

UNIVERSIDADE FEDERAL DE SANTA CATARINA  
CENTRO TECNOLÓGICO DE JOINVILLE  
CURSO DE ENGENHARIA AUTOMOTIVA

**MATHEUS ROGÉRIO ROESLER SABKA**

**ANÁLISE COMPUTACIONAL DE UM CONTROLADOR PID APLICADO A UMA  
SUSPENSÃO ATIVA VEICULAR**

Joinville

2017

**MATHEUS ROGÉRIO ROESLER SABKA**

**ANÁLISE COMPUTACIONAL DE UM CONTROLADOR PID APLICADO A UMA  
SUSPENSÃO ATIVA VEICULAR**

Trabalho de Conclusão de Curso apresentado ao curso de graduação de Engenharia Automotiva da Universidade Federal de Santa Catarina, Centro Tecnológico de Joinville, para obtenção do grau de bacharel em Engenharia Automotiva.

Orientador: Prof. Dr. Sérgio Junichi Idehara

Joinville

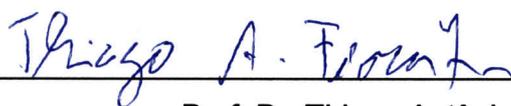
2017

**MATHEUS ROGÉRIO ROESLER SABKA**

**ANÁLISE COMPUTACIONAL DE UM CONTROLADOR PID APLICADO A UMA  
SUSPENSÃO ATIVA VEICULAR**

Este trabalho foi julgado adequado para obtenção de bacharel em Engenharia  
Automotiva pela Universidade Federal de Santa Catarina.

Joinville (SC), 16 de novembro de 2017.



---

Prof. Dr. Thiago Antônio Fiorentin  
Coordenador do Curso

**Banca Examinadora:**



---

Prof. Dr. Sérgio Junichi Idehara  
Orientador/Presidente



---

Prof. Dr. Eduardo Lenz Cardoso  
Universidade do Estado de Santa Catarina – Campus Joinville  
Membro



---

Prof. Dr. Alexandro Garro Brito  
Universidade Federal de Santa Catarina – Campus Joinville  
Membro

## RESUMO

A suspensão ativa veicular é um modelo de suspensão automotiva com auxílio de eletrônica embarcada com objetivo de aprimorar o conforto interno ao passageiro e a segurança veicular na condução do veículo. Este trabalho aborda este sistema aplicado primeiramente em um modelo reduzido de veículo com apenas dois graus de liberdade. A entrada do sistema de suspensão é uma lombada padronizada pelo Conselho Nacional de Trânsito (CONTRAN). O controlador utilizado é o proporcional-integral-derivativo (PID). A solução desta investigação aponta para redução de 88% na amplitude máxima de deslocamento linear. Esta análise comprova os critérios de controle essenciais estabelecidos pelo ajuste fino do controlador para reduzir as amplitudes máximas de deslocamento da massa suspensa. Dessa forma, uma segunda análise avalia este controlador aplicado nas quatro rodas de um veículo completo, composto de sete graus de liberdade, na mesma condição de entrada. Nesta situação, o controle é realizado de forma independente entre os atuadores, com as incógnitas avaliadas nas extremidades do veículo. Os resultados aprovam o uso deste controlador nesta segunda observação devido a diminuição de 87% no deslocamento linear e 88% no deslocamento angular. Outro teste é apurado com a mesma suspensão para verificar a funcionalidade do sistema sob a condição severa de excitação de pista com perfil de via aleatório. Mesmo assim, nesta circunstância mais severa, o atuador é capaz de controlar e reduzir as vibrações do modelo. Em vista da necessidade de equilibrar o desempenho do sistema ativo com a energia consumida, os valores de força e potência de controle em cada roda são apresentados. Estes dados são avaliados e uma limitação máxima de força de 5.000 newtons é implementada. Os valores atualizados demonstram uma redução média de 50% de potência dos controladores sem influenciar demasiadamente o conforto interno veicular. Portanto, comprova-se o potencial da suspensão ativa como uma tecnologia veicular acessível para os futuros modelos de carros.

**Palavras-chave:** Suspensão ativa veicular. Controlador PID. Conforto veicular.

## ABSTRACT

A vehicle active suspension is an automobile suspension model aided with built-in electronic that aims to improve passenger's internal comfort and vehicle safety in driving circumstances. Firstly, this work approaches this specific system on a reduced car model with only two degrees of freedom. The suspension system input is a speed bump with dimensions standardized by Conselho Nacional de Trânsito (CONTRAN). The controller used for analysis is the proportional-integral-derivative (PID). The simulation results indicate a reduction of 88% of maximum amplitude of the linear displacement. This simulation testifies the required controller criteria tuned to decrease the linear displacement maximum amplitude on sprung mass. Thus, the second investigation appraises the same controller applied on a four wheels car model, evaluated in seven degrees of freedom issue, with the same input. In this situation, the system control performs independently between the actuators; the variables are calculated considering the vehicle's extremities. The results ratify the controller application due to 87% minimization on linear displacement and 88% on angular displacement. Another test is explored with identical suspension parameters to verify the system functionality under a severe condition of road excitation with an aleatory pathway profile. Nevertheless, in this harsher occurrence, the actuator is capable of regulating and reducing the model's vibration. Considering the requirement to balance the active system's performance with the output energy consumption, forces and power values of each wheel are presented. This data are simulated and a maximum force limit of 5,000 newton is imposed. The updated values show an average cutback of 50% of power without an exceeding influence on internal comfort. Therefore, it was demonstrated the active system's potential as an automotive technology accessible to the forthcoming car models.

**Keywords:** Vehicular active suspension. PID controller. Vehicle comfort.

## LISTA DE ILUSTRAÇÕES

Figura 1 – Feixe de Molas .....	18
Figura 2 – Mola Helicoidal .....	18
Figura 3 – Amortecedor a fricção por discos de atrito .....	19
Figura 4 – Amortecedor Hidráulico .....	20
Figura 5 – Modelo Matemático de Carro Completo .....	27
Figura 6 – Modelo de $\frac{1}{4}$ de Veículo .....	30
Figura 7 – Modelo Físico de Suspensão Ativa .....	32
Figura 8 – Perfil de Pista Lombada para Modelo $\frac{1}{4}$ de Veículo para $v = 30 \text{ km/h}$ ..	36
Figura 9 – Perfil de Pista Lombada para Carro Completo para $v = 30 \text{ km/h}$ .....	37
Figura 10 – Lugar das Raízes para $\frac{1}{4}$ de Veículo .....	41
Figura 11 – Resposta Temporal da Suspensão .....	42
Figura 12 – Controle da Suspensão com Ajuste por Ziegler-Nichols .....	43
Figura 13 – Resposta da Suspensão com Entrada Degrau – Variação de $K_p$ .....	46
Figura 14 – Resposta ao Degrau com Variação de $K_i$ .....	47
Figura 15 – Resposta ao Degrau para Diferentes Valores de $K_d$ .....	48
Figura 16 – Resposta do Deslocamento do Perfil de Pista Lombada .....	49
Figura 17 – Resposta da Velocidade ao Perfil de Pista Lombada.....	52
Figura 18 – Deslocamento Massa Não Suspensa (Modelo 7 GDL) .....	54
Figura 19 – Deslocamento Massa Suspensa (Modelo 7 GDL).....	55
Figura 20 – Movimento Angular de Arfagem (Pitch).....	57
Figura 21 – Perfil da Pista Aleatória .....	58
Figura 22 – Deslocamento da Massa Suspensa no Perfil de Via Aleatório.....	59
Figura 23 – Movimentos Angulares para Pista Aleatória.....	61
Figura 24 – Força de Controle para a Via Aleatória .....	62
Figura 25 – Potência do Controlador para o Perfil de Pista Aleatória .....	63
Figura 26 – Forças de Controle Restrito em 5.000 Newtons.....	64
Figura 27 – Deslocamentos Angulares com Restrição de Força.....	67
Figura 28 – Deslocamento Vertical com Restrição de Força.....	69
Figura 29 – Valores de Potência no Controle de Forças Restrito.....	70

## LISTA DE TABELAS

Tabela 1 – Massa, Rigidez e Amortecimento na Suspensão Dianteira.....	33
Tabela 2 – Massa, Rigidez e Amortecimento na Suspensão Traseira .....	33
Tabela 3 – Parâmetros do Veículo Completo.....	34
Tabela 4 – Dados das Variáveis para Massa Suspensa no Modelo de 2 GDL .....	50
Tabela 5 – Índices de Desempenho da Suspensão para Modelo de ¼ de Veículo ..	51
Tabela 6 – Parâmetros da Massa Não Suspensa no Modelo de 2 GDL .....	52
Tabela 7 – Resultados para Massa Suspensa no Modelo de 7 GDL.....	55
Tabela 8 – Índices de Desempenho Modelo 7 GDL.....	56
Tabela 9 – Movimento Angular da Massa Suspensa no Modelo 7 GDL .....	57
Tabela 10 – Índices de Desempenho Modelo 7 GDL para Pista Aleatória.....	60
Tabela 11 – Comparação do Desempenho dos Sistemas Ativos.....	65
Tabela 12 – Comparação das Potências de Controle .....	70

## LISTA DE SIGLAS

- ABS – Anti-Lock Braking System, sigla em inglês para sistema antibloqueio de freio
- ECS– Eletronic Control Stability, sigla em inglês para sistema de controle eletrônico de estabilidade
- TCS – Traction Control Stability, sigla em inglês para sistema de controle de tração
- GDL – Graus de Liberdade
- BMW – Bayerische Motoren Werke, marca alemã de veículos
- PID – Proporcional Integral Derivativo
- CG – Centro de Gravidade
- $H_{\infty}$  - H Infinito
- QFT – Quantitative Feedback Theory, sigla em inglês para Teoria da Realimentação Quantitativa
- LQ – Linear Quadratic, sigla em inglês para Quadrático Linear
- GPC – General Predictive Control, sigla em inglês para Controle Preditivo Geral
- MPC – Model Predictive Controle, sigla em inglês para Controle Preditivo de Modelo
- CVRSS – Continuously Variable Road Sensing Suspension, sigla em inglês para Suspensão de Variação Contínua à Sensibilidade de Estrada
- ACE – Active Cornering Enhancement, sigla em inglês para Aprimoramento Ativo em Curvas
- SUV – Sport Utility Vehicle, sigla em inglês para Veículos Utilitários Esportivos
- CONTRAN – Conselho Nacional de Trânsito
- IAE – Integral of the Absolute Magnitude of the Error, sigla em inglês para Integral do Erro Absoluto
- ISE – Integral of the Square of the Error, sigla em inglês para Integral do Erro ao Quadrado
- ITAE – Integral of Time Multiplied by Absolute of the Error, sigla em inglês para Integral do Erro Absoluto Vezes o Tempo

## LISTA DE SÍMBOLOS

- $k$  – constante de elasticidade da mola [N/m]  
 $\zeta$  – fator de amortecimento  
 $\mu$  – viscosidade dinâmica [Pa.s]  
 $\sigma$  – tensão de escoamento de materiais [Pa]  
 $F$  – força [N]  
 $m$  – massa [kg]  
 $a$  – aceleração [m/s<sup>2</sup>]  
 $t$  – tempo [s]  
 $d$  – distância [m]  
 $v$  – velocidade [m/s]  
 $h$  – altura da lombada [m]  
 $L$  – comprimento da lombada [m]  
 $\omega$  – frequência angular [rad./s]  
 $k_t$  – constante de elasticidade do pneu [N/m]  
 $k_s$  – constante de elasticidade da suspensão [N/m]  
 $c$  – constante de amortecimento [N.s/m]  
 $c_s$  – constante de amortecimento da suspensão [N.s/m]  
 $m_s$  – massa suspensa [kg]  
 $m_{us}$  – massa não suspensa [kg]  
 $m_{st}$  – massa suspensa total [kg]  
 $m_{ust}$  – massa não suspensa total [kg]  
 $m_t$  – massa total [kg]  
 $l_f$  – distância do eixo dianteiro ao centro de gravidade [m]  
 $l_r$  – distância do eixo traseiro ao centro de gravidade [m]  
 $L_t$  – distância entre eixos [m]  
 $t_r$  – comprimento do eixo direito até o centro de gravidade [m]  
 $t_l$  – comprimento do eixo esquerdo até o centro de gravidade [m]  
 $t_b$  – comprimento de bitola [m]  
 $\emptyset$  – ângulo de rolamento [rad.]  
 $\theta$  – ângulo de arfagem [rad.]  
 $I_x$  – momento de inércia ao longo do eixo  $x$  (longitudinal) [kg.m<sup>2</sup>]

$I_y$  – momento de inércia ao longo do eixo  $y$  (transversal) [kg.m<sup>2</sup>]

$F_a$  – força ativa de controle [N]

$z_{m1}, z_{m2}, z_{m3}, z_{m4}$  – deslocamento das massas não suspensas  $m_1, m_2, m_3$  e  $m_4$  [m]

$\dot{z}_{m1}, \dot{z}_{m2}, \dot{z}_{m3}, \dot{z}_{m4}$  – velocidade das massas não suspensas  $m_1, m_2, m_3$  e  $m_4$  [m/s]

$z_{s1}, z_{s2}, z_{s3}, z_{s4}$  – deslocamento da massa suspensa nas extremidades do veículo, nos pontos 1, 2, 3 e 4 [m]

$\dot{z}_{s1}, \dot{z}_{s2}, \dot{z}_{s3}, \dot{z}_{s4}$  – velocidade da massa suspensa nas extremidades do veículo, nos pontos 1, 2, 3 e 4 [m/s]

$z_s$  – deslocamento da massa suspensa no centro de gravidade [m]

$\dot{z}_s$  – velocidade da massa suspensa no centro de gravidade [m/s]

$f$  – frequência de excitação de pista [rad/s]

$f_0$  – frequência do filtro passo-baixo [rad/s]

$S_0$  – parâmetro de magnitude de rugosidade da via

$K_p$  – ganho proporcional [N/m]

$K_i$  – ganho integral [N/m.s]

$K_d$  – ganho derivativo [N.s/m]

$K_{cr}$  – ganho crítico [N/m]

$P_{cr}$  – período crítico [s]

$T_i$  – tempo integral [s]

$T_d$  – tempo derivativo [s]

$F_{contr}$  – força do controlador [N]

$\Delta v$  – variação de velocidade [m/s]

$f'$  – frequência espacial [rad/m]

Potência – potência do atuador [W]

## SUMÁRIO

<b>1</b>	<b>INTRODUÇÃO</b> .....	<b>12</b>
<b>2</b>	<b>SISTEMA DE SUSPENSÃO VEICULAR</b> .....	<b>15</b>
2.1	ELEMENTOS DA SUSPENSÃO AUTOMOTIVA.....	17
2.1.1	<b>Molas</b> .....	<b>17</b>
2.1.2	<b>Amortecedor</b> .....	<b>19</b>
2.2	AVANÇOS RECENTES NA SUSPENSÃO VEICULAR.....	20
2.2.1	<b>Amortecimento variável</b> .....	<b>22</b>
2.2.2	<b>Rigidez variável</b> .....	<b>23</b>
2.2.3	<b>Suspensão ativa veicular</b> .....	<b>24</b>
2.3	CARROS COMERCIAIS COM SUSPENSÃO INTELIGENTE.....	26
<b>3</b>	<b>DESENVOLVIMENTO MATEMÁTICO E COMPUTACIONAL DA SUSPENSÃO</b> .....	<b>27</b>
3.1	MODELO CARRO COMPLETO.....	27
3.2	MODELO SIMPLIFICADO DE $\frac{1}{4}$ DE VEÍCULO.....	30
3.3	DADOS CONSTRUTIVOS DO VEÍCULO .....	33
3.4	MODELO DE OBSTÁCULO DE VIA.....	34
3.4.1	<b>Excitação por lombada no modelo de <math>\frac{1}{4}</math> de veículo</b> .....	<b>34</b>
3.4.2	<b>Excitação degrau no modelo de <math>\frac{1}{4}</math> de veículo</b> .....	<b>36</b>
3.4.3	<b>Excitação por lombada no modelo de 7 GDL</b> .....	<b>37</b>
3.4.4	<b>Excitação aleatória no modelo de 7 GDL</b> .....	<b>38</b>
3.5	AJUSTE FINO DO CONTROLADOR .....	39
<b>4</b>	<b>RESULTADOS DAS SIMULAÇÕES</b> .....	<b>45</b>
4.1	MODELO DE $\frac{1}{4}$ DE VEÍCULO.....	45
4.1.1	<b>Excitação degrau</b> .....	<b>46</b>
4.1.2	<b>Excitação lombada</b> .....	<b>49</b>
4.2	MODELO DE VEÍCULO COMPLETO .....	53
4.2.1	<b>Perfil lombada</b> .....	<b>54</b>
4.2.2	<b>Perfil de via aleatória</b> .....	<b>58</b>
4.2.3	<b>Limitação da força de controle</b> .....	<b>64</b>
<b>5</b>	<b>CONCLUSÃO E TRABALHOS FUTUROS</b> .....	<b>72</b>
	<b>REFERÊNCIAS</b> .....	<b>74</b>
	<b>APÊNDICE A</b> .....	<b>79</b>

## 1 INTRODUÇÃO

O projeto de um carro integra vários sistemas com funções específicas para promover a locomoção de passageiros e cargas. Estes sistemas consistem em gerar e transferir energia, movimentar o veículo lateralmente, manter o contato do pneu com o solo, aumentar e reduzir a velocidade. Assim, motor, caixa de transmissão, freios, suspensão e volante são sistemas veiculares imprescindíveis em um carro para que este desempenhe sua função principal – deslocar-se em terrenos de diversas características e em diferentes condições ambientais.

Em particular, o sistema de suspensão de um veículo possui três finalidades principais: possibilitar relativo conforto interno aos usuários, entregar uma boa condição de condução do veículo ao motorista e auxiliar no contato do pneu com o solo (GENTA; MORELLO, 2009). Estes requisitos são obtidos pela inclusão de componentes mecânicos entre os pneus e a carroceria do veículo. Desde o início da história automotiva as peças usadas na construção da suspensão são a mola e o amortecedor, sendo poucas as variações ocorridas nas características das mesmas.

Em anos recentes, o avanço tecnológico e a implementação de sistemas eletrônicos embarcados nos veículos otimizaram a função de muitos sistemas. Dentre estes, citam-se a injeção eletrônica, sistema antibloqueio de freio (ABS, em inglês), controle eletrônico de estabilidade (ESC, em inglês) e controle de tração (TCS, em inglês). Esses sistemas são conhecidos por muitos motoristas e estão acessíveis e disponíveis em muitos modelos de carros. No entanto, tratando-se especificamente da suspensão veicular, ainda não houve um desenvolvimento significativo disponível em larga escala comercial de itens eletrônicos para auxiliar no desempenho do sistema. Em anos recentes, instituições de pesquisa e fabricantes de veículos têm aprofundado em análises de um sistema de suspensão auxiliado por computador. Este é denominado de suspensão ativa veicular.

Este sistema é uma adaptação de uma suspensão comum. Essa suspensão sustenta o veículo e isola os passageiros de perturbações na via utilizando sistemas controlados de geração de força (LEE; KIM, 2010). Por meio de sensores capazes de

realizar leituras precisas de variáveis como força, deslocamento e aceleração, o atuador recebe comandos de microprocessadores para acrescentar ao sistema forças internas para equilibrar as excitações externas (ALVES, 1997). O objetivo da suspensão ativa veicular é aumentar a faixa de eficácia operacional do sistema comum. Em várias condições de dirigibilidade, o uso do atuador capacita um melhor desempenho do veículo submetido a diferentes condições (TAHIR et al; 2014).

Essa tecnologia já existe atualmente em veículos de luxo. Pesquisadores e fabricantes, tais como Bayerische Motoren Werke (BMW) e Mercedes-Benz tem estudado a implementação de suspensão ativa (TECMES, 2014). Uma suspensão ativa foi desenvolvida pela Bose™ em 2004. Esse sistema era muito eficaz, porém não entrou em fase de fabricação. Os motivos principais foram a massa extra do conjunto em cada roda e a incapacidade de produzi-lo a um preço competitivo de mercado (FLATOUT, 2016). Muitos artigos relatam resultados excelentes em requisitos de conforto e dirigibilidade de veículos com uso de suspensão ativa (IELUZZI; TURCO; MONTIGLIO, 2006; PRABU et al., 2013; UNGER et al., 2013).

Este trabalho analisa a resposta de um atuador aplicado a uma suspensão ativa veicular. Para este fim, inicialmente utilizará um modelo simplificado de veículo, conhecido como um quarto de carro. Esta simplificação é utilizada de modo a eliminar o número de graus de liberdade (GDL) se comparado a um sistema completo de suspensão, presente nas quatro rodas do veículo. Os resultados nessas condições tendem a serem diferentes, porém são uma boa aproximação para prever certos comportamentos do sistema. Sequencialmente, a análise será estendida para um modelo de veículo completo com sete GDL. Os dados gerais do veículo, os componentes da suspensão e as condições de contorno da simulação serão semelhantes aos utilizados por Ruthes (2016).

O processamento de dados para executar a leitura das condições do veículo e transmitir essas informações eletronicamente ao atuador é realizado com auxílio de técnicas computacionais. Os diferentes métodos possuem vantagens e desvantagens, e também diferem na complexidade das suas estruturas eletrônicas. Este trabalho utilizará um atuador ajustado por um controlador proporcional-integral-derivativo (PID). Esta técnica foi criada por Elmer Sperry em 1910 e difundido por Ziegler-Nichols em 1942. Este método possui vantagens em comparação a outros, tais como simplicidade, funcionalidade e aplicabilidade (ANG; CHONG; LI, 2006).

Embora esteja classificado como teoria de controlador clássico, segundo o autor citado, muitas aplicações industriais atualmente ainda utilizam o controlador PID.

As análises computacionais do comportamento da suspensão ativa serão efetuadas no software *Matlab R2013a*<sup>1</sup>. Os resultados serão comparados com os obtidos por Ruthes (2016), visto que este autor realizou a simulação para um veículo de suspensão comum. Assim, pode-se verificar se a suspensão ativa veicular reduz as vibrações existentes no interior do veículo.

A análise da suspensão adotado será feita no modelo de 7 GDL de liberdade. Porém, o controlador PID será ajustado em um modelo reduzido de  $\frac{1}{4}$  de veículo, com apenas 2 GDL. Os valores ótimos para esta situação serão inseridos no modelo de veículo completo para cada uma das rodas. Portanto, o controle dos movimentos da carroceira do veículo será realizado com base nos deslocamentos pontuais nas extremidades da massa suspensa, e cada controlador vai atuar de maneira independente dos outros. Não haverá transmissão de informações entre os elementos do sistema ativo. A meta será avaliar como esse comportamento da suspensão afetará o centro de gravidade (CG) da massa suspensa.

O objetivo geral deste trabalho é diminuir a vibração existente no interior do veículo pela redução do deslocamento vertical do centro de gravidade da massa suspensa. Os objetivos específicos se respaldam em: encontrar um ponto ótimo para o ajuste fino do controlador PID, avaliar o desempenho do controlador a diferentes condições, verificar o tempo de resposta do sistema e visualizar o potencial de aplicação em sistemas veiculares reais.

---

<sup>1</sup> Licenciamento provido pela instituição UFSC. Número 832064. Versão estudantil

## 2 SISTEMA DE SUSPENSÃO VEICULAR

A máquina Benz Patent Motorwagen criado por Karl-Benz em 1886 é considerada o primeiro carro do mundo. Este primeiro esboço de automóvel não continha alguns sistemas comuns aos veículos atuais, por exemplo, freio e transmissão (O GLOBO, 2011). Contudo, este projeto já contava com uma suspensão por molas elípticas na traseira para promover conforto aos tripulantes. Alguns anos mais tarde, o modelo Ford T tornou-se mundialmente conhecido pelo impacto social da produção em massa deste veículo. Este veículo apresentava sistemas aprimorados em comparação com o veículo Benz. A suspensão, por exemplo, estava presente na dianteira e na traseira por eixo rígido e molas elípticas (MINIFORD, 2013).

A observação da história do automóvel constata a atenção dada aos primeiros fabricantes para o conforto dos usuários de carros. Afinal, na época entre os séculos XIX e XX praticamente não havia estradas pavimentadas. Desta forma, por observação direta, percebeu-se a necessidade de criar sistemas auxiliares aos sistemas principais do veículo (motor e transmissão) para viabilizar o tráfego em diferentes condições de pista.

Os engenheiros desta época já estavam familiarizados com os estudos de Isaac Newton sobre a mecânica dos corpos e de Robert Hooke sobre elasticidade. As leis físicas de ação e reação, forças transmitidas por contato e forças elásticas foram importantes para criar um mecanismo de absorção e dissipação de energia mecânica. Os elementos mais práticos e eficazes para desempenhar esta função em um automóvel são as molas e os amortecedores.

A mola é definida como um corpo elástico que exerce uma força resistente quando sua forma é modificada (STOCK INDUSTRIAL, 2017). A energia de deformação do corpo é armazenada em sua estrutura por meio de deformações elásticas. Os diferentes tipos construtivos de molas funcionam para armazenar energias provenientes de forças de variadas direções. Por exemplo, molas helicoidais são utilizadas para resistir a esforços axiais de tração e compressão. Molas feixe de lâminas são eficientes em cargas de flexão. Há também molas resistentes a forças

torcionais. As molas são produzidas em sua maioria com aço-liga temperado. Uma característica física importante no projeto de molas é o coeficiente de rigidez elástico  $k$ . Este valor relaciona a quantidade de força necessária para deformar uma unidade de medida da mola (NORTON, 2013).

Os primeiros veículos utilizavam somente molas nas configurações construtivas. Estas providenciavam a ligação mecânica das rodas com a carroceria do carro. Contudo, um problema decorrente dos carros do início do século XX eram as oscilações constantes ocorridas pela mola. Ao absorver a energia proveniente da mudança vertical do pavimento (lombada, ladeira ou buraco), este elemento mecânico oscilava muito na sua posição após a perturbação inicial e, de acordo com a situação enfrentada, necessitava de muito tempo para voltar para a posição de repouso (REVISTA MECÂNICA ONLINE, 2005). Durante este período, o chassi do carro era influenciado por essas perturbações. Essa condição dificultava a fixação das rodas do veículo no chão. Assim, os impactos causados neste item reduziam seu respectivo tempo de vida e dificultavam o controle direcional do automóvel. Portanto, uma solução desse problema era essencial para a evolução do automóvel e satisfação dos clientes.

O primeiro modelo de amortecedor específico para utilização veicular foi desenvolvido pela Monroe® em 1926 (MONROE AMORTECEDORES, 2017). O invento consistia em um tubo com uma haste e pistão interno preenchido com fluido hidráulico. Esta peça era conhecida como eliminador de vibrações. Afinal, o desempenho da suspensão após o incremento deste elemento foi significativamente aperfeiçoado. O amortecedor limita o curso de início e fim de mola, auxiliando no controle de oscilações de suspensão, absorvendo parte da energia que seria dissipada na mola (REZENDE, 2007). Além disso, possibilita a roda estar fixa no pavimento, permitindo ao motorista conduzir o veículo com mais segurança.

O invento do amortecedor e a aplicação em automóveis completaram os elementos físicos presentes na suspensão veicular. Nos anos seguintes, as alterações ocorreram na construção e montagem deste sistema nas rodas do veículo. Estas configurações diferentes são variáveis do perfil de veículo, custo de projeto e da cultura da montadora. Esta gama de possibilidades permitiu a fabricação de veículos mais pesados e acompanhar o desenvolvimento da potência em motores de combustão interna.

## 2.1 ELEMENTOS DA SUSPENSÃO AUTOMOTIVA

A mola e o amortecedor sofreram mudanças ao longo do século XX nas características geométricas e nos materiais constituintes. Os estudos de ride e handling – termos conhecidos do inglês para deslocamento vertical do veículo e dirigibilidade (manobrabilidade) – sugeriram mudanças nas características construtivas nestes elementos. Esses definiram características ótimas para cada tipo de veículo. Desta forma, atualmente encontram-se variações no sistema de suspensão veicular. O conhecimento dos avanços e das funções da mola e amortecedor coopera para a compreensão dessas.

