

DAS Departamento de Automação e Sistemas
CTC Centro Tecnológico
UFSC Universidade Federal de Santa Catarina

Análise e Sintonia da camada LP-MPC
de um Sistema de Controle Avançado:
Aplicação em uma Unidade de Gás
Natural

*Relatório submetido à Universidade Federal de Santa Catarina
como requisito para a aprovação da disciplina:
DAS 5511: Projeto de Fim de Curso*

Rafael Sartori

Florianópolis, Agosto de 2015

Análise e Sintonia da camada LP-MPC de um Sistema de Controle Avançado: Aplicação em uma Unidade de Gás Natural

Rafael Sartori

Esta monografia foi julgada no contexto da disciplina
DAS 5511: Projeto de Fim de Curso
e aprovada na sua forma final pelo
Curso de Engenharia de Controle e Automação

Prof. Julio Normey-Rico

Banca Examinadora:

Júlio Normey-Rico
Orientador do Curso

Prof.
Responsável pela disciplina

Prof. xxxxxxxx, Avaliador

aluno1, Debatedor

aluno2, Debatedor

Agradecimentos

A minha família. Por todo suporte e incentivo incondicional em todos os momentos.

Ao meu orientador Julio Elias Normey-Rico, Pelos ensinamentos passados, por sempre me incentivar e acreditar na minha capacidade, mesmo nos momentos mais difíceis e por ser muito mais que um orientador, sempre disponível para ajudar em todas as dificuldades técnicas e pessoais.

Aos meus amigos, Pelo incentivo e amizade nas alegrias e dificuldades.

Resumo

Com a busca contínua de melhorar o desempenho dos processos industriais, os sistemas de controle avançado vêm se mostrando uma boa escolha. Alguns elementos dos sistemas de controle avançado estão bem consolidados tanto em desenvolvimentos teóricos, como em aplicações reais. Já outros como a OES-MPC é muito utilizada na indústria, porém não se tem um estudo teórico mais aprofundado sobre como sintonizar estes algoritmos, nem a sua real capacidade de melhoria para os processos.

O estudo de MPC-Econômico e da junção OES-MPC tem grande importância prática, porém os estudos teóricos e de simulação da camada OES-MPC e MPC-Econômico são escassos. Assim estudar metodologias para a correta sintonia destes tipos de algoritmos é muito importante para a indústria dado o grande potencial de ganho econômico.

O objetivo deste trabalho é o estudo de técnicas de Otimização Econômica Simplificada. Duas estratégias de algoritmos de otimização foram estudadas. Focando em algoritmos de otimização do tipo LP, no tratamento de infactibilidade e na busca do ponto ótimo econômico de operação.

Palavras-chave: Controle Preditivo, Otimização Econômica Simplificada, Processos industriais, Sistema de Controle Avançado, .

Abstract

With the need of continuously improve the performance of industrial processes, advanced control systems has been proved to be a good choice. Some elements of advanced control systems are well established both in theoretical developments, and in real applications. But others like OES-MPC are widely used in industry without further theoretical study on tuning, or their real ability to improve processes.

The study of Economic MPC and OES-MPC has great practical importance, but theoretical studies and simulation of these algorithms are scarce. So the study of tuning methodologies for these types of algorithm is very important for the industry given the large potential for economic gain.

The objective of this work is the study of techniques for Economic Optimization Simplified. Wwo optimization algorithms were examine. Focusing on LP algorithms, on how to handle unfeasible solutions, and on the pursuit of economic optimum operating point.

Keywords:Predictive Control, Economic Optimization Simplified, Industries Processes, Advanced Control System.

Lista de ilustrações

Figura 1 – Pirâmide de sistema de automação em uma planta	19
Figura 2 – Algoritmo MPC	23
Figura 3 – Resposta Livre e Resposta Forçada	28
Figura 4 – Exemplo de problema infactível. Regiões achuradas indicam as regiões factíveis para cada uma das restrições. Observe que a interseção das regiões achuradas é vazia [1].	44
Figura 5 – Exemplo de problema factível. A Região achurada indica a região factível. Corresponde a interseção das restrições. Os pontos vermelhos indicam possíveis valores de ótimo para o problema [1].	44
Figura 6 – Esquema simplificado da UPGN	49
Figura 7 – Estrutura em Blocos do DMCPlus	55
Figura 8 – Somatório das variáveis de folga para variações de M , são apresentados os resultados para variações de $M = 1$ a $M = 50$, as simulações realizadas para valores de $M > 50$ apresentaram os mesmos resultados obtidos para $M > 30$	71
Figura 9 – Perturbação w_1	74
Figura 10 – Perturbação w_2	74
Figura 11 – Perturbação w_3	75
Figura 12 – Tempo de processamento para o LP Petro	75
Figura 13 – Tempo de processamento para o LP 2	76

Lista de tabelas

Tabela 1 – Variáveis Controladas	50
Tabela 2 – Variáveis Manipuladas	50
Tabela 3 – Perturbações	50
Tabela 4 – Relação entre variáveis controladas manipuladas e perturbações	51
Tabela 5 – Variáveis Controladas para o modelo reduzido	56
Tabela 6 – Variáveis Manipuladas para o modelo reduzido	56
Tabela 7 – Perturbações para o modelo reduzido	56
Tabela 8 – Relação entre variáveis controladas manipuladas e perturbações para o modelo reduzido	57
Tabela 9 – Índices 1 para casos factíveis	72
Tabela 10 – Índices 2 para casos factíveis	72
Tabela 11 – Índices 1 para casos infactíveis	73
Tabela 12 – Índices 2 para casos infactíveis	73

Lista de abreviaturas e siglas

MPC	<i>Model Predictive Control</i>
MIMO	Processos com múltiplas entradas e saídas (<i>Multi-Input-Multi-Output</i>)
UPGN	Unidade de Processamento de Gás Natural
UPGN-ATA	Unidade de Processamento de Gás Natural de Atalaia
LGN	Líquido ou Condensado do Gás Natural
PID	Controlador - Proporcional Integral Derivativo
RTO	<i>Real Time Optimization</i>
DMC	<i>Dynamic Matrix Control</i>
SISO	Processo Monovariável - <i>Single Input Single Output</i>
LP	<i>Linear Programming</i>
QP	<i>Quadratic Programming</i>
GLP	Gás Liquefeito de Petróleo
OES	Otimização Econômica Simplificada
DAS	Departamento de Automação e Sistemas
MPHC	<i>Model Predictive Heuristic Control</i>
LRPC	<i>Long Range Predictive Control</i>
LQC	<i>Linear Quadratic Control</i>
LR	<i>Long Range</i>
LRQP	<i>Long Range Quadratic Programming</i>
MAC	<i>Model Algorithmic Control</i>
GPC	<i>Generalized Predictive Control</i>
EPSAC	<i>Extended Prediction Self-Adaptive Control</i>
UPC	<i>Unified Predictive Control</i>
PFC	Controle Preditivo FUncional

ARIMA *Auto-Regressive and Integrated Moving Average*

ECE *Equal Concern Dinâmico*

Sumário

1	INTRODUÇÃO	17
1.1	Sistemas de Controle Avançado	18
1.2	Problemática RTO-MPC	19
1.3	Motivação	20
1.4	Objetivos	21
1.4.1	Objetivo Geral	21
1.4.2	Objetivos Específicos	21
1.5	Estrutura do Documento	21
2	FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA	23
2.1	Controle Preditivo Baseado em Modelo - MPC	23
2.1.1	Características Gerais - MPC	24
2.1.1.1	Modelo de Predição	24
2.1.1.1.1	Resposta Impulsiva	25
2.1.1.1.2	Resposta ao Degrau	25
2.1.1.1.3	Função de Transferência	26
2.1.1.1.4	Espaço de estados.	26
2.1.1.2	Modelo das perturbações	27
2.1.1.3	Resposta Livre e Reposta Forçada	28
2.1.1.4	Função Objetivo	28
2.1.1.5	Obtenção da Lei de Controle	29
2.2	DMC - Dynamic Matrix Control	29
2.2.1	Predição	30
2.2.2	DMC Recursivo	31
2.2.3	DMC Filtrado	33
2.2.3.1	Uso do filtro no DMC normal	33
2.2.3.2	Uso do filtro do DMC recursivo	36
2.3	DMC Multivariável	36
2.3.1	DMC Recursivo Multivariável	38
2.3.2	DMC Multivariável Filtrado	40
2.3.3	Função Objetivo	40
2.3.3.1	Calculo da Ação de Controle com Restrições	41
2.4	Otimização	42
2.4.1	Elementos de um Problema de Otimização	42
2.4.2	Programação Linear - LP	42

2.4.3	Programação Quadrática - QP	43
2.5	Considerações Finais	45
3	CASO DE ESTUDO	47
3.1	UPGN - Unidade de Processamento de Gás Natural	47
3.1.1	Gás Natural	47
3.1.2	Tecnologia de Processamento do Gás Natural	47
3.1.3	UPGN-Atalaia	48
3.1.4	Controle do teor de C_2 no GLP - y_3	50
3.1.5	Controle do teor de C_5 na gasolina natural - y_8	52
3.1.6	Controle da abertura da válvula de pressão - y_7	52
3.2	Considerações Finais	53
4	ALGORITMOS DE OTIMIZAÇÃO E CONTROLE	55
4.1	Introdução	55
4.2	Módulo de Simulação	56
4.2.1	Modelo de Simulação	56
4.3	Modelo Do Processo	60
4.3.1	Preditor	62
4.4	Otimização Econômica Simplificada - OES	62
4.5	LP Petro	63
4.6	LP 2	64
4.7	Controle Avançado	65
4.8	Considerações Finais	68
5	CASOS DE ESTUDO E RESULTADOS	69
5.1	Ajuste da Ponderação M para LP Petro	70
5.2	Comparação LP Petro LP 2 para Casos Factíveis	72
5.3	Comparação LP Petro LP 2 para Casos Inactíveis	73
5.4	Tempo de Processamento	73
5.5	Considerações Finais	76
6	CONCLUSÃO E PERSPECTIVAS FUTURAS	77
	REFERÊNCIAS	79

1 Introdução

No mercado atual, competitivo, cada vez mais busca-se melhorar os processos industriais, estes estão se tornando cada vez mais complexos, devido ao grande número de sub processos, o grande grau de interação entre eles e critérios cada vez mais rigorosos financeiros e ambientais, sem deixar de lado a segurança e qualidade dos produtos. Desta forma o controle automático aparece como uma das ferramentas tecnológicas mais significativas e fundamentais para garantir a operabilidade e otimização destes processos [2]. Segundo T. Samad and A. Annaswamy [3], a área de controle de processos desempenhará um papel fundamental nos próximos anos, para garantir as exigências do mercado.

A necessidade de aumentar a produção, reduzir custos e maximizar os lucros obtidos dos processos industriais, elevam ainda mais a complexidade e exigem cada vez mais dos sistemas de controle. Assim tornando necessário a utilização de sistemas de controle avançado para atender os requisitos desejados. Dentro das técnicas de controle avançado destaca-se o controle preditivo baseado em modelo, conhecido como MPC (*Model Predictive Control*). Algumas das principais vantagens do MPC são: a possibilidade de tratar sistemas multivariáveis de forma natural e intuitiva, além da capacidade de tratar restrições nas variáveis de processo e controle. O uso do MPC na indústria facilita a tomada de decisões e ainda consegue-se diminuir a variabilidade das variáveis, possibilitando assim trabalhar mais próximo aos limites de operação, que em muitos processos significa maximizar a produção ou minimizar os custos.

A maior quantidade das aplicações industriais de controle avançado esta nos processos de refino da indústria do petróleo e petroquímica. O presente trabalho esta focado em aplicações na área de refino de petróleo, dentro desta área destacam-se as Unidades de Processamento de Gás Natural. Abaixo apresentam-se alguns resultados obtidos com a implementação de sistemas de controle avançado na indústria.

Segundo Canney [4], os benefícios econômicos variam com o tipo de unidade e suas características particulares. Em [5] e [6] mostra-se ganhos econômicos que chegam a vários milhões de dólares por ano, em unidades de separação de petróleo e gás com a implantação de sistemas de controle avançado. Outro projeto em uma planta de gás natural permitiu a redução de 18% na queima de gás combustível nos fornos para mesma vazão de carga processada, levando a redução de emissão de Dióxido de Carbono (CO_2) a 1600 ton/ano, e permitindo aumentar a recuperação de Gás Liquefeito de Petróleo (GLP) de 6,7% para 8% da carga, [7].

Em [6] a implementação de um MPC proporcionou um aumento na recuperação de Líquido de Gás Natural (LGN) de 31%, com a diminuição das perdas de C_{3+} no gás

de venda, conseguindo assim aumentar a produção de LGN, proporcionando um ganho na planta na ordem de 13 milhões de dólares por ano. Um outro projeto de implantação de controle avançado, descrito em [8], possibilitou um aumento em torno de 7% da vazão de carga de uma unidade de produção de olefinas; estima-se um ganho da ordem de 1.3 milhões de dólares por ano, além disso conseguiu-se reduzir o consumo de energia elétrica em torno de 770 *kwh/h*.

Abaixo lista-se de uma forma genérica os principais benefícios obtidos com a implantação de um sistema de controle avançado:

- Maximizar a recuperação dos produtos nobres.
- Aumentar a capacidade de processamento.
- Garantir as especificações do produtos mesmo com perturbações.
- Minimizar o consumo de energia.
- Estabilizar os processos aumentando a segurança e minimizando as emissões de poluentes.

1.1 Sistemas de Controle Avançado

O termo Sistemas de Controle Avançado não se refere apenas ao MPC, é muito mais abrangente. A figura 1 mostra uma pirâmide típica dos diversos níveis de um sistema automação em uma planta. No primeiro nível, encontra-se o sistema de controle regulatório com a sua instrumentação (sensores e atuadores), no segundo nível têm-se tipicamente os controladores MPC, em terceiro, os sistemas de otimização econômica, e por último os sistemas corporativos de programação da produção e planejamento estratégico [2]. Abaixo apresenta-se uma breve descrição de cada camada:

- **Planejamento:** Definem os planos de produção, estoque, vendas e distribuição em um horizonte de tempo longo (próximos meses), nessa camada também existem os sistemas de alocação dos recursos para as unidade de produção, neste caso o horizonte de tempo é de dias. As saídas desta camada são vazões desejadas de cargas e produtos para as unidades de produção.
- **Otimização Econômica *Real Time Optimization* (RTO):** Nesta camada se resolve uma otimização econômica, onde uma função objetivo econômica considera os custos das variáveis envolvidas, o estado atual do processo, as restrições definidas na camada de planejamento, tem-se como resultado os *setpoints* das variáveis controladas e manipuladas que serão passados para os controladores MPC. Esta camada não se preocupa com a dinâmica, apenas com o valor final desejado para as variáveis. O

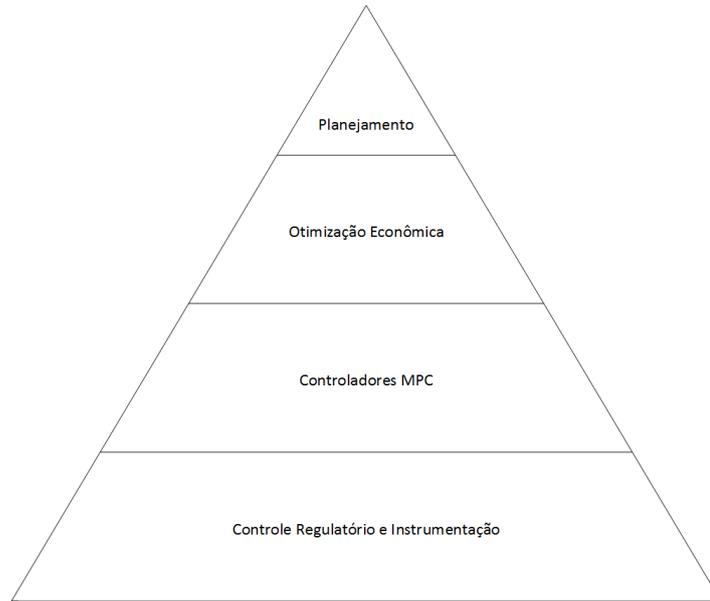


Figura 1 – Pirâmide de sistema de automação em uma planta

comportamento dinâmico do processo para chegar ao valor desejado é realizado pelo MPC. Esta camada possui um modelo estático não linear e apresenta um nível de complexidade elevado, sendo capaz apenas de ser atualizado em períodos de horas, tipicamente 8 horas.

- **Cama de Controle MPC:** Esta é responsável por levar o processo até o ponto ótimo calculado pela camada de otimização econômica, é nela que estão implementados os algoritmos de controle preditivo baseado em modelo. Esta camada tem como saída *setpoints* para as malhas de controle situadas no controle regulatório.
- **Controle Regulatório e Instrumentação:** É nesta camada que se encontra os sensores e atuadores do processo e o controle regulatório, tipicamente são utilizados controladores do tipo PID (Proporcional Integral Derivativo). O bom funcionamento do controle regulatório é crucial para o bom desempenho das camadas do MPC e RTO. Os controladores PID recebem os *setpoints* do MPC e são responsáveis por manipular as variáveis para atingir o ponto ótimo.

1.2 Problemática RTO-MPC

Na estrutura descrita na seção anterior os *setpoints* do MPC são calculados pela camada de otimização RTO, que correspondem ao ponto ótimo econômico da unidade de produção. E sendo atualizados com períodos muito longos (tipicamente 8 horas). Porém devido ao fato dos processos estarem sob efeito de perturbações, durante esse período os *setpoints* calculados pelo RTO deixam de ser um ponto ótimo de operação para planta. Para resolver esse problema, em [9] foi proposta uma modificação no algoritmo de MPC,

adicionando um controlador *steady-state* em cascata com o MPC, formando o que se conhece como *two-stage MPC*. Neste *two-stage MPC* a todo período de amostragem a camada de otimização calcula os *set-points* do MPC visando minimizar um custo econômico baseado num modelo simplificado do processo. Assim, como o modelo estático linear desta camada superior é simples, é possível realizar os cálculos com a mesma taxa de amostragem que o MPC dinâmico.

A sintonia de uma camada RTO é muito complexa, demanda uma grande equipe de engenheiros e muitas horas de trabalho, pois nela utiliza-se um modelo não linear do processo, que apresenta um alto nível de complexidade e detalhamento. Em virtude disso em muitos dos casos práticos a camada RTO não é implementado, e se utiliza uma otimização econômica simplificada (OES) para substituir. Essa abordagem vem sendo muito utilizada na indústria petroquímica e apresenta bons resultados nas aplicações.

A OES consiste em um algoritmo de otimização que minimiza ou maximiza uma função custo, que considera questões econômicas do processo. Os algoritmos de otimização mais utilizados nestes casos são: a Programação Linear (LP) e a Programação Quadrática (QP). Um terceira abordagem para o problema de controle dinâmico e econômico do processo consiste no uso de um algoritmo que integra aspectos econômicos diretamente na camada do MPC dinâmico. Estes controladores, denominado MPC-Econômico tem sido bastante estudado no meio acadêmico nos últimos anos.

1.3 Motivação

Com a busca contínua de melhorar o desempenho dos processos industriais, os sistemas de controle avançado vêm se mostrando uma boa escolha. Alguns elementos dos sistemas de controle avançado estão bem consolidados tanto em desenvolvimentos teóricos, como em aplicações reais. Já outros, como a OES-MPC é muito utilizada na indústria, porém não se tem um estudo teórico mais aprofundado sobre como sintonizar estes algoritmos, nem a sua real capacidade de melhoria para os processos.

Além disso, durante a execução de um projeto dentro do Departamento de Automação e Sistemas (DAS) em parceria com a PETROBRAS, na área de sistemas de controle avançado para Unidades de Processamento de Gás Natural (UPGN), observa-se uma necessidade de um conhecimento mais aprofundado da OES, para avaliar o desempenho desta camada perante o desempenho econômico obtido das unidades.

Como mencionado, em muitos casos na indústria, o MPC não é utilizado em estrutura cascata com o RTO como seria esperado numa pirâmide de controle de processos. Em troca, se coloca uma camada OES a trabalhar em sincronia com o MPC para definir a cada período de amostragem os *set-point* do controle MPC que devem ser seguidos. Por outro lado alguns trabalhos recentes tem mostrado que o MPC-Econômico pode ser uma

boa alternativa para sistemas de controle avançado que não utilizam a camada RTO.

