3º Normal

Matematica.

M. Margarida de O. Neves.

E. Normal "S. Frassinetti"

18-3-43

Caderneta de

Matematica

Aluna: M. Margarida de Oliveira Neves.

3º ano Normal

1943.

Matematica

Março

Denomina-se cilindro ao solido limitado por uma superficie cilindrica e dois planos paralelos (P e P') que cortam todas as geratizes.

Chama-se geratiz do cilindro o seguimento determinado pelas bases sobre qualquer das geratizes da superficie lateral. As geratizes de um cilindro são seguimentos iguais e paralelos.

O cilindro de revolução é, o solido limitado por uma superficie cilindrica de revolução e dois planos (pl) paralelos perpendiculares ás geratizes.

Concideremos um cilindro e um prisma reto da mesma altura, cujás bases estejam inscritas na base do cilindro. Dizemos que, nesse caso, que o prisma está inscrito no cilindro.

O cilindro como limite de um prisma

O cilindro é o limite de um prisma re-

-gular inscrito cujo numero de faces la-
-terais aumenta indefinidamente.

Área lateral de um cilindro

A área lateral de um cilindro de raio R é o limite da área lateral de um prisma regular inscrito nesse cilindro, quando o numero de faces laterais aumenta indefinidamente.

Sabemos que a area lateral do prisma é igual ao produto do perimetro da base pela altura.

Area lat. do prisma = Perimetro da base x alt.

Area lat. do cilindro = Circunf. da base x alt.

A area total será evidentemente a area lateral mais as areas das bases.

Formula do Cilindro

Dedução

Prisma $AL_{pr} = P \times h$ $\qquad C = 2\pi R$

$AL_{cil} = C \times h$

$AL_{cil} = 2\pi R h$

$AT_{cil} = 2\pi R h + 2B$

$AT_{cil} = 2\pi R h + 2(\pi R^2)$

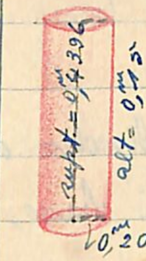
$AT_{cil} = 2\pi R h + 2\pi R^2$ (evidencia)

$\boxed{AT_{cil} = 2\pi R(h+R)}$ Formula do Cilindro.

Cada base vale πR^2.

Problemas

1 Calcular a superficie total de um cilindro de $0{,}^m20$ de raio e $0{,}^m15$ centimetros de alt.



$AT_{cil} = 2\pi R(h+R)$

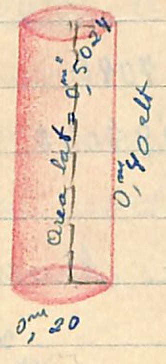
$AT_{cil} = 6{,}28 \times 0{,}^m20\,(0{,}^m15 + 0{,}^m20)$

$AT_{cil} = 1{,}^m2560 \times 0{,}35$

$AT_{cil} = 0{,}^{m^2}4396$

$$\begin{array}{r} 6{,}28 \\ \times 0{,}20 \\ \hline 1{,}2560 \\ \times 0{,}35 \\ \hline 6280 \\ 3768 \\ \hline 0{,}439600 \end{array} \qquad \begin{array}{r} 3{,}14 \\ \times 2 \\ \hline 6{,}28 \end{array} \qquad \begin{array}{r} 0{,}20 \\ +0{,}15 \\ \hline 0{,}35 \end{array}$$

2 Qual é a superficie lateral de um cilindro gerado pela revolução completa de um retangulo ao redor da base, sabendo que o retang. tem $0{,}^m20$ de base e $0{,}^m40$ de altura?



$AL_{cil} = 2\pi R h$

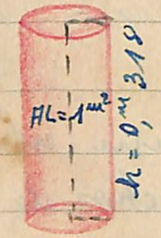
$AL_{cil} = 6{,}28 \times 0{,}^m20 \times 0{,}^m40$

$AL_{cil} = 1{,}^{m^2}2560 \times 0{,}^m40$

$AL_{cil} = 0{,}^{m^2}5024$

$$\begin{array}{r} 6{,}28 \\ 0{,}20 \\ \hline 1{,}2560 \end{array} \qquad \begin{array}{r} 1{,}2560 \\ 0{,}40 \\ \hline 0{,}502400 \end{array}$$

3) Um cilindro tem $0,^{m}5$ de raio Calcular a alt desse cilindro de modo que a sua área lateral seja $1\,m^2$.

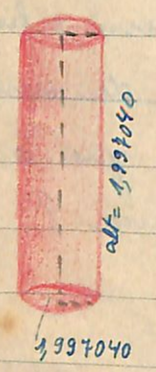


$$AL = 2\pi R h$$
$$AL = 6,28 \times 0,^{m}5\, h$$
$$1m^2 = 3,140\, h$$
$$\frac{1m^2}{3,140} = h$$
$$0,^{m}318 = h$$

$$\begin{array}{r} 6,28 \\ 0,5 \\ \hline 3,140 \end{array}$$

$$\begin{array}{r|l} 1,0000 & 3,140 \\ 0580 & 0,318 \\ 2660 & \\ 140 & \end{array}$$

4 Calcular a área lateral de um cilindro cuja altura é igual a circunferência da base, sendo o raio igual a $0,^{m}318$.



$$C = 2\pi R$$
$$C = 6,28 \times 0,^{m}318$$
$$C = 1,^{m}997040$$
$$C = \text{alt} = h$$
$$AL_{cil} = 2\pi R h$$
$$AL_{cil} = 6,28 \times 0,^{m}318 \times 1,^{m}997040$$
$$AL_{cil} = 1,^{m}997040 \times 1,^{m}997040.$$
$$AL_{cil} = 3,^{m^2}9911687616.$$

$$\begin{array}{r} 6,28 \\ 0,318 \\ \hline 5024 \\ 628 \\ 1884 \\ \hline 1,99704 \\ \times 1,99704 \end{array}$$

Margarida Neves de O.

Paraiso, 22-3-943

$4\,m^2$

Cône.

Chama-se cône ao solido limitado por uma superficie conica e um plano que corte todas as geratizes.

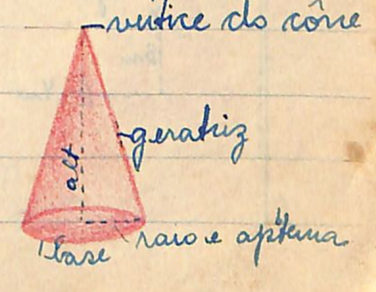
O vertice da superficie conica é o vertice do cône.

Chama-se geratiz do cône o segmento (VA) determinado pelo vertice e pela base, sôbre qualquer das geratizes de superficie conica.

A altura de um cône é a distancia do vertice ao plano da base.

Uma piramide está inscrita num (circulo) cône quando o vertice da piramide coincide com o vertice do cône e a base daquela está inscrita na base do cône. As áreas laterais da piramide inscrita são geratizes do cône.

Nota: O cône de revolução é o limite de uma piramide regular inscrita quando o numero de faces laterais dessa piramide aumenta indefinidamente.



Apotema ou geratiz.

É semperimetro porque as faces são retangul.

Formula do Cône

Dedução

II

$AL_{pir} = pa$ $\qquad \left(\frac{C}{2} = \frac{2\pi R}{2}\right)$

$AL_{pir} = \frac{C}{2} \times g$

$AL_{cone} = \pi R g$

$AT_{cone} = \pi R g + \pi R^2$

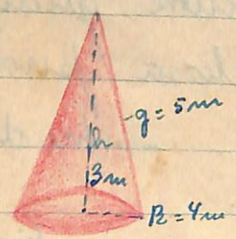
$\boxed{AT_{cone} = \pi R (g + R)}$ formula

Sempre o g é minuendo)

$g^2 = h^2 + R^2$ (Pitágoras)

$g = \sqrt{h^2 + R^2}$

5 Calcular a área lateral de um cône de 4m de ráio e 3m de altura.



$AL_{cone} = \pi R g$

$AL_{cone} = 3,14 \times 4 \times 5$

$AL_{cone} = 3,14 \times 20$

$AL_{cone} = 62,^{m^2}80$

$g^2 = h^2 + R^2$

$g^2 = 16 + 9$

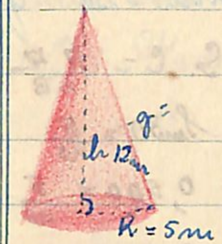
$g^2 = 25$

$g = \sqrt{25}$

$g = 5m.$

$3,14 \times 20 = 62,^{m}80$

6) Determinar a área total de um cône cujo ráio mede 5m e a altura 12m.



