4

CM

Lydia Condé Lamparelli
Jan/81

INSTITUTO NACIONAL DE PESQUISA PEDAGÓGICA.

EQUIPE DE PESQUISA MATEMÁTICA NA ESCOLA ELEMENTAR.

APRENDIZAGENS MATEMÁTICAS NA ESCOLA ELEMENTAR.

- CICLO MÉDIO -

Traduzido do original do trabalho ainda no prelo.

OBJETIVOS GERAIS:

Antes de descrever atividades para o ciclo médio, ciclo terminal da escolaridade primária, propomo-nos neste capítulo introdutório, discutir alguns dos riscos de um ensino da Matemática tal como o concebemos para a escola primária.

É evidente que se trata, como já o escrevíamos desde o ciclo preparatório, de um balanço provisório de nossas reflexões. As pesquisas sobre a aprendizagem da Matemática prosseguem. Não há dúvida de que elas se aprofundam e se enriquecem para corresponder cada vez melhor à necessidade de cada criança em ter acesso a uma cultura científica.

I - AS ATIVIDADES MATEMÁTICAS NA ESCOLA ELEMENTAR.

Existe uma especificidade da atividade matemática que a distinguiria das outras atividades de caráter científico (atividades d'éveil) ?

É preciso, antes de tentar responder a essa pergunta, voltar ao que essa expressão "atividade matemática" evoca para a escola elementar.

Para alguns, atividade matemática é tudo que se faz em classe durante a aula de Matemática. Assim, a construção de uma figura geométrica, a observação de um gráfico ou de um quadro de dados numéricos, a manipulação de material são atividades matemáticas da mesma forma que a resolução de um problema, a elaboração de uma fórmula ou a realização de um cálculo escrito ou mental.

Para outros, a definição é mais estrita: só há atividade matemática se houver produção de uma linguagem, elaboração de modelos, transformação de escritas. Nesse caso, o tempo consagrado à atividade matemática é consideravelmente reduzido. Com efeito, uma grande parte do tempo da aula de Matemática é consagrado à observação , à manipulação, a experiências que preparam a atividade matemática posterior.

É esse segundo ponto de vista que nos parece proveitoso adotar. É, de fato, essencial por-se de acordo a respeito das exigências que se devem fazer em relação às produções das crianças.

A fim de precisar nosso ponto de vista, vamos dar rapidamente alguns exemplos de desenvolvimento em classe, tais como os encaramos, para determinar suas diferentes etapas e seus objetivos. Escolhemos exemplos de natureza diferente para tentar precisar melhor o que entendemos por "fazer Matemática", na escola elementar.

<u>Primeiro exemplo</u>: Quantos cubos pequenos são necessários para formar um paralelepípedo? paré (Tijolo, pedra de pavimentação)

1. Pede-se às crianças que formem um paralelepípedo com um número dado de cubos, utilizando todos os cubos dados (por exemplo: com 48 cubos). As crianças manipulam os cubos e fazem várias tentativas antes de chegar a um dado resultado. Pode-se pensar que por tentativas sucessivas, serão capazes de obter o resultado pedido: o objeto realizado tem evidentemente a forma pedida e todos os cubos foram utilizados.

2. As crianças devem, em seguida, encontrar uma ou várias outras soluções. Agora, as crinaças vão proceder à construção efetiva do paralelepípedo. Far-se-á uma ~~solução~~ comparação das soluções encontradas na classe.

3. O professor pergunta então às crianças se podem realizar com os 48 cubos um paralelepípedo que tenha 7 cubos em um de seus lados. As crianças têm sempre a possibilidade de procurar construir efetivamente o paralelepípedo. Mas, pedimos que elesjustifiquem a impossibilidade de uma tal construção, o que leva a uma explicitação do tipo: N = axbxc e, portanto, às condições de divisibilidade de N (número total de pequenos cubos), por <u>a</u>, <u>b</u> e <u>c</u> (respectivamente, número de pequenos cubos em cada lado).