O estudo de MPC-Econômico e da junção OES-MPC tem grande importância prática, porém os estudos teóricos e de simulação da camada OES-MPC e MPC-Econômico são escassos. Assim, estudar metodologias para a correta sintonia destes tipos de algoritmos é muito importante para a indústria dado o grande potencial de ganho econômico. Este trabalho aborda a OES utilizando dois diferentes algoritmos LP, apresenta-se uma comparação entre os dois algoritmos.

1.4 Objetivos

1.4.1 Objetivo Geral

O objetivo deste trabalho é o estudo de técnicas de Otimização Econômica Simplificada. Duas estratégias de algoritmos de otimização foram estudadas. Focando em algoritmos de otimização do tipo LP, no tratamento de infactibilidade e na busca do ponto ótimo econômico de operação.

1.4.2 Objetivos Específicos

Os objetivos específicos são:

- Estudo das técnicas de OES, apresentadas na literatura com a maior relevância para aplicações práticas.
- Desenvolvimento de um simulador, contendo um sistema avançado de controle.
- Modelagem de processos, buscando caracterizar os diferentes processos encontradas na área de refino de petróleo.
- Realizar simulações com cenários diferentes, para análise das técnicas de OES.
- Comparação dos dados coletados para avaliação das estratégias.

1.5 Estrutura do Documento

O capítulo 2 apresenta a fundamentação teórica para o desenvolvimento do trabalho. O capítulo é dividido em duas seções: controle MPC e técnicas de otimização. O capítulo 3 apresenta a Unidade de Processamento de Gás Natural de Atalaia, caso estudado neste trabalho. O capítulo 4 apresenta os aspectos teóricos e de implementação do simulador utilizado. O capítulo 5 apresenta os casos de simulação realizados e os resultados obtidos. O capítulo 6 apresenta as conclusões e perspectivas futuras.

2 Fundamentação Teórica

Neste capítulo é apresentada a fundamentação teórica relacionada aos controladores MPC, o algoritmo DMC e suas variações e por fim uma seção de otimização em que são apresentados de forma simplificada os algoritmos de otimização utilizados neste trabalho.

2.1 Controle Preditivo Baseado em Modelo - MPC

O controle preditivo baseado em modelo (MPC) é uma das técnicas de controle moderno mais potentes e provavelmente a que teve mais êxito nas aplicações na indústria. As principais causas deste êxito devem-se a que as estratégias de MPC podem ser aplicadas tanto a sistemas monovariáveis (SISO) como multivariáveis (MIMO), as restrições nas variáveis controladas e manipuladas podem ser consideradas no projeto da lei de controle em tempo real e, pela própria definição dos algoritmos, podem ser usadas para controlar processos com atrasos.

O MPC teve início nas indústrias petroquímicas por volta dos anos 70, com MPC MIMO com restrições. A grande aceitação na indústria chamou atenção da academia e nos anos 80 surgiram os primeiros trabalhos acadêmicos. Em meados dos anos 90 o MPC linear chegou ao auge, inicialmente no caso SISO e depois MIMO, e nesse período começou o estudo na academia para os casos não lineares e híbridos. A seguir são apresentados os principais trabalhos realizados na área de controle preditivo.

Na década 70 os engenheiros da *Shell Oil* desenvolveram o primeiro MPC, e os primeiros resultados da implantação foram publicados em 1973. Além desse outros trabalhos foram desenvolvidos ao longo dessa década. Richalet et al. [10] desenvolveram o MPHC (*Model Predictive Heuristic Control*), algoritmo baseado na resposta ao impulso.

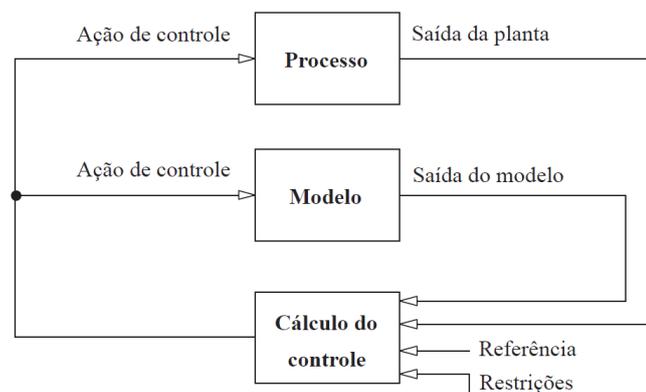


Figura 2 – Algoritmo MPC

Com Cutler et al. [11] surge o DMC (*Dynamic Matrix Control*), onde o modelo do sistema é representado pela resposta ao degrau do processo.

R. M. C. De Keyser et al., apresentaram um estudo utilizando LRPC (*Long Range Predictive Control*) em comparação com outros métodos de controle, avaliando dinâmicas não modeladas, variação de parâmetros, ruídos e variação do atraso de transporte [12]. Uma análise da aplicação do MPC em sistemas não lineares e vantagens no projeto e implementação comparado com o LQC (*Linear Quadratic Control*) são apresentadas por Garcia et al. em [13]. R. Scattolini e S. Bittani desenvolveram regras com base na resposta ao degrau ou resposta ao impulso para o ajuste do horizonte de predição, a fim de garantir estabilidade em malha fechada do LRPC [14].

Em 1999 técnicas para tratar restrições, estabilidade e melhorar o desempenho do MPC foram apresentadas por A. Bemporad e M. Morari [15]. David J. Sandoz et al. [16], desenvolveram métodos para tratar restrições de entrada e saída e violações das restrições utilizando LR (*Long Range*), LRQP (*Long Range Quadratic Programming*) e QP (*Quadratic Programming*)

Bahram Kimiaghali et al., propuseram uma nova formulação para algoritmos de controle adaptativos utilizando MPC em uma aplicação em tempo real [17]. Além desses trabalhos, outros foram desenvolvidos nos últimos anos [18], [19], [20], [21].

2.1.1 Características Gerais - MPC

Todos os MPC possuem elementos em comum, a escolha de cada um desses elementos definem as diferentes estratégias de controle. Esses elementos são:

- Modelo de Predição
- Função Objetivo
- Forma de obter a lei de controle

2.1.1.1 Modelo de Predição

A predição consiste em prever as saídas futuras de um processo com base em um modelo, utilizando saídas e entradas passadas e entradas futuras. O modelo do processo é usado para calcular as predições da saídas da planta ($\hat{y}(t+k|t)$ ¹) para um horizonte de predição (N). O modelo do processo deve ser capaz de representar a dinâmica do mesmo e possibilitar o cálculo das predições; ao mesmo tempo ser intuitivo e permitir uma análise teórica. Pode-se dividir o modelo em duas partes: (a) relação entrada-saída, (b)

¹ Neste trabalho a notação $\hat{y}(t+k|t)$ representa a predição k calculada no instante de tempo t com as informações até t

relação perturbação-saída. A forma como o modelo é escrito depende de cada algoritmo. Na sequência apresentam-se os diferentes modelos de predição.

2.1.1.1.1 Resposta Impulsiva

Modelo do processo baseado na resposta impulsiva é utilizado no *Model Algorithmic Control* (MAC) e em casos especiais no *Generalized Predictive Control* (GPC) e *Extended Prediction Self-Adaptive Control* (EPSAC). A relação entrada saída vem dada por:

$$y(t) = \sum_{i=1}^{\infty} h_i \Delta u(t-i) \quad (2.1)$$

onde h_i são as amostras da saída do processo correspondente à aplicação de um impulso na entrada do mesmo. Este modelo só pode ser utilizado com plantas estáveis, onde $h_i \rightarrow 0$ quando $i \rightarrow \infty$. Como esta sequência é infinita a resposta é truncada para os primeiros M valores:

$$y(t) = \sum_{i=1}^M h_i u(t-i) = H(z^{-1})u(t) \quad (2.2)$$

onde $H(z^{-1}) = h_1 z^{-1} + h_2 z^{-2} + \dots + h_N z^{-N}$ e z^{-1} é o operador atraso unitário. A predição da saída em $t+k$ calculada no instante t usando este modelo é calculada como:

$$\hat{y}(t+k | t) = \sum_{i=1}^M h_i u(t+k-i | t) \quad (2.3)$$

Este modelo é bastante utilizado na prática pois é intuitivo, não necessita conhecimento a priori do processo para aplicar um método de identificação, é facilmente utilizado em plantas multivariáveis e descreve de maneira simples mesmo as dinâmicas mais complexas do processo. Porém é necessário utilizar um grande número de parâmetros para descrever o modelo.

2.1.1.1.2 Resposta ao Degrau

É utilizado pelo DMC e seus variantes. É similar ao anterior mas utiliza um degrau unitário como sinal de entrada. Para processos estáveis a resposta é:

$$y(t) = y_0 + \sum_{i=1}^{\infty} g_i \Delta u(t-i) = y_0 + G(z^{-1})(1-z^{-1})u(t) \quad (2.4)$$

onde os g_i são as amostras da saída obtida ao aplicar o degrau e $\Delta u(t) = u(t) - u(t-1)$. Considerando o sistema no ponto de operação y_0 a predição pode ser calculada como:

$$\hat{y}(t+k | t) = \sum_{i=1}^{\infty} g_i \Delta u(t+k-i | t)$$

A relação entre este modelo e o de resposta impulsiva é dada por:

$$h_i = g_i - g_{i-1} \quad g_i = \sum_{j=1}^i h_j$$

Este modelo tem as mesmas vantagens e inconvenientes que o anterior.

2.1.1.1.3 Função de Transferência

Este modelo é usado no GPC, UPC (*Unified Predictive Control*), EPSAC entre outros. Utiliza o conceito de Função de Transferência $G = B(z^{-1})/A(z^{-1})$:

$$A(z^{-1})y(t) = B(z^{-1})u(t)$$

onde z^{-1} representa o operador de atraso no tempo ², os polinômios são representados da seguinte forma:

$$\begin{aligned} A(z^{-1}) &= 1 + a_1 z^{-1} + a_2 z^{-2} + \dots + a_{na} z^{-na} \\ B(z^{-1}) &= b_1 z^{-1} + b_2 z^{-2} + \dots + b_{nb} z^{-nb} \end{aligned}$$

A predição é calculada como:

$$\hat{y}(t+k | t) = \frac{B(z^{-1})}{A(z^{-1})} u(t+k | t)$$

Esta representação pode ser usada para plantas instáveis e precisa, em geral, de poucos parâmetros para descrever o comportamento do sistema (o atraso, por exemplo, pode ser descrito apenas com um parâmetro). Já seu principal inconveniente é a necessidade de conhecer a ordem dos polinômios A e B para identificar o modelo a partir de dados experimentais.

2.1.1.1.4 Espaço de estados.

É usado no controle preditivo funcional PFC [22] e tem a seguinte representação:

² neste capítulo z também representará a variável complexa associada a transformada Z nos casos que se trabalhe com função de transferência

$$\begin{aligned}x(t) &= Mx(t-1) + Nu(t-1) \\y(t) &= Qx(t)\end{aligned}$$

onde x é o estado e M , N e Q são matrizes de dimensões compatíveis. A predição é calculada como:

$$\hat{y}(t+k | t) = Q\hat{x}(t+k | t) = Q \left[M^k x(t) + \sum_{i=1}^k M^{i-1} Nu(t+k-i | t) \right]$$

Sua principal vantagem é que pode ser usada diretamente para processos multivariáveis. Como inconvenientes cabe mencionar que, em geral, os estados não tem significado físico e que na, maioria das vezes, é necessário o uso de observadores de estados, aumentando assim a complexidade de cálculo do controle.

2.1.1.2 Modelo das perturbações

A escolha de um modelo para as perturbações é tão importante quanto a do processo. O modelo mais utilizado para a descrição de perturbações determinísticas e estocásticas é o conhecido como modelo auto-regressivo integrado de media móvel (*Auto-Regressive and Integrated Moving Average* (ARIMA)). Neste caso, as diferenças entre a saída do modelo e do processo são modeladas por:

$$\eta(t) = \frac{C(z^{-1})e(t)}{D(z^{-1})} \quad (2.5)$$

onde o polinômio $D(z^{-1})$ inclui um integrador $\Delta = 1 - z^{-1}$, $e(t)$ é um ruído branco de média zero. Os demais parâmetros dos polinômios C e D são usados para descrever as características estocásticas de η . Este modelo permite representar mudanças aleatórias, *off-sets* e outros fenômenos normalmente encontrados nos meios industriais. Este modelo é usado diretamente no GPC, EPSAC e UPC e, com algumas modificações, em outros controladores. Alguns casos particulares importantes são: (a) o modelo (equação 2.6) usado no DMC,

$$\eta(t) = \frac{e(t)}{1 - z^{-1}} \quad (2.6)$$

onde a melhor predição para $\hat{\eta}(t+k | t) = \eta(t)$ dado que $e(t)$ tem média zero; ou (b) o modelo (equação 2.7) usado no PFC

$$\eta(t) = \frac{e(t)}{(1 - z^{-1})^2} \quad (2.7)$$

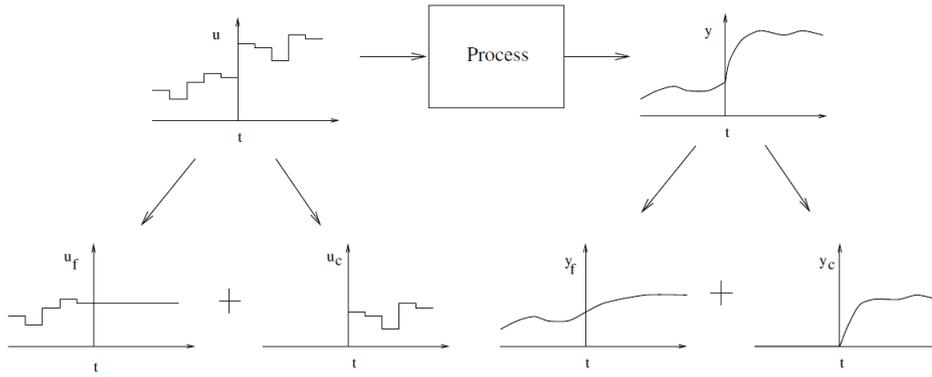


Figura 3 – Resposta Livre e Resposta Forçada

onde $\hat{\eta}(t+k | t) = \eta(t) + (\eta(t) - \eta(t-1))k$.

Outras variações destes modelos e estudos sobre o efeito do modelo das perturbações no sistema de controle podem ser encontradas em [23, 24].

2.1.1.3 Resposta Livre e Resposta Forçada

Um conceito muito importante e usado em MPC é o de resposta livre e forçada. Para o cálculo da resposta livre e forçada, expressa-se a ação de controle como a soma de dois sinais:

$$u(t) = u_f(t) + u_c(t) \quad (2.8)$$

onde,

$$u_f(t-j) = u(t-j) \text{ para } j = 1, 2, \dots$$

$$u_c(t+j) = u(t-1) \text{ para } j = 1, 2, \dots$$

e,

$$u_c(t-j) = 0, \quad \text{para } j = 1, 2, \dots$$

$$u_c(t+j) = u(t+j) - u(t-1), \quad \text{para } j = 1, 2, \dots$$

A resposta livre e forçada são utilizadas para o cálculo das previsões, a figura 3 ilustra de forma gráfica as duas respostas.

2.1.1.4 Função Objetivo

Os vários algoritmos MPC propõem diferentes funções objetivo para obter a lei de controle, porém a grande maioria deles utiliza a mesma estrutura. A função objetivo geral é apresentada na equação 2.9:

$$\mathbf{J} = \sum_{j=N_1}^{N_2} \delta(j) [\hat{y}(t+j|t) - w(t+j)]^2 + \sum_{j=1}^{N_u} \lambda(j) [\Delta u(t+j-1)]^2 \quad (2.9)$$

Onde, N_1, N_2 são o mínimo e máximo horizonte de predição, N_u horizonte de controle, $\delta(j)$ e $\lambda(j)$ são ponderações para ajuste do controle, $\hat{y}(t+j|t)$ predições da saída, $w(t+j)$ vetor de referências futuras e $\Delta u(t+j-1)$ vetor de incrementos na ação de controle.

- Horizonte de Controle (N_u): número de ações de controle futuras calculadas pelo algoritmo, $u(t+k|t)$ para $k = 1 \dots N_u$.

2.1.1.5 Obtenção da Lei de Controle

Para obter os valores de $\Delta u(t+k|t)$ é necessário minimizar a função objetivo \mathbf{J} , mostrada na equação 2.9. Nos casos onde não se tem restrições sobre as variáveis é possível encontrar uma expressão explícita para $\Delta u(t+k|t)$, porém todos os processos reais possuem restrições. Normalmente essas restrições estão associadas a limites operacionais do processo, na equação 2.10 apresentam-se as principais restrições encontradas:

$$\begin{aligned} u_{min} &\leq u(t) \leq u_{max} \\ \Delta u_{min} &\leq \Delta u \leq \Delta u_{max} \\ y_{min} &\leq y(t) \leq y_{max} \end{aligned} \tag{2.10}$$

Devido às restrições, se faz necessário a utilização de um algoritmo de otimização para encontrar os valores de $\Delta u(t+k|t)$. Como pode-se observar pela equação 2.9 o controlador calcula um vetor com N_u ações de controle, porém aplica-se no processo apenas o primeiro elemento desse vetor. Essa prática é conhecida como janela deslizante, ou seja, em cada período de amostragem do controlador, calcula-se todo o vetor de controle futuro $\Delta u(t+k|t)$, mas só aplica-se a primeira ação de controle calculada. Esta técnica é utilizada porque os processos estão constantemente sob ação de perturbações, sendo necessário corrigir os valores de Δu para rejeitar as perturbações e seguir a referência.

2.2 DMC - Dynamic Matrix Control

Nesta seção será discutido o algoritmo de controle preditivo chamado Controle por Matriz Dinâmica (DMC), um dos algoritmos mais difundidos na indústria. O DMC foi desenvolvido no final dos anos setenta por Cutler e Ramaker [11] na *Shell Oil*, e foi muito bem aceito no meio industrial, principalmente na indústria petroquímica.

Inicialmente será apresentado o algoritmo original do DMC proposto em [10], e depois será introduzido o DMC com implementação recursiva, proposto em [25], que modifica como a resposta livre é calculada de forma a obter um algoritmo mais simples de ser implementado e com a vantagem de não afetar o controlador original do DMC.

Posteriormente, será visto como inserir o conceito de filtragem dos erros de predição neste algoritmo de forma a obter um controlador mais robusto.

2.2.1 Predição

O modelo utilizado pelo DMC é um modelo baseado na resposta ao degrau do sistema, enquanto as perturbações são consideradas constantes ao longo do horizonte. A seguir apresenta-se a forma de obter as predições.

O modelo reposta ao degrau pode ser expresso pela equação 2.11.

$$y(t) = \sum_{i=1}^{\infty} g_i \Delta u(t-i) \quad (2.11)$$

as predições ao longo do horizonte são calculadas adicionando a predição de perturbação $\hat{n}(t+k|t)$

$$\hat{y}(t+k|t) = \sum_{i=1}^{\infty} g_i \Delta u(t+k-i) + \hat{n}(t+k|t) = \sum_{i=1}^k g_i \Delta u(t+k-i) + \sum_{i=k+1}^{\infty} g_i \Delta u(t+k-i) + \hat{n}(t+k|t)$$

Os termos dependentes do controle foram separados em duas somas: uma com a contribuição passada e outra com os valores futuros. A perturbação é considerada constante, assim, $\hat{n}(t+k|t) = \hat{n}(t|t) = y_m(t) - \hat{y}(t|t)$. Com isso pode-se rescrever:

$$\hat{y}(t+k|t) = \sum_{i=1}^{\infty} g_i \Delta u(t+k-i) + y_m(t) - \sum_{i=1}^{\infty} g_i \Delta u(t-i) = \sum_{i=1}^k g_i \Delta u(t+k-i) + f(t+k)$$

onde $f(t+k)$ é a resposta livre do sistema, dada pela equação 2.12:

$$f(t+k) = y_m(t) + \sum_{i=1}^{\infty} (g_{k+1} - g_i) \Delta u(t-1) \quad (2.12)$$

Se o sistema é estável, os coeficientes g_i da reposta ao degrau tendem a um valor constante após N amostras, logo, $g_{k+i} - g_i \approx 0$, para $i > N$, com isso a resposta livre equação da 2.12 pode ser calculada conforme equação 2.13.

$$f(t+k) = y_m(t) + \sum_{i=1}^N (g_{k+1} - g_i) \Delta u(t-1) \quad (2.13)$$

Assim pode-se calcular as predições ao longo do horizonte de predição ($k = 1, \dots, p$), considerando m ações de controle:

$$\begin{aligned}
\hat{y}(t+1|t) &= g_1 \Delta u(t) + f(t+1) \\
\hat{y}(t+2|t) &= g_2 \Delta u(t) + g_1 \Delta u(t+1) + f(t+2) \\
&\vdots \\
\hat{y}(t+p|t) &= \sum_{i=p-m+1}^p g_i \Delta u(t+p-i) + f(t+p)
\end{aligned}$$

As predições do sistema de forma matricial pode ser escrita conforme equação abaixo:

$$\hat{\mathbf{y}} = \mathbf{G}\mathbf{u} + \mathbf{f} \quad (2.14)$$

onde, \mathbf{G} é a matriz dinâmica do sistema, \mathbf{u} vetor das ações de controle futuras, e \mathbf{f} vetor da resposta livre do sistema:

$$\mathbf{G} = \begin{bmatrix} g_1 & 0 & \cdots & 0 \\ g_2 & g_1 & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ g_m & g_{m-1} & \cdots & g_1 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ g_p & g_{p-1} & \cdots & g_{p-m+1} \end{bmatrix}, \mathbf{u} = \begin{bmatrix} \Delta u(k) \\ \Delta u(k+1) \\ \vdots \\ \Delta u(k+m) \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}, \mathbf{f} = \begin{bmatrix} f(t+1) \\ f(t+2) \\ \vdots \\ \vdots \\ f(t+p) \end{bmatrix} \quad (2.15)$$

Como se observa da equação 2.15, para o cálculo de $\hat{\mathbf{y}}$ seria necessário armazenar os valores passados do controle. Uma forma de simplificar este cálculo consiste no uso do DCM recursivo apresentando abaixo.

