TRIGONOMETRIA NO ENSINO MÉDIO: JOGO COMO RECURSO DIDÁTICO[1]

Caroline Vanessa Wendland[2]

RESUMO

Neste trabalho apresenta-se uma abordagem sobre questões históricas, de ensino e de aprendizado referentes à trigonometria. Destaca-se sua presença no currículo do ensino médio e as dificuldades encontradas pelos estudantes com esse conteúdo nessa etapa de ensino. Buscando recursos que auxiliem na melhor compreensão de arcos, ângulos, seno, cosseno e tangente na circunferência trigonométrica, é proposta uma intervenção pedagógica através de uma metodologia ativa de aprendizagem: um jogo, chamado de Mandala Trigonométrica. Este jogo educativo engloba os conceitos anteriormente citados e busca estimular o raciocínio do aluno, sua compreensão matemática e melhor desenvolver seu conhecimento. A atividade foi realizada com uma turma do segundo ano do ensino médio de uma escola pública de Joinville, Santa Catarina. Essa turma apresentou uma melhora considerável em suas notas, comparando a prova e a sua recuperação, referente ao mesmo conteúdo.

Palavras-chave: Aprendizagem. Trigonometria. Jogo educativo.

1. INTRODUÇÃO

Na educação básica atual, a trigonometria é dividida no estudo da aplicação no triângulo retângulo no findar do ensino fundamental e da circunferência no ensino médio, geralmente no segundo ano dessa etapa. É de conhecimento geral a grande dificuldade encontrada por muitos alunos para com a Matemática. Entretanto, essa dificuldade parece crescer quando os conceitos trigonométricos começam a ser trabalhados com os estudantes. A notação e a aplicação do conteúdo parecem não fazer muito sentido para os mesmos, o que leva à uma aversão ao conteúdo e também ao fracasso na aprendizagem.

Assim, neste trabalho, com o uso de um recurso didático não tradicional, buscar-se-á:

- estimular a curiosidade do aluno pela disciplina de matemática, mostrando que pode ser divertido aprender;

- melhorar o ensino da matemática através de um processo de diversificação metodológica;

---

[1] Trabalho de Conclusão de Curso apresentado como requisito parcial para titulação no Curso de Pós-graduação lato sensu em Ciências e Tecnologia, da Universidade Federal de Santa Catarina (UFSC), Centro Tecnológico de Joinville, sob orientação da Dra. Susie Cristine Keller.

[2] Graduada em Licenciatura em Matemática pela Universidade do Estado de Santa Catarina (UDESC) – Joinville/SC. Professora de educação básica. E-mail: caroline.wendland@hotmail.com.

- desenvolver a linguagem, a criatividade e o raciocínio dedutivo, por meio da utilização de um jogo educativo;

- construir o conhecimento, introduzindo propriedades do lúdico e ações ativas e motivadoras.

Este trabalho será baseado em pesquisas bibliográficas, elaboração e aplicação do jogo, de forma a verificar aceitação e resultados do mesmo.

2. FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA

2.1. História

Segundo Dante (2005), a palavra trigonometria é formada por três radicais gregos: *tri*, *gonos* e *metron*, significando, respectivamente, três, ângulos e medir. Portanto, significa medida de triângulos.

O princípio da trigonometria está associado às questões de navegação, agrimensura e astronomia. Estima-se que iniciaram seus estudos por volta do século IV e V a.C., no Egito e na Babilônia. No Papiro Rhind, mais extenso documento egípcio sobre matemática conhecido, encontram-se problemas envolvendo cotangente. Já na tábula cuneiforme babilônica Plimpton 322, há uma tábua de secantes (COSTA, 2014).

Até a metade do século II a.C., a trigonometria se resumia ao estudo de um arco arbitrário de uma circunferência e sua corda. Foi então que Hiparco de Nicéia (190 a.C. – 120 a.C.) construiu uma coleção de doze livros, onde apresentou uma tabela trigonométrica e dividiu uma circunferência em 360°, sendo 1° correspondente à uma das 360 partes da circunferência dividida, inspirado numa ideia semelhante de Hipsicles (190 a.C. – 120 a.C.). Segundo Costa (2014), isso possivelmente ocorreu pelo fato de um ciclo de estações possuir aproximadamente 360 dias e ter relação com a divisão de signos e decanatos da astronomia babilônica. Hiparco também utilizou a notação sexagesimal em seus estudos. Por tal feito, este é considerado pai da trigonometria.