$AT_{cone} = \pi R (g + R)$

$AT = 3,14 \times 5 (13 + 5)$

$AT = 3,14 \times 5 \times 18$

$AT_{cone} = 282,^{m^2}60$

$g^2 = h^2 + R^2$

$g^2 = 144 + 25$

$g = \sqrt{169}$

$g = 13m$

$3,14 \times 90 = 282,60$

$18 \times 5 = 90$

7 Um cône tem $0,^{m}8$ de ráio e $2,^{m^2}5120$ de área lateral. Calcular a altura.

$AL = \pi R g$

$AL\ 2,5120$

$R = 0,8$

$2,5120 = 3,14 \times 0,8 g$

$2,5120 = 2,5120 g$

$\frac{2,5120}{2,5120} = g$

$1m = g$

$g^2 = h^2 + R^2$

$h^2 = g^2 - R^2$

$h^2 = 1^2 - 0,^{m}8^2$

$h^2 = 1^2 - 0,64$

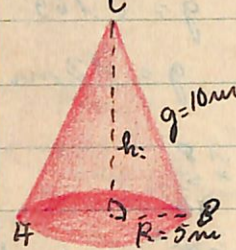
$h = \sqrt{0,^{m}36}$

$h = 0,^{m}6.$

$1,00 - 0,64 = 0,36$

$3,14 \times 0,80 = 2,5120$

8) A geratriz de um cône, forma com o ~~(ráio)~~ eixo um angulo de 30°. Calcular a área lateral desse cône sabendo-se que o ráio mede 5 m.



$AL_{cône} = \pi R g$

$AL_c = 3,14 \times 5 \times 10$

$AL_c = 3,14 \times 50$

$AL_c = 157 m^2$

$S.C = \frac{AB}{CB}$

$\text{Sen} 30 = \frac{5}{re}$

$0,500 = \frac{5}{re}$

$0,500 re = 5$

$re = \frac{5}{0,5}$

$re = 10 m.$

$3,14 \times 50 = 157,00$

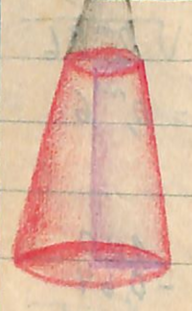
Paraiso, 25-3-43. Margarida Neves.

Matematica

30-3-43

Fórmula do tronco da Piramide.

Dedução da formula.



$A_{trap} = \frac{(b+b')h}{2}$

$AL_{t.c} = \frac{(2\pi R + 2\pi R')}{2} g.$

$AL_{t.c} = \pi (R+R') g.$

$\boxed{AT_{t.c} = \pi (R+R') g + \pi R^2 + \pi R'^2}$

formulas

Problemas.

9 Um tronco de cône tem $1,^m5$ de altura e os raios das bases medem respectivamente 1m e $0,^m5$. Pede-se a área lateral.

$AL_{t.c} = \pi (R+R') g.$

$AL = 3,14 (1m + 0,^m5) g$

$AL = 3,14 \times 1,5 g$

$AL = 4,710 g$

$AL = 4,71 \times 1,^m8$

$AL = 8,^{m^2}4780$

$AL_{t.c} = 7,^{m^2}4418$

$g^2 = h^2 + R^2$

$g^2 = 2,25 + 1$ $\sqrt{2,25+0,25}$

$g = \sqrt{3,^m25}$ $\sqrt{2,5}$

$g = 1,^m8$ $g = 1,^m58$

$4,71 \times 1,8 = 3768 + 471 = 8,478$

$3,25 \div 1,8$: 1; 225; 224; 001; 28 ×8

10 A superfície da base de um cône é de $28,^{m^2}2744$ e a altura 4m. Qual é a sup. f. lateral.

$A_{bc} = \pi R^2$

$28,2744 = 3,14 R^2$

$\frac{28,2744}{3,14} = R^2$

$9,04 = R^2$

$3,^m6 = R$

$g^2 = h^2 + R^2$

$g^2 = 16 + 12,^m56$

$g = \sqrt{28,^m96}$

$g = 5,^m3$

$AL_{cône} = \pi R g$

$AL_{cône} = 3,14 \times 3,6 \times 5,3$

$AL_{cône} = 58,^{m^2}9112$

$28,2744 \div 3,14 = 9,04$ (001440; 184)

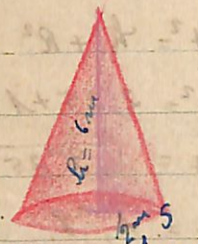
$9,04$: 9; 00400; 396; 004 — $\sqrt{}$ 3,6; 66 ×6

$3,6 \times 3,6 = 216 + 108 = 12,96$; $+16 = 28,96$

$\sqrt{28,96}$ = 5,3: 25; 0396; 309; 087; 103 ×3

$3,14 \times 5,3 = 942 + 1570 = 16,642$; $\times 3,6 = 99852 + 49926 = 58,9112$

11) Os catetos de um triangulo retangulo tem 2,m5 e 6m respect. Calcular a superfície lateral do cône gerado por esse triang. em torno do cateto maior.



$AL_{cône} = \pi R g$

$AL = 3,14 \times 2,5 \times 6,5$

$AL_{cône} = 51^{m^2},0250$

$g^2 = h^2 + R^2$

$g^2 = 36 + 6^{m},25$

$g = \sqrt{42,25}$

$g = 6^{m},5.$

$$\begin{array}{r} 3,14 \\ \times 2,5 \\ \hline 1570 \\ 628 \\ \hline 7,850 \end{array} \qquad \begin{array}{r} 7,850 \\ \times 6,5 \\ \hline 39\,25 \\ 4710 \\ \hline 51,0250 \end{array} \qquad \begin{array}{r|l} \sqrt{42,25} & 6,5 \\ 36 & 125 \\ \hline 0625 & \times 5 \\ 625 & \\ \hline 0 & \end{array}$$

12 Um telhado conico tem 5m, 30 de geratriz e 4,m5 de altura. Calcular a sua superfície lateral.

$AL_{cône} = \pi R g$

$AL = 3,14 \times R \times 5,30$

$AL = 3,14 \times 2,8 \times 5,3$

$AL_{cône}\ 46^{m^2},5976$

$g^2 = h^2 + R^2$

$R^2 = 28,09 - 20,25$

$R = \sqrt{7,84}$

$R = 2^{m},8.$

$$\begin{array}{r} 16,642 \\ \times 2,8 \\ \hline 133136 \\ 33284 \\ \hline 46,5976 \end{array} \qquad \begin{array}{r} 28,09 \\ -20,25 \\ \hline 07,84 \end{array} \qquad \begin{array}{r|l} \sqrt{7,84} & 2,8 \\ 4 & 48 \\ \hline 384 & \times 8 \\ 384 & \\ \hline 0 & \end{array} \qquad \begin{array}{r} 4,5 \\ 4,5 \\ \hline 225 \\ 180 \\ \hline 20,25 \end{array} \qquad \begin{array}{r} 5,3 \\ 5,3 \\ \hline 159 \\ 265 \\ \hline 28,09 \end{array}$$

Problemas

(Correção) Prova escrita em classe.

1 Calcular a área lateral de um cilindro no qual o ráio mede 8m e a altura 5,m30.

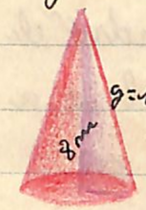
$AL_{cil.} = 2 \pi R h$

$AL_{cil} = 6,28 \times 8 \times 5,^{m}30$

$AL_{cil.} = 266^{m^2},2720$

$$\begin{array}{r} 3,14 \\ \times 2 \\ \hline 6,28 \\ \times 5,30 \\ \hline 1884 \\ 3140 \\ \hline 33,2840 \\ \times 8 \\ \hline 266,2720 \end{array}$$

2. Um cône tem 8m de altura e 10m de geratriz. Calcular a área total.



$AT_{cône} = \pi R (g + R)$

$AT_{c.} = 3,14 \times 6 (10 + 6)$

$AT_{c} = 3,14 \times 6 \times 16$

$AT_{cône} = 301^{m^2},44$

$g^2 = h^2 + R^2$

$R^2 = g^2 - h^2$

$R^2 = 100 - 64$

$R^2 = 36$

$R = 6m$

3 Calcular a aréa lateral do cône, cuja altura mede 5m. e a base tem de superfície 12,m²56.

$AL_{cône} = \pi R g$

$AL_{c.} = 3,14 \times 2 \times 5,^{m}3$

$AL = 33^{m^2},2840$

$g^2 = h^2 + R^2$

$g^2 = 25 + 4$

$g = \sqrt{29}$

$g = 5m,3$

$A\cancel{cc} = \pi R^2$

$R^2 = \dfrac{C}{\pi}$

$R^2 = \dfrac{12,56}{3,14}$

$R^2 = 4m$

$R = 2m$

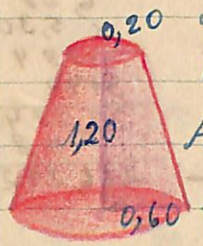
$$\begin{array}{r|l} 29 & 5,3 \\ 25 & 103 \\ \hline 400 & \times 3 \\ 309 & \\ \hline 091 & \end{array}$$

6-4-43

Problemas.

