

UNIVERSIDADE FEDERAL DE SANTA CATARINA  
CENTRO TECNOLÓGICO DE JOINVILLE  
CURSO DE BACHARELADO EM ENGENHARIA NAVAL

**FELIPE KLEIN FIORENTIN**

**SIMULAÇÃO NUMÉRICA DO COMPORTAMENTO DINÂMICO DE PEÇAS  
DELGADAS NO PROCESSO DE FRESAMENTO**

Joinville

2017

Felipe Klein Fiorentin

**SIMULAÇÃO NUMÉRICA DO COMPORTAMENTO DINÂMICO DE PEÇAS  
DELGADAS NO PROCESSO DE FRESAMENTO**

Trabalho de Conclusão de Curso  
apresentado ao Curso de graduação em  
Engenharia Naval da Universidade Federal  
de Santa Catarina, Campus de Joinville,  
como requisito parcial para a obtenção do  
título de Bacharel em Engenharia Naval.  
Orientador: Prof. Dr. Thiago Antonio  
Fiorentin

Joinville

2017

Ficha de identificação da obra elaborada pelo autor, através do Programa de  
Geração Automática da Biblioteca Universitária da UFSC.

Fiorentin, Felipe Klein  
SIMULAÇÃO NUMÉRICA DO COMPORTAMENTO DINÂMICO DE  
PEÇAS DELGADAS NO PROCESSO DE FRESAMENTO / Felipe Klein  
Fiorentin ; orientador, Thiago Antonio Fiorentin, 2017. 64 p.

Trabalho de Conclusão de Curso (graduação) - Universidade Federal de  
Santa Catarina, Campus Joinville, Graduação em Engenharia Naval, Joinville,  
2017.

Inclui referências.

1. Engenharia Naval. 2. Vibrações. 3. Simulação Numérica. 4. Usinagem.  
5. Elementos Finitos. I. Fiorentin, Thiago Antonio. II. Universidade Federal de  
Santa Catarina. Graduação em Engenharia Naval. III. Título.

Felipe Klein Fiorentin

**SIMULAÇÃO NUMÉRICA DO COMPORTAMENTO DINÂMICO DE PEÇAS  
DELGADAS NO PROCESSO DE FRESAMENTO**

Este Trabalho Conclusão de Curso foi julgado adequado para obtenção do Título de Bacharel em Engenharia Naval e aprovado em sua forma final pelo Programa

Local, 29 de junho de 2017

---

Prof. Luiz Fernando Peres Calil, Dr.  
Coordenador do Curso

**Banca Examinadora:**

---

Prof.<sup>a</sup> Thiago Antonio Fiorentin, Dr.  
Orientador  
Universidade Federal de Santa Catarina

---

Prof. Thiago Pontin Tancredi, Dr.  
Universidade Federal de Santa Catarina

---

Prof. Jorge Luiz Goes Oliveira, Dr.  
Universidade Federal de Santa Catarina

## **AGRADECIMENTOS**

*Agradeço à minha mãe, Maria Assunta Klein Fiorentin, pelo apoio incondicional e suporte à minha qualificação profissional.*

*Ao Prof. Dr. Thiago Antônio Fiorentin, o qual acompanhou e orientou de perto todas as etapas deste trabalho, desde o desenvolvimento teórico até o procedimento experimental, acrescentando profundamente ao trabalho com sugestões e informações adicionais.*

*Por fim, à Universidade do Federal de Santa Catarina e ao Conselho Nacional de Pesquisa e Desenvolvimento, pelas oportunidades de aplicação dos conhecimentos obtidos na universidade através da iniciação científica.*

## RESUMO

Na engenharia naval é comum a aplicação de peças delgadas, como pás de hélices e aletas de trocadores de calor. Muitas vezes, essas peças passam por um processo de usinagem, seja este para desbaste ou acabamento superficial. Por se tratarem de componentes relativamente flexíveis, a usinagem destes componentes é um processo delicado. Em aplicações práticas relacionadas à usinagem de uma peça, a frequência de ressonância é sempre um parâmetro importante e deve ser considerado. É inerente a todo o processo de usinagem a remoção de material, portanto variações na massa da peça existem. Além disso, como se altera a geometria das peças, variações na rigidez também estão presentes. Estes dois parâmetros determinam a frequência natural de um objeto e aliados ao fator de amortecimento, determinam também a frequência de ressonância. Outro fator que influencia na rigidez do conjunto é o sistema de fixação. Deve-se evitar excitar estes componentes em frequências próximas as de ressonância. A fim de minimizar as vibrações da peça no processo de usinagem e conseqüentemente melhorar o acabamento superficial, o presente trabalho busca, através da simulação numérica pelo método dos elementos finitos, prever o comportamento dinâmico de determinado sistema, analisando suas vibrações. As simulações numéricas foram efetuadas com códigos próprios, tanto para o domínio do tempo quanto para o domínio da frequência, utilizando-se de elemento de viga. Correlacionando-se amplitudes de vibrações com rugosidade, foi possível estimar o acabamento superficial da peça usinada.

**Palavras-Chave:** Sistema de fixação. Rugosidade. Ressonância. Usinagem.

## ABSTRACT

Thin pieces are widely used during the process of marine construction and engineering, like propeller blades and fin heat exchangers. Several times, those pieces will be machined, using roughing or finishing operation. Those pieces have a low stiffness, resulting on a very sensitive and fragile process. During the machining of a component, the resonance frequency is always an important parameter, and it should be considered. In every machining process there is always material removal, consequently, the mass of the component will change along the process; also, as the geometry is changing too, the stiffness of the workpiece will not be constant as well. The fixturing system will also change the stiffness of the system. The natural frequency of a component is a function of both mass and stiffness, so this frequency will change too, the resonance frequency will also switch, once it is a function of those both parameters and the damping ratio. The condition where the excitation frequency is close to the resonance frequency must be avoided, because of the workpiece will oscillate with high vibration amplitudes, those may be catastrophic, they can cause a bad surface finish, or they can even cause failures in both machine and tool. The main goal is to predict the dynamic behavior of the workpiece during the milling process. As an important tool, the numeric simulation will be applied. All simulations used were developed by the authors, and both time and frequency domain are applied, using beam elements. The vibration amplitudes can be directly correlated to the roughness and surface finish quality, making it possible to predict the finished workpiece surface quality.

**Keywords:** Fixturing system. Roughness. Resonance. Milling

## LISTA DE FIGURAS

FIGURA 1 – CAMINHO DA FERRAMENTA SEM VIBRAÇÕES NO PROCESSO.....	17
FIGURA 2 - CAMINHO DA FERRAMENTA COM VIBRAÇÕES NO PROCESSO.....	18
FIGURA 3 – SISTEMA COM UM GRAU DE LIBERDADE E UMA FORÇA EXTERNA.....	19
FIGURA 4 – FORMAÇÃO DO CAVACO COM DUAS ONDAS EM FASE.....	20
FIGURA 5 – FORMAÇÃO DO CAVACO COM DUAS ONDAS DEFASADAS A 180°.....	21
FIGURA 6 - FRESAMENTO DISCORDANTE, CONCORDANTE E COMBINADO OU MISTO.....	22
FIGURA 7 – FRESAMENTO CILÍNDRICO TANGENCIAL.....	23
FIGURA 8 - ÁREA DE CONTATO ENTRE O APOIADOR E A PEÇA.....	26
FIGURA 9 – ELEMENTO DE VIGA DE 2 NÓS.....	29
FIGURA 10 - VARIAÇÃO DA ESPESSURA DO CAVACO DURANTE A PASSAGEM DO DENTE.....	33
FIGURA 11 - POSIÇÃO DA FERRAMENTA EM MOMENTOS DIFERENTES DA USINAGEM.....	34
FIGURA 12 – MOVIMENTO RELATIVO ENTRE PEÇA E FERRAMENTA.....	35
FIGURA 13 - ANÁLISE DE CONVERGÊNCIA, 1º FREQUÊNCIA NATURAL.....	40
FIGURA 14 - ANÁLISE DE CONVERGÊNCIA, 2º FREQUÊNCIA NATURAL.....	40
FIGURA 15 - MODOS DE VIBRAÇÃO.....	41
FIGURA 16 – PRIMEIRO MODO DE VIBRAÇÃO PARA VÁRIAS ESTRUTURAS.....	42
FIGURA 17 – COMPARAÇÃO ENTRE ANÁLISE NO DOMÍNIO DO TEMPO E FREQUÊNCIA PARA O PRIMEIRO MODO DE VIBRAÇÃO.....	43
FIGURA 18 – COMPARAÇÃO ENTRE ANÁLISE NO DOMÍNIO DO TEMPO E FREQUÊNCIA PARA O SEGUNDO MODO DE VIBRAÇÃO.....	44
FIGURA 19 – FORÇA EM CADA GRAU DE LIBERDADE AO LONGO DO TEMPO.....	46
FIGURA 20 – FORÇA NOS ÚLTIMOS DOIS GRAUS DE LIBERDADE DE TRANSLAÇÃO.....	46
FIGURA 21 – FORÇA TOTAL DE USINAGEM.....	47
FIGURA 22 – DESLOCAMENTOS DOS NÓS AO LONGO DO TEMPO.....	48
FIGURA 23 – DESLOCAMENTOS NA REGIÃO DE CONTATO DA FRESA AO LONGO DO TEMPO.....	49
FIGURA 24 – POSIÇÕES DE MEDIÇÃO DA RUGOSIDADE.....	50
FIGURA 25 – RUGOSIDADES MÉDIAS EXPERIMENTAIS E AMPLITUDES DE VIBRAÇÕES NUMÉRICAS.....	51



## LISTA DE TABELAS

TABELA 1 – FREQUÊNCIAS NATURAIS ANALÍTICAS DE UMA VIGA ENGASTADA .....	39
TABELA 2 - PROPRIEDADES GEOMÉTRICAS, DE MATERIAL E DA MALHA .....	41
TABELA 3 - PROPRIEDADES DAS ESTRUTURAS.....	42
TABELA 4 – DADOS DA SIMULAÇÃO NO DOMÍNIO DA FREQUÊNCIA .....	45
TABELA 5 – PARÂMETROS EXPERIMENTAIS DE USINAGEM.....	50
TABELA 6 – RUGOSIDADES MÉDIAS DAS 3 AMOSTRAS .....	51

## LISTA DE SÍMBOLOS

Símbolo	Descrição	Unidade
$R^a$	Rugosidade média	
$l_m$	Comprimento de medição	
$K$	Matriz rigidez	
$M$	Matriz massa	
$N_i$	Função de forma do grau de liberdade $i$	
$N^e$	Matriz das funções de forma	
$\rho$	Densidade	$Kg/m^3$
$A$	Área da seção transversal	$m^2$
$r$	Eixo do sistema de coordenadas local	$m$
$m^e$	Massa do elemento	$Kg$
$l_e$	Comprimento do elemento	$m$
$I$	Momento de inércia da seção da viga	$m^4$
$J$	Jacobiano	
$a_e$	Profundidade radial de corte	$m$
$t$	Instante de tempo	$s$
$U^t$	Deslocamento no instante de tempo $t$	$m$
$\dot{U}^t$	Derivada do deslocamento com relação a $t$	$m/s$
$\ddot{U}^t$	Segunda derivada do deslocamento com relação a $t$	$m/s^2$
$\dddot{U}^t$	Terceira derivada do deslocamento com relação a $t$	$m/s^3$
$\Delta t$	Incremento de tempo	$s$
$E$	Módulo de Young	$Pa$
$h$	Espessura do cavaco em função do ângulo do dente	$m$
$\varphi_i$	Posição angular do dente $i$ da fresa	$rad$
$c$	Taxa de alimentação	$\frac{m}{rotação * dente}$
$y_p$	Deslocamento da peça	$m$
$a_c$	Comprimento do contato da aresta de corte	$m$
$K_{tc}$	Coefficiente tangencial de cisalhamento da força	$N/m^2$
$K_{rc}$	Coefficiente radial de cisalhamento da força	$N/m^2$
$K_{ac}$	Coefficiente axial de cisalhamento da força	$N/m^2$
$K_{te}$	Coefficiente tangencial da aresta de corte	$N/m$
$K_{re}$	Coefficiente radial da aresta de corte	$N/m$
$K_{ae}$	Coefficiente axial da aresta de corte	$N/m$
$F_t$	Força de corte tangencial	$N$

$F_r$	Força de corte radial	N
$F_a$	Força de corte axial	N
$F_x$	Força de corte na direção x	N
$F_y$	Força de corte na direção y	N
$F_z$	Força de corte na direção z	N
$F$	Força resultante de corte	N
$\varphi_{at}$	Ângulo de entrada dos dentes	rad
$\varphi_{ex}$	Ângulo de saída dos dentes	rad
$\varphi_p$	Espaçamento entre dentes	rad
$T_c$	Torque no eixo da ferramenta	N.m
$P_t$	Potência de corte	W
$N$	Número de dentes da fresa	
$D$	Diâmetro da ferramenta	m
$n$	Rotação do eixo da ferramenta	rpm
$V$	Velocidade de corte	m/s

## SUMÁRIO

<b>1</b>	<b>INTRODUÇÃO .....</b>	<b>13</b>
1.1	OBJETIVOS .....	15
1.1.1	Objetivo Geral .....	15
1.1.2	Objetivo Específico.....	15
1.2	ESTADO DA ARTE E CONTEXTUALIZAÇÃO.....	16
<b>2</b>	<b>FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA .....</b>	<b>17</b>
2.1	VIBRAÇÃO .....	17
2.1.1	Vibração Livre .....	18
2.1.2	Vibração Forçada .....	19
2.1.3	Vibração Regenerativa .....	20
2.2	FRESAMENTO.....	21
2.2.1	Fresamento Cilíndrico Tangencial.....	23
2.2.2	Estabilidade no Processo de Usinagem .....	23
2.2.3	Sistema de Fixação.....	25
2.3	RUGOSIDADE.....	26
<b>3</b>	<b>MATERIAIS E MÉTODOS .....</b>	<b>28</b>
3.1	SIMULAÇÃO NO DOMÍNIO DA FREQUÊNCIA .....	28
3.1.1	Análise Modal.....	28
3.1.2	Viga de Euler-Bernoulli.....	29
3.2	SIMULAÇÃO NO DOMÍNIO DO TEMPO .....	31
3.2.1	Modelagem da Força de Usinagem .....	33
3.3	HIPÓTESES .....	37
<b>4</b>	<b>RESULTADOS E DISCUSSÕES .....</b>	<b>39</b>
4.1	ANÁLISE DE REFINO DE MALHA.....	39
4.2	SIMULAÇÃO NO DOMÍNIO DA FREQUÊNCIA .....	41
4.3	VALIDAÇÃO DO CÓDIGO COMPUTACIONAL .....	43
4.4	SIMULAÇÃO NO DOMÍNIO DO TEMPO .....	44
4.5	PROCEDIMENTO EXPERIMENTAL E COMPARAÇÕES .....	49
<b>5</b>	<b>CONCLUSÕES .....</b>	<b>53</b>
5.1	SUGESTÃO PARA TRABALHOS FUTUROS.....	54
	<b>BIBLIOGRAFIA.....</b>	<b>55</b>
	<b>APÊNDICE A – CÓDIGO COMPUTACIONAL EM SCILAB.....</b>	<b>59</b>

## 1 INTRODUÇÃO

Os processos de manufatura são a base econômica de uma nação industrializada, de maneira geral o grau de desenvolvimento econômico de um país pode ser determinado pelo seu nível de industrialização e inovação. Nos últimos anos, novas tecnologias foram desenvolvidas e agregadas aos processos de fabricação, principalmente sistemas ligados ao controle do processo e sua automação. A crescente demanda de produtos industrializados torna obrigatório a qualquer indústria melhorar continuamente seus processos, diminuindo o tempo de fabricação e o número de peças defeituosas.

Dentre os vários processos de fabricação utilizados na engenharia e construção naval, a usinagem aparece como um processo muito relevante, principalmente no que se refere ao acabamento de superfícies. Quando este acabamento se dá em peças muito flexíveis, pequenas forças podem provocar grandes deslocamentos, e minimizá-los deslocamentos é vital no processo de fabricação, caso contrário o acabamento superficial desejado dificilmente será obtido.

Dentre superfícies relativamente flexíveis que passam por um processo de acabamento na usinagem estão pás de alguns propulsores, as quais têm como agravantes as complexas geometrias presentes (JAE-WOONG YOUN, 2003). A qualidade superficial obtida pelo processo de fresamento está diretamente ligada a eficiência do propulsor (KUO e DZAN, 2002). Partes de trocadores de calores, como chapas ou aletas com geometrias especiais também são muitas vezes submetidas ao processo de fresamento, e embora não tenham requisitos dimensionais tão estritos quanto pás de hélice, são extremamente flexíveis e difíceis de usinar (WIPPLINGER, 2006).

