

**UNIVERSIDADE FEDERAL DE SANTA CATARINA
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ECONOMIA**

Helberte João França Almeida

**Formação de Expectativas de Inflação em um Ambiente de
Racionalidade Limitada e Implicações Macroeconômicas:
uma abordagem de escolha discreta**

Florianópolis
2016

Helberte João França Almeida

**Formação de Expectativas de Inflação em um Ambiente de
Racionalidade Limitada e Implicações Macroeconômicas:
uma abordagem de escolha discreta**

Tese apresentada em cumprimento
às exigências do Programa de Pós-
Graduação em Economia da Universi-
dade Federal de Santa Catarina, como
requisito parcial para obtenção do Tí-
tulo de Doutor em Economia.

Orientador: Prof. Dr. Jaylson
Jair da Silveira

Florianópolis
2016

Ficha de identificação da obra elaborada pelo autor,
através do Programa de Geração Automática da Biblioteca Universitária da UFSC.

Almeida, Helberte João França
Formação de Expectativas de Inflação em um Ambiente de
Racionalidade Limitada e Implicações Macroeconômicas: uma
abordagem de escolha discreta / Helberte João França
Almeida ; orientador, Jaylson Jair da Silveira -
Florianópolis, SC, 2016.
151 p.

Tese (doutorado) - Universidade Federal de Santa
Catarina, Centro Sócio-Econômico. Programa de Pós-Graduação em
Economia.

Inclui referências

1. Economia. 2. Expectativas inflacionárias
heterogêneas. 3. Dispersão nas habilidades cognitivas. 4.
Externalidades de rede. 5. Volatilidade da inflação. I.
Silveira, Jaylson Jair da. II. Universidade Federal de
Santa Catarina. Programa de Pós-Graduação em Economia. III.
Título.

Dedico este trabalho in memoriam da minha mãe, Mary Jane, e dos meus primos Sandra França e Diego José Lobato.

Agradecimentos

Este espaço é dedicado para expressar meus sinceros agradecimentos a todas as pessoas que direta ou indiretamente contribuíram para a realização deste trabalho.

Assim, agradeço a Deus, meu criador maior.

Agradeço a toda minha família, pelo amor e os ensinamentos apresentados ao longo da minha vida. Também expresso meus sinceros agradecimentos à minha eterna namorada Rebeca. Agradeço pela compreensão, paciência e pelo entendimento dos momentos em que não estava presente devido ao tempo gasto neste trabalho.

Expresso meus sinceros agradecimentos, ao meu orientador Jaylson Jair da Silveira. Este é uma pessoa admirável pelo enorme conhecimento, educação cordial e sua maneira zelosa de tratar as pessoas. Mais do que um orientador, este se tornou um amigo que me apresentou e conduziu-me nos passos da academia.

Agradeço à Capes pela bolsa de estudo concedida ao longo do doutorado e também aos professores da UFSC, obrigado pelo inestimável conhecimento. Em especial, agradeço aos professores Gilberto Tadeu Lima, Eva Yamila Catela, Roberto Meurer e Guilherme Moura pelas críticas e sugestões feitas durante a qualificação. Naturalmente, os erros remanescentes são de minha exclusiva responsabilidade.

A Evelise Elpo, pela ajuda e apoio em todos os momentos. Também não poderia deixar de agradecer aos amigos do mestrado e doutorado, obrigado pelos momentos de alegria e companheirismo.

As palavras referidas acima são incapazes de expressar meu sentimento de gratidão, mas novamente deixo o meu muito obrigado a todos!

Resumo

Este estudo aborda a literatura de expectativas inflacionárias heterogêneas no ambiente de externalidades de rede e suas implicações macroeconômicas. O primeiro capítulo apresenta a literatura de expectativas heterogêneas, mostrando estudos, empíricos e teóricos, que exploram o tema. O segundo capítulo busca avaliar a evolução na distribuição dos preditores de inflação. Para tanto, elaborase um modelo no qual o processo de escolha dos agentes é regido por dois atributos, a saber, acurácia menos o *custo médio do preditor* (atributos privados) e habilidades cognitivas heterogêneas (dispersão nas habilidades cognitivas). Os resultados alcançados mostram que heterogeneidade é uma propriedade emergente do modelo e que as heurísticas adotadas pelos agentes apresentam um certo viés, ou seja, devido à falta de capacidade cognitiva de alguns agentes, estes acabam não selecionando o melhor preditor de inflação. Em seguida, no terceiro capítulo, verificar-se-á a distribuição dos preditores de inflação no ambiente de externalidades de rede. Desta maneira, para o processo de seleção das heurísticas, além dos dois atributos citados acima são acrescentadas motivações sociais. Os resultados obtidos mostram, novamente, que existe heterogeneidade na distribuição dos preditores. Além disso, o processo de seleção das heurísticas adotadas pelos agentes torna-se mais eficaz. Portanto, os agentes passam a utilizar o preditor que oferece a melhor acurácia com maior frequência. Este resultado indica, muito provável, que externalidades de rede proporcionam maior racionalidade nas decisões dos agentes. Diante deste fato, elaborase uma extensão ao modelo de [Brazier et al. \(2008\)](#) para avaliar a volatilidade da inflação na conjuntura em que motivações sociais influenciam as decisões dos agentes. Utilizando três tipologias de rede (regular, *small world* e aleatória) para representar a estrutura de interação entre os agentes, os resultados apontam que a menor volatilidade da inflação é encontrada quando os agentes estão inseridos na estrutura de rede regular. Ademais, independente da estrutura de rede utilizada, os agentes adotam a heurística de meta de inflação com maior frequência em comparação ao estudo de [Brazier et al. \(2008\)](#).

Palavras-chave: Expectativas inflacionárias heterogêneas; Dispersão nas habilidades cognitivas; Externalidades de rede; Volatilidade da inflação; Modelos computacionais baseados em agentes.

Abstract

This study addresses the literature of heterogeneous inflation expectations in the network externalities environment and its macroeconomic implications. The first chapter presents the literature of heterogeneous expectations, showing studies, empirical and theoretical, that explore the theme. The second chapter seeks to assess progress in the distribution of inflation predictors. To this end, we draw up a model in which the process of choosing agents is governed by two attributes, namely, accuracy less the average cost of predictor (private attributes) and heterogeneous cognitive abilities (dispersion in cognitive abilities). The results obtained show that heterogeneity is an emergent property of the heuristic model that adopted by the agents have a certain bias, or due to lack of cognitive ability of some agents, they do not end up selecting the best predictor of inflation. Then, in the third chapter will be found the distribution of inflation predictors of network externalities environment. Thus, for the selection process of heuristics, besides the two attributes mentioned above is added social motivations. The results show again that there is heterogeneity in the distribution of predictors. In addition, the heuristic selection process adopted by the agents becomes more effective. Therefore, the agents start using the predictor that provides better accuracy more often. This result indicates, most likely, that network externalities provides greater rationality in agents' decisions. Given this fact, draws up an extension to model [Brazier et al. \(2008\)](#) to assess the volatility of inflation in the environment in which social motivations influence the agents' decisions. Using three network types (regular, small world and random) to represent the structure of interaction between agents, the results indicate that the lower volatility of inflation is found when agents are inserted into the regular network structure. Moreover, independent of the network structure used, agents adopt the inflation target heuristic more often compared to the study of [Brazier et al. \(2008\)](#).

key words: Heterogeneous inflation expectations; Dispersion in cognitive abilities; Network externalities; Volatility of inflation; Agent-based computational model.

Lista de Figuras

2.1	Reta de probabilidade	37
2.2	Médias das expectativas de inflação observadas e simuladas.	40
2.3	Desvios padrão das expectativas de inflação observados e simulados.	41
2.4	Evolução da distribuição dos preditores.	42
2.5	Evolução da distribuição dos preditores com 100 condições iniciais diferentes.	44
2.6	Evolução da distribuição dos preditores partindo da condição inicial na qual todos os agentes usam o preditor estático.	45
2.7	Evolução da distribuição dos preditores partindo da condição inicial na qual todos os agentes usam o preditor adaptativo.	46
2.8	Evolução da distribuição dos preditores partindo da condição inicial na qual todos os agentes usam o preditor VAR.	47
2.9	Evolução média da distribuição dos preditores em função do parâmetro beta (β). O valor inicial de β é 0 e o final é 100.	48
2.10	Evolução da distribuição dos preditores em função dos mecanismos serem adotados sem custo de formação.	49
3.1	Exemplos de redes complexas.	60
3.2	Médias das expectativas de inflação observada e simulada.	66
3.3	Desvios padrão das expectativas de inflação observado e simulado.	67
3.4	Evolução da distribuição dos preditores.	68
3.5	Evolução da distribuição dos preditores com 100 condições iniciais diferentes.	70
3.6	Evolução média da distribuição dos preditores em função de todos os agentes usarem o preditor estático no período $t = 0$	71

3.7	Evolução média da distribuição dos preditores em função de todos os agentes usarem o preditor adaptativo no período $t = 0$	72
3.8	Evolução média da distribuição dos preditores em função de todos os agentes usarem o preditor VAR no período $t = 0$	73
3.9	Evolução média da distribuição dos preditores em função da razão $(\frac{\alpha}{J})$. O valor inicial de α é 0 e o final é 5,62. O parâmetro J teve seu valor fixado em 1,7511.	74
3.10	Evolução média da distribuição dos preditores em função do parâmetro beta (β)	75
3.11	Evolução média da distribuição dos preditores em função do parâmetro p	76
3.12	Evolução média da distribuição dos preditores em função do raio de vizinhança. O valor inicial do raio de vizinhança é 0 e o final é 50.	77
3.13	Evolução média da distribuição dos preditores sem custos de informação dos preditores.	78
4.1	Histograma de adoção da heurística de inflação defasada com política monetária sob expectativas racionais.	98
4.2	Histograma de adoção da heurística de inflação defasada sob regras alternativas de política monetária.	100
4.3	Bem-estar dos agentes sob regras alternativas de política monetária.	100
4.4	Histograma de adoção da heurística de inflação defasada com política monetária sob expectativas racionais e com diferentes estruturas de rede	111
4.5	Histograma de adoção da heurística de inflação defasada sob regras alternativas de política monetária e com diferentes estruturas de rede	115
4.6	Bem-estar gerado sob regras alternativas de política monetária com diferentes estruturas de rede	117

Lista de Tabelas

2.1	Valores calibrados dos parâmetros	39
2.2	Variáveis de ajuste do modelo	41
3.1	Valores calibrados dos parâmetros	64
3.2	Variáveis de ajuste do modelo	67
3.3	Custo relativo dos preditores	69
4.1	Variância da inflação com predominância total de uma das heurísticas de inflação.	96
4.2	Variância da inflação com escolhas de heurísticas e política monetária sob expectativa racional.	97
4.3	Variância da inflação com escolhas de heurísticas e política monetária adaptando heurísticas.	99
4.4	Variância da inflação com predominância total de uma das heurísticas de inflação no modelo ampliado	107
4.5	Variância da inflação com escolhas de heurísticas e política monetária sob expectativa racional com diferentes estruturas de rede	109
4.6	Valores dos Parâmetros	113
4.7	Variância da inflação com escolhas de heurísticas e política monetária adaptando heurísticas e com diferentes estruturas de rede	114

Sumário

Introdução	1
1 Expectativas de inflação heterogêneas	4
1.1 Mecanismos de formação das expectativas de inflação	5
1.2 Evidências sobre a heterogeneidade das expectativas de inflação .	10
1.3 Implicações macroeconômicas da heterogeneidade das expectativas de inflação	17
2 Formação de expectativas de inflação baseada em heurísticas	24
2.1 Formação de expectativas como um processo de seleção de heurísticas de previsão	24
2.2 Estrutura geral de um modelo de escolha ternária	29
2.3 Formação de expectativas de inflação como um processo de escolha discreta	33
2.3.1 Um modelo de formação de expectativas de inflação baseado em heurísticas	33
2.3.2 Implementação computacional e calibração do modelo . .	36
2.3.3 Propriedades emergentes	41
2.4 Considerações finais	47
3 Formação de expectativas de inflação baseada em heurísticas em um ambiente com externalidades de rede	50
3.1 Considerações iniciais	50
3.2 Expectativas interativas e suas implicações	52
3.3 Elementos da teoria das redes	57

3.4	Formação de expectativas de inflação como um processo de escolha discreta com externalidades de rede	61
3.4.1	Modelo com heurísticas e externalidades de rede	61
3.4.2	Calibragem do modelo computacional	64
3.4.3	Propriedades emergentes	68
3.5	Considerações finais	78
4	Volatilidade da inflação em um ambiente com formação de expectativas de inflação baseada em heurísticas e sujeita a externalidades de rede	81
4.1	A grande moderação	81
4.2	O modelo monetário de gerações sobrepostas de referência	87
4.2.1	O modelo estrutural	87
4.2.2	Política monetária ótima sob expectativas racionais	90
4.2.3	Impactos da política monetária sob expectativas de inflação heterogêneas	93
4.3	Um modelo monetário de gerações sobrepostas com expectativas de inflação interativas	101
4.3.1	Estrutura do modelo computacional	102
4.3.2	Impactos da política monetária sob expectativas de inflação heterogêneas e interativas	106
4.4	Considerações finais	118
	Conclusão	121
	Referências Bibliográficas	124

Introdução

A formação das expectativas é de suma importância para as tomadas de decisões das empresas, consumidores e governos. Em um regime monetário de metas de inflação, compreender a maneira como os agentes econômicos formam e revisam suas expectativas inflacionárias se tornam ainda mais necessárias para os formuladores de política monetária.

A maioria dos estudos relacionados à meta de inflação e política monetária ótima considera que as expectativas inflacionárias são formadas de acordo com alguns dos postulados de expectativas racionais. Todavia, estudos empíricos, baseados em dados de opinião ou experimentos de laboratórios, têm mostrado que estas expectativas são heterogêneas, e esta heterogeneidade é persistente e variante no tempo.

Um arcabouço bastante utilizado para explicar a existência e persistência da heterogeneidade é a abordagem introduzida por [Brock & Hommes \(1997\)](#), denominada de *Adaptively Rational Equilibrium Dynamics (ARED)*. Os autores mostram que os agentes não utilizam uma heurística de previsão cegamente, de fato, os agentes são racionalmente heterogêneos no sentido de que cada preditor escolhido comporta-se de forma individualmente ótima em um determinado momento. Os autores salientam, também, que os preditores adotados pelos agentes apresentam uma hierarquia de custos, assim, o preditor que demanda menos (mais) esforço para coletar e processar as informações é o mais barato (caro). Além de assumir que os custos apresentam uma hierarquia, estes são considerados homogêneos entre os agentes que utilizam o mesmo preditor.

[Branch \(2004\)](#) salienta que devido à heterogeneidade de habilidades cognitiva entre os agentes, os custos para usar um dado preditor pode divergir para usar entre eles. Considerando isto, o presente estudo visa contribuir para a li-

teratura de formação de expectativas heterogêneas, incorporando na abordagem ARED, a ideia de que os custos de informação são heterogêneos na população de agentes. Para tanto, o custo de formar expectativas de inflação será decomposto em um componente determinístico (*custo médio do preditor*), e um componente estocástico (*dispersão nas habilidades cognitivas*). Ao elaborar esta formalização, torna-se possível avaliar o efeito das heterogeneidades cognitivas sobre o processo de formação das expectativas de inflação, sem descartar *a priori* a ideia de que há uma hierarquia objetiva de custos dos preditores de inflação, hipótese padrão do ARED. Além de incorporar à análise a decomposição supracitada, a presente tese pretende inserir externalidades de rede no processo de formação das expectativas de inflação, utilizando para isto a metodologia de escolha discreta com interação social proposta originalmente por [Durlauf \(1997\)](#) e [Brock & Durlauf \(2001\)](#).

Uma revisão bibliográfica empírica sobre a existência de heterogeneidade de expectativas de inflação é feita no primeiro capítulo do trabalho. Neste capítulo também são apresentadas as principais características definidoras dos mecanismos de formação de expectativas de inflação e algumas contribuições teóricas que de alguma forma incorporaram a heterogeneidade de expectativas inflacionárias em modelos macroeconômicos.

Em seguida, no capítulo 2, elabora-se um modelo de formação de expectativas de inflação baseadas em heurísticas com heterogeneidade nas habilidades cognitivas. Para tanto, considera-se que cada agente, a cada período de tempo, busca escolher a estratégia que apresenta o melhor desempenho de previsão entre as possíveis estratégias. Logo, a cada período da simulação, cada agente pode utilizar um, e somente um, preditor de um conjunto finito de preditores.

No modelo elaborado, os agentes formam suas expectativas de inflação mensal utilizando um de três possíveis preditores de inflação. A escolha do preditor adotado por cada agente é regida por dois atributos, a saber, desempenhos de previsão passados (acurácia menos o *custo médio do preditor*), e habilidades cognitivas heterogêneas de cada agente (*dispersão nas habilidades cognitivas*). Ao elaborar este modelo, é possível avaliar se a distribuição dos preditores de inflação são heterogêneas, bem como a relação entre heterogeneidade e a hierarquia de custos conjecturada pela abordagem ARED.

Embasando-se em [Durlauf \(1997\)](#) e [Brock & Durlauf \(2001\)](#), o modelo elabo-

rado no capítulo 3 amplia o modelo proposto no capítulo anterior, incorporando a este a interação social entre os agentes formadores de expectativas de inflação. Em outros termos, os agentes, agora, passam a ter incentivos sociais para adotar o comportamento predominante de seus vizinhos sociais. Desta forma, em cada período, a escolha do preditor a ser utilizado por cada agente depende da acurácia de previsão do preditor, dos custos médios destes, da dispersão das habilidades cognitivas e também dos comportamentos (escolhas) dos seus vizinhos.

Com a elaboração deste modelo tornar-se-á possível verificar o efeito das externalidades de rede sobre a existência e persistência desta heterogeneidade nas expectativas inflacionárias. Além disso, avaliar-se-á se os custos relativos dos preditores se alteram quando os agentes passam a ter incentivos (sociais) para adotar o comportamento dos seus vizinhos.

Por fim, no capítulo 4 acopla-se ao modelo de formação de expectativas baseadas em heurísticas com externalidades de rede desenvolvido no capítulo 3, o modelo macrodinâmico de gerações sobrepostas elaborado por [Brazier et al. \(2008\)](#). Isto será feito com o intuito de avaliar os impactos das externalidades de rede sobre a volatilidade da inflação. Salienta-se que o modelo de [Brazier et al. \(2008\)](#) também faz o uso de heurísticas, e estas são utilizadas a depender do seu desempenho passado. Ao incluir interação social como variável que afeta a tomada de decisão dos agentes, é possível avaliar se a busca pelo comportamento predominante dos vizinhos com os quais cada agente interage, pode levar a um aumento ou redução da volatilidade da inflação.

Capítulo 1

Expectativas de inflação heterogêneas

Este capítulo introdutório visa apresentar a literatura que traz evidências empíricas sobre a existência e persistência de heterogeneidade nas expectativas de inflação, bem como analisa implicações macroeconômicas desta heterogeneidade. Contudo, antes de apresentar a referida literatura, a seção 1.1 revisa brevemente os principais mecanismos de formação das expectativas de inflação utilizados pelos modelos macroeconômicos, destacando suas características definidoras, vantagens e limitações. Posteriormente, a seção 1.2 traz os estudos que mostram evidências de heterogeneidade de expectativas de inflação e suas causas geradoras. Em seguida, a seção 1.3 apresenta algumas contribuições teóricas que de alguma forma incorporaram a heterogeneidade de expectativas inflacionárias em modelos macroeconômicos.

Cabe ressaltar que os estudos apresentados ao longo deste capítulo introdutório não esgotam a literatura sobre o tema em foco. No entanto, buscou-se apresentar os principais estudos, de forma a contextualizar da melhor maneira possível as contribuições apresentadas nos capítulos subsequentes da presente tese.

1.1 Mecanismos de formação das expectativas de inflação

As maneiras como os agentes econômicos formam suas expectativas inflacionárias têm sido um dos mais debatidos temas em macroeconomia. Em um regime de meta de inflação, arranjo adotado por um número considerável de países nas últimas décadas, a efetividade da política monetária requer que as autoridades monetárias entendam como os agentes econômicos formam suas expectativas de inflação para, posteriormente, influenciar estas expectativas. Nas palavras de (Bernanke 2004, p. 20): ... *an essential prerequisite to controlling inflation is controlling inflation expectations.*

Para maior controle da inflação, as autoridades monetárias buscam gerenciar a formação das expectativas inflacionárias dos agentes econômicos. Todavia, embora a formação de expectativas seja um tema bastante estudado, não há ainda um consenso final sobre o assunto (Pfajfar & Santoro 2010).

Há mais de meio século que a literatura econômica inclui algumas hipóteses sobre a formação das expectativas inflacionárias nos modelos macroeconômicos. Em sua grande maioria, esta literatura assume quatro tipos de preditores de inflação: expectativas estáticas, extrapolativas, adaptativas e racionais, sendo esta última a mais utilizada nos modelos macroeconômicos que envolvem expectativas inflacionárias (Santos 2003, p. 4).

No preditor estático a expectativa de inflação para o próximo período é a inflação que ocorreu no período presente (no qual está se formando a expectativa sobre o período posterior), ou seja:

$$\pi_t^e = \pi_{t-1}, \quad (1.1)$$

sendo π_t^e o preço (ou inflação) esperado (a) em $t - 1$ que vigorará em t , e π_{t-1} o preço observado em $t - 1$.

Como destaca Santos (2003, p. 7), este previsor é bastante simples e pode ser útil quando os dados apresentam baixo desvio padrão ou quando as variações da inflação ocorrem de maneira frequente e contínua. Além disso, os modelos estáticos são eficientes no curto prazo, porém, no longo prazo, as decisões baseadas

neste preditor apresentam maior risco devido à crescente probabilidade de erro.

Segundo [Ferber \(1953\)](#), as expectativas estáticas apresentam três principais características na sua formulação: seu caráter regressivo; sua exogeneidade; e o seu uso como *benchmark*, isto é, sua utilização como base comparativa em dados da mesma espécie ou períodos específicos. [Santos \(2003, p. 8\)](#) salienta que as expectativas estáticas foram amplamente usadas ao longo do século XX por empresários, como também pelo Departamento de Comércio dos Estados Unidos para a previsão de estoques e vendas da indústria de manufatura. No entanto, devido a seu baixo rigor metodológico, os modelos com expectativas estáticas foram substituídos por modelos de previsão mais sofisticados.

Supor que os preços esperados no futuro sejam iguais aos observados no período anterior é uma hipótese bastante simplória. Neste contexto, [Metzler \(1941\)](#) elaborou uma alternativa ao modelo de expectativas estáticas, denominada de expectativas extrapolativas. Nesta abordagem, os preços esperados pelos agentes para o próximo período dependem de dois elementos, a saber, o valor dos preços observados no período anterior e uma tendência da evolução recente dos preços.

Formalmente, este mecanismo de formação de expectativas é definido como segue:

$$\pi_t^e = \pi_{t-1} + \alpha(\pi_{t-1} - \pi_{t-2}), \quad (1.2)$$

na qual π_{t-i} é o preço observado no tempo $t - i$, com $i = 1, 2$ e $\alpha \in [-1, 1] \subset \mathbb{R}$ é uma constante paramétrica, denominada de coeficiente de correção. Pode-se observar que a extrapolação dos preços no período $t - 1$ é corrigida pelo coeficiente de correção e pelo valor de tendência de evolução dos preços, o qual é dado pela amplitude da diferença entre os preços nos períodos $t - 1$ e $t - 2$.

Como destacado por [Ferber \(1953\)](#), as expectativas extrapolativas somente são verificadas caso $\alpha > 0$. Desta forma, se $\alpha = 0$, o modelo retorna ao caso de expectativas estáticas. Por sua vez, quando $0 < \alpha > 1$, o preço esperado será uma média ponderada dos dois preços passados com pesos $1 - \alpha$ para π_{t-1} e α para π_{t-2} . Ademais, o autor salienta que caso α seja negativo, ocorrerá uma inversão de tendência e não sua extrapolação. Assim, um α negativo implica que a atividade esperada se reduz ao nível abaixo da atividade presente mesmo que uma expansão tenha ocorrido no período prévio ([Ferber 1953, p. 66](#)).

A simplicidade teórica do mecanismo de expectativas extrapolativas, bem como a incorporação das expectativas estáticas como um caso especial, tornaram as expectativas extrapolativas popular por algum tempo. Todavia, como destacado por [Nervole \(1958\)](#), as expectativas extrapolativas não levam em consideração os erros ocorridos no passado, não existindo, portanto, adaptação das expectativas.

A abordagem das expectativas adaptativas foi elaborada por [Cagan \(1956\)](#) com a finalidade de avaliar o processo de hiperinflação dos países europeus no fim da primeira metade do século XX. Esta abordagem considera os erros de previsão dos agentes no processo de formação das expectativas. Assim, sob a hipótese das expectativas adaptativas, os agentes formulam o preço esperado da seguinte maneira:

$$\pi_t^e = \pi_{t-1}^e + \mu(\pi_{t-1} - \pi_{t-1}^e), \quad (1.3)$$

sendo $\mu \in [0,1] \subset \mathbb{R}$ uma constante paramétrica, denominada de coeficiente de adaptação. Observa-se que quando $\mu = 0$, os agentes formam previsões míopes, isto é, em cada período os agentes têm a mesma expectativa. Ademais, caso $\mu = 1$, o modelo retorna ao caso de expectativas estáticas, ou seja, $\pi_t^e = \pi_{t-1}$.

Nota-se que neste tipo de previsor de inflação, as expectativas de inflação corrente refletem as expectativas passadas via incorporação parcial do erro de previsão passado ($\pi_{t-1} - \pi_{t-1}^e$). Portanto, sob a hipótese de expectativas adaptativas, o preço esperado pode ser expresso por uma média ponderada de todos os preços observados no passado com pesos decrescentes geometricamente com as defasagens ([Carvalho 1973](#)).

Devido à facilidade em se trabalhar com este previsor, estimativas de μ podem ser obtidas por máxima verossimilhança ou algoritmos de otimização, e sua boa adaptação aos dados empíricos, acabou tornando as expectativas adaptativas um previsor bastante conhecido e utilizado. No entanto, este previsor possui a desvantagem de utilizar apenas informações do passado para prever a inflação futura, abordagem *backward-looking*. Ao utilizar esta abordagem para prever a inflação futura, os agentes podem incorrer nos mesmos erros recorrentemente, isto é, os agentes cometem erros sistemáticos ([Carvalho 1973](#)).

Este problema é a principal crítica das expectativas racionais aos outros

mecanismos de formação de expectativas. A hipótese de expectativas racionais foi formulada por [Muth \(1961\)](#) para dar solução a um problema de gestão microeconômica. Segundo [Muth \(1961\)](#), um agente racional e informado formula as mesmas expectativas que a teoria econômica relevante. Logo, produtores e consumidores são racionais em suas decisões de consumo, produção e também na formação das expectativas.

De acordo com [Moraes \(1992\)](#), para que a hipótese de expectativas racionais seja plausível, três condições são necessárias, a saber: 1) as informações são escassas e o sistema econômico em geral não as desperdiça; 2) a formação das expectativas depende da estrutura do sistema econômico que descreve a economia; 3) na ausência de informação privada, nenhum agente terá a oportunidade de lucrar a partir da informação conhecida por todos.

[Gertchev \(2007\)](#) apresenta três definições principais do que seriam expectativas racionais. A primeira é relativa ao conjunto informacional de cada agente. Assim, embora todos os agentes não possuam a mesma expectativa, a média aritmética ponderada das expectativas dos agentes é igual à da teoria relevante, isto é, não há incentivos aos desvios e, na média, os agentes se comportam como prevê a teoria. A segunda definição é que os agentes econômicos possuem a mesma distribuição de probabilidade subjetiva sobre os eventos futuros e que no fim tal probabilidade é a mesma que a distribuição objetiva geral. A terceira definição é que os indivíduos maximizam os conjuntos de informações relevantes até o ponto em que o custo marginal de obter as informações seja igual ao ganho marginal de obtê-las ([Gertchev 2007](#)).

Além disso, na formulação das expectativas racionais assume-se que todos os agentes econômicos conhecem o “verdadeiro modelo da economia”. Ao combinar os dados com o verdadeiro modelo, obtém previsões ótimas para as variáveis futuras. Portanto, este preditor é o mais preciso para formar expectativas.

Segundo [Hommes \(2011, p. 2\)](#), a abordagem das expectativas racionais possui importantes vantagens: é simples, elegante e coloca forte disciplina sobre o comportamento (previsão) individual. Todavia, como destaca [Simon \(1957\)](#), a racionalidade impõe irrealisticamente fortes exigências computacionais e informacionais ao comportamento individual. Além disso, as expectativas racionais deixam em aberto como as pessoas formam as expectativas inflacionárias durante

o processo de aprendizagem. Experimentos de laboratório, que permitem analisar este processo diretamente têm mostrado que os indivíduos não se comportam de acordo com a hipótese de racionalidade plena e, de fato, seguem simples heurísticas e aprendizado adaptativo para formar suas expectativas ([Anufriev & Hommes 2012](#)).

De acordo com [Simon \(1957\)](#), agentes econômicos são racionalmente limitados no sentido de que a falta de informação e capacidade computacional os impede de encontrar ações ótimas. Assim, os agentes formam suas expectativas utilizando simples regras (heurísticas) de previsão baseando-se na informação recente e que mostraram ser úteis no passado ([Heemeijer et al. 2009](#)).

A abordagem de aprendizado adaptativo foi introduzida por [Sargent \(1993\)](#) e [Evans & Honkapohja \(2001\)](#) e tem se tornado uma importante linha de pesquisa em macroeconomia. Esta abordagem considera que os agentes atuam como se fossem econométricos quando fazem suas previsões. Desta forma, os agentes conhecem o modelo correto da economia, mas não conhecem os seus parâmetros. Assim, guiados por suas crenças, os indivíduos formulam e estimam os modelos que usam para fazer previsão, e, posteriormente, estes modelos são reestimados quando novos dados tornam-se disponíveis e atualizados se suas regras de previsão apresentam erros. Portanto, esta abordagem considera que os agentes são racionalmente limitados e começam usando um modelo particular, no entanto, quando novas informações tornam-se disponíveis, os agentes revisam suas regras de aprendizado.

Ademais, cabe destacar que aprendizado adaptativo desempenha um papel importante para o entendimento da instabilidade na economia. Assim, ao contrário da teoria racional, a qual considera que a volatilidade da economia é ocasionada por fatores exógenos, [Brock & Hommes \(1997\)](#) utilizam a abordagem de racionalidade limitada e aprendizado adaptativo para mostrar que preço e demanda podem variar sem qualquer choque exógeno na economia.

Na abordagem das expectativas racionais, supõe-se que todos os agentes repartem um conjunto de informações comum e deste modo, formulam a mesma expectativa. No entanto, como ressalta [Blanchflower & MacCoille \(2009\)](#) muitos estudos empíricos têm mostrado que a formação das expectativas é heterogênea entre os agentes. Entender as causas geradoras para a existência e persistência

desta heterogeneidade é o tema a ser abordado na próxima seção.

1.2 Evidências sobre a heterogeneidade das expectativas de inflação

A literatura que analisa a heterogeneidade das expectativas inflacionárias dos agentes privados tem se desenvolvido e recebido diferentes contribuições nos anos recentes¹. Pfajfar & Santoro (2009, p. 2) assim se manifestam sobre expectativas heterogêneas:

Heterogeneity is pervasive in the real world and agents do not predict on the basis of the same information set, do not entail the same capacity to process information, and do not necessarily employ the same model. At the light of these considerations, it is of crucial importance to explore and understand the roots of heterogeneity in private agents' inflation expectation.

Heterogeneidade nas expectativas é uma importante via para entender a formação das expectativas inflacionárias, uma vez que os indivíduos possuem diferentes capacidades cognitivas para processar as informações (alguns agentes são capazes de processar informações muito sofisticadas, enquanto outros não (Gavetti 2005)) e, além disso, os agentes possuem diferentes conjuntos de informações disponíveis. Por sua vez, Hommes (2011, p. 5) salienta que a heterogeneidade é persistente no tempo e os modelos que a incorporam apresentam um bom grau de ajuste em relação aos dados reais.

Amilon (2008) destaca que heterogeneidade nas expectativas pode conduzir à instabilidade no mercado e dinâmicas complexas de preços geradas endogenamente. Ademais, Pfajfar & Santoro (2009) afirmam que diferentes capacidades

¹ A literatura de agentes heterogêneos e suas implicações é bastante desenvolvida em finanças. Para maiores detalhes sobre heterogeneidade e taxa de câmbio consultar MacDonald & Marsh (1996), Benassy-Quere et al. (2003) e Dreger & Stadtmann (2008). Outros estudos elaboram modelos sobre diferentes mercados para avaliar as propriedades emergentes em situações nas quais os agentes possuem diferentes estratégias de previsão. Maiores informações sobre agentes heterogêneos e mercado acionário podem ser encontradas em Boswijk et al. (2007), De Jong et al. (2009); mercado de opção e agentes heterogêneos: Frijns et al. (2010); mercado de commodities e agentes heterogêneos: Ter Ellen & Zwinkels (2010).

cognitivas para processar e atualizar o conjunto de informações utilizados na formulação das expectativas inflacionárias podem ter implicações não desprezíveis para os custos reais de desinflação.

Os trabalhos que avaliam empiricamente a formação das expectativas inflacionárias são relativamente recentes e dividem-se entre trabalhos de pesquisa de opinião e experimentos de laboratórios. Na primeira frente de estudos, encontra-se o trabalho de [Chavas \(2000\)](#). Neste estudo, o autor busca avaliar a formação das expectativas e dinâmica dos preços no mercado de carne dos EUA. Para tanto, utiliza-se de dados do período entre 1948 a 1992, obtidos do Departamento de Agricultura daquele país. Utilizando a metodologia dos momentos generalizado (GMM), o autor conclui que 18% dos produtores de carne formam suas expectativas de produção utilizando o mecanismo de previsão de expectativas racionais. Por sua vez, 35% formam expectativas adaptativas, enquanto os 47% restantes usam o preditor estático.

[Mankiw et al. \(2004\)](#) buscam analisar a formação das expectativas de inflação dos consumidores em diferentes dados de pesquisa. Assim, os autores utilizam dados da *Michigan Survey of Consumer Attitudes and Behavior*², da *Livingston Survey*³ e do *Professional Forecasters*⁴. Utilizando estatística descritiva e abordagem econométrica (Mínimos Quadrados Ordinários), os referidos autores encontram evidências de heterogeneidade nas expectativas inflacionárias, isto é, os dados encontram-se dispersos e esta dispersão se altera ao longo do tempo. Ademais, os autores inferem que os dados são inconsistentes com expectativas racionais ou expectativas adaptativas, mas podem ser consistentes com modelos

² Desde 1940, com freqüência mensal desde 1978, a Universidade de Michigan registra informações de variáveis econômicas para 500 famílias. Uma das variáveis coletadas pela pesquisa é a expectativa de inflação anual doze meses à frente. Junto com esta informação registra características sociais e econômicas dos entrevistados. Em cada entrevista mensal, 55% dos entrevistados estão sendo questionados pela primeira vez e 45% estão sendo reentrevistados. Cada entrevistado tem que responder a duas perguntas. 1) A inflação de doze meses à frente irá subir, cair ou ficar estável; 2) Qual a percentagem que irá cair, subir para os próximos 12 meses.

³ Desde 1946, criada por Joseph Livingston, a pesquisa de Livingston registra previsões semestrais para diferentes variáveis econômicas. O público alvo da pesquisa são economistas e homens de negócio.

⁴ A pesquisa de Professional Forecasters foi criada em 1968 e encontra-se sob responsabilidade do Banco Central da Filadélfia. Esta pesquisa coleta previsões diárias de economistas para as variáveis taxa de inflação, crescimento do PIB e desemprego.

de informação rígida ⁵.

Nesta mesma linha de estudo, Branch (2004) busca verificar se as expectativas inflacionárias individuais na *Michigan Survey* são heterogêneas. Para tanto, elabora um modelo no qual os agentes podem usar três diferentes mecanismos de previsão de preços: estático, adaptativo ou vetor autoregressivo (VAR)⁶. Em cada período, cada agente busca escolher o mecanismo de formação que oferece a melhor acurácia entre os mecanismos possíveis. Utilizando uma amostra de dados que cobre o período de 1977 a 1993 e empregando um modelo logit, no qual os agentes podem mudar os previsores em resposta aos erros de previsão passada, o autor encontra o resultado de que as expectativas formadas pelo vetor autoregressivo, na média, é o mais utilizado pelos agentes.

Branch (2007) também utiliza dados de inflação esperada da *Michigan Survey*, no período de 1977 a 1993, para comparar como certos modelos se ajustam aos dados: um modelo de expectativas heterogêneas racionais (*Rationally Heterogeneous Expectations*) desenvolvido em Branch (2004) e dois modelos de informações rígidas. No primeiro modelo de informação rígida, somente uma fração aleatória de firmas atualizam suas informações a cada período de tempo. Por sua vez, no segundo modelo de informação rígida, o tempo de atualização das informações é diferente e a escolha da frequência ótima com a qual se atualiza os dados é dada por um modelo de escolha discreta. O autor encontra evidências de que o segundo modelo de informação rígida se ajusta melhor aos dados, isto é, uma maior fração dos agentes atualiza seu conjunto de informações entre 3 a 6 meses. Ademais, outros indivíduos atualizam suas expectativas em todo o período e uma pequena quantidade de agentes atualizam suas expectativas em 9 ou mais meses. Assim como em Branch (2004), a distribuição da frequência dos agentes nos previsores de inflação é variante no tempo. Por fim, o autor busca verificar qual dos três modelos apresenta uma função de densidade idêntica à observada empiricamente e encontra o resultado que nenhum dos três modelos

⁵Para mais explicações sobre informações rígidas e suas implicações ver Sims (2003), Coibion & Gorodnichenko (2008) e Coibion & Gorodnichenko (2010).

⁶ Segundo Branch (2004, p. 600), ao realizar uma estimativa de previsão utilizando o VAR, o agente irá conseguir obter a melhor previsão utilizando todas as informações relevantes e possíveis. Portanto, o VAR é a melhor alternativa para representar a formação de expectativas racionais.

reproduz a distribuição dos dados empíricos, mas o modelo de expectativas heterogêneas é o que melhor se aproxima desta.

Outro estudo baseado em pesquisa de opinião foi elaborado por [Pfajfar & Santoro \(2010\)](#). Estes autores utilizam dados da *Michigan Survey*, no período de 1978 a 2005. Utilizando dados em diferentes percentis, os autores encontram evidências de que há heterogeneidade nas expectativas e a mesma é persistente no tempo. Ademais, os autores identificam três diferentes mecanismos de formação de expectativas utilizados pelos agentes. Mais precisamente, os autores identificam: uma região estática ou altamente regressiva no lado esquerdo da média; uma racional ao redor da média; e um aprendizado adaptativo ou região de informação rígida no lado direito da média.

Na mesma linha de estudo, [Weber \(2010\)](#) utiliza dados da *European Commission's Consumer Survey* no período de 1990 a 2006 com a finalidade de avaliar o desempenho de diferentes previsores de inflação ao explicar as expectativas de famílias e profissionais de previsão em cinco economias européias (Alemanha, Espanha, França, Holanda e Itália). O resultado alcançado pelo autor é que as expectativas das famílias e dos profissionais são bastante heterogêneas não somente entre estes dois grupos, mas também intragrupo. Por fim, conclui que as previsões realizadas por profissionais possuem menor erro quadrático médio.

