

UNIVERSIDADE FEDERAL DE SANTA CATARINA
CENTRO DE JOINVILLE
ENGENHARIA DE TRANSPORTES E LOGÍSTICA

Murilo Palomares

**ALTERNATIVAS DE INSTALAÇÃO DE CENTROS DE DISTRIBUIÇÃO DE UMA
EMPRESA MULTINACIONAL DE GRANDE PORTE UTILIZANDO MODELAGEM
MATEMÁTICA**

2016

Murilo Palomares

**ALTERNATIVAS DE INSTALAÇÃO DE CENTROS DE DISTRIBUIÇÃO DE UMA
EMPRESA MULTINACIONAL DE GRANDE PORTE UTILIZANDO MODELAGEM
MATEMÁTICA**

Trabalho de Conclusão de Curso submetido à Universidade Federal de Santa Catarina como parte dos requisitos necessários para obtenção do grau de bacharel em Engenharia de Transportes e Logística.

Joinville, 05 de Julho de 2016

Orientadora: Prof^a. Dra. Christiane Wenck Nogueira
Fernandes

Joinville, 2016

**ALTERNATIVAS DE INSTALAÇÃO DE CENTROS DE DISTRIBUIÇÃO DE UMA
EMPRESA MULTINACIONAL DE GRANDE PORTE UTILIZANDO MODELAGEM
MATEMÁTICA**

Este trabalho de conclusão de curso foi julgado adequado para obtenção do
Título de Graduado e aprovado em sua forma final pelo curso de Engenharia de
Transportes e Logística.

Joinville, 05 de julho de 2016.

Prof^a. Dra. Elisete Santos da Silva Zagheni
Coordenador do Curso

Banca examinadora:

Prof^a. Dra. Christiane Wenck Nogueira
Orientadora
Universidade Federal de Santa Catarina

Prof. Dr. Eng. Cassiano Augusto Isler
Universidade Federal de Santa Catarina

Prof^a. Dra. Silvia Lopes de Sena Taglialha
Universidade Federal de Santa Catarina

AGRADECIMENTOS

Aos meus pais, Sueli e Eduardo (*in memoriam*) por me educarem e me conceder o privilégio de estudar, além de todo apoio que sempre recebi para buscar meus objetivos e meus sonhos.

Ao meu irmão Rafael, que me apoiou desde o início e me deu força para continuar apesar de toda distância física entre nós.

Às minhas tias que sempre estiveram presentes nos momentos difíceis e fizeram parte desta longa jornada.

À Bethina, que sempre me apoiou em minhas escolhas, me deu força para continuar nos momentos difíceis, e contribuiu para o meu crescimento.

Aos meus amigos de Jaú, que mesmo com a distância a nossa amizade continuou e se fortaleceu.

Aos meus amigos de Joinville, especialmente aos que moraram comigo e todos os outros que fizeram parte dos melhores momentos da minha vida que jamais esquecerei.

À minha orientadora Christiane, por toda paciência e atenção, o seus conselhos e direcionamentos foram essenciais para a elaboração deste trabalho.

“Não tentes ser bem-sucedido, tenta antes ser um homem de valor”

Albert Einstein

RESUMO

Devido a crescente globalização, as indústrias necessitam ser cada vez mais competitivas para se manterem nos mercados. A logística se consagra indispensável para grandes organizações obterem ganhos financeiros e a satisfação do cliente. Nesse sentido, este trabalho tem como objetivo aplicar ferramentas da pesquisa operacional em uma empresa multinacional, buscando minimizar os seus custos de fabricação, transferência, armazenagem e de distribuição. Desenvolveu-se um modelo matemático para otimização e análise dos cinco cenários propostos, dentre eles, a criação de um centro de distribuição para uma linha de produtos da empresa de codinome S. O modelo matemático foi implementado na linguagem AMPL, e resolvido com pacote de programação linear inteira mista através do *solver* GUROBI, disponível no *site* NEOS Server. A otimização proposta para empresa gerou uma economia R\$2.250.790,92 no ano, representada por 1,35% do seu montante, alterando as configurações de fabricação, abastecimento e de distribuição.

Palavras-chave: Pesquisa Operacional, P-medianas, Logística, Redes de Transporte.

ABSTRACT

As a result of the increasing globalization, industries tend to be more competitive to maintain in the market. Logistics has shown to be an indispensable resource for large organizations obtain financial gain and customer satisfaction. Thus, this work aims to apply operations research tools in a multinational company, minimizing its manufacturing, transfer, storage and distribution costs. It was developed a mathematical model for optimization and analysis of the five proposed scenarios, including the creation of a distribution center for a product line of a company code-named S. The mathematical model was implemented in AMPL language, and solved with GUROBI solver, an integer mixed linear programming package, available on NEOS Server website. The optimization proposal for the company generated R\$ 2.250.790,92 worth of savings in the year, represented by 1.35% of its total, by changing the manufacturing, supply and distribution settings.

Keywords: Operations Research, P-medians, Logistic, Transport Network.

LISTA DE FIGURAS

| | |
|--|----|
| FIGURA 1 - FASES QUE COMPÕEM O ESTUDO DE PO | 21 |
| FIGURA 2 - NÓS E ARCOS DE UMA REDE | 24 |
| FIGURA 3 - EXEMPLO DE REDE LOGÍSTICA | 24 |
| FIGURA 4 - SITUAÇÃO TÍPICA DE UM PROBLEMA DE TRANSPORTES..... | 32 |
| FIGURA 5 - REPRESENTAÇÃO EM FORMA DE REDE DO PROBLEMA DE TRANSPORTE | 34 |
| FIGURA 6 - FLUXO DO PROBLEMA DE TRANSBORDO CAPACITADO..... | 37 |
| FIGURA 7 – SEQUÊNCIA METODOLÓGICA..... | 43 |
| FIGURA 8 - DIVISÃO EM MICRORREGIÕES BRASILEIRAS | 46 |
| FIGURA 9 – INTERFACE DO SITE MY GEO POSITION | 49 |
| FIGURA 10 - ILUSTRAÇÃO DO MODELO MATEMÁTICO..... | 57 |
| FIGURA 11 - PÁGINA PRINCIPAL DO SITE NEOS..... | 60 |
| FIGURA 12 - ALGUNS PROBLEMAS E <i>SOLVERS</i> DISPONÍVEIS NO SITE NEOS | 61 |
| FIGURA 13 - LOCAL PARA <i>INPUT</i> DOS DADOS | 61 |

LISTA DE GRÁFICOS

| | |
|---|----|
| GRÁFICO 1 - FRETE (R\$/M ³) X DISTÂNCIA (KM)..... | 51 |
| GRÁFICO 2 - FRETE (R\$/M ³) X DISTÂNCIA (KM)..... | 52 |
| GRÁFICO 3 - FUNÇÃO OBJETIVO DOS CENÁRIOS ANALISADOS..... | 64 |
| GRÁFICO 4 - REDUÇÃO DE CUSTO EM UM ANO DE OPERAÇÃO | 68 |
| GRÁFICO 5 - PERCENTUAL DE REDUÇÃO DE CUSTO DOS CENÁRIOS | 69 |
| GRÁFICO 6 – DISTÂNCIA MÉDIA DE ATENDIMENTO | 71 |
| GRÁFICO 7 - OCIOSIDADE DAS MÁQUINAS | 72 |

LISTA DE QUADROS

| | |
|---|----|
| QUADRO 1 - CAPACIDADE DE PRODUÇÃO | 47 |
| QUADRO 2 - CAPACIDADE DE ARMAZENAMENTO | 48 |
| QUADRO 3 - COORDENADAS GEOGRÁFICAS DAS CIDADES..... | 49 |
| QUADRO 4 - CUSTO DE FABRICAÇÃO | 54 |
| QUADRO 5 - CARACTERÍSTICAS DOS CENÁRIOS | 55 |
| QUADRO 6 – INDICADORES DO CENÁRIO ATUAL | 70 |
| QUADRO 7 - INDICADORES DO CENÁRIO 5..... | 70 |

LISTA DE TABELA

| | |
|--|----|
| TABELA 1 - TABELA DE PARÂMETROS PARA PROBLEMA DE TRANSPORTES. | 33 |
| TABELA 2 – VALOR DA FUNÇÃO OBJETIVO DE CADA CENÁRIO | 63 |
| TABELA 3 - RESULTADOS CENÁRIO 1 | 64 |
| TABELA 4 - RESULTADOS CENÁRIO 2..... | 65 |
| TABELA 5 - RESULTADOS CENÁRIO 3..... | 66 |
| TABELA 6 - RESULTADOS CENÁRIO 4..... | 67 |
| TABELA 7 - RESULTADOS CENÁRIO 5..... | 67 |

SUMÁRIO

| | |
|---|----|
| 1. INTRODUÇÃO | 14 |
| 1.1 TEMA E PROBLEMATIZAÇÃO | 14 |
| 1.2 JUSTIFICATIVA | 16 |
| 1.3 OBJETIVOS | 17 |
| 1.3.1 Objetivo Geral | 17 |
| 1.3.2 Objetivos Específicos | 17 |
| 1.4 ESTRUTURA DO TRABALHO | 17 |
| 2. REFERENCIAL TEÓRICO | 19 |
| 2.1 PESQUISA OPERACIONAL | 19 |
| 2.1.1 A Origem | 19 |
| 2.1.2 Definição da Pesquisa Operacional | 20 |
| 2.2 MODELAGEM EM REDES DE TRANSPORTES..... | 22 |
| 2.2.1 Problemas de localização em redes..... | 25 |
| 2.2.1.1 O problema de p-medianas | 27 |
| 2.2.1.2 Formulação matemática | 28 |
| 2.2.1.3 Dificuldades..... | 30 |
| 2.2.2. Problema de transporte..... | 31 |
| 2.2.2.1 Formulação matemática | 33 |
| 2.2.3. Problema de transbordo | 35 |
| 2.2.3.1 Formulação matemática | 37 |
| 2.3 MÉTODOS DE RESOLUÇÃO | 39 |
| 2.3.1 Método exato..... | 39 |
| 2.3.2 Método Heurístico | 40 |
| 3. METODOLOGIA | 42 |
| 3.1 CLASSIFICAÇÃO DA PESQUISA | 42 |
| 3.2 PROCEDIMENTO METODOLÓGICO..... | 42 |
| 4. ESTUDO DE CASO | 45 |
| 4.1 CENÁRIO ATUAL | 45 |
| 4.1.1 Zoneamento | 45 |
| 4.1.2 Demanda..... | 46 |
| 4.1.3 Capacidades | 47 |
| 4.1.4 Matriz de distâncias..... | 48 |
| 4.1.5 Custos logísticos | 50 |

| | |
|--|-----------|
| 4.1.5.1 Custos de distribuição | 51 |
| 4.1.5.2 Custo de transferência | 52 |
| 4.1.5.3 Custo de armazenagem | 53 |
| 4.1.6 Custo de fabricação..... | 53 |
| 4.2 PREMISSAS DO ESTUDO | 54 |
| 4.3 PROPOSIÇÃO DE CENÁRIOS..... | 55 |
| 4.3.1 Cenário Atual..... | 55 |
| 4.3.2 Cenário 1 | 56 |
| 4.3.3 Cenário 2 | 56 |
| 4.3.4 Cenário 3..... | 56 |
| 4.3.5 Cenário 4..... | 56 |
| 4.3.6 Cenário 5..... | 56 |
| 4.4 MODELAGEM MATEMÁTICA..... | 57 |
| 4.4.1 Método de resolução | 59 |
| 5. ANÁLISE DOS RESULTADOS | 63 |
| 6. CONSIDERAÇÕES FINAIS | 73 |
| 6.1 CONSIDERAÇÕES | 73 |
| 6.2 SUGESTÕES PARA TRABALHOS FUTUROS | 74 |
| REFERÊNCIAS..... | 75 |
| ANEXO A – Resultados obtidos..... | 79 |

1. INTRODUÇÃO

1.1 TEMA E PROBLEMATIZAÇÃO

A logística no Brasil evidenciou-se a partir da década de 1990, quando deu início a abertura da economia e sua estabilização. As empresas deixaram de seguir o modelo de negócio baseado na produtividade e partiram para a competitividade. Sendo assim, esse artifício consagrou-se como um recurso indispensável para as empresas obterem ganhos financeiros, operando com baixos custos, e tendo como um diferencial de todos os concorrentes uma operação logística mais eficiente (TABOADA, 2002).

De acordo com o Fundo Monetário Internacional (FMI), os custos logísticos representam em média 12% do produto interno bruto mundial. Para o pesquisador Robert Delaney, que acompanha os custos logísticos ao longo de mais de duas décadas, os custos logísticos calculados representam para a economia do EUA, 9,9% do produto interno bruto (PIB) (BALLOU, 2006).

O custo logístico do Brasil segundo Lima (2006) é composto pelo transporte, estoque, armazenagem e administrativo. Em 2004 chegou a um total de R\$ 222 bilhões, o equivalente a 12,6% do PIB. Neste contexto, nota-se a desvantagem brasileira em comparação ao custo norte-americano, em que se perde competitividade na comercialização de produtos por ter um custo final maior que o da realidade norte-americana.

Ballou (2006) cita ainda que para as empresas, o custo logístico tem variações de 4% a até mais de 30% das vendas finais dos produtos. E conclui que esse custo médio para as empresas é de 11% das vendas.

Segundo Bowersox *et al.* (2011), para as empresas, os gastos com logística variam entre 5% a 35% do valor das vendas finais, os quais dependem do tipo de segmento, da área geográfica de operação e da relação peso/valor dos produtos e materiais. A logística em muitos casos, é responsável por uma das maiores parcelas do custo final do produto, sendo superada apenas pelos materiais consumidos na produção ou pelo custo dos produtos vendidos no atacado.

A distribuição física de produtos passou a ter destaque em problemas logísticos das empresas, onde o alto custo força as empresas a reduzir os estoques e

a agilizar o manuseio, transporte e distribuição de seus produtos. (NOVAES *et al.* 2000).

Ainda segundo Novaes *et al.* (2000), o fruto da concorrência entre as empresas gera uma melhora no sistema para o usuário, como por exemplo no nível de serviço, o qual exige medidas diferenciais entre elas para ter destaque no mercado. Essa melhora na qualidade dos serviços pode traduzir: entrega mais rápida, confiabilidade, segurança de extravios e etc.

Para Bowersox *et al.* (2011), as empresas procuram desenvolver e implementar uma competência logística que satisfaça às expectativas do cliente com um custo total realista. Muito raramente, o custo total mais baixo ou melhor serviço ao cliente constitui a estratégia logística mais apropriada. A grande missão da logística é satisfazer as necessidades do cliente, facilitando assim, as operações de produção e Marketing.

A crescente globalização e a complexa economia moderna, atrelados pelo rápido avanço da tecnologia da informação e pela necessidade de diminuir o intervalo de tempo entre a compra e a entrega dos bens e serviços, gera enormes desafios para as empresas brasileiras e mundiais (FARAH Jr., 2002).

Ainda, segundo Farah Jr. (2002), esses desafios são mais evidentes na área de distribuição de produtos. Os esforços para realizar uma operação de distribuição eficiente e com menor custo, eliminando pontos de estrangulamento, entre outros meios, são decorrentes do trabalho conjunto de todas as empresas por onde a mercadoria circulou.

Neste contexto, o presente trabalho pretende contribuir na análise da criação de centros de distribuição (CDs) e estudos aprofundados de melhorias em toda rede logística, com o intuito de garantir a eficiência operacional, a redução dos custos de transportes, a agilidade no tempo de entrega dos produtos e o nível de serviço.

Um ponto interessante em relação aos CDs é que nos últimos anos com a consolidação dos operadores logísticos no cenário nacional e o crescimento da economia, os CDs saíram do papel secundário que tinham até então e passaram a fazer parte da estratégia logística das empresas nacionais (ALMEIDA, 2002 *apud* BARROS, 2005). Pode-se dizer que essa passagem foi dada devido às necessidades dos clientes serem as prioridades para as empresas com conseqüente tendência ao aumento no nível de serviço.

Para Pizzolato *et al.* (2003), um CD tem como objetivo desde a armazenagem às diversas funções básicas como o *cross-docking* e *break bulk*, que correspondem respectivamente, a um desembarque imediato e embarque a outro veículo, e um grande volume de carga concentrada no CD que será fracionada para ser entregue aos clientes ou lojas de uma determinada rede.

Através da necessidade de implantação destes CDs, surgiram diversas complexidades de onde instalar estas localizações e como otimizar todo o processo logístico. Neste contexto, a Pesquisa Operacional (PO) pode ser utilizada pelas grandes organizações como método de resolução de problemas logísticos e empresariais.

A Pesquisa Operacional teve impacto bastante significativo para melhorar a eficiência de inúmeras organizações pelo mundo. Neste processo, a PO contribui significativamente para o aumento da produtividade da economia de diversos países (HILLIER, 2013).

Neste sentido, o presente trabalho irá avaliar cenários para otimizar a rede logística de uma empresa, através de ferramentas da PO.

1.2 JUSTIFICATIVA

Os mercados estão cada vez mais competitivos e as organizações necessitam de maior precisão e eficácia em suas decisões. Desta forma, é necessário a utilização de ferramentas estruturadas de suporte a tomada de decisão. Tais instrumentos necessitam de viabilidade em sua utilização tratando de forma simples os problemas complexos enfrentados pelos gestores (SPAK, 2012).

Tomadas de decisões sobre a localização de instalações são questões críticas no planejamento estratégico das organizações. Devido aos altos custos de aquisição dos terrenos e de construção, esses investimentos se caracterizam por serem de longo prazo e necessitam de planejamento (OWEN e DASKIN, 1998).

Devido aos altos custos logísticos na venda final do produto e da aquisição dos terrenos, é necessário minimizar esses custos, com esse objetivo, são implantados os CDs, que tem como função minimizar a distância total percorrida para atender todos os “clientes”, e assim centralizar as mercadorias, obtendo um maior controle e melhor o nível de serviço.

A escolha dos locais de instalação para estes CDs, deve ser realizada de forma cuidadosa para não se produzir outros gargalos, como os altos custos de abastecimento das fábricas até estes centros. Sendo assim, é necessário avaliar o melhor arranjo de abastecimento destes centros para o processo não causar aumento nos custos totais. Assim, se faz necessário englobar diversas variáveis dentro deste processo.

1.3 OBJETIVOS

Neste tópico são apresentados os objetivos geral e específicos que o trabalho pretende alcançar.

1.3.1 Objetivo Geral

Investigar alternativas de instalação de centros de distribuição de uma empresa multinacional de grande porte para minimização dos custos de fabricação, armazenagem, distribuição e transferência de produtos.

1.3.2 Objetivos Específicos

- Revisar os conceitos de modelagem de redes;
- Analisar a rede logística da empresa estudada;
- Elaborar um modelo matemático para o problema específico de transbordo capacitado;
- Propor cenários de alternativas de instalação de centros de distribuição;
- Resolver a modelagem matemática aplicada aos cenários e,
- Comparar o cenário atual de operação com perspectivas futuras de instalação de centros de distribuição.

1.4 ESTRUTURA DO TRABALHO

Este trabalho de conclusão de curso está dividido em seis capítulos, onde no primeiro capítulo se encontra a introdução.

No segundo capítulo contém a fundamentação teórica que aborda a revisão bibliográfica e explanação sobre os problemas de transporte, localização e transbordo.

No terceiro capítulo encontra-se a metodologia com o objetivo de apresentar o método utilizado.

No quarto capítulo encontra-se o estudo de caso deste trabalho, no qual é apresentado o cenário atual da empresa S, os procedimentos utilizados, os cenários propostos e a formulação matemática.

No quinto capítulo são feitas as análises e os resultados obtidos utilizando a modelagem proposta.

No sexto e último capítulo são feitas as considerações finais deste trabalho e sugestões para trabalhos futuros.

2. REFERENCIAL TEÓRICO

2.1 PESQUISA OPERACIONAL

2.1.1 A Origem

A origem da Pesquisa Operacional (PO) remonta há muitas décadas, quando se tentou uma abordagem científica da gestão das organizações. Porém, o início da atividade denominada pesquisa operacional geralmente é atribuída às ações militares nos primórdios da Segunda Guerra Mundial. Em razão da guerra, havia a necessidade premente de alocar de forma eficiente os escassos recursos para as diversas operações militares. Por consequência, os comandos britânicos e norte-americanos convocaram grande número de cientistas para lidar com este e outros problemas táticos e estratégicos. Na prática, foi solicitada a realização de pesquisas sobre operações.

O autor cita ainda que o sucesso no empreendimento bélico despertou interesse na sua aplicação fora do ambiente militar, quando em 1950, os pesquisadores que haviam participado da guerra já estavam fazendo parte de grandes organizações dos setores comercial, industrial e governamental.

Segundo Moreira (2013), o período que vai de 1945 até meados da década de 1970 é conhecida como a “idade de ouro” da Pesquisa Operacional, devida à rápida expansão do seu uso.

Dois fatores foram cruciais para o crescimento naquele período. O primeiro é devido a melhoria nas técnicas de Pesquisa Operacional, com importantes avanços para a formulação dos problemas. Por exemplo, o método Simplex para resolver problemas de Programação Linear que foi desenvolvido por George Dantzig, em 1947, e é considerado o primeiro fato impulsionador do campo.

Outro fator se refere a popularização dos computadores. Cálculos longos e tediosos, impraticáveis para o ser humano, se tornaram comuns. Posteriormente, a

partir da década de 1980, muitos softwares foram desenvolvidos na área, e assim promoveu-se o campo da Pesquisa Operacional.

Em 1975, a PO atingiu o patamar mundial após render o prêmio Nobel de Economia a Leonid Vitaliyevich Kantorovich (1912-1986), da União Soviética e a Tjalling C. Koopmans, do EUA, através do trabalho “teoria da alocação ótima dos recursos”. Koopmans doou 1/3 do prêmio para Dantzig, pelo motivo de sua descoberta não ter aderido às exigências da Real Academia Sueca de Ciências, que solicita que as descobertas sejam utilizadas para o bem da humanidade (COLLIN, 2013).

2.1.2 Definição da Pesquisa Operacional

Como o próprio nome indica, a pesquisa operacional envolve “pesquisa sobre operações”. Assim, a PO é aplicada a problemas que compreendem a condução e a coordenação das operações de uma organização. A natureza das organizações é essencialmente secundária, e de fato, a PO tem sido amplamente aplicada em diversas áreas distintas como manufatura, transportes, construção, telecomunicação, planejamento financeiro, assistência médica, militar e serviços públicos (HILLIER, 2013).

Para Moreira (2013) a PO baseia-se, principalmente, no método científico para tratar de seus problemas. A observação inicial e a formulação do problema estão entre os mais importantes passos da solução de um problema por PO.

Neste contexto, Taha (2008) define a PO como uma ferramenta de tomada de decisão, uma ciência e arte ao mesmo tempo. É uma ciência em virtude das técnicas matemáticas que incorpora e uma arte porque o sucesso das fases que resultam na solução do modelo matemático depende em grande parte da criatividade e da experiência.

Seguindo o contexto da tomada de decisão, Moreira (2013) cita em seu trabalho a publicação do *The guide Operational Research*.

Por meio do uso de técnicas como a modelagem matemática para analisar situações complexas, a PO dá aos executivos o poder de tomar decisões mais efetivas e de construir sistemas mais produtivos, baseados em dados mais completos, consideração de todas as alternativas possíveis, previsões cuidadosas de resultados e estimativas de risco e

nas mais modernas ferramentas e técnicas de decisão (MOREIRA, 2013, p.3).

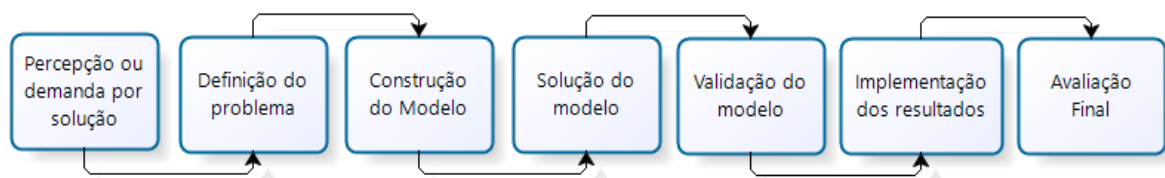
Andrade (2014) cita que a PO tem sido vista pelos gerentes e pelos praticantes sob dois enfoques diferentes quanto à abordagem prática no campo da gestão industrial, sendo o enfoque clássico e atual.

No enfoque clássico a atenção está voltada para a técnica de solução (rigor matemático do algoritmo) e para obtenção de uma solução ótima.

Segundo o enfoque atual, utiliza-se de abordagens qualitativas, no qual o enfoque central é deslocado do método de solução para a formulação e modelagem do problema, ou seja, para o diagnóstico. Esta abordagem fornece uma estrutura de raciocínio e análise que permite desenvolver uma visão sistêmica do problema.

Taha (2008) e Andrade (2014) definem algumas fases que compõem um estudo de PO. Essas ações não seguem uma sequência rígida, mas indica as principais etapas que devem ser cumpridas. A Figura 1 demonstra as seguintes fase do estudo.

Figura 1 - Fases que compõem o estudo de PO



Fonte: Adaptado de Taha (2008) e Andrade (2014)

Os autores classificam a etapa de definição do problema como a descrição exata dos objetivos, a identificação das alternativas de decisão, reconhecimento das limitações, das restrições e das exigências do sistema.

A construção do modelo implica em traduzir a definição do problema em relações matemáticas. Após elaborado o modelo, é definido o método de solução através de algoritmos de otimização. A validação verifica se o modelo proposto faz ou não o que diz fazer, isto é, prevê se o modelo está se comportando de maneira adequada à realidade. A implementação dos resultados avalia as vantagens e a validade da solução obtida, esta deve ser convertida em regras operacionais. E por

final, a avaliação final consiste em uma etapa de decisão que envolve diversas pessoas com vasta experiência para validar a solução encontrada.

Neste contexto de metodologia de estudo de PO, Taha (2008) cita algumas técnicas para resolver alguns dos modelos matemáticos que podem surgir neste campo.

Uma técnica utilizada é a de programação linear, que é aplicada a modelos cujas funções objetivo e restrições são lineares. Outras técnicas são a programação inteira (as variáveis assumem valores inteiros), a programação dinâmica (o modelo original pode ser decomposto em subproblemas mais fáceis de tratar), a otimização em redes (na qual o problema pode ser modelado como uma rede) e a programação não linear (as funções e variáveis são não lineares). Essas são apenas algumas das muitas ferramentas de PO disponíveis (TAHA, 2008).

Por fim, para contextualizar a importância da PO, Collin (2013) cita que a programação linear (PL), como uma ferramenta da PO, é uma das principais descobertas da matemática aplicada. Se levar em consideração os benefícios econômicos gerados ao ser humano, é bastante provável que a PL seja a maior descoberta da matemática aplicada de todos os tempos. Em termos econômicos, ela é comparável às maiores descobertas, como a divisão do trabalho, o motor a vapor, a produção em massa e a tecnologia da informação.

2.2 MODELAGEM EM REDES DE TRANSPORTES

Neste tópico, serão introduzidos os conceitos e as formulações matemáticas dos problemas que serão utilizadas como apoio para este trabalho, introduzindo primeiramente o conceito da modelagem em redes que estrutura a construção destes modelos.

As redes surgiram em diversos ambientes e de muitas formas distintas. Redes de transporte, elétricas e de comunicações são uma constante em nosso dia a dia. As representações em formato de rede são amplamente usadas para problemas em áreas tão diversas como produção, distribuição, planejamento de projetos, posicionamento de instalações, administração de recurso e planejamento financeiro.

Uma representação em rede fornece ferramenta conceitual e visual tão poderosa para descrever as relações entre os componentes de sistemas, que é utilizada praticamente em todos os campos dos empreendimentos científicos, social e econômico (HILLIER, 2013).

Simchi-Levi (2013) relaciona em seu trabalho a modelagem em redes, com a abordagem logística, no qual o projeto da rede logística define a configuração física e a infraestrutura da cadeia de suprimentos. A rede logística é uma decisão estratégica que tem efeito prolongado na empresa, envolvendo a tomada de decisões acerca da localização de fábrica e depósitos, além da distribuição e obtenção de produtos.

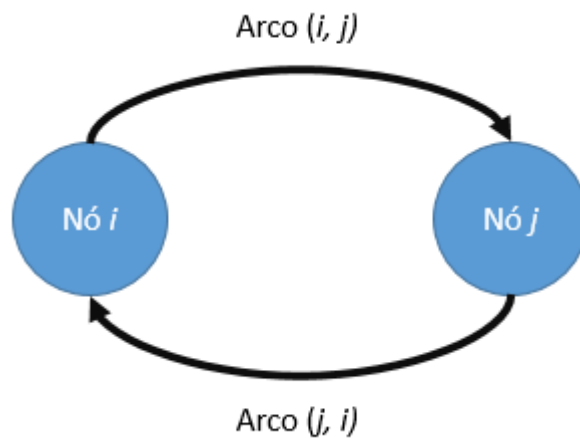
O autor cita ainda que o objetivo é projetar ou reconfigurar a rede logística de forma a minimizar o custo anual do sistema, incluindo os custos de produção, de compra, de armazenagem, custos inerentes às unidades, e os custos de transportes, se concentrando em algumas principais decisões estratégicas como: definição do número de depósitos e de fábricas, localização de cada unidade, tamanho de cada unidade, alocação de espaço para produtos em cada unidade, definição das exigências de obtenção de produtos e definição das estratégias de distribuição, isto é, a alocação de clientes a cada depósito.

Modelos de rede facilitam a visualização das relações entre os componentes do sistema, melhorando o entendimento do problema e de seus possíveis resultados. Devido a essas vantagens, a modelagem de rede está sendo cada vez mais utilizada nas mais diferentes áreas, incluindo o mundo dos negócios (LACHTERMACHER, 2009).

Sendo assim, podemos definir uma rede segundo Collin (2013), Hillier (2013), Larchtermacher (2009), Taha (2008) como sendo um conjunto de nós (ou vértices, ou pontos, ou junções) e arcos (ou ramos, ou conexões, ou ligações) conforme a Figura 2.

