

Alana Godoy Lacava

**Um estudo sobre diferentes abordagens da prova dos nove
presentes em livros didáticos de aritmética (1890-1970)**

Dissertação submetida ao Programa de Pós Graduação em Educação Científica e Tecnológica da Universidade Federal de Santa Catarina para a obtenção do Grau de Mestre em Educação Científica e Tecnológica.

Orientador: Prof. Dr. David Antonio da Costa

Florianópolis
2017

Ficha de identificação da obra elaborada pelo autor
através do Programa de Geração Automática da Biblioteca Universitária
da UFSC.

Lacava, Alana Godoy

Um estudo sobre diferentes abordagens da prova dos nove presentes em livros didáticos de aritmética (1890-1970) / Alana Godoy Lacava ; orientador, David Antonio da Costa - SC, 2017. 159 p.

Dissertação (mestrado) - Universidade Federal de Santa Catarina, Centro de Ciências Físicas e Matemáticas, Programa de Pós-Graduação em Educação Científica e Tecnológica, Florianópolis, 2017.

Inclui referências.

1. Educação Científica e Tecnológica. 2. História da educação matemática. 3. Prova dos Nove. 4. Livros Didáticos. 5. Aritmética. I. Costa, David Antonio da. II. Universidade Federal de Santa Catarina. Programa de Pós-Graduação em Educação Científica e Tecnológica. III. Título.



UNIVERSIDADE FEDERAL DE SANTA CATARINA
CENTRO DE CIÊNCIAS FÍSICAS E MATEMÁTICAS
CENTRO DE CIÊNCIAS DA EDUCAÇÃO
CENTRO DE CIÊNCIAS BIOLÓGICAS
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO
CURSO DE MESTRADO EM EDUCAÇÃO CIENTÍFICA E TECNOLÓGICA

“Um estudo sobre diferentes abordagens da prova dos nove presentes em livros didáticos de aritmética (1890-1970)”

Dissertação submetida ao Colegiado do Curso de Mestrado em Educação Científica e Tecnológica em cumprimento parcial para a obtenção do título de Mestre em Educação Científica e Tecnológica

APROVADA PELA COMISSÃO EXAMINADORA EM 22 DE MARÇO DE 2017.

Dr. David Antonio da Costa (Orientador - PPGET/CED/UFSC): David A. Costa

Dr. Mércies Thadeu Moretti (Examinador - PPGET/CED/UFSC): Mércies Thadeu Moretti

Dra. Lucia Maria Aversa Villela (Examinadora - Universidade Severino Sombra/RJ): Lucia Maria Aversa Villela

Dra. Neri Terezinha Both Carvalho (Examinadora - CFM/UFSC): Neri Terezinha Both Carvalho

Dra. Tatiana da Silva (Examinadora Suplente - PPGET/CFM/UFSC): _____

José Francisco Custódio Filho
Prof. Dr. José Francisco Custódio Filho
Coordenador do PPGET

Alana Godoy Bacova
Alana Godoy Bacova
Florianópolis, Santa Catarina, 2017

AGRADECIMENTOS

Agradeço primeiramente a meus pais, Paulo e Angela, que sempre me incentivaram e me ajudaram a dar continuidade aos estudos. Obrigada pelo carinho e confiança depositada em mim. Sem eles nada disso seria possível!

A meu amor, Daniel, por ser tão importante na minha vida e estar sempre ao meu lado em todos os momentos, acreditando em mim, me apoiando e me pondo para cima nos momentos difíceis. Meus infinitos agradecimentos por toda paciência, companheirismo, amor e carinho.

A minha irmã Bruna e meu cunhado Rafael por ter me dado a oportunidade de ser titia pela primeira vez além de madrinha da Beatriz, que juntamente com meu outro afilhado Davi alegam meus dias sempre que os vejo.

A meus sogros Rosângela e Nico e minha cunhada Natália por sempre estarem presentes em minha vida, me tratarem como parte da família me dando total apoio, carinho e conselhos sempre que preciso. Sinto-me muito acolhida!

A todos os meus tios, primos e demais familiares que estiverem presentes nesta etapa da minha vida e acreditaram no meu potencial. Obrigada de verdade! Em especial minha prima Camila, que foi minha vizinha e companheira durante parte do mestrado e é como uma irmã pra mim. Sempre me ouviu, guardou meus segredos, e agora, mesmo distante, torce por mim e fica feliz com minhas conquistas. Saiba que este sentimento é recíproco!

Um agradecimento mais do que especial às amigas que fiz no mestrado: Yohana, Thuysa, Jacqueline, Anieli, Cintia e Carla. Que se tornaram verdadeiras amigas e deixaram o mestrado mais leve. Que compartilharam os momentos de desespero, de insegurança, dando força e ajudando umas as outras. Sem nossas risadas, os conselhos, a parceria, o companheirismo e a cumplicidade eu não teria forças para terminar esta dissertação!

A meu orientador David por apostar no meu trabalho e abrir as portas para esta nova etapa da minha vida. Sou grata por todos os ensinamentos, toda paciência, compreensão e dedicação ao longo do mestrado. Além ser esse orientador tão querido por todos, que sabe quando tem que cobrar, quando tem que “puxar orelha”, mas que também enxerga nossas dificuldades e se preocupa com nossas vidas para além dos estudos.

Agradeço também a todos os colegas, professores e demais funcionários do Programa de Pós Graduação em Educação Científica e Tecnológica, e também a CAPES pela bolsa concedida nesses dois anos de mestrado.

Ao grupo de pesquisa GHEMAT por receber tão bem todos os estudantes de graduação, mestrado e doutorado e proporcionar encontros valiosos e de muito aprendizado.

Por fim, e não menos importante, agradeço aos professores membros da minha banca, Lucinha, Mérciles, Neri e Tatiana, por todos os ensinamentos e orientações que recebi. E por tirarem parte do seu tempo para se dedicar a leitura e apreciação de meu trabalho!

RESUMO

Esta pesquisa está inserida no campo da história da educação matemática e tem como objetivo compreender quais as diferentes abordagens da prova dos nove estavam presentes em livros didáticos de aritmética, editados no período de 1890 a 1970. Este recorte temporal compreende a época de implementação dos Grupos Escolares no Brasil até sua extinção, e foi um marco de grande importância para educação primária brasileira. A pesquisa apoia-se principalmente nas perspectivas teóricas de Michel de Certeau e Paul Veyne, fundamentais na compreensão dos estudos históricos; Alain Choppin, que se apresenta como referência nos estudos relacionados aos livros didáticos; André Chervel, no que se refere à história das disciplinas escolares e no fenômeno por ele denominado de *vulgata*, que servirá como base teórico-metodológica para as análises das fontes. Os resultados da pesquisa apontam que a prova dos nove era abordada de diferentes maneiras pelos autores das obras analisadas. Essas a definiam como uma forma de verificação das operações aritméticas. O conteúdo estava inserido, na maioria das vezes, no capítulo das operações fundamentais ou associado a divisibilidade, e em alguns casos, esteve ilustrado nas tabuadas.

Palavras-chave: História da educação matemática. Prova dos nove. Livro didático. Aritmética.

ABSTRACT

This research is inserted in the area of history of Mathematics education and its aim is to understand which of the different approaches of the proof by nine were included in Arithmetics textbooks, edited from 1890 to 1970. The selected period of time covers the implementation of the Scholar Groups in Brazil until their extinction, and it was of great importance to Brazilian Primary Education. This research is based mainly in the theoretical perspectives of Michel de Certeau and Paul Veyne, which are essential to the comprehension of historical studies; Alain Choppin, who is presented as reference in studies related to textbooks; André Chervel, relating to the history of school subjects and to the phenomenon named by him as *vulgata*, which is going to serve as theoretical and methodological framework to the analysis of the sources. The results of this research point to the fact that the proof by nine was approached in different ways by the authors of the analyzed books. It was defined as a form of verification of the arithmetic operations. The topic was also associated, in most of the cases, to the chapter of fundamental operations or to the chapter of divisibility, and in some cases, it was included in the chapter of multiplication tables.

Keywords: History of mathematics education. Proof by nine. Textbook. Arithmetic.

LISTA DE FIGURAS

FIGURA 1. CAPA DO LIVRO “ARITHMETICA DA INFANCIA” DE JOAQUIM MARIA DE LACERDA	71
FIGURA 2. “TABOADA DE MULTIPLICAR” – OBRA DE JOAQUIM MARIA DE LACERDA – 1890	73
FIGURA 3. PROVA DOS NOVE DA ADIÇÃO – OBRA DE JOAQUIM MARIA DE LACERDA – 1890	74
FIGURA 4. PROVA DOS NOVE DA SUBTRAÇÃO E EXEMPLOS – OBRA DE JOAQUIM MARIA DE LACERDA – 1890	75
FIGURA 5. PROVA DOS NOVE DA MULTIPLICAÇÃO – OBRA DE JOAQUIM MARIA DE LACERDA – 1890	76
FIGURA 6. ILUSTRAÇÃO DA SIMBOLOGIA DA PROVA DOS NOVE PARA O EXEMPLO ANTERIOR DA MULTIPLICAÇÃO– OBRA DE JOAQUIM MARIA DE LACERDA	76
FIGURA 7. PROVA DOS NOVE DA DIVISÃO– OBRA DE JOAQUIM MARIA DE LACERDA – 1890	77
FIGURA 8. ILUSTRAÇÃO DA SIMBOLOGIA DA PROVA DOS NOVE PARA O EXEMPLO ANTERIOR DA DIVISÃO– OBRA DE JOAQUIM MARIA DE LACERDA	77
FIGURA 9. CAPA DO LIVRO “ARITHMETICA PRIMARIA” DE CEZAR PINHEIRO	79
FIGURA 10. PROVA DOS NOVE DA ADIÇÃO – OBRA DE CEZAR PINHEIRO – 1902	80
FIGURA 11. PROVA DOS NOVES DA SUBTRAÇÃO – OBRA DE CEZAR PINHEIRO – 1902 ...	81
FIGURA 12. EXEMPLO DA PROVA DOS NOVE DA MULTIPLICAÇÃO – OBRA DE CEZAR PINHEIRO – 1902	82
FIGURA 13. REGRA DA PROVA DOS NOVE DA MULTIPLICAÇÃO – OBRA DE CEZAR PINHEIRO – 1902	82
FIGURA 14. EXEMPLO DE DIVISÃO COM INDICAÇÕES DE PROVA REAL E DOS NOVE – OBRA DE CEZAR PINHEIRO– 1902	83
FIGURA 15. CAPA DO LIVRO “ARITHMETICA ELEMENTAR” DE ANTONIO MONTEIRO DE SOUZA	84
FIGURA 16. PROVA DOS NOVE DA ADIÇÃO – OBRA DE ANTONIO MONTEIRO DE SOUZA – 1910	86
FIGURA 17. EXEMPLO PRECEDENTE INDICADO PELO AUTOR – OBRA DE ANTONIO MOREIRA SOUZA – 1910	86
FIGURA 18. ORIENTAÇÕES PARA A PROVA DOS NOVE DO EXEMPLO ANTERIOR – OBRA DE ANTONIO MONTEIRO DE SOUZA – 1910	87
FIGURA 19. PROVA DOS NOVE PARA A SUBTRAÇÃO – OBRA DE ANTONIO MOREIRA SOUZA– 1910	87
FIGURA 20. EXEMPLO DA SUBTRAÇÃO – OBRA DE ANTONIO MOREIRA SOUZA– 1910 ..	88

FIGURA 21. EXEMPLOS NUMÉRICOS DE MULTIPLICAÇÃO – OBRA DE ANTONIO MOREIRA SOUZA– 1910	88
FIGURA 22. PROCEDIMENTO DA PROVA DOS NOVE PARA O EXEMPLO ANTERIOR – OBRA DE ANTONIO MOREIRA SOUZA– 1910.....	89
FIGURA 23. PROVA DOS NOVE DA DIVISÃO – OBRA DE ANTONIO MOREIRA SOUZA – 1910	89
FIGURA 24. CAPA DO LIVRO “ARITHMETICA ELEMENTAR” DE ANTONIO TRAJANO.....	91
FIGURA 25. PROVA – OBRA DE ANTONIO TRAJANO – 1922.....	92
FIGURA 26. IMAGEM DE JOSÉ THEODORO DE SOUZA LOBO	92
FIGURA 27. CAPA DO LIVRO “PRIMEIRA ARITMÉTICA PARA MENINOS” DE JOSÉ THEODORO DE SOUZA LOBO	93
FIGURA 28. TABUADA DE MULTIPLICAR – OBRA DE JOSÉ THEODORO DE SOUZA LOBO – 1926	95
FIGURA 29. CAPA DO LIVRO “SEGUNDA ARITMÉTICA” DE JOSÉ THEODORO DE SOUZA LOBO	97
FIGURA 30. PROVA DOS NOVE DAS QUATRO OPERAÇÕES – OBRA DE JOSÉ THEODORO DE SOUZA LOBO – 1933	99
FIGURA 31. EXEMPLOS DA PROVA DOS NOVE E DE OUTROS NÚMEROS APLICADOS ÀS QUATRO OPERAÇÕES FUNDAMENTAIS – OBRA DE JOSÉ THEODORO DE SOUZA LOBO	100
FIGURA 32. CAPA DO LIVRO “PROGRÂMA DE MATEMÁTICA” DO DEPARTAMENTO DE EDUCAÇÃO DO DISTRITO FEDERAL.....	101
FIGURA 33. PRÁTICA DE ENSINO DO 3º ANO – OBRA DO DEPARTAMENTO DE EDUCAÇÃO DO DISTRITO FEDERAL – 1934	103
FIGURA 34. CAPA DO LIVRO “ELEMENTOS DE ARITHMETICA” DE FTD	103
FIGURA 35. EXEMPLO DO INDICATIVO DA PROVA DOS NOVE NA MULTIPLICAÇÃO – FTD – 1937	105
FIGURA 36. EXEMPLO DE COMO TIRAR OS NOVES DE UM NÚMERO – FTD – 1937	106
FIGURA 37. PROVA DOS NOVE DA ADIÇÃO – FTD – 1937	107
FIGURA 38. PROVA DA SUBTRAÇÃO PELOS NOVES – FTD – 1937.....	108
FIGURA 39. PROVA DA MULTIPLICAÇÃO PELOS NOVES – FTD – 1937	109
FIGURA 40. ILUSTRAÇÃO DA SIMBOLOGIA DA PROVA DOS NOVE PARA O EXEMPLO DA MULTIPLICAÇÃO – OBRA DA FTD – 1937.....	109
FIGURA 41. PROVA DA DIVISÃO PELOS NOVES – FTD – 1937.....	110
FIGURA 42. PROVA DA DIVISÃO PELOS NOVES (CONTINUAÇÃO) – FTD – 1937	110
FIGURA 43. CAPA DO LIVRO “ARITMÉTICA COMPLEMENTAR PARA AS ESCOLAS PRIMÁRIAS” DOS PROFESSORES DA ESCOLA GRATUITA SÃO JOSÉ.....	111
FIGURA 44. ESCOLA GRATUITA SÃO JOSÉ	112
FIGURA 45. PROVA DOS NOVE DA ADIÇÃO – OBRA DOS PROFESSORES DA ESCOLA GRATUITA SÃO JOSÉ– 1946	113

FIGURA 46. PROVA DOS NOVE DA SUBTRAÇÃO – OBRA DOS PROFESSORES DA ESCOLA GRATUITA SÃO JOSÉ– 1946	113
FIGURA 47. CONTINUAÇÃO DA PROVA DOS NOVE DA SUBTRAÇÃO – OBRA DOS PROFESSORES DA ESCOLA GRATUITA SÃO JOSÉ – 1946	114
FIGURA 48. PROVA DOS NOVE DA MULTIPLICAÇÃO – OBRA DOS PROFESSORES DA ESCOLA GRATUITA SÃO JOSÉ – 1946	114
FIGURA 49. PROVA DOS NOVE DA DIVISÃO – OBRA DOS PROFESSORES DA ESCOLA GRATUITA SÃO JOSÉ– 1946	115
FIGURA 50. FOTO DE THEOBALDO MIRANDA SANTOS	116
FIGURA 51. CAPA DO LIVRO “ARITMÉTICA PRÁTICA” DE THEOBALDO MIRANDA SANTOS	118
FIGURA 52. PROVA DA ADIÇÃO – OBRA DE THEOBALDO MIRANDA SANTOS – 1952 ..	119
FIGURA 53. PROVA DA SUBTRAÇÃO – OBRA DE THEOBALDO MIRANDA SANTOS – 1952	119
FIGURA 54. PROVA DA MULTIPLICAÇÃO – OBRA DE THEOBALDO MIRANDA SANTOS – 1952	120
FIGURA 55. CONTINUAÇÃO DA PROVA DA MULTIPLICAÇÃO – OBRA DE THEOBALDO MIRANDA SANTOS – 1952	120
FIGURA 56. PROVA DA DIVISÃO – OBRA DE THEOBALDO MIRANDA SANTOS – 1952 ..	120
FIGURA 57. CAPA DO LIVRO “LIÇÕES PRÁTICAS DE ARTIMÉTICA, GEOMETRIA E DESENHO” DE GASPAR DE FREITAS	122
FIGURA 58. PROVA REAL DA SOMA E DA SUBTRAÇÃO – OBRA DE GASPAR DE FREITAS – 1957	123
FIGURA 59. PROVA REAL DA MULTIPLICAÇÃO E DA DIVISÃO – OBRA DE GASPAR DE FREITAS – 1957	123
FIGURA 60. PROVA DOS NOVE DAS QUATRO OPERAÇÕES FUNDAMENTAIS – OBRA DE GASPAR DE FREITAS – 1957	124
FIGURA 61. QUESTIONAMENTOS E EXERCÍCIO ENVOLVENDO AS PROVAS – OBRA DE GASPAR DE FREITAS – 1957	125
FIGURA 62. CAPA DO LIVRO “MINHA ARITMÉTICA – TERCEIRA SÉRIE” DE OLGA PEREIRA METTIG E MARIA LÍGIA L. DE MAGALHÃES	126
FIGURA 63. FOTOGRAFIA DE OLGA PEREIRA METTIG E MARIA LÍGIA LORDELLO MAGALHÃES.....	128
FIGURA 64. EXEMPLO NUMÉRICO DA PROVA DOS NOVE DA ADIÇÃO – OBRA DE OLGA P. METTIG E MARIA L. L. MAGALHÃES – 1959	128
FIGURA 65. ORIENTAÇÃO PARA SE PROCEDER A PROVA DOS NOVE DA ADIÇÃO – OBRA DE OLGA P. METTIG E MARIA L. L. MAGALHÃES – 1959	129
FIGURA 66. EXERCÍCIO DA PROVA DOS NOVE PARA ADIÇÃO – OBRA DE OLGA P. METTIG E MARIA L. L. MAGALHÃES – 1959	129

FIGURA 67. EXEMPLO NUMÉRICO DA PROVA DOS NOVE DA SUBTRAÇÃO – OBRA DE OLGA P. METTIG E MARIA L. L. MAGALHÃES – 1959	129
FIGURA 68. ORIENTAÇÃO PARA SE PROCEDER A PROVA DOS NOVE DA SUBTRAÇÃO – OBRA DE OLGA P. METTIG E MARIA L. L. MAGALHÃES – 1959	130
FIGURA 69. EXERCÍCIO DA PROVA DOS NOVE PARA SUBTRAÇÃO – OBRA DE OLGA P. METTIG E MARIA L. L. MAGALHÃES – 1959	130
FIGURA 70. PROVA DOS NOVE DA MULTIPLICAÇÃO – OBRA DE OLGA P. METTIG E MARIA L. L. MAGALHÃES – 1959	131
FIGURA 71. ILUSTRAÇÃO DA SIMBOLOGIA DA PROVA DOS NOVE PARA O EXEMPLO ANTERIOR DA MULTIPLICAÇÃO – OLGA P. METTIG E MARIA L. L. MAGALHÃES ...	131
FIGURA 72. EXERCÍCIO DA PROVA DOS NOVE PARA MULTIPLICAÇÃO – OBRA DE OLGA P. METTIG E MARIA L. L. MAGALHÃES – 1959	132
FIGURA 73. PROVA DOS NOVE DA DIVISÃO – OBRA DE OLGA P. METTIG E MARIA L. L. MAGALHÃES – 1959	132
FIGURA 74. EXERCÍCIO DA PROVA DOS NOVE PARA DIVISÃO – OBRA DE OLGA P. METTIG E MARIA L. L. MAGALHÃES – 1959	133
FIGURA 75. TABUADA DE SOMAR – OBRA DE OLGA P. METTIG E MARIA L. L. MAGALHÃES – 1959	134
FIGURA 76. TABUADA DE MULTIPLICAR – OBRA DE OLGA P. METTIG E MARIA L. L. MAGALHÃES – 1959	135
FIGURA 77. CAPA DO LIVRO “MINHA ARITMÉTICA – QUARTO ANO” DE OLGA PEREIRA METTIG E MARIA LÍGIA L. DE MAGALHÃES	136
FIGURA 78. EXERCÍCIO DA PROVA DOS NOVE PARA ADIÇÃO – OBRA DE OLGA P. METTIG E MARIA L. L. MAGALHÃES – 1963	137
FIGURA 79. EXERCÍCIO DA PROVA DOS NOVE PARA SUBTRAÇÃO – OBRA DE OLGA P. METTIG E MARIA L. L. MAGALHÃES – 1963	137
FIGURA 80. EXERCÍCIO DA PROVA DOS NOVE PARA MULTIPLICAÇÃO – OBRA DE OLGA P. METTIG E MARIA L. L. MAGALHÃES – 1963	137
FIGURA 81. EXERCÍCIO DA PROVA DOS NOVE PARA DIVISÃO – OBRA DE OLGA P. METTIG E MARIA L. L. MAGALHÃES – 1963	138

LISTA DE QUADROS

QUADRO 1. LIVROS DIDÁTICOS PRESENTES NO REPOSITÓRIO QUE ABORDAM O CONTEÚDO DA PROVA DOS NOVE (EM ORDEM CRONOLÓGICA)	67
QUADRO 2. INVENTÁRIO REALIZADO POR VALENTE (2006).....	70
QUADRO 3. SÍNTESE DOS LIVROS DIDÁTICOS ANALISADOS.	141

SUMÁRIO

APRESENTAÇÃO.....	19
CAPÍTULO 1. CAMINHOS DA PESQUISA.....	25
1.1 BASE TEÓRICO-METODOLÓGICA.....	33
1.2 REVISÃO DE LITERATURA.....	42
CAPÍTULO 2. A PROVA DOS NOVE: APROFUNDAMENTOS	49
2.1 NOVES-FORA DE UM NÚMERO NATURAL.....	52
2.2 DEMONSTRAÇÃO DA PROVA DOS NOVE PARA AS QUATRO OPERAÇÕES FUNDAMENTAIS.....	56
2.2.1 <i>Adição.....</i>	<i>56</i>
2.2.2 <i>Subtração.....</i>	<i>58</i>
2.2.3 <i>Multiplificação.....</i>	<i>59</i>
2.2.4 <i>Divisão.....</i>	<i>60</i>
CAPÍTULO 3. UM OLHAR SOBRE A PROVA DOS NOVE EM LIVROS DIDÁTICOS DE ARITMÉTICA.....	63
3.1 ANÁLISE DOS LIVROS SELECIONADOS.....	69
3.1.1 <i>“Arithmetica da Infancia”– Joaquim Maria de Lacerda – 1890.....</i>	<i>69</i>
3.1.2 <i>“Aritmética Primária” – Cezar Pinheiro– 1902.....</i>	<i>78</i>
3.1.3 <i>“Arithmetica Elementar”– Antonio Monteiro de Souza – 1910.....</i>	<i>83</i>
3.1.4 <i>“Arithmetica Elementar Ilustrada”– Antonio Trajano – 1922.....</i>	<i>90</i>
3.1.5 <i>“Primeira Aritmética para Meninos” – José Theodoro de Souza Lobo – 1926</i>	<i>92</i>
3.1.6 <i>“Segunda Aritmética” – José Theodoro de Souza Lobo – 1933.....</i>	<i>96</i>
3.1.7 <i>“Progrâma de Matemática” – Departamento de Educação do Distrito Federal – 1934.....</i>	<i>101</i>
3.1.8 <i>“Elementos de Arithmetica” – FTD – 1937.....</i>	<i>103</i>
3.1.9 <i>Aritmética Complementar para as Escolas Primárias – Professores da Escola Gratuita São José – 1946.....</i>	<i>110</i>
3.1.10 <i>“Aritmética Prática” –Theobaldo Miranda Santos – 1952.....</i>	<i>116</i>
3.1.11 <i>“Lições Práticas de Aritmética, Geometria e Desenho” – Gaspar de Freitas – 1957.....</i>	<i>121</i>
3.1.12 <i>“Minha Aritmética–Terceira Série” – Olga Pereira Mettig; Maria Lígia L. de Magalhães – 1959.....</i>	<i>126</i>
3.1.13 <i>“Minha Aritmética – Quarto Ano”– Olga Pereira Mettig; Maria Lígia L. de Magalhães – 1963.....</i>	<i>135</i>
3.2 AS DIFERENTES ABORDAGENS DA PROVA DOS NOVE.....	138
CONSIDERAÇÕES FINAIS.....	147
REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS.....	151
OBRAS ANALISADAS.....	158

APRESENTAÇÃO

Nesta apresentação será exposta minha trajetória acadêmica e profissional para melhor compreender minhas motivações e os caminhos que tracei até a escolha do tema de pesquisa, a definição dos objetivos, das fontes e dos referenciais teórico-metodológicos.

Meu interesse pela educação matemática surgiu desde o início de minha graduação em Licenciatura em Matemática, pela Universidade Federal de Santa Catarina (UFSC), em 2008, ao cursar as disciplinas relacionadas a esta área. Ainda durante a graduação trabalhei como bolsista no LAED¹ onde realizei atividades ligadas ao ensino a distância de matemática, auxiliando e presenciando o andamento de diversas disciplinas de educação. Além disso, participei de dois congressos de matemática (XV e XVI EREMARSUL)², optando por minicursos e palestras que abordavam temas relacionados à história da educação matemática e à formação de professores, os quais contribuíram muito para minha formação.

No trabalho de conclusão de curso fui orientada pela professora mestra Jussara Brigo³ e realizei pesquisas relacionadas à educação matemática, buscando por meio da metodologia dos jogos uma melhoria

¹Laboratório de Ambiente de Ensino à Distância. Coordenado pelo Prof. Ms. Nereu Estanislau Burin e criado com o objetivo de dar suporte técnico e personalizado aos Ambientes Virtuais de Ensino e Aprendizagem (AVEA) dos cursos de Licenciatura e Especialização em Matemática e Licenciatura em Filosofia da UFSC, além de prestar formação a professores e tutores para o gerenciamento das ferramentas de comunicação e módulos de atividades presentes na plataforma Moodle. O curso de Licenciatura em Matemática na modalidade de Ensino a Distância fomentado pela CAPES foi implantado em 2005 e coordenado pela Prof. Dra. Neri Terezinha Both Carvalho.

²Encontro Regional dos Estudantes de Matemática do Sul. O XV EREMATSUL realizado em Criciúma em 2009 e o XVI EREMATSUL realizado em Porto Alegre em 2010. Trata-se de um congresso envolvendo palestras, minicursos e pôster realizados por diversos professores do Brasil com uma duração total de 40 horas.

³É especialista em Matemática Aplicada e Computacional, mestre e doutoranda em Educação Científica e Tecnológica, pela UFSC. Fez parte da equipe de produção na atualização da proposta curricular de Santa Catarina e atualmente é professora substituta no ensino a distância do CEAD da UDESC, e assessora pedagógica da Prefeitura Municipal de Florianópolis e coordenadora da formação continuada de professores de matemática.

na aprendizagem de conceitos geométricos nas aulas de matemática, utilizando o quebra-cabeça Tangram⁴.

Depois de formada (em julho de 2012) lecionei em escolas privadas e da rede estadual e federal de Florianópolis/SC. Em particular, fui professora substituta do Colégio de Aplicação durante dois anos, onde enfrentei diversos novos desafios enquanto professora por se tratar de uma escola que visa atender à trilogia de Ensino, Pesquisa e Extensão e abarca diversos projetos de inclusão e interdisciplinaridade, como a iniciação científica júnior. Diante disso, me envolvi em projetos de pesquisa na área da educação como o “Pés na Estrada do Conhecimento”⁵ e o “Educação Inclusiva”⁶, além de ter desenvolvido atividades diferenciadas com os alunos a fim de tornar o ensino de matemática mais atrativo e prazeroso.

Todas estas realizações foram frutos de meu aprendizado durante o curso de graduação e pós-graduação, ao cursar uma Especialização em Educação Matemática, a qual foi concluída em 2014, pela Universidade Santa Cecília (UNISANTA) em Santos/SP. Minha monografia também foi direcionada ao estudo do Tangram como recurso para se ensinar geometria nas aulas de matemática do Ensino Fundamental.

Ainda durante minha docência no Colégio de Aplicação recebi alunos estagiários, graduandos do curso de matemática da UFSC sob supervisão do professor Dr. David Antonio da Costa (professor da disciplina de Estágio Supervisionado).

⁴O Tangram é um jogo que foi criado na China e ao longo dos anos se espalhou por diversos países, é um tipo de quebra-cabeça formado por sete peças: um paralelogramo, um quadrado, e cinco triângulos (dois pequenos, um médio e dois grandes) [...] o objetivo inicial deste jogo é formar diferentes figuras utilizando as sete peças, sem sobrepô-las (LACAVA, 2012, p 22).

⁵Este projeto constituiu um experimento no campo do Ensino, Pesquisa e Extensão e tem como objetivo estimular a prática da pesquisa orientada no Ensino Fundamental. Desenvolve ações de estímulo à Iniciação Científica, por meio da prática sistemática de pesquisa de campo. Neste sentido, propõe uma maior articulação entre os campos do saber escolar, na perspectiva do trabalho interdisciplinar e contribui para a formação do cidadão crítico, reflexivo e produtor de conhecimento.

⁶O Projeto tem como objetivo desenvolver uma política de Educação Inclusiva, buscando possibilidades de intervenções pedagógicas, capacitando o corpo docente e a equipe pedagógica do Colégio de Aplicação da UFSC para a inclusão de alunos com história de deficiência no ensino regular.

Com a pretensão de dar continuidade aos meus estudos e motivada pelo professor David, que leciona no Programa de Pós Graduação em Educação Científica e Tecnológica (PPGECT) da UFSC, submeti uma proposta ao mestrado acadêmico deste programa, direcionando meu projeto à linha de formação de professores com ênfase na área de história da educação matemática (HEM).

Inicialmente o projeto de pesquisa tinha o objetivo de investigar a história das metodologias de ensino de matemática de Santa Catarina nos anos iniciais, tomando os livros didáticos de geometria de épocas passadas como fontes de pesquisa privilegiadas. Após o ingresso no mestrado, em conversas com o professor e orientador desta dissertação, a pesquisa se direcionou ao estudo da aritmética por se tratar do saber elementar foco de estudo do grupo de pesquisa organizado pelo professor David, o qual conta, no momento, com a presença de dois mestres, seis mestrandos e dois graduandos, e realiza pesquisas na área da HEM. Também fui convidada pelo Prof. David a fazer parte do Grupo de Pesquisa em História da Educação Matemática (GHEMAT).

O GHEMAT é um grupo que merece destaque na escrita da história da educação matemática no Brasil. Foi criado em 2000 e é coordenado pelo professor Dr. Wagner Rodrigues Valente. Este grupo desenvolve pesquisas coletivas e reúne investigadores de diferentes instituições de vinte estados brasileiros e dentre as inúmeras produções científicas já realizadas, há publicações e a organização de seminários temáticos. Atualmente o grupo é formado por 36 pesquisadores e 92 estudantes (doutorandos, mestrandos acadêmicos e profissionalizantes, além de alunos da graduação), sendo que o objetivo do grupo

[...] é desenvolver pesquisas com vistas à compreensão histórica do ensino e aprendizagem da matemática, da formação de professores de matemática e do trajeto de constituição da matemática escolar (COSTA;VALENTE, 2015, p. 98).

Cabe mencionar que por meio das pesquisas voltadas à HEM os professores adquirem uma visão dos desencadeamentos dos processos de ensino e de aprendizagem de matemática do passado. Assim, torna-se viável compreender de que maneira as práticas pedagógicas e os aspectos educacionais foram se desenvolvendo em diferentes épocas e contextos. Além disso, o estudo relacionado com a formação de professores é essencial para reflexão e compreensão das práticas

pedagógicas em diferentes ambientes de ensino e aprendizagem. Partindo deste pressuposto, um dos projetos em desenvolvimento pelo grupo GHEMAT trata de uma investigação histórica que busca captar as mudanças no ensino de matemática na escola primária, a partir da década de 1880 até 1970, na França e no Brasil. Assim, a presente pesquisa se alinha a esse projeto e está inserida no campo da HEM. O intuito é investigar as diferentes abordagens de um conteúdo de ensino presentes em livros didáticos de aritmética, editados entre 1890 e 1970, no Brasil. Trata-se da prova dos nove, que atualmente é um conteúdo pouco conhecido e explorado nas escolas, mas esteve presente nos livros didáticos do século passado.

Para melhor compreensão das escolhas e da proposta deste trabalho, a dissertação foi estruturada em três capítulos, sendo que o **“CAPÍTULO 1. Caminhos da Pesquisa”** traça um panorama geral, de modo a apresentar a questão de pesquisa, e as justificativas acerca dos objetivos a trilhar, da escolha das fontes, do objeto de estudo e da delimitação do recorte temporal. Além disso, são apresentados os referenciais teórico-metodológicos que dão subsídios para a escrita de uma história da educação matemática. A pesquisa apoia-se principalmente nas perspectivas de Michel de Certeau e Paul Veyne, fundamentais na compreensão dos estudos históricos; Alain Choppin, que se apresenta como referência nos estudos relacionados aos livros didáticos; André Chervel, no que se refere à história das disciplinas escolares, e que servirá como base teórico-metodológica para as análises das fontes. Ainda neste capítulo, é apresentado um levantamento bibliográfico, com o intuito de dialogar com outros trabalhos que se aproximam das ideias desta investigação.

No **“CAPÍTULO 2. A prova dos nove: Aprofundamentos”** é abordado o conteúdo de ensino foco desta pesquisa: a prova dos nove. Nessa direção, apresentam-se os primeiros indícios desse conteúdo, as diferentes maneiras de interpretá-lo e suas demonstrações matemáticas para as quatro operações fundamentais. Também se discute os diferentes termos e significados da “prova dos nove” e do “noves-fora”, evidenciando a regra prática do segundo.

O **“CAPÍTULO 3. Um olhar sobre a prova dos nove em livros didáticos de aritmética”** apresenta um diálogo acerca do uso de livros didáticos como fontes de pesquisa, apoiando-se nas ideias de Alain Choppin. Em seguida, evidenciam-se os caminhos trilhados ao longo do trabalho com as fontes, delineando-se todas as etapas do mapeamento realizado com os livros didáticos, dos quais são

selecionadas treze obras⁷ a serem criticamente analisadas. Desse modo, são apresentadas as diferentes abordagens da prova dos nove, a fim de compreender como este conteúdo se apresentava nos livros didáticos da época, quais as orientações eram descritas pelos autores e a quais outros conteúdos matemáticos esta prova estava associada. E para além da análise do conteúdo, intenta-se compreender alguns aspectos gerais relacionados aos autores das obras, bem como suas formações acadêmicas e profissionais, e ainda, possíveis indícios de aprovações para uso em escolas primárias. Ainda neste capítulo são apresentadas as diferentes abordagens e procedimentos utilizados pelos autores acerca da prova dos nove, e elencados os “marcos”⁸ encontrados desse conteúdo dentre os livros analisados. Também são categorizados alguns aspectos relacionados a esta prova que surgem a partir da investigação realizada.

E por fim, nas **Considerações Finais** serão retomados os objetivos do trabalho, dialogando com a escrita da dissertação e com as análises feitas. Além disso, serão mencionadas algumas limitações encontradas durante a pesquisa, e serão levantadas algumas hipóteses do porquê a prova dos nove não é mais abordada em livros didáticos atuais.

⁷ Livros selecionados: “Arithmetica da Infancia” de Joaquim Maria de Lacerda (1890); “Aritmética Primária” de Cezar Pinheiro (1902); “Arithmetica Elementar” de Antonio Monteiro de Souza (1910); “Arithmetica Elementar Ilustrada” de Antonio Trajano (1922); “Primeira Aritmética para Meninos” de José Theodoro de Souza Lobo (1926); “Segunda Aritmética” de José Theodoro de Souza Lobo (1933); “Progrãma de Matemática” do Departamento de Educação do Distrito Federal (1934); “Elementos de Arithmética” do FTD (1937); “Aritmética Complementar para as Escolas Primárias” dos Professores da Escola Gratuita São José (1946); “Aritmética Prática” de Theobaldo Miranda Santos (1952); “Lições Práticas de Aritmética, Geometria e Desenho” de Gaspar de Freitas (1957); “Minha Aritmética – terceira série” de Olga Pereira Mettig e Maria Lígia L. de Magalhães (1959); “Minha Aritmética – quarto ano” de Olga Pereira Mettig e Maria Lígia L. de Magalhães (1963).

⁸ Baseando-se nas concepções de André Chervel acerca das *vulgatas*, que será mais bem compreendida no primeiro capítulo deste trabalho.

