



OS MOVIMENTOS DA MATEMÁTICA NA ESCOLA:
do ensino de matemática para a educação matemática; da educação matemática para o ensino de matemática; do ensino de matemática para a Educação Matemática; da Educação Matemática para o Ensino de Matemática?¹

Wagner Rodrigues Valente

Introdução

O título longo, sugerindo um vai-e-volta, sintetiza o que é possível designar por movimentos ao longo do tempo, relativos ao modo de tratar a matemática na escola. “Movimento” parece ser uma categoria conveniente para a análise em perspectiva histórica que é realizada a seguir, pois idas e vindas, não repetitivas, mas incorporando inovações e preservando determinados temas, têm constituído a matemática na escola. Em síntese, movimentos são ações coletivas que mobilizam ideias, concepções, práticas e modos de ver a matemática na escola.

Ensino de matemática ou educação matemática? Ou, ainda, Educação Matemática? Começemos a análise desses movimentos que parecem um ziguezague...

É possível dizer que a *educação* matemática nasce junto com o que a História da Educação considera como a modernidade pedagógica, num movimento que se alastra internacionalmente em finais do século XIX. Antes disso, prevalecia o *ensino* de matemática. E, somente nas últimas décadas do século XX, tem-se a Educação Matemática. Essas nomenclaturas próximas, em maiúsculas e em minúsculas, confundem o leitor? Talvez, mas são termos que indicam movimentos com perspectivas bem distintas sobre a matemática na escola, que podem ser lidos ao

¹ Agradeço muitíssimo aos colegas Antonio José Lopes (Bigode); Eliene Barbosa Lima e Maria Célia Leme da Silva pela leitura crítica e sugestões dadas à primeira versão deste texto.

longo do tempo, sob a ótica de uma história globalizante, para este saber escolar tão internacional que é a matemática...

Do ensino de matemática para a educação matemática: o movimento modernizador

A partir da década de 1880, assiste-se à emergência de uma verdadeira contracultura pedagógica, vinda com o movimento da pedagogia intuitiva. Porém, muito antes disso, foram plantados os gérmenes dessa modernidade educacional, os quais apontavam para a não coerção dos alunos, para um modo diferenciado de conduzir a criança a seu estado adulto. Rousseau, Pestalozzi e Fröbel foram autores que inspiraram essa contracultura pedagógica e são vistos como seus referentes mais importantes. Assim, as décadas finais do século XIX, assistem, nos países da Europa, nos EUA e também no Brasil, à circulação da vaga intuitiva como forma moderna de tratar as questões educacionais, inspirada pelos escritos desses clássicos autores.

Contra uma cultura estabelecida de considerar o *homúnculo* – a criança como homem em miniatura –, assenta-se a ideia de que a criança é um ser diferente, alguém que está em processo de formação e tem estágios evolutivos no pensar e no agir. Contra um modo considerado antinatural de imposição e coerção de padrões e mesmo de violência física, dissemina-se a necessidade de trabalhar em consonância com o desenvolvimento infantil. Contra uma cultura chamada livresca, baseada em processos de memorização, estabelecem-se propostas para um ensino ativo. Enfim, uma verdadeira contracultura pedagógica se estabelece e se faz método: Método Intuitivo ou *lição de coisas* – modo como tal época é interpretada no Brasil².

Mais especificamente, no âmbito dessa contracultura, os saberes escolares e sua forma de tratamento refletirão uma nova maneira de pensar a Educação. Os processos de memorização, combatidos, ligavam-se ao saber considerado livresco: o saber escolar, colocado nos textos, expressava graus de abstração, de sistematização que, necessitando serem apropriados pelos alunos, levavam à memorização. De acordo com a cultura estabelecida, não haveria outro modo de os iniciantes aproximarem-se do saber sistematizado nos livros, senão por processos de

² Uma referência importante para o período diz respeito à tradução, adaptação e grande circulação que teve o livro “Primeiras Lições de Coisas”, de Norman Allison Calkins por Rui Barbosa, em 1886. A tradução da obra, dentre outras coisas, vem fundamentar a tese defendida por Rui de que “Lição de coisas” é um método e não uma matéria independente do programa escolar (BARBOSA, 1946, p. 215-216).

memorização. E essa sistematização, tal como colocada nos livros, propunha sempre que os primeiros passos a serem dados em direção aos saberes mais avançados devessem ser encadeados numa ordem lógica, numa lógica interna própria aos conteúdos sistematizados. Essa ordem levaria os alunos dos simples elementos de um saber aos seus termos mais complexos.

Para a matemática na escola, estava presente uma tradição, inaugurada desde Euclides (século III A. C.), de tratar os conteúdos de modo sintético, isto é, das partes conhecidas (os *a priori* – axiomas, postulados...) para aquelas desconhecidas, o todo (os teoremas...). Esse é outro modo de analisar o papel da memorização, para além de estudos que mostram que havia falta de livros etc. e que o expediente para remediar tal situação recorria à memorização³. Dada a necessidade de incorporar a ordem lógica dos conteúdos, iniciando por seus elementos, que nada tinham de proximidade com a criança, a memorização era processo inexorável. Neste caso, emparelhavam-se, consideradas como semelhantes, duas ordens: a ordem sistematizada do saber (a lógica interna organizadora dos conteúdos) e a ordem sequencial da aprendizagem (dos elementos mais simples para as suas combinações, os termos mais complexos).

Tudo muda, no entanto, na perspectiva de uma nova cultura pedagógica, vinda como um movimento modernizador, segundo o qual as práticas ligadas à memorização devem ser abandonadas em favor de métodos em que haja uma participação ativa do aluno. A psicologia nascente passa, cada vez mais, a respaldar o argumento de que é necessário seguir o desenvolvimento do aluno na sua ordem natural, para que o ensino possa ser eficiente. E essa ordem natural aponta para a intuição sensível da criança. É preciso, portanto, considerar que a primeira forma de conhecimento é intuitiva. Consequentemente, circulam internacionalmente propostas de ensino intuitivo de todas as matérias escolares. E, por certo, a matemática na escola não fica imune a essa vaga intuitiva, a esse movimento modernizador.