A definição teórica de uma rede coincide com o conhecimento comum de que uma rede é uma entidade que conecta vários pontos através de fios, cabos, rotas, etc. O termo é usado para definir uma rede ferroviária, rede de telefonia, malha rodoviária, rede de distribuição de água e etc. (COLLIN, 2013).

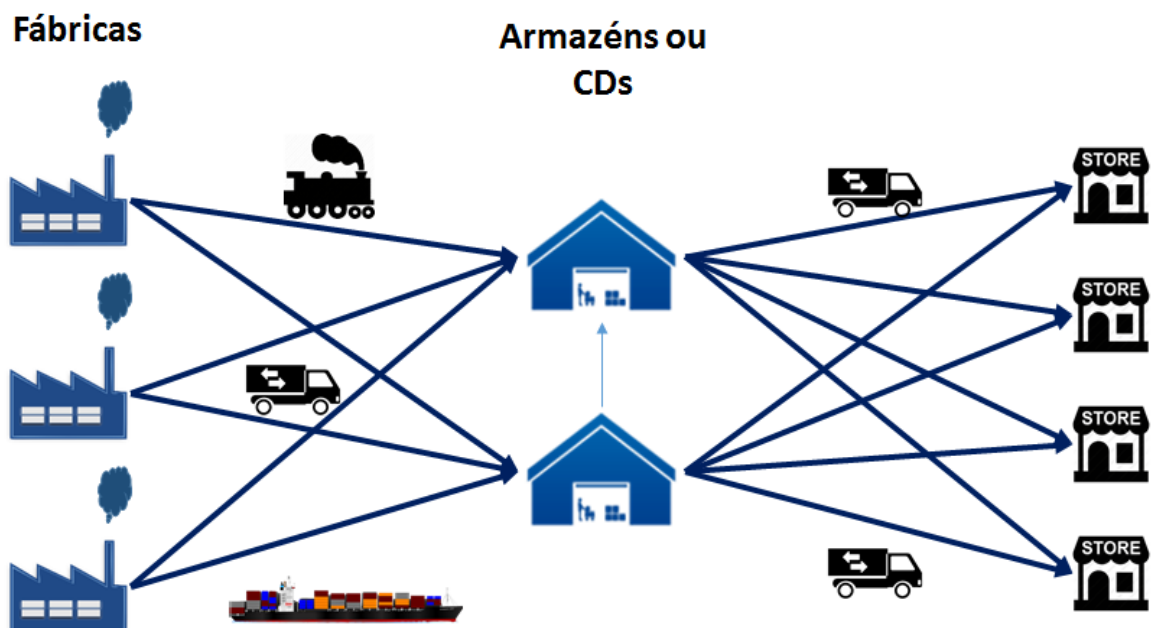
Figura 2 - Nós e arcos de uma rede



Fonte: (COLLIN, 2013) adaptado pelo autor

No arco direcionado (i, j) , i é o nó inicial e j é o nó terminal, dizemos que o arco vai de i para j . Através das analogias anteriores, pode-se perceber que os nós poderiam representar armazéns de uma empresa, enquanto os arcos poderiam definir as rotas de ida e volta para os caminhões que vão fazer o carregamento dos produtos do armazém (ou nó) i para o armazém (ou nó) j . A Figura 3 ilustra um exemplo da rede logística de uma empresa.

Figura 3 - Exemplo de rede logística



Fonte: Elaborado pelo autor

Na sequência, serão apresentados os métodos de otimização e solução da rede logística utilizando ferramentas da PO, que serão de interesse deste trabalho. Os métodos mostrados são: problemas de localização, de transporte e de transbordo.

2.2.1 Problemas de localização em redes

A análise de localização de instalações fixas ao longo da rede da cadeia de suprimentos é um importante problema de decisão que dá forma, estrutura e contornos ao conjunto completo dessa cadeia. Essas instalações incluem pontos nodais da rede, como fábricas, portos, vendedores, armazéns, pontos de varejo e pontos centrais de serviços na rede da cadeia de suprimentos em que os produtos param temporariamente a caminho dos consumidores finais (BALLOU, 2006).

De acordo com Bowersox (2011), os ganhos com economias de escala na produção e redução no custo de transporte são objetos de atenção nos estudos de localização de centros de distribuição.

Bowersox (2011) cita ainda que as decisões de localização abrangem a quantidade e a localização de centros de distribuição na visão da logística empresarial. Em questões administrativas a localização abrange as seguintes itens: a quantidade de CD's que a empresa deve ter e onde devem estar localizados; os clientes e as áreas do mercado que devem ser servidos a partir de cada CD; as linhas de produtos que devem ser fabricadas ou armazenadas em cada fábrica ou em cada CD; os canais logísticos que devem ser usados para o suprimento de materiais e para servir os mercados internacionais e a composição adequada entre a integração vertical e a terceirização dos serviços de distribuição física.

Segundo Ballou (2006), a maioria das teorias sobre localização foi postulada por economistas rurais e geógrafos como Johann Von Thüner, Alfred Weber, T. Palander, entre outros.

Alfred Weber em 1909 reconheceu o papel das matérias-primas no processo da produção e a que ponto elas influenciam a localização. Observou que alguns processos são de perda de peso, como o das aciarias, no qual, a soma de peso das matérias-primas é maior do que o peso do produto acabado. Assim, as empresas tendem a se aproximar das fontes de matérias-primas, ou caso contrário, as que

ganham peso tendem a se aproximar do mercado, mantendo-se o objetivo de minimizar o custo de transporte.

Neste contexto, Ballou (2006) e Bowersox (2011) apresentam diversas técnicas e modelos de escolha de localização de instalações em seus trabalhos, como a técnica analítica, técnica de simulação e a de programação linear, que este trabalho irá utilizar.

Com inúmeros assuntos pertencentes ao setor logístico, um tema citado com muita frequência é o problema de localização de facilidades, que é apresentado em diversas áreas como: economia, administração, geofísica, engenharia e principalmente a pesquisa operacional (HÖRNER, 2009).

Hörner (2009) cita ainda que, todas as áreas citadas apresentam diversas interpretações e aplicações. No entanto, o termo facilidade pode ser uma empresa, um depósito, um posto policial, um mercado, uma escola, um centro de distribuição, pronto atendimento de saúde e etc.

Segundo Arakaki *et al.* (2006) os problemas de localização podem ser classificados como problemas de cobertura e problemas de medianas. Nos dois casos as decisões são tomadas em onde encontrar essas facilidades, considerando os outros centros ou pontos de demanda como clientes que devem ser servidos, de forma a minimizar algum objetivo.

Problemas de localização de facilidades dizem respeito a encontrar o lugar “ideal” para implantação ou ampliação de uma determinada facilidade utilizando algum modelo matemático apropriado. A natureza da facilidade pode diferir em essência, podendo-se ter serviços emergenciais ou serviços de rotina. Os objetivos de cada tipo de serviço não são os mesmos, necessitando então de modelos matemáticos adequados (LOBO, 2003).

Christofides (1975) e Larson e Odoni (1981, *apud* HÖRNER, 2009) elencam alguns exemplos dos problemas de localização, como: Depósitos; Indústrias; Escolas; Bibliotecas; Creches; Hospitais; Postos de saúde; Bombeiros; Posto policial; Aeroportos; Portos; Equipes de resgate; Área de carga e descarga em depósitos; Usinas elétricas; Bancos; Caixas eletrônicas; antenas de telefonia celular; pontos de taxi e; ônibus.

Ainda segundo os autores, muitos dos primeiros modelos de localização de instalação estudados têm uma abordagem contínua. No entanto, sabe-se que na maioria das vezes as regiões urbanas não são espaços contínuos. Com o

desenvolvimento da teoria dos grafos, introduziram-se então os estudos de localização em redes a partir da década de 1960.

Localização de facilidades no plano é definida como um problema em um espaço de solução infinito, ou seja, a facilidade pode ser instalada em qualquer ponto do plano, e com as distâncias calculadas segundo um sistema métrico específico. Já na localização em redes, o espaço de soluções consiste apenas em pontos da rede, e as distâncias são medidas ao longo dos arcos (GALVÃO 1981, *apud* HÖRNER, 2009, p.20).

De acordo com Larson e Odoni (1981, *apud* HÖRNER, 2009), os problemas de localização em redes se dividem em três categorias: problemas das p -medianas, dos p -centros e os problemas de cobertura de conjunto.

Para Larson e Odoni (1981, *apud* HÖRNER, 2009) o problema das p -medianas tem o objetivo de localizar p facilidades de tal forma que a distância entre estas p instalações e os n locais de demanda seja minimizada. Tal problema é conhecido na literatura como *minisum*.

A localização de p -centros é conhecido na literatura como *minimax*. O objetivo é localizar os p centros de forma a minimizar a máxima distância a qualquer um dos n pontos de demanda. Esta abordagem se adéqua a problemas de localização de posto policiais, bombeiros, ambulâncias e outros problemas onde o atendimento deve ser o mais rápido possível (LARSON E ODONI 1981, *apud* HÖRNER, 2009).

O objetivo dos problemas de cobertura de conjuntos é minimizar o número de instalações de forma a atender (cobrir) todos os pontos de demanda e ainda determinar a localização ideal das facilidades (LARSON E ODONI 1981, *apud* HÖRNER, 2009).

É neste contexto que será apresentado a seguir o modelo das p -medianas, que será utilizado para elaborar um modelo de otimização da rede logística da empresa do estudo de caso deste trabalho.

2.2.1.1 O problema de p -medianas

O problema de p -medianas é um problema clássico de localização. O objetivo é determinar os locais de p facilidades (denominadas medianas) em uma rede de n nós, de modo a minimizar a soma das distâncias entre cada nó de demanda e a mediana mais próxima (LORENA *et al*, 2003).

De acordo com Pereira (2005), o problema das p-medianas visa determinar a configuração de custo mínimo de instalação de facilidades e de atendimento da demanda de cada cliente em uma rede conectada por um número finito de caminhos. Segundo o autor alguns dados são relevantes para um problema de p-medianas (PPM) como:

- Um número finito de pontos, com valores conhecidos de demanda, denominados pontos de demanda.
- Um número finito de locais candidatos para a instalação de facilidades.
- A distância entre cada ponto de demanda e os locais candidatos.
- O número p de facilidades a serem instaladas.

Dentro do contexto de localização de facilidades, o problema da p-medianas apresenta inúmeras aplicações como já apresentado, e devido à sua importância prática, o problema de p-medianas apresenta um grande número de aplicações encontradas na literatura. Hakimi (1964;1965) demonstrou as primeiras aplicações do problema de p-medianas para determinação de centros de comutação de redes de comunicação (PEREIRA, 2005).

2.2.1.2 Formulação matemática

De acordo com Pizzolato, Raupp e Alzamora (2012), seja $N = (1, \dots, n)$ o conjunto de pontos de demanda; $i \in N$ um determinado cliente ou vértice; $j \in N$ uma instalação em potencial ou mediana; p número de instalações ou serviços ou medianas a serem localizadas; w_i o peso ou importância do cliente i ; $[d_{ij}]_{n \times n}$ a matriz simétrica de distâncias de cada cliente i à instalação j , com $d_{ii} = 0, \forall i$; $[x_{ij}]_{n \times n}$ a matriz de alocação de cada cliente i , onde cada $x_{ij} = 1$ se o cliente i é alocado à instalação j e $x_{ij} = 0$, caso contrário, $x_{jj} = 1$ indica que j é uma mediana e $x_{jj} = 0$ em caso contrário. Então, o modelo de p-medianas é apresentado da seguinte forma segundo Pizzolato, Raupp e Alzamora (2012).

$$\text{Minimizar } Z = \sum_{i \in N} \sum_{j \in N} w_i d_{ij} x_{ij} \quad (1)$$

Sujeito as restrições:

$$\sum_{j \in N} x_{ij} = 1 \quad i \in N \quad (2)$$

$$\sum_{j \in N} x_{jj} = p \quad (3)$$

$$x_{ij} \leq x_{jj} \quad i, j \in N \quad (4)$$

$$x_{ij} \in \{0,1\} \quad i, j \in N \quad (5)$$

A função objetivo (1) indica a minimização das distâncias ponderadas entre os clientes e os postos que oferecem serviços; as restrições em (2) indicam que cada cliente i é alocado a somente uma instalação j ; a restrição (3) garante que somente p instalações oferecem o serviço proposto; as restrições em (4) afirmam que um cliente somente é atendido num local onde existe uma instalação que oferece o serviço, e as restrições (5) impõem variáveis de decisão binárias.

Os autores trazem ainda algumas variantes do modelo da p -mediana, como:

- Modelo da p -mediana com custos fixos, no qual é adicionado custo fixo de cada instalação;
- Problema da p -mediana capacitado, em que se considera que para cada instalação j existe uma capacidade máxima de atendimento;
- Problema de localização de uma planta simples (*simple plant location problem*), que tende a ser usado em ambientes industriais, que objetiva localizar uma ou mais fábricas dentre um conjunto de possíveis pontos previamente identificados;
- Problema da localização com cobertura completa, que tem como objetivo localizar o número mínimo de instalações necessárias para atender a todos os pontos de demanda. Para isso, define-se um afastamento máximo entre ponto de demanda e oferta de serviço;
- Problema de localização com cobertura máxima, que ao contrário do anterior que pretende minimizar o número de instalações, neste modelo é dado um número pré-fixado p de instalações e deseja-se localizá-las de modo a maximizar a demanda atendida;
- Localização de *Hubs*, que é representado como um ponto de concentração que consolida a demanda e favorece o transporte subsequente. O modelo propõe transferir cargas de vértices de menor demanda (*spokes*), para *hubs*

concentradores e desses, de modo consolidado e a custos reduzidos, para outro *hub* e daí para o destino final, outro vértice do tipo *spoke*.

Este trabalho pretende utilizar o problema da p-mediana capacitado o qual é apresentado a seguir a sua formulação matemática.

Para este modelo, considera-se que para cada instalação j existe uma capacidade máxima de atendimento Q_j . Desse modo, a nova variante é formulada como:

$$\text{Minimizar } Z = \sum_{i \in N} \sum_{j \in N} w_i d_{ij} x_{ij} \quad (6)$$

Sujeito as restrições

$$\sum_{j \in N} x_{ij} = 1 \quad i \in N \quad (7)$$

$$\sum_{j \in N} x_{jj} = p \quad (8)$$

$$\sum_{i \in N} w_i x_{ij} \leq Q_j x_{jj} \quad j \in N \quad (9)$$

$$x_{ij} \in \{0,1\} \quad i, j \in N \quad (10)$$

A formulação do problema da p-mediana capacitado difere da formulação básica do problema da p-mediana no que se refere à restrição que associa o cliente i à instalação j , isto é, substitui-se a restrição (4) pela restrição (9), já que neste presente caso considera-se a capacidade de atendimento Q_j da facilidade x_{jj} .

2.2.1.3 Dificuldades

A localização de p-medianas é reconhecida como um problema difícil. Boas soluções podem requerer tempos computacionais excessivos para que possam ser consideradas (GAREY; JOHSON, 1979 *apud* LORENA *et al.*, 2003).

Segundo Hadlich (2011), as possíveis combinações para o problema de p-medianas são resultantes da equação (11) representada a seguir.

$$C = \frac{n!}{p!(n-p)!} \quad (11)$$

Em que:

n = número total de elementos;

p = número de elementos da combinação;

C = número de combinações.

Exemplo: para uma rede com cem cidades e cinco medianas.

$$C = \frac{100!}{5!(100-5)!} = 75,287,520$$

O elevado número de combinações possíveis, tanto para a seleção das medianas como para a atribuição dos pontos de demanda a elas, insere esse problema na categoria *NP-Difícil*, o que justifica a ampla literatura disponível a respeito da aplicação de heurísticas e metaheurísticas para a sua resolução (ISLER *et al.* 2012).

2.2.2. Problema de transporte

O problema de transporte recebeu essa denominação em virtude de várias de suas aplicações envolverem como transportar mercadorias de maneira otimizada (HILLIER, 2013).

De acordo com Moreira (2013), o problema de transporte aparece quando há necessidade de distribuição de bens e serviços de várias fontes de suprimentos (como fábricas, por exemplo) para várias localizações de demanda, como armazéns ou centros distribuidores.

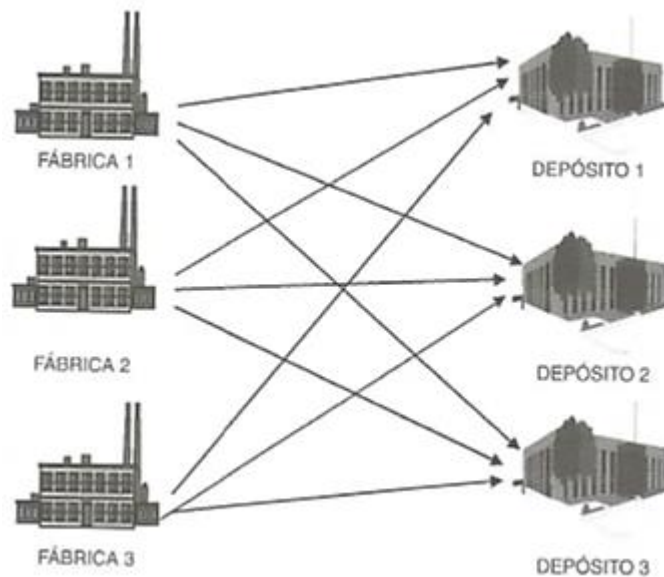
O autor cita ainda que existe um problema de decisão envolvido nessa situação, pois existem rotas e custos de transportes diferentes entre cada origem e cada destino. É preciso determinar quanto deve ser enviado de cada origem, para cada destino, de maneira a satisfazer as demandas e minimizar o custo total de transporte.

Taha (2008) define o problema de transporte como uma classe especial de problemas de programação linear que trata do envio de uma mercadoria de origens

(fábricas) para destinos (depósitos). O objetivo é determinar a programação de expedição que minimize o custo total de expedição e, ao mesmo tempo, satisfaça os limites de fornecimento e demanda. A aplicação do problema de transportes pode ser estendida a outras áreas de operações, entre elas: controle de estoque, programação de empregos e designação de pessoal.

Para Andrade (2014), a estrutura geral de um modelo de problema de transporte pode ser vista em um exemplo simples. Suponha três fontes de um determinado produto e três destinos para os quais ele deve ser transportado como mostra a Figura 4.

Figura 4 - Situação típica de um problema de transportes



Fonte: (ANDRADE, 2014)

Hillier (2013) define o problema de transportes como a distribuição de qualquer *commodity* de qualquer grupo de centro de fornecimento, chamado de origens, a qualquer grupo de centros de recepção, denominados destinos, de modo a minimizar o custo total de distribuição. Cada origem possui determinada oferta de unidades a serem distribuídas aos destinos, e cada destino tem certa demanda pelas unidades a serem recebidas das origens. O modelo faz a seguinte suposição sobre ofertas e demandas.

Cada origem tem uma oferta fixa de unidades, em que toda essa oferta tem de ser distribuída aos destinos e de forma similar, cada destino tem uma demanda

fixa por unidades, nos quais toda essa demanda deve ser recebida das origens. Em resumo, para o problema de transportes ter solução viável, a origem deve ser igual a demanda em unidades.

O autor cita ainda que, em alguns problemas reais, as ofertas e demandas nem sempre são iguais, sendo assim, não é compatível ao problema de transportes. Faz-se então, uma reformulação para que seja atendido a exigência do modelo, no qual são incluídas variáveis “fantasmas” ou *dummy* para absorver a folga entre as quantidades reais que estão sendo distribuídas.

2.2.2.1 Formulação matemática

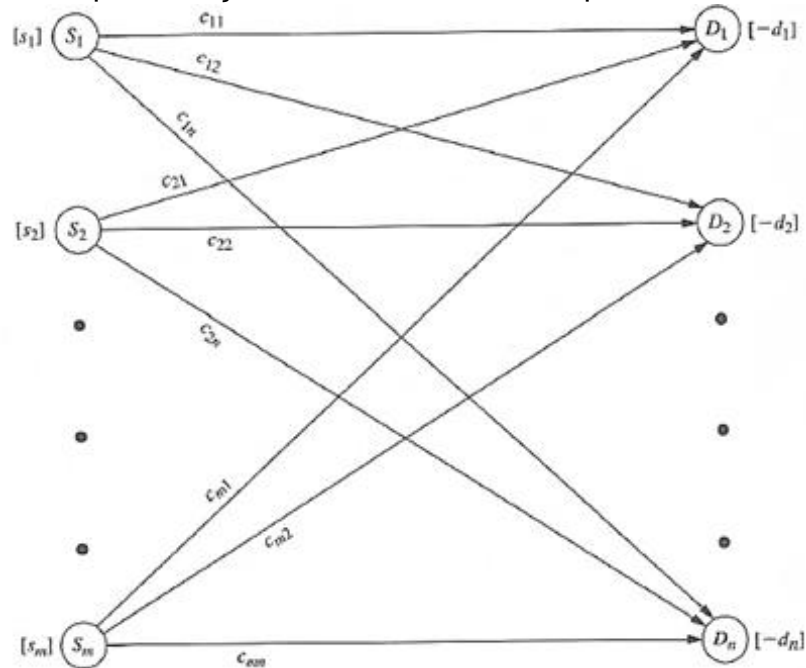
De acordo com Hiller (2013), para formular um problema de transporte basta apenas representá-lo em forma de rede como mostrado na Figura 5 ou através de uma tabela de parâmetros como é mostrado na tabela 1.

Tabela 1 - Tabela de parâmetros para problema de transportes.

| | | Custo por unidade distribuída | | | | Oferta |
|---------|-----|-------------------------------|----------|-----|----------|--------|
| | | Destino | | | | |
| | | 1 | 2 | ... | n | |
| Origem | 1 | c_{11} | c_{12} | ... | c_{1n} | s_1 |
| | 2 | c_{21} | c_{22} | ... | c_{2n} | s_2 |
| | ... | ... | ... | ... | ... | ... |
| | m | c_{m1} | c_{m2} | ... | c_{mn} | s_m |
| Demanda | | d_1 | d_2 | ... | d_n | |

Fonte: Adaptado de Hiller (2013).

Figura 5 - Representação em forma de rede do problema de transporte



Fonte: Hillier (2013)

Definindo Z como o custo total de distribuição e x_{ij} ($i = 1, 2, \dots, m; j = 1, 2, \dots, n$) como número de unidades a serem distribuídas da origem i para o destino j , d_i a demanda do destino i , s_i a capacidade de oferta i e c_{ij} o custo de transporte da zona i para j . A formulação matemática desse problema é apresentada a seguir.

$$\text{Minimizar } Z = \sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^n c_{ij} x_{ij} \quad (12)$$

Sujeito as restrições

$$\sum_{j=1}^n x_{ij} = s_i \quad \forall i = 1, 2, \dots, m \quad (13)$$

$$\sum_{i=1}^m x_{ij} = d_j \quad \forall j = 1, 2, \dots, n \quad (14)$$

$$x_{ij} \geq 0 \quad \forall i, j \quad (15)$$

Na equação (12) tem-se a função objetivo do problema de transporte, que é minimizar o custo total de transporte. A equação (13) faz com que a quantidade enviada de cada fábrica i para os n destinos, seja igual ao total ofertado por aquela fábrica. Já a equação (14) estabelece que a quantidade recebida pelo centro

consumidor deve ser igual ao total demandado por aquele destino. E por fim, a equação (15) exige que as variáveis de decisão sejam maiores ou igual a zero.

Lachtermacher (2009) utiliza em seu trabalho uma segunda forma de implementar as restrições de forma diferente da criação das variáveis *dummy*. No caso de a oferta total ser maior do que a demanda total, nem todas as fábricas produzirão em plena capacidade, porém os centros consumidores receberão as quantidades que desejam. Matematicamente, isso pode ser representado por:

$$\sum_{j=1}^n x_{ij} \leq s_i \quad \forall i = 1, 2, \dots, m \quad (16)$$

$$\sum_{i=1}^m x_{ij} = d_j \quad \forall j = 1, 2, \dots, n \quad (17)$$

Nestas duas equações, a (16) representa a restrição de capacidade das fábricas e a (17) a restrição dos centros consumidores.

Caso contrário em que a demanda total é maior que a capacidade de oferta dos centros produtores, nem todos os centros consumidores receberão toda a quantidade que desejam, porém, as fábricas produzirão tudo o que puderem. Temos então as restrições representadas da seguinte maneira para este segundo formato:

$$\sum_{j=1}^n x_{ij} = s_i; \quad \forall i = 1, 2, \dots, m \quad (18)$$

$$\sum_{i=1}^m x_{ij} \leq d_j; \quad \forall j = 1, 2, \dots, n \quad (19)$$

As equações (18) e (19) representam, respectivamente, a capacidade das fábricas sendo atendidas e a restrição de demanda não sendo totalmente atendidas.

2.2.3. Problema de transbordo

O termo transbordo significa um carregamento de itens entre diferentes instalações ao mesmo nível da cadeia de suprimentos para atender a uma necessidade imediata. O crescimento das opções de transporte rápido e o avanço nos sistemas de informação transformaram o transbordo em uma importante opção na

seleção de cadeias de suprimentos e uma alternativa para a implementação de estratégias de compartilhamento de estoques (SIMCHI-LEVI, 2010).

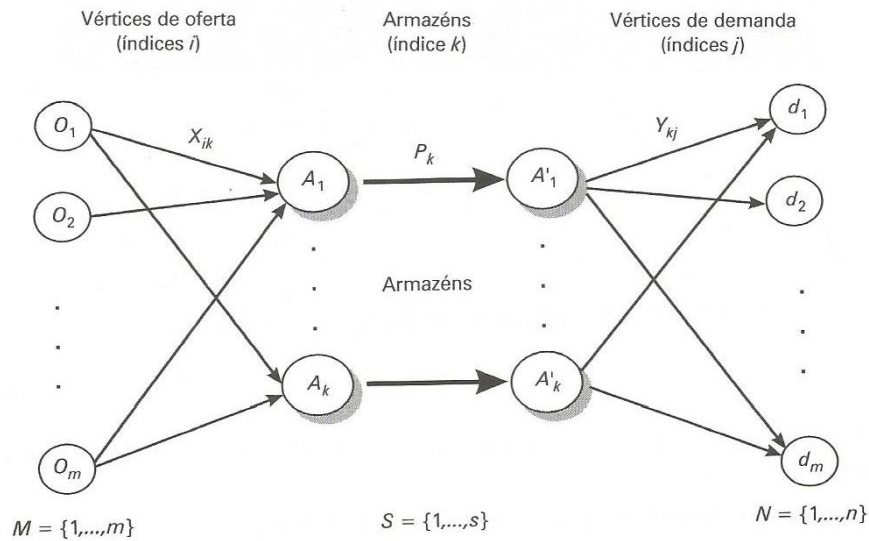
No contexto de transbordo, Novaes e Alvarenga (2000) citam que o sistema logístico inclui, na maioria dos casos, dois tipos de transporte de produtos: a transferência, envolvendo deslocamento maciço entre dois pontos, e a distribuição, ou entrega, em que os veículos servem vários destinos numa única viagem. Há casos em que também se processa a coleta dos produtos a partir de fontes diversas (fábricas, depósitos), trazendo-os para um depósito central.

O autor complementa ainda que a transferência corresponde em geral, ao deslocamento de produtos entre um único ponto de origem e um único ponto de destino da rede logística, no qual identifica-se pela conexão entre as fábricas e os CD's. Já a entrega corresponde geralmente ao deslocamento de produtos a partir de um único ponto da rede (armazém, CD), destinados a diversos clientes e executado numa única viagem ou roteiro.

De acordo com Andrade (2014), ocorrem situações em que o transporte direto desde a fonte até o destino não é recomendável, devendo o produto passar em uma outra fonte ou outro destino antes de alcançar seu ponto final de demanda. Ou seja, é necessário fazer um transbordo ou baldeação antes de se chegar ao mercado onde o produto é esperado.

A Figura 06 descreve problema de transbordo como o fluxo entre os pontos de oferta (pontos o) e demanda (pontos d) passando por pontos intermediários de transbordo, chamados de pontos de armazenagem (GOLDBARG e LUNA, 2005).

Figura 6 - Fluxo do problema de transbordo capacitado



Fonte: Goldberg e Luna (2005)

Lachtermacher (2009) define o problema de transbordo com outra nomenclatura, denominado problema de rede de distribuição, no qual é considerado múltiplas fontes, centros consumidores e locais intermediários por onde os produtos passam. O autor também caracteriza o problema de transportes sendo uma simplificação do problema de rede de distribuição.

2.2.3.1 Formulação matemática

Considerando $M = \{1, \dots, m\}$ o conjunto de vértices de oferta, $S = \{1, \dots, s\}$ os vértices de armazéns e $N = \{1, \dots, n\}$ os vértices de demanda. O problema de transbordo capacitado pode ser escrito da seguinte forma segundo Goldberg e Luna (2005).

$$\text{Minimizar } Z = \sum_{i=1}^m \sum_{k=1}^s c_{ik} x_{ik} + \sum_{k=1}^s \sum_{j=1}^n w_{kj} y_{kj} + \sum_{k=1}^s f_k v_k + \sum_{k=1}^s g_k p_k \quad (20)$$

Sujeito as restrições:

$$\sum_{i=1}^m x_{ik} \leq a_k v_k \quad k = 1, \dots, s \quad (21)$$

$$\sum_{k=1}^s y_{kj} = d_j \quad j = 1, \dots, n \quad (22)$$

$$\sum_{i=1}^m x_{ik} = p_k = \sum_{j=1}^n y_{kj} \quad k = 1, \dots, s \quad (23)$$

$$h_k \leq p_k \leq H_k \quad k = 1, \dots, S \quad (24)$$

$$l_{jk} \leq x_{ik} \leq L_{ik} \quad i \in M, k \in S \quad (25)$$

$$l_{kj} \leq y_{kj} \leq L_{kj} \quad k \in S, j \in N \quad (26)$$

$$x_{ik} \geq 0 \quad i \in M, k \in S \quad (27)$$

$$y_{kj} \geq 0 \quad k \in S, j \in N \quad (28)$$

$$v_k \in \{0,1\} \quad k \in S \quad (29)$$

Em que:

f_k = custo fixo de se ativar um ponto de transbordo ou armazém k , $k \in S$, $S = \{1, \dots, s\}$, o conjunto dos pontos de oferta.

v_k = variável binária que assume o valor 1 se o ponto de transbordo é ativado e 0 em caso contrário.

a_k = capacidade de armazenagem disponibilizada pelo ponto de transbordo k .

x_{ij} = fluxo que percorre um arco $i - k$.

y_{kj} = fluxo que percorre um arco $k - j$.

c_{ik} = custo de percorrer o arco $i - k$.

w_{kj} = custo de percorrer o arco $k - j$.

g_k = custo de armazenagem na unidade k por unidade de fluxo $k \in S$, $S = \{1, \dots, s\}$.

