UNIVERSIDADE FEDERAL DE SANTA CATARINA
CENTRO DE CIÊNCIAS FÍSICAS E MATEMÁTICAS
DEPARTAMENTO DE MATEMÁTICA
CURSO DE LICENCIATURA EM MATEMÁTICA
TRABALHO DE CONCLUSÃO DE CURSO

UMA BREVE DISCUSSÃO SOBRE A MULTIPLICAÇÃO

JADNA CARVALHO

FLORIANÓPOLIS – SC

DEZEMBRO/2016

JADNA CARVALHO

UMA BREVE DISCUSSÃO SOBRE A MULTIPLICAÇÃO

Trabalho de conclusão de curso, apresentado ao Departamento de Matemática da Universidade Federal de Santa Catarina, como parte dos requisitos para a obtenção do título na Licenciatura de Matemática.

Orientador: Aldrovando Luís Azeredo Araújo

FLORIANÓPOLIS - SC
DEZEMBRO/2016

JADNA CARVALHO

UMA BREVE DISCUSSÃO SOBRE A MULTIPLICAÇÃO

Parte manuscrita do Projeto de Graduação da aluna **JADNA CARVALHO**, apresentado ao Departamento de Matemática da Universidade Federal de Santa Catarina, como requisito para obtenção do grau de Licenciada em Matemática.

Aprovada em 08, de Dezembro de 2016.

COMISSÃO EXAMINADORA:

____

Prof. Aldrovando Luís Azeredo Araújo
Universidade Federal de Santa Catarina
Orientador

____

Prof. Antônio Vladimir Martins
Universidade Federal de Santa Catarina
Membro da Banca

____

Prof(a) Rosimary Pereira
Universidade Federal de Santa Catarina
Membro da banca

AGRADECIMENTO

Primeiramente a Deus, autor da vida! A minha família e noivo, pelo incentivo e paciência que tiveram comigo nessa fase que não foi nada fácil, ao meu orientador Aldrovando, que teve papel fundamental na elaboração deste trabalho, em perceber minhas inquietações e direcioná-la a uma pesquisa produtiva e enriquecedora para a minha formação docente. Foram anos com muita dedicação, experiência e muita persistência para conquistar esse sonho tão almejado! Agradeço por este momento maravilhoso! Dedico a todos que contribuíram direta ou indiretamente em minha formação acadêmica.

SUMÁRIO

1 INTRODUÇÃO

Neste trabalho é apresentada uma discussão sobre o ensino dos números e especificamente da operação de multiplicação. É muito comum a multiplicação ser vista como uma adição de parcelas iguais. Realmente, ela possui esse aspecto, mas vista apenas dessa forma como podemos explicar a multiplicação de 0,8 por 2,3? Para que possamos explorar adequadamente a multiplicação, devemos trabalhar desde as séries iniciais com a representação retangular, a proporcionalidade e o raciocínio combinatório. Neste contexto, questionamos o procedimento usual nas escolas de apresentar a multiplicação como uma repetição de somas e discutimos a ideia alternativa de apresentar a operação de multiplicação como uma distorção (scaling) dos números. Finalmente, no ensino do algoritmo (sequência de etapas que, se realizadas adequadamente, resultam no sucesso de uma tarefa) da multiplicação, propomos a utilização do Método Chinês. Foi feita uma experiência com uma turma de quinto ano do ensino fundamental na Escola Ensino Básico José Simão Hess, abordando o método Chinês e relatamos os resultados desta experiência no final desse trabalho.

1.1 OBJETIVO

Este trabalho visa discutir as formas de apresentação do conceito de multiplicação no ensino fundamental, assim como os procedimentos de cálculo (algoritmos) necessários a sua implementação. Em particular discutiremos o problema de apresentar a multiplicação como uma repetição de somas no conjunto dos inteiros e defini-la de modo axiomático no conjunto dos racionais. Discutiremos as formas históricas de se introduzir o conceito desta operação matemática como contextualização, abordagem, algoritmos e propriedades

2 MULTIPLICAÇÃO E O CONCEITO DE NÚMERO

Neste capítulo, vamos discutir em profundidade os aspectos teóricos de nosso trabalho. O tema do trabalho surgiu de uma pergunta: “A operação de multiplicação pode ou não ser reduzida a uma repetição de somas, como é ensinado no ensino fundamental?” A tentativa de responder a esta pergunta nos levou a outras questões extremamente delicadas que devemos enumerar:

1. O conceito de número.
2. Como historicamente os números foram introduzidos?
3. Quais foram as diferentes maneiras (ou tentativas) de ensinar a operação de multiplicação para as crianças e seus resultados?
4. Como surgem as idéias matemáticas e especificamente como surgiu a idéia de numero, ou de modo mais abrangente, as leis da aritmética?
5. As questões pedagógicas.

Certamente, responder a todas estas perguntas seria um projeto demasiadamente ambicioso. No entanto, levantá-las e discuti-las nos pareceu necessário e relevante aos objetivos de nosso trabalho. Portanto vamos separar nossos argumentos em subseções para tornar esta análise mais ordenada.

2.1 A multiplicação é uma repetição de somas?

Vamos começar analisando uma situação particular. Considere o problema

3×2 (três vezes dois).

O modo como se ensina às crianças a realizar esta operação é o seguinte: pense em três sacos, com 2 laranjas em cada saco. Então, 3x2 é o total de laranjas que existem nos três sacos, quando cada saco tem duas laranjas. Em outras palavras

$$3\times 2 = 2+2+2 = 6$$

Assim, podemos pensar, ao menos nesta situação, a multiplicação como somando o mesmo número, um determinado número de vezes. Assim, estamos entendendo a multiplicação como uma repetição de somas. Examinemos uma segunda situação para o mesmo problema. Considere, numa reta, o segmento que tem como extremos a origem e o ponto indexado com o número dois. Temos aqui um segmento de comprimento 2. Então 3×2 pode ser entendido como a justaposição de mais dois segmentos de comprimento 2 de modo que as extremidades se toquem, sucessivamente, totalizando um segmento de comprimento 6.