[Blanchflower & MacCoille \(2009\)](#) buscam avaliar como as expectativas são formadas. Para tanto, utilizam três fontes de dados, a saber: *Bank of England's Inflation Attitudes Surveys* no período de 2001 a 2009; dados da *GfK/NOP Consumer Confidence Barometer Surveys* que cobre o período de 1996 a 2008; e *Eurobarometer Survey* para o ano de 2007. Os autores encontram fortes evidências de heterogeneidade e comportamento *backward-looking* na formação das expectativas de inflação. Desta forma, a percepção da inflação presente é um forte determinante da inflação esperada. Além disso, os autores destacam que existem diferenças de expectativas de inflação para distintas características socioeconômicas dos agentes, tais como educação, renda e idade.

[Thehan \(2010\)](#) utilizando dados da *Michigan Survey* e da *American Statistical Association*, ambas para o período de 1978 a 2009, busca verificar se as famílias e profissionais de previsão alteram suas expectativas de inflação quando ocorrem mudanças nos dados da inflação. Ao avaliar os dados, verifica-se que

as famílias reagem pouco às mudanças nos dados, enquanto os profissionais de previsão reagem mais. No entanto, estes últimos dão maiores pesos às alterações do núcleo da inflação.

Coibion et al. (2015) buscam avaliar como as firmas formam expectativas sobre variáveis macroeconômicas futuras (como PIB, taxa de inflação e juros.). Os autores coletam dados de um questionário respondido por 300 empresas na Nova Zelândia. Utilizando a abordagem de dados em painel, os autores observam uma ampla dispersão nas respostas fornecidas pelas firmas. No que diz respeito às expectativas de inflação, 49% das firmas apresentam expectativas de inflação entre 1% e 3% para os próximos 12 meses e quase 20% registram inflação em 10% ou mais para o mesmo referido período.

Na linha de estudo empírico que investiga o processo de formação das expectativas inflacionárias realizados em laboratório, destacam-se os estudos de Adam (2007), Hommes et al. (2005), Pfajfar & Zakelj (2011) e Assenza et al. (2013). Adam (2007) elabora um experimento em um cenário de preços rígidos. Mais precisamente, os participantes, alunos das Universidade de Salerno e de Frankfurt, devem prever a inflação e o produto para os próximos dois períodos após serem informados sobre os resultados destas variáveis no período passado. Ao avaliar as respostas dos participantes, o autor constata que ambas as variáveis apresentam desvios regulares e persistentes dos seus valores no estado estacionário. Além disso, o autor afirma que as expectativas de inflação dos participantes não são realizadas pelo preditor de expectativas racionais, mas sim por um preditor simples que utiliza a inflação passada.

Hommes et al. (2005) buscam avaliar como as expectativas são formadas no apreciamento de um ativo. Para tanto, elaboram um experimento no qual os participantes, 42 alunos, que foram divididos em 7 grupos, de pós graduação de Economia, Química e Psicologia devem prever o preço futuro do ativo. Em cada período de tempo, os participantes são informados que sua previsão de preço deve estar contida no intervalo entre 0 e 100. Os participantes têm perfeito conhecimento do dividendo e da taxa de juros vigentes, bem como do preço do ativo no período anterior e podem utilizar qualquer tipo de previsor. Os resultados mostram que os participantes adotam simples estratégias de previsões, a saber, o preditor estático, adaptativo e autoregressivo. No entanto, embora exista he-

terogeneidade nas estratégias de previsão adotadas pelos agentes, os resultados mostram que os participantes dentro dos grupos coordenam as estratégias, isto é, os integrantes em cada grupo adotam a mesma estratégia.

[Pfajfar & Zakelj \(2011\)](#) elaboram um experimento no qual os agentes, 2.500 alunos das universidades de Pompeu Fabra e Tilburg, devem prever a inflação para o próximo período e o intervalo de confiança de sua previsão. Para tanto, os participantes foram divididos em grupos de nove participantes e, em cada período, de um total de 70, os participantes podem adotar qualquer tipo de preditor. Os resultados obtidos fornecem evidências de heterogeneidade do processo de previsão de inflação entre os participantes, bem como de sua persistência no tempo. Ademais, os autores encontram que uma grande parte dos participantes comporta-se de forma racional e que o restante usa expectativas adaptativas, aprendizado adaptativo e modelos do tipo informação rígida. Por fim, concluem que muitos participantes utilizam modelos diferentes em cada período.

Em seu estudo de laboratório dentro do arcabouço novo-keynesiano, [Assenza et al. \(2013\)](#) solicitou aos participantes, 120 alunos de graduação e pós graduação dos cursos de Química, Psicologia e Economia da Universidade de Amsterdã, para prever a inflação em três cenários diferentes em termos das expectativas do hiato do produto. Os participantes podiam realizar as previsões nos seguintes cenários: previsão perfeita, previsão estática e previsão em grupo (os participantes foram divididos em dois grupos aleatoriamente, um que realiza previsões sobre o hiato do produto e o outro que forma expectativas sobre a taxa de inflação). Os autores encontram que o preditor comum mais usado é a taxa de inflação defasada em um período, seguido pela previsão própria mais recente ou pelo penúltimo valor registrado da inflação. Ademais, os autores encontram evidência de que os indivíduos baseiam sua previsão em observações passadas, seguindo heurísticas de previsões simples e que os indivíduos aprendem e mudam o preditor a ser usado em um novo período, ou seja, existe aprendizado adaptativo.

Outro grupo de pesquisa em expectativas inflacionárias é formada por autores que buscam relacionar a heterogeneidade das expectativas de inflação às características demográficas, gênero e socioeconômicas individuais. Assim, [Jonung \(1981\)](#) utiliza dados de inflação esperada da Suécia para mostrar que as previsões de inflação das mulheres são menos precisas do que as realizadas por

homens. A explicação para este acontecimento é que as mulheres são responsáveis pelas compras diárias e, em geral, o aumento de preços dos alimentos são maiores que o aumento do nível geral de preços.

Pfajfar & Santoro (2009) elaboram um modelo econométrico para avaliar a relação entre a atualização das informações das notícias e características socioeconômicas. Utilizando dados do *Michigan Survey*, os autores obtêm os resultados de que na média 20% das famílias atualizam seu conjunto de informação em todos os períodos. Quando separados por grupos específicos, infere-se que homens atualizam as informações mais frequentemente que as mulheres. No entanto, no que se refere à variável idade não se encontra diferença.

Outros autores relacionam heterogeneidade inflacionária devido a influência das variáveis idade e renda na formação das expectativas. Maital & Maital (1981) utilizando dados da economia de Israel e Souleles (2001) usando dados do *Michigan Survey* encontram evidências de que as expectativas inflacionárias dos agentes econômicos com maior poder aquisitivo e jovens são menores em relação aos indivíduos pobres e com maior idade. A explicação para esta ocorrência é que os indivíduos com maior idade lembram dos períodos de hiperinflação e superestimam a inflação. Por sua vez, os agentes com menor poder aquisitivo, gastam maior fração da sua renda com compras de alimentos e, em geral, alimentos sobem mais que o índice geral de preços.

Palmqvist & Stromberg (2004), Bryan & Venkatu (2001) e Pfajfar & Santoro (2010) encontram heterogeneidade nas expectativas inflacionárias relacionadas aos fatores escolaridade e poder aquisitivo. Desta maneira, homens com maior escolaridade e ricos possuem expectativas de inflação menores em relação ao mesmo gênero com menor escolaridade. A explicação é que os agentes com menor escolaridade possuem menos renda e, como referido acima, gastam maior fração da sua renda com alimentação.

Anderson et al. (2010) buscam avaliar se os entrevistados do *Michigan Survey* melhoram a acurácia de previsão quando são entrevistados pela segunda vez em relação à primeira entrevista. Para tanto, elaboram um modelo de dados em painel. Os resultados alcançados confirmam a hipótese levantada, caracterizando um aprendizado adaptativo. Ademais, observa-se que a melhor performance na previsão está associada às características demográficas e sociais.

Como apresentado ao longo desta seção, heterogeneidade nas expectativas inflacionárias é bem documentada e estudos empíricos mostram que esta heterogeneidade se manifesta em dados de opinião, bem como em experimentos de laboratório. Ademais, a presente seção mostrou que diferentes motivos explicam a presença e a persistência da heterogeneidade inflacionária em diferentes ocasiões. A próxima seção apresenta alguns estudos que incorporaram esta heterogeneidade nos modelos macroeconômicos, bem como os resultados daí gerados.

1.3 Implicações macroeconômicas da heterogeneidade das expectativas de inflação

Algumas contribuições teóricas relativamente recentes têm incorporado aos modelos macroeconômicos a presença de heterogeneidade de mecanismos de formação das expectativas de inflação, bem como sua persistência. Esta heterogeneidade pode se manifestar em dupla dimensão, a saber, as expectativas individuais em si são diversas ou os mecanismos utilizados para formar expectativas são diferentes. A primeira manifestação de heterogeneidade ocorre devido ao fato de que os agentes podem utilizar diferentes modelos econômicos ou ter acesso a diferentes conjuntos de informações. Por sua vez, a segunda fonte de heterogeneidade pode ser explicada devido à possibilidade dos agentes possuírem diferentes capacidades cognitivas para processar as informações.

[Honkapohja & Mitra \(2006\)](#) buscam avaliar as propriedades emergentes na situação em que os agentes têm à sua disposição diferentes regras de aprendizagem para a formação de expectativas. Assim, uma classe de agentes tem expectativas racionais e outra classe possui racionalidade limitada e estão aprendendo sobre os parâmetros-chaves da economia. Utilizando três diferentes cenários como base - um modelo de oferta e demanda, um modelo de inflação e um modelo de política monetária - os resultados encontrados pelos autores são que a introdução de heterogeneidade somente na crença de cada agente, e não nas regras de aprendizagem, não possui qualquer efeito. Portanto, a convergência na presença de heterogeneidade é igual à convergência observada em modelos com expectativas homogêneas. Todavia, ao incluir heterogeneidade nas regras de aprendizagem, as

condições de equilíbrio são diferentes das expectativas homogêneas no modelo de política monetária.

De fato, o primeiro estudo a mostrar a existência de heterogeneidade de expectativas de inflação como um resultado endógeno de equilíbrio foi realizado por [Brock & Hommes \(1997\)](#). Neste estudo, os autores elaboram um modelo *cobweb* determinístico no qual os agentes a cada período escolhem o melhor preditor de inflação (expectativas racionais ou estáticas) a ser utilizado. Estes preditores possuem custos diferentes, sendo que o preditor de expectativas racionais tem um custo maior por demandar mais informação e capacidade de processamento dos dados. Os agentes baseiam suas escolhas do preditor para o próximo período no desempenho recente obtido pelos preditores. Utilizando um modelo de escolha discreta logit para representar o processo de seleção de mecanismos de previsão dos agentes, os autores concluem que a hipótese de expectativas racionais não são rejeitadas porque os indivíduos seguem uma regra cegamente. De fato, os agentes são racionalmente heterogêneos no sentido de que cada preditor escolhido é individualmente ótimo naquela ocasião. Outro resultado alcançado é que quando todos os agentes utilizam o preditor mais barato, que é o estático, o estado estacionário torna-se instável. No caso de predominância do preditor racional, o estado estacionário passa a ser estável.

[Hommes et al. \(2005\)](#) elaboram um modelo ampliado de [Brock & Hommes \(1997\)](#) em que somente uma fração constante dos agentes pode atualizar a sua escolha do preditor a cada período. A motivação para o estudo de [Hommes et al. \(2005\)](#) é que, em situações reais, os agentes deparam-se com problemas de falta de dados ou incapacidade de processar novas informações, e isto os impede de alterar o seu preditor em todos os períodos. Como em [Brock & Hommes \(1997\)](#), os autores encontram que a heterogeneidade das expectativas também se faz presente no longo prazo, como resultado de equilíbrio do modelo e, além disso, quando todos os agentes usam o preditor mais barato, o equilíbrio torna-se instável.

Por sua vez, [Branch & McGough \(2009\)](#) desenvolvem um modelo de política monetária no qual o grau de heterogeneidade dos preditores usados pelos agentes para prever a inflação futura é constante e exogenamente determinado, isto é, uma fração pré-determinada de agentes utilizam um determinado preditor e este

não é alterado ao longo das simulações. Neste cenário, agentes podem utilizar dois preditores, um com alto custo (expectativas racionais) ou outro com custo menor (expectativas adaptativas). Os resultados obtidos mostram que caso os agentes atribuam pouco peso aos dados passados, heterogeneidade é estabilizadora no sentido de que uma política monetária que resultaria em desequilíbrio sob expectativas racionais pode gerar equilíbrio na presença de agentes adaptativos. Por sua vez, caso os agentes atribuam um alto peso aos dados passados, heterogeneidade é desestabilizadora. Assim, uma política monetária que resultaria em equilíbrio sob expectativas racionais proporciona desequilíbrios na presença de agentes adaptativos.

[Branch & McGouch \(2010\)](#) expandem o referido trabalho propondo endogeneidade na escolha do preditor. Assim, o preditor pode variar no tempo em resposta ao desempenho passado obtido na previsão. Os autores concluem que dinâmicas complexas podem surgir mesmo que o modelo apresente um único equilíbrio estacionário. Em suma, pode-se concluir que os estudos que seguem a linha do trabalho de [Brock & Hommes \(1997\)](#) encontram heterogeneidade gerada endogenamente pelo modelo.

Alguns estudos têm encontrado evidência de heterogeneidade nas expectativas inflacionárias devido à existência de fricções nas informações. De acordo com esta abordagem, embora os agentes sejam racionais, a existência de custos associados com a aquisição ou a atualização do conjunto de informações excede os benefícios do reajuste para o novo preço ótimo. Assim, na presença de custos, embora os preços estejam mudando, tal alteração não é realizada com base em todas as informações existentes. Portanto, são as informações que são rígidas e não os preços. Neste contexto, os trabalhos de [Mankiw & Reis \(2001\)](#) e [Carrol \(2003\)](#) apresentam como gerar regras segundo as quais as expectativas são atualizadas somente em intervalos fixos.

[Mankiw & Reis \(2001\)](#) elaboram um modelo dinâmico de ajustamento nominal incompleto dos preços, com base na premissa de que os custos de adquirir e processar novas informações levam os agentes a não atualizarem seu conjunto informacional frequentemente. Desta maneira, a cada período, uma fração aleatória dos agentes atualizam seu conjunto de informações sobre o estado corrente da economia e estabelece seu preço ótimo a partir do conjunto atualizado. O

restante dos agentes reajustam seu preços com base no conjunto de informações desatualizado. Os autores concluem seu estudo mostrando que o modelo de informação rígida pode gerar inflação inercial em resposta a choques monetários e heterogeneidade das expectativas dos agentes. A diferença entre os estudos de [Hommes et al. \(2005\)](#) e [Mankiw & Reis \(2001\)](#) é que, no primeiro, apenas uma fração de agentes atualizam a escolha do preditor a cada período, enquanto no segundo todos os agentes atualizam seus preços, porém alguns agentes utilizam informação atualizada e outros defasada.

[Carrol \(2003\)](#) propõe um arcabouço epidemiológico, no qual a expectativa de inflação dos consumidores, obtida pelo *Michigan survey*, é uma média defasada da previsão feita por profissionais. Neste contexto, as expectativas feitas por profissionais se distribuem na população como uma doença epidemiológica e leva algum tempo para todos os agentes atualizarem suas expectativas. O autor conclui seu estudo mostrando que as expectativas inflacionárias dos consumidores e profissionais de previsão são heterogêneas e, além disso, esta heterogeneidade se altera ao longo do tempo em resposta às mudanças nas condições econômicas.

[Woodford \(2001\)](#) considera a informação imperfeita⁷ como causa geradora de heterogeneidade nas expectativas. Neste modelo, os agentes econômicos têm capacidade limitada para absorver e processar as informações. Na presença de assimetria de informação, os agentes econômicos observam apenas um sinal com ruído da condução da política monetária e atualizam suas crenças à medida que novos sinais se tornam disponíveis, ou seja, ocorre um problema de extração de sinal. Uma diferença entre os trabalhos de [Mankiw & Reis \(2001\)](#) e [Woodford \(2001\)](#) é que, no primeiro estudo, as informações são perfeitas em cada período e apenas uma fração das firmas atualizam seus preços com base no conjunto de informações atualizado, enquanto para o último os agentes recebem em cada período apenas um sinal com ruído das informações.

Um outro grupo de estudo sobre expectativas heterogêneas inflacionárias foca na confiabilidade da meta de inflação anunciada pelo governo como um preditor a ser usado pelos agentes para prever a inflação futura. Neste contexto, [Diron & Mojon \(2005\)](#) estudam empiricamente os países da zona do Euro e outros sete

⁷Para maiores explicações sobre informações imperfeitas e suas implicações ver [Ball & Cecchetti \(1987\)](#) e [Bhaduri & Falkinger \(1990\)](#).

países desenvolvidos que adotam o regime de meta de inflação no período de 1995 a 2004. Em todos os períodos analisados, a previsão de que a inflação seria igual à meta resultou em um erro de previsão menor do que as previsões geradas por modelos simples (AR, ARMA).

[Kapadia \(2005\)](#) assume que em países com regime de metas de inflação crível, as firmas podem esperar que o melhor preditor para a inflação futura seja a meta de inflação anunciada pela autoridade monetária. Neste contexto, o autor elabora um modelo macroeconômico de três equações (curva IS, curva de *Phillips* e regra de juros) e conclui que o desempenho das variáveis macroeconômicas será tanto melhor quanto maior for a fração de firmas que utilizam a meta de inflação como preditor da inflação futura. No entanto, a fração de firmas que utilizam a meta de inflação como preditor é uma constante exogenamente determinada.

Por sua vez, [Brazier et al. \(2008\)](#) elaboram um modelo de geração sobrepostas no qual os agentes devem prever a inflação futura e fazem isto utilizando duas heurísticas de previsão. Uma regra é baseada na inflação passada e a outra na meta de inflação anunciada pela autoridade monetária. A cada período de tempo, os agentes podem mudar as heurísticas baseados nos desempenhos de previsão passados. Utilizando um modelo de escolha discreta para fundamentar o processo de escolha das heurísticas adotadas pelos agentes, os autores verificam que, em média, a maioria dos agentes utiliza a heurística de meta de inflação e quando isto ocorre a inflação é menos volátil e persistente.

[DE Grauwe \(2010\)](#) desenvolve um modelo macroeconômico no qual os agentes tem limitações cognitivas e usam heurísticas simples para prever a inflação. Assim, como em [Brazier et al. \(2008\)](#), os agentes possuem duas heurísticas para prever a inflação futura, a saber, os agentes usam a inflação passada ou a meta de inflação dada pelo governo. Utilizando um modelo de escolha discreta para embasar a mudança de heurística dos agentes, o autor constata que o modelo produz ondas de otimismo e pessimismo que podem ser interpretadas como *animal spirits* de Keynes e que, devido à não-linearidade do modelo, existe incerteza sobre a transmissão da política monetária.

[Salle et al. \(2013\)](#) elaboram um modelo baseado em agentes no cenário de racionalidade limitada e aprendizado adaptativo para avaliar a importância da meta de inflação em ancorar as expectativas inflacionárias dos agentes. Os auto-

res concluem seu estudo mostrando que se a meta de inflação for perfeitamente crível, a dinâmica da economia, influenciada pelo processo de aprendizagem dos agentes, ocorre de maneira suave e sem mudanças abruptas. No entanto, se o Banco Central não possui plena credibilidade, haverá instabilidade na economia gerada pela volatilidade no processo de aprendizagem dos agentes.

[Silveira & Lima \(2012\)](#) elaboram um modelo macroeconômico dinâmico representado por três equações (curva IS, curva de *Phillips* e regras de juros) em um regime monetário de meta de inflação. Neste cenário, os agentes podem usar dois previsores de inflação para formar expectativas de inflação futura. Os agentes podem usar a meta de inflação, sem custos, ou pagar um custo para prever com perfeição a inflação. Utilizando uma modelagem de jogos evolucionários e presença/ausência de mutação endógena, os autores encontram que a credibilidade plena não é uma condição necessária para o alcance da meta de inflação, isto é, a meta de inflação pode ser alcançada sem que todos os agentes utilizem este preditor para prever a inflação futura.

[Lima & Silveira \(2015\)](#) utilizam uma modelagem de jogos evolucionários e presença/ausência de mutação endógena para avaliar o comportamento do nível geral de preços em resposta a um choque monetário no ambiente de racionalidade limitada. Em seu modelo, as firmas a cada período de tempo podem pagar um custo para atualizar suas informações e estabelecer o preço de maneira ótima (estratégia Nash), ou não atualizarem suas informações e estabelecer o preço ótimo baseado na informação defasada (estratégia racionalmente limitada). Os autores encontram que a maioria das firmas utilizam a última estratégia, e quando isto ocorre o preço de equilíbrio é o de Nash simétrico. Ademais, diante do choque monetário, o produto real é impactado de maneira sistemática, embora não permanente.

O próximo capítulo busca avaliar o comportamento na distribuição dos preditores de inflação. Para tanto, um modelo de escolha ternária foi elaborado. Agentes podem escolher um preditor de um conjunto finito de preditores possíveis e sua escolha é baseada na acurácia de previsão menos o custo médio do preditor. A cada período de tempo, os agentes buscam escolher a heurística que apresenta o melhor desempenho. Todavia, os agentes no modelo apresentam heterogeneidade das habilidades cognitivas, isto é, cada agente tem uma capacidade

específica de processar as informações que pode levar estes agentes a escolher ou manter heurísticas menos precisas. Em outros termos, o próximo capítulo apresenta um modelo no qual os agentes são racionais e buscam escolher a heurística que apresenta o melhor desempenho, mas devido à falta de capacidade cognitiva de alguns agentes, estes podem ter sua decisão viesada e optarão por uma heurística menos precisa.

Capítulo 2

Formação de expectativas de inflação baseada em heurísticas

2.1 Formação de expectativas como um processo de seleção de heurísticas de previsão

Decisões econômicas hoje dependem das expectativas do estado futuro da economia. Desta forma, a formação das expectativas é de suma importância no processo de tomadas de decisões de consumidores, firmas e instituições públicas e privadas. Compreender como as expectativas inflacionárias são formadas e revisadas se tornam ainda mais necessárias para os formuladores de política monetária em um regime de meta de inflação (Hommes 2011, p. 1).

A grande maioria dos estudos sobre política monetária ótima em regime de meta de inflação supõe que as expectativas inflacionárias individuais são homogêneas e formadas de acordo com alguns dos postulados de expectativas racionais. Todavia, como ressaltam Sargent (1993) e Conlisk (1996), a hipótese de expectativas racionais requer uma forte capacidade computacional dos agentes econômicos para coletar e processar todas as informações disponíveis. Ademais, evidências empíricas, obtidas por pesquisas de opinião ou experimentos de laboratório, mostram que alguns agentes econômicos não utilizam todas as informações que recebem ao realizar suas tomadas de decisões devido a limitações cognitivas. Assim, estes agentes tendem a ser racionalmente limitados e, portanto, acabam

por utilizar regras de bolso (heurísticas) simples para formar suas expectativas inflacionárias (Hommes 2011, p. 2).

Segundo Hommes (2011, p. 2), a literatura sobre racionalidade limitada tinha recebido até a publicação de seu estudo mais de mil contribuições. Uma fração destes trabalhos fez uso de agentes com estratégias de formação de expectativas heterogêneas. Três diferentes argumentos são frequentemente empregados para explicar a presença de heterogeneidade nas estratégias. As previsões são heterogêneas devido ao fato de os agentes econômicos (i) empregarem diferentes modelos; (ii) utilizarem diferentes informações na formulação da previsão; (iii) ou possuírem diferentes capacidades cognitivas para processar as informações (Pfajfar & Santoro 2010).

Hommes (2011) destaca que a heterogeneidade é um aspecto importante das estratégias de previsão de inflação por diferentes razões: 1) explica o *path dependence* e os diferentes resultados agregados encontrados nas expectativas inflacionárias; 2) os modelos de expectativas heterogêneas podem explicar diferentes resultados agregados em diferentes estruturas de mercado; 3) modelos que permitem heterogeneidade apresentam melhor ajuste aos dados empíricos.

Conforme aponta Branch (2004, p. 593), Evans & Ramey (1992) foram os primeiros autores a mostrarem que, devido ao custo de obter e processar os dados para formar expectativas racionais, certos agentes não utilizam este preditor e, assim, heterogeneidade de mecanismos de formação de expectativas podem emergir em um ambiente no qual os agentes buscam tomar decisões apropriadas a cada período de tempo. Contudo, expectativas racionais emerge como a estratégia dominante quando os custos dos preditores se reduz devido ao processo de aprendizagem dos agentes.

Efetivamente, o primeiro estudo a mostrar que heterogeneidade inflacionária emerge como uma propriedade endógena ao modelo foi realizado por Brock & Hommes (1997). Os autores introduzem a abordagem de *Adaptively Rational Equilibrium Dynamics (ARED)* ao elaborarem um modelo *cobweb* determinístico no qual os agentes podem utilizar um preditor de um conjunto finito de preditores possíveis. Mais precisamente, os agentes podem adotar o preditor de expectativas racionais ou utilizar o preditor de expectativas estáticas. A cada período de tempo, cada agente pode mudar sua heurística de previsão baseado nos desem-

penhos de previsão passados e o processo de mudança de heurística é regido por um modelo de escolha discreta.

No estudo de [Brock & Hommes \(1997\)](#), os custos de cada preditor são exogenamente determinados e a estrutura de custos está diretamente relacionada a sua acurácia. Desta maneira, o preditor que demanda maior tempo para coletar e processar as informações é o mais caro (expectativas racionais). Por sua vez, o preditor que exige menor capacidade de informações será o mais barato (estático). Além disso, os autores consideram que a estrutura de custos entre os agentes é homogênea, isto é, os custos de um determinado preditor são iguais para todos os agentes que o utilizam.

[Brock & Hommes \(1997\)](#) mostram que, se todos os agentes utilizam o preditor racional, o preço estará próximo do seu valor do estado estacionário e os preditores estático e racional retornam a mesma previsão. Logo, o custo em utilizar o preditor racional supera o benefício da previsão mais acurada e os agentes passam a adotar o preditor estático com maior frequência. Por sua vez, quando muitos agentes adotam o preditor estático, os erros de previsão são cada vez maiores e os agentes passam a ter incentivo para adotar o preditor racional. Portanto, ambos os preditores são utilizados e dinâmicas complexas de preço e demanda podem surgir sem a presença de choques exógenos na economia.

O estudo de [Brock & Hommes \(1997\)](#) tornou-se uma importante referência na literatura focada na heterogeneidade das expectativas, recebendo quase 1.500 citações. Vários autores têm realizado extensões do modelo original ou utilizado a abordagem *ARED* em diferentes contextos econômicos.

Uma importante extensão de [Brock & Hommes \(1997\)](#) é encontrada em [Branch \(2004\)](#), que foi a primeira aplicação empírica do modelo de expectativas inflacionárias heterogêneas usando dados de opinião. Como já observado, o citado autor busca avaliar se as expectativas inflacionárias individuais dos consumidores no *Michigan Survey* são heterogêneas. Para tanto, elabora um modelo no qual cada agente busca, a cada período de tempo, escolher o melhor preditor de um conjunto de preditores possíveis. Especificamente, cada agente pode escolher um entre três tipos (estático, adaptativo, e VAR) de preditor de inflação para formar suas expectativas inflacionárias.

Para fundamentar o processo de seleção de heurísticas, o autor utiliza um

modelo de escolha discreta com campo de escolha ternária. Neste cenário, os resultados obtidos mostram que as expectativas formadas pelo vetor autoregressivo, em média, é o mais utilizado pelos agentes, seguido pelos preditores adaptativo e estático. Além disso, há heterogeneidade nas expectativas inflacionárias e a mesma é persistente e variante no tempo.

No estudo de Branch (2004), cada preditor tem um custo de formação. Ao estimá-los utilizando um estimador de máxima verossimilhança, o autor não encontra a mesma hierarquia de custos presente em Brock & Hommes (1997). Mais precisamente, o autor encontra que o preditor estático é mais custoso e o preditor VAR é o mais barato. Diante deste resultado que vai em direção contrária ao exposto por Brock & Hommes (1997), o autor faz uma nova interpretação de custos. Nas palavras de (Branch 2004, p. 613) *Thus, cost in the model acts as a threshold with which forecast errors must cross in order to induce a switch of methods. We argue this is a reasonable and natural interpretation of expectation formation.*

Branch (2004) supõe que os custos de formação de cada preditor são homogêneos na população de agentes. Entretanto, o autor sugere que trabalhos futuros considerem as habilidades cognitivas específicas de cada agente e que esta variável pode ser incorporada nos modelos via custos. Como destaca Branch (2004, p. 598)

Cost may be different across individuals if some people have higher calculation costs. That is, some people may have greater cognitive ability that allows them to form a sophisticated expectation at a lower cost. Heterogeneous cognitive abilities could be introduced through stochastic costs.

Gavetti (2005) é outro autor a salientar que os agentes econômicos possuem habilidades cognitivas heterogêneas e que esta característica deve ser incorporada nos modelos macroeconômicos. Nas palavras do referido autor:

... allowing for other mechanisms of change such as cognition introduces the possibility that cognitive effort occurring at multiple levels in the organizational hierarchy affects capability development... In

sum, to develop more behaviorally plausible microfoundations for research on capabilities, it is essential to consider cognitive and more automatic search processes (Gavetti 2005, p. 600).

Levando em consideração a heterogeneidade das habilidades cognitivas de cada agente para processar as informações, isto é, alguns agentes são capazes de processar informações muito sofisticadas, enquanto outros são limitados em sua capacidade. Seguindo o trabalho de Lima & Silveira (2015), o presente estudo considera que os agentes terão dois custos na tomada de decisão do preditor a ser adotado, a saber, o custo em coletar e processar as informações, comum a todos os agentes que adotam o mesmo preditor, aqui denominado de *custo médio do preditor* e o custo de dispersão nas habilidades cognitivas, este será específico por indivíduo e será referido como *dispersão nas habilidades cognitivas*. Portanto, a tomada de decisão de cada agente será influenciada não só pela acurácia do preditor, descontado o custo do preditor, mas também por fatores cognitivos individuais de cada agente. Como veremos adiante, é este último atributo que pode levar um agente a adotar um preditor de menor acurácia.

A contribuição deste estudo para a literatura de expectativas inflacionárias heterogêneas é a elaboração de um modelo de escolha discreta ternária que, ao considerar que os agentes possuem habilidades cognitivas heterogêneas, propõe uma formalização capaz de incorporar no próprio arcabouço da abordagem *ARED*, a ideia de que os custos de informações são heterogêneos na população de agentes. Como ver-se-á com detalhes adiante, o modelo aqui proposto decompõe o custo de formar expectativas de inflação em um componente determinístico (*custo médio do preditor*), de caráter objetivo e um componente estocástico (*dispersão nas habilidades cognitivas*), de caráter subjetivo. Com o modelo aqui proposto torna-se possível verificar o efeito das heterogeneidades cognitivas sobre o processo de formação de expectativas de inflação, sem descartar a priori, a ideia intuitiva de que há uma hierarquia objetiva de custos dos preditores de inflação.

Naturalmente, o modelo que será apresentado adiante apresenta algumas semelhanças em relação ao estudo de Branch (2004). A primeira delas é que em ambos os modelos cada agente poderá adotar, a cada momento, um entre os mesmos três preditores de inflação (estático, adaptativo e VAR) presentes em

Branch (2004). Além disso, em ambos o processo de seleção de heurísticas é o mesmo que o elaborado por Brock & Hommes (1997).

Todavia, existem algumas diferenças entre estes estudos. Enquanto que no modelo de Branch (2004) cada preditor apresenta um custo positivo e sua utilização ocasionará um custo que será igual para todos os agentes que o adotam, no presente estudo, além de manter esta estrutura, acrescentar-se-á uma estrutura de custos heterogêneas oriundas da heterogeneidade da capacidade cognitiva com respeito à coleta e processamento de informações na população de agentes.

O restante deste capítulo encontra-se estruturado como segue. A seção 2.2 apresenta a estrutura e os conceitos que fundamentam o modelo de tomada de decisão individual com campo de escolha ternário. A seção 2.3 descreve o campo de escolha do agente e traz a descrição das preferências dos agentes e os detalhamentos do componente aleatório do modelo proposto. Além disso, apresentar-se-á a implementação computacional, as características e regras que balizaram a calibração e, em seguida, apresenta suas propriedades emergentes. Por fim, a seção 2.4 fecha o capítulo com algumas considerações finais.

2.2 Estrutura geral de um modelo de escolha ternária

Considere um agente i que poderá escolher uma alternativa, mutuamente excludente, de um campo de escolha finito $\{1, 2, 3\} \subset \mathbb{N}$. Seja $\sigma_i \in \{1, 2, 3\}$ a escolha (ou estado) do i -ésimo agente em um dado momento. Como veremos adiante, as escolhas representarão os preditores de inflação utilizados pelos agentes para prever a inflação mensal em cada período de tempo. Assim, por exemplo, se $\sigma_i = 1$, isto significa que o i -ésimo agente utiliza o preditor do tipo 1.

Em cada período de tempo t , o i -ésimo agente busca escolher a estratégia que apresenta maior utilidade entre as possíveis estratégias do campo de escolha $\{1, 2, 3\}$. Esta utilidade, naturalmente, depende de motivações observáveis da alternativa σ_i , que podem ser atributos observáveis da própria alternativa ou atributos observáveis do tomador de decisão em si (Train 2003, p. 3). No presente estudo, um atributo observável importante da estratégia σ_i é a acurácia de

cada preditor da inflação, medida pelo quadrado do erro de previsão associado à estratégia de formação de expectativa da inflação adotada.

Além das motivações observáveis, existem ainda as não observadas, provenientes das características idiossincráticas de cada agente. No presente contexto, esta variável está associada a capacidade cognitiva de cada agente para coletar e processar as informações. Na presença de motivações não observáveis, a tomada de decisão do i -ésimo agente é um fenômeno aleatório para um observador.

Seguindo a literatura de modelos de escolhas discretas, conforme exposto em [Train \(2003, p. 4\)](#), a escolha de cada agente ao longo do tempo possui um caráter probabilístico, podendo ser expressa pela seguinte função utilidade aditiva:

$$\mathcal{U}(\sigma_i) = \mathcal{U}^d(\sigma_i) + \varsigma(\sigma_i), \quad (2.1)$$

na qual $\mathcal{U}^d(\sigma_i)$ corresponde ao componente determinístico da utilidade e refere-se às motivações observáveis e $\varsigma(\sigma_i)$ representa o componente aleatório associado às motivações não observáveis do i -ésimo agente.

Na literatura de modelos de escolha discreta, o termo $\mathcal{U}^d(\sigma_i)$ depende de atributos observáveis da alternativa σ_i , sendo uma função comum a todos os agentes submetidos ao mesmo campo de escolha e ambiente estratégico.¹ Por sua vez, o termo $\varsigma(\sigma_i)$ representa os aspectos idiossincráticos de origem subjetiva que afetam a ordenação das preferências do agente, isto é, $\varsigma(\sigma_i)$ é considerada uma variável aleatória.² Como já dito, é este termo que torna a decisão individual de cada agente um fenômeno aleatório.

Uma vez definido o campo de escolha e a função utilidade de cada agente, pode-se tratar da tomada de decisão em si. Supondo que cada agente i é maximizador de utilidade, a alternativa $\sigma_i \in \{1, 2, 3\}$ será uma escolha ótima se:

$$\mathcal{U}(\sigma_i) \geq \mathcal{U}(\sigma'_i), \forall \sigma'_i \in \{1, 2, 3\}. \quad (2.2)$$

¹Para dois agentes quaisquer i e j , se $\sigma_i = \sigma_j$, então $\mathcal{U}^d(\sigma_i) = \mathcal{U}^d(\sigma_j)$.

²Para dois agentes quaisquer i e j , se $\sigma_i = \sigma_j$, pode-se ter (e possivelmente ter-se-á) $\varsigma(\sigma_i) \neq \varsigma(\sigma_j)$.

Usando (2.1), o critério de escolha (2.2) pode ser redefinido como segue:

$$\mathcal{U}^d(\sigma_i) - \mathcal{U}^d(\sigma'_i) \geq \varsigma(\sigma'_i) - \varsigma(\sigma_i), \forall \sigma'_i \in \{1, 2, 3\}. \quad (2.3)$$

Em outros termos, a alternativa σ_i será uma escolha ótima para o i -ésimo agente caso o ganho líquido da parcela observável da função utilidade relacionada a esta escolha, dado por $\mathcal{U}^d(\sigma_i) - \mathcal{U}^d(\sigma'_i)$, não seja inferior aos ganhos líquidos não observáveis que o agente associa às demais escolhas $\sigma'_i \in \{1, 2, 3\}$.

Desta forma, mesmo que a parcela da utilidade observada, de uma estratégia σ_i seja maior que as utilidades observadas das outras duas estratégias, não necessariamente esta estratégia σ_i será a escolhida pelo i -ésimo agente. Isto pode ocorrer caso um dos incentivos não observáveis de pelo menos umas das outras duas estratégias assumir valores elevados, de tal maneira que a torne mais atrativa que a estratégia σ_i . Portanto, diante da presença do componente aleatório na escolha do i -ésimo agente, pode-se apenas estabelecer a probabilidade com a qual o agente irá escolher a estratégia $\sigma_i \in \{1, 2, 3\}$. Esta probabilidade, dadas as desigualdades (2.2) e (2.3), pode ser estabelecida como segue:

$$\begin{aligned} Prob(\sigma_i) &= Prob\left(\mathcal{U}(\sigma_i) \geq \mathcal{U}(\sigma'_i) \forall \sigma'_i\right), \\ &= Prob\left(\varsigma(\sigma'_i) - \varsigma(\sigma_i) \leq \mathcal{U}^d(\sigma_i) - \mathcal{U}^d(\sigma'_i) \forall \sigma'_i\right), \quad (2.4) \\ &= \int_{-\infty}^{\infty} I[\varsigma(\sigma'_i) - \varsigma(\sigma_i) \leq \mathcal{U}^d(\sigma_i) - \mathcal{U}^d(\sigma'_i) \forall \sigma'_i] f(\vec{\varsigma}_i) d\vec{\varsigma}_i, \end{aligned}$$

na qual $f(\vec{\varsigma}_i)$ denota a função densidade de probabilidade conjunta do vetor de variáveis aleatórias $\vec{\varsigma}_i = (\varsigma(\sigma_i = 1), \varsigma(\sigma_i = 2), \varsigma(\sigma_i = 3))$ e $I[\cdot]$ é uma função indicadora, que assume o valor 1 se a desigualdade entre colchetes for verdadeira e zero caso contrário.

É importante salientar que a expressão (2.4) é uma função de distribuição acumulada do componente aleatório da função utilidade (2.1). Como enfatizado anteriormente, esta função não indica, *a priori*, qual será efetivamente a escolha do i -ésimo agente em um dado momento, mas tão somente a sua *propensão* à

escolha da estratégia $\sigma_i \in \{1, 2, 3\}$. No entanto, pode-se estabelecer que tal propensão tornar-se-á maior a medida que o diferencial dos incentivos observáveis a favor desta alternativa aumente. Assim, as características não observáveis de caráter idiossincrático tendem a perder importância quanto maior for o diferencial entre as características observáveis.

Como salientado em Train (2003, p. 20), diferentes modelos de escolha discreta podem ser gerados a partir de distintas especificações de $f(\vec{\zeta}_i)$. Ainda de acordo com o citado autor, a especificação mais simples e amplamente usada é aquela que desemboca no modelo logit.