No século XV ainda se mantinha a ideia de dependência entre a trigonometria e a astronomia. Apenas Johannes Müller von Königsberg, mais conhecido como Regiomontanus ou Hans Müller (1436 – 1475) conseguiu desconstruir essa noção. Este grande matemático alemão escreveu uma coleção de cinco livros, apresentando uma trigonometria bastante completa (OLIVEIRA, 2010). Definições básicas de razão, arcos e cordas, teoremas, lei do seno e função tangente foram assuntos tratados em sua obra.

Somente no século XVII foram descobertas aplicações da trigonometria na refração e outras partes da Física e ela evoluiu com maior propriedade (BOYER, 1974). Hoje, a trigonometria é imensamente utilizada em várias áreas, como na engenharia, por exemplo, sendo explorada em diversas propriedades.

2.2. Trigonometria na educação básica

O ensino de trigonometria na educação básica é destacado nas Orientações Educacionais Complementares aos Parâmetros Curriculares Nacionais (PCN+). Diz-se que o conhecimento das relações métricas no triângulo retângulo e as leis do seno e cosseno devem ser adquiridas e dominadas pelos alunos no ensino médio, visando o estudo das funções trigonométricas. Dessa forma, o estudo detém-se às funções seno, cosseno e tangente, com ênfase ao seu estudo na primeira volta do círculo trigonométrico e à perspectiva histórica das aplicações das relações trigonométricas (BRASIL, 2002).

Entretanto, muitas vezes a trigonometria é apresentada aos alunos de forma desconectada do contexto histórico e sem enfoque na aplicabilidade da mesma. Isso gera desconforto tanto por parte discente, quanto por parte docente. Os estudantes ficam desacreditados do seu próprio potencial de entendimento matemático e os professores acabam por “transmitir” um conteúdo que dificilmente será lembrado depois de determinado período, o que não é a intenção do docente.

Para Galvão (2008), a visão histórica do conhecimento científico é essencial, pois permite avaliar a criatividade, dedicação, tentativas, sucessos e erros em busca de respostas. Assim, acaba por se motivar a geração atual no que diz respeito à aprendizagem, conduzindo os alunos para uma visão ampliada do conteúdo abordado.

No que se refere à aplicabilidade,

> Não podemos abordar o tema do ensino e da aprendizagem de matemática sem nos perguntarmos, ao mesmo tempo, o que é, em que consiste e para que serve fazer a matemática. Então, essas perguntas não podem se referir unicamente à matemática da escola, têm de englobar todas as matemáticas que existem em nossa sociedade. (CHEVALLARD, 2001, p. 45)

Os Parâmetros Curriculares Nacionais (BRASIL, 1998) salientam a necessidade de explorar os conteúdos não apenas em sua dimensão conceitual ou na dimensão de procedimento, mas também nas atitudes. Isto é, deve-se saber e fazer, mas também deve-se investigar, argumentar, buscar e encontrar soluções para determinados problemas, tanto teóricos, quanto práticos.

Alguns obstáculos são encontrados no que refere ao processo de inserção dos conteúdos trigonométricos. Geralmente os alunos encontram dificuldades na compreensão de conceitos básicos (BRANDT; DIONIZIO, 2011). A representação desses conceitos, seja por registro algébrico ou gráfico, parece ser carregada demais para os estudantes, com uma simbologia particular. Duval (2009) diz que a compreensão está intimamente ligada ao fato de dispor de pelo menos dois registros de representação diferentes para um objeto e articulá-los naturalmente. As concepções de ângulo e arco vêm com uma série de deficiências da etapa de ensino anterior e as definições primordiais de função por vezes ainda não foram fixadas. Além disso, a clássica dificuldade com procedimentos de cálculo também acompanha os alunos nessa etapa de sua formação.