13 Um tronco de cône tem como ráios $0{,}^m60$ e $0{,}^m20$ respectivamente. Qual é a superfície total se tem $1{,}^m20$ de altura?

$$AT_{t.c.} = \pi(R+R')g + \pi R^2 + \pi R'^2$$
$$AT = 3{,}14(0{,}60+0{,}20)g + (3{,}14\times0{,}36) + (3{,}14\times0{,}04)$$
$$AT = 3{,}14\times0{,}80g) + 1{,}1304 + 0{,}1256$$
$$AT = 2{,}^m5120g + 1{,}^{m^2}2560$$
$$AT = 3{,}^m768g$$
$$AT = 3{,}^m768\times1{,}3$$
$$AT_{t.c.} = 4{,}^{m^2}8984$$



$$g^2 = h^2 + R^2$$
$$g^2 = 1{,}44 + 0{,}36$$
$$g = \sqrt{1{,}80}$$
$$g = 1{,}^m3.$$

14 As duas bases de uma coluna cilindrica de 6 m de altura, têm juntas $50{,}^{m^2}2656$. Qual é a superfície lateral dessa coluna?

$$AL_{cil.} = 2\pi Rh$$
$$AL = 6{,}28\times2{,}8\times6$$
$$AL_{cil.} = 105{,}^{m^2}5040$$

$$A_{b} = \pi R^2$$
$$25{,}1328 = 3{,}14R^2$$
$$\frac{25{,}1328}{3{,}14} = R^2$$
$$8{,}04 = R^2$$
$$2{,}^m8 = R.$$

50,2656 | 2 → 25,1328 | 3,14 → 8,04 | 2,8

15 Calcular a área lateral de um cône de 8 m de ráio e 4 m de altura.

$$AL_{cône} = \pi Rg$$
$$AL = 3{,}14\times8\times8{,}9$$
$$AL_{cône} = 223{,}^{m^2}5680$$

$$g^2 = h^2 + R^2$$
$$g^2 = 16 + 64$$
$$g = \sqrt{80}$$
$$g = 8{,}^m9$$

80 | 8,9 → 169 × 9

16 Calcular a área total de um cilindro de $2{,}^m5$ de ráio e 14 m de altura.

$$AT_{cil.} = 2\pi R(h+R)$$
$$AT_{cil.} = 6{,}28\times2{,}5(14+2{,}5)$$
$$AT_{cil.} = 15{,}7\times16{,}5$$
$$AT_{cil.} = 259{,}^{m^2}05$$

6,28 × 2,5 = 15,700; 15,7 × 16,5 = $259{,}^{m^2}05$

Margarida Nunes.

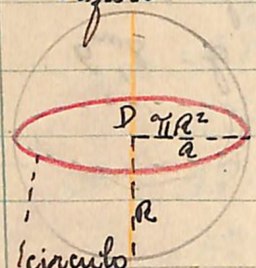
Paraiso, 7 - Abril - 943

Matemática

Formulas da
Esfera - zona - fuso

$|A \infty = \pi R^2|$

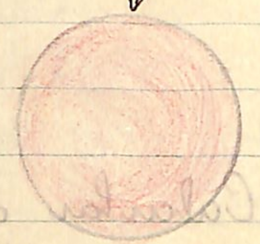
$A_{zona} = 2\pi R h$

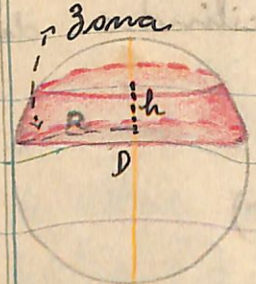


$A_{esf.} = 2\pi R \times 2R$

$\boxed{A_{esf} = 4\pi R^2}$

esfera.





$\boxed{A_{zona} = 2\pi R h}$

$A_{fuso\ 1°} = \frac{4\pi R^2}{360°}$

$A_{fuso} = \frac{4\pi R^2 n}{\cancel{360}\ 90°}$

$\boxed{A_{fuso} = \frac{\pi R^2 n}{90°}}$

Saraiva. 8 - Abril - 943

Problemas

17 A área de uma esféra é igual a 45 m². Calcular o comprimento da circunferência de ~~um~~ um circulo maximo.

$A_{esf} = 4\pi R^2$

$45m^2 = 4 \times 3{,}14 R^2$

$45 = 12{,}56 R^2$

$\frac{45}{12{,}56} = R^2$

$3{,}5828 = R^2$

$1{,}89 = R$

$C = 2\pi R$

$C = 6{,}28 \times 1{,}89$

$C = 11{,}^{m^2}8692.$

18 Qual é a área de 1 grande circulo em uma esféra de $1{,}^{m}5$ de diametro.

1,5 | 2
10 | 0,75
0

$A \infty = \pi R^2$

$A \infty = 3{,}14 \times 0{,}5625$

$A \infty = 1{,}^{m^2}766250$

0,75
× 0,75
375
525
0,5625

0,5625
× 3,14
22620
5655
16965
1,775670

19) Qual é a área de um fuso de 3° tendo a esfera $50^{m^2},24$.

$$A_{fuso} = \frac{\pi R^2 n}{90°}$$

$$A_f = \frac{3,14 \times 4 \times 3}{90°}$$

$$A_f = \frac{37,68}{90}$$

$$A_f = 0^{m^2},418$$

$A_{zona} = 2\pi R h$

$\cancel{1,884960 = 6,28 \times 3h}$

$\cancel{1,884960 = 18,84h}$

$\cancel{\frac{1,884960}{18,84} = h}$ ← (nulo)

$A_{esf.} = 4\pi R^2$

$\frac{50,24}{12,56} = R^2$

$4m = R^2$

$2m = R.$

20 Em uma esfera de 3m de ráio, uma zona tem $1^{m^2},884960$. Calcular a altura dessa zona.

$$A_{zona} = 2\pi R h$$

$$1,884960 = 6,28 \times 3h$$

$$1,884960 = 18,84h$$

$$\frac{1,884960}{18,84} = h$$

$$1^{m},0005 = h$$

1,884960 | 18,84
00009600 | 1,0005
0180

21) Calcular a superfície de um fuso de 30°, pertencente a uma esfera de 1m de ráio.

$$A_{fuso} = \frac{\pi R^2 n}{90}$$

$$A_f = \frac{3,14 \times 1 \times 30}{90}$$

$$A_f = \frac{3,14 \times 3}{9}$$

$$A_f = \frac{9,42}{9}$$

$$A_{fuso} = 1^{m^2},04$$

3,14 × 3 = 9,42

9,42 | 9
0 42 | 1,04
5

Paraiso, 12-4-43

Equação bi-quadrada

Eq. bi-quadrada é uma equação do quarto gráu, que só contem potências pares da icognita.

Fórma: Eq. de 2° grau

$$ax^2 + bx + c = 0$$

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

Eq. bi-quadrada

Fórma: $ax^4 + bx^2 + c = 0$

$$ay^2 + by + c = 0 \qquad \begin{cases} x^2 = y \\ x^4 = y^2 \end{cases}$$

$$y = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} = x^2$$

Dedução da formula: $\boxed{y = \pm\sqrt{\frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}}}$

Raiz

$x_{1^\circ} = +\sqrt{\frac{-b+\sqrt{b^2-4ac}}{2a}}$

Primeiro e segundo

$x_2 = -\sqrt{\frac{-b-\sqrt{b^2-4ac}}{2a}}$

$x_3 = +\sqrt{\frac{-b-\sqrt{b^2-4ac}}{2a}}$

Terceiro e quarto.

$x_4 = -\sqrt{\frac{-b+\sqrt{b^2-4ac}}{2a}}$

Exemplo

$x^4-17x^2+16=0$ (forma)

$x=\pm\sqrt{\frac{17\pm\sqrt{17^2-4\times 64}}{2}}$

$x=\pm\sqrt{\frac{17\pm\sqrt{289-64}}{2}}$

$x=\pm\sqrt{\frac{17\pm\sqrt{225}}{2}}$

$x=\pm\sqrt{\frac{17\pm 15}{2}}$

$x_{1^\circ}=+\sqrt{\frac{17+15}{2}}=+\sqrt{\frac{32}{2}}=+\sqrt{16}=+4$ (raiz positiva)

$x_{2^\circ}=-\sqrt{\frac{+17-15}{2}}=-\sqrt{\frac{2}{2}}=-\sqrt{1}=-1$ (raiz negativa)

$x_{3^\circ}=+\sqrt{\frac{17-15}{2}}=+\sqrt{\frac{2}{2}}=+\sqrt{1}=+1$ (raiz positiva)

$x_{4^\circ}=-\sqrt{\frac{17+15}{2}}=+\sqrt{\frac{32}{2}}=-\sqrt{16}=-4$ (raiz negativa)

Exercícios

22) $9x^4+80x^2-9=0$

$x=\pm\sqrt{\frac{-80\pm\sqrt{6.400-36(-9)}}{2\times 9}}$

$x=\pm\sqrt{\frac{-80\pm\sqrt{6400-(-324)}}{18}}$

$x=\pm\sqrt{\frac{-80\pm\sqrt{6724}}{18}}$

$x=\pm\sqrt{\frac{-80\pm 82}{18}}$

$x_1=\pm\sqrt{\frac{-80+82}{18}}=\mp\sqrt{\frac{2}{18}}=\mp\sqrt{\frac{1}{9}}=\mp\frac{1}{3}$

$x'_2=\pm\sqrt{\frac{-80-82}{18}}=\pm\sqrt{\frac{-162}{18}}=\pm\sqrt{-9}=\pm 3.(\sqrt{-1})$