Em suma: contra o ensino considerado livresco, de instrução, contrapõe-se o trabalho pedagógico que considera o desenvolvimento da criança, que necessita de

³ Um dos raros estudos que buscam compreender o papel da memorização nas práticas educativas é o texto da professora Maria Cecília de Souza. De acordo com a autora, “a memorização mantinha, sem dúvida, relação com uma cultura que era profundamente oralizada, em que a Igreja fizera a escrita ser apresentada sob a perspectiva da oralização, que tanto tinha repercussões na cultura das elites urbanas, quanto na própria percepção popular, onde uma forma de catolicismo rústico deitara raízes profundas”. E, ainda, a memorização “vinha substituir muitas vezes, ou mesmo suprir, não a ausência de conhecimento de métodos de ensino, mas a raridade de livros, outras vezes, a ausência de conhecimento do conteúdo das próprias disciplinas” (SOUZA, 1998, p. 86-88).

educação. Contra o ensino, enfim, a educação. No caso da matemática, mais precisamente, da matemática na escola, contrapõe-se ao ensino a necessidade de uma educação matemática, mesmo se, nesse tempo, a expressão “educação matemática” parece não ter sido, ainda, utilizada. De todo modo, os termos “educação matemática” simbolizam um movimento a fazer frente ao “ensino de matemática”, entendido como “instrução matemática”.

No âmbito desse primeiro movimento, o nome de Klein é emblemático. Félix Christian Klein (1849-1925), um dos mais importantes matemáticos de finais do século XIX, tem papel fundamental na internacionalização dos estudos sobre a formação matemática das novas gerações. Em 1908, Klein é eleito, no IV Congresso Internacional de Matemática, em Roma, presidente da Comissão Internacional de Instrução Matemática⁴. Seu trabalho enfatiza uma mudança sobre o que se poderia denominar “método da Matemática”:

Numa comunicação à Academia de Ciências de Göttingen em 1895 sobre “A aritmetização da Matemática”, referindo-se criticamente à tendência em estender o método weierstrassiano na matemática para além do domínio da aritmetização da análise e do que ela tem de positivo na fundamentação e investigação desta disciplina, Klein afirma de modo veemente que não é possível tratar a matemática exclusivamente pelo método lógico-dedutivo, sem dar lugar de relevo aos seus aspectos intuitivos e algorítmicos, comparando a ciência matemática a uma árvore que enterra cada vez mais em profundidade as suas raízes na terra e expande livremente os seus ramos no ar (RODRIGUES, 2009, vii).

Essa referência é fundamental, pois parte de um personagem importantíssimo na matemática de finais do século XIX, figura de expressão internacional. Klein promove um embate decisivo relativamente à imagem⁵ solidamente estabelecida da cultura matemática. Tal representação dessa cultura, firmemente posta sobre os seus processos e métodos, liga-se à prova lógico-dedutiva e está presente, por certo,

⁴ (IMUK Internationale Mathematische Unterrichtskommission/CIEM = Commission Internationale de l'Enseignement Mathématique). O IMUK, a partir de 1952, passa a ser conhecido como ICMI – International Commission on Mathematical Instruction.

⁵ Em termos analíticos mais precisos, conviria utilizar o termo *representação* em lugar de *imagem*. Entenda-se aqui o uso do termo *representação* como categoria de análise vinda dos estudos do historiador cultural Roger Chartier. De pronto, cabe explicitar o que o autor toma por *representação*: uma noção que articula três modalidades da relação com o mundo social: em primeiro lugar, o trabalho de classificação e de delimitação que produz as configurações intelectuais múltiplas, através das quais a realidade é contraditoriamente construída pelos diferentes grupos; seguidamente, as práticas que visam a fazer reconhecer uma identidade social, a exhibir uma maneira própria de estar no mundo, a significar simbolicamente um estatuto e uma posição; por fim, as formas institucionais e objetivas graças às quais uns “representantes” (instâncias coletivas ou pessoa singulares) marcam de forma visível e perpetuada a existência do grupo, da classe ou da comunidade (CHARTIER, 1990, p. 23).

também no ensino de matemática. Assim, tal método da matemática, tal método de ensino da matemática. Ao que parece, ao advogar a ruptura com a forma hegemônica de conceber o método matemático como lógico-dedutivo, abre-se a possibilidade de se pensar que, ao invés do ensino por esse método, há alternativas não consideradas anteriormente, que levam em conta a intuição. E, aqui, tal perspectiva transborda o nível primário, pois busca aliados no ensino secundário. Essa discussão, conduzida por Klein entre o final de século XIX e os primeiros anos do século passado, coloca o ensino de matemática em destaque no próprio âmbito matemático. Discursando para um público internacional, a fala desse autor sobre o método da matemática circulará por muitos países, ecoando no ensino de matemática e inaugurando processos que, mais adiante, darão especificidade a esse ensino, face àqueles de todos os demais saberes escolares.

Desde Félix Klein, as propostas para mudanças no ensino de matemática circularam por muitos países, na busca de uma nova reorganização de métodos e conteúdos. No Brasil, isso não foi diferente. As ideias do matemático alemão sobre a unificação da matemática escolar inspiraram a primeira organização nacional curricular (Reforma Francisco Campos), vinda com a criação do Ministério da Educação e Saúde Pública, por meio de estudos de Euclides Roxo⁶.

Euclides Roxo empreendeu uma verdadeira cruzada, no final dos anos 1930, para uma mudança no ensino de matemática. Seus longos artigos, publicados no *Jornal do Commercio*, no Rio de Janeiro, buscaram responder críticas que a ele foram dirigidas e ampliar o debate a respeito de um novo modo de pensar o ensino de matemática. Tendo, principalmente, Félix Klein por referência, Roxo também destaca os aspectos ligados ao método:

⁶ Euclides de Medeiros Guimarães Roxo é natural de Aracaju, Sergipe, e nasce no dia 10 de dezembro de 1890. Falece no Rio de Janeiro, no dia 21 de setembro de 1950. Em 1909, bacharela-se no Colégio Pedro II. Forma-se em engenharia em 1916 pela Escola Politécnica do Rio de Janeiro. Em 1915, é aprovado em concurso para professor substituto de Matemática no Colégio Pedro II. Posteriormente, em 1919, é nomeado catedrático neste estabelecimento de ensino e aí é também examinador de Francês, Latim e Matemática nos exames do Colégio Pedro II. Além disso, é aprovado em concurso para catedrático do Instituto de Educação. No Colégio Pedro II é diretor de 1925 a 1935 (de 1925 a 1930 no externato e de 1930 a 1935 no internato). Em 1937, é nomeado Diretor do Ensino Secundário do Ministério da Educação e Saúde. É membro do Conselho Diretor da Associação Brasileira de Educação (ABE) de 1929 a 1931 e faz parte da comissão do ensino secundário da mesma associação, fundada na 2ª Conferência da ABE; é Presidente da Comissão Nacional do Livro Didático (VALENTE, 2004).