H_k e h_k = capacidade máximas e mínimas de armazenagem nas unidades de armazenamento k , que correspondem também a limites para o fluxo na rede.

p_k = fluxo circulando na unidade de armazenamento k .

l_{ik} = limite inferior de fluxo no arco $i - k$.

L_{ik} = limite superior de fluxo no arco $i - k$.

A equação (20) representa a função objetivo do modelo, no qual inclui custos de armazenagem, de instalação e de transporte. A equação (21) garante que o fluxo que entra no ponto de transbordo não ultrapasse sua capacidade, a (22) garante o atendimento da demanda, a (23) assegura a continuidade de fluxo. Os fluxos nos

pontos de armazenagem são controlados pelas restrições (23) e (24). As equações (25) e (26) são restrição de capacidade associadas aos arcos. A equação (27) e (28) representam condições de não negatividade e a equação (29) assegura que a variável seja binária.

2.3 MÉTODOS DE RESOLUÇÃO

Neste item, serão apresentados alguns métodos de resolução utilizados em problemas de redes de transportes como visto anteriormente.

2.3.1 Método exato

Existe diversos métodos para resolver um modelo matemático da forma exata. Dentro os métodos, tem-se o método *Simplex*, quando se trata de problemas de programação linear, e o método *branch-and-bound* para problemas de programação linear Inteira, os quais serão brevemente apresentados a seguir.

- ***Simplex***

O método foi desenvolvido por George Dantzig em 1947 e provou ser um método extremamente eficiente que é usado, com frequência, para solucionar problemas de grande porte nos computadores atuais (HILLIER, 2013).

Segundo Goldberg (2005), o modelo de programação linear reduz um sistema real a um conjunto de equações e inequações no qual pretende-se otimizar uma função objetivo. O conjunto de equações deverá ser, em princípio, um conjunto indeterminado, de forma que o número das soluções ditas viáveis é infinito. É neste contexto que o algoritmo *simplex* destaca-se como uma das grandes contribuições à programação matemática. Trata-se de um algoritmo extremamente eficiente para soluções de sistemas lineares e adaptável ao cálculo computacional

O mesmo autor cita ainda que o algoritmo utiliza-se de um ferramental baseado na Álgebra Linear para determinar, por um método iterativo, a solução ótima de um problema de PL.

O Algoritmo caminha de uma solução viável para outra, de modo que o valor da função-objetivo é diminuído até o ponto ótimo ser alcançado. O algoritmo pode ser

definido como contendo, a grosso modo, três partes: o início (preparação dos dados de entrada), iteração (repetição do procedimento de otimização) e regra de parada (o algoritmo avalia a solução se é ótima ou se é impossível de obtê-la) (COLLIN, 2013).

- ***Branch-and-Bound (B&B)***

O primeiro algoritmo B&B foi desenvolvido em 1960 por A. Land e G. Doig para problemas misto e geral da Programação Linear Inteira (TAHA, 2008).

O método denominado de *Branch-and-Bound* baseia-se na ideia de desenvolver uma enumeração inteligente dos pontos candidatos à solução ótima inteira de um problema. O termo *Branch* refere-se ao fato de que o método efetua partições no espaço das soluções. O termo *Bound* ressalta que a prova da otimalidade da solução utiliza-se de limites calculados ao longo da enumeração (GOLDBARG, 2005)

A ideia essencial dos algoritmos B&B é particionar inteligentemente o problema original de modo que a solução de partes do problema permita que o espaço de soluções candidatas seja diminuído, o que é finalmente traduzido como um menor número de cálculos que precisam ser feitos para se identificar a solução ótima (COLLIN, 2013).

Collin (2013) complementa que o algoritmo é iniciado com a solução ótima do problema, desconsiderando as restrições de variáveis inteiras, ou seja, uma relaxação. Em cada iteração, ele subdivide o problema original ao mesmo tempo em que elimina partes fracionárias da solução não inteira. Adicionalmente, em cada iteração, ele elimina partes inteiras do problema subdividido fazendo alguns testes lógicos.

2.3.2 Método Heurístico

Com o aumento do tamanho e da complexidade dos problemas reais, os algoritmos exatos passaram a ser ineficientes. Assim, surgiu a necessidade de encontrar soluções aceitáveis em um período de tempo razoável.

Hiller (2013) define o método heurístico como sendo um procedimento que provavelmente encontrará uma excelente solução viável, mas não necessariamente

uma solução ótima para o problema específico em questão. Não se pode dar nenhuma garantia sobre a qualidade da solução obtida, porém um método heurístico bem elaborado em geral é capaz de fornecer uma solução que se encontra pelo menos próxima da ótima.

Entretanto, com o passar dos anos, desenvolveram-se as metaheurísticas, heurísticas mais poderosas, que Hiller (2013) define como sendo um método de resolução geral que orquestra a interação entre procedimentos de melhoria local e estratégias de nível mais alto para criar um processo que seja capaz de escapar dos ótimos locais e realizar uma busca consistente de uma região de soluções viáveis.

Neste contexto de complexidade computacional, Collin (2013) define a complexidade como sendo uma medida de tempo de solução, da memória necessária ou de qualquer outra unidade que analise a utilização de um determinado algoritmo.

Diversos métodos heurísticos foram e são desenvolvidos constantemente, para tentar driblar os ótimos locais e serem eficientes no seu tempo de solução. Dentre os problemas apresentados anteriormente, o modelo da p-mediana é o que apresenta maior complexidade conforme o número de p-mediana aumenta. Neste sentido, faz-se necessário o uso de técnicas heurísticas para encontrar soluções satisfatórias. Por exemplo, Reese (2006) cita algumas técnicas utilizadas em seu trabalho, como: *variable neighborhood search* (busca em vizinhança variável), Algoritmos Genéticos, Busca Tabu, *Simulated Annealing* rede neurais, GRASP, *Scatter Search*, entre outras também encontradas na literatura como Colônia de Formigas e Colônia de Abelhas, sendo todas essas muito utilizadas em diversos trabalhos.

Apesar dos métodos de resolução exata apresentarem dificuldade como já citado, o avanço computacional e o desenvolvimento de máquinas de alta performance permitiram resolver alguns problemas reais de nível nacional de muitas variáveis que antes não era possível. Neste contexto que surgiu o *site* NEOS server, que é um serviço gratuito para resolver problemas de otimização numérica sem limite de variáveis. Este *site* é um projeto entre algumas universidades do mundo que utilizam *solvers* comerciais em máquinas de alta performance e executam o modelo matemático para o usuário remotamente via *website*.

3. METODOLOGIA

3.1 CLASSIFICAÇÃO DA PESQUISA

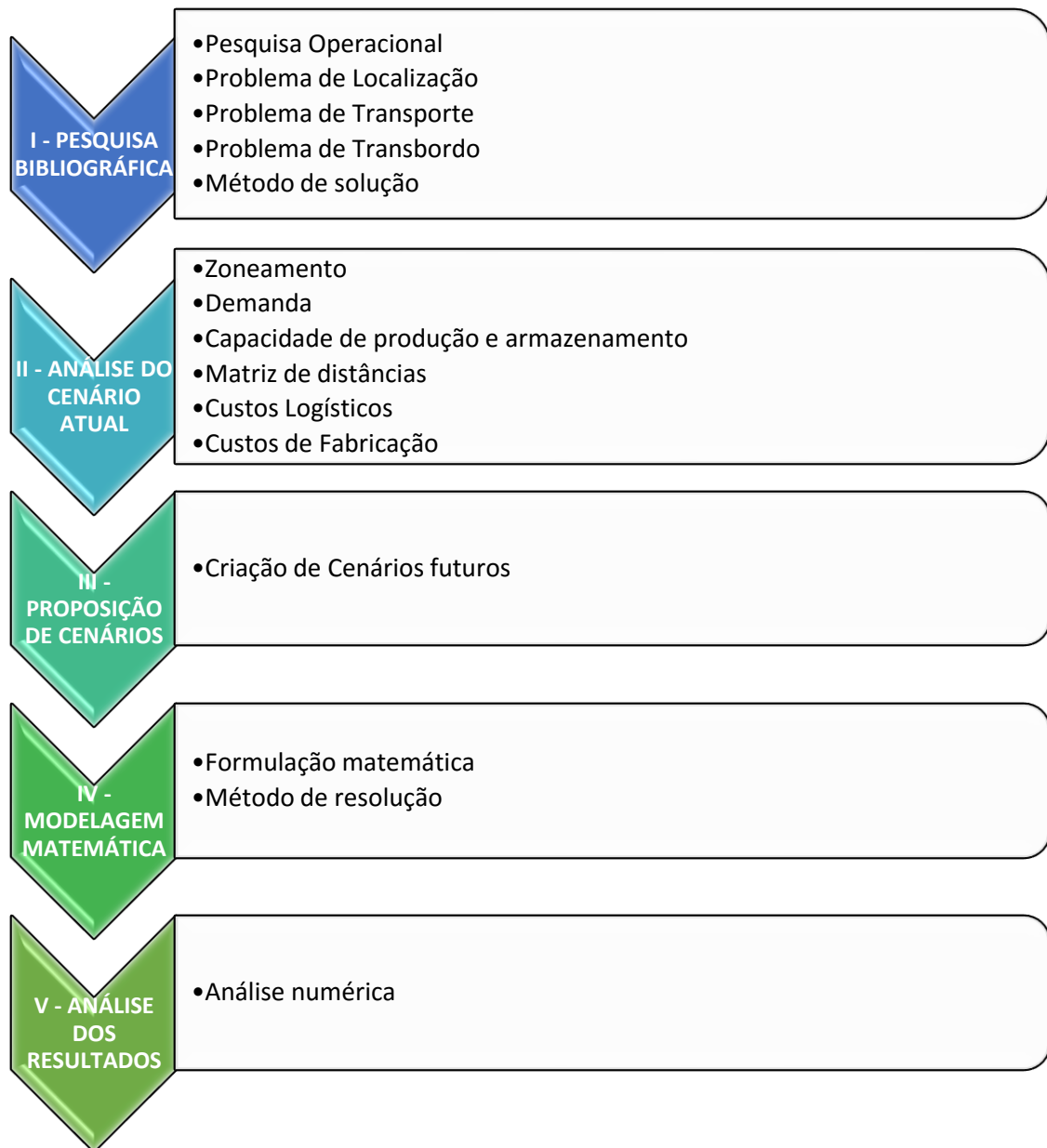
Este trabalho utiliza dois métodos de pesquisa que são classificados de acordo com Dalfovo, Lana e Silveira (2010), como pesquisa bibliográfica e estudo de caso. Assim, o primeiro método é utilizado para compor a base teórica para resolução do estudo de caso.

Os autores classificam ainda a natureza, abordagem do problema e o objetivo. Pode-se classificar a natureza deste trabalho como aplicada, no qual visa gerar conhecimentos para a prática. Em relação a abordagem do problema, pode-se classificar como quantitativa, que é definida em tudo que pode ser mensurado em número, classificado e analisado. E quanto ao objetivo, define-se como exploratória, visando investigar algum objeto de estudo que possui poucas informações.

3.2 PROCEDIMENTO METODOLÓGICO

Neste item, será apresentada uma sequência metodológica de todo o processo de pesquisa. Serão apresentadas cinco etapas que são necessárias para atingir os objetivos deste trabalho, conforme é mostrado na Figura 7.

Figura 7 – Sequência metodológica



Fonte: elaborado pelo autor.

I. PESQUISA BIBLIOGRÁFICA

Esta etapa trata do levantamento bibliográfico de temas como: pesquisa operacional, problema de localização, problema de transporte e problema de transbordo. Os tópicos estudados, serviram como fundamentação teórica para o trabalho.

II. ANÁLISE DO CENÁRIO ATUAL

Na etapa 2, são levantados todos os dados que compõem o cenário atual da empresa do estudo de caso, tais como:

- Zoneamento: separação de todo o mercado consumidor em determinadas zonas no território nacional (por exemplo, microrregiões brasileiras);
- Demanda: levantamento de consumo em uma métrica específica do mercado consumidor em um determinado intervalo de tempo;
- Capacidade de produção e armazenamento: refere-se à capacidade das fábricas e dos centros de distribuição em uma unidade específica;
- Matriz de distâncias (OD): distância em quilômetros de todos os possíveis candidatos a CD e os CDs existentes, para todas as zonas de demanda, e das fábricas para todos CDs;
- Custos logísticos: composto do custo de transporte para cada mercado consumidor, e o custo de armazenagem e,
- Custos de fabricação: custo em reais de produzir 1m^3 da linha de produto.

III. PROPOSIÇÃO DE CENÁRIOS

Criação e definição de todos os cenários que o trabalho pretende analisar para alcançar seu objetivo.

IV. MODELAGEM MATEMÁTICA

Na etapa 4, é elaborada a construção do modelo matemático com base nos cenários estabelecidos na etapa 3.

- Formulação matemática: construção do modelo matemático;
- Método de resolução: nesta etapa é transcrito o modelo matemático criado para a linguagem do software que será utilizado para resolução do problema.

V. ANÁLISE DOS RESULTADOS

Na quinta e última etapa, são analisados os resultados encontrados de acordo com os cenários estabelecidos.

4. ESTUDO DE CASO

O estudo de caso deste trabalho de conclusão de curso trata da aplicação de um modelo matemático semelhante ao problema de transbordo em uma empresa multinacional de grande porte, localizada no Sul do Brasil. A escolha da empresa deve-se a sua grande operação, que contém quatro plantas entre as regiões Sul, Sudeste e Nordeste do Brasil. A sua grande operação oferece diversas oportunidades de estudo e de aplicação da pesquisa operacional, por exemplo: distribuição de produtos, transferência de estoque entre centros de distribuição, oferta de novos produtos em outras plantas, entre outros.

Dada a utilização de informações e procedimentos operacionais sigilosos, a identidade da empresa de codinome S e alguns dados não serão revelados.

O estudo aborda uma linha de produtos da empresa, propondo uma nova configuração da sua rede de distribuição e de abastecimento.

4.1 CENÁRIO ATUAL

Na formulação matemática que será proposta neste trabalho são necessários alguns dados e conhecimento do cenário atual da empresa S. Os dados de demanda, capacidade e informações de localização, por serem sigilosos, estão multiplicados por um fator.

4.1.1 Zoneamento

A empresa S define em zonas regionais o seu mercado consumidor para facilitar e operacionalizar sua distribuição. A empresa adota uma divisão regional baseada em microrregiões brasileiras. Cada transportador que presta serviço terceirizado para a empresa S atende a um conjunto de microrregiões brasileiras. O

custo de transporte é calculado para cada microrregião, independentemente da distância entre as cidades dentro de cada microrregião. Um exemplo da divisão regional em microrregiões pode ser visto na figura a seguir.

Figura 8 - Divisão em microrregiões brasileiras



Fonte: IBGE (1990)

A empresa S, adota um total de 557 microrregiões brasileiras na sua gestão e operação nacional, semelhante a divisão do IBGE. Os nomes das microrregiões são denominados como 1, 2, ... e 557, respectivamente.

4.1.2 Demanda

Neste item, são levantadas todas as demandas por microrregiões da linha de produtos. Os dados estudados foram fornecidos pela empresa e retirados do relatório de faturamento de um período de cinco meses. A unidade de demanda escolhida para

ser inserida no modelo é considerada em metros cúbicos, devido a linha de produtos apresentar grande volume e baixo peso, e pelo frete ser calculado com base na metragem cúbica.

Considerando a sazonalidade do faturamento, adota-se uma média de vendas por microrregião de acordo com os meses estudados.

4.1.3 Capacidades

A capacidade de produção de cada fábrica é considerada em metros cúbicos. O quadro a seguir apresenta as respectivas capacidades de cada unidade, sendo estes dados fornecidos pela empresa S.

Quadro 1 - Capacidade de produção

| Fábricas | Capacidade (m³) |
|-----------------|-----------------------------------|
| 1 | 39293,1 |
| 2 | 13097,7 |
| 3 | 13097,7 |
| 4 | 13097,7 |

Fonte: elaborado pelo autor

Conforme apresentado no quadro 1, nota-se uma maior capacidade da fábrica 1 em relação as outras, pois ela apresenta um maior número de máquinas que as unidades 2 e 3. Já a unidade 4 não produzia a linha de produtos no período estudado por questões estratégicas, porém, assumiu-se a capacidade das unidades 2 e 3 para análise de uma possível produção nos cenários propostos.

A capacidade dos centros de distribuição foi considerada conforme a área disponível para armazenagem da linha de produtos de cada CD, como mostra o Quadro 2.

Quadro 2 - Capacidade de armazenamento

| CD | Área total (m ²) | Volume (m ³) |
|--------------|------------------------------|--------------------------|
| 1 | 14000 | 32760 |
| 2 | 7000 | 16380 |
| 3 | 7000 | 16380 |
| 4 | 7000 | 16380 |
| 5 ,6,..., 85 | 7000 | 16380 |

Fonte: elaborado pelo autor.

Devido ao material apresentar uma característica física que não é capaz de aproveitar toda área disponível, a equação (30) demonstra o cálculo do volume, onde, multiplica-se a área total de armazenagem pela taxa de 0,78, que representa a ocupação do produto, desta forma, multiplica-se novamente pela altura permitida de empilhamento, que é considerada como 3 metros

$$\text{Capacidade de armazenagem.} = \text{Area Total} * 0,78 * 3 \quad (30)$$

Através da equação anterior, encontrou-se a capacidade de armazenamento para cada CD conforme mostra o Quadro 2.

4.1.4 Matriz de distâncias

A matriz de distância é representada pelo conjunto de localizações estratégicas nas quais se pretende instalar um centro de distribuição juntamente com os CDs existentes e um outro conjunto de todas as microrregiões de atendimento.

A matriz tem como origem o conjunto de possíveis CDs e os CDs existentes e como destino todas as microrregiões de atendimento. Alguns dados representam distâncias reais rodoviárias e foram fornecidos pela empresa, o restante foi elaborado conforme os procedimentos e cálculos segundo Ballou (2006).

Para exemplificar, serão utilizadas duas cidades, São Paulo e Rio de Janeiro para demonstrar os procedimentos para obter a matriz de distância.

O primeiro passo é encontrar todas as coordenadas geográficas de cada cidade. Este trabalho utilizou o *site* My Geo Position que se encontra nas referências

para encontrar as coordenadas geográficas de cada cidade que representa a microrregião, como mostra a figura abaixo.

Figura 9 – Interface do site My Geo Position



Fonte: <http://pt.mygeoposition.com> Acesso em: 29/05/2016

Observa-se na figura anterior os dados que o *site* retorna quando inserida a cidade ou lugar. O Quadro 3 apresenta as coordenadas das cidades que estão sendo usadas como exemplo.

Quadro 3 - Coordenadas geográficas das cidades

| Cidade | Latitude | Longitude |
|----------------|----------|-----------|
| São Paulo | -23,55 | -46,63 |
| Rio de Janeiro | -22,90 | -43,17 |

Fonte: elaborado pelo autor.

Após o levantamento de todas as informações necessárias dos pontos, é necessário calcular a distância entre eles. Ballou (2006) sugere utilizar a técnica da distância de grande círculo (trigonometria esférica), essa equação além de evitar distorções de mapeamento, ela reconhece a curvatura da Terra. A equação adaptada do autor para este problema pode ser vista a seguir.

$$D_{A-B} = R_T * \cos^{-1} \left(\sin \left((LatA) * \frac{\pi}{180} \right) * \sin \left((LatB) * \frac{\pi}{180} \right) + \right. \\ \left. + \cos \left((LatA) * \frac{\pi}{180} \right) * \cos \left((LatB) * \frac{\pi}{180} \right) * \cos \left((LongA - LongB) * \frac{\pi}{180} \right) \right) \quad (31)$$

Em que:

D_{A-B} : distância do grande círculo entre os pontos A e B;

LatA: latitude do ponto A;

LatB: latitude do ponto B;

LongA: longitude do ponto A;

LongB: longitude do ponto B;

R_T : raio da Terra (6731 km).

Neste trabalho optou-se por utilizar o cálculo de distância definido por Ballou (2006), devido ao problema apresentar muitas variáveis e inviabilizar a consulta por distâncias rodoviárias.

Na realidade nota-se que os veículos que fazem a distribuição não andam em linha reta como a distância levada em consideração, sendo assim, Ballou (2006) traz em seu trabalho uma tabela com diversos fatores estudados em diversos países para equilibrar as distâncias com a realidade. O autor adota para o Brasil um fator de 1,23 da razão entre distâncias rodoviárias e linha reta, e um desvio-padrão 0,11.

Neste contexto, utilizou-se o fator proposto pelo autor para equilibrar as distâncias. Para o exemplo entre São Paulo e Rio de Janeiro obteve-se 444 km de distância entre as duas cidades. Para calcular a matriz de distância, foi utilizado o *software* Excel.

4.1.5 Custos logísticos

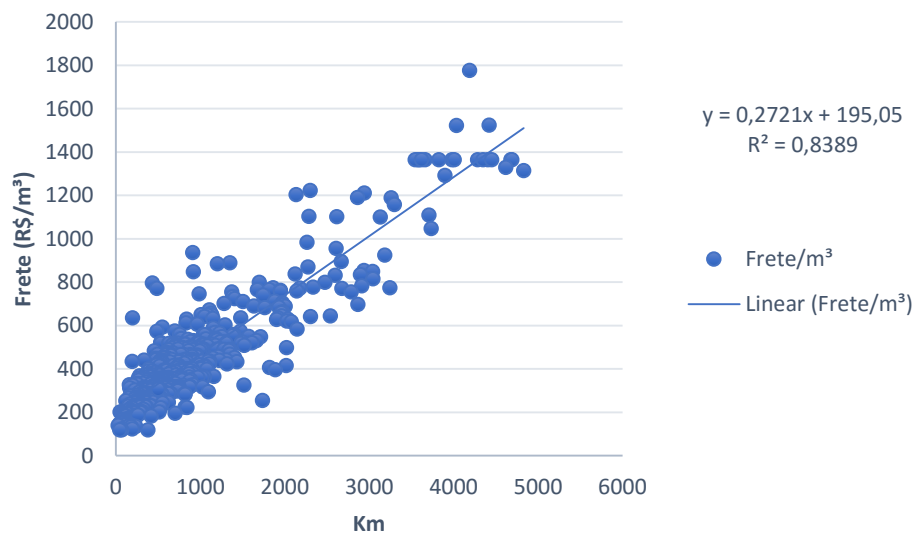
Os custos logísticos que serão apresentados são de distribuição, transferência, armazenagem e fabricação.

4.1.5.1 Custos de distribuição

Os dados sobre os custos de distribuição do CD para os clientes foram fornecidos pela empresa, porém é necessário encontrar o custo de todos os possíveis CDs para todas as microrregiões de atendimento. Desta forma, foram feitas estimativas da tarifa de transporte envolvendo os custos e a distância de todos os pontos fornecidos pela empresa.

O gráfico a seguir apresenta a função que será utilizada para encontrar o custo de transporte dos pontos estratégicos até as regiões de atendimento. A unidade utilizada para mensurar o custo do transporte é R\$/m³.

Gráfico 1 - Frete (R\$/m³) x Distância (km)



Fonte: elaborado pelo autor

O gráfico 1 apresenta o custo de transporte (R\$/m³) pela distância (km) de cada microrregião. A partir da dispersão dos pontos, é possível encontrar uma linha de tendência representada por uma equação no gráfico. Através da equação $y = 0,2721x + 195,05$, é possível estimar o custo de transporte (representado pela letra y) para determinada região, sendo necessário utilizar as distâncias (representado pela letra x) encontradas na matriz de distância .

A variável R^2 representada no gráfico, conhecida como coeficiente de determinação, é definida como uma medida de proporção entre a soma de quadrados dos desvio de cada y_i em relação a \bar{y} (média). A soma varia entre 0 e 1, e quanto mais

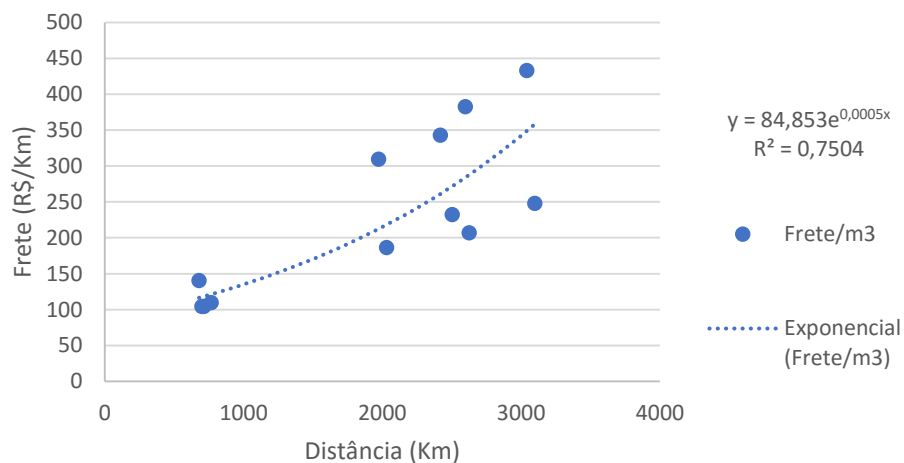
próximo de 1 diz-se que o modelo está melhor ajustado à realidade, obtendo-se um erro menor sobre a previsão. Neste caso, a linha de tendência apresentou um R^2 de 0,8389, no qual é considerado uma boa precisão e aproximação dos valores, para um caso real, pois a realidade apresenta vários fatores que podem interferir nos dados, como: rodovias com pedágio, tipos de frete (uma entrega e mais de uma entrega) entre outros.

4.1.5.2 Custo de transferência

Para encontrar o custo de transferência, foram utilizados os mesmos procedimentos do item anterior, porém, calculados de maneira diferente por terem características distintas de transporte. Os custos foram fornecidos pela empresa e necessitou do cálculo dos custos de transferência entre as fábricas e os possíveis CDs escolhidos para compor o modelo.

Desta forma, o Gráfico 2 apresenta a análise do custo de transferência em R\$/m³ por km.

Gráfico 2 - Frete (R\$/m³) x Distância (km)



Fonte: elaborado pelo autor

Como pode ser visto no gráfico anterior, foi utilizada uma função exponencial representada pela equação $y = 84,853e^{0,0005x}$, com R^2 de 0,7504 melhor do que

outras aproximações como, linear, logarítmica e entre outras. Portanto, utilizou-se a equação representada no gráfico para encontrar o custo do frete por metro cúbico para transferências até os CDs escolhidos, seguindo o mesmo procedimento de cálculo do custo de distribuição.

4.1.5.3 Custo de armazenagem

O custo de armazenagem é representado pelo custo de armazenar 1m^3 em determinado CD. Neste trabalho não foi considerado o custo de armazenagem nos CDs já instalados de patrimônio da empresa, sendo considerado apenas o custo para os CDs em estudo que possivelmente serão operados por prestadores de serviços.

O custo engloba movimentação de carga e armazenamento diário. O valor médio encontrado envolve várias variáveis como nível de estoque, vendas diárias e entre outros. A empresa informou que o custo médio de armazenamento é de aproximadamente R\$ 389,90 por metro cúbico.

4.1.6 Custo de fabricação

A última variável a ser considerado no modelo é o custo de fabricação da linha de produtos.

O custo de fabricação é representado pelo custo de se produzir em reais 1m^3 da linha de produto. Os valores considerados neste trabalho são fornecidos pela empresa, e consistem basicamente no custo total de fabricação dividido pelo volume total produzido no período de estudo deste trabalho. O quadro a seguir representa os valores que serão considerados.

Quadro 4 - Custo de fabricação

| Fábrica | Custo de Fabricação |
|----------------|----------------------------|
| 1 | R\$ 367,85 |
| 2 | R\$ 218,50 |
| 3 | R\$ 1170,75 |
| 4 | R\$ 680,75 |

Fonte: elaborado pelo autor

Conforme representado no quadro anterior, deve-se ressaltar que não é produzido a linha de produtos nas fábricas 3 e 4 por questões estratégicas da empresa, e o custo de fabricação é uma estimativa de quanto custaria produzir a linha de produtos em um cenário futuro. No período analisado neste trabalho, somente as fábricas 1 e 2 produziam a linha de produtos.

4.2 PREMISSAS DO ESTUDO

Neste item, são apresentadas algumas premissas que foram utilizadas neste estudo de caso.

- Foi considerado como a impedância dos arcos apenas o custo para se transportar o produto (R\$/m³), independentemente do modo de transporte utilizado;
- Os CDs 1, 2, 3 e 4 são existentes;
- Foram considerados apenas os custos de fabricação, armazenagem, transferência e distribuição;
- Os custos de armazenagem dos CDs existentes 1,2,3,4 é igual a 0, pois o estudo avalia a criação de novos CDs operados por terceiros;
- Foi considerado nulos o custo de distribuição da mesma microrregião de demanda do CD;
- Os dados considerados são uma média dos cinco meses estudados e,
- As fábricas 1 e 2 são responsáveis pela fabricação atual dos produtos.

4.3 PROPOSIÇÃO DE CENÁRIOS

Neste item, são propostos cinco cenários futuros para análise da rede logística da empresa S. O quadro a seguir detalha os cenários para melhor compreensão.