### 2.1.1 Molas

As molas, conforme já apontado anteriormente, constituem um corpo elástico que possui uma resistência interna quando há deformação em sua geometria. A determinação de uma mola ideal para a suspensão veicular compreende em determinar um material capaz de suportar forças verticais, laterais e longitudinais. Além disso, seu formato deve possibilitar a instalação na parte inferior do automóvel. O material deve estar de acordo com a quantidade cíclica das repetições envolvidas na movimentação das rodas do veículo. Ou seja, não pode haver falhas por fadiga.

Um arranjo utilizado para a mola de uma suspensão é denominado feixe de lâminas. Este conjunto dispõe de lâminas de aço sobrepostas entre si para absorver impactos de flexão. A parte central desta mola apresenta uma espessura maior do feixe de lâminas, visto que nesta região está localizada as maiores tensões provocadas pelo momento fletor. Esta observação pode ser entendida pela visualização da Figura 1.

Figura 1 – Feixe de Molas



Fonte: Rassini Nhk Automotive (2017)

Outro arranjo eficaz de mola é apresentado na Figura 2. Este é conhecido como mola helicoidal.

Figura 2 – Mola Helicoidal



Fonte: Terra de Asfalto Acessórios (2017)

A mola helicoidal possui vantagens em relação a mola de feixe de lâminas em quesitos como peso, instalação e desempenho (BUDYNAS; NISBETT, 2009). Além

de fornecer uma boa resistência ao deslocamento vertical, esta colabora com forças laterais importantes para a manutenção do pneu em curvas, agregando segurança ao veículo.

### 2.1.2 Amortecedor

A deformação da mola ocasiona o armazenamento de energia. Para evitar que esta quantidade de energia seja transformada em energia cinética das rodas do veículo, o amortecedor é o elemento responsável por dissipar essa quantidade de energia nas molas e retornar o sistema na configuração original.

Os fatores importantes para o projeto de um bom amortecedor envolvem o fator de amortecimento, dado pela grandeza adimensional  $\zeta$  (zeta), responsável por limitar a máxima amplitude do conjunto roda e suspensão; outra variável de destaque é o espaço disponível entre a carroceria e o pneu para a instalação do amortecedor. Outro aspecto importante de projeto é o limite de deformação da mola.

Um método construtivo comum em épocas passadas era o amortecimento por atrito de disco. Este modelo consistia no posicionamento e movimento de discos sobrepostos que giravam em direções opostas. Um exemplo disto é ilustrado na Figura 3.

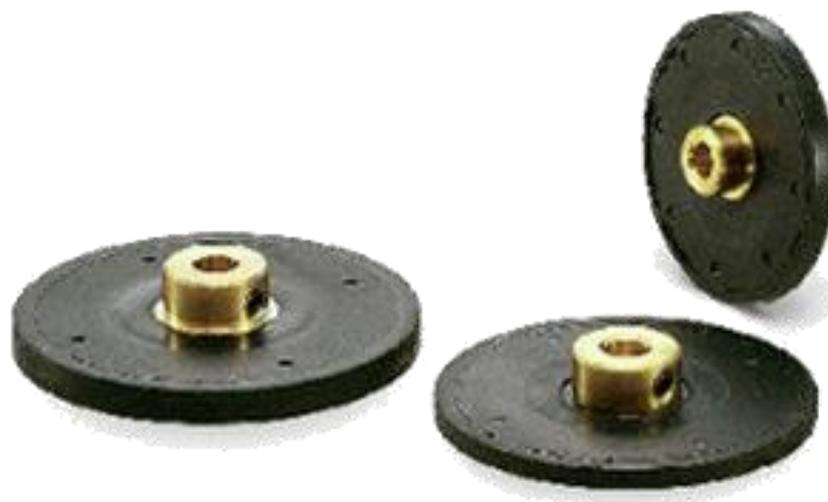


Figura 3 – Amortecedor a fricção por discos de atrito

Fonte: Direct Industry (2017)

Atualmente, os arranjos de amortecedor existentes são, em sua maioria, compostos de um pistão contido em um tubo com óleo. Este dispositivo, conhecido como amortecedor hidráulico telescópico, possui bons níveis de eficiência e durabilidade. A Figura 4 ilustra o conceito do amortecedor hidráulico.

Figura 4 – Amortecedor Hidráulico



Fonte: Thyssenkrupp (2017)

O amortecedor, assim como a mola, é um equipamento de segurança veicular. Este precisa de constante manutenção e substituição dos equipamentos para prover um correto funcionamento do sistema de suspensão e assegurar boas condições de condução do veículo.

## 2.2 AVANÇOS RECENTES NA SUSPENSÃO VEICULAR

A variedade de veículos automotivos existentes é ampla. Há veículos segmentados por categorias, tais como hatch, sedan, off-road. A diferença na motorização dos carros também é observada. Além disso, ocorre a segmentação por classes sociais, tornando os preços de automóveis muito variado.

A suspensão veicular acompanha as diferenças entre as categorias de veículos. Ela é projetada considerando os fatores listados no parágrafo acima. Há muitos fabricantes que disponibilizam seus produtos (mola e amortecedores) de diferentes modelos para utilização na área automotiva. Conforme já citado, a principal variável de uma mola é o coeficiente de rigidez  $k$ , enquanto o fator de amortecimento é  $\zeta$ . Estes valores são definidos de acordo com o projeto do carro, o qual considera a massa, o motor, a velocidade, o pneu, o preço ao consumidor e o fator de segurança. Desta maneira, um modelo de suspensão é escolhido dentre os catálogos dos fabricantes.

Contudo, em uma situação real de tráfego e utilização de um automóvel, pode haver momentos em que as condições internas e externas estejam fora dos comportamentos padrões definidos pela fabricante do veículo. Nesta situação, é difícil realizar alterações manuais nos sistemas mecânicos do carro para adaptar-se às novas condições de uso. Porém, ao englobar sistemas eletrônicos embarcados – uma tendência crescente a cada ano – as opções de otimização de um sistema veicular durante seu percurso em tempo real podem ser criadas.

Um exemplo de ajuste é a injeção eletrônica de combustível. O monitoramento da quantidade de combustível para uma determinada mistura de ar é determinado de forma eletrônica e ajustada em tempo real (CHINCHOLKAR; SURYAWANSHI, 2016). Outro exemplo está no botão *start-stop* dos veículos modernos. Este botão ajusta o funcionamento do motor em situações de engarrafamento, visando a economia de combustível (QIAO et al. 2014).

Um veículo pode necessitar de um amortecimento maior caso movimente-se em vias irregulares. Para possuir maior estabilidade direcional em curvas para uma condução mais segura, a suspensão deve ser rígida e menos confortável. Neste caso, diferentes dos sistemas citados anteriormente, um ajuste eletrônico na suspensão, em sua grande maioria, não é uma opção existente. As razões são os custos e o incremento da complexidade desta integração mecânico-computacional. Assim, a suspensão veicular possui oportunidades de melhoria na eficácia do sistema ao implementar sensores e microcomputadores em seu sistema.

Nos anos mais recentes, o desenvolvimento de tecnologias eletrônicas tem avançado rapidamente. Os benefícios são compartilhados em vários campos de estudo: ciência, medicina, biologia, informática, engenharia. Em automóveis, esses avanços contribuem para as pesquisas na suspensão veicular, oferecendo

adaptações de tempo real à mola e ao amortecedor para entregar melhores condições necessitadas pelo usuário.

### 2.2.1 Amortecimento variável

Um amortecedor hidráulico realiza sua função ao transferir a energia da suspensão para o fluido interno ao tubo. Conforme destacado pela Figura 4, o amortecedor consiste em movimentações verticais do cilindro que sofre resistência com o fluido interno. O escoamento deste é direcionado por meio de orifícios existentes no tubo.

Uma das propriedades físicas principais do fluido é a viscosidade dinâmica  $\mu$ . Este valor refere-se à resistência do fluido ao escoamento. Este dado é extremamente importante para o amortecedor, visto que ele influencia no valor de  $\zeta$ . Portanto, os fabricantes consideram cautelosamente as propriedades físico-químicas deste fluido no projeto deste item veicular. A temperatura é um fator influente nesta propriedade. Em vista disso, engenheiros cogitaram a possibilidade de alterar, de maneira controlada, o fator de amortecimento de uma suspensão veicular.

Introduzir calor na região do amortecedor pode ser realizado por uma resistência elétrica inserida dentro/próximo do tubo telescópico. Esta execução exige a inserção de um sistema elétrico computadorizado. Uma análise criteriosa precisa considerar muitos fatores para garantir a eficácia deste sistema: a necessidade de mudança de amortecimento, a quantidade de energia elétrica para aumentar a temperatura do fluido, o comportamento da viscosidade com a mudança de temperatura, o tempo de resposta deste sistema a uma entrada, o tempo de acomodação deste sistema após a passagem da corrente elétrica. Consideram-se todos estes aspectos e percebe-se a dificuldade de implementar esse comportamento. Porém, alguns pesquisadores têm obtido êxito em analisar a funcionalidade deste arranjo de suspensão e obtidos bons resultados (SUNG; SEONG; CHOI, 2013; CHOI; LEE; CHANG, 2001).

Outra maneira de alterar o amortecimento é por campos magnéticos próximos ao amortecedor composto de material magneto reológico. O método de aplicação é semelhante ao descrito para a resistência elétrica, necessita-se de outro sistema auxiliar. As dificuldades de entender a quantidade e tempo de todas as variáveis requer um sistema de processamento avançado. Esse tipo de amortecimento foi

investigado por pesquisadores e obteve-se bons resultados na eficácia desse sistema (DU; SZE; LAM, 2005; YOKOYAMA; HEDRICK; TOYAMA, 2001).

Outra possibilidade de ajustar em tempo real uma suspensão veicular é por utilizar uma suspensão a ar. Neste caso, a expulsão ou inserção deste fluido gasoso em bolsas de ar ocasiona a variação do coeficiente de amortecimento e rigidez da suspensão. Um compressor é responsável por armazenar e pressurizar o ar. Sommer (2003) desenvolveu um protótipo comercial desse tipo de suspensão.

As possibilidades de alterar o amortecimento são variadas, porém há também outra maneira de aprimorar o uso de uma suspensão veicular.

### **2.2.2 Rigidez variável**

Esta adaptação é menos comum, existentes para veículos off-road, tais como jipes e gaiola. A mudança de rigidez da mola, nestas ocasiões, é realizada manualmente pela aplicação de uma pré-carga na mola de suspensão (OLIVEIRA et al., 2014). Assim, o veículo fica preparado para a condução de dirigibilidade e pista naquela situação.

A estrutura construtiva de uma mola não permite mudar suas propriedades físicas tão facilmente quanto a um fluido hidráulico. Ela é feita de aço, possui uma resistência ao escoamento  $\sigma$  (sigma) e uma densidade definida. A mudança de  $\sigma$  pode ser realizada, porém há consequências estruturais – escoamento plástico, trincas, deformação geométrica, além de não ser possível voltar à condição original com a mesma eficiência. Assim, esta adaptação está limitada por estas condições irreversíveis.

Alguns pesquisadores realizaram estudos na variação da rigidez de um conjunto de suspensão. Tchamna, Lee e Youn (2015) observaram que a suspensão semiativa com rigidez variável obteve resultados próximos de uma suspensão ativa para valores altos de coeficiente de rigidez e coeficiente de amortecimento. Yin et al. (2012) desenvolveu uma mola pneumática capaz de ajustar o coeficiente de rigidez em tempo real durante o trajeto do automóvel.

### 2.2.3 Suspensão ativa veicular

A suspensão ativa veicular é definida como um sistema de suspensão na qual uma porção das forças existentes no sistema provém de uma fonte de energia externa ao sistema (HROVAT,1997). Entre estas fontes, utilizam-se compressores, bombas hidráulicas e atuadores. O objetivo de aplicar a suspensão ativa é para o veículo estar adequado às diferentes condições de dirigibilidade do automóvel. Os benefícios deste sistema são maior conforto aos usuários e segurança na condução. A energia adicional imposta ao sistema é feita para contrapor ao deslocamento da roda e da carroceria. A execução eficaz desse sistema necessita de microprocessadores e sensores para fornecer dados em tempo real a fim de analisar a situação do veículo em um dado momento para calcular a quantidade de força necessária para evitar ao máximo os deslocamentos indesejados.

A primeira aparição deste sistema veicular ocorreu em 1972. Este contava com uma bomba de pressão para acionar os atuadores presentes nas quatro rodas (OKABE, 2003). Os valores numéricos de quantidade de deslocamento dos atuadores eram dados por acelerômetros. O acionamento era feito por atuadores hidráulicos. Este primeiro sistema tinha uma função de autonivelamento e antirrolagem.

Em 1987, o carro de Fórmula 1 pilotado por Ayrton Senna, o Lotus 99T, possuía suspensão ativa com acelerômetro e microcomputador. Este veículo obteve sucesso em provas de baixas velocidades e circuitos sinuosos. Segundo Okabe (2003), este sistema permaneceu até 1995, ano em que ocorreu o banimento dos sistemas eletrônicos nesta categoria.

A suspensão ativa veicular requer elementos adicionais para desempenhar a sua função corretamente. Por exemplo, o uso de um atuador é imprescindível. Este fornece a força requerida para atenuar as oscilações da carroceria e manter o contato do pneu com solo. Este elemento possui três configurações, às quais são categorizadas pela forma de gerar energia direcionada ao sistema de suspensão. Os atuadores podem ser eletro-hidráulicos, pneumáticos e eletromagnéticos.

Outro item associado ao sistema de suspensão ativa são sensores e microprocessadores utilizados para interpretar os sinais em tempo real e transmitir os comandos necessários para o atuador. As abordagens existentes para processar esses dados são variadas. Os métodos de estruturas computacionais para criar as características da intensidade do sinal, tempo de resposta, diferenças entre saídas e

entradas, velocidade e quantidade de processamento de dados e variáveis são amplos e muitos resultados satisfatórios podem ser alcançados.

Uma aplicação viável no sistema de suspensão ativa é o controlador PID. Este controlador é utilizado em larga escala em várias aplicações que envolve a eletrônica. Sintonização automática, ganho programado, adaptação contínua e design simplificado são algumas características dos controladores PID (PRABU et al., 2013). Este autor realizou uma simulação de um quarto de veículo com o controlador PID e constatou uma diminuição de deslocamento máximo e do tempo de acomodação. O uso deste controlador também resultou na otimização da suspensão veicular pesquisada por Al-Mutar e Abdalla (2015).

O controlador H infinito ( $H^\infty$ ) tem ampla aplicação também na engenharia automotiva, em específico na suspensão veicular, visto que este possui um bom desempenho em condições adversas. O controlador  $H^\infty$  pode ser projetado para promover um excelente sistema de controle baseado nos seguintes requisitos: sensibilidade, rejeição a ruídos, acompanhamento do sinal de referência e minimização da energia de controle (DUTRA, 2016). Resultados expressivos foram obtidos nos estudos de Dutra (2016) e Wang et al. (2015).

Outro procedimento aplicável em controladores é a Teoria de Realimentação Quantitativa (QFT, em inglês). Segundo Zapateiro et al. (2012), as vantagens deste controlador são a viabilidade de implementação prática em sistemas vibratórios devido à baixa complexidade numérica e seu bom desempenho geral quando há diferentes restrições de projeto ao mesmo tempo.

Outras abordagens para a escolha de um controlador compatível com a suspensão veicular incluem: controlador Linear Quadrático (LQ), controle preditivo geral (GPC, em inglês), controlador *skyhook* e *groundhook*, controlador  $\mu$ -*synthesis*, controle preditivo de modelo (MPC, em inglês). As análises e resultados destes controladores foram publicados por Lee e Kim (2010), Brown et al. (2013), Unger et al. (2013), Zhang et al. (2013), Göhrle (2014).

Devido as muitas possibilidades existentes e estudos bem-sucedidos aplicados ao longo dos anos, não é possível afirmar a melhor técnica de controle para a suspensão ativa. Todas as variedades apresentadas anteriormente foram avaliadas, de forma teórica ou prática, em um sistema de suspensão ativa. De certa forma, ao analisar a aplicação em um veículo real, não seria sensato em avaliar somente as respostas indicadas nas simulações. O custo de projeto e o consumo de energia são

fatores muito importantes, os quais impedem a concepção e uso comercial da suspensão ativa. No entanto, apesar das restrições, alguns modelos já foram fabricados e vendidos com um sistema de suspensão ativa, conforme descrito no próximo tópico.

### 2.3 CARROS COMERCIAIS COM SUSPENSÃO INTELIGENTE

Okabe (2003) apresentou alguns veículos que continham um sistema de suspensão inteligente disponível ao usuário. Entre estes, pode-se citar Citroen Xantia Activa, do ano de 1997. O veículo possui dez esferas de suspensão; estas continham gás e fluido hidráulico, substituindo a mola e o amortecedor, e três unidades de processamento (FLATOUT, 2015). Este carro tinha o sistema de suspensão inteligente que evitava o movimento de rolamento, assegurando uma ótima estabilidade em curvas.

Outro veículo com sistema inteligente na suspensão citado é o Cadillac Eldorado 1996. Este modelo possuía uma suspensão de variação contínua à sensibilidade de estrada (CVRSS, em inglês). Isto possibilitava alterar o coeficiente de amortecimento da suspensão durante uma curva (CAR AND DRIVER, 1999).

A Land Rover Discovery II lançou no mercado em 1999 o modelo Discovery II tendo a suspensão um sistema de aprimoramento ativo em curvas (ACE, em inglês). Este foi o primeiro veículo da classe de utilitários esportivos (SUV, em inglês) que possui um sistema eletrônico acoplado à suspensão. O objetivo é reduzir o ângulo de rolamento em trajetórias curvilíneas.

Outras fabricantes foram desenvolvendo tecnologicamente seus produtos para produzir veículos mais confortáveis em sua condução. Mercedes-Benz, BMW, Ford, entre outras podem ser citadas possuindo modelos de suspensão inteligente. Inicialmente, os avanços relacionados a esses sistemas englobavam apenas a redução de um grau de liberdade, como exemplo, o ângulo de rolamento para priorizar a estabilidade direcional. O avanço tecnológico permitiu acoplar outras variáveis de movimento no sistema de controle, como o bounce (deslocamento vertical) para otimizar o conforto vibracional. Desta forma, vários estudos e pesquisas, tais como Gysen (2011), são desenvolvidos à medida do acréscimo de sensores e processadores de alta precisão e transmissão de dados.

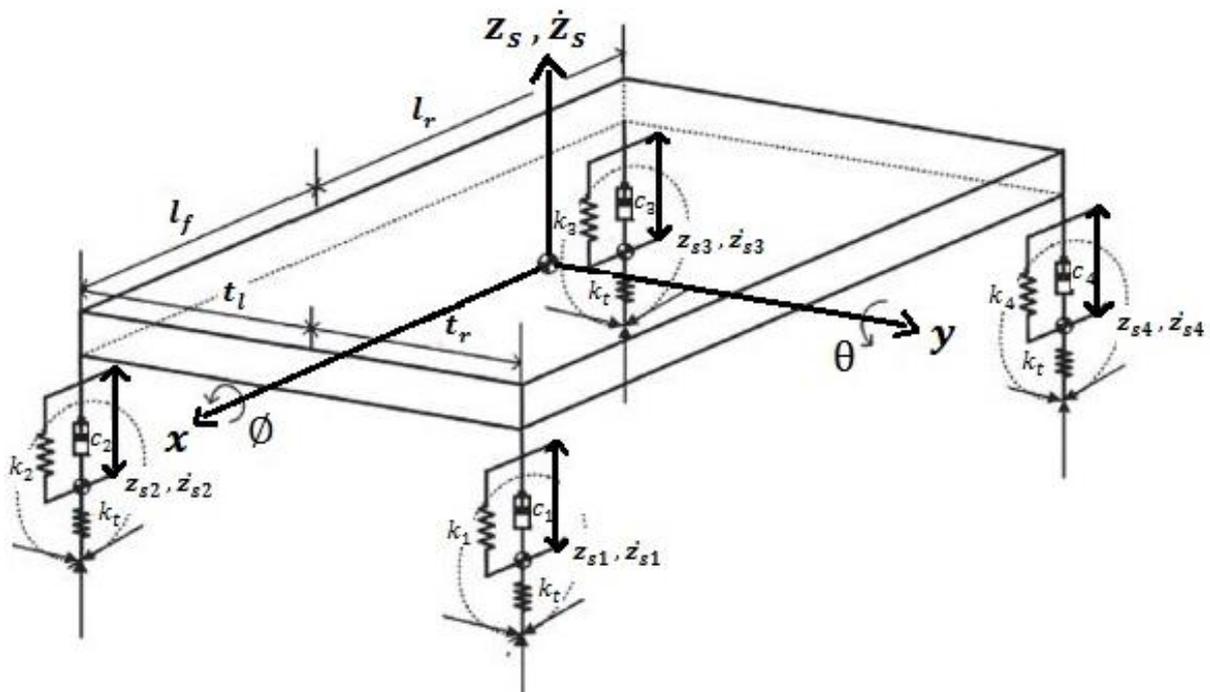
### 3 DESENVOLVIMENTO MATEMÁTICO E COMPUTACIONAL DA SUSPENSÃO

Esta seção apresenta a concepção física dos modelos de veículo analisados neste trabalho. A dedução de equações da 2ª Lei de Newton permite encontrar as dependências entre as variáveis construtivas da suspensão e as variáveis de deslocamentos do veículo. O escopo do trabalho apresenta as considerações e limitações para os modelos de ¼ de veículo e carro completo de suspensão passiva (sem controle) e ativa (controlada).

#### 3.1 MODELO CARRO COMPLETO

O estudo de uma suspensão veicular é iniciado com o escopo físico do problema. Um veículo pode ser modelado fisicamente por massas e elementos de mola e amortecedor. Esta abordagem é ilustrada pela Figura 5.

Figura 5 – Modelo Matemático de Carro Completo



Fonte: Tchamna et al. (2015)

Este modelo de carro ilustrado na Figura 5 é um modelo completo de veículo. Neste sistema, observa-se a presença de sete graus de liberdade (GDL). Quatro estão relacionados ao deslocamento vertical ocorrido nas massas não suspensas. Esta parcela representa todas as massas do conjunto do veículo que não estão sustentadas pela suspensão. O peso das rodas, eixo dianteiro, cardan, componentes do sistema de suspensão e direção são consideradas como massa não suspensa. Essa quantidade de massa é representada fisicamente como localizada em cada uma das quatro rodas do veículo.

Os três GDL restantes estão presentes na massa suspensa. Esta é representada pela carroceria do veículo (chassi monobloco) com o peso dos passageiros e bagagem no porta-malas (se houver). Esta massa movimenta-se verticalmente no eixo z e possui rotações em relação ao eixo x e y.

A equação cinemática de força e deslocamentos linear da massa suspensa está descrita na Equação (1). Considerando a posição inicial do modelo da Figura 5 em equilíbrio estático, pela aplicação da 2ª Lei de Newton ( $\sum \vec{F} = m \cdot \vec{a}$ ), observa-se que

$$\begin{aligned} & -k_1 \cdot (z_{s1} - z_{m1}) - c_1 \cdot (\dot{z}_{s1} - \dot{z}_{m1}) - k_2 \cdot (z_{s2} - z_{m2}) - c_2 \cdot (\dot{z}_{s2} - \dot{z}_{m2}) \\ & -k_3 \cdot (z_{s3} - z_{m3}) - c_3 \cdot (\dot{z}_{s3} - \dot{z}_{m3}) - k_4 \cdot (z_{s4} - z_{m4}) - c_4 \cdot (\dot{z}_{s4} - \dot{z}_{m4}) \\ & = m_s \cdot \ddot{z}_s , \end{aligned} \quad (1)$$

representa a equação de movimento para a massa suspensa. Os dados  $z_{m1}, z_{m2}, z_{m3}$  e  $z_{m4}$  e suas derivadas  $\dot{z}_{m1}, \dot{z}_{m2}, \dot{z}_{m3}$  e  $\dot{z}_{m4}$  simbolizam o deslocamento e velocidade, respectivamente, das massas não suspensas  $m_1, m_2, m_3$  e  $m_4$ . As variáveis  $z_{s1}, z_{s2}, z_{s3}$  e  $z_{s4}$  correspondem aos deslocamentos da massa suspensa em cada extremidade do veículo, sendo os pontos 1 e 4 localizados à esquerda do eixo x positivo, retratando o eixo dianteiro e traseiro, respectivamente. Analogamente, os pontos 2 e 3 estão à direita do veículo, representando o eixo dianteiro e traseiro, respectivamente. As incógnitas  $\dot{z}_{s1}, \dot{z}_{s2}, \dot{z}_{s3}$  e  $\dot{z}_{s4}$  caracterizam as velocidades nestes pontos. As Equações (2) – (9) apresentam o deslocamento e a velocidade.

$$z_{s1} = z_s - l_f \cdot \tan(\theta) + 0,5 \cdot t_b \cdot \tan(\phi) , \quad (2)$$

$$z_{s2} = z_s - l_f \cdot \tan(\theta) - 0,5 \cdot t_b \cdot \tan(\phi) , \quad (3)$$

$$z_{s3} = z_s + l_r \cdot \tan(\theta) - 0,5 \cdot t_b \cdot \tan(\varnothing) , \quad (4)$$

$$z_{s4} = z_s + l_r \cdot \tan(\theta) + 0,5 \cdot t_b \cdot \tan(\varnothing) , \quad (5)$$

$$\dot{z}_{s1} = \dot{z}_s - l_f \cdot \dot{\theta} \cdot \sec^2(\theta) + 0,5 \cdot t_b \cdot \dot{\varnothing} \cdot \sec^2(\varnothing) , \quad (6)$$

$$\dot{z}_{s2} = \dot{z}_s - l_f \cdot \dot{\theta} \cdot \sec^2(\theta) - 0,5 \cdot t_b \cdot \dot{\varnothing} \cdot \sec^2(\varnothing) , \quad (7)$$

$$\dot{z}_{s3} = \dot{z}_s + l_r \cdot \dot{\theta} \cdot \sec^2(\theta) - 0,5 \cdot t_b \cdot \dot{\varnothing} \cdot \sec^2(\varnothing) , \quad (8)$$

$$\dot{z}_{s4} = \dot{z}_s + l_r \cdot \dot{\theta} \cdot \sec^2(\theta) + 0,5 \cdot t_b \cdot \dot{\varnothing} \cdot \sec^2(\varnothing) , \quad (9)$$

O símbolo  $t_b$  denota para a largura de bitola, e vale  $t_r + t_l$  (Figura 5). A distância do centro de gravidade para o eixo dianteiro e traseiro está exibida como  $l_f$  e  $l_r$ , nessa ordem. O ângulo roll (rolamento) é dado por  $\varnothing$  enquanto  $\theta$  denota o ângulo pitch (arfagem). O momento de inércia no eixo de rotação longitudinal e transversal são dados por  $I_x$  e  $I_y$ , respectivamente. As equações de movimento das massas não suspensas e das rotações estão apresentadas nas Equações (10) – (15):

$$k_1 \cdot (z_{s1} - z_{m1}) + c_1 \cdot (\dot{z}_{s1} - \dot{z}_{m1}) - k_t \cdot (z_{m1} - z_{r1}) = m_1 \cdot \ddot{z}_{m1} , \quad (10)$$

$$k_2 \cdot (z_{s2} - z_{m2}) + c_2 \cdot (\dot{z}_{s2} - \dot{z}_{m2}) - k_t \cdot (z_{m2} - z_{r2}) = m_2 \cdot \ddot{z}_{m2} , \quad (11)$$

$$k_3 \cdot (z_{s3} - z_{m3}) + c_3 \cdot (\dot{z}_{s3} - \dot{z}_{m3}) - k_t \cdot (z_{m3} - z_{r3}) = m_3 \cdot \ddot{z}_{m3} , \quad (12)$$

$$k_4 \cdot (z_{s4} - z_{m4}) + c_4 \cdot (\dot{z}_{s4} - \dot{z}_{m4}) - k_t \cdot (z_{m4} - z_{r4}) = m_4 \cdot \ddot{z}_{m4} , \quad (13)$$

$$\begin{aligned} & 0,5t_b \cdot [-k_2 \cdot (z_{s2} - z_{m2}) - c_2 \cdot (\dot{z}_{s2} - \dot{z}_{m2}) - k_3 \cdot (z_{s3} - z_{m3}) \\ & - c_3 \cdot (\dot{z}_{s3} - \dot{z}_{m3}) + k_1 \cdot (z_{s1} - z_{m1}) + c_1 \cdot (\dot{z}_{s1} - \dot{z}_{m1}) \\ & + k_4 \cdot (z_{s4} - z_{m4}) + c_4 \cdot (\dot{z}_{s4} - \dot{z}_{m4})] = I_x \cdot \ddot{\varnothing} \end{aligned} \quad (14)$$

e

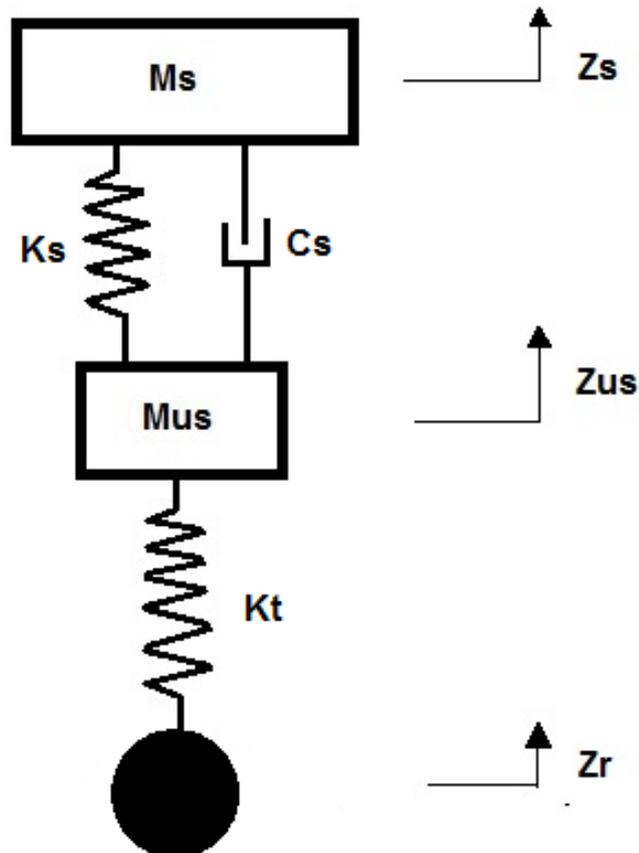
$$\begin{aligned} & [-k_1 \cdot (z_{s1} - z_{m1}) - c_1 \cdot (\dot{z}_{s1} - \dot{z}_{m1}) - k_2 \cdot (z_{s2} - z_{m2}) \\ & - c_2 \cdot (\dot{z}_{s2} - \dot{z}_{m2})] \cdot l_f \\ & + [k_3 \cdot (z_{s3} - z_{m3}) + c_3 \cdot (\dot{z}_{s3} - \dot{z}_{m3}) + k_4 \cdot (z_{s4} - z_{m4}) + c_4 \cdot (\dot{z}_{s4} - \\ & \dot{z}_{m4})] \cdot l_r = I_y \cdot \ddot{\theta} . \end{aligned} \quad (15)$$

Assim, todas as equações físicas devem ser solucionadas simultaneamente para determinar o movimento completo do veículo, visto que as variáveis estão interligadas entre si, presentes em duas ou mais equações.

