

UNIVERSIDADE FEDERAL DE SANTA CATARINA
CENTRO DE JOINVILLE
CURSO DE ENGENHARIA AUTOMOTIVA

JOÃO PEDRO RUTHES

ANÁLISE DE SENSIBILIDADE DE SUSPENSÃO VEICULAR

Joinville

2016

JOÃO PEDRO RUTHES

ANÁLISE DE SENSIBILIDADE DE SUSPENSÃO VEICULAR

Trabalho de Conclusão de Curso apresentado como requisito parcial para obtenção do título de bacharel em Engenharia Automotiva, no curso de Engenharia Automotiva da Universidade Federal de Santa Catarina, Centro de Joinville.

Orientador: Dr. Sérgio Junichi Idehara

Joinville

2016

JOÃO PEDRO RUTHES

ANÁLISE DE SENSIBILIDADE DE SUSPENSÃO VEICULAR

Este trabalho de conclusão de curso foi julgado adequado para obtenção do Título de Engenheiro Automotivo e aprovado em sua forma final pelo Programa de Graduação em Engenharia Automotiva da Universidade Federal de Santa Catarina.

Joinville, 28 de junho de 2016.



Prof. Leonel R. Cancino, Dr. Eng.
Coordenador do Curso

Banca examinadora:



Prof. Sérgio Junichi Idehara, Dr. Eng.
Orientador

Universidade Federal de Santa Catarina



Prof. Thiago Antônio Fiorentin, Dr. Eng.
Universidade Federal de Santa Catarina



Prof. Jakerson Ricardo Gevinski, Dr. Eng.
Universidade Federal de Santa Catarina



Prof. Marcos Alves Rabelo, Dr. Eng.
Universidade Federal de Santa Catarina

RESUMO

A ideia de conforto em engenharia automotiva é um assunto bem abrangente durante o desenvolvimento de modelos dinâmicos para analisar resultados. A análise dinâmica é um importante estudo das forças e os movimentos produzidos por estas. Como o sistema de suspensão veicular é quem tem o papel de isolar a excitação do meio externo, isolando as vibrações da pista e de outras fontes, e garantido que o veículo mantenha o contato pneu pista e possibilite o conforto aos passageiros. Assim, o objetivo deste trabalho é analisar o comportamento dinâmico de um veículo quando sofre uma excitação vertical ao passar por uma lombada, avaliando os movimentos de deslocamento vertical e rotacional e os modos de vibrar. Para este desenvolvimento foi implementado no software *Matlab* um modelo de 7 graus de liberdade do veículo, e feita uma análise da sensibilidade sobre os parâmetros utilizados para minimizar as vibrações impostas.

Palavras-chave: Dinâmica Veicular, Análise de sensibilidade, Vibrações.

ABSTRACT

The idea of comfort in automotive engineering is a very wide subject for the development of dynamic models to analyze results. The dynamic analysis is an important study of the forces and movements produced by those. The vehicle suspension system is the one that gets the role of isolating from the excitement of the external environment, isolating the vibrations of the track and others sources, ensuring that the vehicle maintains the tire/track contact and keep the passenger comfort. The objective of this study is to analyze the dynamic behavior of a vehicle when suffering a vertical excitement passing a speed bump, in this way analyzing the vertical and rotational movement displacements and their modes of vibration. For this development, it was implemented, in the *Matlab* software, a model of 7 degrees of freedom of the vehicle, and a sensitivity analysis of the parameters used to minimize the vibrations imposed.

Keywords: Vehicle Dynamics, Sensibility Analysis, Vibration.

AGRADECIMENTOS

A minha família, que me incentivaram e me apoiaram em todos os momentos e fizeram de tudo pra que eu chegasse até o fim.

Ao meu orientador o professor Dr. Sérgio Junichi Idehara pelo apoio e auxílio nos programas e correções durante todo o trabalho, que foi de extrema importância para a conclusão.

A todos os professores do CEM que tive a oportunidade de conviver durante a graduação, os quais levarei um aprendizado importante para a vida profissional.

A todos os colegas e amigos que direta ou indiretamente fizeram parte da minha formação, o meu muito obrigado.

LISTA DE ILUSTRAÇÕES

Figura 1 - Sistemas de coordenadas do veículo conforme SAE.....	14
Figura 2 - Modelo de suspensão simplificada	18
Figura 3 - Modelo de suspensão de eixo rígido.....	18
Figura 4 - Eixo rígido com molas semi-elípticas.....	19
Figura 5 - Suspensão de quatro barras de eixo rígido.....	19
Figura 6 - Suspensão braço de arrasto	20
Figura 7 - Suspensão SLA (ou <i>Double Wishbone</i>).....	21
Figura 8 - Suspensão dianteira MacPherson	21
Figura 9 - Suspensão traseira MacPherson.....	22
Figura 10 - Suspensão Multi-link	22
Figura 11 - Sistema caixa preta	24
Figura 12 - Modelo de 7 graus de liberdade	29
Figura 13 - Diagrama de corpo livre	31
Figura 14 - Forças atuantes na suspensão.....	32
Figura 15 - Forças atuantes nas rodas.....	35
Figura 16 - Modelo de lombada	36
Figura 17 - Deslocamento vertical da massa suspensa – (<i>Bounce</i>)	39
Figura 18 - Deslocamento angular de arfagem da massa suspensa – (<i>Pitch</i>).....	40
Figura 19 - Deslocamento vertical da massa não suspensa dianteira (roda + suspensão).....	41
Figura 20 - Deslocamento vertical da massa não suspensa traseira (roda + suspensão)	41
Figura 21 - Aceleração (g) do centro de massa do modelo	42
Figura 22 - Espectro dos deslocamentos	43
Figura 23 - Modos de vibrar	44
Figura 24 - Modos de vibrar	45
Figura 25 - Modos de vibrar	45
Figura 26 - Análise de sensibilidade	46
Figura 27 - Redução do deslocamento vertical do centro de massa.....	46
Figura 28 - Redução do deslocamento vertical do centro de massa.....	47

LISTA DE TABELAS

Tabela 1 - Parâmetros do modelo dinâmico	30
Tabela 2 - Variação dos parâmetros	38
Tabela 3 - Frequências naturais (não amortecidas)	43

SUMÁRIO

1. INTRODUÇÃO	11
1.1 Objetivos.....	12
1.1.1 Objetivo geral	12
1.1.2 Objetivos específicos	12
1.2 Justificativa.....	13
1.3 Organização de trabalho	13
2. REFERENCIAL TEÓRICO	14
2.1 Dinâmica veicular.....	14
2.2 Estudos do <i>ride</i> e conforto veicular.....	15
2.3 Sistemas de suspensão	17
2.3.1 Suspensão de eixo rígido	18
2.3.2 Suspensão independente	19
2.3.3 Suspensão – braço de arrasto.....	20
2.3.4 Suspensão SLA (ou <i>Double Wishbone</i>)	20
2.3.5 Suspensão MacPherson	21
2.3.6 Suspensão Multi-link.....	22
2.4 Componentes do sistema de suspensão	23
2.4.1 Mola Semi-elíptica (feixe de molas)	23
2.4.2 Molas helicoidais.....	23
2.4.3 Amortecedores.....	23
2.5 Análise da Sensibilidade.....	24
2.5.1 Métodos da análise de sensibilidade.....	25
2.5.2 Análise da sensibilidade diferencial	25
2.5.3 Análise de sensibilidade no tempo	26
2.5.4 Razão de sensibilidade	27
3. METODOLOGIA	28
3.1 Desenvolvimento do modelo dinâmico matemático	28
3.2 Excitação na suspensão	35
3.3 Integrador numérico	37
3.4 Parâmetros do veículo	37
3.5 Análise de Sensibilidade.....	38
4. RESULTADOS	39
4.1 Modelo inicial.....	39

4.1.1	Frequências naturais e modos de vibrar	42
4.2	Influências dos parâmetros na sensibilidade	45
5.	CONCLUSÕES E TRABALHOS FUTUROS	48
5.1	Conclusões.....	48
5.2	Trabalhos Futuros	49
REFERÊNCIAS	50
APÊNDICE A	- Matrizes do modelo dinâmico	52
APÊNDICE B	- Parâmetros do veículo	53
APÊNDICE C	- Resultados da Simulação.....	54
APÊNDICE D	- Modos de Vibrar	56

1. INTRODUÇÃO

A predição da eficiência de um sistema de suspensão em isolar vibrações, manter o contato do pneu com o solo e garantir conforto aos passageiros, pode ser realizada de forma experimental ou teórica, utilizando um modelo dinâmico. O modelo dinâmico simula o desempenho de um sistema antes dele ser construído, podendo trazer resultados teóricos muito próximos da realidade, e permitindo a otimização dos componentes com precisão, minimizando os custos decorrentes da produção de protótipos (FREITAS, 2006).

Além disso, sistemas dinâmicos, por exemplo veículos em movimento, também, são estudados para minimizar ou evitar acidentes, e a melhoria de diversos componentes, como os sistemas de suspensão, que permitem ter resultados tão significativos quanto aquelas obtidas em projetos de estruturas. Os fenômenos vibratórios estão fortemente presentes em sistemas veiculares como ônibus, automóveis, motos e máquinas agrícolas, por esse motivo, devemos aprofundar-se sobre esse assunto através da análise teórica e numérica desses fenômenos (DREHMER, 2012).

O estudo do *ride* que se diz respeito à influência do veículo no conforto e a dinâmica vertical do veículo que concentra-se na transmissão das vibrações entre o pavimento e o sistema de suspensão, até seus pontos de fixação ao chassi ou carroceria do veículo e até os elementos de interface entre o veículo e o condutor, tais como assentos, direção e pedais, traduzindo assim com a percepção ao *ride* do veículo (GILLESPIE, 1992).

O conhecimento das frequências naturais tem uma grande importância para o estudo do *ride*. Segundo Gillespie (1992), o termo *ride* é usado para vibrações visuais e táteis entre 0 e 25 Hz, o limite superior da faixa de 25 Hz é aproximadamente o limite inferior da faixa de frequência audível do ouvido humano. Vibrações entre 25 e 20000 Hz são definidas como ruído.

Este trabalho busca estudar o comportamento da dinâmica vertical de um veículo avaliando as influências das fontes indutoras de vibração na estrutura em relação ao seu deslocamento e acelerações, durante as condições de excitações verticais e torcionais, analisando também sua resposta em função da frequência, com vantagens em relação ao domínio do tempo, para visualizar as componentes de frequências nas curvas de densidade

espectral.

Será elaborado um modelo linear onde as parte do sistema apresentam um comportamento linear, ou seja, ocorre uma relação de proporcionalidade entre a excitação e a resposta do sistema. Segundo Drehmer (2012), inúmeros modelos veiculares teóricos ou matemáticos são usados para se estudar o comportamento dinâmico, como por exemplo, o modelo de dois graus de liberdade, representando meio veículo. Esses modelos não perfazem a plenitude de realidade do veículo simulando apenas alguns dos movimentos pertinentes a ele. Em modelos mais complexos, cujos graus de liberdade são suficientes para atender a dinâmica do veículo satisfatoriamente, é possível aplicar um processo de otimização a fim de obter melhores resultados para os parâmetros de suspensão reduzindo a aceleração vertical do veículo.

O propósito deste trabalho é então por meio de um algoritmo desenvolvido em *Matlab* simular os parâmetros da suspensão quando está sofre uma excitação, verificando assim as vibrações transmitidas ao modelo e ajustar seus parâmetros por meio de uma análise de sensibilidade a fim de reduzir as vibrações impostas ao centro de massa.

1.1 Objetivos

1.1.1 Objetivo geral

Obter as respostas para um modelo dinâmico das amplitudes dos deslocamentos, velocidades e acelerações da vibração de um veículo, suportado por um sistema de suspensão, e aplicar a análise de sensibilidade.

1.1.2 Objetivos específicos

- Modelar o veículo com múltiplos graus de liberdade;
- Estudo da transmissibilidade e sensibilidade dos parâmetros do modelo;
- Ajustar os parâmetros de rigidez e amortecimento, para minimizar a vibração;
- Simular a resposta temporal, a partir dos métodos numéricos.

1.2 Justificativa

A necessidade de conforto veicular está relacionada com o tipo de aplicação do veículo utilizado e também com o consumidor que irá utilizá-lo. Logicamente, a indústria automotiva conhece muito bem as características dos seus clientes, as necessidades do usuário e suas exigências, para a aplicação que o veículo busca. Com isto a indústria pode ponderar os fatores e criar diversos veículos que irão atender todas as diferentes demandas dos consumidores.

1.3 Organização de trabalho

Este trabalho é composto por 5 capítulos organizados da seguinte forma:

O capítulo 2 nos mostra o referencial teórico o qual é utilizado os conceitos de dinâmica veicular bem como a descrição das frequências para o estudo de conforto.

O capítulo 3 é explicado a metodologia do problema e a utilização do software para simulação.

O capítulo 4 é mostrado e comentado os resultados da simulação.

O capítulo 5 é feito a conclusão deste trabalho bem como as sugestões de trabalhos futuros.

2. REFERENCIAL TEÓRICO

O presente capítulo busca apresentar uma revisão da literatura disponível mostrando os aspectos principais para o desenvolvimento deste trabalho.

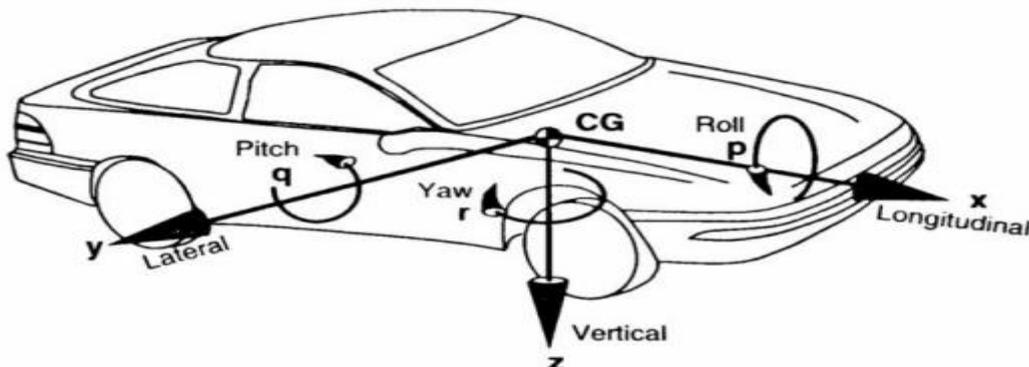
2.1 Dinâmica veicular

O estudo da dinâmica veicular, segundo Gillespie (1992), é o ramo que analisa as interações entre o veículo, o condutor e o ambiente, bem como as reações de carga envolvidas no processo. A literatura propõe a divisão da dinâmica veicular em três grandes áreas: longitudinal, vertical e lateral.

A dinâmica longitudinal: estuda o movimento longitudinal (x) e as rotações em torno de (y) em resposta a torques aplicados às rodas. A dinâmica vertical compreende o movimento vertical (z) e as rotações em torno de x (*roll*) e y (*pitch*) em função de irregularidades do pavimento. E a dinâmica lateral envolve o movimento lateral (y) e as rotações (z) e (x) como resultado da atuação no volante.

A Figura 1 mostra o sistema de coordenadas proposto pela Society of Automotive Engineers (SAE) (GILLESPIE, 1992).