Quadro 5 - Características dos cenários

| Cenários | Fábricas (Unidades) | CDs (Quantidade) | Distribuição (modo) | Transferência (modo) |
|----------|------------------------|---------------------|------------------------|--|
| Atual | 1 e 2 | 4 | Atual | F1 para CD 1 e 4 F2 para CD 2 e 3 |
| 1 | 1 e 2 | 5 | Otimizado | Otimizado |
| 2 | 1 e 2 | 6 | Otimizado | Otimizado |
| 3 | 1, 2, 3 e 4 | 5 | Otimizado | Otimizado |
| 4 | 1, 2, 3 e 4 | 4 | Atual | Otimizado |
| 5 | 1, 2, 3 e 4 | 4 | Otimizado | Otimizado |

Fonte: elaborado pelo autor

O quadro anterior apresenta as fábricas que serão abertas, a quantidade de CDs e o modo de distribuição, e a transferência define-se em manter o modo atual ou otimizado. A seguir é apresentado os dados detalhados de cada cenário proposto.

4.3.1 Cenário Atual

No cenário atual são fabricados os produtos nas fábricas 1 e 2, e transferido da fábrica 1 para os CDs 1 e 4, e da fábrica 2 para os CDs 2 e 3.

4.3.2 Cenário 1

O cenário 1 propõe manter a produção nas fábricas 1 e 2, manter os CDs 1, 2, 3 e 4, e escolher um novo centro de distribuição do conjunto de locais estratégicos, otimizando a transferência e a distribuição.

4.3.3 Cenário 2

O cenário 2 propõe manter a produção nas fábricas 1 e 2, manter os CDs 1, 2, 3 e 4, e escolher dois novos CDs do conjunto de locais estratégicos. Otimizando a transferência e a distribuição.

4.3.4 Cenário 3

O cenário 3 propõe ofertar produção em todas as fábricas, manter os CDs 1, 2, 3 e 4, e um novo CD do conjunto de locais estratégicos, otimizando a transferência e a distribuição.

4.3.5 Cenário 4

O cenário 4 propõe ofertar produção em todas as fábricas mantendo a configuração atual de distribuição pelos CDs 1, 2, 3 e 4, e otimizando a transferência.

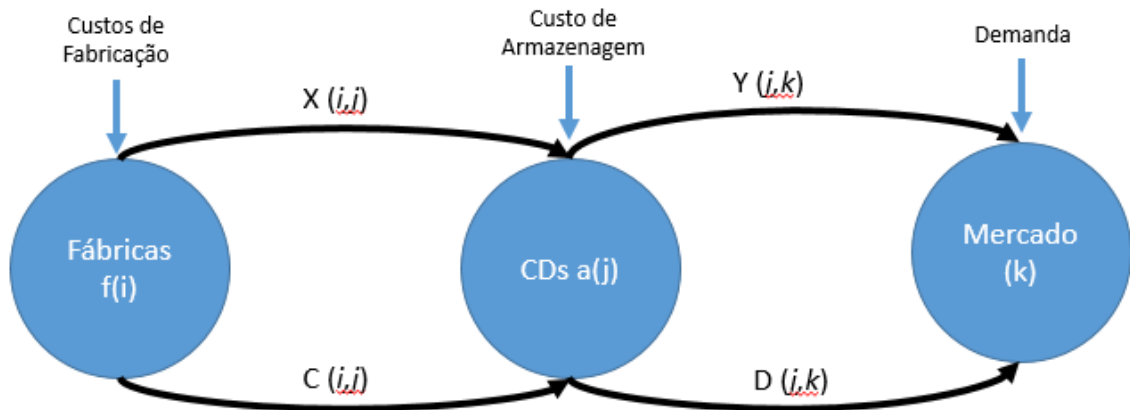
4.3.6 Cenário 5

O cenário 5 propõe ofertar produção em todas as fábricas e analisar se os CDs 1, 2, 3 e 4 devem ficar abertos, e propor uma nova configuração de distribuição.

4.4 MODELAGEM MATEMÁTICA

Neste item, apresenta-se a formulação matemática utilizada para resolver os cenários propostos. A figura 10 exemplifica a rede e suas variáveis para facilitar o entendimento.

Figura 10 - Ilustração do modelo matemático



Fonte: elaborado pelo autor

Como mostrado na figura anterior, o problema aborda os custos de fabricação, transferência, armazenagem e distribuição. A seguir é descrito cada variável e a sua função no modelo matemático.

$$\begin{aligned} \text{Minimizar } Z = & \sum_{i=1}^I \sum_{j=1}^J x_{ij} c_{ij} + \sum_{j=1}^J \sum_{k=1}^K y_{jk} d_{jk} w_k + \sum_{j=1}^J \sum_{k=1}^K a_j y_{jk} C_{arm_j} w_k \\ & + \sum_{i=1}^I \sum_{j=1}^J x_{ij} C_{fab_i} \end{aligned} \quad (32)$$

Sujeito as restrições,

$$\sum_{j=1}^J y_{jk} = 1 \quad \forall k \in K \quad (33)$$

$$\sum_{j=1}^J a_j = P \quad (34)$$

$$\sum_{k=1}^K w_k y_{jk} \leq Q_j a_j \quad \forall j \in J \quad (35)$$

$$\sum_{i=1}^I x_{ij} \geq \sum_{k=1}^K w_k y_{jk} \quad \forall j \in J \quad (36)$$

$$\sum_{i=1}^I x_{ij} \leq Q_j a_j \quad \forall j \in J \quad (37)$$

$$\sum_{j=1}^J x_{ij} \leq Cap f_i \quad \forall i \in I \quad (38)$$

$$\sum_{i=1}^I f_i = F \quad (39)$$

$$x_{ij} \leq M f_i \quad \forall i, j \in I, J \quad (40)$$

$$y_{ij}, a_j, f_i = \{0,1\} \quad \forall i, j \in I, J \quad (41)$$

$$x_{ij} \geq 0 \quad \forall i, j \in I, J \quad (42)$$

Em que:

I = conjunto de fábricas;

J = conjunto de centros de distribuição;

P = número de centros de distribuição;

F = número de fábricas;

c_{ij} = custo de transporte da fábrica i para o CD j ;

d_{jk} = custo de transporte do armazém j para a microrregião k ;

w_k = demanda da microrregião k ;

Q_j = capacidade de armazenamento do armazém j ;

M = número muito grande;

$Cap f_i$ = capacidade de fabricação da fábrica i ;

C_{arm_j} = custo de armazenamento do armazém j ;

C_{fab_i} = custo de fabricação da fábrica i ;

x_{ij} = quantidade de m³ que são transferidos da fábrica i para o armazém j ;

y_{jk} = variável que aloca a microrregião k ao armazém j ;

a_j = variável que representa se o CD j está aberto ou não;

f_i = variável que representa se a fábrica i está funcionando ou não;

A equação (32) representa a função objetivo do problema, onde busca-se minimizar os custos de transferência, fabricação, distribuição e armazenagem. A equação (33) significa que a microrregião só pode ser atendida por um CD, a equação (34) garante que o número de armazéns seja igual ao número de CDs propostos, a equação (35) garante que a demanda de cada microrregião atendida não ultrapasse a capacidade de armazenamento do CD. A equação (36) assegura que a quantidade transferida para cada centro seja maior ou igual a demanda deste centro. A equação (37) garante que não sejam transferidos mais produtos do que a capacidade do centro, já a equação (38) representa que tudo o que sai da fábrica i não pode ultrapassar a capacidade de produção da fábrica. A equação (39) garante que o número proposto de fábricas seja respeitado, a equação (40) garante que será transferido o produto de uma determinada fábrica somente se ela estiver aberta. E por final, a equação (41) representa as variáveis que são binárias e a equação (42) representa a variável contínua.

Em alguns casos para satisfazer os cenários propostos, a formulação pode sofrer algumas alterações, como, definir os centros existentes e as fábricas que operam. Por exemplo $a_1 = 1$, onde o CD 1 deve ser fixado, pois é existente e entre outras variáveis.

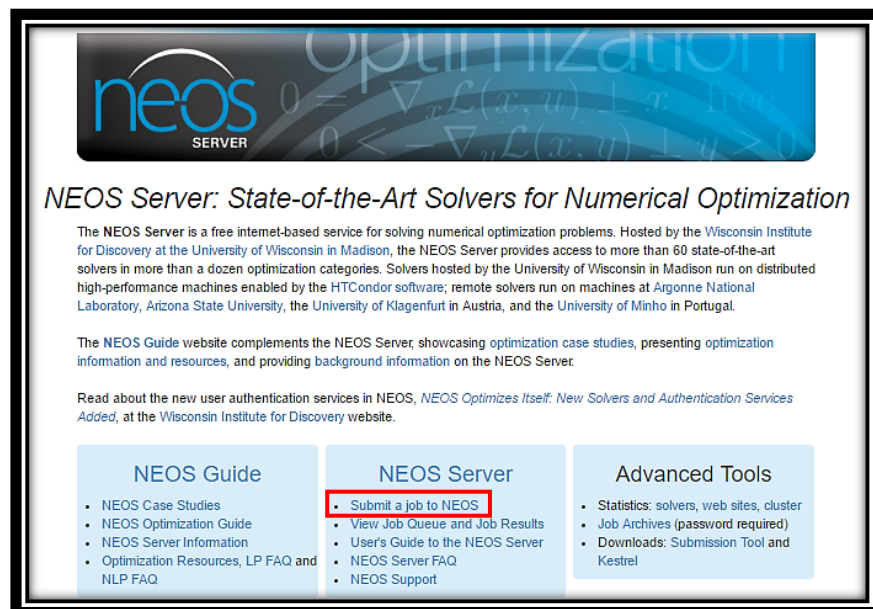
4.4.1 Método de resolução

Nesta etapa do trabalho, utilizou-se o *site* NEOS (www.neos-server.org) como suporte para resolução do problema. O *site* NEOS server é um serviço gratuito para resolver problemas de otimização numérica sem limite de variáveis. O *site* oferece diversos *solvers* e linguagens de escrita, além de diversos problemas de otimização. Os modelos matemáticos são executados remotamente com suporte da Universidade

de Winconsin, em Madison, em algumas máquinas de alta performance em universidades no mundo, como, Universidade do Arizona, Universidade do Minho e entre outras. Foi utilizado o *solver* GUROBI do conjunto de *solvers* disponíveis do problema de programação linear inteira e mista, e escrito em AMPL (*A Mathematical Programming Language*). A seguir é apresentado um passo a passo de como executar o modelo matemático remotamente.

Primeiramente, é necessário submeter os *Jobs* na página inicial, como mostra a figura abaixo.

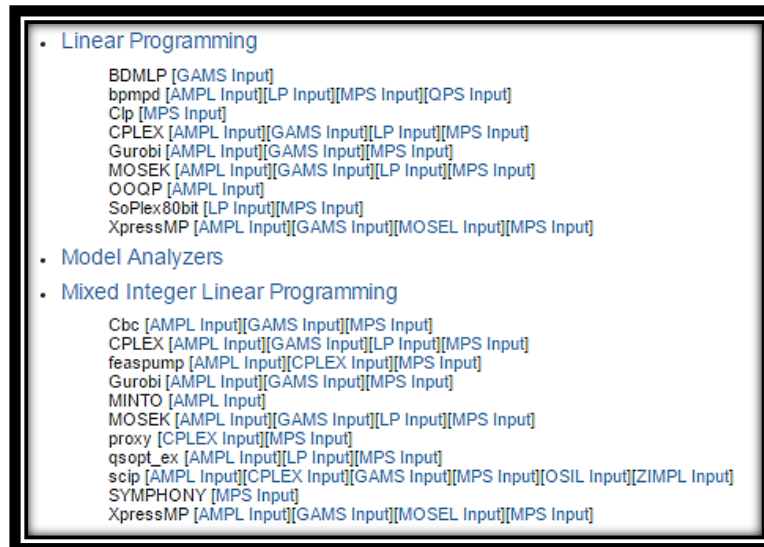
Figura 11 - Página principal do site NEOS



Fonte: www.neos-server.org (acesso em: 29/05/2016)

Após a submissão do trabalho é necessário definir o tipo de problema representado pelo modelo matemático desenvolvido. Definido o tipo de problema, é preciso escolher o *solver* que pretende-se utilizar na resolução do problema e a linguagem em que o modelo está escrito. A figura abaixo apresenta alguns tipos de problemas e *solvers* disponíveis.

Figura 12 - Alguns problemas e solvers disponíveis no site NEOS



Fonte: www.neos-server.org (acesso em: 29/05/2016)

Definidos o problema e o *solver* que será utilizado, é necessário inserir os arquivos para resolução do modelo, como mostra a figura 13.

Figura 13 - Local para *input* dos dados

The screenshot shows the input fields for the NEOS server interface. It consists of three sections, each with a label and a text input field:

- Model File:** Enter the location of the ampl model (local file). The input field contains "modfuturo_co...o_atual.mod".
- Data File:** Enter the location of the ampl data file (local file). The input field contains "param.dat".
- Commands File:** Enter the location of the ampl commands file (local file). The input field contains "Commands.txt".

Fonte: www.neos-server.org (acesso em: 29/05/2016)

Como pode ser visto na figura anterior, é preciso entrar com o modelo matemático na pasta *Model File*. Vale ressaltar que o arquivo texto deve ser salvo com nome.mod, pois o site só permite este formato. A pasta *Data File* recebe a entrada dos parâmetros, como a matriz de distância e outros dados. O arquivo precisa ser salvo com nome.dat para ser reconhecido. A terceira pasta é o conjunto de comandos

específicos que o usuário deseja visualizar, por exemplo, algumas variáveis ou somatórios específicos.

Todos os resultados encontrados serão apresentados a seguir, juntamente com a análise de cada cenário proposto.

5. ANÁLISE DOS RESULTADOS

Nesta etapa são apresentados os resultados obtidos através da resolução da modelagem matemática de cada cenário proposto. A análise consiste em comparar os cenários com a situação atual da empresa S. A solução de cada cenário, algoritmo de resolução, número de iterações, tempo de execução, configuração de distribuição e demais dados de saída do modelo, podem ser visualizados no Anexo A deste trabalho.

A tabela a seguir apresenta os valores da função objetivo (ou custo global da rede) encontrado em cada cenário proposto.

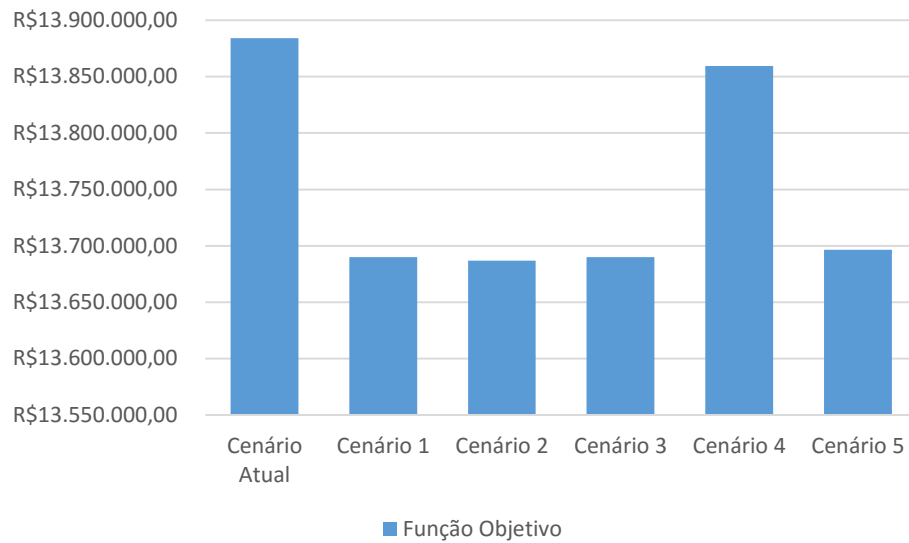
Tabela 2 – Valor da função objetivo de cada cenário

| Cenário | Função Objetivo (R\$) |
|----------------|----------------------------------|
| Atual | 13.884.117,50 |
| 1 | 13.689.944,43 |
| 2 | 13.686.761,81 |
| 3 | 13.689.944,43 |
| 4 | 13.859.517,16 |
| 5 | 13.696.551,59 |

Fonte: elaborado pelo autor

Conforme mostrado na tabela anterior, o cenário 2 é o que apresenta o melhor valor da função objetivo. A seguir, é apresentado um gráfico para ilustrar e comparar os resultados encontrados com o cenário atual.

Gráfico 3 - Função objetivo dos cenários analisados



Fonte: elaborado pelo autor

O gráfico anterior ilustra o custo total dos cenários propostos e do cenário atual da empresa S. O modelo encontrou melhores resultados em todos os cenários comparados com a configuração atual da empresa. A seguir, é discutido o resultado de cada cenário proposto.

O cenário 1 identificou uma oportunidade de melhoria no sistema através da otimização da configuração de abastecimento e de distribuição, abrindo um novo CD. A tabela abaixo apresenta os custos encontrados em cada etapa da rede.

Tabela 3 - Resultados Cenário 1

| Custos | Cenário Atual | Cenário 1 | Diferença |
|------------------------|-------------------|-------------------|-----------------|
| Função Objetivo | R\$ 13.884.117,50 | R\$ 13.689.944,43 | R\$ 194.173,07 |
| Fabricação | R\$ 7.552.490,00 | R\$ 7.068.840,00 | R\$ 483.650,00 |
| Armazenagem | R\$ - | R\$ 13.113,20 | -R\$ 13.113,20 |
| Distribuição | R\$ 5.622.740,00 | R\$ 5.665.240,00 | -R\$ 42.500,00 |
| Transferência | R\$ 708.887,00 | R\$ 942.758,00 | -R\$ 233.871,00 |

Fonte: elaborado pelo autor

De acordo com a tabela 3 a função objetivo foi reduzida em R\$194.173,07. O custo de fabricação reduziu em R\$483.650,0, já os custos de armazenagem, distribuição e transferência foram aumentados, porém compensados pela redução do custo de fabricação.

A microrregião 17 foi escolhida para instalar o CD, porém esta instalação não distribui para nenhuma outra região, distribuindo apenas para sua própria demanda. A configuração de abastecimento ficou com a fábrica 1 abastecendo o CD 1 e a fábrica 2 os CDs 2, 3, 4 e 17.

O cenário 2 identificou oportunidades de melhoria no sistema através da otimização da configuração de abastecimento e de distribuição, criando dois novos CDs. A tabela abaixo apresenta os valores encontrados para este cenário.

Tabela 4 - Resultados Cenário 2

| Custos | Cenário Atual | | Cenário 2 | | Diferença |
|------------------------|----------------------|---------------|------------------|---------------|------------------|
| Função Objetivo | R\$ | 13.884.117,50 | R\$ | 13.686.761,81 | R\$ 197.355,69 |
| Fabricação | R\$ | 7.552.490,00 | R\$ | 7.063.850,00 | R\$ 488.640,00 |
| Armazenagem | R\$ | - | R\$ | 26.098,00 | -R\$ 26.098,00 |
| Distribuição | R\$ | 5.622.740,00 | R\$ | 5.645.610,00 | -R\$ 22.870,00 |
| Transferência | R\$ | 708.887,00 | R\$ | 951.203,00 | -R\$ 242.316,00 |

Fonte: elaborado pelo autor

Nota-se na tabela 4 a redução de R\$197.355,69 em relação ao cenário atual. Novamente, o custo de fabricação diminuiu em R\$488.640,00, e os custos de armazenagem, distribuição e transferência aumentaram em relação ao cenário atual, que foram compensados pela redução do custo de fabricação.

Os locais escolhidos para instalar os CDs foram as microrregiões 17 e 61. Não foi alocada nenhuma região de distribuição para ambas, distribuindo apenas para suas próprias demandas. A configuração de abastecimento ficou com a fábrica 1 atendendo somente o CD 1, e a fábrica 2 os CDs 2, 3, 4, 17 e 61.

O cenário 3 indicou a produção em todas as fábricas, e a possibilidade de criação de um CD. O modelo otimizou a produção, a configuração de abastecimento e de distribuição. A tabela a seguir apresenta os dados encontrados.

Tabela 5 - Resultados Cenário 3

| Custos | Cenário Atual | | Cenário 3 | | Diferença |
|------------------------|----------------------|---------------|------------------|---------------|------------------|
| Função Objetivo | R\$ | 13.884.117,50 | R\$ | 13.689.944,43 | R\$ 194.173,07 |
| Fabricação | R\$ | 7.552.490,00 | R\$ | 7.068.840,00 | R\$ 483.650,00 |
| Armazenagem | R\$ | - | R\$ | 13.113,20 | -R\$ 13.113,20 |
| Distribuição | R\$ | 5.622.740,00 | R\$ | 5.665.240,00 | -R\$ 42.500,00 |
| Transferência | R\$ | 708.887,00 | R\$ | 942.758,00 | -R\$ 233.871,00 |

Fonte: elaborado pelo autor

Conforme a tabela 5, a função objetivo encontrada apresentou uma redução de R\$194.173,07. Os custos de fabricação reduziram em R\$483.650,00, já os custos de armazenagem, distribuição e transferência aumentaram em relação ao atual, porém foram compensados pela redução no custo de fabricação.

O local indicado para instalação do CD foi a microrregião 17 e esta não distribui para nenhuma outra microrregião, apenas para sua própria demanda. Os CDs 2, 3, 4 e 17 ficaram sendo abastecidos pela fábrica 2 e o CD 1 pela fábrica 1. O cenário encontrou a mesma solução que o cenário 1, pois é inviável a abertura das fábricas 3 e 4 devido aos altos custos de produção.

O cenário 4 indicou a produção em todas as fábricas e manteve a configuração atual de distribuição. O modelo otimizou a produção e o abastecimento aos CDS. A tabela a seguir apresenta os dados encontrados.

Tabela 6 - Resultados Cenário 4

| Custos | Cenário Atual | | Cenário 4 | | Diferença |
|------------------------|----------------------|---------------|------------------|---------------|------------------|
| Função Objetivo | R\$ | 13.884.117,50 | R\$ | 13.859.517,16 | R\$ 24.600,34 |
| Fabricação | R\$ | 7.552.490,00 | R\$ | 6.865.390,00 | R\$ 687.100,00 |
| Armazenagem | R\$ | - | R\$ | - | R\$ - |
| Distribuição | R\$ | 5.622.740,00 | R\$ | 5.622.740,00 | R\$ - |
| Transferência | R\$ | 708.887,00 | R\$ | 1.371.390,00 | -R\$ 662.503,00 |

Fonte: elaborado pelo autor

Nota-se na tabela anterior a redução de R\$24.600,34 na função objetivo. O custo de fabricação foi reduzido em R\$687.100,00, porém o custo de transferência teve um aumento de R\$662.503,00. Já os custos de armazenagem e distribuição não sofreram alteração.

A configuração de distribuição se manteve como a atual, permaneceram os CDs 1, 2, 3 e 4 abertos e a configuração de abastecimento foi alterada, onde a fábrica 2 passou a abastecer os CDs 2, 3, e 4, e a fábrica 1 o CD 1.

O cenário 5 indicou a produção em todas as fábricas e a otimização da sua rede de abastecimento e de distribuição sem a criação de CDs, mantendo os CDs atuais. A tabela a seguir apresenta os dados encontrados.

Tabela 7 - Resultados Cenário 5

| Custos | Cenário Atual | | Cenário 5 | | Diferença |
|------------------------|----------------------|---------------|------------------|---------------|------------------|
| Função Objetivo | R\$ | 13.884.117,50 | R\$ | 13.696.551,59 | R\$ 187.565,91 |
| Fabricação | R\$ | 7.552.490,00 | R\$ | 7.068.840,00 | R\$ 483.650,00 |
| Armazenagem | R\$ | - | R\$ | - | R\$ - |
| Distribuição | R\$ | 5.622.740,00 | R\$ | 5.687.920,00 | -R\$ 65.180,00 |
| Transferência | R\$ | 708.887,00 | R\$ | 939.791,00 | -R\$ 230.904,00 |

Fonte: elaborado pelo autor

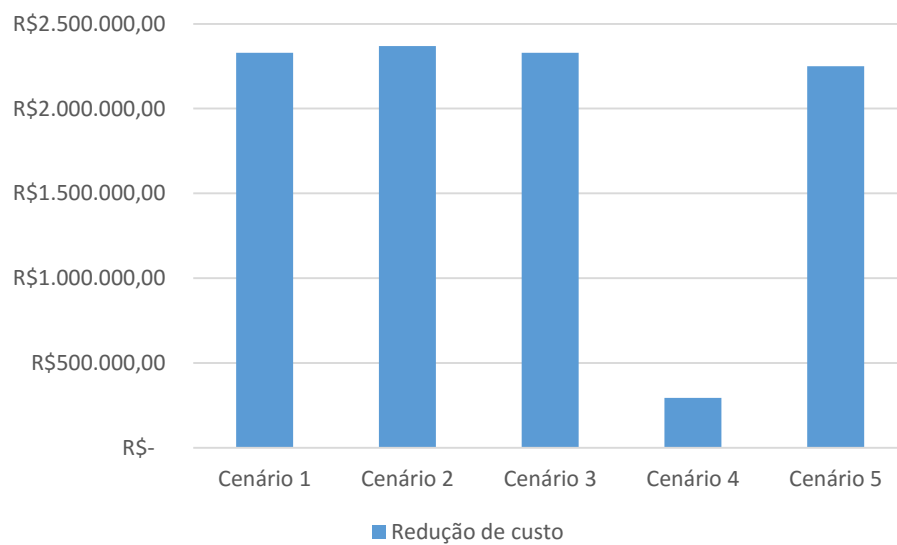
Como apresentado na tabela anterior, a função objetivo foi reduzida em R\$187.565,91. Os custos de fabricação foram reduzidos em R\$483.650,00 e os custos de distribuição e transferência aumentaram em R\$65.180,00 e R\$230.904,00

respectivamente. Mesmo com aumento de alguns custos, o custo de fabricação compensou os aumentos para reduzir a função objetivo.

O modelo indicou a produção nas fábricas 1 e 2, e a configuração de abastecimento com a fábrica 1 abastecendo o CD 1 e a fábrica 2 abastecendo os CDs 2, 3 e 4, a configuração de distribuição também sofreu alteração.

O gráfico a seguir apresenta a redução de custo de cada cenário em um ano de operação em relação ao cenário atual da empresa.

Gráfico 4 - Redução de custo em um ano de operação

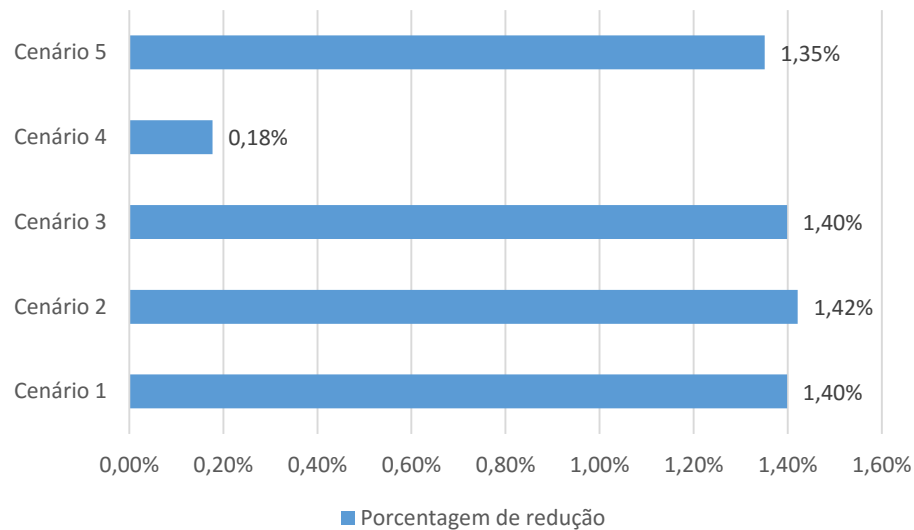


Fonte: elaborado pelo autor

Caso sejam adotadas as configurações resultantes da modelagem matemática, em um ano de operação os cenários trazem um retorno financeiro conforme apresentado no gráfico anterior. Sendo o cenário 2 o melhor com uma redução de custo de R\$2.368.268,28 em um ano de operação.

O gráfico a seguir apresenta o percentual de redução do custo total dos cenários propostos.

Gráfico 5 - Percentual de redução de custo dos cenários



Fonte: elaborado pelo autor

O gráfico anterior demonstra o percentual de redução de custo de cada cenário em relação ao cenário atual. O cenário com maior redução percentual foi o cenário 2 que apresentou uma redução de 1,42% em relação a função objetivo.

Para os cenários 1, 2 e 3 que propuseram abertura de novos CDs, foi identificado que em nenhum momento houve a distribuição para outras microrregiões, distribuindo apenas para a sua própria microrregião, divergindo do contexto de transbordo. Quando o modelo está sendo processado, a variável custo de armazenagem que afeta a função objetivo diretamente não permite encontrar uma solução satisfatória, pois o custo de transferir e distribuir deste novo CD é maior que distribuir direto de um CD já existente que tem custo zero de armazenagem.

Neste sentido, os cenários que propuseram a criação de CDs são inviáveis, pois não apresentam volume suficiente para operação, além de apresentar uma redução insignificante comparado ao cenário 5 que otimizou toda rede sem criar CDs. Sendo assim, considera-se o cenário 5 o mais eficiente dentre os cinco no contexto operacional. Vale ressaltar que a sugestão de uma fábrica para este caso é mais interessante que um CD, pois os altos custos de transferência e armazenagem inviabilizam a operação.

A seguir são apresentados alguns indicadores entre o cenário atual e o cenário 5 que obteve melhor performance no ponto de vista operacional. Para reforçar o entendimento dos indicadores, sugere-se visualizar a tabela 7 apresentada

anteriormente, que demonstra os ganhos e as perdas em cada etapa da rede. As etapas de transferência e distribuição tiveram os seus custos aumentados em relação ao cenário atual, porém, foram compensadas pela redução do custo de fabricação. Os indicadores a seguir, detalham os resultados apresentados na tabela 7 para cada etapa.

Quanto à etapa de distribuição, pode-se visualizar nos quadros 6 e 7 alguns indicadores analisados.