2.3. Jogos educativos

Buscando metodologias de ensino que se adequem às necessidades da nova geração, alguns educadores diversificam sua postura numa tentativa de aproximar o conhecimento matemático e o aluno. Diversas estratégias são possíveis, uma delas é o jogo. O filósofo John Huizinga (1971) afirma que

> [...] o jogo é uma atividade ou ocupação voluntária, exercida dentro de determinados limites de tempo e espaço, segundo regras livremente consentidas, mas absolutamente obrigatórias, dotado de um fim em si mesmo, acompanhado de um sentimento de tensão e de alegria e de uma consciência de ser diferente da vida cotidiana. (p. 22)

Ainda, para Dohme (2003), “uma característica do jogo é que este tem um fim em si mesmo, os jogadores entram no mundo lúdico e praticam ações com vontade, às vezes, com extremo vigor, mas sabem que têm garantia de voltar ao ‘mundo real’ quando o jogo terminar” (p.21).

Na infância os jogos são mais comuns. Segundo Piaget (1971), os jogos são essenciais na vida da criança sendo a atividade lúdica o berço das suas atividades intelectuais, indispensável por isso, à prática educativa. Entretanto, com o passar dos anos, os jogos vão perdendo espaço na vida estudantil. Assim, perde-se também uma importante possibilidade de diversificação no processo de ensino e aprendizagem.

De acordo com Fiorentini e Miorim (1990), o aluno tem o direito de aprender de forma não mecânica, de fazer sem saber o que faz e por que faz. Também não um ato aprender que se esvazia em brincadeiras. Deve-se buscar um aprender significativo, onde o aluno é sujeito ativo, compreendendo o saber e superando sua visão ingênua, fragmentada e parcial da realidade.

A inserção de jogos no processo de ensino e aprendizagem implica em vantagens e desvantagens listadas por Grando (2000), como pode-se verificar no Quadro 1.

Quadro 1: Vantagens e desvantagens dos jogos.

Vantagens	Desvantagens
▪ **fixação de conceitos** já aprendidos de uma forma motivadora para o aluno; ▪ **introdução e desenvolvimento de conceitos** de difícil compreensão; ▪ desenvolvimento de **estratégias de resolução de problemas** (desafio dos jogos); ▪ aprender a **tomar decisões** e saber **avalia-las**; ▪ **significação** para conceitos aparentemente incompreensíveis; ▪ propicia o relacionamento de diferentes disciplinas (**interdisciplinaridade**); ▪ o jogo requer a **participação ativa do aluno** na **construção** do seu próprio **conhecimento**; ▪ o jogo favorece a **socialização** entre alunos e a conscientização do **trabalho em equipe**; ▪ a utilização dos jogos é um fator de **motivação** para os alunos; ▪ dentre outras coisas, o jogo favorece o desenvolvimento da **criatividade**, de **senso crítico**, da participação, da **competição** "sadia", da **observação**, das várias formas de uso da linguagem e do resgate do **prazer em aprender**; ▪ as atividades com jogos podem ser utilizadas para reforçar ou recuperar habilidades de que os alunos necessitem. Útil no trabalho com alunos de diferentes níveis; ▪ as atividades com jogos permitem ao professor identificar, diagnosticar alguns erros de aprendizagem, as atitudes e as dificuldades dos alunos;	▪ quando os jogos são mal utilizados, existe o perigo de dar ao jogo um **caráter puramente aleatório**, tornando-se um **"apêndice" em sala de aula**. Os alunos jogam e se sentem motivados apenas pelo jogo, **sem saber porque jogam**; ▪ **o tempo gasto** com as atividades de jogo em sala de aula **é maior** e, se o professor não estiver preparado, pode existir um sacrifício de outros conteúdos pela falta de tempo; ▪ as **falsas concepções** de que devem **ensinar todos os conceitos através dos jogos**. Então, as aulas, em geral, transformam-se em verdadeiros cassinos, também sem sentido algum par ao aluno; ▪ a **perda de "ludicidade" do jogo** pela interferência constante do professor, destruindo a essência do jogo; ▪ a **coerção do professor**, exigindo que o aluno jogue, mesmo que ele não queira, **destruindo a voluntariedade** pertencente a natureza do jogo; ▪ a dificuldade de acesso e disponibilidade de materiais e recursos sobre o uso de jogos no ensino, que possam vir a subsidiar o trabalho docente.