O processo de usinagem vem recebendo grande atenção nos últimos anos e apesar de ser um procedimento conhecido por ser de elevado custo, muitas vezes se faz necessário (GRZESIK, 2008). Peças fundidas, conformadas ou obtidas por outros processos recorrem à usinagem a fim de obter-se um acabamento superficial mais refinado, logo, este processo torna-se presente num gigantesco número de produtos, mesmo que utilizado apenas como processo de acabamento.

É presente uma demanda do mercado por componentes com elevadas exigências de tolerâncias geométricas, dimensionais e de qualidade superficial, as quais pareceriam inalcançáveis poucos anos atrás. O atendimento desta demanda

faz-se possível pela evolução nos processos de fabricação. Componentes cujos custos de fabricação, até algum tempo eram proibitivos, hoje são produzidos em série, a custos relativamente baixos, isto se deve em grande parte aos avanços nos métodos de controle de fabricação (STOETERAUS, 1999). Neste contexto de tolerâncias mais estreitas, a usinagem é o processo dominante para se obter peças com elevado acabamento superficial.

É cada vez mais comum a tentativa de prever o resultado de determinado processo, eliminando a necessidade de realizar fisicamente tal procedimento para descobrir se o resultado será satisfatório ou não. O maior incentivo para estes esforços é sem dúvida o aspecto financeiro, é extremamente inviável economicamente realizar determinado procedimento e por fim observar que a peça fruto deste, está com algum parâmetro fora da especificação. Para casos mais simples, cálculos analíticos são capazes de prever alguns comportamentos. Entretanto, geralmente a indústria apresenta problemas de geometria e natureza relativamente complexos, inviabilizando procedimentos analíticos, como solução emprega-se a simulação numérica.

A simulação e o modelamento apresentam-se como fortes tendências nas áreas de pesquisa científica, tecnológica e industrial, devido às vantagens que podem oferecer em termos de redução de custos e tempo para conclusão de um projeto, características já citadas anteriormente.

Simular um processo de usinagem consiste em representá-lo e analisá-lo numericamente com o auxílio de um modelo matemático, este deve ser idealmente o mais próximo possível do real (DOMINGOS, 2002). Obviamente que tornar uma simulação cada vez mais assertiva envolve muitas vezes aumento dos tempos de simulação, já que o número de equações e fenômenos envolvidos são maiores (PIMENTEL, 2011). Cabe ao engenheiro definir as simplificações necessárias, quantificando quais fenômenos são realmente significantes em uma simulação.

Entretanto, a simulação numérica, assim como qualquer outro método científico, necessita ter seus resultados validados. No caso da usinagem, o procedimento experimental é a forma para tal validação. Este experimento deve conter os mesmos parâmetros que a simulação, a fim de tornar ambas equivalentes e conseqüentemente com resultados semelhantes. Os parâmetros mais comuns a serem levados em conta na usinagem são a rotação da peça ou ferramenta, profundidade de corte, direção da usinagem e avanço.

Sendo necessário um procedimento experimental para validar os resultados analíticos e provenientes da simulação numérica, cogitou-se o processo de torneamento ou fresamento. Optou-se pela operação de usinagem de fresamento, uma vez que esta seria possível realizar tal experimento.

Utilizar-se-á como referenciais teóricos alguns pilares fundamentais, são eles: o modelo de viga de Euler-Bernoulli, uma adaptação do modelo de forças de cortes de Altintas e o método de integração no tempo de Hubolt.

## 1.1 Objetivos

O presente trabalho objetiva desenvolver um código computacional em elementos finitos capaz de prever o comportamento dinâmico de determinado sistema durante o processo de fresamento. Tal modelo será validado com auxílio de outros modelos numéricos mais simples, como a análise modal por exemplo. Uma definitiva validação poderia ser feita através procedimentos experimentais, parâmetros como amplitudes de vibrações durante o processo de fabricação e leitura da rugosidade da peça fabricada poderiam ser estudados. Comparar-se-ia o acabamento superficial das peças usinadas com o previsto pelo modelo numérico

### 1.1.1 Objetivo Geral

Desenvolver um modelo capaz de prever o acabamento superficial e comportamento dinâmico de determinado sistema durante um processo de fresamento.

### 1.1.2 Objetivo Específico

- Implementar um modelo que é capaz de reproduzir a força de corte ao longo do tempo.
- Desenvolver um código computacional capaz de representar o fenômeno de usinagem, representando as variações da geometria da peça ao longo do tempo.
- Validar o modelo numérico sugerido.

## 1.2 Estado da Arte e Contextualização

Prever as características dinâmicas durante o processo de fresamento é essencial. Para a fabricação de determinado componente ser efetiva, deve-se garantir a estabilidade da operação, um estudo foi realizado sobre a estabilidade numa operação de usinagem no domínio do tempo (ZHONGQUN e QIANG, 2008). Uma abordagem muito interessante é apresentada, através da espessura instantânea do cavaco constrói-se uma correlação com os efeitos da força regenerativa. Os autores constroem curvas de estabilidades equivalentes ao que o diagrama de lóbulos representa no domínio da frequência.

Como já citado, um dos processos mais críticos na usinagem de precisão é a usinagem de pás de hélices navais. Foi estudado o melhor caminho para a ferramenta em um processo de usinagem destes componentes (JAE-WOONG YOUN, 2003).

Uma das etapas mais vitais para prever o comportamento dinâmico do sistema ao longo do tempo é um modelo adequado de força de corte. Observando o engajamento da ferramenta com a peça ao longo de uma rotação, Altintas (2011) construiu um modelo de força derivado da espessura do cavaco durante a passagem de cada dente. Sendo a espessura do cavaco diretamente ligada ao fenômeno da vibração regenerativa, este método permite prever a estabilidade de um determinado processo ao longo do tempo.

Apesar de possuir fins específicos bem diferentes do presente trabalho, alguns estudos utilizam abordagens muito semelhantes. Um estudo empregando o modelo de viga de Timoshenko analisa a estabilidade de uma turbina eólica (HANSEN, 2004). Outro estudo, ainda utilizando elementos de viga, foi desenvolvido para analisar o comportamento dinâmico de um dado sistema (M. JURECZKO, 2005). Neste estudo a força variante no tempo é proveniente do vento, mas a metodologia aplica é semelhante ao presente trabalho, apesar de tratar de assuntos bem distintos.

O presente trabalho insere-se neste contexto propondo uma previsão para um sistema flexível com excessivas vibrações, buscando através de um modelo numérico determinar as regiões de pior acabamento superficial, bem como prever o comportamento dinâmico do sistema para determinadas condições de corte.



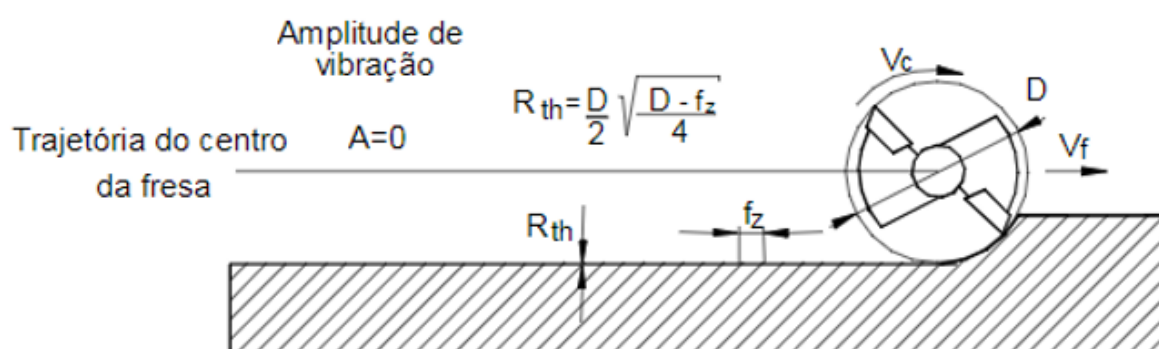
## 2 FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA

### 2.1 Vibração

As vibrações são uma característica inerente a todo processo que possua oscilações nas forças envolvidas ao longo do tempo, e o processo de fresamento possui tal característica. Por serem fatores decorrentes da natureza do processo, as vibrações não podem ser eliminadas apenas atenuadas. Nos processos de acabamento, ou mesmo desbastes que não possuem outros processos em sequência, tem-se uma grande preocupação com a qualidade superficial e parâmetros dimensionais, em consequência disto os níveis de vibração são uma das variáveis críticas (SCHUKZ, WURZ e BOHNER, 2001).

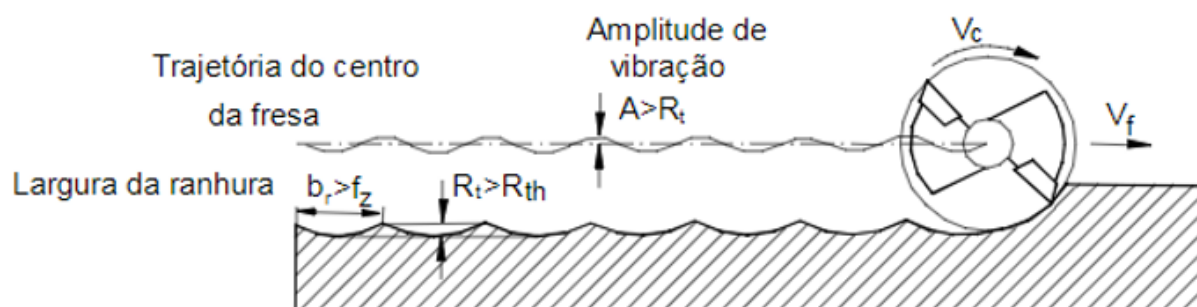
Vibrações na peça, ferramenta ou em ambas tendem a gerar peças mais rugosas, a Figura 1 ilustra o perfil de uma superfície usinada sem vibrações. Por sua vez, a Figura 2 mostra o perfil para uma ferramenta vibrando. Embora a estabilidade num processo de usinagem será discutida no decorrer deste trabalho, um conceito inicial pode ser elaborado. Na usinagem, considera-se um processo estável aquele que produz uma peça com bom acabamento superficial e um desgaste pequeno da ferramenta, em contrapartida um processo instável, devido as altas amplitudes de vibração, caracteriza-se por um acabamento superficial precário e níveis de desgaste da ferramenta muito mais elevados (WERNER, 1992).

Figura 1 – Caminho da ferramenta sem vibrações no processo



Fonte: Adaptado de (WERNER, 1992).

Figura 2 - Caminho da ferramenta com vibrações no processo



Fonte: Adaptado de (WERNER, 1992).

### 2.1.1 Vibração Livre

Vibração livre é o fenômeno de oscilação de um corpo o qual não está sujeito a carregamentos externos variantes no tempo. A equação do movimento para um sistema de um grau de liberdade nesta condição é

$$m\ddot{x} + c\dot{x} + kx = 0 \quad (1)$$

A equação acima representa um sistema sobre uma vibração amortecida. Um caso particular deste sistema é para um amortecimento nulo, onde para um deslocamento inicial,

$$x(t = 0) = x_0 \quad (2)$$

e para uma velocidade inicial,

$$\dot{x}(t = 0) = v_0 \quad (3)$$

tem-se a solução

$$x(t) = x_0 \cos(\omega_n t) + \frac{v_0}{\omega_n} \text{sen}(\omega_n t) \quad (4)$$

O movimento representado na equação acima é um movimento harmônico simples, percebe-se que o sistema oscilará numa frequência  $\omega_n$ , esta é conhecida como frequência angular natural do sistema. Um corpo com grau de liberdade que apresentar esta vibração livre sempre oscilará com uma frequência igual a sua frequência natural.

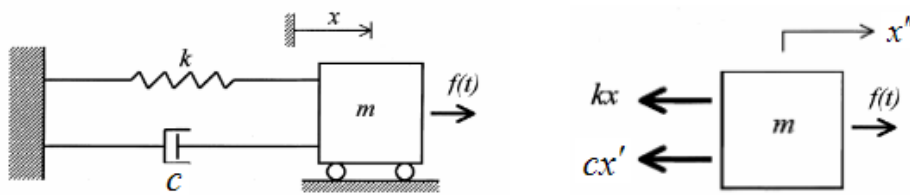
### 2.1.2 Vibração Forçada

Por vibração forçada define-se um sistema mecânico sujeito a carregamentos externos, sendo este periódicos ou não, geralmente tais carregamentos são oriundos de massas desbalanceadas e rotações de eixos e engrenagens por exemplo (CREDE e HARRIS, 1961). Pode-se modelar um sistema com um grau de liberdade sujeito à forças externas, tal modelo está representado na Figura 3. O movimento deste sistema é regido pela equação diferencial

$$m\ddot{x} + c\dot{x} + kx = f(t) \quad (5)$$

onde  $m$  é a massa do corpo,  $k$  a rigidez da mola e  $c$  o amortecimento,  $f(t)$  por sua vez é a força externa aplicada neste grau de liberdade,  $t$  é o tempo e  $x$  a posição deste corpo.

Figura 3 – Sistema com um grau de liberdade e uma força externa



Fonte: Adaptado de (EWINS, 1984)

Um caso específico seria para uma força harmônica, na qual representa-se a força externa como

$$f(t) = f_0 e^{i\omega t} e^{i\alpha} \quad (6)$$

sendo  $\alpha$  a fase, a qual é dada pela posição angular em um plano complexo (ALTINTAS, 2000),  $\omega$  é a frequência de excitação e  $f_0$  é a amplitude desta força. Para tal excitação harmônica, a resposta do sistema é dada por

$$x(t) = X e^{i(\omega t + \phi)} \quad (7)$$

$X$  é definido como a amplitude de vibração e  $\phi$  a fase, ambos são respectivamente

$$X = \frac{f_0}{k} \frac{1}{\sqrt{(1 - r^2)^2 + (2\zeta r)^2}} \quad (8)$$

e

$$\phi = \alpha + \tan^{-1} \frac{-2\zeta r}{1 - r^2} \quad (9)$$

onde  $\zeta$  é a taxa de amortecimento e  $r$  é definido por uma relação entre a frequência de excitação da força externa e a natural do sistema

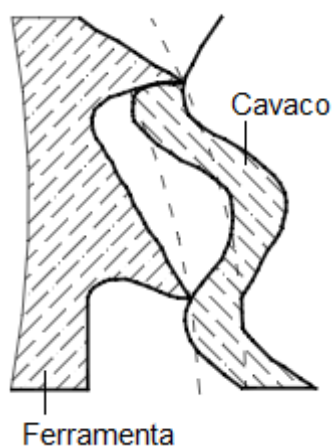
$$r = \frac{\omega}{\omega_n} \quad (10)$$

A vibração forçada é inerente ao processo de fresamento, uma vez que é oriunda da remoção de material, entretanto, em alguns casos esta vibração é acompanhada por outra, conhecida como vibração regenerativa.

### 2.1.3 Vibração Regenerativa

As vibrações regenerativas, ao contrário das vibrações forçadas, não tem sua origem em forças externas, tais esforços são provenientes de um mecanismo de auto excitação, geralmente proveniente de variações periódicas da espessura do cavaco, tal fenômeno acarreta variações nas forças de cortes (ALTINTAS, 2000). O fenômeno ocorre a partir da passagem de um dente, que gera uma superfície ondulada, nesta superfície passa um próximo dente, que por sua vez gera outra superfície ondulada. Dependendo da fase que estão estas superfícies, pode ter-se um processo instável. A Figura 4 representa este fenômeno, na imagem tem-se duas ondas com um ângulo de fase nulo, em consequência o cavaco tem uma espessura constante, resultando em uma força de corte constante.

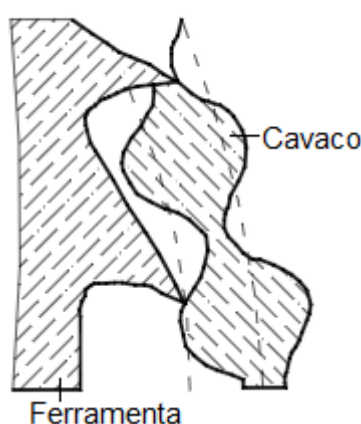
Figura 4 – Formação do cavaco com duas ondas em fase



Fonte: (TLUSTY, 2000)

Já a Figura 5 relata duas ondas defasadas em  $180^\circ$ , a qual é a pior situação possível, uma vez que variações bruscas e periódicas na espessura do cavaco acontecem. Quando o pico de uma onda coincide com o vale da próxima, tem-se a menor espessura do cavaco, e na situação oposta tem-se a espessura máxima. Tais variações periódicas na espessura do cavaco resultam em grandes variações de força (TLUSTY, 2000).