Figura 1 - Sistemas de coordenadas do veículo conforme SAE



Fonte: GILLESPIE (1992, p. 8).

A dinâmica vertical, segundo Gillespie (1992), estuda o comportamento do veículo e de seus ocupantes quando submetidos a excitações provenientes do pavimento em que o

veículo trafega (vias externas) ou provenientes do motor, roda, transmissão. O sistema de suspensão veicular desempenha o papel de isolar as vibrações resultantes destas excitações quando elas chegam a excitar a massa suspensa e não suspensa. As vibrações são um dos critérios importantes pela quais as pessoas julgam a qualidade de fabricação e projeto de um veículo cujas faixas de vibração são:

- $0 < f < 25$ Hz (sensação táctil)
- $25 < f < 100$ Hz (sensação de aspereza)
- $25 < f < 20000$ Hz (sensação de ruído audível)

A dinâmica vertical pode ser dividida em três tópicos:

1. Modelagem e caracterização das fontes de excitação
2. Resposta do veículo às excitações
3. Tolerância e percepção dos passageiros às vibrações

Para cada tópico são desenvolvidos modelos matemáticos, ou análises experimentais para melhor compreensão. Neste trabalho serão avaliados os itens 1 e 2.

2.2 Estudos do *ride* e conforto veicular

O estudo científico da dinâmica vertical para fins de conforto segundo, Duarte (2010), especialmente o *ride* primário teve início no século XX, sendo os primeiros trabalhos relacionados na área de engenharia focavam os modos de vibrar puramente verticais (*Bounce*), com o intuito de aprimorar o conforto dos ocupantes dos primeiros automóveis.

A definição de conforto e segurança veicular é estritamente subjetiva, uma vez que trata da interação do motorista e dos passageiros em relação ao veículo e à pista. Para fins de pesquisa, o conforto relaciona-se com a massa suspensa e com o ambiente interno do veículo, e a segurança relaciona-se com as massas não suspensas e com o perfil da pista. Dessa forma, a suspensão tem a função de transmitir o mínimo possível das irregularidades da pista e de melhorar a dirigibilidade do motorista para garantir segurança (DREHMER, 2012).

As vibrações impostas aos ocupantes do veículo variam de acordo com suas frequências e classifica o *ride* como fenômenos de 0 a 25 Hz e acima de 25 Hz como ruído. A

partir daí o estudo de *ride* é dividido nas fontes de excitação, na resposta dinâmica do sistema e na percepção de conforto dos ocupantes. Existe inúmeras fonte de vibração às quais um veículo está sujeito, estas podem ser classificadas em fontes internas e externas de vibração. Vibrações externas são aquelas geradas pelas irregularidades da pista de rodagem, a forma mais empregada na representação das irregularidades da pista é a função PSD (do inglês, *Power Spectral Density*). Vibrações internas são devidas deformações e desbalanceamentos de rodas e pneus, vibrações decorrentes da rotação do conjunto *driveline* (elementos rotativos entre motor e as rodas tracionadas) e as vibrações de motor e de seus modos de vibrar sobre sua coxinição (GILLESPIE, 1992).

A partir do modelo de um quarto de veículo são sugeridos para veículos de passeio modos de vibrar da massa suspensa com frequências naturais entre 1 e 1,5 Hz e faixa de amortecimento de 0,4 (GILLESPIE, 1992). Segundo Rolvag (2004, apud Santos, 2007) uma faixa de vibração vertical considerada confortável ao trafegar em um veículo compreende valores entre 1 e 1,5 Hz quando está frequência atinge os 2,0 Hz os ocupantes do veículo começam a ter sensações de desconforto. Assim o conjunto de um veículo de passeio, ou seja, suas massas suspensas, devem ter frequência de ressonância em torno de 1 e 1,5 Hz, em carros de corrida, devido serem mais rígidas, possuem frequência de ressonância em torno de 2 e 2,5 Hz.

Pode-se entender facilmente o motivo pelo qual se pretende projetar suspensões veiculares com baixas frequências de ressonância, considerando o fato de que em um sistema massa-mola o ganho de amplitude decai 1,0 dB por década após a frequência de ressonância. Assim, quanto menor for à frequência de ressonância da suspensão, menor será a faixa de frequência amplificada e, conseqüentemente, menor será a excitação dos passageiros (SANTOS, 2007).

Além da frequência de ressonância do sistema de suspensão como um todo, que se dá a uma frequência de aproximadamente 1,0 Hz e provoca uma amplificação de amplitude de oscilação de 1,5 a 3,0 vezes em carros de passeio, existe também o fenômeno da ressonância das rodas, que se dá entre 10,0 e 15,0 Hz. Por isso é comum à existência de picos nos gráficos de resposta em frequência de automóveis para frequências ao redor de 1,0 e de 12,0 Hz (SAYERS, M. W; KARAMIHAS, S. M, 1998, apud SANTOS, 2007).

Um veículo enquanto trafega fica exposto a uma ampla faixa de frequência devido à constante variação de velocidade e da natureza da pista. Estas vibrações são sentidas pelos

usuários. O estudo do conforto devido aos movimentos vibratórios em veículos é feito em uma faixa de frequência que vai de 1 até 100 Hz.

Dentro dessa faixa, é comum a subdivisão do fenômeno de *ride* em primário que compreende as frequências entre 1 a 7 Hz e secundário compreendendo as frequências entre 7 e 100 Hz, que nessa faixa de frequência atuam às vibrações originárias do *powertrain*, modos de vibração da carroceria e movimentação da suspensão do veículo (DUARTE, 2010).

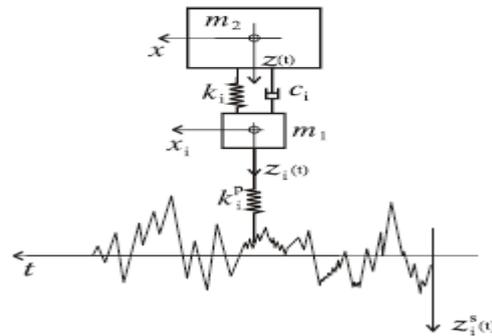
Segundo Rolvag (2004, apud Santos, 2007), vibrações e ruído são as principais características as quais os consumidores julgam a qualidade em um veículo. As propriedades de resposta do veículo é que determinam a magnitude e a direção das vibrações impostas aos passageiros e a percepção dos passageiros em relação ao veículo. A frequência natural da suspensão ainda é considerada o principal critério no que se refere ao conforto veicular.

2.3 Sistemas de suspensão

A função primária da suspensão de um veículo é o de isolar, da melhor maneira possível, a massa suspensa das perturbações provenientes da superfície irregular da estrada. Para fazer isso, as rodas e as massas integrantes, as chamadas massas não suspensas, são ligados a carroceria com ligações mecânicas, que permitem o seu movimento relativo, principalmente na direção vertical. Estas forças são transmitidas para os amortecedores e elementos da suspensão (GENTA, G.; MORELLO, L, 2009).

A suspensão, de uma maneira simplificada, pode ser representada como mostra a Figura 2, sendo a massa suspensa m_2 referente à massa da carroceria do veículo e a massa não suspensa m_1 que segundo Leal, Da Rosa e Nicolazzi (2012) inclui a massa da roda, pneu, cubo, ponta de eixo, freios, juntas e a parte da massa dos semieixos, balanças, amortecedores e molas, cujo conjunto é excitado no tempo na base (excitação pela base), k_i indica a rigidez da mola, c_i o amortecedor e k_p a rigidez do pneu.

Figura 2 - Modelo de suspensão simplificada



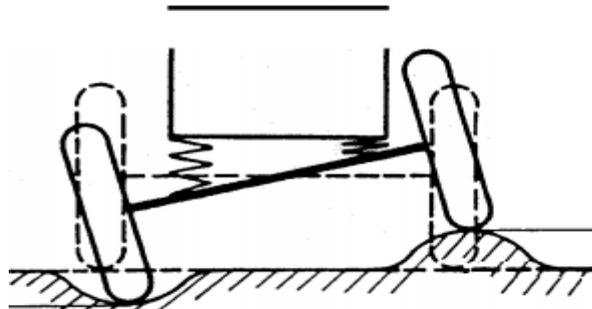
Fonte: LEAL, DA ROSA e NICOLAZZI (2012, p. 274).

Para o estudo da dinâmica vertical é fundamental o conhecimento sobre esses componentes, pela importância da suspensão serão apresentados os tipos de suspensão existentes os quais foram projetados buscando conforto e segurança.

2.3.1 Suspensão de eixo rígido

As suspensões de eixo rígido também conhecido como suspensão dependente, tem a vantagem da simplicidade da construção, e apresentam as rodas ligadas diretamente ao eixo traseiro. Nesta configuração, quando uma das rodas sofre um deslocamento devido a uma irregularidade da pista, a roda oposta tende a se deslocar devido à rigidez do eixo conforme mostra a Figura 3. Segundo Reimpell (2001), as suspensões de eixo rígido são mais utilizadas em veículos comerciais, porque comprometem o conforto em veículo de passeio.

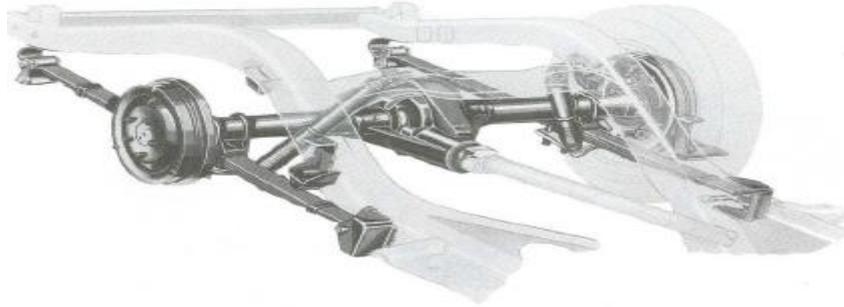
Figura 3 - Modelo de suspensão de eixo rígido



Fonte: REIMPELL (2001, p. 23).

As molas semi-elípticas segundo Freitas (2006), eram aplicadas em eixos rígidos sendo que a configuração mais conhecida é a *Hotchkiss* onde um par de molas semi-elípticas é montado longitudinalmente em um eixo rígido conforme mostra a Figura 4.

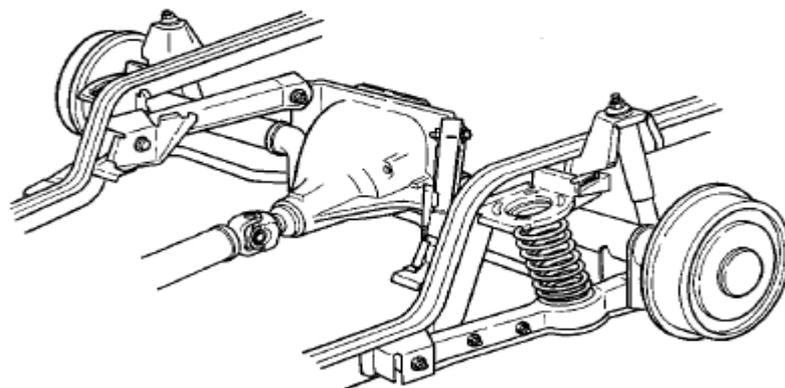
Figura 4 - Eixo rígido com molas semi-elípticas



Fonte: FREITAS (2009, p. 21).

A suspensão *Hotchkiss* apresentada na Figura 5 é uma suspensão simples e considerada de fácil fabricação e de baixo custo quando comparada a outros sistemas, porém o uso da mesma comprometia o conforto e dirigibilidade. Estes problemas foram resolvidos com a utilização da suspensão com molas helicoidais, que apresentaram resultados mais significativos no aspecto do ruído, vibração e aspereza. A utilização das molas helicoidais separadas dos amortecedores nas suspensões dependentes de eixo rígido criaram novas possibilidades de suspensão. A Figura 5 ilustra uma suspensão de quatro barras utilizadas em carros de passageiros de grande porte com traseira de eixo rígido (FREITAS, 2006).

Figura 5 - Suspensão de quatro barras de eixo rígido



Fonte: GILLESPIE (1992, p. 240).

2.3.2 Suspensão independente

A suspensão independente, permite que cada roda se mova verticalmente sem afetar a roda oposta. Segundo Gillespie (1992), quase todos os veículos apresentam o uso na

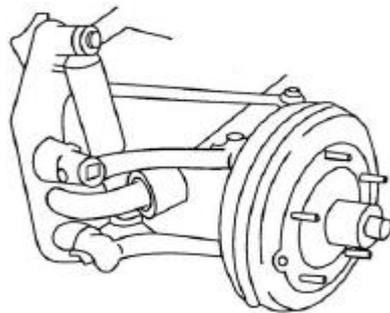
dianteira desta configuração pelo fato de apresentar vantagens na instalação do motor e melhor resistência à vibração.

Assim como as suspensões de eixo rígido possuem várias configurações, nos sistemas independentes, também foram desenvolvidos vários modelos, a seguir são apresentados alguns modelos desta configuração.

2.3.3 Suspensão – braço de arrasto

A suspensão do tipo “braço de arrasto” foi um projeto simples e econômicos de suspensão independente, essa configuração utilizava feixe de molas submetidos a torsão, o efeito de mola é fornecido pelas barras torcionais (GILLESPIE, 1992). A Figura 6 nos mostra esse tipo de configuração.

Figura 6 - Suspensão braço de arrasto

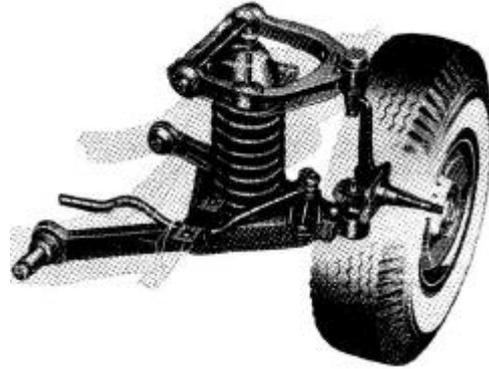


Fonte: GILLESPIE (1992, p. 242).

2.3.4 Suspensão SLA (ou *Double Wishbone*)

Possui um sistema muito parecido com o sistema de braço de arrasto, no entanto apresenta braços com tamanhos diferentes, como é possível visualizar na Figura 7. Este tipo de suspensão também é conhecido como *A-arm* devido ao braço que possui a forma de “A” (GILLESPIE, 1992).

Figura 7 - Suspensão SLA (ou *Double Wishbone*)

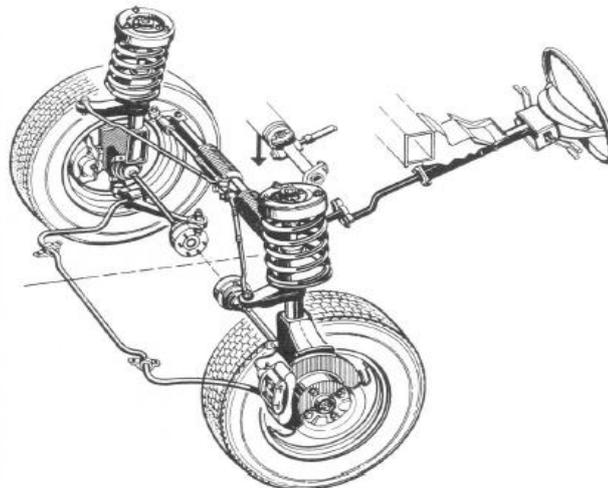


Fonte: GILLESPIE (1992, p. 243).