CAPÍTULO 1. CAMINHOS DA PESQUISA

Esta pesquisa está inserida no campo da história da educação matemática, e segundo Valente (2013), trata-se de uma vertente recente da Educação Matemática que está cada vez mais ganhando força em âmbito nacional. Nos últimos anos, muitos pesquisadores das mais diversas instituições brasileiras e de diferentes grupos de pesquisa têm direcionado seus trabalhos para esta área. Alguns indícios deste crescimento podem ser notados no número de congressos, eventos característicos e nas publicações em periódicos científicos, que são cada vez mais presentes.

Produções importantes em história da educação matemática, de modo geral, estão vinculadas a grupos e projetos de pesquisas. Esta pesquisa faz parte de um projeto coordenado pelo professor Dr. David Antonio da Costa (orientador deste trabalho de dissertação), cuja proposta é de investigar a história das metodologias de ensino de matemática no ensino primário em tempos de Grupos Escolares, no estado de Santa Catarina.

Ligada às propostas deste projeto, a ideia inicial desta pesquisa era a de investigar em livros didáticos⁹ deste recorte temporal, as diferentes abordagens relacionadas a um conteúdo matemático. Durante o primeiro mês do mestrado, ideias de conteúdos para esta investigação foram aparecendo, e uma avaliação dentre eles levou a escolha do estudo da prova dos nove, por se tratar de um conteúdo muito ensinado nas décadas passadas e não mais abordado em livros didáticos atuais.

Após algumas buscas em banco de dados de teses e dissertações de diferentes universidades brasileiras, e até mesmo em publicações de periódicos, verifica-se que a prova dos nove se trata de um conteúdo ainda pouco explorado (tal afirmação será mais bem compreendida no decorrer do texto, na revisão de literatura, ainda neste capítulo), nas pesquisas, aumentando ainda mais o interesse por esse tema. Mas, antes

⁹ Durante esta dissertação será usada a expressão “livro didático” referindo-se a todos os tipos de livros escolares, em outras palavras, às obras com indicação de serem adotadas em alguma escola ou instituição de ensino, sejam eles direcionados aos alunos ou aos professores. Choppin (2009, p.74) explica que “essa definição varia segundo os lugares, as épocas, os suportes, os níveis e as matérias de ensino, as vêzes dos contextos políticos, econômicos, social, cultural, estético” e acrescenta que as várias definições encontradas não são de comum acordo entre os historiadores (este fato será esclarecido no terceiro capítulo desta dissertação).

de apresentar a questão de pesquisa que norteou o estudo, cabe mencionar que a escrita da história é fruto de nossos questionamentos e as escolhas para um tema de pesquisa são livres, como mesmo enfatiza o historiador francês Paul Veyne:

[...] a história não é senão respostas a nossas indagações, porque não se pode, materialmente, fazer todas as perguntas, descrever todo o porvir [...] sim, a história é subjetiva, pois não se pode negar que a escolha de um assunto para um livro de história seja livre (VEYNE, 2014, p. 37).

Partindo desta conjectura e, em decorrência do que foi exposto, esta pesquisa se encaminhou a partir da seguinte indagação: **Quais são as diferentes abordagens da prova dos nove presentes em livros didáticos de aritmética, em tempo de Grupos Escolares em Santa Catarina?** Por mais que o projeto tenha inicialmente se direcionado ao estado de Santa Catarina, esta pesquisa não possui um caráter regional, visto que muito dos livros didáticos utilizados em Santa Catarina e em diferentes estados do Brasil eram os mesmos, por influência do modelo difundido em São Paulo (pioneiro na implementação dos Grupos Escolares¹⁰ no Brasil). Segundo Costa (2014), os livros didáticos voltados ao ensino primário, adotados em São Paulo, faziam parte do rol das obras adotadas em Santa Catarina e em demais estados.

¹⁰ Será adotada a expressão “Grupo Escolar” com referência ao período de reforma da escola primária no Brasil, que compreende os anos de 1890 a 1970 (o qual será mais bem compreendido ao longo deste capítulo). Mas, cabe mencionar que esse termo não teve a mesma denominação em todos os estados brasileiros. Escola-modelo foi outra denominação bastante conhecida entre os pesquisadores da educação. No Rio de Janeiro, por exemplo, existiram as “Escolas do Imperador”, construídas a partir de 1870 (e perduraram cerca de vinte anos), para chegar aos “Grupos Escolares”, transformados em “Escolas-Modelo” no período republicano. “Não se pode dizer que as “Escolas do Imperador” se constituíram um projeto nacional de educação pública para a população, mas elas representaram, sem dúvida alguma, os primórdios da rede de Escolas Públicas da Prefeitura da Cidade do Rio de Janeiro. Podemos dizer que foram uma obra já pronta que facilitou a implantação dos primeiros grupos escolares, ainda que tenham um período tão curto de existência com essa denominação” (HORA, 2006, p. 6). Em São Paulo, pioneiro na implementação desses grupos, também houve uma mudança de denominação, mas a força do uso pela população fez prevalecer o nome “Grupo Escolar” (HORA, 2006).

Em São Paulo, desde o início da República, o governo controla a adoção dos livros didáticos nas escolas públicas, quer seja sob a alegação da necessidade de uniformização do ensino, quer seja porque legislava sobre programas e currículos, ou ainda por se tornar em principal comprador. E esta situação se perpetua também em outras localidades na medida em que os professores comissionados levam este modelo aos outros estados, no caso particular, em Santa Catarina pelo Prof. Orestes Guimarães¹¹ (COSTA, 2014, p. 58).

Diante disso, a pesquisa se amplia aos demais estados brasileiros, de modo a investigar livros didáticos de aritmética que circularam nos mais diversos estados brasileiros. Vale destacar que todos os livros selecionados para esta dissertação são frutos das pesquisas do grupo GHEMAT e encontram-se disponibilizados no Repositório Institucional da UFSC (o qual será apresentado ainda neste capítulo da dissertação).

Assim esta pesquisa objetiva **compreender quais diferentes abordagens da prova dos nove estiveram presentes em livros didáticos de aritmética, editados no período de 1890 a 1970**. E para atender a este objetivo geral, desdobram-se os seguintes objetivos específicos:

- Compreender a prova dos nove enquanto conteúdo de ensino;

¹¹Paulista de Taubaté, Orestes Guimarães nasceu em 27 de fevereiro de 1871. Ingressou na Escola Normal de São Paulo em 1887, aos dezesseis anos, concluindo-a no ano de 1889. Fez parte, portanto, da primeira geração de normalistas republicanos que, ao longo da Primeira República, alcançou grande prestígio e autoridade intelectual, traduzindo, muito habilmente, as referências consideradas importantes para a regeneração nacional e, conseqüentemente, para a ordem e o progresso. (TEIVE, 2010, p.229-230). Orestes dirigiu três Grupos Escolares paulistas e em 1906 foi convidado a vir para Santa Catarina para organizar o primeiro Grupo Escolar do estado, na cidade de Joinville. Sua experiência e eficácia como diretor de Grupos Escolares de São Paulo e Joinville possibilitou-lhe elaborar o plano de nacionalização do ensino catarinense em 1911, que foi o primeiro passo da grande reestruturação da instrução pública catarinense realizada por Orestes Guimarães, especialmente contratado pelo governador Vidal Ramos (1910-1914) (TEIVE, 2010).

- Identificar a presença deste conteúdo em livros didáticos de aritmética, para o ensino primário, editados no período de 1890 até 1970;
- Elencar as diferentes abordagens e procedimentos deste conteúdo matemático, no recorte temporal da pesquisa;
- Destacar os “marcos” e categorizar aspectos relacionados com a prova dos nove de acordo com as análises realizadas.

Cabe mencionar que, segundo Valente (2013), o papel de um pesquisador em história da educação matemática não é de retratar o passado ou descrever fielmente os fatos históricos, mas construir esses fatos, produzindo uma representação sobre o passado da educação matemática, a partir de vestígios que esse passado deixou no presente, além de ter conhecimento do modo como essas representações passaram a ter um significado nas práticas pedagógicas dos professores em seus mais diversos contextos e épocas.

Por meio da pesquisa histórica da educação matemática em diferentes épocas é possível esclarecer de que maneira as práticas pedagógicas e os aspectos do cotidiano e educacional foram se desenvolvendo e como as ideias se manifestaram, fazendo com que a escolarização da matemática passasse por transformações até chegar à organização que se conhece hoje (VALENTE, 2008a).

Sob esta perspectiva, os professores de matemática ao compreenderem a história conseguem se relacionar melhor com o passado, possibilitando alterações em suas práticas de ensino e de aprendizagem e passando a realizá-las de modo mais consistente na contemporaneidade.

É muito mais importante saber quais foram os modelos de pensamento que fizeram com que essa matemática fosse produzida e porque essa matemática foi produzida, para atender qual necessidade, qual interesse e qual modelo de conhecimento e tecnologia de determinada época e local. Isso sim nos interessa conhecer para ampliar a formação didática e a conceitual do professor de matemática em formação, porque esses aspectos formarão a estrutura do nosso modelo de ensino em sala de aula (MENDES, 2013, p. 72).

Investigar as diferentes abordagens de ensino de um conteúdo de matemática em determinadas épocas e contextos possibilita uma significativa colaboração reflexiva acerca do ensino de matemática dos dias atuais, oferecendo contribuições epistemológicas para a formação do professor e tornando suas práticas mais claras e significativas.

Em outras palavras, considerar o trabalho do professor de matemática numa dimensão histórica permite uma compreensão diferente do sentido das ações realizadas no ensino dos dias atuais. Ter ciência dos contextos de outros tempos do ensino da educação matemática possibilita um melhor entendimento do que são novidades e continuidades, na tarefa cotidiana de ensinar matemática (VALENTE, 2008a).

Cabe mencionar, que não há uma versão do passado pronta e acabada. É papel do historiador construir o passado, por meio da investigação e interpretação dos documentos históricos encontrados no presente, sendo uma condição necessária para se descrever a trajetória de um determinado saber escolar¹². Mas, o que é um documento histórico?

Na prática, uma melhor compreensão do que consiste um documento histórico depende da adoção de alguns procedimentos básicos que tornam mais seguro o trabalho do historiador. O contato com um texto escrito e a sua leitura deve suscitar, de imediato, algumas questões essenciais para uma primeira aproximação do documento e sua classificação inicial: qual a *forma material* que o mesmo apresenta; qual o *conteúdo* que disponibiliza para a pesquisa; e quais seus *objetivos* ou propósitos de quem o elaborou e de quem o lê e/ou o interpreta (SAMARA; TUPY, 2010, p. 70).

Ante ao que foi exposto, nesta pesquisa serão utilizados alguns dos livros didáticos editados no período de 1890 a 1970 como fontes de pesquisas, e cabem aos pesquisadores investigarem a *forma material*, o *conteúdo* que será analisado, e tentar compreender quais *objetivos* e

¹² O saber escolar representa o conjunto dos conteúdos vistos na estrutura curricular das várias disciplinas escolares valorizadas no contexto da história da educação. [...] O saber escolar é apresentado através de livros didáticos, programas e de outros materiais (PAIS, 2008, p.21-22).

propostas dos autores que os escreveram. Além disso, os livros didáticos são muito importantes para as pesquisas da história da educação e estão sendo cada vez mais valorizados, pois carregam traços deixados pelo passado. Através deles é possível observar vestígios educacionais, sociais e culturais de uma determinada época.

De acordo com Valente (2008b), a matemática se constitui na disciplina que mais tem a sua trajetória histórica atrelada aos livros didáticos. A HEM e os livros didáticos são elementos inseparáveis, e estes são fontes fundamentais para a construção de uma trajetória histórica de constituição e no desenvolvimento da matemática escolar.

É importante ressaltar que “os historiadores, em cada época, têm a liberdade de recortar a história a seu modo” (VEYNE, 2014, p. 28). Sendo assim, o período escolhido para realização desta pesquisa histórica são os anos de 1890 até 1970, que compreende a época de implementação dos Grupos Escolares no Brasil até sua extinção, e que foi um marco de grande importância para educação primária brasileira.

Esta modalidade de escola primária, denominada *Grupo Escolar*, foi implantada, pela primeira vez no país, em 1893, no Estado de São Paulo e representou uma das mais importantes inovações educacionais ocorridas no final do século passado. Tratava-se de um modelo de organização do ensino elementar mais racionalizado e padronizado com vistas a atender um grande número de crianças, portanto, uma escola adequada à escolarização em massa e às necessidades da universalização da educação popular (SOUZA, 1998, p. 20).

Assim, uma nova organização do ensino primário foi se consolidando, a escola unitária foi sendo substituída pela escola de várias classes e vários professores e abriram-se as portas para as mulheres que encontraram no magistério uma profissão (SOUZA, 1998).

“A criação das escolas graduadas com várias salas de aula e professores encontrava-se pressuposta nos projetos de reforma da instrução pública desde o início da República no Estado de São Paulo” (SOUZA, 1998, p. 35). Esta nova estruturação foi se consolidando na reforma da Escola Normal realizada em 1890, com a criação de uma escola-modelo, que foi o “protótipo dos grupos escolares, modelo de

escola primária que se generalizou no Brasil nas décadas do século XX e o estado de São Paulo foi o pioneiro” (SOUZA, 1889, p. 39).

A pesquisa de Souza (2016, p. 46) esclarece que:

[...] não foi por casualidade que São Paulo tornou-se pioneiro na mudança do sistema de ensino primário. A implantação de um modelo de escola graduada exigia a disponibilidade de recursos financeiros para a criação de novas escolas, a construção de edifícios específicos, o aparelhamento dos estabelecimentos de ensino com novos materiais, uma formação docente adequada aos novos métodos, entre outras tarefas. Logo, as boas condições políticas e econômicas, decorrentes dos lucros da lavoura de café, da imigração e da urbanização, favoreceram o vanguardismo paulista.

De acordo com Bencostta (2010), a proposta que surgiu a partir de debates entre intelectuais, políticos e educadores paulistas era a criação de uma escola primária moderna e diferente daquela existente no Império que carecia de livros didáticos, profissionais qualificados e mobiliários. Dessa forma, os Grupos Escolares eram entendidos como um investimento que tinha a intenção de apresentar um novo tipo de educação: popular e universal. Com a criação desses grupos,

[...] vemos surgir uma configuração que até hoje molda o funcionamento das nossas escolas: a divisão em séries; a racionalização do tempo para as atividades escolares; a construção de espaços físicos próprios, visando à otimização de recursos humanos e estratégias pedagógicas; o rígido controle burocrático-administrativo; a especialização dos saberes; a mecanização da transformação dos conhecimentos em conhecimentos escolares; a produção específica de materiais de apoio – **como os livros didáticos** – que atendem não apenas aos objetivos da Educação, mas permitem, ao mesmo tempo, a ingerência de fatores extraescolares etc. (GARNICA, 2010, p. 81, *grifo nosso*).

Diante de todo este quadro de mudanças na educação primária que perdurou até o ano de 1970¹³, esta pesquisa tomará como fontes privilegiadas os livros didáticos. O período proposto para investigação foi marcado pela publicação de muitos materiais de apoio, com o intuito de suprir as novas demandas da educação primária. Mas, de que modo utilizam-se estas fontes para as pesquisas em história da educação matemática?

Choppin (2004) explica que após ter sido negligenciado durante muito tempo pelos historiadores, o uso dos livros didáticos como fontes tiveram avanços consideráveis em um número cada vez mais significativo de países, despertando um grande interesse em pesquisadores nos últimos quarenta anos. Além disso, os livros didáticos possuem múltiplas funções, dependendo da época, das disciplinas, dos níveis de ensino, dos métodos e das formas de utilização. Assim as pesquisas históricas tendo como fontes os livros didáticos abordam aspectos extremamente diversos.

As análises históricas dos livros didáticos também apresentam desafios metodológicos: as análises internas de uma única obra didática poderão não trazer resultados significativos. Isso demandaria a necessidade de comparações, ou seja, o estudo por vários livros didáticos de forma a compreender melhor o “espírito” de certo período (DASSIE; COSTA, 2014, p.201).

Nesta perspectiva, será analisada uma variedade de livros didáticos editados no recorte temporal da pesquisa que foram encontrados e que sejam significativos para a investigação, com o intuito de compreender a circulação de um conteúdo matemático o que, segundo os autores acima citados, facilitará no entendimento do “espírito” presente no período de Grupos Escolares no Brasil.

Tomando o livro didático como um suporte material de textos, esse permite a circulação de conhecimentos matemáticos

¹³A extinção dos Grupos Escolares “ocorreu nos primeiros anos da década de 1970 por sua substituição paulatina pelo sistema de ensino de 1º Grau determinada pela Lei n. 5.692/71” (BENCOSTTA, 2010, p. 76) . “Por mais de sete décadas, os grupos escolares constituíram o modelo dominante da escola elementar no Brasil [...] Apesar da sua extinção nos meados da década de 1970, eles deixaram uma herança inalterada” (SOUZA, 1998, p. 59).

hierarquicamente ligados a certos métodos de ensino e diferentes pontos de vistas epistemológicos (COSTA, 2015a, p.65). Vale salientar que,

Em realidade, o que mais comumente se tem feito, nas pesquisas com livros didáticos de matemática, é o seu uso para estudo de uma temática particular: um determinado tema, assunto ou item de conteúdo matemático torna-se objeto de estudo histórico, através de livros didáticos de outros tempos escolares (VALENTE, 2008b, p. 144).

Assim, como já foi exposto, este trabalho busca pelas diferentes abordagens da prova dos nove, que nas décadas passadas fez parte dos conteúdos dos livros didáticos e também foi ensinada nas escolas. Além disso,

[...] a prova dos nove é um método que ainda é utilizado por alguns comerciantes para verificar se existem erros realizados nas quatro operações. Nela se escondem conceitos como divisibilidade, decomposição decimal de um número natural e indução matemática (BEZERRA, 2013, p. 12).

Nas escolas, usava-se a “famosa” prova real ou a prova dos nove para conferir os cálculos. Esta última, com o passar dos anos, deixou de estar presente nos livros didáticos e atualmente, as novas gerações, sequer, ouviram falar no termo “prova dos nove”.

Dessa maneira, objetiva-se evidenciar as diferentes abordagens e procedimentos utilizados pelos autores da época, acerca da prova dos nove, a fim de categorizar alguns aspectos relacionados a este conteúdo. Para que isso seja possível, seguem as caracterizações da base teórico-metodológica para o desenvolvimento da pesquisa.

1.1 Base teórico-metodológica

Destaca-se novamente que esta pesquisa está inserida no campo de investigação da HEM e segundo Valente (2007), em pesquisas dessa natureza, teoria e metodologia caminham juntas. A menção à base teórica dos projetos já indica o percurso do trabalho a ser realizado, ou seja, a sua metodologia. Assim adota-se o termo “base teórico-

metodológica” do qual este autor tem sido partidário e defende como sendo o lugar onde é possível encontrar os caminhos por onde a pesquisa irá trilhar.

Compreende-se por história da educação matemática “a produção de uma representação sobre o passado da educação matemática. Não qualquer representação, mas aquela construída pelo ofício do historiador” (VALENTE, 2013, p. 25). E, de acordo com as perspectivas de Valente (2013), a história da educação matemática é um tema dos estudos históricos e uma especificidade da história da educação. Diante disso, como esta pesquisa é uma particularidade dos estudos historiográficos, há a necessidade de apropriação e uso do ferramental teórico-metodológico elaborado por historiadores para uma escrita da história. É imprescindível então, mesmo que brevemente, abordar alguns conceitos fundamentais para construção de uma pesquisa histórica.

Segundo Valente (2007), o historiador Marc Bloch, em sua obra “Apologia da História”, que teve sua primeira edição em 1949, foi quem primeiro se preocupou em explicar o ofício do historiador. Este historiador “inaugurou a noção de ‘história como problema’” (BLOCH, 2002, p. 7). Para ele, a história não pode ser interpretada como sendo a ciência do passado, de modo que considerar a ideia de que o passado como tal, possa ser objeto da ciência é absurda. Indicando dessa maneira que o seu objeto não é o passado, mas o homem, mais precisamente os homens no tempo (BLOCH, 2002).

[...] o objeto da história é, por natureza, o homem. Digamos melhor: os homens. Mais que o singular, favorável à abstração, o plural, que é o modo gramatical da relatividade, convém a uma ciência da diversidade. Por trás dos grandes vestígios sensíveis da paisagem, [os artefatos ou as máquinas,] por trás dos escritos aparentemente mais insípidos e as instituições aparentemente mais desligadas daqueles que as criaram, são os homens que a história quer capturar (BLOCH, 2002, p. 54).

Assim, cabe ao historiador representar o homem enquanto sujeito da sua história e não olhar apenas para o passado, mas para o modo como os homens se comportavam durante a passagem do tempo. Dessa forma, preocupa-se não mais com uma história fixada apenas nos fatos, mas uma história que seja capaz de compreender as relações

sociais que se deram por meio dos fatos e seus contextos históricos. Investigar os livros didáticos possibilita compreender essas relações, visto que essas fontes são produtos culturais, frutos do trabalho humano.

A concepção de história de Marc Bloch fez com que novos pensamentos surgissem acerca da escrita da história e do papel do historiador. Nos anos 1970, surgiram importantes trabalhos de historiadores como Michel de Certeau e Paul Veyne, fundamentais na compreensão dos estudos históricos, e tais concepções foram adotadas nesta pesquisa.

Michel de Certeau buscou dar significado à prática da história, ao fazer histórico e ao ofício do historiador. Para o autor, a história é uma forma de representar o passado por meio de uma narrativa, podendo ser vista como uma operação referente a um tripé essencial que estabelece a relação entre o *lugar social*, as *práticas científicas* e uma *escrita* (CERTEAU, 2010).

Toda pesquisa historiográfica se articula com um lugar de produção socioeconômico, político e social. Implica um meio de elaboração circunscrito por determinações próprias: uma profissão liberal, um posto de observação ou de ensino, uma categoria de letrados etc. Ela está, pois, submetida a imposições, ligada a privilégios, enraizada em uma particularidade. É em função desse lugar que se instauram os métodos, que se delinea uma topografia de interesses, que os documentos e as questões, que lhes serão propostas, se organizam (CERTEAU, 2010, p. 47).

Sendo assim, compreende-se que a produção historiográfica está vinculada a um *lugar social*, no qual serão organizados os métodos, definido o que será feito, quais os interesses, as questões, as maneiras de interrogar os documentos. Todos estes aspectos estão vinculados à relação que o historiador mantém com o lugar que se encontra. Desse modo, fica claro a influência que a instituição e o lugar social do historiador estabelecem na construção de sua escrita, fatores os quais influenciaram de alguma forma nesta pesquisa.

De acordo com Valente (2007), para o historiador Michel de Certeau, a prática histórica é vista como uma prática científica “na medida em que incluem a *construção de objetos* de pesquisa, o uso de

uma *operação específica* de trabalho e um *processo de validação* dos resultados obtidos, por uma comunidade” (VALENTE, 2007, p. 35).

No que se refere à *escrita*, segundo Certeau (2010), esta seria o produto final da historiografia, que consiste na elaboração de um texto histórico, de uma literatura. Assim, esta dissertação é a etapa final de uma pesquisa historiográfica, de modo que a escrita é o meio de elaborar um fim, mas isso só é possível desde que haja discurso histórico, “ela impõe regras que, evidentemente, não são iguais às da prática, mas diferentes e complementares, as regras de um *texto que organiza lugares em vista de uma produção*” (CERTEAU, 2010, p. 106).

Assim como Michel de Certeau, Paul Veyne já ressaltava que a história é um relato de acontecimentos que são explicados por meio de uma narrativa e que reorganizam as operações da pesquisa. É importante destacar que, segundo Veyne (2014), o historiador narra acontecimentos reais, que são os fatos, os quais são frutos das escolhas do historiador, do seu interesse e do recorte que será realizado, que o autor relaciona com o que chama de “trama”:

Os fatos não existem isoladamente, nesse sentido de que o tecido da história é o que chamaremos de uma trama, de uma mistura muito humana e muito pouco “científica” de causas materiais, de fins e de acasos; de um corte de vida que o historiador tomou, segundo sua conveniência, em que os fatos têm seus laços objetivos e sua importância relativa (VEYNE, 2014, p. 42).

Dessa forma, não existem fatos isolados, o historiador deve articulá-los em forma de “trama”, tecida por ele em sua escrita narrativa. Assim, “não existem fatos históricos por natureza. Eles são produzidos pelos historiadores a partir de seu trabalho com as fontes, com os documentos do passado” (VALENTE, 2007, p. 32). Partindo deste pressuposto, compreende-se que o historiador “somente tem acesso ao passado por meio dos documentos que não são os próprios eventos, mas indícios, vestígios, pelo quais se tece uma trama” (COSTA, 2010, p. 37). Diante do que foi exposto, esta pesquisa pretende tecer sua trama por meio da investigação de documentos históricos, especificamente os livros didáticos de aritmética editados no período de 1890 a 1970.

Em consonância, Veyne (2014) menciona que o fato histórico é uma produção mediante documentos, de modo que para ter ciência do que “realmente aconteceu no passado”, o historiador deve primeiro

pressupor como objeto possível de conhecimento o conjunto de eventos referidos nos documentos. Diante dessa importância que os documentos têm para a escrita histórica, esta pesquisa tem caráter documental, ao serem mobilizados documentos escolares para responder questões previamente estabelecidas.

Serão utilizados como fontes privilegiadas os livros didáticos de aritmética, publicados no recorte temporal da pesquisa, que apresentem o conteúdo da prova dos nove. E como contribuição teórico-metodológica, apoia-se nas concepções de Alain Choppin (2002; 2004; 2009), que se apresenta como referência nos estudos relacionados a essas fontes. O autor discute a complexidade do objeto livro didático e a multiplicidade de suas funções, que segundo ele, varia dependendo das formas de utilização, da época, do contexto sociocultural, dos níveis de ensino, entre outros.

Choppin (2002) esclarece que os historiadores começam a manifestar um real interesse pelos livros didáticos no decorrer dos anos 1970. O fim dessa década testemunha essa tomada de consciência com a publicação de contribuições que enfatizam a importância dos livros didáticos como fonte para os historiadores da educação, em diferentes países. Esse interesse pelos livros pode ser explicado pela riqueza e pelos vários olhares que podem atrair sobre eles. Além disso, eles constituem “um testemunho escrito, portanto permanente, infinitamente mais elaborado, mais detalhado, mais rico que as instruções que supõem preparar” (CHOPPIN, 2002, p 14).

É de se destacar ainda que os livros escolares assumem, conjuntamente ou não, múltiplas funções: o estudo histórico mostra que os livros didáticos exercem quatro funções essenciais, que podem variar consideravelmente segundo o ambiente sociocultural, a época, as disciplinas, os níveis de ensino, os métodos e as formas de utilização (CHOPPIN, 2004, p. 553).

Partindo deste pressuposto, os livros didáticos são instrumentos multifacetados, podendo assumir diferentes funções devido às condições mencionadas. Esta investigação se apoiará na função *instrumental* dos livros didáticos como elementos de categorização e descrição das fontes de pesquisa, que Choppin (2004) atribuiu a essas fontes, no sentido de que estes documentos apresentam diferentes abordagens, propõem exercícios ou atividades que visam facilitar a memorização dos

conhecimentos, vinculados às formas de aquisição das disciplinas escolares. Assim esta pesquisa busca estudar a história de um conteúdo escolar de aritmética: a prova dos nove.

Uma das referências fundamentais para a história das disciplinas escolares é a obra “História das disciplinas escolares: reflexões sobre um campo de pesquisa”, de André Chervel, que servirá como base teórico-metodológica para as análises dos livros didáticos de aritmética, editados no recorte temporal da pesquisa.

Em sua obra, Chervel (1990) aborda a noção de disciplina escolar, suas finalidades e as definições que este termo foi tendo ao longo dos anos, e caracteriza a disciplina como sinônimo de matéria ou conteúdo de ensino, defendendo que “disciplina é aquilo que se ensina e ponto final” (CHERVEL, 1990, p. 177). Segundo o autor, o ensino escolar é a parte da disciplina que põe em ação as finalidades da escola, sendo que a disciplina não deve se limitar à apresentação dos conteúdos de ensino, que são apenas meios para alcançar um fim. Cabe ao historiador das disciplinas, uma descrição detalhada do ensino em cada uma de suas etapas, além de descrever a evolução da didática, revelar as coerências dos diferentes procedimentos e pesquisar as razões das mudanças (CHERVEL, 1990).

Chervel (1990) ainda destaca a importância da utilização dos livros didáticos como fontes de pesquisa e salienta que, numa dada época o ensino é “grosso modo, idêntico, para a mesma disciplina e para o mesmo nível. Todos os manuais ou quase todos dizem então a mesma coisa, ou quase isso” (CHERVEL, 1990, p. 203). Trata-se do que o autor denominou de fenômeno da *vulgata*. Em diferentes momentos históricos a produção de manuais escolares se mantinha estável, ou seja, um conjunto de livros em determinada época apresentavam pouca variação entre si, de maneira que possuíam os mesmos conceitos ensinados, a mesma terminologia adotada e a organização de capítulos e os exemplos utilizados eram muito parecidos, quase que idênticos. Este conjunto de livros, num dado momento histórico que apresentavam pouquíssima variação, eram o que Chervel (1990) chamava de *vulgatas*.

A descrição e a análise dessa *vulgata* são a tarefa fundamental do historiador de uma disciplina escolar. [...] as *vulgatas* evoluem ou se transformam. As exigências intrínsecas de uma matéria ensinada nem sempre se acomodam numa evolução gradual e contínua. A história das disciplinas se dá frequentemente por alternância

de patamares e de mudanças importantes, até mesmo de profundas agitações. Quando uma nova vulgata toma o lugar da precedente, um período de estabilidade se instala que será apenas perturbado, também ele, pelas inevitáveis variações. [...] pouco a pouco, um manual mais audacioso, ou mais sistemático, ou mais simples do que os outros, destaca-se do conjunto, fixa os "novos métodos", ganha gradualmente os setores mais recuados do território, e se impõe. É a ele que doravante se imita, é ao redor dele que se constitui a nova vulgata (CHERVEL, 1990, p. 203-204).

Diante disso, nota-se a importância que a investigação dos livros didáticos traz para a escrita histórica de um conteúdo escolar, de modo que o historiador em contato com suas fontes de pesquisa deve identificar em suas análises os períodos de mudanças, as perturbações que ocorreram no ensino de uma determinada disciplina de cada tempo histórico.

Isso nos leva a pensar que a história da educação matemática se liga diretamente às transformações das vulgatas. Investigar como ocorreram essas transformações implicará investigar a própria história da educação matemática (VALENTE, 2008b, p. 143).

Portanto, essa dissertação terá como principal referencial teórico-metodológico para realização das análises dos livros didáticos, as concepções de Chervel (1990) já citadas, com intuito de procurar por livros didáticos que apresentem metodologias inovadoras acerca do conteúdo de ensino a ser investigado. Em outras palavras, busca-se identificar os “marcos” da prova dos nove por meio das análises dos livros, bem como as abordagens que se destacavam dentre as demais, aquelas que apresentavam inovações e conceitos diferenciados do conjunto de livros selecionados.

Vale salientar ainda que, segundo Valente (2008b), esta busca pode ser um trabalho árduo e algumas dificuldades podem aparecer ao pesquisador. Entre elas, destaca-se o grande número de textos que serão

manuseados a fim de identificar os possíveis manuais escolares¹⁴ inovadores. Além disso, muitas obras não estão datadas, outras datadas são reimpressões de tempos longínquos, o que leva o pesquisador a uma análise mais acurada que poderá ou não revelar suas origens, e que pode levá-lo inicialmente a pensar, que em determinado período não tenha ensinado a produção de uma *vulgata*. Também deve ser apontado que

Uma das tarefas mais difíceis do historiador é reunir os documentos de que pensa ter necessidade. Ser-lhe-ia difícil consegui-lo sem o socorro de diversos guias: inventários de arquivos ou de bibliotecas, catálogos de museus, repertórios bibliográficos de toda sorte (BLOCH, 2002, p. 82).

“São os problemas relativos à preservação do patrimônio documental, e sua progressiva deterioração que vêm motivando iniciativas em todo o mundo de elaboração de bibliotecas e acervos virtuais” (VALENTE, 2005, p. 187). Sendo assim, as buscas pelos livros didáticos de aritmética, editados no recorte temporal da pesquisa (1890-1970), serão primeiramente realizadas nos acervos dos primeiros Grupos Escolares, nos Arquivos Públicos e principalmente no Repositório Institucional da UFSC. Este último é um espaço virtual que conta com uma base de documentos digitais que se transformam em fontes na medida em que os mesmos são problematizados e utilizados nas pesquisas históricas. Além disso, essa documentação digitalizada está inserida num diretório intitulado “História da Educação Matemática”¹⁵, que se encontra disponível para consulta da comunidade científica. A inserção e manutenção desta base de dados é coordenada por um dos integrantes do GHEMAT e

[...] contou com a participação de diversos pesquisadores de distintas localidades e instituições e teve como propósito apresentar a digitalização de materiais relacionados à educação matemática nos primeiros anos da escolaridade.

¹⁴No decorrer deste trabalho utiliza-se os termos “livro didático”, “manual escolar” e “livro escolar” com o mesmo significado, adotando-se o termo original nas respectivas referências teórico-metodológicas.

¹⁵ Disponível em: <<https://repositorio.ufsc.br/handle/123456789/1769>>. Acesso em 02 fev. 2017.

Revistas pedagógicas, livros didáticos, manuais de ensino, provas de alunos e legislação escolar constituem a base dessa documentação (COSTA; VALENTE, 2015, p. 97).

Além disso, “o contínuo acesso e uso de fontes disponibilizadas nos acervos digitais pode suscitar novos conhecimentos com impacto direto na produção historiográfica” (COSTA, 2015b, p. 25). O repositório, além de ser uma ótima opção para alocação de fontes de pesquisa, facilita o trabalho do historiador à medida que este pode ter acesso a documentos encontrados e digitalizados por pesquisadores dos mais diversos lugares do Brasil e até de outros países.

Todos os livros didáticos encontrados durante esta pesquisa (seja nos acervos dos Grupos Escolares, em arquivos públicos ou, até mesmo, em acervos particulares) foram digitalizados e disponibilizados no repositório da UFSC. Desse modo, foram mapeadas todas as obras lá presentes a fim de identificar as que se enquadrem nos objetivos da pesquisa. Este rol de livros aparenta ser bastante representativo para as pesquisas, visto que representa a extensão e trabalho de muitos pesquisadores de diversos estados brasileiros. Esta dinâmica de trabalhos com o uso das fontes presentes do repositório

[...] cria um novo paradigma para as pesquisas históricas em educação matemática em âmbito nacional, quiçá transnacional, dado a mobilidade destes dados fomentados pelos interesses comuns de pesquisa orquestrados nos projetos temáticos em andamento no interior do Grupo (COSTA;VALENTE, 2015, p. 102).

Diante disso, o repositório “torna-se a pedra fundamental que oportuniza e viabiliza o intenso diálogo entre pesquisas. Seguindo este percurso metodológico, superam-se as tradicionais barreiras apresentadas pelas limitações geográficas” (COSTA, 2015a, p. 17).

Vale destacar que os livros presentes no repositório não são apenas obras encontradas ao acaso pelos pesquisadores do grupo, mas caracterizam um rol de fontes significativas. Dito de outra forma há indícios que esses livros didáticos foram adotados nas mais diversas escolas brasileiras e/ou de alguma forma são citados em documentos oficiais, ou ainda tiveram grande repercussão no Brasil.

Assim sendo, esta dissertação apresenta as análises dos livros didáticos editados no período de 1890 a 1970 que abordem o conteúdo

da prova dos nove e que sejam direcionados ao ensino primário. O objetivo é de destacar as diferentes abordagens e identificar as obras inovadoras, ou seja, as que se sobressaem perante as outras e que carregam os “marcos” deste conteúdo no recorte temporal da pesquisa. Lembrando que todo o trabalho com as fontes será mais bem detalhado no terceiro capítulo desta dissertação.

Agora que se compreendem melhor os referenciais teórico-metodológicos e os caminhos que esta pesquisa trilhou, faz-se necessário a apresentação do cenário das pesquisas na área.

1.2 Revisão de Literatura

A revisão de literatura é uma peça fundamental para um trabalho acadêmico, na medida em que auxilia o pesquisador a identificar estudos já realizados que se aproximam do seu tema de pesquisa. Além de colaborar de forma efetiva nas ideias da investigação, na coleta de referências e na formulação da pergunta de pesquisa, informando o pesquisador do que já foi feito e do que ainda pode ser explorado.

Esta revisão teve início com a busca pela palavra-chave “prova dos nove” em bancos de teses e dissertações da CAPES¹⁶. Foram encontrados diversos trabalhos de diferentes áreas que citam o manifesto literário do modernista Oswald de Andrade, publicado em uma revista de antropofagia de São Paulo, em maio de 1928. Esta expressão linguística aparece em dois trechos desse manifesto e Miguel (2010) em sua pesquisa explorou um pouco deste assunto mencionando que a prova dos nove,

[...] parece significar precisão, ou melhor, verificação da correção de algo que, no contexto do Manifesto, não mais se identifica, é claro, com a verificação da correção de cálculos aritméticos, mas com a “verificação da correção da proposta” que, através do uso metafórico da palavra “antropofagia”, está sendo feita pelo Manifesto: a “deglutição” da cultura do “outro interno ou externo”, isto é, da cultura colonizadora interna ou externa ou, até mesmo em um sentido mais amplo,

¹⁶Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior.

da “cultura estrangeira”, da “cultura que estranhamos”. Sob esta nossa interpretação do Manifesto, a “prova” dos nove aparece como a verificação da correção do prazer da deglutição (MIGUEL, 2010. p. 51).