2.2.2 DMC Recursivo

Em [25], demonstrou-se a propriedade recursiva do DMC, que será apresentada a seguir. As predições de malha aberta em $t+k$ dado as informações em t e $t-1$ são dadas a seguir:

$$\begin{aligned}
y_o(t+k|t) &= \sum_{i=k+1}^{\infty} g_i \Delta u(t+k-i) \\
y_o(t+k|t-1) &= \sum_{i=k+2}^{\infty} g_i \Delta u(t+k-i)
\end{aligned}$$

A diferença entre a predição de malha aberta em $t + k$ dado t , e em $t + k$ dado $t - 1$, é apenas a ação de controle nova $\Delta u(t - 1)$ que não se conhecia em $t - 1$. Subtraindo as equações anteriores:

$$\begin{aligned} y_o(t + k|t) - y_o(t + k|t - 1) &= g_{k+1}\Delta u(t - 1) + \sum_{i=k+2}^{\infty} g_i\Delta u(t + k - i) \\ &\quad - \sum_{i=k+2}^{\infty} g_i\Delta u(t + k - i) \\ y_o(t + k|t) &= g_{k+1}\Delta u(t - 1) + y_o(t + k|t - 1) \end{aligned}$$

A utilização do DMC recursivo é feita da seguinte forma: mantém-se em memória um vetor com M elementos: $\mathbf{Y}_{livre} = [y_o(t|t - 1), \dots, y_o(t + M - 1|t - 1)]^T$. Seus elementos são as repostas livres dadas as ações de controle conhecidas até o instante $t - 2$. Ao iniciar o controlador DMC no instante t_0 , dado que o sistema encontra-se em regime permanente, considera-se que as predições de malha aberta sejam constantes e iguais ao valor de $y(t_0)$.

Ao iniciar a execução do algoritmo DMC no instante t , é preciso atualizar o vetor de resposta livre pois o incremento da ação de controle $\Delta u(t - 1)$ agora é conhecido:

$$\mathbf{Y}_{livre} = \mathbf{Y}_{livre} + \begin{bmatrix} g_1 \\ g_2 \\ \vdots \\ g_M \end{bmatrix} \Delta u(t - 1)$$

Assim, obtém-se o vetor \mathbf{Y}_{livre} atualizado. Após obter o novo sinal de controle $u(t)$, é preciso “deslocar” os valores dentro do vetor \mathbf{Y}_{livre} , isto porque no instante posterior $t + 1$, serão precisos as repostas livres de $t + 1$ até $t + M$ baseadas nos dados até t . Então, o primeiro elemento é descartado pois é a predição relativa ao instante t que já passou. O problema é que, ao se fazer este deslocamento, o último elemento, no caso a predição em $y(t + M|t)$, é desconhecida. Porém, no caso estável, $y_o(t + M|t) \cong y_o(t + M - 1|t)$, assim, o novo vetor \mathbf{Y}_{livre} será dado por:

$$\mathbf{Y}_{livre} = \begin{bmatrix} y_o(t + 1|t) \\ y_o(t + 2|t) \\ \vdots \\ y_o(t + M - 1|t) \\ y_o(t + M - 1|t) \end{bmatrix}$$

A condição $y_o(t + M|t) \cong y_o(t + M - 1|t)$ é mostrada a seguir:

$$\begin{aligned}
y_o(t + M - 1|t) &= \sum_{i=M}^{\infty} g_i \Delta u(t + M - 1 - i) \\
y_o(t + M|t) &= \sum_{i=M+1}^{\infty} g_i \Delta u(t + M - i) = \sum_{i=M}^{\infty} g_{i+1} \Delta u(t + M - 1 - i) \\
y_o(t + M|t) - y_o(t + M - 1|t) &= \sum_{i=M}^{\infty} (g_{i+1} - g_i) \Delta u(t + M - 1 - i)
\end{aligned}$$

Como $g_{i+1} - g_i \cong 0, \forall i > M$, tem-se que $y_o(t + M|t) \cong y_o(t + M - 1|t)$, como se queria demonstrar.

Assim, o cálculo da resposta livre considerada no DMC-recursivo é dado da seguinte forma:

$$\mathbf{f}_r = \begin{bmatrix} y_o(t + 1|t) \\ \vdots \\ y_o(t + N|t) \end{bmatrix} + \mathbf{1}_N (y(t) - y_o(t|t)) \quad (2.16)$$

Utilizando esta forma de implementação, os cálculos necessários para obter a resposta livre se tornam mais simples, não sendo necessário o armazenamento dos incrementos passados de controle. Como este procedimento só altera o modo de calcular a resposta livre, o restante do algoritmo de controle não é modificado.

2.2.3 DMC Filtrado

O estudo do efeito da filtragem do erro de predição no DMC será realizado através da formulação normal do DMC. No entanto, a adição do filtro se torna muito mais simples no caso recursivo, pois a adição do erro de predição é feita de forma explícita, como será visto a seguir.

2.2.3.1 Uso do filtro no DMC normal

Em [26] mostrou-se que o uso de uma correção filtrada no DMC pode ajudar a melhorar a robustez do controle, assim como no GPC, analisado em [27]. Um filtro $F(z^{-1})$ pode ser representado por sua resposta ao impulso:

$$y_f(t) = \sum_{j=0}^{\infty} h_{fj} y(t - j),$$

e, dado que o filtro é estável, o somatório da equação anterior pode ser truncada após X termos pois $h_{fj} \cong 0, j > X$.

Adicionando filtragem no DMC

$$\hat{y}(t+k|t) = \sum_{i=1}^{\infty} g_i \Delta u(t+k-i) + \sum_{j=0}^{\infty} h_{fj} z^{-j} \eta(t|t)$$

Dado $\eta(t|t) = y(t) - y_o(t|t)$,

$$\hat{y}(t+k|t) = \sum_{i=1}^k g_i \Delta(t+k-i) + \sum_{i=1}^{\infty} g_{k+i} \Delta u(t-i) + \sum_{j=0}^{\infty} h_{fj} z^{-j} (y(t) - y_o(t|t)).$$

Dado que

$$y_o(t|t) = \sum_{i=1}^{\infty} g_i \Delta u(t-i),$$

tem-se que

$$\hat{y}(t+k|t) = \sum_{i=1}^k g_i \Delta(t+k-i) + \sum_{i=1}^{\infty} g_{k+i} \Delta u(t-i) + \sum_{j=0}^{\infty} h_{fj} z^{-j} \left(y(t) - \sum_{i=1}^{\infty} g_i \Delta u(t-i) \right).$$

$$\hat{y}(t+k|t) = \sum_{i=1}^k g_i \Delta(t+k-i) + \sum_{i=1}^{\infty} g_{k+i} \Delta u(t-i) - \sum_{j=0}^{\infty} \sum_{i=1}^{\infty} h_{fj} g_i \Delta u(t-i-j) + \sum_{j=0}^{\infty} h_{fj} z^{-j} y(t) \quad (2.17)$$

Nota-se a presença de um somatório duplo devido à adição do filtro. Este somatório precisa ser escrito de forma diferente para que a obtenção das matrizes do DMC filtrado possa ser feita. Executando alguns passos deste somatório duplo, é possível visualizar um padrão:

$$\begin{array}{l|l} j=0 & h_{f0}g_1\Delta u(t-1) \quad +h_{f0}g_2\Delta u(t-2) \quad +h_{f0}g_3\Delta u(t-3) \quad +\dots \\ j=1 & \quad \quad \quad 0 \quad \quad \quad +h_{f1}g_1\Delta u(t-2) \quad +h_{f1}g_2\Delta u(t-3) \quad +\dots \\ j=2 & \quad \quad \quad 0 \quad \quad \quad \quad \quad \quad 0 \quad \quad \quad +h_{f2}g_1\Delta u(t-3) \quad +\dots \end{array}$$

Assim, reescreve-se o somatório duplo da seguinte forma:

$$\sum_{j=0}^{\infty} \sum_{i=1}^{\infty} h_{fj} g_i \Delta u(t-i-j) = \sum_{i=1}^{\infty} \sum_{j=0}^{i-1} h_{fj} g_{i-j} \Delta u(t-i) \quad (2.18)$$

Substituindo a equação (2.18) na equação (2.17), tem-se

$$\hat{y}(t+k|t) = \sum_{i=1}^k g_i \Delta(t+k-i) + \sum_{i=1}^{\infty} \left(g_{k+i} - \sum_{j=0}^{i-1} h_{fj} g_{i-j} \right) \Delta u(t-i) + \sum_{j=0}^{\infty} h_{fj} y(t-j) \quad (2.19)$$

Agora é necessário verificar a condição de truncamento, similar ao DMC sem filtro.

$$\sum_{j=0}^{\infty} h_{fj} y(t-j) \cong \sum_{j=0}^X h_{fj} y(t-j) \quad (2.20)$$

$$\begin{aligned} \sum_{i=1}^{\infty} \left(g_{k+i} - \sum_{j=0}^{i-1} h_{fj} g_{i-j} \right) \Delta u(t-i) &= \Delta u(t) \left[\sum_{i=1}^X \left(g_{k+i} - \sum_{j=0}^{i-1} h_{fj} g_{i-j} \right) z^{-i} \right. \\ &+ \sum_{i=X+1}^M \left(\underbrace{g_{k+i} - \sum_{j=0}^X h_{fj} g_{i-j}}_{h_{fj} \cong 0, \forall j > X} \right) z^{-i} \\ &+ \sum_{i=M+1}^{M+X} \left(\underbrace{g_M}_{g_i \cong g_M, \forall i > M} - \sum_{j=0}^X h_{fj} g_{i-j} \right) z^{-i} \\ &\left. + \sum_{i=M+X+1}^{\infty} \left(g_M - \underbrace{g_M}_{g_{i-j} \cong g_M, \forall i > M+X+1} \sum_{j=0}^X h_{fj} \right) z^{-i} \right] \quad (2.21) \end{aligned}$$

Como o somatório $\sum_{j=0}^X h_{fj} = 1$, pois o ganho do filtro é unitário, o último termo da soma explicitada na equação (2.21) se torna nulo. Assim, pode-se truncar o somatório infinito anterior, obtendo-se a predição $\hat{y}(t+k|t)$ através de um somatório finito:

$$\hat{y}(t+k|t) = \sum_{i=1}^k g_i \Delta(t+k-i) + \sum_{i=1}^{M+X} \left(g_{k+i} - \sum_{j=0}^{i-1} h_{fj} g_{i-j} \right) \Delta u(t-i) + \sum_{j=0}^X h_{fj} y(t-j) \quad (2.22)$$

Quando existirem coeficientes g_i com $i > M$, faz-se $g_i = g_M$. De modo similar, quando existirem coeficientes h_{fj} com $j > X$, faz-se $h_{fj} = 0$.

Considerando a equação anterior, obtém-se as predições na forma matricial:

$$\hat{\mathbf{y}} = \mathbf{G}\mathbf{u} + \mathbf{I}\Delta\mathbf{u}(t-1) + \mathbf{I}_y\mathbf{y}(t) \quad (2.23)$$

$$\mathbf{I} = \begin{bmatrix} (g_2 - \sum_{j=0}^0 h_{fj}g_{1-j}) & (g_3 - \sum_{j=1}^1 h_{fj}g_{2-j}) & \cdots & (g_{M+X+1} - \sum_{j=0}^{M+X-1} h_{fj}g_{M+X-j}) \\ (g_3 - \sum_{j=0}^0 h_{fj}g_{1-j}) & (g_4 - \sum_{j=0}^1 h_{fj}g_{2-j}) & \cdots & (g_{M+X+2} - \sum_{j=0}^{M+X-1} h_{fj}g_{M+X-j}) \\ \vdots & \vdots & \cdots & \vdots \\ (g_{N+1} - \sum_{j=0}^0 h_{fj}g_{1-j}) & (g_{N+2} - \sum_{j=0}^1 h_{fj}g_{2-j}) & \cdots & (g_{N+M+X} - \sum_{j=0}^{M+X-1} h_{fj}g_{M+X-j}) \end{bmatrix},$$

$$\mathbf{G}\mathbf{u} = \begin{bmatrix} g_1 & 0 & \cdots & 0 \\ g_2 & g_1 & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \cdots & \vdots \\ g_N & g_{N-1} & \cdots & g_{N-N_u} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta u(t) \\ \Delta u(t+1) \\ \vdots \\ \Delta u(t+N_u-1) \end{bmatrix},$$

$$\Delta \mathbf{u}(t-1) = \begin{bmatrix} \Delta u(t-1) \\ \Delta u(t-2) \\ \vdots \\ \Delta u(t-M-X) \end{bmatrix}, \mathbf{y}(t) = \begin{bmatrix} y(t) \\ y(t-1) \\ \vdots \\ y(t-X) \end{bmatrix}. \quad (2.24)$$

2.2.3.2 Uso do filtro do DMC recursivo

Como mostrado, o uso do filtro na versão padrão do DMC se torna muito trabalhosa. No entanto, na forma recursiva a adição do filtro se torna simples:

$$\hat{y}(t+k|t) = \sum_{i=1}^k g_i \Delta(t+k-i) + y_o(t+k|t) + F(z^{-1})(y(t) - y_o(t|t)).$$

É possível filtrar o erro de predição separadamente e adicioná-lo à predição de malha aberta y_o , o que é extremamente mais simples se comparado à solução dada anteriormente.

2.3 DMC Multivariável

O algoritmo para o caso monovariável, apresentado na seção 2.2, pode ser facilmente estendido para o caso multivariável. Para um sistema com m entradas e n saídas, as

$$\begin{aligned}
\hat{\mathbf{y}}_h = \begin{bmatrix} \hat{y}_h(t+1|t) \\ \vdots \\ \hat{y}_h(t+N|t) \end{bmatrix} &= [\mathbf{G}_{h1} \ \mathbf{G}_{h2} \ \dots \ \mathbf{G}_{hm}] \begin{bmatrix} \Delta u_1(t) & \dots & \Delta u_m(t) \\ \vdots & \vdots & \vdots \\ \Delta u_1(t+N_u-1) & \dots & \Delta u_m(t+N_u-1) \end{bmatrix} \\
&+ [\mathbf{I}_{h1} \ \mathbf{I}_{h2} \ \dots \ \mathbf{I}_{hm}] \begin{bmatrix} \Delta u_1(t-1) & \dots & \Delta u_m(t-1) \\ \vdots & \vdots & \vdots \\ \Delta u_1(t-M) & \dots & \Delta u_m(t-M) \end{bmatrix} \\
&+ \mathbf{1}_N y_h(t), \tag{2.27}
\end{aligned}$$

ou, de forma mais compacta,

$$\hat{\mathbf{y}}_h = [\mathbf{G}_{h1} \ \mathbf{G}_{h2} \ \dots \ \mathbf{G}_{hm}] \mathbf{u} + [\mathbf{I}_{h1} \ \mathbf{I}_{h2} \ \dots \ \mathbf{I}_{hm}] \Delta \mathbf{u}(t-1) + \mathbf{1}_N y_h(t),$$

onde as matrizes \mathbf{G}_{hj} e \mathbf{I}_{hj} são calculadas de maneira idêntica ao caso monovariável.

Combinando as predições de todas as saídas, obtém-se a seguinte representação matricial:

$$\hat{\mathbf{y}} = \mathbf{G}\mathbf{u} + \mathbf{I}\Delta \mathbf{u}(t-1) + \mathbf{I}_y \mathbf{y}(t) \tag{2.28}$$

onde $\hat{\mathbf{y}} = [\hat{\mathbf{y}}_1^T, \dots, \hat{\mathbf{y}}_h^T]^T$, $\mathbf{y} = [y_1(t), \dots, y_h(t)]$, e

$$\begin{aligned}
\mathbf{G} &= \begin{bmatrix} \mathbf{G}_{11} & \dots & \mathbf{G}_{1m} \\ \vdots & \vdots & \vdots \\ \mathbf{G}_{h1} & \dots & \mathbf{G}_{hm} \end{bmatrix}, \mathbf{I} = \begin{bmatrix} \mathbf{I}_{11} & \dots & \mathbf{I}_{1m} \\ \vdots & \vdots & \vdots \\ \mathbf{I}_{h1} & \dots & \mathbf{I}_{hm} \end{bmatrix}, \\
\mathbf{I}_y &= \begin{bmatrix} \mathbf{1}_N & 0 & \dots & 0 \\ 0 & \mathbf{1}_N & \dots & 0 \\ 0 & 0 & \dots & \mathbf{1}_N \end{bmatrix}.
\end{aligned}$$

Deve ser lembrado que a resposta livre é dada por $\mathbf{f}_r = \mathbf{I}\Delta \mathbf{u}(t-1) + \mathbf{I}_y \mathbf{y}(t)$, que é um vetor de ordem $h \cdot N \times 1$.

2.3.1 DMC Recursivo Multivariável

A propriedade recursiva do DMC apresentada na seção 2.2.2 continua válida no caso multivariável, com a diferença que agora será necessário manter h vetores de respostas livres correspondentes a cada saída.

Da mesma forma que no caso monovariável, mantém-se em memória h vetores com M elementos: $\mathbf{Y}_{h,livre} = [y_{oh}(t|t-1), \dots, y_{oh}(t+M-1|t-1)]^T$. Seus elementos são as respostas livres dadas as ações de controle conhecidas até o instante $t-1$. Ao iniciar o controlador DMC no instante t_0 , dado que o sistema encontra-se em regime permanente, considera-se que as predições de malha aberta para todas as saídas sejam constantes e iguais ao valor de $y_h(t_0)$.