Figura 5 – Formação do cavaco com duas ondas defasadas a  $180^\circ$



Fonte: (TLUSTY, 2000)

Numa situação de corte estável, a vibração regenerativa não é permitida, portanto deve-se definir condições de corte adequadas, bem como as condições de fixação do sistema, a fim de evitar tal vibração. Esta estabilidade do processo será discutida no decorrer deste trabalho, bem como os parâmetros envolvidos e as soluções para minimizar tal fenômeno.

## 2.2 Fresamento

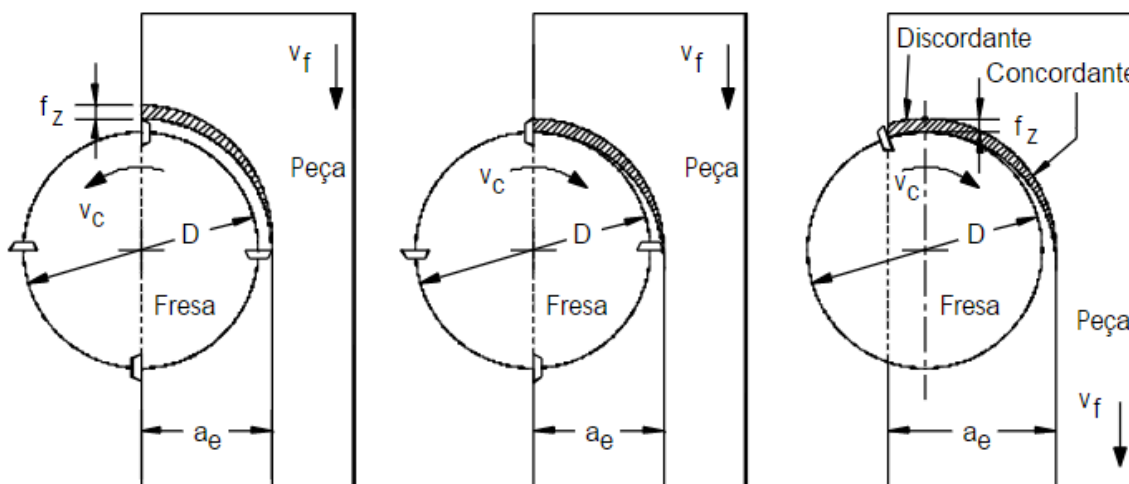
O fresamento é um tipo específico de processo de usinagem, onde a ferramenta move-se rotativamente e a remoção de material ocorre de maneira intermitente (DROZDA e WICK, 1983). É um método amplamente empregado na produção de superfícies planas, contornos, ranhuras e roscas (DINIZ, MARCONDES e COPPINI, 1999). O fresamento mostra-se um processo extremamente interessante no meio industrial principalmente devido as altas taxas de remoção de material (KONIG e KLOCKE, 1999). Outra característica essencial deste processo é a

qualidade superficial do processo, mesmo em peças de geometrias complexas (STEMMER, 1995).

Sendo a remoção de material intermitente em praticamente todo processo de fresamento, cada inserto ou dente ora está em contato com a peça, ora não, em consequência a espessura do cavaco varia constantemente (FERRARESI, 1977). Quando o dente não está em contato com a peça, este não produz sobre ela nenhum tipo de força, e quando este está engajado, esforços são aplicados sobre a peça, estas oscilações na presença da força geram carregamentos periódicos ao longo de cada rotação.

Uma característica que deve ser avaliada em todo o processo de fresamento é se este é concordante, discordante ou combinado, a Figura 6 ilustra estas situações. O fresamento discordante é caracterizado pelo avanço ter direção contrária aos movimentos de corte, o que infere em um cavaco com espessura inicial teoricamente nula (KRATOCHVIL, 2004). No fresamento concordante, os movimentos de corte tem o mesmo sentido do avanço e o corte é iniciado com uma espessura máxima de cavaco. O processo combinado ocorre quando ambas as situações estão presentes, este só ocorre quando a profundidade radial de corte,  $a_e$ , é maior que o raio da ferramenta.

Figura 6 - Fresamento discordante, concordante e combinado ou misto

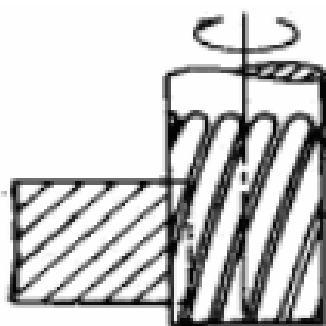


Fonte: (NCG, 2000)

### 2.2.1 Fresamento Cilíndrico Tangencial

O presente trabalho tem como objeto de estudo o processo de fresamento cilíndrico tangencial, este processo tem como principal característica um plano de corte paralelo ao eixo da ferramenta, e está representado na Figura 7. Nesta figura está representado o processo de corte concordante. Normalmente este processo é destinado a obtenção de superfícies planas (ALVES, 2016).

Figura 7 – Fresamento cilíndrico tangencial



Fonte: (ALVES, 2016)

A decomposição da força de usinagem nas componentes radiais, tangenciais e axiais será mostrada no decorrer deste trabalho, bem como suas variações ao longo do tempo. Posteriormente a esta decomposição, uma mudança para o sistema de coordenadas globais, para os eixos  $x$ ,  $y$  e  $z$  será efetuada. Esta última etapa é necessária uma vez que para o modelo numérico, bem como para o procedimento experimental, deve-se utilizar os mesmos eixos e orientações.

### 2.2.2 Estabilidade no Processo de Usinagem

A fim de atender-se os requisitos dimensionais e de acabamento superficial de uma peça, o processo de fabricação deve ser estável. Por um processo eficiente, entende-se aquele que é capaz de produzir um número satisfatório de peças dentro de tais limites de tolerância, e uma das condições que devem ser atendidas é a estabilidade do processo. Vários métodos ativos e passivos vem sendo empregados para suprimir vibrações excessivas.

Dentre os métodos passivos empregados a fim de reduzir-se ou eliminar a vibração regenerativa, destaca-se a oscilação da velocidade de corte (XIAO, KARUBE e SATO, 2002). Este método tem por princípio a ideia de que duas ondas com períodos diferentes não estão defasadas. Alguns absorvedores dinâmicos e amortecedores de vibração também são amplamente utilizados, técnicas onde vários destes amortecedores são instalados em partes da máquina-ferramenta (TOBIAS, 1965). Alguns estudos sobre a fixação da ferramenta também foram efetuados, dispositivos de fixação envolvendo placas de aço e borracha foram empregados para aumentar o amortecimento do sistema (RIVIN e KANG, 1989). Entretanto, estes métodos necessitam de um conhecimento da resposta dinâmica do sistema, uma vez que para determinadas situações de corte podem piorar as vibrações presentes.

Métodos ativos são muitas vezes utilizados, por exemplo, estudos empregando-se atuadores piezelétricos para suprimir vibrações no processo de torneamento (TARNG, KAO e LEE E.C., 2000). Algumas absorvedores de vibrações atuando ativamente na ferramenta de corte foram empregados (LEE, NIAN e TARG Y., 2001), reduzindo significativamente os níveis de vibração, acelerômetros posicionados na ferramenta forneciam informações sobre as frequências e amplitudes das vibrações envolvidas.

Entretanto, um passo anterior ao tratamento da vibração regenerativa é a detecção das mesmas. Idealmente, deve-se ser capaz de prever para um determinado sistema e determinadas condições de corte, se um sistema será instável ou não. Uma das ferramentas mais úteis e largamente utilizada é o diagrama de lóbulos de estabilidade, o qual permite detectar para determinado sistema se em determinada profundidade de corte e rotação haverá ou não estabilidade (SCHMITZ e DONALSON, 2000). Entretanto, tal método limita-se a predição da condição de estabilidade apenas no domínio da frequência, o que não é aplicável na condição de estudo do presente trabalho.

Soluções alternativas ao convencional diagrama de lóbulos foram criadas, como por exemplo, baseando-se na medição do sinal da força, um algoritmo automaticamente seleciona uma rotação adequada para evitar-se a vibração regenerativa (SMITH e TLUSTY, 1990). Soluções utilizando-se o método de integração no domínio do tempo foram propostas (ZATARAIN, BEDIAGA, *et al.*, 2008), mas quando tal método é comparado com soluções no domínio da frequência é extremamente mais oneroso computacionalmente, requer um tempo de



processamento muito maior e uma interpretação automática dos resultados é de difícil implementação. Um método de previsão de estabilidade no domínio do tempo, levando em conta a espessura instantânea do cavaco, numa situação onde a ferramenta está vibrando foi estudado (ZHONGQUN e QIANG, 2008), e comparações com soluções analíticas de modelos simples mostraram que o método empregado foi eficiente.

Embora as soluções de detecção de instabilidade no domínio do tempo sejam bem mais complexas, muitas vezes são a única alternativa. O presente trabalho visa implementar uma rotina ligada a simulação no domínio do tempo que seja capaz de prever se para determinada situação e parâmetros de corte o processo é instável ou não, e para que situações a vibração auto excitada estaria presente.

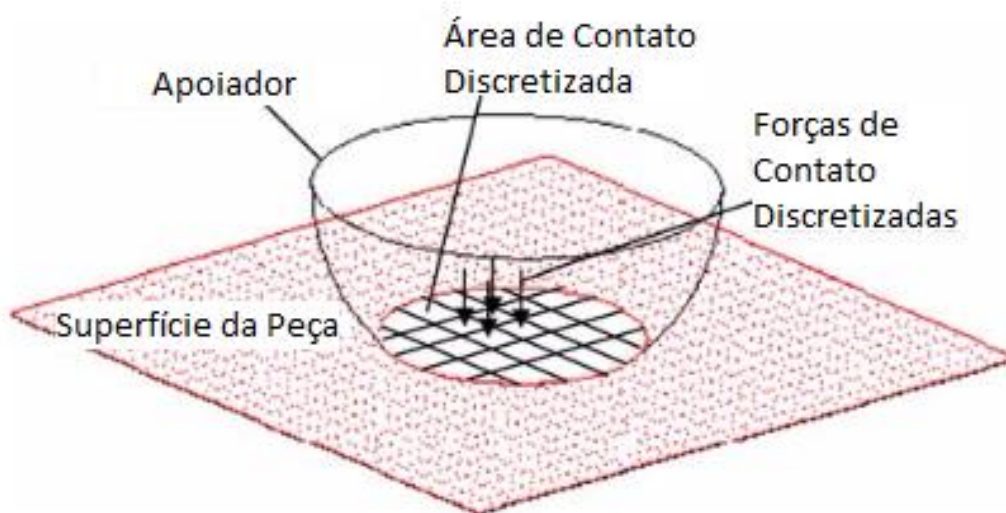
### 2.2.3 Sistema de Fixação

O projeto adequado de um sistema de fixação é vital para o sucesso de qualquer operação de usinagem. Um sistema de usinagem eficiente é aquele que consegue manter a peça numa posição fixa, mas que as forças de aperto não sejam demasiadamente elevadas ao nível de provocar deformações plásticas na mesma (BOYLE, RONG e BROWN, 2011). Idealmente, o sistema de fixação também deve ser capaz de manter a peça na mesma posição de referência, neste caso a reprodutibilidade é importante, deseja-se que para um processo seriado, a fixação de várias peças resulte em todas na mesma posição (ASANTE, 2008).

Complementarmente, em muitos casos é desejável minimizar as vibrações da peça, e sendo o sistema de fixação diretamente envolvido nas características dinâmicas do sistema, um projeto adequado pode melhorar significativamente a qualidade do processo (ASADA, 1985). Como citado anteriormente, saber com precisão a posição da peça depois de esta estar fixada é de extrema importância, uma das maneiras mais comuns de minimizar estes erros de posicionamento é minimizar a área de contato entre os posicionadores ou apoiadores e a peça, tal solução geralmente recaia no uso de sistema de apoio com pontas esféricas (JOHNSON, 1985).

Forças excessivas de aperto, além de gerarem deformações na peça, também aumentam a área de contato entre a peça e o apoiador, o que é prejudicial para o correto posicionamento da peça (BAKERJIAN, 1992). A Figura 8 representa um modelo da área de contato para determinada força, onde a superfície da peça fixada é rígida.

Figura 8 - Área de contato entre o apoiador e a peça



Fonte: (ASANTE, 2008)

### 2.3 Rugosidade

A rugosidade é o parâmetro mais empregado para quantificar se determinada peça possui ou não um bom acabamento superficial. Esta é muitas vezes um parâmetro de projeto, onde para determinado componente é especificado um máximo valor permitido de rugosidade. Ela é tão usada pois permite mensurar a qualidade de determinado processo de acabamento superficial.

A medição da rugosidade e os diferentes parâmetros utilizados para quantificá-la estão relacionados à aplicação do projeto, como por exemplo o coeficiente de atrito desejado, desgaste ou aderência de película. Este último por exemplo é uma exceção aos demais, uma vez que para uma boa adesão de tintas e filmes, é desejável uma rugosidade elevada. Não existe uma maneira ideal ou mais adequada para todas as necessidades de medição de rugosidade, justamente por isso existem maneiras diferentes de se medir a rugosidade, uma das mais difundidas é a Rugosidade Média, ou  $R_a$ .

Este método é largamente utilizado por ser de fácil uso, e necessita de circuitos eletrônicos relativamente simples para seu cálculo. A rugosidade média é definida como o desvio médio de um perfil de sua linha média. A expressão que representa esta rugosidade é dada por

$$R^a = \frac{1}{l_m} \int_0^{l_m} |y(x)| dx \quad (11)$$

onde  $l_m$  é o comprimento da medida, e  $y$  é a amplitude, a qual é uma função da posição.

### 3 MATERIAIS E MÉTODOS

#### 3.1 Simulação no Domínio da Frequência

Simulações no domínio da frequência são amplamente utilizadas para representar o processo de usinagem, principalmente devido ao fato das forças de excitação normalmente serem periódicas, e poderem ser facilmente representadas no domínio da frequência. Este tipo de solução, quando comparada a simulações no domínio do tempo, é significante menos custosa em termos de tempo e capacidade computacional requerida (JR e R, 1985).

O presente trabalho utilizara as soluções no domínio da frequência a fim de determinar a resposta em frequência de determinadas estruturas e posteriormente comparar estes resultados com os obtidos pela análise numérica no domínio do tempo.

##### 3.1.1 Análise Modal

Quando deseja-se conhecer as frequências naturais e modos de vibração de um sistema de elementos finitos, recorre-se para a solução de um problema de autovetores e autovalores. Para um caso particular de um sistema sem amortecimento e sem força externa, pode-se escrever a equação do movimento como

$$M\vec{U} + K\vec{U} = 0 \quad (12)$$

onde  $M$  é a matriz de massa e  $K$  a matriz de rigidez, o desenvolvimento de tais matrizes será descrito na sequência. Um problema de autovetores para tal equação pode ser escrito como

$$(K - \lambda M)\vec{U} = 0 \quad (13)$$

e manipulando-se esta equação, multiplicando ambos os lados da equação pela inversa da matriz massa, fica-se com

$$(M^{-1}K - \lambda I)\vec{U} = 0 \quad (14)$$

Tal representação desta equação é apenas ilustrativa, uma vez que inverter matrizes é um procedimento que normalmente é evitado, pelo seu alto custo computacional; A solução desta equação resultara nos autovalores e seus autovetores associados.

Existe uma relação direta entre cada autovetor e as frequências naturais do sistema, dada por

$$\omega_i = \sqrt{\lambda_i} \quad (15)$$

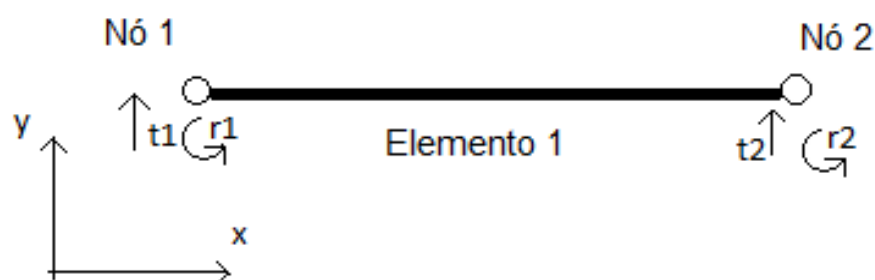
onde  $\omega_i$  é a  $i$ -ésima frequência natural do sistema, associada ao autovetor  $\lambda_i$ . Cada autovetor tem um autovalor associado, o qual também tem uma interpretação física, este representa a forma modal do sistema quando excitado com a frequência natural associada a tal autovalor.

Tal relação será aproveitada neste trabalho para comparar as simulações no domínio do tempo com as simulações no domínio da frequência, simular-se-á no domínio da frequência as formas modais e em sequência uma simulação no domínio do tempo será empregada. No domínio do tempo, a frequência da força de excitação será uma das frequências naturais. Depois serão comparadas as amplitudes de vibração normalizadas com os autovetores, em suma quer se comparar a estrutura excitada em uma das frequências modais com o seu autovetor correspondente.