4. Depois disso, sem recorrer à manipulação, as crianças devem responder a perguntas do tipo:"com 17 cubos posso fazer um paralelepípedo não reduzido a uma barra" ; "achar um número de cubos compreendido entre 20 e 30 que permita fabricar um paralelepípedo (não reduzido a uma barra)" etc..

Se analisarmos essa atibidade, é claro que cada uma das fases é indispensável; em particular, a fase de manipulação. "E ainda é necessário que a manipulação seja acompanhada de uma linguagem no sentido abstrato da palavra, quer dizer, de um jogo de escritas motivadas que permitem explicar a manipulação e não se limitam a resumir a situação ou a comentá-la". (P. Gréco[1]).

Aqui as crianças só começam a "fazer Matemática" a partir da 3ª fase, a partir do momento que ~~desde quando~~ são levadas a elaborar ou a utilizar um modelo que explica a situação o que lhes permite responder às perguntas sem recorrer à manipulação. A explicitação de um modelo lhes permite ultrapassar o estágio da experimentação para prever um resultado.

SEGUNDO EXEMPLO: Num supermercado, os ervilhas ~~raviolis~~ estão em oferta: "três latas pelo preço de duas" . $P_n = 2q + r$ onde $n = 3q + r$

Pode-se prever quantas latas a caixa deverá cobrar de seus fregueses?

Diante de uma tal situação os procedimentos das crianças podem ser variados.

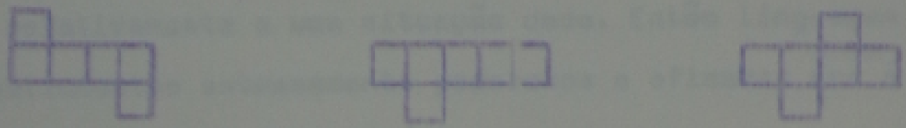
Certas crianças têm necessidade de desenhar as latas. Outras, são capazes de estabelecer diretamente a dupla lista: número de latas levadas, número de latas pagas.. Mas também aqui,

Mas, agora, ainda só haverá "matemática" quando as crianças puderem prever o preço pago por um número qualquer de latas, quer dizer, a partir do momento em que terão elaborado um procedimento de cálculo generalizável para qualquer número de latas levadas. As fases de tentativas, que consistem em examinar, caso por caso, o que se obtém , são essenciais à tomada de consciência do modelo da situação, mas para que haja Matemática é preciso que haja explicitação desse modelo. Nesse caso, a explicitação sob a forma de uma fórmula literal não é um objetivo do ciclo médio. No entanto, certas crianças são capazes de fazê-lo.

Não se deveria concluir a partir dos dois exemplos precedentes que para que haja Matemática é preciso necessariamente que haja emprego de fórmulas numéricas. Para ilustrar isto, damos um terceiro exemplo.

TERCEIRO EXEMPLO: Como reconhecer os hexaminós que são moldes do cubo?

1. Dão-se às crianças hexaminós (seis quadrados justapostos pelos lados) recortados; por exemplo:

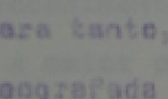


Pede-se-lhes para determinar dentre todos os hexaminós propostos quais os que são moldes de um cubo.

As crianças podem fazer tentativas, dobrar, colar com durex, para procurar realizar efetivamente um cubo. Esse método lhes permitirá reconhecer os moldes que não convêm e, portanto, responder à questão proposta. Achamos que se ficarmos nisso, não houve "Matemática". Para tanto, é preciso ir mais longe.

2. Dá-se às crianças uma folha mimeografada na qual estão desenhados vários hexaminós e faz-se-lhes a mesma pergunta, mas desta vez sem que tenham a possibilidade de recortar e manipular.

As crianças, apoiando-se em suas experiências precedentes, devem, então, antecipar a realização do cubo. Deverão explicar durante um trabalho em grupo, por exemplo, porque eliminaram certas configurações e conservaram outras. As justificações dadas serão expressas em linguagem natural, por exemplo: este não convém porque se dobrarmos a tira, duas faces vão sobrepor-se.

