

UNIVERSIDADE FEDERAL DE SANTA CATARINA
CENTRO TECNOLÓGICO DE JOINVILLE
CURSO DE ENGENHARIA DE TRANSPORTES E LOGÍSTICA

CINDY CRISTINA PINHEIRO

**ABORDAGENS HEURÍSTICAS PARA ROTEIRIZAÇÃO EM UMA EMPRESA DE
OUTSOURCING DE IMPRESSÃO**

Joinville

2017

CINDY CRISTINA PINHEIRO

**ABORDAGENS HEURÍSTICAS PARA ROTEIRIZAÇÃO EM UMA EMPRESA DE
OUTSOURCING DE IMPRESSÃO**

Trabalho de Conclusão de Curso apresentado ao curso de graduação em Engenharia de Transportes e Logística, da Universidade Federal de Santa Catarina, Centro Tecnológico de Joinville, como requisito parcial para obtenção de título de Bacharel.

Orientadora: Dra. Silvia Lopes de Sena Tagliarenha

Joinville

2017

AGRADECIMENTOS

A Deus, pela oportunidade do desenvolvimento e constante aprendizado em todos os anos de minha vida.

Aos meus pais, pela oportunidade da vida, do ensino e pelo amor que sempre me deram.

A minha orientadora, por todo apoio e exemplo de profissional que eu tanto me espelho.

Aos meus amigos e colegas de graduação, pela paciência, auxílio e apoio nos momentos bons e nos mais difíceis.

Aos meus colegas de trabalho, pelo suporte sempre que foi necessário durante toda a minha formação acadêmica.

“Tudo sempre piora antes de melhorar.”
Alfred Pennyworth em Batman, O Cavaleiro das Trevas.

RESUMO

Em um ambiente econômico cada vez mais competitivo e concorrido, as organizações precisam continuamente investir em inovação e redução de custos. A utilização de soluções logísticas vem se mostrando uma boa alternativa para reduzir custos sem perder qualidade e a utilização de métodos para roteirização de veículos é um desses instrumentos. Nesse contexto, esse trabalho visa analisar a problemática da roteirização com restrição de tempo máximo em rota, identificando e implementando em linguagem de programação, um modelo matemático que atenda às necessidades e restrições operacionais de uma empresa de outsourcing de impressão, como por exemplo, pausa para horário de almoço e limites de jornada de trabalho. Para isso desenvolve-se um algoritmo em linguagem C/C++ que utiliza a aplicação de métodos exatos, heurísticos e meta-heurísticos para a resolução desse problema, como a heurística do vizinho mais próximo e a meta-heurística Simulated Annealing. O método proposto obtém uma solução que reduz de oito para seis rotas realizadas mensalmente pela empresa, Além disso, a aplicação do Simulated Annealing proporcionou melhora de 10,71% sobre a solução inicial considerada com a heurística do vizinho mais próximo e 13,80% sobre a solução inicial baseada em método exato.

Palavras-chave: Outsourcing. Roteirização de veículos. Caixeiro viajante. Vizinho mais próximo. Simulated Annealing.

ABSTRACT

In a competitive economic environment organizations need to continually invest in innovation and cost reduction. The use of logistic solutions has been proved to be a good alternative to reduce costs without losing quality and the use of methods for vehicle routing is one such instrument. In this context, this work aims to analyze the problem of routing with maximum time restriction in route, identifying and implementing in programming language, a mathematical model that meets the operational needs and constraints of a print outsourcing company, such as pause for lunch hours and working day limits. For this, a C/C++ program was developed which uses the exact, heuristic and metaheuristic methods to solve this problem, such as the nearest neighbor heuristic and the simulated annealing metaheuristic. The proposed method obtains a solution that reduces from eight to six routes performed monthly by the company. In addition, the application of Simulated Annealing provided improvement of 10,71% on the initial solution considered with the nearest neighbor heuristic and 13,80% on the initial solution based on exact method.

Key words: Outsourcing. Vehicle routing. Salesman Problem. Nearest neighbor, Simulated Annealing.

LISTA DE FIGURAS

Figura 1 - Etapas da metodologia	14
Figura 2 - Níveis de terceirização	17
Figura 3 - Exemplo de grafo	19
Figura 4 - Grafo de um Problema do Caixeiro Viajante	21
Figura 5 - Melhor rota do caixeiro viajante	22
Figura 6 - Possíveis rotas do PCV de $n = 5$ vértices	25
Figura 7 - Esquemática das fases de um estudo aplicando a PO	27
Figura 8 – Exemplo de aplicação da heurística vizinho mais próximo.....	35
Figura 9 - Algoritmo geral do Simulated Annealing	37
Figura 10 – Movimento inter-rota Swap (1,1)	39
Figura 11 – Movimento inter-rota Shift (1,0).....	39
Figura 12 – Movimento intrarota 2-opt	40
Figura 13 – Distribuição espacial dos clientes.....	42
Figura 14 – Etapas da implementação do algoritmo	44
Figura 15 – Planilha Matriz.....	45
Figura 16 – Planilha de cálculo das distâncias rodoviárias	46
Figura 17 – Planilha de cálculo da duração de viagem pelo modo rodoviário	46
Figura 18 – Esquema do grafo através de listas encadeadas.....	47
Figura 19 – Fluxograma do VMP	50
Figura 20 – Transformação do PCV em roteirização com tempo máximo em rota ...	51
Figura 21 – Algoritmo determinação temperatura inicial	53
Figura 22 – Solução inicial obtida com o VMP	59
Figura 23 – Solução obtida pelo modelo exato do PCV	60
Figura 24 – Solução inicial obtida com o PCV	61
Figura 25 – Solução incumbente obtida com o VMP	65
Figura 26 – Solução incumbente obtida com o PCV	69

LISTA DE QUADROS

Quadro 1 – Grau de complexidade do PCV	26
Quadro 2 - Características do problema.....	43
Quadro 3 – Parametrizações do problema.....	57
Quadro 4 – Resultados obtidos para VMP	62
Quadro 5 – Comparação dos resultados obtidos por rota da solução VMP	66
Quadro 6 – Resultados obtidos para PCV.....	67
Quadro 7 – Comparação dos resultados obtidos por rota da solução PCV	70

LISTA DE GRÁFICOS

Gráfico 1 – Simulação de temperatura inicial VMP	54
Gráfico 2 – Simulação de temperatura inicial PCV	55
Gráfico 3 – Curva de queda da temperatura a diferentes taxas de resfriamento	56
Gráfico 4 – Comportamento da solução SA conforme variação na temperatura.....	63
Gráfico 5 – Solução incumbente do VMP e tempo de processamento conforme taxa de resfriamento	64
Gráfico 6 – Solução incumbente do PCV e tempo de processamento conforme taxa de resfriamento	68

SUMÁRIO

1	INTRODUÇÃO	11
1.1	OBJETIVOS DO TRABALHO	12
1.1.1	Objetivo Geral	12
1.1.2	Objetivos específicos	12
1.2	JUSTIFICATIVAS	13
1.3	ESTRUTURA DO TRABALHO	13
2	FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA	16
2.1	TERCEIRIZAÇÃO COMO ESTRATÉGIA DE ADMINISTRAÇÃO	16
2.2	OUTSOURCING DE IMPRESSÃO	17
2.3	ROTEIRIZAÇÃO	18
2.3.1	Teoria dos Grafos	19
2.3.2	Problema do Caixeiro Viajante	20
2.3.3	Problema da Roteirização de Veículos	22
2.3.4	Complexidade do PCV	24
2.4	MODELAGEM MATEMÁTICA	26
2.4.1	Modelagem matemática do PCV	28
2.4.2	Modelagem matemática do PRV	31
2.5	MÉTODOS DE SOLUÇÃO	32
2.5.1	Heurística Vizinho Mais Próximo	34
2.5.2	Meta-heurística Simulated Annealing	36
2.6	MÉTODOS DE BUSCA LOCAL	38
3	MÉTODO PROPOSTO	41
3.1	CONTEXTUALIZAÇÃO E CARACTERIZAÇÃO DO PROBLEMA	41
3.2	ESTRATÉGIA DE SOLUÇÃO	44
3.2.1	Coleta e tratamento de dados	44
3.2.1.1	Matriz de distâncias e tempo de viagem	45
3.2.2	Implementação do grafo	47
3.2.3	Construção da solução inicial	48
3.2.3.1	Método heurístico do vizinho mais próximo (VMP)	49
3.2.3.2	Método heurístico PCV adaptado (PCV)	51
3.2.4	Definição das operações de busca local	52

3.2.5	Implementação do algoritmo Simulated Annealing.....	52
4	RESULTADOS	58
4.1	CENÁRIO ATUAL	58
4.2	RESULTADOS PARA SOLUÇÃO INICIAL	59
4.3	RESULTADOS PARA VMP	62
4.4	RESULTADOS PARA PCV	66
5	CONCLUSÕES	71
	REFERÊNCIAS.....	73

1 INTRODUÇÃO

A terceirização das atividades ligadas à Tecnologia da Informação (TI) se tornou prática comum, estando disponível tanto para pequenas quanto para grandes organizações (PRADO; TAKAOKA, 2012). A expressão *outsourcing* de impressão, derivada do inglês *out* (fora) e *sourcing* (recursos), é usada para designar a terceirização do serviço de impressão e segundo Napoleão Filho et al. (2013), “Outsourcing de impressão é a locação, a terceirização dos equipamentos e o gerenciamento de cópias e impressão com o objetivo de minimizar o trabalho e as operações através do gerenciamento de tarifas por página com a ajuda de software.” (p. 2).

Na busca pela melhora nos serviços e redução de gastos, empresas contratam o *outsourcing* e pagam uma tarifa por impressão. Para a cobrança, é necessário realizar a coleta dos dados de impressão, e muitas dessas ainda precisam ser feitas de forma manual. Dessa forma, um técnico precisa visitar os clientes, gerando custos logísticos que precisam ser minimizados para melhorar a competitividade da empresa de *outsourcing*. Portanto, o investimento em logística na empresa que oferece o serviço passou a ser utilizado como estratégia competitiva, pois há uma tendência de que os aspectos de qualidade e custo dos produtos se igualem entre as empresas (TABOADA, 2002).

A logística representa a integração de informações, transporte, estoque, armazenagem, manuseio de materiais e embalagem (BOWERSOX; CLOSS, 2011), e o transporte é o mais importante elo desse sistema, representando “[...] de um a dois terços dos custos logísticos totais” (BALLOU, 2006, p. 149). O elevado peso do custo do transporte mostra que o investimento em um sistema de transporte eficaz contribui para a criação de uma atividade econômica de alto nível.

Nesse sentido, muitos problemas logísticos receberam a atenção de pesquisadores, em especial os Problemas de Roteirização de Veículos (PRV) – Vehicle Routing Problem (GOLDEN et al., 2008; TOTH; VIGO, 2014; LAPORTE et al., 2000; PILLAC et al., 2013). Este interesse não é só devido à importância prática do problema, mas também devido sua dificuldade intrínseca de solução, como será melhor detalhado no Capítulo 2.

Segundo Baldacci, Batarra e Vigo (2008), o PRV consiste em determinar o roteiro ótimo de um número fixo de veículos idênticos que devem visitar um número fixo de clientes. Diversos modelos foram propostos, englobando formulações por métodos heurísticos, meta-heurísticos e modelos exatos (SILVA JÚNIOR; HAMACHER, 2010).

Nessa perspectiva, esse trabalho propõe analisar a problemática da roteirização de veículos. Para tal, será necessário identificar e implementar, em linguagem de programação, um modelo matemático que atenda às necessidades e restrições operacionais de uma empresa de outsourcing de impressão, como por exemplo, pausa para horário de almoço e limites de jornada de trabalho.

1.1 OBJETIVOS DO TRABALHO

1.1.1 Objetivo Geral

Desenvolver um modelo computacional baseado em meta-heurística, que auxilie à tomada de decisão quanto à roteirização de veículos com limite de tempo de rota para prestação de serviço em uma empresa de outsourcing de impressão.

1.1.2 Objetivos específicos

Para alcançar o objetivo geral deste trabalho serão necessários os seguintes objetivos específicos:

- i. Compreender o outsourcing de impressão;
- ii. Identificar um modelo matemático de roteirização que contemple a restrição de tempo limite de rota;
- iii. Construir uma heurística para obtenção da solução inicial baseada na heurística do vizinho mais próximo;
- iv. Construir uma heurística para obtenção da solução inicial baseada no modelo exato do caixeiro viajante;
- v. Implementar em linguagem de programação a meta-heurística Simulated Annealing para melhoria da solução obtida;
- vi. Comparar a solução final com o praticado pela empresa;

1.2 JUSTIFICATIVAS

O transporte é um importante elemento da economia e sua representação pode chegar a até 60% dos custos logísticos totais em uma empresa (BALLOU, 2006). Sua paralisação, seja por greves ou interrupções de vias, comumente é vista como um desastre, onde mercadorias permanecem paradas nos canais de distribuição e mercados deixam de ser atendidos (POZO, 2015).

A redução dos custos de transporte e a facilitação de seu acesso contribuem para o aumento da competitividade das empresas e a contração do preço de mercadorias e serviços (POZO, 2015). Desta forma, a aplicação de modelos e métodos que reduzam custos, sem que haja perda de qualidade, é de grande interesse das companhias e uma forma eficaz de atingir tais objetivos é a aplicação de soluções logísticas (BALLOU, 2006).

A roteirização de veículos é uma dentre estas soluções logísticas. Por se tratar de um problema de complexidade exponencial, sua dificuldade de resolução de forma exata para problemas de grande porte atrai constante atenção de pesquisadores, que buscam sempre formas viáveis para encontrar boas soluções para esse problema (ARAUJO, 2001).

Os métodos heurísticos e meta-heurísticos, apesar de trazerem soluções aproximadas, têm se mostrado boas alternativas para resolução de tais problemas, pois são de fácil aplicação, flexíveis à adaptação de restrições e em geral necessitam de baixo tempo de processamento (OSMAN e LAPORTE, 1996).

Nesse contexto, esse trabalho se justifica ao analisar um caso de roteirização de veículos com restrições de tempo máximo em rota e buscar uma boa solução viável para o problema utilizando abordagens heurísticas e meta-heurísticas.

1.3 ESTRUTURA DO TRABALHO

Almejando alcançar os objetivos elencados, este trabalho está estruturado de maneira a apresentar, primeiramente, os principais conceitos encontrados nas

revisões das bibliografias relacionadas ao problema PRV e os principais métodos de solução utilizados.

Os conceitos estão dispostos de forma a representar a cronologia em que serão utilizados ou considerados para melhor compreensão do trabalho.

Após o referencial teórico, explica-se o método proposto e utilizado na realização deste estudo. Também são apresentadas as etapas que foram verificadas a fim de chegar aos resultados dos objetivos propostos.

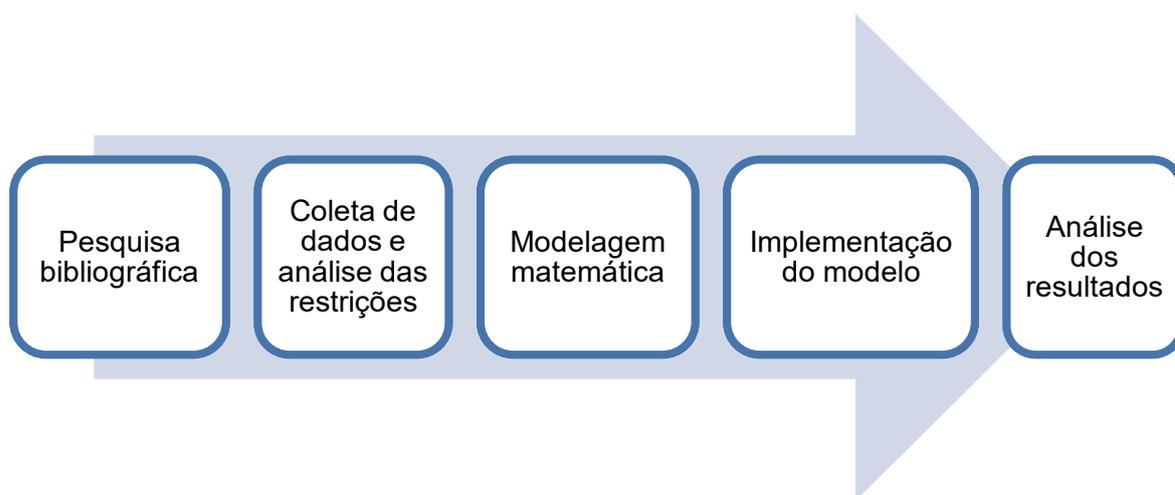
Na sequência do trabalho encontra-se o estudo de caso que foi considerado para aplicação do método proposto, destacando-se as principais características exploradas na proposição do modelo.

Por fim, são apresentados os resultados encontrados na aplicação do modelo proposto e conclusões do trabalho.

A metodologia considerada pode ser caracterizada, quanto a sua finalidade, por uma pesquisa aplicada que, segundo Gil (2008, p.27), “[...] tem como característica fundamental o interesse na aplicação, utilização e consequências práticas dos conhecimentos”.

A Figura 1 apresenta as etapas da metodologia.

Figura 1 - Etapas da metodologia



Fonte: Autoria própria

Inicialmente é realizada a pesquisa bibliográfica de temas que serviram de referencial teórico para o trabalho, como: terceirização e outsourcing de impressão,

teoria dos grafos, problema do caixeiro viajante, problema da roteirização de veículos e alguns métodos de solução relacionados. A etapa seguinte é a coleta de dados e análise das restrições junto à empresa, esses dados servem de base para a terceira etapa, onde é construído o modelo matemático e o método de resolução a ser implementado.

Na quarta etapa, é realizada a implementação em linguagem de programação C/C++ do método de resolução construído na etapa anterior. Por fim, é realizada a análise dos resultados obtidos.

2 FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA

Neste capítulo é abordado o embasamento teórico a respeito da terceirização de serviços e do outsourcing de impressão, do problema de roteirização de veículos e dos principais métodos utilizados para a sua resolução.

2.1 TERCEIRIZAÇÃO COMO ESTRATÉGIA DE ADMINISTRAÇÃO

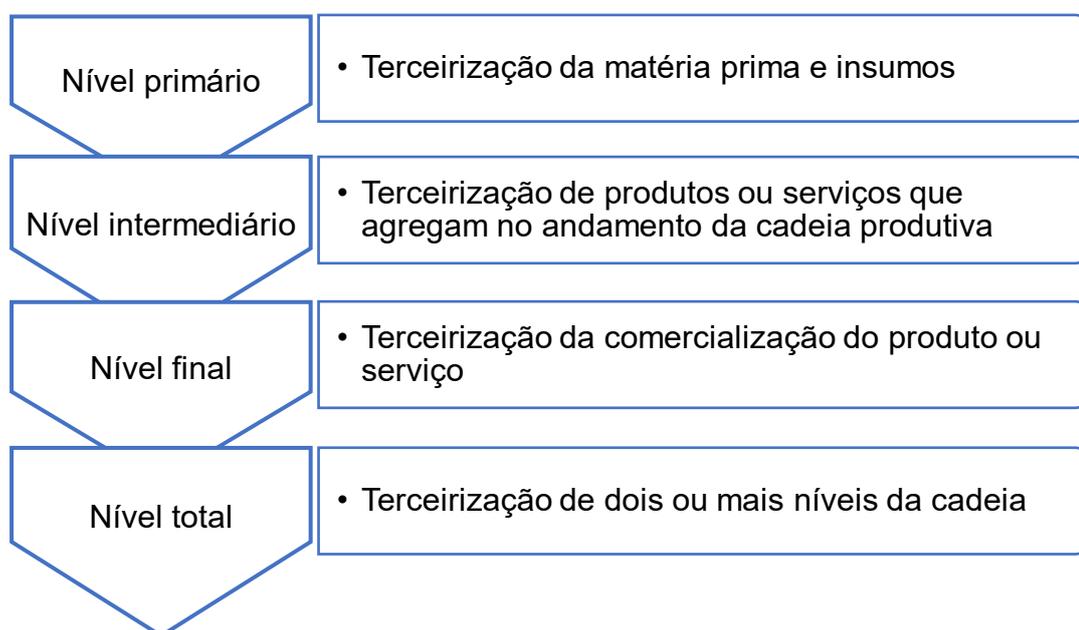
A prática da terceirização no mundo dos negócios é cada vez mais notável e está relacionada com a qualidade, competitividade e produtividade. É encarada como um elo na transição dos modelos de negócio das corporações que estão focando as questões da área do seu negócio e repassando as tarefas secundárias para empresas especializadas (DIAS, 2002).

Essa prática começou a ser considerada estratégia organizacional durante a Segunda Guerra Mundial, quando, ao invés de produzir embalagens, componentes e tintas, a indústria armamentista passou a contratar terceiros com o objetivo de ampliar sua capacidade produtiva. No Brasil, essa estratégia ganhou impulso na década de 1980, principalmente na terceirização de serviços de segundo nível como limpeza, segurança e manutenção (OLIVEIRA, 1996).