$\sqrt{-9}$ raiz imaginária porque é negativa $\sqrt{-1}$

23 $2x^4+3x^2-4=40$

$2x^4+3x^2-44=0$

$x=\pm\sqrt{\frac{-3\pm\sqrt{9-4\times 2(-44)}}{4}}$

$x=\pm\sqrt{\frac{-3\pm\sqrt{9-(\pm 352)}}{4}}$

$x=\pm\sqrt{\frac{-3\pm\sqrt{361}}{4}}$

$x=\pm\sqrt{\frac{-3\pm 19}{4}}$

$x=\pm\sqrt{\frac{-3+19}{4}}=\pm\sqrt{\frac{16}{4}}=$

$x=\pm\sqrt{4}=\pm 2$

$x'=\pm\sqrt{\frac{-3-19}{4}}=\pm\sqrt{\frac{-22}{4}}=\pm\sqrt{-5,5}$

24) $x^4 - 24x^2 - 25 = 0$ $\left(x = \pm\sqrt{\frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}}\right)$

$x = \pm\sqrt{\frac{24 \pm \sqrt{24^2 - 4\times1(-25)}}{2\times1}}$

$x = \pm\sqrt{\frac{24 \pm \sqrt{576 - (-100)}}{2}}$

$x \pm\sqrt{\frac{24 \pm \sqrt{676}}{2}}$

$x = \pm\sqrt{\frac{24 \pm 26}{2}}$

$x_1 = \pm\sqrt{\frac{24+26}{2}} = \pm\sqrt{\frac{50}{2}} = \pm\sqrt{25} = \pm 5.$

$x_2 = \pm\sqrt{\frac{24-26}{2}} = \pm\sqrt{\frac{-2}{2}} = \pm\sqrt{-1} = \pm 1\ (\sqrt{-1})$

25 $x^4 - 50x^2 + 49 = 0$

$x = \pm\sqrt{\frac{50 \pm \sqrt{2.500 - 4\times1\times49}}{2\times1}}$

$x = \pm\sqrt{\frac{50 \pm \sqrt{2500 - 196}}{2}}$

$x = \pm\sqrt{\frac{50 \pm \sqrt{2304}}{2}}$

$x = \pm\sqrt{\frac{50 \pm 40}{2}}$

$x_1 = \pm\sqrt{\frac{50+40}{2}} = \pm\sqrt{\frac{90}{2}} = \pm\sqrt{45}.$

$x_2 = \sqrt{\frac{50-40}{2}} = \pm\sqrt{\frac{10}{2}} = \pm\sqrt{5}.$

Problemas

26 Um produto dos quadrados de 2 números, menos o duplo do quadrado desse número é igual a 1224. Quais são esses números?

$x^4 - 2x^2 = 1224$

$x^4 - 2x^2 - 1224 = 0$

$x = \pm\sqrt{\frac{2 \pm \sqrt{4 - 4\times1(-1224)}}{2\times1}}$

$x = \pm\sqrt{\frac{2 \pm \sqrt{4 - (\pm4896)}}{2}}$

$x = \pm\sqrt{\frac{2 \pm \sqrt{4900}}{2}}$

$x = \pm\sqrt{\frac{2 \pm 70}{2}}$

$x_1 = \pm\sqrt{\frac{2+70}{2}} = \pm\sqrt{\frac{72}{2}} = \pm\sqrt{36} = \pm 6.$

$x_2 = \pm\sqrt{\frac{2-70}{2}} = \pm\sqrt{\frac{-68}{2}} = \pm\sqrt{34} = \pm 5,8$

27 Determinar as dimensões de um retangulo que tem 20 m² de área e 6 m, 4 de diagonal.

$a^2 = b^2 + c^2$

$x^4 + \left(\frac{20}{x}\right)^2 = 6,4^2$

$x^4 + \frac{400}{x^2} = 6,4^2$

$x^4 + 400 = 6,4x^2$

$x^4 - 6x^2 + 400 = 0$

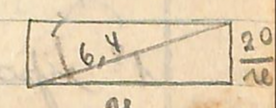
$x^4 = \pm\sqrt{\frac{6,4 \pm \sqrt{6,4^2 - 4\times400}}{2}}$

$x = \pm\sqrt{\frac{6,4 \pm \sqrt{40,96 - 1600}}{2}}$

$x = \pm\sqrt{\frac{6,4 \pm \sqrt{1559,04}}{2}}$

$x = \pm\sqrt{\frac{6,4 \pm 39,4}{2}}$

É preciso elevar 6,4 ao quadrado.



$x = \pm\sqrt{\frac{6,4+39,4}{2}} = \pm\sqrt{\frac{45,8}{2}} = \pm\sqrt{22,9} = \pm 4,7$

$x = \pm\sqrt{\frac{6,4-39,4}{2}} = \pm\sqrt{\frac{33}{2}} = \pm\sqrt{16,5} = \pm 4,05.$

28) Se da quarta potência de um número subtrair-mos 100 o resto dá 525.

$x^4 - 100 = 525$

$x^4 = 525 + 100$

$x^4 = 625$

$x = \sqrt[4]{625}$

$x = 5$

Margarida Neves

Equações irracionais.

Uma equação é chamada irracional quando a incógnita estás situada debaixo de um radical.

Ex: $\sqrt{2x + 8} = 4$

$2x + 8 = 16$

$2x = 16 - 8$

$2x = 8$

$x = \frac{8}{2}$

$x = 4$

1º tipo = eq. de 1º grau.

Ex: $\sqrt{x-1} + 3 = x$

$\sqrt{x-1} = x - 3$

$x - 1 = (x-3)^2$

$x - 1 = x^2 - 6x + 9$

$x - x^2 + 6x = 9 + 1$

$-x^2 + 7x = 10$

$-x^2 + 7x - 10 = 0$

$x^2 - 7x + 10 = 0$

2º tipo = eq. 2º grau.

Ex: Verificação (raiz estranha)

$\sqrt{x-1} + 3 = x$

$\sqrt{2-1} + 3 = 2$

$\sqrt{1} + 3 = 2$

$1 + 3 = ?\ 2$ (não)

$\sqrt{x-1} + 3 = x$

$\sqrt{5-1} + 3 = 5$

$\sqrt{5-1} + 3 = 5$

$\sqrt{4} + 3 = 5$

$2 + 3 = 5$

$5 = 5$

Ex: $\sqrt{2x-1} = 5$

$2x - 1 = 5$

$2x = 5 + 1$

$2x = 6$

$x = \frac{6}{2}$

$x = 3$

Verificação

$\sqrt{2x-1} = 5$

$2 \times 3 - 1 = 5$

$6 - 1 = 5$

$5 = 5$.

Ex: $4 + \sqrt{2x + 12} = 8$

$\sqrt{2x + 12} = 8 - 4$

$2x + 12 = (8-4)^2$

$2x + 12 = \cancel{64 - 64} + 16$

$2x = 16 - 12$

$2x = \frac{4}{2}$

$x = 2$

Verificação

$\sqrt{2x + 12} = 8 - 4$

$2 \times 2 + 12 = (8-4)^2$

$4 + 12 = 16$

$16 = 16$

Margarida

Ex: $3x - 2\sqrt{x} = 65$

$(3x - 65)^2 = 4x$

$9x^2 - 390x + 4225 = 4x$

$9x^2 - 390x + 4225 - 4x = 0$ → (raiz = $x = 25$)

$9x^2 - 394x + 4225 = 0$

3º tipo — Equação de 2º gráu.

Ex: **4º tipo** — Eq. de 1º gráu

$\sqrt{x-1} - \sqrt{x-4} = 1$

$\sqrt{x-1} = 1 + \sqrt{x-4}$

$x - 1 = (1 - \sqrt{x-4})^2$

$x - 1 = 1 - 2\sqrt{x-4} + x - 4$

$\cancel{x} - 1 - 1 - \cancel{x} + 4 = 2\sqrt{x-4}$

$2 = 2\sqrt{x-4}$

$(2)^2 = 2\sqrt{x-4}$

$4 = 4(x-4)$

$4 = 4x - 16$

$4 + 16 = 4x$

$20 = 4x$

$\frac{20}{4} = x$

$5 = x$

Margarida

Exercícios

29 $\sqrt{x+6} + \sqrt{x+1} = 5$

$\sqrt{x+6} = 5 - \sqrt{x+1}$

$x + 6 = (5 - \sqrt{x+1})^2$

$x + 6 = 25 - 10\sqrt{x+1} + x + 1$

$10\sqrt{x+1} = 25 + \cancel{x} + 1 - \cancel{x} - 6$

$100(x+1) = 20$

$100x + 100 = 400$

$100x = 400 - 100$

$100x = 300$

$x = \frac{300}{100}$

$x = 3$

---

30 $3\sqrt{x-1} = x + 1$

$9(x-1) = (x+1)^2$

$9x - 9 = x^2 + 2x + 1$

$9x - 9 - x^2 - 2x - 1 = 0$

$7x - x^2 - 10 = 0$

$-x^2 + 7x - 10 = 0$

$x^2 - 7x + 10 = 0$

$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$

$x = \frac{7 \pm \sqrt{49 - 4 \times 1 \times 10}}{2 \times 1}$

$x = \frac{7 \pm \sqrt{49 - 40}}{2}$

$x = \frac{7 \pm \sqrt{9}}{2}$

$x = \frac{7 \pm 3}{2}$

$x = \frac{7 + 3}{2} = \frac{10}{2} = \underline{\underline{5}}$

$x = \frac{7 - 3}{2} = \frac{4}{2} = \underline{\underline{2}}$

Margarida

31) $\sqrt{x+2} = 4$

$x + 2 = 16$

$x = 16 - 2$ C

$x = 14$

---

32 $8 + \sqrt{x+5} = 10$

$\sqrt{x+5} = 10 - 8$

$x + 5 = 10 - 8$

$x + 5 = 2^2$ C

$x + 5 = 4$

$x = 4 - 5$

$x = -1$

---

33 $\sqrt{x^2+4x} = x + 4$

$x^2 + 4x = (x+4)^2$

$x^2 + 4x = x^2 + 8x + 16$

$\cancel{x^2} + 4x - \cancel{x^2} - 8x - 16 = 0$

$-4x = -16$

$x = \dfrac{16}{-4}$ C

$x = -4$

Paraíso, 6-5-43

Margarida Nav…

Mês de Maio

Progressões aritiméticas.