Este modelo é derivado supondo-se que os componentes aleatórios da função (2.1) associado às alternativas $\sigma_i \in \{1, 2, 3\}$ são variáveis aleatórias independentes e com a mesma distribuição de probabilidade de valores extremos, cuja função densidade de probabilidade para cada componente aleatório $\zeta(\sigma_i)$ é uma distribuição Gumbel (ou de valor extremo do tipo I), expressa por:

$$f(\zeta(\sigma_i)) = \beta e^{-\beta\zeta(\sigma_i)} e^{-e^{-\beta\zeta(\sigma_i)}}, \quad (2.5)$$

sendo $\beta > 0$ uma constante real.

A função de distribuição acumulada associada à função (2.5) é dada por:

$$F(\zeta(\sigma_i)) = e^{-e^{-\beta\zeta(\sigma_i)}}. \quad (2.6)$$

Utilizando (2.5) e (2.6), a expressão (2.4) pode ser reescrita como a função de distribuição acumulada logística:³

$$\begin{aligned} Prob(\sigma_i) &= \frac{e^{\beta U^d(\sigma_i)}}{e^{\beta U^d(\sigma_i)} + e^{\beta U^d(\sigma'_i)} + e^{\beta U^d(\sigma''_i)}}, \\ &= \frac{1}{1 + e^{-\beta[U^d(\sigma_i) - U^d(\sigma'_i)]} + e^{-\beta[U^d(\sigma_i) - U^d(\sigma''_i)]}}, \end{aligned} \quad (2.7)$$

na qual σ_i, σ'_i e σ''_i representam as três alternativas distintas.

O parâmetro β em (2.7) é a *intensidade de escolha* dos agentes. Como destaca Freitas (2003, p. 60), este parâmetro possui algumas propriedades inte-

³ Os detalhes dos cálculos são encontrados no capítulo 3 de Train (2003), que analisa o caso $\beta = 1$.

ressantes do ponto de vista populacional. Quanto menor o valor assumido por este parâmetro, *ceteris paribus*, maior será o peso dos incentivos não observáveis sobre a propensão à escolha da alternativa σ_i pelo agente, isto é, quando $\beta \rightarrow 0$, as escolhas tornam-se equiprováveis, independente dos valores observados das utilidades determinísticas. Em outras palavras, considerando (2.7), quando $\beta \rightarrow 0$, ter-se-á $Prob(\sigma_i) \rightarrow \frac{1}{3}$. Por sua vez, quando $\beta \rightarrow \infty$, a alternativa que apresentar maior utilidade determinística será quase certamente a escolhida. Assim, caso β torne-se suficientemente grande, ter-se-á $Prob(\sigma_i) \rightarrow 1$ caso $\mathcal{U}^d(\sigma_i) > \mathcal{U}^d(\sigma'_i), \forall \sigma'_i \neq \sigma_i$.

No que segue, utilizar-se-á a estrutura formal aqui exposta para representar e analisar o processo de formação de expectativas de inflação baseadas em heurísticas.

2.3 Formação de expectativas de inflação como um processo de escolha discreta

2.3.1 Um modelo de formação de expectativas de inflação baseado em heurísticas

Considere-se uma economia sob regime monetário de meta de inflação, na qual em cada período de tempo t , cada agente pode utilizar um único preditor de um conjunto finito de preditores possíveis para prever a taxa de inflação mensal. Os preditores adotados neste estudo são os mesmos utilizados por Branch (2004), a saber, os preditores estático, adaptativo e um vetor autoregressivo (VAR).

Segundo Branch (2002, p. 66), estes três preditores representam uma ampla classe de funções de preditores e são os mais utilizados em modelos macroeconômicos. Como destaca o autor, ao utilizar-se o mecanismo VAR (modelo multivariado) para prever a inflação para o próximo período, os agentes buscam obter a melhor acurácia, porém haverá um custo relativamente alto para coletar e processar as informações. Por sua vez, no preditor adaptativo (modelo univariado com suavizações), os agentes utilizam de maneira ponderada a inflação passada e o custo de coletar as informações será menor. Por fim, no preditor estático (modelo univariado), a previsão de inflação é a última inflação observada.

Mais formalmente, os agentes que utilizam o preditor estático definem a inflação esperada em t baseado na inflação observada no período $t - 1$:

$$\pi_t^e = \pi_{t-1}. \quad (2.8)$$

Por sua vez, os agentes que adotam o preditor adaptativo utilizam-se do seguinte algoritmo para formação da inflação esperada em t :

$$\pi_t^e = \pi_{t-1}^e + \mu(\pi_{t-1} - \pi_{t-1}^e), \quad (2.9)$$

no qual μ é o parâmetro que é estimado via mínimo quadrados recursivos, ou seja, é determinado como segue:

$$\mu = \underset{\mu}{\operatorname{argmin}} \left\{ \frac{1}{T} \sum_{t=0}^T (\pi_{a,t-i}^e - \pi_{t-i})^2 \right\}, \quad (2.10)$$

sendo T o número de períodos da amostra.

Por fim, existem os agentes que estabelecem a inflação esperada baseados no VAR estrutural. Como ressalta Branch (2004), o VAR é a melhor alternativa para representar a formação das expectativas racionais. Assim, ao se estimar a inflação por VAR, obtém-se a melhor previsão usando todas as informações relevantes e disponíveis.

O modelo VAR estimado se assemelha ao praticado pelo Banco Central do Brasil (BCB) para previsões de inflação mensal, conforme consta no relatório de inflação divulgado pela instituição. Portanto, para utilizar o preditor VAR, os agentes incluem dados de inflação mensal livre e observada no período anterior, a variação da taxa Selic real e a variação do câmbio nominal. Assim, a inflação esperada usando VAR é dada por:

$$\pi_t^e = \alpha + \beta_1 \pi_{t-1}^l + \beta_2 \pi_{t-1}^a + \beta_3 jr + \beta_4 cam + \epsilon_t, \quad (2.11)$$

na qual α é a constante da regressão; π^l é a inflação dos preços livres; π^a é a inflação dos preços administrados; jr é a variação dos juros reais; cam é a variação da taxa cambial nominal; e ϵ_t é o resíduo da regressão.

Em suma, se $\sigma_i = 1$, então o agente i está adotando o preditor estático (2.8). Por sua vez, se $\sigma_i = 2$, indica que o i -ésimo agente utiliza o preditor adaptativo (2.9). Por fim, caso $\sigma_i = 3$, o agente i está utilizando o preditor VAR (2.11).

A cada período t , o agente i busca escolher a estratégia que apresenta a maior utilidade total entre as possíveis estratégias do campo de escolha $\{1, 2, 3\}$. Como apresentado na equação (2.1), a utilidade total do i -ésimo agente, $\mathcal{U}(\sigma_i)$, é dada pela soma da utilidade determinística, $\mathcal{U}^d(\sigma_i)$, e da utilidade aleatória, $\varsigma(\sigma_i)$.

Como visto na seção 2.2, a utilidade determinística refere-se aos incentivos explícitos e observáveis de caráter privado, que no presente contexto estão associados ao grau de acurácia na previsão de inflação e aos custos médio dos preditores. Como adotado por Brock & Hommes (1997, p. 1062), Branch (2002, p. 67) e Silveira & Lima (2012, p. 226), a utilidade determinística do i -ésimo agente pode ser expressa como segue:

$$\mathcal{U}^d(\sigma_i) = -[(\pi_{i,t}^e - \pi_t)^2 + C(\sigma_i)] \quad (2.12)$$

na qual $C(\sigma_i)$ é uma constante exógena, estritamente positiva, e representa o *custo médio do preditor* associado à escolha $\sigma_i \in \{1, 2, 3\}$. Este custo será igual para todos os agentes que utilizam o mesmo preditor, ou seja, $C(\sigma_i) = C(\sigma_j) \forall \sigma_i = \sigma_j$.

Segundo Lima & Silveira (2015, p. 1116 -1117), considera-se que o custo individual de um dado preditor se distribui em torno do custo médio deste preditor. Mais precisamente, o componente $\varsigma(\sigma_i)$ representará a dispersão nas habilidades cognitivas, e será tomado como variável aleatória independente e com a mesma distribuição de probabilidade de valores extremos, cuja função de densidade de probabilidade e a função de distribuição acumulada são dadas por, respectivamente, (2.5) e (2.6).

Portanto, se a realização da variável aleatória $\varsigma(\sigma_i)$ for positiva (negativa), isto significa que o custo total do i -ésimo agente ter adotado o preditor σ_i , é $C(\sigma_i) + \varsigma(\sigma_i)$, que é maior (menor) que o custo médio do preditor, dado por $C(\sigma_i)$. Em outros termos, quando $\varsigma(\sigma_i)$ for positiva (negativa), o i -ésimo agente apresentará uma habilidade cognitiva menor (maior) do que a respectiva habilidade média da

população.

Uma vez definida a utilidade do i -ésimo agente, chega-se a propensão à escolha da alternativa $\sigma_{i,t}$, dada pela função (2.7). No presente contexto, expressa como segue:

$$Prob(\sigma_{i,t}) = \frac{1}{1 + e^{-\beta[U^d(\sigma_{i,t-1}) - U^d(\sigma'_{i,t-1})]} + e^{-\beta[U^d(\sigma_{i,t-1}) - U^d(\sigma''_{i,t-1})]}}. \quad (2.13)$$

2.3.2 Implementação computacional e calibração do modelo

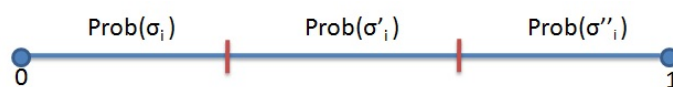
Para implementar computacionalmente o modelo de escolha ternária exposto na subseção 2.3.1, far-se-á uso do *software* MatLab. Lembra-se que a cada período de tempo t , todos os agentes irão se deparar com o mesmo conjunto de preditores, denotado por $\{1, 2, 3\}$, podendo adotar um, e somente um, deles no início de cada período. Como forma de definir as condições iniciais do modelo, para o período $t = 0$, distribui-se aleatoriamente as estratégias na população de agentes, composta por 144 indivíduos, até que cada uma delas seja adotada por $\frac{1}{3}$ dos agentes.

Após o estabelecimento da distribuição inicial, realizam-se os cálculos das previsões das expectativas de inflação de acordo com a estratégia associada a cada agente. Terminada esta etapa da simulação, os agentes calculam a utilidade determinística com base na expressão (2.12). Calculada esta utilidade, considerar-se-á a função de distribuição acumulada logística dada por (2.13) e, deste modo, serão mensuradas as propensões à escolha para todos os agentes, não só para a estratégia adotada por cada um deles em $t = 1$, mas também para as demais estratégias no campo de escolha $\{1, 2, 3\}$.

Tendo em mãos as propensões à escolha do i -ésimo agente, a escolha efetivamente feita por este agente em $t = 1$ foi implementada computacionalmente como segue. Após calculadas as respectivas propensões à escolha das três alternativas, pode-se dispô-las em um segmento de reta no intervalo $[0,1] \subset \mathbb{R}$, conforme representado na Figura 2.1.

Posteriormente, utiliza-se o comando *rand* do MatLab para gerar um número aleatório $r \in [0,1] \subset \mathbb{R}$ a partir de uma distribuição uniforme. Caso

Figura 2.1: Reta de probabilidade



Fonte: Elaboração própria.

$r \leq Prob(\sigma_{i,t} = 1)$, o agente i adotará o preditor estático no período $t + 1$; se $Prob(\sigma_{i,t} = 1) < r \leq Prob(\sigma_{i,t} = 1) + Prob(\sigma_{i,t} = 2)$, o agente i adotará o preditor adaptativo no período $t + 1$; por último, caso $r > Prob(\sigma_{i,t} = 1) + Prob(\sigma_{i,t} = 2)$, o agente i adotará o preditor VAR. Aplicando-se este procedimento para todos os agentes, forma-se uma nova distribuição de estratégias na população de agentes para o próximo período. Todo o procedimento aqui descrito para o período $t = 1$ aplica-se para qualquer outro período $t \geq 2$.

Calibragem do modelo computacional

Visando aprimorar a simulação computacional, deixando-a mais realista possível, realizou-se a calibragem do modelo. Como destaca DeJong & Dave (2011, p. 250), a finalidade da calibragem consiste em encontrar o conjunto de parâmetros que oferece o melhor grau de ajuste para as variáveis centrais do modelo.

No presente trabalho tomar-se-á como referência as séries observadas das expectativas de inflação do boletim Focus para calibrar o modelo de formação de expectativas de inflação baseada em heurísticas proposto anteriormente. Mais precisamente, utiliza-se as séries históricas da média e do desvio padrão das expectativas de inflação, obtidos do Banco Central do Brasil, para o período entre abril de 2000 a setembro de 2015, todos dados mensais, totalizando uma amostra de 187 observações ⁴.

As instituições cadastradas no Banco Central ⁵ enviam, diariamente, as suas previsões para diferentes variáveis econômicas e estas previsões são divulgadas no site do Banco Central. Para este estudo, utilizar-se-á da expectativa de inflação

⁴ Os dados empíricos utilizados para a calibragem do modelo foram obtidos em <http://www3.bcb.gov.br/expectativas/publico/consulta/serieestatisticas>.

⁵ Segundo o Banco Central do Brasil, para o ano de 2015, existiam cerca de 120 bancos, gestores de recursos e demais instituições que forneciam suas expectativas de mercado para a economia brasileira.

mensal do dia imediatamente após o anúncio da inflação do mês anterior. Por exemplo, se a inflação de março de 2000 foi divulgada em 8 de abril, a expectativa de inflação para abril será a divulgada pelo Banco Central no dia 9 de abril ou dia útil mais próximo. Desta forma, os agentes têm a possibilidade de reunir todas as informações necessárias para formular sua expectativa de inflação para o próximo período.

A calibragem a ser realizada é baseada na minimização da soma dos quadrados dos erros de previsão. Este método consiste em achar o conjunto de parâmetros ótimos que minimiza a seguinte função objetivo:

$$\sum_{t=1}^T [(M_{t,t}^o - M_t^s)^2 + (D_t^o - D_t^s)^2 + (\gamma_{1,t}^o - \gamma_{1,t}^s)^2 + (\gamma_{2,t}^o - \gamma_{2,t}^s)^2], \quad (2.14)$$

na qual T é o número de períodos; o subíndice t indica o período no qual cada variável está sendo avaliada; M^o é a média observada; M^s é a média simulada; D^o é o desvio padrão observado; D^s é o desvio padrão simulado; γ^o é a autocorrelação observada de i -ésima ordem; e γ^s é a autocorrelação simulada de i -ésima ordem.

Com base no critério acima, utilizou-se da função *fminsearch* do MatLab para selecionar a melhor configuração de parâmetros que minimiza (2.14). Este algoritmo, ao comparar a distância da série gerada e os dados observados, realiza uma busca finita da combinação de valores dos parâmetros que minimiza com certo grau de tolerância a função-objetivo (2.14). Em termos sintéticos, o citado algoritmo pode ser descrito como segue. Primeiramente este seleciona aleatoriamente uma combinação de valores dos parâmetros, em seguida, são gerados computacionalmente os valores simulados e estes são comparados com os dados gerados pelas séries empíricas. Caso esta combinação de parâmetros gere uma menor distância do que aquela gerada pelos valores dos parâmetros até então selecionados, a função armazenará esta nova combinação de valores dos parâmetros e descartará a combinação anterior. Este processo se repetirá até o algoritmo encontrar a configuração de parâmetros que minimize a função-objetivo, ou seja, que gere uma redução do valor de (2.14) menor que 0,001.

Dada a existência de mínimos locais da função objetivo (2.14) do pro-

blema de otimização para a calibragem do modelo, buscou-se obter a melhor configuração inicial dos parâmetros a serem calibrados. A combinação de parâmetros foi escolhida aleatoriamente no espaço de valores $[0, 20] \times [0, 3]^3 \subset \mathbb{R}^4$, isto é, o parâmetro β pôde variar no intervalo $[0, 20] \subset \mathbb{R}$ e os parâmetros de custos no intervalo $[0, 3] \subset \mathbb{R}$. Posteriormente, utilizou-se de 100.000 diferentes combinações de parâmetros e foi escolhida a que gerou menor valor para a função-objetivo (2.14). A melhor configuração inicial dos parâmetros foi: $(\beta, C(\sigma_i = 1), C(\sigma_i = 2), C(\sigma_i = 3)) = (2,75; 0,03; 0,04; 0,08)$.

Com o procedimento de calibragem acima descrito, a combinação de parâmetros selecionados pela função *fminsearch* é apresentada na Tabela 2.1.

Tabela 2.1: Valores calibrados dos parâmetros

Parâmetros	Notação	Valor Calibrado
Intensidade de escolha	β	2,9730
Custo do preditor estático	$C(\sigma_i = 1)$	0,0125
Custo do preditor adaptativo	$C(\sigma_i = 2)$	0,0417
Custo do preditor VAR	$C(\sigma_i = 3)$	0,0667

Fonte: Elaboração própria.

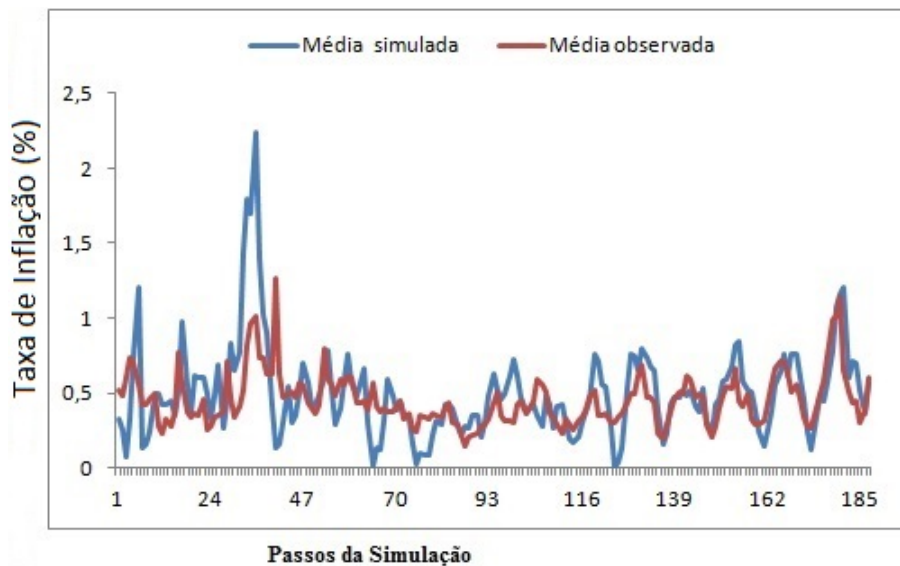
Antes de apresentar as propriedades agregadas geradas pelo modelo calibrado, cabem alguns comentários sobre os parâmetros calibrados. No modelo calibrado, o parâmetro β que mede a *intensidade de escolha* dos agentes, apresentou o valor de 2,9730. Como já destacado na seção 2.2, um β próximo de zero torna as escolhas equiprováveis, independente dos valores observados das utilidades determinísticas. Um β relativamente grande, tecnicamente tendendo ao infinito, indica que a estratégia que apresentar a maior utilidade determinística será quase certamente a escolhida. Por sua vez, um β finito indica a rejeição de racionalidade perfeita, uma vez que as decisões dos agentes não mudam diante de pequenas mudanças na acurácia das heurísticas (Branch 2004, p. 595).

A Tabela 2.1 apresenta os respectivos valores calibrados para os custos médios dos preditores. Estes resultados indicam que o preditor estático é o preditor que apresenta o menor custo médio e o preditor VAR é o que apresenta o maior custo médio para os agentes que utilizam este preditor. Portanto, os valores dos parâmetros obtidos na calibragem para os referidos custos corroboram a hipótese

de hierarquia de custos dos preditores levantada no estudo de [Brock & Hommes \(1997\)](#). Os autores afirmam que um preditor que demanda menos informações e menor capacidade para processar os dados do que outro preditor mais complexo será, em média, mais barato.

As Figuras 2.2 e 2.3 apresentam as séries históricas médias das expectativas de inflação e o desvio padrão destas séries fornecidos pelo Banco Central, bem como as respectivas séries geradas por simulação a partir dos parâmetros calibrados. Ao analisar estas figuras, observa-se que o modelo computacional baseado em agentes consegue, em alguma medida, reproduzir o comportamento dos dados empíricos.

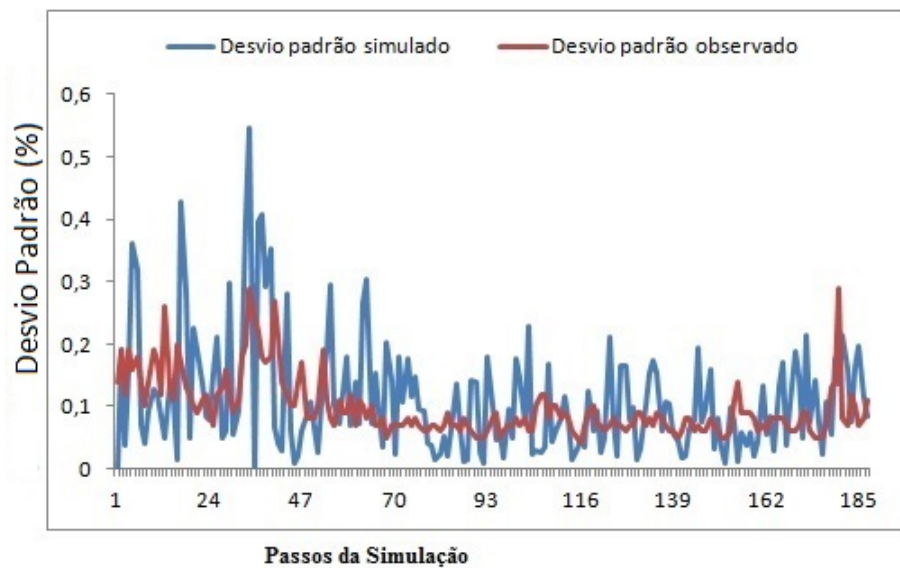
Figura 2.2: Médias das expectativas de inflação observadas e simuladas.



Fonte: Elaboração própria.

Em seguida, na Tabela 2.2 encontra-se os dados para as variáveis de ajuste das séries empíricas observadas e as séries simuladas no modelo computacional, esta última gerada a partir dos parâmetros obtidos na calibragem. Observa-se que as variáveis de ajuste no modelo computacional elaborado apresentam valores próximos em relação ao modelo simulado. Todavia, as médias das expectativas de inflação e o desvio padrão simulados são superiores às respectivas variáveis observadas. Estas superioridades nos valores indicam que no modelo simulado,

Figura 2.3: Desvios padrão das expectativas de inflação observados e simulados.



Fonte: Elaboração própria.

em média, os agentes têm uma expectativa de inflação superior e mais dispersas em relação aos dados empíricos.

Tabela 2.2: Variáveis de ajuste do modelo

Variáveis de ajustes	Simulado	Observado
Média da Inflação	0,4736	0,4554
Desvio Padrão	0,1105	0,0973
Autocorrelação 1 ^o ordem	0,7632	0,7212
Autocorrelação 2 ^o ordem	0,4795	0,5025

Fonte: Elaboração própria.

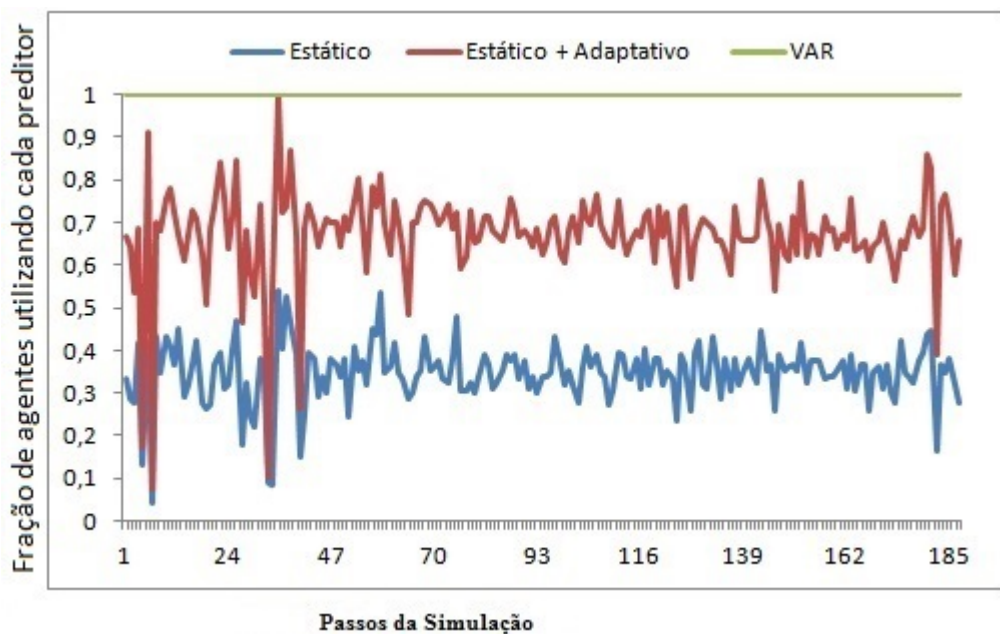
2.3.3 Propriedades emergentes

Para os próximos testes, salvo menção em contrário, os valores dos parâmetros obtidos na calibragem serão utilizados como referência para avaliar as propriedades emergentes do modelo. A primeira propriedade a ser avaliada é ve-

rificar se existe heterogeneidade nos preditores de inflação adotados pelos agentes. Esta propriedade pode ser verificada ao analisar como se comportam as heurísticas de previsão ao longo dos períodos da simulação. A Figura 2.4 apresenta a evolução das estratégias de previsão na população de agentes. Nela encontram-se duas curvas. A mais baixa representa a fração de agentes que utilizam o preditor estático. A curva intermediária representa a soma da fração de indivíduos que usam o preditor estático e a fração de indivíduos que adotam o preditor adaptativo. Assim, a diferença entre estas curvas fornece a fração de indivíduos que utilizam este último. Por sua vez, a diferença entre a reta paralela ao eixo das abscissas e que passa pelo eixo das ordenadas no ponto 1 e a curva superior dá a fração de agentes usando o preditor VAR.

Ao analisar a Figura 2.4, observa-se que no período $t = 0$, como informado

Figura 2.4: Evolução da distribuição dos preditores.



Fonte: Elaboração própria.

na seção 2.3.2, cada preditor é utilizado na fração de $\frac{1}{3}$ pela população de agentes. Posteriormente, verifica-se que a evolução da distribuição das estratégias varia suavemente e não se observa uma estratégia estritamente dominante. No entanto,

existem períodos em que menos de 10 % dos agentes utilizam o preditor estático ou o preditor adaptativo e períodos em que todos os agentes utilizam estes mesmos preditores. A frequência média com que o preditor estático foi adotado pelos agentes ao longo da simulação foi de 34,69%. Por sua vez, o preditor adaptativo foi utilizado em média 32,38% das vezes e, por fim, 32,93% restantes das vezes, o preditor VAR foi adotado.

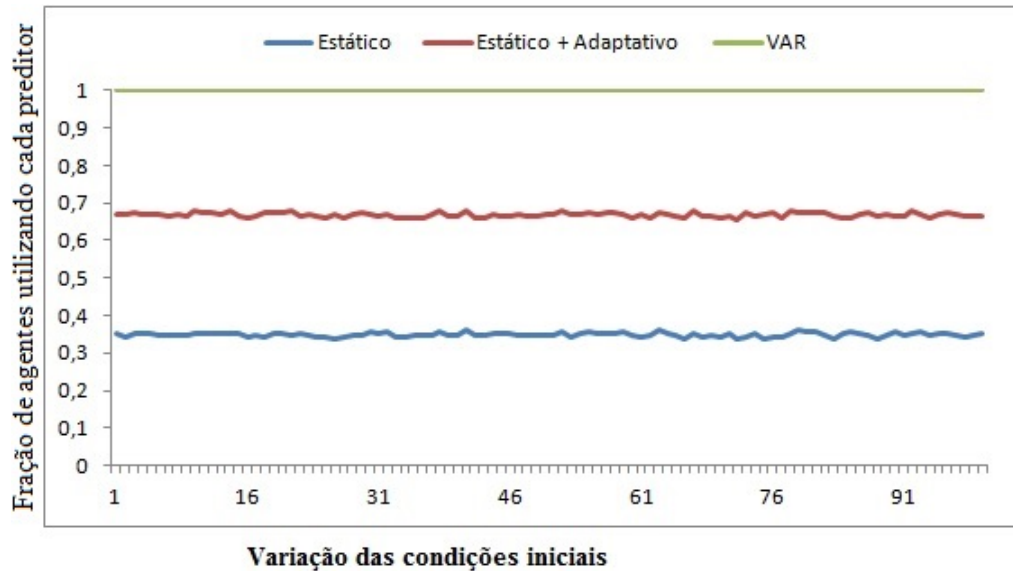
A alta proporção de agentes adotando o preditor estático pode ser entendida considerando que este apresenta o menor custo médio. Além disso, como visto na seção 1.1, este preditor é útil quando os dados apresentam baixo desvio padrão ou quando as variações na inflação ocorrem de maneira frequente e contínua. Levando em consideração o baixo valor encontrado para a média e o desvio padrão da inflação observada⁶, constata-se que o custo para obter e processar as informações não compensa o benefício em formar expectativas de maneira ótima, de maneira que uma boa parcela dos agentes acabam formulando suas expectativas inflacionárias utilizando informações defasadas (Branch 2004, p. 613). Ademais, observa-se que existe heterogeneidade na distribuição dos mecanismos de inflação e a mesma é persistente e variante no tempo.

Para testar se a condição inicial de distribuição equitativa dos preditores de inflação na população de agentes não é a responsável direta pela heterogeneidade nos mecanismos de inflação mostrado na Figura 2.4, realiza-se um teste alterando a distribuição inicial de preditores na população de agentes. Mais precisamente, considera-se 100 diferentes condições iniciais na distribuição inicial dos preditores geradas aleatoriamente. Além disso, são geradas 187 simulações para cada condição inicial e a trajetória dos preditores é obtida pela média das últimas 50 observações de cada condição inicial. A Figura 2.5 apresenta o resultado do teste proposto.

Ao analisar a Figura 2.5, observa-se que a trajetória de distribuição dos preditores não se modifica quando as condições iniciais são alteradas. Desta forma, pode-se pressumir que as condições iniciais não interferem na evolução da distribuição dos preditores de inflação ao longo da simulação.

⁶A média e o desvio padrão da inflação mensal no período de 2000 a 2015 foram de 0,53 e 0,39, respectivamente.

Figura 2.5: Evolução da distribuição dos preditores com 100 condições iniciais diferentes.



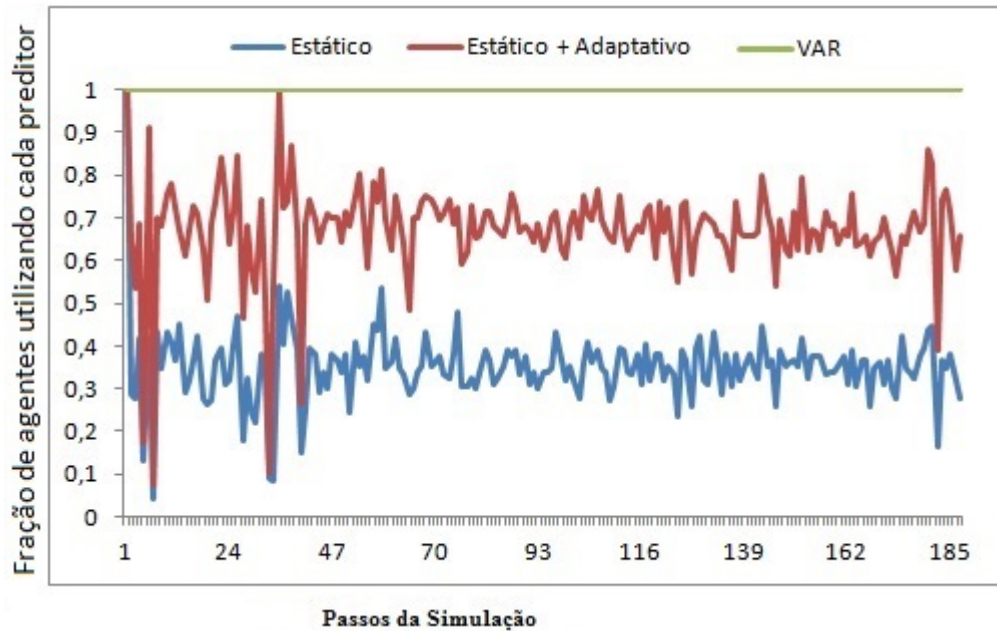
Fonte: Elaboração própria.

Seguindo esta linha, o próximo teste tem por finalidade verificar a distribuição dos preditores quando uma única estratégia emerge como condição inicial entre os agentes. Em outros termos, o próximo teste busca avaliar se existe heterogeneidade nos preditores de inflação quando um único preditor é utilizado por todos os agentes no período $t=0$. As Figuras 2.6, 2.7 e 2.8 mostram a distribuição dos preditores quando a estratégia estática, adaptativa e VAR, respectivamente, são utilizadas por todos os agentes no período $t=0$ das simulações.

Ao analisar as Figuras 2.6, 2.7 e 2.8, observa-se que em todos os casos há heterogeneidade persistente no processo de formação de expectativa de inflação, isto é, todos os três mecanismos de previsão se fazem presente ao longo das simulações. Portanto, independente da condição inicial, a heterogeneidade é uma característica inerente ao modelo elaborado.

No teste que segue, analisar-se-á se os resultados emergentes do modelo computacional relativos às distribuições médias dos preditores de inflação em função do parâmetro β , que mede a intensidade de escolha dos agentes. Este parâmetro assume valores positivos. Espera-se que o parâmetro, ao assumir o valor zero e

Figura 2.6: Evolução da distribuição dos preditores partindo da condição inicial na qual todos os agentes usam o preditor estático.

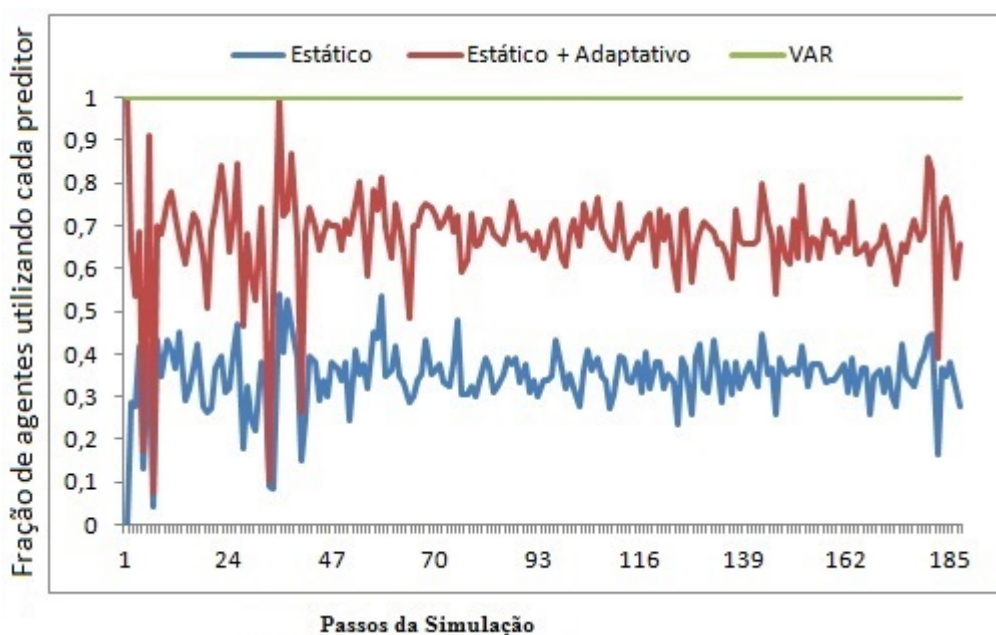


Fonte: Elaboração própria.

todos os demais parâmetros assumam os valores encontrados na calibragem, os valores das propensões à escolha tornem-se $\frac{1}{3}$. Por sua vez, quando β assumir valores elevados, a alternativa que apresentar melhor acurácia de previsão seja a escolhida pela maior parte dos agentes. Para a realização deste teste, foram geradas simulações com 187 passos para 101 valores equidistantes de β e extraiu-se a média das últimas 50 observações de cada simulação. A Figura 2.9 apresenta os resultados obtidos destas 101 simulações.

No que diz respeito a Figura 2.9, como era de se esperar, observa-se que quando β assume o valor zero, os três preditores são adotados de forma igualitária pela população de agentes, ou seja, cada preditor é adotado em média por $\frac{1}{3}$ dos agentes no modelo. Por sua vez, quando β se eleva, os agentes passam a adotar o preditor VAR com maior frequência. Todavia, observa-se que a dominância do preditor VAR ocorre apenas quando o parâmetro β assume valores próximos a 100. Desta forma, o valor do referido parâmetro encontrado na calibragem, 2,9730, é um indicativo da presença de heterogeneidade no processo de formação

Figura 2.7: Evolução da distribuição dos preditores partindo da condição inicial na qual todos os agentes usam o preditor adaptativo.



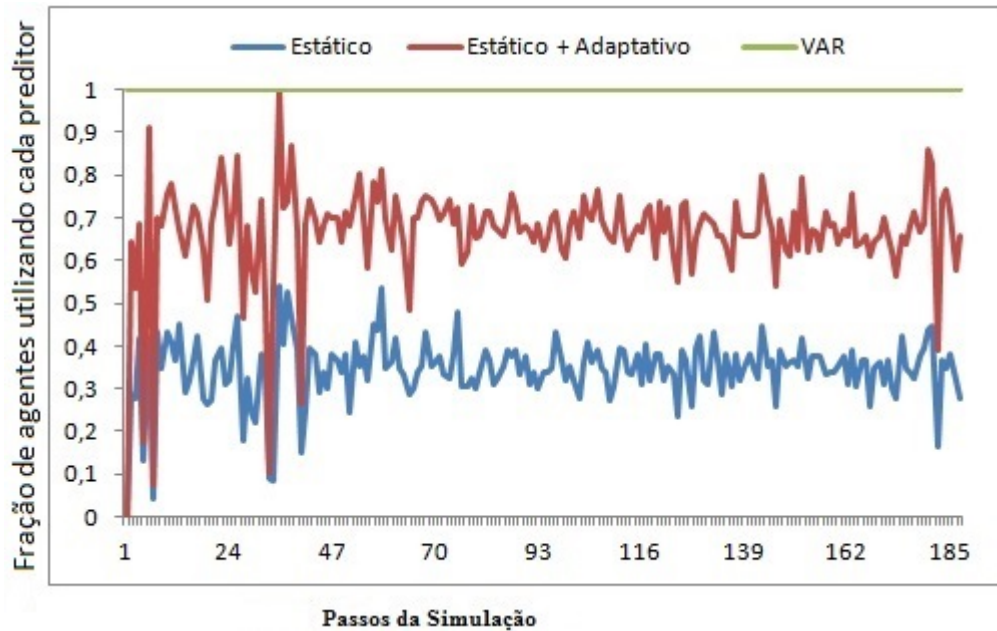
Fonte: Elaboração própria.

de expectativas de inflação.

No modelo elaborado, o preditor VAR é o que oferece a melhor acurácia de previsão, porém, devido ao custo de coletar e processar as informações para formar expectativas inflacionárias a ele associado, outros preditores podem ser utilizados de maneira ótima pelos agentes. Desta forma, o próximo teste busca avaliar se a hierarquia dos custos médio é a responsável pela presença persistente da heterogeneidade dos preditores de inflação. Para tanto, analisa-se a situação na qual qualquer um dos preditores pode ser utilizado sem custo.