3. Depois de uma síntese e de uma discussão geral, pode-se procurar fazer com que as crianças explicitem as regras que permitem decidir se um hexaminó é um molde de cubo ou não. Por exemplo: não se pode ter mais de 4 faces lado a lado, não se pode ter anéis () (ou "laços")

Nessa nova situação só há, portanto, "Matemática" a partir da 2ª fase, quando então são explicitadas relações que permitem prever resultados sem dobrar, nem recortar.

A explicitação do modelo faz-se aqui na linguagem natural. Esse exemplo permite dizer que se deve haver elaboração de um modelo não é, via de regra, do modelo mais geral, aqui inacessível às crianças, e sua explicitação não será necessariamente muito formalizada. O que conta é que por ocasião de tais atividades as crianças compreendem que o interesse da linguagem matemática, o interesse dos modelos construídos reside na possibilidade de fazer previsões relativamente a uma situação dada. Então linguagem e modelo aparecem como instrumentos extremamente poderosos e eficazes ^(tornando)^ que é bastante útil, até mesmo indispensável, dominar los.

QUARTO EXEMPLO:

A maioria dos problemas habitualmente dados em classe exigem das crianças que "façam Matemática". Efetivamente - a não ser que tenham sido treinadas para resolver problemas-tipo, ou para reagir a palavras indutoras (perde, ganha,...) - as crianças, para resolver um problema, devem encontrar o modelo que o explica e decidir quanto ao procedimento adequado.

Mesmo quando, na escola elementar, a maior parte do tempo é ocupado pelas primeiras etapas, análogas àquelas que vimos aparecer nos exemplos descritos, o objetivo continua sendo fazer com que as crianças se empenhem numa verdadeira atividade matemática, cujas modalidades vamos tentar explicitar no parágrafo seguinte.

Isto posto, podemos, na escola elementar, equiparar a atividade matemática às atividades "d'éveil"?

Se nos referimos ao que foi escrito no "texto de orientação" relativo às atividades "d'éveil" (1975) , "a noção d'éveil não delimita simplesmente um domínio de atividade: ela exige uma pedagogia aplicável a todo o campo da ação educativa na escola e fora dela"; e , ainda vai mais longe:" o impulso em direção ao conhecimento, próprio do "éveil" choca-se com resistência. É preciso, portanto, que o indivíduo descubra, se aproprie das técnicas de onde decorre uma aprendizagem".

É verdade que nossa concepção do ensino da Matemática não está de acordo com a opinião segundo a qual "éveil" e aprendizagem seriam duas partes complementares cujas finalidades seriam distintas estariam separadas. Ora, essa é precisamente uma das interpretações que foram feitas destes textos. Por meio de sucessivos deslizamentos deslizes, isso levou alguns a conceberem o "éveil" como o lugar da descoberta, da espontaneidade, da iniciativa, da criatividade. E a aprendizagem da Matemática como o da austeridade, da abstração, da restrição, da obrigação, do constrangimento, do convencional, do dogmático.

Parece-nos que mostramos, nos exemplos precedentes, como, em cada etapa, são solicitadas da criança a iniciativa, a invenção, a atividade, seja nas manipulações do material ou num trabalho mais formal, ao nível das escritas matemáticas. O conjunto da progressão proposta a seguir fornece outros exemplos do fato. Além do mais, cada uma das etapas, cada uma das atividades é escolhida e organizada em função da aprendizagem visada. Efetivamente, uma situação, um material, uma manipulação... não são mais atribuídas "a priori" à Matemática do que à estética... ou às ciências experimentais. A atenção que uma criança dá a um bloco lógico está mais espontaneamente centrada sobre o castelo que ela poderá fazer reunindo vários blocos do que sobre o fato de que um bloco dado seja não vermelho, grande ou pequeno... Da mesma forma, a atenção que ela dá à sua classe a incita mais a localizar o lugar de seu melhor amigo do que a se perguntar quantos latas potes de tinta são necessários para refazer a pintura de tal parede ou qual escala deve escolher para fazer a planta da classe em seu caderno.