### 3.2 MODELO SIMPLIFICADO DE ¼ DE VEÍCULO

Em alguns casos, para evitar o trabalho e desenvolvimento de sete equações, o modelo representado na Figura 5 é simplificado. Esta redução do modelo de 7 para 2 GDL é válida para determinar somente os movimentos lineares da massa suspensa e de uma das massas não suspensa. Esse modelo simplificado possibilita também encontrar as frequências naturais e os modos de vibração deste sistema como uma aproximação da dinâmica real. Uma representação esquemática é apresentada na Figura 6.

Figura 6 – Modelo de ¼ de Veículo



Fonte: Autor (2017)

As variáveis de interesse para solucionar o problema são o deslocamento vertical (eixo  $z$ ) da massa suspensa ( $m_s$ ) e da massa não suspensa ( $m_{us}$ ). O valor de entrada  $z_r$  é uma função matemática estimada pela característica do terreno trafegado pelo veículo.

Aplicando a 2ª Lei de Newton no sistema da Figura 6, obtém-se

$$k_s \cdot (z_s - z_{us}) + c_s \cdot (\dot{z}_s - \dot{z}_{us}) - k_t \cdot (z_{us} - z_r) = m_{us} \cdot \ddot{z}_{us} \quad (16)$$

e

$$k_s \cdot (z_s - z_{us}) + c_s \cdot (\dot{z}_s - \dot{z}_{us}) = m_s \cdot \ddot{z}_s \quad (17)$$

Estas equações diferenciais estão relacionadas entre si. Percebe-se que um deslocamento vertical da pista ( $z_r$ ) causa uma perturbação no sistema. A suspensão com foco em conforto ao passageiro objetiva minimizar o deslocamento da massa suspensa ( $z_s$ ) para otimizar esse requisito.

Em um movimento normal de um veículo em uma estrada, algumas situações causam o deslocamento vertical do conjunto. Passagem por lombadas e buracos são situações comuns. Algumas vias podem não ser perfeitamente lisas, como no caso de construção por pedra irregular. Independente de qual seja a situação, uma equação matemática pode descrever esse deslocamento. Um exemplo de equação periódica para modelo geral de via é

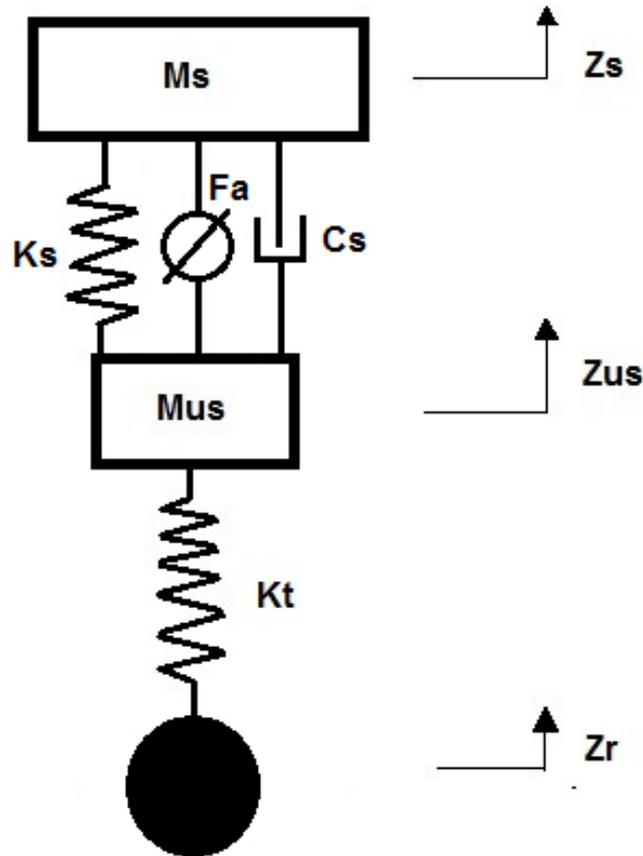
$$z_r(t) = Z_{amp} \cdot \text{sen}(\omega t) , \quad (18)$$

dada por uma excitação senoidal periódica com amplitude máxima de  $Z_{amp}$  e é incorporada as equações de movimento (16) e (17) para encontrar a variável de deslocamentos das massas ( $z_{us}$  e  $z_s$ ). As ferramentas computacionais auxiliam na agilidade de resolução deste cálculo e, com isto, muitas circunstâncias de utilização do veículo podem ser avaliadas. As respostas obtidas permitem aos projetistas verificarem as amplitudes e frequências das oscilações do veículo. Desta forma, determinam-se valores de rigidez ( $k$ ) e amortecimento ( $c$ ) ideais para a suspensão naquela condição de uso avaliada.

O modelo físico de uma suspensão ativa é diferente se comparado à Figura 6. Uma pequena modificação ocorre pela inserção do atuador eletrônico entre as

massas  $m_s$  e  $m_{us}$ . Este componente é posicionado paralelo a mola  $k_s$  e amortecedor  $c_s$ . Este novo modelo é mostrado na Figura 7.

Figura 7 – Modelo Físico de Suspensão Ativa



Fonte: Autor (2017)

Esta configuração da suspensão ativa permite limitar os valores de  $z_s$  para satisfazer a condição de conforto. As novas equações de movimento com a presença de um atuador são:

$$k_s \cdot (z_s - z_{us}) + c_s \cdot (\dot{z}_s - \dot{z}_{us}) - k_t \cdot (z_{us} - z_r) - F_a = m_{us} \cdot \ddot{z}_{us} \quad (19)$$

e

$$k_s \cdot (z_s - z_{us}) + c_s \cdot (\dot{z}_s - \dot{z}_{us}) + F_a = m_s \cdot \ddot{z}_s \quad (20)$$

Dessa maneira, o objetivo é obter dados da variável  $F_a$  para que o sistema tenha um deslocamento das massas dentro de um padrão aceitável. A simulação computacional permite realizar esta verificação para obter esses valores adequados.

### 3.3 DADOS CONSTRUTIVOS DO VEÍCULO

A análise de suspensão veicular abordada nesse trabalho utiliza as considerações feitas por Ruthes (2016) nos valores de massa, rigidez e amortecimento do veículo. O autor utilizou os valores Perreira (2011), que avaliou a suspensão de um veículo Fiat Uno modelo 2006. Em sua análise, o autor comenta os métodos utilizados para estimar os valores das variáveis da suspensão veicular. A rigidez do pneu utilizada pelo autor foi realizada pela consulta em Eger (2007).

Os dados da suspensão dianteira utilizados por Ruthes (2016) estão apresentados na Tabela 1 abaixo.

Tabela 1 – Massa, Rigidez e Amortecimento na Suspensão Dianteira

<b>Variáveis da Suspensão Dianteira</b>	
Massa suspensa ( $m_s$ )	520 kg
Massa não suspensa ( $m_{us}$ )	63 kg
Rigidez do Pneu ( $k_t$ )	$1,9 \cdot 10^5$ N/m
Rigidez das Molas ( $k_s$ )	$1,688 \cdot 10^4$ N/m
Constante de Amortecimento ( $c_s$ )	1554 N.s/m

Fonte: Ruthes (2016)

No caso da suspensão traseira, os valores estão demonstrados na Tabela 2.

Tabela 2 – Massa, Rigidez e Amortecimento na Suspensão Traseira

<b>Variáveis da Suspensão Traseira</b>	
Massa suspensa ( $m_s$ )	310 kg
Massa não suspensa ( $m_{us}$ )	89 kg
Rigidez do Pneu ( $k_t$ )	$1,9 \cdot 10^5$ N/m
Rigidez das Molas ( $k_s$ )	$1,9 \cdot 10^4$ N/m
Constante de Amortecimento ( $c_s$ )	3144,2 N.s/m

Fonte: Ruthes (2016)

Os valores mostrados na Tabela 1 e Tabela 2 são os parâmetros adotados na análise do desempenho da suspensão. Neste estudo, optou-se por avaliar somente a suspensão dianteira. No caso de avaliar o modelo de  $\frac{1}{4}$  de veículo, os valores das

massas suspensas e não suspensas consideradas nos cálculos é a metade dos valores apresentados na Tabela 1.

No caso da análise de veículo completo, os dados construtivos estão alistados na Tabela 3 a seguir.

Tabela 3 – Parâmetros do Veículo Completo

<b>Variáveis Dimensionais do Veículo</b>	
Massa suspensa total ( $m_{st}$ )	830 kg
Massa não suspensa total ( $m_{ust}$ )	152 kg
Massa Total do Veículo ( $m_t$ )	982 kg
Comprimento de Bitola ( $t_b$ )	1,337 m
Distância do Eixo Dianteiro ao CG ( $l_f$ )	0,882 m
Distância do Eixo Traseiro ao CG ( $l_r$ )	1,498 m
Comprimento entre Eixos ( $L_t$ )	2,380 m
Momento de Inércia Longitudinal ( $I_x$ )	2353,5 kg.m <sup>2</sup>
Momento de Inércia Transversal ( $I_y$ )	850 kg.m <sup>2</sup>

Fonte: Ruthes (2016)

Deste modo, os valores apresentados nas tabelas estabelecem algumas das incógnitas das equações de movimento (Equações (1) – (20)) alistadas anteriormente.

### 3.4 MODELO DE OBSTÁCULO DE VIA

Conforme mencionado na seção 3.2, a análise da suspensão necessita de uma excitação externa para poder avaliar os deslocamentos da massa suspensa e não suspensa. Na condição de utilização normal de um carro, os obstáculos mais comuns são buracos, lombadas convencionais e do tipo tartaruga.

#### 3.4.1 Excitação por lombada no modelo de ¼ de veículo

Em Ruthes (2016), a suspensão veicular foi avaliada ao deslocamento do veículo por uma lombada. Segundo este autor, cuja referência concorda com as normas legislativas do Conselho Nacional de Trânsito (CONTRAN), a lombada possui as seguintes dimensões: comprimento ( $L$ ) de 1,50 m e altura ( $h$ ) de 0,08 m.

As Equações (21), (22) e (23) são utilizadas para modelar matematicamente o deslocamento o comportamento do pavimento ao longo do percurso do veículo (RUTHES, 2016).

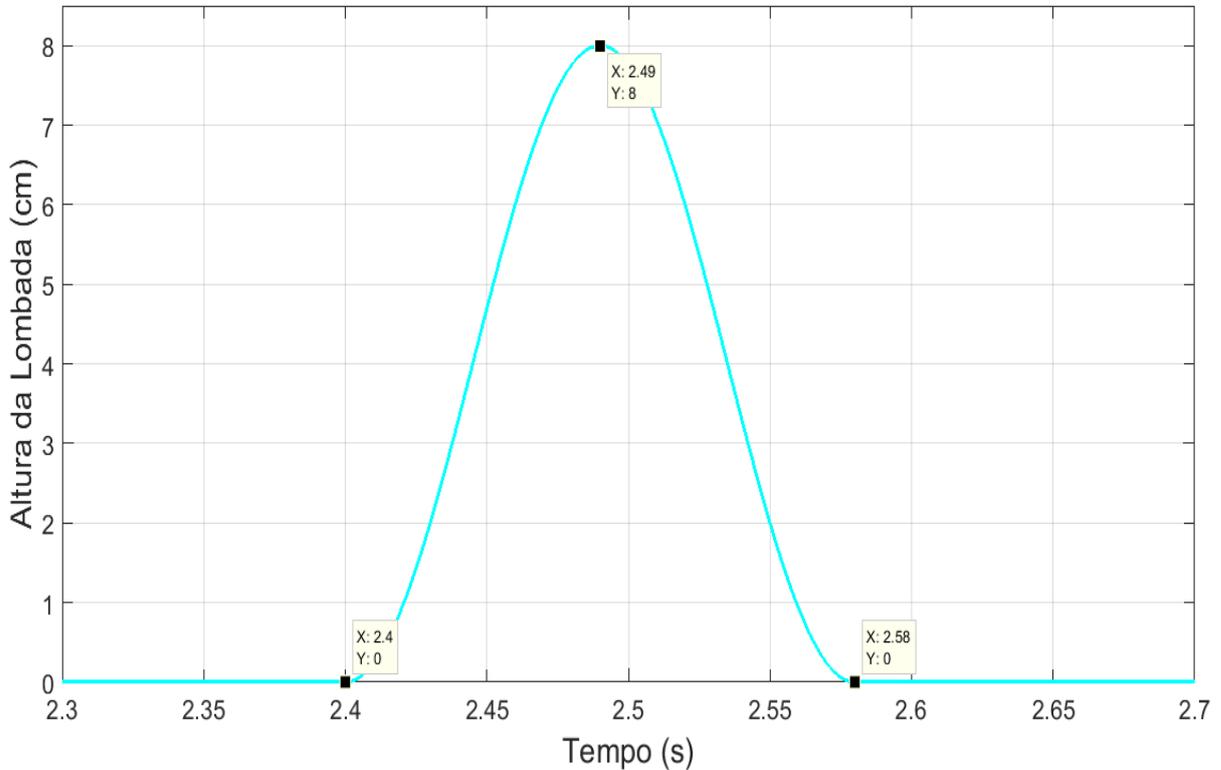
$$z_r(t) = \frac{h}{2}(1 - \cos(\omega.t)) \quad (21)$$

$$\omega = \frac{2\pi v}{L} \quad (22)$$

$$z_r(t) = \frac{h}{2} \cdot \left\{ 1 - \cos \left[ \omega \cdot \left( t - \frac{d}{v} \right) \right] \right\} \quad (23)$$

A função senoidal da Equação (21) descreve o movimento do veículo ao passar pela lombada. No entanto, em uma investigação realista, o veículo percorre uma determinada distância antes de iniciar a travessia do obstáculo. Assim, a Equação (23) modela esse comportamento. A Equação (22) considera o valor da velocidade angular ( $\omega$ ) da roda do veículo em função do comprimento da lombada ( $L$ ) e velocidade do carro. A incógnita  $d$  representa a distância percorrida até a lombada, enquanto  $v$  corresponde a velocidade constante de trajeto do veículo na trajetória  $d + L$ . Estes valores são 20 m e 30 km/h, respectivamente. O perfil de pista definido pela Equação (23) está mostrado na Figura 8.

Figura 8 – Perfil de Pista Lombada para Modelo  $\frac{1}{4}$  de Veículo para  $v = 30 \text{ km/h}$   
**Altura da Lombada em Função do Tempo (Modelo 2 GDL)**



Fonte: Autor (2017)

A Figura 8 ilustra a condição pelo qual o comportamento da suspensão veicular será analisado. Observa-se que o tempo de início do trajeto por cima da lombada ocorre em  $t = 2,4 \text{ s}$ , e em  $t = 2,49 \text{ s}$  o carro está na altura máxima da lombada e em  $t = 2,58 \text{ s}$  o carro finaliza a passagem pelo obstáculo.

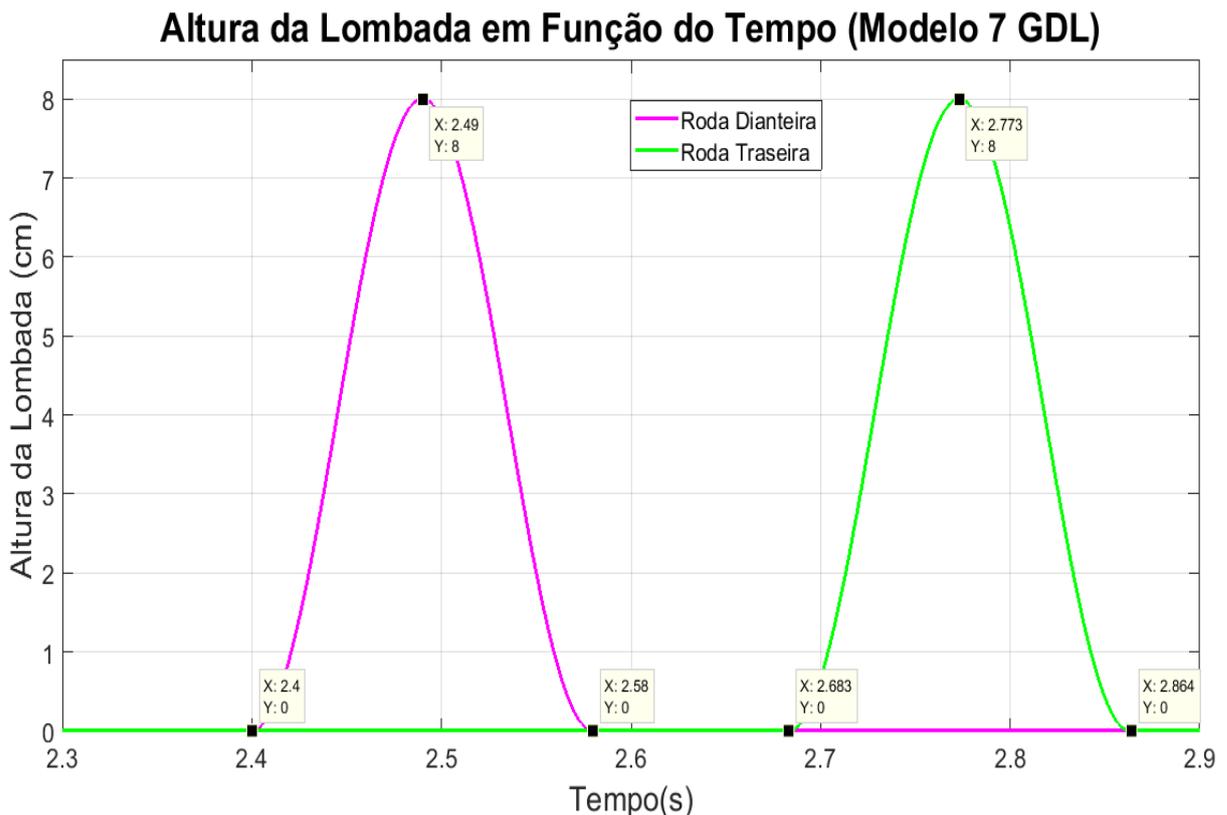
### 3.4.2 Excitação degrau no modelo de $\frac{1}{4}$ de veículo

Outro modelo de excitação externa adotada foi a função degrau. Essa função é padrão para análise em muitas aplicações em engenharia. Neste estudo, este modelo em degrau foi utilizado para verificar a eficácia dos controladores em uma perturbação relativamente elevada no sistema. O degrau inserido no sistema foi de 10 centímetros. A função degrau começa a atuar em  $t = 0$  e permanece constante em sua amplitude até  $t \rightarrow \infty$ .

### 3.4.3 Excitação por lombada no modelo de 7 GDL

No caso do modelo de 7 GDL, a excitação da via ocorre em momentos distintos para as rodas traseiras e dianteiras. O gráfico da altura da posição da roda em função do tempo está ilustrado na Figura 9.

Figura 9 – Perfil de Pista Lombada para Carro Completo para  $v = 30 \text{ km/h}$



Fonte: Autor (2017)

A passagem das rodas dianteira pela lombada fica inalterada. Nota-se a presença da roda traseira sendo levantada entre os períodos de tempo  $2,683 < t < 2,864$  segundos. Esta segunda passagem vai influenciar o movimento tanto na parte traseira e dianteira, além de deslocamentos angulares, aspecto não abordado no modelo de  $\frac{1}{4}$  de veículo. Entre o período de  $2,58 < t < 2,683$  segundos, equivalente à distância entre eixos, o veículo não possui perturbação em nenhuma das rodas.

### 3.4.4 Excitação aleatória no modelo de 7 GDL

O objetivo da análise do comportamento da suspensão em uma função de via de perfil aleatório é testar a eficácia do sistema de controle para o uso em qualquer condição de estrada. Visto que o projeto do controlador esboçado neste trabalho foi realizado com base em uma lombada no modelo de veículo de 2 e 7 GDL, testar o mesmo controlador em outras condições demonstrará se a utilização da suspensão ativa é viável para outras circunstâncias de tráfego, estrada ou condução.

Nesta situação, um modelo de via aleatória é dado pela Equação (24). Esta equação foi modelada considerando um sinal de ruído branco (de frequências de excitação  $f$ ) e filtrada por um filtro passa-baixas, resultando em frequências de excitação  $f_0$ , como excitação apresentado por Ulsoy et al. (2012). Esta modelagem envolve uma determinação estatística da característica do perfil da pista, indicada a seguir pela densidade espectral de potência,  $S_r$ .

$$S_r(f') = S_0 \cdot \frac{1/f'^2}{1 + \left(\frac{f_0'}{f'}\right)^2} \quad (24)$$

$$f' = \frac{f}{v} \quad (25)$$

$$f_0' = \frac{f_c}{v} \quad (26)$$

O valor de  $S_0$  representa o parâmetro de magnitude de rugosidade da pista, que neste caso foi  $S_0 = 1,25 \cdot 10^{-2}$ . O valor de  $v$  é a velocidade do veículo e equivale a 30 km/h nas simulações numéricas. Define-se a frequência espacial ( $f'$ ) na Equação (25) como a razão da frequência de excitação ( $f$ ) e a velocidade ( $v$ ). A frequência de corte espacial ( $f_0'$ ), do filtro passa-baixo é dada na Equação (26) como a razão da frequência de corte ( $f_c$ ) e a velocidade. O valor da frequência de corte utilizado foi de 1,04 rad/m, conforme a referência Ulsoy et al. (2012).

### 3.5 AJUSTE FINO DO CONTROLADOR

Conforme apresentado na seção INTRODUÇÃO, o controlador utilizado neste trabalho é o proporcional-integrador-derivativo (PID). Previamente discutido, este controlador é eficaz em muitas aplicações, e observou-se analisar o desempenho deste na suspensão ativa veicular. Segundo Ogata (2013), o formato matemático deste controlador é dado por

$$G_{PID}(s) = K_p + \frac{K_i}{s} + K_d \cdot s, \quad (27)$$

onde  $K_p$  representa o ganho proporcional,  $K_i$  o ganho integrador e  $K_d$  o ganho derivativo. É necessário encontrar valores ideais destas constantes para proporcionar uma execução eficiente da funcionalidade do controlador e atingir o objetivo final de reduzir o deslocamento da massa suspensa.

Um método de ajuste aplicável nesta situação é o método de Ziegler-Nichols. Este método foi apresentado em 1942 e teve grande aceitação pela simplicidade e funcionalidade de atingir resultados satisfatórios (ANG; CHONG; LI, 2006). Portanto, optou-se por utilizá-lo no sistema de suspensão veicular para encontrar um parâmetro inicial do controlador.

As etapas para realizar o ajuste fino consistem em zerar a ação integral ( $K_i$ ) e derivativa ( $K_d$ ) e encontrar um valor de ganho proporcional ( $K_p$ ) na qual o sistema fique oscilatório não amortecido. Após encontrar esse valor de ganho, o qual denominar-se-á neste trabalho como ganho crítico ( $K_{cr}$ ), é preciso encontrar o período dessas oscilações ( $P_{cr}$ ). Com esses dados, calcula-se os ganhos conforme

$$K_p = 0,6 \cdot K_{cr} \quad (28)$$

e

$$K_i = \frac{K_p}{T_i} \quad (29)$$

onde

$$T_i = \frac{P_{cr}}{2},$$

$$K_d = K_p \cdot T_d, \quad (30)$$

e

$$T_d = 0,125 \cdot P_{cr}.$$

O procedimento adotado para estabelecer os valores de  $P_{cr}$  e  $K_{cr}$  do controlador PID utilizou a ferramenta *Scilab 6.0.0*. A abordagem para este problema foi utilizar a análise de Lugar das Raízes. Este procedimento utiliza as equações de movimento no domínio  $s$  e avalia o comportamento da função à medida que o ganho proporcional é alterado.