2.3.5 Suspensão MacPherson

Este tipo de suspensão mostrada na Figura 8 é uma das utilizadas na dianteira de veículos de passeio de pequeno e médio porte, com tração dianteira. O amortecedor nesta suspensão é fixado diretamente na manga de eixo. Uma das maiores vantagens da suspensão MacPherson é a facilidade de montagem porque existe um espaço livre para o motor quando montado na posição transversal. Uma desvantagem é a grande altura do conjunto que limita o projetista da carroceria, pois necessita-se de uma maior altura na parte frontal do veículo (FREITAS, 2006).

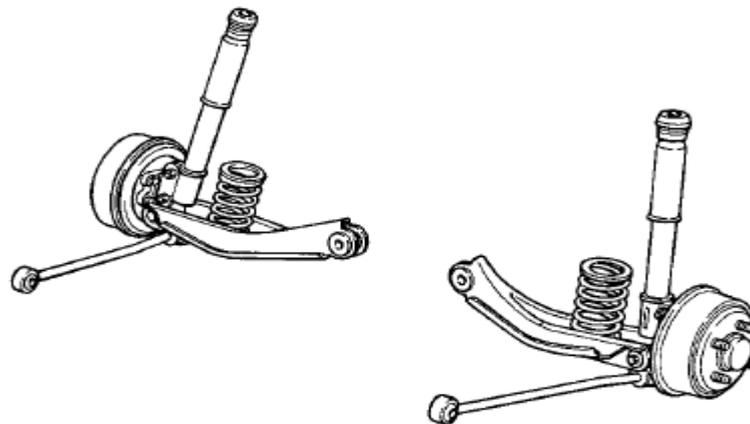
Figura 8 - Suspensão dianteira MacPherson



Fonte: FREITAS (2009, p. 27).

A suspensão MacPherson também pode ser utilizada como suspensão traseira como mostra a Figura 9.

Figura 9 - Suspensão traseira MacPherson

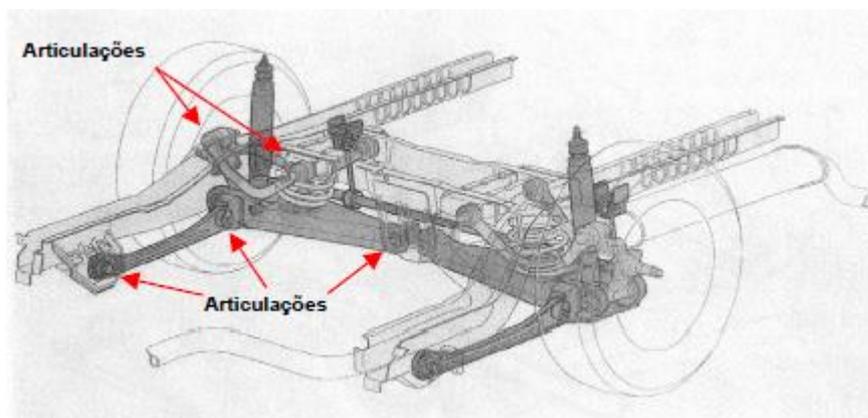


Fonte: GILLESPIE (1992, p. 244).

2.3.6 Suspensão Multi-link

A suspensão traseira *multi-link* mostrada na Figura 10 caracteriza-se pela utilização de articulações nas conexões existentes nas pontas das barras, o que elimina os momentos fletores, tornando a suspensão traseira independente em cada roda.

Figura 10 - Suspensão Multi-link



Fonte: FREITAS (2009, p. 25).

2.4 Componentes do sistema de suspensão

No item 2.3 foi apresentado uma abordagem sobre os principais tipos de sistemas de suspensão. Para melhor entendimento das características de alguns dos componentes utilizados serão explicados as funções e funcionamento.

2.4.1 Mola Semi-elíptica (feixe de molas)

O feixe de molas é composto por várias lâminas sobrepostas que tem como vantagem a simplicidade de construção, robustez e menor custo. Uma de suas características é o atrito interno gerado pelo escorregamento entre as lâminas. A alta rigidez faz com que este tipo de mola tenha elevada transmissibilidade, conseqüentemente isso pode afetar no conforto veicular. Outra de sua característica é a redução da rigidez lateral e menor estabilidade lateral, quando são fabricadas mais longas para ter menor rigidez vertical. Este tipo construtivo possui sensibilidade às vibrações no deslocamento para movimentos acentuados das rodas (FREITAS, 2006).

2.4.2 Molas helicoidais

A mola consiste em uma barra enrolada em volta do seu próprio eixo, é um componente projetado para ter uma rigidez relativamente baixa se comparada à rigidez de outros elementos elásticos, tornando possível exercer uma força que varia de uma maneira controlada com a deformação do componente. A escolha da rigidez da mola depende das características de manobrabilidade e conforto que se deseja obter. (MAIA, 2002).

2.4.3 Amortecedores

A principal função do amortecedor é reduzir e limitar as oscilações provocadas pela mola da suspensão. Além disso, mantém o contato dos pneus com o solo melhorando a estabilidade do veículo. A energia transmitida para as molas, devido aos impactos provocados pela irregularidade do solo, é absorvida pelo amortecedor e dissipada em forma de calor para o ambiente. Sem a utilização desse dispositivo, a mola oscilaria indefinidamente. Essa

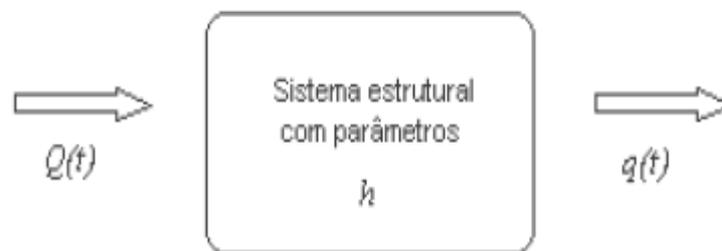
característica é desconfortável para o ocupante e prejudicial na resposta dinâmica do veículo, comprometendo assim à estabilidade e durabilidade dos sistemas veiculares (CAMPOS; SOUZA, 2014).

2.5 Análise da Sensibilidade

A análise de sensibilidade é utilizada como ferramenta no desenvolvimento de estudos de otimização. Ela identifica os parâmetros que possuem maior influência dentre as variáveis utilizadas no modelo.

Segundo Maia (2002), modelos matemáticos são utilizados para aplicações complexas em diversas áreas da ciência. O modelo deve consistir de vários passos, dentre eles a determinação dos parâmetros que mais influenciam em seu desempenho. A ideia básica da análise de sensibilidade como um modelo caixa preta na forma de um bloco, pode ser visto na Figura 11.

Figura 11 - Sistema caixa preta



Fonte: MAIA (2002, p. 76).

Este sistema é simplesmente um conjunto de equações que define a relação entre um sinal de entrada $Q(t)$ e um sinal de saída $q(t)$, onde t é variável temporal. O sistema pode representar um modelo estático contínuo, um modelo dinâmico contínuo, um modelo estático discretizado ou um modelo de estrutura dinâmica discretizada. As propriedades do sistema são caracterizadas por alguns parâmetros h , chamados de parâmetros dos modelos (MAIA, 2002).

As técnicas de análise de sensibilidade se diferem entre elas devido a sua eficiência numérica e facilidade na implementação. A análise da sensibilidade é conduzida segundo Maia (2002), por:

- Definição do modelo e suas variáveis dependentes e independentes;
- Determinação das funções (*Probability density functions*) para cada parâmetro de entrada do modelo;
- Geração de uma matriz de dados de entrada, através de um apropriado método de amostragem aleatória;
- Cálculo de um vetor na saída do modelo;

2.5.1 Métodos da análise de sensibilidade

As principais técnicas de análise de sensibilidade utilizam derivadas parciais, enquanto que abordagens mais simples utilizam a variação dos parâmetros em função do tempo. Nesta sessão será abordada uma revisão de diferentes métodos de análise de sensibilidade.

2.5.2 Análise da sensibilidade diferencial

A análise diferencial para os parâmetros da sensibilidade é baseada na diferenciação parcial do modelo. A primeira ordem da série de Taylor aproximada é aplicada para variável dependente Y , como uma função de variáveis independentes $X = (X_1, \dots, X_n)$. A variância de Y , $V(Y)$, é calculada usando a equação 1, equação geral da propagação do erro (HAMBY, 1994).

$$V(Y) = \sum_{i=1}^n \left(\frac{\partial y}{\partial x} \right)^2 V(X_i) \quad (1)$$

A variância em Y segundo Hamby (1994), é utilizada como uma medida de incerteza na predição do modelo, enquanto que a variância em X_i , proporciona uma medida de sensibilidade do modelo para a variável X_i . O método é uma teoria linearizada e válida somente para pequenas variações dos parâmetros de incerteza. Uma análise de sensibilidade estatística calcula a variância e o resultado esperado de cada parâmetro na saída do modelo.

Já a análise de sensibilidade usando as técnicas de diferenciação parcial são computacionalmente mais eficientes. A medida que equações algébricas explícitas descrevem

a relação entre variáveis dependentes e independentes, o coeficiente de sensibilidade ϕ_i para uma variável particular independente, pode ser calculado de uma derivada parcial de variável dependente em relação a variável independente. Este conceito pode ser demonstrado através da equação 2 (HAMBY, 1994).

$$\phi_i = \frac{\partial y}{\partial x_i} \left(\frac{X_i}{Y} \right) \quad (2)$$

Onde o quociente X_i/Y , é introduzido para normalizar os coeficientes apenas removendo os efeitos das unidades. Para um grande conjunto de equações, a derivada parcial pode ser aproximada através do método das diferenças finitas, assim se as não linearidades são negligenciadas, a derivada parcial pode ser aproximada pela equação 3 (HAMBY, 1994).

$$\phi_i = \frac{\% \Delta Y}{\% \Delta X_i} \quad (3)$$

A análise de sensibilidade diferencial é muito mais complexa em sua implementação do que outros métodos de análise. Além disso, esta abordagem é válida apenas para pequenas alterações nos valores dos parâmetros e ainda proporciona somente resultados aproximados (HAMBY, 1994).

2.5.3 Análise de sensibilidade no tempo

Conceitualmente, o método mais simples de análise de sensibilidade é varrer um parâmetro no tempo, enquanto se mantêm os outros fixos. Uma classificação de sensibilidade pode ser obtida pelo acréscimo de cada parâmetro por uma variação do valor inicial. Desprezam-se todas as outras constantes e quantificam-se as mudanças nos parâmetros de saída do modelo. Este tipo de análise pode ser definida como uma análise de sensibilidade “local” uma vez que avalia um ponto escolhido e toda faixa de variação possível dos parâmetros (HAMBY, 1994).

2.5.4 Razão de sensibilidade

Um método de análise de sensibilidade aplicado em muitos modelos em ciência, engenharia e economia é o SR (*Sensitivity Ratio*). A abordagem é fácil de compreender e aplicar, este método é a relação entre a alteração na saída modelo por uma mudança em uma variável de entrada e pode ser representado pela equação 4 (U.S. EPA, 2001).

$$SR = \frac{(Y_2 - Y_1) / Y_2}{(X_2 - X_1) / X_2} \quad (4)$$

Onde:

Y_1 e Y_2 - São as variáveis de controle, referentes aos resultados de saída;

X_1 e X_2 - São os valores possíveis dos parâmetros na faixa inferior e superior.

Um SR igual a uma unidade indica que, para um aumento na variável de entrada de interesse, o resultado do modelo aumenta também. Um SR igual à zero indica que mudanças na variável de entrada não mudam a saída do modelo. As estimativas nesta análise são consideradas mais sensíveis às variáveis de entrada que geram o maior valor absoluto da SR. Os valores de sensibilidade podem ser agrupadas em duas categorias local e global. Para o método local, uma variável de entrada é mudada em uma pequena quantidade $\pm 10\%$ da estimativa do valor nominal, e a mudança correspondente na saída do modelo é observada. Para o método da relação de sensibilidade global, a variável de entrada é alterada em todas as faixas de valores (máximos e mínimos). Normalmente, os resultados dos cálculos locais e globais são similares (U.S.EPA, 2001).

3. METODOLOGIA

Este trabalho será realizado através de simulação numérica utilizando o software *Matlab*, o qual foi utilizado por suas diversas funcionalidade e facilidade na linguagem de programação.

Para a realização da simulação será criado um modelo dinâmico com 7 graus de liberdade. A metodologia para desenvolvimento será de acordo com o modelo dinâmico de Leal, Da Rosa e Nicolazzi (2012) para um veículo com suspensões independentes na dianteira e traseira, utilizando a segunda lei de Newton para formular as equações de movimento. O modelo contém várias simplificações como a não utilização das barras estabilizadoras, buchas de suspensão, bieletas e outros graus de liberdade.

A simulação é realizada utilizando como entrada uma função pulso simulando a passagem do veículo sobre uma lombada. Também, é feita a consideração de que a pista é plana e sem rugosidade, na qual sua função de entrada são parâmetros de construção segundo as normas retiradas da resolução 39/98 Conselho Nacional de Trânsito, CONTRAN (1998).

São obtidas as respostas no domínio do tempo e da frequência através da transformada de Fourier para analisar o efeito da excitação na resposta do sistema. Após obtidos os resultados, é elaborado uma análise de sensibilidade que é uma ferramenta utilizada para estimar influências no modelo, para diferentes parâmetros de entrada.

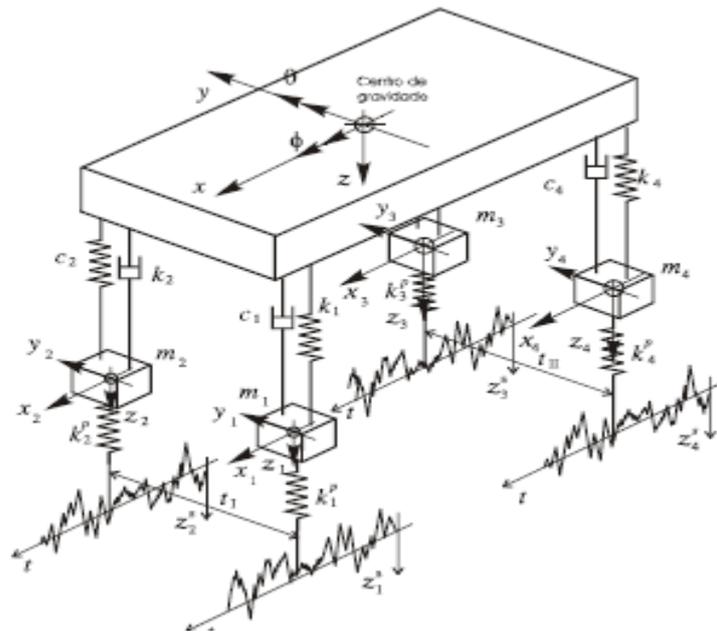
3.1 Desenvolvimento do modelo dinâmico matemático

Segundo Leal et al (2012), para analisar o desempenho da suspensão do veículo é elaborada a formulação do modelo dinâmico, parte-se da definição dos graus de liberdade do sistema, e, a partir destes, são formuladas as equações diferenciais de movimento pelas leis de Newton para o modelo mostrado na Figura 12. Na abordagem do comportamento dinâmico de um automóvel, a definição dos graus de liberdade do sistema dinâmico será de acordo com o sistema de referência da SAE mostrado na Figura 1. Para isso, na Figura 12, são mostrados os graus de liberdade da carroceria de um veículo sobre rodas e seu sistema de coordenadas.