O início da Era da Informação, também ocorrida após a Segunda Guerra Mundial, trouxe a globalização e o acirramento da competitividade. Com um ritmo de mudanças cada vez mais rápido, as organizações buscam maior flexibilidade na contratação e dispensa de empregados, concebendo um cenário ideal para a expansão das terceirizações (MARX; SCHIRRMESTER, 2005). Essa evolução fomentou mudanças na natureza das terceirizações, como o aumento na variedade de serviços terceirizados, o aumento da responsabilidade e riscos do fornecedor do serviço e o relacionamento entre empresas, que em muitos casos tem evoluído para uma parceria (PRADO; TAKAOKA, 2012).

A terceirização é compreendida em quatro níveis de abrangência, como mostra a Figura 2, e cabe à organização analisar e definir qual nível é o ideal para seu negócio.

Figura 2 - Níveis de terceirização em organizações



Fonte: Adaptado de Oliveira (1996)

Tais níveis são divididos em nível primário, com a aquisição matéria prima e insumos, em nível intermediário, como limpeza, manutenção e alimentação, e em nível final, comercialização dos produtos, ou em nível total, quando duas ou mais etapas da cadeia é terceirizada (OLIVEIRA, 1996).

2.2 OUTSOURCING DE IMPRESSÃO

Inserido no nível intermediário de terceirização, o outsourcing de impressão visa à prestação do serviço de gerenciamento, aluguel, suprimento e manutenção de impressoras e copiadoras. Por ser uma atividade de apoio ao *core business* de muitas organizações, a preferência pela terceirização deste vem crescendo, principalmente pela promessa de menores custos com mão de obra especializada e soluções tecnológicas constantemente atualizadas (NAPOLEÃO FILHO et al., 2013).

O serviço pode ser fornecido em dois formatos, o primeiro com custo variável conforme utilização, sendo mais benéfico para empresas com baixo volume de impressão (até 2.000 impressões ao mês), e o segundo com um custo fixo de manutenção do sistema acrescido do custo variável de utilização, sendo benéfico

para empresas com elevado volume de impressão (acima de 2000 impressões ao mês) (MENEZES, 2014).

Segundo Napoleão Filho et al. (2013), algumas vantagens do outsourcing de impressão são:

- i. Redução dos gastos com impressão e cópia;
- ii. Eliminação de estoque;
- iii. Atualização tecnológica sem investimentos;
- iv. Qualidade de serviço especializado;
- v. Melhor gerenciamento de equipamentos;
- vi. Rastreabilidade de utilização das impressoras.

Do ponto de vista da fornecedora do outsourcing de impressão, um dos custos que incidem no serviço é a necessidade de visitas mensais ao cliente para coleta de dados das impressoras e copiadoras, que servem de parâmetro para cobrança pelo outsourcing. Nessa perspectiva, surge a necessidade de otimizar a rota realizada pelo provedor do serviço, reduzindo o custo de transporte, que envolve a frota própria da empresa e os custos com depreciação, manutenção e combustível e mão de obra necessária (RODRIGUES, 2007).

A constante melhoria nas operações aumenta a competitividade da empresa, e a aplicação de novas tecnologias é importante para atingir esse objetivo. Grandes empresas já obtiveram 15% de redução nos custos de transporte apenas utilizando sistemas de roteirização de veículos (GOLDEN; ASSAD, 1986).

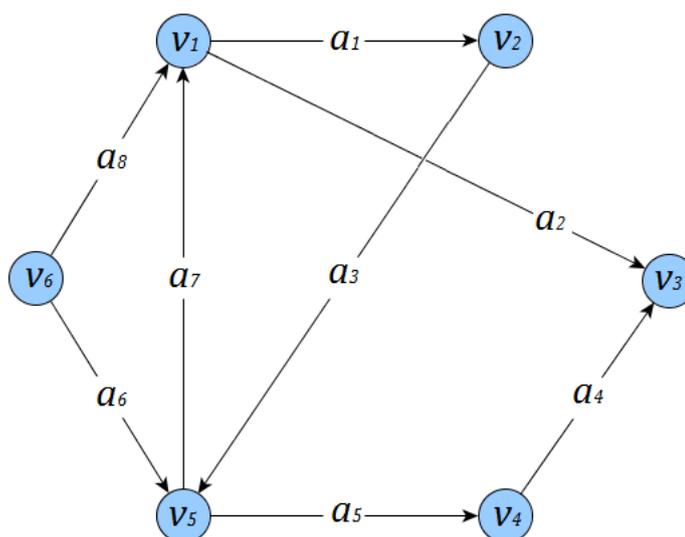
2.3 ROTEIRIZAÇÃO

Os problemas de roteirização de veículos podem ser analisados como uma evolução do Problema do Caixeiro Viajante (PCV). Esse é modelado como um grafo formado por um conjunto de vértices, que representam as cidades ou locais que devem ser visitados, conectados por arcos. Logo, para melhor compreensão dos problemas de roteirização, primeiramente se faz necessária a compreensão de algumas definições da Teoria de Grafos e do Problema do Caixeiro Viajante.

2.3.1 Teoria dos Grafos

Um grafo G é definido como um conjunto de pontos ou vértices $V = \{v_1, v_2, \dots, v_n\}$ e um conjunto de arcos ou arestas $A = \{a_1, a_2, \dots, a_m\}$ que unem alguns ou todos os vértices, sendo denotado como $G = (V, A)$ (CHRISTOFIDES, 1975). Em geral, a_i , $i = 1, \dots, m$, representa uma medida que pode corresponder a uma distância ou o custo de se percorrer a i -ésima aresta. Na Figura 3, observa-se a representação geométrica de um grafo orientado.

Figura 3 - Exemplo de grafo



Fonte: Adaptado de Christofides (1975, p.14)

Porém, a representação geométrica não é viável para implementação computacional, sendo necessária outra forma de se representar um grafo. Uma boa representação de um grafo é através de lista de adjacências, devido sua facilidade e economia de implementação. A lista de adjacências é representada por um conjunto de listas de vértices, em que cada lista é composta por um vértice de origem e todos os vértices que recebem dele uma aresta (BOAVENTURA NETTO, 2006).

Assim para o exemplo da Figura 3, a lista de adjacências é apresentada a seguir.

Origem	Destino
v_1	$v_2 \ v_3$
v_2	v_5
v_3	
v_4	v_3
v_5	$v_1 \ v_4$
v_6	$v_1 \ v_5$

Outras definições de teoria dos grafos necessárias para compreensão no decorrer desse trabalho são apresentadas a seguir, de acordo com Christofides (1975):

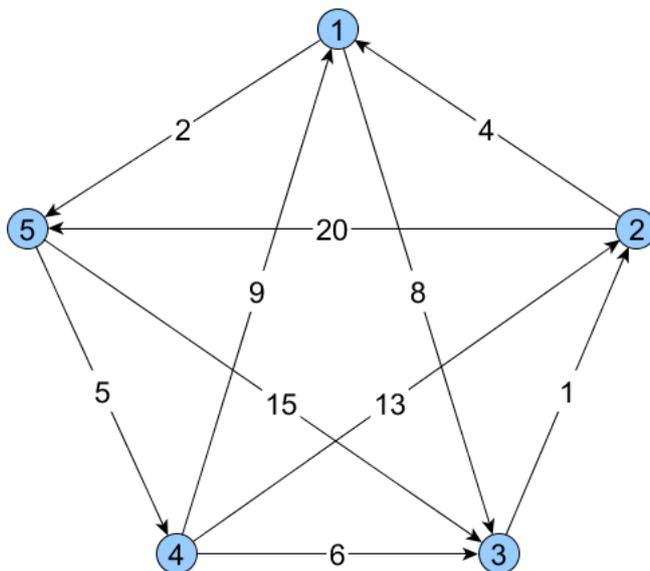
- i. Grafo direcionado: Cada aresta a_{ij} possui uma direção da origem i para o destino j . Usualmente representada graficamente por uma seta nas arestas, mostrando sua direção;
- ii. Grafo ponderado: Cada aresta a_{ij} possui um valor numérico associado a esta;
- iii. Grafo completo: Para cada par de vértices (v_i, v_j) existe ao menos uma aresta a_{ij} associada;
- iv. Grafo simétrico: Para cada aresta a_{ij} , existe uma aresta antiparalela a_{ji} .

2.3.2 Problema do Caixeiro Viajante

O Problema do Caixeiro Viajante é um dos mais conhecidos e estudados problemas de programação matemática (COLIN, 2013). Esse pode ser modelado como um grafo $G = (V, A)$, onde o objetivo é determinar um caminho hamiltoniano¹ de custo mínimo (GOLDBARG; LUNA, 2005), ou seja, o caixeiro viajante deve visitar cada ponto exatamente uma vez e então retornar ao ponto inicial (WOLSEY, 1998). A Figura 4 representa um exemplo de um grafo não direcionado para o Problema do Caixeiro Viajante.

¹ Caminho Hamiltoniano é definido como um circuito que passa por todos os nós de um grafo uma única vez (GOLDBERG; LUNA, 2005).

Figura 4 - Grafo de um Problema do Caixeiro Viajante

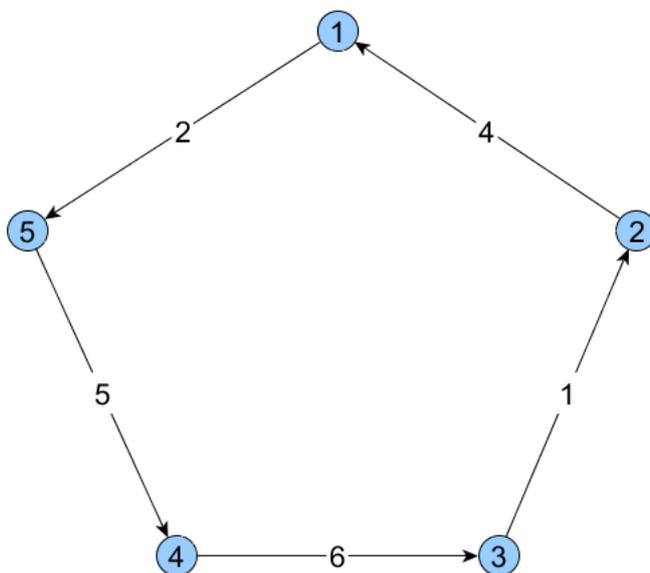


Fonte: Autoria própria

A cada arco é atribuído um valor que pode representar a distância, o tempo ou o custo de viagem de um vértice para outro. O objetivo principal do problema é visitar todos os locais uma única vez, encontrando a rota de menor custo, partindo de um vértice inicial e retornando a ele ao final do trajeto (GUTIN; PUNNEN, 2006).

No exemplo apresentado, partindo do vértice 1, o Caixeiro Viajante deve percorrer todos os locais uma única vez, procurando a melhor rota e retornando ao vértice inicial, tendo como resultado a menor distância a ser percorrida (HILLIER; LIEBERMAN, 2013). O melhor trajeto para esse problema pode ser observado na Figura 5, referente ao grafo da Figura 4.

Figura 5 - Melhor rota do caixeiro viajante



Fonte: Autoria própria

Nesse exemplo, o caixeiro viajante tem como ponto de partida o vértice 1, visitando todos os vértices do grafo e retornando ao vértice inicial com o menor custo possível, que resultou em um total de 18 unidades de custo.

2.3.3 Problema da Roteirização de Veículos

O Problema de Roteamento de Veículos (VRP do inglês, Vehicle Routing Problem) foi proposto por Dantzig e Ramser (1959).

Tem como objetivo definir rotas entre o depósito e um determinado conjunto de clientes, minimizando o custo de transporte, e respeitando algumas restrições: cada cliente pode ser visitado somente uma única vez e por apenas um veículo; cada rota deve ser iniciada e finalizada no depósito; a capacidade do veículo não deve ser ultrapassada e a demanda de todos os clientes precisa ser atendida.

Na abordagem clássica do PCV nenhuma restrição de capacidade ou tempo é considerada. Porém, essas restrições são frequentemente encontradas em situações reais, o que gerou a necessidade de desenvolver variantes para o modelo clássico, inserindo restrições de capacidade, demanda, tempo, horas extras, frota heterogênea, dentre outras (GOLDEN; ASSAD, 1986). Quando tratados com

restrições, o problema é então chamado de Roteirização de Veículos (PRV), equivalente ao inglês *vehicle routing*, e este é definido como:

[...] o processo para a determinação de um ou mais roteiros ou sequências de paradas a serem cumpridos por veículos de uma frota, objetivando visitar um conjunto de pontos geograficamente dispersos, em locais pré-determinados, que necessitam de atendimento (CUNHA, 2000, p. 2).

O PRV é denotado como um grafo $G = (V, A, C)$, onde $V = \{v_0, \dots, v_n\}$ é o conjunto de vértices, onde tradicionalmente v_0 representa o depósito e os outros vértices o conjunto de clientes que precisam ser visitados, $A = \{(v_i, v_j) | (v_i, v_j) \in V^2, i \neq j\}$ é o conjunto de arestas do grafo e $C = [c_{ij}]_{(v_i, v_j) \in A}$ é a matriz de custos, que normalmente representa distância, tempo ou custo de viagem (PILLAC et al., 2013).

Bodin et al. (1983) classificam o problema da roteirização em três categorias básicas:

- i. Problema de roteirização: considera apenas as restrições espaciais do problema, como viabilidade do roteiro e capacidade do veículo;
- ii. Problema de programação de veículos: considera as restrições espaciais e temporais, como horário para chegada e saída de veículos;
- iii. Problemas combinados de roteirização e programação de veículos: considera restrições espaciais, temporais e de procedência, como quando a coleta deve proceder a entrega.

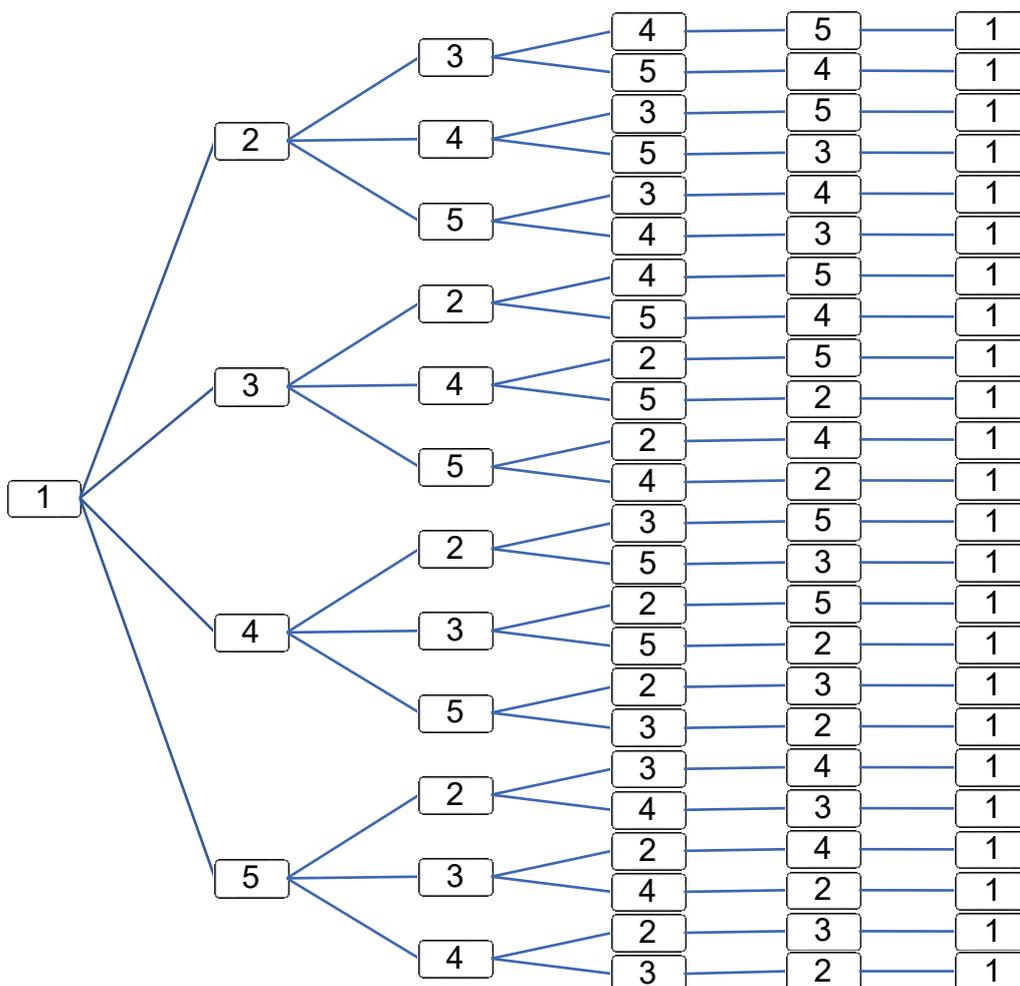
Diversas variações do PRV vêm sendo estudadas, além de sua formulação clássica, dentre elas pode-se destacar PRV Capacitado, PRV com Janela de Tempo, PRV com Coleta e Entrega, PRV com Frota Heterogênea, PRV com múltiplos depósitos, PRV com múltiplas rotas (BALDACCI; BATARRA; VIGO, 2008; PILLAC et al., 2013).

Neste trabalho será considerado um caso de PRV com restrição de tempo máximo em rota, em que cada rota possui limite de tempo para ocorrer. Esse caso é muito comum de acontecer em uma situação real, pois existem questões trabalhistas que limitam a jornada de trabalho dos funcionários.

2.3.4 Complexidade do PCV

O problema clássico do caixeiro viajante é um dos mais populares problemas de otimização combinatória e sua complexidade de solução resulta em interesse constante em busca de novas estratégias (CUNHA, 2000). Esse problema pertence à categoria NP-difícil (NP-hard), ou seja, possui complexidade de ordem exponencial (CORDEAU et al., 2007). Problemas pertencentes a essa categoria necessitam de um esforço computacional que cresce de forma exponencial, o que faz que não seja viável sua resolução de forma exata até a condição de otimalidade (CUNHA, 2000).

Para elucidar o grau de dificuldade, consideremos por exemplo, o caso em que existam $n = 5$ clientes a serem visitados, como na Figura 4, em que o ponto de partida é o nó 1. Observa-se que a partir deste nó, existem outras quatro possibilidades de rota. Após esse passo, existem outras três possibilidades de rotas, depois outras duas, até atingir o último vértice e então retornar ao vértice inicial (Figura 6).

Figura 6 - Possíveis rotas do PCV de $n = 5$ vértices

Fonte: Autoria própria

Esse resulta em um grau de complexidade de $R(n) = (n - 1)!$. Assim, um grafo de apenas $n = 5$ vértices possui $R(5) = 24$ possibilidades de rota. Esse valor cresce muito rapidamente, em uma explosão combinatorial, conforme exemplos do Quadro 1.

Quadro 1 – Grau de complexidade do PCV

N	(n-1)!
5	24
7	720
10	362880
20	$1,216 \times 10^{17}$
50	$6,082 \times 10^{62}$

Fonte: Autoria própria

Encontrar a rota de menor custo para o PCV exige soluções exaustivas. Como visto, essa se torna uma tarefa árdua conforme o crescimento do número de vértices do problema. Por isso, são necessários modelos matemáticos e métodos mais eficientes para a resolução do PCV. Na seção a seguir será apresentado o modelo matemático para a abordagem exata da solução.

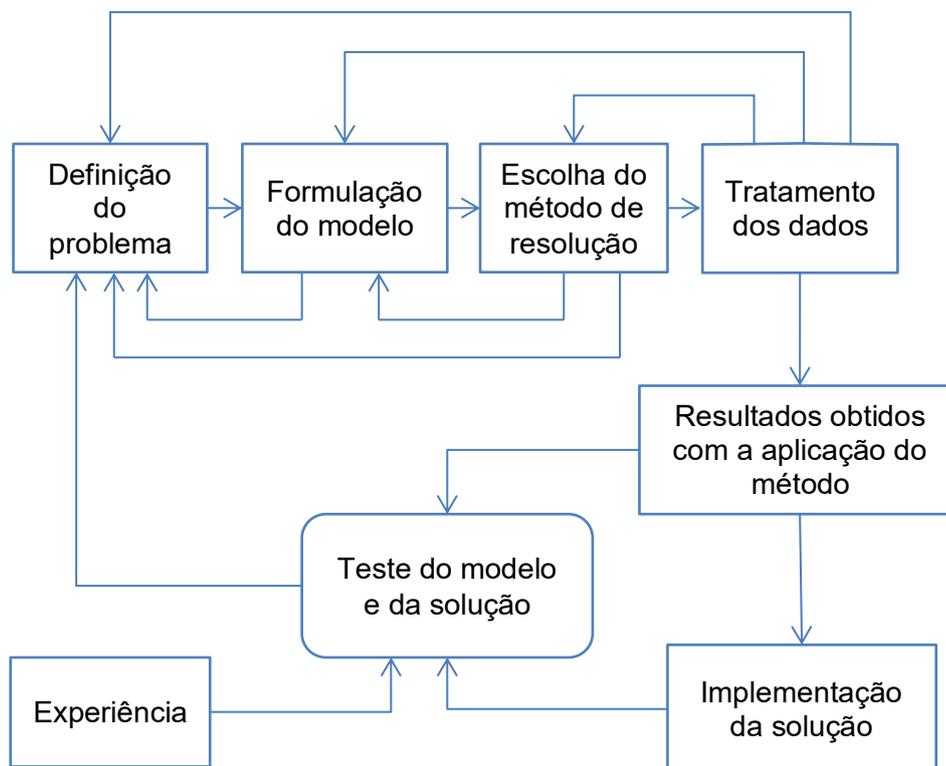
Ressalta-se que se sendo o PRV uma generalização do PCV, este tem pelo menos o mesmo grau de complexidade que o PCV.