Em uma das suas conferências sobre o ensino da Matemática nas seis primeiras classes das escolas secundárias alemãs, dizia Klein: ‘Não se deve, entretanto, entender que se comece, desde cedo, com uma exposição lógica e difícil, mas impõe-se completamente o método genético. A intuição forma a base do conhecimento e, a princípio, só lentamente se penetra na consciência da lógica’ (KLEIN *apud* ROXO, 1930, p. 15).

Assim, a discussão sobre o método da Matemática espalha-se para o método de ensino da Matemática e enfatiza, principalmente, o ensino de matemática no curso secundário. Klein trata do ensino de matemática e faz as propostas para os anos escolares que antecedem os cursos de nível superior. Dentre os seus objetivos está a melhor preparação matemática para os estudantes que ingressam nas universidades. No Brasil, esse ensino – o secundário –, que era altamente elitizado, somente começa a passar por mudanças da sua população escolar no início da década de 1970, com a ampliação da escolarização obrigatória (Lei 5692/71).

Com as ações de Euclides Roxo, principalmente, entra em discussão o método de ensino da Matemática para o curso secundário brasileiro, referenciado, desde 1837, pelo Colégio Pedro II, do qual Roxo era professor de matemática e diretor. Em tempos de direção do estabelecimento (1925-1935), seu *status* iguala-se ao de um ministro da educação. Daí a importância de seus discursos, de seus escritos e mesmo de seus livros didáticos⁷. E, mais, está em curso, ao que parece, um debate inédito: não basta ser bom matemático para ser bom professor de matemática⁸. Tal debate, no Brasil, coloca Euclides Roxo como pioneiro da educação matemática – modo de ensinar matemática levando em conta o sujeito que aprende e não somente a lógica interna de organização dos conteúdos⁹. Um novo profissional começa a ser forjado

⁷ Em termos das obras didáticas de Euclides Roxo, é possível afirmar que o “Curso de Mathematica Elementar”, lançado em 1929, constitui livro pioneiro para o ensino secundário onde há o esforço de integração da aritmética, álgebra e geometria, num texto **que** segue o modo intuitivo-analítico de apresentação dos conteúdos matemáticos.

⁸ Uma discussão mais detalhada sobre as ações e propostas de Euclides Roxo pode ser lida em Valente (2004).

⁹ Em tempo recente, professores mobilizaram-se para fazer aprovar o “Dia Nacional da Matemática”, dia 6 de maio, dia do nascimento do professor Julio Cesar de Mello e Souza (D. O. U. de 26 de junho de 2013). Ao que parece, um duplo equívoco ocorreu: em primeiro lugar, pois a homenagem tinha como objetivo celebrar a matemática na escola, os seus processos de ensino e aprendizagem, a figura da docência em matemática, o profissional cuja identidade não é a mesma do matemático. Nesses termos, o “Dia Nacional da Matemática” desviou-se desse objetivo, em seu próprio título. Um outro equívoco refere-se à figura do homenageado. Estudos mostram que o conhecidíssimo Malba Tahan pouco tem a ver com as lides de renovação do ensino de matemática. Criativo, autor de dezenas de livros traduzidos para diversas línguas, Julio Souza nem de longe travou batalha árdua para modernizar a matemática na escola, nem se erigiu como profissional de vanguarda do ensino desse saber. Esse papel coube a Euclides Roxo. Julio Souza preferiu alinhar-se ao conservadorismo do ensino de matemática no curso secundário, em benefício da venda de seus livros. Estudos históricos mostram essas ações e podem ser lidos em textos como os de Valente (2004b). Há que se considerar, no entanto,

por meio de novos saberes, de saberes para ensinar matemática no ensino secundário, lugar historicamente ligado às referências do ensino superior, desvinculado dos primeiros anos escolares (HOFSTETTER; SCHNEUWLY, 2009).

Da educação matemática para o ensino de matemática: uma matemática moderna...

Os tempos são de *estruturalismo*. O estruturalismo como método rigoroso de análise intelectual, que traz grande esperança de fazer avançar temas científicos fundamentais. O estruturalismo como tratamento das relações entre as partes e o todo. A totalidade com prioridade lógica sobre as partes, e as relações sendo mais importantes que as entidades que lhes são vinculadas. A estrutura oculta sendo sempre mais importante que o evidente. O simbolismo como relevante e não as entidades simbolizadas. Assim, o estruturalismo ganha *status* interdisciplinar e multidisciplinar na produção de conhecimentos na matemática, na filosofia, na linguística, na antropologia, na crítica literária. Transforma-se em filosofia dominante em meados do século XX, um momento particular da história do pensamento humano, um tempo forte da consciência crítica (DOSSE, 1992, p. 9) .

As primeiras ideias que dão forma à revolução estruturalista começam a germinar durante o período de entreguerras, com os membros do Círculo Linguístico de Praga, cuja figura principal é o linguista russo Roman Jakobson. O termo *estrutura* começa a ser utilizado por esse grupo em 1929. Seis anos mais tarde, constituindo-se como um grupo de matemáticos, Bourbaki¹⁰ se apropria dele. O uso e a caracterização matemática da ideia de estrutura são, em parte, responsáveis por sua adoção na psicologia. Jean Piaget interessa-se pela matemática e, assim, as ideias de Bourbaki lhe são úteis. Piaget chega à conclusão de que, em todos os estágios do desenvolvimento da inteligência nas crianças, os processos de pensamento se organizam de forma muito estruturada, segundo noções matemáticas definidas com grande precisão por Bourbaki. Piaget considera que as estruturas mentais, que

que a criação de datas-símbolo requer impacto e utiliza nomes e títulos já de domínio consagrado e conhecido. É nesses termos que se pode justificar a escolha de Julio Mello e Souza e à própria denominação “Dia Nacional da Matemática”.

¹⁰ Nicolas Bourbaki é o nome de um grupo de matemáticos organizados numa associação, na França, que tem por objetivo, a partir de sua formação, em 1935, conduzir o ensino de matemática de forma rigorosa. Bourbaki é referência maior na organização estrutural das matemáticas. Jean Dieudonné (1906-1994) é um dos membros mais ativos e produtivos do Grupo. Dieudonné escreve numerosas obras, é um autor importante de história da matemática e contribui muito na consolidação de certa ortodoxia estruturalista (PATRAS, 2001, p. 6).

permitem a adolescentes e adultos pensarem de forma lógica, tomam como modelo estruturas matemáticas (ACZEL, 2009, p. 115-116 e 139).