Depois de iniciar a execução do algoritmo DMC no instante t , é preciso atualizar o vetor de resposta livre com o incremento das ações de controle $\Delta u_j(t-1)$, $j = 1, \dots, m$, que agora são conhecidas:

$$\mathbf{Y}_{l,livre} = \mathbf{Y}_{l,livre} + \begin{bmatrix} g_{h1,1} \\ g_{h1,2} \\ \vdots \\ g_{h1,M} \end{bmatrix} \Delta u_1(t-1) + \dots + \begin{bmatrix} g_{hm,1} \\ g_{hm,2} \\ \vdots \\ g_{hm,M} \end{bmatrix} \Delta u_m(t-1)$$

Assim, obtém-se o vetor $\mathbf{Y}_{h,livre}$ atualizado. Após obter o novo sinal de controle $u(t)$, é preciso “deslocar” os valores dentro do vetor $\mathbf{Y}_{h,livre}$, isto porque no instante posterior $t+1$, serão precisos as repostas livres de $t+1$ até $t+M$ baseadas nos dados até t . Então, o primeiro elemento é descartado pois é a predição relativa ao instante t que já passou. O problema é que, ao se fazer este deslocamento, o último elemento, no caso a predição em $y_h(t+M|t)$, é desconhecida. Porém, no caso estável, $y_{oh}(t+M|t) \cong y_{oh}(t+M-1|t)$, assim, o novo vetor $\mathbf{Y}_{h,livre}$ será dado por:

$$\mathbf{Y}_{h,livre} = \begin{bmatrix} y_{oh}(t+1|t) \\ y_{oh}(t+2|t) \\ \vdots \\ y_{oh}(t+M-1|t) \\ y_{oh}(t+M-1|t) \end{bmatrix}$$

Desta forma, as predições no DMC recursivo multivariável são dadas por

$$\hat{\mathbf{y}} = \mathbf{G}\mathbf{u} + \mathbf{f}_r. \quad (2.29)$$

Considerando que $\mathbf{y}_{oh} = [y_{oh}(t+1), \dots, y_{oh}(t+N)]$, a resposta livre \mathbf{f}_r é dada por

$$\mathbf{f}_r = \begin{bmatrix} \mathbf{y}_{o1} \\ \vdots \\ \mathbf{y}_{oh} \end{bmatrix} + \mathbf{I}_y \begin{bmatrix} (y_1(t) - y_{o1}(t)) & \dots & (y_l(t) - y_{oh}(t)) \end{bmatrix}. \quad (2.30)$$

2.3.2 DMC Multivariável Filtrado

Assim como no caso monovariável, a adição do filtro se torna muito mais simples no caso recursivo. Como o filtro é utilizado para filtrar as correções das predições, no caso multivariável, é preciso um filtro para cada saída. No caso em que se deseja melhorar a robustez do controlador DMC, cada filtro é projetado, considerando os erros de modelagem das diferentes relações entrada-saída existentes no sistema multivariável.

A equação 2.30 da resposta livre recursiva pode ser modificada para incluir os h filtros:

$$\mathbf{f}_r = \begin{bmatrix} \mathbf{y}_{o1} \\ \vdots \\ \mathbf{y}_{oh} \end{bmatrix} + \mathbf{I}_y \begin{bmatrix} F_{r1}(z^{-1})(y_1(t) - y_{o1}(t)) & \dots & F_{rh}(z^{-1})(y_l(t) - y_{oh}(t)) \end{bmatrix}. \quad (2.31)$$

onde $F_{ri}(z^{-1})$ é um filtro discreto.

2.3.3 Função Objetivo

No DMC SISO utiliza-se a seguinte função custo:

$$\mathbf{J} = \sum_{j=1}^p \delta(j) [\hat{y}(t+j|t) - w(t+j)]^2 + \sum_{j=1}^m \lambda(j) [\Delta u(t+j-1)]^2 \quad (2.32)$$

Para calcular o mínimo de \mathbf{J} é conveniente escrever a expressão (2.32) na forma matricial como:

$$J = (\mathbf{G}\mathbf{u} + \mathbf{f}_r - \mathbf{w})^T \delta (\mathbf{G}\mathbf{u} + \mathbf{f}_r - \mathbf{w}) + \lambda \mathbf{u}^T \mathbf{u} \quad (2.33)$$

onde supõe-se que $\delta(j) = 1$ e $\lambda(j) = \lambda$ constantes. Esta escolha é a mais simples e usada; porém, se as ponderações não são constantes no horizonte, J escreve-se como:

$$J = (\mathbf{G}\mathbf{u} + \mathbf{f}_r - \mathbf{w})^T \mathbf{Q}_y (\mathbf{G}\mathbf{u} + \mathbf{f}_r - \mathbf{w}) + \mathbf{u}^T \mathbf{Q}_u \mathbf{u} \quad (2.34)$$

onde \mathbf{Q}_y e \mathbf{Q}_u são matrizes diagonais com os valores das ponderações na diagonal. O vetor de referências é dado por:

$$\mathbf{w} = \begin{bmatrix} w(t+d+1) & w(t+d+2) & \dots & w(t+d+N) \end{bmatrix}^T$$

A equação (2.33) pode ser escrita como uma forma quadrática:

$$J = \frac{1}{2} \mathbf{u}^T \mathbf{H} \mathbf{u} + \mathbf{b}^T \mathbf{u} + \mathbf{f}_0 \quad (2.35)$$

onde:

$$\begin{aligned} \mathbf{H} &= 2(\mathbf{G}^T \mathbf{G} + \lambda \mathbf{I}) \\ \mathbf{b}^T &= 2(\mathbf{f}_r - \mathbf{w})^T \mathbf{G} \\ \mathbf{f}_0 &= (\mathbf{f}_r - \mathbf{w})^T (\mathbf{f}_r - \mathbf{w}) \end{aligned}$$

O mínimo de J pode ser calculado, quando não há restrições, igualando o gradiente de J a zero. Assim, o controle pode ser calculado através da equação a seguir:

$$\mathbf{u} = -\mathbf{H}^{-1} \mathbf{b} = (\mathbf{G}^T \mathbf{G} + \lambda \mathbf{I})^{-1} \mathbf{G}^T (\mathbf{w} - \mathbf{f}_r) \quad (2.36)$$

Como o algoritmo é de horizonte deslizante, unicamente o primeiro sinal de controle é aplicado (primeiro elemento do vetor \mathbf{u}), assim a lei de controle final é:

$$\Delta u(t) = \mathbf{K}(\mathbf{w} - \mathbf{f}_r) \quad (2.37)$$

onde \mathbf{K} é a primeira linha da matriz $(\mathbf{G}^T \mathbf{G} + \lambda \mathbf{I})^{-1} \mathbf{G}^T$.

2.3.3.1 Cálculo da Ação de Controle com Restrições

Para calcular a ação de controle do controlador MPC deve-se encontrar o mínimo da função objetivo (equação 2.32). Nos casos onde o processo possui restrições é necessário utilizar um algoritmo de otimização para encontrar \mathbf{u} , que minimize a função objetivo e ao mesmo tempo que satisfaça as restrições impostas. Conforme visto na seção 2.3.3 a função objetivo pode ser escrita na forma quadrática conforme equação 2.35.

Dada a forma quadrática da função objetivo, restrições lineares e o objetivo de minimizar, utiliza-se um algoritmo de otimização - Programação Quadrática (QP) para encontrar a solução \mathbf{u} do problema:

$$\min_{\mathbf{u}} \frac{1}{2} \mathbf{u}^T \mathbf{H} \mathbf{u} + \mathbf{b}^T \mathbf{u} \quad s.j. \quad \begin{cases} \mathbf{A} \cdot \mathbf{u} \leq \mathbf{b} \\ \mathbf{A}_{eq} \cdot \mathbf{u} = \mathbf{b}_{eq} \end{cases} \quad (2.38)$$

onde \mathbf{A} , \mathbf{b} respeita a restrição de desigualdade e \mathbf{A}_{eq} , \mathbf{b}_{eq} a de igualdade. A solução ótima encontrada pelo QP para um processo multivariável \mathbf{u} é:

$$\mathbf{u} = [u_1(k) \dots u_1(k + N_u) \dots u_n(k) \dots u_n(k + N_u)]$$

em que apenas os $u_n(k)$ são aplicados na planta.

2.4 Otimização

Otimização é a área da Matemática Aplicada que se preocupa em calcular e computar valores ótimos para variáveis de decisão que induzem desempenho ótimo, ao mesmo tempo que satisfazem restrições de um modelo matemático [1]. Dentro a área de otimização se destacam duas técnicas de otimização a Programação Linear (LP), pela sua vasta aplicação prática, simplicidade e baixo custo computacional, e a Programação Quadrática (QP), com aplicações em identificação de parâmetros para modelos de processo, modelos estruturais e sistemas de controle.

2.4.1 Elementos de um Problema de Otimização

Um problema de otimização é composto por três elementos:

Variáveis de Decisão: Parâmetros cujos valores definem uma solução para o problema.

Função Custo: Uma função das variáveis de decisão a ser minimizada ou maximizada.

Restrições: Um conjunto de funções que define o espaço factível de soluções.

Os algoritmos de otimização se diferenciam pelas escolhas destes três elementos. As variáveis de decisão pode estar no domínio contínuo ($x \in \mathbb{Q}$) ou apenas assumir valores inteiros ($x \in \mathbb{Z}$). A função custo pode ser linear, quadrática ou não linear e as restrições podem ser funções lineares, não lineares ou ainda de limites das variáveis de decisão.

2.4.2 Programação Linear - LP

A origem da Programação Linear vem dos estudos de Fourier sobre sistemas lineares de inequações em 1826. Porém só em 1939 com o trabalho de Kantorovich, notou-se a importância desses problemas para aplicações práticas, Kantorovich apresentou como obter a maior produção possível com base na utilização ótima dos recursos disponíveis.

Os estudos e aplicações da programação linear foram impulsionados em 1940 com o desenvolvimento do algoritmo *Simplex* por George Dantzig. Algumas modificações desse

algoritmo foram propostas ao longo dos anos e outros foram criados como o algoritmo de ponto inteiro, elipsóide e algoritmos de tempo polinomial. Com tudo o algoritmo *Simplex* continua sendo muito utilizado, pois ainda é mais eficiente que muitos algoritmos em varias aplicações da programação linear.

Formulação:

Programação linear (LP) envolve a escolha de valores para variáveis de forma ótima. As variáveis x_j são ditas variáveis de decisão. O objetivo em LP é sempre minimizar (maximizar) uma função linear, esta função é conhecida como função custo do problema LP, sujeito a restrições lineares:

$$\mathbf{Min} \quad c_1x_1 + c_2x_2 + \cdots + c_nx_n \quad (2.39)$$

sujeito a:

$$\begin{aligned} a_{1,1}x_1 + a_{1,2}x_2 + \cdots + a_{1,n}x_n &\leq b_1 \\ a_{2,1}x_1 + a_{2,2}x_2 + \cdots + a_{2,n}x_n &\leq b_2 \\ &\vdots \\ a_{m,1}x_1 + a_{m,2}x_2 + \cdots + a_{m,n}x_n &\leq b_m \\ x_1, \dots, x_n &\geq 0 \end{aligned} \quad (2.40)$$

Uma solução $x = (x_1 \dots x_n)^T$ é dita factível se satisfaz as restrições. A solução x é dita ótima se ela é factível e induz o valor ótimo da função objetivo. O conjunto de todas as soluções factíveis é determinado pela intersecção do conjunto de restrições do problema (equações 2.40). O problema é dito infactível quando a intersecção do conjunto de restrições resulta em um conjunto vazio, ou seja, $\{x \in \mathfrak{R}^n : Ax \leq b, x \geq 0\} = \emptyset$, a figura 4 ilustra um problema infactível.

Como a função custo e as restrições do problema são lineares a solução ótima de um problema LP sempre é encontrada em um vértice da intersecção das restrições, conforme ilustra a figura 5.

2.4.3 Programação Quadrática - QP

Nos problemas de otimização quadrática a função custo é uma função quadrática das variáveis de decisão e as restrições são funções lineares. Este método tem aplicação em identificação de parâmetros para modelos de processo, modelos estruturais e sistemas de controle.

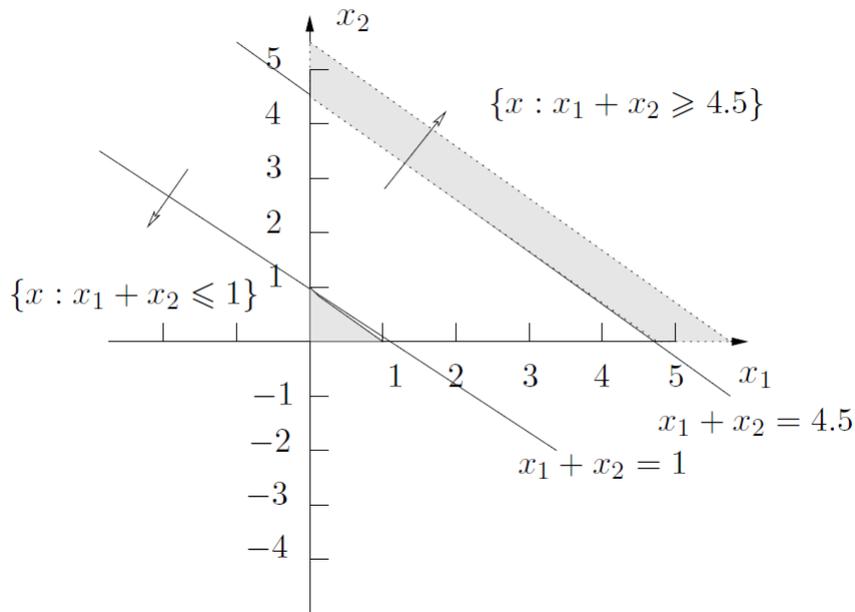


Figura 4 – Exemplo de problema infactível. Regiões achuradas indicam as regiões factíveis para cada uma das restrições. Observe que a interseção das regiões achuradas é vazia [1].

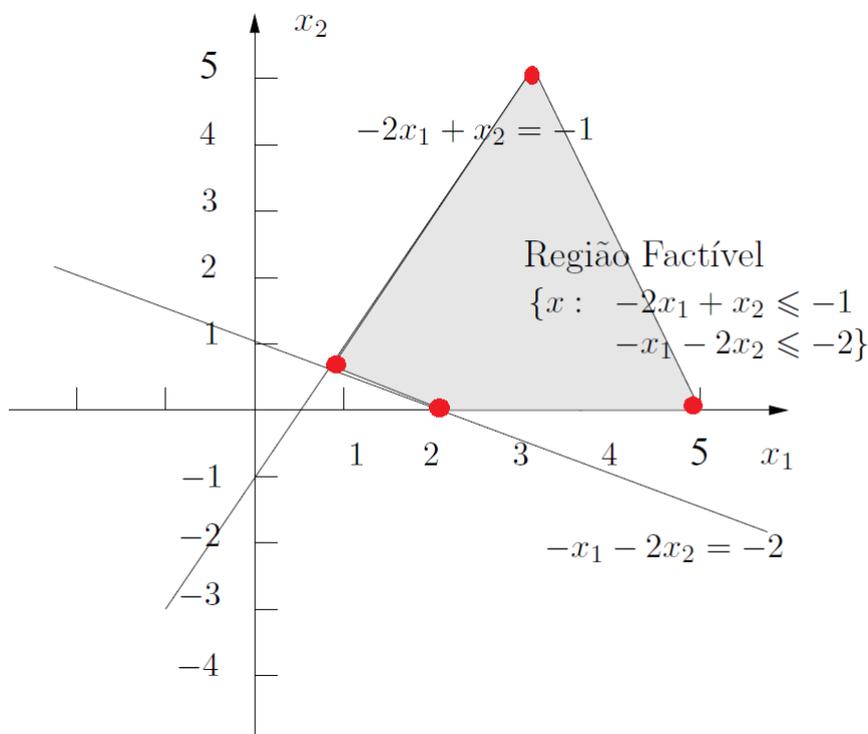


Figura 5 – Exemplo de problema factível. A Região achurada indica a região factível. Corresponde a interseção das restrições. Os pontos nos vértices, indicam possíveis valores de ótimo para o problema [1].

Formulação

$$\min_{\mathbf{x}} \frac{1}{2} \mathbf{x}^T \mathbf{H} \mathbf{x} + \mathbf{b}^T \mathbf{x} \quad s.j. \quad \begin{cases} \mathbf{A} \cdot \mathbf{x} \leq \mathbf{b} \\ \mathbf{A}eq \cdot \mathbf{x} = \mathbf{beq} \end{cases} \quad (2.41)$$

A complexidade em encontrar uma solução ótima global para este tipo de problema esta diretamente relacionada com as características da função custo e o número de restrições. Se \mathbf{H} é positiva semi-definida ou positiva definida o problema é relativamente fácil de ser resolvido. Porém se \mathbf{H} é indefinida ou negativa definida ou semi-definida o problema se torna muito difícil de ser resolvido, porque surgem muitos mínimos (ou máximos) locais dificultando encontrar a solução ótima global.

2.5 Considerações Finais

Neste capítulo foram apresentados os conceitos fundamentais para o entendimento dos controladores MPC e uma introdução aos problemas de otimização LP e QP. No próximo capítulo é apresentado o processo escolhido para realizar os estudos das técnicas de Otimização Econômica Simplificada realizados no capítulo 4.

3 Caso de Estudo

Este capítulo trata da Unidade de Processamento de Gás Natural utilizada como caso de estudo para as simulações dos algoritmos de controle e otimização.

3.1 UPGN - Unidade de Processamento de Gás Natural

Os principais objetivos das unidades de processamento de gás natural são: o tratamento para retirada de impurezas e o fracionamento da mistura que consiste em enquadrar o gás natural produzido nas especificações necessárias para venda, separar e especificar também os componentes pesados: o GLP (Gás Liquefeito de Petróleo), a gasolina e o LGN (Líquido de Gás Natural).

3.1.1 Gás Natural

É uma fonte energética consolidada em todo o mundo, ele apresenta grande vantagens em relação aos combustíveis líquidos, como queima mais eficiente no aproveitamento da energia e principalmente no baixo índice de poluição. Além de excelente combustível, possui varias aplicações na indústria petroquímica e química como matéria prima. Entre elas se destacam a produção de amônia, ureia e metanol.

Gás Natural é um mistura de hidrocarbonetos e algumas impurezas como: nitrogênio (N_2), dióxido de carbono (CO_2), água (H_2O), gás sulfídrico (H_2S), hélio (He) e mercúrio (Hg). Os hidrocarbonetos que geralmente ocorrem no gás natural são: metano (CH_4), etano (C_2H_6), propano (C_3H_8), butano (C_4H_{10}), pentano (C_5H_{12}), e pequenas quantidades de hexanos ($CH_3(CH_2)_4CH_3$) e alguns hidrocarbonetos mais pesados.

Sua composição varia muito em função das características do reservatório de petróleo e das condições de separação nas instalações de superfície. Grande parte da produção de gás natural no Brasil vem do gás associado ao petróleo extraído, não existindo muitas reservas de gás natural. Assim as UPGN's brasileiras processam gás natural oriundo de diferentes campos de petróleo, o que em muitos casos gera dificuldades de operação devido a grande variabilidade da composição.

3.1.2 Tecnologia de Processamento do Gás Natural

Devido as impurezas encontradas no gás natural, é realizado um pré-tratamento do gás para retirar as impurezas e extrair o hidrocarbonetos líquidos. Este procedimento visa proteção das instalações e do meio ambiente. Após o pré-tratamento o gás passa

para etapa de processamento, que consiste em um processo de separação. Processos de Separação transformam uma mistura de substâncias em dois ou mais produtos com diferentes composições, sendo que a separação destes é proporcionada por adição de um agente de separação e por um princípio de separação.

A escolha do processo de separação deve levar em conta a qualidade do gás residual requerida, vazão de gás natural disponível, produtos requeridos e principalmente viabilidade. Abaixo são apresentados os principais princípios de separação utilizados no processamento do gás natural.

- **Processo Joule-Thomson:** Apresenta baixa eficiência, baixo nível de recuperação de propano, porém o investimento é muito baixo, rápida instalação e a técnica pode ser utilizada de forma a antecipar projetos definitivos mais elaborados.
- **Processo Refrigeração Simples:** É necessário realizar a desidratação do gás antes de iniciar o processo, utiliza um fluido refrigerante (Propano). Tem um custo de investimento médio e apresenta um bom nível de recuperação de C_3 .
- **Processo de Absorção Refrigerada:** Processo Físico e Exotérmico, a desidratação do gás natural é realizada utilizando glicol, possui um ciclo de refrigeração a propano. O mecanismo de absorção é realizado através da lavagem do gás em contra-corrente utilizando um óleo de absorção e apresenta alta taxa de recuperação de propano.
- **Processo Turbo Expansão:** Apresenta a maior eficiência (riqueza residual tende a zero). Pode gerar etano para petroquímica e tem total recuperação de C_3 e alta de C_2 , porém necessita de um investimento elevado comparado aos outros processos.

3.1.3 UPGN-Atalaia

A Unidade de Processamento de Gás Natural de Atalaia, localizada na cidade de Aracaju no estado de Sergipe, foi a primeira planta totalmente projetada pela PETROBRAS e com índice de 99% de nacionalização de equipamentos. Sua capacidade nominal de processamento é de dois milhões m^3 /dia de gás, medidos a 20 °C e a 1 atm. O processo de separação utilizado é o de absorção refrigerada com propano gerado na própria unidade. O objetivo é recuperar o propano (C_3), o butano (C_4) e o pentano e hidrocarbonetos mais pesados (C_{5+}), separando-os dos hidrocarbonetos leves (C_1 e C_2). O processamento de gás natural gera três produtos finais: o gás industrial (composto por C_1 e C_2), o GLP (composto por C_3 e C_4) e a gasolina natural (composta por C_{5+}).