Convenciona-se, que os graus de liberdade governantes.

- z – deslocamento vertical da carroceria (*bounce*);
- θ – giro da carroceria em torno do eixo y , denominado de ângulo de arfagem (*pitch*);
- ϕ – giro da carroceria em torno do eixo x , denominado de ângulo de rolamento (*roll*).

Figura 12 - Modelo de 7 graus de liberdade



Fonte: Leal et al (2012, p. 310).

As equações a seguir, montadas com base no diagrama de corpo livre, descrevem matematicamente as interações do sistema estudado. Segundo Rao (2008), existem “N” equações para um sistema com “N” graus de liberdade, uma equação para cada grau de liberdade. De modo geral, elas estão na forma de equações diferenciais acopladas, isto é, cada equação envolve todas as coordenadas. Se admitirmos uma solução harmônica para cada coordenada, as equações de movimento resultam em um sistema de equações que gera “N” frequências naturais para o sistema. Se aplicarmos uma condição inicial adequada, o sistema vibra em uma ou mais dessas frequências naturais. Durante a condição de vibração livre em uma das frequências naturais, as amplitudes dos “N” graus de liberdade estão relacionadas de uma maneira específica e a configuração é denominada de modo normal, modo principal ou modo natural de vibração. Assim, um sistema com “N” graus de liberdade tem “N” modos normais de vibração correspondentes às “N” frequências naturais.

Segundo Rao (2008), as equações de equilíbrio dinâmico que governam a resposta são definidas na forma matricial pela equação 5. A equação 6 apresenta os termos $z(t)$, $\dot{z}(t)$, $\ddot{z}(t)$ e $F(t)$ que representam o deslocamento, a velocidade, a aceleração e o vetor de forças respectivamente,

$$[M]\{\ddot{z}\} + [C]\{\dot{z}\} + [K]\{z\} = \{F(t)\} \quad (5)$$

Onde $[M]$, $[C]$ e $[K]$ são matrizes denominadas:

$[M]$ - Matriz de massa

$[C]$ - Matriz dos coeficientes de amortecimento

$[K]$ - Matriz de Rigidez

$$\{z(t)\} = \begin{pmatrix} z \\ \theta \\ \phi \\ z_1 \\ z_2 \\ z_3 \\ z_4 \end{pmatrix} \quad \{\dot{z}(t)\} = \begin{pmatrix} \dot{z} \\ \dot{\theta} \\ \dot{\phi} \\ \dot{z}_1 \\ \dot{z}_2 \\ \dot{z}_3 \\ \dot{z}_4 \end{pmatrix} \quad \{\ddot{z}(t)\} = \begin{pmatrix} \ddot{z} \\ \ddot{\theta} \\ \ddot{\phi} \\ \ddot{z}_1 \\ \ddot{z}_2 \\ \ddot{z}_3 \\ \ddot{z}_4 \end{pmatrix} \quad \{F(t)\} = \begin{pmatrix} f_1 \\ f_2 \\ f_3 \\ f_4 \\ f_5 \\ f_6 \\ f_7 \end{pmatrix} \quad (6)$$

Os parâmetros do veículo são apresentados na Tabela 1 e as distâncias das rodas ao CG estão cotadas no diagrama de corpo da Figura 13.

Tabela 1 - Parâmetros do modelo dinâmico

	Grandeza	Unidade
M	Massa total do Veículo	Kg
J	Momento de inércia no eixo longitudinal	kg.m ²
I	Momento de inércia no eixo transversal	kg.m ²
$m_{1,2,3,4}$	Massas não suspensa de cada eixo	Kg
d_1	Distância das rodas dianteira e traseira direita ao centro de massa	m
d_2	Distância das rodas dianteira e traseira esquerda ao centro de massa	m
d_3	Distância das rodas dianteiras ao centro de massa	m
d_4	Distância das rodas traseiras ao centro de massa	m
$K_{1,2,3,4}$	Rigidez das molas da suspensão	N.m
K_p	Rigidez dos pneus	N.m
$C_{1,2,3,4}$	Coefficiente de amortecimento da suspensão	N.s/m

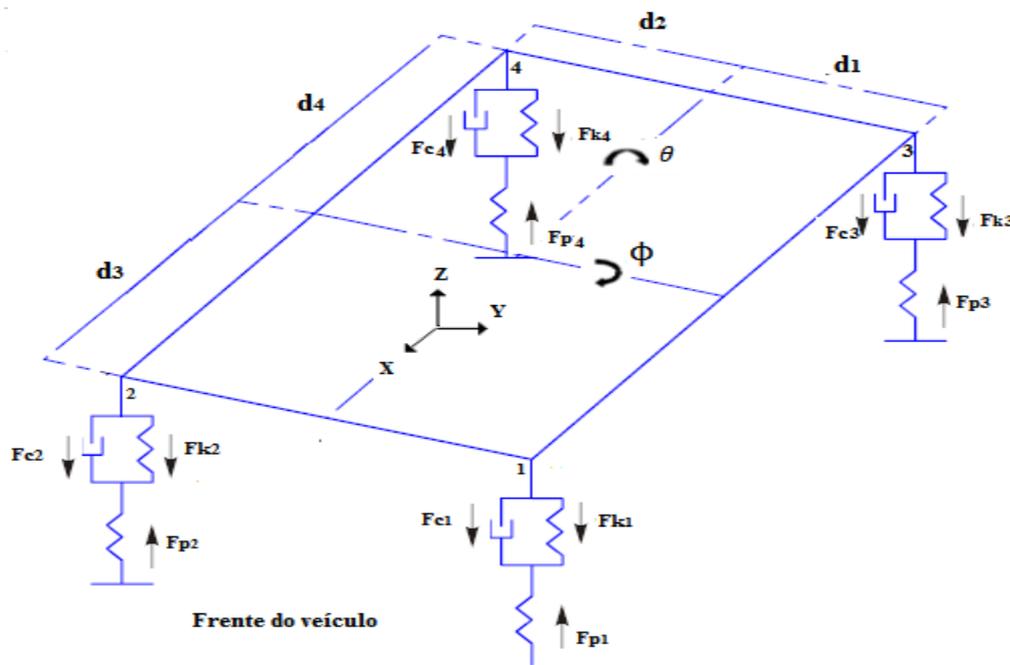
Fonte: O autor, (2016).

Para o equacionamento da força sobre cada suspensão é considerado um modelo linear onde as partes dos sistemas apresentam um comportamento linear entre eles, segundo Couto (2013), considerando a variação pequena do ângulo de arfagem e rolagem podemos fazer uma aproximação usando uma série de Taylor como mostra a equação 7.

$$\text{sen } \theta \simeq \theta \quad (7)$$

É necessário reescrever as coordenadas do ponto de ancoragem da suspensão em função dos graus de liberdade existentes, ou seja, deslocamento vertical “Z” de cada grau de liberdade e seu deslocamento angular de arfagem e rolagem “ ϕ ” e “ θ ” respectivamente, para cada grau de liberdade como mostra Figura 13. Dessa forma, é possível obter o deslocamento vertical em cada suspensão. A equação 8, representa os deslocamentos dos graus de liberdade 1 e 2 que estão enumerados na Figura 13 e a equação 9 os deslocamentos dos graus de liberdade 3 e 4.

Figura 13 - Diagrama de corpo livre



Fonte: O autor, (2016).

$$z_n = Z \pm d_n \theta - d_3 \phi \quad (n = 1,2) \quad (8)$$

$$z_n = Z \pm d_{(n-2)} \theta + d_4 \phi \quad (n = 3,4) \quad (9)$$

E suas respectivas derivadas em função do tempo são dadas pelas equações 10 e 11:

$$\dot{z}_n = \dot{Z} \pm d_n \dot{\theta} - d_3 \dot{\phi} \quad (n = 1,2) \quad (10)$$

$$\dot{z}_n = \dot{Z} \pm d_{(n-2)} \dot{\theta} + d_4 \dot{\phi} \quad (n = 3,4) \quad (11)$$

As equações de equilíbrio para o sistema dinâmico podem ser realizadas através das seguintes equações de movimento representadas na equação 12.

$$M\ddot{z} = \sum F_z, J\ddot{\theta} = \sum M_y, I\ddot{\phi} = \sum M_x \quad (12)$$

Fazendo os cálculos de movimento utilizando as forças mostradas na Figura 13 chegamos às equações 13, 14 e 15, a partir do equilíbrio estático.

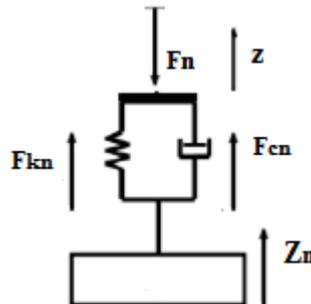
$$M\ddot{z} = -F_1 - F_2 - F_3 - F_4 \quad (13)$$

$$J\ddot{\theta} = -F_1 d_1 + F_2 d_2 - F_3 d_1 + F_4 d_2 \quad (14)$$

$$I\ddot{\phi} = F_1 d_3 + F_2 d_3 - F_3 d_4 - F_4 d_4 \quad (15)$$

As forças que atuam na suspensão dianteira e traseira do veículo podem ser representadas pelo modelo simplificado mostrado na Figura 14.

Figura 14 - Forças atuantes na suspensão



Fonte: O autor, (2016).

Portanto suas forças são vistas pela equação 16 sendo n (1,2,3,4) o grau de liberdade.

$$F_{ns} = F_{Kn} + F_{Cn} \quad (16)$$

Sendo F_{kn} a força na mola mostrada na equação 17 e F_{cn} a força atuando no amortecedor equação 18, z_n indica o deslocamento do centro de massa e Z_n indica o deslocamento em seu respectivo grau de liberdade ($n = 1,2,3,4$).

$$F_{kn} = k_n(z_n - Z_n) \quad (17)$$

$$F_{cn} = C_n(\dot{z}_n - \dot{Z}_n) \quad (18)$$

Logo, a força atuante tanto na suspensão dianteira e traseira e dada pela equação 19.

$$F_{ns} = k_n(z_n - Z_n) + C_n(\dot{z}_n - \dot{Z}_n) \quad (19)$$

Substituindo a equação 8, 9, 10 e 11 na equação 19 obtemos as equações as equações 20 para os graus de liberdade 1 e 2 respectivamente e 21 para os graus de liberdade 3 e 4 respectivamente:

$$F_{ns} = k_n(z \pm d_n\theta \mp d_3\phi) - Z_n) + C_n(\dot{z} \pm (d_n\dot{\theta} \mp d_3\dot{\phi} - \dot{Z}_n) \quad n = 1,2 \quad (20)$$

$$F_{ns} = k_n(z \pm d_{(n-2)}\theta \pm d_4\phi) - Z_n) + C_n(\dot{z} \pm (d_{(n-2)}\dot{\theta} \pm d_4\dot{\phi} - \dot{Z}_n) \quad n = 3,4 \quad (21)$$

Para o desenvolvimento da força atuante de contato com o pneu pista é considerado a rigidez do pneu k_p e o seu coeficiente de amortecimento C_p e f_n representa o deslocamento em metros devido à excitação da pista, fazendo os cálculos analogamente ao anterior temos a equação 22 que representa a interação pneu pista, n representa o grau de liberdade avaliado. Sendo F_{kpn} mostrado na equação 23 a força exercida devido à rigidez do pneu e F_{cpn} a equação 24 a força devido o amortecimento, F_{pn} é o resultado da soma das parcelas devido a rigidez e amortecimento.

$$F_{pn} = F_{kpn} + F_{cpn} \quad (22)$$

$$F_{kpn} = k_{pn}(z_n - f_n) \quad (23)$$

$$F_{cpn} = C_{pn}(\dot{z}_n - \dot{f}_n) \quad (24)$$

Substituindo as equações 23 e 24 na equação 22 obtemos uma expressão geral para a força exercida em cada pneu é mostrada na equação 25 para cada grau de liberdade $n = 1, 2, 3, 4$.

$$F_{pn} = k_{pn}(z_n - f_n) + C_{pn}(\dot{z}_n - \dot{f}_n) \quad (25)$$

A partir das equações anteriores podemos determinar as equações dinâmicas que foram mostradas na equação 12. As equações de movimento na vertical, de rolagem e arfagem são apresentadas pelas equações 26, 27 e 28 respectivamente.

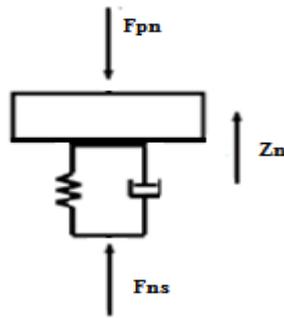
$$\begin{aligned} M\ddot{z} = - [\sum_{n=1}^{n=4} C_n \dot{z} + (C_1 d_1 - C_2 d_2 + C_3 d_1 - C_4 d_4) \dot{\theta} + (-C_1 d_3 - C_2 d_3 + C_3 d_4 + C_4 d_4) \dot{\phi} - \\ + \sum_{n=1}^{n=4} C_n \dot{z}_n + \sum_{n=1}^{n=4} k_n z + (k_1 d_1 - k_2 d_2 + k_3 d_1 - k_4 d_2) \theta + \\ + (-k_1 d_3 - k_2 d_3 + k_3 d_4 + k_4 d_4) \phi - \sum_{n=1}^{n=4} k_n z_n] \end{aligned} \quad (26)$$

$$\begin{aligned} I\ddot{\theta} = (C_1 d_3 + C_2 d_3 - C_3 d_4 - C_4 d_4) \dot{z} + (C_1 d_1 d_3 - C_2 d_2 d_3 - C_3 d_1 d_4 + C_4 d_2 d_4) \dot{\theta} + \\ + (-C_1 d_3^2 - C_2 d_3^2 - C_3 d_4^2 - C_4 d_4^2) \dot{\phi} + (-C_1 d_3 \dot{z}_1 - C_2 d_3 \dot{z}_2 + C_3 d_4 \dot{z}_3 + C_4 d_4 \dot{z}_4) + \\ + (k_1 d_3 + k_2 d_3 - k_3 d_4 - k_4 d_4) z + (k_1 d_1 d_3 - k_2 d_2 d_3 - k_3 d_1 d_4 + k_4 d_2 d_4) \theta + \\ + (-k_1 d_3^2 - k_2 d_3^2 - k_3 d_4^2 - k_4 d_4^2) \phi + (-k_1 d_3 z_1 - k_2 d_3 z_2 + k_3 d_4 z_3 + k_4 d_4 z_4) \end{aligned} \quad (27)$$

$$\begin{aligned} J\ddot{\theta} = (-C_1 d_1 - C_3 d_1 + C_2 d_2 + C_4 d_2) \dot{z} + (-C_1 d_1^2 - C_3 d_1^2 - C_2 d_2^2 - C_4 d_2^2) \dot{\theta} + \\ + (C_1 d_3 d_1 - C_3 d_1 d_4 - C_2 d_2 d_3 + C_4 d_2 d_4) \dot{\phi} + C_1 d_1 \dot{z}_1 + C_3 d_1 \dot{z}_3 - C_2 d_2 \dot{z}_2 - C_4 d_2 \dot{z}_4 + \\ + (-k_1 d_1 - k_3 d_1 + k_2 d_2 + k_4 d_3) z + (-k_1 d_1^2 - k_3 d_1^2 - k_2 d_2^2 - k_4 d_2^2) \theta + (k_1 d_1 d_3 + \\ - k_2 d_2 d_3 - k_3 d_1 d_4 + k_4 d_2 d_4) \phi + (k_1 d_1 z_1 + k_2 d_2 z_2 - k_3 d_1 z_3 - k_4 d_2 z_4) \end{aligned} \quad (28)$$

A resultante das forças nas rodas do veículo, como mostra a Figura 15, é expressa pela equação 29 através do equilíbrio dinâmico de forças, sendo F_{ns} a força expressa na equação 20 e 21 e F_{pn} a força expressa na equação 25.

