^2

Submúltiplos do metro quadrado:

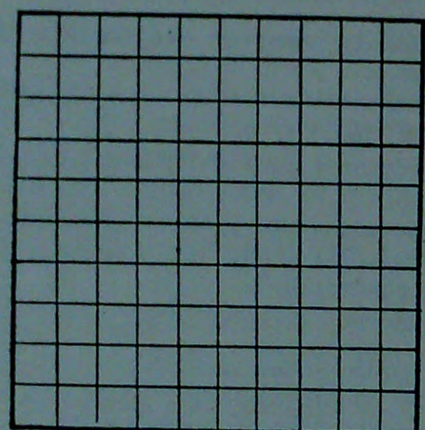
decímetro quadrado — dm^2
centímetro quadrado — cm^2
milímetro quadrado — mm^2

EXERCICIOS PROPOSTOS

1 — Que é área?
2 — Defina o metro quadrado.
4 — Que é um quadrado?
5 — Qual a área de uma superfície quadrada cujo lado meça 1 hm?
6 — Quais os múltiplos do m^2?
7 — E os submúltiplos?

137. Vamos demonstrar que os múltiplos e submúltiplos do m^2 se sucedem na razão *centesimal*. Por exemplo, vamos demonstrar que 1 dm^2 tem 100 cm^2.

Tomemos um quadrado que tenha 1 *dm* de lado. Dividamos cada lado em 10 partes iguais: cada parte valerá 1 *cm*. Quadriculando a figura, cada quadradinho valerá 1 cm^2, porque tem de lado 1 cm. O número dêsses cm^2 é 10×10; logo $1 dm^2 = (10 \times 10)\ cm^2 = 100\ cm^2$.



Cada unidade de superfície vale, portanto, 100 vêzes a unidade imediatamente inferior, e é a centésima parte da que é imediatamente superior.

km^2		hm^2		dam^2		m^2		dm^2		cm^2		mm^2
1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
		1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
				1	0	0	0	0	0	0	0	0
						1	0	0	0	0	0	0
						0,	0	1	0	0	0	0
						0,	0	0	0	1	0	0
						0,	0	0	0	0	0	1

Como vemos são necesários dois algarismos para exprimirmos o número de unidades de superfície de certa ordem. Só a unidade de ordem mais elevada pode ser representada por um único algarismo.

EXEMPLOS:

$5\ m^2$ e $8\ dm^2 = 5,08\ m^2$

$8\,640,000\,6\ m^2 = 826\,4\ m^2$ e $6\ cm^2$.

EXERCÍCIOS PROPOSTOS

1 — Quantos dm^2 vale 1 m^2?
2 — O cm^2 que parte é do dm^2?
3 — O m^2 que parte é do hm^2?
4 — Com quantos cm^2 formarei uma superfície de 5 m^2 de área?
5 — Como crescem e descrecem as unidades de superfície?
6 — Que é maior — 1 dm^2 ou a décima parte do m^2?
7 — A décima parte do m^2 quantos dm^2 vale?
8 — Qual a diferença entre o m^2 e a centésima parte do m^2?
9 — Qual a superfície maior, a de 1 mm^2 ou a milésima parte do m^2?
10 — O cm^2 a quantos mm^2 equivale?
11 — Um dam^2 quantos dm^2 vale?

138. Com 100 dm^2 formo 1 m^2; com 500 dm^2 formarei 5 m^2.

Então $563,28\ dm^2 = 5,632\,8\ m^2$.

As unidades de superfície variando de 100 em 100, é bastante deslocarmos a vírgula de dois em dois algarismos para a direita ou para a esquerda para fazermos referência a êste ou àquele múltiplo ou submúltiplo do m^2.

EXERCÍCIOS PROPOSTOS

1 — Converta em m^2: 315 dm^2; 4 dam^2; 37 hm^2; 2,30 cm^2 9,835 1 km^2.
2 — Reduza a dm^2: 8 m^2; 4,63 hm^2; 6,391 8 m^2; 167,09 dam^2; 0,03 m^2.
3 — Quantos m^2 há em: 295 dm^2; 83,29 dm^2; 7 hm^2; 19 834,57 cm^2?
4 — Escreva em dam^2: 42 m^2; 5 m^2; 18 dm^2; 3 299 m^2; 294 518 cm^2?
5 — Leia os seguintes números: 291 307,46 m^2; 82,51 cm^2;...... 183,429 m^2.
6 — Reduza 9,50 m^2 a m^2 e 1 36,42 dam^2 a hm^2.
7 — Quantos dam^2 há em 5,29 km^2 e quantos km^2 há em 25 830 hm^2?
8 — Em relação ao dm^2 que vale 1 dm^2?
9 — Quanto valem 25 dm^2 em relação ao m^2?
10 — Quantas vêzes 18 m^2 contêm 180 dm^2?
11 — Qual o múltiplo do m^2 que vale 10 000 m^2?