A transformação das equações de movimento (19) e (20) no domínio do tempo para o domínio  $s$  envolve aplicar a transformada de Laplace em todos os termos da equação. Assim, desta operação matemática, obtêm-se

$$\begin{aligned} -k_s \cdot [Z_s(s) - Z_{us}(s)] - c_s \cdot [sZ_s(s) - sZ_{us}(s)] + F_a(s) &= m_s \cdot s^2 \cdot Z_s(s), \\ Z_{us}(s) \cdot [c_s \cdot s + k_s] &= Z_s(s) \cdot [m_s \cdot s^2 + c_s \cdot s + k_s] - F_a(s), \end{aligned} \quad (31)$$

$$\begin{aligned} k_s \cdot [Z_s(s) - Z_{us}(s)] + c_s \cdot [sZ_s(s) - sZ_{us}(s)] - k_t \cdot [Z_{us}(s) - Z_r(s)] - F_a(s) \\ = m_{us} \cdot s^2 \cdot Z_{us}(s), \end{aligned}$$

e

$$Z_{us}(s) = \frac{k_s Z_s(s) + c_s s Z_s(s) + k_t Z_r(s) - F_a(s)}{m_{us} s^2 + c_s s + k_s + k_t}. \quad (32)$$

Substituindo a Equação (32) na Equação (31) e rearranjando, obtêm-se

$$Z_s(s) \cdot (As^4 + Bs^3 + Cs^2 + Ds + E) = F_a(s) \cdot (m_{us} \cdot s^2 + k_t) + Z_r(s) \cdot [k_t(c_s s + k_s)], \quad (33)$$

e

$$\begin{aligned} A &= m_s \cdot m_{us} \\ B &= c_s \cdot (m_{us} + m_s) \\ C &= m_s \cdot (k_s + k_t) + m_{us} \cdot k_s \\ D &= c_s \cdot k_t \\ E &= k_s \cdot k_t \end{aligned} \quad (34)$$

Assim, o desenvolvimento das equações estabelece uma relação entre o deslocamento de entrada (função da pista e da força de controle) para o deslocamento de saída desejado (massa suspensa). Lembrando que as incógnitas da suspensão utilizadas estão na Tabela 1. Fazendo  $F_a(s) = 0$ , a função de transferência é dada por

$$G_1(s) = \frac{Z_s(s)}{Z_r(s)} = \frac{k_t(c_s s + k)}{(As^4 + Bs^3 + Cs^2 + Ds + E)} \quad (35)$$

No caso de  $Z_r(s) = 0$ , a função de transferência do sistema é

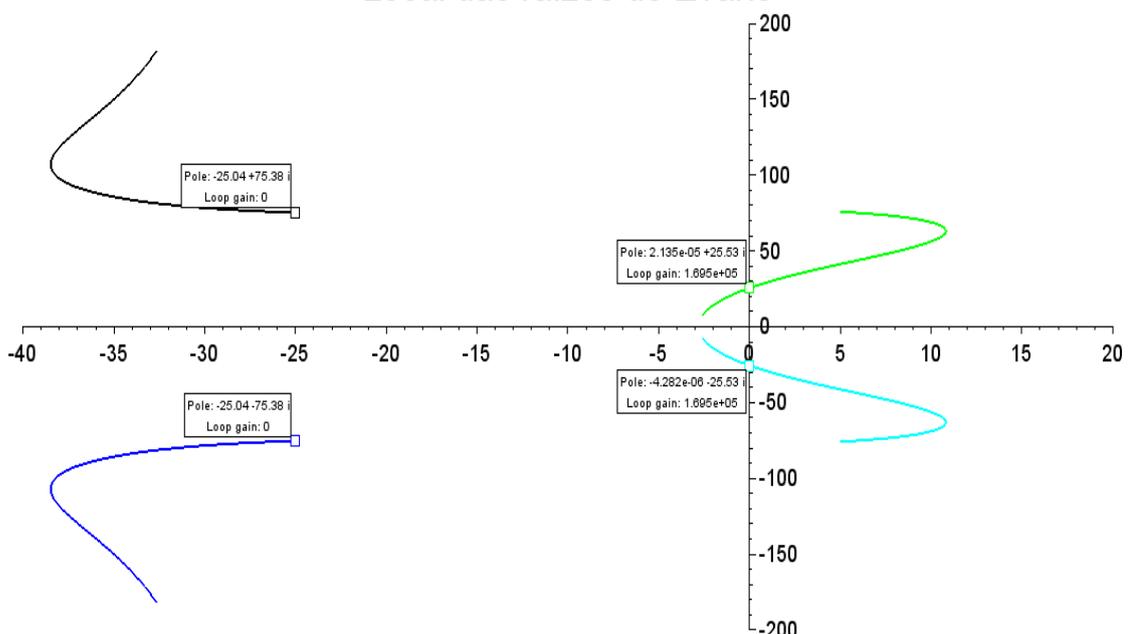
$$G_2(s) = \frac{Z_s(s)}{F_a(s)} = \frac{m_{us}s^2 + k_t}{(As^4 + Bs^3 + Cs^2 + Ds + E)} \quad (36)$$

O valor final do deslocamento da massa suspensa  $Z_s$  é dado pela soma da resposta do sistema em cada condição apresentada acima  $F_a(s) = 0$  e  $Z_r(s) = 0$ , visto que é um sistema linear.

O Lugar das Raízes para  $1 + K \cdot G_2(s) \cdot H(s)$ , ou seja, a planta do sistema com  $H(s) = 1$ , representando a realimentação unitária, está representado na Figura 10.

Figura 10 – Lugar das Raízes para  $\frac{1}{4}$  de Veículo

### Local das raízes de Evans



Fonte: Autor (2017)

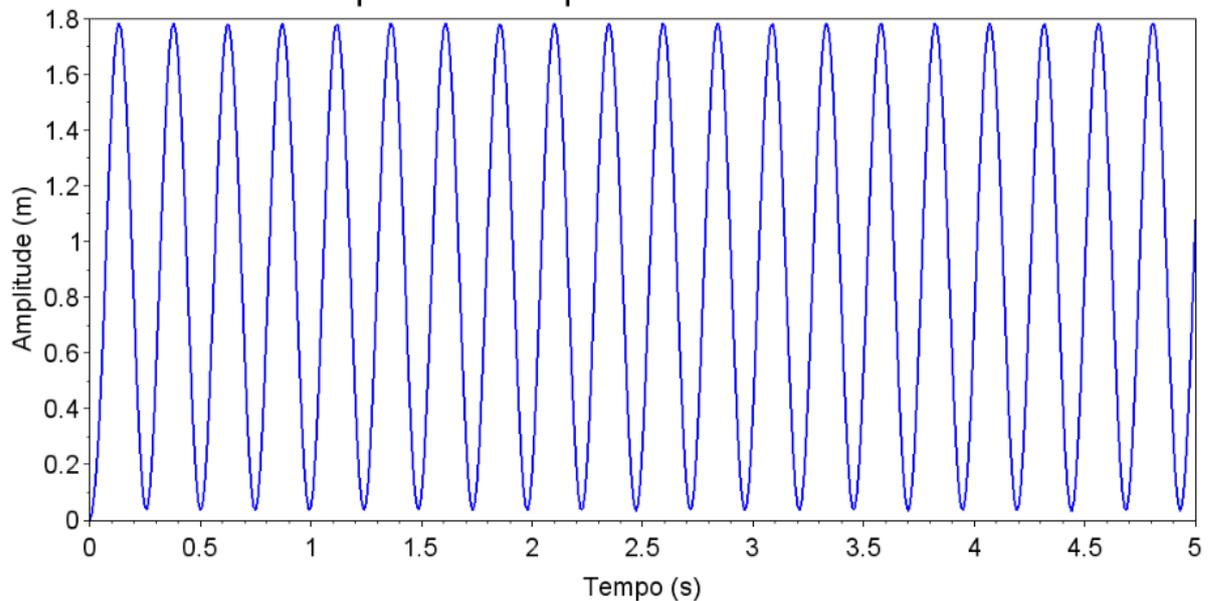
Conforme apresentado na Figura 10, o ponto crítico desse sistema é o limite da estabilidade, ou seja, o ponto de interseção com o eixo imaginário. Neste caso, o valor apresentado para o ganho foi de  $K_{cr} = 169.500$  [N/m]. O valor de  $P_{cr}$  é calculado utilizando o valor da frequência natural. No diagrama do Lugar das Raízes, esse valor é o cruzamento com o eixo imaginário, cujo valor é de 25,53 [rad/s]. Assim, o período crítico vale

$$P_{cr} = \frac{2\pi}{\omega_n} = \frac{2\pi \text{ [rad]}}{25,53 \text{ [rad/s]}} = 0,246 \text{ [s]}$$

Outra maneira de analisar esse sistema é pela resposta temporal em malha fechada para entrada ao degrau com o controlador ajustado com o valor crítico. A Figura 11 a seguir ilustra o resultado dessa inspeção.

Figura 11 – Resposta Temporal da Suspensão

#### Resposta da Suspensão com o Valor Crítico



Fonte: Autor (2017)

Visto que o comportamento da resposta ajustada com o ganho limítrofe da estabilidade é oscilatório e não amortecido, isto justifica a característica da amplitude observada na Figura 11. O intervalo entre as oscilações é de 0,25 segundos, ou seja, o período crítico determinado na função temporal concorda com os valores obtidos pelo no Diagrama do Lugar das Raízes de Evans. Os valores dos ganhos  $K_p$ ,  $K_i$  e  $K_d$  são calculados conforme as Equações (28) – (30). Resolvendo-as, obtém-se

$$\begin{aligned}
 K_p &= 101.700 \text{ [N/m]}, \\
 K_i &= 813.600 \text{ [N/m.s]} \\
 K_d &= 3.178 \text{ [N.s/m]}.
 \end{aligned}
 \tag{37}$$

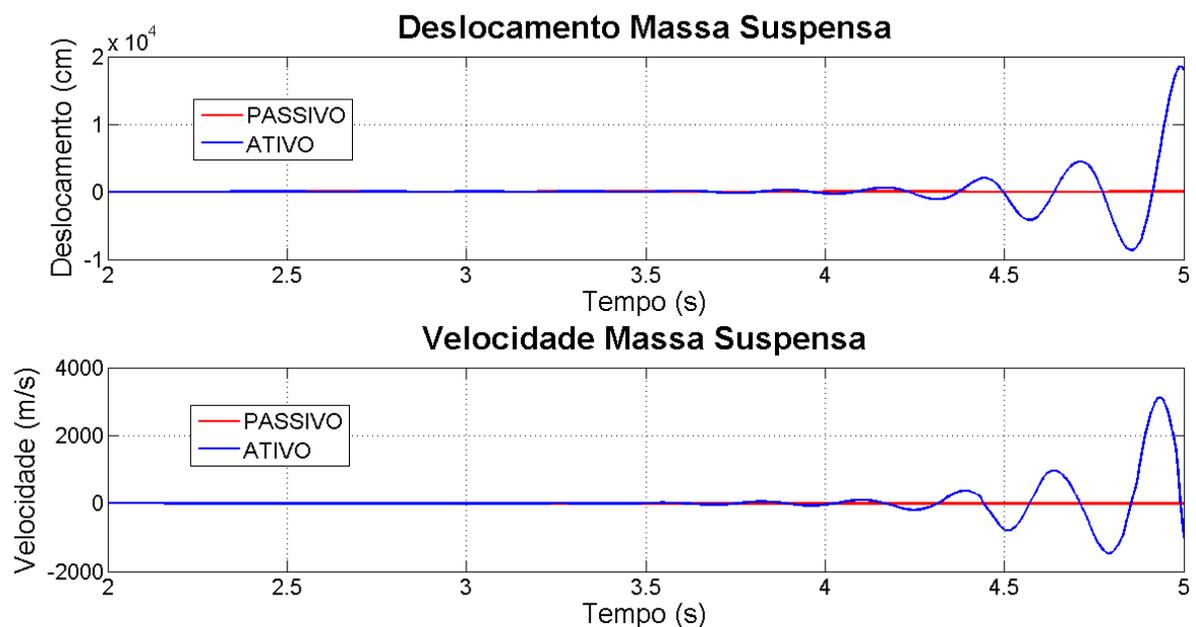
e

Estes valores são inseridos no controlador PID, dado pela Equação (27). Neste caso específico de suspensão ativa, a variável a ser controlada é a força do atuador, cuja expressão no domínio do tempo está declarada na Equação (38)

$$F_a(t) = K_p \cdot e(t) + K_i \cdot \int_0^t e(t) dt + K_d \cdot \frac{de(t)}{dt}.
 \tag{38}$$

Este valor de força é adicionado às Equações (19) e (20) para calcular as variáveis da massa suspensa. Isto foi realizado, porém os gráficos de deslocamento não expuseram os resultados esperados para obter um controle eficaz da suspensão. A Figura 12 demonstra esta ocorrência.

Figura 12 – Controle da Suspensão com Ajuste por Ziegler-Nichols



Fonte: Autor (2017)

Em vista desse problema, uma revisão bibliográfica foi efetuada para entender essa inconsistência nos parâmetros de controle recebidos pelo método de ajuste de Ziegler-Nichols. Contudo, estas investigações colaboraram para aumentar as dúvidas

referentes a este procedimento devido as contradições entre os valores ajustados por cada autor.

Por exemplo, Passarini (2002) ajustou um controlador PID pelo método de Wherry e encontrou valores de  $K_p$ ,  $K_i$  e  $K_d$  de 20.000, 70.000 e 9.000, respectivamente. Já Talib e Darus (2013) encontraram valores menores de 100 para todos os ganhos. Cita-se também Kumar e Vijayarangan (2012), no qual o valor de  $K_{cr}$  encontrado pelos autores foi de 4,9. Os autores Popovic, Jankovic e Vasic (2000) ajustaram um controlador PID com valores de  $K_p = 190.000$ ,  $K_i = 715.000$  e  $K_d = 582.000$ .

As diferenças absurdas apresentadas acima e os cálculos efetuados nesta seção para estimar os ganhos do controlador questionaram a eficácia do sistema Ziegler-Nichols para este problema particular. Portanto, a estratégia de determinar os valores foi mudada. Optou-se por realizar estimativas manuais nas equações escritas no software Matlab® e avaliar o comportamento do sistema a cada regulação de controle. Desta forma, os ganhos de controle escolhidos foram

$$\begin{aligned}
 K_p &= 180.000 \text{ [N/m]} , \\
 K_i &= 313.000 \text{ [N/m} \cdot \text{s]} \\
 e \\
 K_d &= 26.000 \text{ [N} \cdot \text{s/m]} .
 \end{aligned}
 \tag{39}$$

Portanto, o controlador PID com os dados obtidos da Equação (39) foi utilizado para avaliar o comportamento da suspensão em um trajeto sobre um obstáculo é dado por:

$$G_{PID}(s) = \frac{26000s^2 + 180000s + 313000}{s}
 \tag{40}$$

A seção seguinte relata as análises feitas no veículo a partir deste controlador PID utilizado na suspensão ativa veicular.

## 4 RESULTADOS DAS SIMULAÇÕES

A teoria matemática e física discutida na seção 3 estabeleceram várias condições de avaliação do funcionamento de uma suspensão veicular. Esta seção mostra os resultados pela resolução das variáveis e equações diferenciais.

A aplicação de um software computacional oferece vantagens significativas em termos de velocidade de resolução de equações. Conforme já mencionado, este trabalho empregou o software *Matlab R2013a*. Entre as várias funções embutidas, utilizou-se uma função específica denominada *ode45*. O algoritmo desse comando calcula equações diferenciais de primeira ordem por meio do método Runge-Kutta utilizando o par de Dormand-Prince (DORMAND; PRINCE, 1980). Segundo Houcque (2008), este método calcula soluções numéricas acuradas de quarta e quinta ordem, realizando o procedimento seis vezes na mesma equação. Este método varia o intervalo de cálculo a cada passo, escolhendo automaticamente novos intervalos para obter uma adequada precisão da resposta final.

Esta seção mostra os resultados obtidos para os modelos de 2 e 7 graus de liberdade. O modelo obstáculo de via demonstrado na seção 3.4 é a entrada do sistema. Adicionalmente, simulações com a entrada ao degrau e uma entrada aleatória foram avaliadas para o modelo de  $\frac{1}{4}$  de veículo e o modelo de carro completo, respectivamente. Os códigos completos, desde o equacionamento até a plotagem dos gráficos, estão apresentados na seção Apêndice A.

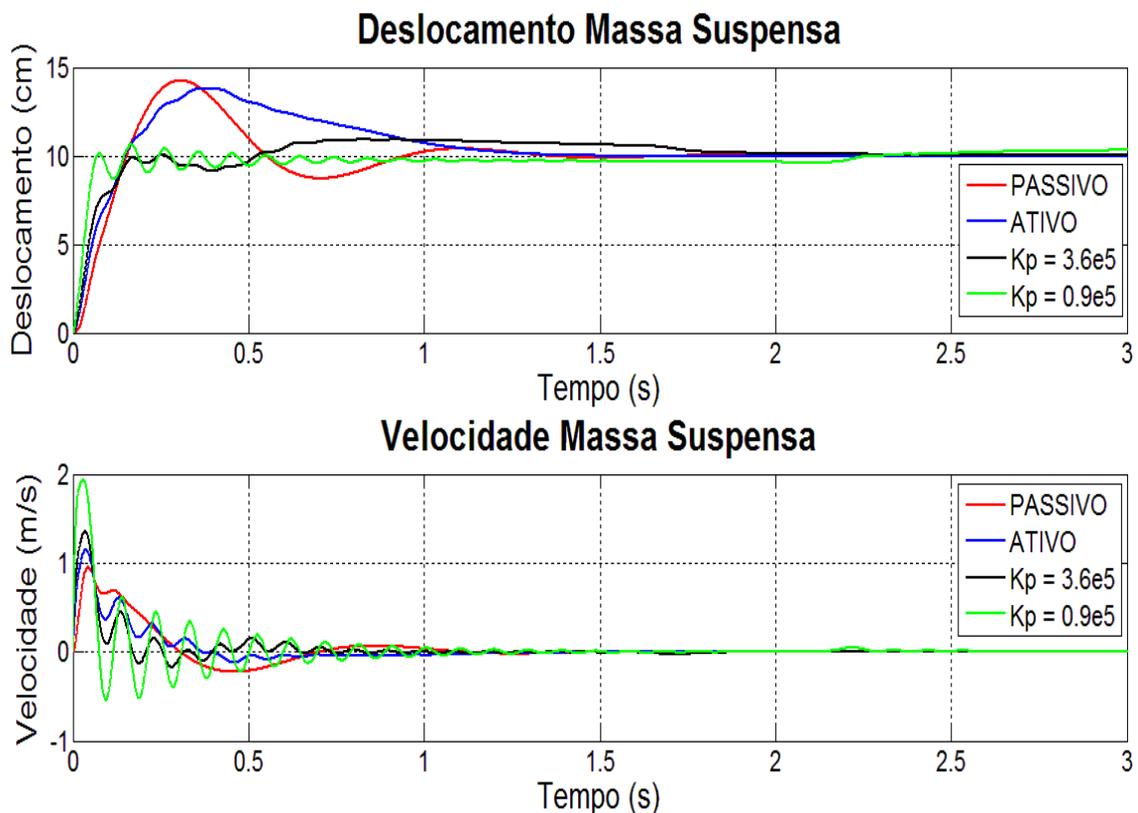
### 4.1 MODELO DE $\frac{1}{4}$ DE VEÍCULO

Esta seção apresenta os resultados obtidos no veículo reduzido com dois graus de liberdade para as entradas degrau e lombada.

### 4.1.1 Excitação degrau

O estudo da resposta ao degrau foi realizado com finalidade de examinar o comportamento do sistema com a variação de um dos parâmetros do controlador. O resultado é analisar a influência de uma ação do controlador – proporcional, integral e derivativa – na característica da resposta temporal da suspensão veicular do sistema. A modificação foi ajustada para alterar o valor da ação de controle para o dobro dos valores definidos ao controlador, e outra combinação foi avaliada com metade da ação de controle. Esta comparação foi feita somente com a massa suspensa. A Figura 13 abaixo ilustra a resposta temporal quando o valor de  $K_p$  é alterado. O sistema dado como ativo (curva azul) tem os parâmetros de controle apresentado na Equação (39).

Figura 13 – Resposta da Suspensão com Entrada Degrau – Variação de  $K_p$

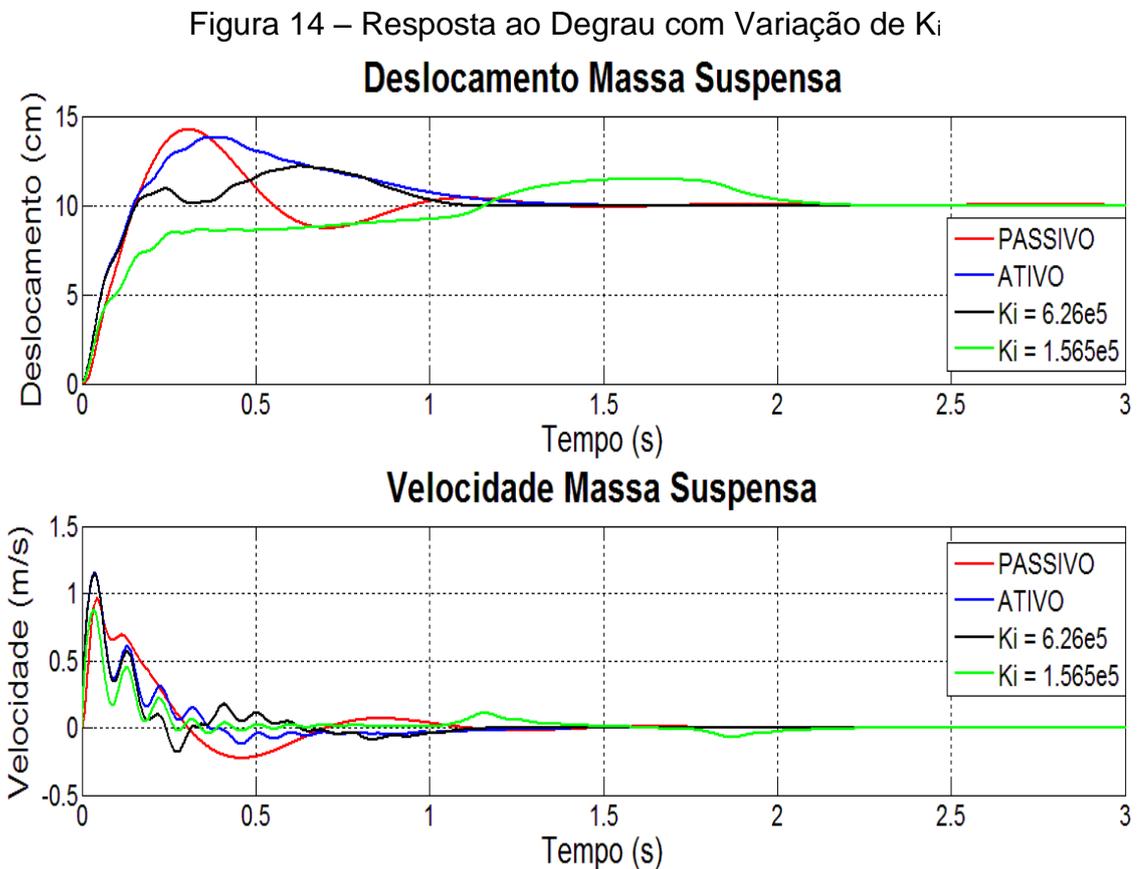


Fonte: Autor (2017)

O ganho proporcional  $K_p$  é responsável por oferecer ao sistema uma amplitude em baixos valores de tempo, contribuindo para a redução do tempo de subida. Conforme observado na Figura 13, a curva azul representa os valores da

Equação (39), no caso do ganho proporcional,  $K_p = 180.000$  [N/m]. Se este valor for reduzido pela metade, este ganho proporcional não será capaz de fornecer uma amplitude inicial ao sistema, conforme observado na curva verde. Por outro lado, um aumento descontrolado de  $K_p$  induz oscilações no sistema. A curva preta na Figura 13 avalia esta situação, na qual há o início de indícios de oscilações. Isto torna o sistema instável. Neste caso, o valor original de  $K_p$  configurou bem o sistema.

A atuação do ganho integral em um controlador PID é zerar o erro em regime permanente. No entanto, a contribuição negativa deste parâmetro é o aumento de sobressinal com altos valores de  $K_i$ . Na Figura 14, o ganho  $K_i$  foi alterado e os resultados estão ilustrados.



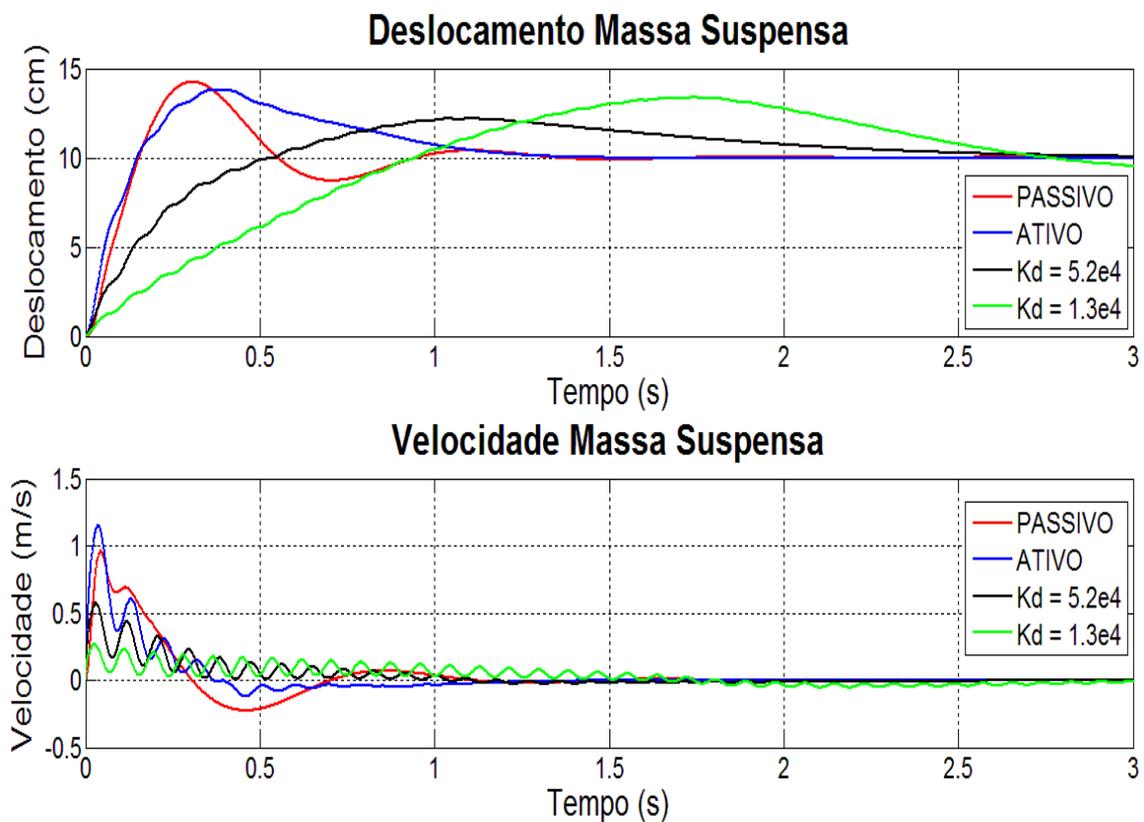
Fonte: Autor (2017)

Embora o efeito negativo do controlador integral seja o aumento de sobressinal, isto não é observado na curva preta da Figura 14. A razão para esse comportamento define-se que os valores de  $K_i$  estão baixos em comparação com os valores de  $K_p$ . Assim, o valor mínimo para qual o integrador começará a conferir ao

sistema um alto valor de sobressinal ainda não foi alcançado. Desta forma, o valor de  $K_i$  no sistema está em uma faixa segura de operação. Observa-se também que o benefício de eliminar o erro em regime permanente não influenciou o sistema de suspensão. A curva verde evidencia que valores baixos de  $K_i$  não são desejáveis para a suspensão ativa em vista do alto tempo de pico, de subida e de acomodação.

O controlador derivativo  $K_d$  também teve os valores alterados. Os resultados podem ser constatados na Figura 15.

Figura 15 – Resposta ao Degrau para Diferentes Valores de  $K_d$



Fonte: Autor (2017)

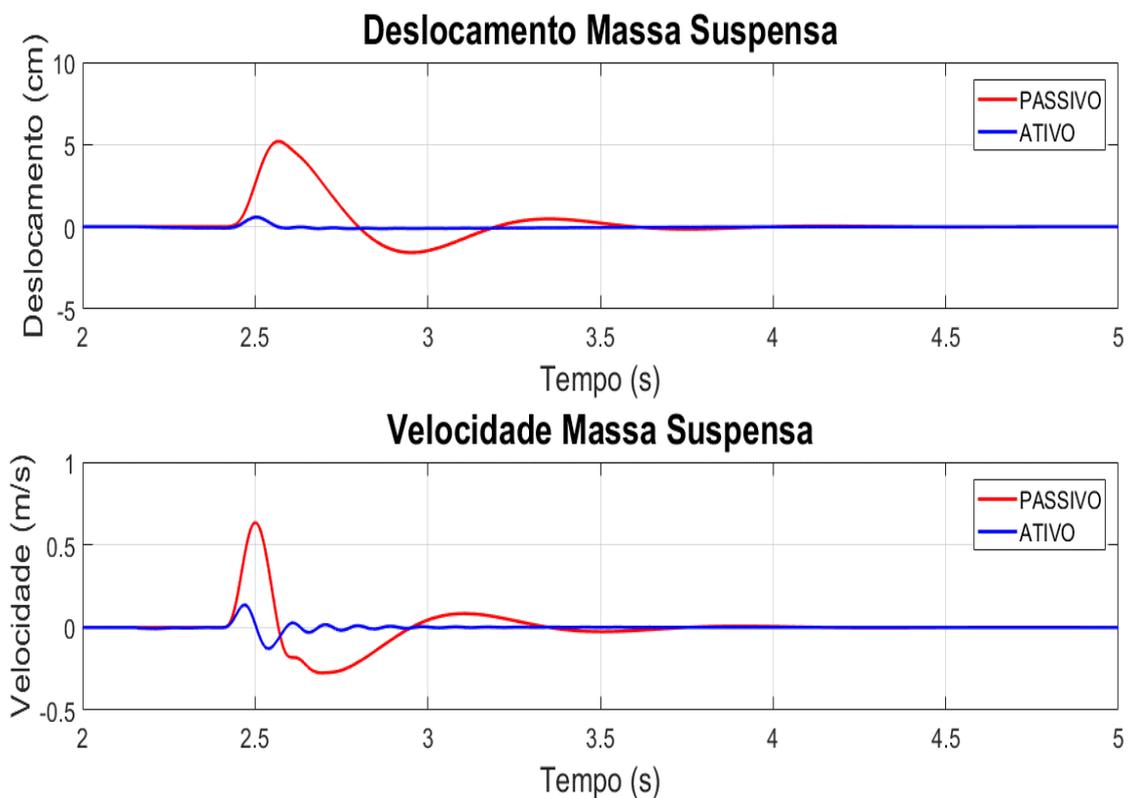
O efeito do ganho derivativo é que ele tende a eliminar as desvantagens do  $K_i$  (alto sobressinal e tempo de acomodação elevado). Contudo, a estimativa do valor de  $K_d$  em um sistema de controle deve ser realizada com cautela, pois essa variável é mais sensível a distúrbios e aos parâmetros do sistema. Pequenas variações podem causar mudanças abruptas no sistema, e os benefícios deste controlador não ocorrem. No caso da Figura 15, o valor de  $K_d$  configurado para a suspensão ativa (26.000) está adequado em vista da eficácia em limitar os deslocamentos.