Os marcos de aproximação da psicologia genética com a matemática estruturalista são estabelecidos no encontro de Piaget com Dieudonné:

Assim como André Weil e Claude Lévi-Strauss se encontraram em Nova York, Jean Piaget e Jean Dieudonné também estiveram em contato. Esta relação marcou profundamente a evolução da ciência, reforçando a influência exercida por Bourbaki no avanço do estruturalismo. A reunião teve lugar em abril de 1952 em um congresso de estruturas matemáticas e estruturas mentais celebrado nas imediações de Paris. Dieudonné deu uma conferência aonde descreveu as três estruturas-mãe de Bourbaki: composição, proximidade e ordem (*estruturas algébrica, topológica e de ordem*). Em seguida, Piaget tratou das estruturas que havia descoberto para explicar a construção do pensamento das crianças. Para surpresa de ambos os conferencistas, ficou claro que tratavam do mesmo assunto. Pareceu óbvio que existia uma relação direta entre as três estruturas matemáticas estudadas por Bourbaki e aquelas inerentes ao pensamento operativo das crianças (ACZEL, 2009, p. 140).

Esse encontro parece ser emblemático. Mas, antes e depois dele, outros eventos na Europa propiciaram discussões entre matemática e psicologia, nesses novos tempos estruturalistas, como os seminários internacionais organizados pela *Commission internationale pour l'étude et l'amélioration de l'enseignement des mathématiques*. Essa Comissão publica, como obra coletiva, em 1955, o texto *L'Enseignement des Mathématiques*. Como autores estão “seis de seus membros fundadores: um psicólogo, um lógico matemático, três matemáticos profissionais e pedagogo das matemáticas” (PIAGET et. al. 1955, p. 5-7). Pela ordem: J. Piaget, E. W. Beth, J. Dieudonné, A. Lichnerowicz, G. Choquet e C. Gattegno. O primeiro capítulo do livro intitula-se *Les structures mathématiques et les structures opératoires de l'intelligence* e consiste em uma síntese da comunicação de Jean Piaget, feita no seminário de 1952.

Ao que tudo indica, esses seminários transformaram-se em ponto inicial e de apoio ao que viria em seguida, com amplo financiamento e divulgação internacional, com vistas à transformação da matemática escolar. Em 1959, a OECE – Organização Europeia de Cooperação Econômica – promove um inquérito relativamente ao ensino de matemática em seus países membros. Além do levantamento de informações, a OECE patrocina um encontro para discutir os dados obtidos, com vistas à promoção de uma reforma curricular do ensino de matemática. De fato, ele é realizado no *Cercle de Royaumont*, em Asnières-sur-Oise, na França, com a duração de duas horas

semanais e com a participação de cerca de cinquenta delegados de dezoito países (GUIMARÃES, 2007, p. 21-22). Ao final do que fica conhecido como *Seminário de Royaumont*, tem-se uma proposta de reforma para o ensino de matemática, detalhada no ano seguinte, com a elaboração do texto *Un programme moderne de mathématiques pour l'enseignement secondaire*.

Aproximadamente dez anos depois dessa proposição de um programa moderno para a matemática escolar em nível secundário, ganha divulgação um programa para o nível primário, voltado aos primeiros anos da escola elementar. Trata-se, segundo seus autores, do resultado de pesquisas e experiências realizadas, durante uma década, pelo *International Study Group for Mathematics Learning – ISGML*¹¹. À frente da proposta está Zoltan Paul Dienes, que tem várias de suas obras traduzidas e utilizadas no Brasil. Em sua perspectiva, para o ensino do sistema de numeração, por exemplo, é preciso iniciar-se com noções conjuntistas, diagramas de Venn ou de Carroll; aritmeticamente, trabalhar a aprendizagem de número natural a partir das noções de conjunto; logicamente, considerar as propriedades e atributos dos objetos ou conjuntos de objetos; geometricamente, considerar noções de topologia (DIENES; GAULIN; LUNKENBEIN, 1969).

Conjuntos, conjuntos e mais conjuntos... Tais elementos transformam-se em ícones do movimento estruturalista para o ensino de matemática. E, mais precisamente, essa mobilização internacional funda o que fica conhecido como Movimento da Matemática Moderna – MMM. No Brasil, como noutros países, imprensa, professores e intelectuais aderem às novas propostas para tratar a matemática na escola. Osvaldo Sangiorgi é uma figura emblemática, um personagem-símbolo do MMM em terras brasileiras. Autor reconhecidíssimo de livros didáticos, cabe a ele e ao Grupo que funda, o GEEM – Grupo de Estudos do Ensino da Matemática –, de modo pioneiro, promover a institucionalização e a circulação de uma nova matemática, a matemática moderna, nas escolas.

A análise em perspectiva histórica nos mostra que o MMM promove um retorno da educação matemática ao ensino de matemática. Diferentemente do movimento anterior, que impulsionou um descrédito na ciência dos conteúdos matemáticos como forma suficiente para a boa pedagogia, fazendo emergir a

¹¹ Centro de estudos responsável pela coordenação de grupos espalhados por diversos países, com o objetivo de desenvolver pesquisas sobre a maneira de se conseguir uma compreensão universal da matemática, fundamentada na psicologia teórica e na pedagogia prática (DIENES, 1967, p. 9).

educação matemática; nesse caso, reafirma-se a crença nos novos conteúdos matemáticos como ingrediente para o sucesso com o trato da matemática na escola. E as questões pedagógicas ficam restritas à didática desses novos conteúdos, ao desafio de ensiná-los. Noutros termos, volta-se ao primado dos conteúdos e seu modo matemático de organizá-los para serem ensinados, independentemente dos sujeitos que aprendem e das condições em que aprendem.

A modernidade da matemática escolar para crianças e adolescentes parece ter sido engendrada por caminhos que, de certo modo, apartam Matemática e Pedagogia. No encontro da Psicologia e da Matemática, a Pedagogia parece ter sido a última a ser chamada no processo modernizador. Distanciado de outras matérias e disciplinas presentes na cultura escolar, o ensino da Matemática Moderna nas escolas, ao que parece, constitui-se num “estranho no ninho” da cultura escolar desse tempo. Assim, é possível compreender a razão pela qual a historiografia da educação vem dando pouca importância à vaga pedagógica estruturalista.

Do ensino de matemática para a Educação Matemática: a criação de um novo campo

Do ponto de vista da caracterização dos movimentos da matemática na escola – na escola básica (graus escolares que antecedem o ensino superior) –, seus constituintes principais remetem aos conteúdos de ensino, à sua organização, aos modos de conceber como se ensina e como se aprende matemática, às finalidades do ensino de matemática, enfim...

