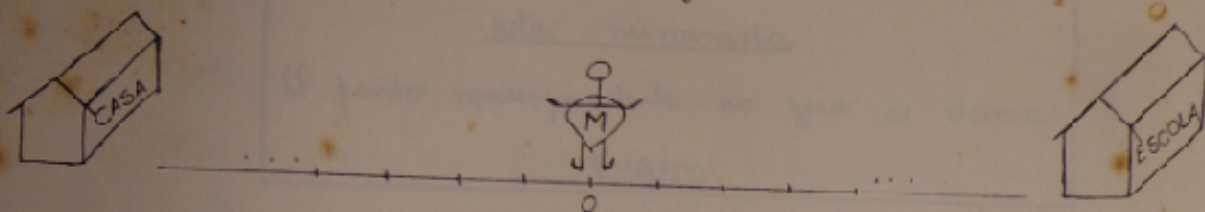


CONJUNTO \mathbb{Z} DOS NÚMEROS INTEIROS

1. Preliminares:

Vamos descobrir novos números e para isso vamos estudar alguns casos.

Um menino chamado Mauro caminha sobre uma reta, partindo do ponto zero (origem).



Mauro recebe a seguinte ordem:

"Vá até a 2ª marca"

Mauro fica confuso e pensa:

"Para que lado devo andar?"

Recebe então a seguinte ordem:

"Vá até a 2ª marca caminhando no sentido da escola (direita)."

Mauro recebe a ordem com precisão.

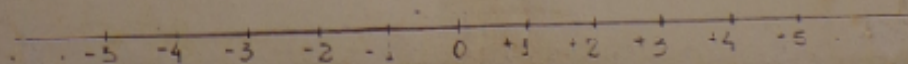
Se Mauro tivesse recebido a ordem:

"Vá até a segunda marca caminhando no sentido da casa (esquerda) também a teria obedecido com precisão.

Para diferenciar as duas marcas utilizamos os sinais (+) e (-) assim:

(+2) representa a 2ª marca à direita (da origem).

(-2) representa a 2ª marca à esquerda (da origem)



Fica combinado que:

Os pontos assinalados no zero e à direita dele representam os números inteiros positivos.

Os pontos assinalados no zero e à esquerda dele representam os números inteiros negativos.

A reta onde estão assinalados os pontos que representam os números inteiros chama-se:
reta numerada.

O ponto correspondente ao zero se chama:
origem.

• Nos países muito frios e algumas vezes em estados do sul do Brasil as temperaturas atingem marcas inferiores a zero, por isso há termômetros que têm marcas inferiores a zero.

Para indicar as marcas (temperaturas) iguais ou inferiores a zero utilizamos sinais negativos e para temperaturas iguais ou superiores a zero, sinais positivos.

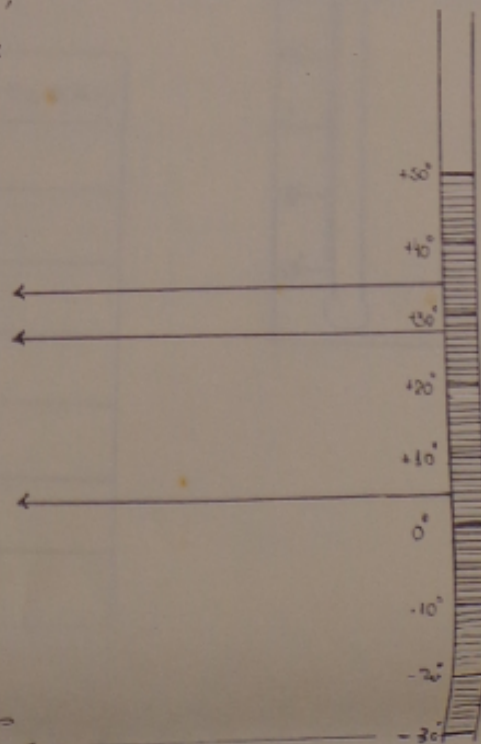
Veja as marcas $+35^\circ$, $+5^\circ$, -30° e $+28^\circ$ assinaladas no termômetro desenhado abaixo:

temperatura no Rio num dia de muito calor.

temperatura em São Paulo num dia de verão.

temperatura em todo Alque numa noite fria.

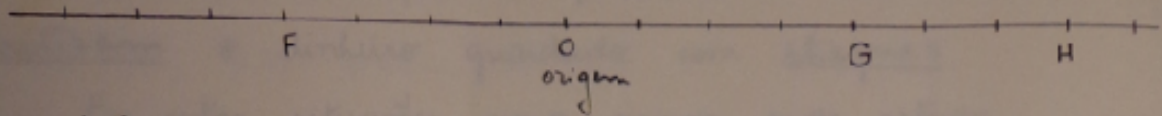
temperatura nos Alpes Suíços num dia muito frio.