A seguir será apresentada a modelagem matemática destes problemas.

2.4 MODELAGEM MATEMÁTICA

Segundo Loesch e Hein (2009), a pesquisa operacional estrutura processos propondo um conjunto de alternativas e ações, fazendo a previsão e a comparação de valores, de eficiência e custos. A resolução de um problema através da pesquisa operacional pode, de forma simplificada, subdividir-se em cinco etapas que podem ser visualizadas na Figura 7.

Figura 7 - Esquematização das fases de um estudo aplicando a PO



Fonte: Adaptado de Marins (2011)

O processo tem início observando e formulando o problema e coletando dados relevantes. A próxima etapa é construir um modelo matemático que represente o objetivo do problema real e então escolher o método para a resolução do mesmo. Depois é realizado o tratamento dos dados necessários para a aplicação do método. Parte-se então da hipótese de que esse modelo é uma representação suficientemente precisa das características essenciais da situação e de que as soluções obtidas são válidas para o problema real. A seguir, são realizadas experimentações adequadas para testar essa hipótese, através da implementação dessa solução na prática, e então o modelo e a solução são testados e modificados conforme necessário para, por fim, verificado a sua validação (HILLIER; LIEBERMAN, 2013; MARINS, 2011).

2.4.1 Modelagem matemática do PCV

Existem várias abordagens para a modelagem matemática para o problema do caixeiro viajante. O modelo apresentado a seguir contempla o problema clássico e puro, sem restrições de capacidade ou tempo, que trata da minimização da distância da rota percorrida, considerando-se um grafo não orientado $G(V,A)$, em que o conjunto $V = \{1,2, \dots, n\}$ consiste de n cidades e A representa o conjunto de arestas entre cidades (COLIN, 2013).

Supondo que G é um grafo completo, isto é, para qualquer par de cidades $i, j \in V, i \neq j$, existe uma aresta (i, j) , e que a distância entre a cidade i e j é dada por c_{ij} , quando $c_{ij} = c_{ji}$, diz-se que o problema é simétrico, caso contrário, é assimétrico (CHRISTOFIDES, 1975).

Definindo as variáveis:

$$x_{ij} = \begin{cases} 1, & \text{se o caixeiro vai diretamente da cidade } i \text{ à cidade } j \\ 0, & \text{caso contrário} \end{cases},$$

o PCV pode ser representado pelas equações (1)-(7), formuladas por Nemhauser e Wosley (1988).

Minimizar

$$Z = \sum_{j=1}^n \sum_{i=1}^n c_{ij} x_{ij} \quad (1)$$

Sujeito à

$$\sum_{i=1}^n x_{ij} = 1 \quad \forall j, j \neq i \quad (2)$$

$$\sum_{j=1}^n x_{ij} = 1 \quad \forall i, i \neq j \quad (3)$$

$$\sum_{j=1}^n \sum_{i=1}^n x_{ij} = n, \quad \forall j: j \neq i \quad (4)$$

$$u_i - u_j + nx_{ij} \leq n - 1, \quad \forall i \text{ e } \forall j \quad (5)$$

$$x_{ij} \in \{0,1\} \quad \forall i, j \in V \quad (6)$$

$$u_i \geq 0 \quad \forall i, j \in V \quad (7)$$

A equação (1) representa a função objetivo que minimiza a distância total percorrida. As restrições (2) garantem que a rota de chegada em cada cidade seja única, e as restrições (3) asseguram que para cada cidade exista apenas uma rota de saída. As equações (4) e (5) garantem que não devem existir sub-rotas, onde a variável u é auxiliar e não têm significado físico. As restrições (6) e (7) definem o tipo das variáveis.

As restrições (5) podem ser substituídas pela equação (8), em que $|S|$ representa o número de cidades do subconjunto $S \subset V$, tal que $2 \leq |S| \leq n$ (para formar subrotas o número de cidades de S deve ser maior ou igual a dois e menor do que o número total de cidades n).

$$\sum_{i,j \in S}^n x_{ij} \leq |S| - 1 \quad S \subset V \quad (8)$$

Ressalta-se que para cada subconjunto $S \subset V$ uma restrição do tipo (8) deve ser formada, ou seja, o número de restrições que representarão um subconjunto com $|S|$ cidades será $\frac{n!}{|S|(n-|S|)!}$, ao passo que as restrições (5) possuem ordem n para um grafo direcionado (COLIN, 2013).

Para o problema apresentado na Figura 4, tem-se como função objetivo:

$$\begin{aligned} \text{Minimizar } Z &= 4x_{12} + 8x_{13} + 9x_{14} + 2x_{15} \\ &+ 4x_{21} + 1x_{23} + 13x_{24} + 8x_{25} \\ &+ 8x_{31} + 1x_{32} + 6x_{34} + 15x_{35} \\ &+ 9x_{41} + 13x_{42} + 6x_{43} + 5x_{45} \\ &+ 2x_{51} + 8x_{52} + 15x_{53} + 5x_{54} \end{aligned}$$

As restrições a seguir garantem que de cada vértice só pode haver uma aresta saindo.

$$\begin{aligned} x_{12} + x_{13} + x_{14} + x_{15} &= 1 \\ x_{21} + x_{23} + x_{24} + x_{25} &= 1 \\ x_{31} + x_{32} + x_{34} + x_{35} &= 1 \\ x_{41} + x_{42} + x_{43} + x_{45} &= 1 \\ x_{51} + x_{52} + x_{53} + x_{54} &= 1 \end{aligned}$$

As restrições a seguir garantem que de cada vértice só pode haver uma aresta entrando.

$$x_{21} + x_{31} + x_{41} + x_{51} = 1$$

$$x_{12} + x_{32} + x_{42} + x_{52} = 1$$

$$x_{13} + x_{23} + x_{43} + x_{53} = 1$$

$$x_{14} + x_{24} + x_{34} + x_{54} = 1$$

$$x_{15} + x_{25} + x_{35} + x_{45} = 1$$

As restrições de sub-rotas de dois vértices são definidas por:

$$x_{12} + x_{21} \leq 1$$

$$x_{13} + x_{31} \leq 1$$

$$x_{14} + x_{41} \leq 1$$

$$x_{15} + x_{51} \leq 1$$

$$x_{23} + x_{32} \leq 1$$

$$x_{24} + x_{42} \leq 1$$

$$x_{25} + x_{52} \leq 1$$

$$x_{34} + x_{43} \leq 1$$

$$x_{35} + x_{53} \leq 1$$

$$x_{45} + x_{54} \leq 1$$

As restrições de sub-rotas de três vértices são definidas por:

$$x_{12} + x_{23} + x_{31} \leq 2$$

$$x_{12} + x_{24} + x_{41} \leq 2$$

$$x_{12} + x_{25} + x_{51} \leq 2$$

$$x_{13} + x_{34} + x_{41} \leq 2$$

$$x_{13} + x_{35} + x_{51} \leq 2$$

$$x_{14} + x_{45} + x_{51} \leq 2$$

$$x_{23} + x_{34} + x_{42} \leq 2$$

$$x_{23} + x_{35} + x_{52} \leq 2$$

$$x_{24} + x_{45} + x_{52} \leq 2$$

$$x_{34} + x_{45} + x_{53} \leq 2$$

Por fim, as restrições de sub-rotas de quatro vértices são definidas por:

$$x_{12} + x_{23} + x_{34} + x_{41} \leq 3$$

$$x_{12} + x_{23} + x_{35} + x_{51} \leq 3$$

$$x_{12} + x_{24} + x_{45} + x_{51} \leq 3$$

$$x_{13} + x_{34} + x_{45} + x_{51} \leq 3$$

$$x_{23} + x_{34} + x_{45} + x_{51} \leq 3$$

Assim, considerando um grafo direcionado de $n = 5$, e o modelo matemático (1)-(5) e (8) tem-se um total de 35 restrições, e mais 25 restrições do tipo binária.

2.4.2 Modelagem matemática do PRV

O modelo para o PRV pode ser pensado como uma extensão do modelo do PCV, no qual são acrescentadas restrições de capacidade do veículo e tempo máximo de viagem. Assim, considerando um conjunto de n clientes com demanda $q_i, i = 1, \dots, n$ e m veículos de capacidade $Q_j, j = 1, \dots, m$, o PRV pode ser representado pelas equações (9) – (16) formuladas por Fisher e Jaikumar (1981), em que c_{ij} é o custo de ir do cliente i ao cliente j ,

$$x_{ijk} = \begin{cases} 1, & \text{se o veículo } k \text{ vai imediatamente do cliente } i \text{ ao cliente } j \\ 0, & \text{caso contrário} \end{cases}$$

$$y_{ik} = \begin{cases} 1, & \text{se o veículo } k \text{ visita o cliente } i \\ 0, & \text{caso contrário} \end{cases}$$

Minimizar
$$Z = \sum_{i,j} c_{ij} \sum_k x_{ijk} \quad (9)$$

Sujeito à
$$\sum_k y_{ik} = 1 \quad i = 2, \dots, n \quad (10)$$

$$\sum_k y_{ik} = m \quad i = 1 \quad (11)$$

$$\sum_i q_i y_{ik} \leq Q_k \quad k = 1, \dots, m \quad (12)$$

$$\sum_j x_{ijk} = \sum_j x_{jik} = y_{ik} \quad i = 1, \dots, n \quad k = 1, \dots, m \quad (13)$$

$$\sum_{i \in S} \sum_{j \in S} x_{ijk} \leq |S| - 1 \quad S \subset \{2, \dots, n\} \quad k = 1, \dots, m \quad (14)$$

$$y_{ik} \in \{0,1\} \quad i = 1, \dots, n \quad k = 1, \dots, m \quad (15)$$

$$x_{ijk} \in \{0,1\} \quad i, j = 1, \dots, n \quad k = 1, \dots, m \quad (16)$$

A função objetivo (9) minimiza o custo total. As restrições (10) garantem que cada cliente i seja visitado por apenas um veículo k . As restrições (11) garantem que o depósito receba uma visita de todos os veículos. As restrições (12) garantem que a demanda q existente em cada rota não ultrapasse a capacidade Q de cada veículo k . As restrições (13) representam restrições de fluxo em rede, que garantem que para cada vértice há apenas uma aresta de entrada e uma de saída. As restrições (14) garantem que não devem existir sub-rotas e por fim, as restrições (15) (16) definem o tipo das variáveis.

2.5 MÉTODOS DE SOLUÇÃO

Em geral, quando se considera problemas típicos de minimização, encontra-se um ótimo local quando qualquer movimento de uma nova busca piora o valor atual da função objetivo. Um ótimo global corresponde ao menor valor da função objetivo, entre todos os ótimos locais existentes no espaço de busca (CHAVES, 2003).

Como visto, o PCV é um problema altamente combinatório. Em casos de programação combinatória, encontrar a melhor solução analisando todas as combinações possíveis é uma boa opção se o problema possui um universo de dados muito pequeno. Porém, normalmente, os problemas reais possuem um número de combinações muito extenso, fazendo com que o tempo computacional exigido se torne impraticável e inviabilize a análise de todas as combinações (CHAVES, 2003).

Outra forma de resolver seria a utilização de softwares de otimização, como o LINGO, SOLVER, CPLEX, GUROBI e outros, considerando o modelo (1)-(7). Entretanto, com o incremento do número de cidades, quando resolvido por um método exato, possui limitações computacionais visto que o número de restrições é da ordem $O(2^n)$ (GOLDBARG; LUNA, 2005). Assim, não existem algoritmos exatos que conseguem determinar a solução ótima em tempo polinomial para problemas de grande porte.

Visando resolver problemas de elevado nível de complexidade, como descrito anteriormente, foram desenvolvidas as heurísticas ou algoritmos heurísticos (métodos alternativos ou aproximados). Com a utilização de heurísticas é possível encontrar soluções próximas da otimalidade em tempo computacional razoável. No entanto, não se pode garantir se essa é a solução ótima ou quão próxima ela está da solução ótima global (CHAVES, 2003).

Para o PCV, segundo Bodin et al. (1983), as heurísticas são classificadas em três categorias: as de construção, as de melhoria, e as compostas (de construção mais melhoramento). As heurísticas de construção buscam, através de regras determinadas, a posição da inserção de vértices na rota em formação, enquanto que as de melhoria buscam, a partir de uma rota inicial já construída, reduzir o comprimento do percurso total.

Meta-heurísticas são procedimentos destinados a encontrar uma boa solução, eventualmente a ótima, consistindo na aplicação, em cada passo, de uma heurística subordinada, a qual tem que ser modelada para cada problema específico (ARENALES et al., 2015). A principal característica das meta-heurísticas é a capacidade que estas possuem de escapar de ótimos locais. Em geral envolvem um conjunto de conceitos que definem métodos heurísticos, fornecendo estratégias e orquestrando as interações entre as orientações de melhoria local, para a construção de um método que funcione para um problema único e que seja capaz de buscar uma região de soluções viáveis, escapando de ótimos locais (LOIOLA; ABREU; BOAVENTURA NETTO, 2004). Essa é considerada uma das mais importantes técnicas para profissionais que atuam com a pesquisa operacional (HILLIER; LIEBERMAN, 2013; GENDREAU; POTVIN, 2010).

Segundo Osman e Laporte (1996), as meta-heurísticas foram o desenvolvimento mais emocionante nas técnicas de otimização nas décadas de 80 e 90. Com essas técnicas foi possível atacar uma variedade de difíceis problemas de otimização combinatória que surgem em muitas áreas práticas. Neste trabalho o autor fornece uma classificação de uma lista abrangente de 1380 referências sobre a teoria e aplicação de meta-heurísticas.

Segundo esses autores, as meta-heurísticas incluem, mas não estão limitadas a programação de lógica de restrição; procedimentos de busca adaptativa aleatória gulosa; computação evolutiva natural; redes neurais; estratégias de

pesquisa não monotônicas; métodos de pesquisa espacial; recozimento simulado; busca tabu; algoritmos de limiar e seus híbridos.

Como exemplos de heurísticas e meta-heurísticas, podemos citar:

- i. Vizinho mais próximo (Bellmore & Nemhauser, 1968).
- ii. Algoritmos Genéticos (Goldberg, 1989);
- iii. Simulated Annealing (Kirkpatrick, Gelatt & Vecchi, 1983);
- iv. Busca Tabu (Glover, 1986);
- v. Greedy Randomized Adaptative Search Procedure (GRASP) (Feo & Resende, 1995);
- vi. Colônia de Formigas (Taillard, 1999);
- vii. Variable Neighborhood Search (VNS) (Mladenovic & Hansen, 1997).

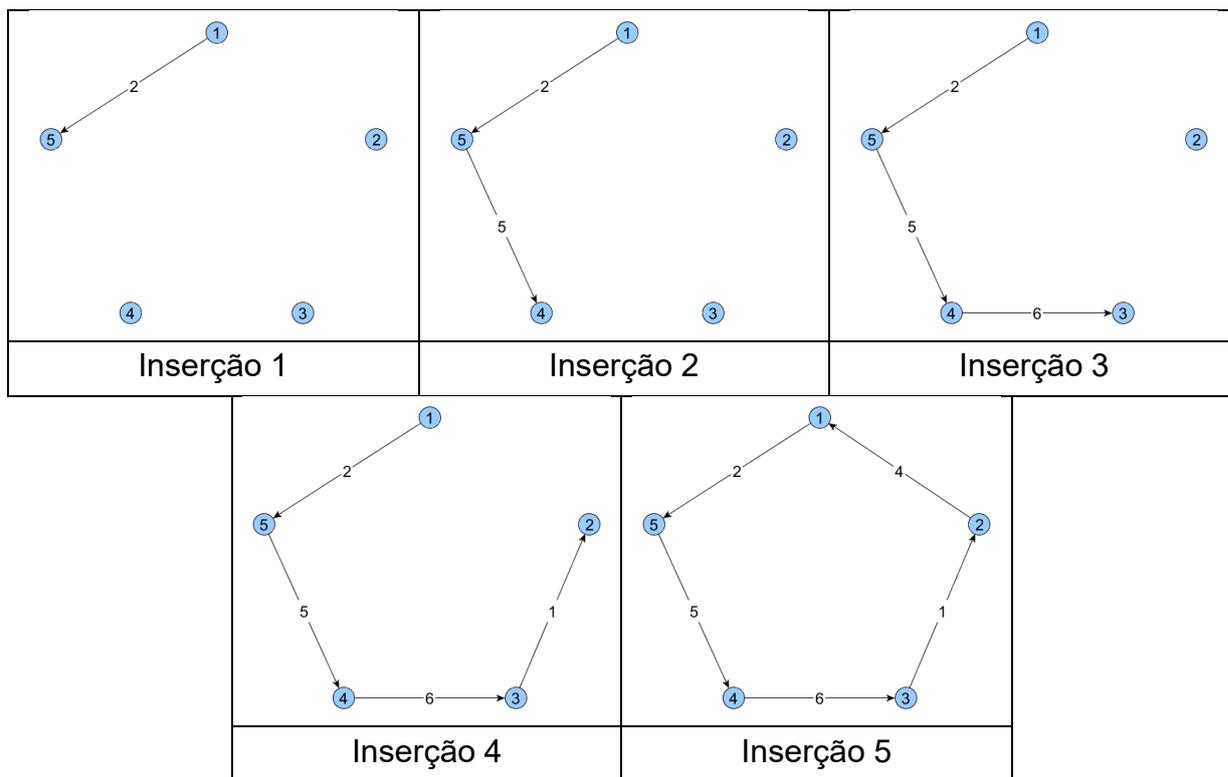
Neste trabalho foram utilizadas a heurística Vizinho Mais Próximo e a meta-heurística Simulated Annealing, descritas a seguir.

2.5.1 Heurística Vizinho Mais Próximo

Proposto por Bellmore & Nemhauser (1968), a heurística do vizinho mais próximo é uma heurística construtiva, ou seja, a cada passo um componente da solução é adicionado (ARENALES et al., 2015). A heurística consiste em, partindo de um vértice inicial do grafo, dirigir-se, a cada passo, ao vértice vizinho de menor custo e que ainda não esteja inserido na solução, repetindo essa operação até que o caminho hamiltoniano esteja estruturado. Esse procedimento completo pode ser repetido n vezes, utilizando a cada iteração um nó diferente do grafo como nó inicial, com o objetivo de minimizar o efeito da escolha do nó. Ao final é escolhida como solução aquela que apresentar menor custo (GOLDBARG; LUNA, 2005).

Resolvendo o algoritmo de Bellmore & Nemhauser para o grafo da Figura 4, tem-se a sequência de inserções da Figura 8.

Figura 8 – Exemplo de aplicação da heurística vizinho mais próximo



Fonte: Autoria própria

Iniciando pelo vértice 1, tem-se como solução o trajeto 1-5-4-3-2-1 e um custo final de 18 unidades de custo.

Por se tratar de uma heurística gulosa, ou seja, “que constrói a solução por meio de uma sequência de decisões, em que cada decisão visa obter uma solução ótima local” (ARENALES et al., 2015, p. 390), o vizinho mais próximo geralmente encontra uma solução ótima local, portanto ela é muito útil para uma abordagem combinada, onde serve como solução inicial a ser melhorada utilizando, por exemplo, uma meta-heurística (ARENALES et al., 2015).

Desta forma, neste trabalho a solução encontrada utilizando a heurística do vizinho mais próximo foi considerada como solução inicial a ser melhorada através da meta-heurística Simulated Annealing, descrita na seção a seguir.

2.5.2 Meta-heurística Simulated Annealing

A meta-heurística Simulated Annealing sugere, como o próprio nome diz, uma simulação do processo físico de recozimento de metais e sua utilização para resolver problemas de otimização combinatória foi proposta por Kirkpatrick, Gelatt & Vecchi (1983). A técnica de annealing é utilizada em metalurgia e ciência dos materiais e consiste em aquecer um material até uma temperatura elevada, no qual o sólido derrete, e depois resfriá-lo lentamente, até que seu enrijecimento seja novamente alcançado. Durante esse processo ocorre uma alteração na estrutura cristalina do metal, onde o objetivo é melhorar as características estruturais e mecânicas desse (COLIN, 2013). Caso o resfriamento não ocorra de forma lenta, o sólido é congelado em uma estrutura localmente ótima e não atinge o estado de energia zero e, conseqüentemente, seu estado ótimo global (ARENALES et al., 2015; AARTS; KORST; VAN LAARHOVEN, 1988, GOFFE, 1994; EGGLESE, 1990).