12 — Se a vírgula de um número estiver em dam^2, que valeor em centésimos dêste número?
13 — Tomando-se o m^2 para unidade que representam às centenas?
14 — Quantos cm^2 há num décimo do dm^2?
15 — Num hm^2 há quantos dam^2? e quantos dm^2?
16 — O m^2 vale quantos décimos do dm^2?
17 — Que vale o décimo do hm^2?

139. São chamadas *medidas agrárias* as que são usadas no cálculo das áreas de terrenos.

A unidade principal é o *are*, que tem o valor de 1 dam^2 e é representado simbolicamente pela letra *a*. Só são usados um múltiplo e um submúltiplo do are:

o *hectare* — ha = 100 ares
o *centiare* — ca = 0,01 do are.

UNIDADES LEGAIS BRASILEIRAS DE ÁREA

Unidade	*Definição*	*Símbolo*	*Múltiplos e submúltiplos usuais*		
			Nomes	*Símbolo*	*Valores*
Metro quadrado	Area de um quadrado cujo lado tem o comprimento de 1 metro	m	quilômetro quadrado	km^2	1 000 000 m^2
			hectômetro quadrado	hm^2	10 000 m^2
			decâmetro quadrado	dam^2	100 m^2
			metro quadrado	m^2	1 m^2
			decímetro quadrado	dm^2	0,01 m^2
			centímetro quadrado	cm^2	0,0001 m^2
			milímetro quadrado	mm^2	0,000 001 m^2
Are	decâmetro quadrado	a	hectare	ha	10 000 m^2
			are	a	100 m^2
			centiare	ca	1 m^2

140. Relações entre as medidas de superfície e as medidas agrárias:

$$1\ a = 1\ dam^2$$
$$1\ ha = 100\ a = 100\ dam^2 = 1\ hm^2$$
$$1\ ca = 0{,}01\ a = 0{,}01\ dma^2 = 1\ m^2$$

$$8{,}439\,6\ hm^2 = 8{,}439\,6\ ha = 843{,}96\ dam^2 = 843{,}96\ a = 84\,396\ m^2 = 84\,396\ ca.$$

hm^2	dam^2	m^2
8	43	96
ha	a	ca

EXERCICIOS PROPOSTOS

1 — Qual a unidade principal das medidas agrárias?
2 — Quais são as unidades secundárias usadas nas medidas agrárias?
3 — Qual o valor do ha em relação ao are e do ca? Por quê?
4 — Que ralações há entre as medidas agrárias e as de superfície?
5 — Reduza a ares os números: 5,483 7 ha; 923 183 ca; 26 ha; 38 ca; 9 ha; 26 ca; 5 dam^2; 249 m^2; 68 dam^2; 7 hm^2; 4,28 ha; 2 987 ca.
6 — Converta em m^2 os números: 1 342 a; 198 ca; 4 ha; 26 a; 47 ha; 36 ca.
7 — Escreva em ca os números: 28 m^2; 3 dam^2; 4 m^2; 73 ha, 2,91 a; 4 hm^2.
8 — Um campo tem 25 138 ha de superfície; quantos hm^2 êle tem?
9 — Quantos ares há na metade de 17 ha?
10 — Some 26 ca com 1,29 a.
11 — Efetue: 46 m^2 − 28 ca.
12 — Fernando comprou um terreno de 738 m^2. Construiu uma casa que ocupou 5 813 dm^2. Quantos ca sobraram para jardim e horta. R.: 679,87 ca.
13 — Quantos ha ocupam 5 campos de 2 438 dam^2 cada um. R.: 121,90 ha.
14 — Quatro irmãos dividiram igualmente entre si um terreno. Se cada um recebeu 25 a, quantos m^2 tinha o terreno? R.: 10 000 m.
15 — Converta em ares os $\frac{3}{4}$ de um ha? R.: 75 a.
16 — Valendo 1 m^2 de um terreno Cr$ 2 000,00, qual o valor de 23 m^2? 1 dm^2? $\frac{1}{2}$ m^2? 1 hm^2? 1 dam^2? $\frac{1}{2}$ dam^2?