Exercícios de fixação imediata

1) a) Represente na reta numerada os pontos:

A. (+3) B. (-6) C. (-1) D. (+2) E. (-7)

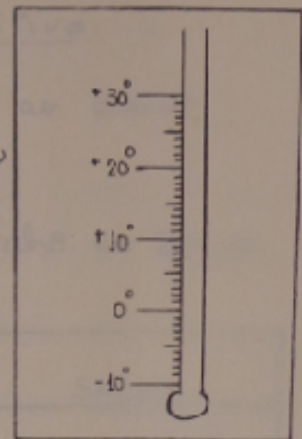


b) Complete:

F. () G. () H. () O. ()

2) Veja o termômetro ao lado.

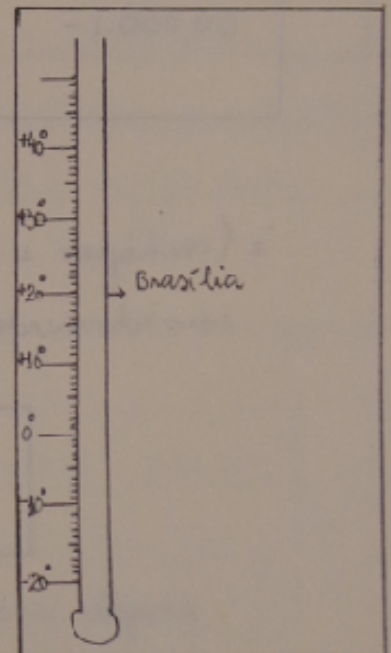
Em uma noite fria de junho em Vacaria, Rio Grande do Sul, a temperatura chegou a -5° . Pinte no termômetro o mercúrio até o ponto em que ele chegou.



3) Em um dia de julho, a TV publicou a tabela abaixo.

Complete, na figura, com os nomes das cidades ao lado de suas temperaturas.

CIDADES	TEMPERATURAS
Brasília	$+20^{\circ}$
Campos do Jordão	-2°
Curitiba	0°
Feira de Santana	$+25^{\circ}$
Gramado	-7°
Olinda	$+22^{\circ}$
Porto Alegre	-5°
Rio de Janeiro	$+18^{\circ}$
São Paulo	$+5^{\circ}$



Quando uma pessoa coloca uma certa quantia no banco dizemos que ela depositou.

Quando as pessoas precisam de dinheiro elas retiram o dinheiro guardado com cheques.

Em certas situações uma pessoa pode retirar mais do que possui e fica devendo ao Banco.

Para indicar o dinheiro que ela possui no Banco usamos o sinal (+) → saldo positivo e para indicar o dinheiro que ela deve ao Banco usamos o sinal (-) → saldo negativo.

Veja como ficou o dinheiro do Sr. Fábio no Banco:

	DEPOSITO	RETIRADA	SALDO
depósito	5.000,00		+5.000,00
cheque		6.000,00	-1.000,00

Este novo conjunto de números (positivos e negativos) é o conjunto dos números inteiros e é representado por \mathbb{Z} .

$$\mathbb{Z} = \{\dots, -3, -2, -1, 0, +1, +2, +3, \dots\}$$

conjunto dos números inteiros

Vamos aprender agora como se representam alguns subconjuntos de \mathbb{Z} :

$$\mathbb{Z}_+ : \{0, +1, +2, +3, +4, \dots\} \text{ conjunto dos números inteiros positivos}$$

$$\mathbb{Z}_- : \{\dots, -3, -2, -1, 0\} = \{0, -1, -2, -3, \dots\} \text{ conjunto dos números inteiros negativos}$$

$\mathbb{Z}_+^* = \{+1; +2; +3; \dots\}$ conjunto dos números inteiros não negativos.

$\mathbb{Z}_-^* = \{-1; -2; -3; \dots\}$ conjunto dos números inteiros não positivos.

Você deve prestar atenção:

quando colocamos um * estamos excluindo o zero do conjunto.

Exercícios de fixação imediata

1) Joana anota em um caderninho seus gastos (com números negativos) e seus ganhos (com números positivos).

Complete o caderninho de Joana, sabendo que:

- um caderno custa R\$ 75,00
- uma bonacha custa R\$ 32,00
- uma lapiseira custa R\$ 120,00
- uma bonequinha custa R\$ 180,00
- um lençinho custa R\$ 120,00

comprei um caderno	-R\$ 75
comprei três bonachas	
comprei uma lapiseira	
vendi uma bonequinha que fiz	
vendi 4 lençinhos que bordei	

2) Ricardo recebeu do seu Banco um extrato de sua conta na forma:

DATA	TIPO DE OPERAÇÃO	DEPÓSITO	RETIRADA	SALDO
1/7	depósito	8.000,00		
5/7	cheque 24.312		5.000,00	
15/7	cheque 19.430		3.000,00	
23/7	cheque 24.313		2.000,00	

Complete os saldos de Ricardo.

3) Complete o extrato de Ricardo, observando os saldos:

TIPO DE OPERAÇÃO	DEPÓSITO	RETIRADA	SALDO
depósito			+10.000,00
			+ 5.000,00
			+ 2.000,00
			+ 5.000,00
			- 2.000,00

Grupo I - Exercícios

1) Deborah anota em seu caderninho seus gastos (com números negativos) e seus ganhos (com números positivos).