De forma análoga ao processo físico, a meta-heurística Simulated Annealing parte de uma solução inicial S_0 , que pode ser obtida através de uma heurística construtiva ou até mesmo de forma aleatória, e uma temperatura T_0 . Nessa analogia a solução inicial pode ser comparada ao estado líquido do metal e a temperatura inicial à temperatura em que esse metal derrete.

Considerando um problema de minimização de uma função $f(S)$, a cada iteração k uma temperatura T_k é determinada utilizando um fator de resfriamento $0 < \alpha < 1$. Então uma nova solução S' é encontrada realizando-se movimentos de vizinhança através de procedimentos de permutação. Caso $\delta = f(S') - f(S)$ seja negativo, a solução S' é aceita, caso contrário essa solução, mesmo sendo pior, poderá ser aceita com probabilidade $\exp\left(\frac{-\delta}{T_k}\right)$. Em cada temperatura são realizadas N_k iterações onde em cada iteração, uma nova solução é encontrada. Esse procedimento é realizado até que a temperatura atinja uma temperatura final ou de congelamento T_c , e quanto mais próximo dessa temperatura, menor será a probabilidade do algoritmo aceitar movimentos ruins (ARENALES et al., 2015).

Em geral, um método de busca local de descida troca a solução atual por outra solução melhor na vizinhança considerada, portanto apresenta o risco de

estacionar num mínimo local. A possibilidade de aceitar, de forma controlada, movimentos que pioram a solução corrente faz com que o Simulated Annealing escape de ótimos locais (ARENALES et al., 2015).

A Figura 9 apresenta o algoritmo geral do Simulated Annealing para um problema de minimização.

Figura 9 - Algoritmo geral do Simulated Annealing

```

procedimento SA ( $f(\cdot), N(\cdot), \alpha, SA_{max}, T_0, S$ )
   $S^* \leftarrow S$       {Melhor solução obtida até então}
   $IterT \leftarrow 0$   {Número de iterações na temperatura  $T$ }
   $T \leftarrow T_0$    {Temperatura corrente}
  enquanto ( $T > T_c$ )
    enquanto ( $IterT < SA_{max}$ ) faça
       $IterT \leftarrow IterT + 1$ 
      Gerar um vizinho  $S'$  aleatoriamente na vizinhança de  $S$ 
       $\Delta = f(S') - f(S)$ 
      se ( $\Delta < 0$ ) então
         $S \leftarrow S'$ 
        se ( $f(S') < f(S^*)$ ) então  $S^* \leftarrow S'$ 
      senão
        Tome  $x \in [0,1]$ 
        se ( $x < e^{-\Delta/T}$ ) então
           $S = S'$ 
      fim-se
    fim-enquanto
     $T = T \times \alpha$ 
     $IterT = 0$ 
  fim-enquanto
  retorne  $S$ 
fim-procedimento

```

Fonte: Adaptado de Araujo (2001)

Os parâmetros utilizados no algoritmo são:

- i. Temperatura inicial (T_0);
- ii. Fator de resfriamento (α);
- iii. Temperatura final ou de congelamento (T_c);
- iv. Número máximo de iterações a cada temperatura (SA_{max});

- v. Procedimentos de permutação ou busca local.

A definição dos parâmetros é relativa a cada problema, não existindo uma fórmula única, porém existem algumas diretrizes e métodos para determinar esses parâmetros. Johnson et al. (1989) realizaram uma série de simulações com o intuito de otimizar a definição dos parâmetros e descrevem algumas diretrizes (COLIN, 2013):

- i. O valor de α deve ser grande o suficiente para permitir que temperatura diminua de forma lenta e o comprimento da simulação seja longo;
- ii. Iniciar com uma boa solução que usa algum conhecimento é sempre preferível que iniciar com uma solução aleatória;
- iii. Em altas temperaturas quase todos os movimentos são aceitos, portanto não é necessário se gastar muito tempo nelas;
- iv. Além do problema em questão, a parametrização depende também do tipo e do tamanho da instância que está sendo considerada.

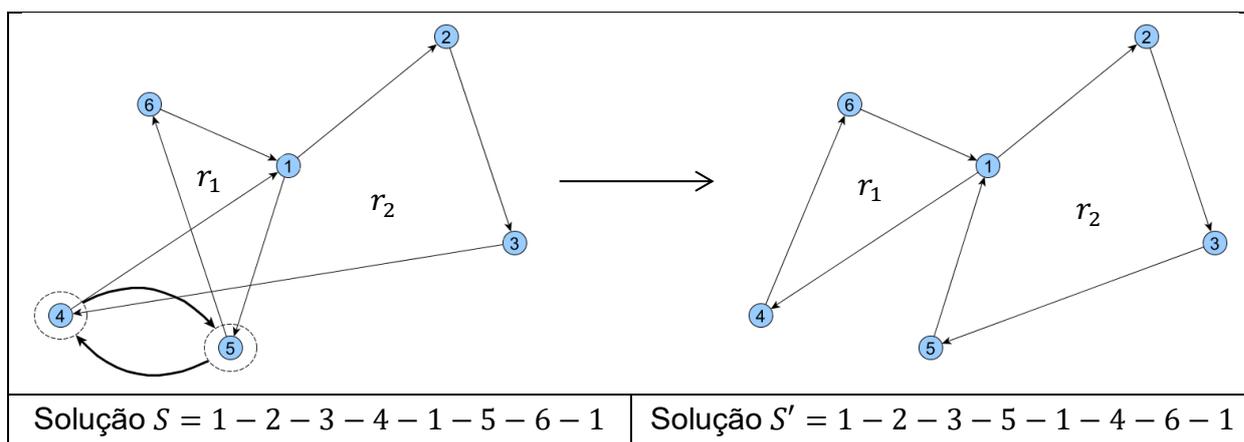
2.6 MÉTODOS DE BUSCA LOCAL

Para a melhoria de rotas frequentemente são utilizados procedimentos de permutação de vértices ou de arcos. Essas são as técnicas mais simples e mais comuns dentre os procedimentos de busca local, onde dada uma solução S , é obtido, através de troca de vértices ou arcos, um vizinho S' desta solução. Assim, define-se uma vizinhança de S como sendo o conjunto de todas as configurações $S' \in N(S)$ que podem ser obtidas pela aplicação de um procedimento de permutação a partir de S (ARAÚJO, 2001).

Os movimentos podem ocorrer inter-rota, em que procura-se melhorar a solução através de movimentos entre as rotas presentes na solução corrente, ou intrarrota, em que esses movimentos ocorrem dentro de uma mesma rota (LIMA; ASSIS; VIVAS, 2012). Para o presente trabalho foram considerados movimentos de troca de vértice (swap), transferência de vértice (shift) e troca de arestas (k-opt), descritos a seguir.

- i. Swap (1,1): Movimento inter-rota onde ocorre a troca de um vértice de uma rota por um vértice de uma rota diferente. Na Figura 10, o vértice 5 de uma rota r_1 é trocado com o vértice 4 de uma rota r_2 .

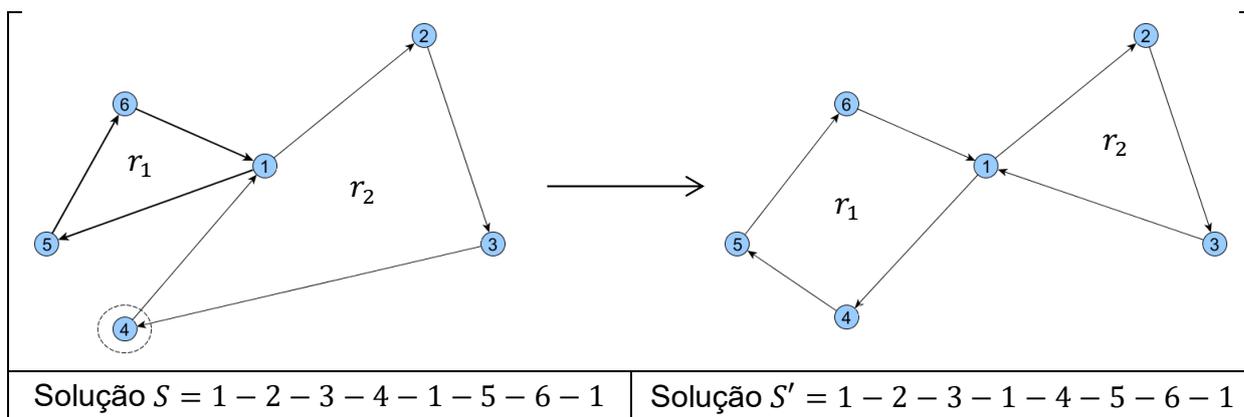
Figura 10 – Movimento inter-rota Swap (1,1)



Fonte: Autoria própria

- ii. Shift (1,0): Movimento inter-rota onde um vértice de uma rota é transferido para uma rota diferente. Na Figura 11 o vértice 4 de uma rota r_1 é transferido para uma rota r_2 .

Figura 11 – Movimento inter-rota Shift (1,0)

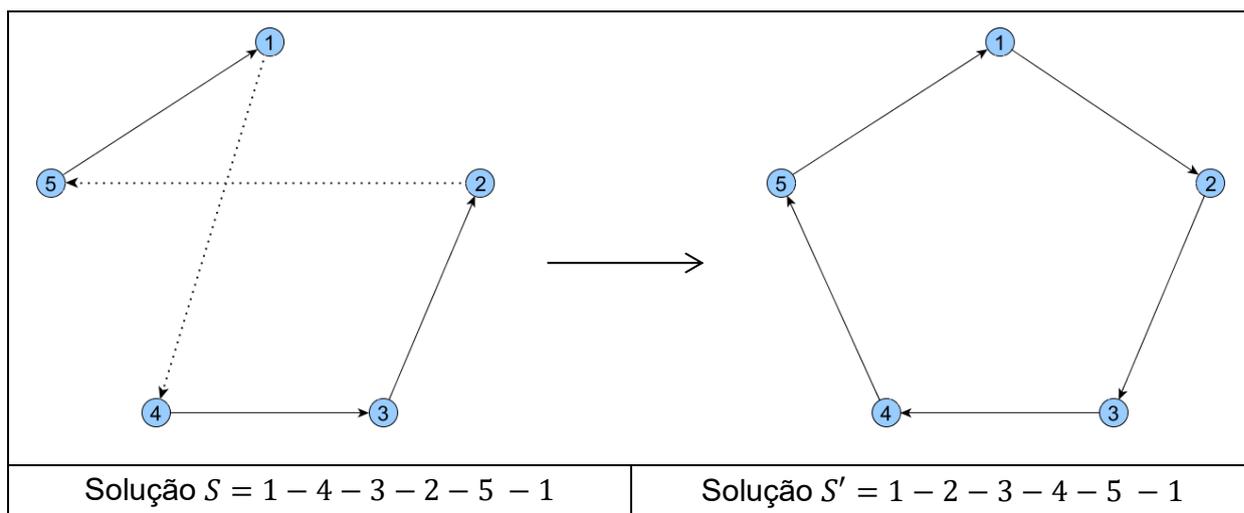


Fonte: Autoria própria

- iii. 2-opt: Movimento intrarota onde duas arestas não adjacentes, ou seja, que não são vizinhas, (i_1, j_1) e (i_2, j_2) são removidas e duas arestas (i_1, j_2) e

(i_2, j_1) são adicionadas. Essa é considerada a melhor e mais efetiva heurística de mudança de arcos para melhoramento de rota (ARAUJO, 2001). Na Figura 12 as arestas $(1,4)$ e $(2,5)$ são removidas e as arestas $(1,2)$ e $(4,5)$ são adicionadas.

Figura 12 – Movimento intrarota 2-opt



Fonte: Autoria própria

A perturbação ocasionada pelas permutações faz com que exista diversificação dentro da solução e mudança do ótimo local atual (ÁLVAREZ; MUNARI, 2016). A heurística aplicada nesse trabalho realiza de forma aleatória as permutações de vértices e arestas dentro do Simulated Annealing.

3 MÉTODO PROPOSTO

Neste capítulo é abordada a caracterização do problema considerado e o detalhamento do método proposto para a sua resolução. Inicialmente será explicada a metodologia para a coleta de dados, a construção da solução inicial e por fim os procedimentos de melhoria da solução.

3.1 CONTEXTUALIZAÇÃO E CARACTERIZAÇÃO DO PROBLEMA

O problema em estudo neste trabalho aborda a aplicação de um método meta-heurístico para o problema de roteirização em uma empresa de outsourcing de impressão. Essa empresa trabalha com soluções e serviços de infraestrutura de tecnologia da informação, fornecendo assistência técnica diretamente no local onde se encontra o cliente. O principal serviço oferecido pela empresa é o outsourcing de impressão, onde ocorre a locação de equipamentos e o gerenciamento de cópias e impressões.

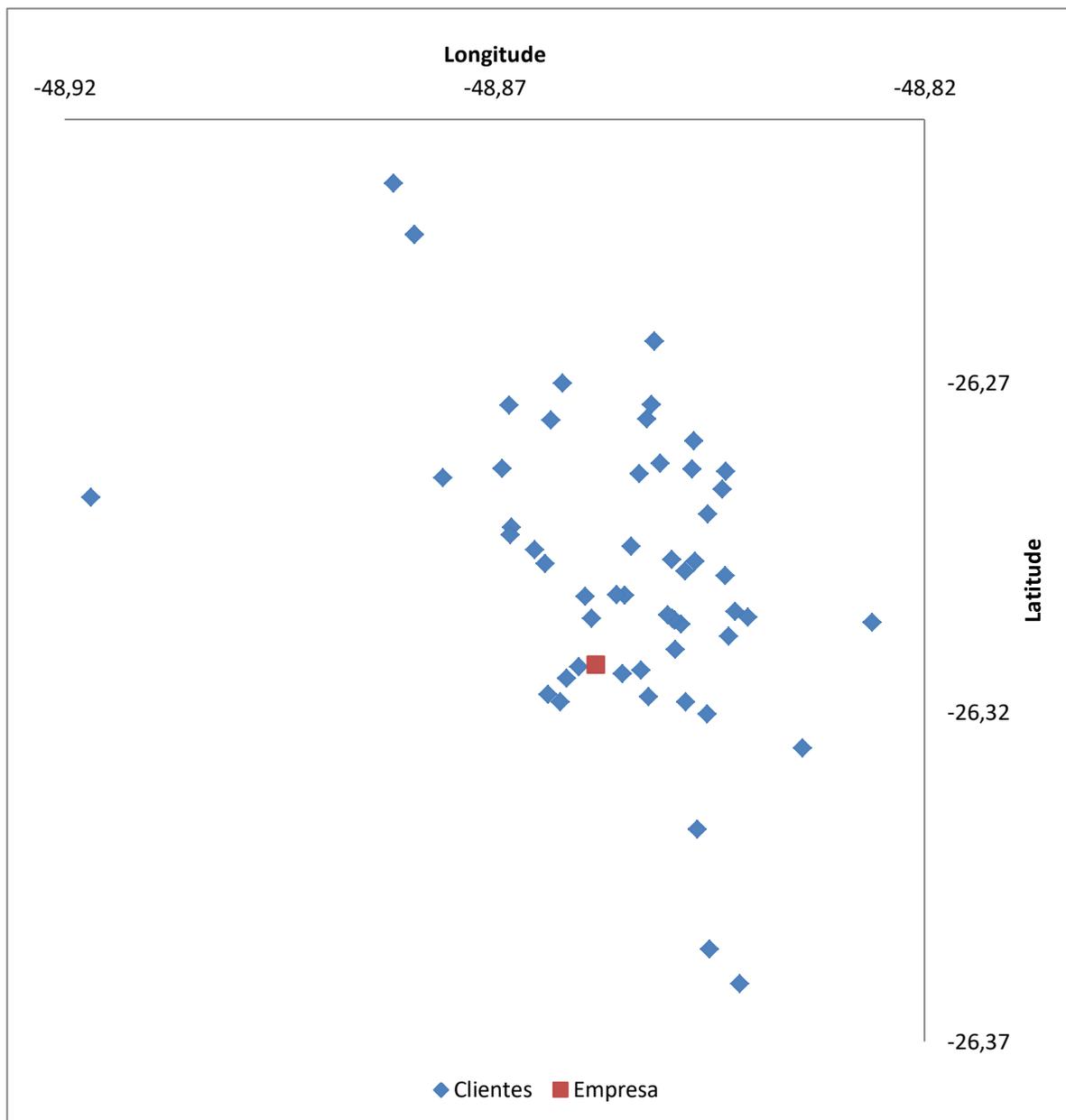
Para o gerenciamento de cópias e impressões, todo início de mês são realizadas as leituras nas máquinas para verificar quantas impressões foram feitas. A maior parte das máquinas está conectada a um sistema que realiza estas leituras automaticamente, porém algumas ainda são incompatíveis com o sistema, havendo a necessidade de que um funcionário realize as leituras pessoalmente.

Ao todo são 55 clientes que precisam ser visitados para que o técnico faça a leitura e, então, passe os dados para o setor financeiro. Atualmente, para realizar todas estas leituras a empresa demora entre três dias e meio e quatro dias, ou seja, são realizadas entre sete e oito rotas distintas, considerando que o técnico retorna à empresa no intervalo entre turnos. A visitação dos clientes é feita sem uma rota pré-definida, onde o técnico determina de forma intuitiva para qual cliente ele deve se locomover.

A distância percorrida e o tempo utilizado para os deslocamentos estão atrelados aos custos operacionais e por isso se torna importante a otimização da rota a ser realizada pelo técnico. Para tal, a empresa disponibilizou a lista de clientes

para que a coleta de dados fosse realizada. A disposição espacial dos clientes pode ser observada na Figura 13, de acordo com latitude e longitude de cada ponto.

Figura 13 – Distribuição espacial dos clientes



Fonte: Autoria própria

Devido o elevado número de clientes que necessitam do controle manual de cópias não é possível realizar todas as visitas em um único dia. Portanto o problema é caracterizado por conter restrições de jornada máxima de trabalho e necessidade de pausa para intervalo de almoço, ou seja, cada rota possui um tempo máximo de

execução. Para que essas restrições sejam respeitadas, o tempo máximo em rota foi fixado em 240 minutos, pois se considera oito horas de jornada de trabalho divididas em quatro horas no período da manhã e quatro horas no período da tarde. A cada visita, o técnico leva em média 20 minutos para realização do procedimento de coleta de dados. As características do problema estão apresentadas no Quadro 2.

Quadro 2 - Características do problema

Número de clientes	55
Tempo máximo de rota (min)	240
Tempo médio de serviço (min)	20
Cenário atual: número de rotas realizadas	8

Fonte: Autoria própria

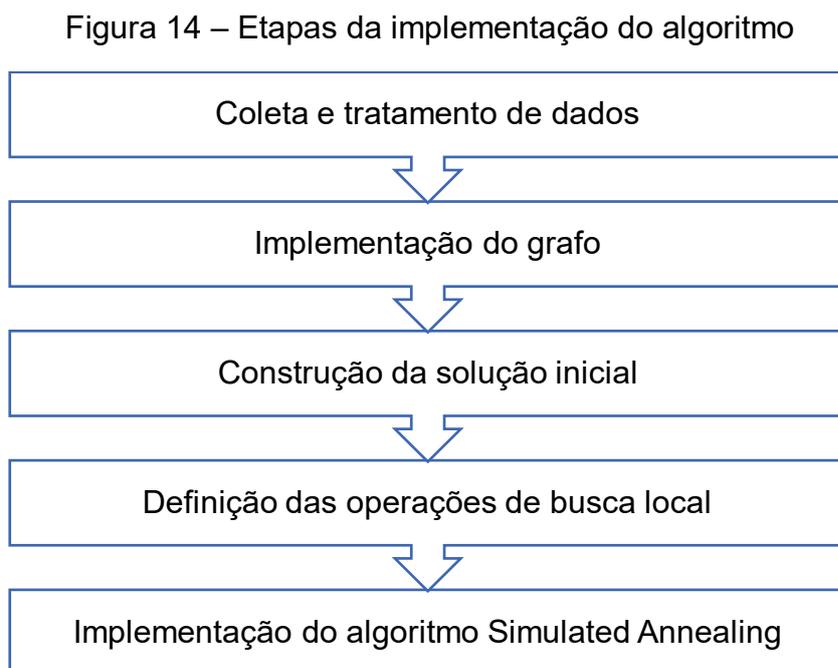
Como as visitas são para prestação de serviço, a capacidade do veículo não precisa ser considerada. Portanto, o grafo do problema de roteirização a ser resolvido neste trabalho possui um total de 56 vértices, sendo um deles a empresa, e as seguintes características:

- i. O grafo é classificado como completo;
- ii. Para cada par de vértices (v_i, v_j) , existe uma aresta a_{ij} e uma aresta a_{ji} ;
- iii. Cada aresta possui dois custos associados, distância d_{ij} e tempo de viagem t_{ij} ;
- iv. A matriz de distâncias e tempos de viagem a é assimétrica, ou seja, $d_{ij} \neq d_{ji}$ e $t_{ij} \neq t_{ji}$.