Ao analisar a Figura 2.10, observa-se que o preditor VAR é o mais adotado pelos agentes. A fração média que o preditor VAR é adotado pelos agentes ao longo da simulação é de 42%. Por sua vez, 31% dos agentes adotam o mecanismo de previsão adaptativo, enquanto os 29% restantes usam o preditor estático. Portanto, este resultado é um forte indicativo de que heterogeneidade é uma propriedade robusta do modelo computacional baseado em agentes elaborado.

Figura 2.8: Evolução da distribuição dos preditores partindo da condição inicial na qual todos os agentes usam o preditor VAR.



Fonte: Elaboração própria.

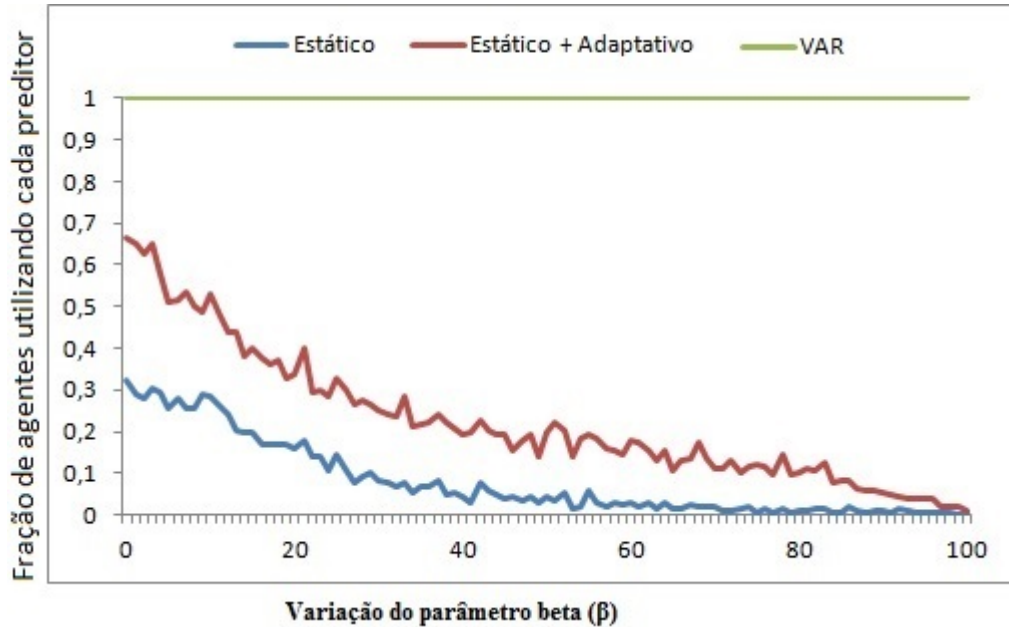
2.4 Considerações finais

O presente estudo elaborou um modelo computacional baseado em agentes com a finalidade de avaliar a evolução da distribuição dos preditores de inflação em um ambiente no qual os agentes buscam escolher a melhor heurística de um conjunto finito de preditores possíveis. Os agentes, a cada período de tempo, podiam escolher entre o preditor estático, adaptativo ou VAR para formar expectativas de inflação mensal para o próximo período.

A utilização de cada heurística foi determinada por dois fatores, a saber, o desempenho passado de previsão do preditor menos seu custo médio de formação (atributos observáveis) e habilidades cognitivas específicas de cada agente para processar as informações (componente aleatório).

Os resultados calibrados para os parâmetros do modelo mostraram que a hierarquia dos custos médio dos preditores encontrada no estudo de [Brock & Hommes \(1997\)](#) se mantém no presente contexto, isto é, o preditor estático é o

Figura 2.9: Evolução média da distribuição dos preditores em função do parâmetro beta (β). O valor inicial de β é 0 e o final é 100.



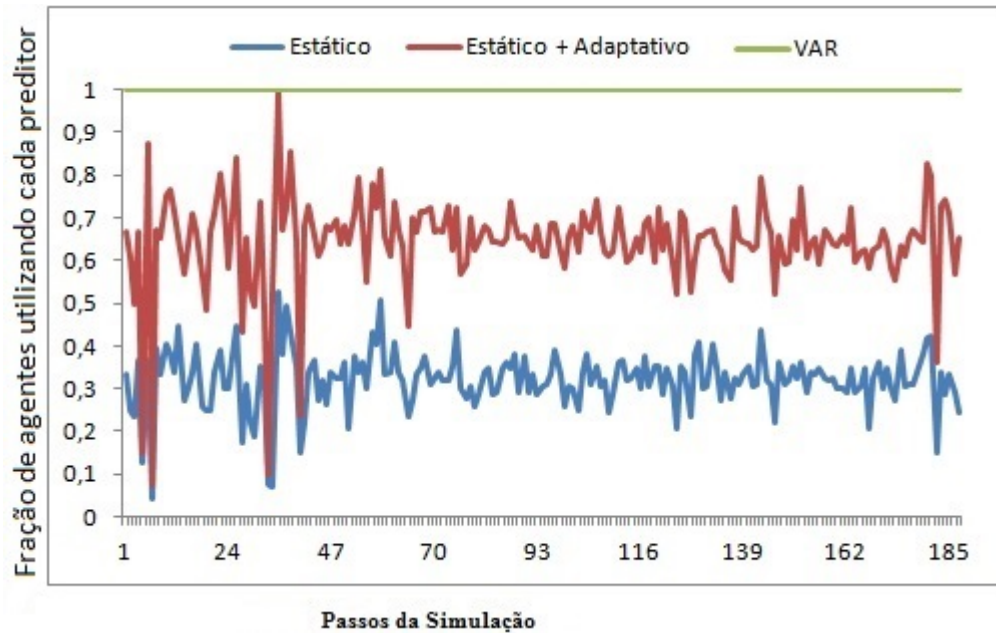
Fonte: Elaboração própria.

mais barato e o preditor VAR é o mais custoso. Posteriormente, observou-se que a evolução na distribuição dos preditores mostraram ser heterogêneas e variantes no tempo quando assumiu-se como condição inicial que cada preditor era utilizado por $\frac{1}{3}$ da fração da população de agentes.

Em seguida, verificou-se que a distribuição equitativa dos preditores como condição inicial da simulação não era a responsável pela persistência da heterogeneidade da distribuição dos preditores ao longo da simulação. Ademais, na situação na qual os custos médio dos preditores são zerados, observou-se que o preditor VAR era o mais utilizado pelos agentes, seguido dos preditores adaptativo e estático. Portanto, a dispersão nas habilidades cognitivas em si, no modelo proposto, é capaz de gerar heterogeneidade no processo de formação de expectativas de inflação.

O próximo capítulo busca avaliar qual o comportamento na distribuição dos preditores quando os agentes encontram-se inseridos em um ambiente de interação social, isto é, um ambiente no qual os agentes têm incentivos (sociais) para

Figura 2.10: Evolução da distribuição dos preditores em função dos mecanismos serem adotados sem custo de formação.



Fonte: Elaboração própria.

adotar o comportamento predominante de seus vizinhos. Desta forma, a escolha do preditor a ser utilizado por cada agente dependerá da acurácia de previsão do preditor, dos custos médio destes, da dispersão nas habilidades cognitivas e também dos comportamentos (escolhas) dos seus vizinhos sociais.

Capítulo 3

Formação de expectativas de inflação baseada em heurísticas em um ambiente com externalidades de rede

3.1 Considerações iniciais

O modelo elaborado no capítulo anterior considerou que a escolha de preditores de inflação adotados pelos agentes, de um conjunto finito de preditores possíveis, eram baseadas nos desempenhos passados (acurácia passada menos o custo médio do preditor) desses preditores e que havia heterogeneidade de capacidade cognitiva na população de agentes. Nesse ambiente, cada agente buscava escolher a melhor heurística de previsão, mas a falta de capacidade cognitiva de alguns agentes poderia levar estes a escolher ou manter heurísticas menos precisas.

Os resultados alcançados mostraram que existia heterogeneidade na distribuição dos preditores e a mesma era persistente e variante no tempo. Outro resultado encontrado foi que os custos médio dos preditores apresentaram a mesma hierarquia encontrada no trabalho de [Brock & Hommes \(1997\)](#), isto é, o preditor estático foi o mais barato e o preditor VAR o mais custoso. Ainda em relação

aos resultados encontrados, observou-se que o preditor estático, em média, foi o mais utilizado pelos agentes ao longo da evolução da distribuição dos preditores. Ademais, no modelo elaborado, a decisão de cada agente não apresentava qualquer relação de dependência direta com as decisões realizadas pelos outros agentes. Portanto, a estrutura de interação social entre os agentes que poderia gerar algum tipo de externalidades de rede não foi levada em consideração naquela análise.

[Hommes \(2011\)](#), contudo, destaca que em um ambiente no qual a racionalidade dos agentes é limitada, imitar o comportamento de agentes bem informados é um comportamento racional e plausível. Além disso, [Anufriev & Hommes \(2012\)](#) salientam que a inclusão da interação social possibilita que cada agente atualize suas informações e opiniões com os agentes que interage. Desta forma, se um agente qualquer adota uma determinada estratégia de sucesso, esta será observada e, possivelmente, passará a ser utilizada por outros agentes.

Uma forma de incorporar à análise este efeito de influência mútua entre os agentes foi proposta por [Durlauf \(1997\)](#) e [Brock & Durlauf \(2001\)](#). Estes elaboram um modelo, originário da física estatística e adaptado às ciências sociais, para avaliar o comportamento agregado dos agentes, em um cenário no qual a utilidade de cada agente depende de atributos privados (utilidade privada) e também dos efeitos de interação social (utilidade social). Utilizando um modelo de escolha discreta para fundamentar o processo de escolhas dos agentes, os autores encontram que dinâmicas de preços complexas e múltiplos equilíbrios são propriedades que emergem do modelo.

Embasando-se em [Durlauf \(1997\)](#) e [Brock & Durlauf \(2001\)](#), o presente estudo busca incorporar ao modelo apresentado no capítulo anterior, a interação social entre os agentes formadores de expectativas de inflação, isto é, os agentes, agora, passarão a ter também incentivos sociais para adotar o comportamento predominante de seus vizinhos sociais. Desta forma, a escolha do preditor a ser utilizado por cada agente, passará a depender do desempenho de previsão passado do preditor (acurácia menos o custo médio do preditor), da sua capacidade cognitiva, e também dos comportamentos (escolhas) dos seus vizinhos.

O restante deste capítulo encontra-se estruturado da seguinte forma. A seção [3.2](#) apresenta o conceito de expectativas interativas e a literatura relacio-

nada. Em seguida, a seção 3.3 apresenta a teoria de redes, a qual fornecerá o instrumental necessário para avaliar a influência da interação social na formação das expectativas inflacionárias dos agentes econômicos. A seção 3.4 traz o modelo de escolha ternária com externalidades de rede proposto. Além disso, nesta seção descreve-se a utilidade privada e a social determinística do i -ésimo agente e apresenta-se as propriedades emergentes do modelo computacional. Por fim, a seção 3.5 traz as considerações finais.

3.2 Expectativas interativas e suas implicações

Na impossibilidade de se observar diretamente os padrões de interações que se estabelecem entre os agentes que tomam suas decisões diárias com a finalidade de maximizar seu próprio interesse ou do grupo ao qual se insere, a maioria dos modelos macroeconômicos supõe que os agentes econômicos formulam suas expectativas de maneira independente e, a partir daí, utilizam a figura de um agente representativo (Gomes 2012).

Segundo Gomes (2012, p. 2), o conceito de agente representativo se fundamenta na teoria de que os indivíduos têm as mesmas preferências, o mesmo conjunto de informações e a mesma capacidade cognitiva. Ademais, esta ferramenta conceitual assume que todos os agentes são racionais e realizarão as suas escolhas da mesma forma. Portanto, se todos os agentes possuem os mesmos atributos e comportam-se da mesma maneira, analisar o comportamento do agente representativo é suficiente para entender o funcionamento da economia. Contudo, Flieth & Foster (2002, p. 376) salientam que os modelos com agentes representativos não conseguem reproduzir os padrões observados nos dados empíricos, existindo uma clara necessidade para novas perspectivas sobre o processo de formação das expectativas dos agentes.

Buscando uma maior aproximação entre teoria e dados empíricos, uma grande quantidade de estudos recentes em economia tem considerado o papel da interação social no comportamento dos agentes econômicos¹. Flieth & Foster

¹ Embora a influência de interação social no comportamento dos agentes seja um tema relativamente novo na economia, este assunto é bem tratado em sociologia e finanças. Assim, Liebow (1967), Julius (1987), Montgomery (1994), Becker (1996), Crane (1991) abordam o

(2002, p. 379) assim se manifestam sobre expectativas interativas:

An interactive process of expectation formation involves discussion between agents. Friends, business partners and competitors are asked for their opinions that, in turn, affect an agent's own expectations. To observe such a process, it is necessary to analyse the expectations of a group of interacting individuals.

Vários argumentos são encontrados para justificar a presença de interação social entre os agentes econômicos. Gale & Kariv (2003) e Tichy (1992) destacam a importância de introduzir a interação social entre os indivíduos devido à possibilidade de que os agentes conectados observem quais foram as decisões passadas tomadas por seus vizinhos e melhorem sua própria decisão atual. Os autores afirmam que os agentes econômicos são limitados na sua racionalidade e, na presença de incerteza, observam o processo de formação e a tomada de decisão dos agentes com os quais se comunicam porque as decisões dos vizinhos podem ter alguma informação que seja importante.

Outros dois argumentos bastante utilizados na literatura econômica para fundamentar a utilização de interação social nos modelos macroeconômicos são encontrados em Kaufman (1999) e Hommes (2006). O primeiro salienta que nas decisões econômicas fatores emocionais podem estar envolvidos no processo de decisão dos agentes e que estes fatores podem prevalecer sobre as atitudes racionais. Mais precisamente, Kaufman (1999) afirma que atributos emocionais podem gerar vieses e irracionalidade nas decisões econômicas. Por sua vez, Hommes (2006) salienta que interação social possibilita o surgimento de diferentes padrões de atuações entre distintos grupos e este comportamento apresenta uma boa validação diante dos dados empíricos.

Como bem destaca Hommes (2006), quando um agente encontra-se inserido em um ambiente de interação social, a utilidade ou *payoff* que o agente recebe por determinada ação depende diretamente das escolhas dos outros agentes no grupo de referência deste indivíduo. Desta maneira, as escolhas dos agentes são afetadas pelo comportamento (decisão) dos outros agentes, não apenas in-

tema de interação social em diferentes contextos na sociologia. Por sua vez, Hommes (2006), LeBaron (2006) e Hommes (2011) empregam esta abordagem em finanças.

diretamente através do mercado, mas também diretamente através da imitação, aprendizagem, pressão social, compartilhamento de informação ou outro tipo de externalidades.

Portanto, quando um agente toma determinada decisão, além das motivações explícitas e observáveis relacionadas aos atributos particulares de uma ação perante as outras alternativas, o agente pode influenciar e ser influenciado pelas escolhas (decisões) dos seus vizinhos. Além disso, estes incentivos coletivos estão ligados à necessidade dos agentes em ajustar, em alguma medida, o seu comportamento de escolha ao comportamento do grupo de agentes que lhe servem de referência (Freitas 2003, p. 19).

Exemplificando, um investidor ao decidir se mantém ou não um determinado título na carteira, um incentivo social que pode influenciar a sua ação é encontrado na forma como os demais investidores irão se comportar e o impacto deste comportamento sobre o preço de mercado do título. Outro exemplo da influência das motivações sociais é encontrado em firmas que reajustam seus preços. Quando uma determinada empresa decidir por elevar o preço do bem que produz, o reajuste não pode ser muito superior ao praticado por outras firmas que produzem bens substitutos próximos, pois há o risco de perder clientes.

Diversos estudos têm mostrado a importância das interações sociais nas escolhas dos agentes. Case (1992) encontra que os agricultores de Java na Indonésia são fortemente influenciados pelas escolhas dos vizinhos. Assim, o autor mostra que existe uma interação social na adoção das inovações e dos procedimentos agrícolas a serem implementados em cada colheita. Similarmente, Foster & Rosenzweig (1995) encontram evidências favoráveis de interações sociais na escolha da semente utilizada pelos agricultores da Índia. Se uma semente é utilizada por um dado agricultor e apresenta alto retorno na colheita, a probabilidade de ser utilizada pelos vizinhos é aumentada. Por fim, Goolsbee & Klenow (1999) encontram evidências de interações sociais nas escolhas dos microcomputadores utilizados pelas famílias norte-americanas. Os autores mostram que os agentes têm maiores incentivos para comprar o mesmo equipamento que os seus vizinhos já adquiriram.

Outros estudos utilizam interação social para explicar fenômenos coletivos e comportamento de manada em mercados financeiros. Neste contexto encontram-

se os estudos de [Lux \(1998\)](#) e [Kijima & Uchida \(2005\)](#). [Lux \(1998\)](#) utiliza-se da metodologia computacional baseada em agentes e dinâmicas não lineares para analisar o mercado de câmbio. Neste mercado, existem dois tipos de estratégias formadoras de preços: fundamentalistas e grafistas. Grafistas podem ser otimistas ou pessimistas. Agentes pessimistas associam uma probabilidade relativamente alta de desvalorização do câmbio, a qual é diretamente proporcional à percentagem de agentes otimistas (valorização do câmbio), o raciocínio contrário é válido para os agentes otimistas. Mudanças de comportamento de grafistas para fundamentalistas e vice-versa ocorrem quando especuladores comparam o desempenho de ambas as estratégias. Trajetórias caóticas com picos de valorização\desvalorização do câmbio são encontradas no modelo.

[Kijima & Uchida \(2005\)](#) utilizam a metodologia de cadeias de Markov para modelar a evolução e a dinâmica das expectativas no cenário em que os agentes possuem dois atributos, proprietários e não proprietários de ativos, e dois níveis de confiança, pessimistas e otimistas. Os níveis de confiança dos agentes afetam o preço futuro do ativo e o comércio entre agentes ocorre quando um proprietário pessimista encontra um não proprietário. No equilíbrio, os preços dos ativos apresentam grandes oscilações e a fração de agentes pessimistas é elevada.

Segundo [Topa \(2001\)](#), as interações entre os agentes são locais, isto é, realizadas entre vizinhos sociais. Esta vizinhança é composta por agentes que partilham determinada proximidade socioeconômica, a qual não remete necessariamente a proximidade geográfica. Assim, dois agentes que residam em localidades geográficas distantes podem ser considerados vizinhos sociais se frequentam o mesmo ambiente social, como, por exemplo, serviço, escola ou até mesmo se tenham a mesma fonte de informações que influenciam seus comportamentos ([Freitas 2003](#), p. 26).

[Westerhoff \(2005\)](#) avalia a presença de ciclos macroeconômicos irregulares no ambiente em que o sentimento de confiança do consumidor é influenciado por interação social. Em seu estudo, o autor utiliza simulação computacional e um modelo formado por dois tipos de agentes, a saber, otimista (que gastam uma alta fração da sua renda) e pessimista (que gastam uma fração menor da sua renda). A mudança entre os dois estados emocionais ocorre como resultado da interação entre os indivíduos. Em outras palavras, as pessoas se comunicam e os

sentimentos podem mudar em um ambiente macroeconômico que coevolui com estas distribuições de estratégias. O autor conclui que, caso a maioria dos agentes seja otimista, os gastos em consumo serão altos e bolhas emergirão. Por sua vez, na situação oposta, gastos baixos a recessão surgirão.

[Hohnisch et al. \(2005\)](#) elaboram um modelo de formação das expectativas interativas para avaliar o clima de negócio entre os empresários. Cada agente é associado a uma variável aleatória que caracteriza os três tipos de expectativas dos agentes, a saber: negativa, neutra ou positiva. Neste estudo, a evolução das expectativas individuais é modelada como um processo de interação entre os agentes. Utilizando simulação de Monte Carlo, os autores salientam que os resultados encontrados reproduzem algumas características das séries empíricas do clima de negócios, divulgadas pelo *Instituto German*.

[Farrell & Rabin \(1996\)](#) ressaltam a importância de se considerar as variáveis comunicação pessoal, discussão e compartilhamento de opiniões na formação das expectativas dos agentes econômicos. Assim, os autores mostram que a comunicação pode evitar falhas de coordenação entre os agentes envolvidos no processo de tomada de decisão. No entanto, os autores salientam que comunicação entre os agentes não garante eficiência na tomada de decisão, uma vez que os problemas de barganhas podem superar os ganhos de coordenação.

[Bowden & McDonald \(2006\)](#) destacam que os agentes econômicos usam a experiência de um subconjunto de sua sociedade e, possivelmente, sua própria experiência em tomadas de decisões. Assim, os autores avaliam o efeito de compartilhar informações dentro de uma rede *small world*². Nesse estudo, os agentes, peritos e comuns, recebem um sinal dos preços das ações, o qual é ajustado seguindo os vizinhos com quem o agente i encontra-se conectado. Os autores mostram que, se o número de peritos aumenta, a volatilidade dos preços das ações se eleva. A explicação para esta ocorrência é que os números de conexões entre os agentes se eleva, oriundas do aumento do conjunto de informações, e formam bolhas especulativas.

[Flieth & Foster \(2002\)](#) observam que as expectativas dos agentes econômicos apresentam inércia, mantendo-se estável por longos períodos mas, repenti-

²Maiores informações sobre as características desta topologia de rede serão apresentado na subseção 3.3.

namente, exibem mudanças estruturais e, posteriormente, voltam a ser estáveis. Assim, os autores buscam avaliar se a interação entre os agentes com expectativas de inflação neutras, positivas e negativas reproduz os padrões encontrados nos dados empíricos. Para tanto, os autores se utilizam de modelagem econométrica e dos indicadores econômicos do *Federal Statistical Office* e da *German IFO Business Climate*, no período de 1970 a 1998. Os autores encontram evidência de que a interação entre os agentes influenciam suas expectativas. Todavia, existem períodos no qual o processo de formação das expectativas dos agentes é dominado por efeitos de interação e outros períodos em que este efeito é baixo. Ademais, os padrões gerados pelos modelos de expectativas interativas reproduzem, em alguma medida, os dados empíricos.

Os argumentos acima apresentados e as propriedades emergentes dos estudos que incluíram a interação social em suas análises, mostraram a importância de se considerar a externalidade de rede entre os agentes na tomada de decisão. A próxima seção apresenta a teoria de rede a ser utilizada com a finalidade de captar a relação de interdependência entre os agentes e que será utilizada no presente capítulo e no próximo.

Colocando antecipadamente, os objetivos da próxima seção são: i) apresentar a teoria de redes e suas propriedades que serão utilizados para incorporar formalmente a estrutura de interação entre os agentes; ii) mostrar as principais estruturas de rede e suas características peculiares, que posteriormente, via calibragem indicarão qual estrutura se adequa melhor ao modelo elaborado.

3.3 Elementos da teoria das redes

Como já destacado anteriormente, os modelos econômicos, muitas vezes, têm desconsiderado o papel da interação social na tomada de decisões dos agentes, negligência cuja causa pode ter sido a dificuldade em incorporar formalmente na análise econômica tais características. No entanto, recentes desenvolvimentos matemáticos e computacionais forneceram o instrumental necessário para analisar as redes de conexões individuais entre os agentes e isto possibilitou que diversos estudos passassem a incorporar explicitamente a interação entre os agentes nos modelos macroeconômicos.

Segundo [Ahuja et al. \(1993\)](#) e [Goyal \(2007\)](#), as redes de um sistema real podem ser representadas matematicamente utilizando-se elementos de teoria dos grafos. Segundo esta teoria, uma rede é representada pelo conjunto $G = (N, B)$, em que N refere-se ao conjunto não vazio finito de nós (*vertices*) e B é o conjunto de arestas (*edges*), cujos elementos são pares não ordenados de nós distintos. Conforme [Ahuja et al. \(1993\)](#), os nós podem ser interpretados como os agentes do sistema, isto é, pessoas, firmas, instituições financeiras, etc. As arestas, por seu turno, representam as conexões entre os diferentes agentes do sistema, como por exemplo, firmas que se localizam na mesma região ou se inserem no mesmo mercado.

Segundo [Metz et al. \(2007\)](#), uma rede é dita não direcionada se o fluxo entre os nós ocorre em ambas as direções. Por sua vez, em uma rede direcionada os fluxos entre os nós ocorrem em uma única direção. No presente contexto, supõe-se que os agentes encontram-se inseridos em uma rede não direcionada.

Para um subconjunto qualquer de nós de uma rede, *a priori*, pode existir conexão entre dois nós ou não. Assim, dois nós i e j de uma rede G estão conectados se existir uma sequência de nós conectados entre si que ligue o nó i ao nó j . O conjunto de nós conectados por arestas a um nó de referência compõe a vizinhança (*neighborhood*) deste nó.

Seguindo o trabalho de [Taylor & Higham \(2009\)](#), a rede G pode ser representada por uma matriz adjacência $A = [a_{ij}]$ quadrada de ordem L , de maneira que a matriz A terá L^2 elementos. Nesta matriz, se $a_{ij} = a_{ji} = 1$, então os nós i e j estão conectados. Por sua vez, caso $a_{ij} = a_{ji} = 0$, os nós i e j não possuem ligação entre eles, ou seja, estão desconectados. Além disso, exclui-se a possibilidade de autoconexão e considera-se que A é uma matriz simétrica, de modo que se os dois agentes estão conectados, ambos observam a estratégia adotada por seu vizinho.

Três propriedades estruturais de uma rede são comumente analisadas, a saber: o grau de um nó (*degree*); a distância entre nós (*path length*); e o coeficiente de agrupamento (*clustering coefficient*).

O grau de um nó i , denotado por k_i , é representado pelo número de agentes da rede com os quais cada agente i possui ligação e define o número de vizinhos

do nó i , ou seja, é a soma dos elementos da i -ésima linha da matriz adjacência :

$$k_i = \sum_{j=1}^L a_{ij}. \quad (3.1)$$

A *distância* entre dois nós i e j de uma rede G é definido como o número mínimo de arestas a serem percorridas para se chegar ao nó i saindo do nó j . A medida relacionada à distância mais utilizada para caracterizar as redes complexas é a distância média entre pares de nós, que denotar-se-á por l , a qual pode ser definida como a média aritmética das distâncias entre os nós da rede.

O *coeficiente de agrupamento* na vizinhança de um nó i , denotado por C_i , é definido como a proporção de nós vizinhos ao nó i que também são vizinhos entre si, sendo obtido através da divisão do número de vizinhos que estão conectados entre si pelo maior número possível de conexões. Por sua vez, o coeficiente de agrupamento da rede como um todo pode ser definido como a média aritmética dos coeficientes de agrupamentos dos nós pertencentes a esta rede, ou seja:

$$C = \frac{1}{L} \sum_{i=1}^L C_i = \frac{1}{L} \sum_{i=1}^L \frac{L_p}{\frac{1}{2}k_i(k_i - 1)}, \quad (3.2)$$

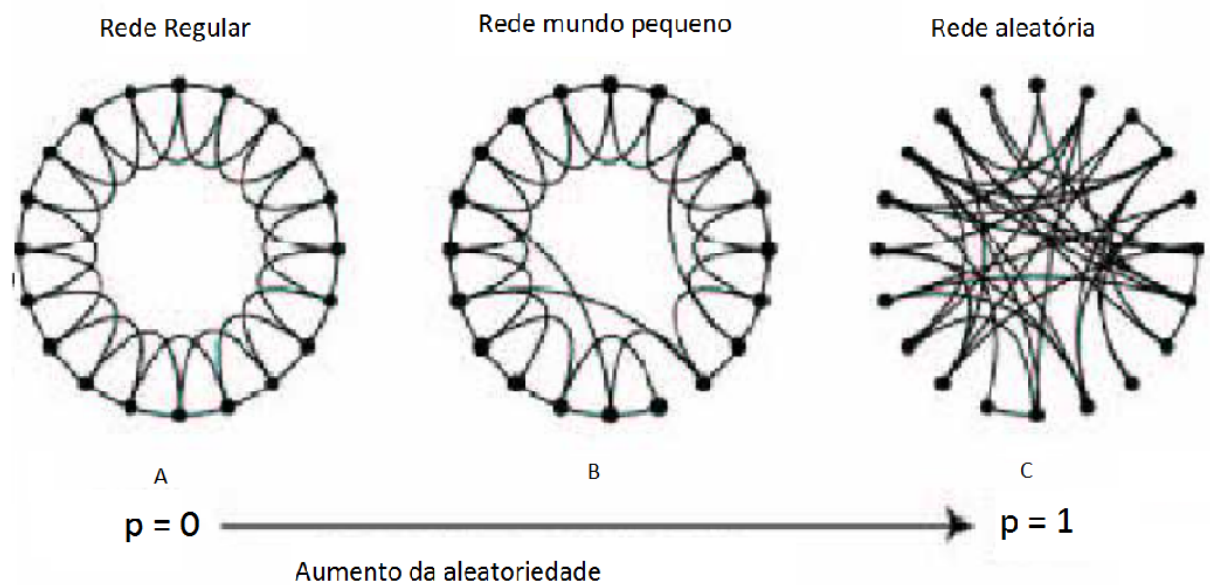
na qual L_p representa o número de pares de vizinhos conectados.

Watts & Strogatz (1998) propuseram uma forma para representar as redes complexas, para isto assume-se que a rede possui a forma de um anel (*ring network*), na qual os nós encontram-se posicionados em uma circunferência e equidistantes entre si, conforme representado na Figura 3.1. Considere que, neste tipo de rede, cada um dos nós encontra-se ligado, inicialmente, a K vizinhos no sentido horário e a K vizinhos no sentido anti-horário. Em seguida, com probabilidade $p \in [0,1] \subset \mathbb{R}$ elimina-se a aresta entre um nó i de um de seus vizinhos e reestabelece-se uma nova conexão, ainda não existente, entre o nó i e outro nó qualquer da rede selecionado de maneira aleatória. Esta operação recebe o nome de religação (*rewiring*).

As redes podem ser classificadas de acordo com as características apresentadas pelas conexões existentes. Uma rede é classificada como regular, Figura (3.1-A), quando a probabilidade de religação assume o valor zero. Esta rede

caracteriza-se por apresentar todos os nós com o mesmo número de arestas e as arestas conectadas a um dado nó i são sempre as mesmas. Como destacam [Watts & Strogatz \(1998\)](#), as redes regulares apresentam um elevado coeficiente de *cluster* e uma distância média entre os nós que cresce linearmente com o tamanho (número de nós) da rede.

Figura 3.1: Exemplos de redes complexas.



Fonte: [Watts & Strogatz \(1998\)](#).

Caso a probabilidade de re ligação assuma o valor um, a rede é classificada como aleatória, Figura (3.1-C). Portanto, ao contrário da rede regular, as redes aleatórias caracterizam-se por possuírem um elevado grau de desordem. Logo, tais redes apresentam um baixo coeficiente de *agrupamento* e a distância média entre os vértices cresce de maneira logarítmica com o número de nós.

Como destacam [Watts & Strogatz \(1998\)](#), redes sociais empíricas apresentam a combinação de elevado coeficiente de agrupamento e uma baixa distância

média entre os nós. Portanto, tal rede encontra-se em algum lugar entre rede regular e a rede aleatória. Caso o valor assumido por p encontre-se próximo de 0,1 tem-se as redes com características de *small world*, Figura (3.1-B). Nesta tipologia de rede, a distância média entre os nós l é comparável com a respectiva distância de uma rede aleatória l_{rl} , ou seja, $\frac{l}{l_{rl}} \sim 1$, e o coeficiente de agrupamento C em redes *small world* é estritamente superior à respectiva medida em redes aleatórias C_{rl} , ou seja, $\frac{C}{C_{rl}} > 1$.

3.4 Formação de expectativas de inflação como um processo de escolha discreta com externalidades de rede

3.4.1 Modelo com heurísticas e externalidades de rede

Baseando-se em Durlauf (1997) e Brock & Durlauf (2001), propõe-se o uso de estratégias de modelagem oriundas da mecânica estatística como forma de incorporar ao modelo de escolha discreta apresentado no capítulo 2 a interdependência das escolhas individuais. O modelo proposto por Durlauf (1997) pode ser visto como uma analogia do modelo de Ising da física estatística. No entanto, o modelo de Ising é de estado binário. Para contornar este problema, uma vez que o modelo usado é de escolha ternária, utilizar-se-á o modelo de Potts da física estatística³, que é uma generalização do modelo de Ising para um número finito qualquer de estados de um *spin*. No presente contexto, o estado de *spin* equivale a um tipo de preditor de um agente.

A vizinhança social do agente i , denotada por v_i , pode ser definida pelo conjunto de agentes com os quais o agente i interage e que de alguma forma influencia seu comportamento. Desta forma, com a inclusão de efeitos de vizinhança, as escolhas de cada um dos L agentes da população são afetadas por motivações sociais. Em outros termos, no processo de tomada de decisão de cada agente, as escolhas dos seus vizinhos sociais passam a ser levadas em consideração.

Com a inclusão de efeitos de vizinhança, um terceiro elemento será acres-

³Maiores detalhes do modelo de Potts é encontrado em Meyer (2000).

centado ao modelo de escolha discreta exposto na seção 2.2. Além dos fatores determinísticos e observáveis, $\mathcal{U}^d(\sigma_i)$, e da dispersão nas habilidade cognitiva, $\varsigma(\sigma_i)$, passa-se a ter um novo componente da função utilidade (2.1), denominado por Durlauf (1997, p. 5) de utilidade social determinística. Portanto, o componente determinístico da função utilidade passa, então, a ser decomposto em utilidade privada determinística e utilidade social determinística, formalmente:

$$\mathcal{U}^d(\sigma_i) = \alpha \mathcal{U}^p(\sigma_i) + \mathcal{U}^s(\sigma_i, \vec{\sigma}_i^e), \quad (3.3)$$

sendo $\alpha > 0$ uma constante paramétrica que mede o peso relativo da *utilidade privada determinística* $\mathcal{U}^p(\cdot)$, que capta ainda os incentivos observáveis, exceto as externalidades de rede e $\mathcal{U}^s(\cdot)$ a *utilidade social determinística*, a qual capta os efeitos destas externalidades. Ressalta-se que a utilidade social não depende apenas da escolha do agente i , mas também das escolhas que este agente espera que seus vizinhos façam, representadas pelo vetor $\vec{\sigma}_i^e \equiv \{\sigma_j^e\}_{j \in k_i}$, com $\sigma_j^e \in \{1, 2, 3\} \forall j \in k_i$.

Inserindo (3.3) em (2.1), obtêm-se a nova expressão para denotar a utilidade do agente i associado à escolha σ_i :

$$\mathcal{U}(\sigma_i) = \alpha \mathcal{U}^p(\sigma_i) + \mathcal{U}^s(\vec{\sigma}_i) + \varsigma(\sigma_i). \quad (3.4)$$

Em posse desta nova função utilidade e utilizando-se de argumentação análoga aquela desenvolvida na seção 2.2, chega-se à propensão à escolha da alternativa σ_i , dada em (2.7), na qual $U^d(\cdot)$ passa a ser dada por (3.3). Em seguida, apresenta-se os detalhamentos das funções $\mathcal{U}^p(\cdot)$ e $\mathcal{U}^s(\cdot)$ da utilidade determinística do modelo de formação de expectativas de inflação baseada em heurísticas e com externalidades de rede.

A utilidade privada do i -ésimo agente está relacionada aos incentivos explícitos e de caráter individual, que na presente situação são os fatores referentes ao grau de acurácia e o *custo médio do preditor*. Desta maneira, embasando-se na subseção 2.3.1, a utilidade privada determinística é definida por:

$$\mathcal{U}^p(\sigma_i) = -\alpha [(\pi_{i,t}^e - \pi_t)^2 + C(\sigma_i)]. \quad (3.5)$$

Note-se que as equações (2.12) e (3.5) difere-se devido à introdução da constante paramétrica α , que mede o peso relativo dos incentivos privados vis-à-vis os incentivos sociais. Desta forma, um alto (baixo) valor para esta constante sinaliza que os agentes atribuem maior (menor) peso relativo aos incentivos privados em relação aos incentivos sociais.

Por sua vez, a utilidade social determinística pode ser representada ao se assumir que cada agente encontra-se inserido em uma rede em formato de anel, conforme descrito na secção 3.3. Como visto, a interação dos agentes com a sua vizinhança social pode ser fixa ou completamente aleatória, a depender do valor assumido pela probabilidade de religação, a qual não será definida *a priori*. Portanto, a estrutura de vizinhança social pode variar entre uma rede regular e uma rede completamente aleatória. Esta flexibilidade garante um maior ajuste aos dados e permite uma melhor compreensão de como os agentes interagem com respeito à formação das expectativas de inflação.

No presente trabalho, o raio de vizinhança, ou seja, o número de vizinhos, com quem o i -ésimo agente interage não será fixado *a priori*, mas sim determinado endogenamente pelo processo de calibragem do modelo. Ademais, cada agente buscará adotar um comportamento predominante em sua vizinhança, isto é, os agentes tem interesse em fazer parte da maioria e buscam não fazer projeções longe da média das suas vizinhanças, uma vez que errar sozinho proporciona maior desconforto do que errar em grupo (Keynes 1937). Desta forma, quando o agente opta por uma decisão similar ao comportamento esperado do vizinho $j \in v_i$, sua utilidade social será aumentada. Logo, o agente i alcançará a máxima utilidade social quando adotar a mesma decisão que ele espera ser a predominante na sua vizinhança. A utilidade social de cada agente $i \in \{1, 2, \dots, L\}$ da rede G é dada por:

$$\mathcal{U}^s(\vec{\sigma}_i) = \frac{J}{4} \sum_{j \in v_i} \delta_{\sigma_i \sigma_j}, \quad (3.6)$$

no qual $J > 0$ é uma constante paramétrica que mede o grau de influência da vizinhança sobre o agente i e $\delta_{\sigma_i \sigma_j}$ é o *delta de Kronecker*, de modo que $\delta_{\sigma_i \sigma_j} = 1$ se $\sigma_i = \sigma_j$ e 0 caso contrário.

3.4.2 Calibragem do modelo computacional

Como referido na subsecção 2.3.2, o objetivo da calibragem é encontrar a configuração de parâmetros que permite ao modelo simulado reproduzir, em alguma medida, o padrão observado nos dados empíricos. Para alcançar este objetivo, utilizou-se do mesmo procedimento empregado na subsecção 2.3.2. No entanto, com a inclusão da externalidades de rede, os parâmetros a serem calibrados são agora β , $C(\sigma_i = 1)$, $C(\sigma_i = 2)$, $C(\sigma_i = 3)$, α , J , r e p .

Com a finalidade de obter a melhor configuração inicial dos parâmetros para a calibragem do modelo, o parâmetro β pôde variar no intervalo $[0, 20] \subset \mathbb{R}$ e os parâmetros do custo no intervalo $[0, 3] \subset \mathbb{R}$. Os parâmetros que captam os pesos dos atributos observáveis e das externalidades de rede, α e J respectivamente, puderam variar no intervalo $[0, 10] \subset \mathbb{R}$. Por sua vez, o parâmetro p que avalia a estrutura de rede pôde variar no intervalo $[0, 1] \subset \mathbb{R}$. Por fim, o parâmetro r , que denota o raio de vizinhança, pôde variar no intervalo $\{0, 1, 2, \dots, 15\} \subset \mathbb{N}$. Esta variável podia assumir apenas valor inteiro. Para evitar mínimos locais, utilizou-se de 100.000 diferentes combinações de parâmetros e escolheu a que gerou menor valor para a função objetivo (2.14). A melhor configuração inicial dos parâmetros foi: $(\beta, C(\sigma_i = 1), C(\sigma_i = 2), C(\sigma_i = 3), \alpha, J, r, p) = (2,2612; 0,006; 0,055; 0,095; 2,47; 1,56; 1; 0,497)$. A combinação de parâmetros selecionados pela calibragem é sumarizada na Tabela 3.1.