Assim, parece-nos inútil pensar que basta propor às crianças inúmeras experiências, situações ricas ou atividades de vida, nas quais elas se envolvem espontaneamente, são ativas, tateiam, enganam-se, recomeçam, para que descubram a Matemática (cf. algumas correntes dos métodos ativos).

Por um lado, é errado acreditar que a criança só se envolve em "atividades de vida" escolhidas por ela mesma. Ela se envolve, da mesma forma, em situações que lhe são decididas impostas, a partir do momento em que percebe um problema que tem vontade de resolver, uma dificuldade que tem vontade de superar (as características dessas situações são evocadas no parágrafo seguinte). Se muitas crianças não se empenham nas atividades propostas pelo professor é porque, na maioria das vezes, essas situações são realmente desprovidas de interesse. Elas solicitam da criança apenas a atenção (é preciso ouvir e fixar o que está sendo exposto) e só exigem dela que as reproduzam, de memória (é preciso treinar para repetir o que foi mostrado).

Por outro lado, "a Matemática nunca está nas coisas, mas naquilo que o sujeito faz com elas" (Greco [1]). Para que uma situação se torne o suporte de uma atividade matemática, é preciso que o aluno se interesse por ela de algum ponto de vista, o que o leva, necessariamente, a limitar a situação inicial, para dela guardar apenas os traços pertinentes para o problema que deseja resolver. Paralelamente, o professor deve, por meio de instruções sucessivas, permitir e favorecer a evolução das produções das crianças até a elaboração ou a utilização de um modelo, conforme descrevemos nos exemplos anteriormente citados. Neste sentido, uma situação "vivida", tal como se apresenta, naturalmente às crianças, só raramente se presta, de imediato, a uma atividade matemática. É através do conjunto das questões particulares que se colocam a propósito dessas situações que ela pode vir a tornar-se ponto de partida de tal atividade.

II - Como abordar as atividades matemáticas: diferentes concepções.

Antes de precisar alguns dos elementos que nos parecem importantes para a condução das atividades, é útil examinar certas correntes que influenciaram a pedagogia da Matemática, correntes essas que não são forçosamente contraditórias, mas que enfatizaram aspectos diferentes..

É preciso lembrar aqui, que os estudos que têm por objetivo o ensino da Matemática, como tal, são extremamente recentes (por exemplo: trabalhos do I.N.R.P., trabalhos dos Institutos de Pesquisa sobre o ensino da Matemática). Até recentemente, a "pedagogia do cálculo" era considerada apenas como campo de aplicação particular de concepções gerais da Pedagogia. Por isso de início, lembraremos alguns aspectos característicos da pedagogia do cálculo para, em seguida, descrever algumas das proposições resultantes das pesquisas sobre didática da Matemática, antes de precisar as nossas concepções.

II.1 Pedagogia geral e pedagogia do cálculo.

As proposições, conflitos e contradições que ~~assinalaram~~ marcaram o discurso da pedagogia geral não ~~surgiram~~ ficaram sem ~~nascer~~ conseqüências na pedagogia do cálculo: foi o que sucedeu, por exemplo, com o debate em torno dos métodos ativos, do papel do material, do lugar reservado à iniciativa, à palavra do aluno etc.

Apresentamos abaixo algumas dessas proposições na medida em que produziram atividades de que hoje somos herdeiros.

II.1.1 Dar bons hábitos; dar privilégio à memorização.

Da mesma forma que, em ortografia, se exclui a apresentação, para os alunos, de grafias incorretas que poderiam deixar traços visuais nefastos, assim, em cálculo, toda uma corrente pedagógica insiste na necessidade de apresentar, de imediato, aos alunos, as escritas matematicamente corretas, as representações e as técnicas definitivas. Sem dúvida, existe aqui referência a uma teoria perceptiva da impressão ~~em que~~ pela qual se teme que os alunos fixem imagens "falsas". Isso leva os professores a recearem, a excluírem toda e qualquer proposição do aluno necessariamente aproximativa, mal formulada ou mal apresentada, com a finalidade de lhe dar, desde o início, "bons hábitos", bons reflexos que são montados como outros tantos condicionamentos.