Fora esses trabalhos que fazem menção a este manifesto, destaca-se a dissertação de Salvador (2012) intitulada “Uma história do ensino primário em tempos de modernização da matemática escolar, Vassouras 1950-1969”. A autora investigou as transformações ocorridas no ensino da matemática no curso primário de Vassouras/RJ, no período de 1950 a 1969. Para isso foram analisados livros didáticos, legislações, depoimentos orais e outros dados. Dentre esses documentos, observou-se a existência de provas que foram aplicadas em várias escolas e constatou-se que a cobrança da prova dos nove só aparecia no ano de 1952. A autora também analisou este conteúdo na obra “Lições Práticas de Aritmética, Geometria e Desenho” de Gaspar de Freitas, mencionando como este conteúdo foi abordado pelo autor. Também explica como proceder a simbologia da prova dos nove e o porquê dessa prova não ser sempre confiável. Além disso, Salvador mostra imagens de provas realizadas por alunos que apresentam a simbologia da prova dos nove ao lado de alguns cálculos realizados por eles.

Outro trabalho a se mencionar é a dissertação de Marques (2013) intitulada “Às portas da república: curso primário e aritmética escolar em Vassouras, 1887-1904”. O autor investiga que tipo de cultura escolar para o ensino de aritmética revela-se no curso primário no Município de Vassouras no início dos tempos republicanos. As fontes utilizadas foram provas de professores e alunos encontradas, além de alguns livros didáticos e legislações. No decorrer deste trabalho o autor menciona as provas para verificação dos cálculos e comenta que a prova dos nove desapareceu por completo dos livros atuais e da cultura escolar como um todo. Já a prova real é trabalhada atualmente, mesmo que com menor ênfase.

A revisão de literatura aponta a existência de poucas pesquisas que tratam da prova dos nove no campo da história da educação matemática. Podem-se destacar alguns trabalhos já concluídos (monografia, publicação em periódicos, anais de eventos e projetos de extensão de universidades) que dialogam com o tema desta dissertação: (MIGUEL; SOUZA, 2006); (CRUZ, 2009); (BEZERRA, 2013); (RODRIGUES, 1989); (OLIVEIRA; LUTOSA, 1998).

A pesquisa de Miguel e Souza (2006) intitulada “Um estudo sobre o processo de obsolescência de uma prática cultural: a prova dos nove” que estudou os processos de produção, circulação e apropriação da prova dos nove em diferentes contextos geopolíticos e institucionais, particularmente no contexto escolar brasileiro. Tal pesquisa está inserida no campo da história da educação matemática e se deu por meio da investigação de fontes de pesquisa orais (entrevistas com professores das escolas públicas da cidade de Campinas), escritas e/ou iconográficas. Os autores se debruçaram no estudo de quatro obras: a de *Al-Khowarizmi* – século XII – que foi traduzida para o francês, e trata-se do indício mais antigo da prova dos nove apresentado pelos autores; a de *Al-Uqlidisi* – escrita no ano 952 ou 853 d.C – que foi traduzida do árabe; a denominada *Artimética de Treviso* – publicada em 1478; e o *Tratado da Prática d’Aristmeytyca* – publicada em 1519.

A monografia de Cruz (2009) da Universidade Estadual do Oeste do Paraná (campus Cascavel), nomeada “Divisibilidade e Prova dos Noves” e inserida no campo da História da Matemática. Neste trabalho, a autora realizou um estudo sobre divisibilidade entre números naturais e inteiros, buscando compreender como este conteúdo é trabalhado nas salas de aula e para isso foram analisadas duas coleções de livros didáticos. Para a autora a prova dos nove é uma aplicação de divisibilidade, diante disso, foi elaborado um roteiro de estudo baseado na história da matemática, que permite a reinserção da prova dos nove em sala de aula como uma metodologia de ensino para abordar os conceitos de divisão e sistema de numeração.

As publicações que serão citadas a seguir serviram de apoio na realização deste trabalho, principalmente na escrita do segundo capítulo. Uma delas foi o artigo de Bezerra (2013), intitulado “Como me tornei professora de matemática: memórias resgatadas por meio da história da educação matemática”, publicado nos anais do XI Encontro Nacional de Educação Matemática, que ocorreu em Curitiba-PR, em 2013. A autora reflete sobre as práticas e saberes matemáticos de diferentes épocas que foram se constituindo ao longo dos tempos e interferindo na cultura local, com inspiração pelo artigo “Quem somos nós, professores de Matemática?” de Wagner Rodrigues Valente. Assim, ela buscou responder o seguinte questionamento: O que me tornei após a graduação: um matemático ou um educador matemático? Para isso, apresenta sua trajetória profissional e acadêmica por meio de recordações, documentos, questionários e entrevistas este trabalho, e dentre os fatos narrados, ela relembra suas primeiras aulas ministradas, em que ensinava a prova dos nove para seus alunos. Assim, é abordada a

prova dos nove e o noves-fora, e suas utilizações por comerciantes. Para exemplificar ela menciona seus próprios pais, que são comerciantes e ainda a utilizam para conferir cálculos.

Outra foi o artigo de Rodrigues (1989) publicado na Revista do Professor de Matemática, nomeado “A prova dos nove”, se propôs a responder algumas perguntas como: O que é a prova dos nove? Por que a prova dos nove? Por que funciona? Por que, às vezes, ela falha? O que é o “noves fora” de um número? Perguntas, as quais, também serão respondidas ao longo deste trabalho. E por último, e não menos importante, vale mencionar o trabalho de Oliveira e Lustosa (1998), que se preocuparam em demonstrar a prova dos nove para as quatro operações matemáticas, e também contribuíram para as demonstrações que se fazem presentes ao longo desta dissertação.

Também se buscou pelo termo “*vulgata*” no banco de teses de dissertação da CAPES e foram encontrados cinco trabalhos na área da Educação Matemática. Dentre eles a dissertação de Pires (2004), nomeado de “Livros didáticos e a matemática do ginásio: um estudo da *vulgata* para a reforma Francisco Campos”, que também fez uso das concepções de Chervel, no que se refere ao fenômeno das *vulgatas*. Pires (2004) buscou investigar como os livros didáticos escritos a partir da Reforma Francisco Campos, de 1931, organizaram e estabilizaram a disciplina de Matemática, por meio da constituição de uma *vulgata* para o ensino. Assim, foi verificado como alguns autores de livros que constituíram uma *vulgata* apropriaram-se das ideias da Reforma, elaborada por Euclides Roxo, para a nova disciplina.

Outro trabalho que se aproxima das ideias dessa pesquisa é a dissertação de Oliveira (2009), intitulada “A abordagem do conceito de função em livros didáticos ginásiais: uma análise em tempos modernos (décadas de 1960 e 1970)”. Assim, o autor analisou as diferentes abordagens do conteúdo das funções adotadas em livros didáticos de Matemática para o ginásio durante as décadas de 1960 e 1970. O estudo também se apoiou nas concepções de Chervel, a fim de verificar se houve ou não uma padronização (*vulgata*) desse ensino neste período.

Também se destaca a dissertação de Gonzales (2010), nomeada “Elementos históricos da educação matemática no contexto do Mato Grosso: uma análise de práticas do professor Firmo José Rodrigues (1920-1930)”. Este trabalho se propôs a identificar elementos históricos e culturais do ensino de Álgebra no contexto do Liceu Cuiabano, no período de 1920 a 1930. Foi realizada uma análise do texto didático do Professor Firmo José Rodrigues e outros livros didáticos adotados por ele. A condução dessa investigação teve como base as ideias propostas

por André Chervel, mostrando a existência de uma *vulgata* no período estudado e o surgimento de um manual inovador.

Outro trabalho que menciona as *vulgatas* é a dissertação de Paiva (2003) com o título: “A matemática escolar e o ENEM (1998 – 2002): o aparecimento de uma nova *vulgata*?” O autor investigou a influência do Exame Nacional do Ensino Médio (ENEM), de 1998 a 2002, no livro didático de Matemática do Ensino Médio e na disciplina de Matemática no Brasil. Assim, foram analisados dois livros didáticos anteriores a 1998 e dois posteriores a 2002. Constatou-se que os livros mantinham praticamente os mesmos conteúdos do período anterior ao ENEM, e depois disso foram se transformando com base nas habilidades e competências relacionados ao exame, caracterizando uma *vulgata*.

Por fim, e não menos importante, destaca-se o trabalho de Reis (2008), intitulado “Um estudo sobre a história da matemática em livros didáticos do Ensino Fundamental entre 1970 e início do século XXI”. Neste trabalho a autora investigou como tem sido apresentada a História da Matemática nos livros didáticos mais usados no Ensino Fundamental, entre a década de 1970 e início do século XXI, no município da Serra/ES. Para isso Reis (2008) realizou uma pesquisa sobre o Plano Nacional do Livro Didático (PNLD) que seleciona e distribui os livros didáticos para todos os alunos matriculados nas escolas das redes públicas no ensino fundamental. Assim, foi escolhida uma coleção de livros de cada década e observou-se que as abordagens da História da Matemática passaram por algumas mudanças durante o decorrer dos anos. A autora constatou que os livros das décadas de 1980 e 1990 possuíam pouquíssimas mudanças nos textos das partes históricas, o que reforçou o embasamento teórico elaborado por Chervel (1990) quanto a presença de uma *vulgata*.

Com a revisão de literatura foi possível destacar alguns trabalhos concluídos que dialogam com o tema desta dissertação no que diz respeito ao conteúdo escolar da prova dos nove e a análise de documentos históricos que caracterizem uma *vulgata*. Todos de alguma forma contribuíram para a trajetória desta pesquisa e para a escolha do tema em questão. Vale ressaltar que nenhum dos trabalhos procurou analisar em livros didáticos de aritmética, para o ensino primário, as diferentes abordagens da prova dos nove (que é o que se propõe a fazer nessa dissertação).

Mas, antes de dar início às análises nos livros didáticos, faz-se necessário compreender um pouco mais a fundo o conteúdo que se propõe a investigar: a prova dos nove. Dessa forma, o próximo capítulo apresentará os primeiros indícios desse conteúdo, as diferentes maneiras

de interpretá-lo, suas demonstrações matemáticas e a diferença de significado entre “prova dos nove” e “noves-fora”.

CAPÍTULO 2. A PROVA DOS NOVE: Aprofundamentos

A prova dos nove em tempos passados fez parte dos conteúdos dos livros didáticos, livretos de tabuadas e também foi ensinada nas escolas. Além disso, é considerada por alguns autores como uma das provas de verificação de cálculo escrito mais utilizadas antigamente.

Lembro que na época que iniciei a universidade e comecei a ministrar aulas, ensinávamos os alunos a decorar a tabuada e assim, na resolução de operações com números naturais ensinávamos além da prova real, também a “prova dos nove-fora”, que se encontra presente ainda nos livretos de tabuada, os quais são vendidos em papelarias do Estado, sendo que esta prova ainda é aplicada por alguns comerciantes locais (BEZERRA, 2013, p. 9).

Assim, nas décadas passadas para conferir alguns cálculos utilizavam-se as “famosas” prova real ou a prova dos nove, a qual deixou de ser ensinada nas escolas com o passar dos anos e não se nota mais a presença deste conteúdo nos livros didáticos atuais.

Enfim, percebemos que mesmo não sendo mais utilizada em sala de aula, a prova dos nove é um método que ainda é utilizado por alguns comerciantes para verificar se existem erros realizados nas quatro operações. Nela se escondem conceitos como divisibilidade, decomposição decimal de um número natural e indução matemática (BEZERRA, 2013, p. 12).

Desse modo, a prova dos nove não está somente ligada às operações fundamentais, mas também a outros conteúdos matemáticos como mencionado. Além disso, esta prova é tratada de diferentes maneiras para alguns autores. Para Ribeiro (2014), a prova dos nove é uma **regra** que permite saber se uma operação de adição, subtração, divisão ou multiplicação foi realizada corretamente. Já para Esquina (2013), trata-se de um **método** para identificar erros em operações com números naturais, além de ser um exemplo bem simples de aplicação das propriedades de congruência. Já para Oliveira e Lutosa (1998), a

prova dos nove não passava da **aplicação de uma regra técnica** para verificar os resultados de operações aritméticas.

A prova dos nove é interpretada de diferentes maneiras em algumas pesquisas (MIGUEL, 2010; RIBEIRO, 2014; ESQUINA, 2013; OLIVEIRA; LUTOSA, 1998). Segundo Miguel (2010, p. 5), “melhor seria conceber a “prova” dos nove como uma prática sociocultural de verificação da correção de um cálculo escrito, e não como um conteúdo escolar autônomo”. Desse modo, para o autor trata-se de uma **prática sociocultural**, uma vez que a prática social é também uma prática cultural e vice-versa, pois, quando se refere a uma prática mesmo que seja realizada por uma só pessoa é considerada social por envolver a memória de um conjunto de ações que estão relacionadas aos integrantes de uma comunidade humana. Além disso, uma prática é sempre geradora de cultura e por isso deve ser sempre considerada como cultural.

Como visto a prova dos nove é considerada de diferentes maneiras para os autores: regra; método; aplicação de uma regra técnica; prática sociocultural. Cabe mencionar que nesta pesquisa a prova dos nove será considerada como um **conteúdo de ensino** segundo a perspectiva de André Chervel de que conteúdos de ensino, disciplinas escolares ou matérias são “aquilo que *se* ensina e ponto final” (CHERVEL, 1990, p. 177). Segundo o autor, os conteúdos de ensino

[...] são concebidos como entidades *sui generis*, próprios da classe escolar, independentes, numa certa medida, de toda a realidade exterior à escola, e desfrutando de uma organização, de uma economia interna e de uma eficácia que elas não parecem dever a nada, além delas mesmas, quer dizer, a sua própria história (CHERVEL, 1990, p. 180).

Desse modo, o autor considera que os conteúdos de ensino são autônomos das ciências, uma vez que a escola é quem produz estes saberes. Além disso, o papel inicial do “historiador *das* disciplinas escolares é estudar os conteúdos explícitos do ensino disciplinar” (CHERVEL, 1990, p. 203).

Todas as disciplinas, *ou* quase todas, apresentam-se sobre este plano como *corpus* de conhecimentos, providos de uma lógica interna, articulados em torno de alguns temas específicos,

organizados em planos sucessivos claramente distintos e desembocando em algumas ideias simples e claras, ou em todo caso encarregadas de esclarecer a solução de problemas mais complexos (CHERVEL, 1990, p. 203).

Tendo isto em vista, esta pesquisa tem como objetivo identificar as características de um conteúdo de ensino no recorte temporal de estudo (1890-1970), a fim de compreender esta “lógica interna” e a organização da prova dos nove nos livros didáticos editados naquela época. Mas, antes de iniciar o trabalho com as fontes alguns questionamentos se fazem presentes: Quais foram os primeiros indícios dessa prova? Quando surgiu? Desde quando começou a ser utilizada nas escolas?

Não foram encontradas referências que apontem a origem da prova dos nove, e desde quando é utilizada nas aulas de matemática, ou até mesmo fora delas. O que se encontra são alguns indícios que apontam que a prova dos nove não é um conceito de décadas passadas, mas de séculos. David Eugene Smith, em sua obra “History of Mathematics” ao se referir à prova dos nove, relata que:

[...] A origem do método é obscura. Encontra-se [método] nas obras de vários escritores árabes, incluindo al-Khowârizmî (c.825), al- Karkhî (c. 1020), Behâ Eddîn (c. 1600), e outros. Avicenna (c. 1020), no entanto, ao discutir este conteúdo, trata-o como um método hindu (SMITH, 1958, p. 151, *tradução nossa*).

Ante o que foi exposto, este conteúdo era tratado por vários escritores árabes em séculos passados, incluindo o matemático Al-Khowârizmî que viveu no século IX. Esta concepção foi seguida por diversas outras aritméticas árabes e nelas geralmente se ensinavam regras para efetuar cálculos modelados nos algoritmos hindus. Um dos processos que estavam presentes na aritmética de Al-Khowârizmî, usado para testar cálculos aritméticos, é o que conhecemos hoje como noves-fora (EVES, 2004).

Porém, muito antes do que isso, no século III, o teólogo Hipólito que parece ter sido bispo do Porto de Roma na Itália, foi “mencionado por ter dado os métodos da ‘prova’ de um cálculo denominado ‘noves e setes-fora’” (CAJORI, 2007, p. 87). Assim, este foi o primeiro indício encontrado da origem da prova dos nove e,

segundo Cajori (2007), por mais que os hindus testassem os cálculos usando o método do noves-fora, este processo não é de origem indiana, pois Hipólito já o conhecia.

Cabe mencionar também que a primeira obra de matemática impressa em língua portuguesa foi o livro “Tratado de Pratica d’Arismetyca”, escrito por Gaspar Nicolas e publicado em 1519 na cidade de Lisboa. A obra destinava-se a um público adulto envolvido com a prática comercial. Esta obra já apresentava a prova dos nove como verificação para as operações aritméticas. Desse modo, em todas elas o autor explicava brevemente o modo de se proceder, apresentava um exemplo numérico e propunha a confirmação do resultado por meio da prova dos nove ou dos sete, ou por meio da operação inversa (MIGUEL; SOUZA, 2006).

Desse modo, são levantados alguns questionamentos: Por que a ênfase na prova dos nove em detrimento de outras? Por que não a prova dos dois, três, quatro... Ou mesmo a prova dos sete, como apareceu na obra de Gaspar Nicolas? Uma das hipóteses para este fato é que

Não existe nenhuma restrição teórica em utilizarmos, por exemplo, uma prova dos quinze. O problema é essencialmente de ordem prática, pois o resto da divisão de um número natural não nulo por 15 não é obtido tão simplesmente quanto o resto da divisão por 9. [...] cada número natural e a soma dos algarismos da sua decomposição decimal deixam o mesmo resto quando divididos por nove (OLIVEIRA; LUTOSA, 1998, p. 21).

Partindo do que foi exposto, parece que há uma explicação na matemática que justifica a praticidade de uma determinada prova frente a outras, visto que existe uma regra prática que facilita encontrar o resto da divisão de um número natural por 9 (cálculo do noves-fora). Para melhor compreensão da citação anterior, a seguir são apresentadas as demonstrações matemáticas da prova dos nove para as quatro operações, mas antes, cabe salientar que, ao contrário do que muitos pensam as expressões “prova dos nove” e “noves-fora” não apresentam o mesmo significado. Veremos primeiramente qual é essa diferença.

2.1 Noves-fora de um número natural

Calcular, tirar ou extrair o noves-fora¹⁷ de um número natural qualquer n , significa subtrair deste número o maior múltiplo de nove nele contido, o que é equivalente a encontrar o resto da divisão deste número n por 9. Por exemplo, para tirar o noves-fora do número 50, deve-se subtrair de 50 o maior múltiplo de 9 nele contido, ou seja, o maior múltiplo de nove menor que 50 é o 45 (que equivale a 9 multiplicado por 5). Logo, $50 - 45 = 5$. Desse modo, diz-se que 50 noves-fora é igual a 5.

Porém, existe uma maneira mais simples de se obter o noves-fora de um dado número natural, na qual se soma os algarismos deste dado número que se deseja obter o noves-fora. A partir deste novo valor obtido, se o mesmo possuir mais de dois algarismos, realiza-se a soma novamente até restar um número de um único algarismo. Desse modo, para tirar o noves-fora de 452 usando este modo mais simples, deve-se somar os algarismos do número dado, ou seja, $4 + 5 + 2 = 11$, em seguida somam-se os algarismos do valor obtido até restar um único algarismo, que nesse caso é o 2, isto é, $1 + 1 = 2$. Assim, 452 noves-fora é igual a 2, ou ainda, o resto da divisão de 452 por 9 resulta em 2.

Esta regra prática de se obter o resto da divisão de um número n por 9 por meio da soma consecutiva de seus algarismos pode ser demonstrada matematicamente:

Primeiramente vamos mostrar, por indução, que $10^n - 1$ é múltiplo de 9, para todo $n \geq 1, n \in \mathbb{N}$.

Demonstração 1:

Para $n = 1$ temos que $10^1 - 1 = 10 - 1 = 9$. Portanto é múltiplo de 9.

Hipótese de indução: $10^n - 1 = 9c$, com $c \geq 1, c \in \mathbb{N}$.

Objetivo: Provar que $10^{n+1} - 1$ é múltiplo de 9, ou seja, que existe um $y \in \mathbb{N}$, tal que $10^{n+1} - 1 = 9y$.

¹⁷Utiliza-se ao longo do trabalho as expressões “tirar o noves-fora”, e “extrair o noves-fora” com o mesmo significado, referindo-se ao cálculo do noves-fora, por se tratar dos termos utilizados nos livros didáticos analisados. Infere-se que a ideia do verbo tirar/extrair se dá devido ao fato de diminuir de um número natural o maior múltiplo de nove nele contido, ou seja, “tirar o maior múltiplo de nove”.

Vamos supor que $10^n - 1$ é múltiplo de 9, para todo $n \in \mathbb{N}$. Então, seja $i = n + 1$, temos que

$$\begin{aligned} 10^i - 1 &= 10^{n+1} - 1 = 10^n \cdot 10^1 - 1 = 10^n \cdot (9 + 1) - 1 \\ &= 9 \cdot 10^n + 10^n - 1 \end{aligned}$$

Pela hipótese de indução temos que $10^n - 1 = 9c$, logo:

$$9 \cdot 10^n + 10^n - 1 = 9 \cdot 10^n + 9c = 9 \cdot (10^n + c)$$

Vamos chamar $y = (10^n + c)$, concluímos que $10^i - 1 = 9y$, ou seja, $10^{n+1} - 1 = 9y$. E assim provamos que $10^n - 1$ é múltiplo de 9, para todo $n \geq 1, n \in \mathbb{N}$.

Agora vamos provar que o resto da divisão de um número natural por 9 é o mesmo que a soma consecutiva de seus algarismos, que de fato é o que se quer provar no início, e o que diz respeito ao noves-fora. Ou seja, vamos provar que um número natural é divisível por 9 se, e somente se, a soma de seus algarismos for divisível por 9.

Demonstração 2:

Seja $(x_n \dots x_2 x_1 x_0)$ a representação decimal de um número natural x , em que x_i é um algarismo do sistema de numeração decimal para todo $i \in \mathbb{N}$, com $0 \leq i \leq n$.

Hipótese de indução: $x = 9q + r$, com $q, r \in \mathbb{N}$ e $0 \leq r < 9$ (Teorema do Algoritmo da Divisão¹⁸).

Objetivo: Provar que $x' = (x_n + \dots + x_2 + x_1 + x_0) = 9q' + r$, com $q' \in \mathbb{N}$.

¹⁸O Algoritmo da Divisão (também conhecido como algoritmo de Euclides) aparece nos elementos de Euclides (c.300 a.C.) como um teorema. Ele é velho conhecido até das crianças: corresponde à nossa conhecida 'conta de dividir', que aprendemos nas séries iniciais do ensino fundamental, ainda no universo dos números naturais. [...] é possível verificar se a conta está correta verificando se ocorre a igualdade *dividendo* = (*divisor*).(*quociente*) + *resto*. [...] Teorema do Algoritmo da Divisão em \mathbb{N} : Sejam a e b números naturais com $b \neq 0$; Então existe um único par de números naturais q e r de modo que $a = b \cdot q + r$, com $0 \leq r < b$ (CARVALHO; GIMENEZ, 2006, p.85-86).

A decomposição decimal do número natural x pode ser representada da seguinte maneira:

$$x = (10^n \cdot x_n + \dots + 10 \cdot x_2 + 10 \cdot x_1 + x_0)$$

Logo podemos escrever:

$$\begin{aligned} x &= (10^n \cdot x_n + \dots + 10^2 \cdot x_2 + 10 \cdot x_1 + x_0) \\ &= [(10^n - 1 + 1)x_n + \dots + (10^2 - 1 + 1)x_2 + (10 - 1 + 1)x_1 + x_0] \\ &= [(10^n - 1)x_n + \dots + (10^2 - 1)x_2 + (10 - 1)x_1 + x_n + \dots + x_2 \\ &\quad + x_1 + x_0] \end{aligned}$$

Pela demonstração 1, temos que $10^n - 1 = 9c$. Assim, podemos escrever:

$$x = [(9c_n) \cdot x_n + \dots + (9c_2) \cdot x_2 + (9c_1) \cdot x_1 + x_n + \dots + x_2 + x_1 + x_0]$$

Seja b um número natural, tal que $b = (9c_n) \cdot x_n + \dots + (9c_2) \cdot x_2 + (9c_1) \cdot x_1$, observe que b é um múltiplo de 9, pois consiste na soma de múltiplos de 9. Assim, $x = b + x'$.

Como $x = 9q + r$ (hipótese de indução), temos que:

$$9q + r = b + x'$$

E como b é um múltiplo de 9, podemos escrever $b = 9q''$, com $q'' \in \mathbb{N}$. Logo,

$$\begin{aligned} (9q + r) &= 9q'' + x' \\ x' &= 9q + r - 9q'' \\ x' &= 9q - 9q'' + r \end{aligned}$$

Seja $q' = (9q - 9q'')$, temos que $x' = q' + r$

Então x e $x' = (x_n + x_{n-1} + \dots + x_1 + x_0)$ deixam o mesmo resto quando divididos por 9. Portanto, pode-se garantir que os restos das divisões de um número natural e da soma dos seus algarismos por 9 são iguais, assim, acaba-se de demonstrar a regra prática do noves-fora.

Já a prova dos nove se refere ao procedimento no qual utilizamos o noves-fora de números naturais para verificar se o resultado

das quatro operações fundamentais envolvendo tais números está correto (OLIVEIRA; LUTOSA, 1998).

Vale mencionar que a prova dos nove acusa o erro quando o resultado de uma operação matemática está errado, porém ao aplicar a prova dos nove e ela acusar que não há erros, ainda assim, pode ser que a operação esteja errada. Mas, por que isso acontece? Por que nem sempre pode-se confiar na prova dos nove para verificar um cálculo? A seguir, será apresentado como realizar a prova dos nove para as quatro operações aritméticas e as demonstrações matemáticas das mesmas, para posteriormente responder-se tais questões.

2.2 Demonstração da prova dos nove para as quatro operações fundamentais¹⁹

2.2.1 Adição

Para verificar o resultado de uma adição por meio da prova dos nove, deve-se calcular o noves-fora de cada uma das parcelas da operação e somá-los. Em seguida, verificar se o valor dos noves-fora dessa adição é igual ao valor dos noves-fora do resultado (soma ou total).

Exemplo: Supõe-se que a adição realizada foi:

¹⁹ Cabe mencionar que a prova dos nove se insere na teoria dos números (ramo da matemática que estuda propriedades dos números em geral, e em particular dos números inteiros) e tem como base a operação modular, no que se refere à “a relação de *congruência módulo m*, que tem estreita ligação com o Algoritmo da Divisão e, de modo mais geral, com a divisibilidade em \mathbb{Z} ” (CARVALHO; GIMENEZ, 2006, p.126). Assim, destacam-se algumas definições (que darão subsídio as demonstrações apresentadas ao longo deste capítulo) como, ***a***, ***b*** em números inteiros e ***m*** > 1:

- **DEFINIÇÃO 1:** Diz-se que $a \equiv b(\text{mod } m)$ se e somente se m é um divisor de $a - b$;
- **DEFINIÇÃO 2:** Diz-se que $a \equiv b(\text{mod } m)$ se e somente se o resto de a dividido por n e da divisão de b por n são iguais;
- **DEFINIÇÃO 3:** Se $a_1 \equiv b_1(\text{mod } m)$ e $a_2 \equiv b_2(\text{mod } m)$ então $a_1 + a_2 \equiv b_1 + b_2(\text{mod } m)$ e $a_1 a_2 \equiv b_1 b_2(\text{mod } m)$.

$$\begin{array}{r} 224 \\ + 456 \\ \hline 680 \end{array}$$

Verificando por meio da prova dos nove:

Noves-fora da 1ª PARCELA: $2 + 2 + 4 = 8$

Noves-fora da 2ª PARCELA: $4 + 5 + 6 = 15 \rightarrow 1 + 5 = 6$

Soma do noves-fora das parcelas: $8 + 6 = 14$

Noves-fora dessa soma (se possível): $1 + 4 = 5$

Noves-fora da soma ou total (resultado): $6 + 8 + 0 = 14 \rightarrow$

$1 + 4 = 5$

Como o noves-fora da adição do noves-fora das parcelas é igual ao noves-fora da soma ou total (resultado), então diz-se que a operação passou na prova dos nove.

Vamos provar o noves-fora da soma do noves-fora das parcelas (a e b) é igual ao noves-fora do resultado (c), ou seja, que a soma dos restos da divisão de $(a + b)$ por 9 é o mesmo que da divisão de (c) por 9.

Demonstração 3:

Sejam a, b e c números naturais tais que $a + b = c$, então pelo Algoritmo da Divisão podemos escrever $a = 9q_1 + r_1$, $b = 9q_2 + r_2$ e $c = 9q_3 + r_3$, onde q_1, q_2, q_3, r_1, r_2 e r_3 são números naturais e $0 \leq r_1 < 9$, $0 \leq r_2 < 9$ e $0 \leq r_3 < 9$. Segue que,

$$9q_1 + r_1 + 9q_2 + r_2 = 9q_3 + r_3, \text{ logo}$$

$$9(q_1 + 9q_2) + r_1 + r_2 = 9q_3 + r_3$$

Como $9(q_1 + 9q_2)$ e $9q_3$ são múltiplos de 9

e r_1, r_2 e r_3 são menores do que 9,

então, $r_1 + r_2 = r_3$

A partir desta última igualdade pode-se concluir que a soma dos restos da divisão de $(a + b)$ por 9 é igual ao resto da divisão de (c) por 9, pois r_1, r_2 e r_3 são números menores do que 9. Portanto, está demonstrada a prova dos nove para a adição.

Cabe salientar que, o que a prova dos nove faz é substituir $a_1 + a_2$ por $r_1 + r_2$ e verificar se, quando divididos por 9, eles deixam o mesmo resto. Se isso não ocorrer, uma das duas (ou ambas as) operações

estão erradas. Dada à simplicidade da determinação de r_1 e r_2 e da soma $r_1 + r_2$ (afinal os dois números são menores do que 9), é muito mais provável que o erro esteja na operação original (RODRIGUES, 1989).

2.2.2 Subtração

O caso da subtração é muito parecido com o da adição, mas neste caso, adota-se a prova real e deve-se calcular o noves-fora do minuendo, do subtraendo e do resultado (resto ou diferença) obtido. A prova dos nove da subtração está relacionada com a prova real, assim o valor dos noves-fora da soma obtida dos noves-fora do subtraendo e do resultado deve coincidir com o valor dos noves-fora do minuendo.

Exemplo: Supõe-se que a subtração realizada foi

$$\begin{array}{r} 750 \\ - 238 \\ \hline 512 \end{array}$$

Verificando por meio da prova dos nove:

Noves-fora do minuendo: $7 + 5 + 0 = 12 \rightarrow 1 + 2 = 3$

Noves-fora do subtraendo: $2 + 3 + 8 = 13 \rightarrow 1 + 3 = 4$

Noves-fora do resultado: $5 + 1 + 2 = 8$

Soma do noves-fora do resultado e do subtraendo: $8 + 4 = 12$

Noves-fora dessa soma: $1 + 2 = 3$

Como o noves-fora da soma do noves-fora do resultado e do subtraendo é igual ao noves-fora do minuendo, conclui-se, que a operação passou na prova dos nove.

Agora vamos provar o noves-fora da soma do noves-fora do resultado (c) e do subtraendo (b) é igual ao noves-fora do minuendo (a), ou seja, que a soma dos restos da divisão de (b + c) por 9, é o mesmo que da divisão de (a) por 9.

Demonstração 4:

Sejam a, b e c números naturais tais que $a - b = c$, representando números quaisquer de uma subtração, então pelo Algoritmo da Divisão pode-se escrever $a = 9q_1 + r_1$, $b = 9q_2 + r_2$ e

$c = 9q_3 + r_3$, onde q_1, q_2, q_3, r_1, r_2 e r_3 são números naturais e $0 \leq r_1 < 9$, $0 \leq r_2 < 9$ e $0 \leq r_3 < 9$. Segue que,

$$\begin{aligned} 9q_1 + r_1 - (9q_2 + r_2) &= 9q_3 + r_3, \text{ pode-se escrever} \\ 9q_1 + r_1 &= 9q_3 + r_3 + 9q_2 + r_2 \\ \mathbf{9q_1 + r_1} &= \mathbf{9(q_3 + q_2) + r_3 + r_2}, \end{aligned}$$

Como $\mathbf{9q_1}$ e $\mathbf{9(q_3 + q_2)}$ são múltiplos de 9
e r_1, r_2 e r_3 menores do que 9,
então, $r_1 = r_3 + r_2$

A partir desta última igualdade pode-se concluir que a soma dos restos da divisão de $(b + c)$ por 9, é o mesmo que da divisão de (a) por 9. Portanto, está demonstrada a prova dos nove para a subtração.

2.2.3 Multiplicação

A prova dos nove da multiplicação consiste em calcular o noves-fora de cada um dos fatores da operação, e o noves-fora do produto desses valores deve coincidir com o noves-fora do resultado.

Exemplo: Supõe-se que a multiplicação realizada foi

$$\begin{array}{r} 542 \\ \times 26 \\ \hline 3252 \\ 1084+ \\ \hline 14092 \end{array}$$

Verificando por meio da prova dos nove:

Noves-fora do 1º FATOR: $5 + 4 + 2 = 11 \rightarrow 1 + 1 = 2$

Noves-fora do 2º FATOR: $2 + 6 = 8$

Noves-fora do resultado: $1 + 4 + 0 + 9 + 2 = 16 \rightarrow 1 + 6 = 7$

Produto do noves-fora dos fatores: $2 \times 8 = 16$

Noves-fora desse produto: $1 + 6 = 7$

Como o noves-fora do produto do noves-fora dos fatores é igual ao noves-fora do resultado, operação passou na prova dos nove.

Agora vamos provar o nove-fora do produto do nove-fora dos fatores $(a \text{ e } b)$ é igual ao nove-fora do resultado (c) , ou seja, que o resto da divisão de $(a \cdot b)$ por 9 é o mesmo que o resto da divisão de (c) por 9.

Demonstração 5:

Dados os números naturais a, b e c tais que $a \cdot b = c$, então pelo Algoritmo da Divisão pode-se escrever $a = 9q_1 + r_1$, $b = 9q_2 + r_2$ e $c = 9q_3 + r_3$, onde q_1, q_2, q_3, r_1, r_2 e r_3 são números naturais e $0 \leq r_1 < 9$, $0 \leq r_2 < 9$ e $0 \leq r_3 < 9$. Segue que,

$$\begin{aligned} (9q_1 + r_1) \cdot (9q_2 + r_2) &= 9q_3 + r_3, \text{ logo} \\ 81q_1q_2 + 9q_1r_2 + 9q_2r_1 + r_1r_2 &= 9q_3 + r_3, \text{ então} \\ \mathbf{9(9q_1q_2 + q_1r_2 + q_2r_1)} + r_1r_2 &= \mathbf{9q_3 + r_3} \end{aligned}$$

Como $\mathbf{9(9q_1q_2 + q_1r_2 + q_2r_1)}$ e $\mathbf{9q_3}$ são múltiplos de 9 e r_1, r_2 e r_3 são menores do que 9, então $r_1r_2 = r_3$

Desse modo, demonstra-se que o resto da divisão de $(a \cdot b)$ por 9 é o mesmo que o resto da divisão de (c) por 9. Portanto, está demonstrada a prova dos nove para a multiplicação.

2.2.4 Divisão

O algoritmo da divisão euclidiana nos diz que em uma divisão, o quociente multiplicado pelo divisor e somado com o resto, resulta no dividendo, ou seja, se dividir a por b e resultar em c com resto r , então tem-se que $(b \cdot c) + r = a$. Desse modo, a prova dos nove da divisão está relacionada com o algoritmo da divisão na medida em que são realizados os nove-fora. Assim, precisa-se calcular o nove-fora do divisor (b) e do quociente (c) , multiplicar um valor pelo outro e tirar o nove-fora (quando possível). Em seguida, soma-se este resultado com o nove-fora do resto (r) da divisão e tira-se novamente o nove-fora (quando possível). Por fim, deve-se comparar esse valor encontrado com o nove-fora do dividendo (a) . Segue um exemplo para ficar mais claro:

Exemplo: Supõe-se que a divisão realizada foi:

$$\begin{array}{r}
 782 \overline{) 35} \\
 \underline{-70} \quad 22 \\
 82 \\
 \underline{-70} \\
 12
 \end{array}$$

Verificando por meio da prova dos nove:

Noves-para do Divisor: $3 + 5 = 8$

Noves-para do Quociente: $2 + 2 = 4$

Produto dos dois nove-para calculados acima: $4 \times 8 = 32 \rightarrow 3 + 2 = 5 (*)$

Noves-para do resto: $1 + 2 = 3 (**)$

Noves-para de $(*) + (**)$: $5 + 3 = 8$

Noves-para do dividendo: $7 + 8 + 2 = 17 \rightarrow 1 + 7 = 8$

Como o nove-para, do produto do nove-para do quociente e do divisor somado com o nove-para do resto, é igual ao nove-para do dividendo, a operação passou na prova dos nove.

