História do Ensino da Matemática em Portugal

Organização de
Darlinda Moreira
José Manuel Matos

Sociedade Portuguesa de Ciências da Educação

História do Ensino da Matemática em Portugal

Organização
Darlinda Moreira
José Manuel Matos

Sociedade Portuguesa de Ciências da Educação

Título
História do Ensino da Matemática em Portugal
Actas do XIII Encontro de Investigação em Educação Matemática
Beja de 2 a 4 de Maio de 2004

Organização de
Darlinda Moreira
José Manuel Matos

Comissão Organizadora do XIII Encontro de Investigação em Educação Matemática
Darlinda Moreira, Emília Palma, Cesário de Almeida, Isabel Cristina Dias, Jaime Carvalho e Silva, Jorge Revez, José Manuel Matos, Manuela Azevedo e Piedade Salgado

Capa
Sofia Ponte

Editor
Secção de Educação e Matemática
Sociedade Portuguesa de Ciências da Educação

1ª Edição: Março 2005

Tiragem: 500 exemplares
Depósito Legal: 225340/05
ISBN: 972-8614-06-3
Impressão: GRAFIS, Cooperativa de Artes Gráficas, CRL

O XIII Encontro de Investigação em Educação Matemática teve o apoio de:

Câmara Municipal de Beja
Escola Superior de Beja
Unidade de Investigação Educação e Desenvolvimento da Faculdade de Ciências e Tecnologia/UNL
Centro de Matemática da Universidade de Coimbra
Departamento de Ciências da Educação da Universidade Aberta

Índice

Introdução

José Manuel Matos
Faculdade de Ciências e Tecnologia
Universidade Nova de Lisboa
jmm@fct.unl.pt

História do ensino da Matemática em Portugal, o início de um campo de investigação

Ao estudarmos textos portugueses sobre problemas do ensino e da aprendizagem é frequente depararmos com a expressão *ensino tradicional*. Encontramo-la nos mais diversos locais, sejam eles teses, artigos do *Educação e Matemática*, da *Quadrante*, actas do ProfMat, para referir apenas publicações da área da Educação Matemática. O seu significado não é, porém, uniforme. Encontram-se múltiplas concretizações associando-o, por exemplo, a metodologias limitadas de ensino, por vezes expositivas ou repetitivas, sem o recurso a materiais manipuláveis ou ao computador, metodologias que não envolvem a resolução de problemas ou actividades de investigação, tratando-se, em suma, de processos de ensino carecendo do que quer que seja que o autor dos textos pensa que deveria ser um ensino inovador. O ensino tradicional não tem algo, ou tem algo profundamente errado que se pretende corrigir.

Naturalmente, na ausência de um significado definido positivamente, o poder explicativo deste termo é limitado. Nas investigações empíricas comparando o ensino tradicional com outros tipos de ensino, ninguém investiga seriamente o que ocorre no tal *ensino tradicional*, pois os grupos (turmas, professores, grupos de alunos, escolas) que a ele são sujeitos fazem apenas o papel de grupos de controle para investigar da relevância de metodologias inovadoras, essas sim objecto de estudo. Quando o termo ocorre na revisão de literatura, designa vagamente o ambiente de ensino que ocorreu antes de algum marco histórico relevante, seja ele as *Normas*, o Seminário de Vila Nova de Milfontes, a última reforma curricular, ou outros, e tem apenas como função fazer ressaltar as inovações trazidas por esses marcos e que antes não ocorriam. A visão do passado que prepassa é a de que “no antigamente” o ensino era bolorento, repetitivo, desinteressante, os professores recorriam exclusivamente a métodos expositivos, e, nas escolas adormecidas, ninguém se preocupava com as inovações mais elementares.

Fora do campo da Educação Matemática, essencialmente nos "fazedores de opinião" dos jornais para o grande público, a visão sobre o *ensino tradicional* é exactamente a oposta. O ensino "de antigamente" teria virtudes que de há muito se perderam. Os programas, os professores, as escolas, os alunos, os pais, eram de melhor qualidade, mais interessados, mais exigentes, melhor organizados do que os do presente e obtinha-se naturalmente melhores resultados. "Antigamente é que era bom" resume esta postura.

Paradoxalmente, quem se debruçar seriamente sobre o passado do ensino da Matemática em Portugal dificilmente vislumbrará o tal *ensino tradicional*. Encontrará sim, tal como hoje, uma enorme diversidade de posturas pedagógicas. Homens e mulheres entusiasmados com reformas de ensino, por vezes criticando visões pedagógicas de outros, manuais apontando caminhos mais ou menos inovadores, alunos com maior ou menor entusiasmo pelos métodos de ensino que lhes são propostos, e, no caso particular da Matemática, o espectro do insucesso ofuscando sucessos ocasionais. No ensino "de antigamente" não existe o estereotipo do *ensino tradicional*, mas antes múltiplas metodologias e conteúdos, posturas, filosofias, problemáticas, debates que se interligam naturalmente com os consensos e conflitos de cada época.

A utilização indiscriminada do termo *ensino tradicional* mascara apenas a nossa profunda ignorância do passado. E no entanto, o saber da história, em particular da *sua* história, é fundamental para cada campo científico. É o conhecimento do passado que, ao nos revelar movimentos, ideologias, propostas, soluções, enquadramentos simultaneamente semelhantes e distintos dos do presente, nos permite compreender melhor os porquês do presente e portanto agir de forma mais fundamentada.

A história do que constitui hoje o campo Educação Matemática só agora começa a dar os primeiros passos em Portugal e foi o tema abordado no *XIII Encontro de Investigação em Educação Matemática* organizado pela *Secção de Educação e Matemática da Sociedade Portuguesa de Ciências da Educação*, que decorreu em Beja em 2, 3 e 4 de Maio de 2004. Neste livro encontram-se publicadas algumas das contribuições que aí foram apresentadas.