As avaliações do modelo de 2 GDL e suas respectivas resoluções mostram a viabilidade de implementar este controlador em um modelo de carro completo. Os ganhos de controle ajustados conferem ao sistema a possibilidade de obter resultados satisfatórios quando empregados no modelo de 7 GDL.

#### 4.1.2 Excitação lombada

O comportamento do deslocamento e velocidade da massa suspensa para a entrada de pista tipo lombada (Figura 8) foi avaliada. Os resultados da resposta temporal na massa suspensa estão exemplificados na Figura 16.

Figura 16 – Resposta do Deslocamento do Perfil de Pista Lombada



Fonte: Autor (2017)

Conforme ilustrado na Figura 16, a suspensão ativa cumpriu bem o requisito de atenuar as excitações externas e reduzir a amplitude de deslocamento e o tempo de acomodação da massa suspensa. Esta última foi definida utilizando o critério de convergência de  $\pm 2\%$  do valor final. Os valores quantitativos de deslocamento,

velocidade e tempo de acomodação, em comparação com os dois tipos de suspensão (passiva e ativa), estão demonstrados na Tabela 4 abaixo.

Tabela 4 – Dados das Variáveis para Massa Suspensa no Modelo de 2 GDL

<b>Características da Massa Suspensa Passiva e Ativa</b>			
<u>Variável</u>	<u>Passiva</u>	<u>Ativa</u>	<u>Redução (%)</u>
Máximo Deslocamento (cm)	5,194	0,585	88,74
Tempo de Pico (s)	2,567	2,505	2,42
Tempo de Acomodação (s)	4,301	3,812	11,37
<i>Máxima Velocidade (m/s)</i>	<i>0,635</i>	<i>0,136</i>	<i>78,58</i>
<i>Tempo de Pico</i>	<i>2,5</i>	<i>2,469</i>	<i>1,24</i>
<i>Tempo de Acomodação</i>	<i>3,59</i>	<i>2,67</i>	<i>25,63</i>

Fonte: Autor (2017)

Observa-se pelos resultados que a meta de diminuir os deslocamentos na massa suspensa foi cumprida. Um benefício adicional foi a redução do tempo de acomodação. Desta forma, a suspensão atinge mais rapidamente o estado em regime permanente. Portanto, a suspensão ativa veicular pode ser utilizada como um sistema para aprimorar o conforto interno veicular.

Esse comportamento adequado da suspensão ativa veicular foi testado com os dados da massa da dianteira. A primeiro momento, esses resultados obtidos idealizam a possibilidade de implementar este controle nas quatro rodas do veículo no modelo de 7 GDL.

Os valores apresentados nas Figura 16 foram avaliados quanto ao índice de desempenho, que representa uma medida quantitativa do desempenho total do sistema. Os índices considerados foram: integral do erro absoluto (IAE), integral do erro ao quadrado (ISE) e integral do erro absoluto vezes o tempo (ITAE). As Equações (41) – (43) abaixo descrevem o cálculo destes valores de erros. Estas foram apresentadas por Schultz e Rideout (1961).

$$IAE = \int_0^T |e(t)| dt \quad (41)$$

$$ISE = \int_0^T e^2(t)dt \quad (42)$$

$$ITAE = \int_0^T t|e(t)dt| \quad (43)$$

O erro definido neste escopo é a diferença entre o valor do deslocamento em cada instante de tempo e o valor zero (referência), ou seja, a saída perfeita em um sistema de suspensão ativa, correspondendo ao deslocamento nulo da massa suspensa.

Os valores de índice de desempenho estão apresentados na Tabela 5.

Tabela 5 – Índices de Desempenho da Suspensão para Modelo de ¼ de Veículo

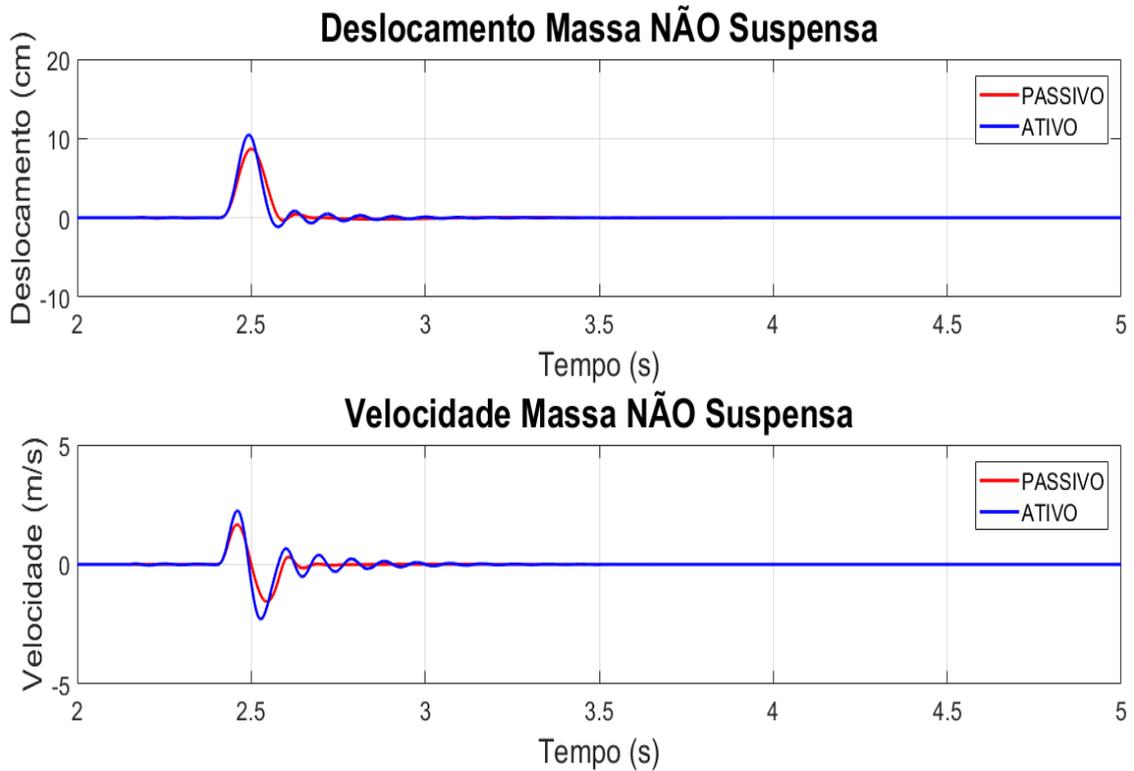
<b>Índice de Desempenho das Suspensões Passiva e Ativa</b>			
<u>Índice de Desempenho</u>	<u>Passiva</u>	<u>Ativa</u>	<u>Redução (%)</u>
IAE	120,73	2,01	98,33
ISE	7536,91	0,51	99,99
ITAE	603,66	10,03	98,34

Fonte: Autor (2017)

Conforme mostrado na Tabela 5, a suspensão reduziu significativamente a magnitude total do deslocamento da massa suspensa. A eficácia deste sistema é excelente e o comportamento da suspensão com a presença do controlador é otimizado.

Em concordância com as Equações (19) e (20), a força aplicada no atuador deve estar equilibrada, ou seja, se o sistema utilizou a força na direção para reduzir o deslocamento da massa suspensa, então a força na direção contrária contribuirá para o aumento maior de deslocamento da massa não suspensa. Os resultados estão expostos no gráfico da resposta temporal da Figura 17 abaixo.

Figura 17 – Resposta da Velocidade ao Perfil de Pista Lombada



Fonte: Autor (2017)

Os valores quantitativos de deslocamento, velocidade e tempo de acomodação para a massa não suspensa estão expressos na Tabela 6.

Tabela 6 – Parâmetros da Massa Não Suspensa no Modelo de 2 GDL

<b>Características da Massa Não Suspensa Passiva e Ativa</b>			
<u>Variável</u>	<u>Passiva</u>	<u>Ativa</u>	<u>Aumento (%)</u>
Máximo Deslocamento (cm)	8,702	10,46	20,20
Tempo de Pico (s)	2,5	2,492	- 0,32
Tempo de Acomodação (s)	3,428	3,248	- 5,25
<i>Máxima Velocidade (m/s)</i>	<i>1,671</i>	<i>-2,282</i>	<i>36,56</i>
<i>Tempo de Pico</i>	<i>2,459</i>	<i>2,527</i>	<i>2,77</i>
<i>Tempo de Acomodação</i>	<i>2,753</i>	<i>3,217</i>	<i>16,85</i>

Fonte: Autor (2017)

Esses resultados colaboram para avaliar o benefício da suspensão ativa veicular. Embora a massa não suspensa tenha um aumento em termos de deslocamento e velocidade, em valores percentuais, esse aumento está abaixo da vantagem que o sistema ativo proporcionou com as reduções da massa suspensa. Ou seja, o efeito contrário que a suspensão ativa produz – deslocamentos maiores na massa não suspensa, podendo levar à perda de estabilidade direcional – é pequeno quando o foco é proporcional melhor conforto dinâmico de dirigibilidade do veículo.

As avaliações para o comportamento da suspensão veicular foram realizadas com enfoque em uma aplicação específica. Obviamente, em situações reais de trajeto veicular, as movimentações totais do veículo são mais complexas do que a simplesmente a passagem por um obstáculo. Este tipo de estudo não pode ser feito apenas com o modelo reduzido de automóvel. Além disso, um controlador único com parâmetros fixos talvez não seja aplicável para todas as condições de uso.

## 4.2 MODELO DE VEÍCULO COMPLETO

Esta seção aborda as análises para o modelo de 7 GDL com o controlador da seção 4 aplicado em cada extremidade do veículo, posicionado acima das rodas. As equações de movimento para a massa suspensa (Equação (1)) foram obtidas pela análise das forças presentes no veículo ilustrado da Figura 5. A equação do movimento com a presença do controlador é alterada pelo aparecimento da força do controlador. Assim como no modelo reduzido de veículo (Figura 7), o sentido positivo da força do controlador foi imposto na massa suspensa. Portanto, a Equação (1) modificada é dada por

$$\begin{aligned}
 & -k_1 \cdot (z_{s1} - z_{m1}) - c_1 \cdot (\dot{z}_{s1} - \dot{z}_{m1}) - k_2 \cdot (z_{s2} - z_{m2}) - c_2 \cdot (\dot{z}_{s2} - \dot{z}_{m2}) \\
 & -k_3 \cdot (z_{s3} - z_{m3}) - c_3 \cdot (\dot{z}_{s3} - \dot{z}_{m3}) - k_4 \cdot (z_{s4} - z_{m4}) - c_4 \cdot (\dot{z}_{s4} - \dot{z}_{m4}) + F_a \\
 & = m_s \cdot \ddot{z}_s .
 \end{aligned} \tag{44}$$

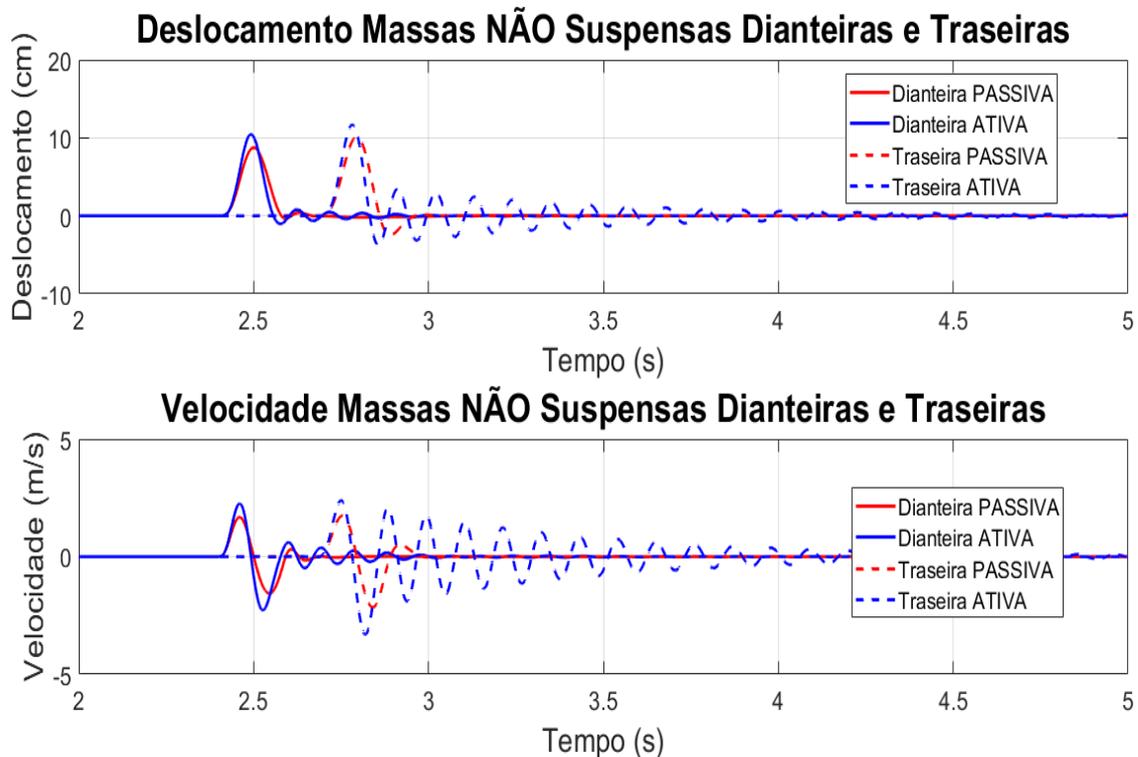
Esta força de controlador, além de reduzir o deslocamento da massa suspensa, também contribui para a redução dos movimentos angulares do veículo.

Os resultados do comportamento do veículo com a suspensão ativa estão apresentados nas próximas seções

### 4.2.1 Perfil lombada

A abordagem utilizada para o veículo com 2 GDL foi também realizada para o carro completo. A configuração da lombada é a mesma. No entanto, com quatro rodas em análise, o veículo está sob influência de um movimento diferente visto que existe a passagem das rodas dianteiras e traseiras pela lombada. Este fato já foi demonstrado no gráfico da Figura 9. O deslocamento das massas não suspensas ativa e passiva está demonstrado na Figura 18.

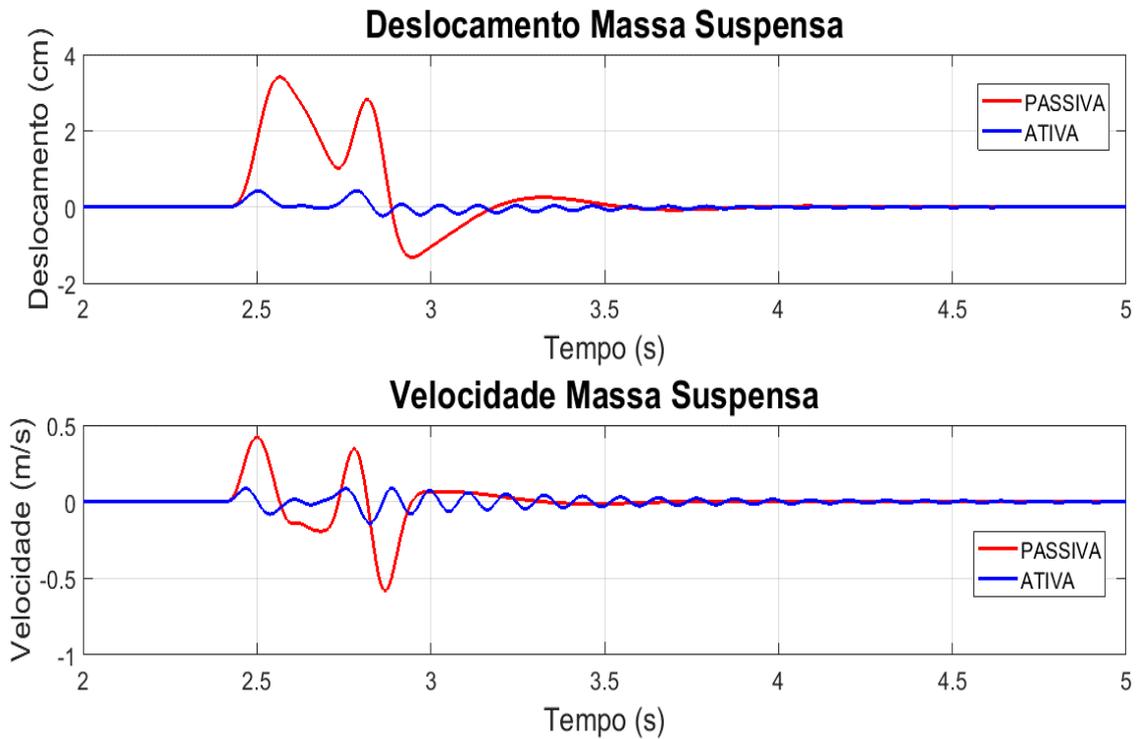
Figura 18 – Deslocamento Massa Não Suspensa (Modelo 7 GDL)



Fonte: Autor (2017)

Os resultados da suspensão ativa mostram que o comportamento da massa não suspensa nas duas abordagens de veículo é a mesma: ocorre um aumento de deslocamento e velocidade. Na Figura 18, nota-se que o tempo de acomodação da traseira é alterado significativamente, com um grande aumento percentual. Isto é uma condição prejudicial para condução segura do automóvel. Apesar disso, em relação ao conforto veicular, os resultados do uso da suspensão ativa são relevantes. A Figura 19 ilustra a considerável redução do deslocamento da massa suspensa obtida.

Figura 19 – Deslocamento Massa Suspensa (Modelo 7 GDL)



Fonte: Autor (2017)

Visualmente observa-se o benefício proporcionado pela suspensão ativa. Os resultados numéricos da redução de deslocamento de velocidade estão apresentados na Tabela 7 abaixo.

Tabela 7 – Resultados para Massa Suspensa no Modelo de 7 GDL

<b>Características da Massa Suspensa</b>			
<u>Variável</u>	<u>Passiva</u>	<u>Ativa</u>	<u>Redução (%)</u>
Máximo Deslocamento (cm)	3,409	0,424	87,56
Tempo de Pico (s)	2,564	2,787	- 8,70
Tempo de Acomodação (s)	4,125	4,289	- 3,98
<i>Máxima Velocidade (m/s)</i>	<i>0,422</i>	<i>0,088</i>	<i>79,15</i>
<i>Tempo de Pico (s)</i>	<i>2,5</i>	<i>2,888</i>	<i>- 15,52</i>
<i>Tempo de Acomodação (s)</i>	<i>3,246</i>	<i>3,772</i>	<i>- 16,20</i>

Fonte: Autor (2017)

Observa-se que para esse sistema as reduções foram significativas em termos de deslocamento e velocidade. Isso confirma a boa aplicação de um controlador independente para os quatro cantos do veículo. Embora houve um aumento do tempo de pico – devido à passagem na traseira ter amplitude maior do que na dianteira –, isto não acarretou em um problema para o sistema. Esta afirmação também é aplicável para justificar o aumento do tempo de acomodação.

Os índices de desempenho dado nas Equações (41) a (43) também foram analisados no modelo de carro completo. Os resultados estão expressos na Tabela 8.

Tabela 8 – Índices de Desempenho Modelo 7 GDL

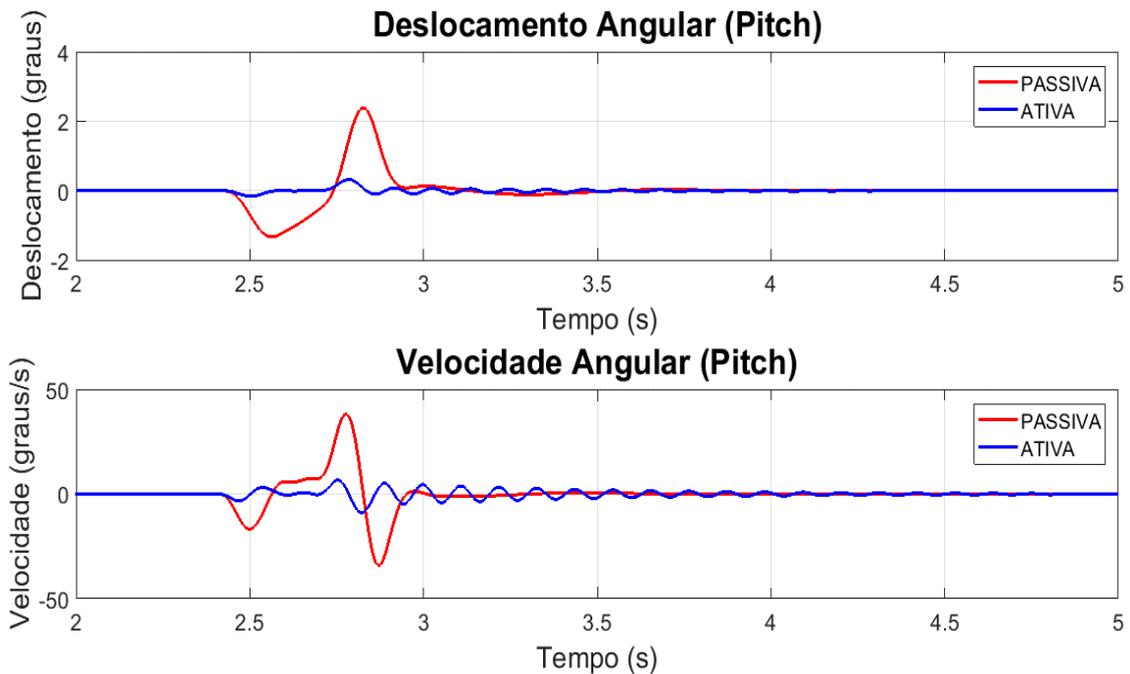
<b>Índice de Desempenho – Deslocamento Massa Suspensa</b>			
<u>Erro</u>	<u>Passiva</u>	<u>Ativa</u>	<u>Redução (%)</u>
IAE	$7 \cdot 10^{-3}$	$1,9 \cdot 10^{-3}$	72,86
ISE	$6,53 \cdot 10^{-4}$	$2,30 \cdot 10^{-4}$	64,78
ITAE	$3,51 \cdot 10^{-2}$	$9,7 \cdot 10^{-3}$	72,36

Fonte: Autor (2017)

Os resultados apresentados estão dentro da expectativa de análise esperado. A eficácia do sistema ativo no modelo de carro completo não deveria ser melhor do que o modelo simplificado com 2 GDL. Mesmo assim, a redução média de 70% nos índices de desempenho indica um bom aproveitamento da suspensão ativa.

O modelo de 7 GDL produz movimentos angulares de rolamento e arfagem. No caso do primeiro, em vista das rodas esquerdas e direitas ultrapassarem o obstáculo no mesmo instante de tempo – no eixo traseiro e dianteiro –, não haverá movimento de rolamento. No caso da arfagem, a passagem pelo obstáculo ocasiona um deslocamento vertical em um eixo enquanto o outro está fixo ao chão. Este movimento é observado no gráfico da Figura 20.

Figura 20 – Movimento Angular de Arfagem (Pitch)



Fonte: Autor (2017)

Na Tabela 9, o desempenho da suspensão ativa é comparado com as características do sistema passivo para o deslocamento e velocidade angular de arfagem.

Tabela 9 – Movimento Angular da Massa Suspensa no Modelo 7 GDL

<b>Deslocamento Angular da Massa Suspensa (Arfagem)</b>			
<u>Variável</u>	<u>Passiva</u>	<u>Ativa</u>	<u>Redução (%)</u>
Máximo Deslocamento (°)	2,378	0,330	88,33
Tempo de Pico (s)	2,828	2,778	1,41
Tempo de Acomodação (s)	3,512	4,106	- 16,91
<i>Máxima Velocidade (°/s)</i>	<i>38,230</i>	<i>8,875</i>	<i>76,78</i>
<i>Tempo de Pico</i>	<i>2,777</i>	<i>2,821</i>	<i>- 1,58</i>
<i>Tempo de Acomodação</i>	<i>4,375</i>	<i>5,000</i>	<i>- 14,28</i>

Fonte: Autor (2017)

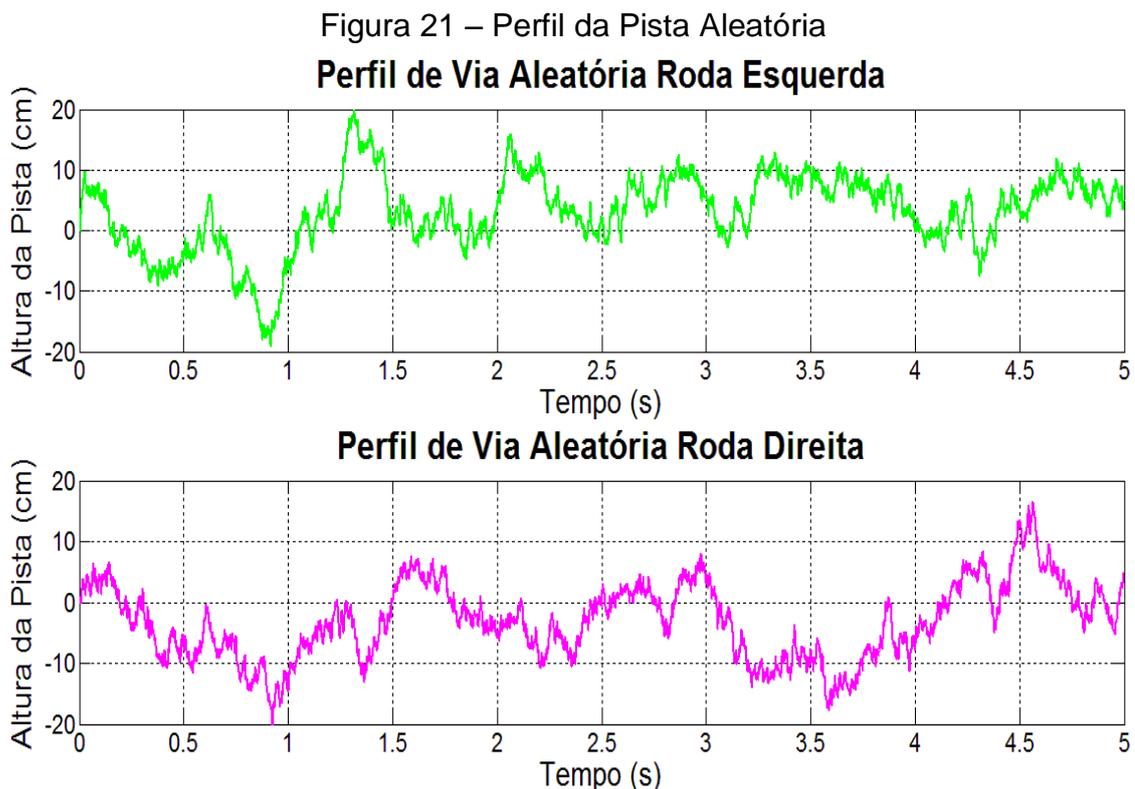
A Tabela 9 mostra uma redução nos valores de todas as variáveis consideradas, ou seja, o controlador proporciona uma boa aplicação para suavizar os

deslocamentos de arfagem. Os benefícios da suspensão ativa para conforto veicular são acrescentados desta redução do movimento angular. Caso este controlador seja utilizado para reduzir esse deslocamento em frenagens, a probabilidade de êxito é expandida.