Assim sendo, o objetivo do problema de roteirização deste trabalho visa encontrar o conjunto de rotas de menor distância, respeitando a restrição de tempo máximo de rota, que deverá levar em consideração o tempo de deslocamento do veículo entre cada cliente, somado ao tempo de prestação de serviço em cada cliente.

3.2 ESTRATÉGIA DE SOLUÇÃO

Neste trabalho foi utilizado um algoritmo baseado na meta-heurística Simulated Annealing que seguirá os passos apresentados na Figura 14.



Fonte: Autoria própria

A implementação do modelo foi realizada em linguagem de programação C/C++. A seguir será detalhada cada uma das etapas consideradas no algoritmo proposto.

3.2.1 Coleta e tratamento de dados

Devido o elevado número de pontos a serem visitados, foi necessária a busca por um método de rápido cálculo das distâncias e tempos de viagem entre todos os vértices, pois a consulta manual de um total de 3136 arestas se torna inviável.

Portanto, para a construção da matriz de distâncias e tempos de viagem foi utilizado o software livre GeodesiX. Esse é um suplemento para Microsoft Excel®

que permite realizar geocodificação, exibir mapas e calcular distâncias e tempos de viagem dentro do Excel®, através de uma conexão entre esse e o Geocoding API do Google Maps™ (GEODESIX, 2017). Com ele foi possível realizar de forma computacional o cálculo da matriz de distâncias rodoviárias e da matriz de tempos de viagem.

3.2.1.1 Matriz de distâncias e tempo de viagem

Para o cálculo da matriz de distâncias rodoviárias e da matriz de tempos de viagem, primeiramente foi realizada a coleta das coordenadas geográficas de cada ponto a ser visitado. Essas coordenadas foram então dispostas em uma planilha, nomeada Matriz, no formato origem/destino, contendo em cada célula a coordenada geográfica do ponto de partida e a coordenada geográfica do ponto de destino, conforme exemplo da Figura 15.

Figura 15 – Planilha Matriz

	A	B	C	D
1	P1			
2	P1	0	-26.31285,-48.85818;-26.30556,-48.84054	-26.31285,-48.85818;-26.30665,-48.84831
3	P2	-26.30556,-48.84054;-26.31285,-48.85818	0	-26.30556,-48.84054;-26.30665,-48.84831
4	P3	-26.30665,-48.84831;-26.31285,-48.85818	-26.30665,-48.84831;-26.30556,-48.84054	0

Fonte: Autoria própria

Quando o ponto de origem e o ponto de destino são os mesmos a célula recebe apenas o número 0, pois não há distância ou tempo a ser calculado. Em uma nova tabela é então aplicada a função Travel, disponível através do suplemento GeodesiX. Utilizando os dados de cada célula da planilha Matriz, esta função é capaz de calcular a distância e tempo de viagem entre cada ponto buscando dados do Google Maps™.

A função Travel é definida com os parâmetros *Travel (Request, Start, Finish, Mode)*, em que:

- i. *Request*: Informação requerida, podendo ser “*distance*” ou “*duration*”;

- ii. *Start*: Local de origem;
- iii. *Finish*: Local de destino;
- iv. *Mode*: Modo de transporte utilizado, podendo ser “*driving*”, “*walking*” ou “*bicycling*”.

A função é então aplicada em duas planilhas. A primeira, nomeada *Matriz_Distancia*, utiliza a função *Travel* para requisitar a distância entre as coordenadas da planilha *Matriz*, utilizando o modo rodoviário, conforme exemplo da Figura 16.

Figura 16 – Planilha de cálculo das distâncias rodoviárias

		fx =SE(\$A2=B\$1;0;Travel("DISTANCE";ESQUERDA(Matriz!B2;19);DIREITA(Matriz!B2;19);"DRIVING"))		
	A	B	C	D
1		P1	P2	P3
2	P1	0	2704	1371
3	P2	3650	0	2544
4	P3	1930	1300	0

Fonte: Autoria própria

A função *Travel* retorna o valor em metros. Da mesma forma, a segunda tabela, nomeada *Matriz_Tempo*, utiliza a função *Travel* para determinar a duração de viagem em horas entre as coordenadas da planilha *Matriz*, utilizando o modo rodoviário, conforme Figura 17.

Figura 17 – Planilha de cálculo da duração de viagem pelo modo rodoviário

		fx =SE(\$A2=B\$1;0;Travel("DURATION";ESQUERDA(Matriz!B2;19);DIREITA(Matriz!B2;19);"DRIVING"))		
	A	B	C	D
1		P1	P2	P3
2	P1	0	00:06:39	00:02:45
3	P2	00:11:04	0	00:07:32
4	P3	00:04:42	00:05:01	0

Fonte: Autoria própria

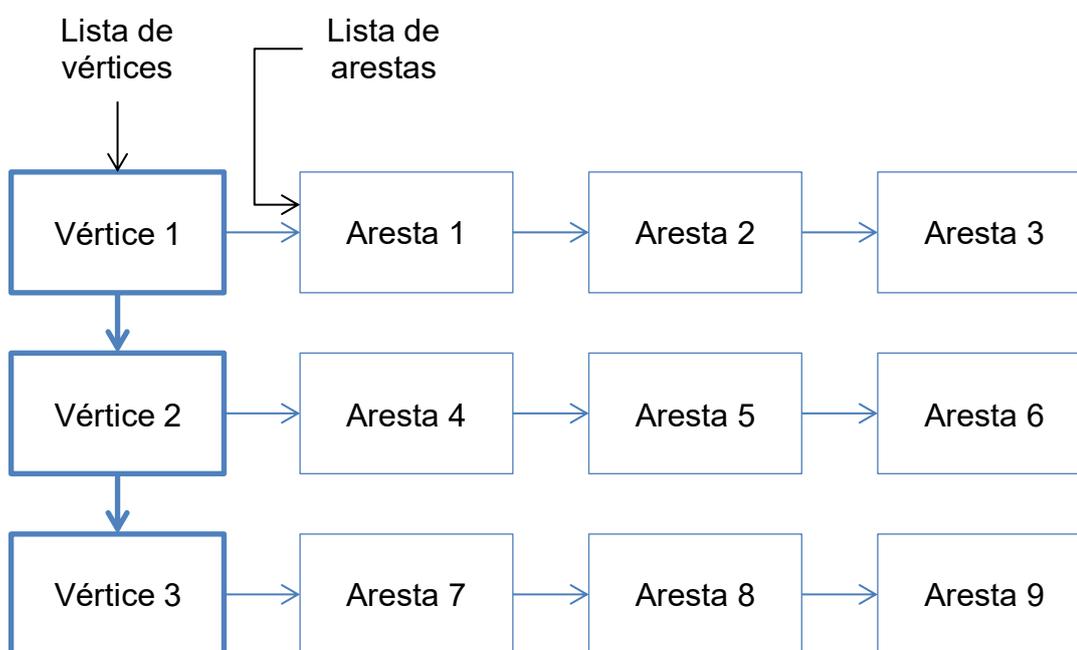
Para evitar solicitações desnecessárias de cálculo, foi empregada a função condicionante *SE*, que apenas aplica a função *Travel* se o indicador do ponto de origem é diferente do indicador do ponto de destino. Caso os indicadores sejam iguais, retorna o valor zero.

O cálculo dos tempos de viagem foi realizado considerando fluxo normal de veículos, ou seja, desconsidera horário de pico, obras, eventualidades ou qualquer outro fator que possa influenciar no tempo de viagem.

3.2.2 Implementação do grafo

A construção do grafo foi realizada utilizando listas encadeadas, conforme exemplo da Figura 18, devido sua eficiência computacional, economia de memória de armazenamento e facilidade de acesso aos dados durante a aplicação dos métodos heurísticos e meta-heurísticos (GOLDBARG; LUNA, 2005).

Figura 18 – Esquema do grafo através de listas encadeadas



Fonte: Autoria própria

Na representação por listas encadeadas, a matriz é construída sendo, inicialmente, inseridos os vértices do grafo no formato de lista, onde cada elemento possui os seguintes parâmetros:

- i. Código: Valor do tipo inteiro que varia de 1 a 56, sendo 1 o ponto de partida e chegada do problema;
- ii. Latitude: Valor do tipo double;
- iii. Longitude: Valor do tipo double;

A partir de cada vértice são identificadas as arestas que ligam o vértice de referência a todos os outros vértices do grafo. Essas arestas assumem os seguintes parâmetros:

- i. Código: Valor inteiro que varia de 1 a 3136, considerando se tratar de uma matriz $M_{56 \times 56}$;
- ii. Vértice inicial: Valor do tipo inteiro que varia de 1 a 56;
- iii. Vértice final: Valor do tipo inteiro que varia de 1 a 56;
- iv. Distância: Valor tipo float que identifica a distância entre o vértice inicial e o final;
- v. Tempo de viagem: Valor tipo float que identifica o tempo de viagem entre o vértice inicial e o final.

3.2.3 Construção da solução inicial

Na sequência das etapas do algoritmo, depois de modelado o grafo é necessário encontrar uma solução inicial viável. Para esse trabalho foram definidos dois métodos distintos para obtenção da solução inicial, a fim de analisar o comportamento do algoritmo Simulated Annealing quando submetido a diferentes soluções iniciais, pois se acredita que ao iniciar o SA com soluções de menor custo, aumenta-se a probabilidade de se atingir melhores soluções.

A primeira abordagem considerada, que neste trabalho será identificada como VMP, foi utilizando uma adaptação do método do vizinho mais próximo, já explicado na seção 2.5.1, e a segunda, identificada por PCV, é uma heurística que utiliza uma adaptação da resolução exata do PCV.

3.2.3.1 Método heurístico do vizinho mais próximo (VMP)

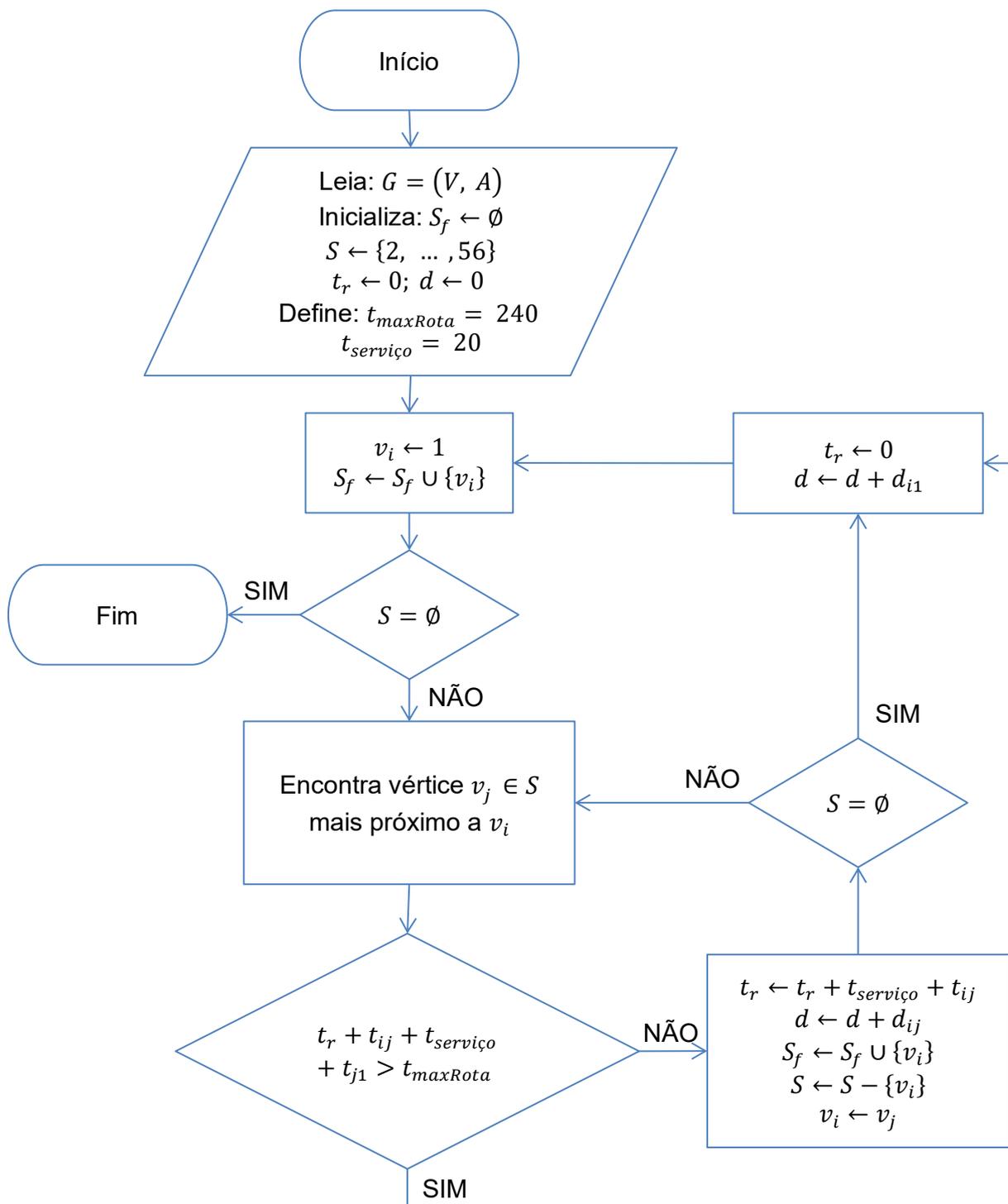
No VMP, a empresa é definida como o vértice 1 e é o ponto de partida do método. Então partindo de um vértice v_i , que representa um vértice de partida, é identificado o vértice v_j mais próximo e que ainda não foi visitado, representando um vértice de destino.

Em seguida é analisado se a soma do tempo de viagem já realizada, com o tempo necessário para realizar o percurso de v_i até v_j , o tempo de realização do serviço, definido em 20 min, e o tempo de retorno de v_j até a empresa ultrapassa o limite máximo de tempo de rota, definido em 240 min. Esse cálculo é necessário para que, quando o tempo máximo for atingido, o veículo obrigatoriamente retorne à empresa.

Na sequência do algoritmo, caso o tempo máximo seja extrapolado, o vértice v_j não é aceito e o vértice 1 é inserido na rota (veículo retorna à empresa), a distância percorrida e o tempo de viagem são atualizados, e v_i é atualizado para o vértice 1. Caso não, o vértice v_j é aceito e inserido na rota, a distância percorrida e o tempo de viagem são atualizados, e $v_i \leftarrow v_j$. Esse procedimento é repetido até que todos os vértices tenham sido visitados.

A lógica computacional desenvolvida é apresentada no fluxograma da Figura 19, em que $G = (V, A)$ é o grafo, S_f representa a solução final (conjunto de subrotas), S representa o conjunto de vértices que ainda não foram inseridos na solução final, t_r representa o tempo total de rota, d representa a distância total percorrida em todas as rotas, $t_{serviço}$ é o tempo necessário para realização do serviço, $t_{maxRota}$ é o tempo máximo de rota, v_i é o vértice de partida, v_j é o vértice de destino, t_{ij} é o tempo para percorrer a aresta (i, j) e d_{ij} é a distância da aresta (i, j) .

Figura 19 – Fluxograma do VMP

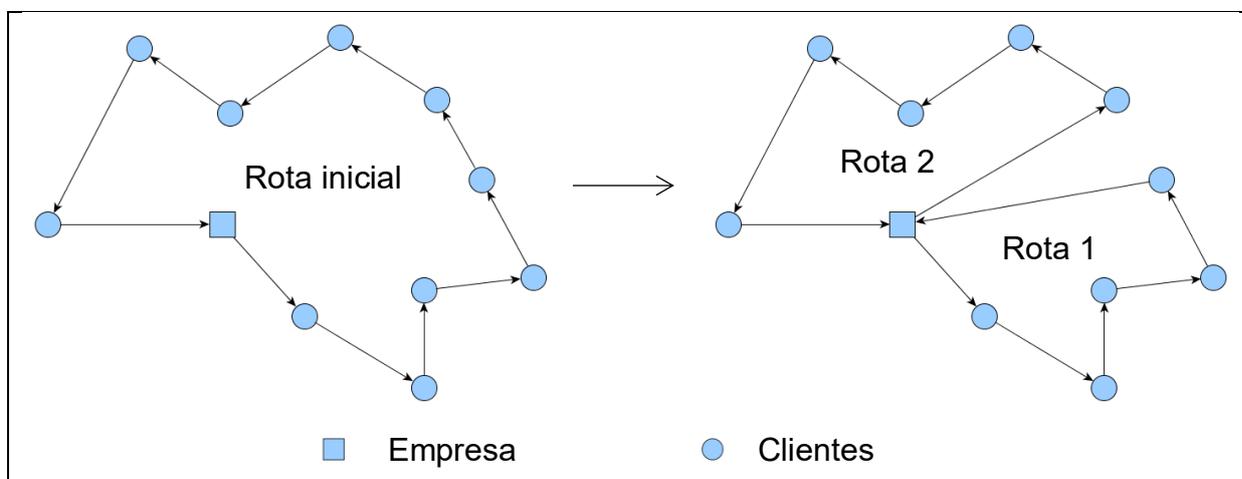


Fonte: Autoria própria

3.2.3.2 Método heurístico PCV adaptado (PCV)

No PCV, foi utilizada uma abordagem em que, primeiramente foi resolvido o modelo exato para o problema do caixeiro viajante, onde a restrição de tempo é ignorada, ou seja, o veículo realiza o percurso visitando todos os clientes em uma mesma viagem e retornando à empresa somente após visitar o último cliente. Esse foi resolvido em linguagem AMPL utilizando o solver GUROBI, disponível no site NEOS server. Mais detalhes sobre a utilização do solver pode ser encontrada em Palomares (2016). Em seguida, a solução encontrada foi alterada de forma a torná-la factível, considerando os limites de tempo máximo em rota, fazendo com que a solução que era inicialmente constituída por apenas uma rota, fosse transformada em várias rotas a fim de obedecer à restrição de tempo, conforme exemplo da Figura 20.

Figura 20 – Transformação do PCV em roteirização com tempo máximo em rota



Fonte: Autoria própria

Para transformar a solução do PCV em uma solução factível, iniciando do primeiro vértice da solução do PCV, calcula-se o tempo de viagem até o próximo vértice somado ao tempo de serviço, realizando esse procedimento até que o tempo total na rota seja menor ou igual ao tempo máximo em rota.

3.2.4 Definição das operações de busca local

As operações de permutação ou busca local são responsáveis por encontrar a melhor solução dentro de um espaço de soluções através de movimentos específicos, que servem de base para muitos métodos heurísticos e meta-heurísticos. Neste trabalho foi utilizado estruturas de vizinhança inter-rotas e intra-rota. Essas operações de busca de vizinhança, Shift(1,0), Swap(1,1) e 2-opt, já foram descritas na seção 2.6.

As operações Shift e Swap são estruturas de vizinhança inter-rotas. Nessas operações é necessário a escolha de duas rotas distintas para realizar as permutações, que são escolhidas de forma aleatória pelo algoritmo. Na operação Shift, um vértice de cada ciclo é escolhido, também de forma aleatória, e esses são trocados. Na operação Swap, um vértice de um ciclo e uma posição de outro ciclo são escolhidos, de forma aleatória, e o vértice é inserido na posição escolhida.

A operação 2-opt é uma estrutura de vizinhança intrarota. Nessa operação apenas uma rota é escolhida de forma aleatória pelo algoritmo. Dessa rota, duas arestas não adjacentes são escolhidas, também de forma aleatória, para serem excluídas e então duas novas arestas, diferentes das anteriores, são inseridas à nova solução.

Dentro do algoritmo Simulated Annealing, uma dessas três operações é escolhida de forma aleatória. A solução encontrada é então analisada quanto sua viabilidade e, enquanto a solução não for viável, o processo de escolha de vizinhança é repetido. Por solução viável, entende-se uma solução que respeite à restrição de tempo máximo em rota.

3.2.5 Implementação do algoritmo Simulated Annealing

A implementação do algoritmo SA foi baseada no modelo já apresentado na seção 2.5.2. Para tal, foi necessária a definição dos parâmetros que compõe o algoritmo, que são:

- i. Temperatura inicial (T_0);
- ii. Fator de decréscimo da função de temperatura (α);
- iii. Número máximo de iterações em cada temperatura (SA_{max});
- iv. Valor final para a temperatura, ou seja, critério de parada (T_c).

A parametrização da meta-heurística Simulated Annealing é definida para cada problema específico e, em geral, só podem ser determinados através de experimentação. O primeiro parâmetro a ser estabelecido é a temperatura inicial.

Para calcular a temperatura inicial que será utilizada para aplicar o SA, considerou-se o procedimento descrito conforme algoritmo da Figura 21, que define a temperatura inicial através de simulação.