Não se trata aqui de colocar em julgamento este método, o que aliás, já foi feito(esclerosado , por exemplo), mas de insistir em algumas razões do seu sucesso. É preciso reconhecer que práticas desta natureza

dão muita segurança ao professor, que não corre o risco de se deixar levar pelas crianças através de "desvios" que fariam perder tempo e que ele não tem certeza de dominar inteiramente; dão igualmente segurança às crianças que a todo instante têm uma imagem bastante estrita e precisa daquilo que debem escrever ou dizer. Essas práticas, aliás, podem aparecer como "eficazes": se
a avaliação se distância pouco
o controle fica pouco distante, na forma e no tempo, daquilo que foi o objeto da aprendizagem, as crianças devolvem, com toda exatidão, técnicas ou procedimentos até mesmo sofisticados!

. Em outra direção, toda uma corrente pedagógica insiste na importância da memorização. Para saber fazer, o aluno deve aprender e reter.

Bem entendido, tentar-se-á fazer com que os alunos compreendam com a maior frequência e da melhor maneira possível, mas na medida em que a compreensão não é
uma
garantia suficiente da eficácia da aprendizagem, a ênfase é colocada muito mais sobre os exercícios repetidos, por meio dos quais são memorizadas as maneiras de fazer. Para ensinar "a fazer" uma divisão ou um problema de regra de três, basta, então, mostrar, em seguida, multiplicar os exemplos para que as crianças se tornem capazes de reproduzir, desde que, insistimos, o exercício de
avaliação
controle esteja pouco distante, no tempo, do momento em que foi ensinado ou que, por meio de "revisões" constantes, se tenha tido o cuidado de conservar na memória esses "savoir-faire".

Esta corrente mecanicista, que também foi amplamente criticada, apresenta igualmente algumas "vantagens", principalmente pela facilidade com que pode ser posta em execução pelo professor (explicação, exercícios de aplicação, exercícios de memorização) e pela sua eficácia, a curto prazo.

II.1.2 <u>Partir do fácil</u>: <u>partir do "concreto"</u>.

Entretanto, quer se coloque em primeiro lugar os bons hábitos ou a memorização, não se resolve certo número de dificuldades. O fracasso das crianças diante de um problema que não se assemelha exatamente a um dos problemas para os quais foram treinadas ou diante de um exercício de raciocínio continua um ponto de interrogação para o professor. Isso levou a reflexões que, por sua vez, conduziram à idéia de progressão na aprendizagem. Examinaremos dois tipos de progressão: o primeiro postula que, para aprender é preciso ir do fácil para o difícil; o segundo, do concreto para o abstrato.

. Para ir do fácil ao difícil (considerando-se fácil aquilo que é fácil para o aluno e não necessariamente aquilo que é simples, matematicamente) é preciso, pois fragmentar a dificuldade em tantos segmentos quanto que de imediato aparecerão diante dos alunos como evidências. Assim, o aluno será conduzido, progressivamente, de uma regra dominada localmente (por exemplo, adição de 8 e 5, ou divisão de um número por um algarismo...) a uma regra mais geral (adição de 18 e 25, de 180 e 250 , ... divisão por um número de dois algarismos, três algarismos,...). O que é fácil para o aluno provém , então, do domínio numérico intuitivamente dominado (pequenos números), o que justifica que se introduzam, de imediato, neste domínio, as operações (mesmo a divisão no CP, conforme os programas de 1945 : divisão por 2 e por 5).

A idéia de que, na aprendizagem matemática, é necessário decompor um conhecimento em uma sequência de conhecimentos "fáceis" (caso do ensino programado) foi objeto de inúmeras críticas sendo uma das críticas centrais a relativa ao fato de que não basta dominar conhecimentos locais, para que haja compreensão das relações que esses conhecimentos mantêm entre si ou, em outras palavras, que um problema complexo não é a soma de sub-problemas simples. Na mesma ordem de idéias, as decomposições de programas, associados a uma pedagogia por objetivos, podem conduzir a críticas do mesmo tipo.