Fonte: Grando (2000, p. 35)

Para o ensino específico de matemática, Kamii e Joseph (1992) afirmam que os jogos podem ser usados para estimular e desenvolver a habilidade da criança pensar de forma independente, contribuindo para o seu processo de construção de conhecimento lógico matemático.

3. PRÁTICAS EDUCATIVAS

3.1. Escola, turma e livro didático

A Escola de Educação Básica Giovani Pasqualini Faraco é uma instituição estadual e está situada no bairro Santo Antônio, em Joinville, Santa Catarina. Atende alunos do 1º ao 9º ano do ensino fundamental e do 1º ao 3º ano do ensino médio. A escola pode ser considerada de médio porte se comparada às demais da cidade, pois possui 14 salas de aula e atende 605 alunos no decorrer dos três períodos do dia.

A instituição conta com 47 docentes, entre eles quatro professores de matemática. Destes, três trabalham com o segundo ano do ensino médio. São seis turmas nesta fase, sendo que a divisão feita, respeitando a carga horária do contrato de cada professor, é de uma, duas e três turmas para cada professor.

A turma que participou deste estudo foi o segundo ano quatro, também denominada como turma 204. Esta turma é pequena, com apenas 22 alunos. Também é calma, tornando agradável o trabalho com a mesma. Os pontos negativos da turma são os atrasos para a primeira aula da manhã e a sonolência, justificada pelo fato de muitos estudantes já estarem no mercado de trabalho e, consequentemente, pela rotina ser exaustiva.

As aulas de matemática ocorrem três vezes por semana e têm duração de 45 minutos cada. Pode-se afirmar que metade da turma possui resultados satisfatórios em matemática. Entretanto, a outra metade possui resultados ruins e dificuldades que se verificaram ao longo da vida estudantil de cada um. Muitos alunos já reprovaram na escola, até mesmo mais de uma vez. Assim, alunos maiores de idade também compõem a turma. Alguns alegam aversão e medo da disciplina.

O livro didático utilizado nesta turma é Novo Olhar Matemática, (SOUZA, 2013). Todos os alunos receberam o mesmo no início do ano letivo, porém, poucos têm o hábito de trazê-lo para as aulas.

3.2. Atividades

No decorrer do mês de outubro, a turma 204 iniciou os estudos referentes à trigonometria na circunferência. Antes de cada etapa dos estudos de trigonometria, sempre ocorreram considerações históricas, visando a compreensão da necessidade que levou ao desenvolvimento deste conteúdo. Houve uma breve revisão da trigonometria no triângulo retângulo, o que a maioria havia estudado no ensino fundamental, porém sem recordações profundas. A etapa seguinte foi o estudo de ângulos e arcos. Como esperado, os alunos apresentaram dificuldades em cálculos simples, como regra de três e simplificação de frações. Vale salientar a resistência de muitos por substituir o número *pi* por 3,14 sempre que possível.

Posteriormente, foi desenvolvida a parte do conteúdo que foca no cálculo de seno, cosseno e tangente. A turma compreendeu bem os cálculos no primeiro quadrante, mas apresentou muita dificuldade para fazer as reduções dos demais quadrantes. Após algumas aulas expositivas, com resolução de exercícios e problemas contextualizados do livro didático, ocorreu a primeira prova do último bimestre letivo, no dia 27 de outubro. Como esperado, as notas foram baixas. Dificuldades com simplificação, análise de sinal e redução ao primeiro quadrante foram verificadas praticamente em todas as provas. A média da turma foi 4,3, sendo que a prova tinha peso dez.