### 3.1.2 Viga de Euler-Bernoulli

Para o modelo numérico optou-se pelo modelo de viga de Euler-Bernoulli. A escolha de tal método se deve principalmente à sua simplicidade e facilidade de implementação. Algumas das principais hipóteses deste modelo são que a seção transversal da viga é rígida no plano que a contém, que esta seção continua plana após a deformação e que permanece normal ao eixo deformado da viga (BAUCHAU e CRAIG, 2009). Para o modelo ser válido deve-se apenas estar contidas pequenas deformações e uma viga relativamente longa.

Figura 9 – Elemento de viga de 2 nós



Fonte: Próprio autor

Para o modelo numérico empregado, utilizou-se um elemento de viga com dois nós, tendo cada nó um grau de liberdade de rotação e um de translação, conforme Figura 9. O material do modelo é isotrópico e homogêneo. As funções de força deste elemento são dadas por polinômios cúbicos, em função de  $r$ , sendo este o sistema local de coordenadas que varia de -1 no nó 1 até 1 no nó 2, e  $l_e$  é o comprimento do elemento. As funções de forma são dadas por

$$N_1 = \frac{1}{4}(1-r)^2(2+r) \quad (16)$$

$$N_2 = \frac{1}{8}l_e(1-r)^2(1+r) \quad (17)$$

$$N_3 = \frac{1}{4}(1+r)^2(2-r) \quad (18)$$

$$N_4 = -\frac{1}{8}l_e(1+r)^2(1-r) \quad (19)$$

$N_1$  e  $N_3$  estão associadas aos graus de liberdade de translação dos nós 1 e 2 respectivamente, e  $N_2$  e  $N_4$  aos graus de liberdade de rotação dos mesmos nós. Estas quatro funções de forma podem ser organizadas na forma de uma matriz  $N^e$ , 4x1, onde cada uma das funções de forma corresponde a uma linha. A matriz de massa para este elemento pode ser obtida através de uma integração analítica

$$M = \rho A \int_{-1}^1 J(N^e)^T N^e dr \quad (20)$$

onde  $\rho$  é a densidade do material,  $A$  é a área da seção transversal e  $J$  é a matriz Jacobiana, resolvendo-se analiticamente esta integral tem-se

$$M = \frac{m^e}{420} \begin{bmatrix} 156 & 22l_e & 54 & -13l_e \\ 22l_e & 4l_e^2 & 13l_e & -3l_e^2 \\ 54 & 13l_e & 156 & -22l_e \\ -13l_e & -3l_e^2 & -22l_e & 4l_e^2 \end{bmatrix} \quad (21)$$

onde  $m^e$  é a massa do elemento.

O procedimento para o cálculo da matriz rigidez começa com o cálculo de uma matriz  $B$ ,

$$B = \frac{d^2 N}{dx^2} \quad (22)$$

resultando em

$$B = \frac{1}{l_e} \begin{bmatrix} 6r & 3r - 1 & -6r & 3r + 1 \end{bmatrix} \quad (23)$$

De posse de B, agora é possível calcular a matriz de rigidez local, K, a qual é dada por

$$K = \rho A \int_{-1}^1 E * I(B)^T B * \frac{1}{2} * l_e * dr \quad (24)$$

efetuando-se tal operação, tem-se

$$K = EI \begin{bmatrix} \frac{12}{l_e^3} & \frac{6}{l_e^2} & -\frac{12}{l_e^3} & \frac{6}{l_e^2} \\ \frac{6}{l_e^2} & \frac{4}{l_e} & -\frac{6}{l_e^2} & \frac{2}{l_e} \\ -\frac{12}{l_e^3} & -\frac{6}{l_e^2} & \frac{12}{l_e^3} & -\frac{6}{l_e^2} \\ \frac{6}{l_e^2} & \frac{2}{l_e} & -\frac{6}{l_e^2} & \frac{4}{l_e} \end{bmatrix} \quad (25)$$

### 3.2 Simulação no Domínio do Tempo

Embora muito prático e amplamente usado, certos aspectos presentes na situação real a ser estudada não podem ser resolvidas por simulações no domínio da frequência. Por exemplo as variações da massa e rigidez ao longo do processo, a simulação no domínio da frequência é capaz de incluir tais vibrações, e inúmeras simulações teriam que ser feitas para determinadas rigidez e massas.

Outro exemplo é a modelagem da força, esta é dependente do tempo, uma vez que depende da posição de cada dente em determinado instante de tempo, bem como depende do deslocamento da peça, por exemplo, se a peça deslocar-se em direção a ferramenta, uma quantidade maior de material será removida, e quantidades maiores de força estarão envolvidas. O oposto também ocorre, em determinado instante de tempo a peça desloca-se numa direção oposta a ferramenta, em consequência uma quantidade de material é removida pela ferramenta, dependendo destas amplitudes pode-se até perder o engajamento entre ferramenta e peça.

A fim de sanar estas limitações, buscou-se utilizar uma simulação no domínio do tempo, sendo capaz de incorporar no modelo numérico os já citados anteriormente contato entre apoio e viga, bem como aplicar um modelo de força variante no tempo. Uma das partes mais importantes na simulação no domínio do tempo são os métodos de integração empregados (WILSON A. ARTUZI, 2005) Os subcapítulos na sequência

explicarão o método de integração no tempo aplicado, bem como as hipóteses e simplificações efetuadas neste modelo.

A fim de executar a integração no tempo, optou-se pela utilização do método de Hubolt. Este método é incondicionalmente estável, ou seja, mesmo com incrementos de tempo grandes, ele não apresentará soluções divergentes. A integração de Hubolt também é não auto inicializável (HUGHES, 1987), ou seja, ele necessita de um outro método adicional para calcular um ou mais parâmetros iniciais. Esta característica do método ficará mais evidente após o desenvolvimento das equações.

Sendo  $U^t$  o deslocamento de determinado grau de liberdade no instante de tempo  $t$ ,  $\dot{U}^t$  sua primeira derivada temporal e assim sucessivamente, tem-se que para um truncamento no termo cúbico da série de Taylor

$$U^t = U^{t+\Delta t} + (-\Delta t)\dot{U}^{t+\Delta t} + \left(\frac{-\Delta t}{2}\right)^2 \ddot{U}^{t+\Delta t} + \left(\frac{-\Delta t}{6}\right)^3 \dddot{U}^{t+\Delta t} \quad (26)$$

$$U^{t-\Delta t} = U^{t+\Delta t} + (-2\Delta t)\dot{U}^{t+\Delta t} + \left(\frac{-2\Delta t}{2}\right)^2 \ddot{U}^{t+\Delta t} + \left(\frac{-2\Delta t}{6}\right)^3 \dddot{U}^{t+\Delta t} \quad (27)$$

$$U^{t-2\Delta t} = U^{t+\Delta t} + (-3\Delta t)\dot{U}^{t+\Delta t} + \left(\frac{-3\Delta t}{2}\right)^2 \ddot{U}^{t+\Delta t} + \left(\frac{-3\Delta t}{6}\right)^3 \dddot{U}^{t+\Delta t} \quad (28)$$

e manipulando-se estas equações, a fim de isolar-se  $\ddot{U}^{t+\Delta t}$  e  $\dot{U}^{t+\Delta t}$  como

$$\ddot{U}^{t+\Delta t} = \frac{1}{\Delta t^2} [2U^{t+\Delta t} - 5U^t + 4U^{t-\Delta t} - U^{t-2\Delta t}] \quad (29)$$

$$\dot{U}^{t+\Delta t} = \frac{1}{6\Delta t^2} [11U^{t+\Delta t} - 18U^t + 9U^{t-\Delta t} - 2U^{t-2\Delta t}] \quad (30)$$

Substituindo-se os valores das equações de  $\ddot{U}^{t+\Delta t}$  e  $\dot{U}^{t+\Delta t}$  na equação do movimento,

$$M\ddot{U}^{t+\Delta t} + C\dot{U}^{t+\Delta t} + KU^{t+\Delta t} = F^{t+\Delta t} \quad (31)$$

tem-se

$$\begin{aligned} & \left[ \frac{2}{\Delta t^2} M + \frac{11}{6\Delta t} C + K \right] U^{t+\Delta t} \\ &= F^{t+\Delta t} + \left[ \frac{5}{\Delta t^2} M + \frac{3}{6\Delta t} C \right] U^t - \left[ \frac{4}{\Delta t^2} M + \frac{3}{\Delta t} C \right] U^{t-\Delta t} \\ &+ \left[ \frac{1}{\Delta t^2} M + \frac{1}{3\Delta t} C \right] U^{t-2\Delta t} \end{aligned} \quad (32)$$

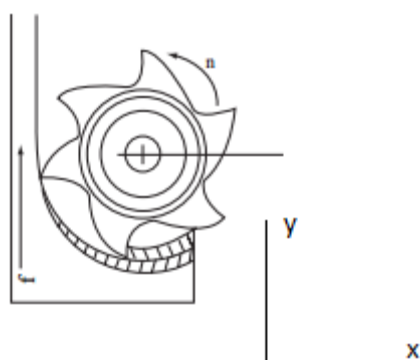
Entretanto, no instante inicial o  $U^{t-2\Delta t}$  é desconhecido, portanto como foi citado anteriormente, este método necessita de outro para executar o primeiro loop de integração.



### 3.2.1 Modelagem da Força de Usinagem

A magnitude da força, bem como suas direções dependem de vários fatores, como geometria e número de dentes da ferramenta, material da peça e parâmetros de usinagem em geral. É intuitivo que quanto maiores as profundidades de corte, maiores serão as forças envolvidas. Altintas faz uma modelagem da força de corte de cada dente no domínio do tempo, levando em conta a posição que o dente da fresa está no momento (ALTINTAS, 2011).

Figura 10 - Variação da espessura do cavaco durante a passagem do dente



Fonte: (ALTINTAS, 2011)

A Figura 10 mostra a variação da espessura do cavaco durante a entrada e saída de um dente. Durante a entrada, o ângulo do dente,  $\varphi_{at}$ , é considerado zero, e a espessura do cavaco,  $h$ , também, a medida que o dente gira, a espessura aumenta, atingindo seu pico quando o ângulo do dente é  $90^\circ$ . Após isso, a espessura do cavaco volta a diminuir até chegar no ângulo de saída,  $\varphi_{ex}$ . Existem situações em que a profundidade de corte é menor que o raio de ferramenta, nestes casos o ângulo de saída é menor que  $90^\circ$  e tem-se este ângulo como a posição de maior espessura de cavaco.

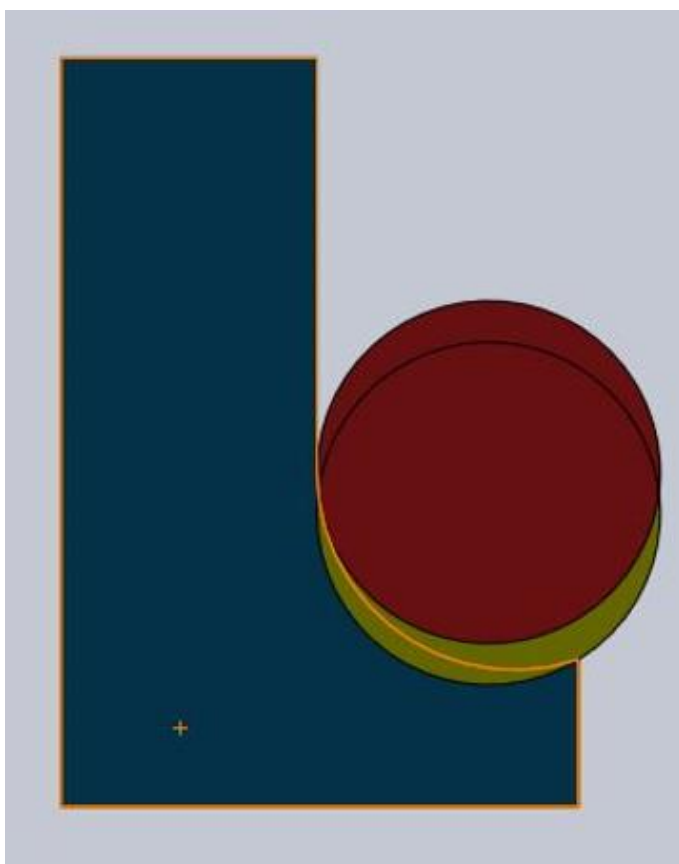
É possível elaborar uma equação da espessura do cavaco em função da taxa de alimentação,  $c$ , cuja unidade é  $m/(\text{revolução} \cdot \text{dente})$ . A Figura 11 ajuda a visualizar esta relação matemática, o círculo mais acima representa a ferramenta durante a entrada de um determinado dente, e o círculo mais abaixo representa esta ferramenta na posição onde tal dente está saindo da peça. A trajetória da ferramenta passa pela posição do dente entrando e pela posição do dente saindo. Se convencionar-se o eixo  $x$  paralelo à alimentação, e o eixo  $y$  normal a este e no sentido oposto a peça, pode-

se obter uma relação. A trajetória da ferramenta passa pelos pontos citados anteriormente e tem sua derivada com relação a  $x$  nula no instante inicial. Outra informação adicional é que em  $90^\circ$  a espessura do cavaco é igual à taxa de avanço (diferença na posição dos dois círculos), logo

$$h(\varphi) = c * \sin\varphi \quad (33)$$

onde  $\varphi$  é a posição angular em determinado instante.

Figura 11 - Posição da ferramenta em momentos diferentes da usinagem

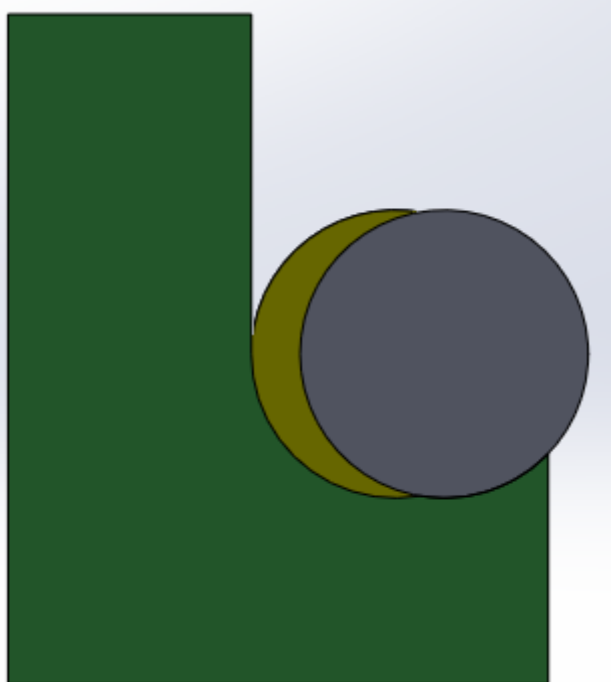


Fonte: Próprio autor

Entretanto, tal equação da espessura do cavaco é válida apenas para peças e ferramentas rígidas, ou seja, não há movimento entre elas no eixo  $y$ . O presente estudo visa o estudo em peças flexíveis, e portanto alguns ajustes podem ser efetuados em tal equação. Considerando-se que a peça tenha apenas movimentos em  $y$ , a Figura 11 representa estes movimentos, para facilitar a visualização, considera-se o sistema de coordenadas neste caso preso à peça. O círculo mais da direita representa a ferramenta parada, entretanto se a ferramenta deslocar-se em relação à peça ou o contrário, o círculo mais à direita representa-se essa condição.

Percebe-se que sem avanço a espessura do cavaco seria nula na primeira condição em todos os instantes. Entretanto, para o movimento de aproximação entre as peças, sem taxa de alimentação, o cavaco tem espessura máxima para uma posição angular igual a zero, e espessura nula para um dente à 90°. Portanto pode-se escrever a espessura do cavaco em função do deslocamento da peça como

Figura 12 – Movimento relativo entre peça e ferramenta



Fonte: Próprio autor

$$h(\varphi) = c * \sin\varphi \quad (34)$$

onde  $y$  é o deslocamento da peça.

Pode-se combinar ambas as equações, resultando em uma formulação que leva em conta a influência de ambos o deslocamento e a taxa de alimentação na espessura do cavaco para determinada posição do dente, onde a espessura do cavaco é

$$h(\varphi) = y * \cos\varphi + c * \sin\varphi \quad (35)$$

Vale ressaltar que o deslocamento  $y$  da peça é aproximado, no código de elementos finitos este deslocamento é dado por uma interpolação entre o deslocamento dos dois nós mais próximos, tal interpolação é feita utilizando-se as funções de forma do elemento.