Figura 15 - Forças atuantes nas rodas



Fonte: O autor, (2016).

$$M\ddot{Z} = F_{ns} - F_{pn} \quad (29)$$

Com todas as equações descritas anteriormente foi escrito as matrizes do sistema, as quais são mostradas no apêndice A.

3.2 Excitação na suspensão

Para avaliação do desempenho do sistema de suspensão foi simulado em Matlab o modelo dinâmico com 7 graus de liberdade passando por um obstáculo e avaliado os efeitos dinâmicos sobre os graus de liberdade do veículo bem como suas frequências naturais e modos de vibrar. As dimensões da excitação de base foram retiradas da resolução 39/98 do conselho nacional de trânsito CONTRAN (1998), sendo que existem segundo a norma dois tipos de obstáculo ou lombadas.

I - TIPO I: somente pode ser instalada quando houver necessidade de reduzir pontualmente a velocidade para 20 km/h, em vias locais, onde não circulem linhas regulares de transporte coletivo.

II - TIPO II: somente pode ser instalada quando houver necessidade de reduzir pontualmente a velocidade para 30 km/h, em via:

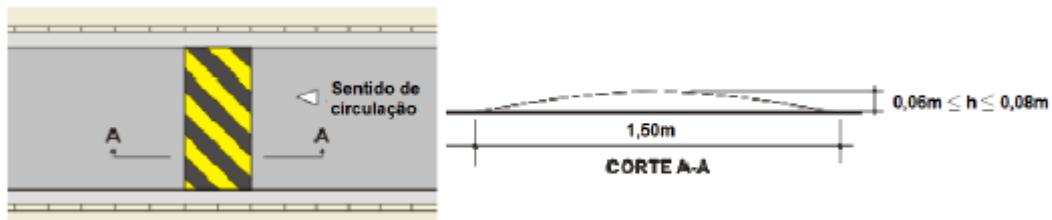
- a) rural (rodovia), em segmentos que atravessem aglomerados urbanos;
- b) coletora;
- c) local.

As dimensões da lombada utilizada na simulação são:

- Comprimento: 1,50 m;
- Altura: até 0,08 m.

A Figura 16 mostra o perfil de lombada segundo o CONTRAN (1998).

Figura 16 - Modelo de lombada



Fonte: CONTRAN, (1998).

Sabendo que a lombada é representada pela parte positiva de uma função seno, podemos representar a função que descreverá o movimento pela equação 30, segundo (CAMPOS; SOUZA, 2014).

Onde $y(t)$ indica o deslocamento do veículo ao passar pela lombada, h_0 representa a altura da lombada, ω representa a frequência angular e t representa o tempo de passagem do veículo pela lombada. A frequência angular é representada na equação 31 sendo v a velocidade na qual o veículo se move e l representa o comprimento da lombada.

$$y(t) = \frac{h_0}{2} (1 - \cos(\omega t)) \quad (30)$$

$$\omega = \frac{2\pi v}{l} \quad (31)$$

A equação 30 descreve o perfil da lombada, assumindo que o veículo anda uma distância d antes de passar pelo obstáculo a equação que descreve a condição inicial do veículo no momento que ele inicia a passagem pela lombada é dado pela equação 32.

$$y(t) = \frac{h_0}{2} (1 - \cos(\omega(t - \frac{d}{v}))) \quad (32)$$

No momento no qual o veículo está com suas rodas posicionadas no alto da lombada a equação utilizada para descrever o seu movimento é a derivada da equação 32, mostrada na equação 33.

$$\dot{y}(t) = \frac{h_0}{2} (\omega \operatorname{sen} (\omega(t - \frac{d}{v}))) \quad (33)$$

Após a passagem das rodas dianteiras pela lombada, as equações para representar o movimento das rodas traseira são análogas as equações 32 e 33 mudando apenas o seu intervalo de tempo que é representado pela equação 34. Sendo t_2 a equação que representa o tempo para as rodas traseiras iniciarem a passagem pela lombada, L representa o comprimento entre eixos do veículo.

$$t_2 = t + \frac{d+L}{v} \quad (34)$$

3.3 Integrador numérico

A simulação numérica é feita através da ferramenta computacional Matlab para a solução das equações matriciais elaboradas. Para a resolução foi utilizado a função ode45, segundo Patrício (2005), esta função é baseada na fórmula explícita que calcula o valor de uma função $f(t,y)$, com t e y determinados anteriormente no algoritmo de solução de Runge-Kutta de 4ª e 5ª ordem. O objetivo do programa é resolver um sistema de equações na forma $y' = f(t,y)$ onde t é uma variável escalar independente e $y = y(t)$ é o vetor que contém as soluções dadas para a equação, ou seja, são as variáveis dependentes.

3.4 Parâmetros do veículo

Os parâmetros do veículo utilizados na simulação do modelo dinâmico foram retirados do estudo de Pereira (2011) e Eger (2007). O autor Pereira (2011) determinou experimentalmente a rigidez da mola dianteira, bem como o valor da massa suspensa e não suspensa do veículo, também determinou seu momento de inércia longitudinal, e suas constantes de amortecimento foram determinadas analiticamente. O valor de rigidez do pneu foi retirada do estudo de Eger (2007), onde o autor utilizou a rigidez vertical dos pneus PIRELLI. A determinação da rigidez da suspensão traseira pelo autor Pereira (2011), apresentou valores poucos significativos conduzindo a uma constante de rigidez muito acima do que se encontra

na literatura, logo será adotado segundo Leal et al (2012) que a suspensão traseira deve ser mais rígida que a dianteira em função da estabilidade direcional e o seu valor gira em próximo de 10 % menor do que a rigidez do pneu. O parâmetro de momento de inércia de rolagem (*roll*) da carroceria foi aproximado pelo autor.

3.5 Análise de Sensibilidade

O método de análise de sensibilidade utilizado será o SR (*Sensitivity Ratio*), apresentado em 2.5.4.

As variáveis utilizadas como entrada para análise da sensibilidade será a rigidez dianteira (K_I) e traseira (K_{II}) da suspensão bem como também seu coeficiente de amortecimento dianteiro (C_I) e traseiro (C_{II}) e a rigidez do pneu (K_p). Para avaliar os efeitos sobre os resultados, apenas um parâmetro será variado na faixa de 10% de acréscimo e decréscimo, a faixa dos parâmetros é mostrada na Tabela 2 abaixo, os parâmetros que serão observados para verificar qual tem maior influência na redução do deslocamento vertical do veículo.

Tabela 2 - Variação dos parâmetros

15190,5	< K_I <	18566,15	N/m
17100	< K_{II} <	20900	N/m
171000	< K_p <	209000	N/m
1398,6	< C_I <	1709,4	Ns/m
2829,78	< C_{II} <	3458,62	Ns/m

Fonte: O autor, (2016).

Após fazer a análise podemos calcular a porcentagem de diferença entre o modelo inicial e modelo modificado através da equação 35.

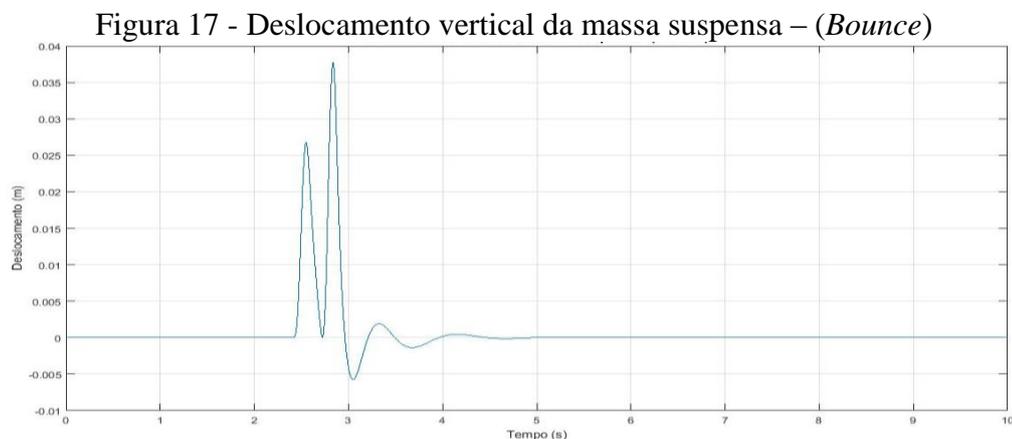
$$\% \text{ (diferença)} = \frac{(\text{Valor}_{final} - \text{Valor}_{inicial})}{\text{Valor}_{final}} \times 100 \quad (35)$$

4. RESULTADOS

Neste capítulo são apresentados os resultados das simulações dos modelos apresentados no capítulo anterior. Relembrando que o modelo possui várias simplificações como uma pista plana e sem rugosidade, e o veículo se movimenta em velocidade constante de 30 km/h a uma distância de 20 metros antes de passar pela lombada. Os resultados iniciais não utilizam a análise de sensibilidade.

4.1 Modelo inicial

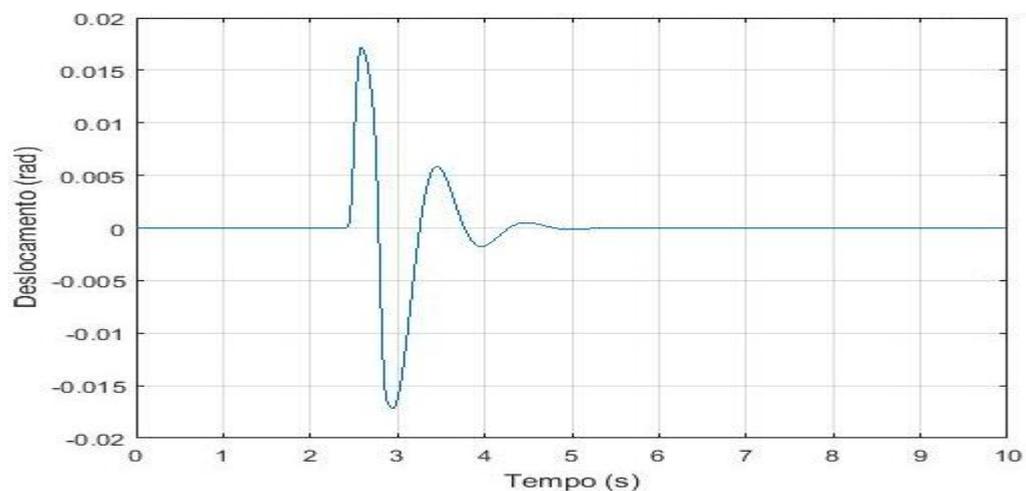
A Figura 17 mostra o deslocamento vertical da massa suspensa conhecido como (*Bounce*) em função do tempo quando o veículo passa pela lombada, sofrendo assim uma vibração na carroceria. Podemos perceber o deslocamento do centro de massa visto pela passagem das rodas dianteiras e traseiras, notamos uma pequena desfase entre elas porque as rodas traseiras percorrem uma distância maior no sentido positivo até completar a passagem pela lombada. O primeiro pico no gráfico indica a passagem das rodas dianteiras atingindo um deslocamento do centro de massa de 0,02678 m e o segundo pico mostra o momento em que as rodas traseiras passam pelo obstáculo e gerou um maior deslocamento do centro de massa com 0,03775 metros.



Fonte: O autor, (2016).

O deslocamento angular de rolagem não será apresentado já que o resultado deste é nulo durante a simulação o que já era esperado devido a condição de simetria do veículo trafegando em uma pista plana. O gráfico da Figura 18 nos indica o deslocamento angular de arfagem do veículo, durante a passagem das rodas sobre a lombada. Podemos notar um valor de 0,0171 rad ou aproximadamente (1°) de elevação do centro de massa no momento em que as rodas dianteiras estão no alto da lombada, no momento em que as rodas traseiras passam observa-se uma elevação de -0,0171 rad ou aproximadamente (-1°), podemos perceber que o movimento descrito tem forma de um sistema subamortecido.

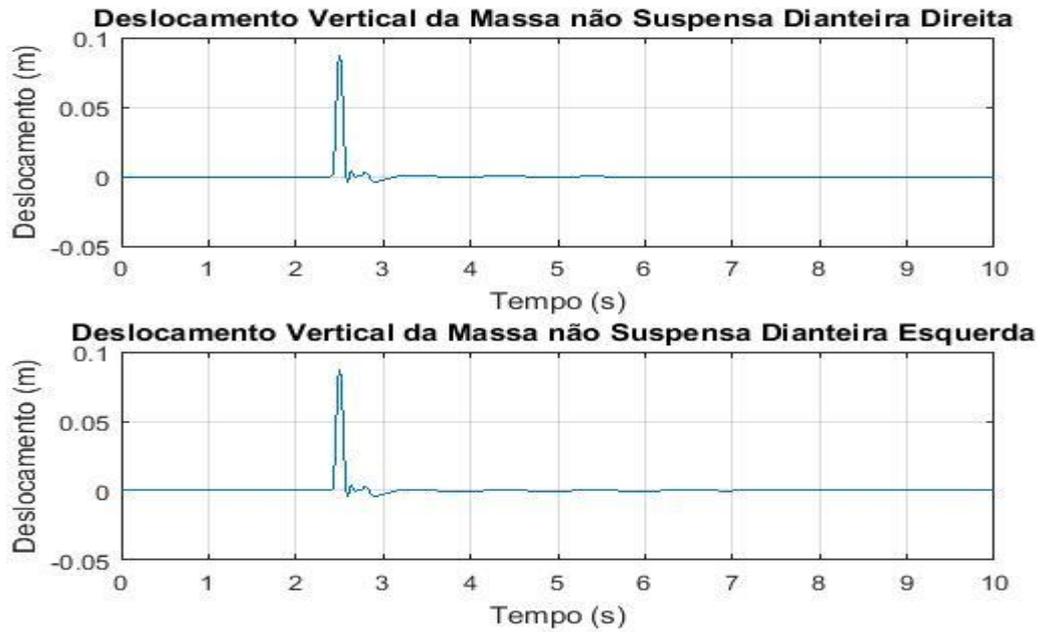
Figura 18 - Deslocamento angular de arfagem da massa suspensa – (*Pitch*)



Fonte: O autor, (2016).