O entendimento da multiplicação como uma repetição de somas funciona perfeitamente bem, até aqui. Agora, vamos considerar o problema de multiplicar

$$3\times\frac{1}{2}$$

Neste caso, ainda podemos interpretar como:

$$3\times\frac{1}{2}=\frac{1}{2}+\frac{1}{2}+\frac{1}{2}=\frac{3}{2}$$

E esta abordagem ainda funciona. Mas, se agora, colocamos o problema de multiplicar:

$$\frac{1}{5}\times\frac{1}{3}$$

Ficamos num beco sem saída. Como interpretar este produto como uma repetição de somas? Impossível. Podemos observar que nos primeiros casos conseguimos entender a multiplicação como uma repetição de somas porque a multiplicação quando restrita aos inteiros é de fato uma repetição de somas. No entanto, este fato, não implica que a operação de multiplicação é uma operação que pode ser gerada a partir da operação de soma.

Um segundo aspecto que revela que a multiplicação não é uma repetição de somas, é a análise dimensional. Do ponto de vista da matemática axiomática a multiplicação de números reais é uma operação comutativa:

$$x.y=y.x$$

A ordem dos números não interessa. Além disso, unidades não estão envolvidas. Mas do ponto de vista das operações que ela representa no mundo real a multiplicação é não comutativa. Cinco sacos com quatro laranjas em cada saco é completamente diferente, de quatro sacos com cinco laranjas. Além disso, na natureza as unidades são fundamentais e as grandezas na sua grande maioria vem junto com suas unidades. Um retângulo de $3cm$ de base e $5cm$ de altura tem como área:

$$A=b.a=3cm.5cm=15cm^2$$

E portanto, o resultado da multiplicação é uma grandeza de unidade diferente das unidades das grandezas envolvidas na operação. Na adição, a unidade da soma é a mesma unidade da cada grandeza somada. Se somarmos $3cm$ com $5cm$, obtemos $8cm$. Podemos somar cinco laranjas com seis laranjas, mas não podemos somar três laranjas com 5 abacates. Neste caso, precisamos de uma unidade comum, por exemplo, frutas. Na multiplicação, cada elemento cumpre uma função específica, temos o multiplicador que é o número que fica à esquerda e o multiplicando que fica à direita. A unidade do multiplicador deve ser conjuntos de unidades do multiplicando. Por exemplo:

[5 sacos] x [4 laranjas por sacos]= 20 laranjas

Onde claramente se observa as unidades se cancelando:

sacos x laranja por sacos = laranja

No caso de entender a multiplicação como "scaling", este problema não existe. Ao alongarmos um elástico de $6,5cm$ por um fator de $2,3$. Isto é, multiplicar $2,3$ por $6,5cm$, o multiplicando tem dimensão de centímetros e o multiplicador não têm dimensão, é apenas o fator de alongamento, é o fator de modificação de escala. Usando o algoritmo usual da multiplicação encontramos o seguinte resultado:

$$2,3.6,5cm = 19,45cm$$

Estes argumentos todos que listamos acima mostram que apesar da multiplicação ser ensinada no ensino fundamental como uma repetição de somas, a multiplicação não é uma repetição de somas.

A multiplicação é uma operação completamente nova.

Vamos deixar as questões pedagógicas para o final do capítulo.

2.2 O conceito de número

O conceito de número é o conceito mais básico e fundamental na ciência e na matemática. Sua formulação adequada só aconteceu no século XIX, com Bertrand Russel e dependeu da teoria dos conjuntos. Os números seriam elementos de um conjunto que deveria conter duas operações e estas operações deveriam satisfazer um conjunto particular de propriedades. Neste sentido, os números não podem ser concebidos sem operações. Um conceito tão complexo como este foi certamente desenvolvido progressivamente e de um modo que até hoje tentamos entender. Vemos este desenvolvimento acontecer na história da Grécia. Os gregos desenvolveram a aritmética quase que paralelamente à geometria. É possível mostrar, que a partir dos axiomas da geometria euclidiana, podemos construir o conjunto dos números reais. Neste caso, os números positivos são entendidos como classes de congruência de segmentos do plano e a operação de soma está bem definida pelos axiomas que garantem que dados dois segmentos $\overline{AB}$ e $\overline{CD}$, existe na reta definida pelo segmento $\overline{AB}$, um ponto E, tal que B está entre A e E, e tal que o segmento $\overline{BE}$ é congruente a $\overline{CD}$. Define-se a soma de $\overline{AB}$ com $\overline{CD}$ como a classe que contém o segmento $\overline{AE}$. A operação de soma estaria naturalmente definida. No entanto, a definição de uma operação de produto já não é tão imediata. De fato, a definição de produto é extremamente astuciosa. Além disso, pode-se mostrar que para que a multiplicação, deste modo definida, seja comutativa, precisamos do axioma das paralelas, mostrando mais uma vez a relação de dependência intrínseca entre a geometria e o conjunto dos números reais. Sob esta perspectiva, os números são classes de segmentos,o que nos parece um caminho natural do conceito de número, derivar das entidades geométricas. Uma tentativa de estabelecer como o conceito de número foi gerado pelo cérebro humano é apresentada no livro “WhereMathematics Came From”.Este livro tenta essencialmente responder a seguinte questão:

Quais mecanismos do cérebro e da mente humana permitem aos seres humanos formular conceitos matemáticos e raciocinar matematicamente?