As perspectivas para a matemática na escola mostravam-se alvissareiras, nas décadas de 1960-70, projetadas pela verdadeira euforia internacional, vinda com o Movimento da Matemática Moderna, o qual, em termos de conteúdos de ensino, pregava a verdadeira matemática praticada por matemáticos. Crianças e adolescentes teriam essa possibilidade de aprender uma matemática viva – objeto de pesquisa matemática – contrapondo-se à antiga matemática escolar – uma matemática morta, não mais objeto de pesquisa dos matemáticos. Essa matemática viva organizava-se para o ensino do mesmo modo que as estruturas cognitivas do aprendiz. A Matemática Moderna, na escola, constituiria um caminho natural da aprendizagem, uma perspectiva de que haveria “matemática para todos”.

Com o passar do tempo, porém, o entusiasmo vai arrefecendo, as práticas cotidianas dos professores vão revelando que as boas intenções do Movimento não

resultaram em modificações convincentes para o ensino e a aprendizagem. Concomitantemente, os debates nacionais e internacionais, em congressos científicos, vão anunciando novas bases teóricas para os estudos sobre o ensino e a aprendizagem da matemática. E, assim, a cultura escolar inicia um processo de rejeição das propostas estruturalistas. Em realidade, um dos primeiros contrapontos ao MMM estabelece-se com a publicação do livro que, em língua portuguesa, ganhou o título de “O fracasso da matemática moderna”, já em 1976, escrito por Morris Kline¹². No entanto, a esse tempo, ainda não se oferecem alternativas mais sólidas teoricamente; trata-se mais de um tom de denúncia e de uma argumentação mais proximamente ligada a uma espécie de retorno a tempos pré-MMM.

Os tempos de refluxo e abandono do Movimento da Matemática Moderna situam-se em finais da década de 1980. Internacionalmente, nessa década, há momentos emblemáticos para uma nova era, para o nascimento de um novo movimento: o da Educação Matemática. No Brasil, cite-se a realização do I ENEM – Encontro Nacional de Educação Matemática –, em 1987, e a criação da SBEM – Sociedade Brasileira de Educação Matemática –, em 1988.

Nos Anais do I ENEM, é possível ler, cá entre nós, a penetração de novas referências internacionais, que se tornarão clássicas para a constituição do novo campo da Educação Matemática:

Na aprendizagem, o que conta é o dinamismo pessoal de cada aluno, fundado na ausência de soluções a problemas, que pode ter como contexto um centro de interesse, mas que necessita ser ativado na individualidade do processo de cada sujeito em face de algo a aprender. A possibilidade desta ativação repousa sobre o reconhecimento e o aproveitamento da caminhada personalizada de cada aluno na apropriação de um campo conceitual. [...] com Gérard Vergnaud, admitimos que as aprendizagens não se dão no abstrato das estruturas gerais do pensamento, como se julgou, ou ainda se julga, possível (GROSSI, 1988, p. 23).

O trecho acima reproduz linhas do texto da professora Esther Pillar Grossi, trazendo para os debates do I ENEM o conceito de “campo conceitual”, que passará a orientar muitos estudos e pesquisas na Educação Matemática.

¹² Em 1973 é lançado pela St. Martin’s Press de Nova York, o livro “Why Johnny Can’t Add: The Failure of the New Math” de Morris Kline, professor da New York University. No Brasil, a obra ganha tradução para o português, três anos depois, com o título “O fracasso da Matemática Moderna”, num lançamento da IBRASA – Instituição Brasileira de Difusão Cultural S. A. De acordo com a essa Editora, há edições do livro até 1985. Para uma análise mais aprofundada do impacto da obra a seu tempo de circulação no Brasil, leia-se VALENTE (2008).

Essas novas perspectivas para pensar a matemática na escola transbordam os meios estritamente acadêmicos e mobilizam a produção de novas referências para professores de matemática. Um exemplo disso é a elaboração da “Proposta Curricular para o ensino de matemática – 2º. Grau” do estado de São Paulo, onde é possível ler orientações como:

A participação do aluno na elaboração de seu conhecimento é um dos pontos fundamentais da concepção atual de aprendizagem. Esta participação deve, porém, ser orientada tendo em vista os conceitos a serem construídos, bem como as tarefas a serem realizadas para que esta construção se efetive. Para tanto, a função do professor deve ser a de orientador da aprendizagem, isto é, a de instigador de ideias, de orientador de rumos, num trabalho com erros e acertos. Assim, a proposta de desenvolvimento de um tema, com os alunos, pode ter como ponto de partida a colocação de um problema, a partir do qual se iniciará a discussão das ideias centrais do tema, em questão, levando em conta os objetivos que se quer atingir (SÃO PAULO, 1989, p. 10).

Diferentemente do MMM, no qual a proeminência das propostas envolvia os novos conteúdos de ensino, uma nova matemática, uma matemática moderna, de iniciação à matemática superior estruturalista, nesse outro movimento retoma-se o foco dos ensinamentos no sujeito que aprende. E, nessa discussão, uma maior complexidade apresenta-se como resultado de pesquisas e das práticas do ensino de matemática¹³. A ideia de paralelo entre estruturas algébricas e cognitivas que, de certo modo, colocava em um plano inferior o aprendiz, considerado como um dado, como um sujeito universal, passa a ser questionada por novas perspectivas teóricas que fazem erigir o campo da Educação Matemática.

Análises internacionais um tanto mais distanciadas do MMM avançam para além das questões de métodos, de processos de aprendizagem e tocam diretamente no conteúdo matemático, fazem a crítica ao que ocorreu em tempos de matemática moderna e colocam em xeque as premissas da própria matemática, advogada pelos bourbakistas. Uma dessas análises da matemática na escola está publicada no *Rapport au ministre de l'Éducation nationale*, texto elaborado sob a direção de Jean-Pierre Kahane, intitulado “L'enseignement des Sciences Mathématiques – Commission de réflexion sur l'enseignement des mathématiques” (KAHANE, 2002). Vindo à luz sob a perspectiva de repensar os ensinamentos de matemática para um novo século, o trabalho

¹³ Cabe neste ponto citar o importante papel que exerceu o estudo da professora Regina Pavanello – (PAVANELLO, 1989) sobre o ensino de geometria e a influência que as suas reflexões trouxeram para os grupos envolvidos com as novas propostas curriculares pós-MMM.

apresenta análises que respondem a uma questão de fundo: que matemática deverá estar presente na escola? Na resposta à questão, uma retrospectiva e uma crítica do Movimento da Matemática Moderna, bem como novas propostas para os diversos ramos que envolvem os saberes matemáticos considerados fundamentais para a formação de cidadãos de uma nova era, de um novo século que se inicia. De pronto, a informática, a estatística e probabilidades, a geometria e o cálculo são considerados como peças-chave da formação que envolve conhecimentos matemáticos para o novo milênio.