Compreendendo que hoje em Portugal muito há que fazer neste campo, pretendeu-se possibilitar uma discussão entre distintas abordagens, metodologias e paradigmas, congregando os resultados já obtidos neste campo e contando para o efeito com a colaboração de especialistas de História da Matemática e de História da Educação, bem como de investigadores nacionais e estrangeiros.

Ponto alto deste encontro foram as conferências plenárias dos convidados estrangeiros, Bruno Belhoste, Fulvia Furinguetti, Gert Schubring, Teresa González e

Wagner Valente, que nos trouxeram exemplos de trabalhos nesta área desenvolvidos em França, Itália, Alemanha e Brasil.

Funcionaram ainda os seguintes grupos de discussão:

- *Formação do currículo de Matemática*, dinamizado por Henrique Manuel Guimarães e Luís Saraiva;
- *Livros de texto de Matemática*, dinamizado por Darlinda Moreira e Paulo Oliveira;
- *História do ensino da Matemática*, dinamizado por Isabel Cristina Dias e Jaime Carvalho e Silva.

O encontro foi organizado por Darlinda Moreira da Universidade Aberta, Emília Palma da Escola Secundária Diogo de Gouveia, Cesário de Almeida da Escola Superior de Educação de Beja, Isabel Cristina Dias da Escola Secundária José Cardoso Pires, Jaime Carvalho e Silva da Universidade de Coimbra, Jorge Revez da Escola Superior de Educação de Beja, José Manuel Matos da Universidade Nova de Lisboa, Manuela Azevedo da Escola Superior de Educação de Beja e Piedade Salgado da Escola Secundária Diogo de Gouveia. Contou com o apoio da Escola Superior de Educação de Beja, da Câmara Municipal de Beja, do Departamento de Ciências da Educação da Universidade Aberta, do Centro de Matemática da Universidade de Coimbra e da Unidade de Investigação Educação e Desenvolvimento da Universidade Nova de Lisboa e da Fundação para a Ciência e Tecnologia.

2

Pesquisar sobre a história do ensino da matemática: metodologia, abordagens e perspectivas[1]

Gert Schubring
Universidade de Bielfeld, Alemanha
gert.shubring@uni-bielfeld.de

Resumo

Nesta reflexão quero começar por falar de uma *ilusão.* Trata-se de uma concepção que, efectivamente, só raramente se encontra explicitada mas que, não obstante, está frequentemente subjacente nas abordagens sobre a história do ensino da Matemática. Trata-se da ideia de que esta história é relativamente simples de detectar e revelar, de que esta história consiste em "factos" e de que se pode recolhê-los e ordená-los numa série cronológica.

A complexidade do assunto histórico

Eu falo desta ideia como de uma ilusão porque análises mais aprofundadas mostram que os alegados factos, em geral, revelam mais perguntas que afirmações certas. A necessidade de, primeiramente, colocar questões à história em vez de dar logo respostas impõe-se, pelo menos quando se quer ultrapassar uma história das decisões administrativas, superficial, e se, em vez disso, se quer perseguir como objectivo o aproximar-se da realidade histórica do ensino da Matemática, digamos que de uma história do dia-a-dia do ensino. Esse objectivo corresponde, com efeito, ao ideal da pesquisa histórica, como foi proclamado classicamente pelo historiador alemão Leopold Ranke no século XIX: "wie es wirklich gewesen ist".[2]

---

[1] Agradeço a Isabel Cristina Dias toda a ajuda que me deu na edição e revisão do português deste texto.

[2] "Como o foi verdadeiramente".

Deve admitir-se que a necessidade de metodologias mais refinadas se revela, em particular, quando se fazem comparações entre sistemas diferentes de educação. Quando se fica restrito ao próprio sistema, muitas determinantes podem escapar à nossa atenção porque são assumidas como evidentes, como naturais; são precisas comparações para revelar as alegadas constantes como factores particulares.

Quero desde já ilustrar esta afirmação com um exemplo dos primeiros programas de um ensino público da Matemática: da França de 1803[3] e da Prússia de 1810:[4]

PRIMEIRO PROGRAMA OFICIAL PARA OS LICEUS NA FRANÇA, 1803

Sixième Classe

Matin L'*Arithmétique* de Lacroix, jusqu'aux fractions décimales exclusivement

Cinquième Classe

Soir Le reste de l'*Arithmétique* de Lacroix

Quatrième Classe

Matin 1re partie de la *Géométrie* de Lacroix

Troisième Classe

Soir La 2e partie de *Géométrie* de Lacroix

Deuxième Classe

Matin Le 1er volume de l'*Algèbre* de Lacroix

Première Classe

Soir *L'application de l'algèbre à la géométrie* de Lacroix, excepté la trigonométrie sphérique.

Mathématiques Transcendantes

Cinquième année

Application du calcul différentiel et intégral aux courbes. - Complément des *Élémens d'algèbre* de Lacroix, 1re partie du *Traité élémentaire de calcul différentiel et intégral* de Lacroix.

Sixième année

Application du calcul différentiel et intégral à la mécanique et aux fluides. - 2e Partie du *Traité* de Lacroix, jusqu'à l'intégration des équations différentielles partielles exclusivement. - *Élémens de mécanique* de Francœur.

PROGRAMA DE MATEMÁTICA PARA O GYMNASIUM NA PRÚSSIA

(TRALLES 1810/SÜVERN 1816)

classe 6

Contar, as 4 operações, sistema decimal, fracções decimais

classe 5

Sistemas dos números não decimais, cálculo com letras e fracções, geometria elementar (Euclides I até IV), construção geométrica

classe 4

[3] *Recueil des lois et règlemens…* 1814, vol. 2, 1814, 398-400.

[4] Schubring 1983, p. 43.