Conhecendo-se a espessura do cavaco em função da posição angular do dente, (ALTINTAS, 2011) estabelece-se equações de força, onde respectivamente as componentes das forças tangenciais, radiais e axiais são

$$F_t(\varphi) = K_{tc}a_c h(\varphi) + K_{te}a_c \quad (36)$$

$$F_r(\varphi) = K_{rc}a_c h(\varphi) + K_{re}a_c \quad (37)$$

$$F_a(\varphi) = K_{ac}a_c h(\varphi) + K_{ae}a_c \quad (38)$$

$K_{tc}$ ,  $K_{rc}$  e  $K_{ac}$  são os coeficientes da força de corte que contribuem para o cisalhamento nas direções citadas anteriormente, e  $K_{te}$ ,  $K_{re}$  e  $K_{ae}$  são constantes da aresta de corte (direção z).

Embora este sistema de coordenadas seja muito prático para entender as forças envolvidas, é necessário convertê-las para o sistema global de coordenadas. As forças no sistema global, nas direções de x, y e z são respectivamente

$$F_x(\varphi) = -F_t * \cos(\varphi) - F_r * \sin(\varphi) \quad (39)$$

$$F_y(\varphi) = F_t * \sin(\varphi) - F_r * \cos(\varphi) \quad (40)$$

$$F_z(\varphi) = F_a \quad (41)$$

É intuitivo que cada dente apenas exercerá força sobre a peça se estiver engajado, em outras palavras,

$$F_x(\varphi), F_y(\varphi) \text{ e } F_z(\varphi) = 0 \text{ when } \varphi < \varphi_{st} \text{ ou } \varphi > \varphi_{ex} \quad (42)$$

onde  $\varphi_{st}$  é o ângulo de entrada e  $\varphi_{ex}$  é o ângulo de saída. Portanto, antes do dente entrar e depois de ele sair do contato com a peça, as forças exercidas por ele serão nulas. O ângulo de espaçamento entre os dentes é dado por

$$\varphi_p = \frac{2\pi}{N} \quad (43)$$

com N representando o número de dentes da fresa.

A força resultando na direção do eixo x, y e z pode ser alcançada por um somatório das forças de cada dente naquela direção,

$$F_x(\varphi) = \sum_{j=1}^N F_{xj}(\varphi_j) \quad (44)$$

$$F_y(\varphi) = \sum_{j=1}^N F_{yj}(\varphi_j) \quad (45)$$

$$F_z(\varphi) = \sum_{j=1}^N F_{zj}(\varphi_j) \quad (46)$$

$F_{xj}$  representa a componente  $x$  da força do dente  $j$ , o mesmo ocorre para as outras duas direções. Relembrando que se  $\varphi_j$  estiver fora do intervalo de entrada e saída dos dentes, a força resultante será nula. Sabe-se também que cada dente está defasado com relação ao posterior em  $\varphi_p$  radianos.

No código desenvolvido de elementos finitos, a força resultante em determinada direção estará entre dois nós, e esta será distribuída entre estes por meio de uma interpolação empregando novamente as funções de forma.

Conhecendo-se a componente tangencial da força,  $F_t$ , e o diâmetro da fresa,  $D$ , é possível estimar o torque no eixo da ferramenta,  $T_c$ , sendo este

$$T_c = \frac{D}{2} \cdot \sum_{j=1}^N F_{tj}(\varphi_j) \quad (47)$$

Tal força tangencial ainda fornece a informação da potência de corte,  $P_c$ ,

$$P_c = V \cdot \sum_{j=1}^N F_{tj}(\varphi_j) \quad (48)$$

onde  $V$  é a velocidade de corte e é dada por

$$P_c = V \cdot \sum_{j=1}^N F_{tj}(\varphi_j) \quad (49)$$

sendo  $n$  a rotação do eixo da ferramenta.

### 3.3 Hipóteses

A operação de usinagem engloba diversos fenômenos mecânicos como plasticidade, variações de temperatura, atrito e contato dinâmico. É inviável e de extrema dificuldade construir um modelo matemático capaz de englobar todos estes aspectos e ainda ser solucionável em um tempo razoável. Portanto é necessário a aplicação de algumas simplificações.

Uma primeira hipótese é referente aos esforços cortantes na viga, que devido ao modelo de viga longa são desprezados. Um engaste perfeitamente rígido também foi aplicado, no qual os deslocamentos são nulos. Considerou-se também o material da viga isotrópico, contínuo e homogêneo. O modelo de viga aplicado não leva em conta os esforços normais à seção transversal da viga.

Referente às forças de corte, estas foram resumidas à esforços tangenciais, normais e axiais a ferramenta, e efeitos de contato e plasticidades foram resumidos a um modelo de força bem mais simplificado. Efeitos da temperatura na região de corte, bem como atrito e contato também não são computados.

## 4 RESULTADOS E DISCUSSÕES

Todos os resultados aqui apresentados foram gerados por meio do código computacional próprio em Scilab. Os resultados das simulações numéricas, bem como a análise de refino de malha, serão apresentados e discutidos no presente capítulo.

### 4.1 Análise de Refino de malha

A análise de refino é uma etapa fundamental em toda simulação de elementos finitos, é ela quem diz se o modelo consegue, com um determinado número de elementos, fornecer uma resposta precisa. No presente trabalho utilizou-se como parâmetro de referência as duas primeiras frequências naturais de uma viga. Na Tabela 1 observa-se as frequências naturais analíticas para uma viga engastada.

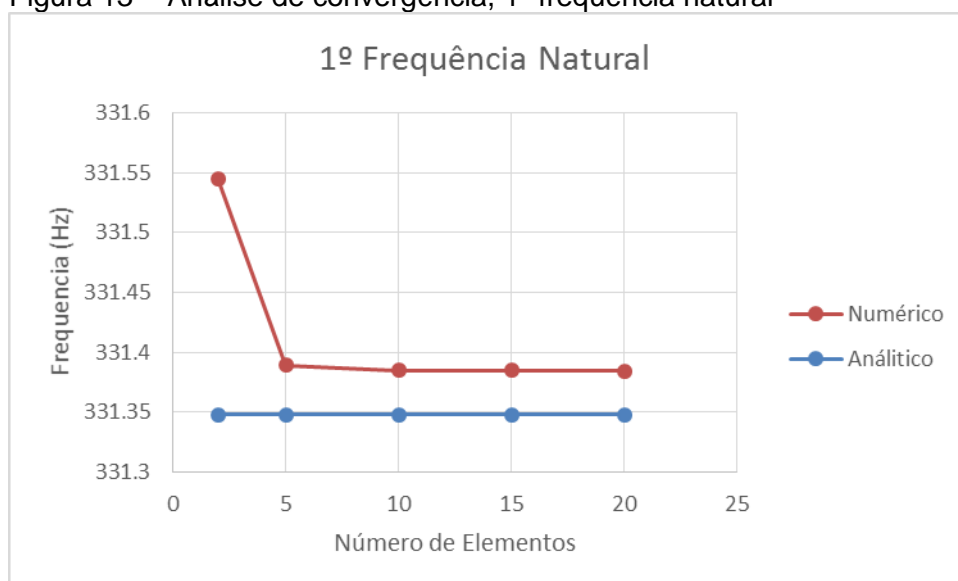
Tabela 1 – Frequências naturais analíticas de uma viga engastada

Modo	Fn (Hz)	Wn (rad/s)
1º	331	2081
2º	2076	13044
3º	5813	36527

Fonte: Próprio autor

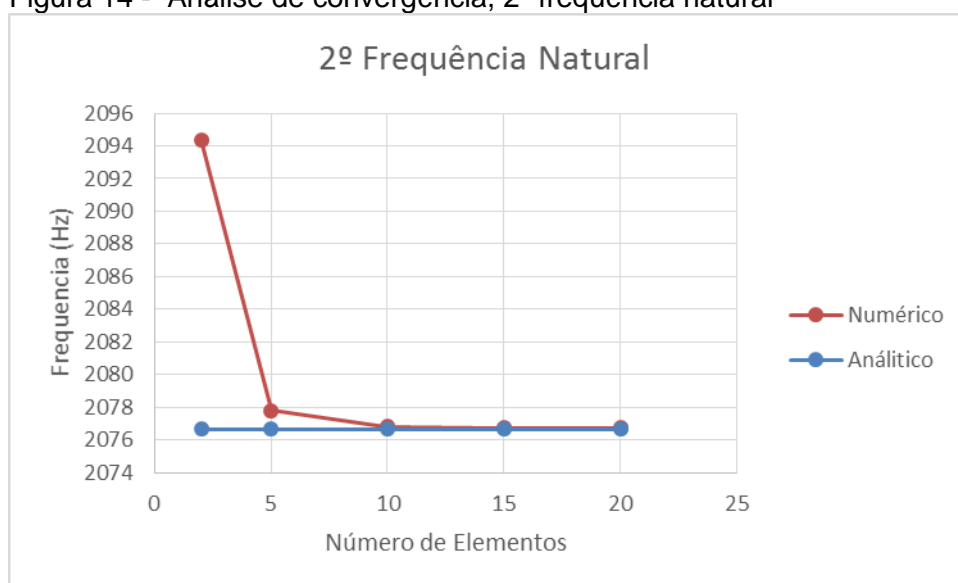
A Figura 13 e Figura 14 apresentam respectivamente a primeira e segunda frequência natural obtidas numericamente para as vigas. Como esperado, a convergência do segundo modo é mais lenta, uma vez que por tratar-se de um modo de vibração mais complexo que o primeiro, precisa de mais elementos para ser corretamente representado.

Figura 13 - Análise de convergência, 1º frequência natural



Fonte: Próprio autor

Figura 14 - Análise de convergência, 2º frequência natural



Fonte: Próprio autor

Observou-se que 10 elementos são suficientes para representar os dois primeiros modos corretamente. Pode-se levar em questão o motivo de serem levados em conta apenas os dois primeiros modos, isso se deve ao fato de que para a geometria estudada, o terceiro modo já apresenta uma frequência bem alta, a qual praticamente não é excitada durante uma operação de usinagem, e portanto não precisa ser levada em conta. Vale ressaltar que esta hipótese é válida apenas para



esta geometria e processo, e hipóteses semelhantes devem ser estudadas caso a caso.

#### 4.2 Simulação no Domínio da Frequência

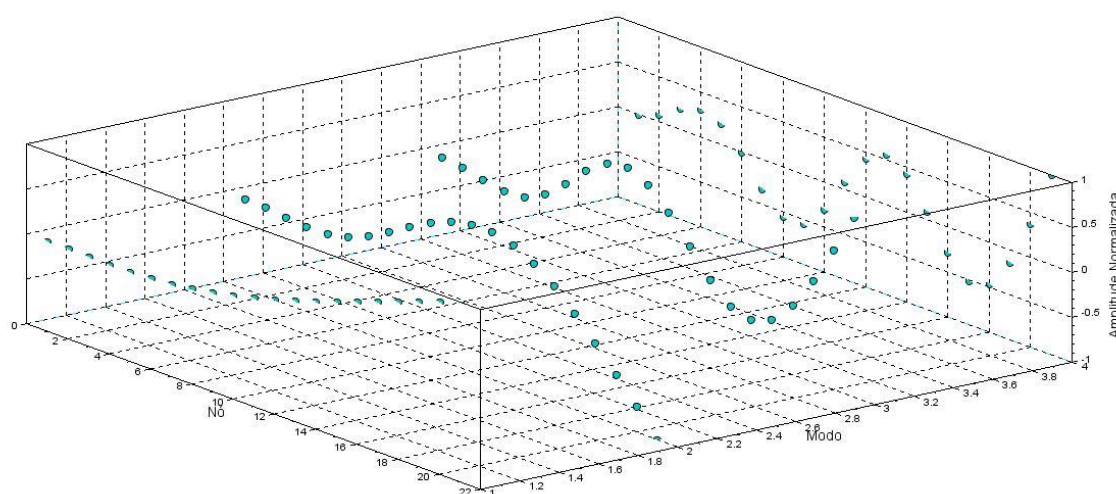
Simulou-se uma viga engastada, de seção retangular, cujas propriedades estão descritas na Tabela 2. A Figura 15 ilustra os 4 primeiros modos de vibração. Posteriormente estes resultados serão comparados com os obtidos pela simulação no domínio do tempo, e servirão como um dos métodos de validação de tal modelo numérico.

Tabela 2 - Propriedades geométricas, de material e da malha

Tipo de apoio	Engaste
Módulo de Young (GPa)	210
Comprimento da viga (m)	0,2
Altura da viga (m)	0,016
Largura da viga (m)	0,016
Número de elementos	20
Densidade (Kg/m <sup>3</sup> )	7860

Fonte: Próprio autor

Figura 15 - Modos de Vibração



Fonte: Próprio autor

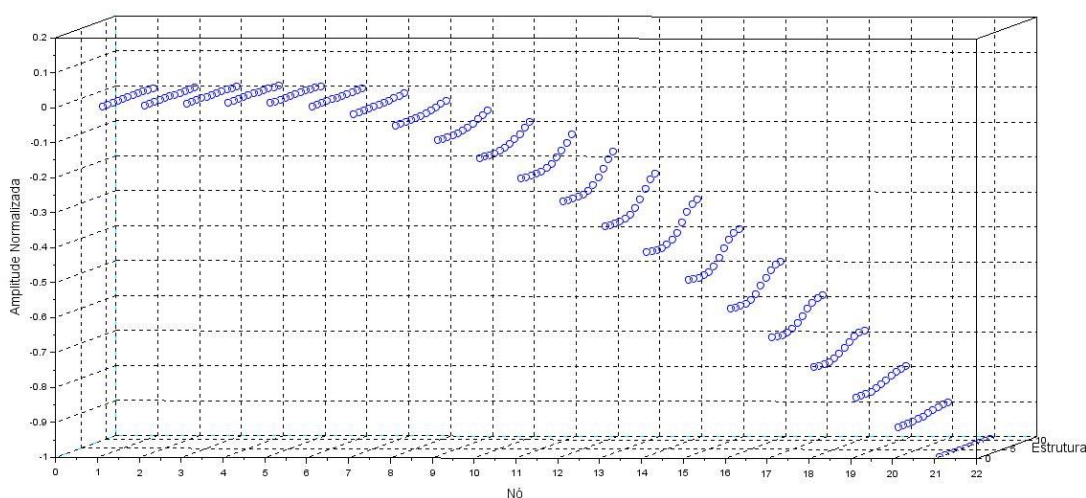
Ainda no domínio da frequência, foram simulados os modos de vibração para a viga em diferentes instantes de tempo (a medida que a fresa avança, a viga tem mais material sendo removido). Nesta simulação utilizou-se as já citadas propriedades da Tabela 2 e complementarmente as propriedades da Tabela 3. Estas simulações tem por objetivo descobrir o comportamento dinâmico da viga em diferentes momentos da usinagem, buscando representar o efeito da remoção de material, em outras palavras, a medida que a fresa avança, uma quantidade de material é removida e as características dinâmicas da estrutural são modificadas. Isto deve-se basicamente ao fato da alteração das matrizes rigidez e massa dos elementos já usinados. Na Figura 16 estão representados os primeiros modos de vibração de 10 estruturas, sendo a estrutura de número 10 sem nenhuma remoção de material, e em ordem decrescente no eixo z tem-se estruturas com uma remoção de material incremental de 0.01 m, até chegar na estrutura 1, que tem metade do seu comprimento usinado.