Complete o caderninho de Deborah, sabendo que:

- ganhou de seu pai R\$ 300,00
- uma plantinha custa R\$ 150,00
- um bloco de cartas custa R\$ 90,00

ganhou	R\$ 300,00
compra 1 plantinha	
compra 2 blocos	

2) Paulo recebeu de seu Banco um extrato de sua conta, na forma:

DATA	TIPO DE OPERAÇÃO	DEPÓSITO	RETIRADA	SALDO
3/4	depósito	20.000,00		
7/4	cheque 01		2.000,00	
15/4	cheque 02		7.000,00	

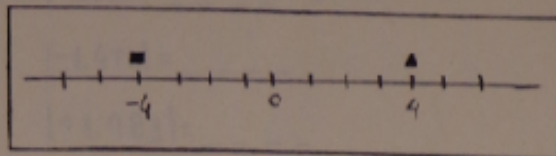
Complete os saldos de Paulo.

2. Módulo ou Valor Absoluto de um inteiro

Observe a reta numerada.

A posição do número $+4$ é diferente da posição do -4 .

Então: $+4 \neq -4$



Dizemos que:

4 é o módulo de $+4$ e de -4

Indicamos o módulo de $+4$ e de -4 por $|+4|$ ou $|-4|$

Exemplos:

$$|+4| = 4 \quad \text{e} \quad |-4| = 4$$

$$|+3| = 3 \quad \text{e} \quad |-3| = 3$$

• Você observou que $+4$ e -4 tem sinais diferentes, porém o mesmo módulo, 4.

Dois inteiros que tem o mesmo módulo e sinais diferentes são chamados opostos.

Para indicar o oposto de $+3$ escrevemos $-(+3)$ que é igual a -3 .

Para indicar o oposto de -5 escrevemos $-(-5)$ que é igual a $+5$.

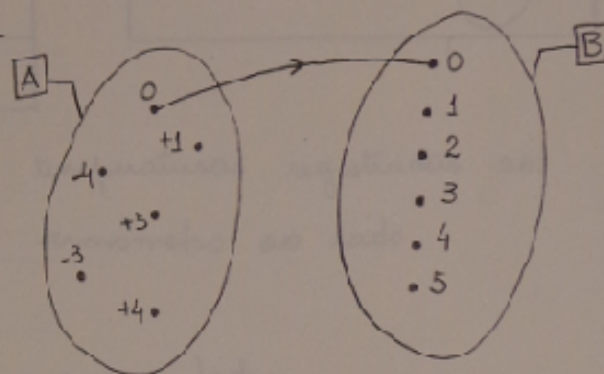
Para indicar o oposto de um inteiro qualquer x escrevemos $-x$.

Exercícios de fixação imediata

- 1) Complete: $|+7| = \dots$ $|+20| = \dots$
 $|-15| = \dots$ $|-1.473| = \dots$
 $|-13| = \dots$ $|+1.981| = \dots$

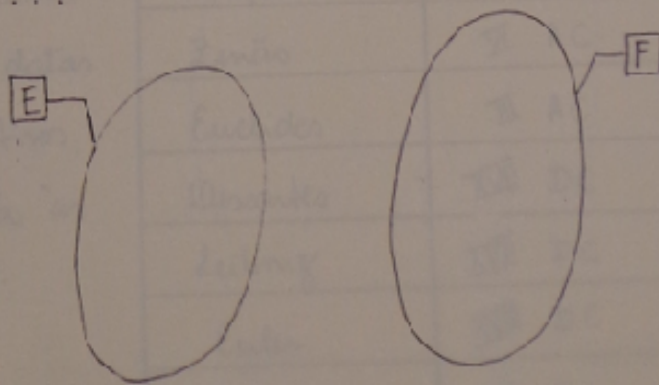
- 2) Complete:
- O oposto de $+5$ é \dots
 - O oposto de -3 é \dots
 - O oposto de \dots é -7
 - O oposto de \dots é 14
 - O oposto de m é \dots
 - O oposto de $-p$ é \dots

3) $A = \{0; +1; -4; +3; -3; +4\}$
 $B = \{0; 1; 2; 3; 4; 5\}$



Complete o gráfico de flechas que representa a relação de A em B definida por:
" ... tem por módulo ... "

4) $E = \{10; 11; 12\}$
 $F = \{-12; -15; -10; +11; -11\}$

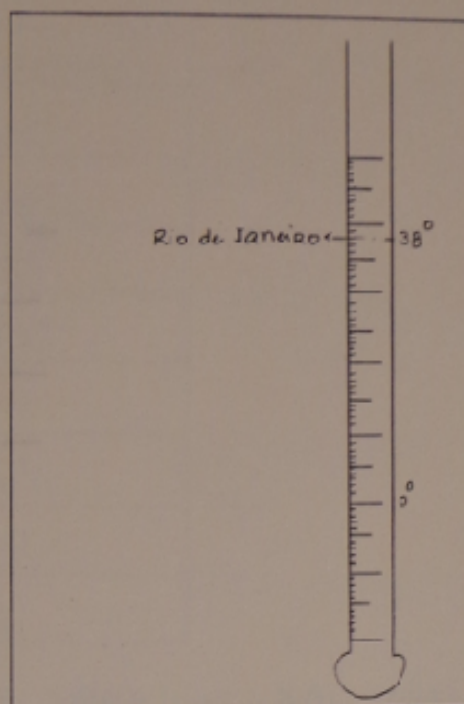


No gráfico ao lado trace as flechas que representam a relação S de E em F definida por:
" ... é módulo de ... "