Teoria das equações do primeiro e segundo grau, geometria pura: a doutrina das proporções (Euclides VI, XI e XII), construções geométricas
classe 3
Equações quadráticas, cálculo com potências, potência de um binómio, exposição elementar da teoria dos logaritmos e aplicações, elementos da geometria analítica, funções angulares
classe 2, primeiro ano
Equações algébricas e resolução numérica, geometria analítica em duas ou três dimensões, secções cónicas
- segundo ano
Elementos da teoria das séries, teoria das combinações, geometria analtica: quantidades angulares, trigonometria
classe 1, primeiro ano
Equações do terceiro e quarto grau, análise indeterminada
- segundo ano
Séries aritméticas, teorema de Taylor, desenvolvimento em séries
- terceiro ano
Teoria da probabilidade
E, em cada ano, paralelamente uma disciplina da Matemática aplicada.

Por um lado, os dois programas documentam o papel considerável da Matemática no ensino público. Mas ficam já visíveis diferenças profundas entre os tipos de ensino: um ensino na França baseado no papel dominante do manual, e até de um único grande autor, e um ensino na Prússia orientado para conteúdos exigentes e baseado no papel dominante do professor. O que não é evidente directamente a partir do programa é que o ensino da Matemática em França desde 1803 nos seis anos não foi para todos os alunos mas para uma selecção, porque havia uma bifurcação entre as classes de Latim e as classes de Matemática. Assim, não é possível uma comparação directa.[5]

Visto esta primeira evidência da complexidade de pesquisa, deve-se constatar que a historiografia do ensino da Matemática está pouco desenvolvida. Ainda não existem obras gerais: nem num sentido "longitudinal" (investigando toda a história de *um* país), nem obras comparativas entre as

[5] As duas direcções foram chamadas "série littéraire" e "série mathématique". Depois das duas primeiras classes de Latim, cada uma de meio ano e cada uma com um pouco de ensino da Aritmética (os "algarismos" e as quatro regras), depois um ano em comum, começavam as seis classes de Matemática, de duração de três anos. Depois desses quatro anos seguiam-se as duas classes superiores, de Matemática "transcendente", desta vez cada uma de um ano - o que explica o nome deles: ano quinto e ano sexto. Na série literária havia também dois anos de classes superiores: as classes de "belles lettres latines et françaises" (*Recueil des lois et règlemens...*, 1814, vol. 2, 304-309).

histórias particulares nos diferentes países.[6] Em geral, os estudos existentes têm fins restritos, não ambiciosos, e tratam da história num só país.

Acho que é natural comparar a situação da pesquisa no ensino da Matemática com a situação da própria Matemática. Fica patente que as diferenças são enormes: para a história da Matemática, há um número impressionante de obras clássicas, de edições de obras completas de matemáticos importantes, de várias bibliografias, de muitas revistas diferenciadas, etc.

Tudo isto falta na história do ensino. Só agora foi estabelecida pela primeira vez uma bibliografia internacional, no contexto da preparação do TSG 29 no quadro do ICME 10 em Copenhaga. Uma diferença enorme relativamente à história da Matemática, ou um atraso da história do ensino, é tanto mais notável quanto o assunto na história do ensino apresenta uma complexidade bastante maior do que a da própria Matemática. Enquanto a da história da Matemática trata dominantemente de ideias, de conceitos, o ensino constitui uma realidade social que precisa de incomparavelmente mais categorias sociais para revelar as dimensões desta realidade.

Sem dúvida que investigar processos históricos que são essencialmente de natureza social representa um desafio considerável, é preciso estabelecer para a pesquisa metodologias reflectidas e refinadas. Mesmo a Matemática escolar – e assim também os programas – não constitui uma derivada da "Matemática sábia"[7] mas, pelo contrário é o produto de numerosas interacções e, mesmo, de pressões da parte de vários sectores da sociedade.

Mas o que complica ainda mais as pesquisas é o facto de que a Matemática no sistema educacional nunca aparece duma maneira independente mas sempre em conjunto com outras disciplinas escolares e isto significa a dependência de outros factores que ela, em geral, não é capaz de influenciar.

Enquanto a Matemática goza, desde a sua constituição como disciplina científica moderna e desde o estabelecimento de cursos de estudos de Matemática específicos, uma certa independência na sua prática, a realidade do ensino da Matemática é determinada por numerosos factores externos. Certamente que nas escolas secundárias há professores especializados de Matemática, contrariamente às escolas primárias, mas estes professores são elementos de um conjunto onde a coexistência não é necessariamente pacífica e onde a posição do professor de Matemática depende do valor atribuído à Matemática no modelo escolar e, também, na sociedade em geral na época respectiva.

Porém, não obstante esta dependência fundamental, talvez a falta mais considerável da grande maioria dos estudos de história do ensino é que a

[6] Uma excepção apresenta o livro de Maria Ângela Miorim (1998).

[7] Como pretende Yves Chevallard na sua teoria da "transposição didáctica" (Chevallard 1985).

Matemática é tratada isoladamente, sem respeito pelas relações e dependências num sistema globalizante.

Abordagens da pesquisa

Depois destas reflexões gerais sobre a metodologia de pesquisa vou discutir mais concretamente abordagens de pesquisa.

Uma abordagem tradicional é, sem dúvida, a análise dos programas do ensino. Como os programas representam as *intenções* – da parte de certos grupos dominantes da comunidade educativa respectiva e, por outro lado, da política do Ministério, uma agência centralizada, agindo alegadamente de uma maneira benevolente – as realizações no ensino podem ser bastante diferentes e, assim, os programas significam somente *um* factor de importância variável.

Analogamente, a outra abordagem tradicional, a análise dos decretos do governo – frequentemente ligada à análise dos programas – representa também somente um pequeno aspecto do tudo e não pode explicar suficientemente a situação real do ensino de uma disciplina escolar e o papel dos seus professores.

No entanto, há dois outros assuntos que determinam muito mais decisivamente a realidade do ensino. O primeiro são os *manuais*. Com efeito, pesquisas da educação matemática têm mostrado que a realidade de dia-a-dia do ensino é determinada decisivamente pelos manuais (e não pelos programas). Mas existe um grande problema metodológico: como analisar os conteúdos num manual? Certamente são necessárias comparações, porém com quê (ver Schubring 1987)?