Sem pretensão de elaborar uma resenha da obra, mas apenas buscando caracterizar que matemática deverá estar presente na escola, nesse movimento pós-MMM, tome-se a geometria, ícone dos debates que reivindicavam uma nova matemática, em finais dos anos 1950, agora recuperada pelo movimento da Educação Matemática. Por que retomar, para o novo milênio, os ensinamentos de geometria, de geometria euclidiana, tão duramente criticados em tempos bourbakistas?

A geometria euclidiana é considerada, do ponto de vista dos Bourbaki, como uma ciência morta. O grupo indicava que há mais de um século não existiam mais pesquisas matemáticas sobre o tema. No entanto, mesmo do ponto de vista da pesquisa, se não há investigações diretamente sobre a geometria elementar, há domínios matemáticos hoje em que ela está presente de modo essencial: na geometria diferencial, nos aspectos geométricos da estatística, na pesquisa operacional via programação linear, em certos domínios da informática (geometria algorítmica), na imagem e suas ligações com a geometria projetiva (PERRIN, 2002, p. 105). Assim, mesmo do ponto de vista da pesquisa matemática, recuperar a geometria euclidiana na formação matemática é algo essencial. No entanto, o argumento mais importante que vai de encontro às restrições bourbakistas refere-se à formação que a geometria elementar possibilita: “pensar geometricamente” significa tornar-se capaz de se apoiar sobre a intuição geométrica, que é adquirida no plano e no espaço, para aplicá-la a situações complexas (PERRIN, 2002, p. 106). Em suma, as críticas pós-MMM dirigem-se, também, diretamente à matemática, aos conteúdos matemáticos que estavam sendo alijados pela matemática moderna, como a geometria euclidiana.

Dos congressos internacionais, das pesquisas sobre as práticas de ensino da matemática, das novas elaborações teóricas decorrentes do contraponto ao MMM estabelece-se a Educação Matemática. Um campo tanto profissional quanto científico (SCHUBRING, 1993).

Da Educação Matemática para o Ensino de Matemática: novos caminhos, novos fins?

Por certo, os movimentos da matemática na escola sintetizados até este ponto não devem ser vistos como únicos em cada tempo. Em análise mais ampla, cada movimento jamais está sozinho numa época histórica, uma vez que é sempre construído no embate com outros, visando a se sobrepor a eles. Longe a ideia de estabelecer que um dado movimento inclui todos numa mesma causa, ideais e práticas. A caracterização dos movimentos da matemática na escola é devedora de características de movimentos sociais mais amplos. Sua especificidade, em cada tempo histórico, leva a correntes dominantes, perspectivas que têm mais adeptos nos debates, nas publicações, nos referentes para o ensino e a aprendizagem da matemática. Enfim, são ações coletivas hegemônicas numa dada época da história da educação sobre a matemática na escola.

Todavia, as vozes destoantes, aquelas que não fazem coro aos movimentos mais amplos, por vezes, constituem gérmenes para novos movimentos. Muitas delas abrigam e impulsionam verdadeiros contramovimentos. Assim se passa, por exemplo, no estabelecimento da contracultura pedagógica que desencadeia o movimento modernizador da matemática na escola, na caracterização anteriormente feita do “movimento da educação matemática”. Ao que tudo indica, hoje, assiste-se ao nascimento de um novo movimento, um verdadeiro contramovimento àquele da Educação Matemática: o do Ensino de Matemática.

Entre nós, e em todos os países de língua portuguesa, divulga-se o *Klein Project*, por meio do sítio <http://klein.sbm.org.br> :

O Projeto Klein de Matemática em português vai coordenar e organizar a contribuição do Brasil ao *Klein Project for the 21st century*, além de articular a colaboração nesta área com pesquisadores, professores e educadores dos demais países de língua portuguesa, para ampliar de forma substancial o alcance dos resultados. Outro objetivo central do projeto é a produção de material bibliográfico em língua portuguesa que seja de efetiva utilidade para o ensino da matemática em todos os níveis (PROJETO KLEIN, 2015, n. p.).

Dentre os objetivos do Projeto, inclui-se:

Produzir um livro de leitura acessível, mas profissional, que transmita a conexão, crescimento, relevância e a beleza da disciplina Matemática, desde suas grandes idéias a fronteiras da pesquisa e aplicações. Este livro

será disponibilizado em várias línguas, incluindo o português (PROJETO KLEIN, 2015, n. p.).

O Projeto Klein é a face pedagógica mais visível do contramovimento do Ensino de Matemática em face da Educação Matemática. A proposta parece querer recuperar a primazia do conteúdo matemático – estabelecendo a volta do sujeito universal que aprende matemática – não mais em termos de um ensino de matemática, mas do acento institucional sobre o Ensino de Matemática, noutras bases, por certo, de tempos anteriores, e perfilado à figura inatacável de Félix Klein, pioneiro matemático a refletir sobre as questões da matemática na escola.

A face institucional desse contramovimento, que justifica a passagem do “ensino de matemática” para o “Ensino de Matemática”, revela-se na existência do paralelismo entre os programas de pós-graduação em Educação Matemática e os programas em Ensino de Matemática, além da criação dos mestrados profissionais em Ensino de Matemática. Há, ainda, de modo emblemático, no seio da criação de um dos programas pioneiros de pós-graduação em Educação Matemática, uma ruptura de fundo: a criação de um Departamento de Educação Matemática em contraposição ao Departamento de Matemática...