Agora vamos provar que o resto da divisão do dividendo (a) por 9 é igual ao resto da divisão do quociente (b), multiplicado pelo divisor (c) e somado do resto (d), por 9.

Demonstração 6:

Dados os números naturais a, b, c e d tais que $a = (b \cdot c) + d$, onde $0 \leq d < b$ então pelo Algoritmo da Divisão pode-se escrever $a = 9q_1 + r_1$, $b = 9q_2 + r_2$, $c = 9q_3 + r_3$ e $d = 9q_4 + r_4$, onde $q_1, q_2, q_3, q_4, r_1, r_2, r_3$ e r_4 são números naturais e $0 \leq r_1 < 9$, $0 \leq r_2 < 9$, $0 \leq r_3 < 9$ e $0 \leq r_4 < 9$. Segue que,

$$\begin{aligned}
 (9q_1 + r_1) &= (9q_2 + r_2) \cdot (9q_3 + r_3) + 9q_4 + r_4, \text{ logo} \\
 (9q_1 + r_1) &= 81q_2q_3 + 9q_2r_3 + 9q_3r_2 + r_2r_3 + 9q_4 + r_4, \\
 &\text{então pode-se escrever}
 \end{aligned}$$

$$9q_1 + r_1 = 9(9q_2q_3 + q_2r_3 + q_3r_2 + q_4) + r_2r_3 + r_4$$

Como $9q_1, 9(9q_2q_3 + q_2r_3 + q_3r_2 + q_4)$ são múltiplos de 9 e r_1, r_2, r_3 e r_4 são menores do que 9,

$$\text{então } r_1 = r_2r_3 + r_4$$

Então, o resto da divisão de (a) por 9 é igual ao resto da divisão de $(b.c) + d$ por 9. Portanto, a prova dos nove está demonstrada para a divisão. Agora que a prova dos nove foi demonstrada para as quatro operações aritméticas, volta-se nos seguintes questionamentos: Por que ela falha? Por que não pode-se confiar nesta prova de verificação?

O fato é que se a operação matemática estiver certa, e o aluno executar corretamente a prova dos nove, ela irá confirmar a exatidão dessa resposta. Porém, se a operação estiver errada há a possibilidade de a prova dos nove não detectar o erro. Isso ocorre porque a prova dos nove se baseia na soma dos algarismos de um número e, por exemplo, caso tenha ocorrido uma inversão na ordem desses algarismos, a soma continuará a mesma e o erro não será detectado pela prova dos nove. Ou seja, se o resultado for 145 e o aluno colocar 154, a prova dos nove apontará que a operação está correta, pois ambas as respostas ao tirar o nove-fora resultam em 1. Da mesma forma, se o aluno obtiver um resultado completamente diferente, e o nove-fora desse resultado der o mesmo valor do resultado correto, a prova dos nove não detectará o erro. Desse modo, se nesta mesma operação o aluno responder 136, por exemplo, o nove-fora continuará dando 1, assim como se responder 172, 163, 118, 235 e outras várias alternativas. Portanto a prova dos nove é uma condição necessária e não suficiente.

Agora que se compreende o procedimento da prova dos nove para as quatro operações fundamentais e a regra prática de calcular o nove-fora de um número natural, ficam os seguintes questionamentos: Como esta prova era ensinada na escola em épocas passadas? Ou melhor, como ela era abordada pelos autores em seus livros didáticos? Quais as orientações para o ensinamento deste conteúdo?

CAPÍTULO 3. UM OLHAR SOBRE A PROVA DOS NOVE EM LIVROS DIDÁTICOS DE ARITMÉTICA

Como já mencionado, as fontes privilegiadas desta pesquisa foram os livros didáticos de aritmética editados no período de 1890 a 1970. A fim de fundamentar as análises, apoia-se nas perspectivas teóricas de Alain Choppin que direcionou muito de suas pesquisas ao estudo desses documentos. De acordo com esse autor, o interesse em pesquisar os livros escolares se manifestou com maior ênfase no decorrer dos anos 1970. O fim dessa década testemunhava relevantes contribuições que destacavam a importância de se utilizar os livros como fontes de pesquisa para os historiadores da educação, em diferentes países (CHOPPIN, 2002).

Há alguns obstáculos em utilizar livros como fontes de pesquisa. O primeiro deles é a forma correta de nomeá-los. Costa (2015a) explica que há diferentes nomenclaturas utilizadas – livros didáticos, livro texto, manuais escolares ou ainda livros escolares – que variam de acordo com a localidade. Tais dificuldades são abordadas também por Bittencourt:

Apesar de ser um objeto bastante familiar e de fácil identificação, é praticamente impossível defini-lo. Pode-se constatar que o livro didático assume ou pode assumir funções diferentes, dependendo das condições, do lugar e do momento em que é produzido e utilizado nas diferentes situações escolares (BITTENCOURT, 2004, p. 471).

O trabalho de Choppin (2009) discute as várias expressões utilizadas pelos historiadores de diferentes localidades para se referenciar aos livros didáticos, e esclarece que, “na maioria das vezes, é difícil, até impossível, de determinar o que as diferenciam. Tudo parece ser uma questão de contexto, de uso, até de estilo” (CHOPPIN, 2009, p. 19).

Os franceses utilizam assim indiferentemente, entre outros termos, *manuels scolaires*, *livres scolaires* ou *livres de classe*; os italianos recorrem especialmente à *libri scolastici*, *libri per la scuola* ou *libri di testo*; os espanhóis hesitam muitas

vezes entre *libros escolares*, *libros de texto* ou *textos escolares*, apesar que os lusófonos optem por *livros didáticos*, *manuals escolares* ou *textos didáticos*. Nos países anglosaxões, *textbook*, *schoolbook* e por vezes *school textbook* parecem ser empregados indistintamente (CHOPPIN, 2009, p. 19-20).

Essas diferentes nomenclaturas refletem a complexidade que há por traz do estatuto do livro escolar na sociedade. Algumas delas se diferem devido ao contexto institucional no qual a obra é utilizada ou à qual é destinada. Outras dizem respeito à função didática, ou a forma material. Há também aquelas que colocam em destaque o contexto escolar (CHOPPIN, 2009). Dessa forma “encontramos uma pluralidade de vocábulos que remetem tanto ao conteúdo intelectual, ao suporte material, a uma ou outra de suas múltiplas funções, etc.” (CHOPPIN, 2009, p. 25).

Assim, nesta pesquisa adota-se a expressão “livros didáticos” como sinônimo de livro escolar, sendo partidário ao que Choppin (2009, p. 64) relata em um dos trechos de seu trabalho: “é possível considerar então que toda obra utilizada em uma instituição que ministra um ensino pode ser elevada à categoria dos livros escolares”. Em outras palavras, consideraram-se nesta pesquisa todas as obras que foram utilizadas (ou indicadas para se adotar) nas escolas primárias ou demais instituições de ensino, sejam elas direcionados aos alunos ou aos professores.

Vale destacar que o livro didático é “um objeto complexo dotado de múltiplas funções” (CHOPPIN, 2002, p. 13), que cada pesquisador projeta um olhar particular, dependendo de seus interesses e da posição que ocupam. Além disso, essas fontes constituem “o suporte privilegiado dos conteúdos educativos, o depositário dos conhecimentos, técnicas ou habilidades que um grupo social acredita que seja necessário transmitir às novas gerações” (CHOPPIN, 2004, p. 553).

Este autor também destaca que há duas grandes categorias de pesquisa acerca dos livros didáticos. A primeira delas considera os livros didáticos como um documento histórico, igual a qualquer outro, e se interessa em analisar os conteúdos de ensino que neles se apresentam. A segunda o considera como um objeto material, ou seja, um produto fabricado, comercializado e distribuído, desconsiderando os conteúdos dos quais o livro didático é portador (CHOPPIN, 2004). Esta pesquisa está voltada prioritariamente na primeira categoria de modo que “a história que o pesquisador escreve não é, na verdade, a dos livros

didáticos: é a história de um tema, de uma noção, de um personagem, de uma disciplina” (CHOPPIN, 2004, p. 554). Assim, o grande interesse é em retratar a história da aritmética, mais especificamente de um conteúdo de ensino: a prova dos nove. Mas, como utilizar essas fontes a fim de traçar a trajetória desse conteúdo?

Valente (2008b) esclarece alguns direcionamentos importantes a serem seguidos pelos historiadores da educação matemática:

O historiador da educação matemática tem, por tarefa, organizar um conjunto de obras didáticas sobre as quais irá se debruçar para investigar a trajetória da educação matemática num determinado período. Se, a cada tempo histórico, faz-se presente uma vulgata, será necessário caracterizá-la e, assim fazendo, haverá possibilidade de que essa caracterização informe historicamente o percurso seguido pela educação matemática. Desse modo, *vulgata* e *manual inovador* representarão elementos imbricados e fundamentais para a pesquisa (VALENTE, 2008b, p. 143).

Diante disso, depois de selecionado o *corpus* da pesquisa, pretende-se dar ênfase ao estudo da prova dos nove, a fim de analisar criticamente as abordagens acerca deste conteúdo, para que, seja possível identificar os “marcos” deste conteúdo. Porém outro obstáculo se faz presente no ofício do historiador com a busca por essas fontes:

Localizar os elementos descritivos e escrever uma história da Aritmética escolar necessariamente recai também em alguns problemas de ordem prática: não é possível estudar todos os livros. Inúmeros problemas surgem desta situação. A extensão territorial sujeita a distribuição física dessas fontes, o tempo longínquo histórico do recorte temporal que acaba afetando grande parte dos acervos e mesmo os documentos nas instituições escolares. Transpor estes problemas já evidencia a grande margem de manobra que o pesquisador depara-se com o desenvolvimento de seu ofício (COSTA, 2010, p. 53).

São os problemas relativos à preservação do patrimônio documental, e sua progressiva

deterioração que vêm motivando iniciativas em todo o mundo de elaboração de bibliotecas e acervos virtuais. Desse modo, historiadores vão defrontando-se, mais e mais, com o uso de referências documentais digitalizadas em sua prática intelectual (VALENTE, 2005, p. 177).

Ante a esses obstáculos e ao que foi mencionado, o uso de acervos digitais torna-se uma ferramenta essencial para a pesquisa histórica, facilitando o acesso e a preservação destas obras. Assim, esta pesquisa se apoiou no uso do repositório institucional da UFSC que conta com uma base de dados digitais na qual têm “sido alocados documentos digitalizados dos projetos coletivos de pesquisa, transformados em suas fontes” (COSTA, 2015b, p. 32). Assim, o repositório torna-se uma importante ferramenta de pesquisa, por ser um espaço dinâmico e em crescente inserção de documentos. Esses são encontrados em acervos e cuidadosamente digitalizados e catalogados por um grupo de pesquisadores, tornando-se um espaço de armazenamento coletivo e de qualidade.

Talvez este seja um dos pontos mais importantes na caracterização do Repositório. Na medida que se elege um dado documento para ser introduzido e participar no Repositório, transformando-se com seu uso, em fonte de pesquisa, ele deve estar muito bem descrito permitindo a catalogação de forma que seja possível facilmente identificá-lo por estes mecanismos de buscas (COSTA, 2015b, p. 37).

Desse modo, o início do trabalho com as fontes se deu por meio da busca realizada nesse repositório que até o final do mapeamento (junho de 2016) contava com a digitalização de 256 livros. Após esta primeira investigação foram destacadas as obras publicadas no recorte temporal da pesquisa (total de 194 livros) e constatou-se que, dentre elas, 166 abordam conceitos de aritmética.

Em seguida, foram selecionados os livros didáticos que apresentavam o conteúdo da prova dos nove na íntegra e explicitamente claros, já que muito dos livros digitalizados estão em precárias situações de conservação, “processos de deterioração, mudanças físicas de locais de guarda, por exemplo,” (VALENTE, 2005, p. 177). Ante ao fato

exposto, desta seleção resultaram 36 livros didáticos de aritmética que abordam esse conteúdo, como consta na tabela a seguir.

Quadro 1. Livros didáticos presentes no repositório que abordam o conteúdo da prova dos nove (em ordem cronológica)

ANO	TÍTULO DA OBRA	AUTOR
1890	Arithmetica da Infancia	Joaquim Maria Lacerda
1892	Curso Elementar de Mathematica – 2ª edição	Aarão Reis; Lucano Reis
1902	Arithmetica Primária – 2ª edição	Cezar Pinheiro
1906	Elementos de Arithmetica – 11ª edição	João José Luiz Vianna
1910	Arithmetica Elementar – 4ª edição	Antonio Monteiro de Souza
1916	Elementos de Arithmetica – Escola Normais e Gymnasios	L.L.
1922	Arithmetica Elementar Illustrada – 92ª edição	Antonio Trajano
1926	Aritmética – 22ª edição	José Adelino Serrasqueiro
1926	Primeira Aritmética – 36ª edição	José Theodoro de Souza Lobo
1927	Arithmetica Preparatória	Francisco E. de Aquino Leite
1930	Exames de admissão – vol. 1	Carlos Góes
1933	Segunda Aritmética – 30ª edição	José Theodoro de Souza Lobo
1934	Progrâma de Matemática – edição preliminar	Departamento de Educação do Distrito Federal
1934	Lições de Matemática	Algacir Munhoz Maeder
1935	Curso de Mathematica	Agrícola Bethlem
1937	Elementos de Arithmetica	FTD
1946	Aritmética Complementar para as Escolas Primárias	Professores da "Escola Gratuita São José"
1948	Aritmética Progressiva – 78ª edição	Trajano, Antonio
1951	Metodologia da Matemática	Irene de Albuquerque
1952	Aritmética Prática	Theobaldo Miranda Santos
1954	Metodologia da Matemática – 2ª edição	Irene de Albuquerque
1955	Segundas noções de gramática, aritmética, história pátria, geografia	sem autor
1957	Lições Práticas de Aritmética, Geometria e Desenho – 27ª edição	Gaspar de Freitas
1958	Metodologia da Matemática – 3ª edição	Irene de Albuquerque
1959	Minha Aritmética, 3ª série – 17ª edição – vol. 20	Olga Pereira Mettig; Maria Ligia L. Magalhães
1960	Metodologia da Matemática – 4ª edição	Irene de Albuquerque
1963	Matemática e Estatística – 15ª edição	Oswaldo Sangiorgi
1963	Minha Aritmética – Quarto ano – 57ª edição	Olga Pereira

		Mettig; Maria Lígia L. Magalhães
1964	Metodologia da Matemática – 5ª edição	Albuquerque, Irene de
1966	Matemática, Metodologia e Complementos – vol. 2	Ruy Madsen Barbosa
1966	Matemática, Metodologia e Complementos – vol. 3	Ruy Madsen Barbosa
1966	Matemática Metodologia e Complementos para professores primários – vol. 1	Ruy Madsen Barbosa
1967	Matemática, Metodologia e Complementos – vol. 1 – 3ª edição	Ruy Madsen Barbosa
1970	Matemática na Escola Elementar – vol. 5	Maria do Carmo Arruda Toledo
1970	Matemática Moderna na Escola Elementar – vol. 4	Maria do Carmo Arruda Toledo

Fonte: Elaborada pela própria autora.

Dentre esses livros, foram destacadas as obras direcionadas ao ensino primário, ou seja, aquelas que em suas capas, prefácios ou durante o texto tivessem indicação a este público, ou ainda, que por meio de outras buscas forem constados indicativos de uso para as escolas primárias. Assim, totalizaram 13 obras, listadas abaixo, a serem criticamente analisadas:

- “Arithmetica da Infancia” de Joaquim Maria de Lacerda (1890);
- “Aritmética Primária” de Cezar Pinheiro (1902);
- “Arithmetica Elementar” de Antonio Monteiro de Souza (1910);
- “Arithmetica Elementar Ilustrada” de Antonio Trajano (1922);
- “Primeira Aritmética para Meninos” de José Theodoro de Souza Lobo (1926);
- “Segunda Aritmética” de José Theodoro de Souza Lobo (1933);
- “Programa de Matemática” do Departamento de Educação do Distrito Federal (1934);
- “Elementos de Arithmética” do FTD (1937);
- “Aritmética Complementar para as Escolas Primárias” dos Professores da Escola Gratuita São José (1946);
- “Aritmética Prática” de Theobaldo Miranda Santos (1952);
- “Lições Práticas de Aritmética, Geometria e Desenho” de Gaspar de Freitas (1957);
- “Minha Aritmética – terceira série” de Olga Pereira Mettig e Maria Lígia L. de Magalhães (1959);

- “Minha Aritmética – quarto ano” de Olga Pereira Mettig e Maria Lígia L. de Magalhães (1963).

O intuito dessa investigação é identificar as diferentes abordagens da prova dos nove, a fim de compreender como este conteúdo se apresentava nos livros didáticos da época, quais as orientações descritas pelos autores e a quais outros conteúdos matemáticos esta prova estava associada. Posteriormente as análises das obras, espera-se que seja possível destacar os “marcos” deste conteúdo, ou seja, as abordagens inovadoras, que se sobressaem perante outras. Segundo a perspectiva de Chervel (1990) a história das disciplinas se dá geralmente por alternância de patamares, ou seja, os conteúdos de ensino nem sempre se acomodam numa evolução gradual e contínua, podendo ser registradas profundas alternâncias e mudanças importantes, de modo que, pouco a pouco, um livro se destaca perante os outros, por ser mais audacioso, mais simples ou sistemático, apresentando novos métodos.

Vale salientar que as obras analisadas são apresentadas em ordem cronológica de publicação, visto que as *vulgatas*, e conseqüentemente os “marcos”, são determinadas por livros didáticos que se assemelham quanto à organização dos conteúdos em determinado período de tempo.

Magalhães (2011, p. 4) destaca que “as capas dos livros didáticos de História do Brasil, do final do século XIX e início do XX, eram ricas em informações sobre os autores e as obras. Sobre os autores, quase sempre havia uma pequena nota biográfica que os qualificava”. Dessa forma, para além da análise do conteúdo, intenta-se compreender alguns aspectos gerais relacionados aos autores das obras analisadas, bem como suas formações acadêmicas e profissionais.

3.1 Análise dos livros selecionados

3.1.1 “Arithmetica da Infancia”– Joaquim Maria de Lacerda – 1890²⁰

²⁰ Disponível em: <<https://repositorio.ufsc.br/handle/123456789/100349>>. Acesso em 13 jan. 2017.

“Arithmetica da Infancia” é uma das obras de autoria de Joaquim Maria de Lacerda, que nasceu em 1838 na cidade do Rio de Janeiro. Lacerda foi advogado, literato, professor e escritor com grande atuação no final do século XIX e possuía várias obras destinadas ao ensino primário, principalmente com ênfase nas áreas de geografia e história. O autor residiu durante dezesseis anos em Paris e faleceu neste país no dia 31 de dezembro de 1887.

O trabalho de Valente (2006) apresenta um inventário realizado na “Bibliothèque National de France”, em Paris, que “revela a existência de publicações que cobrem toda a segunda metade do século XIX, centralizada em poucos autores” (p. 79). Dentre esses autores está Joaquim Maria de Lacerda com a obra “Arithmetica da Infância” (ver quadro 2).

Quadro 2. Inventário realizado por Valente (2006)

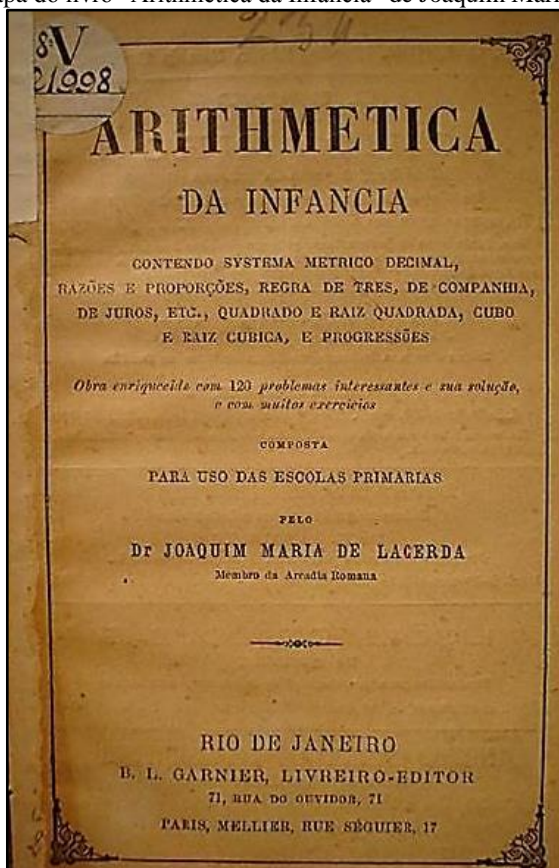
Autor	Título
Camillo Trinocq	Elementos de Arithmetica. Curso de Estudos Elementares
Antonio Maria Barker	Rudimentos Arithmeticos ou taboadas de sommar, diminuir, multiplicar e dividir com as principaes regras dos quebrados e decimaes
Pedro Victor Renault	Postillas de Arithmetica para meninos
Joaquim Maria de Lacerda	Arithmetica da infância
Ascanio Ferraz da Motta	Pequeno Curso de Arithmetica para uso das escolas primárias

Fonte: Valente (2006, p. 79).

Assim, com as diversas publicações e as várias edições de suas obras, esses cinco autores podem ser considerados os que referenciaram o texto didático da matemática no ensino primário (VALENTE, 2006).

Segundo Bittencourt (2004), Joaquim Maria de Lacerda era um autor religioso que publicou várias obras na década de 1880, as quais eram destinadas ao ensino elementar. A pesquisadora afirma que mesmo com sua morte, as vendas dos livros do autor não diminuiriam.

Figura 1. Capa do livro “Arithmetica da Infancia” de Joaquim Maria de Lacerda



Fonte: Lacerda (1890).

Esta obra foi publicada após a morte de Lacerda e destinava-se às escolas primárias. Na capa constavam alguns dos conteúdos abordados no livro como *systema métrico decimal*, *razões e proporções*, *regra de três*, *de companhia*, *de juros*, etc.²¹, *quadrado e raiz quadrada*, *cubo e raiz cúbica*, e *progressões*. Também estava em destaque a

²¹ Ao longo deste trabalho destaca-se com *fonte itálica* os trechos reescritos de livros antigos, visto que a maioria deles apresentava uma linguagem que não é mais usada nos dias atuais.

mensagem de que essa obra era *enriquecida com 120 problemas interessantes e sua solução, e com muitos exercícios*.

Esta mesma obra foi utilizada como fonte na pesquisa de Costa (2010), o qual menciona que:

O autor desse texto didático é advogado e mais uma vez encontramos a erudição do tom das descrições, isto é, extensas descrições acompanhadas de alguns exemplos mostrando para os alunos a forma de fazer as operações e as verificações. O livro avaliado possui 72 páginas. Encontra-se em uma estruturação de conteúdos separados em pontos permitindo que isso seja um instrumento de acompanhamento do ritmo da matéria pelo professor. A observação do índice ilustra os conteúdos e a estrutura desta obra, sendo que há exercícios e problemas de alguns assuntos abordados. Cada tópico é subdividido em vários pontos. E uma vez que todos os conteúdos são pontuados, parece que isto facilitaria a regência das aulas (COSTA, 2010, p. 168).

Este livro era direcionado ao ensino primário e apresentava seus conteúdos organizados em tópicos e subtópicos. No início estavam presentes algumas definições de termos matemáticos, como “número” que segundo o autor é uma *“expressão das unidades ou partes de unidades de que se compõe uma quantidade”* (LACERDA, 1890, p. 3). Em seguida, eram apresentadas as tabuadas das unidades e de cada uma das operações fundamentais, sendo que a *“taboada da multiplicar”* possuía a última coluna de cada operação com o cálculo do nove-fora, para produtos que excediam o valor nove, como mostra a figura a seguir.

Figura 2. “Taboada de multiplicar” – Obra de Joaquim Maria de Lacerda – 1890

25. TABOADA DE MULTIPLICAR											
MULTIPLICADOR	MULTIPLICANDO	PRODUTO	NOVES FÓRA	MULTIPLICADOR	MULTIPLICANDO	PRODUTO	NOVES FÓRA	MULTIPLICADOR	MULTIPLICANDO	PRODUTO	NOVES FÓRA
2	1	=	2	3	1	=	3	4	1	=	4
2	2		4	3	2		6	4	2		8
2	3		6	3	3		9 0	4	3		12 3
2	4		8	3	4		12 3	4	4		16 7
2	5		10 1	3	5		15 6	4	5		20 2
2	6		12 3	3	6		18 0	4	6		24 6
2	7		14 5	3	7		21 3	4	7		28 1
2	8		16 7	3	8		24 6	4	8		32 5
2	9		18 0	3	9		27 0	4	9		36 0
2	10		20 2	3	10		30 3	4	10		40 4
5	1	=	5	6	1	=	6	7	1	=	7
5	2		10 1	6	2		12 3	7	2		14 5
5	3		15 6	6	3		18 0	7	3		21 3
5	4		20 2	6	4		24 6	7	4		28 1
5	5		25 7	6	5		30 3	7	5		35 8
5	6		30 3	6	6		36 0	7	6		42 6
5	7		35 8	6	7		42 6	7	7		49 4
5	8		40 4	6	8		48 3	7	8		56 2
5	9		45 0	6	9		54 0	7	9		63 0
5	10		50 5	6	10		60 6	7	10		70 7
8	1	=	8	9	1	=	9 0	10	1	=	10 1
8	2		16 7	9	2		18 0	10	2		20 2
8	3		24 6	9	3		27 0	10	3		30 3
8	4		32 5	9	4		36 0	10	4		40 4
8	5		40 4	9	5		45 0	10	5		50 5
8	6		48 3	9	6		54 0	10	6		60 6
8	7		56 2	9	7		63 0	10	7		70 7
8	8		64 1	9	8		72 0	10	8		80 8
8	9		72 0	9	9		81 0	10	9		90 0
8	10		80 8	9	10		90 0	10	10		100 1

Fonte: Lacerda (1890, p. 9).

Na sequência, encontrava-se o tópico intitulado “*As quatro espécies ou operações fundamentais da arithmetica*” e no final da seção de cada operação fundamental eram apresentadas a prova real e a prova dos nove. O autor mencionava que “*Há dous modos de verificar que uma addição está bem feita que são: a prova real e a prova dos nove*” (LACERDA, 1890, p. 11). A segunda foi exposta por meio da descrição dos passos, seguido de um exemplo numérico com descrição detalhada, como pode ser visto na figura a seguir.

Figura 3. Prova dos nove da adição – Obra de Joaquim Maria de Lacerda – 1890

31. Prova dos nove. Sommam-se os algarismos das parcelas consecutivamente como se formassem um só numero, tirando-se fóra os nove todas as vezes que a somma der nove ou um numero maior que nove ; pratica-se depois a mesma operação com os algarismos da somma. Se o resultado de ambas as operações fôr o mesmo, póde-se suppôr que está certa a adição.

<p>EXEMPLO</p> $\begin{array}{r} 3212 \\ 8303 \ 8 \\ 29349 \ \bar{8} \\ 5116 \\ \hline 45980 \end{array}$	<p>Tiram-se primeiro os nove das parcelas, d'este modo : 3 e 2 = 5 ; 5 e 1 = 6 ; 6 e 2 = 8 ; 8 e 8 = 16, nove fóra 7 ; 7 e 3 = 10, nove fóra 1 ; 1 e 3 = 4 ; 4 e 2 = 6 ; 6 e 3 = 9, nove fóra 0 ; 4 e 5 = 9, nove fóra 0 ; 1 e 1 = 2 ; 2 e 6 = 8. Este resto escreve-se ao lado por cima de uma risca. Tiram-se depois os nove da somma, dizendo : 4 e 5 = 9, nove fóra 0 ; 8. Escreve-se este resto por baixo da risca ; e como é igual ao primeiro, segue-se que a conta está certa.</p>
---	--

Fonte: Lacerda (1890, p. 12).

Nota-se que após ter apresentado os passos para realizar a prova dos nove da adição o autor mencionava que caso os resultados obtidos durante a verificação fossem iguais “*póde-se suppôr que está correta a adição*” (LACERDA, 1890, p. 120). Dessa forma, Lacerda deixava subentendido de que a prova dos nove nem sempre é confiável, na medida em que “a prova dos nove acusa o erro quando o resultado de uma operação matemática está errado, porém ao aplicar a prova dos nove e ela acusar que não há erros, ainda assim, pode ser que a operação esteja errada” (LACAVA; COSTA, 2016, p. 60). Mas no texto, não se explicava o porquê disso acontecer e não apresentava-se exemplos para comprovar tal afirmação.

Diante desta situação, destaca-se uma incoerência no texto de Lacerda, uma vez que na continuação da descrição do exemplo o autor afirma que a “*conta está certa*”, o que nem sempre é o que acontece como explicado anteriormente.

Observa-se também que havia a ilustração da simbologia da prova dos nove ao lado direito do exemplo numérico. Nela, o número 8 na parte de cima indicava o resultado do cálculo do nove-fora resultante da soma do nove-fora das parcelas. E o número 8 na parte de baixo referia-se ao cálculo do nove-fora do resultado (ou soma).

Ambos deveriam coincidir para se supor que a operação inicial estivesse correta.

O mesmo era feito para a subtração, só que de forma mais simplificada, visto que o autor descrevia os passos para realização da prova dos nove, para depois apresentar um exemplo numérico de cada uma delas, sem descrevê-los.

Figura 4. Prova dos nove da subtração e exemplos – Obra de Joaquim Maria de Lacerda – 1890

<p>35. Prova dos nove. Tiram-se os nove primeiro ao minuendo e depois ao subtraendo e ao resto, como se estes dois formassem um só numero; esta dupla operação deve dar resultados eguaes para que a subtração esteja certa.</p>		
EXEMPLOS		
<i>Prova dos nove.</i>		<i>Prova real.</i>
923475 3		923475
131592 3		131592
<hr style="width: 50%; margin: 0 auto;"/> 791883		<hr style="width: 50%; margin: 0 auto;"/> 791883
		<hr style="width: 50%; margin: 0 auto;"/> 923475

Fonte: Lacerda (1890, p. 13).

Como pôde ser visto também estava presente a simbologia da prova dos nove ao lado do exemplo numérico, sendo que o número 3 da parte superior indicava o resultado do nove-fora do minuendo. E o número 3 na parte inferior referia-se ao resultado do cálculo do nove-fora resultante da soma do nove-fora do subtraendo e do resultado (ou diferença). Porém desta vez, Lacerda afirmava que se os resultados obtidos durante a verificação coincidissem, a subtração estaria correta, sem utilizar a expressão “*pôde-se supor*” como feito na adição.

Dando continuidade, a prova dos nove da multiplicação foi descrita e exemplificada, de modo a apresentar a simbologia ao lado do exemplo numérico e também a indicação de suposição pelo autor (ver figura a seguir). Já a prova real, que utilizava da operação de divisão em sua execução, só veio a ser apresentada junto da prova real da divisão.

Figura 5. Prova dos nove da multiplicação – Obra de Joaquim Maria de Lacerda
– 1890

39. Prova dos nove. Tiram-se os nove a cada um dos factores ; multiplicam-se depois ambos os restos entre si, e tiram-se os nove ao seu producto ; se o resultado fôr um numero igual ao resto que der o producto total depois de extrahidos os nove, pôde-se supôr que a multiplicação está certa.

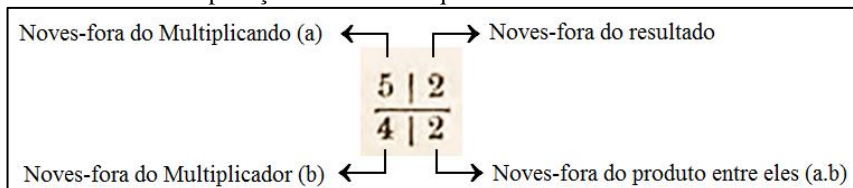
<p>EXEMPLO</p> $\begin{array}{r} 154283 \\ 6124 \\ \hline 617132 \\ 308566 \\ 154283 \\ 925698 \\ \hline 944829092 \end{array}$	$\begin{array}{r} 5 2 \\ 4 2 \end{array}$	<p>Tirando os nove ao multiplicando, temos o resto 5 ; tirando os nove ao multiplicador, achamos o resto 4. Multiplicando 5 por 4, temos 20, nove fóra 2. E como tambem 2 é o resto que resulta de extrahir os nove do producto total, conclue-se que a multiplicação está certa.</p>
---	---	---

Fonte: Lacerda (1890, p. 15).

Assim, o autor mencionava os passos para execução da prova dos nove, de modo descritivo, e usava da expressão “*póde-se supôr*” que a operação estivesse certa, caso os resultados obtidos coincidissem.

No exemplo apresentado estava ilustrada a simbologia da prova dos nove. Nela, o número “5” representava o resultado do cálculo dos nove-para aplicado ao multiplicando; o número “4” equivalia ao resultado do cálculo dos nove-para aplicado ao multiplicador; o número “2” ao lado do quatro representava o resultado do cálculo dos nove-para do produto (5×4); o outro número 2 referia-se ao resultado do cálculo dos nove-para aplicado ao produto (resultado da multiplicação que se desejava conferir), e como ambos coincidiam, dessa vez, o autor concluiu que a multiplicação “está certa”. Para melhor compreender esta simbologia, observe a figura seguinte.

Figura 6. Ilustração da simbologia da prova dos nove para o exemplo anterior da multiplicação– Obra de Joaquim Maria de Lacerda



Fonte: Elaborado pela própria autora.

No caso da divisão a prova dos nove foi apresentada de forma detalhada, com a exposição dos passos para executá-la, seguido de exemplo numérico e descritivo. Desta vez o autor concluiu que se os resultados (da prova dos nove e da operação feita) coincidissem “a divisão está bem feita” (ver figura 7), sem que houvesse indicação de que a prova dos nove pode não ser confiável, como já mencionado anteriormente.

Figura 7. Prova dos nove da divisão– Obra de Joaquim Maria de Lacerda – 1890

43. Prova dos nove. Tiram-se os nove do divisor, e depois do quociente; multiplicam-se os resultados um pelo outro, e juntando a este producto o resto da divisão (se houver), extrahem-se de novo os nove; o resultado final deve ser igual ao que o dividendo der, depois de se lhe extrahirem os nove.

EXEMPLO

78987	831
7479	95
4197	
4155	3 3
42	5 3

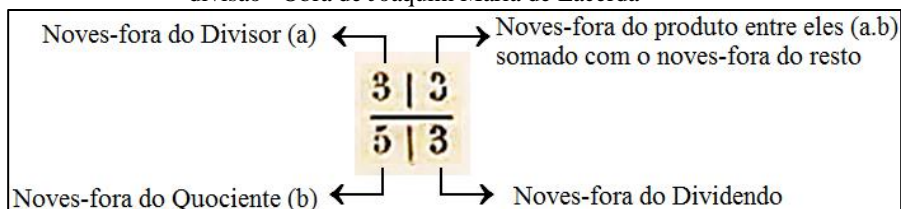
Tirando os nove do divisor, temos 3; tirando os nove do quociente, temos 5; multiplicando 3 por 5, temos 15, nove fóra 6; e juntando-lhe o resto 42, temos 48, nove fóra 3. Extrahindo depois os nove do dividendo, achamos também 3 por resultado; logo a divisão está bem feita.

Fonte: Lacerda (1890, p. 16).

Pode-se notar que na prova dos nove da adição, multiplicação e divisão o autor descreveu cada passo da aplicação da prova para os exemplos numéricos dados, enfatizando cada resultado que ia sendo obtido, o que não ocorreu com a subtração.

Também foi apresentada a simbologia desta prova, a qual pode ser mais bem compreendida por meio da ilustração a seguir.

Figura 8. Ilustração da simbologia da prova dos nove para o exemplo anterior da divisão– Obra de Joaquim Maria de Lacerda



Fonte: Elaborado pela própria autora.

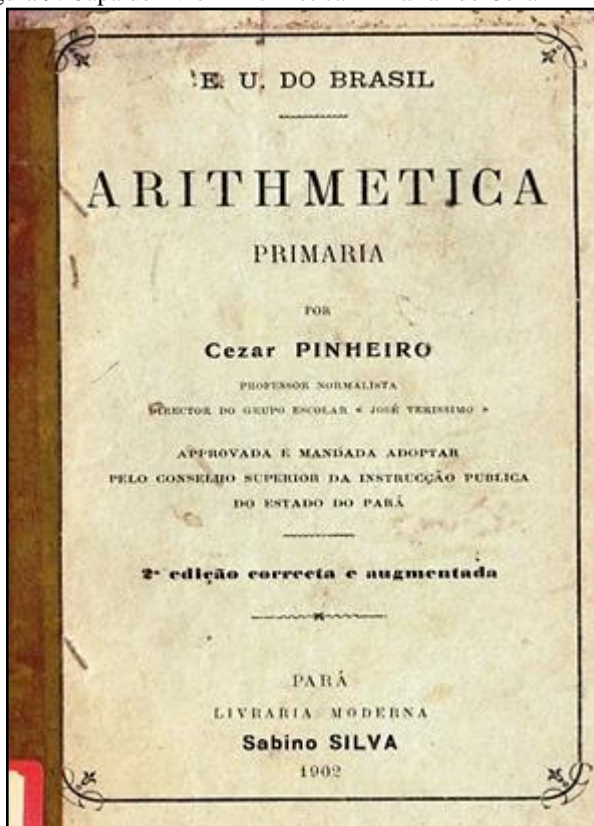
Na sequência foram apresentados alguns exercícios no formato de um questionário, e dentre as perguntas destacavam-se as seguintes (LACERDA, 1890, p. 19): “*Como se pratica a prova real?*” e “*Como a prova dos nove?*”, ambas apareciam para cada uma das operações. Assim encerravam-se as prova dos nove na obra de Lacerda.