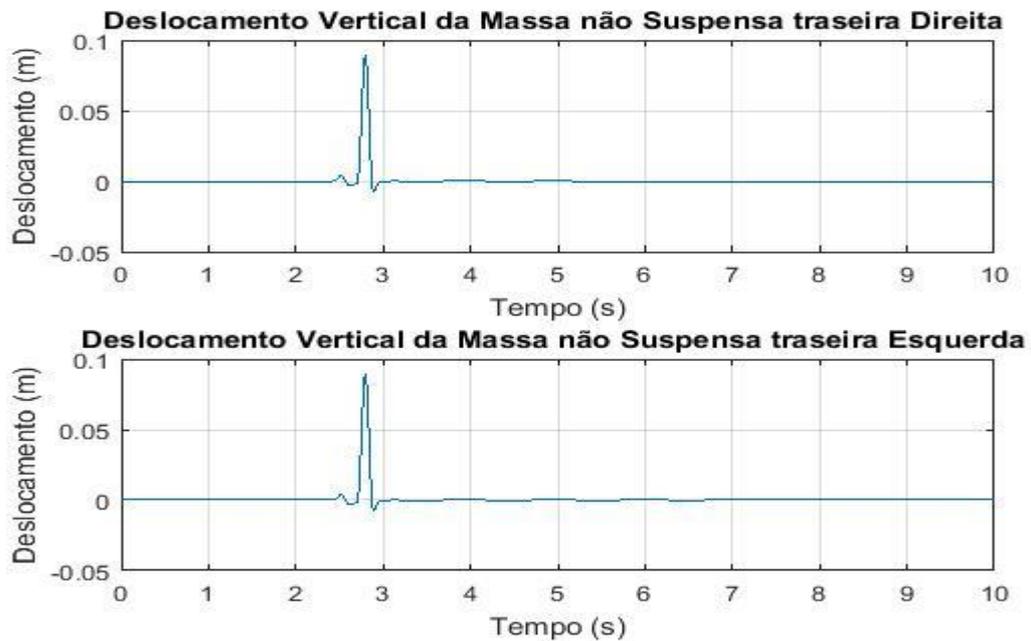
As Figuras 19 e 20 representa o deslocamento vertical das massas não suspensas dianteira e traseira respectivamente, podemos perceber que o deslocamento delas foi um pouco maior do que a altura máxima da lombada obtém o deslocamento de 0,08736 m para a dianteira e 0,08934 m para a traseira, como o deslocamento das massas não suspensa é maior que a altura da lombada no momento em que elas passam pelo ponto máximo dela, a força de contato pneu pista neste instante atinge o seu valor nulo e a massa não suspensa tende a perder contato com a pista o que pode causar desconforto aos passageiros. Pode se verificar que o deslocamento das massas não suspensas é maior que o deslocamento do centro de massa, afirmar-se com isso que o sistema de suspensão está atuando para reduzir as vibrações sobre o veículo garantindo conforto aos passageiros.

Figura 19 - Deslocamento vertical da massa não suspensa dianteira (roda + suspensão)



Fonte: O autor, (2016).

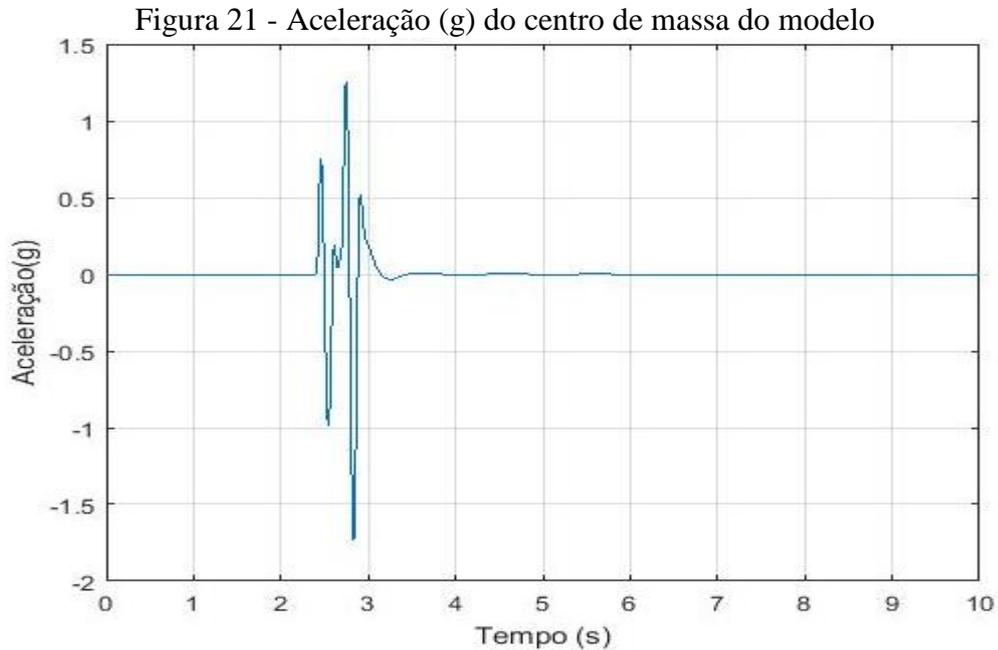
Figura 20 - Deslocamento vertical da massa não suspensa traseira (roda + suspensão)



Fonte: O autor, (2016).

A Figura 21 nos mostra a aceleração vertical (g) do centro de massa do modelo dinâmico, podemos verificar um valor máximo positivo de 1,2 g, o qual é uma aceleração que

pode ocasionar desconforto aos passageiros, sendo necessário alterar a suspensão para reduzir esse valor de aceleração vertical.



Fonte: O autor, (2016).

Outras respostas da simulação do modelo como velocidade e aceleração das rodas estão apresentados no Apêndice C.

4.1.1 Frequências naturais e modos de vibrar

É importante verificar as frequências naturais e o modo de vibração para evitar o efeito de ressonância, que pode ocasionar desconforto e fadiga dos componentes mecânicos. O cálculo das frequências naturais, segundo Rao (2008), é realizado com a resolução de um problema de autovalores e autovetores. Os autovalores se referem à frequência natural do sistema e os autovetores os modos de vibrar relacionados à frequência natural. Para resolução do problema de autovalores e autovetores primeiramente foi necessário obter uma matriz de rigidez (K) e de massa (M) do modelo as quais já foram determinadas. Após isto, é possível extrair do programa a frequência utilizando o comando `eig(K,M)` no Matlab, a tabela 3 mostra as frequências naturais não amortecidas do sistema.

Podemos verificar que as frequências naturais não amortecidas do veículo estão numa faixa próxima dos valores do ride, a frequência de ressonância da suspensão se dá a uma frequência de 0,93 Hz para o modo de *Pitch* e 1,43 Hz para *Bounce* e está provoca um

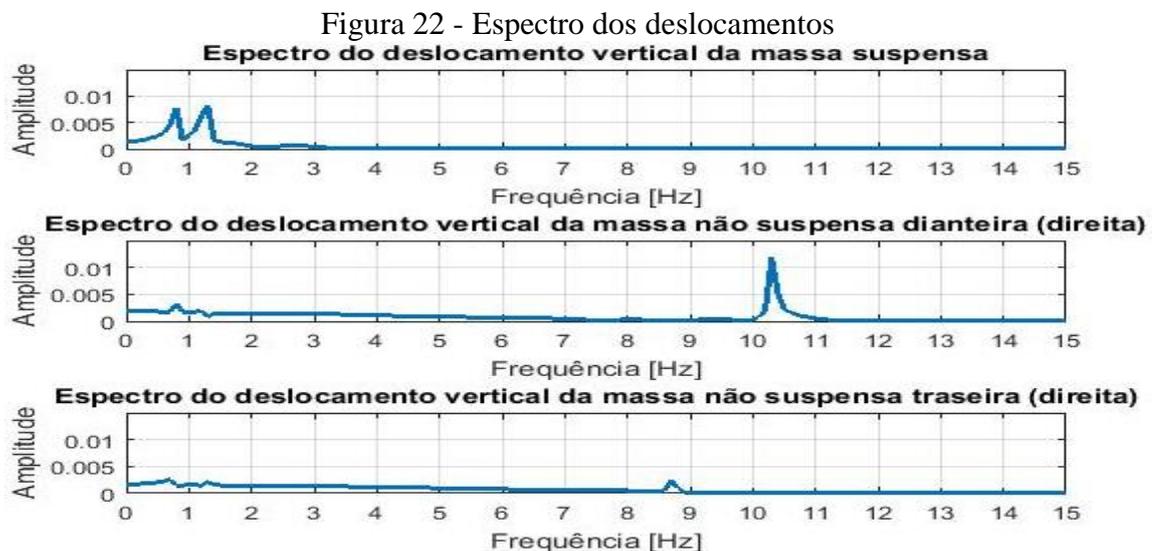
aumento de amplitude de oscilação em veículos de passeio, e as rodas do veículo também estão dentro dos valores aceitáveis para conforto que são a faixa de 10 a 15 Hz, para veículo de passeio.

Tabela 3 - Frequências naturais (não amortecidas)

Modo de Vibrar	Frequência Natural (Hz)	
1	0,93	<i>Pitch</i>
2	0,97	<i>Roll</i>
3	1,43	<i>Bounce</i>
4	10,9	Roda da direita
5	10,9	Roda da direita
6	12,9	Roda da esquerda
7	12,9	Roda da esquerda

Fonte: O autor, (2016).

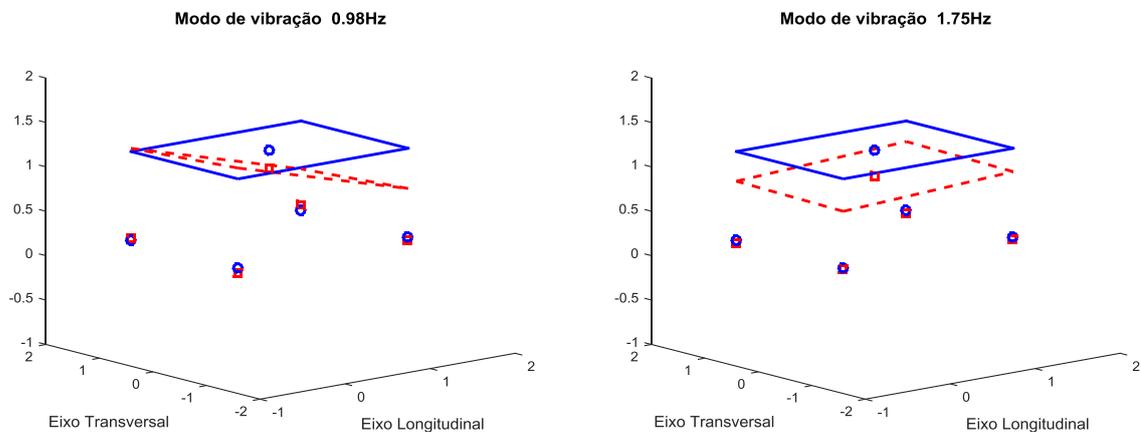
A Figura 22 mostra a densidade espectral do deslocamento do centro de massa e das massas não suspensas, foi feita uma simulação sem amortecimento das suspensões para possibilitar a visualização dos espectros. Podemos notar que encontram-se as frequências naturais próximas de 1 Hz para o centro de massa e 10 Hz para as massas não suspensas, que estão próximas aos valores referenciados pela literatura como a resposta em frequência em torno de 1 e 15,0 Hz, e nos indica uma pequena diferença, estando em uma faixa em que o movimento tem influência no desempenho do conforto veicular.



Fonte: O autor, (2016).

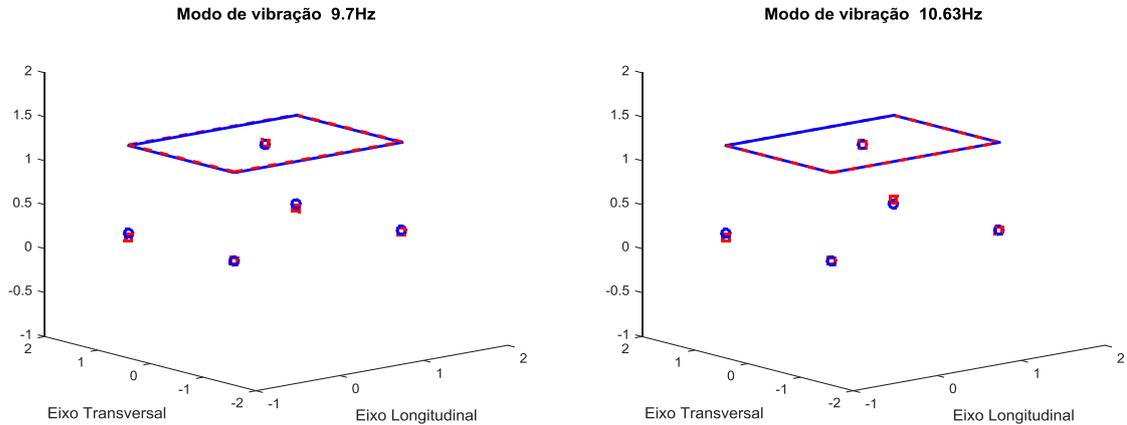
Para melhor visualização dos modos de vibrar são gerados imagens ilustrativas do movimento do modelo, a determinação destes modos é explicado no Apêndice D, as Figura 23, 24 e 25, nos mostram os modos de vibração amortecidos. O modo de vibrar em 0,98 Hz mostrado na Figura 23 representa o modo de *Pitch* que é percebido pelo levantamento da parte frontal juntamente com o abaixamento da parte traseira, e percebe-se que as rodas vibram em oposição de fase. Nota-se que o movimento vertical do veículo ou *Bounce*, encontra-se acoplado ao movimento de arfagem ou *Pitch*. O modo de vibrar em 1,75 Hz é o modo de *Bounce* onde ocorre um rebaixamento do centro de massa e as suas rodas vibram em fase. O modo de vibrar das rodas da esquerda é mostrado na Figura 24 onde em seu primeiro modo em 9,7 Hz as duas rodas da esquerda tem a mesma fase, já em seu segundo modo de vibrar em 10,63 Hz elas estão em oposição de fase. O modo de vibrar das rodas da direita mostrados na Figura 25, percebe-se que o primeiro modo de vibrar na frequência de 12,64 Hz as rodas da direita possuem a mesma fase e em 12,83 Hz estão em oposição de fase. Pode-se visualizar pelas Figuras 24 e 25 que as massas não suspensas possuem uma menor amplitude de vibração.

Figura 23 - Modos de vibrar



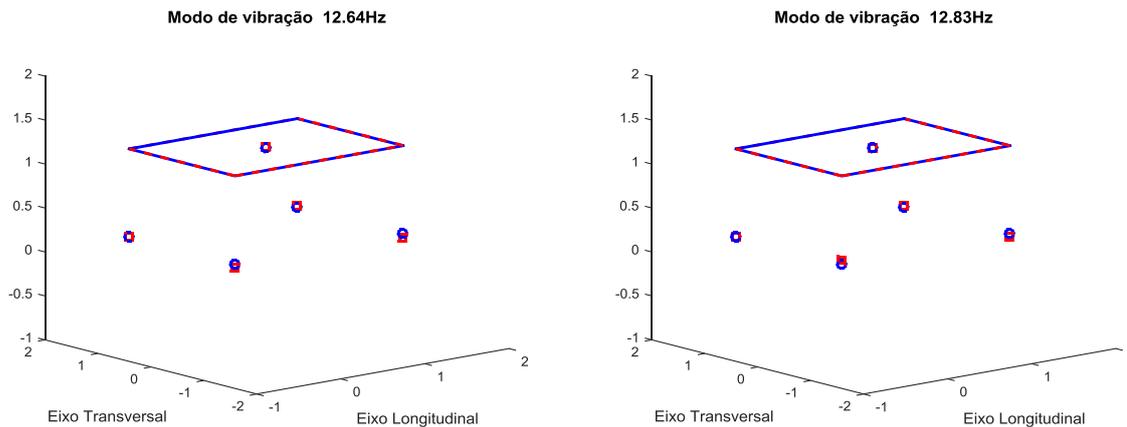
Fonte: O autor, (2016).