Os dez textos on-line seminais para o debate

A Educação Matemática no Brasil vem consolidando pesquisas e referências abrigadas sob o leque “Tendências da Educação Matemática”. Tal denominação reúne diferentes vertentes de trabalho que incluem as tecnologias, a resolução de problemas, o uso da história, a matemática escolar inclusiva, a modelagem matemática, a formação dos educadores matemáticos dentre outras. Este número, dedicado à educação matemática, procurou incluir textos fundamentais que contemplam essas diversas tendências. Realizou-se um inventário prévio, com questionários a diversos pesquisadores da área, de modo a serem obtidas dez referências seminais. Elas têm início, neste número da Revista, com um trabalho bastante divulgado no país, do Professor Kilpatrick, que visa a elucidar como a área, de modo internacional, constitui-se como campo profissional e científico. Seguem esse primeiro texto as análises dos pesquisadores Miguel, Garnica, Iglioni e D’Ambrosio para o caso brasileiro. O terceiro artigo é de autoria de um dos personagens de maior prestígio e

reconhecimento nacional e internacional, o Professor Ubiratan D'Ambrosio, que atualiza a discussão do papel atual da educação matemática. Os pesquisadores Borba e Chiari comparecem com um texto considerado fundamental do ponto de vista das reflexões sobre o uso das tecnologias na educação matemática. A resolução de problemas, uma das vertentes da área, tem no texto das professoras Onuchic e Allevato um balanço do trabalho realizado e perspectivas de avanços com essa metodologia de tratamento das questões de ensino e aprendizagem da matemática. O texto do Professor Mendes é um dos mais representativos documentos relativos à participação da história da matemática e dos processos investigativos na formação docente. As professoras Fernandes e Healy, autoridades nacionais e internacionais no trato com a matemática inclusiva, participam deste número da Revista com resultados de suas pesquisas com alunos cegos. Seguem dois textos que problematizam a matemática na formação dos professores: o primeiro, considerando o papel da matemática escolar; e o segundo, tendo em conta a própria matemática de nível superior, são escritos pelos professores Valente, no primeiro caso, e Fiorentini e Oliveira, no segundo. Encerra este número da Revista o trabalho das professoras Silva e Oliveira, que trata da modelagem matemática.

Considerações finais

Os estudos que têm por foco temático discutir a matemática na escola em perspectiva histórica apresentam-se em diferentes vertentes. Uma tentativa de caracterização delas está esboçada no texto de Valente (2010). Em síntese, de algum modo aceitas por outros autores, tais vertentes diferenciam-se pelo lugar de onde é vista e analisada a matemática na escola. Há os que se posicionam como matemáticos, na História da Matemática, considerando que a matemática na escola é um dos aspectos da própria História da Matemática. Existem os que realizam a leitura em perspectiva histórica da matemática na escola como expediente para ensinar conteúdos matemáticos. Há, ainda, os que tomam a matemática na escola como leituras de memórias de professores e alunos, também com finalidade didática. Por fim, há os que analisam a matemática na escola, em perspectiva histórica, como uma especificidade da História da Educação.

Seja como for, o que importa é a realização do esforço para a compreensão da presença da matemática na escola ao longo do tempo. Por todas as vertentes, ao que

parece, a categoria de “movimento” é compartilhada. Há pelo menos mais de um século, considerando-se a referência da criação da IMUK/CIEM, em 1908, ocorrem movimentos da matemática na escola, e a análise destes parece constituir veio fértil para a elaboração de uma periodização que rompe com lugares específicos de miradas na análise da matemática na escola. Considerar os movimentos significa reunir múltiplos olhares que compreendem questões didáticas, históricas, educacionais, políticas, sociais, matemáticas, dentre outras.

A passagem do ensino de matemática – visto como modo de realizar a instrução nos conteúdos matemáticos – para a educação matemática – entendida como um movimento de deslocamento dos conteúdos de instrução para as necessidades e possibilidades do aprendiz – revela a filiação direta da matemática na escola aos aspectos mais amplos da Educação. A educação matemática insere-se na modernização pedagógica levada a termo a partir de finais do século XIX. Por certo, para esse movimento concorrem matemáticos, pedagogos e professores. O panorama mundial que traz novos valores para a escola, para o ensino e para Educação ecoa nas hostes matemáticas. Klein não foi um pioneiro solitário... E tampouco é por acaso que Euclides Roxo atua na Associação Brasileira de Educação.

O MMM, que fortemente cunha a matemática na escola como um “movimento”, também imerso está em vaga maior, o estruturalismo que se espraiava para todas as áreas do saber. Como resultado mais específico, leva a matemática na escola para uma valorização imensa dos novos conteúdos, formas elementares advindas de simplificações e mesmo transposições da matemática estruturalista, da matemática das estruturas. Nesse movimento, o sujeito que aprende reduz-se a estruturas cognitivas universais, mobilizadas em paralelo àquelas estruturas colocadas para serem ensinadas na nova organização da matemática escolar. Promove-se o deslocamento de uma educação matemática para um ensino de matemática. Não há um retorno às bases anteriores, às formas da instrução matemática, pois existe uma preocupação metodológica diferente dos primeiros tempos. Naqueles, a própria organização dos conteúdos e sua sequência já indicavam a didática, os modos de ensinar. No MMM, as preocupações didáticas são de outra natureza: envolvem o desafio de realizar transposições, de modo que as estruturas algébricas possam ter alguma concretude. Para os primeiros anos escolares, por exemplo, materiais estruturados – blocos lógicos, são um exemplo emblemático – tomam o lugar de materiais empíricos dos tempos de ensino intuitivo.

O surgimento do campo profissional e de pesquisas intitulado Educação Matemática remete ao refluxo do MMM. Ele pode ser entendido como um movimento de construção da identidade docente. De uma identidade específica: a do educador matemático. Longe da representação de que ser professor de matemática é ser matemático, a Educação Matemática coloca-se como espaço de construção da identidade profissional de todos aqueles professores voltados para educar por meio da matemática. Se, de um lado, isso se liga ao campo profissional, de outro, ele não se estabelece por si mesmo, pois precisa de referências em cadeiras disciplinares, com reconhecimento da produção científica. E, aqui, erige-se o campo de pesquisa Educação Matemática, forjando novos saberes constitutivos do novo profissional, os quais, também, vão sendo elaborados, a princípio, no contraponto aos ditames da matemática estruturalista. Saberes matemáticos, considerados mortos, renascem como vivamente importantes para a formação matemática. Estabelece-se a passagem do ensino de matemática para a Educação Matemática.

Por fim, assiste-se ao embate contemporâneo da Educação Matemática com o Ensino de Matemática. O Ensino de Matemática em dias atuais busca foros que o ensino de matemática em tempos anteriores não possuía: intenta institucionalizar-se, constituir campo de pesquisa e arrebanhar professores que, de algum modo, pouco confortáveis se sentem na especificidade docente, esvaziada de *status* social, buscando proximidade com a representação, firmemente estabelecida, de que professores de matemática são matemáticos. A julgar pelos programas governamentais, o Ensino de Matemática vem obtendo apoios essenciais...

Referências

ACZEL, A. D. El artista y el Matemático – **La historia de Nicolas Bourbaki, el genio matemático que nunca existió**. Barcelona, Espanha: Gedisa Editorial, 2009.

BARBOSA, R. Reforma do Ensino Primário e várias instituições complementares da Instrução Pública. **Obras Completas de Rui Barbosa**. Vol. X, Tomo II. Rio de Janeiro: Ministério da Educação e Saúde, 1946.