E o segundo assunto básico é o professor de Matemática. Ele não constitui um sujeito passivo que recebe os programas e os faz aplicar mas ele representa a pessoa decisiva no processo de aprendizagem. Em minha opinião, a vida profissional do professor representa o melhor meio para ter acesso à realidade histórica do ensino.

Vale a pena salientar que há uma tensão principal entre o papel do professor e o papel do manual na realidade do ensino. Depende do funcionamento de todo o sistema educacional, em particular das competências profissionais do professor, se ele funciona como o agente do manual ou se o manual representa uma ferramenta no processo pedagógico dirigido pelo professor. Desenvolver estas tensões históricas seria uma outra conferência.[8]

Quando se parte do papel decisivo do professor para a realidade histórica da sala da aula, podem distinguir-se quatro dimensões que vão dar acesso concreto a esta realidade:

- o sistema de formação dos professores,

[8] Ver Schubring 1988.

- as concepções das competências que os futuros professores devem adquirir,
- as instituições de formação,
- a profissionalização dos formadores nestas instituições.

Também é preciso analisar a instituição escolar em que o professor há-de agir:

- qual é a função social da escola em questão?
- quais são as relações mútuas entre as diversas disciplinas do ensino?
- qual é, em particular, o papel da Matemática no tipo de escola em questão?

Podem também formular-se as questões assim:

- qual é a concepção dominante de cultura geral, que legitima a institucionalização de um ensino e a sua função social?
- que consequências tem a concepção dominante para o papel da Matemática como disciplina escolar e para a formação e a profissionalização dos professores?

A noção chave: as funções do ensino da matemática

Quero salientar que todas estas questões concretas tratam da *função* do ensino da Matemática e elas, com efeito, revelam mais uma categoria importante, talvez a categoria chave para pesquisas históricas. É preciso estarmos conscientes que, sem reflectir e clarificar qual a função atribuída ao ensino da Matemática, não podem nem perceber o papel da Matemática no conjunto dos disciplinas escolares nem entender as variações que este papel experimenta ao longo da história num país.

Com efeito, pode observar-se uma enorme variedade de funções atribuídas, tanto entre países diferentes como entre tipos diversos de escolas num mesmo país. Mas esta variedade ajuda verdadeiramente a constituir um quadro teórico.

Antes de passar à segunda parte histórico-sistemática que há-de revelar várias concretizações da função do ensino da Matemática, é necessário mencionar outra dimensão importante da história do ensino. Finalmente, há ainda uma outra dimensão, diferente das precedentes, mas em interacção com elas: o desenvolvimento histórico dos conteúdos do ensino e a relação destes conteúdos com o desenvolvimento da Matemática como ciência.

Os *elementos* do sistema dos conhecimentos matemáticos são ligados duma maneira característica em cada país e cada época ao sistema dos conteúdos do ensino escolar e às reflexões metodológicos sobre a didáctica.

A importância da conexão entre valores da ciência e valores sociais mostra-se nas "modas" de visões metodológicas dominantes em certos períodos, em países definidos: o domínio de orientações "analíticas" é ligado a visões optimistas da contribuição das ciências para o desenvolvimento social, enquanto que as metodologias "sintéticas" enfatizam a prática e o empirismo.

Análises histórico-sistemáticas da função profissional à cultura geral

Se considerarmos esta rede complexa, fica patente que a história do ensino da Matemática não se restringe a uma série de decisões administrativas mas que se deve concebê-la como uma parte integral da história da ciência e da história da sociedade. Além disso, os métodos para tais pesquisas devem ser histórico-sociais.

Assim, podemos chegar a uma primeira categoria partindo da questão seguinte: Existiu sempre um ensino da Matemática? Evidentemente *não*. A condição para um nascimento dum ensino da Matemática estava na transição duma transmissão informal dum saber no quadro das famílias, da transmissão duma geração para a próxima, para uma transmissão de um saber escolar organizado formalmente. Os primeiros modelos de escolas na antiguidade eram todos organizados pelo Estado e serviam directamente as necessidades da administração. Assim, pode pensar-se nessas primeiras escolas como escolas profissionais. A escrita e o cálculo eram os primeiros objectos do ensino. As estruturas das escolas mudavam o carácter do saber aritmético e geométrico. A tradição das regras empíricas era gradualmente substituída por um saber mais sistemático. O ensino mostra-se como factor dinâmico para uma generalização do saber.

Uma primeira tese é então a de que o ensino da Matemática começa num momento em que – num Estado – instituições de formação profissional são estabelecidas.

Desde esta primeira institucionalização na antiguidade, o desenvolvimento do ensino da Matemática ficou caracterizado por muitas descontinuidades e rupturas, por causa dos frequentes fracassos e colapsos dos Estados e Impérios e, assim também, das suas estruturas escolares.

Não obstante isso, podem assinalar-se duas tendências diferentes:

- a possibilidade das instituições escolares ganharem uma certa independência das exigências profissionais do Estado e de orientarem o ensino na direcção duma cultura geral.
- por causa da diferenciação das estruturas sociais, surgem grupos e classes sociais e corporações que obtiveram o direito de organizar instituições próprias para uma formação com fins particulares,

independentes das instituições eventualmente existentes, facilitando uma formação para a administração do Estado.

Essas duas tendências convergem enfim para uma evolução em que as escolas originalmente destinadas apenas para classes sociais restritas ou com carácter privado – algumas vezes com a obrigação de manter em segredo o seu saber – ou dum carácter corporativista, se transformam em escolas para um ensino público, já não restrito.