Na primeira etapa o gás natural passa pela primeira torre, a torre de absorção, que separa os hidrocarbonetos mais pesados (absorvidos pelo óleo pobre) dos demais. Pelo topo desta torre sai o gás industrial, composto por metano, etano e C_3 . E pelo fundo saem os hidrocarbonetos absorvidos. Como este líquido ainda possui metano e etano em sua

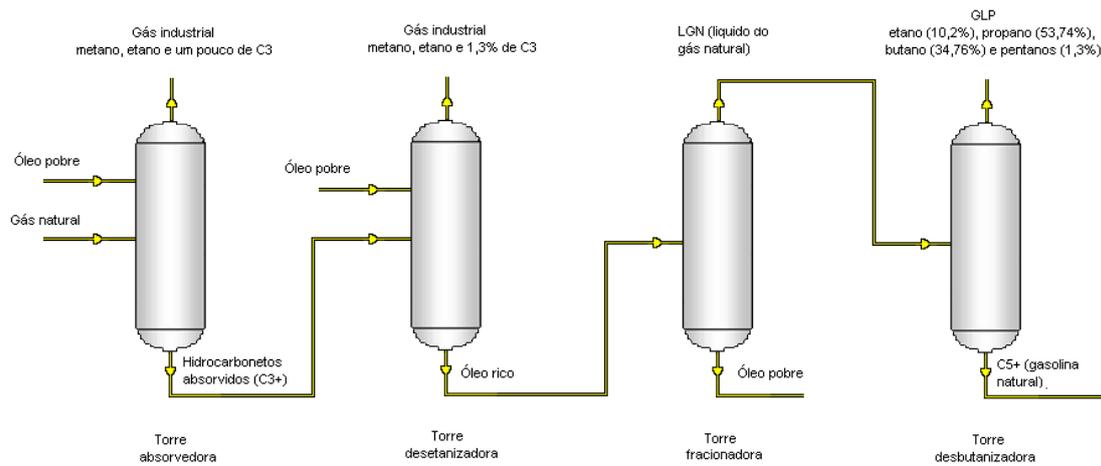


Figura 6 – Esquema simplificado da UPGN

composição, ele passa pela segunda torre, a desetanizadora, para que estes hidrocarbonetos leves sejam separados. Pelo topo da coluna desetanizadora sai outro gás industrial também composto por metano (C_1), etano (C_2) e propano (C_3), mas em concentrações diferentes do anterior. O C_3 presente no gás industrial é uma perda que deve ser minimizada. Pelo fundo da torre desetanizadora sai o óleo rico que é destilado na torre fracionadora gerando LGN (líquido do gás natural) e óleo pobre, que retorna ao início do processo. Depois da torre desetanizadora não resta mais metano na mistura de hidrocarbonetos que continua no sistema. O LGN alimenta o sistema de desbutanização. Na torre desbutanizadora o produto é separado em GLP (gás liquefeito de petróleo), composto por etano (10,2%), propano (53,74%), butano (34,76%) e pentanos (1,3%), e C_{5+} (gasolina natural). A Figura 6 mostra um esquema simplificado do processamento de gás natural com as quatro torres e seus respectivos produtos de topo e de fundo.

Do ponto de vista do controle avançado, esse processo tem dez entradas, as variáveis manipuladas, e onze saídas, as variáveis controladas. Além disso, o processo está sujeito a 3 perturbações mensuráveis. As variáveis controladas, manipuladas e perturbações do processo inteiro são mostradas nas tabelas 1, 2 e 3, respectivamente.

Atualmente as variáveis controladas y_5 , y_9 e y_{11} não estão sendo utilizadas no problema de controle. A relação entre as variáveis controladas, as manipuladas e as perturbações é mostrada na tabela 4.

O controle avançado desse processo tem objetivos como maximizar a carga processada na unidade, minimizar a perda de C_3 no gás industrial, manter o teor de C_2 do GLP dentro da especificação, minimizar a perda de hidrocarbonetos para queima e maximizar o teor de C_{5+} na gasolina natural. As variáveis mais difíceis de controlar são o teor de C_2 no GLP (y_3), abertura da válvula de pressão (y_7) e teor de C_5 na gasolina natural (y_8). As seções seguintes explicam brevemente como algumas das variáveis manipuladas e

Tabela 1 – Variáveis Controladas

ID	Descrição
y_1	Teor de C_3 na torre absorvedora (T01)
y_2	Teor de C_3 na torre absorvedora (T02)
y_3	Teor de C_2 no GLP
y_4	Nível da torre (T02)
y_5	Nível da torre (T02)
y_6	Vazão de refluxo
y_7	Abertura da válvula de pressão da torre T04
y_8	Teor de C_5 na torre T04
y_9	Razão refluxo torre T04
y_{10}	Refluxo mais carga T04
y_{11}	Abertura de válvula

Tabela 2 – Variáveis Manipuladas

ID	Descrição
u_1	Vazão de óleo de absorção para torre T01
u_2	Vazão de óleo de absorção para torre T02
u_3	Vazão de carga fria para torre T02
u_4	Pressão no topo da T02
u_5	Pressão no topo da T04
u_6	Temperatura de fundo da T03
u_7	Temperatura de topo da T03
u_8	Vazão de Refluxo da T04
u_9	Controle de Temperatura da T04
u_{10}	Temperatura de fundo da T02

Tabela 3 – Perturbações

ID	Descrição
w_1	Vazão de gás natural (carga) a ser processada pela unidade
w_2	Riqueza da carga
w_3	Carga na torre T04

perturbações influenciam no comportamento dessas controladas.

3.1.4 Controle do teor de C_2 no GLP - y_3

A concentração de C_2 depende principalmente de variáveis relacionadas às torres absorvedora e desetanizadora, que são as torres 01 e 02, respectivamente. O C_2 que chega é torre fracionadora, torre 03, sai pelo topo junto com os demais hidrocarbonetos na forma de LGN sem sofrer perdas. Na última torre todo o C_2 do LGN também sai pelo topo compondo o GLP. A partir da torre 03 nenhuma variável mensurada é capaz de alterar

Tabela 4 – Relação entre variáveis controladas manipuladas e perturbações

Variável controlada	Variáveis manipuladas	Perturbações
y_1	u_1	w_1, w_2
y_2	u_1, u_2, u_3, u_{10}	w_1, w_2
y_3	u_1, u_2, u_{10}	w_1, w_2
y_4	u_6, u_7	w_1, w_2
y_5	u_1, u_3, u_4	w_1, w_2
y_6	u_6, u_7, u_{10}	-
y_7	u_1, u_2, u_5, u_{10}	w_1, w_2
y_8	u_5, u_8, u_9	w_3
y_9	u_8, u_9	w_3
y_{10}	u_8	w_3
y_{11}	$u_1, u_2, u_3, u_4, u_{10}$	w_1, w_2

a concentração final de C_2 . O objetivo é produzir GLP com 15% de C_2 , mas às vezes restrições operacionais impedem esse teor de ser atingido.

Na torre absorvedora, a variável manipulada que influencia no teor de C_2 é a vazão de óleo de absorção (u_1). Esta é uma variável importante na absorção dos hidrocarbonetos mais pesados. Ela é manipulada de acordo com a carga processada. Se a carga aumenta, é preciso aumentar a vazão de óleo de absorção para que a quantidade de hidrocarbonetos absorvidos se mantenha.

Na torre desetanizadora, as principais variáveis manipuladas que influenciam no teor de C_2 são:

- Vazão da carga fria (u_3). Carga fria é a fração da corrente de fundo da torre 01 que vai direto para a torre 02. Sua vazão depende da produção da torre 01. A outra fração da corrente passa por um trocador de calor e também vai pra a torre 02. A vazão da carga fria é medida, mas a vazão da fração quente não. Ela pode ser estimada através do nível (y_4) e da vazão de carga fria.
- Vazão de óleo de absorção (u_2). A vazão do óleo de absorção varia de acordo com a vazão de carga fria. Quanto maior a carga, mais óleo de absorção é necessário.
- Temperatura do fundo da torre (u_{10}). Esta temperatura regula a passagem de C_2 para a próxima torre. O aumento dessa temperatura aumenta a quantidade de C_2 que é retirado do processo e sai pelo topo da coluna, diminuindo a quantidade de C_2 que continua no processo.

E as perturbações que influenciam no teor de C_2 no GLP são:

- Riqueza do gás natural vindo de outras plataformas. O gás natural processado é uma mistura de gases naturais de várias fontes. Às vezes alguma plataforma para de

fornecer e a composição, ou riqueza, da mistura muda. Além disso, a cada 8 horas, a unidade Atalaia também processa um condensado vindo de outra unidade junto com o gás natural. Esse condensado produz um gás muito rico, o que também altera a composição final.

- Vazão de gás natural processada (ou carga processada); também varia de acordo com o fornecimento. Se, por exemplo, uma fonte para de fornecer, além da mudança na riqueza da mistura, há uma diminuição da carga.

Além disso, o teor de C_2 pode ser alterado por perturbações não mensuradas. Uma delas é a carga térmica no air cooler (condensador) da desbutanizadora. A planta Atalaia está exposta a variações de temperatura ao longo do dia. Geralmente durante o dia faz muito calor e a noite a temperatura diminui. A chuva também é um fator que influencia na temperatura. Com a temperatura externa mais baixa, a condensação é maior, e por isso é possível conseguir um teor maior de C_2 no GLP. Assim, em dias quentes o teor de C_2 no GLP produzido normalmente fica abaixo do desejado. Além disso, blocos do air cooler podem ser retirados para manutenção ou limpeza. Isso diminui a superfície de troca de calor, o que resulta em menos gás condensado, e, por consequência, em menor concentração de C_2 no GLP.

3.1.5 Controle do teor de C_5 na gasolina natural - y_8

O teor de C_5 na gasolina natural depende das variáveis manipuladas:

- Pressão no topo da torre desbutanizadora (u_5), que varia de acordo com a concentração de hidrocarbonetos leves que chegam a essa torre. Quanto maior a concentração de leves, maior a pressão. E quando a pressão aumenta, o teor de C_5 diminui.
- Vazão de refluxo da desbutanizadora (u_8). Quando a vazão de refluxo de GLP da torre T04 aumenta, a concentração de C_5 diminui.
- Controle de temperatura da T04 (u_9). Quando a temperatura aumenta, mais hidrocarbonetos leves são incorporados no GLP, aumentando o teor de C_5 do produto de fundo.

Além disso, o teor de C_5 está sujeito a perturbação de carga na torre T04 (w_3). O teor de C_5 aumenta a medida que esta carga aumenta.

3.1.6 Controle da abertura da válvula de pressão - y_7

Válvula de pressão (y_7) na saída da desbutanizadora é uma variável controlada de extrema importância e o seu controle tem preferência em detrimento dos teores, mesmo

que isso signifique produzir GLP fora de especificação. Se o controle da válvula de pressão for perdido, a planta pode parar de funcionar. A pressão no topo da torre desbutanizadora varia de acordo com a concentração de hidrocarbonetos leves que chegam a essa torre e causa o fechamento ou abertura da válvula. Quando a pressão está muito alta, a válvula fecha, forçando mais gás em direção ao condensador. Lá esse gás vira líquido e seu volume reduz, diminuindo a pressão. Se a pressão estiver baixa, a válvula abre, deixando mais gás passar direto para o acumulador.

3.2 Considerações Finais

Neste capítulo foi apresentada a Unidade de Processamento de Gás Natural de Atalaia caso de estudo utilizado para simulações apresentadas no capítulo 4.

4 Algoritmos de Otimização e Controle

Neste capítulo é apresentado o simulador DMCPLus desenvolvido durante este trabalho. O DMCPlus possui um sistema de controle avançado e um módulo de simulação para processos. Ele possibilita realizar simulações de processos multivariáveis, com objetivo de analisar e comparar diferentes técnicas de sistemas de controle avançado. Neste capítulo são apresentados os aspectos teóricos e de implementação utilizados para o desenvolvimento deste simulador. A versão apresentada neste capítulo do DMCPLus foi originalmente proposta em [28].

4.1 Introdução

O DMCPlus foi implementado utilizando a ferramenta *Simulink*[®] presente dentro do software *MATLAB*[®], desenvolvido pela empresa *MathWorks*[®], o qual disponibiliza uma linguagem de alto nível, um ambiente de desenvolvimento interativo, e ao longo dos anos tem se mostrado um ferramenta extremamente consolidada, sendo utilizada por milhões de engenheiros e cientistas em todo o mundo [29]. O simulador foi dividido em dois blocos principais: O sistema de controle avançado e o módulo de simulação do processo, mostradas na figura (7). O sistema de controle avançado implementado possui a camada de Otimização Econômica Simplificada (OES) e um controle avançado. Nas seções seguintes é detalhado cada componente do DMCPLus.

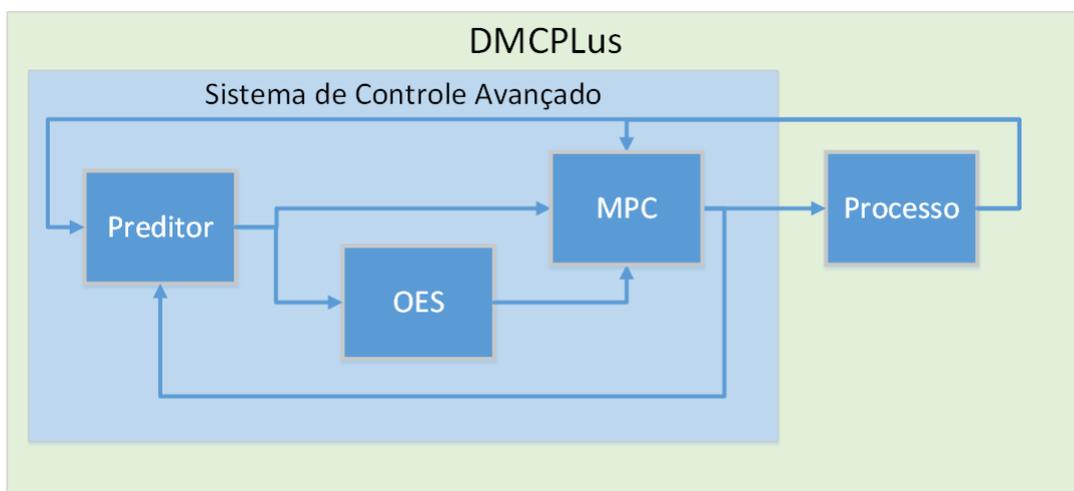


Figura 7 – Estrutura em Blocos do DMCPlus

4.2 Módulo de Simulação

O processo escolhido para realizar os estudos do sistema de controle avançado utilizando a camada de Otimização Econômica Simplificada (OES) é a UPGN-ATA. No capítulo 3 foi apresentado o modelo completo da UPGN-ATA. Neste trabalho foi utilizado um modelo reduzido do sistema, com oito variáveis manipuladas, oito variáveis controladas e três perturbações. Nas tabelas 5, 6, 7, 8 é apresentado o novo conjunto de variáveis:

Tabela 5 – Variáveis Controladas para o modelo reduzido

ID	Descrição
y_1	Teor de C_2 no GLP
y_2	Nível da torre (T02)
y_3	Vazão de refluxo na torre (T03)
y_4	Abertura da válvula de pressão da torre T04
y_5	Teor de C_5 na torre T04
y_6	Refluxo mais carga T04
y_7	Teor de C_3 na torre (T01)
y_8	Teor de C_3 na torre (T02)

4.2.1 Modelo de Simulação

A simulação do processo é realizada utilizando equações a diferenças, estas foram obtidas a partir das funções de transferências, identificadas com base em dados reais

Tabela 6 – Variáveis Manipuladas para o modelo reduzido

ID	Descrição
u_1	Vazão de óleo de absorção para torre T01
u_2	Vazão de óleo de absorção para torre T02
u_3	Vazão de carga fria para torre T02
u_4	Pressão no topo da T04
u_5	Temperatura de topo da T03
u_6	Vazão de Refluxo da T04
u_7	Controle de Temperatura da T04
u_8	Temperatura de fundo da T02

Tabela 7 – Perturbações para o modelo reduzido

ID	Descrição
w_1	Vazão de gás natural (carga) a ser processada pela unidade
w_2	Riqueza da carga
w_3	Carga na torre T04

Tabela 8 – Relação entre variáveis controladas manipuladas e perturbações para o modelo reduzido

Variável controlada	Variáveis manipuladas	Perturbações
y_1	u_1, u_2, u_8	w_2
y_2	u_5	w_1, w_2
y_3	u_5, u_8	-
y_4	u_1, u_2, u_4, u_8	w_2
y_5	u_4, u_6, u_7	w_3
y_6	u_6	w_3
y_7	u_1	w_1, w_2
y_8	u_1, u_2, u_3, u_8	w_1, w_2

fornechos pela PETROBRAS. A equação 4.1 representa de forma matricial o modelo de simulação.

$$\mathbf{Y}(z) = \mathbf{G}_u(z)\mathbf{U} + \mathbf{G}_w(z)\mathbf{W} \quad (4.1)$$

onde \mathbf{G}_u é a matriz de funções transferências discretas em relação as variáveis manipuladas, \mathbf{G}_w é a matriz para as perturbações e $\mathbf{U} = [u_1 u_2 \dots u_8]^T$, $\mathbf{W} = [w_1 w_2 w_3]^T$. As matrizes \mathbf{G}_u e \mathbf{G}_w e suas respectivas funções de transferência são apresentadas abaixo:

$$\mathbf{G}_u = \begin{bmatrix} G_{1,1}(z) & G_{1,2}(z) & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & G_{1,8}(z) \\ 0 & 0 & 0 & 0 & G_{2,5}(z) & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & G_{3,5}(z) & 0 & 0 & G_{3,8}(z) \\ G_{4,1}(z) & G_{4,2}(z) & 0 & G_{4,4}(z) & 0 & 0 & 0 & G_{4,8}(z) \\ 0 & 0 & 0 & G_{5,4}(z) & 0 & G_{5,6}(z) & G_{5,7}(z) & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & G_{6,6}(z) & 0 & 0 \\ G_{7,1}(z) & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ G_{8,1}(z) & G_{8,2}(z) & G_{8,3}(z) & 0 & 0 & 0 & 0 & G_{8,8}(z) \end{bmatrix} \quad (4.2)$$

$$G_{1,1}(z) = \frac{0.000298z + 0.002566}{z^2 - 1.751z + 0.755} z^{-27}$$

$$G_{1,2}(z) = \frac{0.007106z + 0.007004}{z - 0.9714} z^{-23}$$

$$G_{1,8}(z) = \frac{-0.03856z^2 + 0.009548z + 1.798 * 10^{-5}}{z^2 - 0.9042z + 5.752 * 10^{-7}} z^{-15}$$

$$G_{2,5}(z) = \frac{-0.02269z - 0.0136}{z^2 - 1.112z + 0.2116}$$

$$G_{3,5}(z) = \frac{0.007741z + 0.003937}{z^2 - 0.9584z + 1.897 * 10^{-5}} z^{-6}$$

$$G_{3,8}(z) = \frac{-0.007009}{z - 0.9584} z^{-3}$$

$$G_{4,1}(z) = \frac{-0.04949z^2 + 0.01427z + 3.437 * 10^{-5}}{z^2 - 0.968z + 1.17 * 10^{-6}} z^{-28}$$

$$G_{4,2}(z) = \frac{-0.03625z + 0.007826}{z - 0.9672} z^{-23}$$

$$G_{4,4}(z) = \frac{5.352}{z - 0.5134}$$

$$G_{4,8}(z) = \frac{0.02216z - 0.01418}{z^2 - 1.679z + 0.6918} z^{-14}$$

$$G_{5,4}(z) = \frac{-0.2807z + 0.01537}{z^2 - 1.469z + 0.5332} z^{-12}$$

$$G_{5,6}(z) = \frac{-0.04508z + 0.03108}{z^2 - 1.249z + 0.3724} z^{-9}$$

$$G_{5,7}(z) = \frac{0.04439z - 0.03667}{z^2 - 1.817z + 0.8272} z^{-5}$$

$$G_{6,6}(z) = \frac{0.2632z + 0.1493}{z^2 - 0.7659z + 0.1859}$$

$$G_{7,1}(z) = \frac{-0.02409z + 0.0234}{z^2 - 0.9984z + 0.02156}$$

$$G_{8,1}(z) = \frac{0.0009344}{z - 0.9445}$$

$$G_{8,2}(z) = \frac{-0.004995}{z - 0.9445}$$

$$G_{8,3}(z) = \frac{-0.006484z + 0.004228}{z^2 - 1.432z + 0.4647}$$

$$G_{8,8}(z) = \frac{-0.0002795z^2 + 0.0003478z + 0.0003198}{z^2 - 1.652z + 0.6869} z^{-2}$$

$$\mathbf{G}_w = \begin{bmatrix} 0 & G_{1,2}(z) & 0 \\ G_{2,1}(z) & G_{2,2}(z) & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & G_{4,2}(z) & 0 \\ 0 & 0 & G_{5,3}(z) \\ 0 & 0 & G_{6,3}(z) \\ G_{7,1}(z) & G_{7,2}(z) & 0 \\ G_{8,1}(z) & G_{8,2}(z) & 0 \end{bmatrix}$$

$$G_{1,2}(z) = \frac{0.01366z^2 - 0.0128z - 0.01706}{z^2 - 1.915z + 0.9191} z^{-20}$$

$$G_{2,1}(z) = \frac{0.00236z + 0.002173}{z^2 - 0.9518z + 0.1157}$$

$$G_{2,2}(z) = \frac{4.68z - 3.722}{z^2 - 0.8786z + 3.875 * 10^{-5}} z^{-}$$

$$G_{4,2}(z) = \frac{-0.00611z^2 + 0.005808z + 0.007654}{z^2 - 1.914z + 0.9181} z^{-20}$$

$$G_{5,3}(z) = \frac{0.03646z^2 - 0.006099z - 0.02366}{z^2 - 1.444z + 0.4712} z^{-6}$$

$$G_{6,3}(z) = \frac{0.5015z + 0.2255}{z^2 - 0.3526z + 0.0961}$$

$$G_{7,1}(z) = \frac{0.0004086z - 0.0003754}{z^2 - 1.306z + 0.3331}$$

$$G_{7,2}(z) = \frac{0.07873z - 0.07549}{z^2 - 1.176z + 0.2297}$$

$$G_{8,1}(z) = \frac{3.153 * 10^{-5}z - 2.93810^{-5}}{z^2 - 1.9z + 0.903}$$

$$G_{8,2}(z) = \frac{0.008119}{z - 0.956}$$

$$\mathbf{U} = [u_1 \ u_2 \ u_3 \ u_4 \ u_5 \ u_6 \ u_7 \ u_8]^T$$

$$\mathbf{W} = [w_1 \ w_2 \ w_3]^T$$

Para obter as equações a diferença foi aplicada a transformada \mathcal{Z} inversa nas funções de transferência. A equação 4.3 representa de forma genérica as equações a diferença implementadas.