Definição: Progressão aritimética é uma sucessão de termos tais, que cada um deles, a partir do segundo é igual ao precedente somado a uma quantidade constante denominada razão da progressão.

Assim os números: 7, 11, 15, 19, 23, 27, — formam uma progressão aritimética cujá razão é 4. São tambem chamadas progressão por diferença.

Indica-se essa progressão do seguinte modo: ÷ a. b. c. d. e ....

Os progressões são crescentes quando a razão é positiva, quando um termo qualquer é maior do que o precedente; no caso contrário é decrescente, tem razão negativa.

1º) ÷ 8. 15. 22. 29. 36 ...... — 2º) ÷ 29 : 21. 13. 5 ....

Relação Fundamental.

1º termo = a	÷ a . b c. d. e	
razão = r	a = a	a = a
último termo = l	b = a + r	b = a + r.

n^o de têrmo $= n$

$e = a + 2r$ | $c = b + r = a + r = a + 2r$

$d = a + 3r$ | $d = c + r$

$l = a + (n-1)r$ (fórmula)

Fórmulas das letras

$l = a + (n-1)r$	1º) fórmula fundamental
$a = l - (n-1)r$	2º) Fórmula do 1º têrmo
$r = \frac{l-a}{n-1}$	3º) Fórmula da razão
$n = \frac{l-a}{r} + 1$	4º) Fórmula do número de têrmos.

Notas: Uma parcela desconhecida é igual o total ou soma, menos a parcela conhecida.
— Um fator desconhecido é igual ao produto, dividido pelo fator conhecido.

Exemplo: — Fórmula fundamental em geral.
Calcular o décimo quarto (14) têrmo da progressão seguinte: : 3. 10. 17........

: 3. 10. 17....

$n = 14$ $\quad l = 94$

$a = 3$ $\quad r = 7$

$l = a + (n-1)r$

$l = 3 + (14-1)7$

$l = 3 + (13 \times 7)$

$l = 3 + 91$

$l = 94$

Exemplo: — Fórmula 1º têrmo
Calcular o 1º têrmo de uma progressão aritmética, cujá razão é 7º o número de têrmos 13 sendo o último têrmo 87 —

$l = 87$ $\quad a = 87 - (13-1)7$

$n = 13$ $\quad a = 87 - (12 \times 7)$

$r = 7$ $\quad a = 87 - 84$

$a = 3$ $\quad a = 3$

Exemplo: — Fórmula da razão
Qual é a razão de uma progressão aritmética de 20 têrmos, que começa em 14 e termina em 128.

$r = 6$ $\quad r = \frac{l-a}{n-1}$

$l = 128$ $\quad r = \frac{128-14}{20-1}$ $\quad 114 \div 19 = 6$, resto 00

$a = 14$ $\quad r = \frac{114}{19}$

$n = 20$ $\quad r = 6$

Exemplo: – Número de termos.

Uma progressão aritimética vae de 13 até 76 e tem a razão igual a 7. Quantos termos tem essa progressão?

$l = 76$ | $n = \frac{l-a}{r} + 1$

$a = 13$ | $n = \frac{76-13}{7} + 1$

$r = 7$ | $n = \frac{63}{7} + 1$

$n = 10$ | $n = 10$

$$\begin{array}{r} -76 \\ 13 \\ \hline 63 \\ 0 \end{array} \Big| \begin{array}{l} 7 \\ \hline 9 \end{array}$$

Paraiso, 10 - Maio - 1943

Interpolação aritimética

Dedução da fórmula da razão para uma interpolação aritimética.

$r = \frac{l-a}{n-1}$ | $n = m+2$ | $r = \frac{l-a}{m+2-1} = \frac{l-a}{m+1}$

$r = \frac{l-a}{m+1}$ (fórmula)

Ex: Inserir ou interpolar 6 meios aritimeticos entre 8 e 71.

$r = \frac{l-a}{m+1}$

$r = \frac{71-8}{6+1} = \frac{63}{7} = 9$ (razão)

8. 17. 26. 35. 44. 53. 62. 71. (progressão).

Problemas

As idades de 7 irmãos formam uma série aritimet. o mais moço tem 2 anos e o mais velho 20. Qual é a diferença comum entre suas idades?

$r = \frac{l-a}{n-1}$

$r = \frac{20-2}{7-1} = \frac{18}{6} = 3$ anos (razão)

C

Interpolar 10 meios aritimeticos entre 5 e 38.

$r = \frac{l-a}{m+1}$

C

$r = \frac{38-5}{10+1} = \frac{33}{11} = 3$ (razão)

5. 8. 11. 14. 17. 20. 23. 26. 29. 32. 35. 38 (progressão)

Propriedade das progressões aritiméticas

Em toda a progressão aritimética a soma de dois termos equidistantes, é igual a soma dos extremos.

São equidistantes.

$: a . b . c \ldots\ldots g \mid g' \ldots\ldots l$

último termo isto é l

Substitue

$l = a + (n-1)r$

$a = n - (n-1)r$

$g = a + (p-1)r$

primeiro

$g' = l - (p-1)r$

Soma $= g + g' = a + l$

Conclusão: A soma dos extremos é igual a soma dos termos equidistantes.

Exe: 3. 8. 13. 18. 23. 28. 33. 38 (5 é a razão)

38+3=41 (A soma dos extremos é igual a 41)

Soma dos termos equidistantes.

33 + 8 = 41

28 + 13 = 41

18 + 23 = 41

Fórmula da soma dos termos de uma progressão arit.

S é numero de termos.

$$S = \frac{n(a+l)}{2} \quad \text{(fórmula)}$$

Problemas

34 Um negociante deve serta quantia que promete pagar em 12 mezes; dando no 1º mês Cr\$ 50,00, no 2º mês \$ 60,00 e no 3º mês \$ 70,00 e assim sucessivamente. Quanto deve entregar no ultimo mês? Qual é o seu debito?

$l = a + (n-1)r$

$l = 50,00 + (12-1)10$

$l = 50,00 + (11 \times 10)$

$l = 50,00 + 110$

$l = \$160,00$

$S = \frac{n(a+l)}{2}$

$S = \frac{12(50,00+160,00)}{2}$

$S = \frac{12 \times 210,00}{2}$

$S = \frac{2.520,00}{2}$

$S = \$1.260,00$

Respostas: No último mês deve entregar \$160,00

O seu debito era de \$1.260,00

Margarida Naves

Correção da prova escrita

Quesitos

1º Um reservatório cilíndrico tem de superfície total 40m²; o ráio da base mede 1,m2. Calcular a altura.

$$AT_{al} = 2\pi R(h+R)$$
$$AT = 2\pi R h + 2\pi R^2$$
$$40 = 6,28 \times 1,2h + 6,28 \times 1,44$$
$$40 = 6,28 \times 1,2(h+1,2)$$
$$40 = 7,^{m}536\ (h+1,2)$$
$$40 = 7,532h + 9,0432$$
$$40 - 9,0432 = 7,532h$$
$$30,^{m}9568 = 7,^{m}532h$$
$$\frac{30^{m}956}{7,532} = h$$
$$4,^{m}1 = h$$

$$\begin{array}{r} 6,28 \\ \times 1,44 \\ \hline 2512 \\ 2512 \\ 628 \\ \hline 9,0432 \end{array}$$

$$\begin{array}{r|l} 400000 & 7,532 \\ 382720 & \overline{4,1} \\ 209920 & \\ 220056 & \end{array}$$

2º) Qual é o primeiro termo de uma progressão aritmética cuja razão é 12 e cujo 35º número é 415.

$$a = l - (n-1)r$$
$$a = 415 - (35-1)12$$
$$a = 415 - (34 \times 12)$$
$$a = 415 - 408$$
$$a = \underline{7}$$

$$\begin{array}{r} 34 \\ \times 12 \\ \hline 68 \\ 34 \\ \hline 408 \end{array} \qquad \begin{array}{r} 415 \\ -408 \\ \hline 007 \end{array}$$

Progressão

7.19.31.43.55.67.79.91.103.115.127.139.151.163.175.187.199.211.223.235.247.259.271.283.295.307.319.331.343.355.367.379.391.403.415.