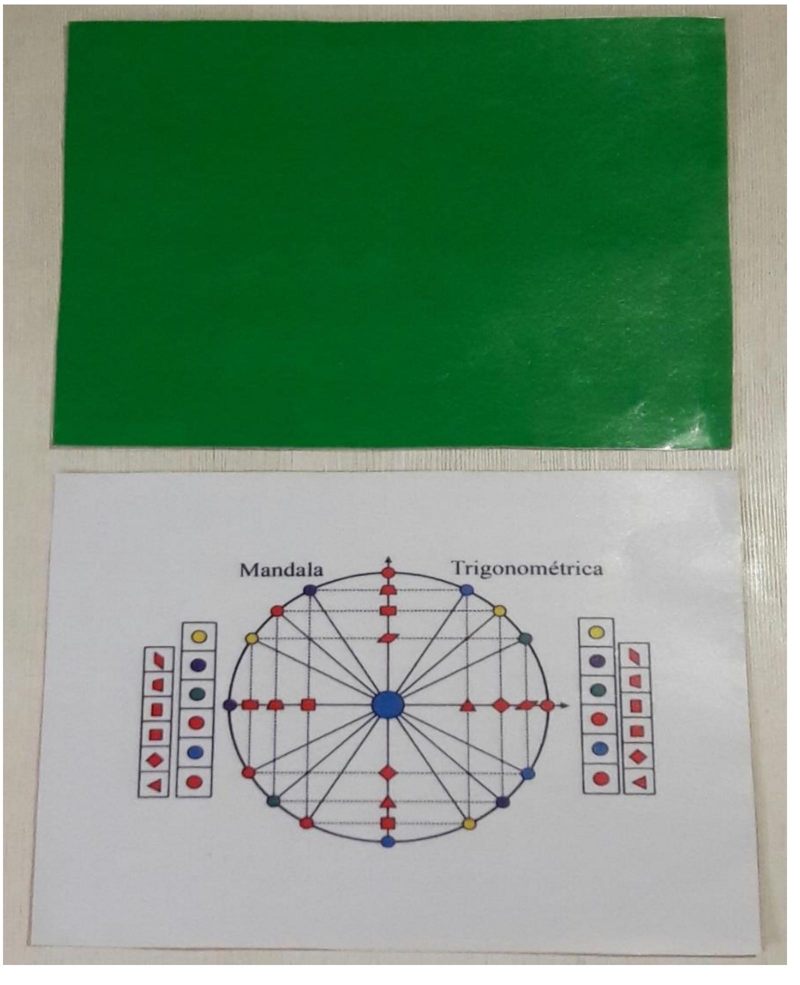
Procurando não apenas melhorar as notas, mas também construir um conhecimento fundamentado, utilizou-se um recurso didático diferenciado já existente: a Mandala Matemática (Figura 1). Não se sabe ao certo quem é responsável pela criação do jogo, mas a ideia foi tão funcional, que uma conhecida marca de materiais pedagógicos incluiu o mesmo na sua linha de materiais. Atualmente, tem um custo aproximado de cinquenta reais. Para este trabalho, foi utilizada impressão em folha simples, posteriormente colada em papel cartão e papel *contact* para garantir sua durabilidade, além de um dado e peões para marcação. A impressão se deu pela sugestão do jogo apresentada na tese de doutorado de Souza (2017). As regras do jogo também seguem as apresentadas nessa tese.

O jogo tem como objetivo identificar os arcos e os valores dos senos e cossenos por meio de movimentações na Mandala Trigonométrica, sobre a circunferência ou sobre seus eixos cartesianos. Define-se o ponto (0,0) como o centro da circunferência. Já (1,0) e (-1,0) são pontos de interseção da circunferência com o eixo das abscissas e, (0,1) e (0,-1) os pontos de interseção da circunferência com o eixo das ordenadas.

É uma atividade que deve ser aplicada de forma que uma dupla jogue contra outra dupla. Os peões das duplas partem do ponto (1,0) seguindo, preferencialmente, o sentido anti-horário (positivo). Joga-se o dado e conforme o número obtido, conta-se o número de círculos coloridos que estão espalhados pela circunferência a partir do ponto inicial, então o peão é fixado no novo ponto. O próximo passo é informar o valor do arco notável na circunferência e os valores do seno e cosseno deste arco. A solução deve ser aceita pela dupla adversária. Assim sendo, a dupla que jogou o dado poderá marcar a cor correspondente em sua coluna de cores. Caso erre, a dupla adversária o fará em sua respectiva coluna. Assim, o jogo seguirá até que uma das duplas preencha totalmente sua coluna de cores.