Essa transição das instituições particulares para instituições públicas foi decisiva para o começo duma formação dos professores e para o nascimento da didáctica. Com efeito, as necessidades duma formação científica dos professores ultrapassam as capacidades de organizações particulares ou corporativas: as soluções desses problemas precisam de um nível mais alto do que o modelo dos artistas ou da formação do mestre; precisam da organização do Estado ao nível nacional - e dum desenvolvimento do carácter do Estado para que seja capaz de assumir tais funções.

A segunda tese será então: As estruturas escolares dependem das estruturas sociais e das funções que o Estado atribui às escolas. A categoria decisiva que determina o papel dos diversos conteúdos do ensino nas escolas é a relação dominante entre *cultura geral* e *formação profissional*.

Desta tese se deduz a tese fundamental:

- a história concreta do ensino da Matemática num país e, em particular, os combates frequentemente intensos sobre o papel da Matemática, explica-se pelo papel duplo da própria Matemática - ela faz ao mesmo tempo parte das ciências humanas e das ciências exactas – e pela relação entre os dois lados que seja dominante naquele país.

Deste duplo papel se deduz uma função difícil do ensino da Matemática, a de funcionar no cruzamento entre a formação para uma cultura geral e a formação profissional: de um lado propedêutico e, do outro lado, profissional. Na história, pode ver-se a Matemática ser reclamada como o verdadeiro representante tanto dos propugnadores duma formação estritamente utilitária como dos propugnadores duma formação formal, intelectual, enquanto que a Matemática poderia realizar uma conexão entre a cultura literário-filosófica e a cultura científica e técnica.[9]

[9] Ver Schubring, 1984, pp. 348-349.

Uma função propedêutica marginal

Depois desta reflexão das dimensões e das categorias duma história social que já contém alguns elementos da história do ensino na antiguidade, vou passar directamente à idade média porque ali já se podem achar as raízes para os modernos desenvolvimentos na Europa. Não obstante a Matemática ser uma das duas disciplinas originais das primeiras escolas, nos milénios seguintes teve quase sempre um papel fraco.

Um caso revelador que confirma essa posição fraca é representado pelo ensino nos países da civilização islâmica. Nesses países, a única instituição de ensino de uma duração permanente foi a *madrasa* - uma instituição de alto nível na idade média, em geral bem conhecida na história das ciências. Mas não é tão bem conhecido que a razão para ser permanente foi a de que as *madrasas* foram estabelecidas segundo as normas do *waqf*, então a funcionar como fundação pia (ver Makdisi 1981). Assim, não somente a formação devia ser orientada pelos fins da religião - com efeito, a formação dos mufti e dos khadi foi o objectivo principal -, mas também as disciplinas ensinadas foram obrigadas a estar de acordo com as normas da religião. Consequentemente, houve na civilização islâmica uma distinção entre as ciências evidentemente legítimas - as ciências do Islam, em particular *hadith* e *fiqh* - e as ciências "estrangeiras" ou "clássicas" que foram obrigadas a legitimarem-se sempre de novo, entre outras a Filosofia e a Matemática. Na melhor das hipóteses, tiveram o papel de ciências auxiliares, de serem ensinadas como uma propedêutica. Embora a Matemática tivesse tido um papel não negligenciável na cultura geral - por causa da aplicação na Astronomia e na Astrologia por um lado e no cálculo das heranças por outro, o seu papel no ensino permaneceu marginal (ver Schubring 2001).

Na Europa da idade média achamos estruturas e funções análogas. As universidades ("estudos gerais") também foram organizados para fins religiosos e largamente com meios da Igreja Cristã. As formações foram direccionadas principalmente para o serviço da Igreja ou para a administração do Estado. Assim, as disciplinas dominantes foram a Teologia e o Direito canónico e romano. Como, em geral, não houve escolas "secundárias" nessa época, a função delas, um ensino propedêutico, foi realizado pela Faculdade de Artes nas universidades - onde os alunos entravam ainda bem jovens, com a idade de 10 ou 12 anos.

Segundo uma convicção comum, a Matemática teve um papel considerável nessas estruturas, como *quadrivium*. Na verdade, além da função somente propedêutica do ensino de toda a Faculdade de Artes, o *trivium* - as Línguas e a Gramática - teve a vantagem de oferecer *lectiones ordinarie legendi*, enquanto que o *quadrivium* teve a função de *lectiones extraordinarie legendi*, isto é, de lições que não eram dadas nos dias úteis mas somente nos feriados.[10]

E, analogamente às *madrasas* onde não foi preciso que os *mudarris* fossem qualificados na Matemática porque nessa cultura oral a tarefa primordial das lições foi a de ler correctamente os textos e de assegurar a transcrição exacta do texto ditado, os *magistri* nas Faculdades de Artes não foram especialistas, seja da Gramática seja da Matemática, porque eles também leram os textos canónicos e tiveram de vigiar a transcrição exacta deles. Essa falta de especialização é sublinhada pelo facto de os textos serem lidos e distribuídos antes de cada semestre entre os *magistri*, por sorteio.

Mudanças de papel

A primeira ruptura decisiva com essas estruturas tradicionais e funções marginais aconteceu com o movimento do Humanismo na Europa. Na sua visão da classicidade, a Matemática, a História e a Filosofia foram disciplinas maiores na Grécia clássica; assim, os humanistas reclamaram para elas um estatuto principal no ensino nas universidades. Embora as próprias universidades, sendo corporações, não se reformassem directamente, os soberanos, que começaram então a assumir o controle - e o financiamento - dessas instituições, até agora somente dependentes do Papa, introduziram as novas cátedras, entre outras, a de Matemática. Cerca de 1500 ou pouco depois pode observar-se na maioria das universidades da Europa que os leitores que alternavam anualmente lendo os textos matemáticos, foram substituídos por especialistas que continuavam como catedráticos por períodos extensos.