Figura 21 – Algoritmo determinação temperatura inicial

```

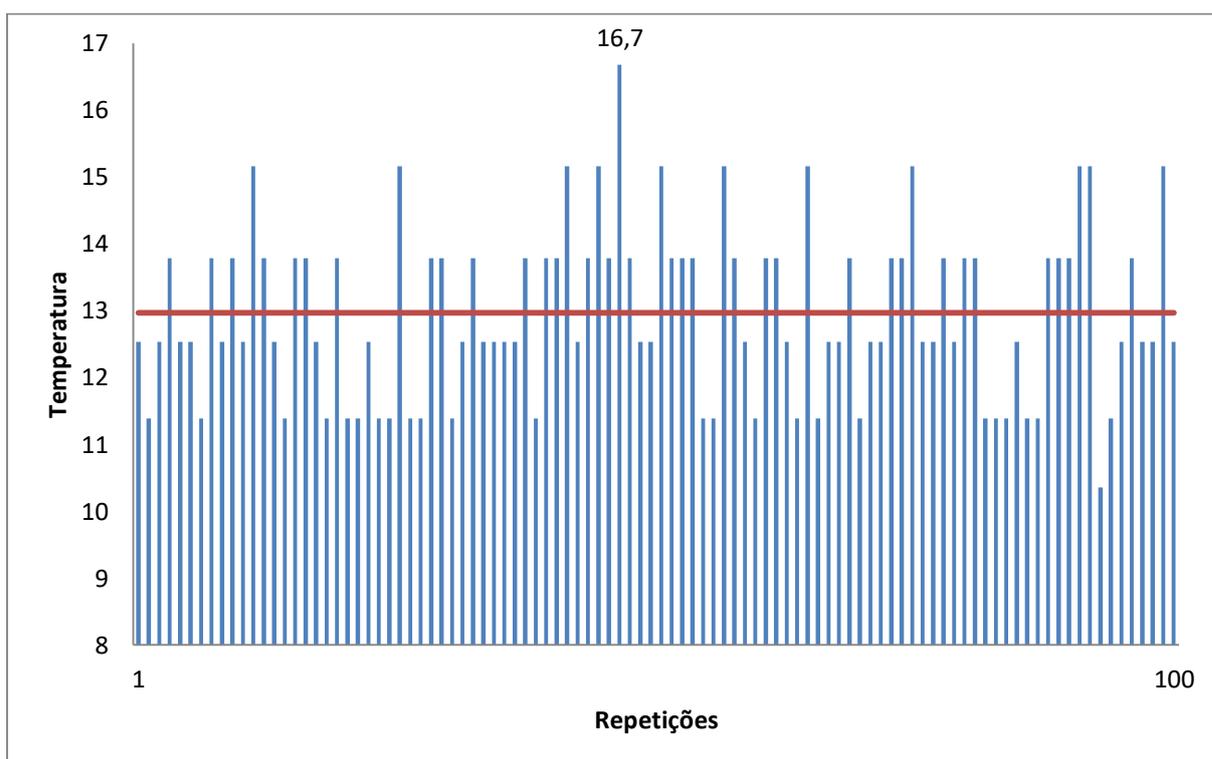
procedimento Temperaturalnicial ( $\beta, \gamma, SA_{max}, T_0, S$ )
  Continua  $\leftarrow$  TRUE
   $T \leftarrow T_0$       {Temperatura corrente}
  enquanto (Continua) faça
    Aceitos  $\leftarrow$  0 {Vizinhos aceitos na temperatura  $T$ }
    para  $IterT = 1$  até  $SA_{max}$  faça
      Gerar um vizinho  $S'$  aleatoriamente na vizinhança  $S$ 
       $\Delta = f(S') - f(S)$ 
      se ( $\Delta < 0$ ) então
        Aceitos  $\leftarrow$  Aceitos + 1
      senão
        Tome  $x \in [0,1]$ 
        se ( $x < e^{-\Delta/T}$ ) então
          Aceitos  $\leftarrow$  Aceitos + 1
        fim-se
      fim-para
      se (Aceitos  $\geq \gamma \times SA_{max}$ )
        então Continua  $\leftarrow$  FALSE
        senão  $T = T \times \beta$ 
      fim-se
    fim-enquanto
  retorne  $T$ 
fim-procedimento

```

O algoritmo parte de uma solução inicial S e uma temperatura inicial T_0 baixa. São realizadas SA_{max} iterações nessa temperatura e, se o número de vizinhos aceitos for alta ($\gamma = 90\%$), então retorna a temperatura corrente como a temperatura inicial do SA. Caso contrário, é aplicado um fator de acréscimo β na temperatura. Esse processo é repetido até que se tenha uma temperatura alta suficiente para aceitar um elevado número de movimentos de vizinhança (EGLESE, 1990).

Para o presente trabalho, partiu-se de uma temperatura inicial $T_0 = 0,001$ e foram realizadas $SA_{max} = 100$ iterações em cada temperatura. Para os fatores de soluções aceitas e fator de decréscimo foram utilizados os valores $\gamma = 0,9$ e $\beta = 1,1$. As simulações foram repetidas 100 vezes para as duas soluções iniciais definidas na seção 3.2.3, VMP e PCV, e os resultados obtidos são apresentados a seguir.

Gráfico 1 – Simulação de temperatura inicial VMP

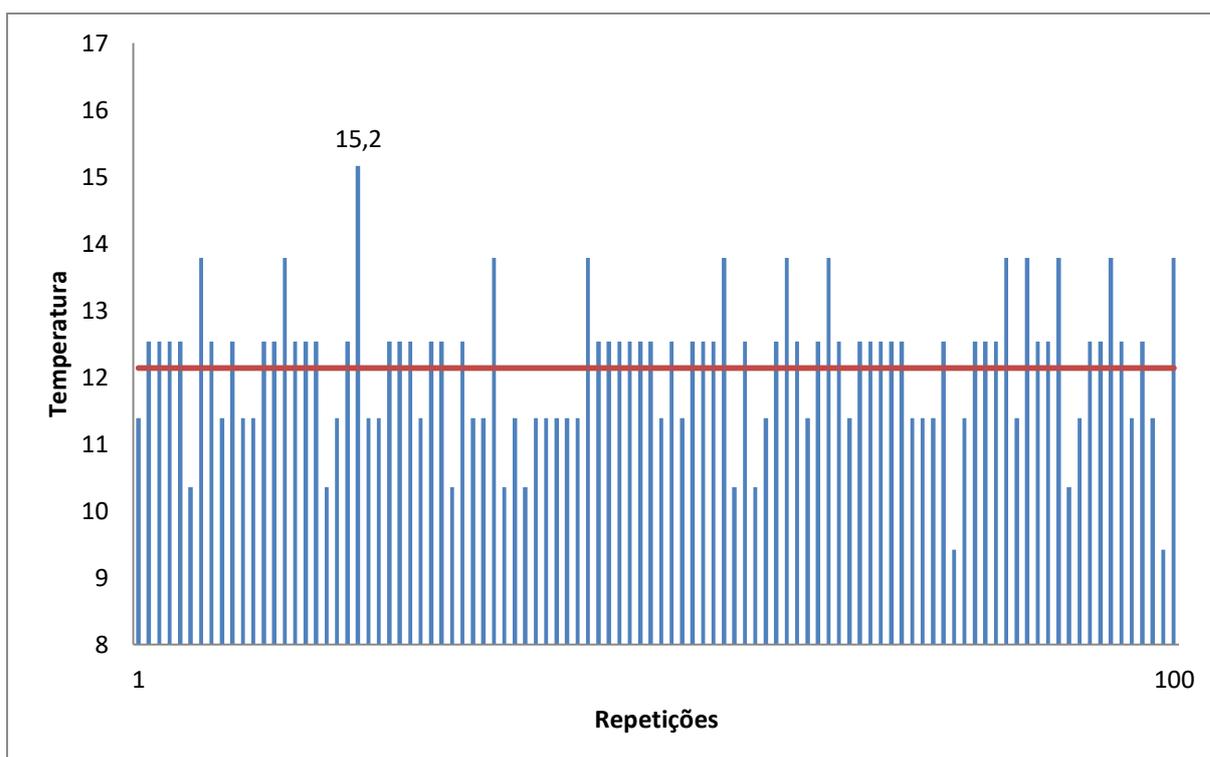


Fonte: Autoria própria

O Gráfico 1 apresenta o resultado das simulações para determinação da temperatura inicial, utilizando como solução inicial a obtida pelo VMP. A simulação

foi repetida cem vezes para que fosse encontrada a maior temperatura dentre todas as soluções. Nesse caso verifica-se que a maior temperatura encontrada foi de 16,7 e o valor médio das temperaturas ficou em 12,9.

Gráfico 2 – Simulação de temperatura inicial PCV



Fonte: Autoria própria

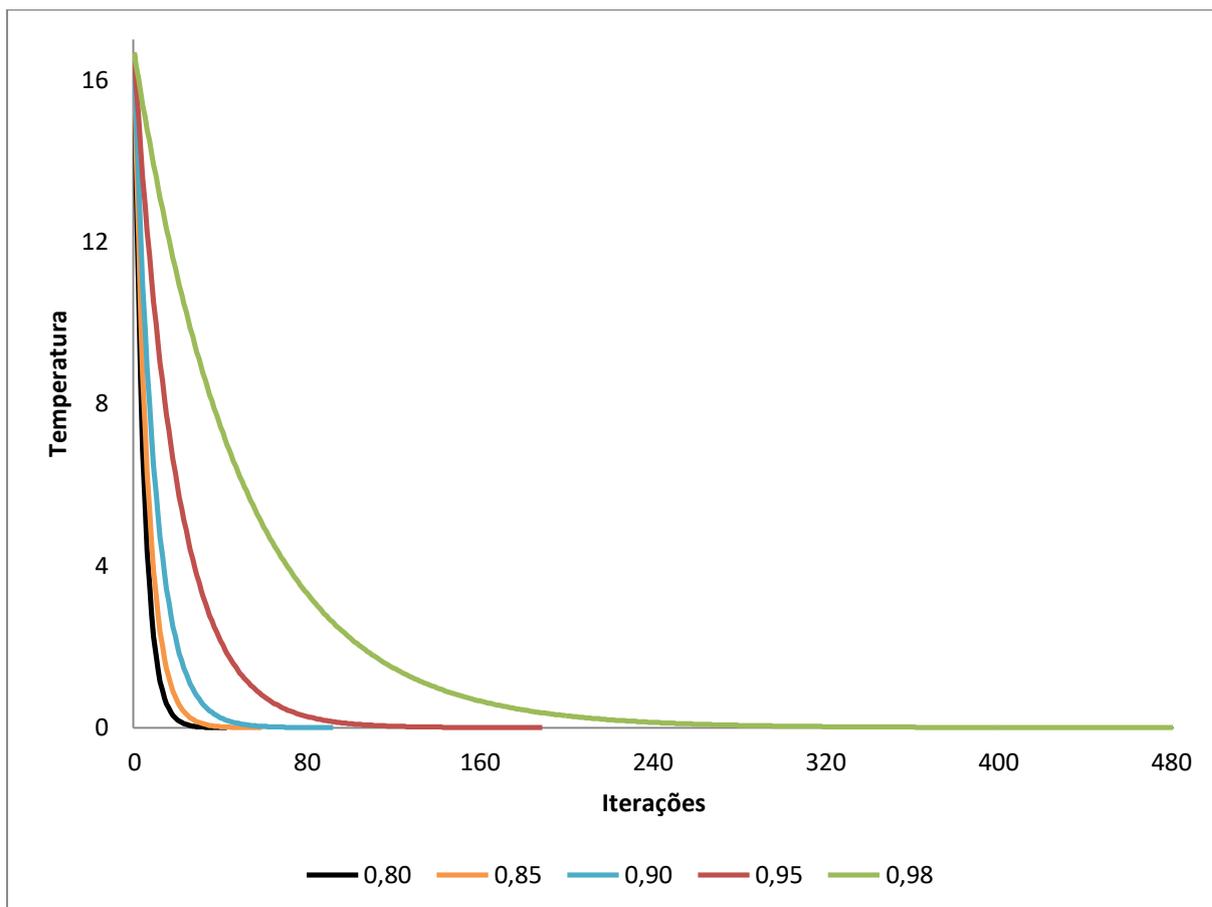
O Gráfico 2 apresenta o resultado das simulações utilizando como solução inicial a obtida pelo PCV, em que o maior valor de temperatura encontrado foi de 15,2 e o valor médio das temperaturas foi de 12,1.

Devido a proximidade dos maiores valores encontrados nos dois algoritmos considerados, considerou-se como temperatura inicial, para os dois casos, o maior dentre eles, $T_0 = 16,7$.

Outro parâmetro a ser determinado é o fator de decréscimo da função temperatura. O valor de α deve estar muito próximo de 1 para permitir que a temperatura decresça lentamente e é usualmente definido entre 0,8 e 0,99 (ARAÚJO, 2001). Portanto, consideraram-se cinco valores diferentes para o fator de

resfriamento a fim de analisar o comportamento do algoritmo quando submetido a diferentes quedas de temperatura. Os valores definidos para α foram 0,80; 0,85; 0,90; 0,95 e 0,98. O Gráfico 3 mostra o comportamento da variação da curva da temperatura inicial, $T_0 = 16,7$, quando submetido a diferentes taxas de resfriamento.

Gráfico 3 – Curva de queda da temperatura a diferentes taxas de resfriamento



Fonte: Autoria própria

Observa-se pelo Gráfico 3 que, quanto mais próximo de 1 está a taxa de decréscimo, mais lento ocorre o resfriamento da temperatura. Os parâmetros considerados nesse trabalho podem ser observados no Quadro 3.

Quadro 3 – Parametrizações do problema

S_0	T_0	SA_{max}	T_c	α
VMP	16,7	100 iterações ou 50 movimentos aceitos	0,001	0,80
				0,85
				0,90
				0,95
				0,98
PCV	16,7	100 iterações ou 50 movimentos aceitos	0,001	0,80
				0,85
				0,90
				0,95
				0,98

Fonte: Autoria própria

O parâmetro SA_{max} define o número máximo de iterações em cada temperatura e foi adotado o valor de 100 iterações ou 50 movimentos de vizinhança aceitos, para que, quando submetido a altas temperaturas, não sejam aceitos um número muito elevado de movimentos ruins e não tornar o processo de busca totalmente aleatório.

Para o critério de parada foi considerada uma temperatura de congelamento, que, pela definição de Annealing, é quando a possibilidade de melhoria do resultado corrente é muito baixa. Portanto, a temperatura de congelamento deve ser muito próxima de zero, e neste trabalho adotou-se o valor de 0,001.

No próximo capítulo será apresentada a análise dos resultados obtidos.

4 RESULTADOS

Neste capítulo serão abordados os resultados obtidos com a implementação do método proposto. Inicialmente será detalhado o cenário atual da empresa e em seguida os resultados obtidos com as diferentes abordagens para solução inicial e parametrizações da meta-heurística Simulated Annealing.

4.1 CENÁRIO ATUAL

A empresa atualmente opera com sete a oito diferentes rotas realizadas em um total de quatro dias. Essa variação no número de rotas se deve a imprevistos, necessidade de assistência técnica urgente a outros clientes e características do tráfego urbano. Esses são fatores estocásticos e, portanto, não serão considerados na modelagem desse trabalho. Atualmente não existe uma rota padrão a ser seguida, para atender os 55 clientes o técnico responsável pelas visitas decide de forma intuitiva qual rota deve tomar. Também não existe um controle da quilometragem total percorrida pelo veículo, o que dificulta uma análise econômica do problema.

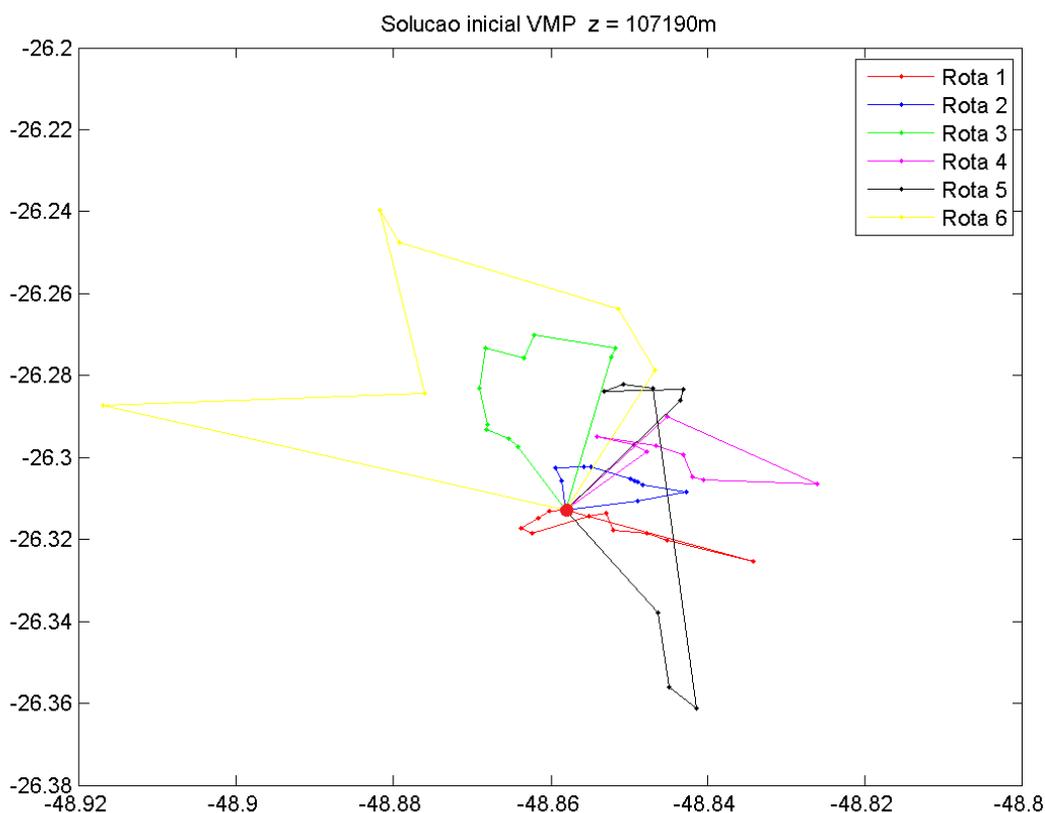
A característica estocástica do tempo de viagem entre dois vértices, devido ao horário de pico, obras, intempéries e outras variantes que influenciem nesse, se torna um limitante que dificulta uma análise comparativa. Em uma simplificação, a matriz de tempos de viagem utilizada foi calculada considerando tráfego normal. Como as viagens são realizadas durante horário comercial (8h – 12h e 13h – 17h) e dentro de área urbana, a utilização de tempos de viagem determinísticos não representa de forma fiel a realidade do tráfego urbano, mas foi uma simplificação necessária para a resolução do problema.

Portanto, a comparação do cenário atual com as soluções obtidas será focada na redução do número de rotas realizadas e na otimização dessas de forma a reduzir a distância total percorrida através da utilização da meta-heurística Simulated Annealing.

4.2 RESULTADOS PARA SOLUÇÃO INICIAL

Como descrito na seção 3.4.2, foram aplicados dois métodos distintos para a obtenção da solução inicial a ser melhorada no Simulated Annealing. O método VMP forneceu uma solução inicial constituída por seis rotas e distância total percorrida de 107.190 metros. A Figura 22 apresenta a solução encontrada considerando uma representação euclidiana entre os pontos a serem visitados. As arestas representam a ligação entre dois vértices, mas sua característica retilínea e seu comprimento não necessariamente representam o formato das ruas e a distância rodoviária entre os vértices. A mesma característica euclidiana se aplica às Figuras 23, 24, 25 e 26 que se encontram ao longo deste capítulo.