Na segunda fase do jogo, o peão de cada dupla passará pelo eixo dos senos e cossenos. Joga-se novamente o dado e partindo do ponto (1,0), o peão caminhará para a esquerda conforme o número obtido no dado. Em cada ícone que o peão se fixar, a dupla deverá informar seu valor no eixo correspondente e os arcos que possuem aquele valor para seno ou cosseno, conforme o eixo. Semelhante à primeira fase, a resposta sendo aceita pela dupla adversária, permitirá que a dupla que jogou o dado marque o ícone correspondente em sua coluna de ícones. Caso erre, a dupla adversária o fará em sua respectiva coluna. Assim, o jogo seguirá até que uma das duplas preencha totalmente sua coluna de ícones, finalizando o jogo. Vale destacar que, caso o peão passe no ponto (0,0), pode-se alterar o eixo que o mesmo percorre. Também é importante salientar que, quando o peão para sobre uma cor ou ícone já preenchidos, a vez passa para a dupla adversária.

Figura 1: Jogo Mandala Trigonométrica (frente e verso).



Fonte: Autoria própria (2017)

A aplicação desse jogo ocorreu no dia 31 de outubro, conforme a Figura 2. A explicação e exemplificação do jogo levou um tempo considerável e os alunos encararam a mesma como atividade infantil no início, mas depois se envolveram significativamente na proposta. Todos os alunos estavam presentes, então formaram cinco grupos de quatro alunos e uma dupla.

Figura 2: Aplicação do jogo em sala de aula.

Fonte: Autoria própria (2017)

No começo, fizeram uso do caderno para auxiliar no jogo, mas depois de algumas rodadas foram se desprendendo do mesmo, cada grupo no seu tempo. Geralmente solicitavam a ajuda da professora quando se deparavam com os ângulos de 90º, 180º, 270º e 360º. Houve um clima de competição, descontração e alegria ao acertar o que se pedia em cada rodada. O jogo levava em média vinte minutos para acabar.

O material ficou com os alunos, pois dois professores de outras disciplinas faltaram nesse dia e, assim, eles tiveram uma atividade no tempo livre. A resposta dos discentes foi extremamente positiva e motivadora.

3.3. Resultados

Após a aplicação do jogo, os alunos realizaram a prova de recuperação, já no dia seis de novembro. A prova teve o mesmo peso e nível de dificuldade da anterior. As notas melhoraram consideravelmente, gerando média geral 6,4. Esta é uma nota satisfatória, pois a média anual para ser aprovado neste sistema é 6.

Os alunos apresentaram as clássicas dificuldades de simplificação em algumas questões, mas mostraram certa habilidade para determinar reduções ao primeiro quadrante. A frequência do erro relacionado ao sinal do seno ou cosseno diminuiu bastante, refletindo também no cálculo da tangente.

Muitos relataram não precisar mais decorar as fórmulas de redução e que optaram por desenhar seu próprio ciclo trigonométrico. Isso demonstra o desenvolvimento lógico-matemático e a eficácia de abordagens diferenciadas no processo educacional.

Relacionando a atividade realizada com as vantagens e desvantagens listadas no Quadro 1, pode-se afirmar que houve num primeiro momento a coerção da professora, exigindo que todos os alunos jogassem. Entretanto, no decorrer da atividade todos participaram ativamente na construção de seu próprio conhecimento, gerando uma real fixação de conceitos já aprendidos de uma forma motivadora para eles mesmos. Mostraram prazer em aprender. Também se verificou que os alunos tomaram decisões no decorrer da atividade e tiveram que avaliá-las, desenvolvendo senso crítico.

4. CONCLUSÃO

Tendo em vista as dificuldades encontradas pelos estudantes, em especial do ensino médio, com a trigonometria, este trabalho trouxe algumas reflexões acerca da história e da presença desse conteúdo na educação básica brasileira, a fim de valorizar seu estudo e de mostrar uma forma não tradicional de desenvolver o conteúdo com os estudantes.

A utilização de um jogo foi a alternativa aqui utilizada para melhorar um contexto negativo no ensino médio no que se refere à trigonometria. O jogo foi aplicado e apresentou somente respostas positivas, de forma que todos os objetivos foram alcançados. Os estudantes consideraram a atividade divertida, visto que a diversificação metodológica foi bastante agradável e interessante. Além disso, o raciocínio dedutivo foi bem explorado utilizando esta metodologia, pois muitos alunos encontraram lógica para determinadas definições e se desprenderam de formulários. Por fim, pode-se afirmar que os discentes se sentiram motivados e ativos no próprio processo de aprendizagem.