Grupo II - Exercícios

1) Certo dia, no mês de janeiro, um jornal publicou a seguinte tabela:

CIDADES	TEMPERATURA
Rio de Janeiro	+38°
Brasília	+28°
São Paulo	+30°
Nova York	-4°
Moscou	-10°
Paris	-1°
Londres	+5°
Roma	+12°
Cannes	+15°
Lisboa	+4°



Associe as cidades e as temperaturas registradas aos pontos da escala do termômetro ao lado.

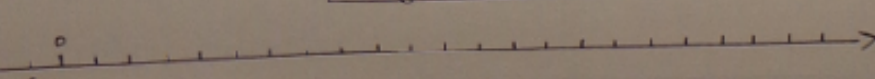
2) Leia o quadro e faça o que se pede:

na reta abaixo cada divisão representa 1 século.

Considere as datas A.C. como inteiros negativos e as datas D.C. como inteiros positivos.

Associe os pontos da reta às datas do quadro dado.

MATEMÁTICOS	SÉCULO DE NASCIMENTO
Tales	VIII AC
Pitágoras	VI AC
Zenão	VI AC
Euclides	III AC
Descartes	XVII DC
Leibniz	XVII DC
Euler	XVIII DC
Galois	XIX DC
Cantor	XIX DC
Jacq Monteiros	XX DC



3) Complete:

a) $|+18| = \underline{\quad \quad \quad}$

b) $|-13| = \underline{\quad \quad \quad}$

c) $|-7| = \underline{\quad \quad \quad}$

d) $|+2| = \underline{\quad \quad \quad}$

4) Complete:

a) 4 é módulo de $\underline{\quad \quad}$ e de $\underline{\quad \quad}$

b) 25 é módulo de $\underline{\quad \quad}$ e de $\underline{\quad \quad}$

c) 3 é módulo de $\underline{\quad \quad}$ e de $\underline{\quad \quad}$

d) 2471 é módulo de $\underline{\quad \quad}$ e de $\underline{\quad \quad}$

5) Complete:

a) O oposto de +10 é $\underline{\quad \quad \quad}$

b) O oposto de -74.849 é $\underline{\quad \quad \quad}$

c) O oposto de a é $\underline{\quad \quad \quad}$

d) O oposto de -b é $\underline{\quad \quad \quad}$

e) +23 é o oposto de $\underline{\quad \quad \quad}$

f) -2.005 é o oposto de $\underline{\quad \quad \quad}$

g) f é o oposto de $\underline{\quad \quad \quad}$

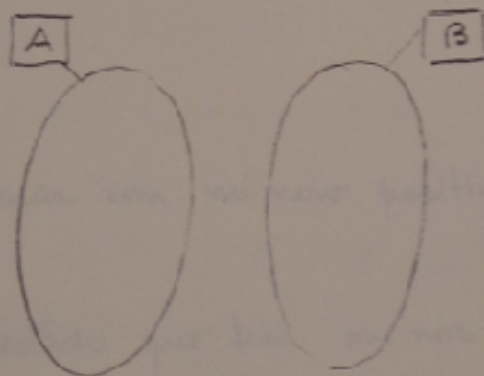
h) -n é o oposto de $\underline{\quad \quad \quad}$

6) Dadas os conjuntos:

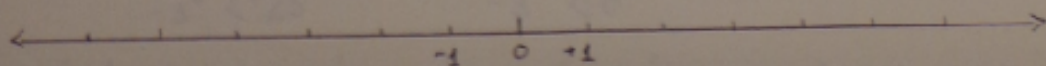
$A = \{-5; +3; -1; 0; +5; +1\}$

$B = \{0; 1; 2; 3; 4; 5\}$

Trace os diagramas que representam a relação R de A em B definida por: "o módulo de x é y"



7) Assinale o ponto da reta que está a uma distância de 5 cm do ponto ZERO



3. Ordem em Z

Em julho um jornal publicou as seguintes temperaturas mínimas em alguns estados:

ESTADOS	TEMPERATURAS
Amazonas	+30°
Pará	+28°
Paraíba	+25°
Rio de Janeiro	+12°
São Paulo	+7°
Paraná	0°
S ^{ta} Catarina	-3°
Rio Grande do Sul	-2°

na tabela você observa que o estado que tem maior temperatura é o Amazonas. Então:

$$+30^{\circ} > +28^{\circ}$$

$$+30^{\circ} > +25^{\circ}$$

$$+30^{\circ} > +12^{\circ}$$

$$+30^{\circ} > +7^{\circ}$$

$$+30^{\circ} > 0^{\circ}$$

$$+30^{\circ} > -3^{\circ}$$

$$+30^{\circ} > -2^{\circ}$$

Você viu como é fácil comparar um número positivo com outros números!