A utilização de um veículo não é limitada a poucos modelos de estrada. Espera-se que um bom sistema de suspensão esteja equilibrado e preparado para as condições corriqueiras de uso e algumas circunstâncias adversas. Desta forma, uma simulação com entrada mais complexa é requerida.

#### 4.2.2 Perfil de via aleatória

Os dados apresentados na Equação (24) da seção 3.4.4 produziram a configuração de pista aleatória apresentada na Figura 21.



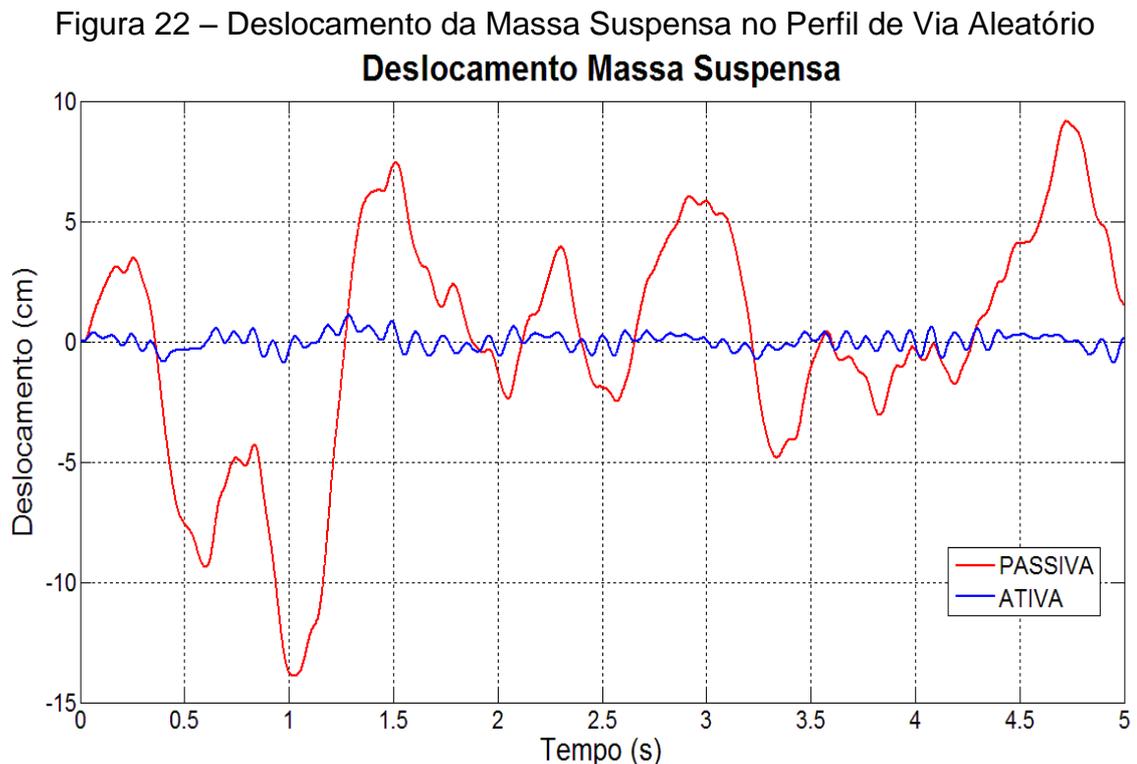
Fonte: Autor (2017)

Observa-se na Figura 21 que os deslocamentos ficaram entre - 20 e 20 centímetros, com variações abruptas destes valores em intervalos muito curtos de tempo. Na maioria das situações, este perfil de pista não é representado de maneira

realista em um trajeto de via a ser trafegada. Porém, esta condição, implementada de maneira matemática, serve para avaliar a condição extrema do controlador da suspensão ativa, ou seja, a capacidade deste sistema de reduzir efetivamente as oscilações a um nível desejável de conforto veicular.

Outro destaque importante a ressaltar na Figura 21 é que o gráfico gerado resultou em condições de deslocamentos diferentes nas rodas traseiras e dianteiras. Essa determinação foi proposital para avaliar a aplicabilidade da suspensão em reduzir os efeitos de rolamento lateral da carroceria.

Este perfil de pista utilizado foi inserido nas equações de movimento (Equações (10) – (15)) descritas na seção 3.1. Os resultados de deslocamento linear para a massa suspensa estão representados na Figura 22.



Fonte: Autor (2017)

Observa-se que na Figura 22 o benefício para o usuário de veículo com o uso de um controlador neste sistema veicular. A comparação entre os valores máximos e mínimos do sistema ativo e passivo, conforme mostrado no gráfico, está visivelmente esclarecido. Um ponto de comparação está no deslocamento em  $t = 1$  segundo, onde o sistema passivo possui quase  $-15$  centímetros comparado com  $-1$  centímetro

do sistema ativo. Em geral, para todo o tempo de excitação severa da via, os valores de deslocamento não ultrapassaram 1 centímetro. Assim, o controlador mostrou-se adaptável a uma condição severa de uso, e conclui-se que o deslocamento da massa suspensa em outras formas mais suaves de configuração de pista será também reduzido drasticamente.

Os índices de desempenho para esta situação de trajeto também foram computados e estão apresentados na Tabela 10

Tabela 10 – Índices de Desempenho Modelo 7 GDL para Pista Aleatória

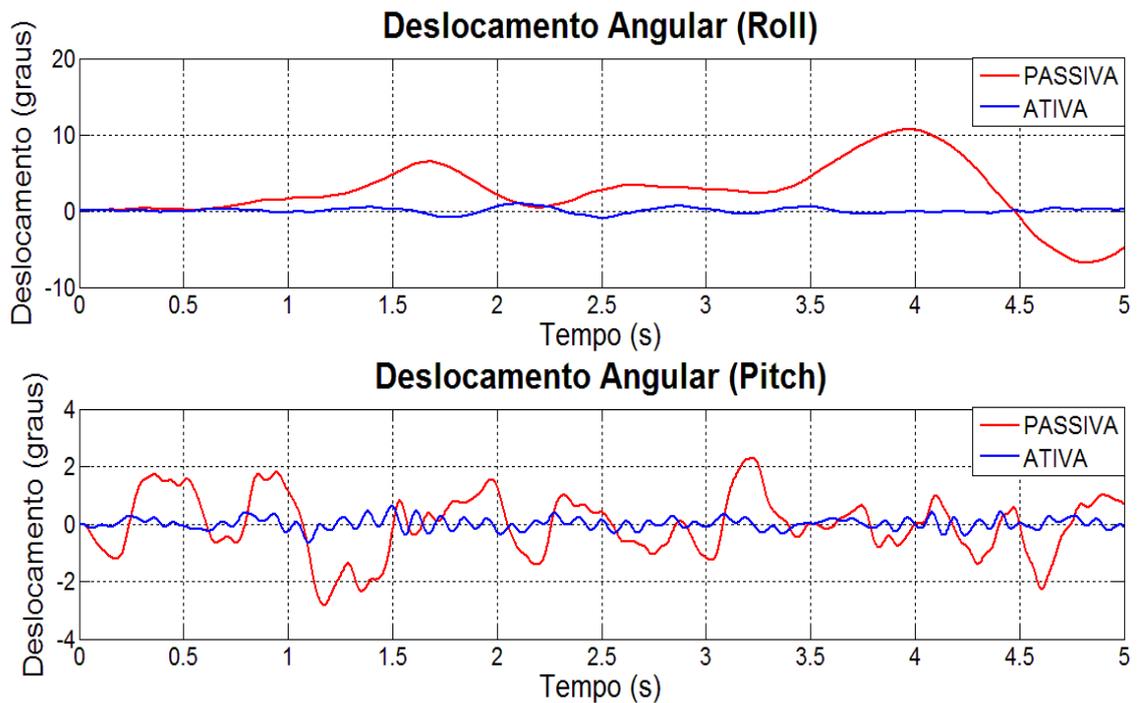
<b>Índice de Desempenho – Deslocamento Massa Suspensa</b>			
<u>Erro</u>	<u>Passiva</u>	<u>Ativa</u>	<u>Redução (%)</u>
IAE	1,58	$8,19 \cdot 10^{-2}$	94,82
ISE	$9,67 \cdot 10^{-2}$	$3,35 \cdot 10^{-4}$	99,65
ITAE	7,91	$4,1 \cdot 10^{-1}$	94,82

Fonte: Autor (2017)

Os resultados apontam para uma redução média entre os índices de 96%. Ou seja, este controlador obteve melhor desempenho no perfil de pista aleatório comparada ao perfil de lombada (70% de média de índice). Portanto, o controle do veículo está adaptado para condições mais severas do que uma lombada simples.

Outro aspecto a investigar é o deslocamento angular de rolamento (roll) e arfagem (pitch). Estes estão ilustrados na Figura 23 abaixo.

Figura 23 – Movimentos Angulares para Pista Aleatória



Fonte: Autor (2017)

Os movimentos angulares também apresentaram reduções significativas em termos de deslocamento. Estes dados gráficos apresentados na Figura 23 é outra comprovação adicional na eficácia do sistema de suspensão veicular ativo. Comparando o efeito do controlador, nota-se que a suspensão parece atuar de maneira excelente no tempo de 4 segundos, praticamente zerando um deslocamento de 10 graus positivo do sistema passivo. No caso de rolamento, houve um momento único no qual o sistema não reduziu o deslocamento (logo após 2 segundos). No entanto, o comportamento geral do sistema é atrativo para a melhoria do conforto vibracional.

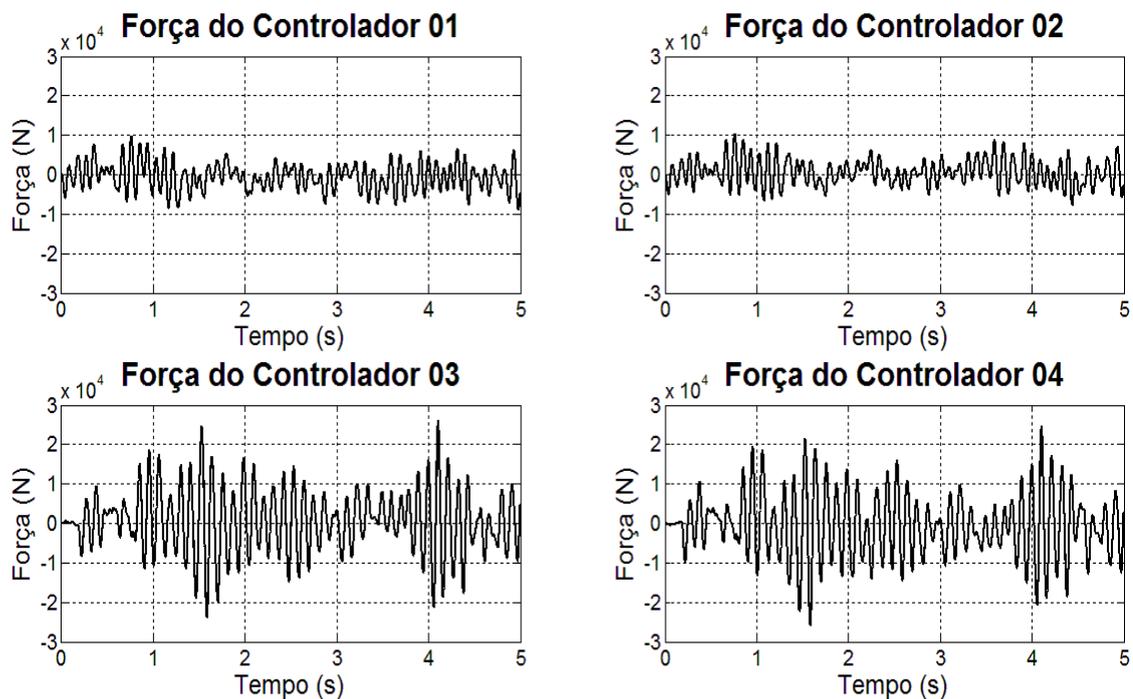
No caso da arfagem, o controle foi eficaz avaliando o tempo total de excitação aleatória. Em períodos muito curtos, o deslocamento do sistema ativo foi idêntico ao passivo. Porém, nos intervalos de pico, a suspensão trabalho eficientemente e diminuiu a amplitude máxima. Observa-se no tempo de 1,25 e 3,25 segundos, no qual houve redução da amplitude em 92% e 90%, respectivamente.

Aparentemente, a análise gráfica do controlador PID na suspensão ativa apresenta resultados favoráveis ao conforto veicular. Porém, não é possível concluir que todos os veículos devem aderir a essa configuração de sistema de suspensão pelos resultados apresentados. O projeto de um veículo é a combinação de múltiplos

fatores estudados minuciosamente para cumprir requisitos ambientais, de segurança, preço e estética. O controlador na suspensão necessita ser avaliado de forma aguda quanto às consequências advindas deste sistema no projeto do carro.

Uma análise de verificação é saber a quantidade de força requerida em cada roda para proporcionar reduções drásticas no deslocamento observado nas Figuras 22 e 23. Este dado foi computado e os resultados são demonstrados na Figura 24.

Figura 24 – Força de Controle para a Via Aleatória



Fonte: Autor (2017)

A numeração do controlador refere-se à localização deste no veículo. Os índices 01, 02, 03 e 04 representam as rodas 1, 2, 3 e 4. Os índices 1 e 2 são as rodas dianteiras esquerda e direita, respectivamente. De maneira análoga, tem-se as mesmas conclusões para os indicadores 3 e 4.

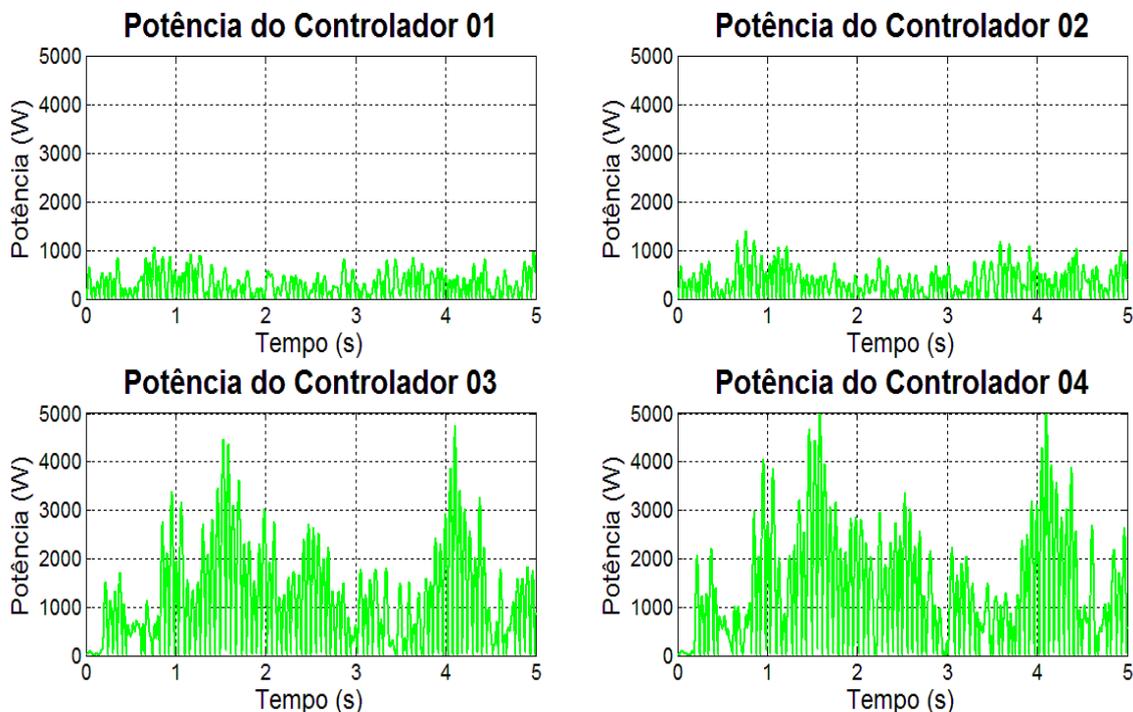
Os valores de força calculados estão na ordem de 10.000 N para as rodas dianteiras e na escala de 25.000 N para as rodas traseiras. Estes valores são bastante elevados e requisitam uma estrutura robusta de controle. Isto acrescentaria massa adicional ao peso do veículo, e esta exigência não é adequada. Outro aspecto mensurado foi o gasto energético deste sistema, calculado em termos da potência, dado por:

$$\text{Potência} = F_{\text{contr}} \cdot \Delta v \quad [\text{W}] \quad (45)$$

onde  $F_{\text{contr}}$  representa a força do controlador a cada instante de tempo (apresentado na Figura 24) e  $\Delta v$  equivale a variação de velocidade na massa suspensa no mesmo período de tempo.

Os valores obtidos de potência pelo cálculo da Equação (45) são dados na Figura 25 a seguir.

Figura 25 – Potência do Controlador para o Perfil de Pista Aleatória



Fonte: Autor (2017)

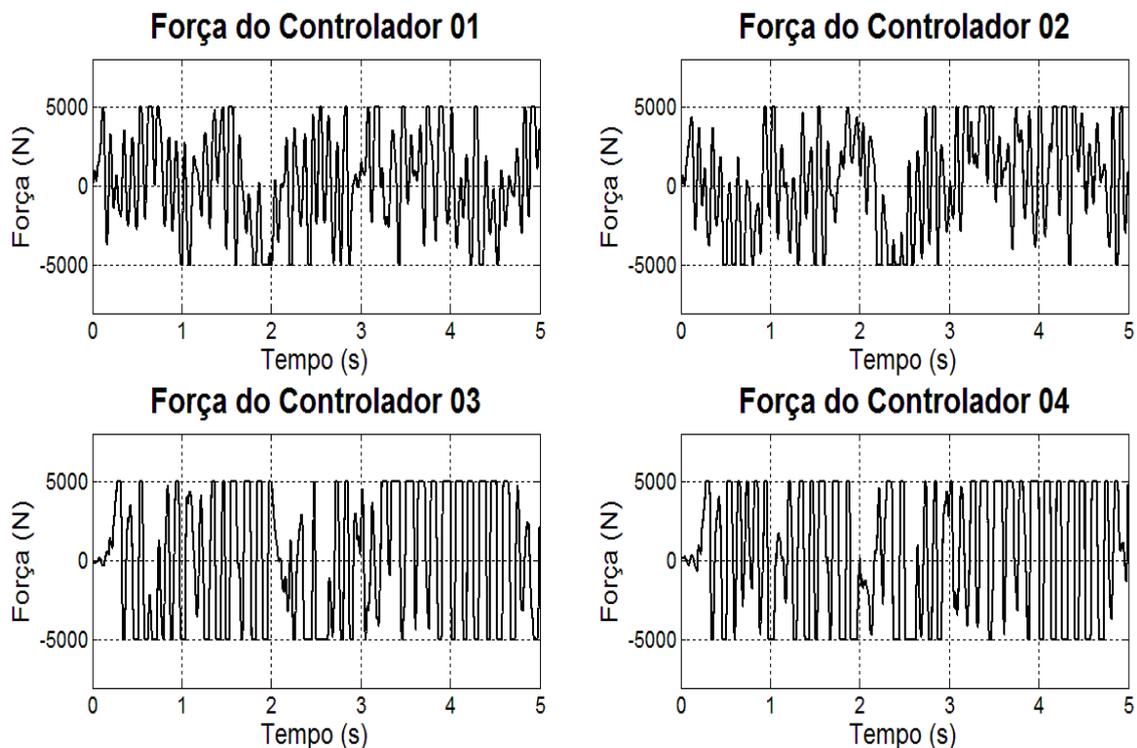
Conforme esperado pelos resultados da Figura 24, a potência de controle apresentado na Figura 25 necessita de elevados valores de consumo energético para incrementar conforto veicular no trajeto na pista aleatória apresentada na Figura 21. O objetivo desta análise é testar se o controlador está preparado em termos de redução de deslocamento a uma condição severa de entrada. Esta análise comprovou a aplicabilidade deste sistema nesta circunstância específica. Porém, em vista da quantidade elevada de deslocamento a ser restringido, o gasto energético desse sistema foi elevado. A escala de potência para as rodas dianteiras foi de 1.000 W enquanto nas rodas traseiras o valor atingiu 5.000 W. Essa diferença é explicada pelo

eixo traseiro possuir maiores valores massa não suspensa, constantes de rigidez de mola e amortecimento, sendo necessárias maiores valores de força nestes componentes.

### 4.2.3 Limitação da força de controle

A tentativa de contornar o problema da alta demanda de potência foi limitar a força de controle para o valor em módulo de 5.000 newtons. Este truncamento do valor máximo possibilita restringir o uso da suspensão para não haver alto consumo de energia. Esta situação foi feita utilizando o comando *if* no código computacional do *Matlab®*. No entanto, esta investigação tem somente enfoque teórico, e não operacional. A justificativa respalda na transformação de um sistema linear para um sistema não-linear nesta condição específica. Assim, o controlador PID fica impossibilitado de atuar. A abordagem operacional correta é ajustar novos valores de ganhos de controle para que a força do atuador não ultrapasse o valor limite de 5.000 Newtons. O gráfico da força de controle limitada é apresentada na Figura 26.

Figura 26 – Forças de Controle Restrito em 5.000 Newtons



Fonte: Autor (2017)

Observa-se na Figura 26 que a tendência de apresentar valores maiores do que o limite pré-estabelecido ocorreu nos controladores da suspensão traseira. Isto está de acordo com os valores apresentados sem restrição de força na Figura 24. Obviamente, essa nova condição de controle perde eficácia na redução do deslocamento do veículo. Este fato pode ser comprovado ao comparar os índices de desempenho dos modelos sem e com restrição de força, conforme apresentado na Tabela 11 abaixo.

Tabela 11 – Comparação do Desempenho dos Sistemas Ativos

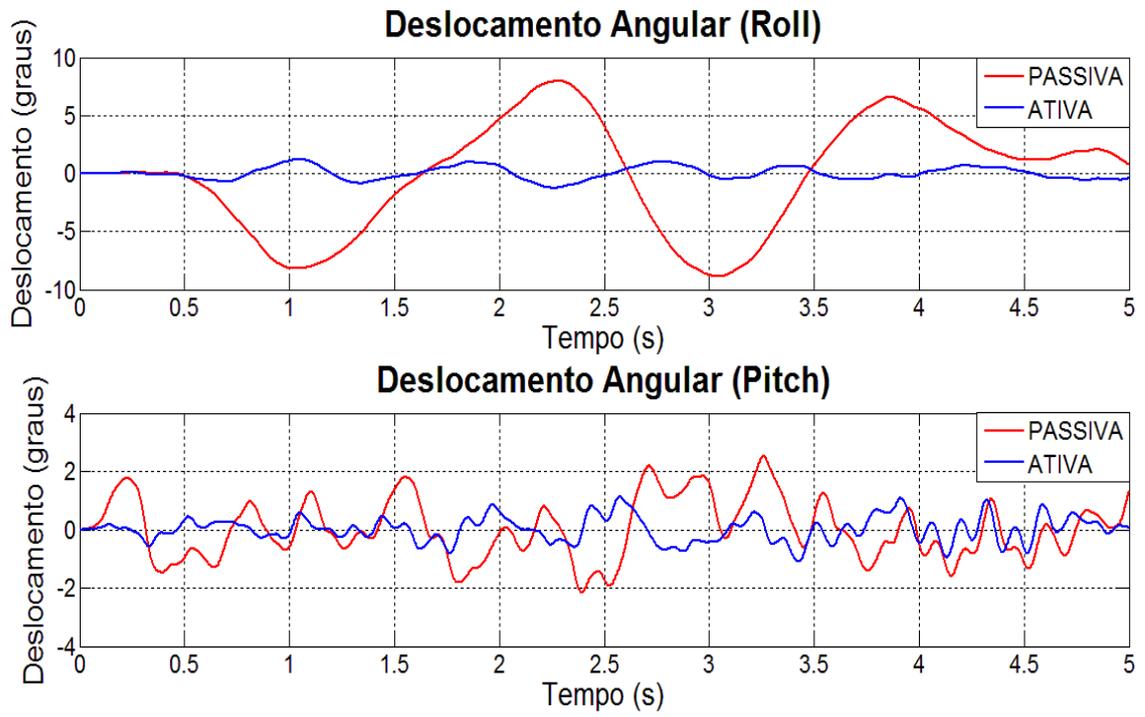
<b>Índice de Desempenho Sem e Com Restrição de Força</b>			
<u>Erro</u>	<u>Sem Restrição</u>	<u>Com restrição</u>	<u>Aumento (%)</u>
IAE	$8,19 \cdot 10^{-2}$	$1,67 \cdot 10^{-1}$	103,90
ISE	$3,35 \cdot 10^{-4}$	$1,6 \cdot 10^{-3}$	377,61
ITAE	$4,1 \cdot 10^{-1}$	$8,36 \cdot 10^{-1}$	103,90

Fonte: Autor (2017)

A variável perturbada de forma mais aguda devido a interferência da restrição de força do controlador foi o deslocamento de arfagem. O gráfico da

Figura 27 demonstra esse novo comportamento para os deslocamentos verticais e angulares.

Figura 27 – Deslocamentos Angulares com Restrição de Força



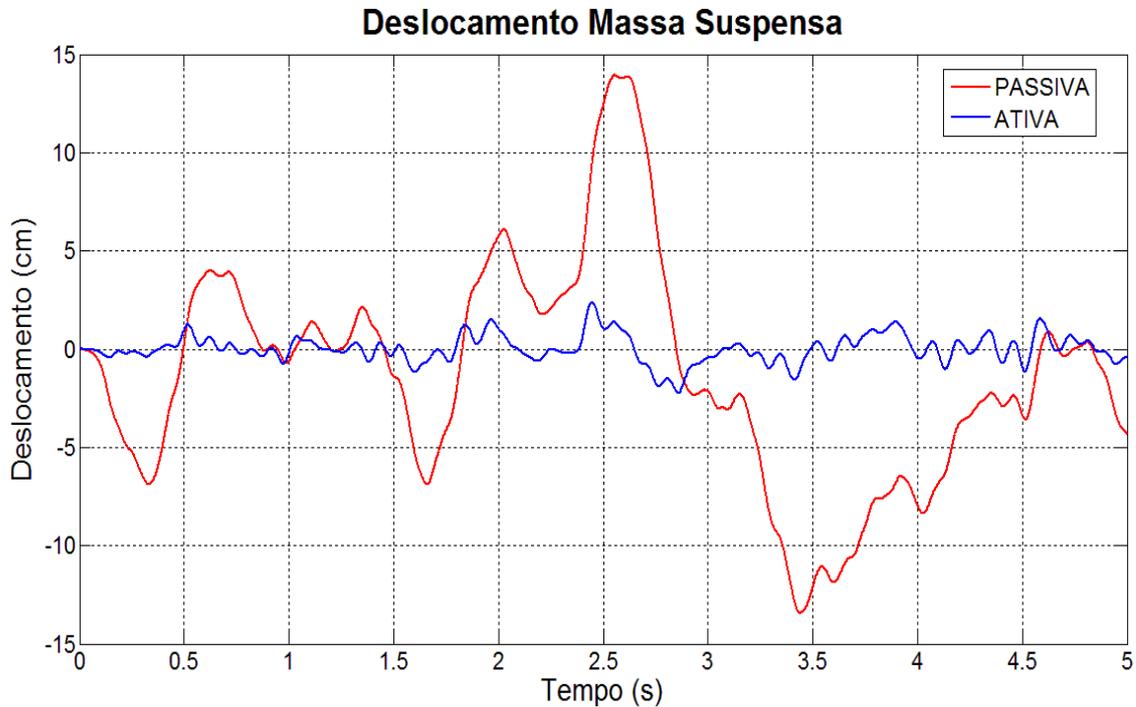
Fonte: Autor (2017)

A

Figura 27 aborda a condição do momento de arfagem para o controle com força limitada. Embora houvesse uma redução nos movimentos, esta não foi tão notável quanto ao controle sem restrição (Figura 23). Porém, em relação ao deslocamento vertical e ao rolamento, a diferença entre o sistema passivo e ativo permanece significativa. Isto é observado na

Figura 27 acima e na Figura 28 abaixo.