A Reforma continuou essas concepções e estruturas do Humanismo. E alargou mesmo as tarefas do ensino de uma maneira imensa; devido à própria concepção básica de que cada crente deveria fundar a sua crença na própria leitura da Bíblia, nos Estados protestantes foram estabelecidas escolas a fim de facilitar a capacidade de ler e escrever para todos. No mesmo sentido, pela primeira vez foram estabelecidas escolas secundárias que assumiram uma grande parte dos objectivos propedêuticos das antigas Faculdades de Artes de uma maneira mais efectiva, incluindo o ensino da Matemática. Liberados das tarefas escolares, essas faculdades transformaram-se em Faculdades de Filosofia aproximando-se já do estatuto mais alto das faculdades profissionais (Medicina, etc.). Entre as disciplinas aí representadas por cátedras, esteve sempre a Matemática.[11]

---

[10] Ver Schöner, 1994.

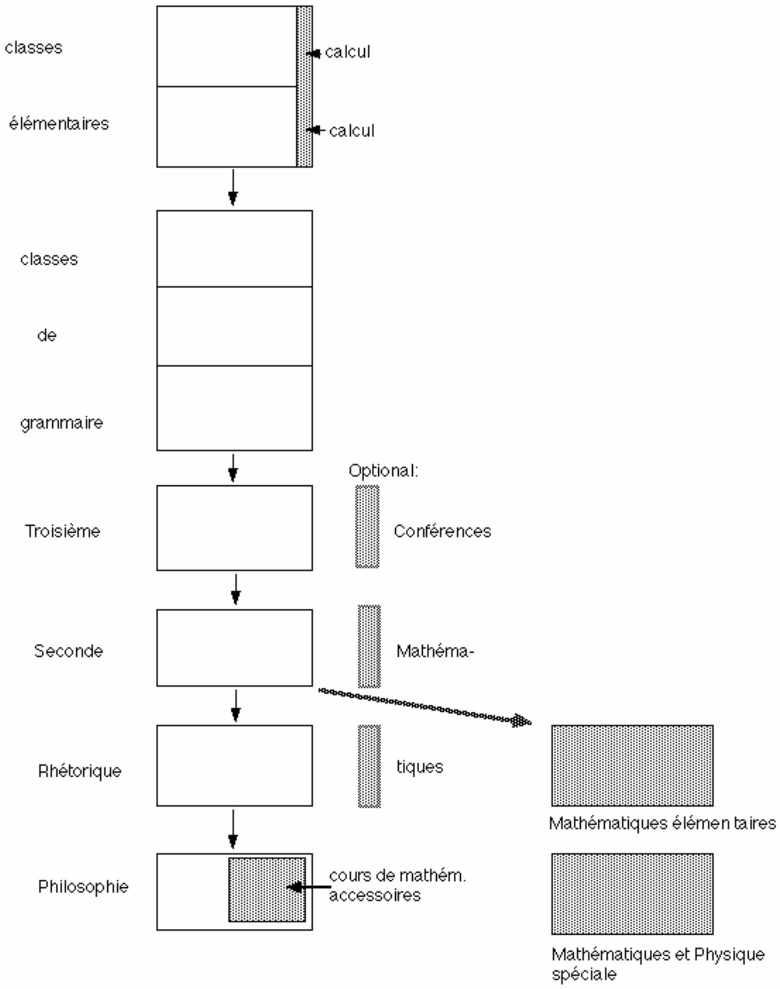
[11] Ver Schubring, 2002.

Da época da Contra-Reforma, iniciada pelos Jesuítas, data a longa cisão do desenvolvimento do ensino da Matemática entre países protestantes e países católicos. Os Jesuítas adaptaram a inovação de escolas secundárias na forma dos colégios ("collèges" na França) porque nesse sistema de classes consecutivas o objectivo de controlo maximal e de disciplina mental foi mais bem conseguido do que nas faculdades. Ao mesmo tempo, eles atribuíram todas as funções propedêuticas da Faculdade de Artes aos colégios e, assim, elas foram reduzidas a congregações de exames, sem tarefas de ensino. Também suprimiram as cátedras de Matemática, etc., introduzidas pelo Humanismo. A Matemática foi então, não somente reduzida a um ensino escolar, sem a capacidade de desenvolvimento científico numa instituição de nível superior, mas foi restringida à última classe do colégio, devido à concepção dos Jesuítas do saber e da aprendizagem: em cada classe (com a duração de um ano) deveria ser ensinado somente um assunto - a Gramática, a Retórica, etc. - a fim de não distrair a atenção e concentração dos alunos; e, como na visão aristotélica do saber dos Jesuítas, a Matemática foi parte da filosofia e, mais em particular, da Física, que como assunto considerado mais elevado no ensino dos colégios foi ensinado na última classe, só existia um ensino da Matemática no fim da escolaridade. Para o caso da França há avaliações históricas sobre a participação dos alunos nos colégios nos séculos XVII e XVIII que afirmam que uma grande parte dos alunos abandonou os colégios antes da última classe, portanto sem ter tido um ensino da Matemática (ver Dainville 1986).

França: novas funções profissionais

Devido a essa marginalidade extrema do ensino e do desenvolvimento da Matemática nas instituições dos países católicos foi, por fim, preciso criar outras instituições. O primeiro país a agir assim foi a França que estabeleceu desde os anos 1740 um sistema paralelo, as escolas militares, com um ensino forte da Matemática. Em particular, desde a expulsão da ordem dos Jesuítas em alguns países e da dissolução geral da ordem, houve várias tentativas de estabelecer um ensino menos unilateral favorecendo a Matemática e as ciências exactas, embora o desenvolvimento da natureza do Estado feudal não facilitasse reformas fundamentais.

Foi a Revolução Francesa, desde 1789, que efectuou a ruptura decisiva com as estruturas feudais e que tornou possível, pela primeira vez, que o Estado organizasse em todo o seu território um ensino público. Embora essa modernização servisse como modelo para a maioria dos Estados na Europa do Oeste, em particular desde a exportação das estruturas francesas durante o Império napoleónico, dependia das forças sociais se o ensino público abrangia as escolas secundárias ou, também, as escolas primárias. Na França do século XIX, o Estado somente conseguiu manter o sector superior sob a sua administração mas foi obrigado admitir no sector secundário escolas sob a administração da Igreja Católica e concedeu as escolas primárias largamente à Igreja. E o papel e a função da Matemática nas escolas secundárias foi também variável, dependente das epistemologias dominantes e das conjunturas políticas.