$$y_{i,j}(k) = [b_0 \ b_1 \ \dots \ b_n] * [u_j(k-1-d) \ \dots \ u_j(k-n-d)]^T + [a_1 \ a_2 \ \dots \ a_n] * [y_j(k-1) \ \dots \ u_j(k-n)]^T \quad (4.3)$$

4.3 Modelo Do Processo

O modelo do processo utilizando no sistema de controle avançado é representado por um modelo em espaço de estados, utilizando os coeficientes da resposta ao degrau. A escolha por um modelo baseado na resposta ao degrau foi feita porque os controladores do tipo DMC utilizam este tipo de modelo. A resposta ao degrau de um sistema SISO pode ser representada pelo vetor apresentado na equação (4.4).

$$[a_{j,i}(1) \ \dots \ a_{j,i}(k) \ \dots \ a_{j,i}(N)] \quad (4.4)$$

onde o k -ésimo elemento $a_{j,i}(k)$ é a j -ésima saída no instante k gerada por um degrau unitário aplicado no tempo 0 na i -ésima entrada. Para sistemas estáveis, o índice N é

maior que o tempo de acomodação do sistema, assim temos que os coeficientes $a_{j,i}(k)$ chegam a um valor constante, ou seja, $a_{j,i}(N-1) \approx a_{j,i}(N)$. Para sistemas MIMO com nu entradas e ny saídas temos:

$$\mathbf{A}_i = \begin{bmatrix} a_{1,1}(i) & a_{1,2}(i) & \cdots & a_{1,nu}(i) \\ a_{2,1}(i) & a_{2,2}(i) & \cdots & a_{2,nu}(i) \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ a_{ny,1}(i) & a_{ny,2}(i) & \cdots & a_{ny,nu}(i) \end{bmatrix}, \quad i = 1, \dots, N \quad (4.5)$$

O modelo baseado na resposta ao degrau pode ser representado na forma de espaço de estados, conforme a equação (4.6).

$$\begin{aligned} \mathbf{Y}(k) &= \mathbf{M} \mathbf{Y}(k-1) + \mathbf{A} \Delta \mathbf{u}(k-1), \\ \mathbf{y}(k) &= \mathbf{N} \mathbf{Y}(k) \end{aligned} \quad (4.6)$$

onde,

$$\Delta \mathbf{u}(k-1) = \mathbf{u}(k-1) - \mathbf{u}(k-2), \quad \mathbf{N} = [\mathbf{I}_{ny} \ 0 \ \dots \ 0]_{ny \times Nny} \quad (4.7)$$

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} \mathbf{A}_1 \\ \vdots \\ \mathbf{A}_{N-1} \\ \mathbf{A}_N - \mathbf{A}_{N-1} \end{bmatrix}, \quad \mathbf{M} = \begin{bmatrix} 0 & \mathbf{I}_{ny} & 0 & \cdots & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \mathbf{I}_{ny} & \cdots & 0 & 0 & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & \cdots & 0 & \mathbf{I}_{ny} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \cdots & 0 & \mathbf{I}_{ny} & \mathbf{I}_{ny} \\ 0 & 0 & 0 & \cdots & 0 & 0 & \mathbf{A}_R \end{bmatrix}_{(N+1)ny \times (N+1)ny} \quad (4.8)$$

$\Delta \mathbf{u}(k-1)$ é o vetor das variações nas variáveis manipuladas no instante $k-1$, $\mathbf{y}(k)$ é o vetor das variáveis controladas no instante k . Já o vetor $\mathbf{Y}(k)$ representa os estados dinâmicos do sistema. Cada estado possui uma interpretação diferente, $\mathbf{y}(k+l)$ é o vetor das variáveis controladas no instante futuro $k+l$ assumindo que as variáveis manipuladas são mantidas constantes (i.e. $\Delta \mathbf{u}(k+m) = 0$, para $m \geq 0$). O novo vetor de estados $\mathbf{Y}(k)$ é o vetor anterior $\mathbf{Y}(k-1)$ retirando ny elementos, mais a contribuição realizada pela ultima variação das manipuladas $\Delta \mathbf{u}(k-1)$. \mathbf{A}_R é uma matriz diagonal construída conforme equação

$$\mathbf{A}_R = \text{diag}(a_1 \dots a_{ny}), \text{ com } a_i = 0 \quad (4.10)$$

4.3.1 Preditor

O preditor é implementado utilizando os conceitos do cálculo da resposta livre para o DMC recursivo conforme apresentado no capítulo 2. Para o sistema apresentado pelas equações (4.5),(4.6), o cálculo das predições é dividido em duas etapas. Primeiro realiza-se as predições do modelo e em seguida as correções baseadas nas medições.

- Predição do modelo:

$$\hat{\mathbf{Y}}(k|k-1) = \mathbf{M} \hat{\mathbf{Y}}(k-1|k-1) + \mathbf{A} \Delta \mathbf{u}(k-1) \quad (4.11)$$

- Correção baseada nas medições:

$$\hat{\mathbf{Y}}(k|k) = \hat{\mathbf{Y}}(k|k-1) + \mathbf{K} \left\{ \mathbf{y}(k) - \mathbf{N} \hat{\mathbf{Y}}(k|k-1) \right\} \quad (4.12)$$

onde,

$$\hat{\mathbf{Y}}(k|k) = \left[\hat{\mathbf{y}}(k|k)' \quad \hat{\mathbf{y}}(k+1|k)' \quad \cdots \quad \hat{\mathbf{y}}(k+N-2|k)' \quad \mathbf{x}(k|k)' \right]' \quad (4.13)$$

e $\hat{\mathbf{y}}(k+1|k)$ é a estimacão de $y(k+1)$ calculada no instante k com base nas medições realizadas. O ganho \mathbf{K} da equação 4.12 é dado pela equação (4.14).

$$\mathbf{K} = [\mathbf{I}_{ny} \quad \mathbf{I}_{ny} \quad \mathbf{I}_{ny} \quad \cdots \quad \mathbf{I}_{ny} \quad 0]^T \quad (4.14)$$

4.4 Otimização Econômica Simplificada - OES

A OES é a camada dentro da pirâmide de automação responsável por calcular o ponto ótimo econômico de operação do processo (y^{tar} e u^{tar}). Para calcular o ponto ótimo é utilizado um algoritmo de otimização, neste trabalho é utilizado um algoritmo LP. Serão apresentados duas formulações de LP: a primeira é utilizada pela PETROBRAS e a segunda é uma formulação proposta em [28]. Devido as restrições nas variáveis de decisão dos problemas de otimização existem situações onde o LP não é capaz de encontrar uma solução para o problema, isto é, o problema é infactível. Estes algoritmos utilizam variáveis de folga (ε) para evitar que o problema se torne infactível. A principal diferença entre as duas formulações é na forma como essas variáveis de folga são manipuladas para evitar a infactibilidade e sempre fornecer uma solução.

e

$$\mathbf{b}_{ine} = \begin{bmatrix} Hc\Delta\mathbf{u}_{\max} \\ Hc\Delta\mathbf{u}_{\max} \\ \mathbf{u}_{\max} - \mathbf{u}(k-1) \\ -\mathbf{u}_{\min} + \mathbf{u}(k-1) \\ \mathbf{y}_{\max} - \hat{\mathbf{y}}(k+N-1|k) \\ -\mathbf{y}_{\min} + \hat{\mathbf{y}}(k+N-1|k) \\ \mathbf{0}_{(ns,1)} \\ \mathbf{0}_{(ns,1)} \end{bmatrix}$$

Da função custo: \mathbf{f}' é um vetor contendo os custos econômicos associados a variação de cada variável manipulada, as variáveis de decisão são: $\Delta\mathbf{u}^{\text{tar}}(k) = [u_1^{\text{tar}} \dots u_8^{\text{tar}}]$, $\varepsilon_h(k) = [\varepsilon_1^h \dots \varepsilon_8^h]$ e $\varepsilon_l(k) = [\varepsilon_1^l \dots \varepsilon_8^l]$. Das restrições: $\hat{\mathbf{y}}(k+N-1|k)$ corresponde a predição do processo para o último elemento do horizonte de predição, assim a camada de OES calcula o ponto ótimo do processo para o regime permanente da planta, conhecido também como *steady state*, por isso na literatura esta estrutura é chamada de otimizador econômico de estado estacionário. A solução calculada pelo algoritmo são os $\Delta\mathbf{u}^{\text{tar}}(k)$, utilizando o modelo obtido do processo calcula-se os $\mathbf{y}^{\text{tar}}(k)$:

$$\begin{aligned} \mathbf{y}^{\text{tar}}(k) &= \mathbf{y}(k-1) + \mathbf{A}_{N-1}\Delta\mathbf{u}^{\text{tar}}(k) \\ \mathbf{u}^{\text{tar}}(k) &= \Delta\mathbf{u}^{\text{tar}}(k) + \mathbf{u}(k-1) \end{aligned} \quad (4.16)$$

desta forma esta otimização tem uma solução dependente dos pesos dados as variáveis de folga e ao fator M .

4.6 LP 2

O LP 2 tenta resolver primeiro um problema de otimização sem as variáveis de folga, conforme apresentando na formulação abaixo:

Formulação:

$$\begin{aligned} &\min_{\Delta\mathbf{u}^{\text{tar}}(k)} \mathbf{f}'\Delta\mathbf{u}^{\text{tar}}(k) \\ &\quad s.t. \\ &-H_C\Delta\mathbf{u}_{\max} \leq \Delta\mathbf{u}^{\text{tar}}(k) \leq H_C\Delta\mathbf{u}_{\max} \\ &\quad \mathbf{u}_{\min} \leq \underbrace{\mathbf{u}(k-1) + \Delta\mathbf{u}^{\text{tar}}(k)}_{\mathbf{u}^{\text{tar}}(k)} \leq \mathbf{u}_{\max} \\ &\quad \mathbf{y}_{\min} \leq \underbrace{\hat{\mathbf{y}}(k+N-1|k) + \mathbf{A}_{N-1}\Delta\mathbf{u}^{\text{tar}}(k)}_{\mathbf{y}^{\text{tar}}(k)=\hat{\mathbf{y}}^f(k+N-1|k)} \leq \mathbf{y}_{\max} \end{aligned}$$

Se o problema for factível são calculados os $\mathbf{y}^{\text{tar}}(k)$ e $\mathbf{u}^{\text{tar}}(k)$, porém se o problema for infactível, ou seja, não possui um solução ótima dada as restrições impostas, é necessário liberar as restrições para que uma solução possa ser encontrada. Para libera as restrições são utilizadas as variáveis de folga, para encontrar os menores valores para as variáveis de folga um segundo problema de otimização é resolvido, sua solução são os valores mínimos necessários das variáveis de folga que tornam o problema original factível. Este novo problema é apresentado abaixo:

$$\begin{aligned}
& \min_{\Delta \mathbf{u}^{\text{aux}}, \varepsilon_h, \varepsilon_l} \mathbf{w}_h' \varepsilon_h(k) + \mathbf{w}_l' \varepsilon_l(k) \\
& \quad s.t. \\
& -H_C \Delta \mathbf{u}_{\text{max}} \leq \Delta \mathbf{u}^{\text{aux}}(k) \leq H_C \Delta \mathbf{u}_{\text{max}} \\
& \quad \mathbf{u}_{\text{min}} \leq \mathbf{u}(k-1) + \Delta \mathbf{u}^{\text{aux}}(k) \leq \mathbf{u}_{\text{max}} \\
& \mathbf{y}_{\text{min}} - \varepsilon_l(k) \leq \hat{\mathbf{y}}(k+N-2|k) + \mathbf{A}_{N-1} \Delta \mathbf{u}^{\text{aux}}(k) \leq \mathbf{y}_{\text{max}} + \varepsilon_h(k) \\
& \quad \varepsilon_l(k) \geq 0, \quad \varepsilon_h(k) \geq 0
\end{aligned}$$

Com os valores calculados para as variáveis de folga é resolvido novamente o problema original adicionando os seus valores nas restrições, fazendo com que o problema se torne factível. A modificação é apresentada abaixo:

$$\begin{aligned}
& \min_{\Delta \mathbf{u}^{\text{tar}}(k)} \mathbf{f}' \Delta \mathbf{u}^{\text{tar}}(k) \\
& \quad s.t. \\
& -H_C \Delta \mathbf{u}_{\text{max}} \leq \Delta \mathbf{u}(k) \leq H_C \Delta \mathbf{u}_{\text{max}} \\
& \quad \mathbf{u}_{\text{min}} \leq \mathbf{u}(k-1) + \Delta \mathbf{u}(k) \leq \mathbf{u}_{\text{max}} \\
& \mathbf{y}_{\text{min}} - \varepsilon_l(k) \leq \hat{\mathbf{y}}(k+N-2|k) + \mathbf{A}_{N-1} \Delta \mathbf{u}(k) \leq \mathbf{y}_{\text{max}} + \varepsilon_h(k)
\end{aligned}$$

por fim calcula-se os valores $\mathbf{y}^{\text{tar}}(k)$ e $\mathbf{u}^{\text{tar}}(k)$ utilizando a equação 4.16.

4.7 Controle Avançado

O algoritmo de controle avançado escolhido para o DMCPPlus foi o *Dynamic Matrix Control* (DMC). No capítulo 2 são apresentados os aspectos teóricos deste tipo de controlador. O DMC calcula as melhores ações de controle atuais e futuras baseadas nas predições do processo.

A matriz dinâmica do controlador é dada por:

$$\mathbf{A}_{Np}^{Nc} = \begin{bmatrix} \mathbf{A}_1 & 0 & \cdots & 0 \\ \mathbf{A}_2 & \mathbf{A}_1 & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \mathbf{A}_{Nc} & \mathbf{A}_{Nc-1} & \cdots & \mathbf{A}_1 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ \mathbf{A}_{Np} & \mathbf{A}_{Np-1} & \cdots & \mathbf{A}_{Np-Nc+1} \end{bmatrix} \quad (4.17)$$

As predições para o DMC são calculadas pelo preditor apresentado na seção 4.3.1 deste capítulo. Porém para melhorar o condicionamento numérico do problema alguns valores das predições e da matriz dinâmica do controlador são desprezados. Conforme já apresentado a função objetivo pode ser escrita como uma função quadrática:

$$J = \frac{1}{2} \mathbf{u}^T \mathbf{H} \mathbf{u} + \mathbf{b}^T \mathbf{u} \quad (4.18)$$

No capítulo 2 foi apresentado a solução da função objetivo utilizando um algoritmo de otimização, porém existem outros métodos para resolução, o DMCPPlus utiliza o método de mínimos quadrados, para encontrar a melhor solução do seguinte conjunto de equações que representam ao problema de otimização sem restrições.

Esta solução foi criada nos anos 80 para possibilitar a aplicação do MPC com restrições nas máquinas da época. A pesar dos avanços atuais ainda são utilizados em muitas indústrias.

$$\underbrace{\begin{bmatrix} \mathbf{Q} \mathbf{A}_{Np}^{Nc} \\ \mathbf{P} \mathbf{R} h \\ \mathbf{R}_u \left[\mathbf{I}_{nu} \cdots \mathbf{I}_{nu} \right] \end{bmatrix}}_{\mathbf{A}_{ex}} \Delta \mathbf{U}(k) = \underbrace{\begin{bmatrix} \mathbf{Q} (\mathbf{Y}_{SP} - \hat{\mathbf{Y}}_p) \\ 0 \\ \mathbf{R}_u \Delta \mathbf{u}^{tar}(k) \end{bmatrix}}_{\mathbf{E}} \quad (4.19)$$

onde $\mathbf{Y}_{SP} = [\mathbf{y}'_{SP} \cdots \mathbf{y}'_{SP}]' (Np \times 1)$, com $\mathbf{y}_{SP} = [\mathbf{y}^{tar}(k)]'$ sendo o vetor de referências futuras para as variáveis controladas (a referência é dada pelo $\mathbf{y}^{tar}(k)$ para cada saída e é mantida constante durante todo o horizonte de predição). As matrizes de ponderação são dadas por:

$$\mathbf{Q}(k) = \text{diag}(1/ECE_1(k) \cdots 1/ECE_{ny}(k) \cdots 1/ECE_1(k) \cdots 1/ECE_{ny}(k))_{nyNp \times nyNp}$$

$$\mathbf{R}_u = [\text{diag}(\mathbf{u}_{\max} - \mathbf{u}_{\min})]^{-1}$$

$$\mathbf{R}h = \text{diag}(\mathbf{R}_u \cdots \mathbf{R}_u)_{(nuNc \times nuNc)}$$

sendo que \mathbf{P} é adimensional. A normalização das variáveis esta implícita através da matriz \mathbf{R}_u , onde é utilizada a seguinte normalização: $u_i \leftarrow (u_i - u_{i,\min}) / (u_{i,\max} - u_{i,\min})$, $\Delta u_i \leftarrow \Delta u_i / (u_{i,\max} - u_{i,\min})$, $y_i \leftarrow (y_i - y_{i,\min}) / (y_{i,\max} - y_{i,\min})$, $\Delta y_i \leftarrow \Delta y_i / (y_{i,\max} - y_{i,\min})$. A equação $\Delta \mathbf{u}^{\text{tar}}(k) = \begin{bmatrix} \mathbf{I}_{nu} & \cdots & \mathbf{I}_{nu} \end{bmatrix} \Delta \mathbf{U}(k)$, tenta fazer com que $\mathbf{u}(k + N_C - 1)$ seja igual ao valor de $\mathbf{u}^{\text{tar}}(k)$ calculado pela camada de OES. Assim através dos *set-points* ($\mathbf{y}^{\text{tar}}(k)$ e $\mathbf{u}^{\text{tar}}(k)$) o ponto ótimo econômico é passado para o controlador.