Quadro 6 – Indicadores do cenário atual

| CD | Soma da distância de atendimento (Km) | Distância média de atendimento (Km) | Número de microrregiões atendidas |
|----|---------------------------------------|-------------------------------------|-----------------------------------|
| 1 | 199.617 | 928 | 215 |
| 2 | 153.662 | 991 | 155 |
| 3 | 26.364 | 455 | 58 |
| 4 | 137.737 | 1.068 | 129 |

Fonte: elaborado pelo autor

O quadro 6 exibe os números relacionados a distribuição do cenário atual, como o somatório da distância de atendimento de cada centro de distribuição, a distância média de atendimento e o número de microrregiões atendida por cada centro.

Quadro 7 - Indicadores do Cenário 5

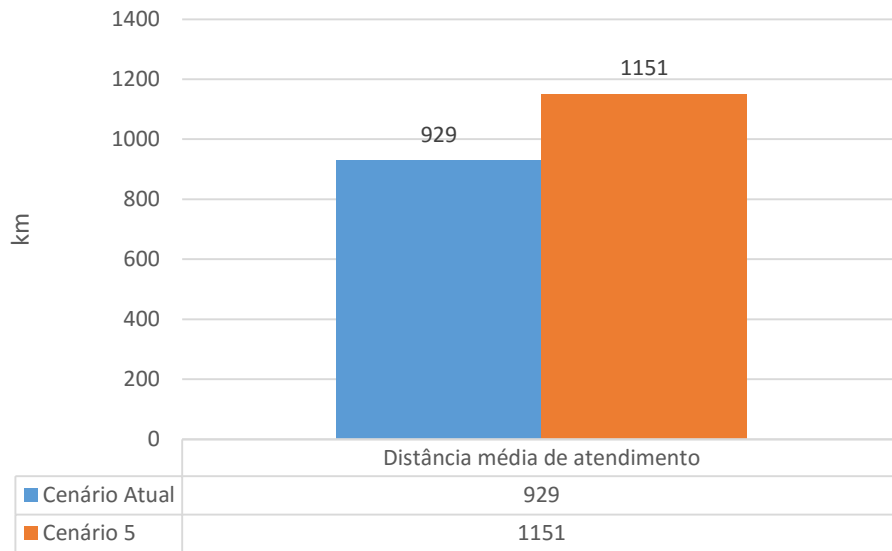
| CD | Soma da distância de atendimento (Km) | Distância média de atendimento (Km) | Número de microrregiões atendidas |
|----|---------------------------------------|-------------------------------------|-----------------------------------|
| 1 | 487203 | 1437 | 339 |
| 2 | 81526 | 709 | 115 |
| 3 | 41247 | 878 | 47 |
| 4 | 30993 | 553 | 56 |

Fonte: elaborado pelo autor

O quadro anterior apresenta os indicadores de distância resultantes da modelagem matemática do cenário 5. Comparando com o cenário atual, os

indicadores de distribuição não apresentaram melhora no sistema. Uma análise sobre a distância média de atendimento pode ser visualizada no gráfico a seguir.

Gráfico 6 – Distância média de atendimento

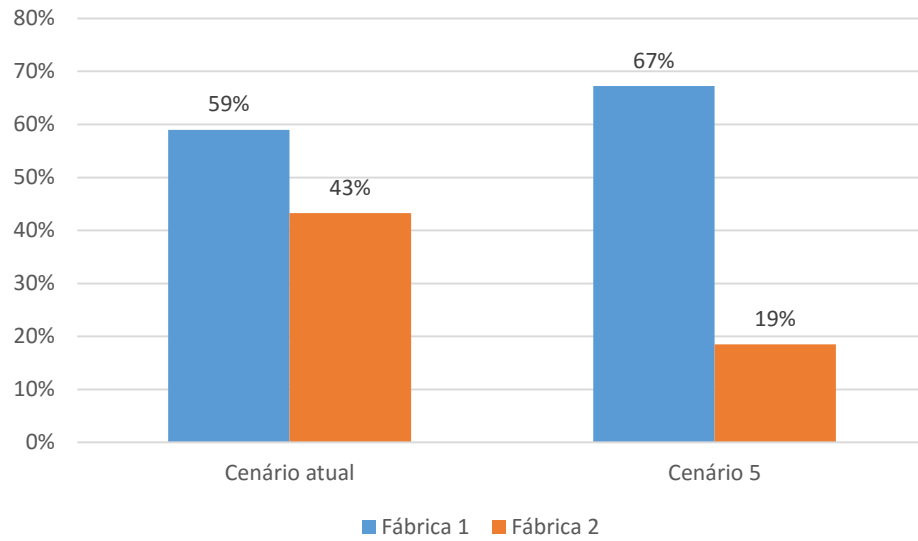


Fonte: elaborado pelo autor

Através do Gráfico 6, entende-se que o aumento no custo na distribuição é justificado pelo modelo ter alocado microrregiões mais distantes do que o modelo atual. Por exemplo, o cenário atual tinha uma distância média de atendimento de 929 km, enquanto o cenário 5 apresentou 1151 km.

Quanto a produção, o modelo aumentou a produção na fábrica 2 e reduziu na fábrica 1. O gráfico a seguir apresenta a ociosidade das máquinas, que é representada pela diferença da produção total e a capacidade, sobre a capacidade total.

Gráfico 7 - Ociosidade das máquinas



Fonte: elaborado pelo autor

Nota-se no gráfico 7 a ociosidade das máquinas no cenário atual e no cenário 5. A fábrica 1 passou a ter uma ociosidade maior do que antes, já a fábrica 2 reduziu drasticamente sua ociosidade devido ao seu custo de produção ser mais baixo e seu atendimento maior.

Informações sobre os dados gerados pelo programa podem ser encontradas no anexo deste trabalho. A seguir, encontra-se as considerações finais e sugestões de trabalhos futuros.

6. CONSIDERAÇÕES FINAIS

6.1 CONSIDERAÇÕES

Neste trabalho aplicou-se ferramentas de pesquisa operacional em uma empresa de grande porte para minimizar os custos de operação. Os resultados obtidos confirmaram a necessidade do uso desta ferramenta dentro de grandes organizações, pois algumas situações mais complexas envolvem diversas variáveis de decisão, sendo resolvidas somente com auxílio da modelagem matemática. Os objetivos foram todos atendidos e contribuíram para que os resultados da pesquisa fossem satisfatórios.

O referencial teórico foi extremamente importante para o desenvolvimento do trabalho, pois permitiu esclarecer e entender sobre alguns problemas estudados na pesquisa operacional como o problema de transporte, de localização e de transbordo, sem o qual não seria possível propor uma modelagem matemática que representasse toda a rede logística desde a fabricação dos produtos até a entrega ao cliente.

A modelagem matemática proposta se mostrou eficiente para resolução dos cinco cenários propostos no estudo de caso, pois foi possível analisar e quantificar o impacto de um CD no custo global da empresa e não somente na distribuição.

A união dos problemas representada pela modelagem matemática proposta culminou em resultados satisfatórios e representou a realidade das organizações. Este trabalho optou por utilizar as variáveis de fabricação, transferência, armazenamento e distribuição, pois desta maneira facilitou o entendimento dos processos e permitiu mensurar o quanto cada ação tomada impacta em determinado setor.

Quanto ao método de resolução, o *site* NEOS apresentou muitas vantagens em ser utilizado, pois além de resolver os problemas remotamente em máquinas de alta performance, ele oferece diversos *solvers* e tipos de linguagem para ser utilizado.

Em relação aos resultados obtidos, considerou-se inviável a abertura de novos CDs para essa linha de produtos, pois mesmo com o modelo encontrando soluções que minimizam o custo total, o custo de transferência, armazenagem e distribuição faz com que a nova instalação não obtenha vantagem em relação aos

outros CDs existentes. Desta maneira, o modelo sugere não alocar nenhuma microrregião a estes CDs sugeridos.

Portanto, para este caso, a abertura de novos CDs além de não apresentar vantagem competitiva em relação aos outros existentes, o seu baixo volume de atendimento inviabiliza a operação.

O modelo apresentou ser eficiente na otimização de toda a rede logística da empresa, dentre os cinco cenários propostos. O cenário 5 se destacou por obter uma redução de R\$187.565,91 por mês, totalizando R\$2.250.790,92 no ano, apenas alterando as configurações de abastecimento, produção e de distribuição. A sugestão de alteração da rede resulta em uma redução de 1,35% de todo o custo considerado. Neste contexto, será proposto para a empresa S a nova configuração encontrada por este trabalho.

6.2 SUGESTÕES PARA TRABALHOS FUTUROS

A seguir são sugeridos alguns temas para trabalhos futuros.

- Englobar no modelo matemático custo de armazenagem proporcional a linha de produtos dos CDs existentes;
- Analisar cenários futuros de acordo com a variação de demanda;
- Englobar no modelo mais de um tipo de frete, por exemplo frete fechado e frete fracionado;
- Transformar o modelo matemático em um caso de multiprodutos e,
- Analisar a abertura de novos locais estratégicos para fábricas e CDs.

REFERÊNCIAS

ARAKAKI, R. G. I. et al. **Uma heurística de localização-alocação (HLA) para problemas de localização de facilidades**. Produção, Sem Cd., v. 16, n. 2, p.319-328, maio 2006.

ANDRADE, E. L. **Introdução à pesquisa operacional: métodos e modelos para análise de decisões** / Eduardo Leopoldino de Andrade. – 4 ed. – [Reimpr.] – Rio de Janeiro : LTC, 2014. 202p.

BALLOU, R. H. **Gerenciamento da Cadeia de Suprimento** - 5. ed.- Porto Alegre: Bookman, 2006.

BARROS, M. C. **Warehouse management system: conceitos teóricos e implementação em um centro de distribuição**. 2005. 132f. Dissertação – Curso de mestre em logística, Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro – PUC-RIO, Rio de Janeiro, 2005, cap. 3 Disponível em: http://www.maxwell.vrac.pucRio.br/Busca_etds.php?strSecao=resultado&nrSeq=7340@1. Acesso em: 27 abr. 2015.

BOWERSOX, D. J.; CLOSS, D. J. **Logística empresarial: o processo de integração da cadeia de suprimentos**. - 1.ed. – São Paulo: Atlas, 2011.

CHRISTOFIDES, N. **Graph Theory: An algorithmic Approach**. London: Academic Press, 1975. 400 p.

COLLIN, E. C. **Pesquisa Operacional: 170 aplicações em estratégias, finanças, logística, produção, marketing, e vendas** Rio de Janeiro : LTC, 2013.

DALFOVO, M. S.; LANA, R. A.; SILVEIRA, A. Métodos quantitativos e qualitativos: um resgate teórico. **Revista Interdisciplinar Científica Aplicada**, Blumenau, v.2, n.4, p.01- 13, Sem II. 2008

FARAH Jr., M. Os desafios da logística e os centros de distribuição física. **FAE Bussiness**, Curitiba, n. 2, 2002. Disponível em:

<http://www.unifae.br/publicacoes/fae_business.asp#2 >. Acesso 4 em: 25 mai. 2015.

GOLDBARG, M. C.; LUNA, H. P. L.. **Otimização combinatória e programação linear: modelos e algoritmos**. 2. ed. Rio de Janeiro: Elsevier, 2005.

HADLICH, A. R. **Procedimento metodológico para estudo de macrolocalização de centros de distribuição com uso do modelo de p-medianas adaptado**. 137 f. Dissertação (Mestrado) - Curso de Pós-graduação, Engenharia Civil, Universidade Federal de Santa Catarina, Florianópolis, 2011.

HAKIMI, S. L. **Optimum location of switching centers and the absolute centers and medians of a graph**. Operations Research, v. 12, p. 450-459, 1964.

HAKIMI, S. L. **Optimum distribution of switching centers in a communication network and some related graph theoretic problems**. Operations Research, v. 13, p. 462-475, 1965.

HILLIER, F. S. **Introdução à pesquisa operacional**. - 9. ed. – Porto Alegre: AMGH, 2013.

HÖRNER, D. **Resolução do problema das p-medianas não capacitados**. Dissertação. UFSC, Florianópolis, 2009.

ISLER, C. A.; BONASSA, A. C.; CUNHA, C. B. **Algoritmo genético para resolução do problema de p-medianas capacitado associado à distribuição de peças automotivas**. Transportes, [s.l.], v. 20, n. 2, s.p., 31 ago. 2012. Programa de Pós Graduação em Arquitetura e Urbanismo.

LACHTERMARCHER, G. **Pesquisa Operacional na tomada de decisão** / Gerson Lachtermarcher. – São Paulo: Pearson Prentice Hall, 2009.

LIMA, M. P. **Custos logísticos na economia brasileira**. Revista Tecnológica, v. 11, n. 122, p. 64-69, 2006.

LOBO, D. da S. **Dimensionamento e otimização locacional de unidades de educação infantil**. 2003. 142 f. Tese (Doutorado) - Curso de Pós-graduação, Engenharia de Produção, Universidade Federal de Santa Catarina, Florianópolis, 2003.

LORENA, L. A. N.; SENNE, E. L. **Abordagens complementares para o problema de p-medianas**. Revista Produção, Sem Cd., v. 13, n. 3, 2003.

MOREIRA, D. A. **Pesquisa Operacional: curso introdutório** / Daniel Augusto Moreira. – 2. Ed. rev. e atualiz. – São Paulo: Cengage Learning, 2013

NOVAES, A. G.; ALVARENGA A. C. **Logística aplicada: suprimento e distribuição física**. – 3. ed. – São Paulo: Blucher, 2000.

OWEN, S.H.; DASKIN, M.S. **Strategic facility location: A review**. European Journal of Operational Research, v. 111, n. 3, p. 423-447, Apr. 1998.

PEREIRA, M. A.. **Um método Branch-and-Price para problemas de localização de p-medianas**. 2005. Tese (Doutorado) , Instituto Nacional de Pesquisas Espaciais (INPE), São José dos Campos, 2005.

PIZZOLATO, N. D.; PINHO, A. R. de. **A regionalização dos centros de distribuição como solução logística**. Revista Tecnológica, São Paulo, v. 87, n. 8, p.54-59, fev. 2003. Mensal.

PIZZOLATO, N. D.; RAUPP, F. M. P.; ALZAMORA, G. S.. **REVISÃO DE DESAFIOS APLICADOS EM LOCALIZAÇÃO COM BASE EM MODELOS DA p-MEDIANA E SUAS VARIANTES**. Podes: Revista eletrônica Pesquisa Operacional para o desenvolvimento, Rio de Janeiro, v. 4, n. 1, p.13-42, abr. 2012.

REESE, J. **Solution methods for the p-median problem: An annotated bibliography**. Networks, [s.l.], v. 48, n. 3, p.125-142, 2006.

SIMCHI-LEVI, D. **Cadeia de Suprimentos: projeto e gestão** / 3. Ed. – Porto Alegre: Bookman, 2010.

SPAK, M. D. S. **Proposta de uma metodologia de apoio à tomada de decisão para localização de centros de distribuição no setor varejista de móveis e eletrôdomésticos**. 134 f. Dissertação (Mestrado) –Pós-Graduação em Engenharia de Produção, Universidade Tecnológica Federal do Paraná, Ponta Grossa, 2012.

TABOADA, C. **Logística: o diferencial da empresa competitiva**. FAEBusiness, Curitiba, n. 2, 2002. Disponível em:
<http://www.unifae.br/publicacoes/fae_business.asp#2>. Acesso em: 25mai. 2015.

TAHA, H. A. **Pesquisa Operacional: uma visão geral** / 8 ed. – São Paulo : Pearson Prentice Hall, 2008.

ANEXO A – Resultados obtidos

Neste apêndice serão apresentados os dados de saída do programa.

Cenário atual:

File exists
 You are using the solver gurobi_ampl.
 Checking ampl.mod for gurobi_options...
 Checking ampl.com for gurobi_options...
 Executing AMPL.
 processing data.
 processing commands.
 Executing on neos-7.neos-server.org

Presolve eliminates 1717 constraints and 47768 variables.

Adjusted problem:

6 variables, all linear
 6 constraints, all linear; 14 nonzeros
 6 inequality constraints
 1 linear objective; 6 nonzeros.

Setting \$presolve_inteps < 3.68e-07 could change presolve results.

Gurobi 6.5.0: threads=4
 outlev=1
 Optimize a model with 6 rows, 6 columns and 14 nonzeros
 Coefficient statistics:
 Matrix range [1e+00, 1e+00]
 Objective range [2e+02, 8e+02]
 Bounds range [1e+04, 1e+10]
 RHS range [5e+03, 3e+04]
 Presolve removed 2 rows and 2 columns
 Presolve time: 0.00s
 Presolved: 4 rows, 6 columns, 10 nonzeros

| Iteration | Objective | Primal Inf. | Dual Inf. | Time |
|-----------|---------------|--------------|--------------|------|
| 0 | 8.4816957e+06 | 1.685369e+04 | 0.000000e+00 | 0s |
| 2 | 1.3884118e+07 | 0.000000e+00 | 0.000000e+00 | 0s |

Solved in 2 iterations and 0.00 seconds

Optimal objective 1.388411750e+07

Gurobi 6.5.0: optimal solution; objective 13884117.5

2 simplex iterations

Custo de Fabricacao: $\sum\{i \text{ in } 1 \dots I, j \text{ in } 1 \dots J\} c_fab[i]*x[i,j] = 7552490$

Custo de Armazenagem: $\sum\{j \text{ in } 1 \dots J, k \text{ in } 1 \dots K\} a[j]*c_arm[j]*w[k]*y[j,k] = 0$

Distribuicao: $\sum\{j \text{ in } 1 \dots J, k \text{ in } 1 \dots K\} w[k]*d[j,k]*y[j,k] = 5622740$

Custo de Transferencia: $\sum\{i \text{ in } 1 \dots I, j \text{ in } 1 \dots J\} x[i,j]*c[i,j] = 708887$

Fabrica 1: $\sum\{j \text{ in } 1 \dots J\} x[1,j] = 16116.4$

Fabrica 2: $\sum\{j \text{ in } 1 \dots J\} x[2,j] = 7432.66$

Fabrica 3: $\sum\{j \text{ in } 1 \dots J\} x[3,j] = 0$

Fabrica 4: $\sum_{j \in 1 \dots J} x_{4,j} = 0$

set $\{j \in 1 \dots J: a_{[j]} > 0\} := 1 \ 2 \ 3 \ 4;$

set $\{i \in 1 \dots I: f_{[i]} > 0\} := 1 \ 2;$

set $\{i \in 1 \dots I, j \in 1 \dots J: x_{[i,j]} > 0\} := (1,1) (1,4) (2,2) (2,3);$

set $\{j \in 1 \dots J, k \in 1 \dots K: y_{[j,k]} > 0\} :=$

| | | | | | | | |
|--------|---------|---------|---------|---------|---------|---------|---------|
| (1,1) | (1,189) | (1,394) | (1,553) | (2,215) | (2,361) | (3,490) | (4,386) |
| (1,8) | (1,190) | (1,395) | (1,554) | (2,216) | (2,362) | (3,491) | (4,387) |
| (1,9) | (1,191) | (1,396) | (1,555) | (2,217) | (2,406) | (3,492) | (4,388) |
| (1,10) | (1,192) | (1,397) | (1,556) | (2,218) | (2,407) | (3,493) | (4,389) |
| (1,18) | (1,193) | (1,398) | (1,557) | (2,219) | (2,408) | (3,494) | (4,390) |
| (1,19) | (1,194) | (1,399) | (2,2) | (2,296) | (2,409) | (3,495) | (4,391) |
| (1,20) | (1,195) | (1,400) | (2,11) | (2,297) | (2,410) | (3,496) | (4,392) |
| (1,21) | (1,196) | (1,401) | (2,12) | (2,298) | (2,411) | (3,497) | (4,393) |
| (1,22) | (1,197) | (1,402) | (2,13) | (2,299) | (2,412) | (4,4) | (4,424) |
| (1,23) | (1,198) | (1,403) | (2,14) | (2,300) | (2,413) | (4,5) | (4,425) |
| (1,24) | (1,199) | (1,404) | (2,15) | (2,301) | (2,414) | (4,6) | (4,426) |
| (1,25) | (1,200) | (1,405) | (2,16) | (2,302) | (2,415) | (4,7) | (4,427) |
| (1,26) | (1,201) | (1,431) | (2,17) | (2,303) | (2,416) | (4,48) | (4,428) |
| (1,27) | (1,220) | (1,432) | (2,62) | (2,304) | (2,417) | (4,49) | (4,429) |
| (1,28) | (1,221) | (1,433) | (2,63) | (2,305) | (2,418) | (4,50) | (4,430) |
| (1,29) | (1,222) | (1,498) | (2,64) | (2,306) | (2,419) | (4,51) | (4,434) |
| (1,30) | (1,223) | (1,499) | (2,70) | (2,307) | (2,420) | (4,52) | (4,435) |
| (1,31) | (1,224) | (1,500) | (2,71) | (2,308) | (2,421) | (4,53) | (4,436) |
| (1,32) | (1,225) | (1,501) | (2,72) | (2,309) | (2,422) | (4,54) | (4,437) |
| (1,33) | (1,226) | (1,502) | (2,73) | (2,310) | (2,423) | (4,55) | (4,438) |
| (1,34) | (1,227) | (1,503) | (2,74) | (2,311) | (3,3) | (4,65) | (4,439) |
| (1,35) | (1,228) | (1,504) | (2,75) | (2,312) | (3,69) | (4,67) | (4,440) |
| (1,36) | (1,229) | (1,505) | (2,114) | (2,313) | (3,78) | (4,76) | (4,441) |
| (1,37) | (1,230) | (1,506) | (2,115) | (2,314) | (3,90) | (4,77) | (4,442) |
| (1,38) | (1,231) | (1,507) | (2,116) | (2,315) | (3,91) | (4,86) | (4,443) |
| (1,39) | (1,232) | (1,508) | (2,148) | (2,316) | (3,92) | (4,87) | (4,444) |
| (1,40) | (1,233) | (1,509) | (2,149) | (2,317) | (3,93) | (4,88) | (4,445) |
| (1,41) | (1,234) | (1,510) | (2,150) | (2,318) | (3,94) | (4,89) | (4,446) |
| (1,42) | (1,235) | (1,511) | (2,151) | (2,319) | (3,95) | (4,277) | (4,447) |
| (1,43) | (1,236) | (1,512) | (2,152) | (2,320) | (3,96) | (4,278) | (4,448) |
| (1,44) | (1,237) | (1,513) | (2,153) | (2,321) | (3,97) | (4,279) | (4,449) |
| (1,45) | (1,238) | (1,514) | (2,154) | (2,322) | (3,98) | (4,280) | (4,450) |
| (1,46) | (1,239) | (1,515) | (2,155) | (2,323) | (3,99) | (4,281) | (4,451) |
| (1,47) | (1,240) | (1,516) | (2,156) | (2,324) | (3,100) | (4,282) | (4,452) |
| (1,56) | (1,241) | (1,517) | (2,157) | (2,325) | (3,101) | (4,283) | (4,453) |
| (1,57) | (1,242) | (1,518) | (2,158) | (2,326) | (3,117) | (4,284) | (4,454) |
| (1,58) | (1,243) | (1,519) | (2,159) | (2,327) | (3,118) | (4,285) | (4,455) |
| (1,59) | (1,244) | (1,520) | (2,160) | (2,328) | (3,119) | (4,286) | (4,456) |
| (1,60) | (1,245) | (1,521) | (2,161) | (2,329) | (3,120) | (4,287) | (4,457) |
| (1,61) | (1,246) | (1,522) | (2,162) | (2,330) | (3,121) | (4,288) | (4,458) |
| (1,66) | (1,247) | (1,523) | (2,163) | (2,331) | (3,122) | (4,289) | (4,459) |
| (1,68) | (1,248) | (1,524) | (2,164) | (2,332) | (3,123) | (4,290) | (4,460) |
| (1,79) | (1,249) | (1,525) | (2,165) | (2,333) | (3,124) | (4,291) | (4,461) |
| (1,80) | (1,250) | (1,526) | (2,166) | (2,334) | (3,125) | (4,292) | (4,462) |
| (1,81) | (1,251) | (1,527) | (2,167) | (2,335) | (3,126) | (4,293) | (4,463) |

| | | | | | | | |
|---------|---------|---------|---------|---------|---------|---------|---------|
| (1,82) | (1,252) | (1,528) | (2,168) | (2,336) | (3,127) | (4,294) | (4,464) |
| (1,83) | (1,253) | (1,529) | (2,169) | (2,337) | (3,128) | (4,295) | (4,465) |
| (1,84) | (1,254) | (1,530) | (2,170) | (2,338) | (3,129) | (4,363) | (4,466) |
| (1,85) | (1,255) | (1,531) | (2,171) | (2,339) | (3,130) | (4,364) | (4,467) |
| (1,102) | (1,256) | (1,532) | (2,172) | (2,340) | (3,131) | (4,365) | (4,468) |
| (1,103) | (1,257) | (1,533) | (2,173) | (2,341) | (3,132) | (4,366) | (4,469) |
| (1,104) | (1,258) | (1,534) | (2,174) | (2,342) | (3,133) | (4,367) | (4,470) |
| (1,105) | (1,259) | (1,535) | (2,175) | (2,343) | (3,134) | (4,368) | (4,471) |
| (1,106) | (1,260) | (1,536) | (2,176) | (2,344) | (3,135) | (4,369) | (4,472) |
| (1,107) | (1,261) | (1,537) | (2,177) | (2,345) | (3,136) | (4,370) | (4,473) |
| (1,108) | (1,262) | (1,538) | (2,178) | (2,346) | (3,137) | (4,371) | (4,474) |
| (1,109) | (1,263) | (1,539) | (2,179) | (2,347) | (3,138) | (4,372) | (4,475) |
| (1,110) | (1,264) | (1,540) | (2,202) | (2,348) | (3,139) | (4,373) | (4,476) |
| (1,111) | (1,265) | (1,541) | (2,203) | (2,349) | (3,140) | (4,374) | (4,477) |
| (1,112) | (1,266) | (1,542) | (2,204) | (2,350) | (3,141) | (4,375) | (4,478) |
| (1,113) | (1,267) | (1,543) | (2,205) | (2,351) | (3,142) | (4,376) | (4,479) |
| (1,180) | (1,268) | (1,544) | (2,206) | (2,352) | (3,143) | (4,377) | (4,480) |
| (1,181) | (1,269) | (1,545) | (2,207) | (2,353) | (3,144) | (4,378) | (4,481) |
| (1,182) | (1,270) | (1,546) | (2,208) | (2,354) | (3,145) | (4,379) | (4,482) |
| (1,183) | (1,271) | (1,547) | (2,209) | (2,355) | (3,146) | (4,380) | (4,483) |
| (1,184) | (1,272) | (1,548) | (2,210) | (2,356) | (3,147) | (4,381) | (4,484) |
| (1,185) | (1,273) | (1,549) | (2,211) | (2,357) | (3,486) | (4,382) | (4,485) |
| (1,186) | (1,274) | (1,550) | (2,212) | (2,358) | (3,487) | (4,383) | |
| (1,187) | (1,275) | (1,551) | (2,213) | (2,359) | (3,488) | (4,384) | |
| (1,188) | (1,276) | (1,552) | (2,214) | (2,360) | (3,489) | (4,385) | |

Cenário 1:

File exists

You are using the solver gurobi_ampl.

Checking ampl.mod for gurobi_options...

Checking ampl.com for gurobi_options...

Executing AMPL.

processing data.

processing commands.

Executing on neos-7.neos-server.org

Presolve eliminates 350 constraints and 178 variables.

Adjusted problem:

47596 variables:

13811 binary variables

33615 nonlinear variables

170 linear variables

814 constraints, all linear; 118064 nonzeros

558 equality constraints

256 inequality constraints

1 nonlinear objective; 35437 nonzeros.