Figura 24 - Modos de vibrar



Fonte: O autor, (2016).

Figura 25 - Modos de vibrar

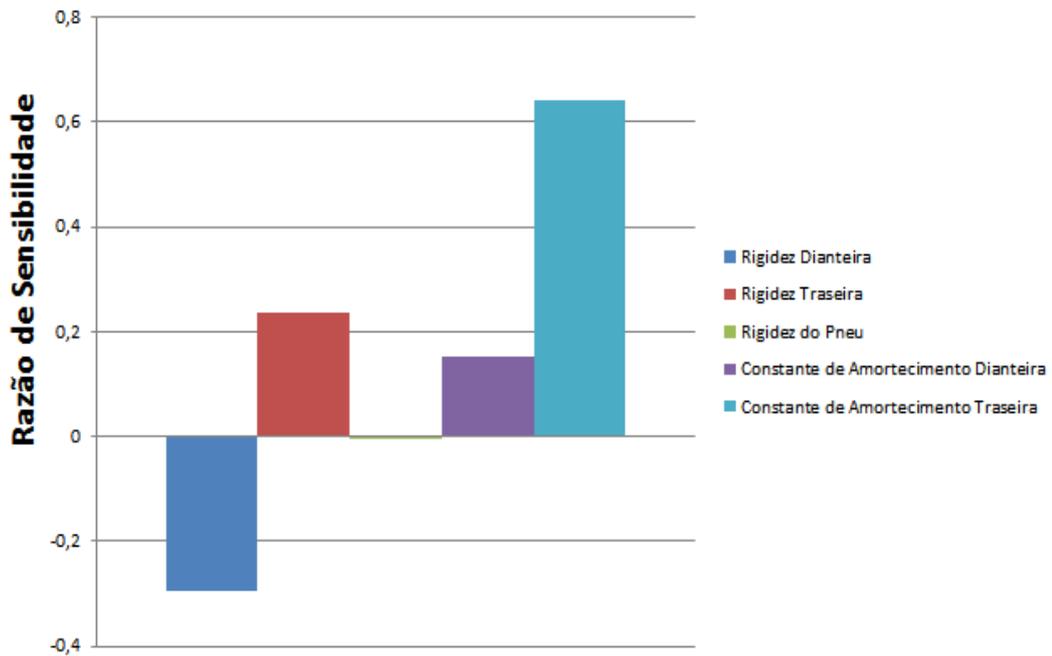


Fonte: O autor, (2016).

4.2 Influências dos parâmetros na sensibilidade

Para a relação SR na análise de sensibilidade foi considerado a variável de saída o maior deslocamento do centro de massa do veículo. Podemos verificar pela Figura 26 quais os parâmetros que possuem maior influência. Visualiza-se pelo gráfico de barras que a rigidez do pneu não possui influência na redução do deslocamento vertical. Os parâmetros que mais influenciam a análise são a rigidez dianteira e traseira e o amortecimento traseiro. A rigidez dianteira nos resultou em valores negativos, isto nos indica que ela está inversamente relacionada com a saída.

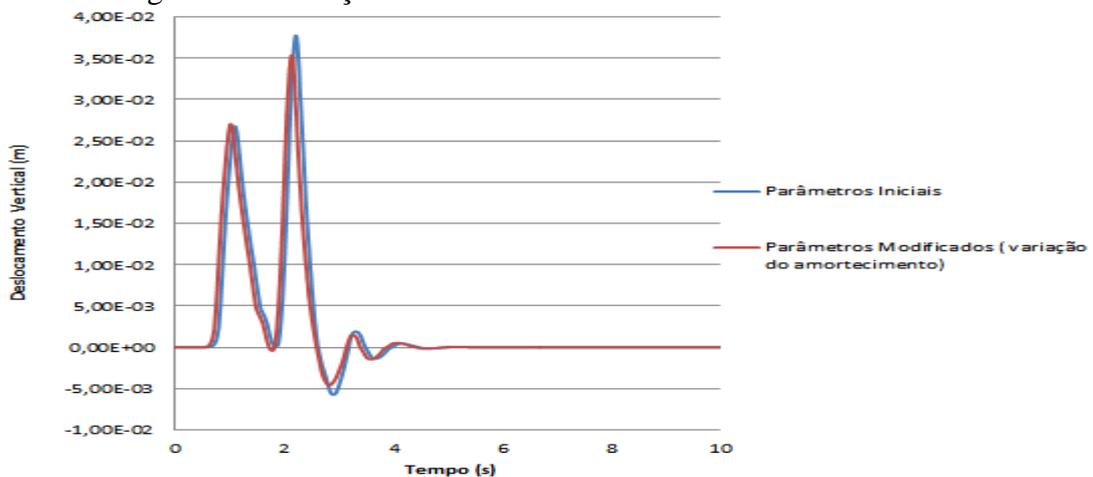
Figura 26 - Análise de sensibilidade
Influência dos Parâmetros



Fonte: O autor, (2016).

A Figura 27 nos mostra a diferença entre o deslocamento do centro de massa após feita a análise de sensibilidade, modelo inicial possui um amortecimento traseiro de 3144,2 N.s/m e o modelo modificado foi alterado para 2829,78 N.s/m. Podemos calcular a porcentagem de diferença na redução através da equação 35, obtivemos uma redução pequena de 6,3% no deslocamento vertical considerando a redução da constante de amortecimento.

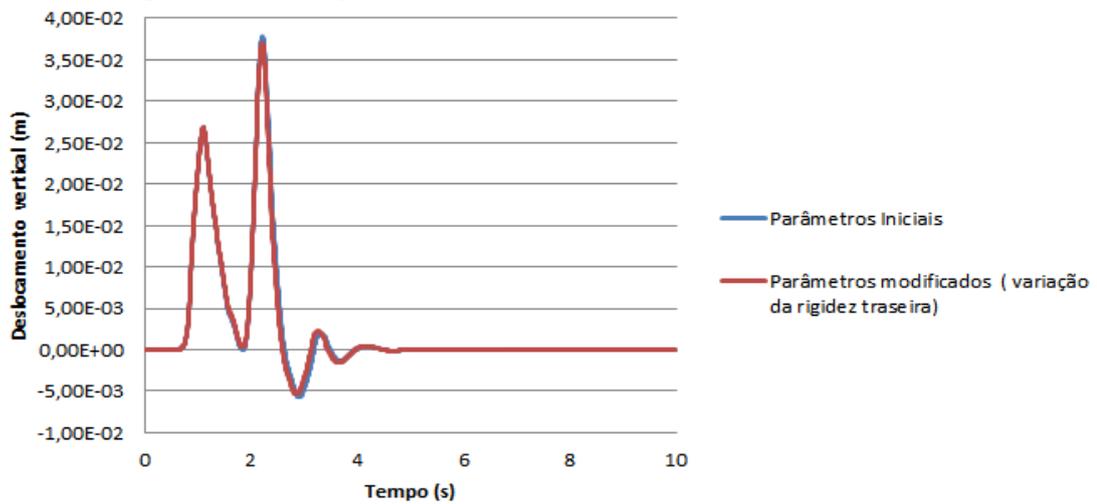
Figura 27 - Redução do deslocamento vertical do centro de massa



Fonte: O autor, (2016).

A Figura 28 nos mostra a redução do deslocamento vertical após a mudança do parâmetro de rigidez traseira a rigidez traseira inicial era de 19000 N/m e foi modificada para 17100 N/m a diferença foi pequena resultando em apenas 2% na redução no deslocamento do centro de massa.

Figura 28 - Redução do deslocamento vertical do centro de massa



Fonte: O autor, (2016).

Pela análise de sensibilidade se usar a mesma proporção na variação da rigidez traseira/dianteira e amortecimento este último deve reduzir mais a vibração “global” do que a rigidez, é o que nos indica pela análise de sensibilidade da Figura 26.

5. CONCLUSÕES E TRABALHOS FUTUROS

5.1 Conclusões

Durante a fase de projeto, o desenvolvimento e simulações de modelos dinâmicos são de grande importância para obter respostas rápidas de um modelo. Durante o desenvolvimento deste trabalho o software *Matlab* mostrou-se uma ferramenta muito importante para a resolução das equações do modelo. O modelo definido com sete graus de liberdade considerando suspensões independentes na dianteira e na traseira foi modelado como um corpo rígido ligado as suas quatro massas não suspensas representadas pelas rodas e seus componentes por meio de molas e amortecedores, esses que podem transladar apenas verticalmente possuindo um grau de liberdade para cada massa não suspensa. E a carroceria do veículo possuindo três graus de liberdade podendo transladar verticalmente e possuindo também movimento de arfagem e rolagem, este último não analisado devido às considerações de pista reta e simétrica não ocorrendo rolagem do veículo.

Para a validação do modelo foi necessário comparar as suas frequências naturais não amortecidas obtidas com os resultados da literatura. Os resultados apresentaram-se satisfatórios com os da literatura sendo a frequência obtida no centro de massa um valor na faixa do sugerido por Gillespie (1992), de 1 a 1,5 Hz. As frequências naturais das massas não suspensas, rodas da direita e esquerda apresentam frequência de 10,9 e 12,9 Hz respectivamente segundo Rolvag (2004, apud Santos, 2007) para um veículo de passeio a faixa deve ficar entre 10 e 15 Hz, portanto as características dinâmicas do modelo dinâmico refletem a de um veículo de passeio.

A análise sobre a excitação da lombada apresentou resultados coerentes sobre as características dinâmicas do modelo e sua avaliação do conforto veicular. A aplicação da metodologia de análise de sensibilidade mostrou-se capaz de identificar as variáveis mais significativas que o modelo esteve sujeito e reduzir as vibrações do sistema depois de modificadas.

5.2 Trabalhos Futuros

Como possíveis trabalhos futuros pode-se apontar:

- Simulação em pistas mais complexas envolvendo torção dinâmica;
- Aplicação do modelo utilizando o *Power Spectral Density* (PSD);
- Aplicação do conforto considerando o assento do motorista e passageiros;
- Aplicação de elementos de suspensão ativa e semi-ativa comparando o desempenho relativo ao conforto veicular;
- Influência da rigidez vertical do pneu nos modos de vibrar da massa suspensa e da massa não suspensa.
- Construção de um protótipo virtual para análise estrutural e otimização de componentes bem como seu estudo de dirigibilidade.

REFERÊNCIAS

- CAMPOS, D; SOUZA, M.C **Análise da dinâmica vertical de veículos pesados flexíveis.** 2014. 189p. (Graduação) – Curso de Engenharia Mecânica. Centro Federal de Educação Tecnológica Celso Suckow, CEFET/RJ, Rio de Janeiro, 2014.
- COUTO, A. S. F. **Projeto de suspensão estudo do equilíbrio dinâmico de uma viatura formula.** 2013. 157 p. Dissertação (Mestrado) - Faculdade de Engenharia da Universidade do Porto, Mestrado Integrado em Engenharia Mecânica, Porto, 2013.
- CONTRAN - Conselho Nacional de Trânsito 1998. Resolução. **Art. 12 da lei n 9.503 de 23 de set. de 1997.** Disponível em: < <http://denatran.gov.br/download/lombadas.pdf>.> Acesso em 20 de setembro de 2015.
- DREHMER, L. R. C. **Otimização de Parâmetros Concentrados de Suspensão para Conforto e Segurança Veicular.** 2012. 98 p. Dissertação (Mestrado em Engenharia Mecânica) – Departamento de Engenharia Mecânica, Universidade Federal do Rio Grande do Sul, Porto Alegre, 2012.
- DUARTE, M. del R. **Simulação de ride primário e secundário através do uso de Carregamento de pista** 2010, 133 p. Dissertação (Mestrado) - Programa de Pós-Graduação em engenharia Mecânica. Escola de Engenharia de São Carlos da Universidade de São Paulo, São Paulo, 2010.
- EGER, A.. **Simulação e Análise do Desempenho Longitudinal Veicular Sob Condições Dinâmicas Trativas.** 2007. 164 p. Dissertação (Mestrado). Universidade Federal de Santa Catarina - UFSC.
- FREITAS Jr, L. M. P. **Estudo da dinâmica vertical de uma suspensão veicular do tipo Macpherson.** 2006, 128 p. Dissertação (Mestrado) - Programa de Mestrado em Engenharia Mecânica, Escola de Engenharia de São Carlos, Universidade de São Paulo, São Paulo, 2006.
- HAMBY, D.M., 1994, “A Review for Parameter Sensitivity Analysis of Environmental Models”, *Environmental Monitoring and Assessment*, vol. 32.
- GENTA, G.; MORELLO, L. **The Automotive Chassis: Volume 1: Components Design.** Dordrecht: Springer, 2009.
- GILLESPIE, T. D. **Fundamental of Vehicles Dynamics.** Warrendale, PA: Society of Automotive Engineers, 1992, 470p.
- PATRICIO L.F.S. **Desenvolvimento matemático e implementação numérica de um modelo tridimensional para a determinação das respostas dinâmicas de um veículo automotor.** 2005. 185 p. Dissertação (Mestrado) – Programa de Pós-Graduação em Engenharia Mecânica, Escola de Engenharia da PUC Minas, Pontifícia Universidade Católica de Minas Gerais, Minas Gerais, 2005.
- PERREIRA, L. D. **Análise da metodologia de levantamento experimental para obtenção dos parâmetros da suspensão de um veículo automotor** 2011, 79 p. TCC (Graduação) –

Curso de Engenharia Mecânica. Escola de Engenharia Mecânica do Instituto de Tecnologia da Universidade do Pará. Belém, 2011.

LEAL, L D. C. M.; DA ROSA, E.; NICOLAZZI, L. C. **Uma introdução à modelagem quase-estática de automóveis.** Florianópolis: UFSC, 2012.

MAIA, Renato Henriques. **Análise de sensibilidade aplicada a estudos de conforto vibracional em automóveis.** Belo Horizonte: 2002. 175 p. Dissertação (Mestrado) – Departamento de Engenharia Mecânica, Mestrado em Engenharia Automotiva, Pontifícia Universidade Católica de Minas Gerais, Belo Horizonte, 2002.

RAO, S. S. **Vibrações Mecânicas.** 4. ed. São Paulo: Pearson Prentice Hall, 2008.

REIMPELL, J.; STOLL, H.; BETZLER, J. W. **The Automotive Chassis: Engineering Principles.** 2. ed., 2001

ROLVAG, T. **Design and Optimization of Suspension Systems and Components.** Department of Machine Design and Material Technology – Norwegian University of Science and Technology, 2004.