Tabela 3 - Propriedades das estruturas

Número de estruturas	10
Distância incremental (m)	0,01
Profundidade de material removido (m)	0,005

Fonte: Próprio autor

Figura 16 – Primeiro modo de vibração para várias estruturas

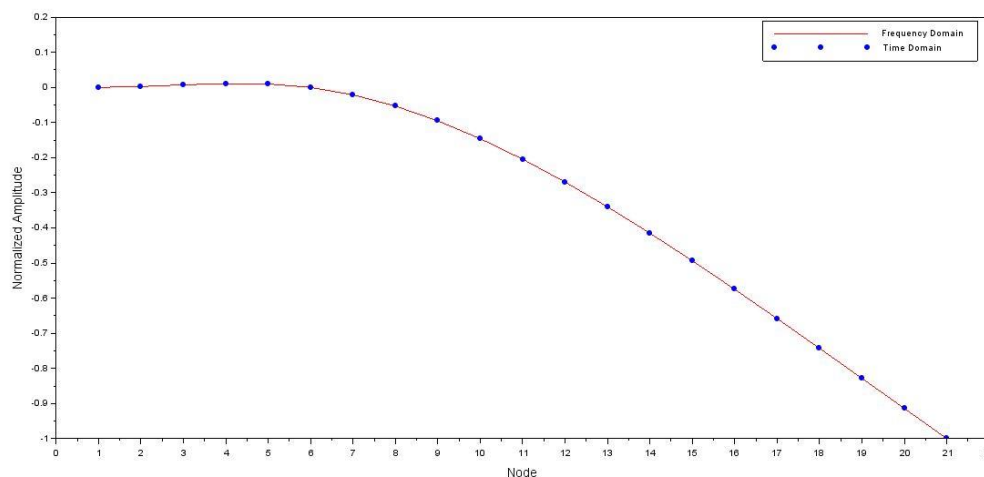


Fonte: Próprio autor

### 4.3 Validação do Código Computacional

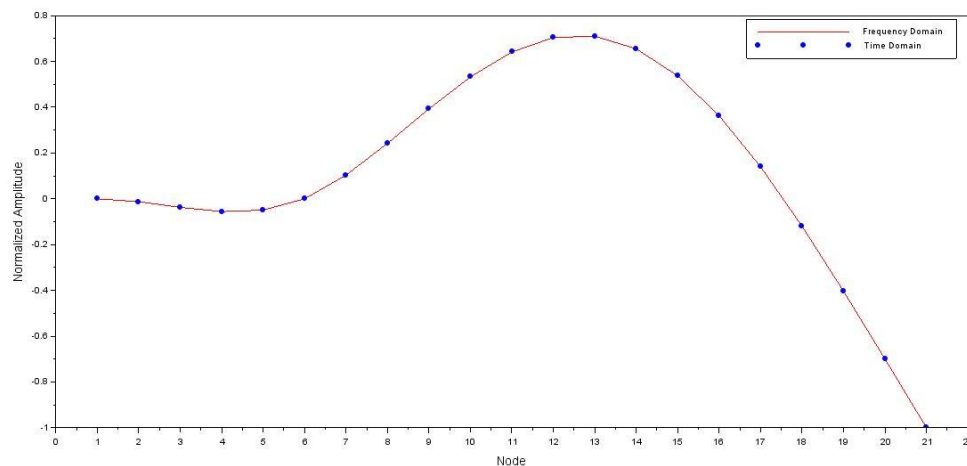
A fim de validar-se o código implementado para a simulação no domínio do tempo, comparou-se os resultados obtidos deste modelo com os do domínio da frequência. Da solução de autovetores e autovalores da simulação no domínio da frequência, extraiu-se as frequências naturais e o comportamento da estrutura para aquela dada frequência. De posse destas informações, utilizou-se as frequências naturais como sendo as frequências da força de excitação, a qual foi colocada no nó da extremidade livre. Simulou-se então várias vezes, uma para cada frequência de excitação coincidindo com as frequências naturais. Em sequência, para um determinado instante de tempo leu-se as amplitudes de vibração nos nós, normalizando a resposta. Por fim comparou-se estes valores com os do domínio da frequência para cada uma das 4 frequências naturais. A Figura 17, bem como a Figura 18 representam as comparações para a primeira e segunda frequência natural, respectivamente.

Figura 17 – Comparação entre análise no domínio do tempo e frequência para o primeiro modo de vibração



Fonte: Próprio autor

Figura 18 – Comparação entre análise no domínio do tempo e frequência para o segundo modo de vibração



Fonte: Próprio autor

Observa-se que ambas as simulações estão de acordo. Normalizar as amplitudes é fundamental, uma vez que torna possível comparar os modos de vibração das curvas entre o domínio do tempo e frequência.

#### 4.4 Simulação no Domínio do Tempo

Por fim, empregou-se a simulação no domínio do tempo. Utilizou-se o modelo de forças de Altintas com adaptações para a peça flexível, exposto no subcapítulo 3.2.1 - Modelagem da Força de Usinagem. O modelo de viga empregado foi o de Euler-Bernoulli e a integração no domínio do tempo foi efetuada pelo método de Hubolt. Os dados utilizados na simulação, como propriedades de material, parâmetros e coeficientes de usinagem, número de incrementos e tempo de processo estão ilustrados na Tabela 4.

Os parâmetros foram escolhidos com base numa real situação de usinagem de uma viga de aço. Os coeficientes  $K_{rc}$  e  $K_{re}$  foram utilizados com base em referências da literatura (POWELL, 2008), entretanto como estes dependem de parâmetros da ferramenta e da peça, devem ser medidos para cada situação específica.

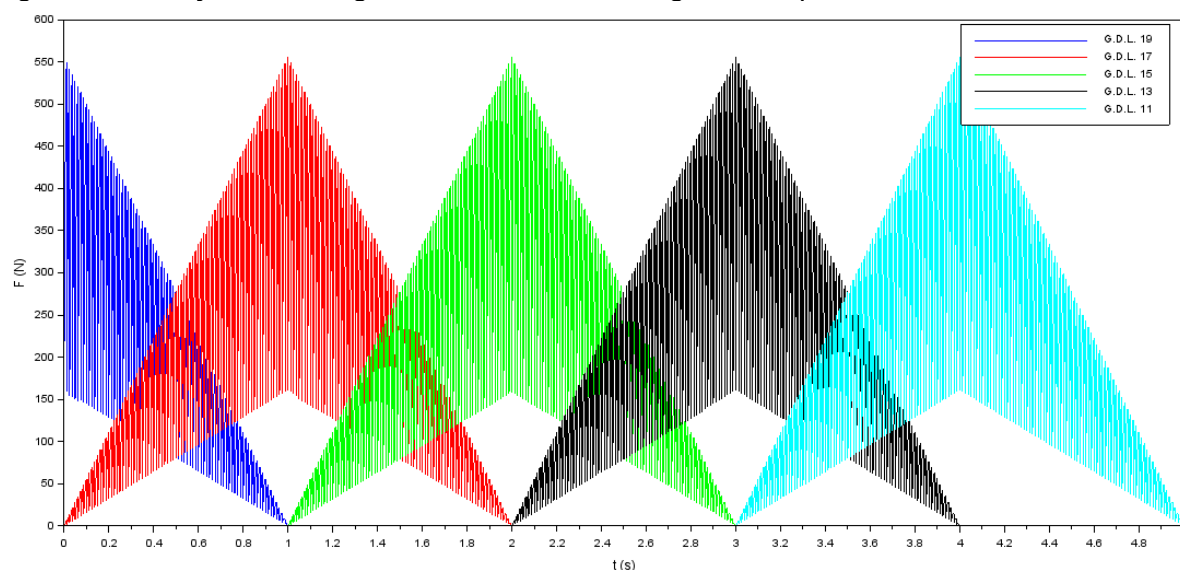
Tabela 4 – Dados da simulação no domínio da frequência

Número de nós	11
Comprimento da viga (m)	0,2
Altura da viga (m)	0,016
Largura da viga (m)	0,016
Densidade (Kg)	7860
Número de dentes	4
Rotação da fresa (rpm)	1200
Velocidade de avanço (m/s)	0,02
Raio da ferramenta (m)	0,005
Tempo final (s)	5
Número de incrementos	100000
$K_{rc}$ (N/m <sup>2</sup> )	10000
$K_{re}$ (N/m)	0
Profundidade do corte (m)	0,005

Fonte: Próprio autor

A Figura 19 mostra a força aplicada nos graus de liberdade de translação, sendo o azul escuro o grau de liberdade de translação da extremidade livre, o vermelho o nó anterior e assim sucessivamente. Foram escolhidos esses cinco g.d.l. por uma razão, são neles que a fresa está passando. Pelos dados apresentados na Tabela 4 que a fresa demora 1 segundo para percorrer 0.1 metros, que é exatamente a distância entre nós. Logo, após a componente da força em um tempo de 0 segundo será máxima no nó da extremidade livre, e após 1 segundo será máxima no nó anterior, conforme ilustra o gráfico.

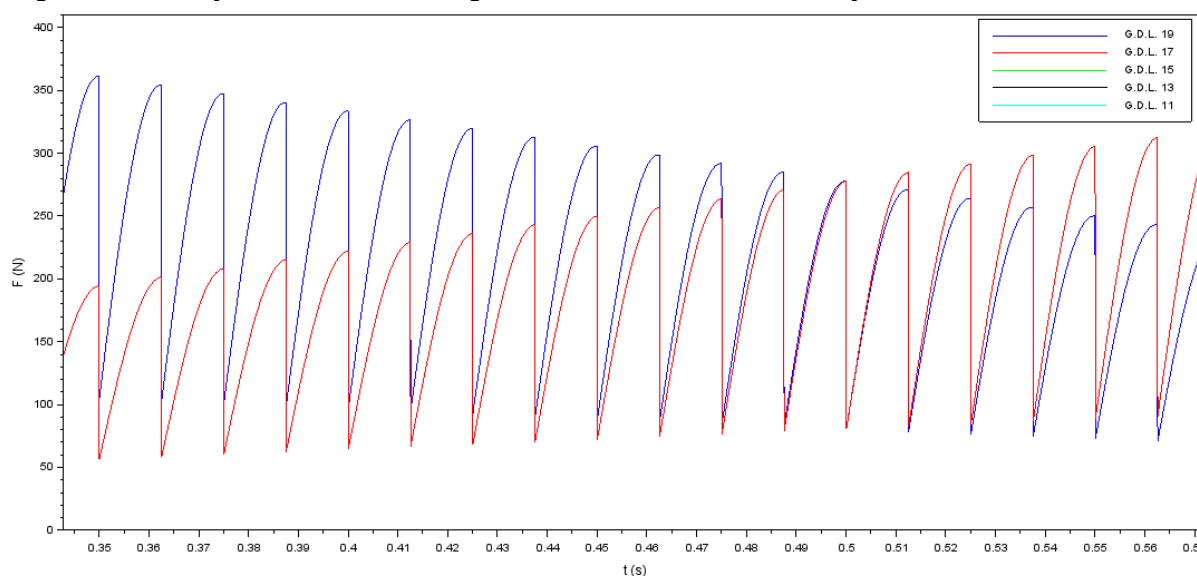
Figura 19 – Força em cada grau de liberdade ao longo do tempo



Fonte: Próprio autor

A Figura 20 representa apenas uma aproximação da imagem anterior, e tem por intuito ilustrar como o código pondera as forças de corte entre os dois nós. No tempo inicial do gráfico observa-se que a força está mais próxima do nó da extremidade (azul) e portanto é maior nele. A medida que a fresa desloca-se, vai aproximando-se do próximo nó e afastando-se da extremidade, e portanto torna-se maior no penúltimo nó (vermelho).

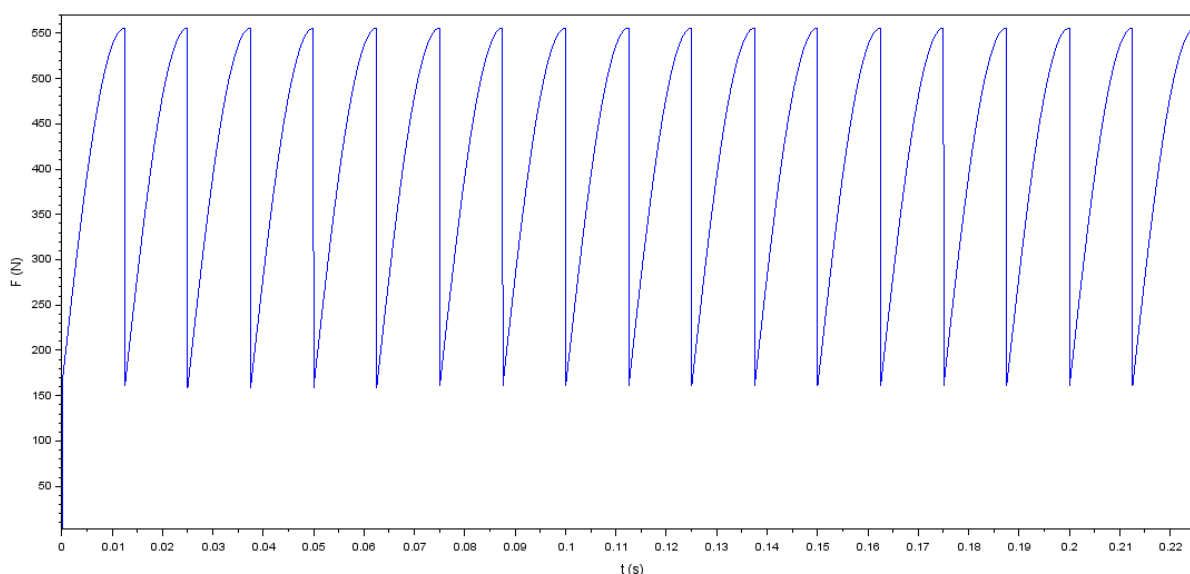
Figura 20 – Força nos últimos dois graus de liberdade de translação



Fonte: Próprio autor

A Figura 21 por sua vez representa a força total de usinagem. Observa-se que ela tem o característico formato de dente-de-serra (AYKUT, BAGCIB, *et al.*, 2006). A interpretação física é simples, o dente entra em contato com a peça, e medida que a ferramenta gira, a espessura do cavaco vai aumentando, conseqüentemente a força de corte vai aumentando, até que o dente deixe o contato com a peça. Tal fenômeno está de acordo com a Equação (33) (ALTINTAS, 2011).

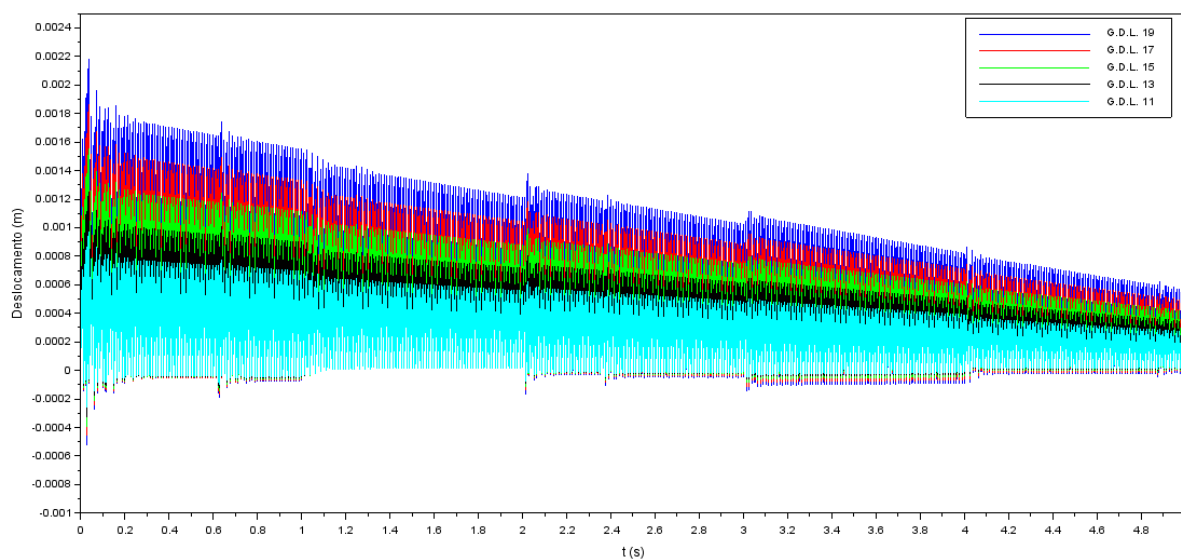
Figura 21 – Força total de usinagem



Fonte: Próprio autor

Por fim, pode-se analisar os deslocamentos nos diferentes graus de liberdades. A Figura 22 ilustra os deslocamentos nos nós onde a fresa está passando ao longo do tempo. Observa-se que a medida que a fresa afasta-se da extremidade livre, esta possui um braço de momento menor, e em conseqüência as amplitudes de deslocamentos vão diminuindo ao longo do tempo.