. A progressão também pode organizar-se, indo do concreto para o abstrato: o procedimento aqui sugerido reencontra frequentemente as 3 etapas assimiladas de modo simplificado às 3 etapas teorizadas por Piaget:

- A manipulação: apresentação de materiais aos alunos tais como: pequenos pedaços de madeira, fichas,...

- A representação: desenho, esquema, quadro, emprego de um determinado material para representar outro (uma ficha representa uma criança),...

- A simbolização: escrita matemática.

Uma parte do trabalho pedagógico do professor consiste em encontrar a representação (vestimenta) concreta que constituirá o ponto de partida da atividade e simultaneamente o alicerce de seu sentido: por exemplo: uma repartição de fichas para introduzir a divisão.

A oposição entre " do fácil ao difícil" e "do concreto ao abstrato" confirma (se liga com) alguns aspectos da oposição entre os métodos concêntrico e progressivo. No método progressivo estabelece-se uma lista ordenada dos diferentes objetos da aprendizagem levando em conta, ao mesmo tempo, a idade dos alunos e o conteúdo matemático. Por exemplo, em Geometria, estudam-se em primeiro lugar as figuras simples (quadrados, retângulos, triângulos), depois os polígonos dos quais as figuras precedentes são um subconjunto; em seguida, os sólidos do espaço. Em contrapartida, no método concêntrico, preconizado nas instruções oficiais até 1945, os mesmos objetos são estudados todo ano, mas com níveis de exigência diferentes. Por exemplo: em primeiro lugar, aprende-se a reconhecer e nomear as figuras, depois, aprende-se a construí-las e, em seguida, dirige-se o interesse para certos elementos métricos (áreas, volumes, ...) etc. Poder-se-ia tomar como exemplo também, as operações. O método progressivo propõe estudar, primeiramente, a adição (mesmo de números grandes), depois a subtração, a multiplicação, etc. No método concêntrico estudam-se desde o CP, todas as operações com números pequenos para retomá-las no ano seguinte, com números um pouco maiores.

Todos esses elementos se reencontram com importâncias variáveis na pedagogia tradicional aconselhada nas instruções oficiais (por exemplo, as de 1945). Esta pedagogia é essencialmente professoral, no sentido de que o aluno é executante de atividades programadas para ele pelo professor (ou pelo manual) e diante das quais ele não precisa dar provas de iniciativa.

II.1.3. <u>Os métodos ativos.</u>

Outra corrente. bem diversa, oriunda dos métodos ativos, procura, ao contrário privilegiar o papel do aluno na relação com o saber; assim, Claparède propõe considerar o saber escolar não como um fim,mas como um instrumento do qual o aluno deve reconhecer a necessidade para que dele se possa apropriar eficazmente. " De que adianta conhecer se não fôr para agir ou para compreender a ação dos outros? Uma fórmula matemática só tem valor para nós na medida em que podemos, graças a ela, efetuar cálculos cujos resultados guiam nossa conduta ou nos permitem controlar a dos outros... A maioria dos pedagogos se comporta como se os conhecimentos tivessem um valor em si, como se se tratasse de saber por saber. Acumulamos as palavras, os nomes, as fórmulas, sem nos perguntarmos em que medida essa linguagem será suscetível de governar a ação" (2) . A execução pedagógica caracteriza-se pela inversão das relações tradicionais: o professor não expõe o conhecimento ou a técnica, para, em seguida,pedir exercícios de aplicação, mas propõe aos alunos , diante de uma situação problemática ~~que é problema~~, ferramentas instrumentos adequados para permitir a resolução das dificuldades encontradas.Nesta direção se encontram, de imediato, privilegiadas na escola elementar, todas as situações referentes à vida da classe e para as quais são necessários ferramenta instrumentos matemáticos (exemplo: problema de cooperativa, problema de viagem, problema de construção de materiais...).Nas classes do tipo Freinet,desaparecem, desta forma, as "lições de Matemática" para dar lugar a atividades, tais como "o cálculo vivo". Entretanto, essas situações ocasionais são, em geral, muito complexas e não permitem atingir de maneira satisfatória o conjunto dos objetivos de um nível dado. Também se recorre,paralelamente, a aprendizagens sistemáticas montadas através de fichários individualizados muito próximos do ensino programadado. A dificuldade com a qual se defronta este tipo de pedagogia demonstra a resistência que a aprendizagem da Matemática apresenta especificamente; é uma disciplina em que a coerência e a estruturação do saber necessita de uma organização pedagógica que dê lugar, ao mesmo tempo, aos procedimentos do aluno e ao conteúdo, problema que não se coloca, necessariamete, da mesma forma, para a aprendizagem da língua ou do "éveil".