2.3 Aspectos Históricos

As informações das pesquisas históricas indicam que os métodos primitivos de contagem envolviam usos de símbolos tais como |, e a contagem utilização de vários símbolos |, tantos quanto forem os objetos a serem contados |||||||||||||. Três objetos corresponderiam a |||, quatro objetos a ||||, e assim sucessivamente. Este procedimento associava a cada objeto um símbolo abstrato, independente dos objetos contados, animais, frutas etc. Este sistema primitivo já continha os princípios abstratos que usamos na contagem: associar a cada conjunto de objetos um conjunto de símbolos abstratos de mesma cardinalidade, usando estes conjuntos de símbolos abstratos como constituintes de um número cardinal. Nos algarismos romanos vemos algo parecido: I, II, III representam os números um, dois e três. Já para o cinco usavam um símbolo diferente V, que segundo a interpretação vigente representava uma mão, e IV, seria uma mão com um dedo dobrado sobre a palma. Outros símbolos são introduzidos como X para o dez, o L para cinquenta e C para o cem etc. Era um sistema bastante adequado para a contagem, mas muito complicado para as operações aritméticas.

Nosso sistema de números tem sua origem no sistema posicional dos árabes, que por sua vez derivava dos babilônicos (3000 AC). Nós usamos os símbolos 1,2,3,4,5,6,7,8,9 para um elemento, dois elementos, ... nove elementos. Para dez elementos usamos dois símbolos, 10, 11 para onze,..., 19 para dezenove. Isto é, nós contamos por unidades, depois por dezenas, depois por centenas e assim sucessivamente. Nosso sistema é de base dez. Deste modo podemos contar conjuntos arbitrariamente grandes usando apenas dez símbolos. Pode-se usar base dois, e assim só usar dois símbolos, ou base três e usar apenas três símbolos, etc,

Os Babilônicos usavam a base 60, sistema sexagesimal. Uma herança dos babilônicos é nosso sistema de representação das horas, minutos e segundos. Veja a figura 1.

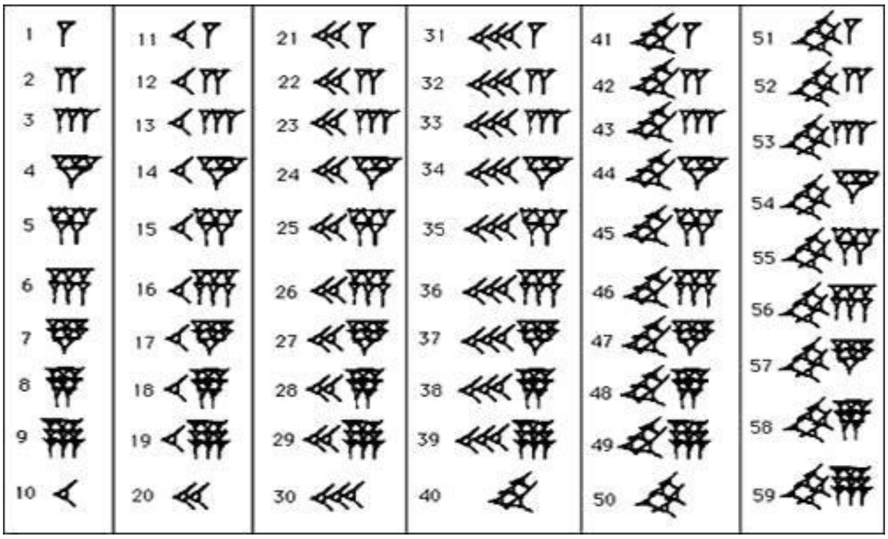


Figura 1:Babilônicos

a) **Adição** – No nível mais primitivo da contagem: se temos |||| maçãs e compramos ||||| maçãs, então nós temos ||||||||| maçãs. Para somar ||| com |||| temos apenas que fazer a justaposição do ||| com||||. Esta operação está claramente ligada a operação de união de conjuntos disjuntos. Isto é, se

$$A \cap B = \varnothing$$

Então:

$$|A \cup B| = |A| + |B|$$

No sistema romano existia um nível a mais de abstração, porque se |||| é representado por IV e ||||| por V, então,

IV+V=|||||||||=IX.

No nosso sistema se queremos somar 4+5 devemos nos lembrar que é representado por IX. De fato, para efetuarmos uma adição, devemos nos lembrar como somar apenas pares de números que não excedam 9. Para as outras somas temos regras de como efetuar a adição. O sistema romano envolve muito mais memorização. No caso babilônico, como o sistema é sexagesimal, devemos memorizar como somar números até 59.

b) **Multiplicação** – Desconhecemos como e quando a multiplicação apareceu.Egípcios e Babilônicos sabiam como multiplicar. Nós entendemos a multiplicação de inteiros como uma repetição de somas. Se queremos 3×5 então fazemos

$$3 \times 5 = 5 + 5 + 5 = 15.$$

No sistema primitivo seria

III x IIIII= IIIII+IIIII+IIIII =IIIIIIIIIIIIIII.

Como nosso sistema é posicional, devemos, para efetuar uma multiplicação, memorizar apenas os produtos de números até 9. O sistema babilônico era semelhante ao nosso e assim eles tinham que memorizar os produtos de pares de números até 59.

O **Método Egípcio** era diferente. Eles usavam o método da duplicação. Por exemplo, se quisessem multiplicar 49 por 11. Eles procediam como segue:

49	1
49+49=98	2
98+98=196	4
196+196=392	8

Como 8+2+1=11, então o produto é 49+98+392=639. Observe que 11 em base 2 é1011. Assim a multiplicação dos egípcios era uma combinação de duplicação e adição.

Já os Indianos resolviam a multiplicação pelo método de tábuas quadriculadas. Por exemplo, se quisessem multiplicar 453 por 25. Eles procediam como segue:

- Inicialmente eles construíam uma tabela que tenha tantas linhas e colunas quanto o multiplicando e o multiplicador, nesse caso, a tabela será constituída por 3 colunas e 2 linhas. Em seguida é desenhada uma diagonal através de cada quadrado do canto superior direito para o canto superior esquerdo e escreva os multiplicadores na parte superior e abaixo do lado direito, alinhando os dígitos.Veja a figura 2.

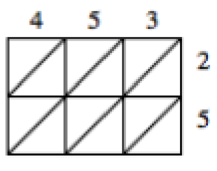


Figura 2: passo 1

- Registre cada produto parcial como um número de dois algarismos, com o algarismo de dezenas no triângulo superior esquerdo e um algarismo no triângulo inferior direito. Caso o produto não tiver um algarismo de dezenas, registre um zero no triângulo de dezenas. Veja figura 3.