Figura 22 – Deslocamentos dos nós ao longo do tempo

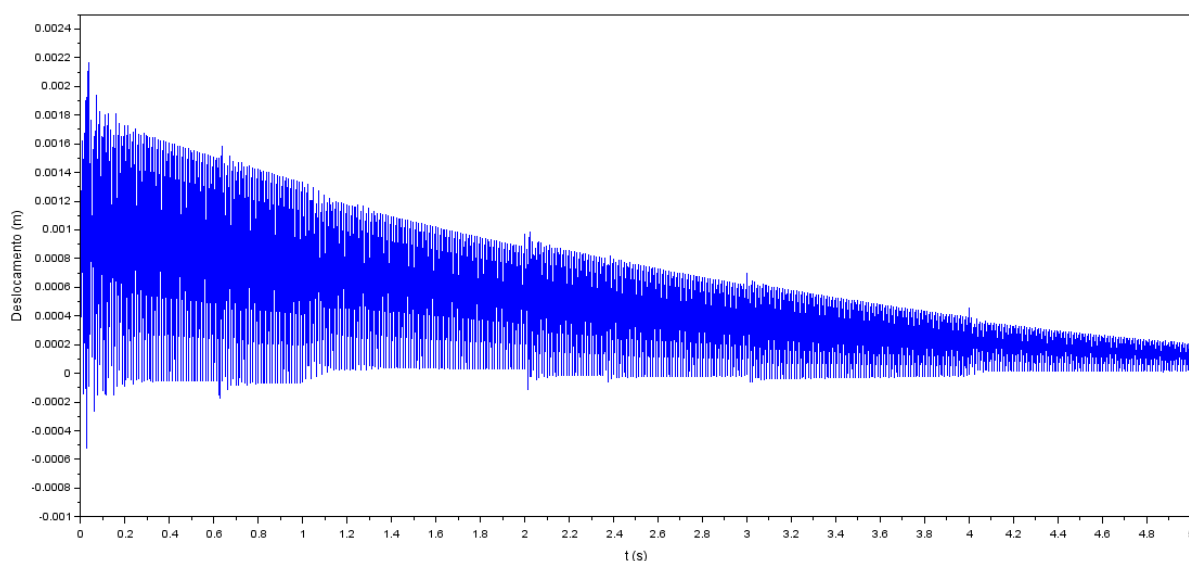


Fonte: Próprio autor

Entretanto, a fim de estudar-se o acabamento superficial e rugosidade, apenas o deslocamento na região onde a fresa está é importante, uma vez que é ali que ocorre a remoção de material em determinado instante de tempo. A Figura 23 ilustra os deslocamentos nos locais onde a fresa está passando a cada instante. Sabe-se que não há nós suficientes para cada posição da fresa no tempo (precisaria de um nó para cada incremento de tempo, o que é inviável), portanto quando a fresa está entre dois nós, pondera-se o deslocamento desejado pelos deslocamentos dos nós mais próximos.



Figura 23 – Deslocamentos na região de contato da fresa ao longo do tempo



Fonte: Próprio autor

Fica claro que as maiores amplitudes de vibração estão presentes nos momentos iniciais da usinagem, e em consequência, os piores acabamentos superficiais. Esta resposta corresponde ao esperado pelo fenômeno, uma vez que estando a fresa mais próxima a extremidade livre, esta tem um braço de alavanca maior e provoca maiores momentos fletores.

Observa-se que nesta simulação numérica aplicou-se uma profundidade de usinagem radial,  $a_r$ , demasiadamente grande. Isto foi aplicado com o intuito de verificar como o código reage a grandes variações na rigidez dos elementos ao longo do tempo. Numa situação de usinagem real, os valores desta profundidade raramente ultrapassam 1 milímetro, sendo que no caso da simulação utilizou-se 5 mm.

#### 4.5 Procedimento Experimental e Comparações

Realizou-se um processo de fresamento de três amostras, todas elas com os mesmos parâmetros de usinagem, sendo estes parâmetros mostrados na Tabela 5. Estes parâmetros foram escolhidos de acordo com a recomendação do fabricante da ferramenta, isto aliado as capacidades de torque e potência da máquina ferramenta. Simulações no domínio do tempo (como as do item anterior) foram realizadas para estes novos parâmetros.

Tabela 5 – Parâmetros experimentais de usinagem

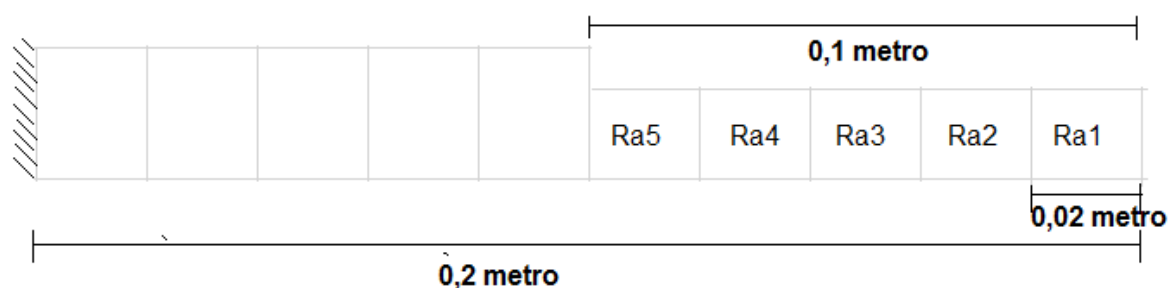
Raio da ferramenta (m)	0,012
Número de dentes	4
Avanço por dente (mm/dente)	0,083
Avanço (m/s)	0,02
Rotação (rpm)	4000
Profundidade de corte radial (m)	0,001

Fonte: Próprio autor

As peças foram fresadas e posteriormente seu acabamento superficial foi avaliado por meio da medição de rugosidade. Devido às limitações de equipamento, a rugosidade foi o único parâmetro medido experimentalmente. Medições de amplitude durante o processo de fresamento forneceriam informações extremamente úteis, tais medições poderiam ser feitas com o uso de um vibrometro a laser por exemplo.

Para a medição da rugosidade, utilizou-se um rugosímetro Mitutoyo SJ – 210, para cada uma das amostras fresadas, mediu-se a rugosidade média ( $Ra$ ). O comprimento de medição foi de 0,02m e as posições estão mostradas na Figura 24. A rugosidade  $Ra1$  é medida na extremidade livre, enquanto  $Ra5$  é medida próximo ao meio da viga. Estas cinco rugosidades abrangem toda a região pelo qual a ferramenta usinou a peça.

Figura 24 – Posições de medição da rugosidade



Fonte: Próprio autor

A Tabela 6 mostra as rugosidades medidas das três amostras nas diferentes posições. Observa-se que como esperado, as maiores rugosidades estão nas regiões

próximas a extremidade livre, local onde concentram-se as maiores amplitudes de vibrações.

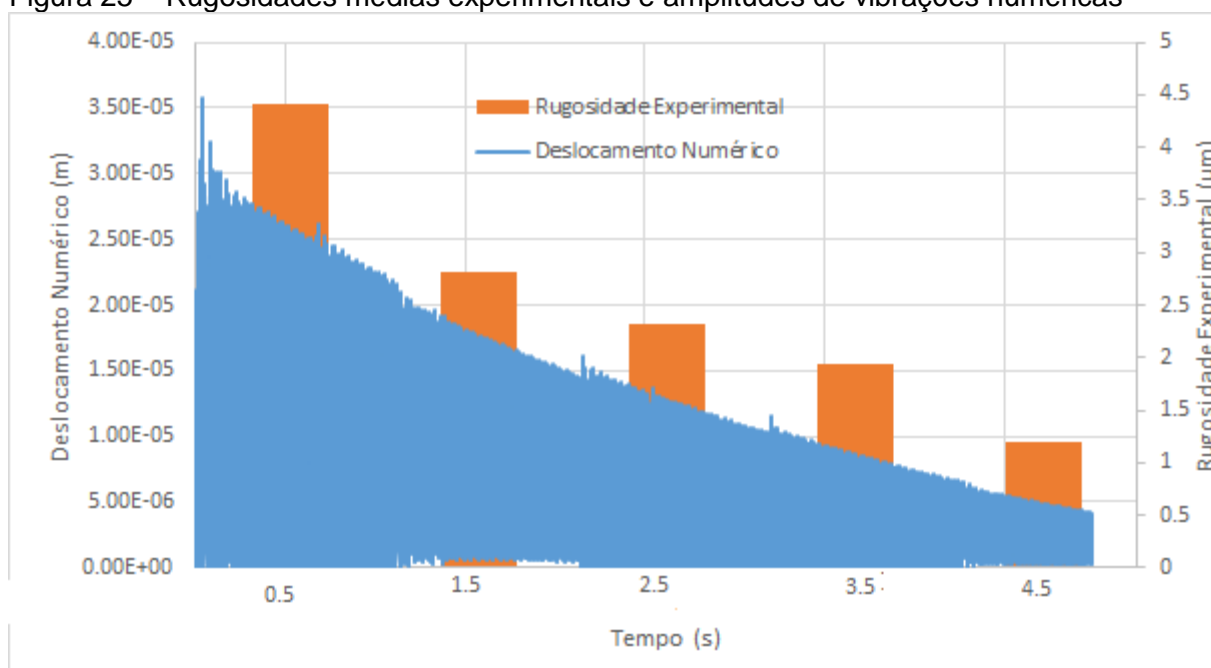
Tabela 6 – Rugosidades médias das 3 amostras

Rugosidade média ( $\mu\text{m}$ )	Amostra 1	Amostra 2	Amostra 3
Ra1	4.18	4.04	5.09
Ra2	2.65	2.52	3.19
Ra3	2.01	2.13	2.75
Ra4	2.00	1.77	2.31
Ra5	1.12	1.24	1.38

Fonte: Próprio autor

Por fim, estes valores de rugosidade foram comparados com as vibrações da peça no local de passagem da fresa. Conforme a literatura citada, uma correlação direta entre estes dois parâmetros é esperada, ou seja, maiores amplitudes de vibração correspondem maiores valores de rugosidade.

Figura 25 – Rugosidades médias experimentais e amplitudes de vibrações numéricas



Fonte: Próprio autor

A Figura 25 mostra as amplitudes de vibração da fresa em azul, enquanto a outra série de dados é referente a média das três medições de rugosidade, uma média para cada região de vibração. Observa-se que o comportamento foi previsto foi verificado, ou seja, a extremidade livre que tem maiores amplitudes de vibração da viga, foi a mesma região a apresentar as maiores rugosidades. Entretanto apesar de

existir uma correlação entre as grandezas de rugosidade média e amplitude de deslocamento, o comportamento não é exatamente linear. A rugosidade média  $Ra_1$  apresentou-se muito maior que as outras, era previsto que esta seria a maior, entretanto não era esperada tamanha diferença com as demais. Um dos motivos para tal fenômeno pode ser pelo fato de a região de leitura de  $Ra_1$  ser o local de entrada na fresa na peça, provocando certas instabilidades iniciais que o modelo numérico não é capaz de prever. Entretanto uma análise mais detalhada é necessária para este caso específico, novamente aqui a leitura de deslocamentos durante o processo poderia fornecer mais informações.

## 5 CONCLUSÕES

Em uma primeira análise, os resultados das simulações no domínio do tempo se mostraram coerentes com os do domínio da frequência, as frequências naturais, bem como modos de vibração mostram-se extremamente próximos. Entretanto algumas hipóteses utilizadas nas simulações no domínio do tempo não podem ser validadas no domínio da frequência, as principais são o modelo de força empregado e as variações graduais de massa e rigidez da viga. Ambos os modelos poderiam ser validados por um procedimento experimental, como citado anteriormente.

O modelo de integração de Hubolt no tempo, bem como o modelo de força, mostraram-se bem coerentes. O perfil da força encontrado na simulação foi o “dente-de-serra”, o qual corresponde aos modelos propostos na literatura, bem como ao modelo teórico de referência (ALTINTAS, 2000).

O código computacional apresentou-se bem otimizado, sendo capaz de rodar simulações com mais de quinhentos mil incrementos de tempo, o que é um valor altíssimo se for levado em conta que a cada incremento, existe a necessidade de recalcular-se as matrizes de massa e rigidez, bem como o vetor força, e resolver o sistema linear para o deslocamento.

As amplitudes de vibrações e deslocamentos da peça durante a simulação numérica mostraram-se diretamente relacionadas ao acabamento superficial. Locais com grandes amplitudes de vibração no momento da passagem da fresa apresentaram maiores rugosidades. Logo, o modelo numérico é capaz de indicar para determinada condição de usinagem onde ocorrerão os piores acabamentos superficiais, permitindo ao processista tomar atitudes a fim de reduzir-se tais rugosidades. Pode-se por exemplo alterar a rotação da fresa em pontos de maior excitação, a fim de reduzir-se as amplitudes de vibração.

Foi observado que, conhecendo-se o fenômeno físico, é possível fazer simplificações no modelo o qual o tornam infinitamente mais simples que o problema real, e ainda assim capaz de fornecer informações relevantes sobre o processo e seus parâmetros. Tais simplificações permitiram ao código implementado pequenos tempos de resolução do problema de elementos finitos.

### 5.1 Sugestão para Trabalhos Futuros

É sabido que todo modelo numérico deve ser validado através de experimentos, portanto o primeiro passo complementar a este estudo seria a usinagem de componentes, acompanhada de leituras de vibrações durante o processo, utilizando-se um vibrometro por exemplo. Tal procedimento poderia ou validar o modelo numérico, ou indicar alguma hipótese falha na proposta.

Alguns coeficientes precisariam ser definidos, como os coeficientes envolvidos no modelo das forças de corte, entretanto estes são obtidos apenas experimentalmente. Eles seriam interessantes para cálculos da potência e torque necessários para a máquina, bem como poder-se-ia ler as amplitudes dos deslocamentos provocadas por tais forças. Embora esta não seja uma etapa vital, uma vez que utilizando-se coeficientes unitários consegue-se capturar as tendências de respostas da estrutura para determinada força.

Por fim, por tratar-se de um trabalho introdutório e contar com um tempo de desenvolvimento relativamente curto, o presente trabalho atém-se apenas a elementos de vigas. Análises de processos em outras geometrias, como placas ou até mesmo sólidos tridimensionais seriam extremamente úteis.

Estudos complementares para excitações de usinagem próximas a alguma das frequências naturais da viga também seriam interessantes, uma vez que para tais faixas de operações, as amplitudes de vibração são muito maiores, em consequência, o acabamento superficial seria um fator extremamente crítico.

**BIBLIOGRAFIA**

ALTINTAS, Y. **Manufacturing Automation: Metal Cutting Mechanics, Machine Tool Vibrations, and CNC Design.** New York: Cambridge University Press, 2000.

ALTINTAS, Y. **Manufacturing Automation.** Vancouver: Cambridge University Press, 2011.

ALVES, P. R. G. **Análise do acabamento superficial e da potência consumida na usinagem de fresamento frontal e cilíndrico tangencial da madeira de eucalipto.** UNESP. [S.l.]. 2016.

ASADA, H. **Kinematics analysis of workpart fixturing for flexible assembly with automatically reconfigurable fixtures.** Trans Rob Automat, p. 86-93, 1985.

ASANTE, J. N. **A combined contact elasticity and finite element-based model for contact load and pressure distribution calculation in a frictional workpiece-fixture system.** The International Journal of Advanced Manufacturing Technology, p. 578, 2008.

AYKUT, S. et al. **Experimental observation of tool wear, cutting forces and chip morphology in face milling of cobalt based super-alloy with physical vapour deposition coated and uncoated tool.** Material and Design, v. 28, p. 1880-1888, 2006.

BAKERJIAN, R. **Tool and manufacturing engineers handbook.** [S.l.]: Society of Manufacturing Engineering , 1992.

BAUCHAU, O. A.; CRAIG, J. I. **Structural Analysis.** [S.l.]: Springer, 2009.

BOYLE, I.; RONG, Y.; BROWN, D. C. **A review and analysis of current computer-aided fixture design approaches.** Robotics and Computer-Integrated Manufacturing, p. 1-12, 2011.

CREDE, C. E.; HARRIS, C. M. **Shock and Vibration Handbook.** [S.l.]: Mc. Graw-Hill, 1961.

DINIZ, A. E.; MARCONDES, F. C.; COPPINI, N. L. **Tecnologia da usinagem dos materiais.** São Paulo: MM, 1999.

DOMINGOS, D. C. **Simulação numérica dos esforços no processo de fresamento externo de munhões e virabrequim.** Rio de Janeiro: [s.n.], 2002.

- DROZDA, T. J.; WICK, C. **Tool and Manufacturing Engineers Handbook - Machining**. Dearborn, Michigan: Society of Manufacturing Engineers, 1983.
- EWINS, D. J. **Modal Testing Theory and Practice**. [S.l.]: Research Studies Press, 1984.
- FERRARESI, D. **Fundamentos da usinagem dos metais**. São Paulo: Blucher, 1977.
- GRZESIK, W. **Advanced machining process of metallic materials: theory modelling and applications**. Amsterdã: Elsevier, 2008.
- HANSEN, M. H. **Aeroelastic stability analysis of wind turbines using an eigenvalue approach**. Wind Energy, v. 7, n. 2, p. 133-143, Junho 2004.
- HUGHES, T. J. R. **Linear Static and Dynamic Finite Element Analysis**. Englewood Cliffs: Prentice-Hall, 1987.
- JAE-WOONG YOUN, Y. J. A. S. P. **Interference-free tool path generation in five-axis machining of a marine propeller**. International Journal of Production Research, v. 41, n. 18, 2003.
- JOHNSON, K. **Contact mechanics**. Cambridge University Press, 1985.
- JR, C.; R, R. **A review of time-domain and frequency-domain component mode synthesis method**. Joint Mechanics Conference. Albuquerque: Texas University. 1985. p. 1-30.
- KONIG, W.; KLOCKE, F. **Fertigungsverfahren, Band 1: Drehen, Fräsen, Bohren**. Berlin: Springer, 1999.
- KRATOCHVIL, R. **FRESAMENTO DE ACABAMENTO EM ALTAS VELOCIDADES DE CORTE PARA ELETRODOS DE GRAFITA INDUSTRIAL**. UNIVERSIDADE FEDERAL DE SANTA. Florianópolis, p. 119. 2004.
- KRISHNAKUMAR, K.; MELKOTE, S. N. **Machining fixture layout optimization using the genetic algorithm**. International Journal of Machine Tools and Manufacture, p. 579-598, 2000.
- KUO, H.-C.; DZAN, W.-Y. **The analysis of NC machining efficiency for marine propellers**. Journal of Materials Processing Technology, v. 124, n. 3, p. 389-395, Junho 2002.