Você observa também que o estado que tem menor temperatura é Santa Catarina. Então:

$$-3^{\circ} < +30^{\circ}$$

$$-3^{\circ} < +12^{\circ}$$

$$-3^{\circ} < +28^{\circ}$$

$$-3^{\circ} < +7^{\circ}$$

$$-3^{\circ} < -2^{\circ}$$

$$-3^{\circ} < +25^{\circ}$$

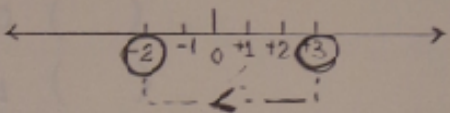
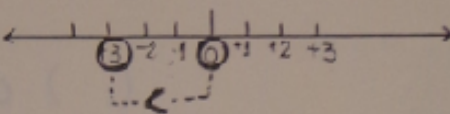
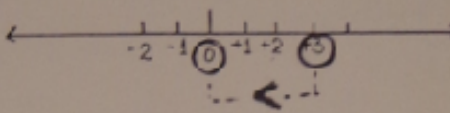
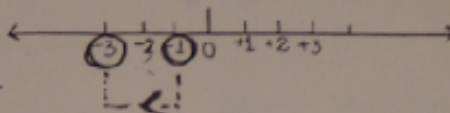
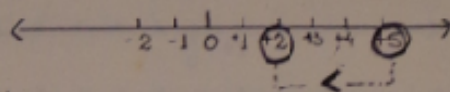
$$-3^{\circ} < 0^{\circ}$$

Você viu também como é fácil comparar um número negativo com outros números!

Resumindo, temos:

Comparamos dois números inteiros do seguinte modo:

- se ambos os números são positivos,
o menor é o que tem menor módulo;
- se ambos os números são negativos,
o menor é o que tem maior módulo;
- zero é menor que qualquer número positivo;
- qualquer número negativo diferente de zero é menor que zero;
- qualquer número negativo diferente de zero é menor que qualquer número positivo.



Exercícios de fixação imediata

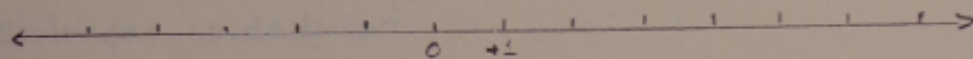
1) Complete com < ou >:

$+15$ ___ $+2$ $+15$ ___ 0 $+15$ ___ -2

-15 ___ $+2$ -15 ___ 0 -15 ___ -2

2) a) Coloque na reta numerada os elementos de \mathbb{Z} abaixo:

$+5$, -5 , -3 , -4 , $+6$



b) Complete com < ou >:

$+5$ ___ 0 -5 ___ 0 -5 ___ -3 -3 ___ -4

c) Complete com as palavras "direita" ou "esquerda":

• Entre dois números inteiros diferentes, o maior está à _____ do menor, na reta numerada.

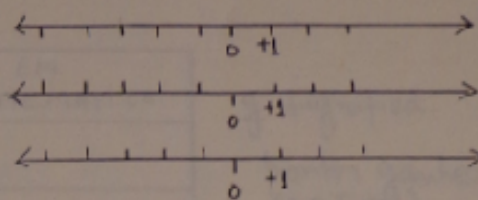
• Entre dois números inteiros diferentes, o menor está à _____ do maior, na reta numerada.

3) Assinale os pontos que representam os elementos do conjunto:

a) $A = \{x \in \mathbb{Z} \mid x > -2 \text{ e } x < +3\}$

b) $B = \{x \in \mathbb{Z} \mid x > -5 \text{ e } x < -3\}$

c) $C = \{x \in \mathbb{Z} \mid x > -3 \text{ e } x < 0\}$



Grupo III - Exercícios

1) Complete com V ou F:

a) $+2 < +5$ ()

e) $+3 > 0$ ()

b) $+2 < +1$ ()

f) $-3 > 0$ ()

c) $-3 > -2$ ()

g) $-3 < +1$ ()

d) $-3 > -5$ ()

h) $-7 > +4$ ()

2) Imagine uma reta numerada e complete com os sinais $<$ ou $>$, de modo a obter sentenças verdadeiras:

a) $+10$ _____ $+15$

2) -8 _____ -9

b) $+35$ _____ $+25$

f) -14 _____ -13

c) $+14$ _____ 0

g) -20 _____ $+30$

d) -14 _____ 0

h) -20 _____ -15

3) Complete com os sinais $<$ ou $>$, de modo a obter sentenças verdadeiras.

a) $+2$ _____ $+7$

e) -2 _____ -7

b) $+15$ _____ $+3$

f) -15 _____ -3

c) -2 _____ -7

g) $+2$ _____ $+7$

d) -15 _____ -3

h) $+15$ _____ $+3$

e) $+120$ _____ 0

i) -120 _____ 0

f) $+126$ _____ 0

j) -126 _____ 0

g) $+3$ _____ -1

k) -3 _____ $+1$

h) -3 _____ $+1$

l) $+3$ _____ -1

i) -20 _____ $+2$

m) -20 _____ -2

4) no final de um campeonato interestadual, os resultados eram os seguintes:

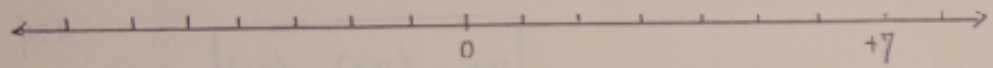
EQUIPE	RESULTADO	EM MATEMÁTICA
A	7g	
B	3p	
C	4g	
D	2p	
E	5p	

g significa:
pontos ganhos (positivos).
p significa:
pontos perdidos (negativos)

a) Classifique as equipes, de acordo com o número de pontos ganhos ou perdidos:

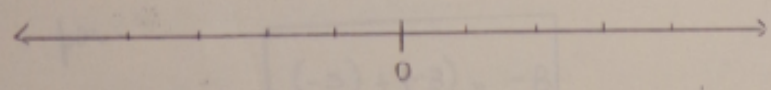
1º lugar: _____ 3º lugar: _____ 5º lugar: _____
2º lugar: _____ 4º lugar: _____

b) Represente sobre a reta a colocação de cada equipe

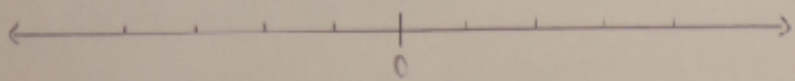


5) Assinale os pontos que representam os elementos do conjunto:

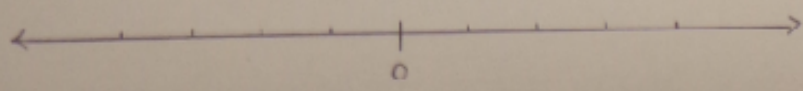
a) $A = \{x \in \mathbb{Z} \mid x > -4 \text{ e } x < 3\}$



b) $B = \{x \in \mathbb{Z} \mid x > -1 \text{ e } x < 2\}$



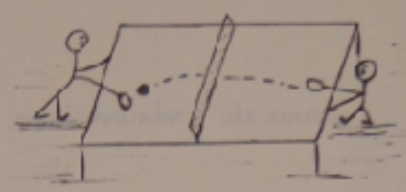
c) $C = \{x \in \mathbb{Z} \mid x > 0 \text{ e } x < 4\}$



4. Adição em Z

Vamos agora aprender como se opera em Z.
 Para isso começaremos com a Adição.
 Estudaremos algumas situações bem fáceis.

- Fábio está participando de um jogo
 na primeira partida Fábio ganhou
 3 pontos e na segunda ganhou
 4 pontos.



As final das duas partidas ele
 ganhou 7 pontos.

Representando os pontos ganhos por números positivos,
 a situação de Fábio no jogo pode ser representada
 por:

$$(+3) + (+4) = +7$$

- Fábio, numa outra disputa, perdeu 5 pontos e logo
 a seguir perdeu 3 pontos. As final das duas par-
 tidas ele perdeu 8 pontos.

Representando os pontos perdidos por números negativos,
 a situação de Fábio no jogo pode ser representada
 por:

$$(-5) + (-3) = -8$$

Exercícios de fixação imediata

Complete:

a) $(+7) + (+4) =$ _____

b) $(+9) + (+35) =$ _____

c) $(+95) + (+87) =$ _____

d) $(-15) + (-3) =$ _____

e) $(-12) + (-8) =$ _____

f) $(-220) + (-308) =$ $(-2) + (-2) = -2$

- Suzana tem um caderninho com o movimento de suas pouças. A partir da origem, ela anda

Feja uma parte do caderninho

de Suzana. 3 unidades para

A situação de Suzana pode

ser representada por:

$(+20) + (-12) = +8$

tenho uma carteira	+20
comprei uma revista	-12
fiquei com	+8

- mano anda sob a seta

numhada.

Convençionamos que

- "anda para direita do

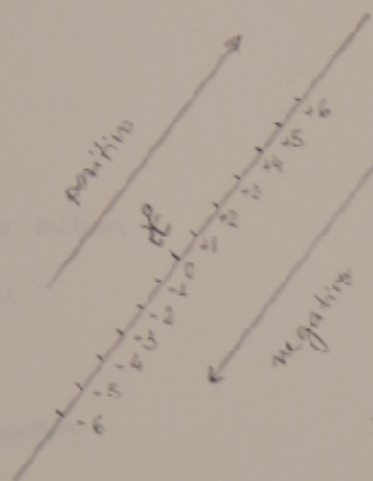
ponto onde vi cotar"

significa: "o número é positivo"

- "anda para esquerda do

ponto onde vi cotar"

significa: "o número é negativo"



As ordens foram:

"ande 3 unidades para a direita da origem"

e depois,

"ande 5 unidades para a esquerda do ponto onde você estiver"

Após obedecer às duas ordens, Mauro se encontra no ponto correspondente a -2 .

Podemos representar:

$$(+3) + (-5) = -2$$

• Desta vez as ordens foram:

"a partir da origem, não ande"

e depois,

"ande 3 unidades para a direita

do ponto onde você estiver"

Após obedecer às duas ordens, Mauro se

encontra no ponto correspondente a $+3$.