Figura 22 – Solução inicial obtida com o VMP

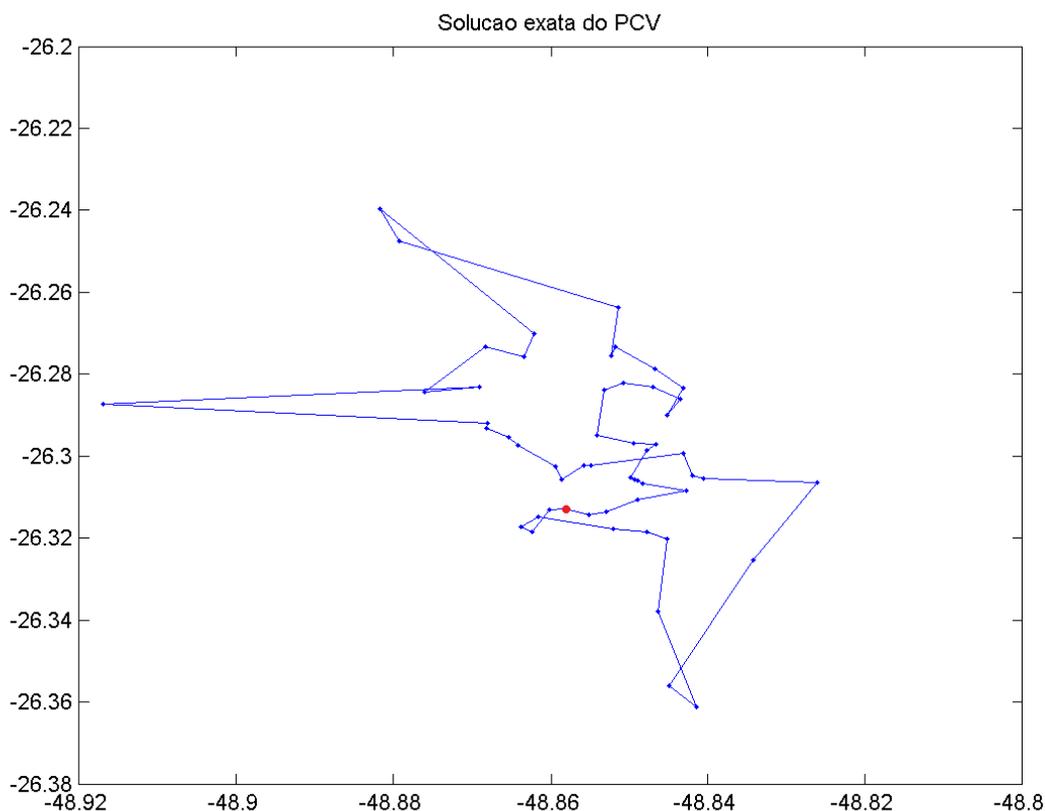


Fonte: Autoria própria

Nas Figuras 22, 23, 24, 25 e 26 a empresa é representada pelo círculo vermelho e as diferentes rotas representadas pelas cores azul, vermelho, magenta, verde, amarelo e preto. A solução inicial para o método VMP mostra que apenas com a aplicação de uma heurística construtiva já foi possível reduzir o número total de rotas de oito para seis.

Na aplicação do método PCV, inicialmente foi encontrada a solução para o modelo exato do PCV, desconsiderando restrições de tempo, apresentado pela Figura 23.

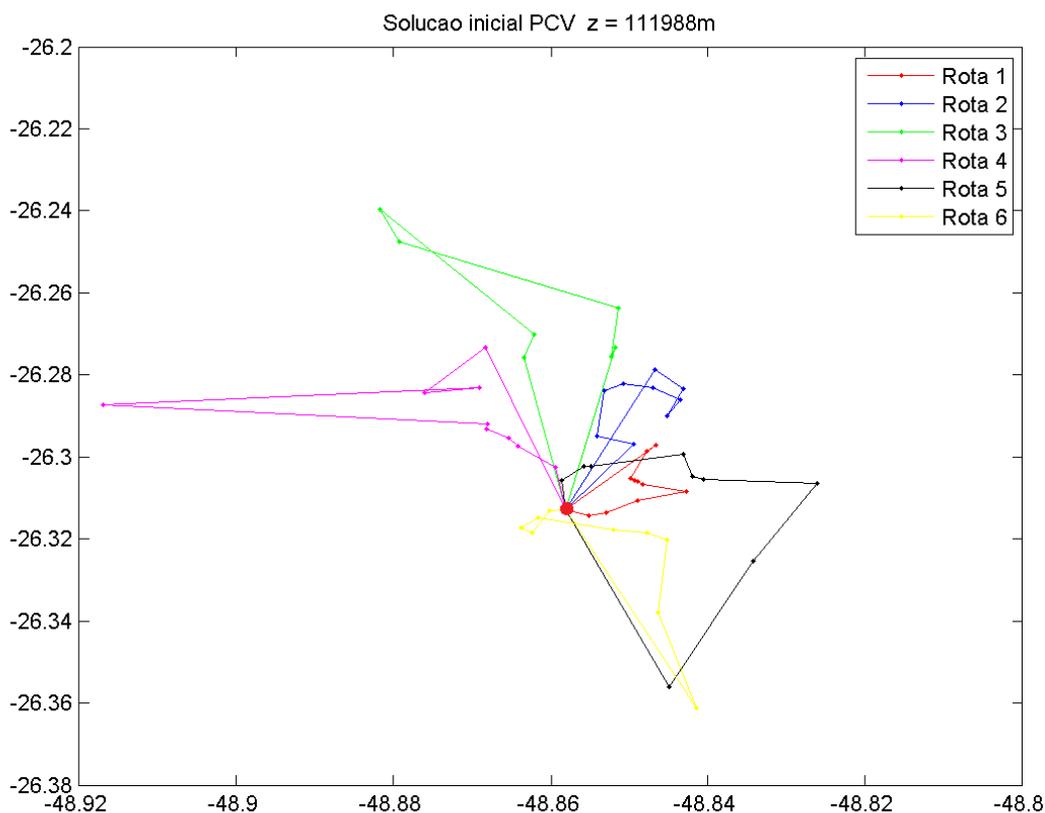
Figura 23 – Solução obtida pelo modelo exato do PCV



Fonte: Autoria própria

A partir dessa solução, foi realizada a divisão das rotas a fim de obedecer a restrição de tempo máximo por rota. A rota resultante é apresentada na Figura 24.

Figura 24 – Solução inicial obtida com o PCV



Fonte: Autoria própria

A solução obtida com o PCV resultou em um total de seis rotas, como observado na Figura 24, e distância total percorrida de 111.988 metros.

Assim como o resultado obtido com a aplicação do VMP, a solução inicial encontrada já mostra uma redução no número total de rotas, mostrando que apenas com a utilização de heurísticas construtivas já foi possível encontrar uma solução com menor número de rotas que o atual cenário da empresa.

4.3 RESULTADOS PARA VMP

A partir da solução inicial encontrada no VMP, foram realizadas 1.000 repetições do algoritmo SA, a fim de encontrar a solução incumbente² dentre o conjunto de soluções, visto que, como o critério de escolha das trocas é aleatório, a cada repetição o algoritmo encontra uma solução diferente.

O Quadro 4 apresenta os resultados encontrados para as diferentes taxas de resfriamento consideradas, bem como o número de repetições do algoritmo, valor encontrado para a solução incumbente, temperatura em que a incumbente foi encontrada e o tempo de processamento para obtenção da solução inicial e repetições do algoritmo SA.

Quadro 4 – Resultados obtidos para VMP

VMP					
Taxa de resfriamento (α)	0,8	0,85	0,9	0,95	0,98
Solução incumbente (Distância (m))	101.618	99.629	97.004	96.350	95.708
Temperatura da solução incumbente	0,002775	0,003569	0,011626	0,001029	0,02877
Tempo total de processamento (s)	314	431	656	1.352	3.349

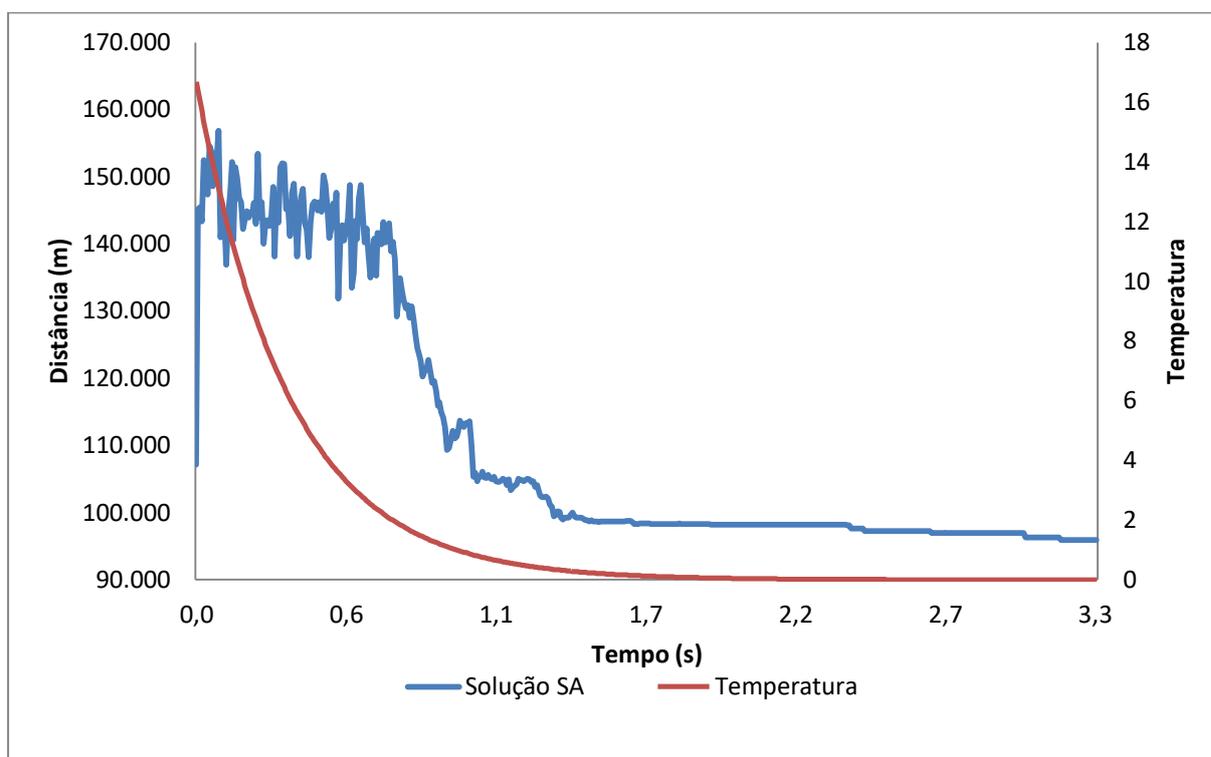
Fonte: Autoria própria

Para o VMP, a taxa de resfriamento $\alpha = 0,98$ conseguiu encontrar a melhor solução com distância total de 95.708 metros.

Para todas as taxas de resfriamento consideradas pode-se perceber que a temperatura em que a melhor solução é encontrada está muito próxima de zero, sendo menor do que 0,1 em todos os casos. O Gráfico 4 apresenta a variação da solução do SA conforme variação na temperatura. O caso representado é da solução incumbente para $\alpha = 0,98$.

² Melhor solução factível encontrada dentre um conjunto de soluções.

Gráfico 4 – Comportamento da solução SA conforme variação na temperatura

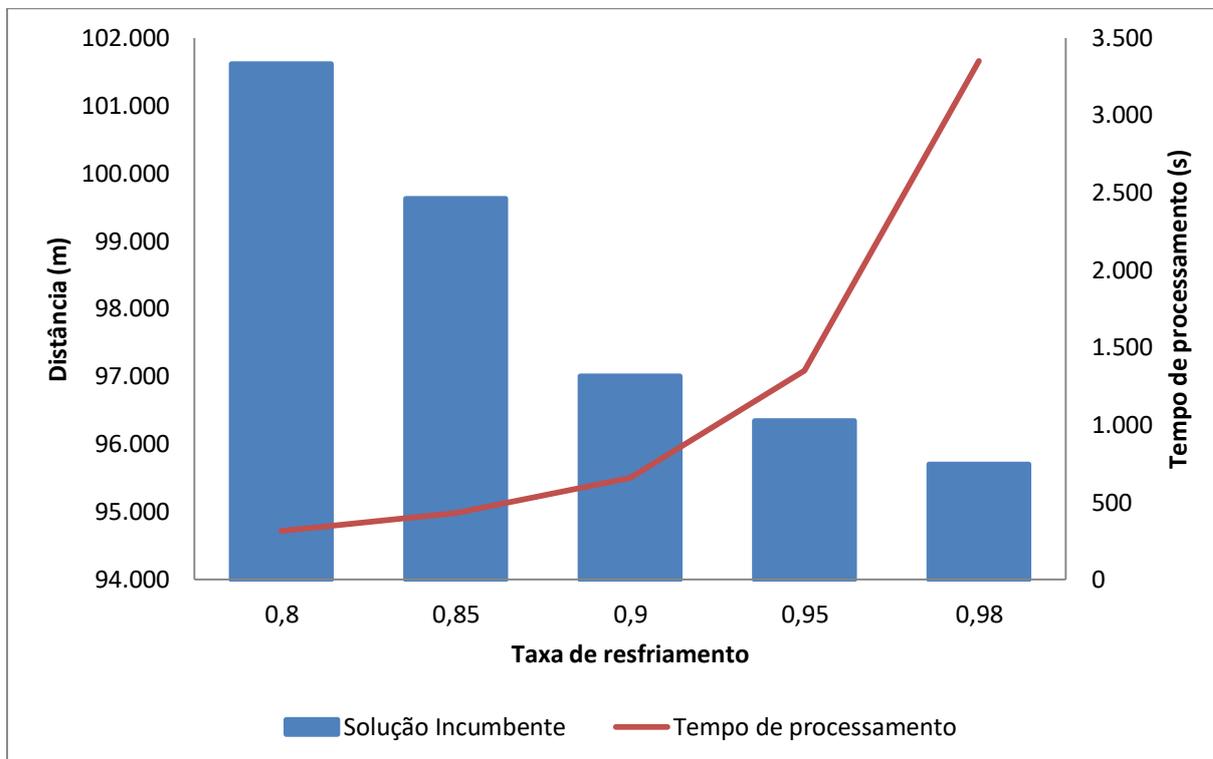


Fonte: Autoria própria

O Gráfico 4 mostra que, em elevadas temperaturas o algoritmo aceita várias soluções que pioram o valor da função objetivo. Isso se deve ao fato de, quanto mais próximo de zero, menor a probabilidade de aceitar soluções ruins, portanto conforme o decréscimo da temperatura existe a tendência de que as soluções aceitas sempre sejam de melhoria na função objetivo.

Pelo Quadro 4 também é possível constatar que, quanto mais se aumenta a taxa de resfriamento, maior é a chance de encontrar melhores soluções. Tal conclusão pode ser melhor observada pelo Gráfico 5.

Gráfico 5 – Solução incumbente do VMP e tempo de processamento conforme taxa de resfriamento

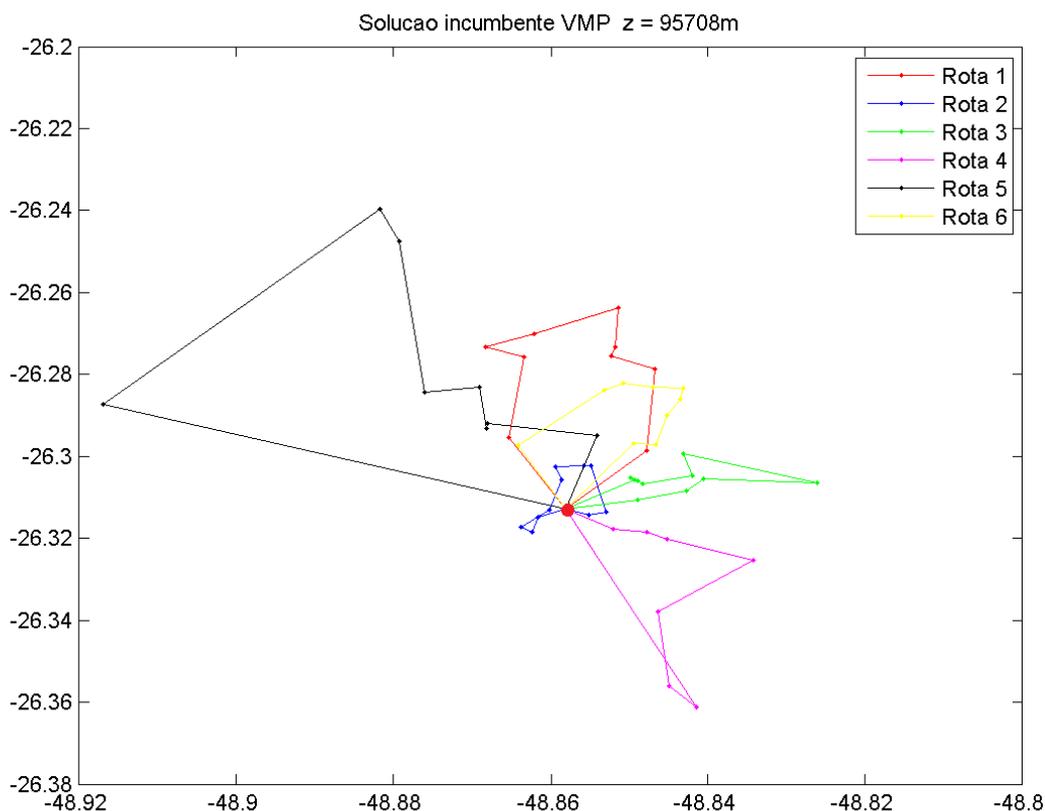


Fonte: Autoria própria

A melhora na solução está associada ao valor da taxa de resfriamento estar mais próxima de 1, o que gera um maior tempo de processamento do algoritmo. Para questões operacionais, onde se quer resultados satisfatórios de forma rápida, o uso de uma taxa de resfriamento de $\alpha = 0,98$ se mostrou desnecessário, pois o tempo de processamento para essa temperatura é aproximadamente 2,5 vezes maior que o tempo de processamento para $\alpha = 0,95$, enquanto que o melhora na solução é de apenas 0,67%.

A solução incumbente obtida com o VMP para uma taxa de resfriamento de 0,98 é apresentada na Figura 25.

Figura 25 – Solução incumbente obtida com o VMP



Fonte: Autoria própria

Na Figura 25 é possível observar que houve uma melhoria no agrupamento das rotas, onde os pontos de uma mesma rota estão próximos entre si, e redução de cruzamentos das arestas, quando comparada à solução inicial (Figura 22). Porém, ainda são observados cruzamentos de arestas, como o que ocorre na rota 4, mostrando que talvez fosse necessário a implementação de trocas de vértices intrarrotas.

O Quadro 5 apresenta uma comparação entre a solução inicial do VMP e o melhor resultado obtido com a aplicação do Simulated Annealing. Os resultados estão classificados por rota e variações percentuais positivas indicam aumento no valor e negativas indicam redução no valor.

Quadro 5 – Comparação dos resultados obtidos por rota da solução VMP

Rota	Solução inicial		Solução SA		Variação % da distância	Variação % do tempo
	Distância (m)	Tempo (min)	Distância (m)	Tempo (min)		
1	10.672	229	16.969	240	59,00%	4,90%
2	6.195	218	7.056	219	13,90%	0,64%
3	15.410	236	11.623	232	-24,57%	-1,90%
4	16.021	224	16.438	179	2,60%	-19,95%
5	24.461	215	32.315	236	32,11%	9,48%
6	34.431	224	11.307	210	-67,16%	-6,32%
Total	107.190	1.346	95.708	1.316	-10,71%	-2,25%

Fonte: Autoria própria

A aplicação de operações de permutação inter-rotas acarreta em um melhor agrupamento de rotas, o que fez as rotas 1, 2, 4 e 5 apresentarem aumento percentual em distância percorrida, porém, quando analisado no sistema completo, houve uma redução de 10,71% na soma total das rotas. Apesar de não ser o objetivo do algoritmo, a soma total do tempo das rotas teve queda de 2,25%.

4.4 RESULTADOS PARA PCV

O processo de melhoria para a solução inicial encontrada no PCV foi semelhante ao processo do VMP, onde foram realizadas 1.000 repetições do algoritmo SA, a fim de encontrar a solução incumbente dentre o conjunto de soluções.

O Quadro 6 apresenta os resultados encontrados para as diferentes taxas de resfriamento consideradas, bem como o número de repetições do algoritmo, valor encontrado para a solução incumbente, temperatura em que esta melhor solução foi encontrada e o tempo de processamento para obtenção da solução inicial e repetições do algoritmo SA.