- LEE, E.; NIAN, C.; TARG Y. **Design of a dynamic vibration absorber against vibrations in turning operations.** Journal of Materials Processing Technology, p. 278–285, 2001.
- M. JURECZKO, M. P. A. M. **Optimisation of wind turbine blades.** Journal of Materials Processing Technology , p. 463-471, 2005.
- NCG. **Testing Guidelines and Testing Workpieces for High Speed Cutting.** [S.I.]: NC-Gesellschaft, 2000.
- PIMENTEL, R. **Modelagem e simulação de processos de usinagem.** Seminário de Tecnologia de Usinagem, São Paulo, 2011.
- POWELL, K. B. **CUTTING PERFORMANCE AND STABILITY OF HELICAL ENDMILLS WITH VARIABLE PITCH.** UNIVERSITY OF FLORIDA. [S.I.]. 2008.
- RIVIN, E. I.; KANG, H. **Improvement of machining conditions for slender parts by tuned dynamic stiffness of tool.** International Journal of Machine Tools and Manufacture, p. 361–376, 1989.
- SCHMITZ, T. L.; DONALSON, R. R. **Predicting High-speed Machining Dynamics by Substructure Analysis,** 2000. 303-308.
- SCHUKZ, H.; WURZ, T.; BOHNER, S. **O balanceamento adequado das ferramentas.** Máquinas e Metais, p. 24-31, 2001.
- SMITH, S. S.; TLUSTY, J. J. **Update on High-Speed Milling Dynamics.** ASME, p. 142-149, 1990.
- STEMMER, C. **Ferramentas de corte I.** Florianópolis: UFSC, 1995.
- STOETERAUS, L. M. **Simulação estática e dinâmica de um torno CNC para usinagem de ultraprecisão.** XV Congresso Brasileiro de Engenharia Mecânica, Rio de Janeiro, 1999.
- TARNG, Y. S.; KAO, J. Y.; LEE E.C. **Chatter suppression in turning operations with a tuned vibration absorber.** Journal of Materials Processing Technology, p. 55-60, 2000.
- TLUSTY, G. **Manufacturing Process and Equipment.** New Jersey: Prentice Hall, 2000.
- TOBIAS, S. A. **Machine Tool Vibration.** [S.I.]: Blackie and Sons, 1965.

WERNER, A. **Prozeßauslegung und Prozeßsicherheit beim Einsatz von schlanken Schafffräsern.** [S.l.]: [s.n.], 1992.

WILSON A. ARTUZI, J. **Improving the Newmark Time Integration Scheme in Finite Element Time Domain Method.** IEEE MICROWAVE AND WIRELESS COMPONENTS LETTERS, v. 15, n. 12, December 2005.

WIPPLINGER, K. P. M. . T. M. H. A. A. B. T. **Stainless steel finned tube heat exchanger design for waste heat recovery.** Journal of Energy in Southern Africa, v. 17, n. 2, p. 47-56, 2006.

XIAO, M.; KARUBE, S. . S. T.; SATO, K. **Analysis of chatter suppression in vibration cutting.** International Journal of Machine Tools and Manufacture, p. 1677–1685, 2002.

XIONG, L.; MOLFINO, R.; ZOPPI, M. **Fixture layout optimization for flexible aerospace parts based on self-reconfigurable swarm intelligent fixture system.** The International Journal of Advanced Manufacturing Technology, p. 1305-1313, 2013.

ZATARAIN, M. et al. **Stability of milling processes with continuous spindle speed variation: analysis in the frequency and time domains, and experimental correlation.** CIRP Annals-Manufacturing Technology, 2008.

ZHONGQUN, L.; QIANG, L. **Solution and Analysis of Chatter Stability for End Milling in the Time-domain.** Chinese Journal of Aeronautics, 2008.

## APÊNDICE A – CÓDIGO COMPUTACIONAL EM SCILAB

```

clear
close
clc

#####dados de entrada#####
//número de elementos
nelems=10;
//número de nós
nmos=nelems+1;

//comprimento da viga total (m)
Lt=.2;
//módulo de Young (Pa)
E=210e9;
//densidade (Kg/m^3)
rho=7860;
//largura da seção transversal da viga
b=.015875;
//altura da seção transversal da viga
h=.015875;
//h2: espessura depois de usinar
h2=0.01;

//entradas no tempo
// n é o numero de steps
//tempo inicial (s)
t0 = 0
//tempo final (s)
tf =5
//número de "steps"
n = 100000
//incremento de tempo (s)
dt = (tf-t0)/n

//a profundidade de corta
ar=h-h2

###parametros da ferramenta e condições de corte
//rf é o raio da ferramenta ##mudar depois
rf=ar
//nd é o numero de dentes da ferramenta
nd=4
Krc=10^8*10^-6
Kre=10^4*10^-6
//avanço m/s, #####depois fazer um com o avanço por dente#####
av=.02
nrpm=1200
//frequência da ferramenta
ff=nrpm/60
//avanço por dente
avd=av/(nd*ff)

I=b*h^3/12;
I2=b*h2^3/12;
A=b*h;
A2=b*h2;
//antes de usinar
prop=[E,I,rho,A];
//depois de usinar
prop2=[E,I2,rho,A2];
zeta1=.1
zeta3=.1

//comprimento de cada elemento

```

```

L=Lt/nelems;
//graus de liberdade restritos
gl_restritos=[1;2];

##### Fim dos dados de Entrada #####

//malhador viga2

//cria as coordenadas de cada nó
coord=zeros(size(nnos))
for i=1:nnos-1
    coord(i+1)=coord(i)+Lt/nelems
    //coord(i+nelems+1)=(coord(i+1)+coord(i))/2
end

//matriz que indica os nós que conectam cada elemento
conectividade=zeros(nelems,2)
for i=1:nelems
    for j=1:nnos
        conectividade(i,1)=i
        conectividade(i,2)=i+1
    end
end

//Tabela com graus de liberdade de cada viga
EFT=zeros(nelems,4);
for i=1:nelems
    no1=conectividade(i,1);
    no2=conectividade(i,2);
    EFT(i,1)=2*no1-1;
    EFT(i,2)=2*no1;
    EFT(i,3)=2*no2-1;
    EFT(i,4)=2*no2;
end

//funcao para calcular rigidez global da viga
function [K]=rigidez(E, I, L)
    K=[(12*E*I)/L^3,(6*E*I)/L^2,-(12*E*I)/L^3,(6*E*I)/L^2;
    (6*E*I)/L^2,(4*E*I)/L,-(6*E*I)/L^2,(2*E*I)/L;
    -(12*E*I)/L^3,-(6*E*I)/L^2,(12*E*I)/L^3,-(6*E*I)/L^2;
    (6*E*I)/L^2,(2*E*I)/L,-(6*E*I)/L^2,(4*E*I)/L]
endfunction

function [M]=massa(rho, A, L)
    M=[(13*rho*A*L)/35,(11*rho*A*L^2)/210,(9*rho*A*L)/70,-(13*rho*A*L^2)/420;
    (11*rho*A*L^2)/210,(rho*A*L^3)/105,(13*rho*A*L^2)/420,-(rho*A*L^3)/140;
    (9*rho*A*L)/70,(13*rho*A*L^2)/420,(13*rho*A*L)/35,-(11*rho*A*L^2)/210;
    -(13*rho*A*L^2)/420,-(rho*A*L^3)/140,-(11*rho*A*L^2)/210,(rho*A*L^3)/105]
endfunction

//criando gls
gls = [1:2*nnos]; // Onde 2 é o número de graus de liberdade por nó.
// Loop para encontrar as condições de contorno:
for i=1:2;
    no = 1; // Encontra o nó com a condição de contorno aplicada.
    gl = gl_restritos(i,1); // Encontra o gl com a condição de contorno aplicada.
    // Zera o gl onde há condição de contorno aplicada:
    gls(2*(no-1)+gl) = 0; // Onde 2 é o número de graus de liberdade por nó.
end; // i

//Matriz de zeros para alocar a matriz de rigidez global de todas as vigas
Kaux=zeros(4,4,nelems);
Maux=zeros(4,4,nelems);
Kaux2=zeros(4,4,nelems);
Maux2=zeros(4,4,nelems);

//massa e rigidez local da viga sem ser usinada

```

```

Kaux=rigidez(prop(1,1),prop(1,2),L);
Maux=massa(prop(1,3),prop(1,4),L);

//massa e rigidez local da viga usinada
Kaux2=rigidez(prop2(1,1),prop2(1,2),L);
Maux2=massa(prop2(1,3),prop2(1,4),L);

//condições de contorno iniciais
U0 = zeros(2*nnos-size(gl_restritos,1),1)
V0 = zeros(2*nnos-size(gl_restritos,1),1)

//função da força
function [F]=forca(t, posi, low, high, Ut_houb, avd, nd, phi, ff, b, rf, ar, Krc, Kre)

    F = zeros(2*nnos-size(gl_restritos,1),1)
    //forca tem que andar
    //avd=c=avanço/dente.rotação=avanço (m/s)/(ndente*rotação(Wn))
    //nd=número de dentes
    //phi=Ângulo
    //nrpm=rotação em rpm
    //ff=frequencia de rotação
    //rf=raio da ferramenta
    //ar=profundidade radial =altura antes-algura depois da usinagem
    //he=deslocamento da peça (média ponderada entre os 2 nós)

    he= high*Ut_houb(posi-2,1) + low*Ut_houb(posi,1)
    if he>0 then
        he=0
    end

    //espessura do cavaco na posição de cada um dos dentes
    h=zeros(nd)

    //angulo de entrada e angulo de saida
    //se o angulo estiver entre o phie e o phis, o dente estara engajado, em consequencia teremos força executada por este
    dente

    phie=zeros(nd)
    phis=zeros(nd)
    //Fd é a força em cada dente
    Fd=zeros(nd)
    for z=1:nd
        phie(z)=(z-1)*2*%pi/nd
        phis(z)=phie(z)+%pi/2-asin((rf-ar)/rf)
        h(z)=avd*sin(phi-phie(z))+he*cos(phi-phie(z))
        if phi>=phie(z) then
            if phi<=phis(z) then
                Fd(z)=Krc*b*h(z)+Kre*b
            end
        end
    end
    Fr = sum(Fd)
    F(posi,1)=high*Fr
    F(posi+2,1)=low*Fr

endfunction // end function forca

//vou dizer q o dt tem q ser pelo menos 5 vezes menor que o periodo da força/5
//dt critico
if dt>(2*%pi/(5*nrpm)) then
    mprintf('aumente o número de incrementos')
end

//preciso calcular esse DFC antes , por enqnto to colocando 0
U_dfc=zeros(2*nnos-size(gl_restritos,1),3);

```

```

// Entradas para o loop Houbolt
// Zera o vetor de contagem do tempo
T = zeros(1,n+1)
Forca = zeros(2*nnos-size(gl_restritos,1),n+1)
Phi=zeros(1,n+1)
// Condições Iniciais
Umm_houb = U0 // deslocamento em t-2dt
Um_houb = U_dfc(:,2) // deslocamento em t-dt
Ut_houb = U_dfc(:,3) // deslocamento em t presente
// Zera vetor dos deslocamentos
U_houb = zeros(2*nnos-size(gl_restritos,1),n+1)
// Zera variável auxiliar
V = zeros(2*nnos-size(gl_restritos,1),3)
// Informa que o cálculo da força é no tempo futuro
T(1) = t0
T(2) = t0+dt
T(3) = t0+2*dt

// #####Loop Houbolt#####

t = t0+3*dt
for i = 3:n

    //numero de voltas do eixo
    nvolt=floor(t*ff)
    phi=2*%pi*t*ff
    if phi>2*%pi then
        phi=phi-nvolt*2*%pi
    end
    Phi(i)=phi

    //em todo loop, tenho q zerar e depois calcular o F,M e K, por enqnto soh calculando o F
    //calculo do nó onde se encontra a ##força##
    //distancia percorrida
    dist=t*av;
    //posição
    pos=Lt-dist;
    npos=nelems*pos/Lt;
    //parte inteira
    ipos=floor(npos);
    posi=ipos*2-1

    //low e high sao os pesos da forca em cada um dos 2 nós que ela esta entre
    //parte decimal
    low=npoi-1;
    //parte complementar da decimal
    high=1-low;

    //Cria a matriz de rigidez 4 por 4
    Kglobal=zeros(2*nnos,2*nnos);
    Mglobal=zeros(2*nnos,2*nnos);
    //aloca as a rigidez de cada elemento na matriz de rigidez do sistema

    for r=1:nelems
        for q=1:4
            for p=1:4
                s=EFT(r,q);
                ta=EFT(r,p);
                if r<= npos then
                    Kglobal(s,ta)=Kglobal(s,ta)+Kaux(q,p)
                    Mglobal(s,ta)=Mglobal(s,ta)+Maux(q,p)
                else
                    Kglobal(s,ta)=Kglobal(s,ta)+Kaux2(q,p)
                    Mglobal(s,ta)=Mglobal(s,ta)+Maux2(q,p)
                end
            end
        end
    end
end

```

```

    end
  end
end

//Aplicando as condicoes de contorno na matriz de rigidez global e no vetor de forcas
//nrestr=size(gl_restritos,1);
cont = 0 // Inicializa o contador.
for j=1:size(gls,2);
  if gls(j)==0 then; // Se igual a zero, há condição de contorno aplicada:
    // Exclue a linha e a coluna do grau restrito.
    Kglobal(:,j-cont) = [];
    Kglobal(j-cont,:) = [];
    Mglobal(:,j-cont) = [];
    Mglobal(j-cont,:) = [];
    cont = cont+1;
  end // if.
end // i.

M=Mglobal;
K=Kglobal ;

// Cálcula UM_houb (deslocamento futuro)
LEFT = ((2*M)/(dt**2)) + K;
RIGHT = forca(t,posi,low,high,Ut_houb,avd,nd,phi,ff,b,rf,ar,Krc,Kre) + (((5*M)/(dt**2))*Ut_houb -
((4*M)/(dt**2))*Um_houb + ((M)/(dt**2))*Umm_houb;
UM_houb = LEFT\RIGHT;
// Atualiza as variáveis
V(:,1) = Um_houb;
V(:,2) = Ut_houb;
V(:,3) = UM_houb;
Umm_houb = V(:,1);
Um_houb = V(:,2);
Ut_houb = V(:,3);
// Armazena os deslocamentos
U_houb(:,i+1) = Ut_houb;
// Armazena o tempo
T(i+1) = t;
// Armazena a força
Forca(:,i+1) = forca(t,posi,low,high,Ut_houb,avd,nd,phi,ff,b,rf,ar,Krc,Kre);
// Atualiza o tempo
t = t + dt;
end // end

#####FIM do Loop#####

// Armazena deslocamentos Trapézios para plotagem
U1_houb = U_houb(2*nnos-1-size(gl_restritos,1),:);
U2_houb = U_houb(2*nnos-3-size(gl_restritos,1),:);
U3_houb = U_houb(2*nnos-5-size(gl_restritos,1),:);
U4_houb = U_houb(2*nnos-7-size(gl_restritos,1),:);
U5_houb = U_houb(2*nnos-9-size(gl_restritos,1),:);

F1_houb = Forca(2*nnos-1-size(gl_restritos,1),:);
F2_houb = Forca(2*nnos-3-size(gl_restritos,1),:);
F3_houb = Forca(2*nnos-5-size(gl_restritos,1),:);
F4_houb = Forca(2*nnos-7-size(gl_restritos,1),:);
F5_houb = Forca(2*nnos-9-size(gl_restritos,1),:);

plot(T,U1_houb,"blue")
plot(T,U2_houb,"red")
plot(T,U3_houb,"green")
plot(T,U4_houb,"black")
plot(T,U5_houb,"cyan")

plot(T,F1_houb,"blue")
plot(T,F2_houb,"red")
plot(T,F3_houb,"green")

```

```
plot(T,F4_houb,"black")
plot(T,F5_houb,"cyan")

aaaa=legend(['G.D.L. 19';'G.D.L. 17';'G.D.L. 15';'G.D.L. 13';'G.D.L. 11'])

//aqui alguns sinais no dominio da frequencia, para eventuais
ffta=fft(U1_houb);
//plot(ffta)
fftb=fft(U2_houb);
//plot(fftb)
```