Tabela 3.1: Valores calibrados dos parâmetros

Notação	Parâmetros	Valor Calibrado
Intensidade de escolha	β	2,6278
Custo do preditor estático	$C(\sigma_i = 1)$	0,0042
Custo do preditor adaptativo	$C(\sigma_i = 2)$	0,00663
Custo do preditor VAR	$C(\sigma_i = 3)$	0,00828
Peso relativo da utilidade privada	α	2,8101
Peso relativo da utilidade social	J	1,7511
Raio de vizinhança	r	1
Probabilidade de religação	p	0,4639

Fonte: Elaboração própria.

Cabe aqui alguns breves comentários sobre os parâmetros calibrados. Para o parâmetro β , que mede a *intensidade de escolha* à alternativa $\sigma_{i,t}$, o valor calibrado foi de 2,6278. Como apresentado na seção 2.2, um β próximo de zero, independente dos valores observados das utilidades determinísticas, tornam as decisões dos agentes incertas e equiprováveis. Por sua vez, um β distante de zero indica que a estratégia que apresentar maior utilidade determinística será muito provavelmente a escolhida. Portanto, o valor de β calibrado sinaliza que os agentes atribuem um peso relativamente alto aos incentivos determinísticos observáveis e irão escolher, muito provavelmente, a cada período de tempo, *ceteris paribus*, o preditor que obteve a maior utilidade determinística.

Os parâmetros relacionados aos custos médios dos preditores, $C(\sigma_i = 1)$, $C(\sigma_i = 2)$ e $C(\sigma_i = 3)$ apresentaram, respectivamente, os valores calibrados de 0,0042, 0,00663 e 0,00828. Novamente, como encontrado na subseção 2.3.2, observa-se que o preditor estático é que o apresenta o menor custo médio e o preditor VAR é o mais custoso. Ao comparar os valores destes parâmetros com os obtidos na subseção 2.3.2, verifica-se que todos os parâmetros tiveram uma redução em seu custo. Uma possível explicação para este resultado é encontrada em [Farrell & Rabin \(1996\)](#), que afirmam que os agentes econômicos que se encontram inseridos em uma rede social se comunicam e compartilham opiniões ao formar suas expectativas, de maneira que a inclusão de externalidades de rede no modelo elaborado permite a comunicação entre os agentes e o custo médio de cada preditor acaba sendo reduzido.

O parâmetro α , que mede o peso relativo da utilidade privada, apresentou o valor de 2,8101. Por sua vez, o parâmetro J , que avalia o grau de influência da vizinhança na determinação da utilidade social, apresentou o valor de 1,7511. Estes resultados indicam que os agentes atribuem um peso relativo maior à parte privada na sua tomada de decisão.

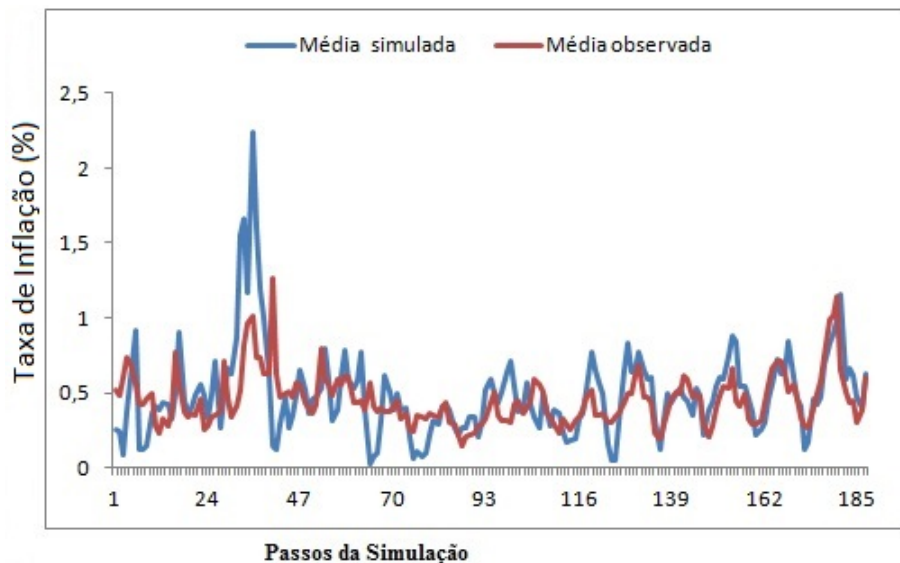
Para o parâmetro r , que mede o raio da vizinhança social, o valor calibrado encontrado foi de 1, ou seja, o i -ésimo agente possui um vizinho no sentido horário e um vizinho no sentido anti-horário. Isto indica que a melhor reprodução dos dados empíricos, obtidos através da calibragem, está associada a um raio de vizinhança relativamente pequeno.

A probabilidade de re ligação p , que define a tipologia de rede, apresentou

o valor de 0,4639. Como explicado na seção 3.3, o tipo de interação entre os agentes pode variar entre rede regular ($p=0$) e rede aleatória ($p=1$), passando pela rede *small words* (p próximo de 0,10). Como ressalta Marin (2013, p. 48), quando a probabilidade de religação apresenta valores próximos de 0,50, existe a presença de grande aleatoriedade na religação e uma distância pequena entre os nós da rede. Em termos do presente modelo, isto indica que os agentes formam agrupamentos locais com a sua vizinhança social, isto é, os agentes se concentram em torno de algum nó próximo que apresenta algum grau de notoriedade.

As Figuras 3.2 e 3.3 apresentam as séries históricas das médias das expectativas de inflação e o desvio padrão destas séries fornecidos pelo Banco Central para a economia brasileira, bem como as respectivas séries geradas por simulação a partir do modelo computacional calibrado. Como se observa, os dados simulados conseguem, em alguma medida, reproduzir o comportamento dos dados empíricos.

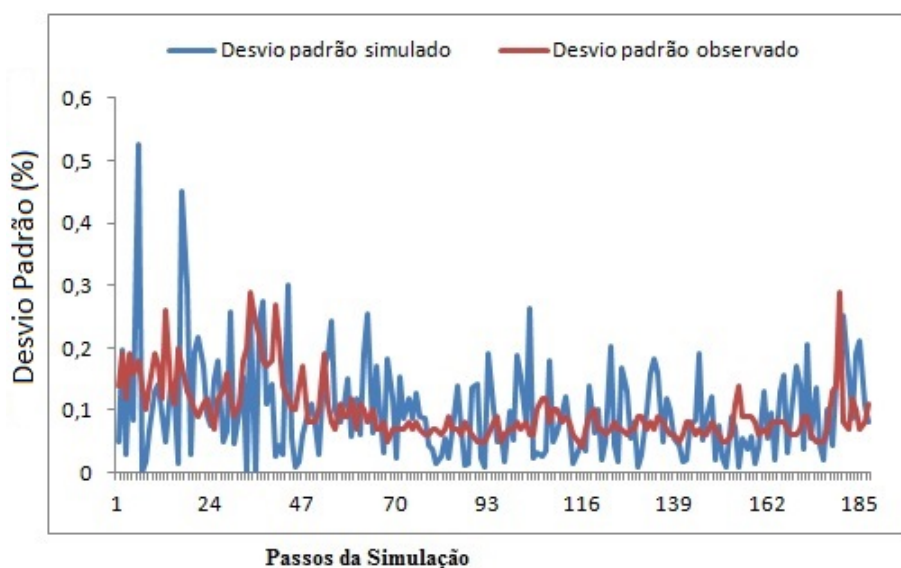
Figura 3.2: Médias das expectativas de inflação observada e simulada.



Fonte: Elaboração Própria.

A Tabela 3.2 apresenta os dados para as variáveis de ajuste das séries empíricas observadas e as séries simuladas no modelo computacional, esta última

Figura 3.3: Desvios padrão das expectativas de inflação observado e simulado.



Fonte: Elaboração própria.

gerada a partir dos parâmetros obtidos na calibragem. Verifica-se que as variáveis de ajuste apresentaram valores bem próximos, isto é, o modelo computacional apresentou um bom grau de ajuste quando comparado aos dados observados. Outro resultado a se destacar é que o ajuste do modelo com externalidades de rede foi superior ao respectivo ajuste obtido pelo modelo sem externalidades de rede (ver Tabela 2.2), repetido aqui por conveniência. Diante deste resultado é possível afirmar que o modelo computacional com externalidades de rede consegue reproduzir melhor o comportamento dos dados empíricos do que o modelo sem externalidades de rede.

Tabela 3.2: Variáveis de ajuste do modelo

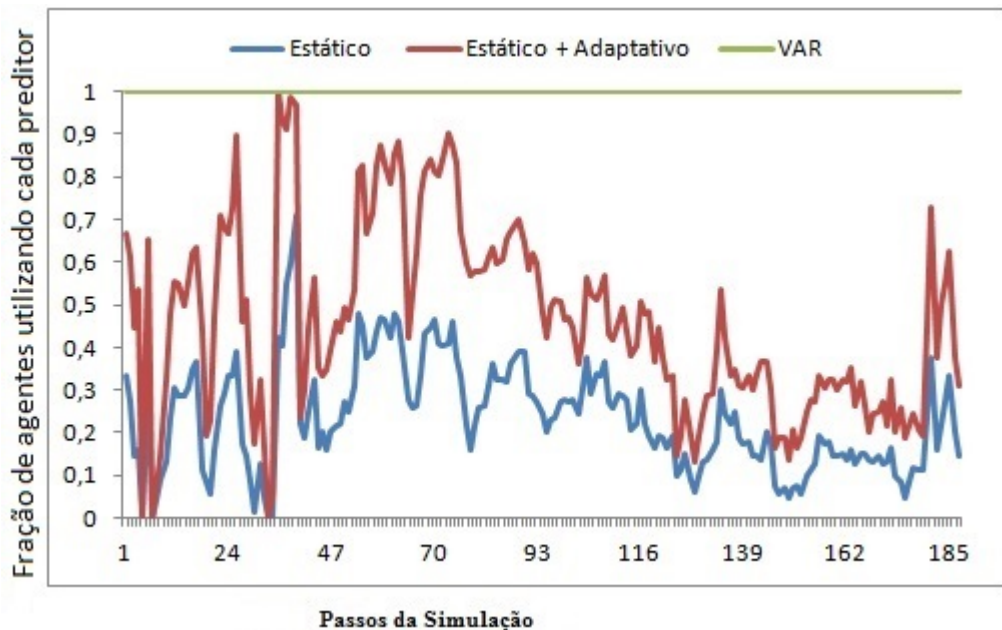
Variáveis de ajustes	Observado	Simulado sem rede	Simulado com rede
Média da Inflação	0,4554	0,4736	0,4694
Desvio Padrão	0,0973	0,1105	0,0996
Autocorrelação de 1 ^o ordem	0,7212	0,7632	0,7380
Autocorrelação de 2 ^o ordem	0,5025	0,4795	0,5075

Fonte: Elaboração própria.

3.4.3 Propriedades emergentes

A presente subseção busca avaliar as propriedades emergentes do modelo de expectativas inflacionárias com habilidades cognitivas heterogêneas e externalidades de rede. Para tanto, como realizado na subseção 2.3.3, salvo menção em contrário, assumir-se-á como referência os valores selecionados dos parâmetros na calibragem. A primeira propriedade a ser avaliada é verificar se existe heterogeneidade de mecanismos de previsão de inflação na população de agentes. Esta propriedade pode ser analisada observando a distribuição dos preditores ao longo da simulação, apresentada na Figura 3.4.

Figura 3.4: Evolução da distribuição dos preditores.



Fonte: Elaboração própria.

A primeira observação a ser feita sobre a Figura 3.4 é que em $t = 0$, como suposto na seção 2.3.2, cada preditor é inicialmente adotado de maneira equitativa pela população de agentes. Posteriormente, observa-se que a evolução da distribuição das estratégias varia suavemente e não se observa uma estratégia estritamente dominante. A fração média que o preditor VAR foi adotado pelos

agentes ao longo da simulação foi de 55%. Por sua vez, o preditor adaptativo foi utilizado, em média, por 23% dos agentes ao longo da simulação. Por fim, os 22% restantes adotaram, em média, o preditor estático. Ao comparar o presente resultado com os respectivos resultados apresentados na subseção 2.3.3, verifica-se que a frequência média com que os agentes utilizam o preditor VAR aumentou. Este resultado pode ser explicado pela combinação de dois elementos presentes no modelo com externalidades de rede. O primeiro é que como se observa na Tabela 3.3, obtida a partir dos dados da Tabela (2.1) e (3.1), o custo médio relativo do preditor VAR no modelo com externalidades de rede é bastante inferior ao valor encontrado no modelo sem externalidades de rede. O segundo elemento é que no modelo com interação, cada agente pode verificar as decisões passadas realizadas por seus vizinhos e com base nisto melhorar sua própria decisão (Gale & Kariv 2003).

Tabela 3.3: Custo relativo dos preditores

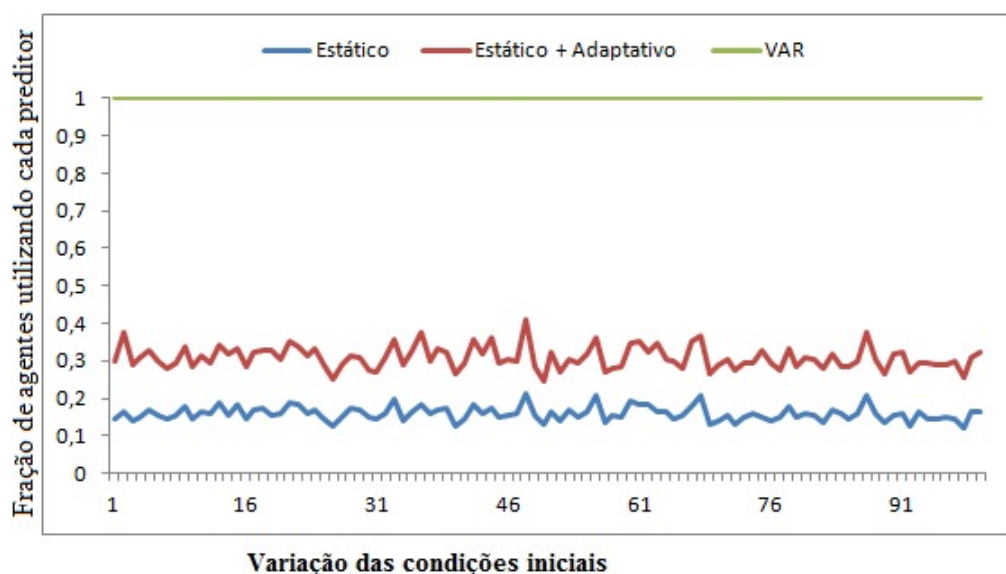
Custo relativo	sem rede	com rede
$C(\sigma_i = 1) / C(\sigma_i = 1)$	1	1
$C(\sigma_i = 2) / C(\sigma_i = 1)$	3,34	1,58
$C(\sigma_i = 3) / C(\sigma_i = 1)$	5,34	1,97
$C(\sigma_i = 3) / C(\sigma_i = 2)$	1,60	1,25

Fonte: Elaboração própria.

O próximo teste busca avaliar se a heterogeneidade encontrada na distribuição dos mecanismos de inflação, mostrado na Figura 3.4, não é consequência da suposição de que cada estratégia é inicialmente adotada de maneira igualitária pela população de agentes. Portanto, o próximo teste busca avaliar se existe heterogeneidade nos preditores de inflação quando realiza-se um teste com 100 condições iniciais diferentes geradas aleatoriamente. Para cada condição inicial foram geradas 187 simulações e retira-se a média das últimas 50 observações de cada condição inicial. A Figura 3.5 apresenta o resultado do teste proposto.

Ao observar a Figura 3.5, verifica-se que a distribuição dos preditores não se modifica quando as condições iniciais são alteradas. Logo, pode-se supor que

Figura 3.5: Evolução da distribuição dos preditores com 100 condições iniciais diferentes.



Fonte: Elaboração própria.

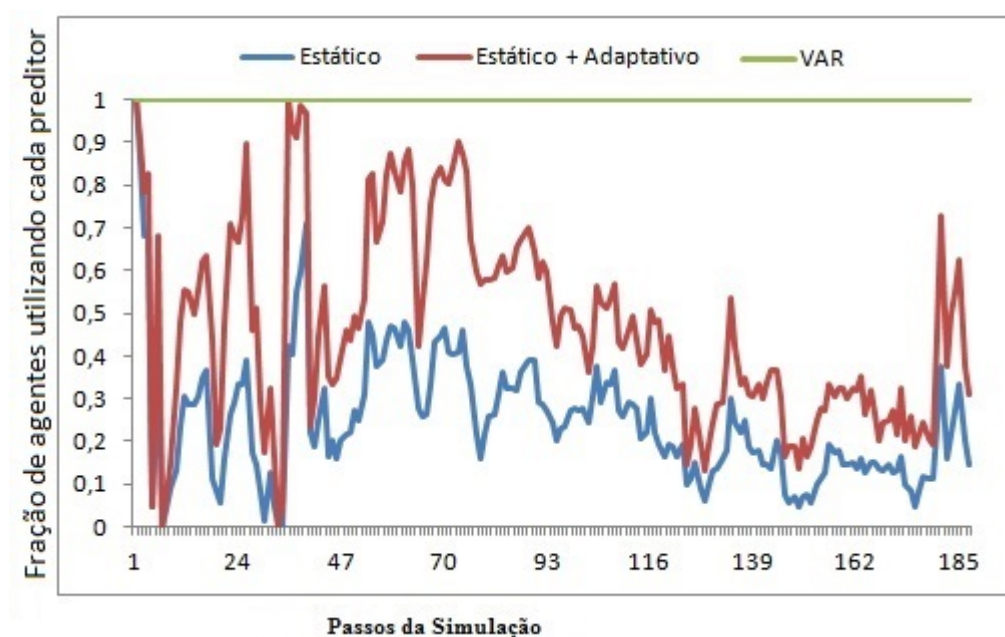
as condições iniciais não interferem no comportamento de evolução dos preditores ao longo da simulação.

Seguindo raciocínio análogo ao realizado na subseção 2.3.3, o próximo teste tem por finalidade verificar se existe heterogeneidade nos preditores de inflação quando uma única estratégia emerge como condição inicial entre os agentes. As Figuras 3.6, 3.7 e 3.8 apresentam o comportamento dos preditores de inflação quando um único preditor é utilizado por todos os agentes no período $t = 0$ das simulações.

Ao analisar as Figuras 3.6, 3.7 e 3.8, observa-se que independentemente da condição inicial, se todos os agentes usarem o preditor estático, adaptativo ou VAR no período $t = 0$ das simulações, a heterogeneidade emergirá como resultado de equilíbrio. Portanto, isto é mais uma evidência de que há heterogeneidade e a mesma é persistente e variante no tempo.

No próximo teste, analisar-se-á os resultados emergentes do modelo computacional relativos às distribuições médias dos preditores de inflação em função do peso relativo dos incentivos observáveis com respeito aos incentivos sociais,

Figura 3.6: Evolução média da distribuição dos preditores em função de todos os agentes usarem o preditor estático no período $t = 0$.



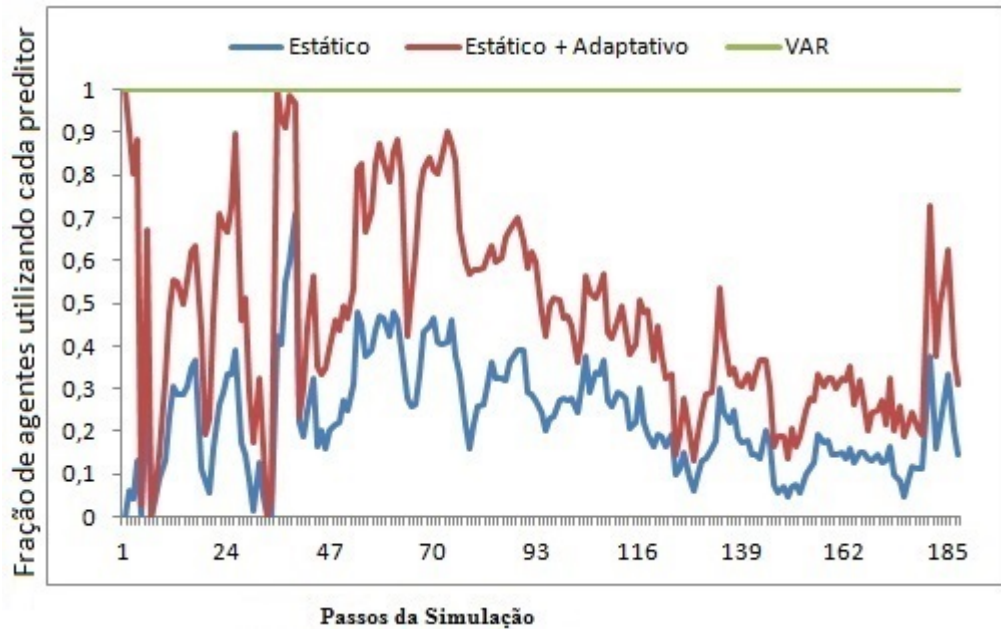
Fonte: Elaboração própria.

captado pela razão $\frac{\alpha}{J}$. Com a finalidade de realizar tal averiguação, será tomado como ponto médio do parâmetro selecionado o seu valor calibrado. Em seguida, estabelecer-se-á 101 valores equidistantes em torno deste valor selecionado. Feito isto, para cada um destes 101 valores, foram geradas 187 observações e extraiu-se a média das últimas 50 observações.

A Figura 3.9 apresenta a distribuição dos preditores em função da razão $\frac{\alpha}{J}$. O objetivo deste teste é verificar o comportamento dos preditores, dada a relação entre o parâmetro que mede o peso relativo da utilidade privada, α , e o parâmetro responsável pela parcela da utilidade social, J . Em outros termos, observar qual o comportamento dos preditores quando os agentes atribuem um peso relativo crescente à parte privada. Assim, o valor inicial em $\alpha = 0$, valor final $\alpha = 5,6202$ e J mantido constante em seu valor calibrado.

Ao analisar a Figura 3.9, observa-se uma tendência de queda das frações de agentes adotando os preditores estático e adaptativo quando a razão $\frac{\alpha}{J}$ se eleva. Assim, pode-se concluir que os agentes passam a utilizar o preditor VAR com

Figura 3.7: Evolução média da distribuição dos preditores em função de todos os agentes usarem o predictor adaptativo no período $t = 0$.



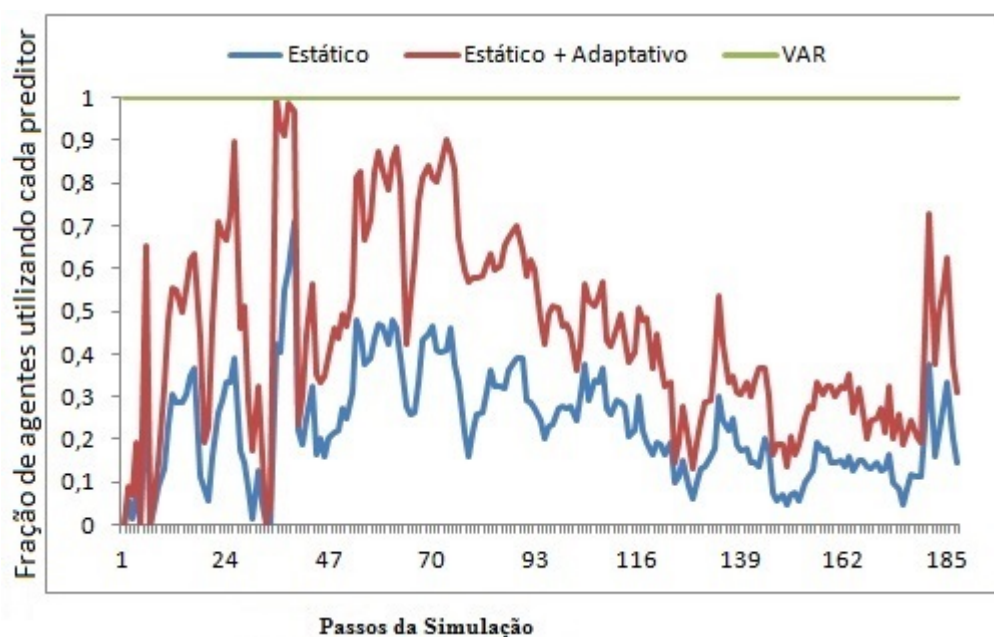
Fonte: Elaboração própria.

maior frequência quando o peso relativo da utilidade privada determinística aumenta. A explicação para esta ocorrência é que o predictor VAR oferece a melhor previsão ao longo das simulações. Desta forma, quando a razão $\frac{\alpha}{\beta}$ se eleva, o peso relativo da utilidade privada determinística aumenta e os agentes escolhem o predictor VAR com maior frequência.

O próximo parâmetro a ser avaliado é a intensidade de escolha, β . Como realizado na subseção 2.3.3, o parâmetro β assume valores positivos. Ademais, como no teste anterior, foram geradas 187 observações para cada um dos 101 valores equidistantes e extraiu-se a média das últimas 50 observações para cada valor. A Figura 3.10 apresenta a distribuição dos preditores em função do parâmetro β .

Como era esperado, quando o parâmetro β assume o valor zero, a escolha dos preditores utilizados pelos agentes torna-se igual. Segundo Brock & Hommes (1997, p. 1063), quando β tem seu valor elevado, todos os agentes passam a utilizar a estratégia que apresenta o melhor desempenho na previsão. Para este

Figura 3.8: Evolução média da distribuição dos preditores em função de todos os agentes usarem o predictor VAR no período $t = 0$.

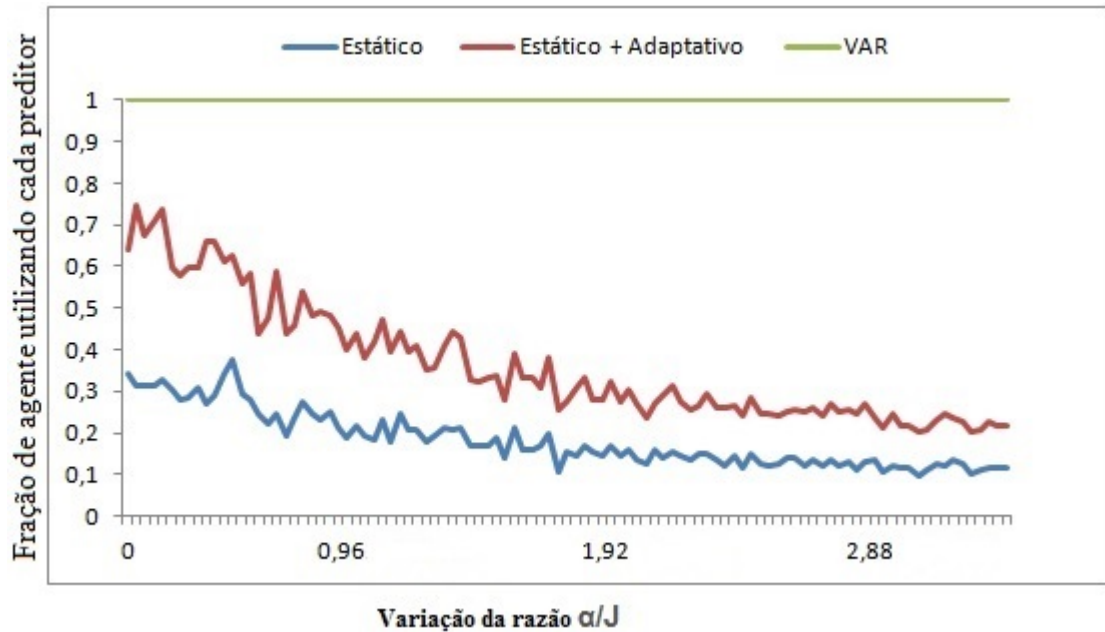


Fonte: Elaboração própria.

estudo, quando β se eleva, o predictor VAR passa a predominar. Portanto, o valor encontrado para o parâmetro na calibragem, 2,6278, reforça a presença de heterogeneidade no processo de formação de expectativas de inflação.

Ao analisar a Figura 3.10, verifica-se também que, quando o parâmetro β alcança o valor de cinco, ocorre a predominância total do predictor VAR. Este mesmo tipo de teste no modelo sem externalidades de rede, apresentado na Figura 2.9, mostrou que a predominância completa do predictor VAR ocorreu somente quando o parâmetro β assumia valores próximos a 100. Este resultado parece indicar que a inclusão de externalidades de rede traz uma maior racionalidade às decisões dos agentes. A explicação para isto é encontrada nas afirmativas de Gale & Kariv (2003), que salientam que a interação social possibilita que os agentes observem o processo de formação e a tomada de decisão dos agentes que se comunicam e, com isto, melhoram sua própria decisão. Portanto, quando os agentes encontram-se inseridos em um ambiente de interação social, estes terão um maior conjunto de informações para a tomada de decisão.

Figura 3.9: Evolução média da distribuição dos preditores em função da razão ($\frac{\alpha}{J}$). O valor inicial de α é 0 e o final é 5,62. O parâmetro J teve seu valor fixado em 1,7511.

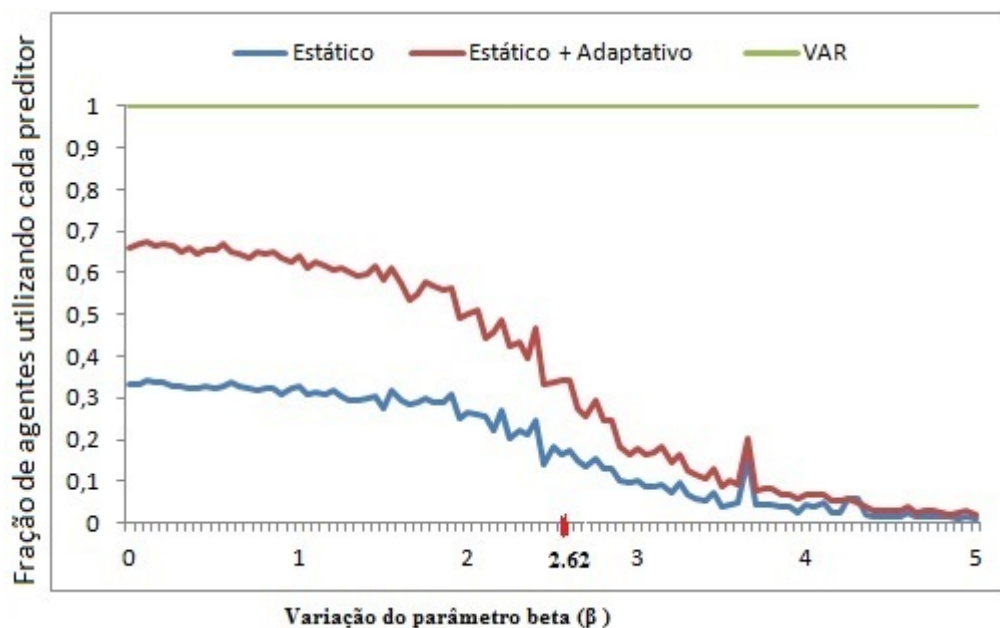


Fonte: Elaboração própria.

O próximo teste busca avaliar a distribuição dos preditores quando a estrutura de interação entre os agentes na rede varia de uma rede regular para uma rede aleatória, passando pela rede *small world*. Para este teste, realiza-se uma simulação com 187 passos para os 101 valores equidistantes em torno do parâmetro que avalia a estrutura de interação entre os agentes.

Ao analisar a Figura 3.11, observa-se uma queda nas frações de agentes utilizando os preditores estático e adaptativo quando o parâmetro p aumenta. Como ressaltado por [Bowden & McDonald \(2006, p. 2-3\)](#), quando os vizinhos dos agentes são os mesmos, o processo de aprendizagem fica fixo em um determinado preditor. Por sua vez, quando o parâmetro p se eleva, alguns vizinhos de cada agente certamente serão diferentes a cada período, assim haverá um contágio de informações sobre qual preditor oferece a melhor previsão. Desta forma, a informação se distribui com maior eficácia e os agentes passam a utilizar o

Figura 3.10: Evolução média da distribuição dos preditores em função do parâmetro beta (β).



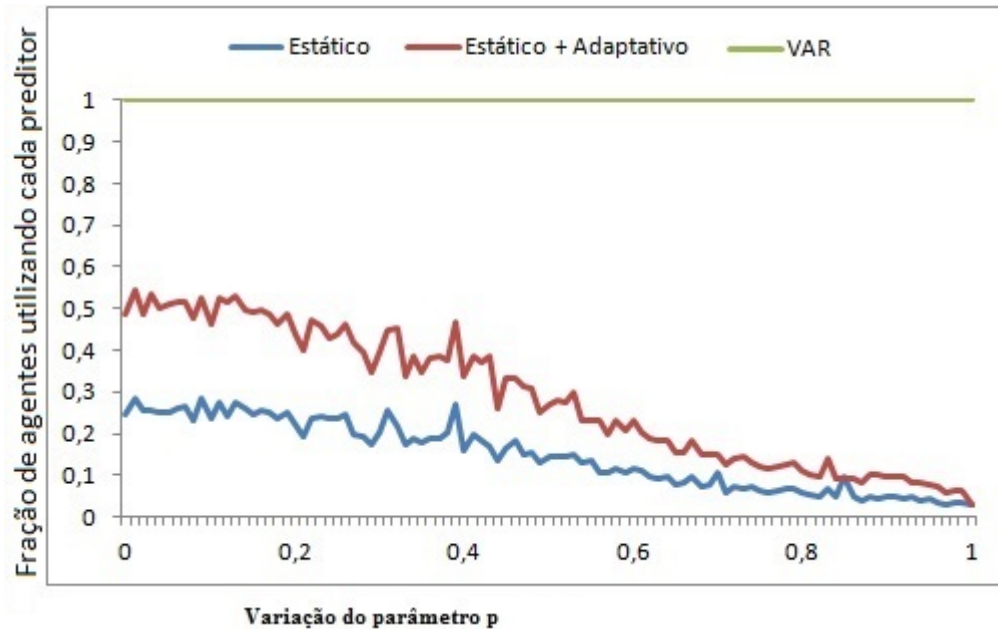
Fonte: Elaboração própria.

preditor VAR com maior frequência.

Lembre-se que o valor calibrado do raio de vizinhança de cada agente foi 1, ou seja, cada agente possui um vizinho no sentido horário e um vizinho no sentido anti-horário. O próximo teste busca avaliar qual o comportamento da distribuição dos preditores quando o raio de vizinhança dos agentes se altera. Para isto, considera-se que o raio de vizinhança de cada agente pode variar entre zero e cinquenta. Fixa-se cinquenta porque o número total de agentes no modelo é de 144. Assim, ao se considerar que cada agente tenha cinquenta vizinhos no sentido horário e cinquenta vizinhos no sentido anti-horário, preenche-se o requisito de que cada agente tenha um número elevado de vizinhos e ao mesmo tempo exclui-se a possibilidade de que cada agente seja vizinho de todos os demais agentes da população. Além disso, cabe salientar que para cada valor do raio de vizinhança será gerada uma simulação computacional com 187 passos, das quais retirar-se-á a média das últimas 50 observações.

Segundo [Bowden & McDonald \(2006, p. 3\)](#), quando o número de conexões

Figura 3.11: Evolução média da distribuição dos preditores em função do parâmetro p .

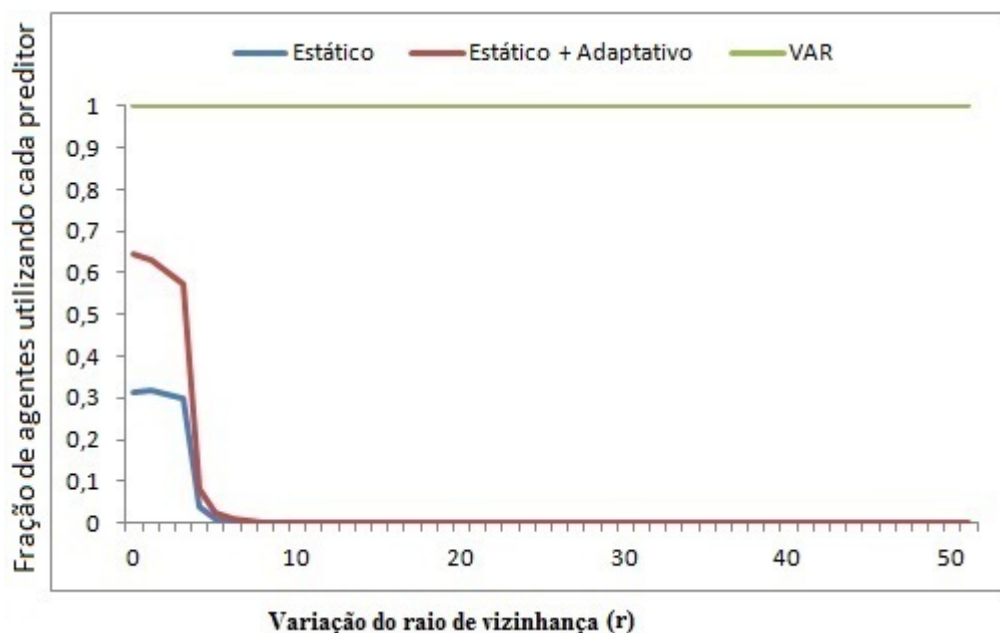


Fonte: Elaboração própria.

entre os agentes aumenta, a propagação da informação será mais rápida independente do tipo de rede. Para este teste, portanto, espera-se que ao aumentar o número de vizinhos do agente, a informação se dissemine com maior eficiência, de maneira que o processo evolucionário de seleção de estratégias acaba selecionando o melhor preditor. Em outros termos, a informação de qual preditor apresenta melhor desempenho de previsão irá rapidamente se distribuir entre todos os agentes e o uso deste preditor irá se difundir na população de agentes.

A Figura 3.12 apresenta os resultados para o teste proposto. Observa-se que existe heterogeneidade nos preditores de inflação enquanto o raio de vizinhança é igual ou inferior a 5. Para o raio de vizinhança superior a este valor, o preditor VAR torna-se predominante na população de agentes. Portanto, o valor encontrado na calibragem para o parâmetro, que foi 1, corrobora a hipótese da presença de heterogeneidade no processo de formação das expectativas de inflação para o caso brasileiro no período analisado.

Figura 3.12: Evolução média da distribuição dos preditores em função do raio de vizinhança. O valor inicial do raio de vizinhança é 0 e o final é 50.