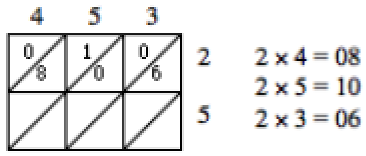


Figura 3: passo 2

- Quando todas as multiplicações estiverem completas, somamos os algarismos que estiverem nas mesmas diagonais. Veja figura 4.

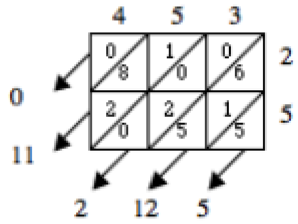


Figura 4: passo 3

- Para encontramos o resultado final, usamos a mesma técnica do "vai um" que usamos no algoritmo tradicional, o resultado será os algarismos que aparecerem da esquerda para a direita. Veja figura 5.

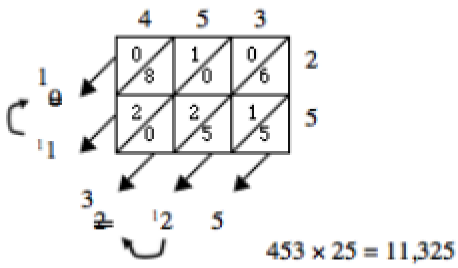


Figura 5:passo 4

Podemos então concluir que o resultado da multiplicação proposta é 11.325. Assim a multiplicação dos indianos era uma combinação de decomposição dos algarismos e a utilização da propriedade distributiva.

Temos também o **Método Chinês**, que é uma representação gráfica da multiplicação, eles utilizavam varetas de bambu para fazerem as representações. As varetas ficavam dispostas na horizontal e na vertical, representando o multiplicador e o multiplicando. Os pontos de intersecções das varetas são contados e representam as multiplicações. Por exemplo, se quisessem multiplicar 22 por 13. Eles procediam como segue:

- Para representar o número 22, desenhe dois conjuntos de linhas verticais, dois à esquerda e dois à direita. Em seguida, para representar o número 13, desenhe dois conjuntos de linhas horizontais, uma na parte superior e três na parte inferior. Veja figura 6.

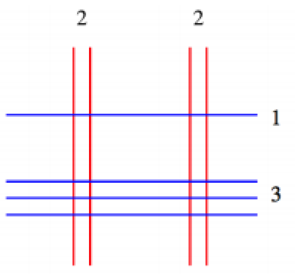


Figura 6: passo 1

- Observe que há quatro conjuntos de pontos de interseção (realçados). Para encontrar o produto conte os pontos de interseção em cada um dos conjuntos realçados e adicione diagonalmente. Veja figura 7.

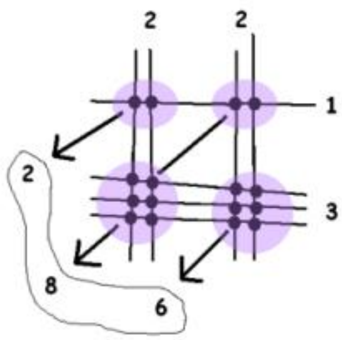


Figura 7: passo 2

Portanto o resultado da multiplicação é 286. Assim a multiplicação dos chineses era uma combinação de decomposição dos algarismos e a utilização da propriedade distributiva.

Vejamos outro exemplo: Multiplicar 246 por 32.

- Para representar o número 246, desenhe três conjuntos de linhas verticais, dois à esquerda, quatro no meio e seis à direita. Em seguida, para representar o número 32, desenhe dois conjuntos de linhas horizontais, três na parte superior e dois na parte inferior;

- Observe que há seis conjuntos de pontos de interseção. Para encontrar o produto conte os pontos de interseção em cada um dos conjuntos e adicione diagonalmente. Note que, começando a contar os pontos de interseções da direita para a esquerda, temos que o primeiro conjunto diagonal de pontos representa a quantidade de unidades, o segundo representa a quantidade a quantidade das dezenas, o terceiro conjunto representa a quantidade das centenas e assim sucessivamente. Veja figura 8

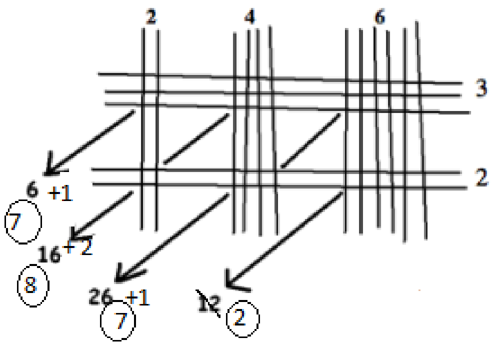


Figura 8: passo 3

Segue que o resultado da multiplicação é 7872.

Vejamos agora o **Método Russo**, esse método facilita o cálculo mental, já que só lida com dobros, metades e somas. Por exemplo, se quisessem multiplicar 46 por 28. Eles procediam como segue:

- O processo começa introduzindo duas colunas, iniciando uma delas pelo 46 e a outra pelo 28, vamos dividindo os números da esquerda por dois, abandonando os “quebrados”, quando a divisão não for exata,consideramos apenas a parte inteira, ao mesmo tempo vamos multiplicando os números da coluna da direita por dois;
- Em seguida abandonam-se todas as linhas, cujos números da esquerda são pares;
- Paramos de realizar as divisões quando chegarmos ao número 1;
- Finalmente, somavam todos os números da segunda coluna que sobraram e assim encontravam o resultado da multiplicação.

~~46~~	~~28~~
23	56
11	112
5	224
~~2~~	~~448~~
1	896
	1288

Portanto, o resultado da multiplicação é 1288.. Assim a multiplicação dos Russos era semelhante ao sistema Egípcio.