3º) Resolver a seguinte equação bi-quadrada.

$$x^4 - 13x^2 = -36$$
$$x^4 - 13x^2 + 36 = 0$$
$$x = \pm\sqrt{\frac{13 \pm \sqrt{169 - 4\times 36}}{2\times 1}}$$
$$x = \pm\sqrt{\frac{13 \pm \sqrt{169-144}}{2}}$$
$$x = \pm\sqrt{\frac{13 \pm \sqrt{25}}{2}}$$
$$x = \pm\sqrt{\frac{13 \pm 5}{2}}$$
$$x = \pm\sqrt{\frac{13+5}{2}} = \pm\sqrt{\frac{18}{2}} = \pm\sqrt{9} = \pm\underline{3}$$
$$x' = \pm\sqrt{\frac{13-5}{2}} = \pm\sqrt{\frac{8}{2}} = \pm\sqrt{4} = \pm\underline{2}$$

$$\begin{array}{r} 13 \\ \times 13 \\ \hline 39 \\ 13 \\ \hline 169 \end{array} \qquad \begin{array}{r} 36 \\ \times 4 \\ \hline 144 \end{array}$$

4º) Resolver a equação:

$$\sqrt{x+9} = 11 - x$$
$$\sqrt{x+9} = 11 - x$$
$$x + 9 = (11-x)^2$$
$$x + 9 = 121 - 22x + x^2$$
$$x + 22x - 121 + 9 - x^2 = 0$$
$$23x - x^2 - 112 = 0$$
$$-x^2 + 23x - 112 = 0$$
$$x^2 - 23x + 112 = 0$$
$$x = \frac{23 \pm \sqrt{529 - 4\times 1\times 112}}{2\times 1}$$
$$x = \frac{23 \pm \sqrt{529-448}}{2}$$
$$x = \frac{23 \pm \sqrt{81}}{2}$$
$$x = \frac{23 \pm 9}{2}$$
$$x = \frac{23+9}{2} = \frac{32}{2} = \underline{16}$$
$$x = \frac{23-9}{2} = \frac{14}{2} = \underline{7}$$

$$\begin{array}{r} 11 \\ \times 11 \\ \hline 121 \end{array} \qquad \begin{array}{r} 529 \\ -448 \\ \hline 081 \end{array} \qquad \begin{array}{r} 23 \\ 23 \\ \hline 69 \\ 46 \\ \hline 529 \end{array} \qquad \begin{array}{r} 112 \\ \times 4 \\ \hline 448 \end{array}$$

Margarida

13-Maio-1943

~~Progressão Aritmética~~

Geométrica

13-5-43

Progressão geométrica (ou por quociente) é uma série de numeros, cada um dos quais é igual ao anterior, multiplicado por uma quantidade constante que se chama razão.

Ex: $::2:6:18:\ldots$ (razão 3)

$\left.\begin{array}{l}\frac{6}{2}=3\\ \frac{18}{6}=3\end{array}\right\}$ razão $\frac{18}{6}=\frac{6}{2}$

$6^2=18\times 2$ logo o 6 é média proporcional.

Conclusão: 3 termos consecutivos numa progressão é uma média proporcional (termo médio)

Dedução da formula fundamental

$::2:6:18\ldots\ldots$

1º termo = a

últ = l

nº t = n

r = r

$\left\{\begin{array}{l}1^{\circ}\ a\\ 2^{\circ}\ a\times r=ar\\ 3^{\circ}\ ar\times r=ar^2\\ 4^{\circ}\ ar^2\times r=ar^3\end{array}\right.$ (base)

logo: $l=ar^{n-1}$ (formula geral)

Para que a razão seja crescente é necessário que o número seja inteiro.

Para que seja decrescente a razão é uma fração.

Formulas deduzidas da fundamental

$l=ar^{n-1}$

$a=\frac{l}{r^{n-1}}$ (formula)

$r^{n-1}=\frac{l}{a}$ (formula)

$r=\sqrt[n-1]{\frac{l}{a}}$ (formula)

S = soma dos termos da progressão geométrica

$S=\frac{lr-a}{r-1}$ (formula)

Decrescente Ex:

$::\frac{1}{2}:\frac{1}{4}::\frac{1}{8}:\frac{1}{16}\ldots\ldots$

$r=\frac{1}{2}$ $2\times\frac{1}{2}=\frac{2}{4}=\frac{1}{2}$ $\frac{1}{2}\times\frac{1}{2}=\frac{1}{4}$ $\frac{1}{4}\times\frac{1}{2}=\frac{1}{8}\ldots\ldots$

Ex: Calcular o 8º termo da progressão geométrica $::5:10:20:$

a = 5

r = 2

$\left\{\begin{array}{l}l=ar^{n-1}\\ l=5\times 2^{8-1}\\ l=5\times 2^7\\ l=5\times 128\\ l=640\end{array}\right.$

Ex: Achar o 8º termo da progressão geométrica
$\because 625 : 125 : 25 \ldots$

$r = \frac{1}{5}$ $\frac{125}{625} = \frac{25}{125} = \frac{5}{25} = \frac{1}{5}$ (razão)

Margarida Naves.

Paraiso, 19 - Maio - 1943.

Interpolação geométrica

Tanto faz $(n-1)$ como $(n+1)$ é a mesma causa.

$l = ar^{n-1}$

$l = ar^{n+1}$

$r^{n+1} = \frac{l}{a}$

$\boxed{r = \sqrt[n+1]{\frac{l}{a}}}$ formula da interpolação.

Ex: Inserir 2 meios geometricos entre 2 e 16.

$r = \sqrt[n+1]{\frac{l}{a}}$

$\because 2 : 4 : 8 : 16$ (progressão)

$r = \sqrt[2+1]{\frac{16}{2}}$

$r = \sqrt[3]{8}$

$r = 2$

8	2
4	2
2	2
1	

$\{2$

(multiplica)

Inserir 3 meios (ou medios) geometricos entre 1 e $\frac{16}{81}$

$r = \sqrt[n+1]{\frac{l}{a}}$

Progressão

$\because 1 : \frac{2}{3} : \frac{4}{9} \div \frac{8}{27} : \frac{16}{81}$.

$r = \sqrt[3+1]{\frac{16}{81} \div 1}$

$r = \sqrt[4]{\frac{16}{81}}$

$r = \frac{2}{3}$

16	2
8	2
4	2
2	2
1	

$\{2$

81	3
27	3
9	3
3	3
1	

$\{3$

Paraiso, 28 - Maio - 1943.

Margarida Naves

Interpolar 4 meios aritméticos entre 11 e 71

$r = \frac{l-r}{n+1}$

Progressão

$11 : 23 : 35 : 47 : 59 : 71$

$r = \frac{71-11}{4+1} = \frac{60}{5} = 12$ (razão)

Interpolar entre 5 e 405 três meios geo-metricos.

$r = \sqrt[3+1]{\frac{405}{5}}$

Progressão

$5 : 15 : 45 : 135 : 405$.

$r = \sqrt[4]{\frac{405}{5}}$

$r = \sqrt[4]{81}$

$r = 3$

Paraiso, 1-6-43

Mês de Junho

Função exponencial

A função exponencial exprime o modo pelo qual uma potência de base constante e positiva depende do exponente variavel.

$y = a^x$ | a = (base constante)
x = (variavel independente)
y = (variavel dependente do x)

O exponente x pode receber um valor real qualquer, positivo, nulo ou negativo. Para cada valor atribuido a x, teremos um valor para y, e como x é um exponente, denominamos de função exponencial.

Ex: $y = 5^x$ $\quad (x = 3, 0, -2, \frac{2}{3}, \frac{1}{3})$

a) $y = 5^3 = 125$

b) $y = 5^0 = 1$

c) $y = 5^{-2} = \frac{1}{5^2} = \frac{1}{25} = 0,05$

Interpretação

Origem: $\frac{a^7}{a^{10}}$ $\quad \dfrac{a^7 \;\big|\; -a^{10}}{\frac{a^{10}}{0} \;\big|\; a^3}$ $\quad \frac{a^7}{a^{10}} = \frac{\cancel{a^7}^{1}}{\cancel{a^7} \times a^3} = \frac{1}{a^3}$

Expoente fracionario — Interpretação

Extrai-se a raiz cujo indice é igual ao denominador e eleva-se a base debaixo do radical a uma potência igual ao numerador.

d) $y = 5^{\frac{2}{3}} = y = \sqrt[3]{5^2} = \sqrt[3]{25}$ (irracional)

e) $y = 5^{\frac{1}{3}} = y\ \sqrt[3]{5}$

Exercícios

$y = 64^x$ $\quad (x = \frac{3}{9}, 0,333)$

$y = 64^{\frac{1}{3}} = \sqrt[3]{64^1} = 4$

$y = 64^{\frac{333}{1000}} = \sqrt[1000]{64^{333}}$

$y = 64^{-\frac{1}{3}} = \frac{1}{64^{\frac{1}{3}}} = \frac{1}{\sqrt[3]{64}} = \frac{1}{4}$

64	2
32	2
16	2
8	2
4	2
2	2
1	

$y = \left(\frac{1}{8}\right)^x$ $\quad (x = 1, \frac{1}{2}, 0, -\frac{1}{3}, -1\frac{1}{3})$.