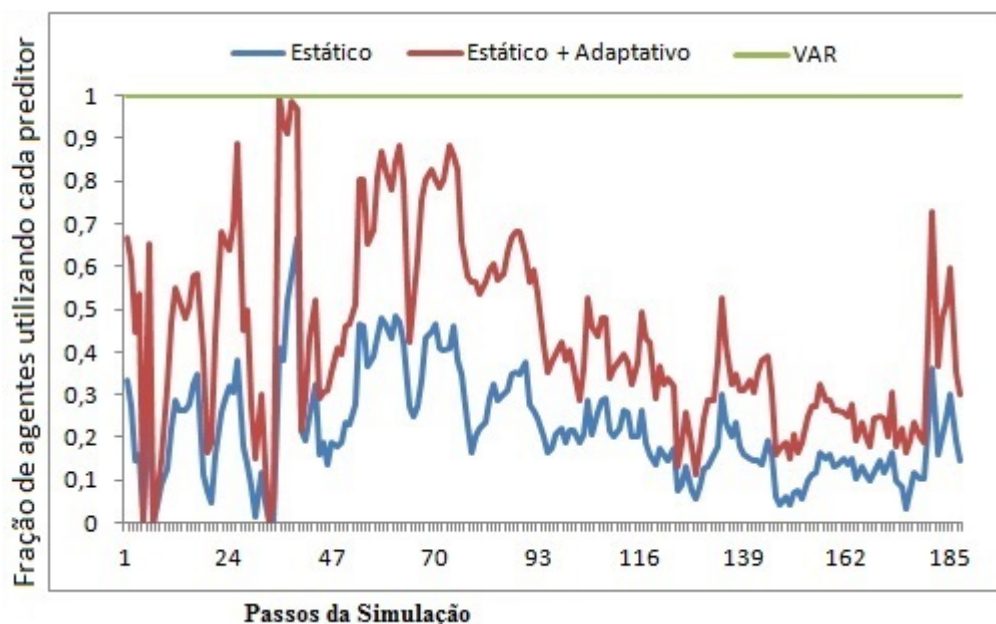


Fonte: Elaboração própria.

No modelo computacional baseado em agentes aqui proposto, o preditor mais utilizado pelos agentes é o VAR. Este preditor é o que apresenta o maior custo médio de implementação. Para avaliar se a hierarquia de custos médios é a única responsável pela presença e persistência da heterogeneidade de expectativas de inflação, passa-se a analisar a situação em que os agentes podem utilizar qualquer um dos preditores com custo médio nulo.

Como se vê na Figura 3.13, verifica-se que ao longo do período da simulação, o preditor VAR foi adotado, em média, por 59% dos agentes. Por sua vez, os preditores adaptativo e estático, respectivamente, foram adotados, em média, por 21% e 20% dos agentes ao longo da simulação. Ao comparar as Figuras 3.4 e 3.13, verifica-se que a proporção de agentes adotando o preditor VAR aumenta no cenário na qual os custos médios dos preditores são anulados. Todavia, ainda existem agentes adotando preditores que oferecem previsões com menor acurácia. Portanto, este resultado indica que heterogeneidade é uma propriedade robusta do modelo de formação de expectativas de inflação baseada em heurísticas com

Figura 3.13: Evolução média da distribuição dos preditores sem custos de informação dos preditores.



Fonte: Elaboração própria.

externalidades de rede.

3.5 Considerações finais

O presente capítulo elaborou um modelo de escolha ternária com externalidades de rede para avaliar a evolução na distribuição dos preditores de inflação. A cada período de tempo, cada agente podia adotar um único preditor entre três escolhas mutuamente excludentes (estático, adaptativo ou VAR) para prever a taxa de inflação mensal.

Os determinantes da tomada de decisão sobre o preditor de inflação de cada agente foi decomposto em três componentes, a saber: a acurácia de previsão menos o *custo médio do preditor* (atributos privados); interação social com os vizinhos (atributos sociais); e as habilidades cognitivas individuais (componente aleatório).

Os resultados obtidos na calibragem do modelo mostraram que a hierarquia

dos custos apresentada no trabalho de [Brock & Hommes \(1997\)](#) se manteve no presente estudo. O preditor estático foi o mais barato e o preditor VAR foi o mais custoso. Ao comparar os valores dos referidos parâmetros aos obtidos no capítulo 2, observou-se que todos os preditores tiveram uma redução em seu custo médio relativo. A possibilidade dos agentes se comunicarem e compartilharem opiniões quando se encontravam inseridos em uma rede explica este efeito.

Em seguida, verificou-se que havia persistência de heterogeneidade na distribuição dos preditores na simulação do modelo gerado com os parâmetros calibrados ao se assumir, como condição inicial, que os mecanismos de inflação eram utilizados de forma equitativa pela população dos agentes. Ao comparar os resultados do presente modelo com os do modelo sem externalidades de rede, observou-se que a frequência de agentes utilizando o preditor VAR aumentou. A explicação para esta ocorrência é que quando os agentes encontram-se inseridos no ambiente de interação social, estes olham as decisões passadas realizadas por seus vizinhos e melhoram a sua própria decisão ([Gale & Kariv 2003](#)).

Para testar a robustez do resultado anterior, realizou-se testes nos quais um único preditor poderia ser utilizado no início da simulação. Os resultados dos testes, novamente, mostraram a presença persistente da heterogeneidade na distribuição dos preditores de inflação. Portanto, este resultado indicou que a heterogeneidade é uma propriedade robusta do modelo computacional baseado em agentes calibrado com os dados do boletim Focus.

Posteriormente, foram realizados outros testes de robustez do modelo, nos quais se buscou avaliar o comportamento agregado do modelo quando o valor do parâmetro de interesse fosse alterado e os demais parâmetros fossem mantidos nos valores obtidos na calibragem. O primeiro destes testes foi alterar o parâmetro que mede o peso dos incentivos privados, α . Os resultados obtidos mostraram que, quando o parâmetro α se elevou, mantendo J , peso dos incentivos sociais, constante, o preditor VAR foi o mais adotado pelos agentes.

O próximo passo foi avaliar o parâmetro que mede o peso dos incentivos observáveis, β . Para este teste, observou-se que um beta próximo a 5 implicou a predominância completa do VAR. Todavia, para o modelo apresentado no capítulo 2, a predominância do VAR ocorreu apenas quando β encontrava-se próximo de 100. Portanto, a inclusão de externalidades de rede trouxe uma maior racio-

nalidade às decisões dos agentes econômicos.

Ao aumentar o grau de aleatoriedade da rede, verificou-se que a frequência de agentes adotando o preditor VAR aumentou. A explicação para este fato é que os vizinhos de cada agente certamente foram diferentes a cada período e a informação de qual preditor oferecia a melhor acurácia se difundiu com maior eficácia entre os agentes e estes, conseqüentemente, passaram a utilizar o preditor VAR com maior frequência.

Outra propriedade apresentada pelo modelo foi que, para valores do raio de vizinhança igual ou superior a cinco, a estratégia VAR emergiu como única entre os agentes. Isto ocorreu devido ao fato de que, quando o número de vizinhos do i -ésimo agente se elevou, a disseminação da informação de qual preditor oferecia a melhor acurácia melhorou, independentemente da tipologia de rede utilizada (Bowden & McDonald 2006, p. 3).

A inclusão de externalidades de rede no presente modelo permitiu que o processo de seleção dos preditores se tornasse mais eficaz em relação ao modelo sem externalidades de rede. Considerando isto, o próximo capítulo busca avaliar qual o efeito sob a volatilidade da inflação no caso em que os agentes devem prever a inflação futura para tomar suas decisões ótimas de consumo e oferta de trabalho em uma economia que coevolui com o processo de formação de expectativas de inflação baseada em heurísticas e sujeitas a externalidades de rede.

Capítulo 4

Volatilidade da inflação em um ambiente com formação de expectativas de inflação baseada em heurísticas e sujeita a externalidades de rede

4.1 A grande moderação

Os países com economias desenvolvidas apresentaram reduções na volatilidade do produto e da inflação ao longo do último quarto do século passado. Também foram observados movimentos semelhantes nas séries históricas das economias em desenvolvimento. Este movimento de redução da volatilidade tem recebido diferentes nomes, sendo comum encontrar os termos como "grande estabilidade", "grande moderação" e "Década Não Inflacionária e Expansionista (NICE)" ([Velde 2004](#)).

Um amplo campo de pesquisa tem focado nas possíveis explicações para a grande moderação. Grosso modo, os estudos que investigam as reduções das volatilidades nas variáveis econômicas dividem-se em duas distintas áreas. A primeira teoria afirma que as reduções da volatilidade do produto e da inflação

ocorrem devido a choques fiscais e monetários menores e as mudança nos canais de propagação destes choques (*Good Luck*)¹. Por sua vez, a segunda teoria destaca a melhora na estrutura e na condução das políticas fiscais e monetárias como base para a redução da volatilidade da inflação e do produto ² (Galí & Gambetti 2008, p. 27).

Stock & Watson (2003), dois dos principais autores da abordagem *Good Luck*, assim se manifestam sobre as explicações da Grande Moderação:

This moderation could come from two nonexclusive sources: smaller unforecastable disturbances (impulses) or changes in how those disturbances propagate through the economy (propagation). Although the propagation mechanism (as captured by VAR lag coefficients) appears to have changed over the past four decades, these changes do not account for the magnitude of the observed reduction in volatility (Stock & Watson 2003, p. 161).

Na abordagem *Good Luck*, a alta volatilidade nas variáveis econômicas é explicada por eventos adversos de grande magnitude. Assim, a volatilidade irá reduzir se estes eventos acontecem de maneira infrequente ou temporária. Portanto, os autores ligados a esta classe de estudo afirmam que a baixa volatilidade da inflação e do PIB, registrado nos últimos 20 anos, se deve fundamentalmente à ausência de grandes choques na economia (Summers 2005).

No entanto, Cecchetti et al. (2006) salientam que a teoria *Good Luck* apresenta falha em sua concepção ao não considerar em sua análise as diversas crises econômicas e financeiras ocorridas nos últimos anos e seus possíveis choques ³. Por sua vez, Giannone & Reichlin (2006) afirmam que os modelos econométricos que sustentam a teoria *Good Luck* são demasiadamente simples. Desta maneira, se modelos complexos com maior número de variáveis forem utilizados, a volatilidade da inflação ocorrerá devido às mudanças na propagação dos choques e não

¹ Utilizando dados da economia norte-americana e baseados em modelos econométricos, destacam-se os seguintes estudos nesta teoria: Stock & Watson (2003), Sims & Zha (2006), Hanson (2006) e Canova & Gambetti (2009).

² Clarida et al. (1998), Kahn et al. (2002) e Dynan et al. (2006) são exemplos de trabalhos nesta linha de estudo.

³ Nos anos 1990 e 2000, ocorreram crises nos países latino-americanos e asiáticos, bem como o aumento dos preços das matérias-primas.

mais devido ao tamanho destes. Ademais, [Bernanke \(2004\)](#) afirma que os modelos econométricos utilizados pela teoria *Good Luck* são incapazes de capturar o papel crucial da política monetária em estabilizar as expectativas inflacionárias. Isto dá a falsa impressão que *Good Luck* explica a redução da volatilidade na inflação, sendo que para o citado autor a principal responsável pela queda da volatilidade nesta variável é, de fato, a adoção de boas políticas pelos governos.

Como destaca [Clarida et al. \(1998, p. 4\)](#), desde os anos 1980 Bancos Centrais de diferentes países têm mudado a estrutura e sua forma de condução da política monetária. Assim, observa-se um aumento da independência e transparência destas instituições, bem como um maior comprometimento em manter a inflação baixa e estável. Portanto, a redução da volatilidade da inflação seria o resultado de um melhor gerenciamento da política monetária que reduz os efeitos de choques negativos na economia.

Buscando maior transparência e eficiência na condução da política monetária, Bancos Centrais de diferentes países adotaram o regime de meta de inflação. Segundo [Martínez \(2008, p. 92\)](#) metas inflacionárias apresentam uma série de benefícios para os países que a adotam, a saber, redução do nível da inflação; redução dos custos reais de desinflação; e ancoragem das expectativas inflacionárias de longo prazo.

Segundo [Bernanke \(2004\)](#), a política de meta de inflação foi bem sucedida em seus objetivos, uma vez que para ele a principal responsável pela redução da volatilidade da inflação na Grande Moderação foi esta política, a qual possibilitou uma melhor ancoragem das expectativas de inflação dos agentes privados. Além disso, [Svensson \(2010\)](#) mostra que esta ancoragem, quando bem sucedida, permite ao Banco Central efetuar choques exógenos na economia com maior flexibilidade e menor persistência inflacionária.

[Brazier et al. \(2008\)](#) buscam avaliar o papel do regime meta de inflação em ancorar as expectativas inflacionárias dos agentes privados e reduzir a volatilidade da inflação. Para tanto, os autores elaboram um modelo macrodinâmico no qual os agentes formam expectativas heterogêneas em um ambiente de racionalidade limitada. Mais precisamente, os autores desenvolvem um modelo monetário de gerações sobrepostas, no qual os agentes precisam prever a inflação futura e utilizam duas heurísticas: uma baseada na inflação defasada e a outra no desvio

da meta de inflação pré-anunciada pela autoridade monetária. As escolhas dos preditores adotados pelos agentes em cada período são baseadas no desempenho da acurácia de previsão das heurísticas, isto é, o preditor que fornece a melhor previsão da inflação futura no passado recente terá seu uso difundido na população de agentes.

No modelo elaborado por [Brazier et al. \(2008\)](#), os agentes formam expectativas individuais e as decisões de cada agente não influencia e nem é influenciada diretamente pelas decisões tomadas por outros agentes. No entanto, como já destacava Keynes em seu clássico artigo (*The general theory of employment*), diante da incerteza os agentes econômicos buscam realizar previsões próximas da média de outros analistas, uma vez que errar junto com os outros ocasiona menos desconforto e exige menos explicações do que errar sozinho. Buscando ilustrar sua afirmação, Keynes compara as previsões dos analistas para a bolsa de valores como um concurso de beleza de jornais, no qual os jurados não escolhem os rostos que acham mais bonitos, mas sim aqueles que parecem reunir as preferências dos outros julgadores.

Recentes desenvolvimentos matemáticos e computacionais forneceram o instrumental necessário para analisar explicitamente as redes de conexões individuais entre os agentes, possibilitando a incorporação de externalidades de redes no processo de formação de expectativas inflacionárias dos agentes.

Como visto na seção [3.2](#), diferentes argumentos são encontrados para justificar a utilização da interação social nos modelos macroeconômicos. Um deles se remete ao fato de que a comunicação pessoal, a discussão e o compartilhamento de opiniões influenciam a formação das expectativas dos agentes ([Farrell & Rabin 1996](#)). Um outro argumento destaca que, na presença de incerteza, os agentes econômicos são limitados na sua racionalidade e, conseqüentemente, observam o processo de formação e a tomada de decisão dos agentes com os quais se comunicam ([Tichy 1992](#)). Uma terceira justificativa pode ser encontrada no fato de que quando os resultados apresentam alto grau de risco, os agentes levam em consideração para a sua tomada de decisão fatores sociais e psicológicos ([West 1988](#)). Finalmente, cabe destacar que, nas tomadas de decisões, os agentes usam a experiência de um subconjunto da sociedade e, possivelmente, sua própria experiência ([Bowden & McDonald 2006](#)).

Motivado pelos argumentos acima, o presente estudo busca contribuir para a literatura sobre expectativas inflacionárias heterogêneas e suas implicações macroeconômicas, ao incorporar ao modelo de [Brazier et al. \(2008\)](#) a possibilidade de interação social entre os agentes como variável que afeta o processo de seleção dos preditores de inflação. Especificamente, este capítulo avalia se a inclusão de externalidades de rede como um dos determinantes do processo de formação de expectativas de inflação afeta a efetividade da ancoragem do regime de meta de inflação.

De fato, [Brazier et al. \(2008\)](#) não foram os primeiros autores a trabalhar com um modelo de gerações sobrepostas e heurísticas, mas sim [Brock & de Fontenay \(2000\)](#). Estes últimos avaliaram o comportamento dos preços quando os agentes podiam adotar diferentes heurísticas de previsão e o processo de seleção das heurísticas era baseado no seu desempenho passado. Utilizando um modelo de escolha discreta para fundamentar a mudança de heurísticas, os autores constataram que, caso os agentes tivessem uma baixa intensidade de escolha, o comportamento dos preços seria estável. Por sua vez, para valores relativamente grandes da intensidade de escolha, os preços apresentariam alta irregularidade.

O presente estudo está relacionado ao trabalho de [Salle et al. \(2013\)](#) apresentado na subseção 1.3. A primeira semelhança é que ambos os estudos utilizam a abordagem computacional baseada em agentes como instrumental para analisar o modelo. Outra semelhança é a possibilidade de os agentes utilizarem heurísticas de previsão de inflação e estas serem avaliadas em cada período com base na sua capacidade preditiva, de maneira que a heurística que apresentar melhor poder de acurácia passada possui maior probabilidade de ser utilizada no próximo período. No entanto, na modelagem utilizada por [Salle et al. \(2013\)](#), cada agente não conhece as decisões dos outros agentes quando realiza sua escolha do preditor e esta decisão não apresenta qualquer relação de interdependência com as decisões pretéritas dos demais agentes com os quais se relaciona. No presente trabalho, por sua vez, cada agente encontra-se inserido em uma rede de interação social e sua decisão sobre o preditor de inflação afeta e também é afetada pelas decisões dos demais agentes na sua vizinhança social.

Como apresentado anteriormente na seção 3.2, quando os agentes encontram-se inseridos em um ambiente de rede, a decisão de cada agente acaba influenciando

não só indiretamente, mas também diretamente as decisões de outros agentes através da aprendizagem, compartilhamento de opiniões ou outro tipo de externalidades. Como ressalta Britto (2006), este comportamento gera um processo de realimentação de *feedback* positivo na decisão de cada agente. No presente contexto, a interconexão no processo de formação de expectativas de inflação dos agentes pode, *a priori*, potencializar efeitos desestabilizadores. Assim, se um determinado agente utiliza a heurística com maior poder de previsão mas, ao buscar se adaptar ao comportamento predominante em seu grupo social ele acaba trocando de preditor e utilizando uma heurística com menor poder de previsão, sua decisão acaba contribuindo para aumentar a volatilidade da inflação. Por sua vez, se a heurística predominante em um determinado grupo social for a que apresenta melhor acurácia, todos os agentes deste grupo terão forte incentivo em adotar este preditor e a volatilidade da inflação será menor.

Este estudo também está relacionado à literatura de modelos de escolha discreta e à análise da dinâmica de mudanças sob heurísticas, proposta pioneira de Brock & Hommes (1997). Seguindo esta abordagem, na modelagem aqui desenvolvida os agentes escolhem um único preditor de um conjunto finito de alternativas e sua escolha depende, em parte, do desempenho de previsão passado. Todavia, diferentemente de Brock & Hommes (1997), no modelo aqui proposto, os agentes podem utilizar qualquer heurística sem custo e, além disso, o preditor utilizado por um determinado agente não é conhecido por todos, mas somente pelos agentes que ele interage diretamente (vizinhos sociais).

O restante deste capítulo encontra-se estruturado da seguinte forma. A seção 4.2 apresenta o modelo de gerações sobrepostas de Brazier et al. (2008) que será tomado como referência e que, posteriormente, será ampliado, bem como suas propriedades emergentes. Por sua vez, a seção 4.3 apresenta a extensão realizada e propriedades que dela resultam. Por fim, a seção 4.4 apresenta as considerações finais.

4.2 O modelo monetário de gerações sobrepostas de referência

4.2.1 O modelo estrutural

Brazier et al. (2008) elaboram um modelo de gerações sobrepostas, no qual a moeda permite transferir intertemporalmente o poder de compra e o crescimento nominal desta caracteriza o comportamento do Banco Central. Neste modelo, os indivíduos vivem por dois períodos. Os indivíduos quando jovens, trabalham e vendem o produto do seu trabalho ao preço P_t e acumulam uma quantidade nominal de moeda M_t . Os agentes jovens buscam maximizar o saldo entre a desutilidade do trabalho e a utilidade esperada do consumo futuro escolhendo o nível de trabalho a ser ofertado em t , L_t , e o nível de consumo em $t + 1$, C_{t+1} , com base em expectativas sobre o preço futuro, $E_t P_{t+1}$.

Quando os indivíduos jovens em t se tornam velhos em $t + 1$, seu consumo, neste último período, será determinado pelo valor real de seu estoque monetário acumulado, $\frac{M_t}{P_{t+1}}$. Mais precisamente, o indivíduo jovem resolve o seguinte problema de otimização:

$$\underset{(L_t, C_{t+1})}{Max} E_t \left[-\frac{L_t^{1+\eta}}{1+\eta} + \frac{C_{t+1}^{1-\alpha}}{1-\alpha} \right], \quad (4.1)$$

sujeito a

$$M_t = A_t L_t P_t, \quad (4.2)$$

$$C_{t+1} = \frac{M_t}{P_{t+1}}, \quad (4.3)$$

no qual $\eta > 0$ e $0 < \alpha < 1$ são constantes paramétricas, E_t indica a expectativa formada pelo indivíduo sobre a(s) variáveis futuras relevantes, A_t é a produtividade da economia em t e P_t é o nível de preço corrente.

Inserindo (4.2) em (4.3) e a equação daí resultante em (4.1), pode-se rees-

crever o problema de maximização do agente jovem como:

$$\underset{L_t}{Max} E_t \left[-\frac{L_t^{1+\eta}}{1+\eta} + \frac{1}{1-\alpha} \left(\frac{A_t L_t}{\Pi_{t+1}} \right)^{1-\alpha} \right], \quad (4.4)$$

sendo $\Pi_{t+1} \equiv \frac{P_{t+1}}{P_t}$.

A partir da condição de primeira ordem do problema de otimização anterior, encontra-se a quantidade ótima de trabalho a ser ofertada pelo agente jovem, a saber:

$$L_t = \left(\frac{A_t}{E_t \Pi_{t+1}} \right)^{\frac{1-\alpha}{\eta+\alpha}}. \quad (4.5)$$

Inserindo (4.5) em (4.2) e a equação daí resultante em (4.3), chega-se ao consumo ótimo em $t+1$ do agente jovem.

$$C_{t+1} = \left(\frac{A_t}{E_t \Pi_{t+1}} \right)^{\frac{1+\eta}{\eta+\alpha}}. \quad (4.6)$$

Ao observar (4.5) e (4.6), verifica-se que os agentes jovens devem formar expectativas sobre o nível de preço futuro para decidir a oferta de trabalho ótima e o nível de consumo futuro.

A expressão (4.5) log-linearizada é dada por:

$$l_t = \frac{1-\alpha}{\eta+\alpha} a_t - \frac{1-\alpha}{\eta+\alpha} E_t \pi_{t+1}, \quad (4.7)$$

na qual $l_t \equiv \ln L_t - \ln L$, $a_t \equiv \ln A_t - \ln A$ e $E_t \pi_{t+1} \equiv \ln E_t \Pi_{t+1} - \ln \Pi$ e L , A e Π são os valores de L_t , A_t e Π_t no estado estacionário, respectivamente⁴.

Conforme [Brazier et al. \(2008, p. 225\)](#), o nível de preço futuro não é conhecido *a priori*. A incerteza sobre esta variável é gerada por choques de produtividade, que segue um processo estocástico autoregressivo definido por:

$$A_t = A_{t-1}^p Z_t, \quad (4.8)$$

⁴Como, por definição $l_t = \ln L_t - \ln L$, usando (4.5), pode-se estabelecer que $l_t = \ln \left(\frac{A_t}{E_t \Pi_{t+1}} \right)^{\frac{1-\alpha}{\eta+\alpha}} - \ln \left(\frac{A}{\Pi} \right)^{\frac{1-\alpha}{\eta+\alpha}}$. Disto, segue que $l_t = \frac{1-\alpha}{\eta+\alpha} [(\ln A_t - \ln A) - (\ln E_t \Pi_{t+1} - \ln \Pi)]$.

sendo $\rho \in [0,1] \subset \mathbb{R}$, uma constante paramétrica e Z_t uma variável aleatória, cujo logaritmo é normalmente distribuído. A equação (4.8) log-linearizada é dada por:

$$a_t = \rho a_{t-1} + \zeta_t, \quad (4.9)$$

sendo $\zeta_t \equiv \ln Z_t - \ln Z$ o desvio em logaritmo da variável aleatória do seu valor no estado estacionário. Supõe-se que os resíduos dos choques da produtividade são um ruído branco, isto é, tem média zero e variância constante.

Sejam M e P os valores de M_t e P_t no estado estacionário, respectivamente. Por definição $m_t \equiv \ln \frac{M_t}{P_t} - \ln \frac{M}{P}$. Com base em (4.2), $m_t = \ln A_t L_t - \ln AL = a_t + l_t$. Finalmente, usando (4.7) chega-se a:

$$m_t = \frac{1 + \eta}{\eta + \alpha} a_t - \frac{1 - \alpha}{\eta + \alpha} E_t \pi_{t+1}. \quad (4.10)$$

Ao analisar a equação (4.10), verifica-se que a demanda por moeda acumulada pelos jovens depende da inflação esperada futura. Desta forma, se a inflação esperada futura for alta, o valor real de seu estoque monetário acumulado em $t+1$ será reduzido. Para evitar perda de bem-estar, os agentes jovens demandam menos moeda no período t .

Seja D_t a quantidade de produto comprado pelo governo do setor privado. Logo, o gasto nominal do governo é dado por $P_t D_t$. Portanto, o estoque nominal de moeda evolui conforme a seguinte expressão:

$$M_t = M_{t-1} + P_t D_t, \quad (4.11)$$

Segundo [Brazier et al. \(2008, p. 224\)](#), o valor das compras do governo é igual ao aumento da oferta nominal de moeda, ou seja, $P_t D_t = G_t M_{t-1}$, na qual G_t é a taxa de crescimento do estoque nominal de moeda. Desta forma, a equação (4.11) pode ser reescrita como:

$$M_t = M_{t-1} + G_t M_{t-1} = (1 + G_t) M_{t-1}, \quad (4.12)$$

Multiplicando ambos os lados da (4.12) por $\frac{1}{P_t}$ esta pode ser reescrita como segue:

$$\frac{M_t}{P_t} = (1 + G_t) \frac{M_{t-1}}{P_{t-1}} \frac{P_{t-1}}{P_t}. \quad (4.13)$$

A equação (4.13) log-linearizada é dada por:

$$m_t = \ln(1 + G_t) - \ln(1 + G) + m_{t-1} - \pi_t, \quad (4.14)$$

na qual $m_{t-1} \equiv \ln \frac{M_{t-1}}{P_{t-1}} - \ln \frac{M}{P}$ e $\pi_t \equiv \ln \frac{1}{\Pi_t} - \ln \frac{1}{\Pi}$ representam os respectivos desvios em logaritmo dos seus valores no estado estacionário. Em seguida, tomando a aproximação de Taylor de primeira ordem da função $\ln(1 + G_t)$ no ponto $1 + G$, a equação (4.14) pode ser aproximada como segue:

$$m_t = \frac{G_t - G}{1 + G} + m_{t-1} - \pi_t. \quad (4.15)$$

Segundo Brazier et al. (2008, p. 226), no estado estacionário $1 + G = \Pi$. Portanto, a taxa de crescimento nominal da moeda no estado estacionário é dada por:

$$m_t = \Pi^{-1} g_t + m_{t-1} - \pi_t. \quad (4.16)$$

sendo $g_t \equiv G_t - G$.

Em suma, o modelo estrutural de Brazier et al. (2008) é formado pelo sistema composto pelas equações (4.7), (4.9), (4.10) e (4.16).

4.2.2 Política monetária ótima sob expectativas racionais

Como visto, no modelo apresentado anteriormente, os agentes jovens escolhem otimamente a quantidade de trabalho a ser ofertada e o nível de consumo futuro. Para tanto, os agentes devem realizar previsões da inflação futura. Incerteza sobre o preço futuro é gerado por choques na produtividade que afetam a demanda por moeda. Caso a procura por moeda seja maior (menor) que a oferta de moeda, a inflação será menos (mais) volátil. Portanto, a condução da política monetária desempenha um papel importante nesta economia.

De acordo com Brazier et al. (2008, p. 226), sob expectativas racionais, a

autoridade monetária se compromete com uma regra de política monetária que é invariante a mudanças na produtividade. A taxa de crescimento nominal da moeda, g_t , é conduzida de maneira ótima e tem por finalidade maximizar o bem-estar de jovens e velhos.

Segundo [Brazier et al. \(2008, p. 226\)](#), a função de bem-estar a ser maximizada é dada pela desutilidade do trabalho do agente jovem e o consumo do agente velho no mesmo período. Formalmente:

$$W_t = -\frac{L_t^{1+\eta}}{1+\eta} + \frac{C_t^{1-\alpha}}{1-\alpha}. \quad (4.17)$$

Aplicando uma aproximação de Taylor de segunda ordem na equação (4.17), a expectativa não condicional do desvio da medida de bem-estar com relação ao seu nível no estado estacionário, W , é dada por:

$$E[W_t - W] = -\frac{\eta}{2}E[l_t^2] - \frac{\alpha}{2}E[c_t^2], \quad (4.18)$$

na qual c_t representa o desvio em logaritmo do consumo do agente velho em t com relação a seu respectivo valor do estado estacionário. Observa-se que o bem-estar dos jovens e velhos é maximizado quando a oferta de trabalho do jovem e o consumo do velho não desviam dos seus respectivos valores no estado estacionário.

Sob expectativas racionais, a política monetária ótima responde a variações na produtividade da economia e com isto é capaz de eliminar a volatilidade do trabalho e do consumo que causam perdas de bem-estar para jovens e velhos, respectivamente. Considerando isto, a taxa de crescimento nominal da moeda ótima pode ser tomada, genericamente, como uma função linear da produtividade:

$$g_t = \chi a_t, \quad (4.19)$$

sendo $\chi > 0$ uma constante paramétrica.

Considerando-se a regra de política monetária (4.19) e supondo-se que as expectativas são racionais, o modelo estrutural (4.7), (4.9), (4.10) e (4.16) pode

ser solucionado como segue. Adiantando-se em um período a equação (4.16) e aplicando o operador de esperança condicional, obtém-se:

$$E_t m_{t+1} = \frac{\chi}{\Pi} \rho a_t + m_t - E_t \pi_{t+1}, \quad (4.20)$$

da qual resulta:

$$E_t \pi_{t+1} = \frac{\chi}{\Pi} \rho a_t + m_t - E_t m_{t+1} \quad (4.21)$$

Substituindo (4.21) em (4.10), chega-se a:

$$m_t = \frac{1 - \alpha}{1 + \eta} E_t m_{t+1} + \left[\frac{1 + \eta - (1 - \alpha) \rho \frac{\chi}{\Pi}}{1 + \eta} \right] a_t \quad (4.22)$$

Por fim, utilizando o método dos coeficientes indeterminados, a solução da equação (4.22) é dada por:

$$m_t = \frac{1 + \eta - (1 - \alpha) \rho \frac{\chi}{\Pi}}{1 + \eta - (1 - \alpha) \rho} a_t, \quad (4.23)$$

A trajetória da inflação sob expectativas racionais é obtida inserindo-se (4.23) e (4.9) em (4.16).

$$\pi_t = \left[\frac{\chi}{\Pi} \rho + \frac{1 + \eta - (1 - \alpha) \rho \frac{\chi}{\Pi}}{1 + \eta - (1 - \alpha) \rho} (1 - \rho) \right] a_{t-1} + \left[\frac{\chi}{\Pi} - \frac{1 + \eta - (1 - \alpha) \rho \frac{\chi}{\Pi}}{1 + \eta - (1 - \alpha) \rho} \right] \zeta_t. \quad (4.24)$$

Para o caso no qual o Banco Central conduz a política monetária como se a economia fosse regida por expectativas racionais, $\chi = \Pi$, a inflação em (4.24) passa a ser dada por $\pi_t = a_{t-1}$. Quando $\chi = \Pi$, o valor real dos saldos monetários acumulados pelos jovens não sofrerão influências da produtividade e os jovens não terão incentivos para alterarem suas ofertas de trabalho em resposta às mudanças na produtividade. Portanto, todas as perdas de bem-estar geradas pela instabilidade serão eliminadas, ou seja, c_t e l_t não desviam dos seus respectivos valores no estado estacionário.

4.2.3 Impactos da política monetária sob expectativas de inflação heterogêneas

Previsão de inflação futura sob heurísticas

Uma vez solucionado, analiticamente, o modelo sob a hipótese de expectativas racionais, os resultados deste foram utilizados por [Brazier et al. \(2008\)](#) como referência para avaliar a situação na qual os agentes adotam heurísticas para prever a inflação futura.

A utilização de heurísticas para prever a inflação é bastante comum em estudos macroeconômicos. Segundo [Hommes \(2011\)](#), e como já destacado no capítulo 1, os principais argumentos em favor da sua utilização são que formar expectativas racionais acarreta um alto custo para obter e processar os dados e que os agentes econômicos não possuem a capacidade cognitiva necessária para processar todas as informações. Desta forma, adotar regras de bolso em vez de formar expectativas racionais para prever a inflação, seria um comportamento racional.

No trabalho de [Brazier et al. \(2008\)](#) cada agente pode utilizar uma de duas heurísticas para prever a inflação, a saber:

$$E_{1,t}\pi_{t+1} = \pi_{t-1} \quad (4.25)$$

e

$$E_{2,t}\pi_{t+1} = 0. \quad (4.26)$$

A primeira heurística é baseada na inflação defasada. Como visto no capítulo 1, esta heurística de previsão estabelece a inflação esperada igual à última inflação observada. Por sua vez, a heurística (4.26) fixa a inflação futura igual à meta de inflação. Como π_t representa o desvio (em termos logarítmicos) da inflação observada com respeito à meta de inflação pré-anunciada pela autoridade monetária, tem-se que a heurística (4.26) prevê um desvio nulo da inflação observada.

As heurísticas adotadas pelos agentes em cada período são selecionadas de acordo com a acurácia de previsão das inflações passadas. A função objetivo que

avalia o desempenho de previsão das heurísticas é dada por:

$$F_{i,t} = \frac{-1}{H} \sum_{j=1}^H (\pi_{t-j} - E_{i,t-j-1} \pi_{t-j})^2, \quad (4.27)$$

na qual $F_{i,t}$ é a acurácia da heurística do tipo $i = 1, 2$ e H o número de períodos passados nos quais as acurácias das heurísticas são avaliadas.

Como visto na subseção 2.2, os agentes são maximizadores de utilidade e buscam a cada período de tempo escolher a heurística que traz maior benefício em um ambiente que coevolui com suas escolhas. Levando em consideração o presente contexto, os agentes preferem preditores que têm o melhor desempenho na previsão. Portanto, quanto melhor for a previsão realizada pela heurística no passado recente, maior a fração de agentes que a utilizam no presente. A fração de agentes escolhendo cada heurística é determinada por:

$$n_{i,t} = \frac{e^{(\beta F_{i,t})}}{e^{(\beta F_{i,t})} + e^{(\beta F_{i',t})}} = \frac{1}{1 + e^{-\beta((F_{i,t}) - (F_{i',t}))}}, \quad (4.28)$$

sendo $\beta > 0$ o parâmetro que mede a *intensidade de escolha* das heurísticas; $i = 1, 2$; $i' = 1, 2$ e $i \neq i'$. Como já destacado na seção 2.2, um valor de β próximo de zero torna as escolhas das heurísticas equiprováveis, independente dos valores observados na acurácia de previsão. Por sua vez, um valor de β relativamente grande indica que a estratégia que apresentar melhor acurácia nas previsões será muito provavelmente a escolhida.

Segundo Brazier et al. (2008), a expectativa de inflação agregada pode ser definida em função da fração dos agentes que utilizam cada heurística de previsão. Mais precisamente, a expectativa de inflação agregada dos agentes é expressa como a média ponderada das heurísticas de inflação:

$$E_t \pi_{t+1} = n_{1,t} E_{1,t} \pi_{t+1} + (1 - n_{1,t}) E_{2,t} \pi_{t+1}, \quad (4.29)$$

a qual, levando em consideração (4.25) e (4.26), torna-se:

$$E_t \pi_{t+1} = n_{1,t} \pi_{t-1}. \quad (4.30)$$

Portanto, as equações (4.7) e (4.10) que se referem a oferta de trabalho e a demanda real por moeda, respectivamente, podem ser reescrita como segue:

$$l_t = \frac{1 - \alpha}{\eta + \alpha} a_t - \frac{1 - \alpha}{\eta + \alpha} n_{1,t} \pi_{t-1}, \quad (4.31)$$

e

$$m_t = \frac{1 + \eta}{\eta + \alpha} a_t - \frac{1 - \alpha}{\eta + \alpha} n_{1,t} \pi_{t-1}. \quad (4.32)$$

O modelo com heurísticas passa agora a ser composto pelas equações (4.9), (4.16), (4.31) e (4.32). Além destas equações, far-se-á uso do bloco de formação de expectativas baseada em heurísticas (4.25) - (4.30).

Antes de apresentar os resultados que emergem do modelo de Brazier et al. (2008), cabe salientar que a inflação corrente sob heurísticas é endógena, isto é, gerada no processo dinâmico de coevolução dos choques de produtividade e fração de agentes que adota cada uma das duas possíveis heurísticas de previsão. Desta maneira, os agentes adotam heurísticas para prever a inflação futura e a inflação corrente é gerada *ex-post*.

Volatilidade da inflação sob expectativas de inflação heterogêneas

Com a finalidade de avaliar a volatilidade da inflação na ocasião em que os agentes utilizam heurísticas para prever a inflação futura, Brazier et al. (2008) realizam três experimentos. Em todos estes, os valores dos parâmetros adotados pelos citados autores foram: $\eta = 0,2$; $\alpha = 0,41$; $\Pi = 1,02$; $\rho = 0,925$; $\sigma^2 = 0,000075$; $\beta = 100.000$; e $H = 50$.

No primeiro experimento, Brazier et al. (2008) analisam o caso no qual todos os agentes utilizam a expectativa defasada ao longo de todos os T períodos da simulação, isto é, $n_{1,t} = 1, \forall t = 1, 2, \dots, T$. Para obter a variância da inflação na presença de heurísticas são realizadas 1.000 replicações de *Monte Carlo* de 20.000 períodos cada uma. Além disso, assume-se que o Banco Central conduz a política monetária como se a economia fosse regida pelas expectativas racionais,

ou seja, a condução da política monetária é dada por (4.19) e $\chi = \Pi$.

Para este experimento, conforme sintetizado na Tabela 4.1, a volatilidade da inflação é 10,2 vezes superior ao caso no qual o modelo é solucionado via expectativas racionais. Este resultado vai ao encontro da afirmativa de Assenza et al. (2013), os quais afirmam que regras de aprendizagem que se baseiam nos erros passados podem gerar maior volatilidade na inflação.

Brazier et al. (2008) fazem a mesma análise usando a hipótese do extremo oposto, qual seja, $n_{1,t} = 0, \forall t = 1, 2, \dots, T$. Para este teste, a volatilidade da inflação se reduz, porém ainda continua superior à situação na qual o modelo é solucionado via expectativas racionais. A volatilidade da inflação sob a predominância total da heurística de meta de inflação foi 1,29 vezes superior ao caso de expectativas racionais. Portanto, devido ao baixo valor encontrado para a volatilidade da inflação comparado ao caso no qual todos os agentes utilizam a heurística de inflação defasada, pode-se inferir que esta heurística tem o potencial de ancorar as expectativas inflacionárias dos agentes.

Tabela 4.1: Variância da inflação com predominância total de uma das heurísticas de inflação.

	Inflação defasada	Meta de Inflação
Variância da Inflação	1020	129
5 ^o percentil	918	127
95 ^o percentil	1110	130

Fonte: Brazier et al. (2008, p. 235)

No segundo experimento, os autores buscam verificar o comportamento da volatilidade da inflação na situação em que os agentes podem mudar a heurística de previsão no decorrer do período da simulação, isto é, cada agente pode a cada passo da simulação alterar o preditor que será utilizado para prever a inflação futura e esta escolha é baseada na acurácia de previsão das heurísticas.

Como salientado por Brazier et al. (2008, p. 236), para obter a variância da inflação foram realizadas 1.000 replicações de 200.000 períodos. Todavia, a variância foi obtida com os dados das últimas 20.000 observações. Segundo os autores, tal procedimento elimina os possíveis vieses da condição inicial, sobre

a qual se assume que todos os agentes começavam cada simulação utilizando a heurística de inflação defasada. Ademais, a política monetária segue sendo conduzida sob forma ótima em expectativas racionais. A Tabela 4.2 apresenta o resultado do experimento.