2.4 A Multiplicação como Distorção (scaling)

Outro modo de introduzir a multiplicação é entendê-la como uma distorção, uma mudança de escala, uma operação de uma quantidade sobre outra que transforma a segunda quantidade de acordo com a primeira. Uma operação que representa nos números a operação que fazemos com as figuras por exemplo. Observe a figura 9:

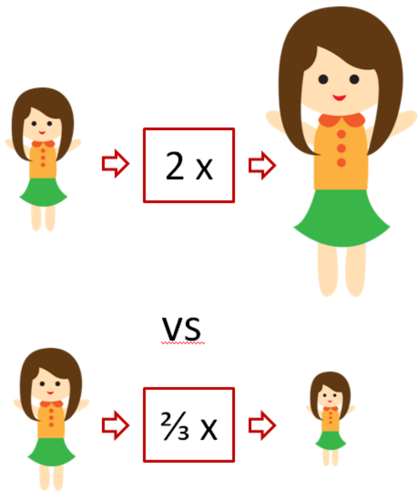


Figura 9: Scaling

A operação mostrada na figura é a uma mudança de escala, estamos alterando todas as dimensões das bonecas de um modo igual, mantendo assim as proporções da boneca original. Esta operação pode ser representada por uma operação feita nos números, operação esta que definimos como multiplicação. Queremos fazer uma operação entre dois números que corresponde a modificar o segundo número por um fator que é dado pelo primeiro número.

Nesta abordagem da multiplicação como distorção, as funções dos dois números envolvidos na multiplicação é completamente diferente. De fato, na multiplicação chamamos o primeiro número de multiplicador e o segundo de multiplicando, identificando que as funções que cada um dos números executa são diferentes. Identificando os números com os segmentos podemos facilmente obter um modelo da operação como na figura 10 que segue:

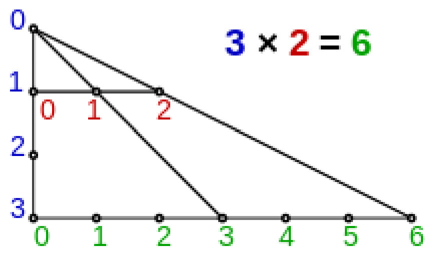


Figura 10: Scaling

Aqui temos o segmento de comprimento 2 sendo multiplicado por 3. O objetivo principal de introduzir a multiplicação como distorção é permitir aos alunos interpretar a operação de multiplicação como uma forma de modificar a magnitude ou tamanho da grandeza original. A operação de multiplicação entendida assim representa corretamente a operação usual que fazemos nos objetos do mundo real, de alongar ou comprimir os objetos e respeita corretamente o problema das dimensões, onde o primeiro elemento da multiplicação, o multiplicador pode ou não ter dimensão. Neste sentido, isto nos aproxima mais do momento na gênese do conceito de número, no qual os números se identificavam com segmentos, sendo necessário definir qual o segmento que deveria representar o 1. Este procedimento corresponde a escolher uma escala e a multiplicação uma mudança de escala. Sabemos que existem escolas que usam este método, mas desconhecemos totalmente como a experiência é realizada e quais os resultados. Deixaremos para a parte correspondente à análise pedagógica para discutir as dificuldades em implementar no ensino das crianças a multiplicação como distorção.

2.5 Aspectos Pedagógicos do Problema

Vamos começar relembrando nossos argumentos das seções anteriores. A multiplicação não é uma repetição de somas e ao ensinarmos nossos alunos que ela é, conduz a inúmeros problemas quando eles finalmente são ensinados que ela não é. A multiplicação de números naturais certamente pode ser vista como repetição de somas, porque de fato, ela coincide com uma repetição de somas quando restrita aos naturais. Ainda que o resultado seja igual, os processos são diferentes. Mas precisamos estender a operação para os racionais e irracionais. O problema se manisfesta exatamente quando progredimos da multiplicação de naturais para a multiplicação de frações ou números irracionais. Neste momento o aluno começa a perceber que a multiplicação de frações é algo diferente daquela multiplicação que ele havia apreendido antes. Este é no momento a situação do ensino nas escolas fundamentais. Assim que se ensinam as crianças. Começamos apresentando os naturais como ferramenta de contagem e imediatamente introduzimos a operação de adição com uma operação natural para representar a união de conjuntos com mesmo tipo de objetos. Números e a operação de adição naturalmente surgem juntos neste contexto, e a pedagogia simplesmente imita o que imaginamos como a gênese natural destas ideias. A operação de multiplicação é apresentada no contexto da contagem em que temos vários conjuntos formados pelos mesmos objetos e mesmo número de objetos. Também é possível imaginar este caminho como natural na gênese destes conceitos. Surgiram em repetições sucessivas de situações semelhantes, todas elas relativas à contagem. Tudo indica que os números e as operações surgiram como uma solução à necessidade de medir: a contagem é uma forma de medir os conjuntos finitos. Nesta direção surgiram as medidas de comprimento de área e de volume, como solução de problemas os mais diversos possíveis, desde construções a divisões de áreas de terras para a agricultura. A operação de multiplicação é fundamental para se poder definir uma medida de área. Os números e as operações que atualmente não conseguimos separar surgiram progressivamente e de modo intuitivo e sua definição formal levou centenas de anos. As soluções pedagógicas pretendem claramente respeitar esta gênese. A criança deve em princípio aprender o mais proximamente possível da forma como os homens geraram estes conceitos. A ordem que se ensinam os números e as operações. Por exemplo, até hoje se fala em 4 operações, quando sabemos que existem, de fato, duas operações: a adição e a multiplicação. Resta a questão: existem outras formas de se ensinar estes conceitos? Por exemplo: Por que não dizer que há duas coisas que podemos fazer com números: podemos somá-los e multiplicá-los e então apresentar todos os axiomas que estas duas operações devem respeitar? Teríamos então, uma terceira maneira de introduzir a noção de multiplicação, a maneira axiomática, uma maneira equivalente à apresentada aos estudantes de matemática das universidades, privilegiando a estrutura algébrica que define os conjuntos numéricos.