3.1.2 “Aritmética Primária” – Cezar Pinheiro– 1902²²

A obra “Arithmetica Primaria” foi publicada em 1902 por Cezar Pinheiro e aprovada, segundo explicitado na capa do livro, com orientação de ser adotada nos Grupos Escolares pelo Conselho Superior da Instrução Pública do Estado do Pará em 1886, em sua primeira edição. Cabe mencionar que o autor era professor normalista e diretor do Grupo Escolar José Veríssimo, o qual estava entre os dez primeiros Grupos Escolares implementados no estado do Pará, do total de vinte e cinco, e foi inaugurado no dia 7 de setembro de 1901 na capital. Este grupo “foi construído pelo Governador José Paes de Carvalho, poderia sem receio figurar entre as melhores construções escolares do regime republicano” (FRANÇA, 2013, p. 7-8).

²² Disponível em: <<https://repositorio.ufsc.br/handle/123456789/134440>>. Acesso em 13 jan. 2017.

Figura 9. Capa do livro “Arithmetica Primaria” de Cezar Pinheiro



Fonte: Pinheiro (1902).

As primeiras páginas da obra apresentavam um tópico intitulado “*Aprovações*” que traziam alguns pareceres referentes a aprovações da obra e possíveis adoções nas escolas primárias. Entre eles o parecer da Secretaria da Instrução Pública do Pará, assinado pelo secretário Heraclito Pinheiro:

O Sr Dr Director Geral manda-vos comunicar que o Conselho Superior da Instrução Publica deixou de tomar conhecimento do vosso requerimento pedindo aprovação para a Arithmetica por vós organizada, por já ter sido ella aprovada pelo antigo Conselho Director que a mandou adoptar nas escholhas primarias do

Estado, e portanto nas condições de ser actualmente admitida nas mesmas escolas (PINHEIRO, 1902, p. 6).

A obra foi dividida em vários tópicos, dentre eles o nomeado de “*Operações Fundamentais*” no qual o autor definia que uma operação fundamental “*é toda combinação feita com números*” (PINHEIRO, p. 11, 1902) e também as destacava como: soma ou adição; subtração; multiplicação; divisão. Pinheiro também mencionava que prova “*é uma nova operação pela qual verifica-se o resultado da primeira*” (PINHEIRO, p. 12, 1902).

Dando sequência, o autor mencionava que existiam muitas provas, mas as mais utilizadas chamam-se “*real*” e “*dos nove fóra*”, sendo a segunda “*de resultados as vezes negativos*” (PINHEIRO, p. 12, 1902). Infere-se que o autor usava esta expressão para apontar inconfiabilidade no uso da prova dos nove, à medida que a operação pode passar na verificação e mesmo assim estar errada (como já foi explicado no capítulo anterior da dissertação). Talvez daí o termo “*resultados negativos*”, ou seja, uma prova que pode apontar uma verificação errônea (negativa). Assim, no decorrer o autor apresentava a “*prova dos nove fóra*” da adição que pode ser observada na figura a seguir.

Figura 10. Prova dos nove da adição – Obra de Cezar Pinheiro – 1902

Prova dos nove fóra

REGRA.—Tiram-se os nove às parcellas e depois á somma ; os restos devem ser iguaes, se a operação estiver certa. Exemplo :

2 5 1	
4 0 7	
8 9 6	

1 5 5 4	
	6

	6

Fonte: Pinheiro (1902,p. 12).

Dessa forma, o que Pinheiro chamava de “*regra*” eram as instruções para execução da prova dos nove para a adição. Ao lado do exemplo nota-se uso da simbologia, e o autor afirmava os restos deveriam ser iguais para que a operação estivesse certa, o que não é

correto afirmar, visto que a prova dos nove pode apresentar “resultados negativos” como já afirmava o autor. Além disso, o autor não mencionava que após tirar os nove das parcelas, estes deviam ser somados e da soma devia-se tirar novamente os nove, para depois comparar com o do resultado.

Da mesma forma, na subtração era apresentado um exemplo numérico seguido da regra da prova dos nove. A simbologia também se fazia presente e novamente, o que Pinheiro chamava de “regra” eram as etapas para realização da prova. Nota-se que o autor chamava o subtraendo de “*numero menor*” e o minuendo de “*numero maior*”(ver figura a seguir).

Figura 11. Prova dos nove da subtração – Obra de Cezar Pinheiro – 1902

Prova dos nove fóra	$\begin{array}{r} 3 \\ \hline 3 \end{array}$	6807.	.	Minuendo.
		$\begin{array}{r} 3425 \\ \hline \end{array}$		Subtrahendo.
Prova real.		3382.	.	Resto, excesso ou diferença.
Prova dos nove				
<i>REGRA. — Tiram-se os nove ao numero maior, cujo resto se escreve á margem : tiram-se igualmente ao numero menor e ao resto, e as sobras são iguaes se a operação esta certa.</i>				

Fonte: Pinheiro (1902, p. 13).

Nota-se novamente a indicação de que se os restos obtidos fossem iguais a operação estaria correta. E, da mesma maneira, o autor não explicou que após tirar os nove do resultado e do subtraendo, estes deveriam ser somados e do resultado devia-se tirar novamente os nove, para depois comparar com o do minuendo.

As outras duas operações fundamentais foram apresentadas da mesma forma, por meio de um exemplo numérico, seguido de orientações para execução da prova e com ilustração da simbologia.

Figura 12. Exemplo da prova dos nove da multiplicação – Obra de Cezar Pinheiro – 1902

$\begin{array}{r} 2 \overline{) 8} \\ 4 \overline{) 8} \end{array}$	$\begin{array}{r} 2153 \\ 364 \\ \hline 8612 \\ 12918 \\ 6459 \\ \hline 783692 \end{array}$	<p>2 1 5 3. . . Multiplicando.</p> <p>3 6 4. . . Multiplicador.</p> <p>8 6 1 2 } . . . Productos parciais.</p> <p>1 2 9 1 8</p> <p>6 4 5 9</p> <p>7 8 3 6 9 2. . . Producto total.</p>
---	---	--

Fonte: Pinheiro(1902, p. 15).

Figura 13. Regra da prova dos nove da multiplicação – Obra de Cezar Pinheiro – 1902

REGRA. — *Tiram-se os noveos aos factores, multiplicam-se os restos entre si e se as sobras resultantes forem iguaes ás do producto total depois de se lhe extrahir os noveos, suppõe-se certa a operação.*

Fonte: Pinheiro (1902, p. 16).

Pela figura anterior, observa-se que alguns passos da prova dos nove não foram mencionados pelo autor, pois após multiplicar os restos entre si (como ele menciona) devia-se tirar os noveos novamente, para depois comparar com o noveos-fora do produto. Nota-se, na figura anterior, que mencionava-se que caso os resultados obtidos durante a verificação fossem iguais “*suppõe-se certa a operação*”.

Já na prova dos nove da divisão, não eram apresentadas as orientações (chamadas de regra pelo autor) de como deveria executá-la, havia apenas dois exemplos numéricos com indicações da simbologia, como se pode observar na figura a seguir.

Figura 14. Exemplo de divisão com indicações de prova real e dos nove – Obra de Cezar Pinheiro– 1902

Dividendo.	6 1 3 2		4. . . .	Divisor.
Dividendos parciais	$\left. \begin{array}{r} 21 \\ 013 \\ 012 \\ 00 \end{array} \right\}$		1 5 3 3.	Quociente.
			4	} Prova real.
			6 1 3 2	
	$\frac{4 3}{3 3}$			Prova dos nove
Outro exemplo :				
Dividendo.	4 3 5 2		2 3. . .	Divisor.
Dividendos parciais	$\left. \begin{array}{r} 205 \\ 0212 \\ 005 \end{array} \right\}$		1 8 9	} Prova real.
			2 3	
			5 6 7	
			3 7 8	
	$\frac{5 5}{0 5}$			
			4 3 4 7	
			5	
			4 3 5 2	

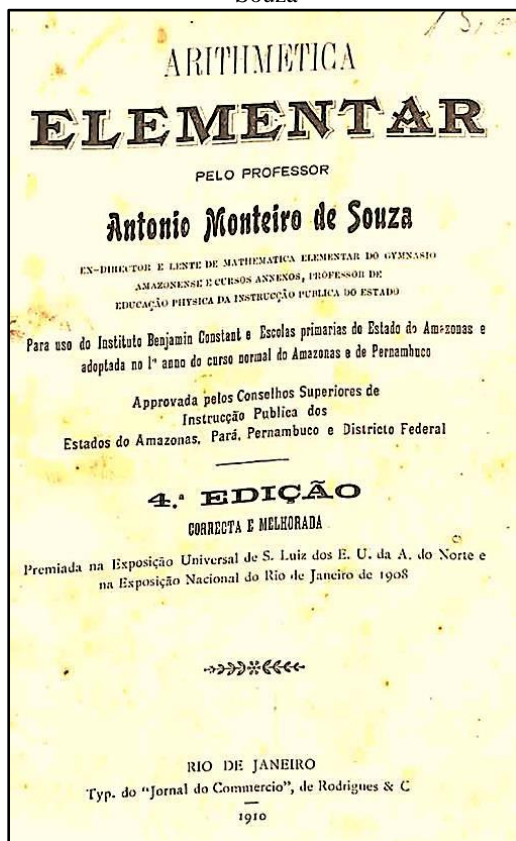
Fonte: Pinheiro (1902, p. 17)

Vale salientar ainda neste tópico do livro o autor apresentava a potenciação e radiciação como operações fundamentais. Para esses casos indicava-se apenas a prova real. Assim encerravam-se as provas do nove ao longo da obra de Pinheiro, sendo que não foram apresentados exercícios da prova dos nove.

3.1.3 “Arithmetica Elementar”– Antonio Monteiro de Souza – 1910²³

²³ Disponível em: <<https://repositorio.ufsc.br/handle/123456789/159291>>. Acesso em 13 jan. 2017.

Figura 15. Capa do livro “Arithmetica Elementar” de Antonio Monteiro de Souza



Fonte: Souza (1910).

Trata-se da 4ª edição do livro escrito por Antonio Monteiro de Souza e publicado em 1910. De acordo como o explicitado em sua capa, esta obra foi premiada na exposição Universal de Saint Louis dos Estados Unidos da América do Norte e na Exposição Nacional do Rio de Janeiro de 1908. O livro foi aprovado pelos Conselhos Superiores de Instrução Pública dos Estados do Amazonas, Pará, Pernambuco e Distrito Federal. Destinava-se ao uso nas escolas primárias do estado do Amazonas, ao Instituto Benjamin Constant²⁴, e ao primeiro ano da

²⁴Maiores informações em: <http://www.ibc.gov.br/?itemid=89>.

Escola Normal, nos estabelecimentos do Estado do Amazonas (SOUZA, 1910).

O autor Antônio Monteiro de Souza nasceu em 1872, no Amazonas, e faleceu em 1936. Deu início a sua escolarização em uma escola pública (Prof. Francisco Público Ribeiro Bittencourt) e depois estudou em uma instituição particular (Colégio Marinho).

Concluiu o curso de odontologia e jornalismo. Atuou como jornalista na Folha do Amazonas e no Jornal do Comércio. Iniciou sua vida política em 1909 como deputado federal pelo estado do Amazonas e em 1915 exerceu o mandato de deputado estadual e presidente da Assembléia, atuando até mesmo como governador interino do Amazonas. [...] Como educador, atuou como professor da disciplina Matemática nas seguintes instituições: Liceu Amazonense, Instituto Benjamin Constant, Colégio Maria Auxiliadora e Colégio Dom Bosco. Também foi diretor do Ginásio Amazonense Pedro II, da Escola Normal e também da Instituição Pública (SOUZA, 2013, p. 68).

Nas partes introdutórias da obra havia alguns pareceres com indicações de aprovações da mesma para uso nas escolas primárias e no Instituto Benjamin Constant. Esses foram escritos por Conselhos Superiores de Instrução Pública do Pará, Pernambuco e da Capital Federal. Segue o trecho do parecer escrito pelo Diretor Geral da Instrução Pública, aprovado em 12 de dezembro de 1900:

Li com atenção todo o livro e a impressão que me causou foi a melhor possível. É UM TRABALHO METHODICO, CLARO E AO ALCANCE DAS INTELLIGENCIAIS MENOS FAVORECIDAS. [...] todas as teorias ESTÃO BEM EXPOSTAS E MUITO EXEMPLIFICADAS, MORMENTE A DO SYSTEMA METRICO A QUE O AUCTOR DEU DESENVOLVIMENTO E CLAREZA QUE A TORNA SUPERIOR AO QUE SE ENCONTRA NO COMMUM DOS COMPENDIOS PUBLICADOS. Julgo portanto que o livro está nas condições de ser aprovado (SOUZA, 1910, p. XII).

O livro foi dividido em duas partes, sendo que na primeira delas apresentam-se o tópico “*OPERAÇÕES FUNDAMENTAES*”, que incluíam as orientações acerca da adição, subtração, multiplicação e divisão.

A adição iniciava-se com a definição de “*adicionar ou sommar*”, seguido da regra para se efetuar esta operação e de um exemplo numérico, até chegar nas “*Provas*”, que foram definidas pelo autor como “*um meio de verificar si o resultado da operação está certo*”, sendo que “*Ha muitas provas, porém as mais usadas são as chamadas – real e dos nove. Destas, a mais infallível é a prova real*” (SOUZA, 1910, p. 16).

Na prova dos nove da adição o autor mencionava uma orientação geral e posteriormente explicava os passos da aplicação desta prova em um exemplo precedente do livro.

Figura 16. Prova dos nove da adição – Obra de Antonio Monteiro de Souza – 1910

Prova dos nove da addição. — Tiram-se os nove das parcelas e depois da somma; si os dois restos forem iguaes, suppõe-se a conta certa.

Fonte: Souza (1910, p. 16).

Nota-se que somente era indicado para tirar os nove das parcelas, sem mencionar que desses, depois de somados, deveria se extrair os nove novamente. Mas, havia ilustração da simbologia e indicação de não confiabilidade da prova, visto que o autor indicava que era provável a operação estar certa depois de verificada por meio da prova.

Figura 17. Exemplo precedente indicado pelo autor – Obra de Antonio Monteiro de Souza – 1910

EXEMPLO	
$2715 + 365 + 2047 + 1800 + 12709$	
$\begin{array}{r} 2715 \\ 365 \\ 7 \quad 2047 \\ \hline 1800 \\ 12709 \\ \hline 20530 \end{array}$	$\left. \begin{array}{l} \\ \\ \\ \\ \\ \end{array} \right\} \text{ adições ou parcelas}$
	somma ou total

Fonte: Souza (1910, p. 15).

Figura 18. Orientações para a prova dos nove do exemplo anterior – Obra de Antonio Monteiro de Souza – 1910

No exemplo precedente, tira-se a prova dos nove da seguinte fórma : dois e sete — nove, nove fóra nada, um e cinco seis e tres nove, nove fóra nada, seis e cinco onza, nove fóra dois, dois e dois quatro e quatro oito e sete quinze, nove fóra seis ; seis e um sete e dois nove, nove fóra nada, e ficam sete. Passando-se á somma, diz-se : dois e cinco sete e tres dez, nove fóra um, um e seis sete. Sendo o resto — sete —, supõe-se que a conta está certa.

OBSERVAÇÃO. — Os nove não se sommam.

Fonte: Souza (1910, p. 16).

Diante do que foi exposto, orientava-se a calcular o nove-fora de todos os algarismos das parcelas de uma só vez, tirando os nove sempre que possível até restar um único valor, que nesse caso foi o 7. Esse coincidia com o nove-fora do resultado 7, sendo assim, era suposto que a conta estivesse certa, segundo o autor.

Vale salientar que o autor trazia como observação que “os nove não se sommam”, já que, ao tirar o nove-fora do número nove obtêm-se zero como resultado.

No caso da subtração, o autor explicava como proceder a prova dos nove, mas não explicava que se devia somar o nove-fora do resultado com o nove-fora do subtraendo e, em seguida, tirar os nove novamente.

Figura 19. Prova dos nove para a subtração – Obra de Antonio Monteiro de Souza – 1910

Prova dos nove: — Tiram-se os nove do minuendo, depois os do subtraendo juntamente com os do resto: si as duas sobras forem iguaes, a conta se supõe certa.

Fonte: Souza (1910, p. 19).

Desta vez, não havia descrição dos passos para execução da prova dos nove para um exemplo numérico específico, como feito na adição. Apenas aparecia a ilustração da simbologia (ver figura a seguir).

Figura 20. Exemplo da subtração – Obra de Antonio Monteiro de Souza – 1910

EXEMPLO			
Minuendo	5 0 0 2 4 9 6		
Subtrahendo	3 2 8 3 5 9 1		
Resto	1 7 1 8 9 0 5	$\frac{8}{8}$	prova dos nove
Prova real	5 0 0 2 4 9 6		

Fonte: Souza (1910, p. 18).

Na multiplicação eram explicados todos os passos para execução da prova dos nove que consistia em:

Tiram-se os nove do multiplicando, e em seguida os do multiplicador, multiplicam-se os dois restos e do resultado tiram-se os nove, si este novo resto for igual ao que obtiver, tirando-se os nove do producto total, a conta supõe-se certa (SOUZA, 1910, p. 23).

Em seguida, Souza descrevia os passos com um dos exemplos já apresentados anteriormente no livro. As figuras a seguir mostram os exemplos e a respectiva descrição.

Figura 21. Exemplos numéricos de multiplicação – Antonio Monteiro de Souza – 1910

EXEMPLOS			
1º		2º	
2 4 6 0		3 8 9 5 0 0	
1 2	3 0	2 7 0	7 0
4 9 2	3 0	2 7 2 6 5	0 0
2 4 6		7 7 9 0	
2 9 5 2 0		1 0 5 1 6 5 0 0 0	

Fonte: Souza (1910, p. 23).

Figura 22. Procedimento da prova dos nove para o exemplo anterior – Obra de Antonio Monteiro de Souza – 1910

No primeiro dos ultimos exemplos, tiraram-se os nove do multiplicando e o resto foi 3; feito o mesmo ao multiplicador, o resto foi igualmente 3; multiplicados estes dois restos 3×3 , o producto é 9; de 9 tirando-se 9 fica 0, e tirados os nove do producto total, fica tambem 0; pelo que supõe-se que a conta está certa.

Fonte: Souza (1910, p. 24).

Observa-se que a simbologia da prova dos nove estava ilustrada nos dois exemplos, mas só eram descritos os procedimentos para o primeiro. Novamente o autor explicava que por meio da prova supunha-se que a conta estivesse certa.

Na divisão, a prova dos nove foi apenas descrita de maneira geral sem listar os procedimentos para algum exemplo específico, e não havia ilustração da simbologia desta prova nos exemplos apresentados.

Figura 23. Prova dos nove da divisão – Obra de Antonio Monteiro de Souza – 1910

Prova dos nove. — Tiram-se os nove do divisor e do quociente; multiplicam-se os dois restos; ao producto junta-se o resto da divisão, si houver, depois de extrahidos os nove; tiram-se tambem os nove do dividendo; este resultado deve ser igual ao outro, si a conta estiver certa.

Fonte: Souza (1910, p. 31).

No caso da divisão constava que se os resultados obtidos durante a execução da prova dos nove fossem iguais, então a operação estaria certa, sem que houvesse uso do termo “supõe-se”, como foi feito nas demais provas. Vale destacar que dentre os exercícios apresentados na obra, não havia algum referente à prova real e dos nove. Assim encerrava-se este assunto no livro de Antonio Moreira Souza.

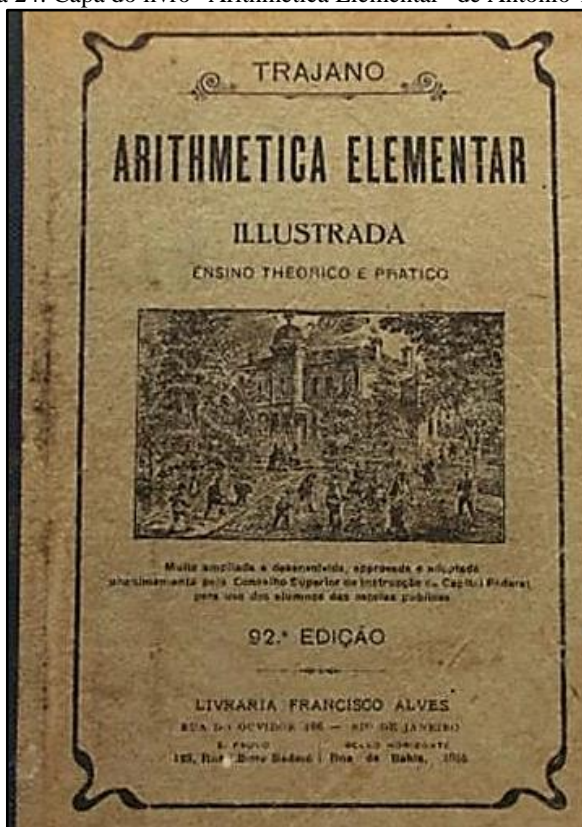
3.1.4 “Arithmetica Elementar Ilustrada”– Antonio Trajano – 1922²⁵

Antonio Trajano nasceu em Portugal no ano 1843, onde cursou todo o ensino primário, e emigrou para o Brasil em 1857. Trabalhou no comércio em São Paulo antes de iniciar sua carreira como educador, autor e pastor evangélico. Foi o primeiro pastor nacional e exerceu essa função por 15 anos até seu falecimento em 1921. Desde a época como aluno do Seminário, Trajano se dedicou ao magistério, revelando sua vocação para o ensino da matemática. Suas publicações foram na área religiosa e também na história dos livros didáticos de matemática produzidos no Brasil. Entre suas obras pode-se citar: Aritmética Primária; Aritmética Elementar Ilustrada; Aritmética Progressiva; Chave da Aritmética Progressiva; Álgebra Elementar e Chave da Álgebra, de acordo o catálogo da Livraria Francisco Alves (PAIS; MARANHÃO, 2014).

Valente (1999, p. 164) destaca que "Antonio Trajano, teve suas obras de Aritmética como verdadeiros *bestsellers*. Sua *Aritmética elementar Ilustrada*, destinada ao ensino primário, com 1ª edição em 1879, teve sua 136ª edição (!) posta a circular em 1958".

²⁵ Disponível em: <<https://repositorio.ufsc.br/handle/123456789/105107>>. Acesso em 13 jan. 2017.

Figura 24. Capa do livro “Arithmetica Elementar” de Antonio Trajano



Fonte: Trajano (1922).

Esta obra foi aprovada unanimemente pelo Conselho Superior de Instrução da Capital Federal para uso dos alunos de escolas primárias. Trata-se da 92ª edição publicada em 1922 e premiada na Exposição Pedagógica do Rio de Janeiro e adotada pela Instrução Pública em vários estados brasileiros (TRAJANO, 1922).

Na obra a prova dos nove foi apenas mencionada no capítulo que trata das operações fundamentais, especificamente no caso da adição, como mostra a figura a seguir.

Figura 25. Prova – Obra de Antonio Trajano – 1922

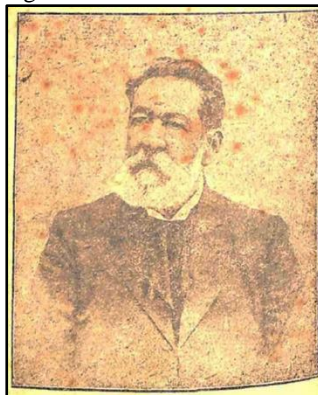
35. Prova. Ha varios modos *de* tirar a prova a uma operação de sommar ensinados nas escolas, mas alguns delles não teem importancia alguma, como a prova dos *noves-fóra* que dá muitas vezes a operação como certa, estando errada. A prova preferivel, pela sua exactidão e por ser ao mesmo tempo *analytica*, é a seguinte que tem o nome de prova real:

Fonte: Trajano (1922, p. 17).

Dessa forma, o autor considerava a prova dos nove como uma prova sem importância por indicar que uma operação está certa, mesmo se ela estivesse errada. Portanto, o autor não utilizava desta prova em sua obra, apenas apresentava a prova real das quatro operações fundamentais.

3.1.5 “Primeira Aritmética para Meninos” – José Theodoro de Souza Lobo – 1926²⁶

Figura 26. Imagem de José Theodoro de Souza Lobo



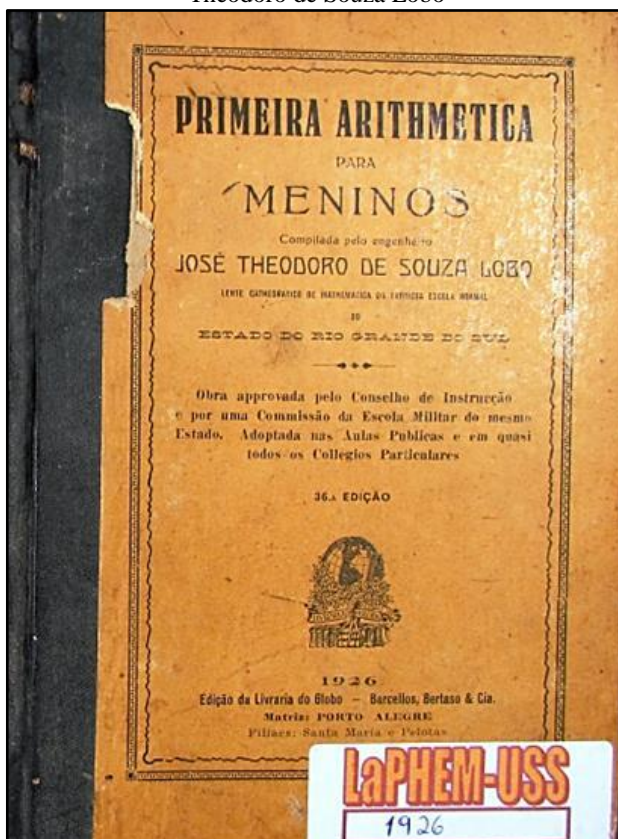
Fonte: Lobo (1933, p. 3).

José Theodoro de Souza Lobo nasceu em Porto Alegre no dia 7 de janeiro de 1846 e faleceu, aos 67 anos, em 1913. Realizou seus primeiros estudos em Minas Gerais, no Colégio Caraça, lecionando

²⁶ Disponível em: <<https://repositorio.ufsc.br/handle/123456789/104080>>. Acesso em 13 jan. 2017.

enquanto ainda seminarista. Seguiu para o Rio de Janeiro para estudar na Escola Central, ex Escola Militar da Corte, onde se formou engenheiro geógrafo. Ao retornar a Porto Alegre, lecionou Matemática elementar e superior, português, francês e latim no Colégio Gomes, foi professor e diretor do seu próprio colégio (Colégio Souza Lobo), professor de Matemática na Escola Normal, diretor geral da Instrução Pública na Província, diretor da Escola Normal, Inspetor de Ensino, além de também ter escrito livros didáticos, entre os quais “Geographia Elementar”, “Primeira Arithmetica para meninos” e “Segunda arithmetica para meninos”, “Segunda Arithmetica”. (HILZENDEGER, 2009),

Figura 27. Capa do Livro “Primeira Aritmética para Meninos” de José Theodoro de Souza Lobo



Fonte: Lobo (1926).

Como consta na capa, a 36ª edição da obra *Primeira Arithmetica para meninos* foi aprovada pelo Conselho de Instrução e por uma comissão da Escola Militar do Rio Grande do Sul, além disso o livro destinava-se as escolas primarias publicas e quase todos os colégios particulares do Estado.

A obra foi dividida em oito capítulos e antecedendo a todos eles eram apresentadas as tabuadas das quatro operações fundamentais. Sendo que na "*Tabuada de Multiplicar*" havia uma coluna com o cálculo do nove-fora para algarismos que excedessem o valor nove (ver figura a seguir).

Figura 28. Tabuada de Multiplicar – Obra de José Theodoro de Souza Lobo – 1926

x																	
Factores				Factores				Factores									
Multipli- cando	Multipli- cador	Producto	Noves fóra	Multipli- cando	Multipli- cador	Producto	Noves fóra	Multipli- cando	Multipli- cador	Producto	Noves fóra						
1	×	2	=	2	1	×	3	=	3	1	×	4	=	4			
2	×	2	=	4	2	×	3	=	6	2	×	4	=	8			
3	×	2	=	6	3	×	3	=	9	0	3	×	4	=	12	3	
4	×	2	=	8	4	×	3	=	12	3	4	×	4	=	16	7	
5	×	2	=	10	1	5	×	3	=	15	6	5	×	4	=	20	2
6	×	2	=	12	3	6	×	3	=	18	0	6	×	4	=	24	6
7	×	2	=	14	5	7	×	3	=	21	3	7	×	4	=	28	1
8	×	2	=	16	7	8	×	3	=	24	6	8	×	4	=	32	5
9	×	2	=	18	0	9	×	3	=	27	0	9	×	4	=	36	0
10	×	2	=	20	2	10	×	3	=	30	3	10	×	4	=	40	4
1	×	5	=	5	1	×	6	=	6	1	×	7	=	7			
2	×	5	=	10	1	2	×	6	=	12	3	2	×	7	=	14	5
3	×	5	=	15	6	3	×	6	=	18	0	3	×	7	=	21	3
4	×	5	=	20	2	4	×	6	=	24	6	4	×	7	=	28	1
5	×	5	=	25	7	5	×	6	=	30	3	5	×	7	=	35	8
6	×	5	=	30	3	6	×	6	=	36	0	6	×	7	=	42	6
7	×	5	=	35	8	7	×	6	=	42	6	7	×	7	=	49	4
8	×	5	=	40	4	8	×	6	=	48	3	8	×	7	=	56	2
9	×	5	=	45	0	9	×	6	=	54	0	9	×	7	=	63	0
10	×	5	=	50	5	10	×	6	=	60	6	10	×	7	=	70	7
1	×	8	=	8	1	×	9	=	9	0	1	×	10	=	10	1	
2	×	8	=	16	7	2	×	9	=	18	0	2	×	10	=	20	2
3	×	8	=	24	6	3	×	9	=	27	0	3	×	10	=	30	3
4	×	8	=	32	5	4	×	9	=	36	0	4	×	10	=	40	4
5	×	8	=	40	4	5	×	9	=	45	0	5	×	10	=	50	5
6	×	8	=	48	3	6	×	9	=	54	0	6	×	10	=	60	6
7	×	8	=	56	2	7	×	9	=	63	0	7	×	10	=	70	7
8	×	8	=	64	1	8	×	9	=	72	0	8	×	10	=	80	8
9	×	8	=	72	0	9	×	9	=	81	0	9	×	10	=	90	0
10	×	8	=	80	8	10	×	9	=	90	0	10	×	10	=	100	1

O signal (×) quer dizer: multiplicado por.

Fonte: Lobo (1926, p. 10).

Não havia menção da prova dos nove e nem esclarecimentos do noves-fora presente na tabuada ao longo do livro.

3.1.6 “Segunda Aritmética” – José Theodoro de Souza Lobo – 1933²⁷

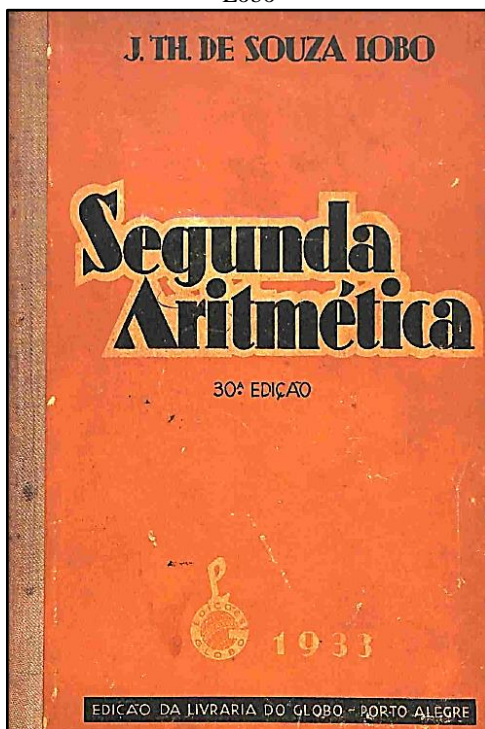
Este é o exemplar n°. 466 da 30ª edição da obra “Segunda Aritmética” escrita por José Theodoro de Souza Lobo e publicada em 1933. Todos os exemplares foram numerados e assinados pela filha do autor (Marietta Lobo). A obra foi adotada nas escolas publicas do Rio Grande do Sul e em quase todos os colégios particulares do mesmo estado, segundo informações nas partes iniciais do livro.

Constava também no início do livro alguns pareceres escritos, dentre eles o do engenheiro bacharel Dr. Antonio Carlos Ennes Bandeirade. Segundo ele, o livro “satisfaz de uma maneira completa a todas essas exigências do ensino. Não conheço nenhum outro compendio elementar, destinado ao curso primário, que melhor preencha o fim que teve em vista” (LOBO, 1933, p. 5). E acrescentava:

É de se esperar que o conselho diretor da instrução publica da província do Rio Grande do Sul, para quem vai V. S. appellar, mande adoptar, para uso das escolas, o se compendio, de preferencia a qualquer outro que por lá exista. Prestará com isso um valioso serviço à mocidade Rio-Grandense, auxiliando ao mesmo tempo a um moço inteligente, que procura no estado e no trabalho os recursos da vida (LOBO, 1933, p. 7).

²⁷ Disponível em: <<https://repositorio.ufsc.br/handle/123456789/132935>>. Acesso em 13 jan. 2017.

Figura 29. Capa do livro “Segunda Aritmética” de José Theodoro de Souza Lobo



Fonte: Lobo (1933).

A obra foi dividida em onze capítulos e o primeiro deles intitulava-se “*Números Inteiros*” e dispunha dos tópicos “*Provas da adição e subtração*” e “*Prova real da multiplicação e da divisão*” que apresentavam as provas reais das quatro operações. O autor definia que prova “*é uma segunda operação que serve para verificar si uma primeira está exacta*” (LOBO, 1933, p. 30).

Segundo o autor as provas reais eram assim denominadas “*porque realmente uma operação de composição só pode ser verificada por outra de decomposição, ou seja, a adição só pode ser provada através da subtração e vice-versa*” (LOBO, 1933, p. 31).

Já a prova dos nove só foi abordada no quarto capítulo do livro, intitulado: “*Noções sobre os restos e sobre a divisibilidade dos numeros*”. Este capítulo tratava das regras de divisibilidade de números inteiros e da prova dos nove para as quatro operações. De início o autor

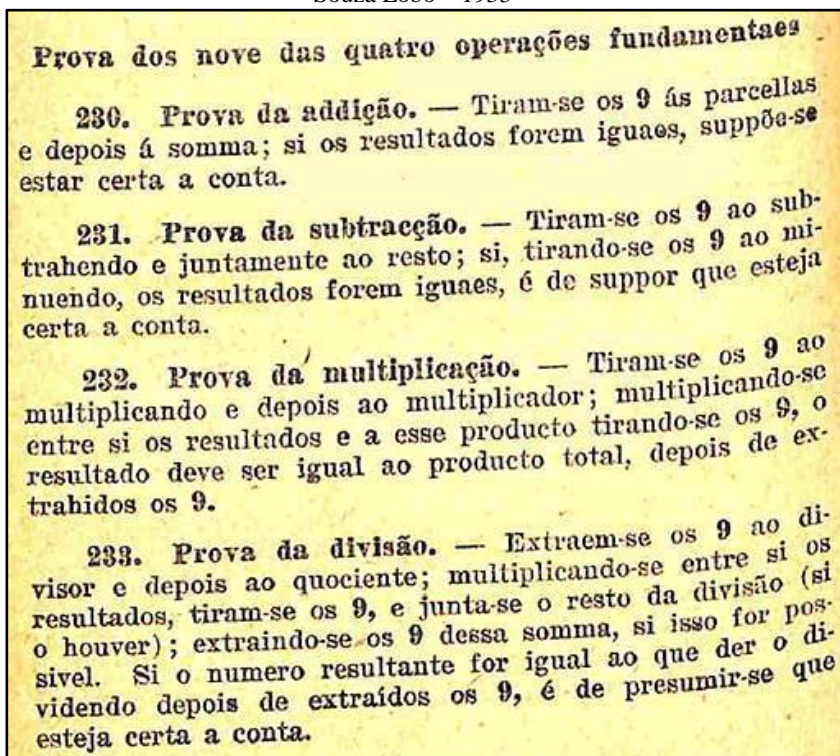
trazia algumas definições a respeito de divisores, múltiplos e submúltiplos de um número inteiro.

Dando continuidade, Lobo apresentava em tópicos as regras de divisibilidade de alguns números naturais: *divisores de 10 e potência de 10; divisores de 2 e 5; divisores de 4 e 25; 8 e 125; em geral, uma potência qualquer de 2 ou de 5; divisores de 9 e 3; divisor de 11*. Em cada tópico, o autor apontava o resto da divisão de um número inteiro pelo número em questão e como “*consequência*” (chamado assim pelo autor), as condições para um número inteiro fosse divisível por determinado número.

Ao tratar dos divisores do número nove, Lobo relatava que o resto da divisão de um número inteiro por nove é igual ao resto da divisão, da soma dos seus algarismos, por nove. E acrescentava que “*para que um numero inteiro seja divisivel por 9, é necessário e basta que a somma dos valores absolutos dos seus algarismos seja nove ou um múltiplo de 9*” (LOBO, 1933, p. 133).