Tabela 4.2: Variância da inflação com escolhas de heurísticas e política monetária sob expectativa racional.

	Mudança de heurísticas
Variância da inflação	165
5 ^o percentil	163
95 ^o percentil	166

Fonte: Brazier et al. (2008, p. 236)

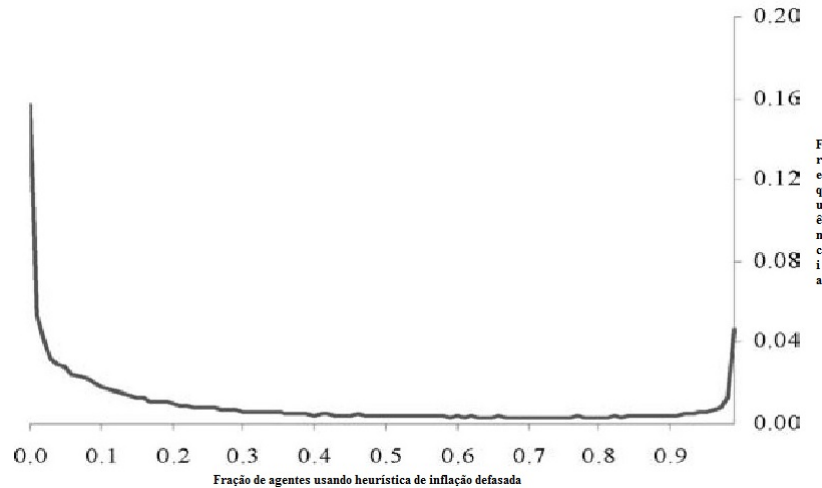
A volatilidade da inflação foi 1,65 superior à situação na qual o modelo é resolvido via expectativas racionais. Portanto, observa-se que a volatilidade da inflação foi inferior ao caso no qual todos os agentes adotavam a heurística de inflação defasada, e superior à situação em que todos os agentes utilizavam a heurística de meta de inflação.

Segundo Brazier et al. (2008, p. 238), as mudanças de heurísticas são importantes para explicar o comportamento das variáveis endógenas do modelo. Os autores mostram que a proporção de agentes que adotam a heurística de inflação defasada se altera ao longo da simulação. Assim, existem situações em que todos os agentes utilizam este preditor, mas geralmente estes episódios são raros, e momentos que nenhum agente utiliza a inflação defasada para prever a inflação futura. A Figura 4.1 apresenta um histograma que mostra a frequência com que a heurística de inflação defasada é adotada pelos agentes nas 20.000 últimas observações da simulação.

Ao analisar a Figura 4.1, observa-se que em 16% dos 20.000 passos da simulação, a heurística de inflação defasada não foi utilizada pelos agentes. Por sua vez, em 5% das vezes esta heurística foi utilizada por todos os agentes. Portanto, em 79% das vezes ambas as heurísticas estavam sendo adotadas na população de agentes.

No terceiro experimento, Brazier et al. (2008) buscam avaliar a volatilidade da inflação na situação em que a autoridade monetária conduz a política mo-

Figura 4.1: Histograma de adoção da heurística de inflação defasada com política monetária sob expectativas racionais.



Fonte: Brazier et al. (2008, p. 238)

netária buscando se adaptar às heurísticas, isto é, a política monetária não é conduzida sob regra ótima em expectativas racionais como nos dois experimentos anteriores. Segundo Brazier et al. (2008, p. 241), embora a condução da política monetária na presença de heurísticas ainda busque maximizar a função de bem-estar dos agentes expressa pela equação (4.18), a política monetária sob heurísticas passa a reagir a duas importantes variáveis do modelo: produtividade (a_t) e inflação esperada agregada. Assim, a taxa de crescimento nominal da moeda sob heurísticas é tomada como função destas duas variáveis:

$$g_t = \chi_1 a_t + \chi_2 E_t \pi_{t+1}, \quad (4.33)$$

onde χ_1 e χ_2 são parâmetros, cujo o par de valores que maximiza o bem-estar (4.18) são $\chi_1 = 2$ e $\chi_2 = -1,75$, estimado numericamente.

Para a realização deste teste, os agentes podiam alterar a heurística de inflação de acordo com a acurácia de previsão passada. Com a finalidade de obter a variância da inflação foram realizadas 1.000 replicações de 200.000 períodos. Para eliminar os possíveis vieses da condição inicial, na qual todos os agentes co-

meçavam cada simulação utilizando a heurística de inflação defasada, a variância da inflação foi obtida com as últimas 20.000 observações.

Conforme a Tabela 4.3, a volatilidade da inflação foi 1,63 superior ao caso em que o modelo é solucionado via expectativas racionais. Desta maneira, observa-se uma pequena redução na volatilidade da inflação em relação ao experimento anterior no qual a política monetária é conduzida como se os agentes formassem expectativas racionais.

Tabela 4.3: Variância da inflação com escolhas de heurísticas e política monetária adaptando heurísticas.

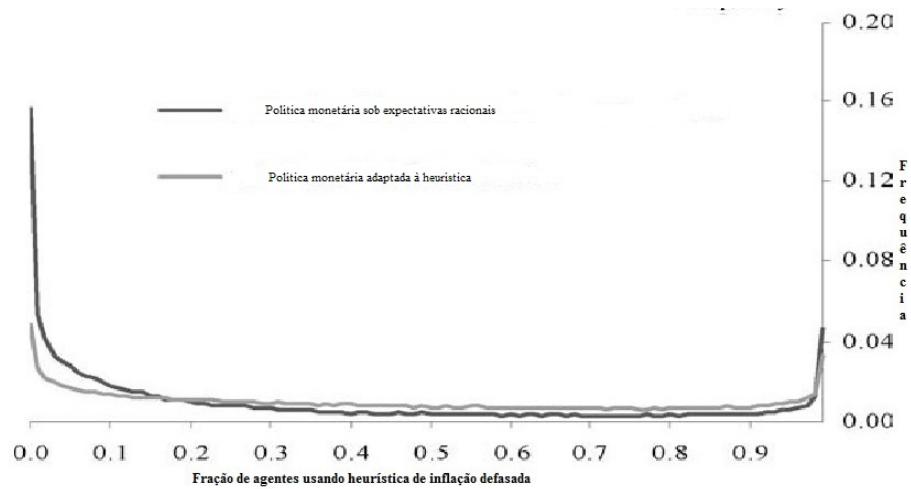
	Mudança de heurísticas
Variância da inflação	163
5 ^o percentil	158
95 ^o percentil	168

Fonte: Brazier et al. (2008, p. 245)

A Figura 4.2 apresenta um histograma que mostra a frequência com que a heurística de inflação defasada é adotada pelos agentes nos 20.000 últimos passos da simulação. Ao observar a Figura 4.2, verifica-se que em 5% das 20.000 observações da simulação, a heurística de inflação defasada não foi adotada pelos agentes. Portanto, esta porcentagem se reduz em comparação ao experimento anterior. Por sua vez, em 5% das vezes esta heurística foi utilizada por todos os agentes. Em comparação com ao experimento análogo, esta porcentagem se mantém estável. Desta maneira, verifica-se um aumento da frequência em que ambas as estratégias são utilizadas na população de agentes.

Por fim, os autores verificam qual regra de condução de política monetária minimiza a perda de bem-estar dos agentes. Esta análise é obtida ao realizar um experimento no qual fixa-se diferentes valores para a fração de agentes que adota a heurística de inflação defasada e calcula-se o bem-estar gerado em cada respectivo valor. Conforme se observa na Figura 4.3, independente da fração de agentes que utilizam cada heurística, a menor perda de bem-estar dos agentes é registrado na ocasião em que a política monetária leva em consideração a mudança de heurísticas em relação à situação na qual a política monetária era conduzida de

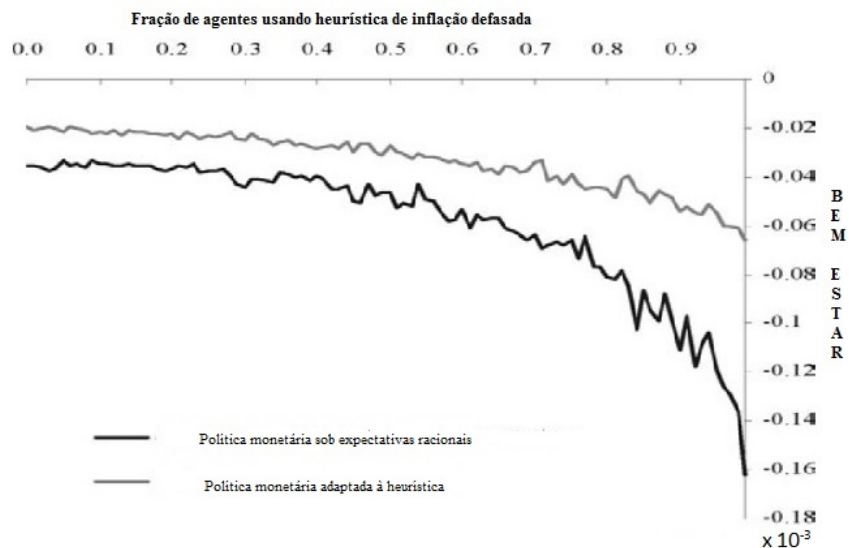
Figura 4.2: Histograma de adoção da heurística de inflação defasada sob regras alternativas de política monetária.



Fonte: Brazier et al. (2008, p. 247)

forma ótima sob expectativas racionais.

Figura 4.3: Bem-estar dos agentes sob regras alternativas de política monetária.



Fonte: Brazier et al. (2008, p. 244)

Em suma, em uma economia na qual o Banco Central conduz a política monetária como se os agentes formassem expectativas racionais, a volatilidade da inflação será alta se todos os agentes adotarem a heurística de inflação defasada. Por sua vez, esta volatilidade se reduz se todos os agentes adotam a heurística de meta de inflação. Ainda sob esta mesma regra de condução da política monetária com os agentes podendo escolher a heurística, a volatilidade da inflação é superior ao caso em que todos os agentes adotam meta de inflação e inferior à situação na qual todos os agentes utilizam inflação defasada. Por fim, quando o Banco Central conduz a política monetária buscando se adaptar às mudanças de heurísticas, a volatilidade da inflação se reduz e a perda de bem-estar dos agentes é menor em comparação ao experimento análogo.

4.3 Um modelo monetário de gerações sobrepostas com expectativas de inflação interativas

Propõe-se nesta seção uma extensão do modelo de [Brazier et al. \(2008\)](#) com o intuito de avaliar se o efeito de rede sobre o processo de seleção das heurísticas de previsão altera os resultados encontrados por estes autores para a volatilidade da inflação. Em outros termos, busca-se avaliar se os resultados alcançados por [Brazier et al. \(2008\)](#) são sensíveis à inclusão da interação social como variável que influencia a tomada de decisões dos agentes.

Na abordagem da interação social, a decisão do agente i afeta e também é afetada pelas decisões dos seus vizinhos sociais. [Bowden & McDonald \(2006\)](#) afirmam que comunicação interpessoal, discussão, interação e compartilhamento de opiniões são variáveis que influenciam a formação das expectativas dos agentes. Por sua vez, [Gale & Kariv \(2003\)](#) afirmam que, ao se introduzir a interação social, os agentes conectados melhoram as suas decisões ao observar quais as decisões feitas por seus vizinhos, e que este comportamento é racional porque as decisões dos vizinhos podem ter alguma informação que seja importante.

[Goyal \(2007\)](#) salienta que as expectativas sob as ações dos outros agentes desempenham um importante papel no estabelecimento das ações ótimas de cada agente. Além disso, o autor afirma que os agentes buscam coordenar suas ações,

e uma vez que tenham alcançado esta coordenação, pode não ser interessante para qualquer agente desviar da norma padrão de comportamento estabelecida. Adaptando-se ao presente estudo, um agente poderá alterar a heurística de previsão porque todos os outros vizinhos mudaram e, conseqüentemente, a volatilidade da inflação aumenta.

Portanto, busca-se avaliar como a interação social pode influenciar o comportamento da volatilidade da inflação. A interação social entre os agentes pode influenciar a volatilidade da inflação por duas vias: aumentar a volatilidade da inflação, isto ocorrerá caso os agentes busquem seguir o comportamento predominante de seus vizinhos e utilizem um preditor de inflação com menor poder de acurácia. Por outro lado, se os agente utilizam a heurística de melhor acurácia e seus vizinhos utilizam este mesmo preditor, os agentes terão um incentivo (privado e social) para mantê-lo. Uma vez que a coordenação entre grupos tenha sido alcançada, todos os agentes irão adotar o preditor de melhor acurácia ao longo das simulações e a volatilidade da inflação será menor.

4.3.1 Estrutura do modelo computacional

O presente estudo incorpora ao modelo de [Brazier et al. \(2008\)](#) a interdependência entre as escolhas individuais de heurísticas de previsão de inflação, isto é, os agentes influenciam e são influenciados pelas escolhas dos outros agentes (vizinhos sociais). Neste contexto, um agente i deste sistema econômico deve escolher uma alternativa, mutuamente excludente, de um campo de escolha finito $\{1, 2\} \subset \mathbb{N}$, na qual $\sigma_i \in \{1, 2\}$ representa a escolha (ou estado) do i -ésimo agente em um dado momento. As escolhas representarão os preditores de inflação utilizados pelos agentes para prever a inflação futura em cada período de tempo. Desta forma, se $\sigma_i = 1$, isto significa que o i -ésimo agente utiliza a heurística inflação defasada. Por sua vez, caso $\sigma_i = 2$, isto indica que o agente i utiliza a heurística de desvio da meta de inflação pré-anunciada pela autoridade monetária.

A cada período de tempo t , o i -ésimo agente busca escolher a estratégia que apresenta a maior utilidade total entre as possíveis estratégias do seu campo de escolha $\{1, 2\}$. A utilidade total de um determinado indivíduo, daqui em di-

ante denotada por $U(\sigma_i)$, é dada pela soma da utilidade determinística, U^d , e da utilidade privada aleatória, $\varepsilon(\sigma_i)$. Formalmente:

$$U(\sigma_i) = U^d(\sigma_i) + \varepsilon(\sigma_i). \quad (4.34)$$

Assumindo-se que existem efeitos de vizinhança, a utilidade determinística pode ser decomposta em utilidade privada determinística (motivações privadas individuais), denotada por $U^p(\sigma_i)$, e utilidade social determinística (escolhas que este agente espera que seus vizinhos farão ou observação da decisão que seus vizinhos tomaram), denotada por $U^s(\sigma_i)$. Assim, a utilidade determinística pode ser expressa como segue:

$$U^d(\sigma_i) = U^p(\sigma_i) + U^s(\sigma_i). \quad (4.35)$$

Os incentivos explícitos e de caráter privado individual, no presente cenário, estão associados aos desempenhos de previsão obtido por cada preditor. Desta maneira, seguindo [Brazier et al. \(2008\)](#), a utilidade privada do i -ésimo agente será dada pela equação (4.27).

Por sua vez, a utilidade social é obtida ao assumir que cada agente encontra-se inserido em uma rede em formato de anel, conforme descrito na seção 3.3. A interação dos agentes com a sua vizinhança social será avaliada na estrutura de rede regular, aleatória e *small world*. Ao não fixar o tipo de rede em que os agentes encontram-se inseridos torna-se possível verificar se há alguma relação entre a estrutura de rede e o aumento ou redução da volatilidade da inflação.

Na estrutura de rede regular, os vizinhos dos agentes são os mesmos e tal situação permite que um único preditor seja escolhido pelos agentes ocasionando a formação de agrupamento no curto prazo. Todavia, [Flieth & Foster \(2002\)](#) ressaltam que, caso a heurística de previsão não apresente um bom desempenho, as expectativas dos agentes mudam no longo prazo. Tal mudança faz com que os agentes procurem uma nova heurística e, conseqüentemente, a volatilidade da inflação aumenta. Para a situação na qual os agentes encontram-se inseridos na rede aleatória ou *small world*, os vizinhos do agente i provavelmente serão dife-

rentes ao longo do tempo. Assim, ao buscar se adaptarem ao comportamento dos novos vizinhos, os agentes acabam por gerar constantes mudanças de heurística, as quais poderão gerar volatilidade.

No presente estudo, assume-se que cada agente possui 2 vizinhos no sentido horário e 2 vizinhos no sentido anti-horário. Como visto nas equações (4.5) e (4.6), o agente jovem maximiza sua utilidade quando oferta a quantidade ótima de trabalho em t para ter o consumo ótimo em $t + 1$. Para maximizar sua utilidade, o agente jovem deve prever a inflação futura. Conforme a equação (4.29), a inflação futura está diretamente relacionada à fração de agentes que adota cada uma das duas possíveis heurísticas de inflação, $n_{i,t}$. Desta maneira, o agente i busca verificar as heurísticas utilizadas por seus vizinhos sociais para realizar uma estimação de $n_{i,t}$. Logo, o i -ésimo agente busca adotar a heurística predominante em sua vizinhança. Quando isto ocorre, sua utilidade social será aumentada. A utilidade social de cada agente $i \in \{1, 2, \dots, L\}$ é dada por:

$$U^s(\vec{\sigma}_i) = \frac{J}{4} \sum_{j \in v_i} \delta_{\sigma_i \sigma_j}, \quad (4.36)$$

na qual $J > 0$ é uma constante paramétrica que mede o grau de influência da vizinhança e $\delta_{\sigma_i \sigma_j}$ é o *delta de Kronecker*, de modo que $\delta_{\sigma_i \sigma_j} = 1$ se $\sigma_i = \sigma_j$ e 0 caso contrário.

Ademais, a utilidade social foi normalizada de maneira que esta pode assumir os valores $\{0, \frac{J}{4}, \frac{J}{2}, \frac{3J}{4}, J\}$. Desta maneira, se nenhum vizinho adota a mesma estratégia que o agente i , sua utilidade social será zero. Por sua vez, se todos os vizinhos do agente i utilizam a mesma estratégia que ele, sua estratégia social será J .

A decisão de qual heurística utilizar é feita a partir de uma comparação da utilidade total da estratégia σ_i em relação à estratégia alternativa σ'_i . Desta forma, caso a utilidade total da estratégia σ_i seja superior a utilidade total da estratégia σ'_i , isto é, $U(\sigma_i) > U(\sigma'_i)$, o i -ésimo agente escolherá a heurística σ_i . Caso esta desigualdade estrita se inverta, o agente i optará por σ'_i .

Com relação às utilidades privadas aleatórias, seguindo o exposto na seção 2.2, supõe-se que estas são variáveis aleatórias independentes e com distribuição

de probabilidades de valores extremos idênticos. Com base nestas premissas sobre as utilidades privadas aleatórias, torna-se possível expressar a propensão à escolha da heurística $\sigma_{i,t}$ como segue:

$$Prob(\sigma_i) = \frac{1}{1 + e^{-\beta[U^d(\sigma_i) - U^d(\sigma'_i)]}}. \quad (4.37)$$

A implementação computacional do modelo que se acabou de estabelecer pode ser feita como segue. A cada período de tempo t , todos os agentes irão se deparar com o mesmo conjunto de escolha, denotado por $\{1, 2\}$, e podem adotar uma única estratégia no início de cada período. Portanto, no tempo inicial $t = 0$ deve-se estabelecer as frações de agentes que usam cada uma das duas heurísticas. Caso estas frações sejam diferentes de zero e um, distribui-se aleatoriamente estas heurísticas na população de agentes. Além disso, fixar-se-á os valores iniciais para a produtividade (a_0), preço (p_0) e oferta de moeda (m_0).

Após a definição da distribuição inicial de heurísticas, realizam-se os cálculos da inflação esperada de acordo com a estratégia individual e única de cada agente, isto é, os agentes utilizam a equação (4.25) ou (4.26) para realizar a previsão de inflação futura. Terminada esta etapa da simulação, para cada agente calcula-se a utilidade privada com base na equação (4.27). Posteriormente, para efetuar o cálculo da utilidade social individual (4.36), os agentes consultam os seus vizinhos sociais e verificam qual a heurística usada por cada um deles. Em posse das utilidades privada e social é possível mensurar a função utilidade determinística de cada agente de acordo com a equação (4.35). Calculadas estas utilidades para todos os agentes, tomar-se-á a função de distribuição acumulada logística dada por (4.37) e, deste modo, serão mensuradas as propensões à escolha para todos os agentes, não só para a estratégia adotada por cada um deles em $t = 1$, mas também para as demais estratégias no conjunto de escolha $\{1, 2\}$.

A partir das propensões à escolha do i -ésimo agente para cada estratégia, a escolha efetivamente feita por este agente em $t = 1$ foi implementada computacionalmente conforme demonstrado a seguir. Após calculadas as respectivas propensões à escolha das alternativas, um número aleatório $r \in [0,1] \subset \mathbb{R}$ é gerado a partir de uma distribuição uniforme. Se $r \leq Prob(\sigma_{i,t} = 1)$, o agente i adotará a heurística de inflação defasada no tempo $t + 1$; e, caso contrário, o

agente i adotará a heurística de meta de inflação no período $t + 1$.

Em posse da heurística utilizada por cada um dos agentes, a fração de agentes escolhendo cada heurística, $n_{i,t}$, é dada pelo somatório do número de agentes que utilizam uma determinada heurística dividido pelo número total de agentes, fixado em $L = 100$. Embora este procedimento seja diferente ao realizado no modelo original, isto não altera os resultados. Conforme bem salientado por [Brazier et al. \(2008, p. 233\)](#) *the share of the population using each of the two heuristics will equal the probability that any individual picks that heuristic.*

Tão logo todos os agentes decidam que estratégia seguir no próximo período, finaliza-se um período e uma nova distribuição de estratégias é obtida para o próximo período. Todo o procedimento aqui descrito para o período $t = 1$ aplica-se para qualquer outro período $t \geq 2$.

4.3.2 Impactos da política monetária sob expectativas de inflação heterogêneas e interativas

Nesta subseção pretende-se avaliar os impactos sobre a volatilidade da inflação na situação na qual os agentes utilizam heurísticas inflacionárias para prever a inflação futura em um ambiente com externalidades de rede. Para isto, far-se-á os mesmos três experimentos realizados em [Brazier et al. \(2008\)](#) e descritos anteriormente na subseção 4.2.3. Além disso, os valores dos parâmetros encontrados no referido estudo foram mantidos, de tal forma que para todos os testes foram utilizados $\eta = 0,2$; $\alpha = 0,41$; $\Pi = 1,02$; $\rho = 0,925$; $\sigma^2 = 0,000075$; e $H = 50$.

Política monetária sob expectativa racional

O primeiro teste consiste em verificar a volatilidade da inflação no cenário em que todos os agentes utilizam uma única heurística ao longo de toda a simulação, isto é, a heurística utilizada para prever a inflação futura não irá mudar no decorrer da simulação, de maneira que $n_{1,t} = 1, \forall t = 1, 2, \dots, T$ ou, no extremo oposto, $n_{1,t} = 0, \forall t = 1, 2, \dots, T$. Ademais, a política monetária é conduzida de maneira ótima, ou seja, $\chi = \Pi$, como se todos os agentes formassem expectativas racionais.

Segundo [Brazier et al. \(2008\)](#), considera-se que a volatilidade da inflação no

caso de expectativas racionais será normalizado em 100 e utilizada como base para o cálculo das variâncias sob heurísticas. Para obter a variância da inflação na presença de heurísticas, serão realizadas 1.000 replicações de *Monte Carlo* de 20.000 períodos cada, e no início de uma nova replicação será gerado um conjunto inicial diferente de parâmetros (a_0, p_0, m_0) . A Tabela 4.4 apresenta os resultados alcançados.

Tabela 4.4: Variância da inflação com predominância total de uma das heurísticas de inflação no modelo ampliado

	Inflação defasada	Meta de Inflação
Variância da inflação	960	158
5 ^o percentil	915	123
95 ^o percentil	1010	160
Variância da variância	28.140	130
5 ^o percentil	26.400	122
95 ^o percentil	30.450	137

Fonte: Elaboração própria.

Ao analisar a primeira linha da Tabela 4.4, observa-se que na situação em que todos os agentes utilizam a heurística de inflação defasada, a variância da inflação é 9,60 vezes superior ao caso no qual o modelo é solucionado via expectativas racionais. Como apresentado anteriormente na Tabela 4.1, para este mesmo teste, Brazier et al. (2008) encontraram que a volatilidade com a predominância total da heurística de expectativas defasadas é 10,2 superior ao caso em expectativas racionais.

Como neste caso extremo o efeito de rede não afeta a dinâmica, a diferença entre as volatilidades de inflação da Tabela 4.4 e a encontrada em Brazier et al. (2008), conforme apresentado na Tabela 4.1, advém do fato de que os choques de produtividade são gerados por uma variável aleatória e a semente de números aleatórios não é a mesma. Todavia, a trajetória de comportamento é semelhante, isto é, ambos os estudos apresentam uma volatilidade da inflação de mesma ordem de grandeza para a situação em que todos os agentes adotam a heurística de inflação defasada.

Para o caso em que todos os agentes adotam a heurística de meta de inflação, a volatilidade da inflação é 1,58 vezes superior à situação em expectativas racionais. Como mostrado na Tabela 4.1, no estudo de [Brazier et al. \(2008\)](#), para este mesmo teste, a volatilidade da inflação é 1,29 superior ao caso em expectativas racionais. Embora não se obtivesse o mesmo resultado de [Brazier et al. \(2008\)](#), pode-se constatar, novamente, que o resultado encontrado no modelo ampliado reproduz o mesmo resultado de [Brazier et al. \(2008\)](#).

A quarta linha da Tabela 4.4 apresenta a variância da inflação. Segundo [Brazier et al. \(2008\)](#), esta medida está vinculada à durabilidade da volatilidade da inflação encontrada nas economias desenvolvidas. Para este estudo, quando todos os agentes utilizam a heurística de inflação defasada, o valor apresentado para esta estatística é aproximadamente 280 vezes superior à situação com expectativas racionais. Por sua vez, quando os agentes utilizam a heurística de meta de inflação no decorrer de toda a simulação, a variância da inflação foi 1,30 vezes superior ao caso com expectativas racionais.

Para a realização do primeiro teste, considerou-se que todos os agentes poderiam utilizar uma única heurística ao longo da simulação. Entretanto, [Brock & Hommes \(1997\)](#) ressaltam que os agentes econômicos não seguem uma única regra de previsão e, de fato, buscam se adaptar escolhendo o melhor preditor a cada período de tempo em um ambiente que coevolui com estas escolhas. Assim, os agentes alteram o preditor de inflação a depender do seu desempenho passado de previsão. No presente estudo, como já destacado, a dinâmica de escolha do preditor é regida por dois atributos, a saber, a acurácia de previsão (incentivos privados individuais) e pelas escolhas recentes dos preditores adotados pelos vizinhos sociais de cada agente (atributos sociais). Portanto, o próximo teste busca avaliar a volatilidade da inflação quando os agentes podem alterar a heurística de inflação no decorrer da simulação e o processo de seleção de heurísticas é regido pelo modelo de escolha discreta com externalidades de rede exposto na subseção 4.3.1.

No teste que segue, o Banco Central, como no teste anterior, continua a praticar uma política monetária ótima como se a economia fosse conduzida pelas expectativas racionais, isto é, $\chi = \Pi$. Seguindo procedimento análogo ao de [Brazier et al. \(2008\)](#), para obter a variância da inflação serão realizadas 1.000

replicações de 200.000 períodos. Todavia, esta estatística será calculada com os dados das últimas 20.000 observações. Como salientado por [Brazier et al. \(2008, p. 236\)](#), tal procedimento elimina os possíveis vieses da condição inicial, na qual todos os agentes começam cada simulação utilizando a heurística de inflação defasada.

A volatilidade da inflação será analisada em três estruturas de rede (regular, *small world* e aleatória). Além disso, a variância da inflação em expectativas racionais foi novamente normalizada em 100 e será utilizada como base para o cálculo das variâncias em heurísticas. A Tabela 4.5 sintetiza os resultados obtidos.

Tabela 4.5: Variância da inflação com escolhas de heurísticas e política monetária sob expectativa racional com diferentes estruturas de rede

	Rede Regular	Rede <i>Small World</i>	Rede Aleatória
Variância da inflação	185	189	186
5 ^o percentil	183	186	184
95 ^o percentil	187	191	187
Variância da variância	501	542	502
5 ^o percentil	315	398	315
95 ^o percentil	668	726	669

Fonte: Elaboração própria.

Ao analisar a Tabela 4.5, verifica-se que a variância da inflação, para todas as estruturas de rede, é igual ou superior a 1,85 em relação ao modelo resolvido via expectativas racionais. Como apresentado na Tabela 4.2, [Brazier et al. \(2008\)](#) encontram, para este mesmo experimento, que a variância da inflação é 1,65 vezes superior ao caso em que o modelo é solucionado via expectativas racionais. Embora se verifica que a volatilidade da inflação, independente da estrutura de rede, é superior a 1,65, observa-se que no presente contexto, a distância para o caso em que há predominância total da heurística de meta de inflação é reduzida em comparação à situação análoga em [Brazier et al. \(2008\)](#).

Conforme [Brazier et al. \(2008\)](#), mudanças entre as heurísticas são importantes para determinar o comportamento das variáveis do modelo. Para exemplificar

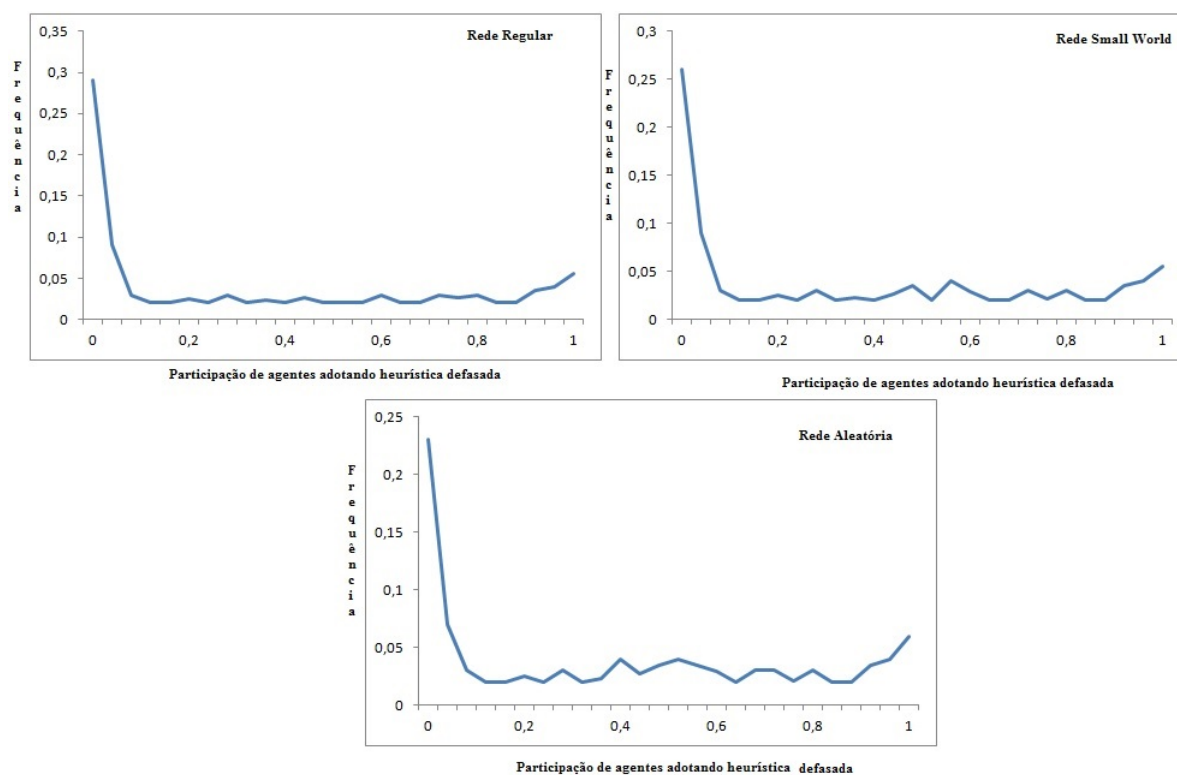
o seu argumento, os autores afirmam que uma sequência de choques na economia pode aumentar a inflação, e isto levará a uma redução na capacidade preditiva da heurística de metas em ancorar as expectativas inflacionárias. Com isto, os agentes passam a utilizar a inflação defasada em vez de metas, gerando maior inflação (Brazier et al. 2008, p. 252).

A Figura 4.4 apresenta um histograma que mostra a frequência com que a heurística de inflação defasada é adotada pelos agentes nos 20.000 últimos passos da simulação para as três tipologias de redes analisadas. Ao elaborar esta figura, torna-se possível verificar a relação entre a distribuição das heurísticas e a tipologia de rede. Como visto na seção 3.3, redes regulares têm por característica apresentar um elevado coeficiente de agrupamento e uma distância entre os nós que cresce linearmente com o tamanho da rede. Como os vizinhos dos agentes são os mesmos, isto indica que, caso a economia apresente choques, a inércia para mudanças de heurísticas será maior. Por sua vez, as redes *small world* apresentam uma distância média entre os nós pequena, e um elevado coeficiente de agrupamento. Nesta tipologia de rede, os vizinhos de cada agente, muito provavelmente, não são os mesmos, mas os agentes formam agrupamentos locais. Então, espera-se que diante de choques na economia, haja inércia para mudanças de heurísticas, mas esta inércia será inferior à encontrada nas redes regulares. Por fim, as redes aleatórias apresentam um elevado grau de desordem e um baixo coeficiente de agrupamento. Como os vizinhos de cada agente, provavelmente, serão diferentes, quando a economia tiver choques, a inércia para mudanças de heurísticas será menor.

Ao observar a Figura 4.4, verifica-se que a heurística de meta de inflação é utilizada com mais frequência pelos agentes na estrutura de rede regular. Portanto, uma possível explicação para a menor variância da inflação ser registrada nesta estrutura de rede é que os vizinhos de cada agente são os mesmos e, com isto, formam-se agrupamentos de agentes utilizando o mesmo preditor. Desta maneira, a alteração da heurística ocorre com maior inércia diante de choques na economia, reduzindo a volatilidade da inflação.

Nas três estruturas de redes analisadas, a heurística de meta de inflação é utilizada com menos frequência pelos agentes na rede aleatória. Este resultado era o esperado, uma vez que os vizinhos de cada agente são diferentes nesta es-

Figura 4.4: Histograma de adoção da heurística de inflação defasada com política monetária sob expectativas racionais e com diferentes estruturas de rede



Fonte: Elaboração própria.

estrutura de rede. Na presença de choques, a inércia para mudanças de heurísticas é menor.

Por sua vez, na rede *small world*, a formação de agrupamentos locais é a explicação para a maior volatilidade da inflação ser registrada nesta estrutura de rede. Os agentes buscando adotar o comportamento dos vizinhos, alteram a heurística de previsão, ocasionando aumento na volatilidade da inflação.

Em suma, verifica-se que a fração de agentes que utilizam a heurística de meta de inflação para realizar a previsão da inflação futura, independente da estrutura de rede, se eleva em relação ao resultado encontrado por [Brazier et al. \(2008\)](#), Figura 4.1. Se considerarmos que a heurística de meta de inflação tem o potencial de ancorar as expectativas inflacionárias dos agentes, pode-se afirmar,

que provavelmente, a interação social tornou mais eficaz esta ancoragem.

Política monetária adaptada às mudanças de heurísticas

Para a realização do próximo teste, assim como no anterior, cada agente pode alterar a heurística de previsão ao depender da acurácia de previsão passada e da interação com seus vizinhos sociais. A diferença com relação ao teste anterior é que a condução da política monetária será alterada. Nos testes anteriores, os agentes adotavam heurísticas para prever a inflação futura, no entanto, o Banco Central conduzia a política monetária como se a economia fosse regida pela expectativa racional. No próximo teste avaliar-se-á a volatilidade da inflação quando a condução da política monetária busca se adaptar às mudanças de heurísticas.

Como mostrado na subseção 4.2.3, a política monetária sob heurísticas no modelo de [Brazier et al. \(2008\)](#) segue duas importantes variáveis do modelo, produtividade e inflação agregada esperada. Além disso, a condução da política monetária na presença de heurísticas tem por finalidade maximizar a função bem-estar (4.18). Desta maneira, a taxa de crescimento nominal da moeda sob heurísticas no modelo de [Brazier et al. \(2008\)](#) é dada por:

$$g_t = \chi_1 a_t + \chi_2 E_t \pi_{t+1}. \quad (4.38)$$

no qual χ_1 e χ_2 são parâmetros, cujo o par de valores que maximiza o bem-estar (4.18) são $\chi_1 = 2$ e $\chi_2 = -1,75$, estimado numericamente.

Para a realização deste teste, continua-se a assumir que a política monetária irá seguir as variáveis produtividade e inflação esperada. Todavia, com a finalidade de garantir maior fidedignidade ao modelo ampliado, buscar-se-á os valores de χ_1 e χ_2 que minimizam a perda de bem-estar (4.18) em cada estrutura de interação analisada.

Para obter as melhores configurações para os parâmetros nas estruturas de redes analisadas, o parâmetro χ_1 pode variar no intervalo $[-4, 4] \subset \mathbb{R}$. Por sua vez, χ_2 no intervalo $[-4, 4] \subset \mathbb{R}$. A melhor configuração de χ_1 e χ_2 foram obtidos a partir de 100.000 diferentes combinações aleatórias de parâmetros e a escolhida

foi a que gerou menor perda de bem-estar (4.18). A Tabela 4.6 apresenta os valores dos parâmetros estimados de χ_1 e χ_2 para cada tipo de rede.

Tabela 4.6: Valores dos Parâmetros

	Rede Regular	Rede <i>Small World</i>	Rede Aleatória
χ_1	2,004	2,0328	2,0749
χ_2	-1,5381	-1,5305	-1,5185

Fonte: Elaboração própria.

Uma vez obtidos os valores de χ_1 e χ_2 que maximizam o bem-estar dos agentes nas estruturas de redes analisadas, realiza-se o próximo experimento. Seguindo procedimento análogo ao experimento levado a cabo por Brazier et al. (2008, p. 245), far-se-á 1.000 replicações de 200.000 períodos. A variância da inflação será calculada nos últimos 20.000 períodos de cada replicação, eliminando os possíveis vieses da condição inicial na qual todos os agentes utilizam a heurística de expectativas estáticas no início de cada replicação.

Como realizado no segundo experimento, a volatilidade da inflação será analisada nas três estruturas de rede (regular, *small world* e aleatória). Ademais, a variância da inflação no caso de expectativa racional será normalizada em 100 e utilizada para base de comparação. A Tabela 4.7 apresenta os resultados obtidos do modelo computacional em um ambiente de externalidades de rede no qual o Banco central conduz a política monetária buscando se adaptar às mudanças de heurísticas.

Ao analisar a segunda coluna da Tabela 4.7, verifica-se que a variância da inflação na estrutura de rede regular é 1,84 vezes superior ao caso no qual o modelo é solucionado via expectativas racionais. Em comparação ao experimento anterior, situação na qual os agentes encontravam-se inseridos em uma rede regular e a política monetária era conduzida como se a economia fosse regida por expectativas racionais, verifica-se que a volatilidade da inflação apresenta uma pequena redução.

A terceira coluna da Tabela 4.7 apresenta a volatilidade da inflação na estrutura de rede *Small World*. Como se pode observar, a variância da inflação nesta

Tabela 4.7: Variância da inflação com escolhas de heurísticas e política monetária adaptando heurísticas e com diferentes estruturas de rede

	Rede Regular	Rede <i>Small World</i>	Rede Aleatória
Variância da inflação	184	187	185
5 ^o percentil	182	185	183
95 ^o percentil	186	188	186
Variância da variância	499	540	501
5 ^o percentil	310	393	311
95 ^o percentil	660	723	666

Fonte: Elaboração própria.