Em um artigo interessante “The development of the concept of multiplication” duas alternativas são analisadas e testadas. Os testes foram feitos em um grupo de 43 crianças de duas escolas diferentes em Buckinghamshire, Inglaterra, de idades aproximadamente entre 6 e 7 anos. A primeira hipótese sugere que o conceito de multiplicação está fundamentado na ideia de repetição de somas, enquanto a segunda hipótese se fundamenta na ideia de que o conceito de multiplicação é definido por uma relação invariante entre duas quantidades. Esta relação invariante, chamada de razão ou taxa, corresponde a essência do conceito de multiplicação. Esta segunda hipótese foi chamada de “schema of correspondence” e foi desenvolvida por por Piaget(1965), Vergnaud (1983,1988) e Nunes e Bryant (1996). Os resultados dos testes indicaram que as crianças que foram submetidas a problemas que reforçavam a segunda hipótese tiveram um progresso mais significativo nos problemas que envolviam o raciocínio multiplicativo que as crianças que foram submetidas a problemas que reforçavam a primeira hipótese ou seja a solução usando repetição de somas. Os resultados suportam os conselhos da Associação Japonesa de Professores de Matemática que sugerem que o ensino da multiplicação não deveria ser fundamentado na repetição de somas. Repetição de somas deveria ser considerada no nível dos procedimentos computacionais (algoritmos) ao invés de constituir a base do aprendizado do conceito de multiplicação.

Muitas questões se colocam sobre o problema e poucas propostas de soluções foram encontradas, muito menos ainda testadas em experiências de campo. Temos um campo enorme aberto nesta direção. Estudos, teorias propostas e testes objetivos e numerosos. Enquanto isso, o conceito de multiplicação é introduzido continuamente como repetição de somas. Consideradas as dificuldades deste problema resolvemos fazer uma experiência no ensino da multiplicação restrita ao ensino dos algoritmos. Propomos introduzir o método chinês como algoritmo de multiplicação e fizemos um teste numa escola pública de Florianópolis. Mas este é o assunto do próximo capítulo.

3 IMPLEMENTAÇÃO / APLICAÇÃONA ESCOLA

Neste capítulo, vamos analisar o que o Método Chinês pode proporcionar aos alunos e educadores, levando em consideração o aprendizado de ambos. Serão apresentadas algumas atividades envolvendo a aplicação do método chinês.

3.1 A Escola Simão José Hess

A Escola de Educação Básica Simão José Hess, situa-se na Avenida Madre Benvenuta, número 463, bairro Trindade. As maiorias dos alunos residem nos bairros Trindade, Agronômica e em comunidades da Serrinha, Carvoeira, Saco dos Limões e Morro do Horácio. Os alunos do ensino fundamental não trabalham. O que indica que se dedicam exclusivamente aos estudos. Para a aplicação da atividade na escola, foi pedido autorização para a coordenação. Depois de aceito a professora responsável pela turma sugeriu para fazer uma breve revisão com os alunos do que ela estava trabalhando, sua idéia é que ficasse algo continuo no aprendizado do aluno e depois aplicasse o Método. O desenvolvimento das aulas estão a seguir, nos planos de aulas.

3.2 Aula I e II

CONTEÚDO

Multiplicação

OBJETIVOS

Explorar o significado de multiplicação utilizando o método chinês;

Resolver problemas de multiplicação.

MATERIAL UTILIZADO

Quadro branco e caneta colorida.

PERFIL DOS ALUNOS

Alunos de 5° ano do ensino fundamental.

TEMPO ESTIMADO

Duas horas aula.

LINHA DE AÇÃO

RESOLUÇÃO: No primeiro encontro, com duração de duas horas aulas, será aplicado um teste para todos os alunos, cuja intenção é verificar se os mesmos já possuem domínio na utilização do algoritmo na resolução de problemas de multiplicação. Segue modelo no anexo I.

Na aula seguinte, através de situações problemas será trabalhado o significado da multiplicação através do seguinte exemplo:

Exemplo 1: Flávia trabalhou 25 horas por semana durante 12 semanas. Quantas horas ela trabalhou nesse período?

Resolução:

Vamos efetuar essa multiplicação de três maneiras diferentes:

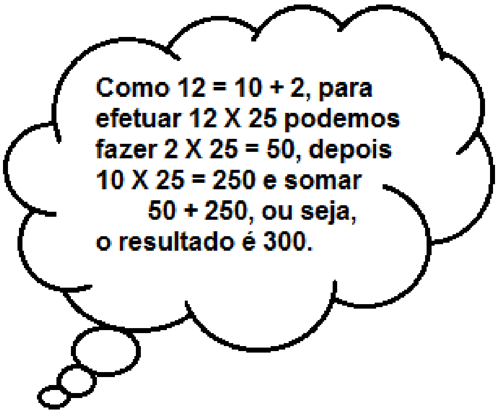
- **1° Decompondo:**

Nesse caso faríamos o seguinte:

$$12 \text{ X } 25 = (10 + 2) \text{ X } (20 + 5) = \underset{200}{\boxed{}} + \underset{50}{\boxed{}} + \underset{40}{\boxed{}} + \underset{10}{\boxed{}} = \underset{300}{\boxed{}}$$

- **2° Algoritmo usual:**

Podemos resolver mentalmente da seguinte maneira:



Ou, podemos armar a seguinte conta:

		D	U	
		2	5	FATOR
X		1	2	FATOR
		5	0	
+	[1] 2	5	0	
	3	0	0	PRODUTO

Observação: Após a aplicação do algoritmo, é bom chamar a atenção dos alunos para o fato de que a multiplicação de números de dois algarismos pode resultar em um número com mais de dois algarismos.

- **3° Método Chinês:**

Primeiro vamos representar de forma geométrica o número 25, ou seja, vamos traçar duas linhas verticais em seguida de mais cinco linhas verticais. Veja figura 11.