O debate a propósito do status da Matemática na escola elementar não está encerrado: efetivamente a passagem obrigatória pelo 6.ª conduziu a escola elementar a aceitar como obrigatória a aprendizagem do conteúdos matemáticos definidos em função das necessidades do ensino secundário. Hoje, o vigor das críticas da pedagogia cooperativa ou institucional, em oposição ao imperialismo da Matemática, certamente encontra aqui seu fundamento. Toda uma corrente de pesquisa, partindo do ensino de "éveil" renova os termos do debate. Nesta corrente, a construção matemática aparece como o resultado de um processo de "tateio experimental" (para retomar a fórmula de Freinet) cuja sistematização é postergada. "Não se aprendem verdadeiramente métodos ou conhecimentos a não ser ~~descobrindo-os~~ construindo-os pouco a pouco através de uma atividade séria, verdadeira, que põe em jogo a iniciativa pessoal e a potencialidade de criação. E não expondo de maneira"indutiva"ou"dedutiva" uma ciência declarada acabada, completa e na qual não se tem nenhuma participação" ("Quelle éducation scientifique pour quelle société?"[1]). Se a Matemática demonstrar que é uma matéria obrigatória, temos que colocar a questão da especificidade e das condições de seu ensino para o que a pedagogia geral, sozinha, não pode dar resposta. É esta a direção na qual avança na atualidade a didática da Matemática. A interrogação que serve de ponto de partida é apenas esta: "Como proceder para levar os alunos a fazer Matemática?" É isto que a reforma de 1970 tentou levar em conta explicitamente ao nível das instruções oficiais.

II.2.Didática da Matemática.

Se as pesquisas sobre a aprendizagem da Matemática têm se desenvolvido há alguns anos, é em razão:

1. De um melhor conhecimento dos modos de assimilação e organização da inteligência devido aos trabalhos relativamente recentes nos domínios da psicologia e da epistemologia.

2. Das novas finalidades da atividade racional e da cultura ligadas a modificações do sistema (em particular) exigindo uma certa faculdade de adaptação do indivíduo (ampliar o máximo possível seu futuro profissional).

Essas pesquisas atingiram a escola elementar e, ao mesmo tempo, projetos de modificações de métodos e de modificações de conteúdos de programas (linguagem, apresentação, conceitos e notações). Todo professor sabe muito bem que é mais fácil mudar de programa do que de modo de ensinar; ora, era exatamente disto que se tratava quando, por exemplo, se pedia que se recorresse, em numeração, a procedimentos de agrupamentos diferentes do agrupamento por dezenas ("bases"). Isto infelizmente foi compreendido como uma modificação de objetivo, quando se tratava muito mais de um meio pedagógico que permitia melhorar a compreensão do sistema usual. Assim, inúmeras modificações de programa, que eram meios criados para favorecer a compreensão, foram frequentemente entendidos como constituindo o objeto fundamental das reformas.