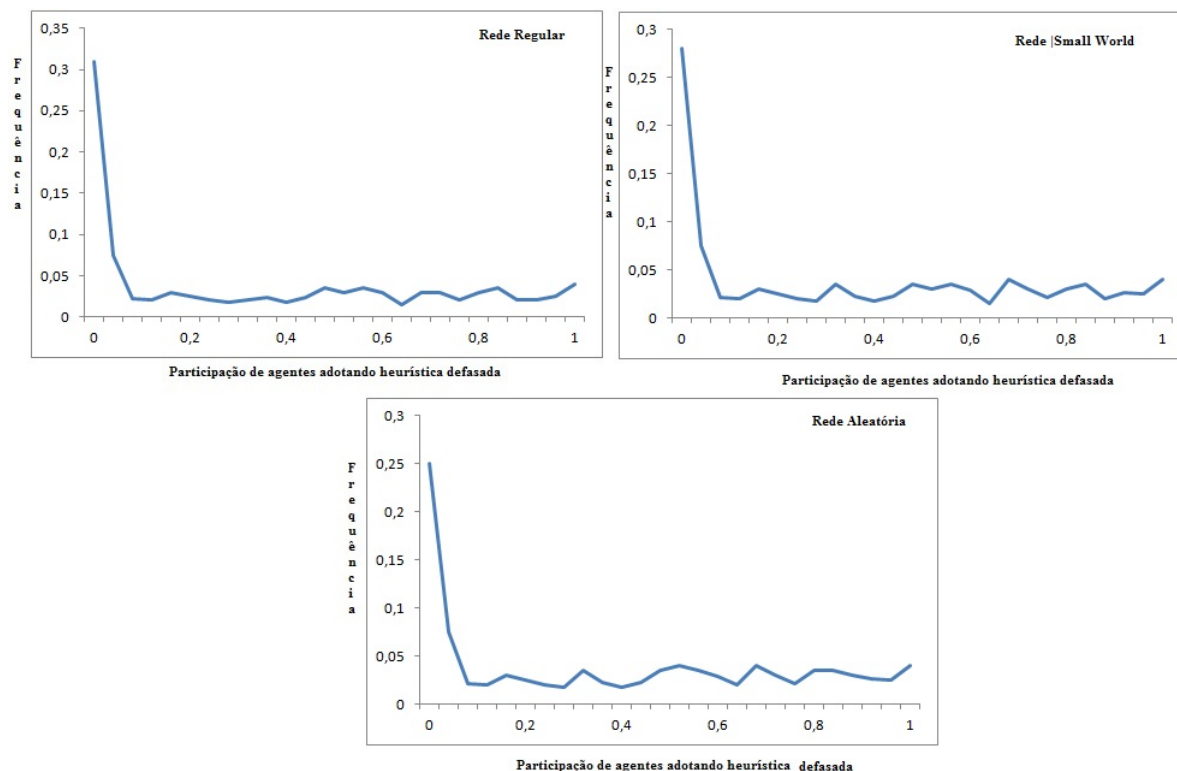
estrutura de rede é 1,87 superior à situação na qual o modelo é resolvido via expectativas racionais. Desta maneira, verifica-se que a volatilidade da inflação apresenta uma pequena redução em comparação à situação na qual os agentes também encontravam-se inseridos em uma rede *Small World*, mas o Banco Central conduzia a política monetária como se os agentes formulassem expectativas racionais para prever a inflação futura.

Por fim, a quarta coluna da Tabela 4.7 mostra o resultado da volatilidade da inflação para o caso em que os agentes encontram-se inseridos na estrutura de rede aleatória e a política monetária é conduzida de maneira a se adaptar às mudanças de heurísticas. Para esta situação, a volatilidade da inflação é 1,85 superior ao caso no qual o modelo é solucionado via expectativas racionais. Como ocorrido nas duas situações analisadas anteriormente, a volatilidade da inflação foi inferior em relação à situação na qual os agentes encontravam-se inseridos na rede aleatória e o Banco Central conduzia a política monetária como se a economia fosse regida por expectativa racional.

A Figura 4.5 apresenta um histograma que mostra a frequência com que a heurística de inflação defasada é utilizada pelos agentes nas 20.000 últimas observações da simulação, nas três tipologias de redes analisadas, e a política monetária é conduzida de maneira a se adaptar às mudanças de heurísticas. Ao analisar a Figura 4.5, observa-se que a heurística de meta de inflação, para as três redes analisadas, é utilizada com maior frequência na estrutura de rede regular. Assim, próximo de 31% das 20.000 observações, os agentes adotam a heurística

de meta de inflação e, em aproximadamente 5% dos 20.000 passos da simulação, os agentes adotam a heurística de inflação defasada. Ao comparar este resultado com o encontrado em [Brazier et al. \(2008\)](#), vide Figura 4.2, observa-se que a frequência de uso da heurística de meta de inflação se eleva.

Figura 4.5: Histograma de adoção da heurística de inflação defasada sob regras alternativas de política monetária e com diferentes estruturas de rede



Fonte: Elaboração própria.

Nas redes *small world* e aleatória, em aproximadamente 5% e 6%, respectivamente, das 20.000 observações, os agentes utilizam a heurística de inflação defasada. Por sua vez, em aproximadamente 28% e 25% dos 20.000 passos da simulação, os agentes adotam a heurística de meta de inflação nas redes *small world* e aleatória, respectivamente. Em comparação aos resultados encontrados por [Brazier et al. \(2008\)](#), verifica-se que os agentes adotam a heurística de meta de inflação com maior frequência em ambas as redes analisadas.

Em síntese, observa-se que a variância da inflação na situação na qual o Banco Central conduz a política monetária buscando se adaptar às heurísticas é inferior à encontrada no segundo experimento, registrada na Tabela 4.5, em suas respectivas estruturas de rede. Além disso, a menor variância da inflação ocorre quando os agentes encontram-se inseridos na rede regular.

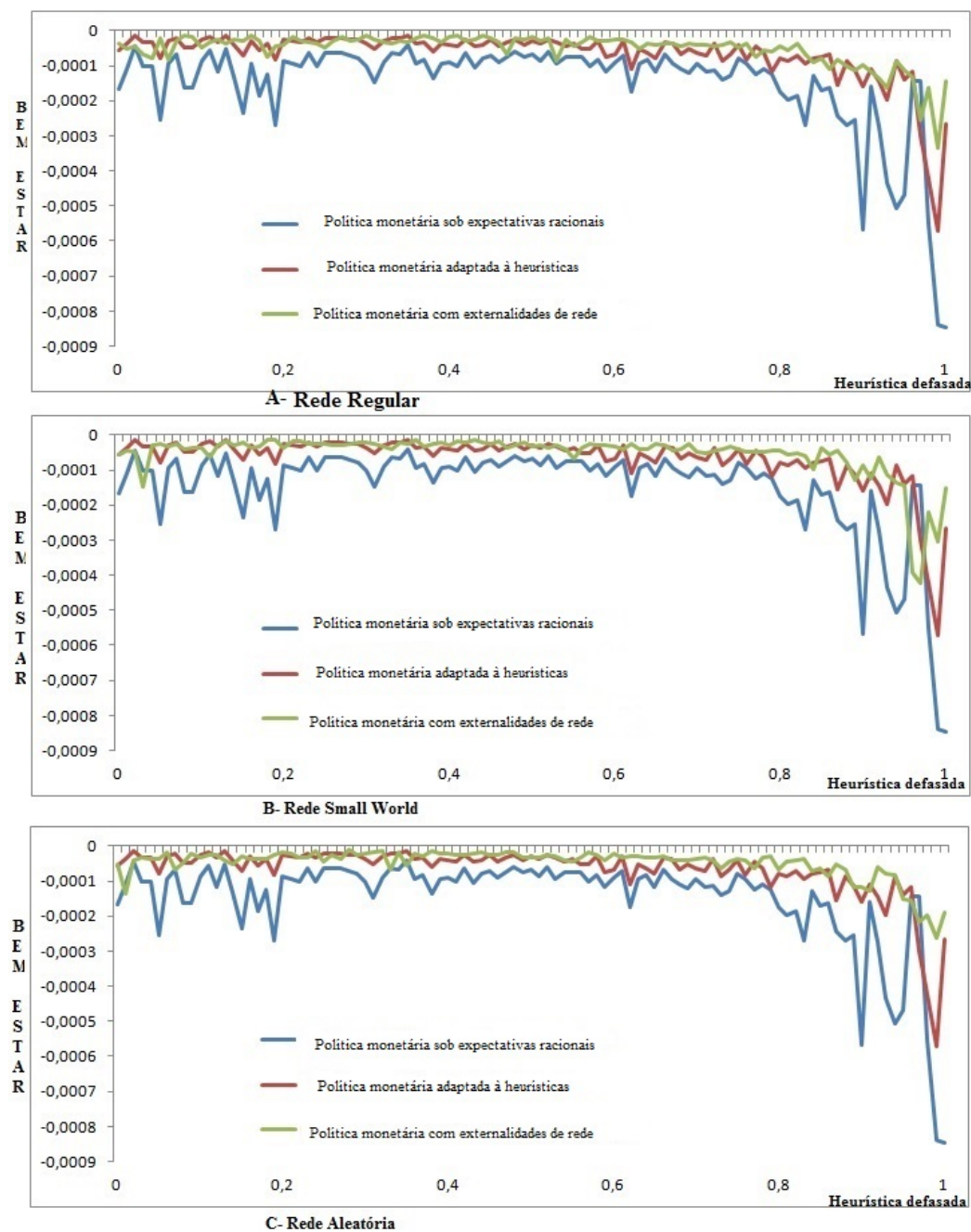
Outro fato a se destacar é que a fração de agentes que adotam a heurística de meta de inflação para prever a inflação futura se eleva em relação ao experimento análogo de Brazier et al. (2008). Desta maneira, pode-se afirmar que a introdução de externalidades de rede faz com que os agentes utilizem com maior frequência a heurística de meta de inflação. Se considerarmos que esta heurística tem por objetivo ancorar as expectativas inflacionárias dos agentes, pode-se concluir que interação social torna esta política mais eficaz.

Brazier et al. (2008, p. 243) buscam verificar qual regra de condução da política monetária minimiza a perda de bem-estar dos agentes (4.18). Assim, os autores avaliam a situação na qual o Banco Central conduz a política monetária como se a economia fosse regida pela expectativa racional, $\chi = \Pi$, e também na situação em que a política monetária busca se adaptar às heurísticas, $\chi_1 = 2$ e $\chi_2 = -1,75$. Como apresentado anteriormente, Figura 4.3, a perda de bem-estar dos agentes é maior, independente da fração de agentes que utilizam cada heurística, quando o Banco Central conduz a política monetária como se os agentes formulassem expectativas racionais. Contudo, a diferença de bem-estar oriunda das duas políticas é maior quando os agentes utilizam com maior frequência a heurística de inflação defasada. Na versão aqui proposta com externalidades de rede, seguindo procedimento análogo ao de Brazier et al. (2008), estima-se o impacto das políticas monetárias em cada uma das três estruturas de rede.

A Figura 4.6 apresenta o bem-estar dos agentes para diferentes conduções da política monetária em diferentes estruturas de rede. Como realizado em Brazier et al. (2008, p. 243), o bem-estar é avaliado para diferentes frações de agentes utilizando a heurística de inflação defasada (n_1). Mais precisamente, n_1 foi fracionado em 100 valores equidistantes entre 0 e 100, e para cada valor, foram geradas 1.000 observações, das quais se extrai a média das últimas 50 observações.

No que diz respeito à Figura 4.6-a, observa-se que a regra de política mo-

Figura 4.6: Bem-estar gerado sob regras alternativas de política monetária com diferentes estruturas de rede



Fonte: Elaboração própria.

netária, na qual assume que a economia é regida por expectativa racional, é a que gera maior perda de bem-estar, independente da distribuição de heurísticas na população de agentes. O comportamento do bem-estar na política monetária adaptada às heurísticas sem externalidades de rede, $\chi_1 = 2$ e $\chi_2 = -1,75$, e na regra monetária adaptada às heurísticas com externalidades de rede, $\chi_1 = 2,004$ e $\chi_2 = -1,5381$, ambas avaliadas na estrutura de rede regular, são próximos. Todavia, quando a maioria dos agentes adota a heurística defasada, valores de n_1 próximos a um, a perda de bem-estar gerada pela política monetária com externalidades de rede é menor do que a política monetária adaptada às heurísticas sugerida por [Brazier et al. \(2008\)](#).

Para a Figura 4.6-b, situação na qual os agentes encontram-se inseridos na rede *small world*, novamente se observa que a maior perda de bem-estar é encontrada quando o Banco Central conduz a política monetária ótima como se a economia fosse regida por expectativa racional. Este comportamento também é verificado na Figura 4.6-c, no caso em que a estrutura de rede utilizada para representar a interação entre os agentes é aleatória. Outro comportamento a se registrar é que a política monetária com externalidades de rede na Figura 4.6-c, qual seja, $\chi_1 = 2,0749$ e $\chi_2 = -1,5185$, é a que apresenta a menor perda de bem-estar quando a fração de agentes adotando a heurística de inflação defasada assume valores próximos de um.

4.4 Considerações finais

Este capítulo buscou avaliar a volatilidade da inflação e o bem-estar na situação na qual os agentes econômicos adotavam heurísticas inflacionárias: inflação defasada e meta de inflação pré-anunciada pela autoridade monetária, para prever a inflação futura em um ambiente com externalidades de rede. Mais precisamente, foi incorporado ao modelo de [Brazier et al. \(2008\)](#), a interação social como uma das variáveis que afetam as decisões dos agentes econômicos.

Agentes a cada período de tempo buscavam escolher o preditor que oferecesse o melhor desempenho de previsão. No entanto, além da acurácia de previsão das heurísticas, os agentes econômicos eram influenciados pelo comportamento (escolha) dos vizinhos sociais. Portanto, existiam dois fatores que fundamentavam

a escolha dos preditores dos agentes, a saber, a acurácia de previsão (motivação privada) e o comportamento dos vizinhos sociais (motivação social).

A volatilidade da inflação foi avaliada em três estruturas de rede (regular, *small world* e aleatória). Ao não se fixar a estrutura de rede na qual os agentes encontravam-se inseridos, foi possível avaliar se existia alguma relação entre volatilidade da inflação e tipologia de rede. Quando o Banco Central conduz a política monetária de forma ótima como se a economia fosse regida por expectativas racionais e os agentes podem alterar a escolha da heurística de previsão em cada período, a menor volatilidade da inflação foi encontrada no caso em que os agentes encontravam-se inseridos na rede de interação regular. A formação de agrupamentos e a maior inércia para mudanças de heurísticas diante de choques foi a explicação para este resultado. Além disso, observou-se que independente da estrutura de rede utilizada, os agentes adotaram a heurística de meta de inflação com maior frequência em relação aos resultados originais de [Brazier et al. \(2008\)](#).

Em seguida, buscou-se verificar a volatilidade da inflação no cenário em que a política monetária buscava se adaptar às mudanças de heurísticas de previsão, ou seja, alterou-se a maneira como o Banco Central conduzia a política monetária. Contudo, ao invés de assumir os valores χ_1 e χ_2 dados em [Brazier et al. \(2008\)](#), estimou-se para cada estrutura de rede os valores ótimos destas variáveis que minimizavam a perda de bem-estar dos agentes.

Verificou-se que a estrutura de rede que apresentou a menor volatilidade da inflação foi a rede regular. Além disso, observou-se que os agentes adotaram a heurística meta de inflação com maior frequência em relação ao experimento análogo de [Brazier et al. \(2008\)](#). Se considerar que meta de inflação possibilita a ancoragem das expectativas inflacionárias, pode-se afirmar que, provavelmente, a interação social trouxe maior eficiência da ancoragem na política de metas inflacionárias.

Em posse dos valores ótimos de χ_1 e χ_2 para cada estrutura de rede, observou-se que a perda de bem-estar dos agentes são menores, independente da heurística adotada pelos agentes e da estrutura de rede, do que a situação na qual a política monetária era conduzida de maneira ótima sob expectativas racionais. Em comparação ao caso em que a política monetária buscava se adaptar às mudanças de heurísticas de [Brazier et al. \(2008\)](#), $\chi_1 = 2$ e $\chi_2 = -1,75$, o

bem-estar dos agentes, em ambas as políticas, apresentaram comportamentos semelhantes. No entanto, para a situação de predominância quase total da heurística de inflação defasada, a perda de bem-estar gerada pela política monetária com externalidades de rede foi menor.

Conclusão

A maior parte dos modelos macroeconômicos supõe que as expectativas inflacionárias são formadas de acordo com alguns dos postulados de expectativas racionais. Entretanto, como apresentado no primeiro capítulo, estudos empíricos têm rejeitado a hipótese de racionalidade plena na formação das expectativas inflacionárias e mostrado que estas são formadas através de alguma modalidade de racionalidade limitada. Além disso, evidências empíricas, obtidas por pesquisas de opinião ou experimentos de laboratórios, têm mostrado a presença e persistência desta heterogeneidade na formação das expectativas de inflação. Como salientado no capítulo 1, esta heterogeneidade se manifesta pelos seguintes fatos: i) os conjuntos de informações utilizado para realizar as previsões divergem entre os indivíduos; ii) os agentes econômicos utilizam-se de diferentes modelos para formar suas expectativas; e iii) a capacidade de processar as informações são diferentes. Diante disto, a presente tese buscou contribuir para a literatura sobre a temática de expectativas de inflação utilizando como mote estes dois últimos argumentos.

Considerando que os agentes possuem habilidades cognitivas heterogêneas, o custo de formar expectativas de inflação foi decomposto em um componente determinístico (custo médio do preditor) e um componente estocástico (dispersão das habilidades cognitivas). Para formalizar este processo, o capítulo 2 apresentou um modelo de escolha ternária no qual cada agente podia adotar um entre três possíveis mecanismos (estático, adaptativo e VAR) para prever a taxa de inflação mensal. A cada período de tempo, a dinâmica de mudanças de heurísticas era fundamentada em dois fatores: atributos privados (acurácia menos o custo médio do preditor) e habilidades cognitivas heterogêneas (dispersão das habilidades cognitivas).

As propriedades emergentes do modelo computacional elaborado mostraram que a heterogeneidade na distribuição dos mecanismos de inflação se mostrou persistente ao longo das simulações. Além disso, verificou-se que a heurística VAR tornou-se dominante na população de agentes somente quando a *intensidade de escolha*, β , alcançou valores superiores a 100. Este resultado indicou que as decisões de alguns agentes, para valores baixos de β , não eram plenamente racionais, uma vez que alguns agentes escolheram ou mantinham heurísticas menos precisas.

No capítulo 3 acrescentou-se externalidades de rede à dinâmica de seleção das heurísticas proposta no segundo capítulo. Os resultados alcançados mostraram que, com este modelo de escolha ternária ampliado, os agentes passaram a utilizar o preditor VAR com maior frequência em relação ao modelo sem externalidades de rede. Além disso, o preditor VAR passou a ser dominante na população de agentes quando o parâmetro β alcançou o valor 5. Estes resultados apontaram que as externalidades de rede tornaram a dinâmica de seleção mais efetiva, ou seja, proporcionaram uma maior racionalidade nas decisões dos agentes.

Outras propriedades emergentes deste modelo ampliado foi que, ao aumentar a aleatoriedade da probabilidade de religação e o raio de vizinhança, os agentes passaram a utilizar o preditor VAR com maior frequência. O aumento da eficácia na difusão da informação de qual preditor oferecia a melhor acurácia é a explicação para este padrão agregado.

Diante do fato de que as externalidades de rede trouxeram maior eficácia nas decisões dos agentes em relação ao modelo sem externalidades de rede, o quarto capítulo buscou avaliar o comportamento da volatilidade da inflação no caso em que os agentes devem prever a inflação futura em uma economia que coevolui com o processo de formação de expectativas de inflação baseada em heurísticas e sujeitas a externalidades de rede. Mais precisamente, foi incorporado ao modelo de Brazier et al. (2008) a interdependência entre as escolhas individuais de heurísticas de previsão de inflação.

Em relação aos resultados obtidos neste último capítulo, observou-se que a menor volatilidade da inflação ocorreu quando os agentes encontravam-se inseridos na estrutura de rede regular, independente da política monetária ser conduzida como se os agentes formulassem expectativas racionais ou buscando se

adaptar às heurísticas. Outro resultado obtido em ambas as formas de condução da política monetária é que a heurística de meta de inflação foi utilizada com maior frequência em comparação ao estudo de [Brazier et al. \(2008\)](#). Se considerarmos que esta heurística tem o potencial de ancorar as expectativas inflacionárias dos agentes, pode-se afirmar que a interação social tornou esta ancoragem mais eficaz.

Referências Bibliográficas

- Adam, K. (2007), 'Experimental evidence on the persistence of output and inflation', *The Economic Journal* **117**(520), 603–636.
- Ahuja, R., MAGNANTI, T. & ORLIN, J. (1993), 'Network flows: Theory, algorithms and applications', *Prentice Hall* .
- Amilon, H. (2008), 'Estimation of an adaptive stock market model with heterogeneous agents', *Journal of Empirical Finance* **15**(2), 342–362.
- Anderson, R., Becker, R. & Osborn, D. R. (2010), 'Heterogeneity in consumers' learning about inflation', *Newcastle Discussion Papers in Economics* .
- Anufriev, M. & Hommes, C. (2012), 'Evolutionary selection of individual expectations and aggregate outcomes in asset pricing experiments', *American Economic Journal: Microeconomics* **4**(4), 35–64.
- Assenza, T., Heemeijer, P., Hommes, C. H. & Massaro, D. (2013), 'Individual expectations and aggregate macro behavior', *Tinbergen Institute Discussion Paper 13-016/II* .
- Ball, L. & Cecchetti, S. G. (1987), Imperfect information and staggered price setting, Technical report, National Bureau of Economic Research.
- Becker, G. S. (1996), *Accounting for tastes*, Harvard University Press.
- Benassy-Quere, A., Larribeau, S. & MacDonald, R. (2003), 'Models of exchange rate expectations: how much heterogeneity?', *Journal of International Financial Markets, Institutions and Money* **13**(2), 113–136.

- Bernanke, B. (2004), 'The great moderation', *The taylor rule and the transformation of monetary policy. Institutions Press Publication Hoover* .
- Bhaduri, A. & Falkinger, J. (1990), 'Optimal price adjustment under imperfect information', *European Economic Review* **34**(5), 941–952.
- Blanchflower, D. G. & MacCoille, C. (2009), The formation of inflation expectations: an empirical analysis for the uk, Technical report, National Bureau of Economic Research.
- Boswijk, H. P., Hommes, C. H. & Manzan, S. (2007), 'Behavioral heterogeneity in stock prices', *Journal of Economic dynamics and control* **31**(6), 1938–1970.
- Bowden, M. & McDonald, S. (2006), 'The effect of social interaction and herd behaviour on the formation of agent expectations', *Computing in Economics and Finance* **178**.
- Branch, W. A. (2002), 'Local convergence properties of a cobweb model with rationally heterogeneous expectations', *Journal of Economic Dynamics and Control* **vol. 27**(1), 63–85.
- Branch, W. A. (2004), 'The theory of rationally heterogeneous expectations: Evidence from survey data on inflation expectations', *The Economic Journal* **114**(497), 592–621.
- Branch, W. A. (2007), 'Sticky information and model uncertainty in survey data on inflation expectations', *Journal of Economic Dynamics and Control* **31**(1), 245–276.
- Branch, W. A. & McGouch, B. (2010), 'Dynamic predictors selection in a new keynesian model with heterogeneous expectations', *Journal of Economic Dynamics and Control* **34**(8), 1492–1508.
- Branch, W. A. & McGough, B. (2009), 'A new keynesian model with heterogeneous expectations', *Journal of Economic Dynamics and Control* **33**(5), 1036–1051.

- Brazier, A., HARRISON, R., KING, M. & YATES, T. (2008), 'The danger of inflating expectations of macroeconomic stability: Heuristic switching in an overlapping generations monetary model', *International Journal of Central Banking* **4**, 219–254.
- Britto, J. (2006), Externalidades de rede e compatibilidades técnicas: Uma análise aplicada a sistemas tecnológicos complexos, Technical report, ANPEC- Associação Nacional dos Centros de Pósgraduação em Economia [Brazilian Association of Graduate Programs in Economics].
- Brock, W. A. & de Fontnouvelle, P. (2000), 'Expectational diversity in monetary economies', *Journal of Economic Dynamics and Control* **24**(5), 725–759.
- Brock, W. A. & Durlauf, S. N. (2001), 'Discrete choices with social interactions', *The Review of Economic Studies* **68**, 235–260.
- Brock, W. A. & Hommes, C. H. (1997), 'A rational route to randomness', *Econometrica* **65**, 1059–1160.
- Bryan, M. F. & Venkatu, G. (2001), 'The demographics of inflation opinion surveys', *Economic Commentary* .
- Cagan, P. (1956), 'The monetary dynamics of hiperinflation.', *Chicago: University of Chicago Press* .
- Canova, F. & Gambetti, L. (2009), 'Structural changes in the us economy: Is there a role for monetary policy?', *Journal of Economic Dynamics and Control* **33**(2), 477–490.
- Carrol, C. D. (2003), 'Macroeconomic expectations of households and professional forecasters', *Journal of Economics* **118**.
- Carvalho, J. L. (1973), Análise de séries de tempo e modelos de formação de expectativas, Master's thesis, Fundação Getúlio Vargas.
- Case, A. (1992), 'Neighborhood influence and technological change', *Regional Science and Urban Economics* **22**(3), 491–508.

- Cecchetti, S. G., Flores-Lagunes, A. & Krause, S. (2006), Assessing the sources of changes in the volatility of real growth, Technical report, National Bureau of Economic Research.
- Chavas, J. P. (2000), 'On information and market dynamics: The case of the us beef market', *Journal of Economic Dynamics and Control* **24**(5), 833–853.
- Clarida, R., Gali, J. & Gertler, M. (1998), Monetary policy rules and macroeconomic stability: Evidence and some theory, Technical report, National Bureau of Economic Research.
- Coibion, O. & Gorodnichenko, Y. (2008), What can survey forecasts tell us about informational rigidities?, Technical report, National Bureau of Economic Research.
- Coibion, O. & Gorodnichenko, Y. (2010), Information rigidity and the expectations formation process: A simple framework and new facts, Technical report, National Bureau of Economic Research.
- Coibion, O., Gorodnichenko, Y. & Kumar, S. (2015), How do firms form their expectations? new survey evidence, Technical report, National Bureau of Economic Research.
- Conlisk, J. (1996), 'Why bounded rationality?', *Journal of Economic Literature* pp. 669–700.
- Crane, J. (1991), 'The epidemic theory of ghettos and neighborhood effects on dropping out and teenage childbearing', *American Journal of Sociology* pp. 1226–1259.
- DE Grauwe, P. (2010), 'Animal spirits and monetary policy', *Economic Theory* pp. 1–35.
- De Jong, E., Verschoor, W. F. & Zwinkels, R. C. (2009), 'Behavioural heterogeneity and shift-contagion: Evidence from the asian crisis', *Journal of Economic dynamics and control* **33**(11), 1929–1944.

- DeJong, D. N. & Dave, C. (2011), *Structural macroeconometrics*, Princeton University Press.
- Diron, M. & Mojon, B. (2005), 'Forecasting the central bank's inflation objective is a good rule of thumb', *ECB Working Paper* **564**.
- Dreger, C. & Stadtmann, G. (2008), 'What drives heterogeneity in foreign exchange rate expectations: insights from a new survey', *International Journal of Finance & Economics* **13**(4), 360–367.
- Durlauf, S. (1997), 'Statistical mechanics approaches to socioeconomic behavior. in: Arthur, w.b. and durlauf, s.n. and lane, d.a (eds.)', *The Economy as an Evolving Complex System II*.
- Dynan, K. E., Elmendorf, D. W. & Sichel, D. E. (2006), 'Can financial innovation help to explain the reduced volatility of economic activity?', *Journal of Monetary Economics* **53**(1), 123–150.
- Evans, G. W. & Honkapohja, S. (2001), *Learning and Expectations in Macroeconomics*, Princeton: Princeton University Press.
- Evans, G. W. & Ramey, G. (1992), 'Expectation calculation and macroeconomic dynamics', *American Economic Review* pp. 207–224.
- Farrell, J. & Rabin, M. (1996), 'Cheap talk', *Journal of Economic Perspectives* pp. 103–118.
- Ferber, R. (1953), 'The railroad shippers forecasts.', *Studies University of Illinois Bulletin* **50**, **174**.
- Flieth, B. & Foster, J. (2002), 'Interactive expectations.', *Journal of Evolutionary Economics*, **12**, **4**, 375–395.
- Foster, A. D. & Rosenzweig, M. R. (1995), 'Learning by doing and learning from others: Human capital and technical change in agriculture', *Journal of Political Economy* pp. 1176–1209.

- Freitas, G. G. (2003), *Economia e sistemas complexos: Interações sociais, dinâmicas emergentes e uma análise da difusão da internet na cidade de são paulo*, Master's thesis, Universidade de São Paulo.
- Frijns, B., Lehnert, T. & Zwinkels, R. C. (2010), 'Behavioral heterogeneity in the option market', *Journal of Economic Dynamics and Control* **34**(11), 2273–2287.
- Gale, D. & Kariv, S. (2003), 'Bayesian learning in social networks', *Games and Economic Behavior* **45**(2), 329–346.
- Galí, J. & Gambetti, L. (2008), *On the sources of the great moderation*, Technical report, National Bureau of Economic Research.
- Gavetti, G. (2005), 'Cognition and hierarchy: Rethinking the microfoundations of capabilities' development', *Organization Science* **16**(6), 599–617.
- Gertchev, N. A. (2007), 'Critique of adaptive and rational expectations', *Quarterly Journal of Austrian Economics* **10**, 313–329.
- Giannone, D. & Reichlin, L. (2006), 'Does information help recovering structural shocks from past observations?', *Journal of the European Economic Association* **4**(2-3), 455–465.
- Gomes, O. M. C. (2012), *O modelo de agente representativo*, Master's thesis.
URL: <http://hdl.handle.net/10400.21/1391>
- Goolsbee, A. & Klenow, P. J. (1999), *Evidence on learning and network externalities in the diffusion of home computers*, Technical report, National Bureau of Economic Research.
- Goyal, S. (2007), *Connections. An Introduction to the Economics Networks*, Princeton University Press.
- Hanson, M. S. (2006), 'Varying monetary policy regimes: A vector autoregressive investigation', *Journal of Economics and Business* **58**(5), 407–427.

- Heemeijer, P., Hommes, C., Sonnemans, J. & Tuinstra, J. (2009), 'Price stability and volatility in markets with positive and negative expectations feedback: An experimental investigation', *Journal of Economic dynamics and control* **33**(5), 1052–1072.
- Hohnisch, M., Pittnauer, S., Solomon, S. & Stauffer, D. (2005), 'Socioeconomic interaction and swings in business confidence indicators', *Physica A: Statistical Mechanics and its Applications* **345**(3), 646–656.
- Hommes, C. H. (2006), 'Heterogeneous agent models in economics and finance', *Handbook of computational economics* **2**, 1109–1186.
- Hommes, C. H. (2011), 'The heterogeneous expectations hypothesis: Some evidence from the lab.', *Journal of Economic Dynamics and Control* **35**, 1–24.
- Hommes, C. H., SONNEMANS, J., TUINSTRA, J. & VAN DE VELDEN, H. (2005), 'Coordination of expectations in asset pricing experiments', *Review of Financial Studies* **18**(3), 955–980.
- Honkapohja, S. & Mitra, K. (2006), 'Learning stability in economies with heterogeneous agents', *Review of Economic Dynamics* **9**(2), 284–309.
- Jonung, L. (1981), 'Perceived and expected rates of inflation in sweden', *American Economic Review* **71**(5), 961–968.
- Julius, W. W. (1987), 'The truly disadvantaged: The inner city, the underclass, and public policy', *University of Chicago Press* .
- Kahn, J. A., McConnell, M. M., Perez-Quiros, G. et al. (2002), 'On the causes of the increased stability of the us economy', *Federal Reserve Bank of New York Economic Policy Review* **8**(1), 183–202.
- Kapadia, S. (2005), 'Inflation target expectations and optimal monetary policy', *Oxford University Department of Economics Working Paper* **227**.
- Kaufman, B. (1999), 'Emotional arousal as a source of bounded rationality', *Journal of Economic Behaviour Organization* **38**, 135–144.

- Keynes, J. (1937), ‘The general theory of employment’, *Quarterly Journal of Economics* **51**(2), 209–223.
- Kijima, M. & Uchida, Y. (2005), ‘A markov model for valuing asset prices in a dynamic bargaining market’, *Quantitative Finance* **5**(3), 277–288.
- LeBaron, B. (2006), ‘Agent-based computational finance. handbook of computational economics, volume 2: Agent-based computational economics’.
- Liebow, E. (1967), *Tally’s Corner, Washington, DC A study of Negro street corner men, etc*, Routledge & Kegan Paul.
- Lima, G. T. & Silveira, J. J. (2015), ‘Monetary neutrality under evolutionary dominance of bounded rationality’, *Economic Inquiry* **53**(2), 1108–1131.
- Lux, T. (1998), ‘The socio-economic dynamics of speculative markets: Interacting agents, chaos, and the fat tails of return distributions’, *Journal of Economic Behavior & Organization* **33**(2), 143–165.
- MacDonald, R. & Marsh, I. W. (1996), ‘Currency forecasters are heterogeneous: confirmation and consequences’, *Journal of International Money and Finance* **15**(5), 665–685.
- Maital, S. & Maital, S. (1981), ‘Individual-rational and group-rational inflation expectation: Theory and cross section evidence’, *Journal of Economic Behavior and Organization* .
- Mankiw, N. G. & Reis, R. (2001), ‘Sticky information versus sticky prices: a proposal to replace the new keynesian phillips curve’.
- Mankiw, N. G., REIS, R. & WOLFERS, J. (2004), ‘Disagreement about inflation expectations’, *In: NBER Macroeconomics Annual 2003* **18**, 209–270.
- Marin, E. S. (2013), Fluzz redes sociais: geração, visualização e buscas que maximizam a probabilidade de influência entre indivíduos, Master’s thesis, Universidade Federal de Goiás.

- Martínez, G. O. (2008), 'Inflation targeting', *Bank of Canada, A Festschrift in honour of David Dodge, November* .
- Metz, J., Calvo, R., Seno, E. R., Romero, R. A. & Liang, Z. (2007), 'Redes complexas: conceitos e aplicações', *Relatórios Técnicos do ICMC-USP São Carlos* .
- Metzler, L. A. (1941), 'The nature and stability of inventory cycles', *Review of Economic Statistics* **23**, 113–129.
- Meyer, P. (2000), Computational studies of pure and dilute spin models, Master's thesis.
URL: <http://www.hermetic.ch/compsci/thesis/index.html>
- Montgomery, J. D. (1994), 'Revisiting tally's corner mainstream norms, cognitive dissonance, and underclass behavior', *Rationality and Society* **6**(4), 462–488.
- Moraes, R. C. (1992), A formulação da hipóteses de expectativas racionais, in: A economia da inflação, Master's thesis, Universidade Federal do Rio Grande do Sul.
- Muth, J. (1961), 'Rational expectations and the theory of price movements', *Econometrica* **29**, 315–335.
- Nervole, M. (1958), 'Adaptative expectations and cobweb phenomena', *Quarterly Journal of Economics* **LXXII**, 227–240.
- Palmqvist, S. & Stromberg, L. (2004), 'House holdsination opinions a tale of two surveys', *Sveriges Riskbank Economic Review* **4**.
- Pfajfar, D. & Santoro, E. (2009), 'Asymmetries in inflation expectations across socioeconomic groups', *Mimeo, University of Copenhagen* .
- Pfajfar, D. & Santoro, E. (2010), 'Heterogeneity, learning and inflation stickiness in inflation expectations', *Journal of Economic Behavior and Organization* **75**(3), 426–444.

- Pfajfar, D. & Zakelj, B. (2011), 'Inflation expectations and monetary policy design: Evidence from the laboratory', *Mimeo, Tilburg University* .
- Salle, I., Yıldızoğlu, M. & Sénégas, M.-A. (2013), 'Inflation targeting in a learning economy: An abm perspective', *Economic Modelling* **34**, 114–128.
- Santos, N. C. (2003), A hipótese de expectativas racionais: Teorias e testes, Master's thesis, Universidade Federal do Rio Grande do Sul.
- Sargent, T. J. (1993), 'Bounded rationality in macroeconomics', *Oxford University Press* .
- Silveira, J. J. & Lima, G. T. (2012), 'Inflation-targeting monetary regime in an environment of heterogeneous expectations of inflation', *Working Paper* .
- Simon, H. A. (1957), 'Models of man; social and rational.'
- Sims, C. A. (2003), 'Implications of rational inattention', *Journal of monetary Economics* **50**(3), 665–690.
- Sims, C. A. & Zha, T. (2006), 'Were there regime switches in us monetary policy?', *The American Economic Review* pp. 54–81.
- Souleles, N. S. (2001), Consumer sentiment: Its rationality and usefulness in forecasting expenditure-evidence from the michigan micro data, Technical report, National bureau of economic research.
- Stock, J. H. & Watson, M. W. (2003), Has the business cycle changed and why?, *in* 'NBER Macroeconomics Annual 2002, Volume 17', MIT press, pp. 159–230.
- Summers, P. M. (2005), 'What caused the great moderation? some cross-country evidence', *Economic Review-Federal Reserve Bank of Kansas City* **90**(3), 5.
- Svensson, L. (2010), 'The simplest test of inflation target credibility', *NBER Working Paper Series 16654, National Bureau of Economic Research* .
- Taylor, A. & Higham, D. (2009), 'Contest: A controllable test matrix toolbox for matlab', *ACM Transactions on Mathematical Software (TOMS)* **35** (26).

- Ter Ellen, S. & Zwinkels, R. C. (2010), 'Oil price dynamics: A behavioral finance approach with heterogeneous agents', *Energy Economics* **32**(6), 1427–1434.
- Thehan, B. (2010), 'Survey measures of expected inflation learning with and the inflation process', *Working Paper* .
- Tichy, G. (1992), 'Erwartungsbildung und konjunkturforschung: Axiomatik versus erhebungen.', *IFO- Studien* **38** (1), 43–82.
- Topa, G. (2001), 'Social interactions, local spillovers and unemployment', *Review of economic studies* pp. 261–295.
- Train, K. (2003), 'Discrete choice models with simulation', *Cambridge University Press* .
- Velde, F. R. (2004), 'Poor hand or poor play? the rise and fall of inflation in the us', *Burns* pp. 1970–78.
- Watts, D. J. & Strogatz, S. H. (1998), 'Collective dynamics of small world networks', *Nature* **393**, 440–442.
- Weber, A. (2010), 'Heterogeneous expectations, learning and european inflation dynamics', *Discussion paper Series 1/Volkswirtschaftliches Forschungszentrum der Deutschen Bundesbank* .
- West, K. D. (1988), 'Bubbles, fads and stock price volatility tests: a partial evaluation', *The Journal of Finance* **43**(3), 639–656.
- Westerhoff, F. H. (2005), 'Consumer behavior and fluctuations in economic activity', *Advances in Complex Systems* **8**(02n03), 209–215.
- Woodford, M. (2001), 'Imperfect common knowledge and the effects of monetary policy', *Cambridge, MA* .