Assim, constatou-se que uma atividade diferenciada não é suficiente, mas por vezes é necessária para o desenvolvimento dos alunos. Essas atividades tendem a ser mais interessantes para os alunos, visto que os mesmos estão habituados com aulas tradicionais e que levam a resolução de exercícios de forma mecânica, sem a devida interpretação e entendimento do conteúdo. A junção do processo de ensino e aprendizagem tradicional com novas metodologias buscou sanar quaisquer resquícios de fundamentação trigonométrica incompreendidos.

REFERÊNCIAS

BRASIL. **Parâmetros Curriculares Nacionais: Matemática**. Secretaria de Educação Fundamental. Brasília, MEC/SEF, 1998.

BRASIL. **Parâmetros Curriculares Nacionais + Ensino Médio**: Orientações Educacionais complementares aos Parâmetros Curriculares Nacionais. Secretaria de Educação Média e Tecnológica. Brasília, MEC/SEMTEC, 2002.

BOYER, Carl. **História da Matemática**. Trad. de Elza Gomide. São Paulo: Edgard Blücher Ltda,1974.

BRANDT, Célia Finck; DIONIZIO, Fátima Queiroz. **Análise das dificuldades encontradas pelos alunos do ensino médio em trigonometria**. X Congresso Nacional de Educação - EDUCERE. I Seminário Internacional de Representações Sociais, Subjetividade e Educação – SIRSSE. Pontifícia Universidade Católica do Paraná, Curitiba, 2011.

CHEVALLARD, Yves; BOSCH, Marianna; GASCÓN, Josep. **Estudar Matemáticas – o elo perdido entre o ensino e a aprendizagem**. Posto Alegre: Artmed Editora, 2001.

COSTA, Nielce M. Lobo da. **A história da trigonometria**. Disponível em: <http://www.ufrgs.br/espmat/disciplinas/geotri2014/modulo5/mod3_pdf/historia_triogono.pdf>. Acesso em 24/10/2017.

DANTE, Luiz Roberto. **Matemática (Ensino médio)**, volume único. 1° ed. São Paulo: Ed. Ática, 2005.

DOHME, Vânia. **Atividades lúdicas na educação**: o caminho de tijolos amarelos do aprendizado. Petrópolis, RJ: Vozes, 2003.

DUVAL, Raymond. **Semiósis e pensamento humano**: Registros semióticos e aprendizagens intelectuais (Fascículo I). Tradução de Lênio Fernandes Levy e Marisa Rosâni Abreu da Silveira. São Paulo: Livraria da Física, 2009.

FIORENTINI, D.; MIORIM, M. A. Uma reflexão sobre o uso de materiais concretos e jogos no Ensino da Matemática. **Boletim da SBEM-SP**, São Paulo, v. 4, n. 7, p. 5-10, 1990.

GALVÃO, Maria Elisa Esteves Lopes. **História da Matemática: dos números à geometria**. Osasco: Edifieo, 2008.

GRANDO, Regina Célia. **O Conhecimento matemático e o uso de jogos na sala de aula**. Tese de doutorado da Universidade Estadual de Campinas, Faculdade de Educação, 2000.

HUIZINGA, J. **Homo ludens**. São Paulo: Perspectiva, Ed. da USP, 1971.

KAMII, Constance; JOSEPH, Linda Leslie. **Aritmética: novas perspectivas. Implicações da teoria de Piaget.** Tradução Marcelo Cestari Terra Lellis, Marta Rabioglio e Jorge José de Oliveira. Campinas: Papirus, 1992.

OLIVEIRA, Jaqueline de. **Tópicos selecionados de trigonometria e sua história**. Universidade Federal de São Carlos, Centro de Ciências Exatas e Tecnologia, 2010.

PIAGET, L. E. **A formação do símbolo na criança**. Tradução de A. Cabral e C. M. Oiticica. Rio de Janeiro: Zahar, 1971.

SOUZA, Joamir Roberto de. **Novo olhar matemática**. São Paulo: FTD, 2013.