As reflexões de pesquisadores(matemáticos, professores, psicólogos) levaram, principalmente, a considerar que o aluno só pode dispor, realmente de instrumentos ferramentas matemáticos quando estes constituem o objeto de uma verdadeira estruturação e não estão apenas justapostos. Esta estruturação não pode ser obtida nem pelo estudo das explicações do professor, nem pela imitação, nem pela "aprendizagem de cor" ... mas exige que o aluno seja confrontado com situações adequadamente escolhidas, que ele possa agir sobre essas situações, realizar tomadas de consciência, explicitá-las, confrontá-las com resultados já adquiridos e também com situações novas para chegar aos reajustamentos necessários.

No plano das aplicações práticas, o projeto anterior recebeu várias tentativas de respostas. Em razão das publicações realizadas, consideraremos aqui duas dessas tentativas que influenciam, atualmente, na França, o encino da Matemática na escola elementar. Elas visam respectivamente:

a) À aprendizagem direta das estruturas fundamentais. O aluno é conduzido a descobrir e a explicitar elementos comuns presentes em diferentes situações sucessivamente apresentadas, concretizando a estrutura. Dienes produziu numerosos documentos que explicitam esta concepção. Mais adiante, examinaremos com maior detalhe seu ponto de vista.

b) À construção do conhecimento, pelo aluno, segundo um procedimento que lhe é próprio, através de situações-problema, para as quais os conhecimentos constituem, precisamente, respostas adaptadas.

As produções do I.R.E.M. de Bordeaux com relação à escola elementar (publicações, filmes) e, principalmente, artigos de G.Brousseau, descrevem realizações e apresentam conentários relativos às aplicações ligadas a esta idéia. A seguir, examinatemos também alguns elementos fundamentais associados a esta segunda tendência.

II.2.1 A aprendizagem das estruturas.

Dienes tentou elaborar, para a aprendizagem da Matemática, um peocedimento paralelo àquele que Piaget descreve para a formação dos conceitos: "A dinâmica da aprendizagem deveria ser semelhante à dinâmica do desenvolvimento intelectual" ("Concept, formation aux personalités", 1959). P~D? Resumiu sua teoria nas "Les six étapes du processus d'apprentissage en mathématique" [4]; essas etapas são organizadas pelo professor; algumas podem estar mais ou menos interligadas e aparecer no decorrer de uma mesma seqüência de atividades.

1."Fase lúdica" -("Jogo livre") :

A criança brinca à vontade com o material distribuído pelo professor; esse material é construído respeitando regras que caracterizam a estrutura, objeto da aprendizagem (ex.: os blocos lógicos para a aprendizagem de lógica, o material multibase para a aprendizagem da numeração).

2."Jogo com regras" - ("Jogo dirigido"):

O aluno é levado a realizar várias atividades:

- com a ajuda de materiais diferentes mas estruturados (material da fase lúdica,em particular);
- e/ou com a ajuda de outros materiais em que as regras são convencionais mas sempre escolhidas pelo professor e características da estrutura que deve ser ensinada (Exemplo: o aluno troca 3 fichas vermelhas por uma ficha azul, 3 fichas azuis por uma amarela,..., no caso da aprendizagem da numeração).

3. "Jogos de dicionário":

Aqui o aluno é conduzido a tomar consciência da estrutura comum dos"jogos estruturados"Manipulados, observando as regras dos diferentes jogos , comparando-as, observando enfim que elas se correspondem. "Evidentemente,realizar jogos estruturados segundo as leis matemáticas inerentes a uma estrutura matemática qualquer, não é aprender Matemática. Como a criança pode extrair do conjunto desses jogos as abstrações subjacentes? O meio psicológico é fazê-la realizar jogos que possuem a mesma estrutura,mas que têm uma aparência muito diferente para a criança. Assim, a criança será levada a descobrir as ligações de natureza abstrata que existem entre os elementos de outro jogo, de estruturas idênticas... Assim, a criança destaca a estrutura comum dos jogos e se desembaraça das partes não pertinentes" [4]. Dienes propõe aqui, por exemplo, que se leve os alunos a"jogarem"os diferentes jogos simultâneamente, a fim de que se possa estar seguro de que as regras utilizadas nesses diferentes jogos foram adequadamente colocadas em