SANTOS, Vinícius Lopes dos. **Estudo da dinâmica vertical de um veículo através da teoria de sistemas multicorpos.** São Paulo: 2007, 132 p. Trabalho de Conclusão de Curso (Graduação em Engenharia Mecânica) – Departamento de Engenharia Mecânica, Universidade de São Paulo. São Paulo, 2007.

SAYERS, M. W.; KARAMIHAS, S. M. **The Little Book of Profiling: Basic Information about Measuring and Interpreting Road Profiles.** University of Michigan, 1998.

U.S.EPA, 2001. **Risk Assessment Guidance for Superfund: Volume III – Part A, Process for Conducting a Probabilistic Risk Assessment.** Office of Emergency and Remedial Response. EPA 540-R-02-002. December, 2001.

APÊNDICE A - Matrizes do modelo dinâmico

As matrizes de massa, rigidez e amortecimento elaboradas pelo autor através do equilíbrio estático de forças são apresentadas a seguir, notamos que as matrizes de rigidez e amortecimento possuem uma perfeita simetria dimensional.

A matriz massa segundo Leal, Da Rosa e Nicolazzi (2012) abaixo foi montada a partir das equações de movimento, onde cada linha está relacionada com um grau de liberdade do sistema e cada elemento da matriz é um coeficiente que multiplica as acelerações dos seus graus de liberdade existentes em cada equação.

Matriz massa [M]

$$\begin{array}{c|ccccccc} & M & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ & & J & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ & & & I & 0 & 0 & 0 & 0 \\ & & & & M_1 & 0 & 0 & 0 \\ & & & & & M_2 & 0 & 0 \\ & & & & & & M_3 & 0 \\ & & & & & & & M_4 \end{array}$$

Matriz de Rigidez [K]

$$\begin{array}{c|cccccccc} k_1 + k_2 + k_3 + k_4 & k_1 d_1 - k_2 d_2 + k_3 d_1 - k_4 d_2 & -k_1 d_3 - k_2 d_3 + k_3 d_4 + k_4 d_4 & -k_1 & -k_2 & -k_3 & -k_4 \\ & k_1 d_1^2 + k_3 d_1^2 + k_2 d_2^2 + k_4 d_2^2 & -k_1 d_1 d_3 + k_2 d_2 d_3 + k_3 d_1 d_4 - k_4 d_2 d_4 & -k_1 d_1 & k_2 d_2 & -k_3 d_1 & k_4 d_2 \\ & & k_1 d_3^2 + k_2 d_3^2 + k_3 d_4^2 + k_4 d_4^2 & k_1 d_3 & k_2 d_3 & -k_3 d_4 & -k_4 d_4 \\ & & & k_1 + k_{p1} & 0 & 0 & 0 \\ & & & & k_2 + k_{p2} & 0 & 0 \\ & & & & & k_3 + k_{p3} & 0 \\ & & & & & & k_4 + k_{p4} \end{array}$$

Matriz de Amortecimento [C]

$$\begin{array}{c|cccccccc} c_1 + c_2 + c_3 + c_4 & c_1 d_1 - c_2 d_2 + c_3 d_1 - c_4 d_2 & -c_1 d_3 - c_2 d_3 + c_3 d_4 + c_4 d_4 & -c_1 & -c_2 & -c_3 & -c_4 \\ & c_1 d_1^2 + c_3 d_1^2 + c_2 d_2^2 + c_4 d_2^2 & -c_1 d_1 d_3 + c_2 d_2 d_3 + c_3 d_1 d_4 - c_4 d_2 d_4 & -c_1 d_1 & c_2 d_2 & -c_3 d_1 & c_4 d_2 \\ & & c_1 d_3^2 + c_2 d_3^2 + c_3 d_4^2 + c_4 d_4^2 & c_1 d_3 & c_2 d_3 & -c_3 d_4 & -c_4 d_4 \\ & & & c_1 + c_{p1} & 0 & 0 & 0 \\ & & & & c_2 + c_{p2} & 0 & 0 \\ & & & & & c_3 + c_{p3} & 0 \\ & & & & & & c_4 + c_{p4} \end{array}$$

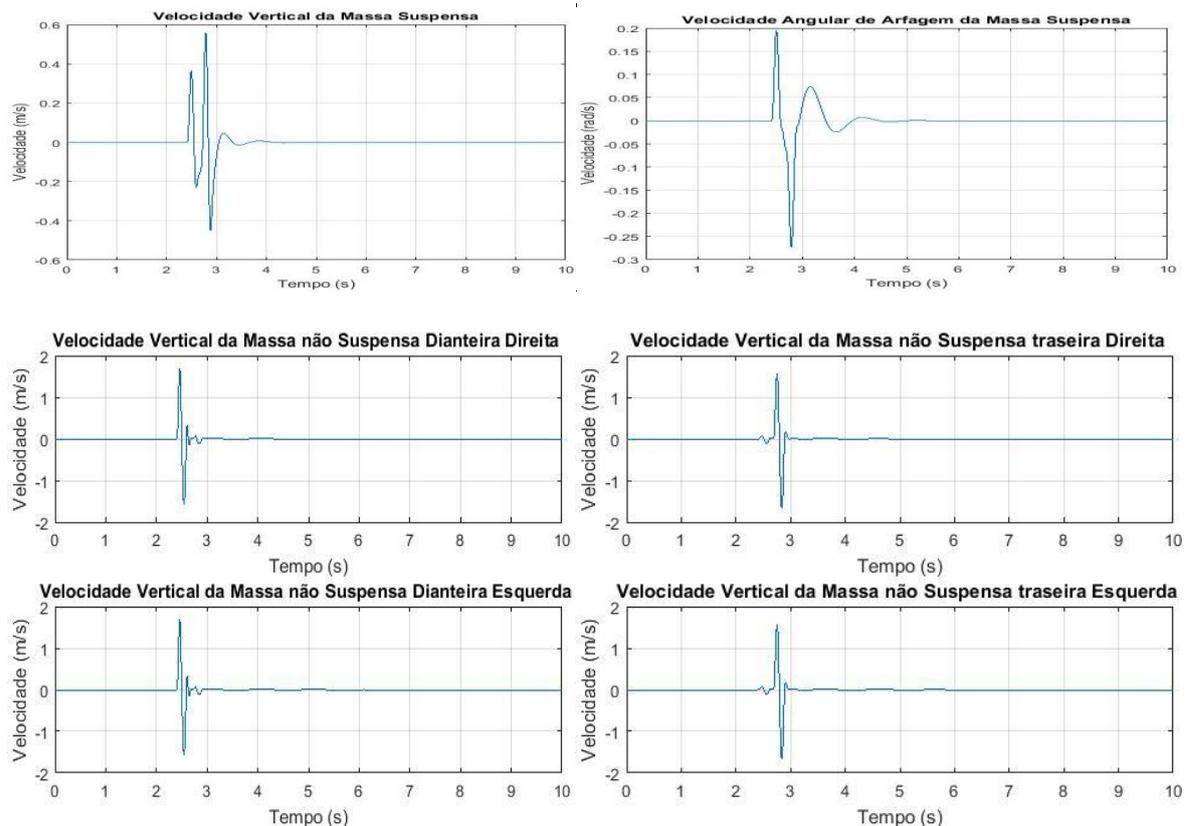
APÊNDICE B – Parâmetros do veículo

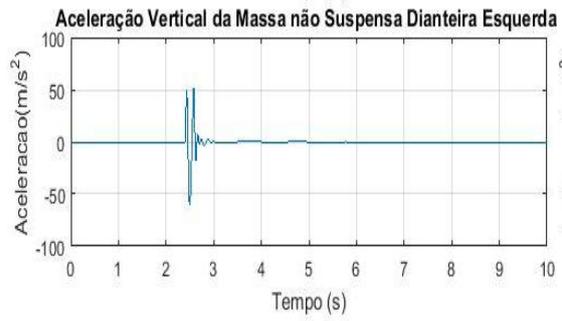
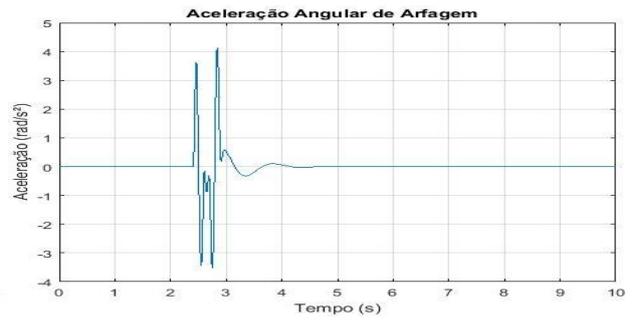
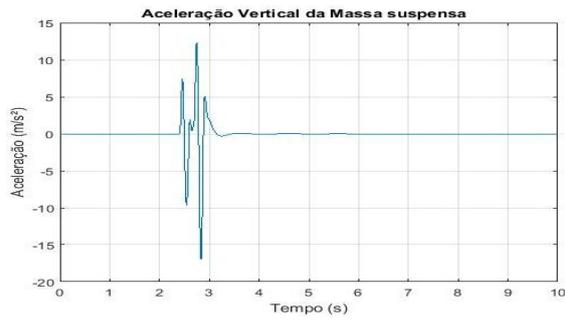
A tabela abaixo mostra os parâmetros utilizados na simulação do veículo de passeio.

Grandeza	Símbolo	Dimensão	Dados
Massa Total do Veículo	M_t	kg	830
Massa suspensa	m	kg	678
Massa suspensa eixo dianteiro	m_1	kg	520
Massa suspensa eixo traseiro	m_2	kg	310
Massa não suspensa eixo dianteiro	m_I	kg	63
Massa não suspensa eixo traseiro	m_{II}	kg	89
Rigidez do Pneu	K_p	N/m	190000
Rigidez das molas dianteiras	K_I	N/m	16878,32
Rigidez das molas traseiras	K_{II}	N/m	19000
Constante de Amortecimento dianteira	C_I	Ns/m	1554
Constante de Amortecimento traseira	C_{II}	Ns/m	3144,2
Constante de Amortecimento do pneu	c_p	Ns/m	0
Distância das rodas da direita ao CG	d_1	m	0,6685
Distância das rodas da esquerda ao CG	d_2	m	0,6685
Distância das rodas dianteiras ao CG	d_3	m	0,882
Distância das rodas traseiras ao CG	d_4	m	1,4795
Momento de inércia longitudinal	J	kg.m ²	2353,5
Momento de inércia transversal	I	kg.m ²	850

APÊNDICE C – Resultados da Simulação

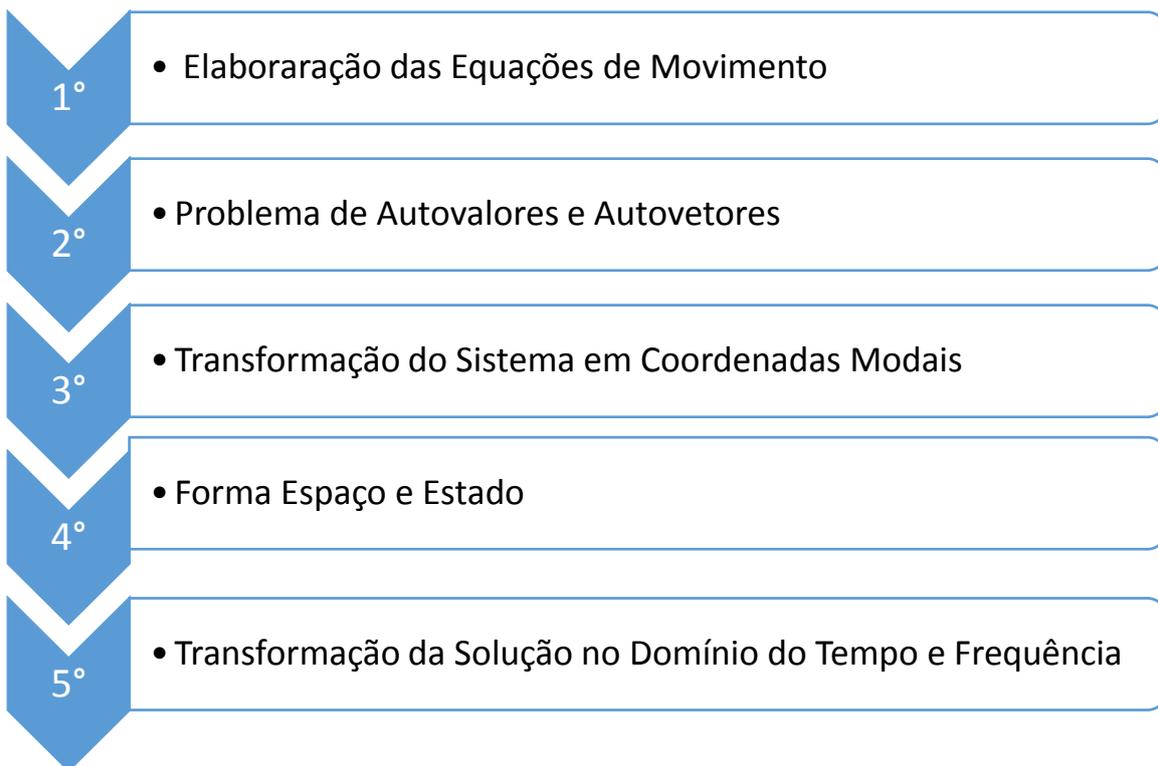
As Figuras abaixo nos mostram as respostas das velocidades e acelerações obtidas na simulação do veículo ao passar pela lombada. A velocidade máxima obtida durante o deslocamento do centro de massa foi de 0,558 m/s e sua velocidade angular de 0,195 rad/s. A velocidade máxima da massa não suspensa dianteira e traseira foram de 1,678 m/s e 1,55 m/s respectivamente. Pode se perceber que a velocidade da massa suspensa é na faixa de 3 vezes menor que a da massa não suspensa, garantindo que a excitação da massa suspensa seja minimizada pelas massas não suspensas. A aceleração vertical da massa suspensa resultou em um valor de 12,34 m/s² e uma aceleração angular máxima de 4,12 rad/s². As acelerações das massas não suspensas dianteira e traseira resultaram em um valor máximo de 51,9 m/s² e 46,57 m/s², essas acelerações possuem um valor alto devido a ocorrerem em um pequeno curso de deslocamento.





APÊNDICE D – Modos de Vibrar

A determinação dos modos de vibrar amortecidos do modelo é realizada no Matlab através de um desenvolvimento de uma técnica de análise modal, onde a resposta total do sistema pode ser construída pela combinação de modos individuais de vibração. O fluxograma abaixo representa o procedimento para obtenção dos modos normais.



Para determinação dos modos normais que são obtidos pelos autovetores amortecidos é feita uma operação no *Matlab* através do comando $[V,D] = \text{eig}(A)$, onde A é a matriz (14x14) representada por :

$$A = \begin{bmatrix} \text{zeros}(7) & \text{eye}(7) \\ -M^{-1} \cdot K & -M^{-1} \cdot C \end{bmatrix}$$

A primeira linha da matriz é representada por $\text{zeros}(7)$ que indica uma matriz de zeros de ordem 7 e $\text{eye}(7)$ indica uma matriz identidade de ordem 7, a segunda linha da matriz A são os autovetores formulados em Espaços de Estados. Esta matriz contém a informação da informação dinâmica do sistema. Através do Matlab ela retorna a matriz D diagonal de valores próprios da matriz V cujas colunas são os correspondentes autovetores do sistema.