Podemos representar:

$$0 + (+3) = +3$$

• Se Mauro tivesse recebido as ordens:

"a partir da origem não ande"

e depois

"ande 4 unidades para a esquerda

do ponto onde você estiver"

Após obedecer às duas ordens, Mauro

estaria no ponto que representa -4 .

Podríamos representar:

$$0 + (-4) = -4$$

Exercícios de fixação imediata

1) Houve um torneio, cujos resultados estão no quadro. Complete-o:

	marcelo	maurício	Raul	Roberto	Bruno	Daniel
1ª partida	+3	-4	0	+2	+4	-3
2ª partida	-7	+2	-3	0	-1	+8
resultado final						

2) Complete:

a) $(+9) + (-5) =$ _____

b) $(+9) + (-12) =$ _____

c) $(-15) + 0 =$ _____

d) $(+12) + 0 =$ _____

e) $(-223) + (+123) =$ _____

3) Complete em \mathbb{Z} :

x	+12	+3	0
$x + (-5)$			

Observando estas situações podemos resumir que:

Em Z:

- A soma de dois números inteiros de mesmo sinal é obtida somando-se os módulos e conservando-se o sinal.
- A soma de dois números inteiros de sinais diferentes é obtida subtraindo-se os módulos e dando-se o sinal do número que tiver maior módulo.
- A soma do zero e um número inteiro é este número inteiro.

Como em N, temos:

$a + b = c$
$\downarrow \quad \downarrow$ parcelas total ou soma

Exercício de fixação imediata

Complete a tabela em Z:

+	-4	-3	-2	-1	0	+1	+2	+3	+4
-4									
-3									+1
-2									
-1			-3						
0	-4							+3	
+1									
+2					+2				
+3									
+4							+6		

Grupo 15 - Exercícios

Z^{19, 20}

1) Complete o quadro:

a	b	c	a+b	a+c	b+c	b+a
+2	+3	-5				
+4	-2	+2				
-7	-3	-2				
0	+4	-9				

qualquer, mas
 $a+b \in \mathbb{Z}$
 $a+b = b+a$
 $(a+b)+c = a+(b+c)$
 $a+0 = 0+a = a$

2) Complete em \mathbb{Z} :

a)

x	+9	+7	+3	0	-3	-5	7	-9
$x+(+7)$								

b)

x	+10	+8	+4	+1	0	-2	-4	-7
$x+(-4)$								

1) Complete utilizando as propriedades e aplicando a propriedade associativa

a) $(+2) + (+4) + (+9) =$

b) $(-11) + (+10) + (-7) =$

5. Propriedades da Adição em \mathbb{Z}

As propriedades da adição vistas em \mathbb{N} são válidas também em \mathbb{Z} .

Se a, b, c são números inteiros quaisquer, temos:

- fechamento $a+b \in \mathbb{Z}$
- comutativa $a+b = b+a$
- associativa $(a+b)+c = a+(b+c)$
- zero é elemento neutro $a+0 = 0+a = a$

- Em \mathbb{Z} encontramos uma propriedade que não havia em \mathbb{N} .

Considere dois números inteiros opostos, por exemplo $+5$ e -5 .

Por serem de sinais contrários, sua soma será efetuada subtraindo seus módulos.

mas: $|+5| = 5$

$$a) (+5) + (-5) = 5 - 5 = 0$$

$$b) \text{ Logo: } (+5) + (-5) = 0$$

A soma de dois números opostos é zero (elemento neutro da adição).

Exercícios de fixação imediata

- 1) Complete observando os opostos e aplicando a propriedade associativa:

$$a) (+5) + (-4) + (+4) =$$

$$= (+5) + \underline{\quad} = \underline{\quad}$$

$$b) (-18) + (+17) + (-37) =$$

$$= \underline{\quad} = \underline{\quad}$$

2) Complete: a) $(+4) + (+3) + \underline{\quad} = +4$

b) $(-8) + (-7) + \underline{\quad} = -7$

3) Complete: a) $(+3) + (+5) + \underline{\quad} = 3$

b) $(-2) + (-4) + \underline{\quad} = -4$

Grupo I - Exercícios

1) Complete o quadro:

EXPRESSÃO	RESULTADO
$(+5) + (-3)$	+2
$(-8) + (-7)$	
$(+5) + (-2) + (-1)$	
$(-3) + (-2) + (+11)$	
$(-11) + (+8) + (-13)$	
$(-5) + (+9) + (+3)$	
$(-1) + (-3) + (-9)$	

2) Complete, observando os opostos e aplicando a propriedade associativa.

a) $(+34) + (-72) + (+72) =$

$= \underline{\quad} = \underline{\quad}$

b) $(-100) + (+a) + (-a) =$

$= \underline{\quad} = \underline{\quad}$

3) Complete:

a) $(-12) + (+5) + \underline{\quad} = +15$

c) $(+21) + (-18) + \underline{\quad} = -18$

b) $(-43) + (-19) + \underline{\quad} = -43$

d) $(+31) + (+5) + \underline{\quad} = +33$

4) Observe o modelo e complete:

	$\xrightarrow{+3}$	$\xrightarrow{-3}$
a) +7	+10	+7
+5	---	---
-4	---	---
-8	---	---
-249	---	---