Gurobi 6.5.0: threads=4

outlev=1

Optimize a model with 814 rows, 47596 columns and 118064 nonzeros
 Model has 33534 quadratic objective terms

Coefficient statistics:

Matrix range [9e-02, 2e+04]
 Objective range [2e+01, 3e+06]
 Bounds range [1e+00, 1e+10]
 RHS range [1e+00, 4e+04]

Found heuristic solution: objective 2.36292e+07

Presolve removed 143 rows and 12155 columns

Presolve time: 0.16s

Presolved: 34205 rows, 68975 columns, 206511 nonzeros

Variable types: 170 continuous, 68805 integer (68805 binary)

Root relaxation: objective 1.178913e+07, 3256 iterations, 0.24 seconds

| | Nodes | Current Node | Objective | Bounds | Work | |
|------|--------|--------------|-----------|---------|-----------|---------------------------|
| Expl | Unexpl | Obj | Depth | Int/Inf | Incumbent | BestBd Gap It/Node Time |

| | | | | | | | | | | |
|---|------|-----|------------|-----|-----|--------------|------------|-------|------|-----|
| | 0 | 0 | 1.1789e+07 | 0 | 602 | 2.3629e+07 | 1.1789e+07 | 50.1% | - | 0s |
| H | 0 | 0 | | | | 1.562769e+07 | 1.1789e+07 | 24.6% | - | 6s |
| H | 0 | 0 | | | | 1.369642e+07 | 1.1789e+07 | 13.9% | - | 6s |
| | 0 | 0 | 1.2135e+07 | 0 | 543 | 1.3696e+07 | 1.2135e+07 | 11.4% | - | 18s |
| | 0 | 0 | 1.2998e+07 | 0 | 527 | 1.3696e+07 | 1.2998e+07 | 5.10% | - | 20s |
| | 0 | 0 | 1.3367e+07 | 0 | 531 | 1.3696e+07 | 1.3367e+07 | 2.41% | - | 21s |
| | 0 | 0 | 1.3381e+07 | 0 | 517 | 1.3696e+07 | 1.3381e+07 | 2.30% | - | 22s |
| | 0 | 0 | 1.3474e+07 | 0 | 553 | 1.3696e+07 | 1.3474e+07 | 1.62% | - | 23s |
| | 0 | 0 | 1.3476e+07 | 0 | 544 | 1.3696e+07 | 1.3476e+07 | 1.61% | - | 24s |
| H | 0 | 0 | | | | 1.369641e+07 | 1.3476e+07 | 1.61% | - | 25s |
| H | 0 | 0 | | | | 1.369621e+07 | 1.3476e+07 | 1.61% | - | 25s |
| H | 0 | 0 | | | | 1.369597e+07 | 1.3476e+07 | 1.60% | - | 25s |
| | 0 | 0 | 1.3513e+07 | 0 | 576 | 1.3696e+07 | 1.3513e+07 | 1.34% | - | 25s |
| | 0 | 0 | 1.3516e+07 | 0 | 583 | 1.3696e+07 | 1.3516e+07 | 1.31% | - | 26s |
| H | 0 | 0 | | | | 1.369337e+07 | 1.3516e+07 | 1.29% | - | 27s |
| H | 0 | 0 | | | | 1.368994e+07 | 1.3516e+07 | 1.27% | - | 27s |
| | 0 | 0 | 1.3533e+07 | 0 | 557 | 1.3690e+07 | 1.3533e+07 | 1.15% | - | 28s |
| | 0 | 0 | 1.3534e+07 | 0 | 548 | 1.3690e+07 | 1.3534e+07 | 1.14% | - | 28s |
| | 0 | 0 | 1.3548e+07 | 0 | 569 | 1.3690e+07 | 1.3548e+07 | 1.04% | - | 29s |
| | 0 | 0 | 1.3550e+07 | 0 | 545 | 1.3690e+07 | 1.3550e+07 | 1.02% | - | 30s |
| | 0 | 0 | 1.3562e+07 | 0 | 546 | 1.3690e+07 | 1.3562e+07 | 0.93% | - | 31s |
| | 0 | 0 | 1.3563e+07 | 0 | 530 | 1.3690e+07 | 1.3563e+07 | 0.93% | - | 32s |
| | 0 | 0 | 1.3573e+07 | 0 | 537 | 1.3690e+07 | 1.3573e+07 | 0.85% | - | 33s |
| | 0 | 0 | 1.3575e+07 | 0 | 536 | 1.3690e+07 | 1.3575e+07 | 0.84% | - | 34s |
| | 0 | 0 | 1.3581e+07 | 0 | 553 | 1.3690e+07 | 1.3581e+07 | 0.79% | - | 35s |
| | 0 | 0 | 1.3583e+07 | 0 | 537 | 1.3690e+07 | 1.3583e+07 | 0.78% | - | 36s |
| | 0 | 0 | 1.3587e+07 | 0 | 563 | 1.3690e+07 | 1.3587e+07 | 0.75% | - | 37s |
| | 0 | 0 | 1.3587e+07 | 0 | 563 | 1.3690e+07 | 1.3587e+07 | 0.75% | - | 40s |
| | 0 | 2 | 1.3587e+07 | 0 | 563 | 1.3690e+07 | 1.3587e+07 | 0.75% | - | 42s |
| | 14 | 1 | cutoff | 8 | | 1.3690e+07 | 1.3590e+07 | 0.73% | 277 | 45s |
| | 54 | 4 | 1.3599e+07 | 29 | 451 | 1.3690e+07 | 1.3598e+07 | 0.67% | 244 | 50s |
| | 116 | 4 | 1.3618e+07 | 59 | 297 | 1.3690e+07 | 1.3615e+07 | 0.55% | 223 | 55s |
| | 172 | 4 | 1.3658e+07 | 92 | 137 | 1.3690e+07 | 1.3657e+07 | 0.24% | 179 | 60s |
| | 1148 | 162 | 1.3687e+07 | 106 | 66 | 1.3690e+07 | 1.3679e+07 | 0.08% | 31.8 | 65s |

Cutting planes:

Gomory: 11

Cover: 142

Implied bound: 2

Clique: 52

MIR: 645

Flow cover: 234

GUB cover: 49

Explored 1903 nodes (48847 simplex iterations) in 66.25 seconds

Thread count was 4 (of 64 available processors)

Optimal solution found (tolerance 1.00e-04)

Best objective 1.368994442575e+07, best bound 1.368994442575e+07, gap 0.0000%

Optimize a model with 814 rows, 47596 columns and 118064 nonzeros

Model has 33534 quadratic objective terms

Coefficient statistics:

Matrix range [9e-02, 2e+04]

Objective range [2e+01, 3e+06]

Bounds range [1e+00, 1e+10]

RHS range [1e+00, 4e+04]

| Iteration | Objective | Primal Inf. | Dual Inf. | Time | Os |
|-----------|---------------|--------------|--------------|------|----|
| 0 | 5.6783513e+06 | 0.000000e+00 | 0.000000e+00 | | 0s |
| 11 | 1.3689944e+07 | 0.000000e+00 | 0.000000e+00 | | 0s |

Solved in 11 iterations and 0.02 seconds

Optimal objective 1.368994443e+07

Gurobi 6.5.0: optimal solution; objective 13689944.43

48847 simplex iterations

1903 branch-and-cut nodes

plus 11 simplex iterations for intbasis

Custo de Fabricacao: $\sum\{i \text{ in } 1 \dots I, j \text{ in } 1 \dots J\} c_fab[i]*x[i,j] = 7068840$

Custo de Armazenagem: $\sum\{j \text{ in } 1 \dots J, k \text{ in } 1 \dots K\} a[j]*c_arm[j]*w[k]*y[j,k] = 13113.2$

Distribuicao: $\sum\{j \text{ in } 1 \dots J, k \text{ in } 1 \dots K\} w[k]*d[j,k]*y[j,k] = 5665240$

Custo de Transferencia: $\sum\{i \text{ in } 1 \dots I, j \text{ in } 1 \dots J\} x[i,j]*c[i,j] = 942758$

Fabrica 1: $\sum\{j \text{ in } 1 \dots J\} x[1,j] = 12877.9$

Fabrica 2: $\sum\{j \text{ in } 1 \dots J\} x[2,j] = 10671.1$

Fabrica 3: $\sum\{j \text{ in } 1 \dots J\} x[3,j] = 0$

Fabrica 4: $\sum\{j \text{ in } 1 \dots J\} x[4,j] = 0$

set $\{j \text{ in } 1 \dots J: a[j] > 0\} := 1 \ 2 \ 3 \ 4 \ 17;$

set $\{i \text{ in } 1 \dots I: f[i] > 0\} := 1 \ 2;$

set $\{i \text{ in } 1 \dots I, j \text{ in } 1 \dots J: x[i,j] > 0\} :=$

(1,1) (2,2) (2,3) (2,4) (2,17);

set $\{j \text{ in } 1 \dots J, k \text{ in } 1 \dots K: y[j,k] > 0\} :=$

(1,1) (1,115) (1,253) (1,349) (1,473) (2,70) (2,345) (3,230)

(1,6) (1,116) (1,254) (1,353) (1,478) (2,72) (2,346) (3,234)

(1,7) (1,120) (1,255) (1,355) (1,481) (2,73) (2,348) (3,235)

(1,11) (1,155) (1,256) (1,356) (1,485) (2,74) (2,350) (3,240)

(1,21) (1,157) (1,257) (1,357) (1,491) (2,75) (2,351) (3,241)

(1,22) (1,158) (1,258) (1,359) (1,493) (2,78) (2,352) (3,245)

(1,23) (1,159) (1,259) (1,360) (1,498) (2,90) (2,354) (3,250)

(1,24) (1,164) (1,261) (1,361) (1,499) (2,91) (2,358) (3,260)

| | | | | | | | |
|---------|---------|---------|---------|---------|---------|---------|---------|
| (1,25) | (1,167) | (1,263) | (1,363) | (1,500) | (2,93) | (2,362) | (3,262) |
| (1,26) | (1,168) | (1,264) | (1,364) | (1,501) | (2,95) | (2,406) | (3,557) |
| (1,27) | (1,169) | (1,265) | (1,365) | (1,502) | (2,97) | (2,408) | (4,4) |
| (1,28) | (1,170) | (1,266) | (1,366) | (1,503) | (2,98) | (2,409) | (4,5) |
| (1,29) | (1,171) | (1,267) | (1,367) | (1,504) | (2,99) | (2,410) | (4,49) |
| (1,32) | (1,172) | (1,268) | (1,368) | (1,505) | (2,100) | (2,412) | (4,50) |
| (1,33) | (1,176) | (1,269) | (1,369) | (1,506) | (2,118) | (2,413) | (4,54) |
| (1,36) | (1,178) | (1,270) | (1,370) | (1,507) | (2,121) | (2,416) | (4,76) |
| (1,37) | (1,179) | (1,271) | (1,371) | (1,508) | (2,124) | (2,417) | (4,77) |
| (1,38) | (1,183) | (1,272) | (1,372) | (1,509) | (2,125) | (2,418) | (4,292) |
| (1,40) | (1,185) | (1,273) | (1,375) | (1,510) | (2,126) | (2,419) | (4,373) |
| (1,41) | (1,186) | (1,274) | (1,376) | (1,511) | (2,130) | (2,422) | (4,374) |
| (1,42) | (1,188) | (1,275) | (1,379) | (1,512) | (2,131) | (2,423) | (4,377) |
| (1,43) | (1,189) | (1,276) | (1,380) | (1,513) | (2,134) | (2,486) | (4,378) |
| (1,44) | (1,190) | (1,277) | (1,382) | (1,514) | (2,135) | (2,487) | (4,381) |
| (1,45) | (1,191) | (1,278) | (1,383) | (1,515) | (2,138) | (2,488) | (4,388) |
| (1,46) | (1,192) | (1,279) | (1,384) | (1,517) | (2,143) | (2,489) | (4,389) |
| (1,47) | (1,193) | (1,280) | (1,385) | (1,518) | (2,148) | (2,490) | (4,392) |
| (1,48) | (1,194) | (1,281) | (1,386) | (1,519) | (2,149) | (2,492) | (4,396) |
| (1,51) | (1,195) | (1,282) | (1,387) | (1,520) | (2,150) | (2,494) | (4,404) |
| (1,52) | (1,196) | (1,283) | (1,390) | (1,521) | (2,151) | (2,495) | (4,435) |
| (1,53) | (1,197) | (1,284) | (1,391) | (1,523) | (2,152) | (2,496) | (4,437) |
| (1,55) | (1,198) | (1,285) | (1,393) | (1,524) | (2,153) | (2,497) | (4,439) |
| (1,56) | (1,199) | (1,286) | (1,394) | (1,525) | (2,154) | (2,553) | (4,440) |
| (1,57) | (1,200) | (1,287) | (1,395) | (1,526) | (2,156) | (2,555) | (4,441) |
| (1,59) | (1,201) | (1,288) | (1,397) | (1,527) | (2,160) | (2,556) | (4,442) |
| (1,60) | (1,204) | (1,289) | (1,398) | (1,528) | (2,161) | (3,3) | (4,443) |
| (1,61) | (1,205) | (1,290) | (1,399) | (1,529) | (2,162) | (3,9) | (4,444) |
| (1,64) | (1,206) | (1,291) | (1,400) | (1,530) | (2,163) | (3,18) | (4,445) |
| (1,65) | (1,207) | (1,293) | (1,401) | (1,531) | (2,165) | (3,19) | (4,446) |
| (1,66) | (1,208) | (1,294) | (1,402) | (1,532) | (2,166) | (3,20) | (4,447) |
| (1,67) | (1,209) | (1,295) | (1,403) | (1,533) | (2,173) | (3,30) | (4,448) |
| (1,68) | (1,210) | (1,296) | (1,405) | (1,534) | (2,174) | (3,31) | (4,450) |
| (1,71) | (1,211) | (1,297) | (1,407) | (1,535) | (2,175) | (3,34) | (4,451) |
| (1,79) | (1,213) | (1,298) | (1,411) | (1,536) | (2,177) | (3,35) | (4,454) |
| (1,80) | (1,214) | (1,299) | (1,414) | (1,537) | (2,202) | (3,39) | (4,455) |
| (1,81) | (1,219) | (1,300) | (1,415) | (1,538) | (2,203) | (3,58) | (4,457) |
| (1,82) | (1,221) | (1,301) | (1,420) | (1,539) | (2,212) | (3,117) | (4,458) |
| (1,83) | (1,222) | (1,302) | (1,421) | (1,540) | (2,215) | (3,119) | (4,459) |
| (1,84) | (1,223) | (1,303) | (1,424) | (1,541) | (2,216) | (3,122) | (4,460) |
| (1,85) | (1,224) | (1,304) | (1,425) | (1,543) | (2,217) | (3,123) | (4,462) |
| (1,86) | (1,225) | (1,305) | (1,426) | (1,544) | (2,218) | (3,127) | (4,467) |
| (1,87) | (1,226) | (1,306) | (1,427) | (1,545) | (2,308) | (3,128) | (4,468) |
| (1,88) | (1,227) | (1,307) | (1,428) | (1,546) | (2,316) | (3,129) | (4,469) |
| (1,89) | (1,228) | (1,309) | (1,429) | (1,547) | (2,317) | (3,132) | (4,470) |
| (1,92) | (1,229) | (1,310) | (1,430) | (1,548) | (2,318) | (3,133) | (4,471) |
| (1,94) | (1,231) | (1,311) | (1,431) | (1,549) | (2,319) | (3,136) | (4,474) |
| (1,96) | (1,232) | (1,312) | (1,432) | (1,550) | (2,320) | (3,137) | (4,475) |
| (1,101) | (1,233) | (1,313) | (1,433) | (1,551) | (2,321) | (3,139) | (4,476) |
| (1,102) | (1,236) | (1,314) | (1,434) | (1,552) | (2,327) | (3,140) | (4,477) |

```

(1,103) (1,237) (1,315) (1,436) (1,554) (2,329) (3,141) (4,479)
(1,104) (1,238) (1,322) (1,438) (2,2) (2,331) (3,142) (4,480)
(1,105) (1,239) (1,323) (1,449) (2,8) (2,333) (3,144) (4,482)
(1,106) (1,242) (1,324) (1,452) (2,10) (2,334) (3,145) (4,483)
(1,107) (1,243) (1,325) (1,453) (2,12) (2,335) (3,146) (4,484)
(1,108) (1,244) (1,326) (1,456) (2,13) (2,337) (3,147) (4,516)
(1,109) (1,246) (1,328) (1,461) (2,14) (2,338) (3,180) (4,522)
(1,110) (1,247) (1,330) (1,463) (2,15) (2,340) (3,181) (4,542)
(1,111) (1,248) (1,332) (1,464) (2,16) (2,341) (3,182) (17,17)
(1,112) (1,249) (1,336) (1,465) (2,62) (2,342) (3,184)
(1,113) (1,251) (1,339) (1,466) (2,63) (2,343) (3,187)
(1,114) (1,252) (1,347) (1,472) (2,69) (2,344) (3,220);

```

Cenário 2:

File exists

You are using the solver gurobi_ampl.

Checking ampl.mod for gurobi_options...

Checking ampl.com for gurobi_options...

Executing AMPL.

processing data.

processing commands.

Executing on neos-7.neos-server.org

Presolve eliminates 350 constraints and 178 variables.

Adjusted problem:

47596 variables:

13811 binary variables

33615 nonlinear variables

170 linear variables

814 constraints, all linear; 118064 nonzeros

558 equality constraints

256 inequality constraints

1 nonlinear objective; 35437 nonzeros.

Gurobi 6.5.0: threads=4

outlev=1

Optimize a model with 814 rows, 47596 columns and 118064 nonzeros

Model has 33534 quadratic objective terms

Coefficient statistics:

Matrix range [9e-02, 2e+04]

Objective range [2e+01, 3e+06]

Bounds range [1e+00, 1e+10]

RHS range [1e+00, 4e+04]

Found heuristic solution: objective 2.36292e+07

Presolve removed 143 rows and 12155 columns

Presolve time: 0.12s

Presolved: 34205 rows, 68975 columns, 206511 nonzeros

Variable types: 170 continuous, 68805 integer (68805 binary)

Root relaxation: objective 1.178913e+07, 3223 iterations, 0.24 seconds

| Nodes | Current Node | Objective Bounds | Work |
|-------|--------------|------------------|------|
|-------|--------------|------------------|------|

| | Expl | Unexpl | Obj | Depth | IntInf | Incumbent | BestBd | Gap | It/Node | Time |
|---|------|--------|------------|-------|--------|--------------|------------|-------|---------|------|
| | 0 | 0 | 1.1789e+07 | 0 | 602 | 2.3629e+07 | 1.1789e+07 | 50.1% | - | 0s |
| H | 0 | 0 | | | | 1.562789e+07 | 1.1789e+07 | 24.6% | - | 0s |
| H | 0 | 0 | | | | 1.369653e+07 | 1.1789e+07 | 13.9% | - | 1s |
| | 0 | 0 | 1.3471e+07 | 0 | 461 | 1.3697e+07 | 1.3471e+07 | 1.65% | - | 2s |
| | 0 | 0 | 1.3474e+07 | 0 | 459 | 1.3697e+07 | 1.3474e+07 | 1.63% | - | 3s |
| | 0 | 0 | 1.3504e+07 | 0 | 447 | 1.3697e+07 | 1.3504e+07 | 1.41% | - | 4s |
| | 0 | 0 | 1.3504e+07 | 0 | 447 | 1.3697e+07 | 1.3504e+07 | 1.40% | - | 4s |
| H | 0 | 0 | | | | 1.369621e+07 | 1.3504e+07 | 1.40% | - | 5s |
| | 0 | 0 | 1.3527e+07 | 0 | 460 | 1.3696e+07 | 1.3527e+07 | 1.23% | - | 5s |
| | 0 | 0 | 1.3529e+07 | 0 | 461 | 1.3696e+07 | 1.3529e+07 | 1.22% | - | 5s |
| H | 0 | 0 | | | | 1.369597e+07 | 1.3529e+07 | 1.22% | - | 6s |
| H | 0 | 0 | | | | 1.369337e+07 | 1.3529e+07 | 1.20% | - | 6s |
| | 0 | 0 | 1.3551e+07 | 0 | 445 | 1.3693e+07 | 1.3551e+07 | 1.04% | - | 6s |
| | 0 | 0 | 1.3553e+07 | 0 | 448 | 1.3693e+07 | 1.3553e+07 | 1.03% | - | 7s |
| H | 0 | 0 | | | | 1.368994e+07 | 1.3553e+07 | 1.00% | - | 7s |
| | 0 | 0 | 1.3566e+07 | 0 | 414 | 1.3690e+07 | 1.3566e+07 | 0.90% | - | 7s |
| | 0 | 0 | 1.3568e+07 | 0 | 416 | 1.3690e+07 | 1.3568e+07 | 0.89% | - | 8s |
| | 0 | 0 | 1.3579e+07 | 0 | 406 | 1.3690e+07 | 1.3579e+07 | 0.81% | - | 8s |
| H | 0 | 0 | | | | 1.368887e+07 | 1.3579e+07 | 0.80% | - | 9s |
| | 0 | 0 | 1.3581e+07 | 0 | 400 | 1.3689e+07 | 1.3581e+07 | 0.79% | - | 9s |
| | 0 | 0 | 1.3591e+07 | 0 | 423 | 1.3689e+07 | 1.3591e+07 | 0.72% | - | 10s |
| | 0 | 0 | 1.3592e+07 | 0 | 433 | 1.3689e+07 | 1.3592e+07 | 0.71% | - | 10s |
| | 0 | 0 | 1.3601e+07 | 0 | 398 | 1.3689e+07 | 1.3601e+07 | 0.64% | - | 11s |
| | 0 | 0 | 1.3602e+07 | 0 | 398 | 1.3689e+07 | 1.3602e+07 | 0.63% | - | 12s |
| | 0 | 0 | 1.3609e+07 | 0 | 366 | 1.3689e+07 | 1.3609e+07 | 0.59% | - | 13s |
| | 0 | 0 | 1.3610e+07 | 0 | 372 | 1.3689e+07 | 1.3610e+07 | 0.58% | - | 13s |
| | 0 | 0 | 1.3618e+07 | 0 | 344 | 1.3689e+07 | 1.3618e+07 | 0.52% | - | 14s |
| | 0 | 0 | 1.3619e+07 | 0 | 354 | 1.3689e+07 | 1.3619e+07 | 0.51% | - | 14s |
| | 0 | 0 | 1.3624e+07 | 0 | 338 | 1.3689e+07 | 1.3624e+07 | 0.47% | - | 15s |
| | 0 | 0 | 1.3625e+07 | 0 | 365 | 1.3689e+07 | 1.3625e+07 | 0.47% | - | 15s |
| | 0 | 0 | 1.3630e+07 | 0 | 329 | 1.3689e+07 | 1.3630e+07 | 0.43% | - | 16s |
| | 0 | 0 | 1.3631e+07 | 0 | 328 | 1.3689e+07 | 1.3631e+07 | 0.42% | - | 17s |
| | 0 | 0 | 1.3636e+07 | 0 | 320 | 1.3689e+07 | 1.3636e+07 | 0.39% | - | 17s |
| | 0 | 0 | 1.3636e+07 | 0 | 316 | 1.3689e+07 | 1.3636e+07 | 0.39% | - | 21s |
| | 0 | 0 | 1.3640e+07 | 0 | 279 | 1.3689e+07 | 1.3640e+07 | 0.36% | - | 22s |
| H | 0 | 0 | | | | 1.368677e+07 | 1.3640e+07 | 0.34% | - | 23s |
| | 0 | 0 | 1.3640e+07 | 0 | 271 | 1.3687e+07 | 1.3640e+07 | 0.34% | - | 23s |
| | 0 | 0 | 1.3643e+07 | 0 | 279 | 1.3687e+07 | 1.3643e+07 | 0.32% | - | 23s |
| | 0 | 0 | 1.3644e+07 | 0 | 284 | 1.3687e+07 | 1.3644e+07 | 0.31% | - | 24s |
| | 0 | 0 | 1.3648e+07 | 0 | 313 | 1.3687e+07 | 1.3648e+07 | 0.29% | - | 25s |
| | 0 | 0 | 1.3648e+07 | 0 | 310 | 1.3687e+07 | 1.3648e+07 | 0.28% | - | 25s |
| | 0 | 0 | 1.3651e+07 | 0 | 286 | 1.3687e+07 | 1.3651e+07 | 0.26% | - | 26s |
| | 0 | 0 | 1.3652e+07 | 0 | 287 | 1.3687e+07 | 1.3652e+07 | 0.26% | - | 26s |
| | 0 | 0 | 1.3654e+07 | 0 | 279 | 1.3687e+07 | 1.3654e+07 | 0.24% | - | 27s |
| | 0 | 0 | 1.3655e+07 | 0 | 262 | 1.3687e+07 | 1.3655e+07 | 0.23% | - | 27s |
| | 0 | 0 | 1.3658e+07 | 0 | 259 | 1.3687e+07 | 1.3658e+07 | 0.21% | - | 28s |
| | 0 | 0 | 1.3659e+07 | 0 | 265 | 1.3687e+07 | 1.3659e+07 | 0.21% | - | 29s |
| | 0 | 0 | 1.3662e+07 | 0 | 252 | 1.3687e+07 | 1.3662e+07 | 0.18% | - | 29s |

| | | | | | | | | | |
|---|---|------------|---|-----|--------------|------------|-------|---|-----|
| 0 | 0 | 1.3662e+07 | 0 | 256 | 1.3687e+07 | 1.3662e+07 | 0.18% | - | 29s |
| 0 | 0 | 1.3664e+07 | 0 | 251 | 1.3687e+07 | 1.3664e+07 | 0.17% | - | 30s |
| 0 | 0 | 1.3664e+07 | 0 | 246 | 1.3687e+07 | 1.3664e+07 | 0.16% | - | 30s |
| 0 | 0 | 1.3668e+07 | 0 | 240 | 1.3687e+07 | 1.3668e+07 | 0.14% | - | 31s |
| 0 | 0 | 1.3668e+07 | 0 | 544 | 1.3687e+07 | 1.3668e+07 | 0.14% | - | 33s |
| H | 0 | 0 | | | 1.368676e+07 | 1.3668e+07 | 0.14% | - | 34s |
| 0 | 0 | 1.3668e+07 | 0 | 419 | 1.3687e+07 | 1.3668e+07 | 0.14% | - | 35s |
| 0 | 0 | 1.3668e+07 | 0 | 384 | 1.3687e+07 | 1.3668e+07 | 0.14% | - | 36s |
| 0 | 0 | 1.3668e+07 | 0 | 324 | 1.3687e+07 | 1.3668e+07 | 0.14% | - | 37s |
| 0 | 0 | 1.3668e+07 | 0 | 309 | 1.3687e+07 | 1.3668e+07 | 0.14% | - | 37s |
| 0 | 0 | 1.3668e+07 | 0 | 272 | 1.3687e+07 | 1.3668e+07 | 0.14% | - | 38s |
| 0 | 0 | 1.3668e+07 | 0 | 277 | 1.3687e+07 | 1.3668e+07 | 0.14% | - | 38s |
| 0 | 0 | 1.3668e+07 | 0 | 212 | 1.3687e+07 | 1.3668e+07 | 0.14% | - | 39s |
| 0 | 0 | 1.3668e+07 | 0 | 218 | 1.3687e+07 | 1.3668e+07 | 0.14% | - | 40s |
| 0 | 0 | 1.3668e+07 | 0 | 207 | 1.3687e+07 | 1.3668e+07 | 0.14% | - | 41s |
| 0 | 0 | 1.3668e+07 | 0 | 194 | 1.3687e+07 | 1.3668e+07 | 0.14% | - | 41s |
| 0 | 0 | 1.3668e+07 | 0 | 220 | 1.3687e+07 | 1.3668e+07 | 0.14% | - | 42s |
| 0 | 0 | 1.3669e+07 | 0 | 209 | 1.3687e+07 | 1.3669e+07 | 0.13% | - | 42s |
| 0 | 0 | 1.3672e+07 | 0 | 181 | 1.3687e+07 | 1.3672e+07 | 0.11% | - | 43s |
| 0 | 0 | 1.3673e+07 | 0 | 179 | 1.3687e+07 | 1.3673e+07 | 0.10% | - | 43s |
| 0 | 0 | 1.3675e+07 | 0 | 193 | 1.3687e+07 | 1.3675e+07 | 0.08% | - | 44s |
| 0 | 0 | 1.3676e+07 | 0 | 168 | 1.3687e+07 | 1.3676e+07 | 0.08% | - | 45s |
| 0 | 0 | 1.3678e+07 | 0 | 163 | 1.3687e+07 | 1.3678e+07 | 0.06% | - | 45s |
| 0 | 0 | 1.3679e+07 | 0 | 147 | 1.3687e+07 | 1.3679e+07 | 0.06% | - | 46s |
| 0 | 0 | 1.3681e+07 | 0 | 152 | 1.3687e+07 | 1.3681e+07 | 0.05% | - | 46s |
| 0 | 0 | 1.3681e+07 | 0 | 474 | 1.3687e+07 | 1.3681e+07 | 0.05% | - | 48s |
| 0 | 0 | 1.3681e+07 | 0 | 372 | 1.3687e+07 | 1.3681e+07 | 0.05% | - | 49s |
| 0 | 0 | 1.3681e+07 | 0 | 327 | 1.3687e+07 | 1.3681e+07 | 0.05% | - | 50s |
| 0 | 0 | 1.3681e+07 | 0 | 277 | 1.3687e+07 | 1.3681e+07 | 0.05% | - | 50s |
| 0 | 0 | 1.3681e+07 | 0 | 251 | 1.3687e+07 | 1.3681e+07 | 0.05% | - | 51s |
| 0 | 0 | 1.3681e+07 | 0 | 221 | 1.3687e+07 | 1.3681e+07 | 0.05% | - | 51s |
| 0 | 0 | 1.3681e+07 | 0 | 197 | 1.3687e+07 | 1.3681e+07 | 0.05% | - | 52s |
| 0 | 0 | 1.3681e+07 | 0 | 168 | 1.3687e+07 | 1.3681e+07 | 0.05% | - | 52s |
| 0 | 0 | 1.3681e+07 | 0 | 176 | 1.3687e+07 | 1.3681e+07 | 0.05% | - | 52s |
| 0 | 0 | 1.3681e+07 | 0 | 165 | 1.3687e+07 | 1.3681e+07 | 0.05% | - | 53s |
| 0 | 0 | 1.3681e+07 | 0 | 161 | 1.3687e+07 | 1.3681e+07 | 0.05% | - | 53s |
| 0 | 0 | 1.3681e+07 | 0 | 141 | 1.3687e+07 | 1.3681e+07 | 0.05% | - | 53s |
| 0 | 0 | 1.3681e+07 | 0 | 128 | 1.3687e+07 | 1.3681e+07 | 0.05% | - | 54s |
| 0 | 0 | 1.3682e+07 | 0 | 119 | 1.3687e+07 | 1.3682e+07 | 0.04% | - | 54s |
| 0 | 0 | 1.3683e+07 | 0 | 114 | 1.3687e+07 | 1.3683e+07 | 0.03% | - | 55s |
| 0 | 0 | 1.3684e+07 | 0 | 99 | 1.3687e+07 | 1.3684e+07 | 0.02% | - | 55s |
| 0 | 0 | 1.3684e+07 | 0 | 393 | 1.3687e+07 | 1.3684e+07 | 0.02% | - | 56s |
| 0 | 0 | 1.3684e+07 | 0 | 301 | 1.3687e+07 | 1.3684e+07 | 0.02% | - | 57s |
| 0 | 0 | 1.3684e+07 | 0 | 268 | 1.3687e+07 | 1.3684e+07 | 0.02% | - | 57s |
| 0 | 0 | 1.3684e+07 | 0 | 241 | 1.3687e+07 | 1.3684e+07 | 0.02% | - | 57s |
| 0 | 0 | 1.3684e+07 | 0 | 226 | 1.3687e+07 | 1.3684e+07 | 0.02% | - | 58s |
| 0 | 0 | 1.3684e+07 | 0 | 188 | 1.3687e+07 | 1.3684e+07 | 0.02% | - | 58s |
| 0 | 0 | 1.3684e+07 | 0 | 167 | 1.3687e+07 | 1.3684e+07 | 0.02% | - | 58s |
| 0 | 0 | 1.3684e+07 | 0 | 172 | 1.3687e+07 | 1.3684e+07 | 0.02% | - | 58s |
| 0 | 0 | 1.3684e+07 | 0 | 146 | 1.3687e+07 | 1.3684e+07 | 0.02% | - | 58s |

```

0 0 1.3684e+07 0 139 1.3687e+07 1.3684e+07 0.02% - 59s
0 0 1.3684e+07 0 122 1.3687e+07 1.3684e+07 0.02% - 59s
0 0 1.3684e+07 0 120 1.3687e+07 1.3684e+07 0.02% - 59s
0 0 1.3684e+07 0 96 1.3687e+07 1.3684e+07 0.02% - 59s
0 0 1.3685e+07 0 81 1.3687e+07 1.3685e+07 0.01% - 59s
0 0 1.3685e+07 0 76 1.3687e+07 1.3685e+07 0.01% - 59s
0 0 1.3686e+07 0 57 1.3687e+07 1.3686e+07 0.01% - 60s