SOUZA, Maria Helena Soares de. **Jogos pedagógicos em matemática no ensino médio: mais que motivação, metodologia**. 2007. Tese de doutorado da Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, São Paulo, 2007.

ABSTRACT

This work presents an approach to historical, teaching and learning issues related to trigonometry. Its presence in the high school curriculum and the difficulties encountered by the students with it during such teaching stage are highlighted. Looking for resources that help in the better understanding of arcs, angles, sine, cosine, and tangent in the trigonometric circumference, a pedagogical intervention is proposed: a game called the Trigonometric Mandala. It encompasses the previously mentioned concepts and seeks to stimulate the students' reasoning, their mathematical understanding and better development of their knowledge. The activity was performed with a second-year high school class from a public school in Joinville, Santa Catarina. This group presented a considerable improvement in their grades, comparing the test and its recovery, referring to the same content.

Keywords: Learning. Trigonometry. Educational game.

ANEXOS

ANEXO A – PRIMEIRA PROVA

GPF

Escola de Educação Básica Giovani Pasqualini Faraco

DISCIPLINA: MATEMÁTICA | PROFESSORA: CAROLINE V. WENDLAND | NOTA:

CONTEÚDO: Trigonometria | DATA: 27/10/2017 | SÉRIE: 2º

ALUNO(A): | TURMA: 04

Avaliação individual e sem consulta.

Não pode haver rasuras, nem a utilização de corretivos. / A questão a lápis não lhe dará direito à revisão.

Proibido o uso de calculadora. / Apresente todos os cálculos para justificar sua resposta, senão sua questão será zerada.

1) Julgue os itens a seguir como verdadeiros (**V**) ou falsos (**F**). Justifique.

( ) O ***maior*** ângulo formado pelos ponteiros de um relógio às **11h** da manhã é igual a $\frac{\pi}{6}$ **rad**.

( ) Das **13h** até as **14h 30min** o ponteiro das horas de um relógio percorre um arco de **180º**.

( ) O ***menor*** ângulo formado pelos ponteiros de um relógio às **18h 30min** é igual a **90º**.

2) Calcule:

a) **2sen 45° + 2cos 45° =**

b) **sen 90° . cos 360° + cos 90° . sen 360° =**

c) **cos 1110° . cos 780° =**

3) Transforme em graus as seguintes medidas de arcos em radianos.

a) $\frac{3\pi}{4}$

b) $\frac{7\pi}{6}$

c) $-\frac{\pi}{6}$

4) Transforme em radianos as seguintes medidas de arcos em graus.

a) 30º

b) 300º

c) 1080º

5) Calcule o valor de:

a) sen 150º =

b) sen 300º =

c) cos 240º =

d) cos 330º =

e) tg 135 =

f) tg 210º =

ANEXO B – SEGUNDA PROVA

Escola de Educação Básica Giovani Pasqualini Faraco

DISCIPLINA: MATEMÁTICA	PROFESSORA: CAROLINE V. WENDLAND	NOTA:
CONTEÚDO: Trigonometria	DATA: 06/11/2017	SÉRIE: 2º
ALUNO(A):		TURMA: 04

Recuperação individual e sem consulta.
Não pode haver rasuras, nem a utilização de corretivos. / A questão a lápis não lhe dará direito à revisão.
Proibido o uso de calculadora. / Apresente todos os cálculos para justificar sua resposta, senão sua questão será zerada.

1) Julgue os itens a seguir como verdadeiros (V) ou falsos (F). Justifique.

(__) O valor de **sen(120°)** é positivo.

(__) O valor de **cos(390°)** é positivo.

(__) O valor de **tg(240°)** é negativo.

2) Calcule x:

$$x = \frac{2.\text{sen}30° - 4.\text{sen }150° + \sqrt{3}.\cos 330°}{\cos 0°}$$

3) Transforme em graus as seguintes medidas de arcos em radianos.

a) $\frac{5\pi}{3}$ rad

b) $\frac{5\pi}{9}$ rad

4) Transforme em radianos as seguintes medidas de arcos em graus.

a) 90º

b) 150º

c) 720º

5) Calcule o valor de:

a) sen 135º =

b) sen 330º =

c) cos 240º =

d) cos 300º =

e) tg 150º =