Na França do século XIX, pode bem observar-se essa variabilidade. Nas *écoles centrales*, desde 1795 até 1803, a Matemática foi um curso principal. Nos *lycées*, desde 1803 até 1809, como já foi mencionado atrás, a Matemática foi uma disciplina principal mas restrita a uma selecção dos alunos. Desde 1809, a bifurcação foi abolida e houve classes únicas, com um programa comum. Mas o nível e a extensão do ensino da Matemática foram reduzidos. Devido a essa redução, professores de Matemática foram dispensados. Depois da restauração de 1815, o desenvolvimento fez a estrutura nos - agora - *collèges* - sempre mais semelhante à dos Jesuítas, com a Matemática concentrada nas classes superiores. A figura ajuda a visualizar a situação no ano de 1845; o papel fraco da Matemática no ensino para todos é parcialmente compensado por um ensino adicional para fins profissionais de certos alunos, em particular para alunos que querem preparar-se para o concurso da *École Polytechnique*.[12]

Prússia: um equilíbrio relativo entre as disciplinas escolares

Entre os diversos Estados da Alemanha, a Prússia realizou as reformas relativamente mais consequentes e coerentes. Desde 1810, as reformas ligadas ao nome de Guilherme de Humboldt actuaram no mesmo espírito optimista de mudanças progressistas da educação, da ciência e da sociedade. Certamente que também existiram reveses nesse Estado, em particular nos períodos de reacção política, mas foram menos profundos.

Nos *Gymnasien* reformados, a supremacia das línguas clássicas foi substituída pelo equilíbrio entre três disciplinas principais: as línguas clássicas, a História e Geografia, e a Matemática com as ciências exactas e naturais. Com originalmente 6 horas semanais em cada classe e um programa exigente seguindo o espírito do método analítico (ver tabela no início), não só foi concretizado um papel forte para o ensino da Matemática, como essa estrutura constituiu também as condições para o nascimento da profissão dos professores da Matemática nas escolas secundárias. A formação desses professores foi tarefa, entre as várias universidades, das também reformadas Faculdades de Filosofia; com efeito, as faculdades foram então encarregadas de cursos próprios, com o direito de conferir graus aos alunos desses cursos. Os graduados dos cursos de Matemática foram admitidos como professores nos *Gymnasien*. O número considerável dos *Gymnasien* na Prússia assegurava na mesma época uma necessidade contínua de formar um número suficiente de professores e de atrair bastantes alunos para estudar nos cursos de Matemática.

Um elemento vulnerável nesse sistema de reformas foi o *Abitur*, o exame final dos *Gymnasien*, que conferiu o direito de acesso às universidades. O programa original de 1812 para a parte matemática do *Abitur* foi reduzido em comparação com o programa do ensino, devido ao facto de o ensino da Matemática estar a começar a ser implementado. Mas depois dos anos de implementação o nível do *Abitur* não foi aumentado por causa da resistência dos representantes das línguas clássicas contra o novo concorrente. Como consequência, e em convergência com tendências retrógradas na sociedade, o programa do ensino foi reduzido no programa do *Abitur*: a geometria analítica foi excluída e as abordagens analíticas substituídas pelas abordagens sintéticas; a geometria elementar tornou-se o assunto principal. Nessa situação geral, os

---

[12] Ver Schubring, 2003, pp. 50-53.

próprios professores de Matemática votaram, numa reunião de 1864, a exclusão das funções e das variáveis da Matemática escolar. Esse revés foi a razão para o nascimento ulterior do primeiro movimento de reformas curriculares, reclamando o pensamento funcional como a base de todo o ensino da Matemática.[13]

Os desenvolvimentos do mesmo período na Baviera mostram que os processos na Prússia foram, não obstante os reveses, modelos inovadores para o século XIX. Com efeito, na Baviera, onde se realizaram, durante o período napoleónico, reformas do ensino no mesmo sentido de promover a Matemática e as ciências, a restauração política depois de 1815 efectuou mudanças drásticas: em 1816, as *Real-Institute*, escolas paralelas aos colégios com as línguas clássicas, foram suprimidas, o ensino da Matemática nos colégios reduzido a uma hora semanal e conferido ao professor de línguas, enquanto que a maioria dos professores de Matemática foram dispensados. Embora o número das horas tenha sido aumentado em 1822 para duas, o papel da Matemática continuou sempre a ser marginal. Para substituir essa falta no sistema geral, houve apenas um ensino mais extenso nas escolas de nível baixo e de orientação profissional, nas *Landwirtschafts-und Gewerbeschulen*.

Itália: o fracasso do ensino da matemática

A Itália apresenta um caso revelador para estudar o influxo da cultura geral sobre o ensino e a determinação dos conteúdos por concepções epistemológicas. Depois da unificação da Itália, em 1859/61, houve uma nova organização das escolas secundárias, antes dirigidos por padres de ordens e agora instituições públicas. Enquanto que o manual de Geometria de Legendre foi acusado de falta de rigor, o novo programa de 1867, elaborado por matemáticos, decretou o uso, como manual, dos *Elementos* de Euclides, enaltecidos por seu rigor. Uma razão para a introdução deste livro era claramente política: o sistema educacional também estava sujeito ao nacionalismo que havia inspirado o movimento de unificação. Como L. Cremona, um dos membros da comissão, havia apontado em 1860, a libertação do "jugo estrangeiro" significava também de libertar-se dos textos estrangeiros: dos austríacos e dos franceses e de estabelecer textos próprios italianos.[14] Uma segunda razão principal era a intenção de alcançar uma integração estreita da instrução Matemática com os valores dominantes das escolas secundárias italianas. Tais valores eram definidos pelos estudos literários e pelas línguas

---

[13] Ver Schubring, 1983, pp. 56-60 e 195-196.