```

Cutting planes:

Gomory: 18

Cover: 64

Implied bound: 19

Clique: 1102

MIR: 517

Flow cover: 81

GUB cover: 19

Explored 0 nodes (29495 simplex iterations) in 60.10 seconds

Thread count was 4 (of 64 available processors)

Optimal solution found (tolerance 1.00e-04)

Best objective 1.368676180965e+07, best bound 1.368596621786e+07, gap 0.0058%

Optimize a model with 814 rows, 47596 columns and 118064 nonzeros

Model has 33534 quadratic objective terms

Coefficient statistics:

Matrix range [9e-02, 2e+04]

Objective range [2e+01, 3e+06]

Bounds range [1e+00, 1e+10]

RHS range [1e+00, 4e+04]

| Iteration | Objective | Primal Inf. | Dual Inf. | Time |
|-----------|---------------|--------------|--------------|------|
| 0 | 5.6717087e+06 | 0.000000e+00 | 0.000000e+00 | 0s |
| 13 | 1.3686762e+07 | 0.000000e+00 | 0.000000e+00 | 0s |

Solved in 13 iterations and 0.02 seconds

Optimal objective 1.368676181e+07

Gurobi 6.5.0: optimal solution; objective 13686761.81

29495 simplex iterations

plus 13 simplex iterations for intbasis

Custo de Fabricacao: $\sum\{i \text{ in } 1 \dots I, j \text{ in } 1 \dots J\} c_fab[i]*x[i,j] = 7063850$

Custo de Armazenagem: $\sum\{j \text{ in } 1 \dots J, k \text{ in } 1 \dots K\} a[j]*c_arm[j]*w[k]*y[j,k] = 26098$

Distribuicao: $\sum\{j \text{ in } 1 \dots J, k \text{ in } 1 \dots K\} w[k]*d[j,k]*y[j,k] = 5645610$

Custo de Transferencia: $\sum\{i \text{ in } 1 \dots I, j \text{ in } 1 \dots J\} x[i,j]*c[i,j] = 951203$

Fabrica 1: $\sum\{j \text{ in } 1 \dots J\} x[1,j] = 12844.5$

Fabrica 2: $\sum\{j \text{ in } 1 \dots J\} x[2,j] = 10704.5$

Fabrica 3: $\sum\{j \text{ in } 1 \dots J\} x[3,j] = 0$

Fabrica 4: $\sum\{j \text{ in } 1 \dots J\} x[4,j] = 0$

set {j in 1 .. J: a[j] > 0} := 1 2 3 4 17 61;

set {i in 1 .. I: f[i] > 0} := 1 2;

set {i in 1 .. I, j in 1 .. J: x[i,j] > 0} :=

(1,1) (2,2) (2,3) (2,4) (2,17) (2,61);

set {j in 1 .. J, k in 1 .. K: y[j,k] > 0} :=

| | | | | | | | |
|--------|---------|---------|---------|---------|---------|---------|---------|
| (1,1) | (1,116) | (1,254) | (1,353) | (1,478) | (2,72) | (2,346) | (3,234) |
| (1,6) | (1,120) | (1,255) | (1,355) | (1,481) | (2,73) | (2,348) | (3,235) |
| (1,7) | (1,155) | (1,256) | (1,356) | (1,485) | (2,74) | (2,350) | (3,240) |
| (1,11) | (1,157) | (1,257) | (1,357) | (1,491) | (2,75) | (2,351) | (3,241) |
| (1,21) | (1,158) | (1,258) | (1,359) | (1,493) | (2,78) | (2,352) | (3,245) |
| (1,22) | (1,159) | (1,259) | (1,360) | (1,498) | (2,90) | (2,354) | (3,250) |
| (1,23) | (1,164) | (1,261) | (1,361) | (1,499) | (2,91) | (2,358) | (3,260) |
| (1,24) | (1,167) | (1,263) | (1,363) | (1,500) | (2,93) | (2,362) | (3,262) |
| (1,25) | (1,168) | (1,264) | (1,364) | (1,501) | (2,95) | (2,406) | (3,557) |
| (1,26) | (1,169) | (1,265) | (1,365) | (1,502) | (2,97) | (2,408) | (4,4) |
| (1,27) | (1,170) | (1,266) | (1,366) | (1,503) | (2,98) | (2,409) | (4,5) |
| (1,28) | (1,171) | (1,267) | (1,367) | (1,504) | (2,99) | (2,410) | (4,49) |
| (1,29) | (1,172) | (1,268) | (1,368) | (1,505) | (2,100) | (2,412) | (4,50) |
| (1,32) | (1,176) | (1,269) | (1,369) | (1,506) | (2,118) | (2,413) | (4,54) |
| (1,33) | (1,178) | (1,270) | (1,370) | (1,507) | (2,121) | (2,416) | (4,76) |
| (1,36) | (1,179) | (1,271) | (1,371) | (1,508) | (2,124) | (2,417) | (4,77) |
| (1,37) | (1,183) | (1,272) | (1,372) | (1,509) | (2,125) | (2,418) | (4,292) |
| (1,38) | (1,185) | (1,273) | (1,375) | (1,510) | (2,126) | (2,419) | (4,373) |
| (1,40) | (1,186) | (1,274) | (1,376) | (1,511) | (2,130) | (2,422) | (4,374) |
| (1,41) | (1,188) | (1,275) | (1,379) | (1,512) | (2,131) | (2,423) | (4,377) |
| (1,42) | (1,189) | (1,276) | (1,380) | (1,513) | (2,134) | (2,486) | (4,378) |
| (1,43) | (1,190) | (1,277) | (1,382) | (1,514) | (2,135) | (2,487) | (4,381) |
| (1,44) | (1,191) | (1,278) | (1,383) | (1,515) | (2,138) | (2,488) | (4,388) |
| (1,45) | (1,192) | (1,279) | (1,384) | (1,517) | (2,143) | (2,489) | (4,389) |
| (1,46) | (1,193) | (1,280) | (1,385) | (1,518) | (2,148) | (2,490) | (4,392) |
| (1,47) | (1,194) | (1,281) | (1,386) | (1,519) | (2,149) | (2,492) | (4,396) |
| (1,48) | (1,195) | (1,282) | (1,387) | (1,520) | (2,150) | (2,494) | (4,404) |
| (1,51) | (1,196) | (1,283) | (1,390) | (1,521) | (2,151) | (2,495) | (4,435) |
| (1,52) | (1,197) | (1,284) | (1,391) | (1,523) | (2,152) | (2,496) | (4,437) |
| (1,53) | (1,198) | (1,285) | (1,393) | (1,524) | (2,153) | (2,497) | (4,439) |
| (1,55) | (1,199) | (1,286) | (1,394) | (1,525) | (2,154) | (2,553) | (4,440) |
| (1,56) | (1,200) | (1,287) | (1,395) | (1,526) | (2,156) | (2,555) | (4,441) |
| (1,57) | (1,201) | (1,288) | (1,397) | (1,527) | (2,160) | (2,556) | (4,442) |
| (1,59) | (1,204) | (1,289) | (1,398) | (1,528) | (2,161) | (3,3) | (4,443) |
| (1,60) | (1,205) | (1,290) | (1,399) | (1,529) | (2,162) | (3,9) | (4,444) |
| (1,64) | (1,206) | (1,291) | (1,400) | (1,530) | (2,163) | (3,18) | (4,445) |
| (1,65) | (1,207) | (1,293) | (1,401) | (1,531) | (2,165) | (3,19) | (4,446) |
| (1,66) | (1,208) | (1,294) | (1,402) | (1,532) | (2,166) | (3,20) | (4,447) |
| (1,67) | (1,209) | (1,295) | (1,403) | (1,533) | (2,173) | (3,30) | (4,448) |
| (1,68) | (1,210) | (1,296) | (1,405) | (1,534) | (2,174) | (3,31) | (4,450) |
| (1,71) | (1,211) | (1,297) | (1,407) | (1,535) | (2,175) | (3,34) | (4,451) |
| (1,79) | (1,213) | (1,298) | (1,411) | (1,536) | (2,177) | (3,35) | (4,454) |
| (1,80) | (1,214) | (1,299) | (1,414) | (1,537) | (2,202) | (3,39) | (4,455) |
| (1,81) | (1,219) | (1,300) | (1,415) | (1,538) | (2,203) | (3,58) | (4,457) |
| (1,82) | (1,221) | (1,301) | (1,420) | (1,539) | (2,212) | (3,117) | (4,458) |
| (1,83) | (1,222) | (1,302) | (1,421) | (1,540) | (2,215) | (3,119) | (4,459) |
| (1,84) | (1,223) | (1,303) | (1,424) | (1,541) | (2,216) | (3,122) | (4,460) |
| (1,85) | (1,224) | (1,304) | (1,425) | (1,543) | (2,217) | (3,123) | (4,462) |
| (1,86) | (1,225) | (1,305) | (1,426) | (1,544) | (2,218) | (3,127) | (4,467) |
| (1,87) | (1,226) | (1,306) | (1,427) | (1,545) | (2,308) | (3,128) | (4,468) |

| | | | | | | | |
|---------|---------|---------|---------|---------|---------|----------|---------|
| (1,88) | (1,227) | (1,307) | (1,428) | (1,546) | (2,316) | (3,129) | (4,469) |
| (1,89) | (1,228) | (1,309) | (1,429) | (1,547) | (2,317) | (3,132) | (4,470) |
| (1,92) | (1,229) | (1,310) | (1,430) | (1,548) | (2,318) | (3,133) | (4,471) |
| (1,94) | (1,231) | (1,311) | (1,431) | (1,549) | (2,319) | (3,136) | (4,474) |
| (1,96) | (1,232) | (1,312) | (1,432) | (1,550) | (2,320) | (3,137) | (4,475) |
| (1,101) | (1,233) | (1,313) | (1,433) | (1,551) | (2,321) | (3,139) | (4,476) |
| (1,102) | (1,236) | (1,314) | (1,434) | (1,552) | (2,327) | (3,140) | (4,477) |
| (1,103) | (1,237) | (1,315) | (1,436) | (1,554) | (2,329) | (3,141) | (4,479) |
| (1,104) | (1,238) | (1,322) | (1,438) | (2,2) | (2,331) | (3,142) | (4,480) |
| (1,105) | (1,239) | (1,323) | (1,449) | (2,8) | (2,333) | (3,144) | (4,482) |
| (1,106) | (1,242) | (1,324) | (1,452) | (2,10) | (2,334) | (3,145) | (4,483) |
| (1,107) | (1,243) | (1,325) | (1,453) | (2,12) | (2,335) | (3,146) | (4,484) |
| (1,108) | (1,244) | (1,326) | (1,456) | (2,13) | (2,337) | (3,147) | (4,516) |
| (1,109) | (1,246) | (1,328) | (1,461) | (2,14) | (2,338) | (3,180) | (4,522) |
| (1,110) | (1,247) | (1,330) | (1,463) | (2,15) | (2,340) | (3,181) | (4,542) |
| (1,111) | (1,248) | (1,332) | (1,464) | (2,16) | (2,341) | (3,182) | (17,17) |
| (1,112) | (1,249) | (1,336) | (1,465) | (2,62) | (2,342) | (3,184) | (61,61) |
| (1,113) | (1,251) | (1,339) | (1,466) | (2,63) | (2,343) | (3,187) | |
| (1,114) | (1,252) | (1,347) | (1,472) | (2,69) | (2,344) | (3,220) | |
| (1,115) | (1,253) | (1,349) | (1,473) | (2,70) | (2,345) | (3,230); | |

Cenário 3:

File exists

You are using the solver gurobi_ampl.

Checking ampl.mod for gurobi_options...

Checking ampl.com for gurobi_options...

Executing AMPL.

processing data.

processing commands.

Executing on neos-7.neos-server.org

Presolve eliminates 5 constraints and 4 variables.

Adjusted problem:

47770 variables:

13815 binary variables

33615 nonlinear variables

340 linear variables

1157 constraints, all linear; 119258 nonzeros

558 equality constraints

599 inequality constraints

1 nonlinear objective; 35607 nonzeros.

Gurobi 6.5.0: threads=4

outlev=1

Optimize a model with 1157 rows, 47770 columns and 119258 nonzeros

Model has 33534 quadratic objective terms

Coefficient statistics:

Matrix range [9e-02, 1e+10]

Objective range [2e+01, 3e+06]

Bounds range [1e+00, 1e+00]

RHS range [1e+00, 4e+04]

Warning: Model contains large matrix coefficients

Consider reformulating model or setting NumericFocus parameter to avoid numerical issues.

Found heuristic solution: objective 2.88276e+07

Presolve removed 484 rows and 12159 columns

Presolve time: 0.15s

Presolved: 34207 rows, 69145 columns, 207021 nonzeros

Variable types: 340 continuous, 68805 integer (68805 binary)

Root relaxation: objective 1.178913e+07, 3121 iterations, 0.19 seconds

| Nodes | | Current Node | Objective Bounds | | | Work | | | |
|-------|--------|--------------|------------------|--------|--------------|------------|-------|---------|------|
| Expl | Unexpl | Obj | Depth | IntInf | Incumbent | BestBd | Gap | It/Node | Time |
| 0 | 0 | 1.1789e+07 | 0 | 602 | 2.8828e+07 | 1.1789e+07 | 59.1% | - | 0s |
| H | 0 | 0 | | | 2.040089e+07 | 1.1789e+07 | 42.2% | - | 6s |
| H | 0 | 0 | | | 1.562769e+07 | 1.1789e+07 | 24.6% | - | 6s |
| H | 0 | 0 | | | 1.369642e+07 | 1.1789e+07 | 13.9% | - | 6s |
| 0 | 0 | 1.2130e+07 | 0 | 540 | 1.3696e+07 | 1.2130e+07 | 11.4% | - | 19s |
| 0 | 0 | 1.2999e+07 | 0 | 522 | 1.3696e+07 | 1.2999e+07 | 5.09% | - | 20s |
| 0 | 0 | 1.3372e+07 | 0 | 537 | 1.3696e+07 | 1.3372e+07 | 2.37% | - | 22s |
| 0 | 0 | 1.3383e+07 | 0 | 518 | 1.3696e+07 | 1.3383e+07 | 2.29% | - | 22s |
| 0 | 0 | 1.3476e+07 | 0 | 549 | 1.3696e+07 | 1.3476e+07 | 1.61% | - | 24s |
| 0 | 0 | 1.3479e+07 | 0 | 535 | 1.3696e+07 | 1.3479e+07 | 1.59% | - | 25s |
| H | 0 | 0 | | | 1.369641e+07 | 1.3479e+07 | 1.58% | - | 25s |
| H | 0 | 0 | | | 1.369621e+07 | 1.3479e+07 | 1.58% | - | 25s |
| 0 | 0 | 1.3514e+07 | 0 | 573 | 1.3696e+07 | 1.3514e+07 | 1.33% | - | 26s |
| 0 | 0 | 1.3517e+07 | 0 | 569 | 1.3696e+07 | 1.3517e+07 | 1.31% | - | 27s |
| H | 0 | 0 | | | 1.369597e+07 | 1.3517e+07 | 1.30% | - | 28s |
| H | 0 | 0 | | | 1.369337e+07 | 1.3517e+07 | 1.28% | - | 28s |
| H | 0 | 0 | | | 1.368994e+07 | 1.3517e+07 | 1.26% | - | 28s |
| 0 | 0 | 1.3532e+07 | 0 | 544 | 1.3690e+07 | 1.3532e+07 | 1.16% | - | 29s |
| 0 | 0 | 1.3534e+07 | 0 | 566 | 1.3690e+07 | 1.3534e+07 | 1.14% | - | 29s |
| 0 | 0 | 1.3545e+07 | 0 | 558 | 1.3690e+07 | 1.3545e+07 | 1.06% | - | 30s |
| 0 | 0 | 1.3547e+07 | 0 | 564 | 1.3690e+07 | 1.3547e+07 | 1.04% | - | 31s |
| 0 | 0 | 1.3560e+07 | 0 | 576 | 1.3690e+07 | 1.3560e+07 | 0.95% | - | 33s |
| 0 | 0 | 1.3562e+07 | 0 | 572 | 1.3690e+07 | 1.3562e+07 | 0.94% | - | 34s |
| 0 | 0 | 1.3571e+07 | 0 | 538 | 1.3690e+07 | 1.3571e+07 | 0.87% | - | 35s |
| 0 | 0 | 1.3574e+07 | 0 | 542 | 1.3690e+07 | 1.3574e+07 | 0.85% | - | 36s |
| 0 | 0 | 1.3581e+07 | 0 | 546 | 1.3690e+07 | 1.3581e+07 | 0.79% | - | 37s |
| 0 | 2 | 1.3581e+07 | 0 | 546 | 1.3690e+07 | 1.3581e+07 | 0.79% | - | 41s |
| 30 | 2 | 1.3587e+07 | 15 | 475 | 1.3690e+07 | 1.3587e+07 | 0.76% | 269 | 45s |
| 69 | 4 | 1.3600e+07 | 36 | 407 | 1.3690e+07 | 1.3597e+07 | 0.68% | 251 | 50s |
| 213 | 59 | cutoff | 71 | | 1.3690e+07 | 1.3623e+07 | 0.49% | 154 | 55s |
| 697 | 294 | cutoff | 71 | | 1.3690e+07 | 1.3648e+07 | 0.31% | 66.2 | 60s |

Cutting planes:

Gomory: 10

Cover: 197

Implied bound: 7

Clique: 76

MIR: 549

Flow cover: 299

GUB cover: 53

Explored 1695 nodes (86231 simplex iterations) in 63.92 seconds
 Thread count was 4 (of 64 available processors)
 Optimal solution found (tolerance 1.00e-04)
 Best objective 1.368994442575e+07, best bound 1.368994442575e+07, gap
 0.0000%
 Optimize a model with 1157 rows, 47770 columns and 119258 nonzeros
 Model has 33534 quadratic objective terms

Coefficient statistics:

Matrix range [9e-02, 1e+10]
 Objective range [2e+01, 3e+06]
 Bounds range [1e+00, 1e+00]
 RHS range [1e+00, 4e+04]

Warning: Model contains large matrix coefficients

Consider reformulating model or setting NumericFocus parameter
 to avoid numerical issues.

| Iteration | Objective | Primal Inf. | Dual Inf. | Time |
|-----------|---------------|--------------|--------------|------|
| 0 | 5.6783513e+06 | 0.000000e+00 | 0.000000e+00 | 0s |
| 11 | 1.3689944e+07 | 0.000000e+00 | 0.000000e+00 | 0s |

Solved in 11 iterations and 0.01 seconds

Optimal objective 1.368994443e+07

Gurobi 6.5.0: optimal solution; objective 13689944.43

86231 simplex iterations

1695 branch-and-cut nodes

plus 11 simplex iterations for intbasis

Custo de Fabricacao: $\sum\{i \text{ in } 1 \dots I, j \text{ in } 1 \dots J\} c_fab[i]*x[i,j] = 7068840$

Custo de Armazenagem: $\sum\{j \text{ in } 1 \dots J, k \text{ in } 1 \dots K\} a[j]*c_arm[j]*w[k]*y[j,k] = 13113.2$

Distribuicao: $\sum\{j \text{ in } 1 \dots J, k \text{ in } 1 \dots K\} w[k]*d[j,k]*y[j,k] = 5665240$

Custo de Transferencia: $\sum\{i \text{ in } 1 \dots I, j \text{ in } 1 \dots J\} x[i,j]*c[i,j] = 942758$

Fabrica 1: $\sum\{j \text{ in } 1 \dots J\} x[1,j] = 12877.9$

Fabrica 2: $\sum\{j \text{ in } 1 \dots J\} x[2,j] = 10671.1$

Fabrica 3: $\sum\{j \text{ in } 1 \dots J\} x[3,j] = 0$

Fabrica 4: $\sum\{j \text{ in } 1 \dots J\} x[4,j] = 0$

set {j in 1 .. J: a[j] > 0} := 1 2 3 4 17;

set {i in 1 .. I: f[i] > 0} := 1 2 3 4;

set {i in 1 .. I, j in 1 .. J: x[i,j] > 0} :=

(1,1) (2,2) (2,3) (2,4) (2,17);

set {j in 1 .. J, k in 1 .. K: y[j,k] > 0} :=

(1,1) (1,115) (1,253) (1,349) (1,473) (2,70) (2,345) (3,230)

(1,6) (1,116) (1,254) (1,353) (1,478) (2,72) (2,346) (3,234)

(1,7) (1,120) (1,255) (1,355) (1,481) (2,73) (2,348) (3,235)

(1,11) (1,155) (1,256) (1,356) (1,485) (2,74) (2,350) (3,240)

(1,21) (1,157) (1,257) (1,357) (1,491) (2,75) (2,351) (3,241)

(1,22) (1,158) (1,258) (1,359) (1,493) (2,78) (2,352) (3,245)

(1,23) (1,159) (1,259) (1,360) (1,498) (2,90) (2,354) (3,250)

(1,24) (1,164) (1,261) (1,361) (1,499) (2,91) (2,358) (3,260)

(1,25) (1,167) (1,263) (1,363) (1,500) (2,93) (2,362) (3,262)

(1,26) (1,168) (1,264) (1,364) (1,501) (2,95) (2,406) (3,557)

(1,27) (1,169) (1,265) (1,365) (1,502) (2,97) (2,408) (4,4)

(1,28) (1,170) (1,266) (1,366) (1,503) (2,98) (2,409) (4,5)

| | | | | | | | |
|---------|---------|---------|---------|---------|---------|---------|---------|
| (1,29) | (1,171) | (1,267) | (1,367) | (1,504) | (2,99) | (2,410) | (4,49) |
| (1,32) | (1,172) | (1,268) | (1,368) | (1,505) | (2,100) | (2,412) | (4,50) |
| (1,33) | (1,176) | (1,269) | (1,369) | (1,506) | (2,118) | (2,413) | (4,54) |
| (1,36) | (1,178) | (1,270) | (1,370) | (1,507) | (2,121) | (2,416) | (4,76) |
| (1,37) | (1,179) | (1,271) | (1,371) | (1,508) | (2,124) | (2,417) | (4,77) |
| (1,38) | (1,183) | (1,272) | (1,372) | (1,509) | (2,125) | (2,418) | (4,292) |
| (1,40) | (1,185) | (1,273) | (1,375) | (1,510) | (2,126) | (2,419) | (4,373) |
| (1,41) | (1,186) | (1,274) | (1,376) | (1,511) | (2,130) | (2,422) | (4,374) |
| (1,42) | (1,188) | (1,275) | (1,379) | (1,512) | (2,131) | (2,423) | (4,377) |
| (1,43) | (1,189) | (1,276) | (1,380) | (1,513) | (2,134) | (2,486) | (4,378) |
| (1,44) | (1,190) | (1,277) | (1,382) | (1,514) | (2,135) | (2,487) | (4,381) |
| (1,45) | (1,191) | (1,278) | (1,383) | (1,515) | (2,138) | (2,488) | (4,388) |
| (1,46) | (1,192) | (1,279) | (1,384) | (1,517) | (2,143) | (2,489) | (4,389) |
| (1,47) | (1,193) | (1,280) | (1,385) | (1,518) | (2,148) | (2,490) | (4,392) |
| (1,48) | (1,194) | (1,281) | (1,386) | (1,519) | (2,149) | (2,492) | (4,396) |
| (1,51) | (1,195) | (1,282) | (1,387) | (1,520) | (2,150) | (2,494) | (4,404) |
| (1,52) | (1,196) | (1,283) | (1,390) | (1,521) | (2,151) | (2,495) | (4,435) |
| (1,53) | (1,197) | (1,284) | (1,391) | (1,523) | (2,152) | (2,496) | (4,437) |
| (1,55) | (1,198) | (1,285) | (1,393) | (1,524) | (2,153) | (2,497) | (4,439) |
| (1,56) | (1,199) | (1,286) | (1,394) | (1,525) | (2,154) | (2,553) | (4,440) |
| (1,57) | (1,200) | (1,287) | (1,395) | (1,526) | (2,156) | (2,555) | (4,441) |
| (1,59) | (1,201) | (1,288) | (1,397) | (1,527) | (2,160) | (2,556) | (4,442) |
| (1,60) | (1,204) | (1,289) | (1,398) | (1,528) | (2,161) | (3,3) | (4,443) |
| (1,61) | (1,205) | (1,290) | (1,399) | (1,529) | (2,162) | (3,9) | (4,444) |
| (1,64) | (1,206) | (1,291) | (1,400) | (1,530) | (2,163) | (3,18) | (4,445) |
| (1,65) | (1,207) | (1,293) | (1,401) | (1,531) | (2,165) | (3,19) | (4,446) |
| (1,66) | (1,208) | (1,294) | (1,402) | (1,532) | (2,166) | (3,20) | (4,447) |
| (1,67) | (1,209) | (1,295) | (1,403) | (1,533) | (2,173) | (3,30) | (4,448) |
| (1,68) | (1,210) | (1,296) | (1,405) | (1,534) | (2,174) | (3,31) | (4,450) |
| (1,71) | (1,211) | (1,297) | (1,407) | (1,535) | (2,175) | (3,34) | (4,451) |
| (1,79) | (1,213) | (1,298) | (1,411) | (1,536) | (2,177) | (3,35) | (4,454) |
| (1,80) | (1,214) | (1,299) | (1,414) | (1,537) | (2,202) | (3,39) | (4,455) |
| (1,81) | (1,219) | (1,300) | (1,415) | (1,538) | (2,203) | (3,58) | (4,457) |
| (1,82) | (1,221) | (1,301) | (1,420) | (1,539) | (2,212) | (3,117) | (4,458) |
| (1,83) | (1,222) | (1,302) | (1,421) | (1,540) | (2,215) | (3,119) | (4,459) |
| (1,84) | (1,223) | (1,303) | (1,424) | (1,541) | (2,216) | (3,122) | (4,460) |
| (1,85) | (1,224) | (1,304) | (1,425) | (1,543) | (2,217) | (3,123) | (4,462) |
| (1,86) | (1,225) | (1,305) | (1,426) | (1,544) | (2,218) | (3,127) | (4,467) |
| (1,87) | (1,226) | (1,306) | (1,427) | (1,545) | (2,308) | (3,128) | (4,468) |
| (1,88) | (1,227) | (1,307) | (1,428) | (1,546) | (2,316) | (3,129) | (4,469) |
| (1,89) | (1,228) | (1,309) | (1,429) | (1,547) | (2,317) | (3,132) | (4,470) |
| (1,92) | (1,229) | (1,310) | (1,430) | (1,548) | (2,318) | (3,133) | (4,471) |
| (1,94) | (1,231) | (1,311) | (1,431) | (1,549) | (2,319) | (3,136) | (4,474) |
| (1,96) | (1,232) | (1,312) | (1,432) | (1,550) | (2,320) | (3,137) | (4,475) |
| (1,101) | (1,233) | (1,313) | (1,433) | (1,551) | (2,321) | (3,139) | (4,476) |
| (1,102) | (1,236) | (1,314) | (1,434) | (1,552) | (2,327) | (3,140) | (4,477) |
| (1,103) | (1,237) | (1,315) | (1,436) | (1,554) | (2,329) | (3,141) | (4,479) |
| (1,104) | (1,238) | (1,322) | (1,438) | (2,2) | (2,331) | (3,142) | (4,480) |
| (1,105) | (1,239) | (1,323) | (1,449) | (2,8) | (2,333) | (3,144) | (4,482) |
| (1,106) | (1,242) | (1,324) | (1,452) | (2,10) | (2,334) | (3,145) | (4,483) |

(1,107) (1,243) (1,325) (1,453) (2,12) (2,335) (3,146) (4,484)
 (1,108) (1,244) (1,326) (1,456) (2,13) (2,337) (3,147) (4,516)
 (1,109) (1,246) (1,328) (1,461) (2,14) (2,338) (3,180) (4,522)
 (1,110) (1,247) (1,330) (1,463) (2,15) (2,340) (3,181) (4,542)
 (1,111) (1,248) (1,332) (1,464) (2,16) (2,341) (3,182) (17,17)
 (1,112) (1,249) (1,336) (1,465) (2,62) (2,342) (3,184)
 (1,113) (1,251) (1,339) (1,466) (2,63) (2,343) (3,187)
 (1,114) (1,252) (1,347) (1,472) (2,69) (2,344) (3,220);

Cenário 4:

File exists

You are using the solver gurobi_ampl.

Checking ampl.mod for gurobi_options...

Checking ampl.com for gurobi_options...

Executing AMPL.

processing data.

processing commands.

Executing on neos-7.neos-server.org

Presolve eliminates 1690 constraints and 47754 variables.

Adjusted problem:

20 variables:

4 binary variables

16 linear variables

29 constraints, all linear; 84 nonzeros

29 inequality constraints

1 linear objective; 16 nonzeros.

Gurobi 6.5.0: threads=4

outlev=1

Optimize a model with 29 rows, 20 columns and 84 nonzeros

Coefficient statistics:

Matrix range [1e+00, 1e+10]

Objective range [2e+02, 1e+03]

Bounds range [1e+00, 1e+00]

RHS range [1e+00, 4e+04]

Warning: Model contains large matrix coefficients

Consider reformulating model or setting NumericFocus parameter
to avoid numerical issues.