Figura 28 – Deslocamento Vertical com Restrição de Força

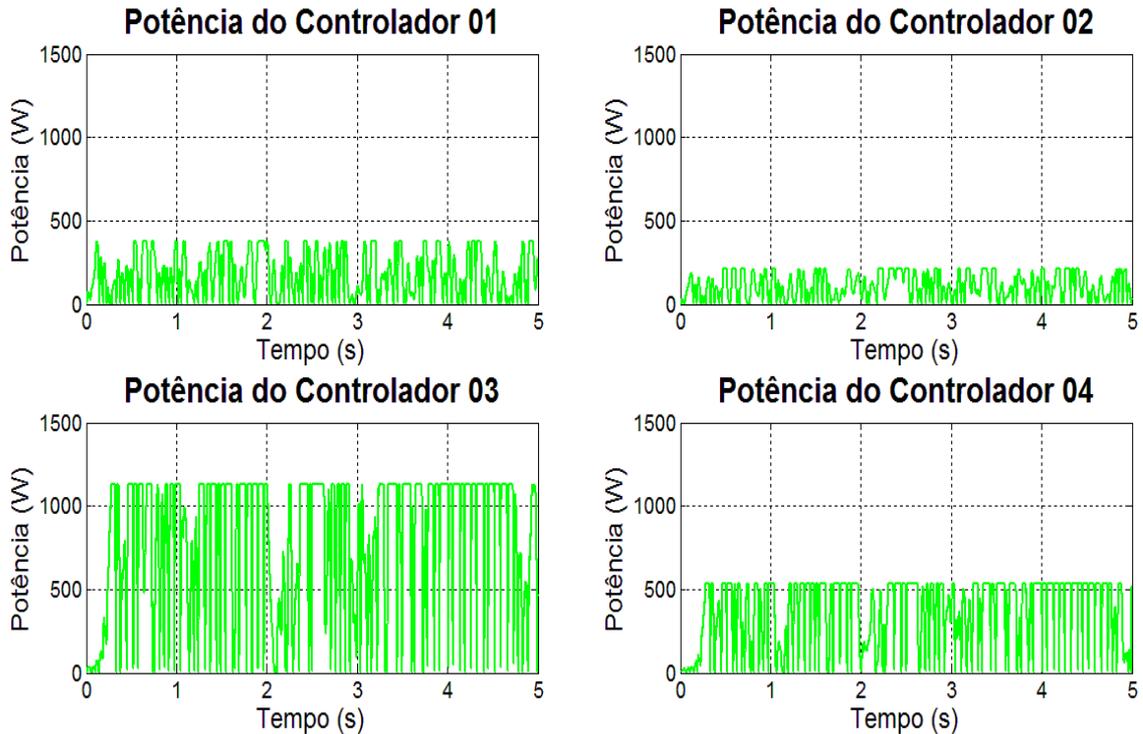


Fonte: Autor (2017)

Conforme os resultados apresentados, nota-se que o controlador na suspensão permanece vantajoso na sua aplicação em veículos automotivos.

Em relação à nova configuração de potência, a força de controle limitado possibilitou utilizar demandas de potências menores no controlador. A Figura 29 apresenta a nova configuração de potência para os controladores localizados em cada uma das rodas.

Figura 29 – Valores de Potência no Controle de Forças Restrito



Fonte: Autor (2017)

Nota-se a redução da potência requerida para este sistema. Uma tabela comparativa com os valores de potência média foi construída para comparar a redução deste valor. A Tabela 12 abaixo apresenta estes dados.

Tabela 12 – Comparação das Potências de Controle

<b>Potência Média do Controlador</b>			
<u>Controlador</u>	<u>Potência Sem Restrição (W)</u>	<u>Potência Com Restrição (W)</u>	<u>Redução (%)</u>
01	280	174	37,86
02	337	106	68,55
03	997	752	24,57
04	1162	358	69,19

Fonte: Autor (2017)

Esta redução média de 50% na potência requerida contribui para a melhoria da eficiência energética do controlador. Lembra-se que a condição de pista simulada

de forma aleatória é bastante severa nas frequências e magnitudes, assim o controle desse sistema tem uma exigência profunda na redução de grandes deslocamentos em curtos períodos de tempo. No entanto, quando comparado a outros estudos semelhantes, esse valor de potência é elevado. Por exemplo, Gysen (2011) encontrou realizou testes na suspensão de um veículo BMW 530i e obteve um sistema ativo que consumia 100 W no modelo de  $\frac{1}{4}$  de veículo. Segundo este autor, esse valor é menor se comparado à suspensão ativa de veículos comerciais. Independentemente disto, essa análise mostrou o potencial de aplicação de um sistema ativo na suspensão. Assim como em qualquer setor automobilístico, uma mudança em determinado sistema necessita equilibrar vários fatores. Neste contexto, a restrição do consumo de energia foi um fator limitante para o controlador PID, e este último, apesar disso, operou de forma agradável no veículo.

## 5 CONCLUSÃO E TRABALHOS FUTUROS

A averiguação de um controlador em uma suspensão veicular, ajustado com os parâmetros de controle para um modelo de dois graus de liberdade foi comprovada positivamente como um recurso tecnológico disponível e eficiente na engenharia automotiva para reduzir as oscilações da carroceria do veículo e otimizar o conforto ao passageiro. Os resultados apresentados para uma passagem em lombada apresentam bons fatores de redução. Contudo, a simulação do modelo simplificado de veículo pode acarretar em dados inconsistentes com a verificação de um modelo real trafegando em uma cidade, por exemplo.

Haja vista, para verificar a capacidade deste controlador em atuar em um automóvel real, simulações foram realizadas com os mesmos parâmetros do controlador utilizado no modelo simplificado em um modelo de sete graus de liberdade. Conforme apresentado neste trabalho, os resultados gerados foram satisfatórios na finalidade de beneficiar o conforto veicular. O percentual de redução obtido no modelo de 7 GDL – 87% para deslocamento vertical e 88% no deslocamento de arfagem para a via de lombada – obtida na suspensão ativa é satisfatório para proporcionar um efeito vibracional agradável aos motoristas e passageiros do automóvel. Este benefício acrescenta uma qualidade importante ao carro que satisfaz adequadamente uma necessidade do cliente, desta forma este sistema inteligente é um argumento vantajoso para concretizar vendas. Outro destaque importante nas análises é atentar para a melhoria nos índices de desempenho – 70% no trajeto de lombada e 96% na via com perfil aleatória.

Entretanto, este trabalho não respondeu muitas indagações que surgiram ao longo da pesquisa bibliográfica e desenvolvimento numérico dos modelos. Assim, possíveis pesquisas e trabalhos futuros podem ser dissertados para obter explicações sobre alguns assuntos relacionados. Entre estes, citam-se os possíveis:

verificar o uso de outros modelos de controlador além do PID (controlador  $H_{\infty}$ , LQ, algoritmos adaptativos, *skyhook* e *groundhook*, MPC);

constatar a utilização da suspensão ativa em outras configurações de veículo (sedan, off-road, veículos de carga e passageiros) e em condições distintas de tráfego, tais como velocidades de trajeto, percurso em curvas e desníveis;

avaliar as oportunidades de armazenar energia proveniente da vibração veicular para utilização dentro do próprio sistema, na alimentação dos atuadores, por exemplo.

A suspensão ativa é um avanço tecnológico com possível aplicação, no início, em veículos de alto custo agregado. No entanto, este deve estar equilibrado com a necessidade de eficiência energética e redução de poluentes. Nota-se que um bom projeto, como o Bose Suspension System, não teve aceitação devido a estes fatores. O conforto veicular, embora importante, é um requisito de importância menor quando comparado a outros, como por exemplo, controle de emissões, pois acarretam no cumprimento de normas legislativas para a produção de automóveis. Mesmo assim, a suspensão ativa é um desenvolvimento tecnológico ao alcance de utilização nos próximos anos.

## REFERÊNCIAS

AL-MUTAR, Wissam H.; ABDALLA, Turki Y. Quarter car active suspension system control using PID controller tuned by PSO. **Electrical and Electronic Engineering**, v. 11, n. 2, p. 151-158, 2015.

ALVES, Paulo Sérgio Lima. **Análise comparativa do desempenho de uma suspensão veicular utilizando elementos passivos e ativos**. 1997. 149 p. Dissertação (Mestrado) – Curso de Engenharia Mecânica, Departamento de Mecânica Computacional, Universidade Estadual de Campinas, Campinas, SP, 1997.

ANG, Kiam Heong; CHONG, Gregory; LI, Yun. PID control system analysis, design, and technology. **IEEE transactions on control systems technology**, v. 13, n. 4, p. 559-576, 2005.

BROWN, Ross; PUSEY, Jason, MURUGAN; Muthuvel; LE, Dy. Generalized predictive control algorithm of a simplified ground vehicle suspension system. **Journal of Vibration and Control**, v. 19, n. 16, p. 2372-2386, 2013.

BUDYNAS, Richard G.; NISBETT, J. Keith. **Elementos de máquinas de shigley: projeto de engenharia mecânica**. 8. ed. Porto Alegre: AMGH, 2011.

CAR AND DRIVER. **Cadillac DeVille**.

Disponível em: <https://www.caranddriver.com/reviews/cadillac-deville-first-drive-review/>. Acesso em: 25 out. 2017

CHINCHOLKAR, S. P.; SURYAWANSHI, J. G. Gasoline direct injection: an efficient technology. **Energy Procedia**, v. 90, p. 666-672, 2016.

CHOI, S. B.; LEE, H. K.; CHANG, E. G. Field test results of a semi-active ER suspension system associated with skyhook controller. **Mechatronics**, v. 11, n. 3, p. 345-353, 2001.

DIRECT INDUSTRY. **Amortecedor rotativo / de fricção / para motor de passo**.

Disponível em: <http://www.directindustry.com/pt/prod/nbk/product-54912-667857.html>. Acesso em: 25 out. 2017

DORMAND, John R.; PRINCE, Peter J. A family of embedded Runge-Kutta formulae. **Journal of computational and applied mathematics**, v. 6, n. 1, p. 19-26, 1980.

DU, Haiping; SZE, Kam Yim; LAM, James. Semi-active  $H^\infty$  control of vehicle suspension with magneto-rheological dampers. **Journal of Sound and Vibration**, v. 283, n. 3, p. 981-996, 2005.

DUTRA, Stefany Patricia. **Controle H-infinito de sistemas de suspensão ativa veicular**. 2016. 87 p. TCC (Graduação) – Curso de Engenharia Automotiva, Centro de Joinville, Universidade Federal de Santa Catarina, Joinville, SC, 2016.

EGER, André. **Simulação e análise do desempenho longitudinal veicular sob condições dinâmicas trativas**. 2007. 185 p. Dissertação (Mestrado). Programa de Pós-Graduação em Engenharia Mecânica. Universidade Federal de Santa Catarina, Florianópolis, SC, 2007.

FLATOUT. **Como funciona a suspensão hidropneumática da citröen xantia**. Disponível em: <https://www.flatout.com.br/como-funciona-a-suspensao-hidropneumatica-da-citroen/>. Acesso em: 30 out. 2017

FLATOUT. **O que era e que fim levou a misteriosa suspensão ativa da Bose?** Disponível em: <https://www.flatout.com.br/o-que-era-e-que-fim-levou-a-misteriosa-suspensao-ativa-da-bose/>. Acesso em: 26 out. 2017.

GENTA, Giancarlo; MORELLO, Lorenzo. **The automotive chassis: Volume 2 System Desing**. 828 p. Mechanical Engineering Series. Berlin: Springer, 2009.

GÖHRLE, Christoph; SCHINDLER, Andreas; WAGNER, Andreas; SAWODNY, Oliver. Design and vehicle implementation of preview active suspension controllers. **IEEE Transactions on Control Systems Technology**, v. 22, n. 3, p. 1135-1142, 2014.

GYSEN, Bart Ludo Jozef. **Generalized harmonic modeling technique for 2D electromagnetic problems**. 2011. 272 p. Tese (Doutorado). TU Eindhoven, Department of Electrical Engineering, Eindhoven, Holanda. 2011.

HOUCQUE, David. **Applications of MATLAB: Ordinary differential equations (ODE)**. Northwestern University, 2008.

HROVAT, Davor. Survey of advanced suspension developments and related optimal control applications. **Automatica**, v. 33, n. 10, p. 1781-1817, 1997.

IELUZZI, Michele; TURCO, Patrizio; MONTIGLIO, Mauro. Development of a heavy truck semi-active suspension control. **Control Engineering Practice**, v. 14, n. 3, p. 305-312, 2006.

KUMAR, M. Senthil; VIJAYARANGAN, S. Analytical and experimental studies on active suspension system of light passenger vehicle to improve ride comfort. **Mechanics**, v. 65, n. 3, p. 34-41, 2007.

LEE, Seungho; KIM, Won-jong. Active suspension control with direct-drive tubular linear brushless permanent-magnet motor. **IEEE Transactions on Control Systems Technology**, v. 18, n. 4, p. 859-870, 2010.

MINIFORD. **Ford modelo T**.

Disponível em: <http://www.miniford.com/sobre-henry-ford/ford-modelo-t/>. Acesso em: 26 out. 2017.

MONROE AMORTECEDORES. **História do amortecedor.**

Disponível em: <https://www.monroe.com.br/tudo-sobre-amortecedores/historia-do-amortecedor>. Acesso em: 26 out. 2017

NORTON, Robert L. **Projeto de máquinas: uma abordagem integrada.** 4. ed.

Porto Alegre: Bookman, 2013.

O GLOBO. **A experiência de dirigir um Benz 1886, primeiro automóvel da história.**

Disponível em: <https://oglobo.globo.com/economia/a-experiencia-de-dirigir-um-benz-1886-primeiro-automovel-da-historia-2871697>. Acesso em: 26 out. 2017

OGATA, Katsuhiko. **Engenharia de controle moderno.** 5. ed. São Paulo: Pearson Prentice Hall, 2010.

OKABE, Eduardo Paiva. **Metodologia de projeto para o desenvolvimento de suspensão veicular.** 2003. 180 p. Dissertação (Mestrado). Faculdade de Engenharia Mecânica, Departamento de Projeto Mecânico, Universidade Estadual de Campinas, Campinas, SP, 2003.

OLIVEIRA, José Vitor Mendes da Silva; DA CUNHA, Luan Júnior Silva; VALENTE, Rodrigo Dias; DE ABREU, Yuri Franklin Machado. Sistema de suspensão veicular otimizado por meio de um controle eletromecânico do conjunto mola e amortecedor. **XI Simpósio de Excelência em Gestão e Tecnologia.** 2014

PASSARINI, Luís Carlos. Análise e Projeto de uma Suspensão Ativa para um Autoveículo Usando Espaço de Estados. **II Congresso Nacional de Engenharia Mecânica.** João Pessoa, PB, 2002.

PEREIRA, Leonardo Dias. **Análise da metodologia de levantamento experimental para obtenção dos parâmetros da suspensão de um veículo automotor.** 2011. 79 p. TCC (Graduação) – Curso de Engenharia Mecânica. Escola de Engenharia Mecânica do Instituto de Tecnologia da Universidade do Pará, Belém, PA, 2011.

POPOVIC, Vladimir; JANKOVIC, Dimitrije; VASIC, Branko. Design and simulation of active suspension system by using Matlab. In: **Proceedings of FISITA World Automotive Congress.** Seoul 2000 FISITA World Automotive Congress, 2000.

PRABU, K.; JANCIRANI, J.; JOHN, D.; ARUN, B. Vibrational control of air suspension system using PID controller. **Journal of Vibroengineering**, v. 15, n. 1, 2013.

QIAO, Sheng; YANDING, Yang; YINGHAO, Li; ZHI, Yue; ZHEN, Wang; XIAOYUN, Zhu; XUAN, Zhou. Application of engine intelligent start-stop system in technology of vehicle fuel saving. In: **Measuring technology and mechatronics automation (icmtma), 2014 sixth international conference on.** IEEE, 2014. p. 128-131.

RASSINI NHK AUTOMOTIVE. **Feixes de Mola.**

Disponível em: <http://www.rassini-nhk.com.br/produtos/nhk>. Acesso em: 25 out. 2017

REVISTA MECÂNICA ONLINE. **A História e Evolução do Amortecedor.**

Disponível em:

[http://mecanicaonline.com.br/2005/04\\_abril/seu\\_automovel/historia\\_amortecedor.htm](http://mecanicaonline.com.br/2005/04_abril/seu_automovel/historia_amortecedor.htm). Acesso em: 26 out. 2017

REZENDE, Jean Carlos Campos. **Projeto e implementação de um modelo de suspensão automotiva em bancada de laboratório.** 2007. 166 p. Dissertação (Mestrado). Faculdade de Engenharia Mecânica, Universidade Federal de Uberlândia, Uberlândia, MG, 2007.

RONGRONG, Wang; JING, Hui; KARIMI, Hamid Reza; CHEN, Nan. Robust fault-tolerant  $H^\infty$  control of active suspension systems with finite-frequency constraint. **Mechanical Systems and Signal Processing**, v. 62, p. 341-355, 2015.

RUTHES, João Pedro. **Análise de sensibilidade de suspensão veicular.** 2016. 56 p. TCC (Graduação) – Curso de Engenharia Automotiva, Centro de Joinville, Universidade Federal de Santa Catarina, Joinville, SC, 2016.

SCHULTZ, W. C.; RIDEOUT, V. C. Control system performance measures: Past, present, and future. **IRE Transactions on Automatic Control**, n. 1, p. 22-35, 1961.

SOMMER, Stefan. Electronic air suspension with continuous damping control. **AutoTechnology**, v. 3, n. 2, p. 52-55, 2003.

STOCK INDUSTRIAL. **Mola história e definição.**

Disponível em: <http://www.stockmolas.com.br/mola-historia-definicao>. Acesso em: 31 out. 2017

SUNG, Kum-Gil; SEONG, Min-Sang; CHOI, Seung-Bok. Performance evaluation of electronic control suspension featuring vehicle ER dampers. **Meccanica**, v. 48, n. 1, p. 121-134, 2013.

TAHIR, A.; YASIN, J.; DANESHTALAB, M.; PLOSILA, J. Active suspension system for heavy vehicles. In: 2014 INTERNATIONAL SYMPOSIUM - FUNDAMENTALS OF ELECTRICAL ENGINEERING (ISFEE) IEEE, p. 1-5. **Proceedings...** 2014.

TALIB, Mat Hussin Ab; DARNIS, Intan Z. Mat. Self-tuning PID controller for active suspension system with hydraulic actuator. In: **Computers & Informatics (ISCI), 2013 IEEE Symposium on.** IEEE, 2013. p. 86-91.

TCHAMNA, Rodrigue; LEE, Moonyong; YOUN, Iljoong. Attitude control of full vehicle using variable stiffness suspension control. **Optimal Control Applications and Methods**, v. 36, n. 6, p. 936-952, 2015.

TECMES. **Transporte e mobilidade.**

Disponível em: <http://www.tecmes.com.br/2014/09/tecnologia-deixa-a-suspensao-inteligente/#.WQnTDIXyvlU/>. Acesso em: 26 out. 2017.

TERRA DE ASFALTO ACESSÓRIOS. **Mola Helicoidal Suspensao Cabine Volvo Fh.**

Disponível em: <http://www.terradeasfalto.com.br/mola-helicoidal-suspensao-cabine-volvo-fh-pr-576-367552.htm/> Acesso em: 25 out. 2017

THYSSENKRUPP-COMPONENTS-TECHNOLOGY. **Conventional dampers.**

Disponível em: <http://www.thyssenkrupp-components-technology.com/en/products/dampers/conventional-dampers/>. Acesso em: 25 out. 2017.

ULSOY, A. Galip; PENG, Huei; ÇAKMAKCI, Melih. **Automotive control systems**. 1. Edição. Cambridge University Press, 2012.

UNGER, Andreas; SCHIMMACK, Frank; LOHMANN, Boris; SCHWARZ, Ralf. Application of LQ-based semi-active suspension control in a vehicle. **Control Engineering Practice**, v. 21, n. 12, p. 1841-1850, 2013.

YIN, Zhihong; KHAJEPOUR, Amir; CAO, Dongpu; EBRAHIMI, Babak; GUO, Konghui. A new pneumatic suspension system with independent stiffness and ride height tuning capabilities. **Vehicle system dynamics**, v. 50, n. 12, p. 1735-1746, 2012.

YOKOYAMA, Makoto; HEDRICK, J. Karl; TOYAMA, Shigehiro. A model following sliding mode controller for semi-active suspension systems with MR dampers. In: **American Control Conference, 2001. Proceedings of the 2001**. IEEE, 2001. p. 2652-2657.

ZAPATEIRO, Mauricio; POZO, Francesco; KARIMI, Hamid Reza; LUO, Ningsu. Semiactive control methodologies for suspension control with magnetorheological dampers. **IEEE/ASME Transactions on mechatronics**, v. 17, n. 2, p. 370-380, 2012.

ZHANG, Guoguang; ZHANG, Yongchao; YU, Fan.  **$\mu$ -Synthesis controller design for a DC-motor-based active suspension with parametric uncertainties**. Journal of Vibration and Control, v. 19, n. 4, p. 585-604, 2013.

## APÊNDICE A

### PROGRAMAS DE MATLAB UTILIZADOS PARA CÁLCULOS DA SUSPENSÃO

#### Modelo $\frac{1}{4}$ de veículo – Entrada Lombada Sem PID

```
function yp = lombada(t,y)

global erro_aux_sc cont_sc ISE_sc IAE_sc ITAE_sc
if t == 0,
    cont_sc = 1;
end

%DEFINIÇÃO DO VALOR DAS INCÓGNITAS (TODAS EM SI)
ks = 1.688e4;
ms = 228.5;
mus = 31.5;
kt = 1.9e5;
c = 1554;
v = 30/3.6;
d = 20;
h = 0.08;
L = 1.5;
w = (2*pi*v)/L;

if t<=d/v,
    u = 0;
elseif t>d/v && t<=d/v+L/v,
    u = (h/2)*(1-cos(w*(t-d/v)));
else
    u = 0;
end

%=====

%CALCULANDO OS VALORES DE ERRO (ISE, IAE, ITAE)
erro_sc = 0 - y(3);
erro_aux_sc(cont_sc) = erro_sc;
ISE_sc = trapz(erro_aux_sc.^2);
IAE_sc = trapz(abs(erro_aux_sc));
ITAE_sc = trapz(t*abs(erro_aux_sc));
cont_sc = cont_sc + 1;

%=====

%EQUAÇÕES DA FUNÇÃO YP
yp = zeros(4,1);
yp(1) = y(2); %Deslocamento das Massa Não Suspensa
yp(2) = ((ks/mus)*(y(3)-y(1)) + (c/mus)*(y(4)-y(2)) - (kt/mus)*(y(1)-u));
%Velocidade das Massa Não Suspensa
yp(3) = y(4); %Deslocamento da Massa Suspensa
yp(4) = ((-ks/ms)*(y(3)-y(1)) - (c/ms)*(y(4)-y(2))); %Velocidade das Massa
Suspensa

end
```

## Modelo $\frac{1}{4}$ de Veículo – Entrada Lombada Com PID

```

function yp = PID_lombada(t,y)

global erro_aux cont FA_vetor tp_glob ISE IAE ITAE
if t == 0,
    cont = 1;
end

%DEFINIÇÃO DO VALOR DAS INCÓGNITAS (TODAS EM SI)
ks = 1.688e4;
ms = 228.5;
mus = 31.5;
kt = 1.9e5;
c = 1554;
v = 30/3.6;
d = 20;
h = 0.08;
L = 1.5;
w = (2*pi*v)/L;

if t<=d/v,
    u = 0;
elseif t>d/v && t<=d/v+L/v,
    u = (h/2)*(1-cos(w*(t-d/v)));
else
    u = 0;
end

%=====
%CONTROLE DO PID
erro = 0 - y(3);
erro_aux(cont) = erro;
der = -y(4);
intg = trapz(erro_aux)*0.001;
Kp = 1.8e5;
Ki = 3.13e5;
Kd = 2.6e4;
FA = Kp*erro+Ki*intg+Kd*der;
%=====

%CALCULANDO OS VALORES DE ERRO (ISE, IAE, ITAE)
ISE = trapz(erro_aux.^2);
IAE = trapz(abs(erro_aux));
ITAE = trapz(t*abs(erro_aux));

%=====
%ARMAZENAMENTO DE DADOS DE FORÇA DO CONTROLADOR
tp_glob(cont) = t;
FA_vetor(cont) = FA;
cont = cont+1;

%=====

%EQUAÇÕES DA FUNÇÃO YP
yp = zeros(4,1);
yp(1) = y(2); %Deslocamento das Massa NÃO Suspensa

```

```

yp(2) = ((ks/mus)*(y(3)-y(1)) + (c/mus)*(y(4)-y(2)) - (kt/mus)*(y(1)-u))-
FA/mus; %Velocidade das Massa NÃO Suspensa
yp(3) = y(4); %Deslocamento da Massa Suspensa
yp(4) = ((-ks/ms)*(y(3)-y(1)) - (c/ms)*(y(4)-y(2)))+FA/ms; %Velocidade da
Massa Suspensa

end

```

### Modelo ¼ de veículo – Comando *ode45* – Entrada Lombada

```

clear all
close all
global FA_vetor tp_glob ISE IAE ITAE ISE_sc IAE_sc ITAE_sc

valor_tempo = [0:0.001:5];
cond_inic = [0;0;0;0];
[t,y] = ode45(@lombada,valor_tempo,cond_inic);
[t,y_cont] = ode45(@PID_lombada,valor_tempo,cond_inic);

%-----

%DESCRIÇÃO DA ALTURA DA LOMBADA
tp = [0:0.001:5]; % vetor tempo a ser utilizado
v = 30/3.6;
d = 20;
h = 0.08;
L = 1.5;
w = (2*pi*v)/L;
l1 = 0.882;
l2 = 1.478;
%=====

%TRAÇADO DA PISTA
for cont_new=1:length(tp)
    %Determinação do perfil de pista
    if tp(cont_new)<= d/v,
        u(cont_new) = 0;
    elseif tp(cont_new)>=d/v && tp(cont_new)<=d/v+L/v;
        u(cont_new) = (h/2)*(1-cos(w*(tp(cont_new)-d/v)));
    else
        u(cont_new) = 0;
    end
    cont_new = cont_new+1;
end

%=====

%PLOTAGEM DO VALOR DE FORÇA DE CONTROLADOR
figure(10)
plot(tp_glob,FA_vetor,'b','LineWidth',2.0)
grid on
%-----
%-----

%EDIÇÃO DOS GRÁFICOS
figure(1)
subplot(2,1,1)
plot(t,y(:,1)*100,'r',t,y_cont(:,1)*100,'b','LineWidth',2.0)

```

```

set(gca,'FontSize',16)
xlim([2 5])
xlabel('Tempo (s)','fontsize',20)
ylabel('Deslocamento (cm)','fontsize',20)
legend('PASSIVO','ATIVO')
title('Deslocamento Massa NÃO Suspensa','fontweight','bold','fontsize',24)
grid on

subplot(2,1,2)
plot(t,y(:,2),'r',t,y_cont(:,2),'b','LineWidth',2.0)
set(gca,'FontSize',16)
xlim([2 5])
xlabel('Tempo (s)','fontsize',20)
ylabel('Velocidade (m/s)','fontsize',20)
legend('PASSIVO','ATIVO')
title('Velocidade Massa NÃO Suspensa','fontweight','bold','fontsize',24)
grid on

figure(2)
subplot(2,1,1)
plot(t,y(:,3)*100,'r',t,y_cont(:,3)*100,'b','LineWidth',2.0)
set(gca,'FontSize',16)
xlim([2 5])
xlabel('Tempo (s)','fontsize',20)
ylabel('Deslocamento (cm)','fontsize',20)
legend('PASSIVO','ATIVO')
title('Deslocamento Massa Suspensa','fontweight','bold','fontsize',24)
grid on

subplot(2,1,2)
plot(t,y(:,4),'r',t,y_cont(:,4),'b','LineWidth',2.0)
set(gca,'FontSize',16)
xlim([2 5])
xlabel('Tempo (s)','fontsize',20)
ylabel('Velocidade (m/s)','fontsize',20)
legend('PASSIVO','ATIVO')
title('Velocidade Massa Suspensa','fontweight','bold','fontsize',24)
grid on