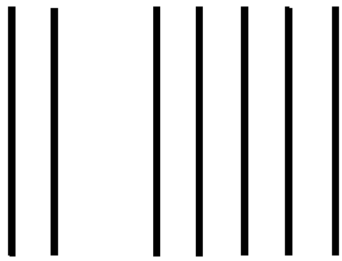


Figura 11: passo 1

Em seguida vamos representar o número 12, ou seja, vamos traçar uma linha horizontal de mais duas linhas horizontais em cima daquelas que já desenhamos para representar o número 25. Veja figura 12.

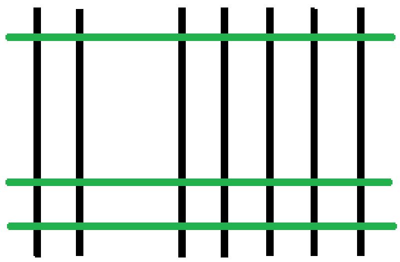


Figura 12: passo 2

Agora, vamos contar as interseções. Veja figura 13.

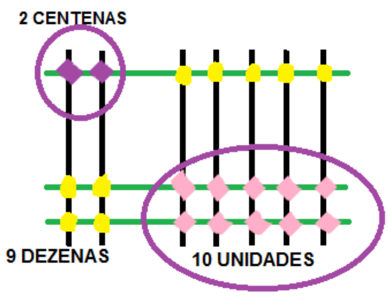


Figura 13: passo 3

Veja, que temos 10unidades, sendo assim, temos 1 dezena, logo vamos passar as 10 unidades para o lugar da dezena e somarmos com as dezenas que já temos no problema. Veja figura 14.

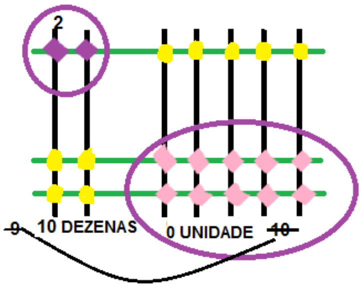


Figura 14:passo 4

Note agora, que temos 10 dezenas, ou seja, temos uma centena. Vamos passar as 10 dezenas para o lugar da dezena. Veja figura 15:

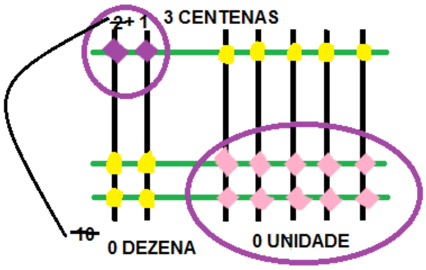


Figura 15:passo 5

Portanto o resultado final é 300**.**

3.3 Aula III á IV

CONTEÚDO

Multiplicação

OBJETIVOS

Explorar o método chinês;

Resolver problemas de multiplicação utilizando o método chinês.

MATERIAL UTILIZADO

Quadro branco e caneta colorida.

PERFIL DOS ALUNOS: Alunos de 5° ano do ensino fundamental.

TEMPO ESTIMADO: Três horas aula.

LINHA DE AÇÃO

Começarei a aula, com alguns exemplos, cuja proposta é fazer com que os alunos entendam o método Chinês.

Exemplo1: efetue os cálculos abaixo, utilizando como ferramenta o método Chinês:

a) 7 X 3 =

b) 15 X 12 =

c)132 X 24 =

d) 345 X 213=

Exemplo 2: Para uma demonstração de ginástica, um professor de Educação Física prepara 64 grupos de alunos. Cada grupo é formado por 25 alunos. Quantos alunos devem participar dessa demonstração?

Em seguida serão deixadas algumas atividades para fixação.

Atividade 1) Efetue os seguintes cálculos utilizando o método Chinês:

a) 6 X 7 =

b) 12 X 12 =

c) 123 X 35 =

d) 213 X 121=

Atividade 2) Em um teatro há 18 fileiras de poltronas. Em cada fileira foram colocadas 26 poltronas. Quantas poltronas há nesse teatro?

Depois, será entregue a atividade que consta no anexo I para que eles resolvam utilizando o método chinês.

3. 4 Análise Prática

Quando entramos em um novo conteúdo em sala de aula, precisamos da atenção dos alunos para assimilar esse conteúdo e prosseguirmos. Muitas vezes os alunos têm dificuldade para se concentrar e pouco motivação para o estudo, fazendo assim com que o decorrer dos conteúdos seja lento e deixem varias lacunas. Quando nos dedicamos a conhecer outras estratégias de ensino, podemos usá-lo como ferramenta de ensino para que o aluno se motive a aprender os conteúdos trabalhados.

Todos os alunos presentes foram comunicativos e acolhedores. Nesse dia, por conta da ocupação dos alunos do ensino médio na escola, compareceram apenas 14 alunos. No primeiro encontro foi aplicada uma atividade para que os alunos resolvessem utilizando o algoritmo, a seguir o gráfico. Veja figura 16, que mostra o desempenho dos alunos na resolução da atividade que se encontra no anexo I.