$y = \left(\frac{1}{8}=\right)^1 = \frac{1}{8}$

$y = \left(\frac{1}{8}=\right)^0 = 1$

$y = \left(\frac{1}{8}\right)^{\frac{1}{2}} = \sqrt[2]{\left(\frac{1}{8}\right)^1} = \sqrt[2]{\frac{1}{8}} = \frac{1}{2}\sqrt{\frac{1}{2}}$

$y = \left(\frac{1}{8}\right)^{-\frac{1}{3}} = \frac{1}{\left(\frac{1}{8}\right)^{\frac{1}{3}}} = \frac{1}{\sqrt[3]{\left(\frac{1}{8}\right)}} = \frac{1}{\frac{1}{2}} = 2.$ Ex: $(1 \div \frac{1}{2} = \frac{2}{1} = 2)$

(1º trabalha com a negação depois com a fração)

Paraiso, 1 - Junho - 943

Funções logarítmicas

Logaritmo de um número, em relação a uma base $\underline{a}$, é o expoente a que é preciso elevar essa base $\underline{a}$, para se obter o número dado.

$248 = 10^{x}$

$500 = 10^{x}$ } Log. decimal.

$1240 = 10^{x}$

Ex: $y = a^{x}$

$125 = 5^{\underline{x}}$ (o $\underline{x}$ é que chama função logarítmica.)

Resumo: Logaritmo é o expoente de uma base constante qualquer.

$y = a^{x}$

a = (base constante)

y = (variavel independente)

x = (,, dependente).

Ex:

$y = 10^{0}$ – $y = 10^{2} = 100$

$\log_a 100 = 2$

$\log_3 27 = 3$ $\quad 3^{3} = 27$

$\log_2 4 = 2$ $\quad 2^{2} = 4$

Logaritmo decimal.

Logaritmo decimal é o expoente da base 10.

10^{x} = sistema decimal.

$6^{x} = 580$ $\quad \log_6 = 580 = x$ $\quad$ 6 = sistema (decimal) particular

log. agesimal de $\underline{n}$ é igual a $\underline{x}$.

$\log_a n = x$ (log. $\underline{n}$ da base $\underline{a}$ é igual a $\underline{x}$)

Log. agesimal base constante que é $\underline{a}$.

Ex: $\log_2 64 = 6$ $\quad 2^{6} = 64$

$\underline{6}$ é o expoente (acha se pelo mínimo mult. comum).

Logaritmo da unidade

$\log_a = 1 = 0$ $\quad (\log_4 1 = 0)$ $\quad (\log_{54} 1 = 0)$ $\quad 54^{0} = 1.$

Quem inventou esse sistema foi Brigs.

Progressões aritméticas

: 0, 1, 2, 3, 4,

Caracteristica

10, 10 100 1000 10000

Base 10

$10^{0} = 1$

$10^{1} = 10$

$10^{2} = 100$

Conclusão

$\log_a 1 = 0$

$\log_a 10 = 1$

$\log_a 100 = 2$

Base 10

$10^3 = 1000$

Conclusão

$\log_a 1000 = 3$

(o decimal)

Do mesmo modo:

$10^{-1} = \frac{1}{10} = 0,1$ $\log_a 0,1 = -1$ ou $\bar{1}$

$10^{-2} = \frac{1}{100} = 0,01$ $\log_a 0,01 = \bar{2}$

$10^{-3} = \frac{1}{1000} = 0,001$ $\log_a 0,001 = \bar{3}$

$10^{-4} = \frac{1}{10000} = 0,0001$ $\log_a 0,0001 = \bar{4}$

Concluimos que o logaritmo decimal de todos os números entre:

1 e 10 será 0 mais uma fração.
10 e 100 " 1 " " "
100 e 1000 " 2 " " "
1000 e 10000 " 3 " " "

Decimal

1 e 0,1 será $\bar{1}$ ....
0,1 e 0,01 " $\bar{2}$ ....
0,01 e 0,001 " $\bar{3}$ ....
0,001 e 0,0001 " $\bar{4}$ ....

$\log_a = 3,54846$ → mantissa ou decimal
↓ característica

9-6-43.

Propriedades do logaritmo:

1º — O logaritmo de um produto de vários fatores é igual a soma dos logaritmos dos fatores.

Ex: $8 \times 7 = 56$ (Soma)

$\log 56 = \log 8 + \log 7$
$\log 8 = 0,90309 + 0,85510$
$\log 56 = 1,74819$

$$\begin{array}{r} 0,90309 \\ +\ 0,85510 \\ \hline 1,74819 \end{array}$$

$10^{1,74819} = 56$ $10^0 = 1$

$10^1 = 10$
$10^2 = 100$

2º — O logaritmo de um cociente é igual ao logaritmo do dividendo, menos o log. do divisor; ou o log. de uma fração é igual ao logaritmo do numerador menos o log. do denominador.

$\frac{9}{0} \Big| \frac{3}{3}$ (Subtração)

Ex: $\frac{b^7}{b^3} = b^4$

$\frac{20}{5} = 4$ $\log 20 - \log 5 = \log 4.$

Ex: $\frac{11}{8} = 0,13881$

$\log 11 - \log 8 = 0,13881$

$$\begin{array}{r} 1,04190 \\ -\ 0,90309 \\ \hline 0,13881 \end{array}$$

$\log 11 = 1,0419$
$\log 8 = 0,90309$

$\log 20 = 1,30100300$
$\log 5 = 0,6989700$

$\log 4 = 0,6020600$

3ª — O logaritmo de qualquer potência de um numero é igual ao produto do expoente da potência pelo logaritmo desse numero.

$\log_a A^m = m \log A$ ou

$(\log A^m = m \log x)$

$\log_a 7^5 = 5 \times \log 7.$

(log A é o log de qualquer nº.)

Ex: $\log_a A = x$

$(ax)^2 \quad a^x = A$

$(a^x)^m = (A)^m$

$a^{xm} = A^m$

Ex: $\log 32 = 5 \qquad 2^5 = 32$

$32^2 = (2^5)^2$

32	2
16	2
8	2
4	2
2	2
1	

2^5

$\log 73^4 = 4 \times \log 73$

$\log 73 = 1,86332$

$\log 73^4 = 4 \times 1,86332$

$\log 73^4 = 7,45328$

$$\begin{array}{r} 1,86332 \\ \times 4 \\ \hline 7,45328 \end{array}$$

Início - Mês de Julho

4ª — O logaritmo da raiz enegesima de uma quantidade é igual ao log. dessa quantidade dividido pelo indice da raiz.

Ex: $\log \sqrt[3]{58} = \frac{\log 58}{3}$ Suponhamos

$\log \sqrt[3]{58} = \frac{1,20075647}{3}$

$\log 58 = 1,20075647.$

Saraiva, 6-7-43

Operações sôbre logaritmos

1º caso: Quando o logaritmo se encontra na taboa.

Ex: $\log. 3845 = 3,5848963$

$\text{Colog}. 3845 = 4,4151037$

$$\begin{array}{r} 0,0000000 \\ -\ 3,5848963 \\ \hline \bar{4},4151037 \end{array}$$

2º caso: Quando não está na taboa.

$\log. \frac{1}{3845} = \frac{0,0000000}{3,5848963}$

Cologaritmo é o log. do inverso de um numero.

Ex: Achar o logaritmo de $64526 = 4,80973478.$

Nº	Mantissa	dif. tabular
6452	8096944	dif. = 673.
6452,6	+ 403,8	
	80910982 — subtrai	
6453	80997617	

dif = 1 (0,6 dif)

Diferença do número é 1 e a da mantissa é x que é 0,6.

$\frac{1}{0,6} = \frac{673}{x} \qquad x = 673 \times 0,6 = 403,6$ soma com a mantissa maior, dará: $8096944 + 403,8 = 80973478.$

Cologaritmo:

Aumenta um na característica e fica negativo; a mantissa subtrai de 0.

Ex:

$$\text{Colog } n = \bar{5},7902622$$

$$\begin{array}{r} 0,0000000 \\ -4,8097378 \\ \hline \bar{5},1902622 \end{array}$$

Determinar o numero, conhecido o logaritmo.

Achar um log. $25605 = 4,4083248$

Nº	mantissa	d. t.
2560 ———	4082400	1696
	+848	×0,5
2560,5 ———	4083248	848,0
2561 ———	4084096	

Para um numero decimal, a característica de seu logaritmo tem tantas unidades negativas quantos zeros houver antes do 1º algarismo significativo, inclusive o que precede a virgula.

Ex: Caract. 0,58 — $\bar{1}$, ; 0,0042 — $\bar{3}$, ; 0,00007654 — $\bar{5}$,

Para um nº superior a 1, a característica de seu log. tem tantas unidades quantos forem os algarismos inteiros, menos um.

Ex: Caract. 78356,47 — 4, ; 648 — 2, ; 3,49 — 0,

Exemplo de potência:

$\log 2^7 = \text{------}$

$\log 2 = 0,30103$

$0,30103 \times 7 = \text{------}$

Ex: (Suponhamos)

$\log H^5 = \text{------}$

$\log H = 3,04875 \times 5$

Vai dar o logaritmo desta potência $\log H^5$.

Margarida Naves

Paraiso, 14-7-943

Exercícios

35 Dado $\log 2 = 0{,}30103$, escrever o $\log 0{,}02$

$\log 0{,}02 = \bar{2},30103$.

Todo nº decimal tem por logaritmo uma característica negativa.

36 Sendo o $\log A = 0{,}50499$, calcular o cologaritmo de A.

$\log A \frac{1}{0{,}50499} = \frac{0{,}00000}{0{,}50499}$

$$\begin{array}{r} 0{,}00000 \\ -\ 0{,}50499 \\ \hline \bar{1},49501 \end{array}$$

$\text{Colog } A = \bar{1},49501$.