Quadro 6 – Resultados obtidos para PCV

PCV					
Taxa de resfriamento(α)	0,8	0,85	0,9	0,95	0,98
Solução incumbente (Distância (m))	99.976	99.285	98.107	96.539	96.710
Temperatura da solução incumbente	0,003468	0,001144	0,00103	0,005887	0,011827
Tempo total de processamento (s)	297	413	628	1.291	3.226

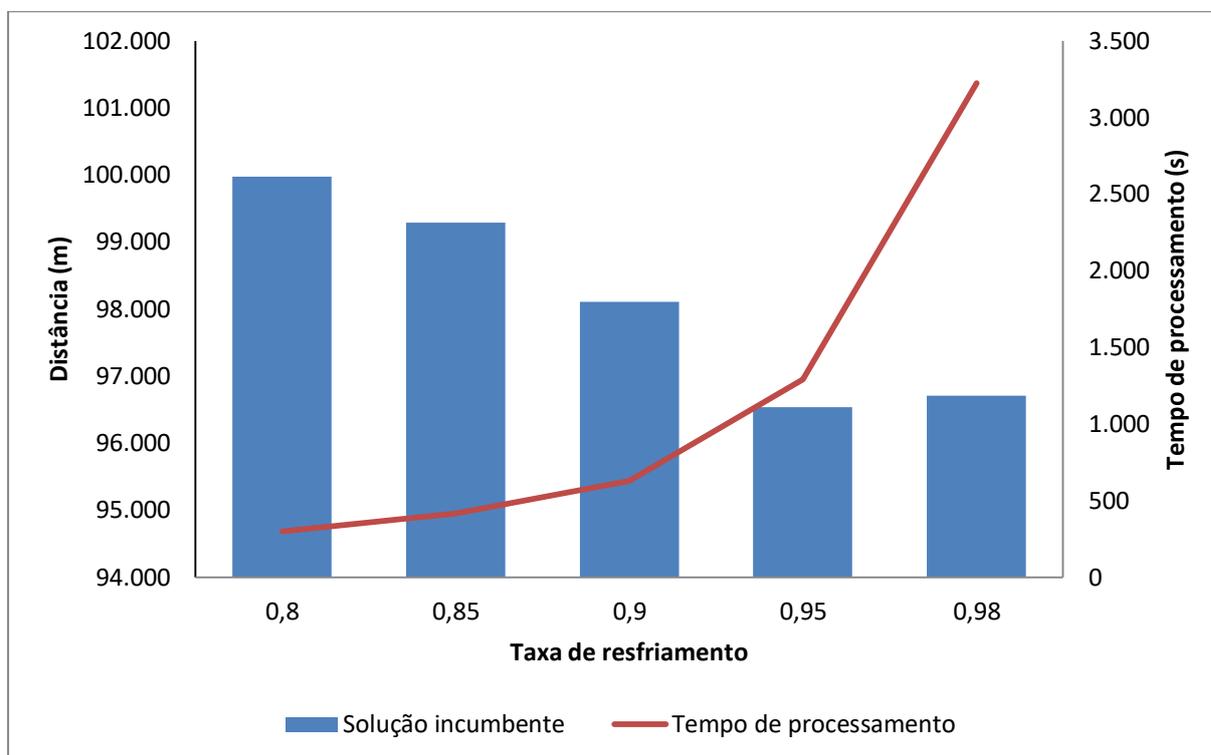
Fonte: Autoria própria

Para o PCV, a melhor solução encontrada foi de 96.539 metros e uma taxa de resfriamento de $\alpha = 0,95$. Isso indica que essa é a taxa de resfriamento ideal para esse problema, pois ela consegue encontrar uma boa solução em tempo de processamento razoável.

Assim como para o VMP, é possível perceber que a temperatura em que a melhor solução é encontrada está muito próxima de zero, sendo menor do que 0,1 em todos os casos.

O Gráfico 6 apresenta a relação das soluções encontradas com o tempo de processamento do algoritmo conforme taxa de resfriamento.

Gráfico 6 – Solução incumbente do PCV e tempo de processamento conforme taxa de resfriamento



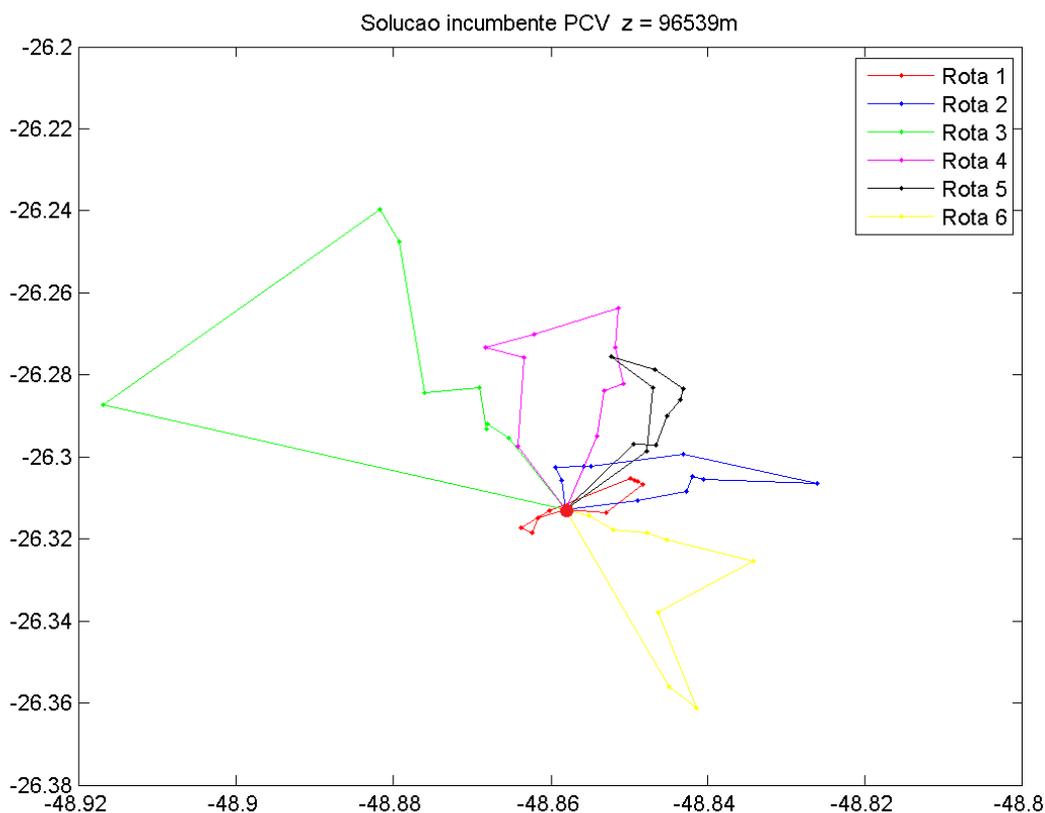
Fonte: Autoria própria

O PCV iniciou com uma solução com distância de 111.988 metros e conseguiu encontrar o melhor valor de 96.539 metros.

Apesar de os métodos VMP e PCV terem encontrado valores muito próximos, a diferença nos resultados obtidos entre esses nos leva a acreditar que utilizar uma solução inicial melhor no Simulated Annealing faz com que o algoritmo consiga encontrar uma solução de melhor qualidade.

A Solução incumbente obtida com o PCV para uma taxa de resfriamento de 0,95 é apresentada na Figura 26.

Figura 26 – Solução incumbente obtida com o PCV



Em comparação com solução inicial, é possível perceber um melhor agrupamento das rotas, porém ainda existem alguns cruzamentos de arestas nas rotas, demonstrando que ainda existem possibilidades de melhoria nessas. Um exemplo é o que ocorre nas rotas 4 e 5, onde percebe-se a existência de um cruzamento devido um vértice na rota 5 estar muito próximo dos vértices da rota 4, demonstrando que nesse caso ainda fosse necessário realizar mais uma permutação inter-rotas para reduzir esses cruzamentos.

O Quadro 7 apresenta uma comparação entre a solução inicial do PCV e o melhor resultado obtido com a aplicação do Simulated Annealing. Os resultados estão classificados por rota e variações percentuais positivas indicam aumento no valor e negativas indicam redução no valor.

Quadro 7 – Comparação dos resultados obtidos por rota da solução PCV

Rota	Solução inicial		Solução SA		Variação % da distância	Variação % do tempo
	Distância (m)	Tempo (min)	Distância (m)	Tempo (min)		
1	7.732	224	6.030	195	-22,01%	-12,55%
2	14.992	222	13.017	237	-13,17%	7,09%
3	23.886	228	31.565	233	32,15%	1,96%
4	26.035	232	17.296	237	-33,57%	2,55%
5	22.537	228	12.064	213	-46,47%	-6,82%
6	16.806	218	16.567	200	-1,42%	-8,35%
Total	111.988	1.352	96.539	1.316	-13,80%	-2,65%

Fonte: Autoria própria

De forma semelhante ao VMP, a aplicação do Simulated Annealing na solução inicial do PCV gerou uma redução de 13,80% na distância total percorrida e queda de 2,65% no tempo total em rota, sendo que apenas na rota 3 houve aumento na distância percorrida, em todas as outras rotas a distância foi reduzida.

No próximo capítulo serão apresentadas as conclusões obtidas com o desenvolvimento desse trabalho e algumas sugestões para trabalhos futuros.

5 CONCLUSÕES

A aplicação de soluções logísticas em empresas sejam elas pequenas ou de grande porte, é um bom instrumento a ser utilizado para proporcionar a redução de custos de produção sem que haja perda de qualidade dos produtos e serviços.

Uma dessas soluções é a utilização da roteirização de veículos. Essa contribui para o aumento da competitividade de uma empresa ao reduzir distâncias, custos e tempo de viagens utilizando soluções de otimização de rotas.

Nesse contexto, o estudo de caso apresentado nesse trabalho mostrou a aplicação de métodos heurísticos e meta-heurísticos para a resolução de um problema de roteirização de veículos com restrições de tempo máximo em rota para a prestação de serviço em uma empresa de outsourcing de impressão.

No desenvolvimento do trabalho deparou-se com alguns limitantes que dificultaram uma análise mais completa do ganho econômico deste estudo. Um deles é a não existência de uma rota predeterminada, onde a cada visita o técnico responsável decide, utilizando o raciocínio humano, qual rota deve seguir. Essa questão impossibilita uma análise comparativa do ganho ou perda em quilometragem e tempo gasto entre o cenário atual e os resultados encontrados.

Outro limitante é a característica estocástica dos tempos de viagem entre dois pontos no meio urbano. Para este trabalho o tempo de viagem foi considerado como determinístico, sendo calculado em horário fora do pico.

Mesmo com os limitantes dessa pesquisa, os resultados obtidos mostraram que apenas com a utilização de heurísticas construtivas já foi possível reduzir o número total de rotas a serem realizadas para seis, enquanto a empresa alega realizar entre sete a oito rotas, variando em algumas ocasiões devido a imprevistos e situações de tráfego intenso. Esse resultado reduz em um dia o período total necessário para realizar todas as visitas. A partir dessas soluções iniciais encontradas, ainda foi possível aplicar um método de reotimização das rotas considerando a meta-heurística Simulated Annealing.

Na abordagem considerada com o VMP, foi possível reduzir 10,71% a distância total e 2,25% do tempo total da solução inicial com a aplicação do SA. Já na abordagem com o PCV, essa redução ficou em 13,80% na distância total e 2,65% no tempo total da solução inicial. Porém, como já foi comentado anteriormente, em uma aplicação prática talvez esse resultado não seja tão satisfatório devido a característica estocástica do tempo de viagem em regiões urbanas, onde existe a influência de interrupções de vias por obras ou acidentes, horário de pico, dentre outros.

Para os dois métodos testados, a taxa de resfriamento de 0,95 se mostrou ideal quando relacionado o resultado encontrado com o tempo de processamento do algoritmo. A utilização de uma taxa maior, $\alpha = 0,98$, aumentou em aproximadamente 250% o tempo de processamento do algoritmo, enquanto a melhora na solução foi menor que 1% ou até mesmo não ocorreu melhora.

Apesar de todos os limitantes para a análise do ganho econômico deste estudo, a modelagem desenvolvida se mostrou satisfatória para uma análise de problemas de roteirização com restrição de tempo máximo em rota. Ambas as abordagens consideradas resultaram em uma solução melhor que o cenário atual da empresa, e a aplicação do SA proporcionou melhora superior a 10% sobre a solução inicial considerada. Como o método utilizado foi meta-heurístico, esse não dá a certeza do ótimo global, portanto sempre que possível é recomendada a utilização de métodos exatos.

A seguir são realizadas algumas sugestões para trabalhos futuros:

- i. Abranger um conjunto de vizinhança maior, onde ocorram também operações de permutação de vértices intrarota e movimento r-opt inter-rota;
- ii. Tentar encontrar a solução ótima considerando um modelo exato;
- iii. Aplicar o algoritmo desenvolvido em instâncias clássicas que aparecem na literatura para testar a robustez do algoritmo.

REFERÊNCIAS

AARTS, E.H.L.; KORST, J.H.M.; VAN LAARHOVEN, D P.J.M. A quantitative analysis of the simulated annealing algorithm. A case study for the travelling salesman problem. **Journal of Statistical Physics**, v. 50, n. 1-2, p. 187-206, 1988.

ÁLVAREZ, A.; MUNARI, P. Abordagens metaheurísticas para o problema de roteamento de veículos com janelas de tempo e múltiplos entregadores. **Gestão e Produção**, São Carlos, v. 23, n. 2, p. 279-293, jun. 2016.

ARAUJO, H. A. **Algoritmo *Simulated Annealing*: Uma Nova Abordagem**. 2001. 117 p. Dissertação (Mestrado) - Curso de Ciência da Computação, Universidade Federal de Santa Catarina, Florianópolis, 2001.

ARENALES, M. et al. **Pesquisa Operacional**. 2 ed. Rio de Janeiro: Elsevier, 2015. 723 p.

BALDACCI, R.; BATTARRA, M.; VIGO, D. Routing a heterogeneous fleet of vehicles. In: **The vehicle routing problem: latest advances and new challenges**. Springer US, p. 3-27, 2008.

BALLOU, R. H. **Gerenciamento da cadeia de suprimentos/logística empresarial**. 5 ed. Porto Alegre: Bookman, 2006. 616 p.

BELLMORE, M.; NEMHAUSER, G. L. The traveling salesman problem: a survey. **Operations Research**, v. 16, n. 3, p. 538-558, 1968.

BOAVENTURA NETTO, P. O. **Grafos: Teoria, Modelos e Algoritmos**. 4 ed. São Paulo: Blucher, 2006. 313 p.

BODIN, L., et al. **Routing and Scheduling of vehicles and crews: the state of the art**. England, Pergamon Press, v. 10, n. 2, 1983.

BOWERSOX, D. J.; CLOSS, D. J. **Logística empresarial: o processo de integração da cadeia de suprimento**. São Paulo: Atlas, 2011. 594 p.

CHAVES, A. A. **Modelagens Exata e Heurística para Resolução do Problema do Caixeiro Viajante com Coleta de Prêmios**. 2003. 49 p. Monografia (Graduação) – Curso de Ciências da Computação, Universidade Federal de Ouro Preto, Ouro Preto, 2003.

CHRISTOFIDES, N. **Graph theory: an algorithmic approach**. London: Academic Press, 1975.

COLIN, E. C. **Pesquisa Operacional: 170 aplicações em Estratégia, Finanças, Logística, Produção, Marketing e vendas**. Rio de Janeiro: LTC, 2013. 501 p.

CORDEAU, J. F. et al. **Vehicle routing handbooks in operations research and management science**. Amsterdam, Elsevier, v. 14, p. 367-428, 2007.

CUNHA, C. B. Aspectos práticos da aplicação de modelos de roteirização de veículos a problemas reais. **Revista Transportes**, v. 8, n. 2, p. 51-74, nov. 2000.

DANTZIG, G. B.; RAMSER, J. H. The truck dispatching problem. **Management Science**. v. 6, p. 80-91, out. 1959.

DIAS, J. B. **Análise do processo de terceirização no centro de informática de uma instituição financeira estadual: estudo de caso**. 2002. 98 p. Dissertação (Mestrado) – Programa de Pós-Graduação em Engenharia de Produção, Universidade Federal de Santa Catarina (UFSC), Florianópolis, 2002.

EGLESE, R.W. Simulated annealing: A tool for operational research. **European Journal of Operational Research**, v. 46, n. 3, p. 271-281, 1990.

FISHER, M. L.; JAIKUMAR, R. A generalized assignment heuristic for vehicle routing. **Networks**, v. 11, n. 2, p. 109-124, 1981.

GIL, A. C. **Métodos e técnicas de pesquisa social**. 6 ed. São Paulo: Atlas, 2008. 200 p.

GENDREAU, M; POTVIN, J. Y. **Handbook of metaheuristics**. 2 ed. New York: Springer, 2010.

GEODESIX, **Travel function**. Disponível em:

<http://www.calvert.ch/geodesix/help/functions/travel-function/>. Acesso em: 11 mar. 2016.

GOFFE, W. L. Global optimization of statistical functions with simulated annealing. **Journal of Econometrics**, v. 60, n. 1–2, p. 65-99, 1994.

GOLDBARG, M. C.; LUNA, H. P. L. **Otimização Combinatória e Programação Linear**: modelos e algoritmos. 2 ed. Rio de Janeiro: Elsevier, 2005.

GOLDEN, B. L.; ASSAD, A. A. Perspectives on vehicle routing: exciting new developments. **Operations Research**, v. 34, n. 5, p. 803-810, 1986.

GOLDEN, B. L. et al. **The Vehicle Routing Problem**: Latest Advances and New Challenges. New York: Springer Science & Business Media, 2008. 591 p.

GUTIN, G.; PUNNEN, A. P. **The traveling salesman problem and its variations**. New York: Springer Science & Business Media, 2006. 829 p.

HILLIER, F. S.; LIEBERMAN, G. J. **Introdução à pesquisa operacional**, 9 ed. Porto Alegre: AMGH, 2013. 1005 p.

KIRKPATRICK, C. D.; GELATT, C. D.; VECCHI, M. P. Optimization by Simulated Annealing. **Science**, v. 220, n. 4598, p. 671-680, 1983.

LAPORTE, G. et al. Classical and modern heuristics for the vehicle routing problem. **International transactions in operational research**, v. 7, n. 4-5, p. 285-300, 2000.

LIMA, D. S.; ASSIS, L.; VIVAS, A. Resolução do problema de roteamento de veículos com backhauls com heurística baseada em busca local. **Revista E-xacta**, Belo Horizonte, v. 5, n. 1, p. 99-110, 2012.

LOESCH, C.; HEIN, N. **Pesquisa operacional**: fundamentos e modelos. São Paulo: Saraiva, 2009. 248 p.

LOIOLA, E. M.; ABREU, N. M. M.; BOAVENTURA NETTO, P. O. Uma revisão comentada das abordagens do problema quadrático de alocação. **Pesquisa Operacional**, v. 24, n. 1, p. 73-109, 2004.

MARINS, F. A. S. **Introdução à pesquisa operacional**. São Paulo: Cultura Acadêmica: Universidade Estadual Paulista, 2011. 176 p.

MARX, R.; SCHIRRMESTER, R. A organização do trabalho nas novas organizações: as formas de contratação e suas repercussões na organização do trabalho. In: SEMINÁRIOS DE ADMINISTRAÇÃO. São Paulo. **Anais...** São Paulo: FEA-USP, 2005.

MENEZES, D. N. Análise dos custos de outsourcing de serviços de impressão. In: IX SIMPOSIO ACADEMICO DE ENGENHARIA DE PRODUÇÃO. **Anais...** Viçosa: SAEPRO, nov. 2014.

NAPOLEÃO FILHO, J. et al. Eficiência na Administração Pública: o modelo de outsourcing de impressão na Universidade Federal de Santa Catarina. In: XIII COLOQUIO DE GESTIÓN UNIVERSITARIA EM AMÉRICAS. Buenos Aires, Argentina. **Anais...** nov. 2013.

NEMHAUSER, G. L.; WOLSEY, L. A. **Integer and combinatorial optimization**. New York: Wiley, 1988. 785 p.

OLIVEIRA, P. A. F. Terceirização como estratégia. **Revista Bate Byte**. Curitiba, v. 52, p. 18-21, mar. 1996.

OSMAN, I.H.; LAPORTE, G. Metaheuristics: A bibliography. **Annals of Operations Research**, v. 63, p. 511-623, 1996.

PALOMARES, M. **Alternativas de instalação de centros de distribuição de uma empresa multinacional de grande porte utilizando modelagem matemática**. 2016. 100 p. TCC (Graduação) – Curso de Engenharia de Transportes e Logística, Universidade Federal de Santa Catarina, Joinville, 2016.

PILLAC, V. et al. A review of dynamic vehicle routing problems. **European Journal of Operational Research**, v. 225, n. 1, p. 1-11, 2013.

PRADO, E. P. V.; TAKAOKA, H. Os fatores que motivam a adoção da terceirização da Tecnologia de Informação: uma análise do setor industrial de São Paulo. **Revista Administração Contemporânea**, Curitiba, v. 6, n. 3, p. 129-147, dez. 2002.

POZO, H. **Logística e gerenciamento da cadeia de suprimentos**: um enfoque para os cursos superiores de tecnologia. São Paulo: Atlas, 2015.

RODRIGUES, P. R. A. **Introdução aos sistemas de transporte no Brasil e à logística internacional**. 4 ed, São Paulo: Aduaneiras, 2007. 248 p.

SILVA JÚNIOR, O. S.; HAMACHER, S. Comparação de modelos exatos para solução do problema de roteirização de veículos com janelas de tempo. In: XLII SIMPÓSIO BRASILEIR DE PESQUISA OPERACIONAL, Bento Gonçalves, RS. **Anais...** Bento Gonçalves: SBPO, 2010.

TABOADA, C. Logística: o diferencial da empresa competitiva. **Revista FAE Business**, Curitiba, n. 2, jun. 2002.

TOTH, P.; VIGO, D. **Vehicle routing**: problems, methods, and applications. 2 ed. Philadelphia: Society for Industrial and Applied Mathematics, 2014. 481 p.

WOLSEY, L. **Integer programming**. New York: Wiley-Interscience, 1998. 264 p.