A matriz $\mathbf{Q}(k)$ inclui as ponderações para o erro de seguimento de referência de cada variável controlada. Em sistemas multivariáveis onde a quantidade de variáveis controladas é maior que de variáveis manipuladas é necessário priorizar certas variáveis controladas, pois o sistema não possui graus de liberdade suficientes para atender todas ao mesmo tempo. Uma forma prática de implementar esta estratégia consiste no uso de ponderações que variam de forma dinâmica. Assim, a matriz $\mathbf{Q}(k)$ se modifica com base na magnitude do erro de cada variável, utilizando o denominado *Equal Concern Dinâmico* (ECE_i), A sintonia ou ajuste deste ECE , para cada variável controlada i , se faz utilizando faixas da seguinte forma:

- $ECE_{H,i}$ para faixa superior
- $ECE_{L,i}$ para faixa inferior
- $ECE_{M,i}$ para faixa intermediária
- $[y_i^{\min}, y_i^{\min,t}]$ Faixa de transição inferior
- $[y_i^{\max,t}, y_i^{\max}]$ Faixa de transição superior

onde y_i^{\min} e $y_i^{\min,t}$ são os limites de operação, $y_i^{\min,t}$ e $y_i^{\max,t}$ são os limites de transição. Em cada período de amostragem a matriz $\mathbf{Q}(k)$ é calculada da seguinte forma:

$$\mathbf{Q}(k) = \frac{1}{ECE_i(k)} \quad (4.20)$$

$$ECE_i(k) = \begin{cases} \frac{ECE_{H,i} - ECE_{M,i}}{y_i^{\max} - y_i^{\max,t}} (y_i(k) - y_i^{\max,t}) + ECE_{M,i}, & \text{if } y_i^{\max,t} \leq y_i(k) \leq y_i^{\max} \\ ECE_{M,i}, & \text{if } y_i^{\min,t} < y_i(k) \leq y_i^{\max,t} \\ \frac{ECE_{M,i} - ECE_{L,i}}{y_i^{\min,t} - y_i^{\min}} (y_i(k) - y_i^{\min}) + ECE_{L,i}, & \text{if } y_i^{\min} \leq y_i(k) < y_i^{\min,t} \end{cases}$$

A solução utilizando mínimos quadrados do problema da equação 4.19 vem dada por:

$$\Delta \mathbf{U}(k) = (\mathbf{A}'_{ex} \mathbf{A}_{ex})^{-1} \mathbf{A}'_{ex} \mathbf{E} \quad (4.21)$$

$$\Delta \mathbf{U}(k) = \left(\mathbf{A}_{Np}^{Nc'} \mathbf{Q}^2(k) \mathbf{A}_{Np}^{Nc} + \mathbf{R}h' \mathbf{P}^2 \mathbf{R}h + \begin{bmatrix} \mathbf{I}_{nu} \\ \vdots \\ \mathbf{I}_{nu} \end{bmatrix} \mathbf{R}_u^2 \begin{bmatrix} \mathbf{I}_{nu} & \cdots & \mathbf{I}_{nu} \end{bmatrix} \right)^{-1} \cdots$$

$$\cdots \left(\mathbf{A}_{Np}^{Nc'} \mathbf{Q}^2 \left(\mathbf{Y}_{SP} - \hat{\mathbf{Y}}_p \right) + \begin{bmatrix} \mathbf{I}_{nu} \\ \vdots \\ \mathbf{I}_{nu} \end{bmatrix} \mathbf{R}_u^2 \Delta \mathbf{u}^{tar}(k) \right)$$
(4.22)

Como o controle preditivo utiliza janela deslizante, apenas o primeiro valor de $\Delta \mathbf{u}(k)$ é aplicado na planta e o procedimento de repete na próxima amostra.

$$\Delta \mathbf{u}(k) = [\mathbf{I}_{nu} \ 0 \ \dots \ 0] \Delta \mathbf{U}(k)$$

É importante notar que mesmo com as restrições impostas pela camada de OES a solução utilizando mínimos quadrados não garante que as variáveis estejam dentro dos limites e nem que os valores de \mathbf{u}^{tar} e \mathbf{y}^{tar} serão atendidos, pois no problema de mínimos quadrados resolvido existem mais incógnitas que equações, assim a solução encontrada será apenas a que possuir o menor erro possível, mas não uma que atenda a todas as condições do problema.

4.8 Considerações Finais

Neste capítulo foi apresentado a implementação do DMCPlus. São mostrados os dois algoritmos de OES e suas características, para o DMC dinâmico é apresentado a forma de como tratar as ponderações dos erros de seguimento de forma dinâmica. É uma solução muito utilizada na prática para obtenção do sinal de controle utilizando mínimos quadrados. No próximo capítulo são apresentados os resultados obtidos com as simulações realizadas utilizando o DMCPlus na UPGN-Atalaia.

5 Casos de Estudo e Resultados

Neste capítulo são apresentados os casos utilizados para avaliação e comparação dos dois algoritmos de otimização apresentados no capítulo 4. Para analisar os resultados são propostos sete índices, apresentados abaixo: onde ny é o número de variáveis controladas, nu é o número de variáveis manipuladas e T corresponde ao tempo total de simulação.

$$SE S_y = \sum_{i=1}^{ny} \sum_{k=0}^T |\mathbf{y}^{tar,i}(k) - \mathbf{y}_m^i(k)| \quad (5.1)$$

onde $\mathbf{y}^{tar,i}(k)$ são os valores calculados pela OES e $\mathbf{y}_m^i(k)$ são os valores medidos para cada variável controlada i no instante k . Para comparar os algoritmos se utilizam outros dois índices:

$$SE S_u = \sum_{i=1}^{nu} \sum_{k=0}^T |\mathbf{u}^{tar,i}(k) - \mathbf{u}_c^i(k)| \quad (5.2)$$

onde $\mathbf{u}^{tar,i}(k)$ são os valores calculados pela OES e $\mathbf{u}_c^i(k)$ são os valores calculados pelo controlador para cada variável manipulada i no instante k .

$$SE Y_{tar} = \sum_{i=1}^{ny} \sum_{k=0}^T |\mathbf{y}_{LPPetro}^{tar,i}(k) - \mathbf{y}_{LP2}^{tar,i}(k)| \quad (5.3)$$

$$SE U_{tar} = \sum_{i=1}^{nu} \sum_{k=0}^T |\mathbf{u}_{LPPetro}^{tar,i}(k) - \mathbf{u}_{LP2}^{tar,i}(k)| \quad (5.4)$$

Nos índices 5.3 e 5.4 é calculado o somatório absoluto da diferença entre os *targets* calculados por cada algoritmo para as variáveis controladas, $\mathbf{y}^{tar,i}(k)$, e para as variáveis manipuladas, $\mathbf{u}^{tar,i}(k)$.

$$SE Y_m = \sum_{i=1}^{ny} \sum_{k=0}^T |\mathbf{y}_{LPPetro}^{m,i}(k) - \mathbf{y}_{LP2}(k)^{m,i}| \quad (5.5)$$

$$SE U_c = \sum_{i=1}^{nu} \sum_{k=0}^T |\mathbf{u}_{LPPetro}^{c,i}(k) - \mathbf{u}_{LP2}^{c,i}(k)| \quad (5.6)$$

Nas equações 5.5 e 5.6 são calculados os somatórios absolutos das diferenças entre as variáveis controladas e manipuladas dos algoritmos LP Petro e LP2.

$$S = \sum_{k=0}^T \sum_{i=1}^{ny} |\varepsilon_l^i(k) + \varepsilon_h^i(k)| \quad (5.7)$$

no índice da equação 5.7 é realizado o somatório de todas as variáveis de folga, $\varepsilon^i(k)$ (h para superior, l para inferior) é o valor da variável de folga calculada no instante k para variável controlada i .

A utilização dos índices se faz necessário devido a quantidade de variáveis controladas e manipuladas, sendo inviável realizar as análises via gráficos. Abaixo são apresentados os objetivos de cada índice:

- SES_y : Avaliar o desempenho do controlador dinâmico, utilizando o somatório absoluto do erro de seguimento.
- SES_u : Avaliar a solução obtida utilizando o método mínimos quadrados para o cálculo das ações de controle.
- SEY_{tar} e SEU_{tar} : Comparar a solução do ponto ótimo econômico de cada um dos algoritmos de otimização.
- SEY_m e SEU_m : Comparar o desempenho dinâmico obtido com os pontos ótimos econômicos calculados pelos algoritmos de otimização econômica.
- S : Comparar os valores das variáveis de folga obtidos com os dois algoritmos de otimização utilizados.

5.1 Ajuste da Ponderação M para LP Petro

Pode ser observado na função custo apresentada na equação 4.15 do LP Petro, que as variáveis de folga estão incluídas na função custo, dependendo da ponderação M mesmo em casos onde o problema é factível é possível existirem valores de ε_l e ε_h diferentes de zero, quando se esperaria que para casos factíveis os valores destas variáveis de folga deveriam ser nulos. Desta forma, nestes casos calculam-se valores de $\Delta \mathbf{u}^{tar}$ que quando aplicados levam as variáveis controladas a não atenderem suas restrições. Mas como ε_l e ε_h são diferentes de zero, as restrições são atendidas do ponto de vista do problema de otimização e uma solução é encontrada. Porém existiriam valores de $\Delta \mathbf{u}^{tar}$ que atenderiam às restrições sem a necessidade do uso das variáveis de folga. Isto pode acontecer devido à escolha da ponderação M de forma incorreta.

Para analisar do ajuste da ponderação M foram realizadas simulações variando M de $M = 1$ até $M = 50$ com passo de 1, de $M = 50$ até $M = 500$ com passo de 50 e de $M = 500$ até $M = 10500$ com passo de 500. Nestes casos as perturbações foram mantidas em zero ($[w_1 \ w_2 \ w_3] = 0$) durante todo o tempo de simulação. O sistema foi inicializado em um ponto de operação de ótimo econômico e o objetivo é que o sistema não saia desse ponto e que se consiga analisar isoladamente a influência das variações de M . O sistema foi simulado durante 5000 minutos, para cada M .

De modo a comparar cada simulação foi calculado o índice S apresentado na equação 5.7 para cada ajuste de M , conforme equação 5.7. Os resultados, apresentados na figura 8, mostram que as variáveis de folga são iguais a zero para $M > 30$. Assim o parâmetro M deve ser ajustado com valor maior que 30 para garantir o bom funcionamento da camada OES no algoritmo LP Petro para este caso de estudo. Em outras aplicações, esta análise deve ser realizada para determinar o valor de M adequado.

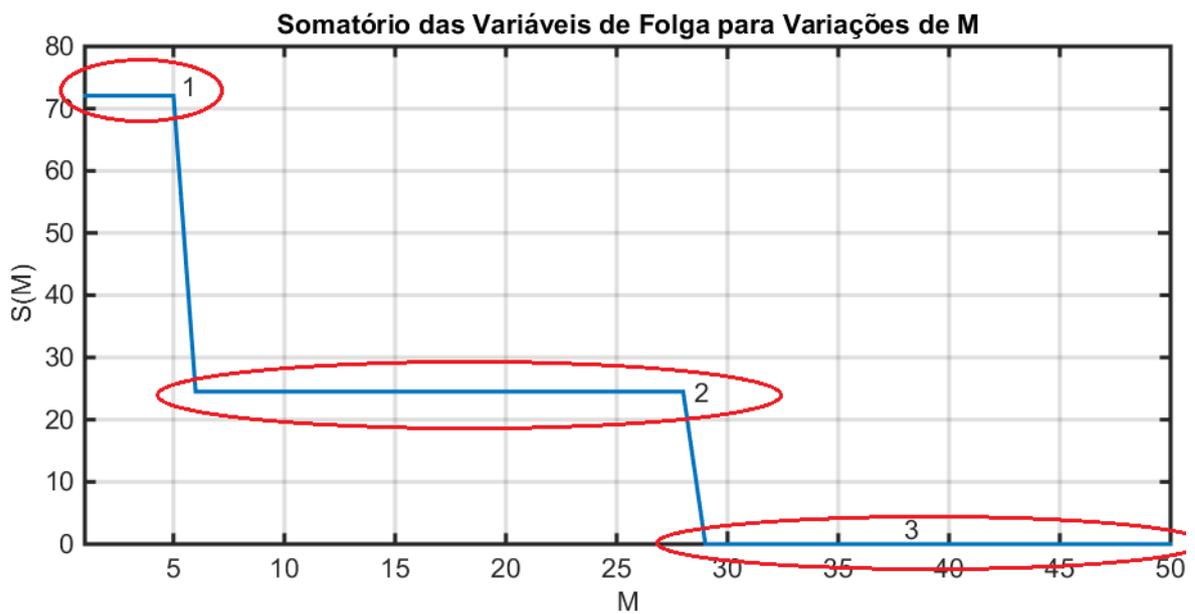


Figura 8 – Somatório das variáveis de folga para variações de M , são apresentados os resultados para variações de $M = 1$ a $M = 50$, as simulações realizadas para valores de $M > 50$ apresentaram os mesmos resultados obtidos para $M > 30$.

A solução ótima dos algoritmos de LP é encontrada em um vértice da intersecção das restrições, o vértice contendo a solução ótima está relacionado diretamente com o gradiente da função custo. O gradiente é definido pelas ponderações das variáveis de decisão, neste problema são: \mathbf{f}' , \mathbf{w}_h , \mathbf{w}_l , e a ponderação M . Assim, a forma da curva apresentada na figura 8, onde o valor de $S(M)$ se mantém constante nas regiões (1), (2) e (3), ocorre pois em cada uma das regiões ((1) $M = 1$ a 5 , (2) $M = 6$ a 28 e (3) $M > 28$) o gradiente da função custo está levando para um vértice diferente de solução ótima.

5.2 Comparação LP Petro LP 2 para Casos Factíveis

De acordo com as formulações dos dois algoritmos para as situações onde o problema é factível, é possível observar que o LP Petro sempre terá as variáveis de folga como variáveis de decisão do problema. Já o LP 2 resolve o problema apenas com os $\Delta \mathbf{u}^{tar}$ nestes casos. Foram realizadas simulações comparando as respostas para os dois algoritmos para casos onde o problema é factível, usando um ajuste $M = 40$ no LP Petro. As perturbações foram mantidas em zero ($[w_1 \ w_2 \ w_3] = 0$) durante todo o tempo de simulação e o sistema foi inicializado em um ponto de operação de ótimo econômico. Para cada algoritmo o sistema foi simulado durante 5000 minutos.

Para comparar os resultados obtidos foram aplicados os índices das equações 5.1, 5.2, 5.3, 5.4, 5.5 e 5.6. Os resultados são apresentados nas tabelas 9 e 10.

Tabela 9 – Índices 1 para casos factíveis

Índice	LP Petro	LP 2	Diferença
SES_y	60.5406	60.5492	-0.0087
SES_u	1166.1464	1166.1464	$2.36 \cdot 10^{-9}$

O erro de seguimento das variáveis controladas (SES_y) e da variáveis manipuladas (SES_u), para os dois algoritmos apresentam valores muito semelhantes, com diferenças insignificantes dado o tempo de simulação escolhido, porém apenas com estes dois índices não é possível chegar a uma análise completa do comportamento dos dois algoritmos.

Tabela 10 – Índices 2 para casos factíveis

Índice	Valor
SEY_{tar}	$1.1616 \cdot 10^{-9}$
SEU_{tar}	$1.7625 \cdot 10^{-8}$
SEY_m	0.01521
SEU_c	$8.8775 \cdot 10^{-9}$

Para completar a análise foram calculados os índices relacionados aos targets para variáveis controladas e manipuladas, as saídas do processo (variáveis controladas) e as ações de controle (variáveis manipuladas) calculadas pelo controlador. Os resultados são apresentados na tabela 10. O índice SEY_{tar} é o somatório absoluto da diferença entre os targets das variáveis controladas, calculados pelos dois algoritmos. O resultado obtido $1.1616 \cdot 10^{-9}$ (aproximadamente zero) indica que os dois algoritmos encontram os mesmo targets para o sistema, o mesmo ocorre para as variáveis manipuladas. Consequentemente as variáveis controladas e manipuladas, medidas e calculadas respectivamente, apresentam valores muito próximos, pois é utilizado o mesmo algoritmo de controle para realizar os

cálculos. Concluindo assim que para os casos factíveis com um bom ajuste do parâmetro M para o LP Petro, os dois algoritmos de OES apresentam resultados considerados iguais.

5.3 Comparação LP Petro LP 2 para Casos Infactíveis

Inicialmente foi analisado o caso onde o problema de otimização resolvido pela OES sempre é factível, agora é analisado o caso onde o problema é infactível. Para gerar a infactibilidade no processo foram aplicadas perturbações $[w_1 \ w_2 \ w_3]$ no instante de tempo de 1500 min. Os valores das perturbações aplicadas são valores reais medidos na UPGN-ATA, fornecidos pela PETROBRAS. Os sinais aplicados são apresentados nas figuras 9, 10 e 11. Estes são variações em cima de um ponto médio ($w_1 = 2280$, $w_2 = 6.05$ e $w_3 = 24.5$) definido no desenvolvimento do DMCPPlus.

Para comparar os resultados obtidos foram aplicados os índices das equações 5.1, 5.2, 5.3, 5.4, 5.5 e 5.6. Os resultados são apresentados nas tabelas 11 e 12

Tabela 11 – Índices 1 para casos infactíveis

Índice	LP Petro	LP 2	Diferença
SES_y	5856.0740	5807.5639	48.51
SES_u	9218.2461	8972.9859	245.2602
S	8433.5110	8432.2980	1.2130

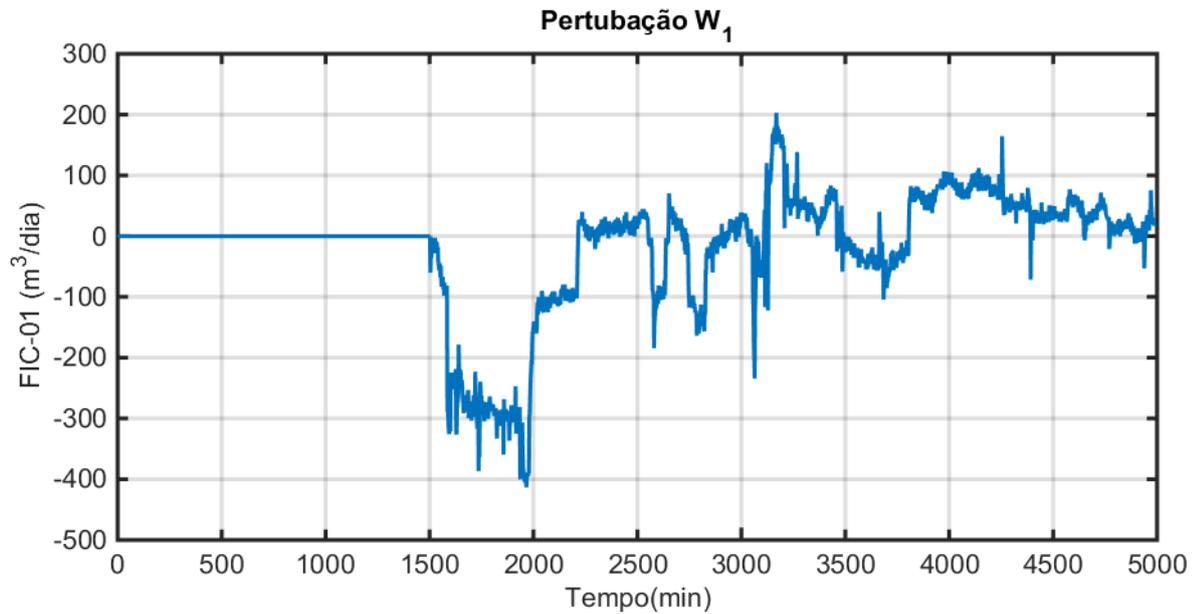
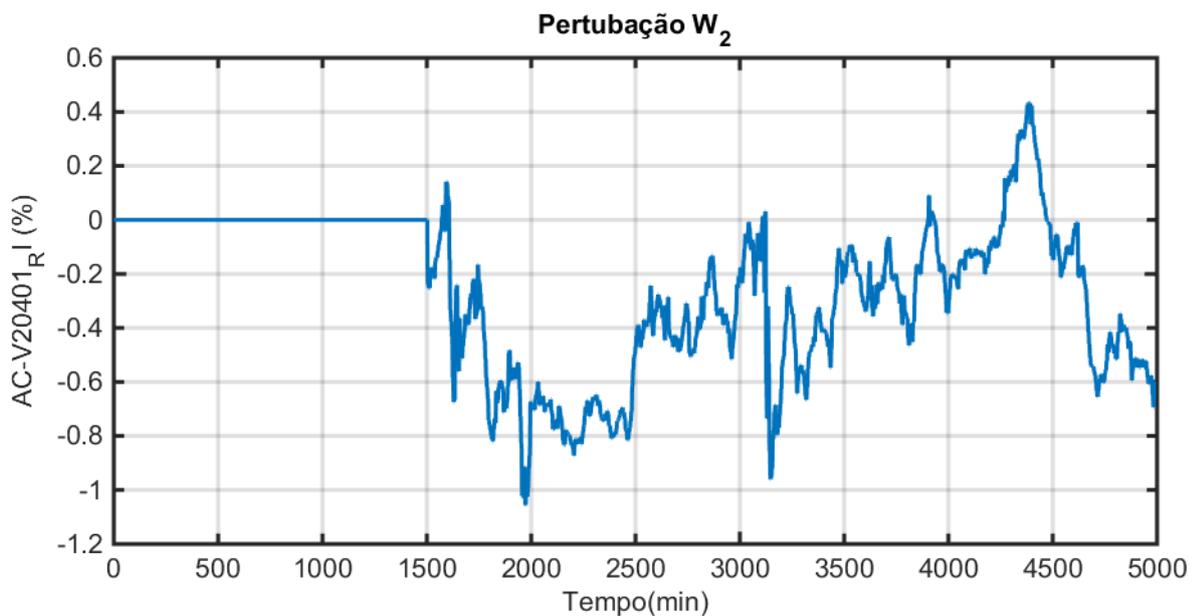
Tabela 12 – Índices 2 para casos infactíveis

Índice	Valor
SEY_{tar}	143.43
SEU_{tar}	338.7328
SEY_m	102.1314
SEU_c	145.4517

O SEY_{tar} possui valor igual a 143.43, correspondendo em média a um erro de 0.0036 para cada variável controlada ao longo da simulação. O valor de SEU_{tar} corresponde a um erro médio de 0.0085 para cada variável manipulada. Ainda é possível verificar que a diferença entre o somatório das variáveis de folga é de 1.2130 (índice S tabela 11). Com isso os dois algoritmos apresentaram resultados considerados equivalentes para casos onde o problema apresenta infactibilidade.