	$\xrightarrow{+47}$	$\xrightarrow{-}$
b) +3	---	+3
-5	---	-5
-208	---	---
+108	---	---

5) Complete:

a) $(+15) + (+m) + \underline{\quad} = +15$

c) $(+x) + (+y) + \underline{\quad} = x$

b) $(+8e) + (+f) + \underline{\quad} = +p$

d) $(+m) + (+q) + \underline{\quad} = q$

6. Subtração em \mathbb{Z}

• Em \mathbb{N} nós sabemos que:

$$\begin{array}{c} 5 - 2 = 3 \rightarrow \text{diferença} \\ \downarrow \quad \downarrow \\ \text{minuendo} \quad \text{subtraendo} \end{array}$$

$$\begin{array}{c} 5 - 3 = 2 \rightarrow \text{diferença} \\ \downarrow \quad \downarrow \\ \text{minuendo} \quad \text{subtraendo} \end{array}$$

porque

$$\begin{array}{c} 3 + 2 = 5 \\ \downarrow \quad \downarrow \\ \text{parcelas} \quad \text{soma} \end{array}$$

Em \mathbb{Z} , define-se a subtração da mesma maneira:

Subtrair dois inteiros significa, encontrar um outro inteiro que somado ao subtraendo dê o minuendo.

Vamos estudar alguns casos:

a) $(+4) - (+1) = x$ como $x + 1 = +4$ então $x = +3$

$$(4) - (1) = +3$$

$$(4) - (1) = (4) + (-1)$$

$$(4) + (-1) = +3$$

mas também

b) $(+4) - (-1) = x$ como $x + (-1) = +4$ então $x = +5$

$$(4) - (-1) = +5$$

$$(4) - (-1) = (4) + (+1)$$

$$(4) + (+1) = +5$$

mas também

Exercícios de fixação imediata

Complete:

a) $(+15) - (+3) = \underline{\quad} + \underline{\quad} = \underline{\quad}$

d) $(+9) - (-4) = \underline{\quad} + \underline{\quad} = \underline{\quad}$

b) $(+7) - (+12) = \underline{\quad} + \underline{\quad} = \underline{\quad}$

e) $(+8) - (-10) = \underline{\quad} + \underline{\quad} = \underline{\quad}$

c) $(+4) - (+3) = \underline{\quad} + \underline{\quad} = \underline{\quad}$

f) $(+6) - (-2) = \underline{\quad} + \underline{\quad} = \underline{\quad}$

• Outros casos:

c) $(-12) - (-4) = x$ como $x + (-4) = -12$ então $x = -8$

$(-12) - (-4) = -8$

mas também $(-12) + (+4) = -8$

$(-12) - (-4) = (-12) + (+4)$

d) $(-12) - (+4) = x$ como $x + (+4) = -12$ então $x = -16$

$(-12) - (+4) = -16$

mas também $(-12) + (-4) = -16$

$(-12) - (+4) = (-12) + (-4)$

Exercícios de fixação imediata.

Complete:

- a) $(-15) - (+3) = _ + _ = _$
- b) $(-7) - (+12) = _ + _ = _$
- c) $(-4) - (+3) = _ + _ = _$
- d) $(-9) - (-4) = _ + _ = _$
- e) $(-8) - (-10) = _ + _ = _$
- f) $(-4) - (-1) = _ + _ = _$

• Depois de observar bem os exemplos você vai concluir que:

- Para subtrair dois inteiros quaisquer basta somar ao minuendo o oposto do subtraendo.

• Você pode ver também que:

o subtração é fechada em Z, pois:

- todo inteiro possui oposto;
- a adição é sempre possível em Z.

• Na prática:

Toda diferença em Z é substituída por uma soma.

Exercícios de fixação imediata

Efetue:

a) $(-5) - (+3) = \underline{\hspace{2cm}}$

b) $(-7) - (-2) = \underline{\hspace{2cm}}$

c) $(+4) - (-5) = \underline{\hspace{2cm}}$

d) $(+8) - (+2) = \underline{\hspace{2cm}}$

e) $(-13) - (-5) = \underline{\hspace{2cm}}$

f) $(+13) - (+50) = \underline{\hspace{2cm}}$

g) $(-27) - (+13) = \underline{\hspace{2cm}}$

h) $(+52) - (-15) = \underline{\hspace{2cm}}$

grupo VI - Exercícios

1) Complete:

a) $(-1) - (-5) = \underline{\hspace{2cm}}$

b) $(-3) - (+7) = \underline{\hspace{2cm}}$

c) $(-22) - (-27) = \underline{\hspace{2cm}}$

d) $(+8) - (-39) = \underline{\hspace{2cm}}$

e) $(-6) - (+8) = \underline{\hspace{2cm}}$

f) $(-4) - (-3) = \underline{\hspace{2cm}}$

2) Complete os quadros:

a)

a	b	c	a+b	(a+b)-c	a-b	(a-b)-c
+2	+4	-3				
-5	-3	+5				

b)

a	b	c	a-b	b-a	(a-b)-c	0-a	a-0
-3	+1	+2					
-4	+3	-1					