Por fim, o último tópico deste capítulo nomeava-se “*Prova dos nove das quatro operações fundamentais*” e apresentava a prova da adição, subtração, multiplicação e divisão, bem como as instruções de como aplicar cada delas (ver figura a seguir).

Figura 30. Prova dos nove das quatro operações – Obra de José Theodoro de Souza Lobo – 1933



Fonte: Lobo (1933, p. 134).

Como pode ser visto, o autor apresentava apenas descrições gerais para se verificar cada operação por meio da prova dos nove, os exemplos só eram apresentados posteriormente. Além disso, na prova dos nove da adição o autor não mencionava que após calcular o nove fora das parcelas, esses valores deveriam ser somados para que novamente se tirassem os nove.

Mas, antes Lobo trazia uma observação enfatizando que

A prova dos 9 é a mais commumente empregada. Entretanto, pode-se tambem tirar a prova dos 2, dos 3, dos 4, etc.; para isso basta conhecer-se o resto da divisão dos numeros dados por esses divisores, seguindo-se o processo da prova dos 9. (Lobo, 1933, p. 134).

Não havia ensinamentos acerca das demais provas citadas pelo autor, apenas ilustravam-se alguns exemplos para cada operação. No caso da adição, era apresentada a prova dos nove e dos dois; na subtração, a prova dos três e dos quatro; na multiplicação, a prova dos cinco e dos oito; e na divisão, a prova dos dez e dos onze (ver figura a seguir).

Figura 31. Exemplos da prova dos nove e de outros números aplicados às quatro operações fundamentais – Obra de José Theodoro de Souza Lobo

Prova dos 9 e dos 2 da adição

<p><i>Prova dos 9</i> 275.....5 } 386.....8 } 4 657.....0 } <hr style="width: 100%;"/> 1318..... 4</p>	<p><i>Prova dos 2</i> 275.....1 } 386.....0 } 0 657.....1 } <hr style="width: 100%;"/> 1318..... 0</p>
--	--

Prova dos 3 e dos 4 da subtração:

<p><i>Prova dos 3</i> 7854..... 0 2863.....1 } <hr style="width: 100%;"/> 4991.....2 } 0</p>	<p><i>Prova dos 4</i> 7854..... 2 2863.....3 } <hr style="width: 100%;"/> 4991.....3 } 2</p>
---	---

Prova dos 5 e dos 8 da multiplicação:

<p><i>Prova dos 5</i> 476.....1 } 23.....3 } 3 <hr style="width: 100%;"/> 1428 952 <hr style="width: 100%;"/> 10948..... 3</p>	<p><i>Prova dos 8</i> 476.....4 } 23.....7 } 4 <hr style="width: 100%;"/> 1428 952 <hr style="width: 100%;"/> 10948..... 4</p>
---	---

Prova dos 10 e dos 11 da divisão:

<p><i>Prova dos 10</i> 8...3 6 8 1 6...6 } 8 4 8 0 2 3...3 }</p>	<p><i>Prova dos 11</i> 5...3 6 8 1 6...5 } 5 4 8 0 2 3...1 }</p>
---	---

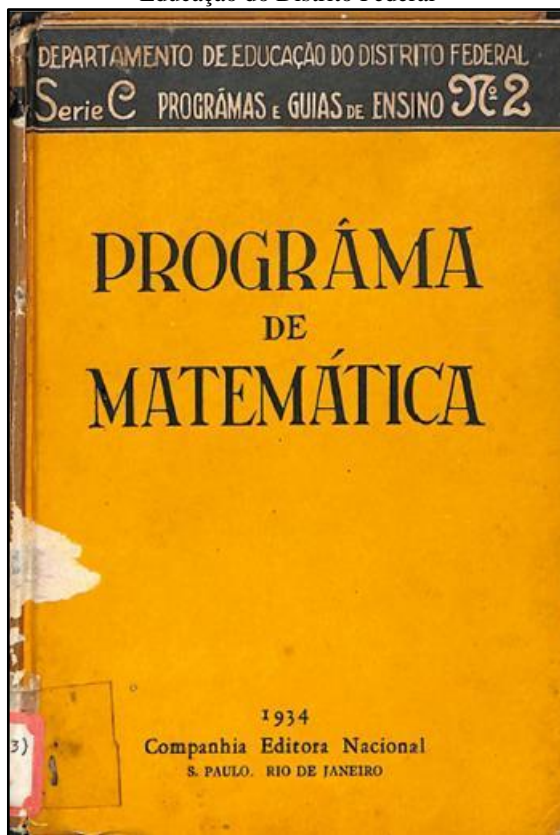
Fonte: Lobo (1933, p. 135).

Diante do que foi visto, pode-se notar que ao lado de cada número estava sinalizado da sua divisão por nove, dois, três, quatro, etc.,

conforme a prova que se aplicava. E assim encerrava-se a prova dos nove na obra de José Theodoro de Souza Lobo.

3.1.7 “Programa de Matemática” – Departamento de Educação do Distrito Federal – 1934²⁸

Figura 32. Capa do livro “Programa de Matemática” do Departamento de Educação do Distrito Federal



Fonte: Departamento de Educação do Distrito Federal (1934).

²⁸ Disponível em: <<https://repositorio.ufsc.br/handle/123456789/160595>>. Acesso em 13jan. 2017.

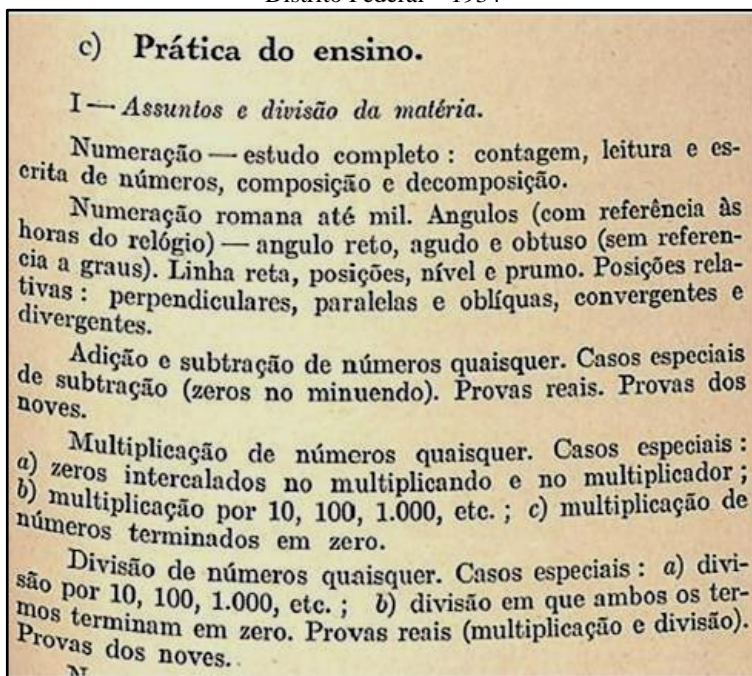
Trata-se da edição preliminar da obra “Programa de Matemática” que foi publicada em 1934 pelo Departamento de Educação do Distrito Federal, que na época tinha como Diretor Geral o Sr. Anísio Spindola Teixeira²⁹. Segundo o trabalho de Leme da Silva (2013, p. 6-7) a obra “está presente também nas referências do Instituto de São Paulo. Trata-se de livro que apresenta meticulosamente a distribuição da matéria de Matemática ao longo dos anos” (LEME DA SILVA, 2013, p. 6-7).

O livro foi dividido em seis partes e apresentava a distribuição dos conteúdos do 1º ao 5º ano do curso primário. Para além da lista de matérias direcionadas a cada ano do ensino primário, objetivos e práticas de ensino, o livro também contava com projetos, jogos e exercícios para os diversos conteúdos.

Somente o programa do 3º ano apresentava a prova dos nove junto das práticas de ensino. O autor mencionava as provas reais e a prova dos nove após as orientações acerca da adição e subtração, e também após o estudo da multiplicação e divisão, como pode ser visto na figura a seguir.

²⁹ Anísio Spínola Teixeira (1900-1971) foi um importante filósofo da educação, sociólogo e grande teórico que se destaca na história da educação brasileira. Dentre seus diversos cargos renomeados, Anísio Teixeira foi diretor geral da instrução pública do estado da Bahia e também do Distrito Federal; Diretor do Instituto Nacional de Estudos Pedagógicos (INEP); Membro do Conselho Federal de Educação. Foi o único latino-americano a fazer parte da equipe dos chamados “doze cérebros mundiais”, que visava a elaboração e publicação de uma Enciclopédia Mundial. Suas publicações atingiram quase trezentos diferentes títulos, dentre livros, revistas, artigos em revistas e jornais, discursos, apresentações em livros e conferências (SALLES, 2001).

Figura 33. Prática de ensino do 3º ano – Obra do Departamento de Educação do Distrito Federal – 1934



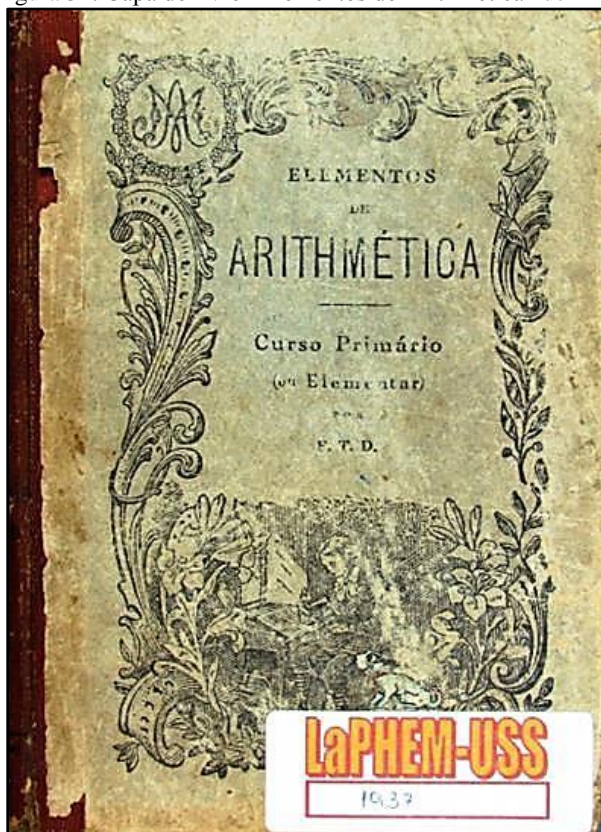
Fonte: Departamento de Educação do Distrito Federal (1934, p. 111).

Dando sequência eram apresentadas as demais matérias de ensino, mas só havia menção às provas reais e não a prova dos nove. Sendo que nos demais programas, do 1º, 2º, 4º e 5º anos a prova dos nove não era mencionada.

3.1.8 “Elementos de Arithmetica” – FTD – 1937³⁰

³⁰ Disponível em: <<https://repositorio.ufsc.br/handle/123456789/104076>>. Acesso em 13 jan. 2017.

Figura 34. Capa do livro “Elementos de Arithmetica” de FTD



Fonte: FTD (1937).

Este livro foi publicado em 1937 pela editora FTD³¹, a qual foi fundada pela Congregação Marista e instalou-se no Rio de Janeiro em 1902. Essa veio suprir a demanda de livros didáticos nas escolas católicas criadas no Brasil, sendo que os próprios maristas fundaram suas escolas. Assim, foi surgindo uma nova coleção de livros didáticos comercializados no Brasil (VALENTE, 1999). Além disso,

³¹A sigla da editora é uma homenagem à Frère Théophane Durand, que em 1883 assumiu a diretoria da Congregação Marista [...] Os livros eram escritos pelos Irmãos Maristas, entretanto, só aparecia o logotipo da Congregação com a sigla FTD (ALVES; SILVEIRA, 2009, p.258).

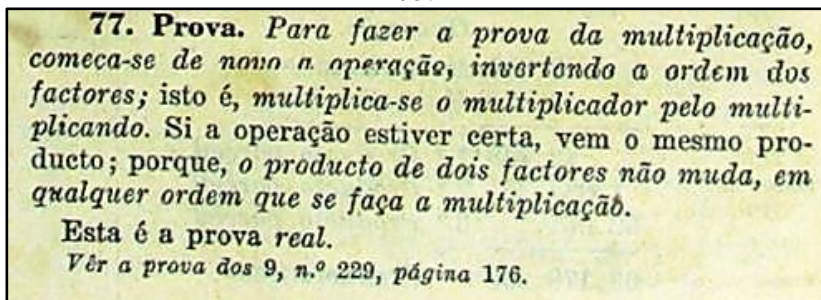
Essa editora contribuiu de forma significativa para o desenvolvimento dos livros didáticos brasileiros, especificamente os de matemática em nosso país, apresentando características diferenciadas em relação a outras editoras do mesmo período, que justificam um estudo mais detalhado de seus livros e uma análise de como essa ela se enquadrava no mercado editorial do período em questão (BARONE, 2008, p. 2).

A obra foi destinada ao curso primário e dividida em oito capítulos sendo que a prova dos nove era mencionada no segundo capítulo (que tratava das operações aritméticas), e posteriormente detalhada no quinto capítulo que abordava a divisibilidade.

No segundo capítulo, ao tratar da adição, mencionava-se que “*depois de fazer é útil verificá-la por uma segunda operação chamada prova*” (FTD, 1937, p. 15). Assim, era descrito os passos para executar a prova real da adição, que consistia em somar “*cada columna de baixo para cima. Achando-se o mesmo resultado, já muita probabilidade que seja exacto. Esta é a prova real*” (FTD, 1937, p. 15-16).

Em seguida, indicava-se para ver a prova dos nove na página 175 do livro (capítulo da divisibilidade). O mesmo foi feito nas demais operações, que após apresentarem os passos da prova real indicava-se a leitura de páginas do quinto capítulo do livro que abordaria a prova dos nove (ver exemplo na figura a seguir).

Figura 35. Exemplo do indicativo da prova dos nove na multiplicação – FTD – 1937



Fonte: FTD(1937, p. 34).

Como já foi exposto, a prova dos nove foi introduzida no capítulo da obra que abordava a divisibilidade e apresentava as

definições de divisores e múltiplos, além dos critérios de divisibilidade dos números 10, 2, 5, 9 e 3 (nesta ordem). Assim, era definido que “*um número é divisível por 9 quando a somma dos seus algarismos é divisível por 9*” (FTD, 1937, p. 173).

O tópico seguinte intitulava-se “*PROVAS DOS NOVES*” e lá era destacado que “*dado um número, tirar-lhe os noves (ou os noves fora), é dizer o resto da divisão deste número por 9*” (FTD, 1937, p. 175). E na sequência, dava-se um exemplo da seguinte maneira (ver próxima figura).

Figura 36. Exemplo de como tirar os noves de um número – FTD – 1937

Por exemplo, tirar os 9 de 427 é ver o resto de 427 dividido por 9; este resto é igual ao de: $4+2+7=13$; dividido por 9; o qual é também igual ao de: $1+3=4$ dividido por 9, ou a 4.
Os noves tirados de 427 dão 4.
O nove tirado de 9 é 0.

Fonte: FTD (1937, p. 176).

No decorrer da obra acrescentava-se que “*Na prática, para tirar os noves de um número somam-se os algarismos deste número e tiram-se os noves do total cada vez que é igual ou superior a 9*”. Dessa forma, notava-se que o cálculo do noves-fora era feito durante as somas consecutivas dos algarismos, quando esta excedia o valor nove, e não apenas no final.

Na sequência, aparecia a “*prova da adição pelos noves fora*”, na qual se apresentava os passos para execução da prova, seguido de um exemplo numérico com descrição das etapas (ver figura a seguir).

Figura 37. Prova dos nove da adição – FTD – 1937

227. Prova da adição pelos nove fora. — A prova da adição pelos nove é a seguinte: 1.º *Tirar os nove das parcelas como se fossem um número único;* — 2.º *tirar os nove do total da adição;* — 3.º *se a operação estiver certa, os dois resultados são iguais.*

Seja sommar: $425+437+6.541$.

O total encontrado é 7.403.

Eis a prova dos nove.

425	
437	
6.541	5
7.403	5

1.º *Das parcelas tirar os nove, como si fôsse um número só e vem: $4+2=6$, e $5=11$; $1+1=2$ e $4=6$, e $3=9$ ou 0; $7+6=13$, $1+3=4$ e $5=9$ ou 0; $4+1=5$.*

Os nove fóra das parcelas dão 5.

2.º *Do total tirar os nove e vem: $7+4=11$; $1+1=2$ e $3=5$.*

3.º *Como os 2 resultados são 5, é provável que a adição está certa.)*

Fonte: FTD (1937, p. 176).

Nota-se que foi ilustrada a simbologia da prova dos nove ao lado do exemplo numérico e indicava-se que feito a prova, se os resultados obtidos fossem iguais, “*é provável que a adição esta certa*”, de modo que não era possível afirmar com exatidão, visto que essa verificação pode não ser confiável, como já mencionado anteriormente.

A prova dos nove para a subtração se assemelhava com a da adição, na medida em que se descreviam os passos de execução e apresentava-se um exemplo numérico com indicação das etapas, além da presença da simbologia (ver figura a seguir).

Figura 38. Prova da subtração pelos nove – FTD – 1937

228. Prova da subtração pelos nove. — A prova da subtração pelos nove fóra é a seguinte: 1.º *Tirar os nove do subtraendo e do resto, como se formassem um único número;* — 2.º *tirar os nove do minuendo;* — 3.º *se os resultados fôrem iguais, é muito provável que a subtração está certa.*

Seja a subtração: $24.321 - 12.559 = 11.762$. Minu. 24.321
Subtra. 12.559 3

Eis a prova dos nove.

1.º *Tirar os nove do subtraendo* Resto 11.762 3
12.559 e do resto 11.762, juntos; e vem: $1+2=3$ e $5=8$
e $5=13$; $1+3=4$; 9 vale 0; depois, temos: $4+1=5$ e $1=6$
e $7=13$; $1+3=4$ e $6=10$; $1+0=1$ e $2=3$.

2.º *Tirar os nove do minuendo* e vem: $2+4=6$ e $3=9$
ou nada; $2+1=3$.

3.º Como os dois resultados são iguais, é quasi fóra de
dúvida que a subtração está certa.

Fonte: FTD (1937, p. 177).

Diante disso, verifica-se que novamente indicava-se que essa verificação não daria 100% de exatidão, quando se dizia que “*é quase fora de dúvida que a subtração está certa*”.

A prova dos nove da multiplicação e da divisão não era diferente em sua forma de apresentação, mas observava-se que na primeira a simbologia era diferenciada das demais já apresentadas. Indicava-se que por meio da prova, se os resultados coincidissem era provável, e não garantido, que a operação estivesse correta. (ver figura a seguir).

Figura 39. Prova da multiplicação pelos nove – FTD – 1937

229. Prova da multiplicação pelos nove. — A prova da multiplicação pelos nove é a seguinte: 1.º *Tirar os nove do multiplicando*; — 2.º *tirar os nove do multiplicador*; — 3.º *multiplicar os 2 restos e tirar os nove do resultado*; — 4.º *tirar os nove do producto dos números*; si os 2 últimos resultados fôrem iguais, a operação está certa.

113	5	Seja a multiplicação: $113 \times 358 = 40.454$.
358	7	1.º os nove fora de 113 dão 5;
904	8	2.º os nove fora de 358 dão 7;
565		3.º o producto de 5 por 7 é 35, e os nove fora de 35 dão 8;
339	—	4.º os nove fora da resposta, 40.454, dão 8; como este resultado é igual ao precedente, é muito provável que a operação
40454	8	está certa.

Fonte: FTD (1937, p. 177).

Para melhor compreender a simbologia do exemplo anterior, observe a ilustração a seguir.

Figura 40. Ilustração da simbologia da prova dos nove para o exemplo da multiplicação – Obra da FTD – 1937

113	5	⇒ Nove-fora no multiplicando (a)
358	7	⇒ Nove-fora do multiplicador (b)
904	8	⇒ Nove-fora de (a.b)
565		
339	—	
40454	8	⇒ Nove-fora do produto

Fonte: Elaborado pela própria autora.

Na prova dos nove da divisão não era apresentada simbologia, apenas constavam os passos para execução da prova e o exemplo numérico descrito detalhadamente. Além disso, mencionava-se a incerteza dessa verificação, visto que era “provável” que a conta estivesse certa (ver figuras na sequência).

Figura 41. Prova da divisão pelos nove – FTD – 1937

230. Prova da divisão pelos nove. — A prova da divisão pelos nove é a seguinte: 1.º *Tiram-se os nove do divisor e depois do quociente incompleto*; — 2.º *multipliquem-se os 2 restos assim obtidos e tiram-se os nove do resultado*; — 3.º *este resto assim obtido é somado aos algarismos do resto da divisão e tiram-se os nove do divi-*

Fonte: FTD (1937, p. 177).

Figura 42. Prova da divisão pelos nove (continuação) – FTD – 1937

dendo e deve-se encontrar um resto igual ao precedente, se a divisão estiver certa.

425 | 23 Seja dividir 425 por 23; o quociente incompleto é 18 e o resto é 11.

195 | 18

11 | 1.º O nove fora de 23 dão 5 e os de 18 dão 0;

2.º Multiplica-se 5 por 0 e vem 0, e os nove fora dão 0;

3.º Unido ao resto 11, este resto 0 dá 2 quando se tiram os nove;

4.º Os nove fora de 425 dão também 2; como este resto é igual ao precedente, é provável que a divisão está certa.

Fonte: FTD (1937, p. 178).

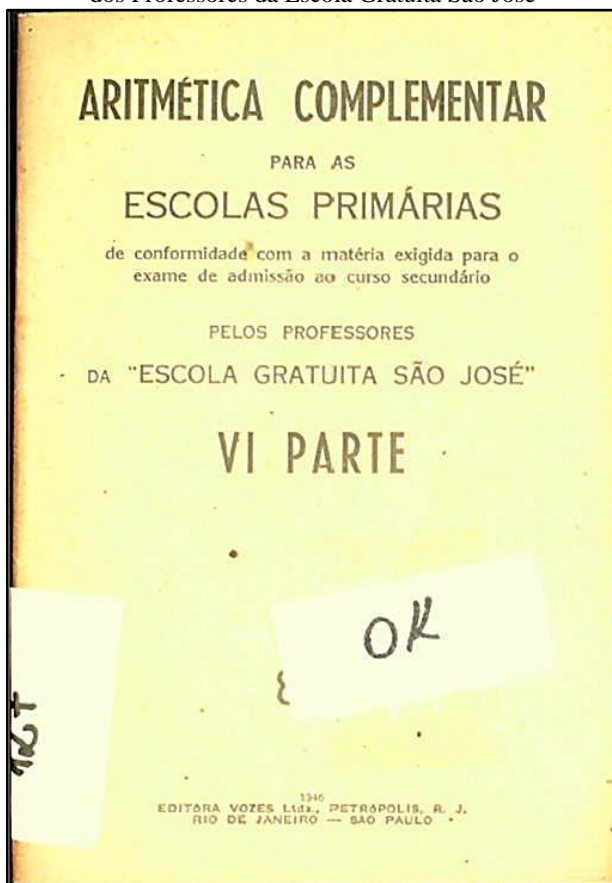
Ao término de todas as provas era indicado como exercício “*fazer muitas vezes a prova dos nove na pedra, quando se acaba uma multiplicação*” (FTD, 1937, p. 178). É curiosa a indicação de esse exercício ser voltado apenas para uma das operações fundamentais.

E assim encerrava-se o conteúdo da prova dos nove no livro.

3.1.9 Aritmética Complementar para as Escolas Primárias – Professores da Escola Gratuita São José – 1946³²

³² Disponível em: <<https://repositorio.ufsc.br/handle/123456789/134891>>. Acesso em 16 dez. 2017.

Figura 43. Capa do livro “Aritmética Complementar para as Escolas Primárias” dos Professores da Escola Gratuita São José



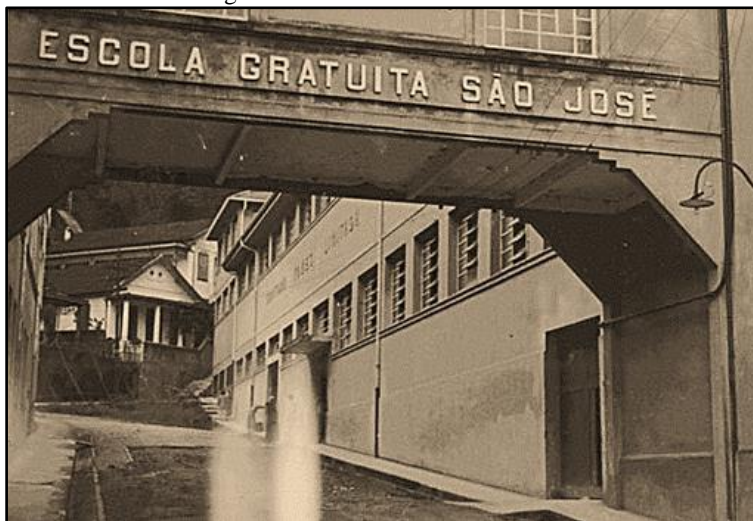
Fonte: Professores da Escola Gratuita São José (1946).

Esta obra foi escrita pelos professores da Escola Gratuita São José e era direcionada para o ensino primário, de modo a contemplar todos os conteúdos exigidos para o exame de admissão do curso secundário.

Essa escola foi fundada pelos Franciscanos em 1897 na cidade de Petrópolis, no Rio de Janeiro. Apenas quatro anos após sua criação, essa escola dispunha de uma tipografia (atual Editora Vozes) para impressões de materiais destinados as atividades escolares, elaborados e impressos para os quatro anos do então ensino primário, de acordo com as demandas internas da escola. Além disso, os livros ali produzidos

eram amplamente adotados em diferentes escolas do Brasil, com o intuito de disseminar padrões de comportamento e valores franciscanos junto às gerações escolares do período (GILZ; GUIMARÃES, 2015).

Figura 44. Escola Gratuita São José



Fonte: <http://www.itf.org.br/instituto-teologico-franciscano-120-anos.html>.

Acesso em 20 dez. 2017.

O livro foi dividido em três grandes partes, sendo que na primeira delas, após a introdução dos conceitos de quantidade, unidade e número, era apresentado o tópico “*As quatro operações sobre inteiro, provas, real e dos 9*”, o qual dividia-se em quatro subtópicos direcionados a cada uma das operações fundamentais.

No final da adição os autores explicavam que havia formas de verificar se uma operação estava correta, como a prova real e “*também outra prova, chama ‘prova dos nove’, que nem sempre é exata*” (PROFESSORES DA ESCOLA GRATUITA SÃO JOSÉ, 1946).

Figura 45. Prova dos nove da adição – Obra dos professores da Escola Gratuita São José– 1946

Somam-se as parcelas, uma a uma, tendo o cuidado de suprimir 9 cada vez que a soma fôr 9 ou mais e coloca-se o resultado sôbre um tracinho horizontal

$$4+3=7+2=9; \quad 8+6=14-9=5+1=6+2=8+7=15$$

$$-9=6+8=14 \quad -9=5+3=8+8=16 \quad -9=7 \quad +5=12 -9=3.$$

procede-se do mesmo modo com o total, colocando o resultado em baixo do traço.

$$7+4=11-9=2+1=3. \quad \text{Se os resultados forem iguais, supõe-se que a conta esteja certa.}$$

Fonte: Professores da Escola Gratuita São José (1946, p. 8).

Como pode ser visto na figura anterior, a prova dos nove da adição era explicada por meio de um exemplo numérico, e destacavam-se os passos ao longo da verificação. Assim, os autores mencionavam que se devia “*suprimir 9*” cada vez que possível, ou seja, quando a soma dos algarismos excedesse nove. Além disso, há indicação da simbologia da prova e mostra-se como procedê-la. Por fim, enfatiza-se que caso os resultados fossem iguais “*supõe-se que a conta esteja certa*”.

Na prova dos nove da subtração não era diferente. Os autores explicavam os passos por meio de um exemplo numérico e também mencionavam como se proceder a simbologia. Havia indicação para “*tirar os nove*” ao longo do processo da soma dos algarismos, como se pode notar nas figuras seguintes.

Figura 46. Prova dos nove da subtração – Obra dos professores da Escola Gratuita São José– 1946

Na prova dos nove tiram-se os 9 do minuendo, colocando-se o resultado sobre um traço horizontal; a se-

Fonte: Professores da Escola Gratuita São José (1946, p. 9).

Figura 47. Continuação da prova dos nove da subtração – Obra dos professores da Escola Gratuita São José – 1946

guir tiram-se os nove do subtraendo juntamente com o resto, colocando-se o resultado em baixo do traço. Se os 2 resultados forem iguais, supõe-se que a conta esteja certa.

896	$8+6=14-9=5$	
$- 742$	$7+4=11-9=2+2=4+1=5$	5
$\hline 154$	$=5+5=10-9=1+4=5$	5
824	$8+2=10-9=1+4=5$	
$- 387$	$3+8=11-9=2+7=9;$	5
$\hline 437$	$4+3=7+7=14-9=5$	5

Fonte: Professores da Escola Gratuita São José (1946, p. 10).

Na multiplicação a prova dos nove era explicada da mesma forma que as demais, mas eram apresentados dois exemplos numéricos. O primeiro deles explicitava a descrição dos passos para execução da prova e também os procedimentos detalhados para ilustração da simbologia, como pode ser visto na figura a seguir.

Figura 48. Prova dos nove da multiplicação – Obra dos professores da Escola Gratuita São José – 1946

Na prova dos nove tiram-se os 9 do multiplicador, colocando-se o resultado no ângulo esquerdo superior de uma cruz $2+4=6+8=14-9=5$; faz-se o mesmo com o multiplicando e põe-se o resultado no ângulo esquerdo inferior; multiplicando-se estes 2 resultados: $5 \times 4 = 20$; tiram-se os 9, e o resto se coloca no primeiro ângulo direito superior: $2+0=2$; tiram-se por fim os 9 do produto total e o resultado se coloca no último ângulo: $9; 9; 2$. Se os 2 algarismos dos ângulos da direita forem iguais, supõe-se que a conta esteja certa.

Fonte: Professores da Escola Gratuita São José (1946, p. 11).

Assim como nas provas anteriores, os autores se preocupavam em destacar que se os resultados obtidos durante a prova coincidissem,

podia “supor” que a conta estivesse certa, em outras palavras, que nem sempre a prova dos nove era confiável e trazia exatidão.

Por fim, na prova dos nove da divisão eram apresentados dois exemplos, sendo que apenas um deles apresentava todos os procedimentos detalhados da prova e da simbologia.

Figura 49. Prova dos nove da divisão – Obra dos professores da Escola Gratuita São José– 1946

PROVA: Na prova dos 9 tiram-se os 9 do quociente e coloca-se o resultado no ângulo esquerdo superior de uma cruz: $1+6=7+8=15-9=6+7=13-9=4$; $\begin{array}{r} 4 \ 2 \\ \hline \end{array}$ tiram-se os 9 do divisor e o resultado põe-se no $\begin{array}{r} 5 \ 2 \\ \hline \end{array}$ ângulo inferior, 5; multiplicam-se os 2 resultados, tiram-se 9, ao que fica junta-se o resto, se houver, e coloca-se no ângulo superior direito: $4 \times 5 = 20$; $2 + 0 = 2$; em seguida tiram-se os 9 do dividendo, e se põe o resultado no último ângulo. Se os 2 algarismos dos ângulos à direita forem iguais, supõe-se que a conta esteja certa.
 $8+4=12-9=3+3=6+5=11-9=2.$

Fonte: Professores da Escola Gratuita São José (1946, p. 14).

Nota-se que os autores eram bem detalhistas no que diz respeito principalmente às explicações das simbologias e também dos passos para execução de cada prova.

No final das operações fundamentais havia um tópico intitulado “repetição” que se tratava de questionamentos acerca do que foi ensinado. Lá constavam algumas perguntas relacionadas com a prova dos nove como:

- Como se somam as seguintes parcelas: $43+286+12+7+8+385$? Qual é a regra? Como se faz a prova real da exatidão da soma? como se faz a prova dos 9?;
- Como se faz: $824-387$? $900-764$ como se faz a prova real? e a prova dos 9?;
- Como se multiplica um número composta por um número simples? 248×4 . Como se faz a prova real? a prova dos 9?;
- Como se multiplica um número composto? 64×89 ; 89654×387 . Fazem-se as respectivas provas: real e dos 9;

- *Como se efetua a divisão: 98435+5? Como se faz a prova real? a dos 9?*;
- *Como se faz a divisão, sendo o divisor número composta? 965456+12; 85456+128. Faça a prova real e a dos 9.* (PROFESSORES DA ESCOLA GRATUITA SÃO JOSÉ, 1946, p. 17-18).

E assim encerram-se as provas dos nove na obra em questão.

3.1.10 “Aritmética Prática” –Theobaldo Miranda Santos – 1952³³

Figura 50. Foto de Theobaldo Miranda Santos



Fonte: Silva(2014).

“Nascido em Campos, Rio de Janeiro, em 1904, iniciou seus estudos no Liceu de Humanidades e na Escola Normal Oficial, onde realizou o curso primário e secundário, concluindo-o em 1920” (ALMEIDA FILHO, 2008, p. 6). Theobaldo Miranda Santos também realizou um curso de Odontologia e Farmácia e deu início ao seu magistério como professor da Escola Normal de Manhuaçu, ambos em

³³Disponível em: <<https://repositorio.ufsc.br/handle/123456789/159305>>. Acesso em 13 jan. 2017.

Minas Gerais. Lecionou aulas de diversas naturezas: Física, Química, História Natural, História da Civilização, Ortodontia e Odontopediatria. Em meados de 1928 foi nomeado professor da antiga Universidade do Distrito Federal e exerceu funções de professor do curso de pedagogia. Em 1941 foi diretor do Departamento de Educação Técnico Profissional e, um ano depois, também do Departamento de Educação Primária da prefeitura do Rio de Janeiro. Aposentou-se aos 54 anos se dedicando à produção de livros para uso de alunos nos diversos períodos do processo educativo e veio a falecer aos 66 anos de idade (ALMEIDA FILHO, 2008).

Santos produziu uma vasta literatura no campo da Ciência da Educação. Suas primeiras publicações em jornais e revistas abordavam questões educacionais e, como estava ligado a um grupo de militantes católicos, suas produções de materiais pedagógicos representavam um esforço em adequar as concepções da Escola Nova com um modelo de pedagogia cristã e católica (ALMEIDA FILHO, 2008).

As publicações de Theobaldo Miranda Santos,

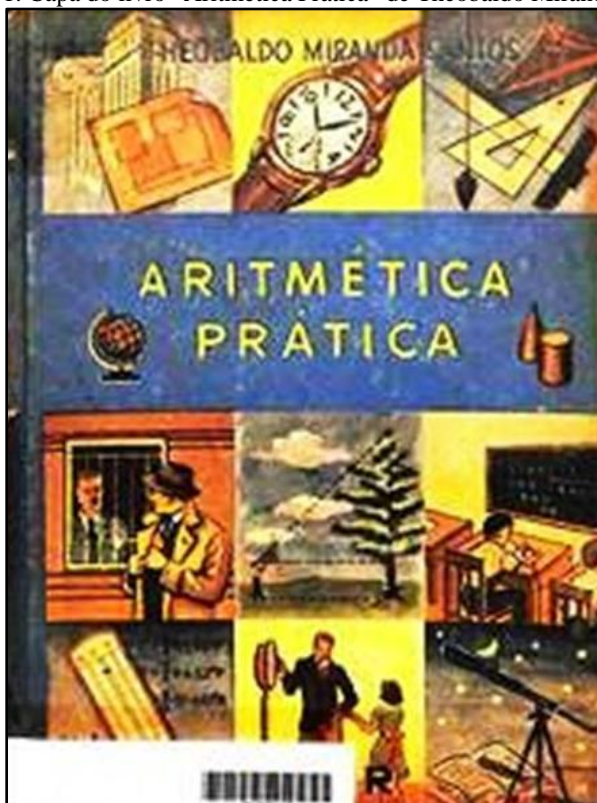
[...] circularam em outros meios estudantis dos cursos das Escolas Normais, Institutos de Educação e Faculdades de Filosofia, Ciências e Letras. Ele publicou também livros didáticos de geografia, história, língua portuguesa, contos e poesias para o ensino primário, ginásial e colegial. Dessa forma, o referido autor construiu uma ampla literatura que abrangeu os três níveis de ensino: o primário, o secundário, o ensino normal e superior e, sobretudo, as Faculdades de Pedagogia (ZIMMER; BOLDO; COSTA, 2013, p. 3).

Em 1952, em especial, Santos publicou o livro “Aritmética Prática”, o qual foi direcionado ao curso primário e nele continha “todo o programa do curso primário e do exame de admissão aos cursos ginásial, normal, comercial e industrial” (SANTOS, 1952, p. 3). Esta obra estava na lista dos livros didáticos julgados como de uso autorizado e que poderiam ser adotados nas escolas primárias durante o ano letivo, citados na primeira seção do Diário Oficial da União de fevereiro de

1959³⁴. Tal fato reforça a importância deste autor no cenário nacional, no que diz respeito a publicações direcionadas ao ensino primário.