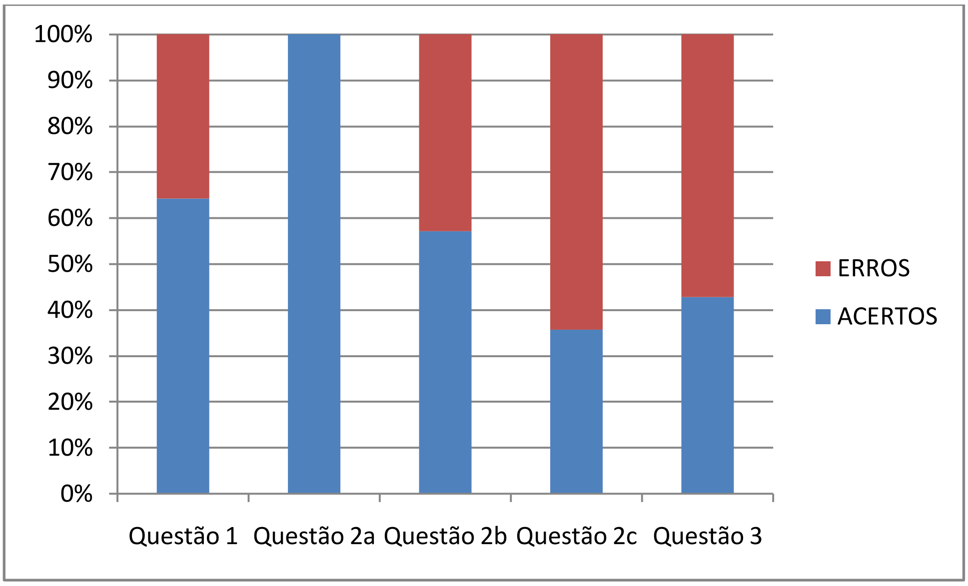


Figura 16: Analise desempenho dos alunos

No segundo encontro, compareceram os 25 alunos da turma. Quando foi aplicado o método chinês o esforço dos alunos para tentar realizar as situações problemas que era colocado no quadro foi surpreendente. E alunos que tem dificuldade de concentração conseguiram resolver as atividades propostas.

Em seguida aplicamos novamente a mesma atividade que se encontra no anexo I, cuja proposta era que eles resolvessem utilizando o método chinês. O resultado foi surpreendente. Vejamos a seguir o gráfico abaixo indicado na figura 17.

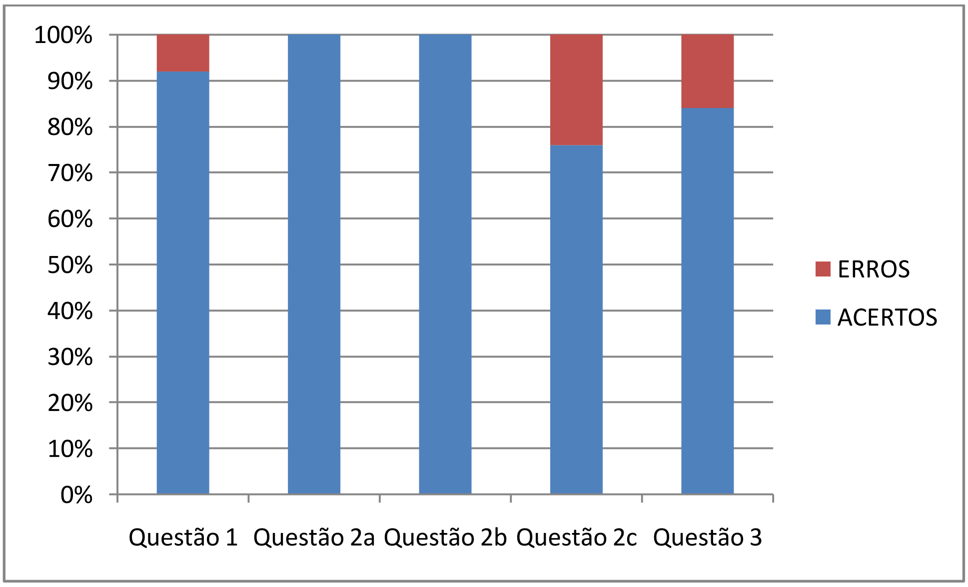


Figura 17: Analise desempenho dos alunos

Como podemos observar, a aplicação do método envolveu todos os alunos presentes. Portanto os alunos terão de saber efetuar corretamente a utilização do método para que obtenham um ótimo resultado. A partir do momento em que eles adquiriram o domínio e entendimento do mesmo, tiveram independência para efetuar todos os problemas pedidos.

Fazendo uma comparação dos gráficos acima, podemos observar que os alunos tiveram um melhor desempenho aplicando o método chinês.

4 CONSIDERAÇÕES FINAIS

Este trabalho objetivou analisar conceitos históricos na abordagem de multiplicação, por meio de estudos de artigos. Vimos historicamente diferentes abordagens de multiplicação, dentre as que foram apresentadas no trabalho. Escolhemos o método Chinês para fazer uma experiência na escola.

As experiências vivenciadas durante a aplicação das atividades na escola me trouxeram uma resposta positiva na utilização de meios alternativos para o ensino da multiplicação com o 5° ano do ensino fundamental, onde a professora responsável pela turma estava trabalhando com vários problemas do dia a dia para ensinar a multiplicação.

Foi uma experiência incrível trabalhar com as séries iniciais, futuramente pretendo fazer testes comparativos entre ensinar utilizando o algoritmo e utilizar o método Chinês para outra faixa etária de alunos.

5 BIBLIOGRAFIA

Cunha, M. C. C., **As operações de multiplicação e divisão junto a alunos de 5ª e 7ª séries.** Dissertação de Mestrado. São Paulo, PUC, 1997.

LAKOFF, G. and NÚÑEZ, R., **Where Mathematics Come From: How The Embodied Mind Brings Mathematics Into Being.** New York, Basic Books, 2000.

PARK, J.H. and NUNES, T., **The Development of the concept of multiplication,** Cognitive Development, 16, 763-773, 2001.

WALL, E. S., **Teoria dos números para professores do ensino fundamental** / Edward S. Wall; tradução: Roberto Cataldo Costa; revisão técnica: Katia Stocco Smole. Porto Alegre. AMGH, 2014.

WEST, L., **An Introduction to Various Multiplication Strategies.** Master of Arts in Teaching with a Specialization in the Teaching of Middle Level Mathematics. Bellevue, NE, 2011.

ANEXOS

Anexo I – Modelo do teste

Escola de Educação Básica Simão José Hess
Teste de Matemática - 5ª ano

Aluno:...

Questão 1. Se esta vaca produz 18 litros de leite por dia, quantos litros de leite esta vaca produz em uma semana?

Questão 2. Efetue os seguintes cálculos:

a) 2X5=
b) 12X 24=
c) 138X27=

Questão 3. Num supermercado há 264 caixas com meia dúzia de laranjas em cada caixa. Quantas laranjas há em todas as caixas?