```

## Modelo 7 GDL do Veículo – Entrada Lombada Sem PID

```

function yp = suspensao_carro_completo(t,y)

%=====
global erro_suspensa_sc vet cont_suspensa_sc ISE_sc IAE_sc ITAE_sc
if t == 0,
    cont_suspensa_sc = 1;
end
%=====

%VALORES DOS DADOS CONSTRUTIVOS DO VEÍCULO
Ms = 678;
m1 = 31.5;
m2 = m1;
m3 = 44.5;

```

```

m4 = m3;
kt = 1.9e5;
k1 = 1.688e4;
k2 = k1;
k3 = 1.9e4;
k4 = k3;
c1 = 1554;
c2 = c1;
c3 = 3144.2;
c4 = c3;
tb = 1.337;
l1 = 0.882;
l2 = 1.478;
Ix = 2353.5;
Iy = 850;
%-----

%VALORES DO VEÍCULO EM TERMOS DE VELOCIDADE, DISTÂNCIA E LOMBADA
v = 30/3.6;
d = 20;
h = 0.08;
L = 1.5;
w = (2*pi*v)/L;
%-----

%DEFINIÇÃO DAS FUNÇÕES DE EXCITAÇÃO
if t<=d/v,
    Zr1 = 0;
    Zr2 = 0;
    Zr3 = 0;
    Zr4 = 0;
elseif t>d/v && t<=d/v+L/v,
    Zr1 = (h/2)*(1-cos(w*(t-d/v)));
    Zr2 = Zr1;
    Zr3 = 0;
    Zr4 = 0;
elseif t>(l1+l2+d)/v && t<=(l1+l2+d+L)/v,
    Zr1 = 0;
    Zr2 = 0;
    Zr3 = (h/2)*(1-cos(w*(t-(l1+l2+d)/v)));
    Zr4 = Zr3;
else
    Zr1 = 0;
    Zr2 = 0;
    Zr3 = 0;
    Zr4 = 0;
end
%-----
%=====
%CÁLCULOS DE ERRO PARA ÍNDICES DE DESEMPENHO
erro_suspensa_sc = 0 - y(9);
erro_suspensa_sc_vet(cont_suspensa_sc) = erro_suspensa_sc;
cont_suspensa_sc = cont_suspensa_sc+1;
%CALCULANDO OS VALORES DE ERRO (ISE, IAE, ITAE)
ISE_sc = trapz(erro_suspensa_sc_vet.^2)*0.001;
IAE_sc = trapz(abs(erro_suspensa_sc_vet))*0.001;
ITAE_sc = trapz(t*abs(erro_suspensa_sc_vet))*0.001;
%=====
%DEFINIÇÕES DA CONSTANTE DE DESLOCAMENTO PONTUAL EM CADA EXTREMIDADE DO
%VEÍCULO

```

```

Cd_1 = y(9)-11*tan(y(13))+0.5*tb*tan(y(11));
Cd_2 = y(9)-11*tan(y(13))-0.5*tb*tan(y(11));
Cd_3 = y(9)+12*tan(y(13))-0.5*tb*tan(y(11));
Cd_4 = y(9)+12*tan(y(13))+0.5*tb*tan(y(11));
Cv_1 = y(10)-11*y(14)*sec(y(13))^2+0.5*tb*y(12)*sec(y(11))^2;
Cv_2 = y(10)-11*y(14)*sec(y(13))^2-0.5*tb*y(12)*sec(y(11))^2;
Cv_3 = y(10)+12*y(14)*sec(y(13))^2-0.5*tb*y(12)*sec(y(11))^2;
Cv_4 = y(10)+12*y(14)*sec(y(13))^2+0.5*tb*y(12)*sec(y(11))^2;
%-----

%EQUAÇÕES DA FUNÇÃO YP - ÍNDICES ÍMPAR REFERE-SE A POSIÇÃO, ENQUANTO
%ÍNDICE PAR ESTÁ REFERINDO À VELOCIDADE
yp = zeros(14,1);
yp(1) = y(2); %Desl. m1
yp(2) = (k1*(Cd_1-y(1))+c1*(Cv_1-y(2))-kt*(y(1)-Zr1))/m1; %Vel. m1
yp(3) = y(4); %Desl. m2
yp(4) = (k2*(Cd_2-y(3))+c2*(Cv_2-y(4))-kt*(y(3)-Zr2))/m2; %Vel. m2
yp(5) = y(6); %Desl. m3
yp(6) = (k3*(Cd_3-y(5))+c3*(Cv_3-y(6))-kt*(y(5)-Zr3))/m3; %Vel. m3
yp(7) = y(8); %Desl. m4
yp(8) = (k4*(Cd_4-y(7))+c4*(Cv_4-y(8))-kt*(y(7)-Zr4))/m4; %Vel. m4
yp(9) = y(10); %Desl. m suspensa
yp(10) = (-k1*(Cd_1-y(1))-c1*(Cv_1-y(2))-k2*(Cd_2-y(3))-c2*(Cv_2-y(4))-
k3*(Cd_3-y(5))-c3*(Cv_3-y(6))-k4*(Cd_4-y(7))-c4*(Cv_4-y(8)))/Ms; %Vel. m
suspensa
yp(11) = y(12); %Desl. Angular Roll
yp(12) = ((k2*(Cd_2-y(3))+c2*(Cv_2-y(4))+k3*(Cd_3-y(5))+c3*(Cv_3-
y(6)))*tb/2-(k1*(Cd_1-y(1))+c1*(Cv_1-y(2))+k4*(Cd_4-y(7))+c4*(Cv_4-
y(8)))*tb/2)/Ix; %Vel. Angular Roll
yp(13) = y(14); %Desl. Angular Pitch
yp(14) = ((k1*(Cd_1-y(1))+c1*(Cv_1-y(2))+k2*(Cd_2-y(3))+c2*(Cv_2-y(4)))*l1-
(k3*(Cd_3-y(5))+c3*(Cv_3-y(6))+k4*(Cd_4-y(7))+c4*(Cv_4-y(8)))*l2)/Iy; %Vel.
Angular Pitch

end

```

## Modelo 7 GDL de Veículo – Entrada Lombada Com PID

```

function yp = suspensao_carro_completo_PID(t,y)

%-----
global erro_aux_1 cont_1
global erro_aux_2 cont_2
global erro_aux_3 cont_3
global erro_aux_4 cont_4
global erro_suspensa_vetor cont_suspensa ISE IAE ITAE
global tp_glob FA_vetor_1 FA_vetor_2 FA_vetor_3 FA_vetor_4
if t == 0,
    cont_1 = 1;
    cont_2 = 1;
    cont_3 = 1;
    cont_4 = 1;
    cont_suspensa = 1;
end

%VALORES DOS DADOS CONSTRUTIVOS DO VEÍCULO
Ms = 678;
m1 = 31.5;

```

```

m2 = m1;
m3 = 44.5;
m4 = m3;
kt = 1.9e5;
k1 = 1.688e4;
k2 = k1;
k3 = 1.9e4;
k4 = k3;
c1 = 1554;
c2 = c1;
c3 = 3144.2;
c4 = c3;
tb = 1.337;
l1 = 0.882;
l2 = 1.478;
Ix = 2353.5;
Iy = 850;
%-----

%VALORES DO VEÍCULO EM TERMOS DE VELOCIDADE, DISTÂNCIA E LOMBADA
v = 30/3.6;
d = 20;
h = 0.08;
L = 1.5;
w = (2*pi*v)/L;
%-----

%DEFINIÇÃO DAS FUNÇÕES DE EXCITAÇÃO
if t<=d/v,
    Zr1 = 0;
    Zr2 = 0;
    Zr3 = 0;
    Zr4 = 0;
elseif t>d/v && t<=d/v+L/v,
    Zr1 = (h/2)*(1-cos(w*(t-d/v)));
    Zr2 = Zr1;
    Zr3 = 0;
    Zr4 = 0;
elseif t>(l1+l2+d)/v && t<=(l1+l2+d+L)/v,
    Zr1 = 0;
    Zr2 = 0;
    Zr3 = (h/2)*(1-cos(w*(t-(l1+l2+d)/v)));
    Zr4 = Zr3;
else
    Zr1 = 0;
    Zr2 = 0;
    Zr3 = 0;
    Zr4 = 0;
end
%-----

%DEFINIÇÕES CONTROLADOR PID (ERROS, DERIVADAS, INTEGRAIS E K's)
erro_1 = 0 - (y(9)-l1*tan(y(13))+0.5*tb*tan(y(11)));
erro_2 = 0 - (y(9)-l1*tan(y(13))-0.5*tb*tan(y(11)));
erro_3 = 0 - (y(9)+l2*tan(y(13))-0.5*tb*tan(y(11)));
erro_4 = 0 - (y(9)+l2*tan(y(13))+0.5*tb*tan(y(11)));
erro_suspensa = 0 - y(9);
erro_aux_1(cont_1) = erro_1;
erro_aux_2(cont_2) = erro_2;
erro_aux_3(cont_3) = erro_3;
erro_aux_4(cont_4) = erro_4;

```

```

erro_suspensa_vetor(cont_suspensa) = erro_suspensa;
cont_1 = cont_1+1;
cont_2 = cont_2+1;
cont_3 = cont_3+1;
cont_4 = cont_4+1;
cont_suspensa = cont_suspensa+1;
der_1 = -(y(10)-11*y(14)*sec(y(13))^2+0.5*tb*y(12)*sec(y(11))^2);
intg_1 = trapz(erro_aux_1)*0.001;
der_2 = -(y(10)-11*y(14)*sec(y(13))^2-0.5*tb*y(12)*sec(y(11))^2);
intg_2 = trapz(erro_aux_2)*0.001;
der_3 = -(y(10)+12*y(14)*sec(y(13))^2-0.5*tb*y(12)*sec(y(11))^2);
intg_3 = trapz(erro_aux_3)*0.001;
der_4 = -(y(10)+12*y(14)*sec(y(13))^2+0.5*tb*y(12)*sec(y(11))^2);
intg_4 = trapz(erro_aux_4)*0.001;
Kp = 1.8e5;
Ki = 3.13e5;
Kd = 2.6e4;
FA_1 = Kp*erro_1+Ki*intg_1+Kd*der_1;
FA_2 = Kp*erro_2+Ki*intg_2+Kd*der_2;
FA_3 = Kp*erro_3+Ki*intg_3+Kd*der_3;
FA_4 = Kp*erro_4+Ki*intg_4+Kd*der_4;

%=====

%CALCULO DAS FORÇAS DO CONTROLADOR
tp_glob(cont_suspensa) = t;
FA_vetor_1(cont_1) = FA_1;
FA_vetor_2(cont_2) = FA_2;
FA_vetor_3(cont_3) = FA_3;
FA_vetor_4(cont_4) = FA_4;

%=====

%CALCULANDO OS VALORES DE ERRO (ISE, IAE, ITAE)
ISE = trapz(erro_suspensa_vetor.^2)*0.001;
IAE = trapz(abs(erro_suspensa_vetor))*0.001;
ITAE = trapz(t*abs(erro_suspensa_vetor))*0.001;

%=====

%DEFINIÇÕES DA CONSTANTE DE DESLOCAMENTO PONTUAL EM CADA EXTREMIDADE DO
%VEÍCULO
Cd_1 = y(9)-11*tan(y(13))+0.5*tb*tan(y(11));
Cd_2 = y(9)-11*tan(y(13))-0.5*tb*tan(y(11));
Cd_3 = y(9)+12*tan(y(13))-0.5*tb*tan(y(11));
Cd_4 = y(9)+12*tan(y(13))+0.5*tb*tan(y(11));
Cv_1 = y(10)-11*y(14)*sec(y(13))^2+0.5*tb*y(12)*sec(y(11))^2;
Cv_2 = y(10)-11*y(14)*sec(y(13))^2-0.5*tb*y(12)*sec(y(11))^2;
Cv_3 = y(10)+12*y(14)*sec(y(13))^2-0.5*tb*y(12)*sec(y(11))^2;
Cv_4 = y(10)+12*y(14)*sec(y(13))^2+0.5*tb*y(12)*sec(y(11))^2;
%-----

%EQUAÇÕES DA FUNÇÃO YP - ÍNDICES ÍMPAR REFERE-SE A POSIÇÃO, ENQUANTO
%ÍNDICE PAR ESTÁ REFERINDO À VELOCIDADE
yp = zeros(14,1);
yp(1) = y(2); %Desl. m1
yp(2) = (k1*(Cd_1-y(1))+c1*(Cv_1-y(2))-kt*(y(1)-Zr1)-FA_1)/m1; %Vel. m1
yp(3) = y(4); %Desl. m2
yp(4) = (k2*(Cd_2-y(3))+c2*(Cv_2-y(4))-kt*(y(3)-Zr2)-FA_2)/m2; %Vel. m2
yp(5) = y(6); %Desl. m3
yp(6) = (k3*(Cd_3-y(5))+c3*(Cv_3-y(6))-kt*(y(5)-Zr3)-FA_3)/m3; %Vel. m3

```

```

yp(7) = y(8); %Desl. m4
yp(8) = (k4*(Cd_4-y(7))+c4*(Cv_4-y(8))-kt*(y(7)-Zr4)-FA_4)/m4; %Vel. m4
yp(9) = y(10); %Desl. m suspensa
yp(10) = (-k1*(Cd_1-y(1))-c1*(Cv_1-y(2))-k2*(Cd_2-y(3))-c2*(Cv_2-y(4))-
k3*(Cd_3-y(5))-c3*(Cv_3-y(6))-k4*(Cd_4-y(7))-c4*(Cv_4-
y(8))+FA_1+FA_2+FA_3+FA_4)/Ms; %Vel. m suspensa
yp(11) = y(12); %Desl. Angular Roll
yp(12) = ((k2*(Cd_2-y(3))+c2*(Cv_2-y(4))+k3*(Cd_3-y(5))+c3*(Cv_3-y(6))-FA_2-
FA_3)*tb/2-(k1*(Cd_1-y(1))+c1*(Cv_1-y(2))+k4*(Cd_4-y(7))+c4*(Cv_4-y(8))-
FA_1-FA_4)*tb/2)/Ix; %Vel. Angular Roll
yp(13) = y(14); %Desl. Angular Pitch
yp(14) = ((k1*(Cd_1-y(1))+c1*(Cv_1-y(2))+k2*(Cd_2-y(3))+c2*(Cv_2-y(4))-
FA_1-FA_2)*l1-(k3*(Cd_3-y(5))+c3*(Cv_3-y(6))+k4*(Cd_4-y(7))+c4*(Cv_4-y(8))-
FA_3-FA_4)*l2)/Iy; %Vel. Angular Pitch

end

```

## Modelo 7 GDL de Veículo – Função de Pista Aleatória

```

% Simulation of road profile

function [y]=road_profile(v,t);
% Input: v = velocity [m/s]
%       t = time [s]

w=zeros(length(t),1);
vel=v*3.28084; % ft/s
wo=2*pi*vel*.02;
%so=1.25e-5; % Rought road
so=1.25e-2; % Rought road
sigma=(2*pi*vel*sqrt(so))/wo;
w=sigma*randn(size(w));

% Filter
T=t(2)-t(1);
fs=1/T;
B=[1-exp(-wo*T)];
A=[1 -exp(-wo*T)];

y=filter(B,A,w)/3.28084;

end

```

```

clear all
close all

global ISE IAE ITAE
global ISE_sc IAE_sc ITAE_sc
global ISE_aleat IAE_aleat ITAE_aleat
global ISE_aleat_contr IAE_aleat_contr ITAE_aleat_contr
global tp_glob FA_vetor_1 FA_vetor_2 FA_vetor_3 FA_vetor_4
global t_force FA_1_vect FA_2_vect FA_3_vect FA_4_vect
global Cv_1 Cv_2 Cv_3 Cv_4

%=====
%DEFINIÇÃO DAS FUNÇÕES ELEMENTARES DO ODE45
valor_tempo = [0:0.001:5];
cond_inic = [0;0;0;0;0;0;0;0;0;0;0;0;0;0];
[t,y] = ode45(@suspensao_carro_completo,valor_tempo,cond_inic);
[t,y_cont] = ode45(@suspensao_carro_completo_PID,valor_tempo,cond_inic);
%=====
%DEFINIÇÃO DA FUNÇÃO ALEATÓRIA DE PISTA
v = 30/3.6;
ypr_esq = road_profile(v,t);
ypr_dir = road_profile(v,t);
[t,y_aleat_contr] = ode45(@(t,y)
suspensao_carro_completo_PID_aleat(t,y,ypr_esq,ypr_dir), valor_tempo,
cond_inic);
[t,y_aleat_sem] = ode45(@(t,y)
suspensao_carro_completo_aleat(t,y,ypr_esq,ypr_dir), valor_tempo,
cond_inic);

%=====
%-----

%PLOTAR FORÇAS DO CONTROLADOR
% figure(55)
%
plot(tp_glob,FA_vetor_1,'b',tp_glob,FA_vetor_2,'g',tp_glob,FA_vetor_3,'r',t
p_glob,FA_vetor_4,'k','LineWidth',2.0)
% legend('Controle 1','Controle 2','Controle 3', 'Controle 4')
% grid on
%-----
%-----

%ESCREVENDO UMA FUNÇÃO PARA PLOTAGEM DA PISTA
%VALORES DO VEÍCULO EM TERMOS DE VELOCIDADE, DISTÂNCIA E LOMBADA
tp = [0:0.001:5];
v = 30/3.6;
d = 20;
h = 0.08;
L = 1.5;
w = (2*pi*v)/L;
l1 = 0.882;
l2 = 1.478;
%=====

%DESCRIÇÃO DA FUNÇÃO FOR PARA EXCITAÇÃO DE VIA TIPO LOMBADA
for cont=1:length(tp)
    if tp(cont)<= d/v,
        Zr1(cont) = 0;
        Zr2(cont) = 0;
    end
end

```

```

        Zr3(cont) = 0;
        Zr4(cont) = 0;
    elseif tp(cont)>d/v && tp(cont)<=d/v+L/v,
        Zr1(cont) = (h/2)*(1-cos(w*(tp(cont)-d/v)));
        Zr2(cont) = Zr1(cont);
        Zr3(cont) = 0;
        Zr4(cont) = 0;
    elseif tp(cont)>(l1+l2+d)/v && tp(cont)<=(l1+l2+d+L)/v,
        Zr1(cont) = 0;
        Zr2(cont) = 0;
        Zr3(cont) = (h/2)*(1-cos(w*(tp(cont)-(l1+l2+d)/v)));
        Zr4(cont) = Zr3(cont);
    else
        Zr1(cont) = 0;
        Zr2(cont) = 0;
        Zr3(cont) = 0;
        Zr4(cont) = 0;
    end
    cont=cont+1;
end

%=====

%PLOT DA FUNÇÃO ALEATÓRIA
figure(100)
subplot(2,1,1)
plot(t,ypr_esq*100,'g','LineWidth',2)
grid on
set(gca,'FontSize',16)
xlabel('Tempo (s)', 'fontsize',20);
ylabel('Altura da Pista (cm)', 'fontsize',20);
title('Perfil de Via Aleatória Roda
Esquerda', 'fontweight', 'bold', 'fontsize',24);

subplot(2,1,2)
plot(t,ypr_dir*100,'m','LineWidth',2)
grid on
set(gca,'FontSize',16)
xlabel('Tempo (s)', 'fontsize',20);
ylabel('Altura da Pista (cm)', 'fontsize',20);
title('Perfil de Via Aleatória Roda
Direita', 'fontweight', 'bold', 'fontsize',24);

figure(200)
plot(t,y_aleat_sem(:,9)*100,'r',t,y_aleat_contr(:,9)*100,'b','LineWidth',2.
0)
grid on
set(gca,'FontSize',16)
xlabel('Tempo (s)', 'fontsize',20);
ylabel('Deslocamento (cm)', 'fontsize',20);
legend('PASSIVA','ATIVA')
title('Deslocamento Massa Suspensa', 'fontweight', 'bold', 'fontsize',24);

figure(300)
subplot(2,1,1)
plot(t,y_aleat_sem(:,11)*(180/pi),'r',t,y_aleat_contr(:,11)*(180/pi),'b','L
ineWidth',2)
grid on
set(gca,'FontSize',16)
xlabel('Tempo (s)', 'fontsize',20);

```

```

ylabel('Deslocamento (graus)', 'fontsize',20);
legend('PASSIVA','ATIVA')
title('Deslocamento Angular (Roll)','fontweight','bold','fontsize',24);

subplot(2,1,2)
plot(t,y_aleat_sem(:,13)*(180/pi),'r',t,y_aleat_contr(:,13)*(180/pi),'b','L
ineWidth',2.0)
grid on
set(gca,'FontSize',16)
xlabel('Tempo (s)', 'fontsize',20);
ylabel('Deslocametro (graus)', 'fontsize',20);
legend('PASSIVA','ATIVA')
title('Deslocamento Angular (Pitch)','fontweight','bold','fontsize',24);

%=====
%CÁLCULO DA FORÇA DE CONTROLE PARA O SISTEMA
% ----- Active force plot -----

figure(400)
subplot(2,2,1)
plot(t_force,FA_1_vect,'k','LineWidth',2)
set(gca,'FontSize',14)
xlabel('Tempo (s)', 'FontSize',18)
ylabel('Força (N)', 'FontSize',18)
title('Força do Controlador 01','FontWeight','Bold','FontSize',22)
grid on
axis([0 5 -8000 8000])
subplot(2,2,2)
plot(t_force,FA_2_vect,'k','LineWidth',2)
set(gca,'FontSize',14)
xlabel('Tempo (s)', 'FontSize',18)
ylabel('Força (N)', 'FontSize',18)
title('Força do Controlador 02','FontWeight','Bold','FontSize',22)
grid on
axis([0 5 -8000 8000])
subplot(2,2,3)
plot(t_force,FA_3_vect,'k','LineWidth',2)
set(gca,'FontSize',14)
xlabel('Tempo (s)', 'FontSize',18)
ylabel('Força (N)', 'FontSize',18)
title('Força do Controlador 03','FontWeight','Bold','FontSize',22)
grid on
axis([0 5 -8000 8000])
subplot(2,2,4)
plot(t_force,FA_4_vect,'k','LineWidth',2)
set(gca,'FontSize',14)
xlabel('Tempo (s)', 'FontSize',18)
ylabel('Força (N)', 'FontSize',18)
title('Força do Controlador 04','FontWeight','Bold','FontSize',22)
grid on
axis([0 5 -8000 8000])

%=====
%CÁLCULO DA POTÊNCIA DO CONTROLADOR DA SUSPENSÃO ATIVA
%-----
figure(500)
subplot(2,2,1)
plot(t_force,abs(FA_1_vect)*abs(Cv_1-y(2)),'g','LineWidth',2)
set(gca,'FontSize',14)
xlabel('Tempo (s)', 'FontSize',18)
ylabel('Potência (W)', 'FontSize',18)

```

```

title('Potência do Controlador 01','FontWeight','Bold','FontSize',22)
grid on
axis([0 5 0 5e3])

subplot(2,2,2)
plot(t_force,abs(FA_2_vect)*abs(Cv_2-y(4)), 'g','LineWidth',2)
set(gca,'FontSize',14)
xlabel('Tempo (s)','FontSize',18)
ylabel('Potência (W)','FontSize',18)
title('Potência do Controlador 02','FontWeight','Bold','FontSize',22)
grid on
axis([0 5 0 5e3])

subplot(2,2,3)
plot(t_force,abs(FA_3_vect)*abs(Cv_3-y(6)), 'g','LineWidth',2)
set(gca,'FontSize',14)
xlabel('Tempo (s)','FontSize',18)
ylabel('Potência (W)','FontSize',18)
title('Potência do Controlador 03','FontWeight','Bold','FontSize',22)
grid on
axis([0 5 0 5e3])

subplot(2,2,4)
plot(t_force,abs(FA_4_vect)*abs(Cv_4-y(8)), 'g','LineWidth',2)
set(gca,'FontSize',14)
xlabel('Tempo (s)','FontSize',18)
ylabel('Potência (W)','FontSize',18)
title('Potência do Controlador 04','FontWeight','Bold','FontSize',22)
grid on
axis([0 5 0 5e3])
%=====

%EDIÇÃO DOS GRÁFICOS DA FUNÇÃO LOMBADA
figure(1)
subplot(2,1,1)
plot(t,y(:,1)*100,'r',t,y_cont(:,1)*100,'b',t,y(:,5)*100,'r--',t,y_cont(:,5)*100,'b--','LineWidth',2.0)
grid on
set(gca,'FontSize',16)
xlim([2 5])
xlabel('Tempo (s)', 'fontsize',20);
ylabel('Deslocamento (cm)', 'fontsize',20);
legend('Dianteira PASSIVA','Dianteira ATIVA', 'Traseira PASSIVA','Traseira ATIVA')
title('Deslocamento Massas NÃO Suspensas Dianteiras e Traseiras','fontweight','bold','fontsize',24);

subplot(2,1,2)
plot(t,y(:,2), 'r',t,y_cont(:,2), 'b',t,y(:,6), 'r--',t,y_cont(:,6), 'b--', 'LineWidth',2.0)
grid on
set(gca,'FontSize',16)
xlim([2 5])
xlabel('Tempo (s)', 'fontsize',20);
ylabel('Velocidade (m/s)', 'fontsize',20);
legend('Dianteira PASSIVA','Dianteira ATIVA', 'Traseira PASSIVA','Traseira ATIVA')
title('Velocidade Massas NÃO Suspensas Dianteiras e Traseiras','fontweight','bold','fontsize',24);

```

```

figure(3)
subplot(2,1,1)
plot(t,y(:,9)*100,'r',t,y_cont(:,9)*100,'b','LineWidth',2.0)
grid on
set(gca,'FontSize',16)
xlim([2 5])
xlabel('Tempo (s)', 'fontsize',20);
ylabel('Deslocamento (cm)', 'fontsize',20);
legend('PASSIVA','ATIVA')
title('Deslocamento Massa Suspensa','fontweight','bold','fontsize',24);

subplot(2,1,2)
plot(t,y(:,10),'r',t,y_cont(:,10),'b','LineWidth',2.0)
grid on
set(gca,'FontSize',16)
xlim([2 5])
xlabel('Tempo (s)', 'fontsize',20);
ylabel('Velocidade (m/s)', 'fontsize',20);
legend('PASSIVA','ATIVA')
title('Velocidade Massa Suspensa','fontweight','bold','fontsize',24);

figure(5)
subplot(2,1,1)
plot(t,y(:,11)*(180/pi),'r',t,y_cont(:,11)*(180/pi),'b','LineWidth',2.0)
grid on
set(gca,'FontSize',16)
xlim([2 5])
xlabel('Tempo (s)', 'fontsize',20);
ylabel('Deslocamento (graus)', 'fontsize',20);
legend('PASSIVA','ATIVA')
title('Deslocamento Angular (Roll)','fontweight','bold','fontsize',24);

subplot(2,1,2)
plot(t,y(:,12)*(180/pi),'r',t,y_cont(:,12)*(180/pi),'b','LineWidth',2.0)
grid on
set(gca,'FontSize',16)
xlim([2 5])
xlabel('Tempo (s)', 'fontsize',20);
ylabel('Velocidade (graus/s)', 'fontsize',20);
legend('PASSIVA','ATIVA')
title('Velocidade Angular (Roll)','fontweight','bold','fontsize',24);

figure(7)
subplot(2,1,1)
plot(t,y(:,13)*(180/pi),'r',t,y_cont(:,13)*(180/pi),'b','LineWidth',2.0)
grid on
set(gca,'FontSize',16)
xlim([2 5])
xlabel('Tempo (s)', 'fontsize',20);
ylabel('Deslocamento (graus)', 'fontsize',20);
legend('PASSIVA','ATIVA')
title('Deslocamento Angular (Pitch)','fontweight','bold','fontsize',24);

subplot(2,1,2)
plot(t,y(:,14)*(180/pi),'r',t,y_cont(:,14)*(180/pi),'b','LineWidth',2.0)
grid on
set(gca,'FontSize',16)
xlim([2 5])
xlabel('Tempo (s)', 'fontsize',20);
ylabel('Velocidade (graus/s)', 'fontsize',20);

```

```
legend('PASSIVA','ATIVA')  
title('Velocidade Angular (Pitch)', 'fontweight','bold','fontsize',24);
```