O livro foi organizado em vinte e quatro capítulos, e direcionava-se ao curso de admissão de modo a apresentar todo o programa do ensino primário. Além disso, no final do livro eram apresentadas questões resolvidas, retiradas de exames de admissão do Instituto de Educação do Rio de Janeiro, da Escola Normal Carmela Dutra, do Colégio Pedro II (internato e externato), do Colégio Militar do Rio de Janeiro e de Ginásios do Estado de São Paulo.

Figura 51. Capa do livro “Aritmética Prática” de Theobaldo Miranda Santos



Fonte: Santos (1952).

³⁴ Disponível em: <<http://www.jusbrasil.com.br/diarios/2650666/pg-30-secao-1-diario-oficial-da-uniao-dou-de-12-02-1959>>. Acesso em: 20 set. 2016.

O segundo capítulo tratava das “*Operações Aritméticas*” e logo de início o autor definia prova como “*outra operação que serve para verificar a exatidão da primeira*” e destacava que “*Há duas espécies de provas, geralmente usadas: a prova real e a prova dos nove. Pode-se também empregar a prova dos 4, dos 11, etc.*” (SANTOS, 1952, p. 21). No final da seção de cada uma das operações fundamentais eram abordadas as provas, real e dos nove, como ilustrado na figura a seguir.

Figura 52. Prova da adição – Obra de Theobaldo Miranda Santos – 1952

5. Prova da adição. — a) *Prova real*: Somam-se as parcelas em outra ordem, por exemplo, de baixo para cima. O segundo resultado deve ser igual ao primeiro.
b) *Prova dos nove*: Tiram-se os nove de tôdas as parcelas e, separadamente, os nove da soma; se os dois resultados fôrem iguais, é provável que a operação esteja certa.

Fonte: Santos (1952, p. 26).

Dessa forma, era possível observar que o autor apenas descrevia os passos para realizar a prova real e a prova dos nove, sem apresentar exemplos numéricos ou simbologias.

Dando continuidade, havia um questionário, alguns exercícios, testes, e também problemas resolvidos. Destes, apenas um único exercício propunha o cálculo de quatro adições e a verificação por meio de ambas as provas.

O caso da subtração era feito da mesma forma, no final desta seção apareciam a prova real e dos nove, de forma descritiva e sem exemplos numéricos (ver figura a seguir).

Figura 53. Prova da subtração – Obra de Theobaldo Miranda Santos – 1952

7. Prova da subtração. — a) *Prova real*: Consiste em somar o subtraendo com o resto. O resultado deverá ser igual ao minuendo. b) *Prova dos nove*: Tiram-se os nove do minuendo e, em seguida, do subtraendo com o resto. Os dois restos devem ser iguais.

Fonte: Santos (1952, p. 31).

Na sequência, também havia um único exercício que propunha a realização das duas provas depois de efetuadas algumas subtrações. O caso da multiplicação não foi diferente:

Figura 54. Prova da multiplicação – Obra de Theobaldo Miranda Santos – 1952

4. Provas da multiplicação. — a) *Prova real:* Divide-se o produto por um dos fatores; se a multiplicação estiver certa, a divisão será exata e o quociente igual ao outro fator. b) *Prova dos nove:* 1.º — tiram-se os nove do multiplicando; 2.º — tiram-se os nove do multiplicador; 3.º — multiplicam-se os 2 restos e tiram-se os nove do resultado; 4.º — tiram-se os no-

Fonte: Santos (1952, p. 36).

Figura 55. Continuação da prova da multiplicação – Obra de Theobaldo Miranda Santos – 1952

ves do produto dos números; 4.º — se os 2 últimos resultados forem iguais, a operação estará provavelmente certa.

Fonte: Santos (1952, p. 37).

Observa-se que mesmo sem citar a divisão (que seria abordada posteriormente no livro), o autor já mencionava essa operação ao descrever a prova real da multiplicação. Além disso, verificava-se que no caso da multiplicação a prova dos nove era apresentada em quatro passos, sem a presença de exemplos numéricos (como nos demais casos), nem exercícios relacionados a prova.

O caso da divisão se parecia com o da multiplicação, pois o autor apresentava a prova dos nove descrita em três passos e também não fazia uso de exemplos numéricos nem propunha exercícios com menção às provas.

Figura 56. Prova da divisão – Obra de Theobaldo Miranda Santos – 1952

5. Provas da divisão. — a) *Prova real:* Multiplica-se o divisor pelo quociente; junta-se ao produto o resto, se houver; se o resultado for igual ao dividendo, a divisão estará certa. b) *Prova dos nove:* 1.º — Tiram-se os nove do divisor e depois do quociente; 2.º — Multiplicam-se os dois restos assim obtidos e tiram-se os nove do resultado; 3.º — O resto assim obtido é somado aos algarismos do resto da divisão e, tirando-se os nove do dividendo, deve-se encontrar um resto igual ao precedente, se a divisão estiver certa.

Fonte: Santos (1952, p. 44).

Vale destacar que, ao contrário das demais provas dos nove, na divisão afirmava-se que, caso os restos obtidos fossem iguais, a divisão estaria certa, sem utilizar de termos como “é provável”, que foram

usados pelo autor nas demais verificações. E assim encerravam-se as provas dos nove na obra de Theobaldo Miranda Santos.

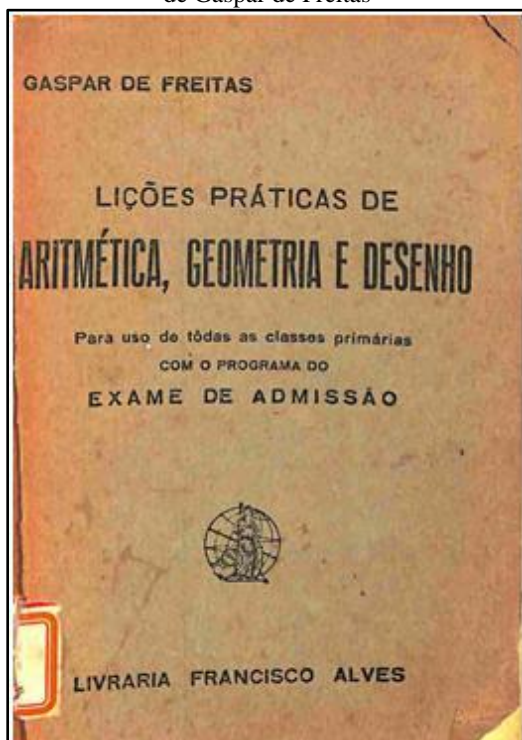
3.1.11 “Lições Práticas de Aritmética, Geometria e Desenho” – Gaspar de Freitas – 1957³⁵

Gaspar de Freitas foi diretor do Instituto Minerva no Rio de Janeiro e autor de diversos livros didáticos de grande sucesso editorial e usados por vários mestres, com publicações voltadas às disciplinas de Matemática, Geografia, Gramática e História do Brasil(SALVADOR, 2012).

A 27ª edição da obra "Lições Práticas de Aritmética, Geometria e Desenho" era direcionada à todas as classes primárias e incluía o programa de exame de admissão ao curso secundário e ao curso comercial.

³⁵ Disponível em: <<https://repositorio.ufsc.br/handle/123456789/159300>>. Acesso em 13 jan. 2017.

Figura 57. Capa do livro “Lições Práticas de Aritmética, Geometria e Desenho” de Gaspar de Freitas



Fonte: Freitas (1957).

O livro era dividido em duas partes, uma para Aritmética e outra para Geometria e Desenho. Dentre os tópicos de Aritmética estava "*As 4 operações sobre inteiros*" seguido das "*Provas real e dos nove*". Dessa forma, depois de explicadas as quatro operações fundamentais o autor definia prova como "*segunda operação que tem por fim verificar se a primeira está certa*" (FREITAS, 1957, p. 17), e destacava que a prova real e dos nove eram as mais usadas.

Dando sequência, eram apresentadas as provas reais das quatro operações que fazia uso de descrições e exemplos numéricos, nos quais já se via a simbologia da prova dos nove (como pode ser verificado nas figuras a seguir).

Figura 58. Prova real da soma e da subtração – Obra de Gaspar de Freitas – 1957

3. Prova real da soma. — Somam-se tôdas as parcelas menos uma e do 1.^o total subtrai-se o 2.^o; se a operação estiver certa, a diferença deve ser igual à parcela excluída. Exemplo:

871643	0
234052	—
386348	0
523705	
<hr/>	
2015748	
1144105	
<hr/>	
871643	

4. Prova real da subtração. — Soma-se o subtraendo com o resto; se a operação estiver certa, o resultado deve ser igual ao minuendo. Exemplo:

2035748	
1164105	2
<hr/>	
871643	2
<hr/>	
2035748	

Fonte: Freitas (1957, p. 17)

Figura 59. Prova real da multiplicação e da divisão – Obra de Gaspar de Freitas – 1957

5. Prova real da multiplicação. — Divide-se o produto por um dos fatores; se a multiplicação estiver certa, a divisão será exata e o quociente igual ao outro fator. Exemplo:

687504		
8079		
<hr/>		
6187536	3 0	
4812528	6 0	
5500032		
<hr/>		
5554344816	687504	
5431281		
6187536	8079	3 0
00000		6 0

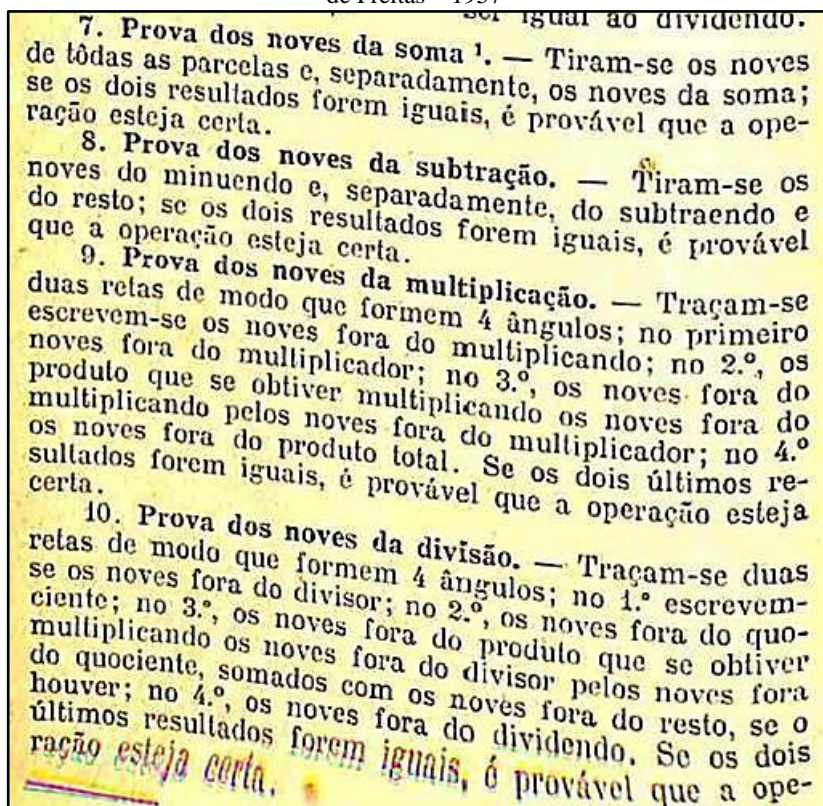
6. Prova real da divisão. — Multiplica-se o quociente pelo divisor e ao produto junta-se o resto, se houver; se a operação estiver certa, o resultado deve ser igual ao dividendo.

7. Prova dos

Fonte: Freitas (1957, p. 18)

Depois disso, eram abordadas as provas dos nove para as quatro operações fundamentais, uma seguida da outra, sendo que o autor apresentava todos os passos para execução.

Figura 60. Prova dos nove das quatro operações fundamentais – Obra de Gaspar de Freitas – 1957



Fonte: Freitas (1957, p. 18)

Pode-se notar que na prova dos nove da adição o autor não mencionava que após calcular o nove-fora das parcelas, esses valores deveriam ser somados para que novamente se “tirassem os nove”.

O interessante é que Freitas explicava os procedimentos da simbologia na multiplicação e divisão, e deixava claro cada passo desde o traço dos segmentos que formam quatro ângulos até os algarismos que deviam ser escritos em cada espaço formado entre os segmentos. Além disso, o autor utilizava a expressão “é provável que a operação esteja certa” e explicava mais adiante em nota de rodapé que “a prova dos nove indica apenas probabilidade e não certeza, por que, se houver um

êrro de 9, ou múltiplo de 9, esta prova não o acusa" (FREITAS, 1957, p. 19). Também acrescentava que

Em lugar da prova dos nove pode empregar-se a prova dos setes, dos onze, etc., que consiste em tirar os setes, ou onze, etc. (conforme o caso), analogamente ao que se faz na prova dos nove (FREITAS, 1957, p. 19).

Na sequência eram apresentados alguns questionamentos e exercícios que abordavam as provas reais e dos nove, como mostra a figura a seguir. Tratava-se de perguntas generalizadas acerca das provas, e verificações para serem feitas em alguns cálculos. E assim encerrava-se este conteúdo na obra de Gaspar de Freitas.

Figura 61. Questionamentos e Exercício envolvendo as provas – Obra de Gaspar de Freitas – 1957

1. Que é prova de uma operação? — 2. Quais são as provas mais usadas? — 3. Como se tira a prova real da soma? — 4. ...da subtração? — 5. ...da multiplicação? — 6. ...da divisão? — 7. Como se tira a prova dos nove da soma? — 8. ...da subtração? — 9. ...da multiplicação? — 10. ...da divisão? — 11. Podemos confiar na prova dos nove? Por quê? — 12 a 17. A que é igual o minuendo? — Como acharemos o subtraendo, sabendo o minuendo e o resto? — Sabendo o produto de 2 fatores e um deles, como acharemos o outro? — A que é igual o dividendo? — Sabendo o divisor e o quociente de uma divisão exata, como encontraremos o dividendo? — E se a divisão não for exata?

Exercício 5 — Efetuar e tirar as provas (real e dos nove):

$$6 + 60 + 604 + 7895 + 4444 + 603 + 2 =$$

$$806954073 - 38069473 =$$

$$4937689 \times 4507 =$$

$$49376894 \div 4507 =$$

Exercício 6 — Efetuar e tirar as provas (real e dos nove):

$$\text{Cr\$ } 980,00 + \text{Cr\$ } 98,00 + \text{Cr\$ } 9,80 + \text{Cr\$ } 0,98 =$$

$$\text{Cr\$ } 980,00 - \text{Cr\$ } 0,98 =$$

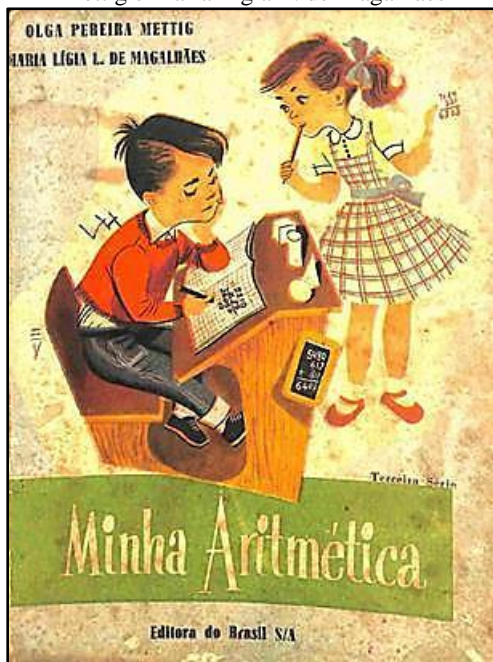
$$794264042 \times 998460 =$$

$$7942640420 \div 998460 =$$

Fonte: Freitas (1957, p. 19).

3.1.12 “Minha Aritmética–Terceira Série” – Olga Pereira Mettig; Maria Lígia L. de Magalhães – 1959³⁶

Figura 62. Capa do livro “Minha Aritmética – Terceira Série” de Olga Pereira Mettig e Maria Lígia L. de Magalhães



Fonte: Mettig; Magalhães (1959).

Trata-se da 17ª edição e 20º volume da obra “Minha Aritmética”, a qual foi destinada a terceira série (ou terceiro ano) do primário e escrita pelas autoras Olga Pereira Mettig e Maria Lígia L. Magalhães.

Olga nasceu em 1914 em Cachoeira, interior da Bahia, e teve seu diploma de professora primária em 1934. Em 1938 foi aprovada no concurso da Secretaria de Educação como professora efetiva na Escola Joana Angélica e em 1944 foi nomeada diretora da Escola Rui Barbosa. Dois anos depois deu início à sua formação em Pedagogia na Faculdade de Filosofia da Bahia, e em 1947 foi aprovada como

³⁶ Disponível em: <<https://repositorio.ufsc.br/handle/123456789/159288>>. Acesso em 13 jan. 2017.

Inspetora de Ensino das escolas da Capital. Além disso, em 1948, criou o Colégio Nossa Senhora do Carmo, o seu verdadeiro laboratório de educação. Também foi membro da Diretoria do Sindicato de Estabelecimentos de Ensino da Bahia e da Comissão de Planejamento da Jornada de Diretores de Estabelecimentos de Ensino Médio. Durante sua vida recebeu muitas homenagens, como uma praça batizada com seu nome, o título de “Educatriz do Ano” e teve sua casa transformada em museu. Olga Mettig faleceu em 2004 alguns dias antes de completar 90 anos (SOARES, 2007).

Em 1951, Olga fez parceira com sua colega Maria Lígia Lordello de Magalhães, e publicaram seu primeiro livro que deu origem a uma série de outras obras. A autora Maria Lígia Lordello de Magalhães

Foi amiga e colaboradora de Olga Mettig por mais de 50 anos. Dona Lígia foi convidada a ensinar no Colégio Nossa Senhora do Carmo, ainda no início de suas atividades, e nunca mais se separou da companheira de lutas e conquistas. Juntas, editaram vários livros didáticos. Uma parceria que rendeu bons frutos, além da cumplicidade profissional [...] Hoje, Dona Lígia é Presidente da Sociedade Cultural e Educacional da Bahia (SORAES, 2007, p. 51).

Mettig e Magalhães publicaram dezenas de livros didáticos, “que foram amplamente adotados na Bahia e em outros estados brasileiros” (SOARES, 2007, p. 78). Ficaram “conhecidas como as autoras de uma renomada coleção de livros didáticos, destinados aos alunos do Ensino Fundamental – antigo Curso primário” (SOARES, 2007, p. 81) e alguns dos livros “são conhecidos e aplicados em todos os estados do Brasil, outros, apenas no Rio, São Paulo e Norte do país”. Em cerca de vinte anos foram vendidos mais de 1 milhão de exemplares e publicadas 360 edições de 32 livros das autoras (SOARES, 2007).

Figura 63. Fotografia de Olga Pereira Mettig e Maria Lígia Lordello Magalhães



Fonte: Soares (2007, p .78).

A obra em questão foi dividida em vários tópicos sendo que um deles direcionava-se ao estudo das operações fundamentais, e lá se encontrava a prova dos nove, vinculada a cada uma das operações. As autoras mencionavam que *“para verificarmos se a operação está certa tiramos a prova. Há várias maneiras de tirar a prova, porém as mais usadas têm nomes de: Prova Real, Prova dos Noves”* (METTIG; MAGALHÃES, 1959, p. 31).

Na adição, a prova dos nove se apresentava por meio de um exemplo numérico, seguido de orientações para sua execução. Além disso, havia ilustração da simbologia ao lado direito do exemplo, porém esta não era mencionada nem explicada pelas autoras (ver figuras seguintes).

Figura 64. Exemplo numérico da prova dos nove da adição – Obra de Olga P. Mettig e Maria L. L. Magalhães – 1959

Prova dos Noves				
7	2	4	+	
3	6	5		4
2	8	3		<hr style="width: 50px; margin-left: auto; margin-right: 0;"/>
				4
<hr style="width: 100%;"/>				
1	3	7	2	

Fonte: Mettig; Magalhães (1959, p. 31).

Figura 65. Orientação para se proceder a prova dos nove da adição – Obra de Olga P. Mettig e Maria L. L. Magalhães – 1959

Tiram-se os nove das parcelas e escreve-se ao lado, depois tiram-se os nove da soma ou total. Se os dois números forem iguais, é provável que a conta esteja certa.

Fonte: Mettig; Magalhães (1959, p. 32).

Pode-se notar que na prova dos nove da adição as autoras não mencionavam que após calcular o nove-fora das parcelas, esses valores deveriam ser somados para que novamente se “tirassem os nove”.

Na sequência, eram apresentados alguns exercícios e um deles indicava algumas adições para que os alunos efetuassem e verificassem por meio da prova dos nove, como pode ser visto na figura a seguir.

Figura 66. Exercício da prova dos nove para adição – Obra de Olga P. Mettig e Maria L. L. Magalhães – 1959

4^{or} – Arme, efetue e tire a prova dos nove:

a) $8043 + 5728 + 3754$
 b) $74365 + 2643 + 253$
 c) $4003 + 504 + 7348$

Fonte: Mettig; Magalhães (1959, p. 32).

Na subtração também estava indicado que para verificar se uma operação estaria correta usavam-se as provas, real e dos nove. E sua apresentação se assemelhava com a da adição, dessa forma, mostrava-se um exemplo numérico com a simbologia ao lado, seguido das orientações.

Figura 67. Exemplo numérico da prova dos nove da subtração – Obra de Olga P. Mettig e Maria L. L. Magalhães – 1959

Prova dos Nove

9 7 2 8	—	8
5 4 7 6		8
4 2 5 2		

Fonte: Mettig; Magalhães (1959, p. 36).

Figura 68. Orientação para se proceder a prova dos nove da subtração – Obra de Olga P. Mettig e Maria L. L. Magalhães – 1959

Tiram-se os nove fora do minuendo e, separadamente, do subtraendo com o resto. Se os dois resultados forem iguais é provável que a operação esteja certa.

Fonte: Mettig; Magalhães (1959, p. 37).

Dando continuidade apresentavam-se alguns exercícios para que os alunos efetuassem as subtrações e posteriormente as verificassem por meio da prova dos nove, como feito na adição.

Figura 69. Exercício da prova dos nove para subtração – Obra de Olga P. Mettig e Maria L. L. Magalhães – 1959

2 — Arme e efetue as seguintes subtrações:

- a) $86435 - 74386$
- b) $76489 - 50432$
- c) $124368 - 54862$


Fonte: Mettig; Magalhães (1959, p. 37).

Tanto na multiplicação como na divisão mencionavam-se as provas, real e dos nove, como possíveis meios de verificação. Na multiplicação, além do exemplo numérico a das orientações para execução da prova, as autoras indicavam o passo para desenhar a simbologia, porém não mencionavam o local que deviam ser escritos cada resultado obtido durante a verificação.

Figura 70. Prova dos nove da multiplicação – Obra de Olga P. Mettig e Maria L. L. Magalhães – 1959

Prova dos Noves

8	6	4	3
×	3	5	
<hr/>			
4	3	2	1 5
2	5	9	2 9
<hr/>			
3	0	2	5 0 5

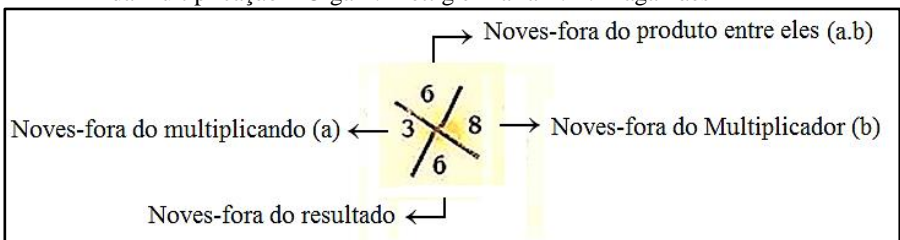


Traçam-se duas retas onde os resultados serão colocados. Tiram-se os nove fora do multiplicando e depois do multiplicador; multiplicam-se os dois resultados acima. Tiram-se os nove fora do produto e, se os dois últimos resultados forem iguais, é provável que a conta esteja certa.

Fonte: Mettig; Magalhães (1959, p. 41).

A ideia desta simbologia foi a mesma que as demais já apresentadas, ou seja, usavam-se segmentos de reta perpendiculares entre si. A diferença foi na direção dos segmentos que desta vez não estavam mais na horizontal e vertical como já visto anteriormente. Para melhor compreender esta simbologia, observe o esboço a seguir:

Figura 71. Ilustração da simbologia da prova dos nove para o exemplo anterior da multiplicação – Olga P. Mettig e Maria L. L. Magalhães



Fonte: Elaborado pela própria autora.

No decorrer do livro apareciam alguns exercícios, sendo que um deles referia-se a prova dos nove após terem sido efetuadas algumas multiplicações.

Figura 72. Exercício da prova dos nove para multiplicação – Obra de Olga P. Mettig e Maria L. L. Magalhães – 1959

4 — Efetue e tire a prova dos nove:	
$\begin{array}{r} 7246 \times \\ 8 \\ \hline \end{array}$	$\begin{array}{r} 43056 \times \\ 34 \\ \hline \end{array}$
$\begin{array}{r} 76843 \times \\ 302 \\ \hline \end{array}$	

Fonte: Mettig; Magalhães (1959, p. 43).

A divisão seguia os mesmos padrões, porém a simbologia utilizada era em formato de cruz, como já visto em outros livros analisados.

Figura 73. Prova dos nove da divisão – Obra de Olga P. Mettig e Maria L. L. Magalhães – 1959

Prova dos Noves	
$\begin{array}{r} 8 \ 6 \ 4 \ \ 5 \\ 5 \\ \hline 3 \ 6 \\ 3 \ 5 \\ \hline 0 \ 1 \ 4 \\ 1 \ 0 \\ \hline 0 \ 4 \end{array}$	$\begin{array}{r} 5 \ \ 1 \\ 0 \ \ 0 \end{array}$
<p>Traçam-se duas retas formando ângulos. Tiram-se os nove fora do divisor e escreve-se no 1.º ângulo; tiram-se os nove fora do quociente e escreve-se no 2.º ângulo; multiplicam-se estes dois resultados, tirando-lhes os nove fora e juntando-lhes o resto se houver, escrevendo o resultado no 3.º ângulo. Por fim, tiram-se os nove fora do dividendo. Se os dois últimos resultados forem iguais, supõe-se que a operação esteja certa.</p>	

Fonte: Mettig; Magalhães (1959, p. 50).

De acordo com as autoras, para a simbologia da prova dos nove da divisão, “traçam-se duas retas formando ângulos” (o correto seria segmentos de retas), subtendia-se que seriam ângulos retos. Além disso,

o ângulo formado na parte superior esquerda era chamado de 1º ângulo pelas autoras; a parte superior esquerda equivalia ao 2º ângulo; o 3º ângulo era aquele formado na parte inferior direita; e o 4º ângulo se referia à parte inferior esquerda.

Na sequência eram apresentadas as divisões abreviadas por 10, 100 e 1000 e, em seguida, havia alguns exercícios, dentre eles um indicava para calcular e tirar a prova dos nove em algumas divisões.

Figura 74. Exercício da prova dos nove para divisão – Obra de Olga P. Mettig e Maria L. L. Magalhães – 1959

<p>7 — Arme, efetue e tire a prova dos nove:</p> <p>8643 ÷ 6 7246 ÷ 8 98653 ÷ 52</p>
--

Fonte: Mettig; Magalhães (1959, p. 52).

Nota-se que na prova dos nove das quatro operações havia indicações de que se os resultados fossem iguais, então era provável que a operação estivesse certa, dando a entender que esta nem sempre era confiável.

O cálculo do nove-fora também aparecia ilustrado em algumas tabuadas, que se encontravam anexadas no final do livro. Era o caso da “*tabuada de somar*” e da “*tabuada de multiplicar*” que apresentavam na última coluna de cada operação, o cálculo do nove-fora para resultados que excediam nove (ver figuras a seguir). Assim encerrava-se este conteúdo na obra de Olga P. Mettig e Maria L. L. Magalhães.

Figura 75. Tabuada de somar – Obra de Olga P. Mettig e Maria L. L. Magalhães
– 1959

TABUADA DE SOMAR											
2	+	1	3	5	+	1	6	8	+	1	9 0
2		2	4	5		2	7	8		2	10 1
2		3	5	5		3	8	8		3	11 2
2		4	6	5		4	9 0	8		4	12 3
2		5	7	5		5	10 1	8		5	13 4
2		6	8	5		6	11 2	8		6	14 5
2		7	9 0	5		7	12 3	8		7	15 6
2		8	10 1	5		8	13 4	8		8	16 7
2		9	11 2	5		9	14 5	8		9	17 8
2		10	12 3	5		10	15 6	8		10	18 0
3	+	1	4	6	+	1	7	9	+	1	10 1
3		2	5	6		2	8	9		2	11 2
3		3	6	6		3	9 0	9		3	12 3
3		4	7	6		4	10 1	9		4	13 4
3		5	8	6		5	11 2	9		5	14 5
3		6	9 0	6		6	12 3	9		6	15 6
3		7	10 1	6		7	13 4	9		7	16 7
3		8	11 2	6		8	14 5	9		8	17 8
3		9	12 3	6		9	15 6	9		9	18 0
3		10	13 4	6		10	16 7	9		10	19 1
4	+	1	5	7	+	1	8	10	+	1	11 2
4		2	6	7		2	9 0	10		2	12 3
4		3	7	7		3	10 1	10		3	13 4
4		4	8	7		4	11 2	10		4	14 5
4		5	9 0	7		5	12 3	10		5	15 6
4		6	10 1	7		6	13 4	10		6	16 7
4		7	11 2	7		7	14 5	10		7	17 8
4		8	12 3	7		8	15 6	10		8	18 0
4		9	13 4	7		9	16 7	10		9	19 1
4		10	14 5	7		10	17 8	10		10	20 2

Fonte: Mettig; Magalhães (1959, p. 123).

Figura 76. Tabuada de multiplicar – Obra de Olga P. Mettig e Maria L. L. Magalhães – 1959

TABUADA DE MULTIPLICAR														
2	×	1	=	2	5	×	1	=	5	8	×	1	=	8
2		2		4	5		2		10 1	8		2		16 7
2		3		6	5		3		15 6	8		3		24 6
2		4		8	5		4		20 2	8		4		32 5
2		5		10 1	5		5		25 7	8		5		40 4
2		6		12 3	5		6		30 3	8		6		48 3
2		7		14 5	5		7		35 8	8		7		56 2
2		8		16 7	5		8		40 4	8		8		64 1
2		9		18 0	5		9		45 0	8		9		72 0
2		10		20 2	5		10		50 5	8		10		80 8
3	×	1	=	3	6	×	1	=	6	9	×	1	=	9 0
3		2		6	6		2		12 3	9		2		18 0
3		3		9 0	6		3		18 0	9		3		27 0
3		4		12 3	6		4		24 6	9		4		36 0
3		5		15 6	6		5		30 3	9		5		45 0
3		6		18 0	6		6		36 0	9		6		54 0
3		7		21 3	6		7		42 6	9		7		63 0
3		8		24 6	6		8		48 3	9		8		72 0
3		9		27 0	6		9		54 0	9		9		81 0
3		10		30 3	6		10		60 6	9		10		90 0
4	×	1	=	4	7	×	1	=	7	10	×	1	=	10 1
4		2		8	7		2		14 5	10		2		20 2
4		3		12 3	7		3		21 3	10		3		30 3
4		4		16 7	7		4		28 1	10		4		40 4
4		5		20 2	7		5		35 8	10		5		50 5
4		6		24 6	7		6		42 6	10		6		60 6
4		7		28 1	7		7		49 4	10		7		70 7
4		8		32 5	7		8		56 2	10		8		80 8
4		9		36 0	7		9		63 0	10		9		90 9
4		10		40 4	7		10		70 7	10		10		100 10

Fonte: Mettig; Magalhães (1959, p. 125).

3.1.13 “Minha Aritmética – Quarto Ano” – Olga Pereira Mettig; Maria Lígia L. de Magalhães – 1963³⁷

Esta obra também foi escrita pelas autoras Olga Pereira Mettig e Maria Lígia L. de Magalhães, trata-se da 57ª edição e 20º volume da

³⁷ Disponível em: <<https://repositorio.ufsc.br/handle/123456789/135036>>. Acesso em 13 jan. 2017.

obra “Minha Aritmética”, a qual é destinada o quarto ano (ou quarta série) do primário.

Figura 77. Capa do livro “Minha Aritmética – Quarto Ano” de Olga Pereira Mettig e Maria Lígia L. de Magalhães



Fonte: Mettig; Magalhães (1963).

O curioso é que, mesmo o livro sendo destinado ao quarto ano do primário (posterior ao da obra anteriormente analisada), o conteúdo da prova dos nove aparecia idêntico. Dessa maneira, as orientações, os exemplos e as simbologias eram exatamente as mesmas em ambos os livros, sem trocar nenhum algarismo ou palavra!

A única mudança da prova dos nove na obra do quarto ano estava nos exercícios, os cálculos eram apresentados com números maiores, ou seja, compostos por mais algarismos (como pode ser visto nas quatro figuras seguintes). O que era esperado, visto que nessa época

pouco se mudava nos conteúdos de um ano para o outro. Geralmente as principais mudanças estavam no grau de dificuldade dos exercícios e na problemática dos enunciados dos problemas.

Figura 78. Exercício da prova dos nove para adição – Obra de Olga P. Mettig e Maria L. L. Magalhães – 1963

2 — Efetue e tire a prova dos nove:

a —

$$\begin{array}{r} 8645 \\ 3246 \\ + 3728 \\ \hline \end{array}$$

b —

$$\begin{array}{r} 7435 \\ 2921 \\ + 3086 \\ \hline \end{array}$$

c —

$$\begin{array}{r} 5432 \\ 3741 \\ + 2406 \\ \hline \end{array}$$

Fonte: Mettig; Magalhães (1963, p. 33).

Figura 79. Exercício da prova dos nove para subtração – Obra de Olga P. Mettig e Maria L. L. Magalhães – 1963

4 — Arme, efetue e tire a prova dos nove:

a — 746528 — 340632

b — 342765 — 143672

c — 90043 — 54008

Fonte: Mettig; Magalhães (1963, p. 38).

Figura 80. Exercício da prova dos nove para multiplicação – Obra de Olga P. Mettig e Maria L. L. Magalhães – 1963

3 — Efetue e tire a prova dos nove:

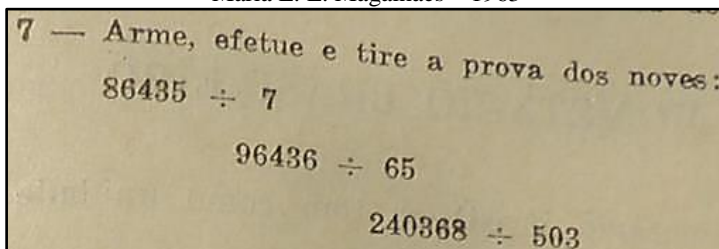
a — 49503 × 46

b — 87243 × 58

c — 143870 × 720

Fonte: Mettig; Magalhães (1963, p. 42).

Figura 81. Exercício da prova dos nove para divisão – Obra de Olga P. Mettig e Maria L. L. Magalhães – 1963



Fonte: Mettig; Magalhães (1963, p. 51).

No final do livro, também aparecia o cálculo do nove-fora ilustrado nas tabuadas de somar e multiplicar, com uma coluna para o cálculo do nove-fora de resultados que excediam o valor nove, idênticas ao livro anterior. Encerrava-se assim, a prova dos nove na obra.

3.2 As diferentes abordagens da prova dos nove

“Buscar, num dado período histórico, manuais inovadores representa uma condição necessária para a escrita da trajetória histórica de um determinado saber” (VALENTE, 2008b, p. 147).

Vale destacar que tanto as buscas quanto as análises propriamente ditas foram feitas em passos lentos, se atendo aos pequenos detalhes que rodeavam o conteúdo que se propunha investigar. De modo a tentar compreender como a prova dos nove se apresentava nas respectivas obras, com quais conteúdos se relacionava, de que modo o autor a definia, qual a importância era dada, como era descrita, etc. Para que pouco a pouco, fosse possível destacar as abordagens inovadoras, aquelas mais audaciosas, mais sistemáticas, ou mais simples que as demais. Assim destacaremos os “marcos” desse conteúdo de ensino dentre os livros analisados, em consonância com o que Chervel definiu como fenômeno das *vulgatas*.

As primeiras aproximações com as fontes, durante todo o mapeamento realizado (que foi um trabalho extenso e exaustivo) fez surgir algumas inquietações acerca deste conteúdo. Assim, foram sendo elaboradas, ao longo das análises, algumas categorias para suprir essas lacunas e melhor compreender e comparar as abordagens apresentadas.