5.4 Tempo de Processamento

Foi realizada uma análise do tempo de processamento de cada algoritmo de otimização. São coletados os tempos gastos para resolver o algoritmo a cada iteração da

Figura 9 – Pertubação w_1 Figura 10 – Pertubação w_2

simulação. Os resultados são apresentados nas figuras 12 e 13.

O LP Petro sempre resolve o problema de otimização com 24 variáveis de decisão. Já o LP 2 utiliza apenas 8 variáveis de decisão quando o problema é factível. Porém se o problema for infactível, ele resolve inicialmente um problema com 8 variáveis de decisão, depois outro com 24 variáveis de decisão para encontrar as variáveis de folga e por fim outro com 8 variáveis de decisão para encontrar a solução final, ou seja o LP 2, resolve três problemas de otimização.

Os resultados obtidos mostram que o LP 2 apresenta um tempo de processamento

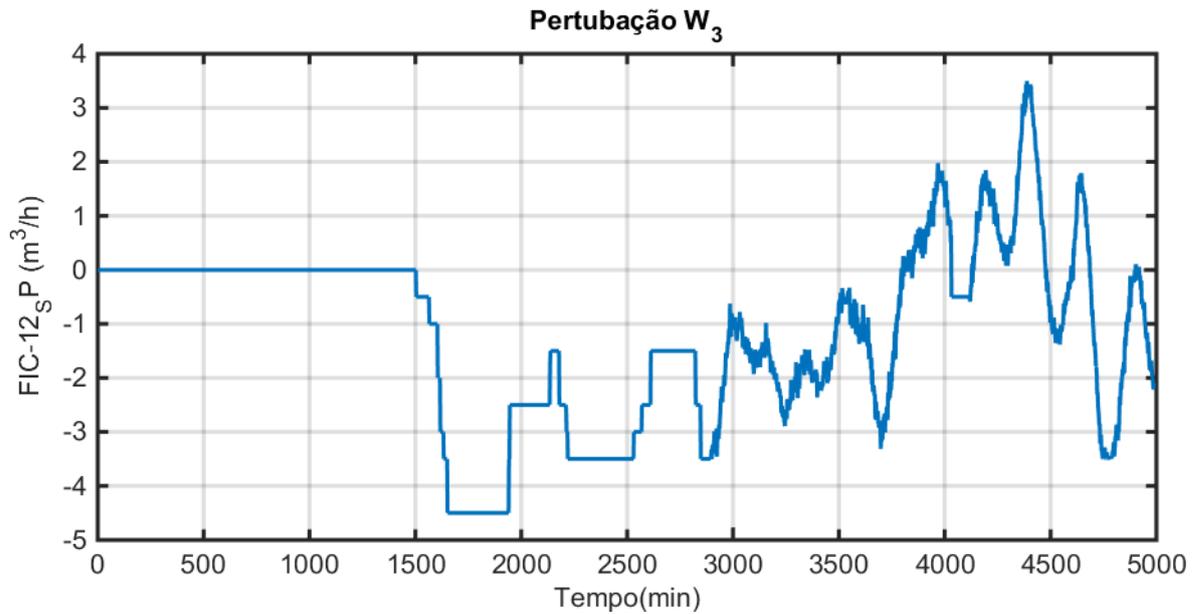
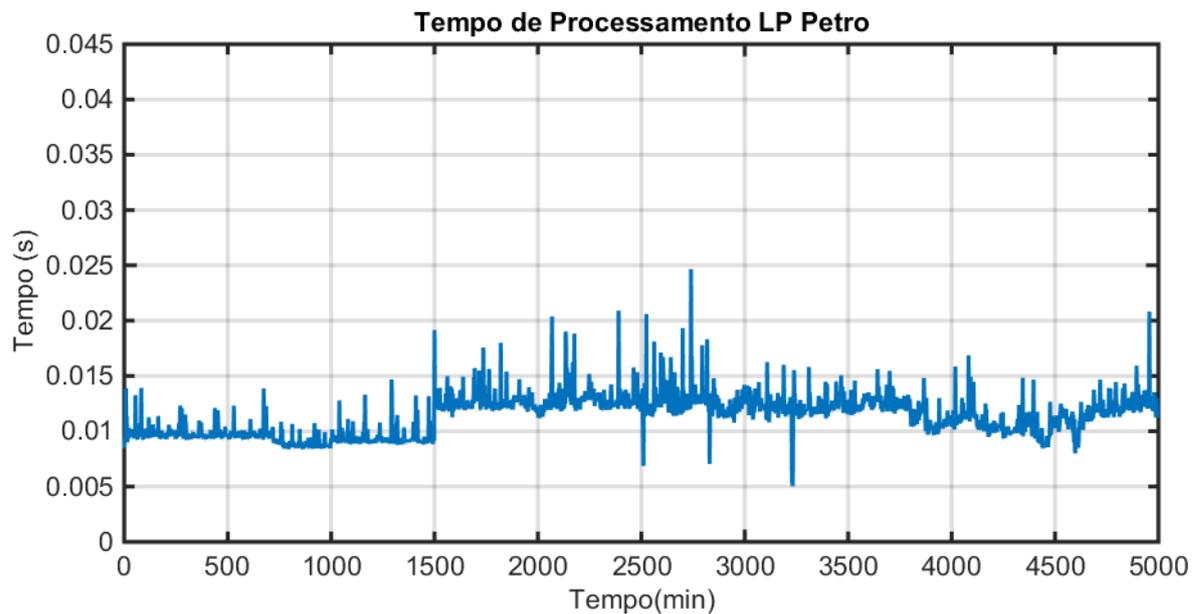
Figura 11 – Pertubação w_3 

Figura 12 – Tempo de processamento para o LP Petro

menor comparado ao LP Petro quando o problema de otimização é factível, como pode ser visto na figura 13 de 0 até o tempo de 1500 min. Porém quando o problema é infactível o LP Petro apresenta um tempo de processamento menor, pois apenas um problema de otimização é resolvido contra três problemas de otimização para o LP 2. Contudo, considerando os períodos de amostragem utilizados em sistemas de controle avançado, o tempo de processamento dos dois LPs estão adequados.

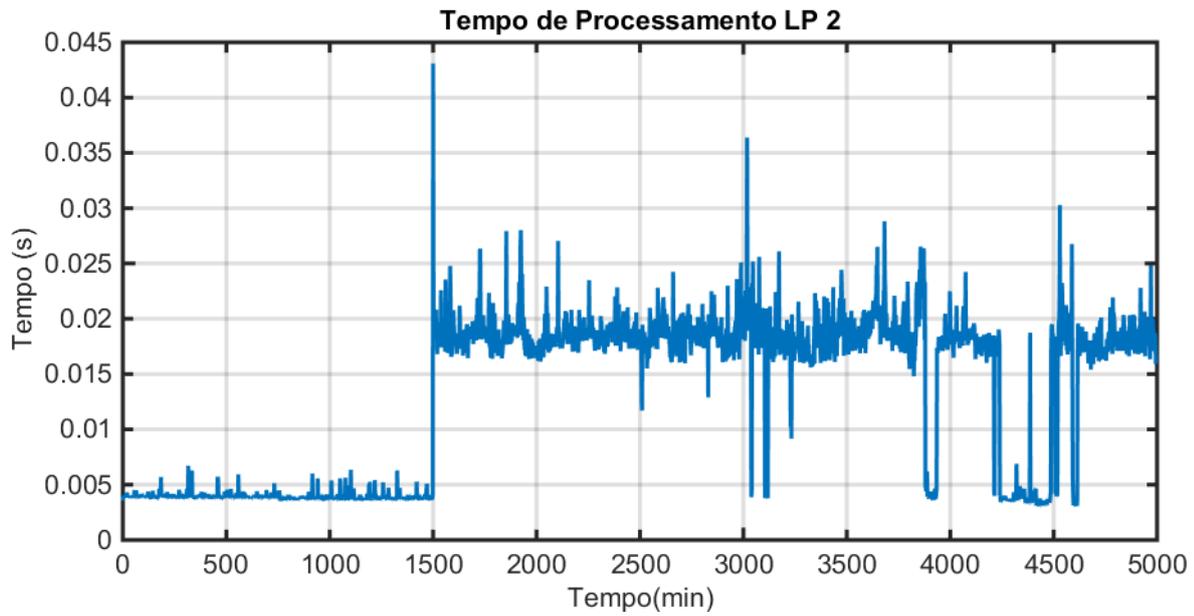


Figura 13 – Tempo de processamento para o LP 2

5.5 Considerações Finais

Neste capítulo foram apresentadas as análises realizadas utilizando o DMCPlus na UPGN-Atalaia, para os dois algoritmos de otimização LP Petro e LP 2. Primeiro foi analisado o ajuste do LP Petro, em seguida foi feita a comparação entre o LP Petro e o LP 2 para os casos factíveis e infactíveis e por fim foi realizada uma análise do tempo de processamento de cada algoritmo. No próximo capítulo são apresentadas as conclusões finais e as perspectivas futuras.

6 Conclusão e Perspectivas Futuras

Neste capítulo final são apresentadas as principais conclusões obtidas com o desenvolvimento deste trabalho e as perspectivas futuras para continuidade do desenvolvimento da pesquisa apresentada. O que motivou o desenvolvimento do trabalho é a busca por melhorar cada vez mais a produção das plantas industriais. Para melhorar a produção das unidades, os sistema de controle avançado apresentam resultados significativos em aplicações industriais como podem ser vistos em [4], [5], [7], [6], [8].

O DMCPlus é uma ferramenta que apresenta grande potencial para avaliação de sistemas de controle avançado, devido à sua formulação genérica é possível adaptá-la para outros casos de estudos com poucas modificações. Ela poderá ser utilizada em outros trabalhos tornando o desenvolvimento de novas pesquisas muito mais rápido.

A UPGN-Atalaia se apresentou como um bom processo para análise, pois possui um modelo com um grau de complexidade médio e que não se difere muito de outros processos da mesma natureza, permitindo realizar os estudos e expandi-los para outros processos que apresentam características semelhantes na área de processamento de gás natural.

Dos resultados obtidos verificou-se que os dois algoritmos, LP Petro e LP 2, apresentam os mesmos resultados para os casos analisados. Porém, é possível que em processos sub-atuados (processo com menos variáveis manipuladas que variáveis controladas), os resultados apresentem diferenças.

A estrutura OES-MPC, é de simples sintonia, e implementação, com ela se consegue bons resultados econômicos, além de ser possível executá-la no mesmo período de amostragem do controle avançado mantendo, assim o processo próximo ao ponto ótimo econômico de operação. A OES-MPC mostrou-se uma boa alternativa para quando não é possível implementar a camada RTO devido à sua alta complexidade e detalhamento necessário.

Assim, conclui-se que o trabalho apresentado atingiu às expectativas propostas, contribuindo significativamente para as pesquisas na área de otimização econômica dentro do Departamento de Automação e Sistemas (DAS). Este é um dos primeiros trabalhos nesta área dentro do DAS, e essa linha de pesquisa continuará com estudos e implementação de uma camada OES para sistemas de produção *off-shore*.

Como perspectivas futuras tem-se o desenvolvimento de uma técnicas de ajuste para ponderação M do LP Petro que possa ser aplicada para qualquer processo que utilize a estrutura do algoritmo LP Petro; a aplicação do DMCPlus a um processo sub-atuado

para concluir a comparação entre os dois algoritmos apresentados, bem como utilizar um algoritmo de otimização econômica que utiliza programação quadrática; a aplicação do DMC filtrado para melhorar a robustez do controle e diminuir as variações de mudança de *targets* calculados pela OES; a implementação do controlador utilizando otimização com restrições ao invés de utilizar mínimos quadrados para calcular a ação de controle; e por fim, o desenvolvimento de um MPC-Econômico, que consiste no uso de um algoritmo que integra aspectos econômicos diretamente na camada do MPC dinâmico.

Referências

- 1 CAMPONOGARA, E. *Métodos de Otimização': Teoria e Prática*. [S.l.], 2006. Citado 3 vezes nas páginas 9, 42 e 44.
- 2 CAMPOS, M.; GOMES, M.; PEREZ, J. *Controle Avançado e Otimização na Indústria do Petróleo*. 1. ed. [S.l.]: Editora Interciência, 2003. Citado 2 vezes nas páginas 17 e 18.
- 3 SAMAD, T.; ANNNASWAMY, A. *The Impact of Control Technology: Overview, Success, Stories, and Research Challenges*. 2011. Acessado em 02/04/2015. Disponível em: <www.ieeecss.org/main/IoCT-report>. Citado na página 17.
- 4 CANNEY, W. M. The future of advanced process control promises more benefits and sustained value. *Oil&Gas Journal*, Abril 2003. Citado 2 vezes nas páginas 17 e 77.
- 5 CAMPOS, M. et al. Ganhos econômicos devidos à melhoria no controle de uma planta de processamento de gás natural. *IV Congresso Rio Automação, IBP, Instituto Brasileiro de Petróleo*, 2007. Citado 2 vezes nas páginas 17 e 77.
- 6 CAMPOS, M. et al. Implantação de controle avançado em plantas de processamento de gás natural: Ganhos em rentabilidade, estabilidade e eficiência energética. *Instituto Brasileiro de Petróleo, Gás e Biocombustíveis - IBP, VI Congresso Rio Automação*, 2011. Citado 2 vezes nas páginas 17 e 77.
- 7 MARCON, S. et al. Implantação de sistemas de controle avançado em unidades de processamento de gás natural. *ISA*, 2010. Citado 2 vezes nas páginas 17 e 77.
- 8 SILVA, M. et al. Implementação de controle preditivo multivariável na unidade de olefinas ii - experiência da braskem - isumos básicos. *6º Seminário de Produtores de Olefinas e Aromáticos*, 2003. Citado 2 vezes nas páginas 18 e 77.
- 9 YING, C.-M.; JOSEPH, B. Performance and stability analysis of lp-mpc and qp-mpc cascade control systems. *AIChE Journal*, v. 45, n. 7, p. 1521–1534, 1999. Citado na página 19.
- 10 RICHALET, J. et al. Model predictive heuristic control. *Automatica*, v. 14, n. 5, p. 413–428, set. 1978. ISSN 00051098. Disponível em: <<http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/0005109878900018>>. Citado 2 vezes nas páginas 23 e 29.
- 11 CUTLER, C.; RAMAKER, B. Dynamic matrix control - a computer control algorithm. *Automatic Control Conference*, 1980. Citado 2 vezes nas páginas 24 e 29.
- 12 KEYSER, R. M. C. D. A comparative study of self-adaptive long range predictive control methods. *Automatica*, v. 24, n. 149-163, 1988. Citado na página 24.
- 13 GARCIA DAVID M. PRETT, M. M. C. E. “model predictive control: Theory and practice a survey. *Automatica*, v. 25, p. 335–348, 1989. Citado na página 24.
- 14 SCATTOLINI, R.; BITTANTI, S. On the choice of the horizon in long-range predictive control-some simple criteria. *Automatica*, v. 26, p. 915–917, 1990. Citado na página 24.

- 15 JALALI, V. N. A. A. A survey on robust model predictive control from 1999–2006. *International Conference on Computational Intelligence for Modeling Control and Automation, and International Conference on Intelligent Agents, Web Technologies and Internet Commerce, IEEE computer society*, 2006. Citado na página 24.
- 16 SANDOZ MATTHEW J. DESFORGES, B. L. D. J.; GOULDING, P. R. Algorithms for industrial mpc. *Computing & Control Engineering Journal*, p. 125–134, 2000. Citado na página 24.
- 17 KIMIAGHALAM ALI AHMADZADEH, A. H. B. S. B. A purely model predictive control for a marginally stable system. *IEEE Proceedings of the American Control Conference, Denver, Colorado*, p. 4293–4298, 2003. Citado na página 24.
- 18 LIMON, D.; ALAMO, T.; CAMACHO, E. Enlarging the domain of attraction of MPC controllers. *Automatica*, v. 41, n. 4, p. 629–635, abr. 2005. ISSN 00051098. Disponível em: <<http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0005109804003085>>. Citado na página 24.
- 19 FINDEISEN, R.; ALLGÖWER, F.; BIEGLER, L. *Assessment and Future Directions of Nonlinear Model Predictive Control*. [s.n.], 2007. v. 358. 642 p. ISBN 978-3-540-72698-2. Disponível em: <[http://link.springer.com/book/10.1007/978-3-540-72699-9\\$delimiter"026E30F\\$nhttp://link.springer.com/10.1007/978-3-540-72699-9](http://link.springer.com/book/10.1007/978-3-540-72699-9$delimiter)>. Citado na página 24.
- 20 RAWLINGS, J. B.; AMRIT, R. Optimizing Process Economic Performance Using Model Predictive Control. *Nonlinear Model Predictive Control*, v. 384, p. 119–138, 2009. Disponível em: <<http://www.springerlink.com/content/q22u50q85tn46p0k/>>. Citado na página 24.
- 21 SANTOS, T. L. et al. On the explicit dead-time compensation for robust model predictive control. *Journal of Process Control*, v. 22, n. 1, p. 236–246, jan. 2012. ISSN 09591524. Disponível em: <<http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0959152411001739>>. Citado na página 24.
- 22 RICHALET, J. et al. Predictive functional control. Application to fast and accurate robots. In: *Proc. 10th IFAC Congress*. Munich: [s.n.], 1987. Citado na página 26.
- 23 BERGH, L. G.; MACGREGOR, J. F. Constrained minimum variance controllers: Internal model structure and robustness properties. *Ind. Eng. Chem. Res.*, v. 26, p. 1558–1564, 1987. Citado na página 28.
- 24 PALMOR, Z. Properties of optimal stochastic control systems with dead-time. *Automatica*, v. 18, p. 107–116, 1982. Citado na página 28.
- 25 MORARI, M.; LEE, J. H.; GARCÍA, C. E. *Model Predictive Control*. [S.l.]: Prentice Hall, 2002. Citado 2 vezes nas páginas 29 e 31.
- 26 LIMA, D. M. *PREDICTOR-BASED ROBUST CONTROL OF DEAD-TIME PROCESSES*. Tese (Doutorado) — Universidade Federal de Santa Catarina, 2015. Citado na página 33.
- 27 NORMEY-RICO, J.; CAMACHO, E. *Control of Dead-Time Processes*. Berlin: Springer, 2007. Citado na página 33.

-
- 28 GODY, J. L. *Analysis and simulation of the Lp-dmc controller*. [S.l.], 2014. Citado 2 vezes nas páginas 55 e 62.
- 29 MATHWORKS. <http://www.mathworks.com/products/matlab/index.html>: [s.n.]. Citado na página 55.