BORBA, M. de C.; CHIARI, A. S. de S. Diferentes usos de tecnologias digitais nas licenciaturas em Matemática da UAB. **Nuances**: estudos sobre Educação, Presidente Prudente, SP, v. 25, n. 2, p. 127-147, maio/ago. 2014

CHARTIER, R. **A história cultural – entre práticas e representações**. Lisboa: Editora Difel; Rio de Janeiro: Editora Bertrand Brasil S. A., 1990.

D'AMBROSIO, Ubiratan. A educação matemática e o estado do mundo: desafios. **Em Aberto**, Brasília, v. 27, n. 91, p. 157-169, jan./ju

DARIO, F.; OLIVEIRA, A. T. de C. C. de. O lugar das matemáticas na Licenciatura em Matemática: que matemáticas e que práticas formativas? **Bolema**, Rio Claro, SP, v. 27, n. 47, p. 917-938, dez. 2013.

DIENES, Z. P. **A Matemática Moderna no Ensino Primário**. Portugal/Brasil: Editora Fundo de Cultura / Livros Horizonte Ltda., 1967.

DIENES, Z. P.; GAULIN, C.; LUNKENBEIN, D. Un programme de mathématique pour le niveau élémentaire. *Bulletin de l'A. M. Q.*, 1969.

DOSSE, F. **Histoire du Structuralisme**. Tome 1. Paris: Éditions La Découverte, 1992.

FERNADES, S. H. A. A.; HEALY, L. A inclusão de alunos cegos na aulas de Matemática: explorando área, perímetro e volume através do tato. **Bolema**, Rio Claro, SP, v. 23, nº 37, p. 1111 a 1135, dezembro 2010.

GROSSI, E. P. Novas perspectivas para o ensino da matemática à luz do conhecimento do processo cognitivo. In: CAMPOS, T. M. M. (ed.). **Anais do I ENEM**. São Paulo: PUC-SP, 1988.

GUIMARÃES, H. M. Por uma matemática nova nas escolas secundárias – perspectivas e orientações curriculares da Matemática Moderna. In: MATOS, J. M.; VALENTE, W. R. (orgs.). **A Matemática Moderna nas escolas do Brasil e de Portugal: primeiros estudos**. São Paulo: Editora Da Vinci, 2007.

HOFSTETTER, R.; SCHNEUWLY, B. (éds.) **Savoirs en (trans)formation** – Au cœur des professions de l'enseignement et de la formation. Bruxelles: Éditions De Boeck Université, 2009.

KAHANE, J.-P. (dir.) **L'enseignement des sciences mathématiques**. Rapport au ministre de l'Éducation nationale. Paris: Odile Jacob, 2002.

KILPATRICK, J. Fincando estacas: uma tentativa de demarcar a educação matemática como campo profissional e científico. **Zetetiké**, Campinas, SP, v.4, n.5, p. 99-120, jan./jun., 1996.

MENDES, I. A. A investigação como eixo da formação docente em Educação Matemática. **Unión: Revista Iberoamericana de Educación Matemática**, n. 15, p. 47-59, 2008.

MIGUEL, A.; GARNICA, A. V. M.; IGLIORI, S. B. C.; DAMBRÓSIO, U. A educação matemática: breve histórico, ações implementadas e questões sobre sua Disciplinarização. **Revista Brasileira de Educação**, n. 27, p. 70-93, set-out-nov-dez, 2004.

OECE. **Mathématiques Nouvelles**. Paris: OECE, 1961.

ONUCHIC, L. De la R.; ALLEVATO, N. S.G. Pesquisa em Resolução de Problemas: caminhos, avanços e novas perspectivas. **Bolema**, Rio Claro, SP, v. 25, n. 41, p. 73-98, dez. 2011.

PATRAS, F. **La pensée mathématique contemporaine**. Paris: PUF, 2001.

PAVANELLO, R. M. **O abandono do ensino de geometria: uma visão histórica**. Dissertação (Mestrado em Educação). São Paulo, Campinas: UNICAMP, 1989.

PERRIN, D. La Géométrie. IN: KAHANE, J.-P. (dir.) **L'enseignement des sciences mathématiques**. Rapport au ministre de l'Éducation nationale. Paris: Odile Jacob, 2002.

PIAGET, J. et. al. **L'Enseignement des mathématiques**. Suíça: Delachaux & Niestlé S. A., 1955.

RODRIGUES, J. F. Prefácio. In : KLEIN, F. **Matemática elementar de um ponto de vista superior**. Volume 1 – Parte 1 – Aritmética. Lisboa, Portugal : SPM, 2009.

ROXO, E. **Curso de Mathematica Elementar**. Rio de Janeiro: Livraria Francisco Alves, 1929.

ROXO, E. O Ensino da Mathematica na Escola Secundaria II – Principais Escopos e Diretivas do Movimento de Reforma. **Jornal do Commercio**, Rio de Janeiro, 07 dez. 1930.

SÃO PAULO (Estado) Secretaria da Educação. Coordenadoria de Estudos e Normas Pedagógicas. Proposta Curricular para o ensino de matemática – 2º. grau. 2ª. ed. São Paulo: SE/CENP, 1989.

SCHUBRING, G. Comparative study of the development of mathematics education as a professional discipline in diferente countries: General trend report. In: ZWENG, M. et. al. (ed.). **Proceedings** of the Fourth International Congress on Mathematical Education. Boston, EUA: Birkhäuser, 1993.

SILVA, L. A.; OLIVEIRA, A. M. P. de. As discussões entre formador e professores no planejamento do ambiente de modelagem matemática. **Bolema**, Rio Claro, SP, v. 26, n. 43, p. 1071-1101, ago. 2012.

SOUZA, M. C. C. Decorar, lembrar e repetir: o significado de práticas escolares na escola brasileira do final do século XIX. In: SOUSA, C. P. (org.). **História da educação: processos, práticas e saberes**. São Paulo: Escrituras Editora, 1998.

VALENTE, W. R. **Euclides Roxo e a modernização do ensino de matemática no Brasil**. Brasília: Editora da UnB, 2004.

VALENTE, W. R. **Oswaldo Sangiorgi: um professor moderno**. São Paulo: Editora Annablume, 2008.

VALENTE, W. R. O lugar da Matemática Escolar na Licenciatura em Matemática. **Bolema**, Rio Claro, SP, v. 27, n. 47, p. 939-953, dez. 2013.

VALENTE, W. R. Trends of the history of mathematics education in Brazil. Berlin: **ZDM**, V. 42, 2010, p. 315-323.