37 Sendo o $\log B = \bar{2},00811$, calcular o cologaritmo B.

$0-(-1)=1$

$\text{Colog. } B = \bar{3},99189$

$$\begin{array}{r} 0{,}00000 \\ -\ \bar{2},00811 \\ \hline \bar{1},99189 \end{array}$$

$-2+1=-1$

38 Sendo o colog $C = 2{,}29000$, calcular o colog de C.

$\log C = 2{,}29000$

$\text{Colog } C = \frac{1}{2{,}29000}$

$$\begin{array}{r} 0{,}00000 \\ -\ 2{,}29000 \\ \hline 3{,}71000 \end{array}$$

$\text{Colog } C = \bar{3},71000$

39) Efetuar $\bar{2},50811 + \bar{1},80329 = \bar{2},31240$

$$\begin{array}{r} \bar{2},50811 \\ +\ \bar{1},80329 \\ \hline \bar{2},31240 \end{array}$$

40 Efetuar $\bar{3},81160 + 2{,}73488 = 0{,}54648$

$$\begin{array}{r} \bar{3},81160 \\ 2{,}73488 \\ \hline 0{,}54648 \end{array}$$

41 Sendo $\log. a = \bar{2},62937$ e $\log. b = 3{,}37063$, calcular o valor de $ab = 100$.

$$\begin{array}{r} \bar{2},62937 \\ +\ 3{,}37063 \\ \hline 2{,}00000 \end{array}$$

(decimal $10^2 = 100$)

42 Dados o $\log x = \bar{2},08050$ e $\log y = \bar{1},04887$, calcular o $\log \frac{x}{y}$ e $\log xy$.

$\log \frac{x}{y} = \bar{1},03163$

$\log xy = \bar{3},12937$

$$\begin{array}{r} \bar{2},08050 \\ -\ \bar{1},04887 \\ \hline \bar{3},03163 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} \bar{2},08050 \\ +\ \bar{1},04887 \\ \hline \bar{3},12937 \end{array}$$

43) Dado o log $N = \bar{3},51248$, calcular o log N^2.

log N^2 =

log N $\bar{3},51248 \times 2 = \bar{5},02496$.

$$\begin{array}{r} \bar{3},51248 \\ \times \quad 2 \\ \hline \bar{5},02496 \end{array}$$

C

44 Dado o log. $C = \bar{2},91408$, calcular o log C^5.

log $C^5 = \bar{6},57040$.

$\bar{2},91408 \times 5 = \bar{6},57040$

$$\begin{array}{r} \bar{2},91408 \\ \times 5 \\ \hline \bar{6},57040 \end{array}$$

C

45 Determinar um número, cujo log. é:

3,7701495

Nº		Mantissa	
5890	———	7701153	d.t. = 737
5890,4	———	7701495	d.m. = 342
5891	———	77001890	$\frac{342 \times 10}{737}$

$$\begin{array}{r|l} 3420 & 737 \\ 472 & 4, \end{array}$$

log $\underline{5890,4}$ = 3,7701495.

46) Determinar um nº cujo log é: 5,3296348

Nº		Mant.	
2136	———	3296012	d.t. = 2033
2136,16	———	3296348	d.m = 336
2137	———	3298045	$\frac{336 \times 10}{2033} = 16$

log. $\underline{213616}$ = 5,3296348.

C

47 Determinar um nº cujo log é: $\bar{2},7262324$.

log: 0,05323....

Nº		Mant.
5323	———	7261565
$\underline{5323}$,	———	726 $\underline{23.24}$
5324	———	726 23 80

C

48 Determinar um nº cujo log. é: 7,7554784.

Nº		Mant.	
5694	———	7554175	d.t. = 762
5694,7992	———	7554784	dm. = $\frac{609 \times 10000}{762}$ = 7992
5695	———	7554937	

$$\begin{array}{r|l} 6090 & 762 \\ 7560 & 7992 \\ 7020 & \\ 1620 & \\ 096 & \end{array}$$

C

Resp: log. 56947992 = 7,7554784.

Saraiva, 18-7-43.

Margarida A.

Notas

Todo o número seguido de 0 tem a mesma mantissa como o número que não tiver. (0). Altera só a característica.

Ex: log. 2 = 0, 30103

log. 200000 = 5, 30103

Quando a característica é negativa não precisa esse trabalho, basta acrescentar 0 o tanto que a característica manda e colocar no final o número achado.

Ex: 0, 00002136 = $\bar{5}$, 3296548.

Se for zero (0) faz-se assim:

Ex: log 2, 136 = 0, 3296348

Margarida.

Mês de Agosto

Exercícios

Determinar os cologaritmos de:

Nº 0,007840

log: 0,007840 = $\bar{3}$, 8943161

$$
\begin{array}{r}
0,0000000 \\
- \bar{3},8943161 \\
\hline
2,1056839
\end{array}
$$

(G) Colog: = 2,1056839

Nº 3, 692 = 0,5672617

$$
\begin{array}{r}
0,0000000 \\
- 0,5672617 \\
\hline
\bar{1},4327383
\end{array}
$$

Colog. $\bar{1}$,4327383

Nº 6638 = 3,8220372

$$
\begin{array}{r}
0,0000000 \\
- 3,8220372 \\
\hline
\bar{4},1779628
\end{array}
$$

Colog = $\bar{4}$,1779628

Paraiso, 3-8-943

Margarida Neves.

Achar o logaritmo de 27283: = 4,4358921

Nº		Mantissa	d.t.
2728	—	435 8444	1521
		+477,3	
2728,3	—	435 8921	×0,3
2729	—	4350035	477,3

Exercícios da prova parcial.

1º Achar o cologaritmo dadᵒˢ os números:

Nº 4336 = 3,6370893

Colog = $\bar{4}$,3629107

$$\begin{array}{r} 0,0000000 \\ -\ 3,6370893 \\ \hline \bar{4},3629107 \end{array}$$

2º Nº 5,2247 = 0,7180613

Colog = $\bar{1}$,2819387

$$\begin{array}{r} 0,0000000 \\ 0,7180613 \\ \hline \bar{1},2819387 \end{array}$$

			d.t.
5224	—	718 0032	
		+581,7	
5224,7	—	718 0613	831
			×0,7
5225	—	718 0863	581,7

3º) Nº 0,0008357 = $\bar{4}$,9220504

Colog = 3,0779496

$$\begin{array}{r} 0,0000000 \\ -\ \bar{4},9220504 \\ \hline +3,0779496 \end{array}$$

4º Achar a área lateral de um cône sabendo-se que o raio mede 8m e a altura 4m.

$AL_{cône} = \pi R g$ $\quad g^2 = h^2 + R^2$

$AL_c = 3,14 \times 8 \times 8,9$ $\quad g^2 = 64 + 16$

$AL_c = 12,56 \times 8m,9$ $\quad g = \sqrt{80}$

$AL_{cm} = 223,568\ m^2$ $\quad g = 8,9\ m$

5º) Achar a área total de um cône, sabendo-se que a altura mede 5cm e o círculo da superfície 12,56 m.

$A_{circ} = \pi R^2$

$AT_{cône} = \pi R\,(g + R$ $\quad \frac{12,56}{3,14} = R^2$

$AT_c = 3,14 \times 2\,(5,3 + 2)$ $\quad 4 = R^2$

$AT_c = 6,28 \times 7,3$ $\quad 2 = R$

$AT_c = 45,834\ m^2$ $\quad g^2 = h^2 + R^2$

$$\begin{array}{r} 6,28 \\ 7,3 \\ \hline 1884 \\ 4396 \\ \hline 45,834 \end{array}$$

$g^2 = 25 + 4$

$$\begin{array}{r} 5,3 \\ 2 \\ \hline 7,3 \end{array}$$

$g = \sqrt{29}$

$g = 5,3$

Juros Compostos

Juros é o rendimento sôbre cem (100) de um capital.
Juros compostos, capitalizados ou acumulados
Juros simples é não capitalizado.

$\underline{i}$ = taxa. (rendimento por cento)
$\underline{c}$ = capital primitivo a quantia que eu puz a render juros.
$\underline{C}$ = juros capitalizados.
r = rendimentos da unidade. (taxa)
j = juros. formula juros simples.

$$j = \frac{Ci}{100}$$

Ex: ₢ 2.000,00 — 5%

$\times 5i$
₢ ~~100,00,00~~ 1 ano
$+$ 2.000,00
2.100,00
$\times 5i$
105,00,~~00~~ 2 ano
$+$ 2.100,00
₢ 2.205,00

Formula fundamental

(1 ano)

C + cr → unidade ₢ 1,00 (cruzeiros)
$c\,(1+r)^{1\,(\text{ano})}$ (evidencia)
$C = c\,(1+r)^t$ (formula)

100 rende — 5
1 " — $\frac{5}{100} = 0,05$
J.e. 1,05.

Unidade. Por exemplo:
Eu ponho ₢ 200,00 no banco. Rende ₢ 5,00. Na unidade que é ₢ 1,00 (cruzeiro) rendará ₢ 0,05 (cinco decimos)

Capital primitivo ou juros compostos.

Formula que vai ser aplicada.

$C = c\,(1+r)^t$
$\log C = \log c + \log\,(1+r)\,t$

4-8-943.