Para isso, foi construído um quadro com as categorizações que surgiram antes, ao longo, e depois do trabalho com as fontes, de modo a se adequar com o que foi sendo encontrado durante as análises dos livros didáticos. Assim foram criadas as seguintes categorizações (que comporão a síntese realizada no quadro mostrado na sequência):

- **Ano:** as obras foram destacadas por seus anos de publicação, visto que as *vulgatas*, e consequentemente os “marcos”, são determinadas por livros didáticos que se assemelham quanto à organização dos conteúdos em determinado período de tempo.
- **Apresentação:** aqui é analisado se na obra a prova dos nove era apenas mencionada pelos autores; se aparecia ilustrada nas tabuadas das operações, com uma coluna para o cálculo do nove-fora; se apresentada os procedimentos, ou seja, a explicação de como executá-la; e se haviam exemplos dessa prova.
- **Conteúdo Associado:** nesta categoria é destacado o conteúdo de ensino que se associava a prova dos nove. Seja com as operações aritméticas; ou com as tabuadas das operações; ou ainda com divisibilidade (que foram as três alternativas encontradas nas análises).
- **Definição:** aqui se destaca como os autores definiam uma prova em sua obra. Seja como um modo para verificar se uma operação está correta, ou como uma segunda ou outra operação que verifica a primeira. Também se indica quando o autor não define uma prova em seu livro.
- **Indicação de erros:** nesta categoria alerta-se para o fato de os autores terem explicado que a prova dos nove não é confiável e pode induzir ao erro; ou se usaram algum termo que apontava isso de forma indireta (como “pode-se supor”, “supõe-se”, “é provável que”, “de resultados as vezes negativos”, “presume-se”, “é quase certo que”, etc.). Ou ainda, se não havia indicação de inconfiabilidade dessa prova, seja direta ou indiretamente.
- **Explicação do nove-fora:** aqui se atenta ao fato dos autores, além de mencionar, terem explicado ou não como proceder o cálculo do nove-fora, ou seja, como se “tira os nove” ou “extraí os nove” de um número.
- **Simbologia:** caso a simbologia da prova dos nove apenas aparecesse ao lado de exemplos numéricos classifica-se como

ilustrada; se foram explicados os passos para desenhar e preencher os números na simbologia classifica-se como explicada. Além disso, coloca-se não para as obras que não apresentavam ilustração e muito menos explicação da simbologia da prova dos nove.

- **Outras prova:** aqui se destaca a menção à outras provas que não as provas reais ou dos nove (dos 2, 3, 4, 7, 11, etc.).
- **Exercícios:** por fim indicam-se as obras que apresentavam exercícios direcionados à prova dos nove, sejam por meio de questionamentos, de exercícios propriamente ditos, ou de “repetições” mencionadas pelos autores.

Quadro 3. Síntese dos livros didáticos analisados.

Ano	Apresentação	Conteúdo Associado	Definição	Indicação de Erros	Explicação noves-fora	Simbologia	Outras provas	Exercícios
1890	Procedimentos; Ilustração; Exemplos	Tabuada; Operações Aritméticas	Modo de verificação	Forma indireta	Não	Ilustrada	Não	Sim
1902	Procedimentos; Exemplos	Operações Aritméticas	Outra operação para verificar a primeira	Forma indireta	Não	Ilustrada	Não	Não
1910	Procedimentos; Exemplos	Operações Aritméticas	Modo de verificação	Forma indireta	Não	Ilustrada	Não	Não
1922	Apenas menciona	Operações Aritméticas	Não define	Explicada	Não	Não	Não	Não
1926	Ilustração	Tabuada	Não define	Não	Não	Não	Não	Não
1933	Procedimentos; Exemplos	Divisibilidade	Outra operação para verificar a primeira	Forma indireta	Sim	Não	Sim	Não

1934	Apenas menciona	Operações Aritméticas	Não define	Não	Não	Não	Não	Não
1937	Procedimentos; Exemplos	Divisibilidade	Outra operação para verificar a primeira	Forma indireta	Sim	Ilustrada	Não	Sim
1946	Procedimentos; Exemplos	Operações Aritméticas	Modo de verificação	Forma indireta	Não	Explicada	Não	Sim
1952	Procedimentos; Exemplos	Operações Aritméticas	Outra operação para verificar a primeira	Forma indireta	Não	Não	Sim	Sim
1957	Procedimentos; Exemplos	Operações Aritméticas	Outra operação para verificar a primeira	Explicada	Não	Ilustrada	Sim	Sim
1959	Procedimentos; Ilustração; Exemplos	Tabuada; Operações Aritméticas	Outra operação para verificar a primeira	Forma indireta	Não	Explicada	Não	Sim
1963	Procedimentos; Ilustração; Exemplos	Tabuada; Operações Aritméticas	Outra operação para verificar a primeira	Forma indireta	Não	Explicada	Não	Sim

Fonte: Elaborado pela própria autora.

Com a ajuda destas categorizações e com as demais observações feitas ao longo das análises dos livros didáticos selecionados, foi possível destacar alguns aspectos relacionados à apresentação do conteúdo da prova dos nove. Primeiro quanto à forma de se referir a este conteúdo usado pelos diferentes autores. Alguns chamavam de “prova dos nove” (como foi tratada neste trabalho), enquanto que outros usavam a expressão “prova dos noves-fôra”, ou ainda “prova dos noves” (no plural). Também houve um caso que nomeava de “prova da adição pelos nove” e assim para as demais operações. E quanto ao modo de denominar o cálculo do noves-fora de um número, os termos utilizados na época foram “tirar” e “extrair” os noves, como já mencionado anteriormente neste trabalho.

No que diz respeito à definição de prova, pôde-se constatar que a maioria dos autores a interpretava como uma segunda (ou outra) operação usada para verificar a primeira. Sendo que esta definição esteve mais presente nos livros publicados na segunda metade do século XX. Outra definição utilizada pelos autores não diferiu muito da primeira citada por ser também caracterizada como um modo de verificar as operações fundamentais. Além disso, vale mencionar que apenas três livros não apresentavam tal definição, pelo fato da prova dos nove ter sido apenas mencionada ou só ilustrada em tabuadas.

Quanto à indicação de erros, ou de não confiabilidade da prova dos nove, observou-se que grande parte dos autores utilizava termos que caracterizavam esta informação de forma indireta (supõe-se; é provável; é quase certo; presume-se; etc.). E um dos fatos que chamou a atenção, e que pode ser considerado um “marco” deste conteúdo dentre os livros analisados, foi que apenas dois autores mencionaram que de fato esta prova pode não ser confiável. Trata-se dos autores Gaspar de Freitas (na sua obra de 1957 e Antonio Trajano (em seu livro de 1922), que destacavam respectivamente que *“a prova dos noves indica apenas probabilidade e não certeza, porque, se houver um erro de 9, ou múltiplo de 9, esta prova não o acusa”* e *“a prova dos nove-fôra que dá muitas vezes a operação como certa, estando errada”*. Pode-se inferir que Freitas e Trajano tiveram esta preocupação por serem autores de obras didáticas direcionada para professores. Desse modo tinham então a responsabilidade de bem formá-los e não somente de informar os assuntos que deveriam ser tratados em sala de aula.

No que se refere à simbologia da prova dos nove, pôde-se perceber que esta aparecia na maioria dos livros de modo ilustrativo ao lado de exemplos numéricos. Sendo que a simbologia da adição e subtração, quando utilizada pelos autores, era a mesma em todos os

livros, ou seja, usava-se um traço horizontal com os resultados a cima e a baixo desse traço. No caso da simbologia da divisão, todos os autores que a utilizaram fizeram da mesma forma, ou seja, usavam-se dois segmentos de reta que se cruzavam perpendicularmente. Já no caso da simbologia da multiplicação, foram identificados dois tipos diferentes. No primeiro também se usavam dois segmentos de reta que se cruzavam perpendicularmente, seja na horizontal e vertical ou em outra direção. Já a segunda forma que foi utilizada na obra publicada pela editora FTD, de 1937, pode ser considerada outro “marco” deste conteúdo de ensino dentre os livros analisados, por ter apresentado uma simbologia da prova dos nove da multiplicação completamente diferente das demais. Era uma maneira mais simples, que consistia em traçar dois segmentos de retas paralelos, que se localizavam ao lado dos traços utilizados no exemplo. Ali se indicava o resultado do nove-fora de cada fator, assim como o nove-fora da soma deles, e o nove-fora do resultado (como bem explicado na figura 40).

Vale destacar que a simbologia da prova dos nove apareceu com maior frequência no início e no fim do recorte temporal da pesquisa. Além disso, esta não esteve presente em cinco das obras analisadas, e apenas em três delas havia explicação de como procedê-la. Foram os casos da obra das autoras Mettig e Magalhães (de 1959 e 1963) e do livro escrito pelos Professores da Escola Gratuita São José (de 1946).

Chervel (1990, p. 204) destaca que “o sucesso das disciplinas depende fundamentalmente da qualidade dos exercícios aos quais elas podem se prestar” e acrescenta que “conteúdos explícitos e baterias de exercícios constituem então o núcleo da disciplina” (p. 105). Sendo assim, no que diz respeito aos exercícios que abordavam este conteúdo de ensino, constatou-se que estes estiveram mais presentes em livros publicados em períodos mais distantes (visto que apareciam em todos os livros analisados datados a partir de 1937). Outro marco destacado nas análises foram os livros de Freitas (1957) e Lacerda (1890) por apresentarem exercícios, que para além dos cálculos, faziam questionamentos acerca da prova dos nove, como por exemplo: O que é a prova de uma operação? Como se pratica a prova dos nove? Quais são as provas mais usadas? Como se tira a prova dos nove da soma?

Outro “marco” identificado dentre os livros analisados foi quanto ao detalhamento em explicar a prova dos nove. Assim destacam-se as obras de Lacerda (1890) e da editora FTD (1937). Em ambas este conteúdo foi explicado de forma mais ampla e cuidadosa, visto que os autores mencionaram os passos gerais de execução dessa prova,

apresentaram um exemplo numérico e a simbologia de modo ilustrativo, e ainda se preocuparam em descrever passo a passo como se executar a prova dos nove para tal exemplo.

Quando a indicação de outras provas que não as provas reais e dos nove, pôde-se observar que isto apareceu em apenas dois livros didáticos dentre os analisados. Que foi na obra de Santos (1952), na qual o autor mencionava a existência de outras “espécies” de provas menos utilizadas, como a dos 4 e dos 11. Essa abordagem se deu no livro de Lobo (1933), pois o autor não só mencionava, como apresentava exemplos de aplicação da prova dos 2, 3, 4, 5, 8, 10 e 11, mesmo que de forma ilustrativa e sem descrição dos passos de como procedê-los.

Um dos aspectos mais marcantes foi com relação aos conteúdos de ensino que estiveram associados à prova dos nove nas obras, em outras palavras, aos capítulos em que esta prova aparecia nos livros. Assim, foram elencadas três diferentes abordagens: associado as operações aritméticas; ilustrado nas tabuadas e junto dos conceitos de divisibilidade. Sendo que as duas primeiras podem ser reduzidas em apenas uma, afinal ambas referem-se às operações fundamentais: adição, subtração, multiplicação e divisão. Dessa forma, apenas duas obras abordavam a prova dos nove no capítulo da divisibilidade, a saber os livros de Lobo (1933) e da editora FTD (1937).

“Se nos colocarmos em uma perspectiva mais propriamente pedagógica, os manuais podem igualmente constituir um indicador precioso da atividade dos alunos” (CHOPPIN, 2002, p.16). Assim, parece que os autores se preocuparam em primeiro introduzir a noção de restos e o conceito de divisores e de múltiplos, para depois apresentar a prova dos nove. Este fato pode ser considerado um dos grandes “marcos” desse conteúdo levando em consideração as fontes selecionadas, já que este está diretamente ligado aos critérios de divisibilidade do número nove, isto porque faz uso da soma dos algarismos de determinado número e também do conceito de múltiplo, ao retirar o maior múltiplo de nove nele contido (como foi visto no capítulo 2).

Inferre-se que desta forma a prova dos nove foi apresentada de modo mais consistente e esclarecedora, pois assim os alunos poderiam compreender melhor o porquê de esta verificação estar sendo empregada e quais conteúdos matemáticos estavam subjacentes ao uso da mesma. De modo a compreender algumas definições que são utilizadas durante a prova dos nove, como o conceito de múltiplo, divisor e resto.

Diante disso, esse foi o grande “marco” da prova dos nove dentre os livros analisados ao longo da pesquisa, pois essas duas obras foram consideradas as mais audaciosas e inovadoras. Chervel (1990) explica que em algumas épocas os livros apresentavam-se com pouca variação entre si, de modo a possuir os mesmos conceitos ensinados e a mesma organização de capítulos. E essas obras tiveram uma organização completamente diferente das demais no que se refere ao capítulo que foi inserida a prova dos nove, e assim se destacaram do conjunto. Nota-se também que elas foram publicadas em períodos muito próximos e como dizia Chervel (1990, p. 204), quando um manual se destaca por ser mais simples, mais sistemático ou audacioso “ganha gradualmente os setores mais recuados do território, e se impõe. É a ele que doravante se imita”. Mas, é claro que não se pode afirmar que um autor imitou ou se inspirou no outro para escrever sua obra, além disso, trata-se da 30ª edição de uma delas e a outra não se tem esta informação, o que não garante a proximidade das publicações.

Assim encerram-se os “marcos” identificados nos livros selecionados acerca da prova dos nove que foram destacados durante e após as análises dos livros didáticos desta pesquisa.

CONSIDERAÇÕES FINAIS

Este trabalho é o resultado de uma pesquisa de mestrado que perdurou cerca de dois anos e teve como objetivo compreender as diferentes abordagens de um conteúdo de ensino, presentes em livros didáticos de aritmética, publicados no período de 1890 a 1970. A investigação insere-se no campo da história da educação matemática e trata-se da produção de uma representação do passado, da educação matemática, produzida por meio de uma narrativa. Como subsídio para a escrita histórica, a pesquisa apoiou-se nas concepções de alguns historiadores como Marc Bloch (2002), Michel de Certeau (2010), Paul Veyne (2014), André Chervel (1990) e Alain Choppin (2002, 2004, 2009), como ferramentais teórico-metodológicos do trabalho.

Como visto, o recorte temporal escolhido para a pesquisa foi marcado por uma grande reforma no ensino primário brasileiro. Bem como uma nova organização da instituição escolar, que visava principalmente a universalização da educação popular. Assim foi sendo implantada esta nova modalidade de escola primária, que iniciou no Estado de São Paulo e representou uma importante inovação educacional do século passado. Com essa nova organização do ensino primário surgiu as escolas graduadas, a divisão de várias classes, a racionalização do tempo, a contratação de vários professores (dando oportunidade para as mulheres trabalharem) e a construção de espaços físicos próprios. O período também foi marcado pela publicação de muitos materiais de apoio, com o intuito de suprir essas novas demandas.

A pesquisa teve o intuito de investigar os livros didáticos publicados neste período, que como salientado acima. Essas fontes permitem a circulação de conhecimentos matemáticos e têm grande importância para os historiadores da educação, pela riqueza e pelos vários olhares que podem atrair sobre elas. Além de serem verdadeiros testemunhos escritos que revelam importantes características do ensino escolar de uma determinada época.

O conteúdo de ensino que se propusera analisar foi a prova dos nove que, como se constatou, esteve presente em livros didáticos de épocas passadas, mas que já não se encontra nos livros didáticos atuais e tampouco é ensinado nas escolas. Pela revisão de literatura conclui-se que este conteúdo ainda é pouco explorado pelos historiadores da educação matemática e os pesquisadores os definem de diferentes maneiras: como técnica, regra, método e também como uma prática-

sociocultural. A pesquisa revelou que este conteúdo não é “nada contemporâneo”, afinal seu indício mais antigo foi no século III, com Hipólito, o qual já conhecia e mencionava esta prova. Portanto, ao que parece a origem deste conteúdo não é hindu (como algumas pesquisas apontam), mas sim romana.

Por meio da pesquisa, pôde-se compreender que a prova dos nove se associa a diversos conteúdos matemáticos como as operações aritméticas, a divisibilidade, a decomposição decimal de um número natural e a indução matemática. Nota-se que a prova dos nove foi popularmente a mais usada perante as outras provas (dos sete, dos onze, etc.), talvez pelo fato de que a regra prática do noves-fora facilita a verificação, a qual consiste em somar os algarismos do número em questão. Porém, para achar o resto de um número dividido por 10 também é simples e nem por isso a prova dos dez era utilizada antigamente, e não se via na maioria dos livros didáticos.

Por meio das demonstrações apresentadas pôde-se concluir que esta prova nem sempre é confiável, pois ela acusa o erro quando o resultado de uma operação matemática está errado, porém se a operação estiver errada há a possibilidade de a prova dos nove não detectar o erro. Isso se deve ao fato da prova dos nove se basear na soma dos algarismos de um número e, caso tenha ocorrido uma inversão na ordem desses algarismos, a soma continuará a mesma e o erro não será detectado pela prova dos nove.

Infere-se que este fato seja um dos motivos para a prova dos nove não ser mais abordada nos livros didáticos atuais. Outras motivações para o seu desaparecimento assim como melhor precisão do período que estas provas deixaram de ser mencionadas nos livros didáticos seriam temas para novas pesquisas.

Por meio das análises dos livros didáticos selecionados foi possível concluir que a prova dos nove, no recorte temporal da pesquisa, foi abordada de diferentes maneiras pelos autores. Esses a definiam como uma prova de verificação das operações fundamentais e os conteúdos associados eram na maioria das vezes as operações fundamentais ou a divisibilidade. Em alguns casos a prova dos nove aparecia apenas ilustrada nas tabuadas das operações, e poucos explicavam o motivo da não confiabilidade dessa forma de verificação. Viu-se que na maioria dos livros os autores utilizavam a simbologia dessa prova dos nove nos exemplos numéricos e apenas sete das obras apresentavam exercícios referentes a este conteúdo.

Vale salientar que a escrita de uma pesquisa histórica se dá por meio de respostas a nossas indagações, e este trabalho tentou responder

a seguinte pergunta: Quais são as diferentes abordagens da prova dos nove lidas em livros didáticos de aritmética, em tempo de Grupos Escolares no Brasil? Sabe-se que esta a pesquisa está longe de esgotar as possíveis considerações sobre o tema proposto. De modo que este foi apenas um olhar para com a prova dos nove e que muitos outros podem surgir e dar lugar a novas pesquisas. Novas fontes podem ser exploradas, novas referências teórico-metodológicas podem ser usadas, e novas inquietações podem emergir, abrindo novos caminhos a ser explorados. Não se sabe ao certo o período que a prova dos nove começou a se extinguir nos livros didáticos e os motivos que levaram esta prova de verificação deixar de ser ensinada nas escolas. Além disso, esta foi apenas um tipo de fonte a se estudar, abrindo espaço para investigar a prova dos nove em tantas outras como as revistas pedagógicas, as legislações, os cadernos escolares, os documentos pedagógicos, dentre outros.

Assim esta dissertação contribuiu para a escrita da trajetória histórica de um conteúdo de ensino. Longe de exaurir todo o assunto, espera-se que a pesquisa sirva de motivação para novas investigações na área e como possível referência para futuros trabalhos.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

ALMEIDA FILHO, O. J. **A estratégia da produção e circulação católica do projeto editorial das coleções de Theobaldo Miranda Santos: (1945-1971)**. 355f Tese (Doutorado). Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, Programa Educação: História, Política, Sociedade, São Paulo/SP, 2008.

ALVES, A. E. S.; SILVEIRA, I. T. **HOMINE CATHÓLICO: fragmentos do livro didático “Elementos de História Natural: segundo Os Programas Oficiais. Admissão a várias Escolas Superiores (Curso Médio). 3 ed. São Paulo: Collecção FTD, 1923”**. **Revista HISTEDBR On-line**, Campinas, n.36, p. 257-267, dez. 2009.

BARONE, J. **Livros didáticos de matemática da editora FTD no cenário brasileiro: as primeiras décadas do século XX**. 95f. Dissertação (Mestrado). Universidade Estadual de Campinas, Faculdade de Educação, Campinas/SP, 2008.

BENCOSTTA, M. L.A. **Grupos Escolares no Brasil: um novo modelo de escola primária**. In: STEPHANOU, M. BASTOS, M.H.C. **História e memórias da educação no Brasil**. 3 ed. Petrópolis: Vozes, 2010. vol. III. p. 68–76.

BEZERRA, S. **Como Me Tornei Professora De Matemática: Memórias Resgatadas Através Da História Da Educação Matemática**. In: **Anais do XI ENEM – SBEM**, Curitiba, PR; julho, 2013.

BITTENCOURT, C. M. F. **Autores e editores de compêndios e livros de leitura (1810-1910)**. **Educação e Pesquisa**, São Paulo, v.30, n.3, p. 475-491, set./dez. 2004.

BLOCH, M. **Apologia da História ou O Ofício do Historiador**. Rio de Janeiro: Jorge Zahar Editora, 2002.

CAJORI, F. **Uma História da Matemática**. Rio de Janeiro: Editora Ciência Moderna Ltda., 2007, 654p.

CARVALHO, N. T. B; GIMENEZ, C. S. C. **Fundamentos da Matemática**. Florianópolis: UFSC/EaD/CED/CFM. 2006.168p.

CHERVEL, A. História das disciplinas escolares: reflexões sobre um campo de pesquisa. **Teoria & Educação**. Porto Alegre, vol. 2, 1990, p. 177-229.

CHOPPIN, A. O manual escolar: uma falsa evidência histórica. **História da Educação**, ASPHE/FaE/UFPeI, Pelotas, v. 13, n. 27 p. 9-75, Jan/Abr 2009.

CHOPPIN, A. História dos livros didáticos e das edições didática: sobre o estado da arte. **Educação e Pesquisa**, São Paulo, v. 30, n. 3, p. 549-566, set./dez. 2004.

CHOPPIN, A. O historiador e o livro escolar. **Revista História da Educação**, v. 6, n. 11, p. 5-24, abril. 2002.

COSTA, D. A. Livros e textos didáticos como fonte para as pesquisas de história da educação matemática. In: SANT'ANA, C. de C.; SANTANA I. P.; AMARAL, R. dos S. **Grupo de estudos em educação matemática: Ações cooperativas e colaborativas constituídas por várias vozes**. Editora Pedro & João, São Carlos – SP, 2015a, 378 p.

_____. Repositório. In: VALENTE, Wagner Rodrigues [org.] – **Cadernos de Trabalho**. São Paulo: Editora Livraria da Física, 2015b, vol. 3.

_____. Um exemplo de estudo histórico comparativo sobre a adoção de livros didáticos de aritmética em São Paulo e em Santa Catarina no ensino primário: 1890-1930. **REAMEC**, Cuiabá - MT, n.02, p. 47-59, dez. 2014.

_____. **História das metodologias de ensino de matemática nas escolas primárias de Santa Catarina, lidas nos documentos oficiais e nos livros didáticos de aritmética**, 1911-1970. Projeto integrado de pesquisa apresentado ao CNPq para solicitação de auxílio à pesquisa, Edital Universal MCTI/CNPq nº 014/2013. UFSC, Florianópolis/SC, 2013.

_____. **A Aritmética Escolar no Ensino Primário Brasileiro: 1890-1946**. 2010. 278 f. Tese (Doutorado em Educação Matemática) – Pontifícia Universidade Católica de São Paulo/SP, 2010.

COSTA, D. A.; VALENTE, W. R. O repositório de conteúdo digital nas pesquisas de história da educação matemática. RIDPHE_R. Campinas (SP), v. 1, n. 1, p.94-108, jul./dez. 2015.

CRUZ, J. Z. da S. **Divisibilidade e prova dos noves**. 53 p. Monografia (Licenciatura em Matemática) - Universidade Estadual do Oeste do Paraná, Cascavel, 2009.

CERTEAU, M. **A Escrita da História**. Tradução de Maria de Lourdes Menezes. 2. ed. Rio de Janeiro: Forense Universitária, 2010. 345 p. (5ª Reimpressão).

DASSIE, B; COSTA, D. Livros Didáticos como fonte: o que dizem as pesquisas apresentadas no I ENAPHEM. In: VALENTE, W. **História da Educação Matemática no Brasil**: problemáticas de pesquisa, fontes, referências teórico-metodológicas e histórias elaboradas. Editora livraria da Física, 1 ed. São Paulo, 2014.

ESQUINA, J. C. P. **Aritmética**: códigos de barras e outras aplicações de congruências. 130f. Dissertação (Mestrado) – UFMS, Campo Grande - MS, 2013.

EVES, H. **Introdução à História da Matemática**. Trad.: Higyno H. Domingues. 2. ed. Campinas, SP: Ed. da UNICAMP, 2004. 844p.

FRANÇA, M. do P. S. G. de S. A. A implantação dos grupos escolares no estado do Pará. In: **VII Congresso Brasileiro de História da Educação**, 2013, Cuiabá-MT. Circuitos e Fronteiras da História da Educação no Brasil. Cuiabá-MT: UFMT, 2013.

GARNICA, A. Analisando Imagens: um ensaio sobre a criação de fontes narrativas para compreender os Grupos Escolares. **Bolema**, Rio Claro (SP), v. 23, nº 35A, p. 75 a 100, abril 2010.

GILZ, C. ; GUIMARÃES, M. de F. Livros de leitura da Escola Gratuita São José - registros tipográficos da contribuição dos franciscanos à história da educação no Brasil. In: **XXVIII Simpósio Nacional de História** - Lugares dos Historiadores: velhos e novos desafios, 2015, Florianópolis. Anais do XXVIII Simpósio Nacional de História -

Lugares dos Historiadores: velhos e novos desafios. Florianópolis: UFSC-UDESC-ANPUH, 2015. v. 1. p. 1-16.

GONZALES, K. G. **Elementos históricos da educação matemática no contexto do mato grosso**: uma análise de práticas do professor Firmo José Rodrigues (1920-1930). 228f. Dissertação (Mestrado). Universidade Federal de Mato Grosso do Sul, Educação Matemática, Campo Grande/MS, 2010.

HILZENDEGER, M. A. M. **Primeira Arithmetica para meninos e a constituição de masculinidade na província de São Pedro do Rio Grande do Sul**. 115f. Dissertação (Mestrado) – UFRGS, Porto Alegre, 2009.

HORA, D. M. Grupos Escolares no Distrito Federal do Rio de Janeiro. VII Seminário Nacional de Estudos e Pesquisas: História, Sociedade e Educação no Brasil, Campinas: São Paulo, 2006. Disponível em: <http://www.histedbr.fe.unicamp.br/acer_histedbr/seminario/seminario7/TRABALHOS/D/Dayse%20martins%20hora.pdf>. Acesso em 19 dez. 2016.

LACAVA, A. G. **A matemática e os jogos**: uma proposta de ensino de geometria usando o Tangram. 52 p. Monografia (Licenciatura em Matemática) - Universidade Federal de Santa Catarina, Florianópolis, 2012.

LACAVA, A. G.; COSTA, D. A. A prova dos nove e o caso da “Arithmetica Primaria” de Cezar Pinheiro. **REVEMAT**, Florianópolis/SC, v.11, n. 1, p. 54-73, 2016.

LEME DA SILVA, M. C. A geometria na criação das Escolas de Professores: os Institutos de Educação de São Paulo e do Rio de Janeiro e a formação matemática dos mestres. In: **VII Congresso Brasileiro de História da Educação**, 2013, Cuiabá. VI Congresso Brasileiro de História da Educação, 2013.

MAGALHÃES, M. S. A construção de um Canône Republicano: a escrita da história escolar na virada do século XIX para o XX. In: **SIMPÓSIO NACIONAL DE HISTÓRIA**, 26., 2011, São Paulo. **Anais...** São Paulo: Universidade de São Paulo, 2011.

MARQUES, C. A. M. **Às portas da república: curso primário e Aritmética escolar em Vassouras, 1887- 1904**. 166f. Dissertação (Mestrado) – Universidade Severino Sombra, Vassouras/RJ, 2013.

MENDES, I. A. História no Ensino da Matemática: Trajetória da uma epistemologia didática. **REMATEC**, Editora Edufrn, Natal/RN. Ano 8, n. 12/Jan-Jun. 2013.

MIGUEL, A. Percursos Indisciplinados na Atividade de Pesquisa em História (da Educação Matemática): entre jogos discursivos como práticas e práticas como jogos discursivos. **Bolema**, Rio Claro (SP), v. 23, nº 35A, abril, 2010 p. 01-57.

MIGUEL, A.; SOUZA, E. da S. Um estudo sobre o processo de obsolescência de uma prática cultural: a prova dos nove. In: SEMINÁRIO INTERNACIONAL DE PESQUISA EM EDUCAÇÃO MATEMÁTICA (SIPEM), 3, 2006, Belo Horizonte. **Anais...** Belo Horizonte: Universidade Federal de Minas Gerais, Sociedade Brasileira de Educação Matemática (SBEM), 2006.

MORETTI, M. T. **Dos sistemas de numeração às operações básicas com números naturais**. Florianópolis: Ed. da UFSC, 1999. 90p.

OLIVEIRA, A; LUTOSA, L. A prova dos nove. In: **Caderno dá licença**. Universidade Federal Fluminense. Vol1. Ano 1. Dez/1998. Disponível em:

<http://www.uff.br/dalicensa/images/stories/caderno/volume1/a_prova_dos_nove.pdf> Acesso em 11 de julho de 2015.

OLIVEIRA, A. S. **A abordagem do conceito de função em livros didáticos ginásiais**: uma análise em tempos modernos (décadas de 1960 e 1970). 235f. Dissertação (Mestrado). Universidade Bandeirantes de São Paulo, São Paulo/SP, 2009.

PAIS, L. C. **Didática da Matemática: uma análise da influência francesa**. 2. reimpressão. 2. ed. Belo Horizonte/MG: Autêntica, 2008. v. 1. 128p.

PAIS, L. C.; MARANHÃO, T. A. História do ensino da aritmética no final do século XIX: uma análise da obra de Antonio Bandeira Trajano.

Revista de Educação em Ciências e Matemática, v.10, jan-jun, 2014. p. 39-50.

PAIVA, M. R. **A matemática escolar e o ENEM (1998–2002): o aparecimento de uma nova vulgata?** 137f. Dissertação (Mestrado). Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, São Paulo/SP, 2003.

PIRES, I. M. P. **Livros didáticos e a matemática do ginásio: um estudo da *vulgata* par a reforma Francisco Campos** 115f. Dissertação (Mestrado) – PUC/SP, São Paulo, 2004.

REIS, R. C. F. **Estudo sobre a história da matemática em Livros Didáticos do Ensino Fundamental entre 1970 e início do século XXI.** 278f. Dissertação (Mestrado). Universidade Federal do Espírito Santo, Programa de Pós-Graduação em Educação, Vitória/ES, 2008.

RIBEIRO, D. M. A preparação de aulas usando história da Matemática. **REMATEC**, Natal (RN), ano 9, n. 16, maio-ago., 2014, p. 148-163.

RODRIGUES, F. W. A Prova dos nove. **Revista do Professor de Matemática**, São Paulo, n. 14, 1989. p. 17-20.

SALLES, F. C. A educação pública no Brasil: Fernando de Azevedo, Anísio Teixeira, Florestan Fernandes e Darcy Ribeiro. **Série-Estudos** – Periódico do Mestrado em Educação da UCDB. Campo Grande/MS, n. 12, p. 87-99, jul/dez. 2001.

SALVADOR, H. H. de F. **Uma história do ensino primário em tempos de modernização da matemática escolar, Vassouras 1950-1969.** 102f. Dissertação (Mestrado). Universidade Severino Sombra, Vassouras/RJ, 2012.

SAMARA, E. de M.; TUPY, I. S. S. T. **História & Documento e metodologia de pesquisa.** 2. ed. Belo Horizonte: Autêntica, 2010.

SMITH, D. E. **History of Mathematics.** New York: Dover Publications, 1958, c1953. 2v.703p.

SOARES, L. C. F. **OLGA METTIG: história de vida, percursos formativos e pensamento pedagógico.** 113 f. Dissertação (Mestrado). Universidade do Estado da Bahia, Salvador/BA, 2007.

SOUZA, C. A. M. de. **Às portas da república: curso primário e aritmética escolar em Vassouras, 1887-1904**. 165f. Dissertação (Mestrado). Universidade Severino Sombra, Vassouras/RJ, 2013.

SOUZA, R. F. Espaço da educação e da civilização: origens dos Grupos Escolares no Brasil. In: SOUZA, Rosa Fátima de; VALDEMARIN, Vera Teresa; ALMEIDA, Jane Soares de. **O legado educacional do século XIX**. Araraquara: Unesp – Faculdade de Ciências e Letras, 1998. p. 20–62.

SOUZA, T. S. de S. **Entre o Ensino Ativo e a Escola ativa: Os métodos de ensino de Aritmética nos grupos Escolares Catarinenses (1910-1946)**. 223f. Dissertação (Mestrado). Universidade Federal de Santa Catarina. Florianópolis, 2016.

TEIVE, G. M. G. Sugestões sobre a educação popular no Brasil: proposta do Professor Orestes Guimarães. **Currículo sem Fronteiras**, v. 10, n. 2, 2010, p. 228-243.

VALENTE, W. R. Oito temas sobre história da educação matemática. **REMATEC**, Natal, n.12, p. 22-50, jan./jun. 2013.

_____. Quem somos nós, professores de matemática? **Caderno Cedes**, Campinas. vol. 28, n. 74, p. 11-23, jan./abr. 2008a.

_____. Livro didático e educação matemática: uma história inseparável. **Zetetiké**, Campinas, v. 16, n. 30, p. 139-162, jul./dez. 2008b.

_____. História da Educação Matemática: interrogações metodológicas. **REVEMAT** - Revista Eletrônica de Educação Matemática, Florianópolis, v. 2, n. 1, p. 28 - 49. 2007.

_____. A aritmética na escola de primeiras letras: os livros de aprender a contar no Brasil do século XIX. **Unión** (San Cristobal de La Laguna), v. 7, p. 71-81, 2006.

_____. Arquivos escolares virtuais - considerações sobre uma prática de pesquisa. **Revista Brasileira de História da Educação**, n. 10, p. 175-191. jul./dez. 2005.

_____. **Uma história da matemática escolar no Brasil, 1730-1930.1.** ed. São Paulo: Annablume; FAPESP, 1999. 214p.

VEYNE, P. M. **Como se escreve a história; Foucault revoluciona a história.** Tradução de Alda Baltar e Maria Auxiliadora Kneipp. 4ª ed. Brasília: Editora Universidade de Brasília, 2014. 285p.

ZIMMER, Iara; BOLDO, Claires M. Sada Boldo; COSTA, David Antonio da. Vamos estudar? (1965): A cartilha de Theobaldo Miranda Santos. In: **Anais...** XI Encontro Nacional de Educação Matemática, 2013. Curitiba: Pontifícia Universidade Católica do Paraná. 2013

OBRAS ANALISADAS

DEPARTAMENTO DE EDUCAÇÃO DO DISTRITO FEDERAL. **Programa de Matemática.** São Paulo: Editora Nacional. 1934. 206p. Disponível em: <<https://repositorio.ufsc.br/handle/123456789/160595>>. Acesso em 13jan. 2017.

FTD. **Elementos de Arithmética.** Rio de Janeiro: Livraria Francisco Alves. 1937. 210p. Disponível em: <<https://repositorio.ufsc.br/handle/123456789/104076>>. Acesso em 13 jan. 2017.

FREITAS, G. de. **Lições Práticas de Aritmética, Geometria e Desenho.** 27. ed. Rio de Janeiro: Livraria Francisco Alves. 1957. 104p. Disponível em: <<https://repositorio.ufsc.br/handle/123456789/159300>>. Acesso em 13 jan. 2017.

LACERDA, J. M. de. **Arithmetica da infância.** Rio de Janeiro: B. L. Garnier. 1890. 71p. Disponível em: <<https://repositorio.ufsc.br/handle/123456789/100349>>. Acesso em 13 jan. 2017.

LOBO, J. T. de S. **Segunda Aritmética.** 30. ed. Porto Alegre: Livraria do Globo. 1933. 350p. Disponível em: <<https://repositorio.ufsc.br/handle/123456789/132935>>. Acesso em 13 jan. 2017.

LOBO, J. T. de S. **Primeira Aritmética para meninos**. 36. ed. Porto Alegre: Livraria do Globo.1926. 180p. Disponível em: <<https://repositorio.ufsc.br/handle/123456789/104080>>. Acesso em 13 jan. 2017.

METTIG, O. P.; MAFALHÃES, M. L. L. **Minha Aritmética – quarto ano**. 57. ed. São Paulo: Editora do Brasil. 1963. 188p. Disponível em: <<https://repositorio.ufsc.br/handle/123456789/135036>>. Acesso em 13 jan. 2017.

METTIG, O. P.; MAFALHÃES, M. L. L. **Minha Aritmética – terceira série**. 17. ed. São Paulo: Editora do Brasil. 1959. 126p. Disponível em: <<https://repositorio.ufsc.br/handle/123456789/159288>>. Acesso em 13 jan. 2017.

PINHEIRO, C. **Aritmética Primária de Cezar Pinheiro**. 2. ed. Pará: Livraria Moderna. 1902. 78p. Disponível em: <<https://repositorio.ufsc.br/handle/123456789/134440>>. Acesso em 13 jan. 2017.

PROFESSORES DA ESCOLA GRATUITA SÃO JOSÉ. **Aritmética Complementar para as Escolas Primárias**. Rio de Janeiro: Editora Vozes Ltda. 1946. 18p. Disponível em: <<https://repositorio.ufsc.br/handle/123456789/134891>>. Acesso em 13 jan. 2017.

SANTOS, T. M. **Aritmética Prática**. Rio de Janeiro: Livraria AGIR Editora. 1952. 211p. Disponível em: <<https://repositorio.ufsc.br/handle/123456789/159305>>. Acesso em 13 jan. 2017.

SOUZA, A. .de. **Arithmetca Elementar**. 4. ed. Rio de Janeiro: Typ.do Jornal do Commercio. 1910. 177p. Disponível em: <<https://repositorio.ufsc.br/handle/123456789/159291>>. Acesso em 13 jan. 2017.

TRAJANO, A. **Arithmetica Elementar Ilustrada**. 92. ed. Rio de Janeiro: Livraria Francisco Alves. 1922. 185p. Disponível em: <<https://repositorio.ufsc.br/handle/123456789/105107>>. Acesso em 13 jan. 2017.