Found heuristic solution: objective 2.04492e+07

Presolve removed 29 rows and 20 columns

Presolve time: 0.00s

Presolve: All rows and columns removed

Explored 0 nodes (0 simplex iterations) in 0.00 seconds

Thread count was 1 (of 64 available processors)

Optimal solution found (tolerance 1.00e-04)

Best objective 1.385951716295e+07, best bound 1.385951716295e+07, gap 0.0%

Optimize a model with 29 rows, 20 columns and 84 nonzeros

Coefficient statistics:

Matrix range [1e+00, 1e+10]

Objective range [2e+02, 1e+03]

Bounds range [1e+00, 1e+00]

RHS range [1e+00, 4e+04]

Warning: Model contains large matrix coefficients

Consider reformulating model or setting NumericFocus parameter to avoid numerical issues.

| Iteration | Objective | Primal Inf. | Dual Inf. | Time |
|-----------|---------------|--------------|--------------|------|
| 0 | 5.6227354e+06 | 2.354905e+04 | 0.000000e+00 | 0s |
| 4 | 1.3859517e+07 | 0.000000e+00 | 0.000000e+00 | 0s |

Solved in 4 iterations and 0.00 seconds

Optimal objective 1.385951716e+07

Gurobi 6.5.0: optimal solution; objective 13859517.16

plus 4 simplex iterations for intbasis

Custo de Fabricacao: $\sum\{i \text{ in } 1 \dots I, j \text{ in } 1 \dots J\} c_fab[i]*x[i,j] = 6865390$

Custo de Armazenagem: $\sum\{j \text{ in } 1 \dots J, k \text{ in } 1 \dots K\} a[j]*c_arm[j]*w[k]*y[j,k] = 0$

Distribuicao: $\sum\{j \text{ in } 1 \dots J, k \text{ in } 1 \dots K\} w[k]*d[j,k]*y[j,k] = 5622740$

Custo de Transferencia: $\sum\{i \text{ in } 1 \dots I, j \text{ in } 1 \dots J\} x[i,j]*c[i,j] = 1371390$

Fabrica 1: $\sum\{j \text{ in } 1 \dots J\} x[1,j] = 11515.7$

Fabrica 2: $\sum\{j \text{ in } 1 \dots J\} x[2,j] = 12033.4$

Fabrica 3: $\sum\{j \text{ in } 1 \dots J\} x[3,j] = 0$

Fabrica 4: $\sum\{j \text{ in } 1 \dots J\} x[4,j] = 0$

set {j in 1 .. J: a[j] > 0} := 1 2 3 4;

set {i in 1 .. I: f[i] > 0} := 1 2 3 4;

set {i in 1 .. I, j in 1 .. J: x[i,j] > 0} := (1,1) (2,2) (2,3) (2,4);

set {j in 1 .. J, k in 1 .. K: y[j,k] > 0} :=

| | | | | | | | |
|--------|---------|---------|---------|---------|---------|---------|---------|
| (1,1) | (1,189) | (1,394) | (1,553) | (2,215) | (2,361) | (3,490) | (4,386) |
| (1,8) | (1,190) | (1,395) | (1,554) | (2,216) | (2,362) | (3,491) | (4,387) |
| (1,9) | (1,191) | (1,396) | (1,555) | (2,217) | (2,406) | (3,492) | (4,388) |
| (1,10) | (1,192) | (1,397) | (1,556) | (2,218) | (2,407) | (3,493) | (4,389) |
| (1,18) | (1,193) | (1,398) | (1,557) | (2,219) | (2,408) | (3,494) | (4,390) |
| (1,19) | (1,194) | (1,399) | (2,2) | (2,296) | (2,409) | (3,495) | (4,391) |
| (1,20) | (1,195) | (1,400) | (2,11) | (2,297) | (2,410) | (3,496) | (4,392) |
| (1,21) | (1,196) | (1,401) | (2,12) | (2,298) | (2,411) | (3,497) | (4,393) |
| (1,22) | (1,197) | (1,402) | (2,13) | (2,299) | (2,412) | (4,4) | (4,424) |
| (1,23) | (1,198) | (1,403) | (2,14) | (2,300) | (2,413) | (4,5) | (4,425) |
| (1,24) | (1,199) | (1,404) | (2,15) | (2,301) | (2,414) | (4,6) | (4,426) |
| (1,25) | (1,200) | (1,405) | (2,16) | (2,302) | (2,415) | (4,7) | (4,427) |
| (1,26) | (1,201) | (1,431) | (2,17) | (2,303) | (2,416) | (4,48) | (4,428) |
| (1,27) | (1,220) | (1,432) | (2,62) | (2,304) | (2,417) | (4,49) | (4,429) |
| (1,28) | (1,221) | (1,433) | (2,63) | (2,305) | (2,418) | (4,50) | (4,430) |
| (1,29) | (1,222) | (1,498) | (2,64) | (2,306) | (2,419) | (4,51) | (4,434) |
| (1,30) | (1,223) | (1,499) | (2,70) | (2,307) | (2,420) | (4,52) | (4,435) |
| (1,31) | (1,224) | (1,500) | (2,71) | (2,308) | (2,421) | (4,53) | (4,436) |
| (1,32) | (1,225) | (1,501) | (2,72) | (2,309) | (2,422) | (4,54) | (4,437) |
| (1,33) | (1,226) | (1,502) | (2,73) | (2,310) | (2,423) | (4,55) | (4,438) |
| (1,34) | (1,227) | (1,503) | (2,74) | (2,311) | (3,3) | (4,65) | (4,439) |

(1,35) (1,228) (1,504) (2,75) (2,312) (3,69) (4,67) (4,440)
 (1,36) (1,229) (1,505) (2,114) (2,313) (3,78) (4,76) (4,441)
 (1,37) (1,230) (1,506) (2,115) (2,314) (3,90) (4,77) (4,442)
 (1,38) (1,231) (1,507) (2,116) (2,315) (3,91) (4,86) (4,443)
 (1,39) (1,232) (1,508) (2,148) (2,316) (3,92) (4,87) (4,444)
 (1,40) (1,233) (1,509) (2,149) (2,317) (3,93) (4,88) (4,445)
 (1,41) (1,234) (1,510) (2,150) (2,318) (3,94) (4,89) (4,446)
 (1,42) (1,235) (1,511) (2,151) (2,319) (3,95) (4,277) (4,447)
 (1,43) (1,236) (1,512) (2,152) (2,320) (3,96) (4,278) (4,448)
 (1,44) (1,237) (1,513) (2,153) (2,321) (3,97) (4,279) (4,449)
 (1,45) (1,238) (1,514) (2,154) (2,322) (3,98) (4,280) (4,450)
 (1,46) (1,239) (1,515) (2,155) (2,323) (3,99) (4,281) (4,451)
 (1,47) (1,240) (1,516) (2,156) (2,324) (3,100) (4,282) (4,452)
 (1,56) (1,241) (1,517) (2,157) (2,325) (3,101) (4,283) (4,453)
 (1,57) (1,242) (1,518) (2,158) (2,326) (3,117) (4,284) (4,454)
 (1,58) (1,243) (1,519) (2,159) (2,327) (3,118) (4,285) (4,455)
 (1,59) (1,244) (1,520) (2,160) (2,328) (3,119) (4,286) (4,456)
 (1,60) (1,245) (1,521) (2,161) (2,329) (3,120) (4,287) (4,457)
 (1,61) (1,246) (1,522) (2,162) (2,330) (3,121) (4,288) (4,458)
 (1,66) (1,247) (1,523) (2,163) (2,331) (3,122) (4,289) (4,459)
 (1,68) (1,248) (1,524) (2,164) (2,332) (3,123) (4,290) (4,460)
 (1,79) (1,249) (1,525) (2,165) (2,333) (3,124) (4,291) (4,461)
 (1,80) (1,250) (1,526) (2,166) (2,334) (3,125) (4,292) (4,462)
 (1,81) (1,251) (1,527) (2,167) (2,335) (3,126) (4,293) (4,463)
 (1,82) (1,252) (1,528) (2,168) (2,336) (3,127) (4,294) (4,464)
 (1,83) (1,253) (1,529) (2,169) (2,337) (3,128) (4,295) (4,465)
 (1,84) (1,254) (1,530) (2,170) (2,338) (3,129) (4,363) (4,466)
 (1,85) (1,255) (1,531) (2,171) (2,339) (3,130) (4,364) (4,467)
 (1,102) (1,256) (1,532) (2,172) (2,340) (3,131) (4,365) (4,468)
 (1,103) (1,257) (1,533) (2,173) (2,341) (3,132) (4,366) (4,469)
 (1,104) (1,258) (1,534) (2,174) (2,342) (3,133) (4,367) (4,470)
 (1,105) (1,259) (1,535) (2,175) (2,343) (3,134) (4,368) (4,471)
 (1,106) (1,260) (1,536) (2,176) (2,344) (3,135) (4,369) (4,472)
 (1,107) (1,261) (1,537) (2,177) (2,345) (3,136) (4,370) (4,473)
 (1,108) (1,262) (1,538) (2,178) (2,346) (3,137) (4,371) (4,474)
 (1,109) (1,263) (1,539) (2,179) (2,347) (3,138) (4,372) (4,475)
 (1,110) (1,264) (1,540) (2,202) (2,348) (3,139) (4,373) (4,476)
 (1,111) (1,265) (1,541) (2,203) (2,349) (3,140) (4,374) (4,477)
 (1,112) (1,266) (1,542) (2,204) (2,350) (3,141) (4,375) (4,478)
 (1,113) (1,267) (1,543) (2,205) (2,351) (3,142) (4,376) (4,479)
 (1,180) (1,268) (1,544) (2,206) (2,352) (3,143) (4,377) (4,480)
 (1,181) (1,269) (1,545) (2,207) (2,353) (3,144) (4,378) (4,481)
 (1,182) (1,270) (1,546) (2,208) (2,354) (3,145) (4,379) (4,482)
 (1,183) (1,271) (1,547) (2,209) (2,355) (3,146) (4,380) (4,483)
 (1,184) (1,272) (1,548) (2,210) (2,356) (3,147) (4,381) (4,484)
 (1,185) (1,273) (1,549) (2,211) (2,357) (3,486) (4,382) (4,485)
 (1,186) (1,274) (1,550) (2,212) (2,358) (3,487) (4,383)
 (1,187) (1,275) (1,551) (2,213) (2,359) (3,488) (4,384)
 (1,188) (1,276) (1,552) (2,214) (2,360) (3,489) (4,385);

Cenário 5:

File exists
 You are using the solver gurobi_ampl.
 Checking ampl.mod for gurobi_options...
 Checking ampl.com for gurobi_options...
 Executing AMPL.
 processing data.
 processing commands.
 Executing on neos-7.neos-server.org

47774 variables:
 13819 binary variables
 33615 nonlinear variables
 340 linear variables
 1158 constraints, all linear; 119684 nonzeros
 557 equality constraints
 601 inequality constraints
 1 nonlinear objective; 35607 nonzeros.

Gurobi 6.5.0: threads=4
 outlev=1
 Optimize a model with 1158 rows, 47774 columns and 119684 nonzeros
 Model has 33534 quadratic objective terms
 Coefficient statistics:
 Matrix range [9e-02, 1e+10]
 Objective range [2e+01, 3e+06]
 Bounds range [1e+00, 1e+00]
 RHS range [1e+00, 4e+04]
 Warning: Model contains large matrix coefficients
 Consider reformulating model or setting NumericFocus parameter
 to avoid numerical issues.
 Found heuristic solution: objective 5.87609e+07
 Presolve removed 484 rows and 12159 columns
 Presolve time: 0.19s
 Presolved: 34208 rows, 69149 columns, 207447 nonzeros
 Variable types: 340 continuous, 68809 integer (68809 binary)
 Root relaxation: objective 1.178913e+07, 2745 iterations, 0.33 seconds

| Nodes | | Current Node | Objective Bounds | | Work | | | | |
|-------|--------|--------------|------------------|--------|--------------|------------|-------|---------|------|
| Expl | Unexpl | Obj | Depth | IntInf | Incumbent | BestBd | Gap | It/Node | Time |
| 0 | 0 | 1.1789e+07 | 0 | 602 | 5.8761e+07 | 1.1789e+07 | 79.9% | - | 0s |
| H | 0 | 0 | | | 1.369655e+07 | 1.1789e+07 | 13.9% | - | 1s |
| 0 | 0 | 1.3471e+07 | 0 | 464 | 1.3697e+07 | 1.3471e+07 | 1.65% | - | 28s |
| 0 | 0 | 1.3474e+07 | 0 | 461 | 1.3697e+07 | 1.3474e+07 | 1.63% | - | 28s |
| 0 | 0 | 1.3525e+07 | 0 | 484 | 1.3697e+07 | 1.3525e+07 | 1.25% | - | 30s |
| 0 | 0 | 1.3527e+07 | 0 | 486 | 1.3697e+07 | 1.3527e+07 | 1.24% | - | 30s |
| 0 | 0 | 1.3560e+07 | 0 | 491 | 1.3697e+07 | 1.3560e+07 | 1.00% | - | 31s |
| 0 | 0 | 1.3564e+07 | 0 | 480 | 1.3697e+07 | 1.3564e+07 | 0.97% | - | 32s |

| | | | | | | | | | |
|---|---|------------|---|-----|------------|------------|-------|---|------|
| 0 | 0 | 1.3586e+07 | 0 | 462 | 1.3697e+07 | 1.3586e+07 | 0.80% | - | 33s |
| 0 | 0 | 1.3589e+07 | 0 | 450 | 1.3697e+07 | 1.3589e+07 | 0.78% | - | 33s |
| 0 | 0 | 1.3603e+07 | 0 | 476 | 1.3697e+07 | 1.3603e+07 | 0.68% | - | 35s |
| 0 | 0 | 1.3606e+07 | 0 | 469 | 1.3697e+07 | 1.3606e+07 | 0.66% | - | 35s |
| 0 | 0 | 1.3619e+07 | 0 | 429 | 1.3697e+07 | 1.3619e+07 | 0.57% | - | 36s |
| 0 | 0 | 1.3621e+07 | 0 | 418 | 1.3697e+07 | 1.3621e+07 | 0.55% | - | 37s |
| 0 | 0 | 1.3628e+07 | 0 | 485 | 1.3697e+07 | 1.3628e+07 | 0.50% | - | 38s |
| 0 | 0 | 1.3630e+07 | 0 | 416 | 1.3697e+07 | 1.3630e+07 | 0.49% | - | 39s |
| 0 | 0 | 1.3636e+07 | 0 | 399 | 1.3697e+07 | 1.3636e+07 | 0.44% | - | 40s |
| 0 | 0 | 1.3636e+07 | 0 | 563 | 1.3697e+07 | 1.3636e+07 | 0.44% | - | 42s |
| 0 | 0 | 1.3636e+07 | 0 | 455 | 1.3697e+07 | 1.3636e+07 | 0.44% | - | 110s |
| 0 | 0 | 1.3636e+07 | 0 | 406 | 1.3697e+07 | 1.3636e+07 | 0.44% | - | 111s |
| 0 | 0 | 1.3636e+07 | 0 | 354 | 1.3697e+07 | 1.3636e+07 | 0.44% | - | 112s |
| 0 | 0 | 1.3636e+07 | 0 | 327 | 1.3697e+07 | 1.3636e+07 | 0.44% | - | 112s |
| 0 | 0 | 1.3642e+07 | 0 | 313 | 1.3697e+07 | 1.3642e+07 | 0.40% | - | 113s |
| 0 | 0 | 1.3645e+07 | 0 | 312 | 1.3697e+07 | 1.3645e+07 | 0.38% | - | 114s |
| 0 | 0 | 1.3651e+07 | 0 | 306 | 1.3697e+07 | 1.3651e+07 | 0.33% | - | 114s |
| 0 | 0 | 1.3652e+07 | 0 | 300 | 1.3697e+07 | 1.3652e+07 | 0.33% | - | 115s |
| 0 | 0 | 1.3656e+07 | 0 | 311 | 1.3697e+07 | 1.3656e+07 | 0.29% | - | 116s |
| 0 | 0 | 1.3658e+07 | 0 | 312 | 1.3697e+07 | 1.3658e+07 | 0.28% | - | 116s |
| 0 | 0 | 1.3663e+07 | 0 | 324 | 1.3697e+07 | 1.3663e+07 | 0.24% | - | 117s |
| 0 | 0 | 1.3664e+07 | 0 | 317 | 1.3697e+07 | 1.3664e+07 | 0.24% | - | 117s |
| 0 | 0 | 1.3668e+07 | 0 | 301 | 1.3697e+07 | 1.3668e+07 | 0.21% | - | 118s |
| 0 | 0 | 1.3669e+07 | 0 | 283 | 1.3697e+07 | 1.3669e+07 | 0.20% | - | 118s |
| 0 | 0 | 1.3674e+07 | 0 | 275 | 1.3697e+07 | 1.3674e+07 | 0.17% | - | 119s |
| 0 | 0 | 1.3675e+07 | 0 | 257 | 1.3697e+07 | 1.3675e+07 | 0.16% | - | 119s |
| 0 | 0 | 1.3677e+07 | 0 | 256 | 1.3697e+07 | 1.3677e+07 | 0.14% | - | 120s |
| 0 | 0 | 1.3677e+07 | 0 | 499 | 1.3697e+07 | 1.3677e+07 | 0.14% | - | 122s |
| 0 | 0 | 1.3677e+07 | 0 | 263 | 1.3697e+07 | 1.3677e+07 | 0.14% | - | 123s |
| 0 | 0 | 1.3677e+07 | 0 | 259 | 1.3697e+07 | 1.3677e+07 | 0.14% | - | 125s |
| 0 | 0 | 1.3677e+07 | 0 | 227 | 1.3697e+07 | 1.3677e+07 | 0.14% | - | 126s |
| 0 | 0 | 1.3677e+07 | 0 | 210 | 1.3697e+07 | 1.3677e+07 | 0.14% | - | 126s |
| 0 | 0 | 1.3677e+07 | 0 | 192 | 1.3697e+07 | 1.3677e+07 | 0.14% | - | 127s |
| 0 | 0 | 1.3682e+07 | 0 | 159 | 1.3697e+07 | 1.3682e+07 | 0.10% | - | 128s |
| 0 | 0 | 1.3687e+07 | 0 | 149 | 1.3697e+07 | 1.3687e+07 | 0.07% | - | 129s |
| 0 | 0 | 1.3687e+07 | 0 | 405 | 1.3697e+07 | 1.3687e+07 | 0.07% | - | 130s |
| 0 | 0 | 1.3687e+07 | 0 | 394 | 1.3697e+07 | 1.3687e+07 | 0.07% | - | 137s |
| 0 | 0 | cutoff | 0 | | 1.3697e+07 | 1.3697e+07 | 0.00% | - | 137s |

Cutting planes:

Gomory: 13

Cover: 8

Implied bound: 5

Clique: 946

MIR: 103

Flow cover: 60

Explored 0 nodes (23153 simplex iterations) in 137.80 seconds

Thread count was 4 (of 64 available processors)

Optimal solution found (tolerance 1.00e-04)

Best objective 1.369655158575e+07, best bound 1.369655158575e+07, gap 0.0%

Optimize a model with 1158 rows, 47774 columns and 119684 nonzeros

Model has 33534 quadratic objective terms

Coefficient statistics:

Matrix range [9e-02, 1e+10]
 Objective range [2e+01, 3e+06]
 Bounds range [1e+00, 1e+00]
 RHS range [1e+00, 4e+04]

Warning: Model contains large matrix coefficients

Consider reformulating model or setting NumericFocus parameter to avoid numerical issues.

| Iteration | Objective | Primal Inf. | Dual Inf. | Time |
|-----------|---------------|--------------|--------------|------|
| 0 | 5.6879250e+06 | 0.000000e+00 | 0.000000e+00 | 0s |
| 9 | 1.3696552e+07 | 0.000000e+00 | 0.000000e+00 | 0s |

Solved in 9 iterations and 0.02 seconds

Optimal objective 1.369655159e+07

Gurobi 6.5.0: optimal solution; objective 13696551.59

23153 simplex iterations

plus 9 simplex iterations for intbasis

Custo de Fabricacao: $\sum\{i \text{ in } 1 \dots I, j \text{ in } 1 \dots J\} c_fab[i]*x[i,j] = 7068840$

Custo de Armazenagem: $\sum\{j \text{ in } 1 \dots J, k \text{ in } 1 \dots K\} a[j]*c_arm[j]*w[k]*y[j,k] = 0$

Distribuicao: $\sum\{j \text{ in } 1 \dots J, k \text{ in } 1 \dots K\} w[k]*d[j,k]*y[j,k] = 5687920$

Custo de Transferencia: $\sum\{i \text{ in } 1 \dots I, j \text{ in } 1 \dots J\} x[i,j]*c[i,j] = 939791$

Fabrica 1: $\sum\{j \text{ in } 1 \dots J\} x[1,j] = 12877.9$

Fabrica 2: $\sum\{j \text{ in } 1 \dots J\} x[2,j] = 10671.1$

Fabrica 3: $\sum\{j \text{ in } 1 \dots J\} x[3,j] = 0$

Fabrica 4: $\sum\{j \text{ in } 1 \dots J\} x[4,j] = 0$

set $\{j \text{ in } 1 \dots J: a[j] > 0\} := 1\ 2\ 3\ 4;$

set $\{i \text{ in } 1 \dots I: f[i] > 0\} := 1\ 2\ 3\ 4;$

set $\{i \text{ in } 1 \dots I, j \text{ in } 1 \dots J: x[i,j] > 0\} := (1,1)\ (2,2)\ (2,3)\ (2,4);$

set $\{j \text{ in } 1 \dots J, k \text{ in } 1 \dots K: y[j,k] > 0\} :=$

| | | | | | | | |
|--------|---------|---------|---------|---------|---------|---------|---------|
| (1,1) | (1,115) | (1,253) | (1,349) | (1,473) | (2,70) | (2,345) | (3,220) |
| (1,6) | (1,116) | (1,254) | (1,353) | (1,478) | (2,72) | (2,346) | (3,230) |
| (1,7) | (1,120) | (1,255) | (1,355) | (1,481) | (2,73) | (2,348) | (3,234) |
| (1,11) | (1,155) | (1,256) | (1,356) | (1,485) | (2,74) | (2,350) | (3,235) |
| (1,21) | (1,157) | (1,257) | (1,357) | (1,491) | (2,75) | (2,351) | (3,240) |
| (1,22) | (1,158) | (1,258) | (1,359) | (1,493) | (2,78) | (2,352) | (3,241) |
| (1,23) | (1,159) | (1,259) | (1,360) | (1,498) | (2,90) | (2,354) | (3,245) |
| (1,24) | (1,164) | (1,261) | (1,361) | (1,499) | (2,91) | (2,358) | (3,250) |
| (1,25) | (1,167) | (1,263) | (1,363) | (1,500) | (2,93) | (2,362) | (3,260) |
| (1,26) | (1,168) | (1,264) | (1,364) | (1,501) | (2,95) | (2,406) | (3,262) |
| (1,27) | (1,169) | (1,265) | (1,365) | (1,502) | (2,97) | (2,408) | (3,557) |
| (1,28) | (1,170) | (1,266) | (1,366) | (1,503) | (2,98) | (2,409) | (4,4) |
| (1,29) | (1,171) | (1,267) | (1,367) | (1,504) | (2,99) | (2,410) | (4,5) |
| (1,32) | (1,172) | (1,268) | (1,368) | (1,505) | (2,100) | (2,412) | (4,49) |
| (1,33) | (1,176) | (1,269) | (1,369) | (1,506) | (2,118) | (2,413) | (4,50) |
| (1,36) | (1,178) | (1,270) | (1,370) | (1,507) | (2,121) | (2,416) | (4,54) |
| (1,37) | (1,179) | (1,271) | (1,371) | (1,508) | (2,124) | (2,417) | (4,76) |
| (1,38) | (1,183) | (1,272) | (1,372) | (1,509) | (2,125) | (2,418) | (4,77) |
| (1,40) | (1,185) | (1,273) | (1,375) | (1,510) | (2,126) | (2,419) | (4,292) |
| (1,41) | (1,186) | (1,274) | (1,376) | (1,511) | (2,130) | (2,422) | (4,373) |
| (1,42) | (1,188) | (1,275) | (1,379) | (1,512) | (2,131) | (2,423) | (4,374) |

| | | | | | | | |
|---------|---------|---------|---------|---------|---------|----------|---------|
| (1,43) | (1,189) | (1,276) | (1,380) | (1,513) | (2,134) | (2,486) | (4,377) |
| (1,44) | (1,190) | (1,277) | (1,382) | (1,514) | (2,135) | (2,487) | (4,378) |
| (1,45) | (1,191) | (1,278) | (1,383) | (1,515) | (2,138) | (2,488) | (4,381) |
| (1,46) | (1,192) | (1,279) | (1,384) | (1,517) | (2,143) | (2,489) | (4,388) |
| (1,47) | (1,193) | (1,280) | (1,385) | (1,518) | (2,148) | (2,490) | (4,389) |
| (1,48) | (1,194) | (1,281) | (1,386) | (1,519) | (2,149) | (2,492) | (4,392) |
| (1,51) | (1,195) | (1,282) | (1,387) | (1,520) | (2,150) | (2,494) | (4,396) |
| (1,52) | (1,196) | (1,283) | (1,390) | (1,521) | (2,151) | (2,495) | (4,404) |
| (1,53) | (1,197) | (1,284) | (1,391) | (1,523) | (2,152) | (2,496) | (4,435) |
| (1,55) | (1,198) | (1,285) | (1,393) | (1,524) | (2,153) | (2,497) | (4,437) |
| (1,56) | (1,199) | (1,286) | (1,394) | (1,525) | (2,154) | (2,553) | (4,439) |
| (1,57) | (1,200) | (1,287) | (1,395) | (1,526) | (2,156) | (2,555) | (4,440) |
| (1,59) | (1,201) | (1,288) | (1,397) | (1,527) | (2,160) | (2,556) | (4,441) |
| (1,60) | (1,204) | (1,289) | (1,398) | (1,528) | (2,161) | (3,3) | (4,442) |
| (1,61) | (1,205) | (1,290) | (1,399) | (1,529) | (2,162) | (3,9) | (4,443) |
| (1,64) | (1,206) | (1,291) | (1,400) | (1,530) | (2,163) | (3,17) | (4,444) |
| (1,65) | (1,207) | (1,293) | (1,401) | (1,531) | (2,165) | (3,18) | (4,445) |
| (1,66) | (1,208) | (1,294) | (1,402) | (1,532) | (2,166) | (3,19) | (4,446) |
| (1,67) | (1,209) | (1,295) | (1,403) | (1,533) | (2,173) | (3,20) | (4,447) |
| (1,68) | (1,210) | (1,296) | (1,405) | (1,534) | (2,174) | (3,30) | (4,448) |
| (1,71) | (1,211) | (1,297) | (1,407) | (1,535) | (2,175) | (3,31) | (4,450) |
| (1,79) | (1,213) | (1,298) | (1,411) | (1,536) | (2,177) | (3,34) | (4,451) |
| (1,80) | (1,214) | (1,299) | (1,414) | (1,537) | (2,202) | (3,35) | (4,454) |
| (1,81) | (1,219) | (1,300) | (1,415) | (1,538) | (2,203) | (3,39) | (4,455) |
| (1,82) | (1,221) | (1,301) | (1,420) | (1,539) | (2,212) | (3,58) | (4,457) |
| (1,83) | (1,222) | (1,302) | (1,421) | (1,540) | (2,215) | (3,117) | (4,458) |
| (1,84) | (1,223) | (1,303) | (1,424) | (1,541) | (2,216) | (3,119) | (4,459) |
| (1,85) | (1,224) | (1,304) | (1,425) | (1,543) | (2,217) | (3,122) | (4,460) |
| (1,86) | (1,225) | (1,305) | (1,426) | (1,544) | (2,218) | (3,123) | (4,462) |
| (1,87) | (1,226) | (1,306) | (1,427) | (1,545) | (2,308) | (3,127) | (4,467) |
| (1,88) | (1,227) | (1,307) | (1,428) | (1,546) | (2,316) | (3,128) | (4,468) |
| (1,89) | (1,228) | (1,309) | (1,429) | (1,547) | (2,317) | (3,129) | (4,469) |
| (1,92) | (1,229) | (1,310) | (1,430) | (1,548) | (2,318) | (3,132) | (4,470) |
| (1,94) | (1,231) | (1,311) | (1,431) | (1,549) | (2,319) | (3,133) | (4,471) |
| (1,96) | (1,232) | (1,312) | (1,432) | (1,550) | (2,320) | (3,136) | (4,474) |
| (1,101) | (1,233) | (1,313) | (1,433) | (1,551) | (2,321) | (3,137) | (4,475) |
| (1,102) | (1,236) | (1,314) | (1,434) | (1,552) | (2,327) | (3,139) | (4,476) |
| (1,103) | (1,237) | (1,315) | (1,436) | (1,554) | (2,329) | (3,140) | (4,477) |
| (1,104) | (1,238) | (1,322) | (1,438) | (2,2) | (2,331) | (3,141) | (4,479) |
| (1,105) | (1,239) | (1,323) | (1,449) | (2,8) | (2,333) | (3,142) | (4,480) |
| (1,106) | (1,242) | (1,324) | (1,452) | (2,10) | (2,334) | (3,144) | (4,482) |
| (1,107) | (1,243) | (1,325) | (1,453) | (2,12) | (2,335) | (3,145) | (4,483) |
| (1,108) | (1,244) | (1,326) | (1,456) | (2,13) | (2,337) | (3,146) | (4,484) |
| (1,109) | (1,246) | (1,328) | (1,461) | (2,14) | (2,338) | (3,147) | (4,516) |
| (1,110) | (1,247) | (1,330) | (1,463) | (2,15) | (2,340) | (3,180) | (4,522) |
| (1,111) | (1,248) | (1,332) | (1,464) | (2,16) | (2,341) | (3,181) | (4,542) |
| (1,112) | (1,249) | (1,336) | (1,465) | (2,62) | (2,342) | (3,182) | |
| (1,113) | (1,251) | (1,339) | (1,466) | (2,63) | (2,343) | (3,184) | |
| (1,114) | (1,252) | (1,347) | (1,472) | (2,69) | (2,344) | (3,187); | |