[14] Ele não teve consciência da ironia de introduzir o texto de Euclides como "verdadeiramente" italiano.

clássicas. No comentário dos professores quanto ao programa de 1867, a noção de utilidade e aplicabilidade do conhecimento matemático era negada e substituída pela sua função de “ginástica mental” para desenvolver as habilidades do raciocínio. Os matemáticos Enrico Betti e Francesco Brioschi, os editores dos Elementos de Euclides agora usados nas escolas italianas, enfatizavam em seu prefácio a função comum das línguas clássicas e da Matemática de servirem como "ginástica intelectual".

A consequência cultural desse espírito “clássico” foi que todos os esforços para estabilizar a Matemática, modelando-a segundo as noções da educação clássica, se mostraram contraproducentes: o *status* da Matemática como matéria escolar deteriorou-se gradualmente. Foram decisivos os resultados desastrosos dos exames escolares de graduação (organizados centralmente) em 1878: os exames escritos tornaram-se opcionais. Afinal, em 1904, a Matemática havia sido reduzida a uma matéria opcional nas classes superiores do sistema escolar. Assim, a Itália foi o único país europeu onde a Matemática perdeu seu *status* como matéria principal na escola - e isto perdurou mesmo durante uma grande parte do século XX.[15]

Conclusão

Discutimos questões da teoria da história do ensino da Matemática e mostrámos a variedade de factores e de dimensões constituintes dessa história quando se quer saber mais do que factos superficiais. A história desta área do ensino é essencialmente uma história social e as pesquisas sobre a história precisam do apoio de muitas ciências: da Sociologia, da História da educação, da História, da História comparativa dos sistemas educacionais… e, não em último lugar, da Matemática.

Certamente, há ainda muitos países e culturas onde pesquisas sobre a sua história do ensino da Matemática estão apenas a começar ou ainda faltam inteiramente. Empreender tais pesquisas deveria proporcionar resultados e conhecimentos importantes e aprofundar o quadro geral teórico e as abordagens metodológicas.

Referências

Yves Chevallard, *La transposition didactique: du savoir savant au savoir enseigné* (Grenoble: Éditions La Pensée Sauvage, 1985).

François de Dainville, "L'Enseignement scientifique dans les Collèges des Jésuites", René Taton (éd.), *Enseignement et diffusion des sciences en France* (Paris: Hermann, 1986), 27-65.

[15] Ver Schubring, 2003a, pp. 143-150.

Georges Makdisi, *The Rise of Colleges. Institutions of Learning in Islam and the West* (Edinburgh: Edinburgh University Press, 1981).

Maria Ângela Miorim, *Introdução à história da educação Matemática* (São Paulo: Atual Editora, 1998).

Recueil des lois et règlemens concernant l'instruction publique, depuis l'édit de Henri IV, en 1598, jusqu'à ce jour. Tome 2 (Paris, 1814).

Christoph Schöner, *Mathematik und Astronomie an der Universität Ingolstadt im 15. und 16. Jahrhundert* (Berlin: Duncker und Humblot, 1994).

Gert Schubring, *Die Entstehung des Mathematiklehrerberufs im 19. Jahrhundert. Studien und Materialien zum Prozeß der Professionalisierung in Preußen (1810-1870)* (Weinheim/Basel: Beltz 1983).

Gert Schubring, "Essais sur l'histoire de l'enseignement des mathématiques, particulièrement en France et en Prusse", *Recherches en Didactique des Mathématiques*, 1984, *5*, 343-385.

Gert Schubring, "On the methodology of analysing historical textbooks: Lacroix as textbook author", *for the learning of mathematics*, 1987, *7*, 41-51. ("Errata", ibid., 1988, *8*, 51).

Gert Schubring, "Der Lehrer: "ein Organ seines Lehrbuchs"? Staatliche Vorschrift kontra methodische Autonomie (1829)", *Der Mathematikunterricht*, 1988, *34:1*, 4-29.

Gert Schubring, "Theoretical Categories for Investigations in the Social History of Mathematics Education and Some Characteristic Patterns", *Mathematics, Education and Society*, C. Keitel, P. Damerow, A. Bishop, P. Gerdes (eds.), Science and Technology Education Document Series No. 35 (Paris: UNESCO 1989), 6-8.

Gert Schubring, "Recent research on institutional history of science and its application to Islamic civilization", ed. Athanasios Gagatsis, *Leaming in Mathematics and Science and Educational Technology*. Vol. II (Nicosia: Intercollege Press, 2001), 57-76.

Gert Schubring, "Aspetti istituzionali della matematica", *Storia della scienza*, ed. Sandro Petruccioli, Vol. VI: *L'Etá dei Lumi* (Roma: Istituto dell'Enciclopedia Italiana, 2002), 366-380.

Gert Schubring, "*L'Enseignement Mathématique* and the First International Commission (IMUK): The Emergence of International Communication and Cooperation", *One Hundred Years of L'Enseignement Mathématique. Moments of Mathematics Education in the Twentieth Century*. Proceedings of the EM-ICMI Symposium Geneva, 20-22 October 2000, eds. Daniel Coray, F. Furinghetti, H. Gispert, B.H. Hodgson, G. Schubring (Geneva: L'Enseignement Mathématique, 2003), 47-65.

Gert Schubring, *Análise Histórica de Livros de Matemática. Notas de Aula* (Campinas: Editora Autores Associados, 2003). [2003a]

3

A matemática na escola:

um tema para a história da educação

Wagner Rodrigues Valente
Programa de Estudos Pós-Graduados em Educação Matemática
Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, Brasil
valente@pucsp.br

Resumo
O texto tem por objetivo discutir as bases teórico-metodológicas da pesquisa histórica sobre a Matemática escolar. Para tanto, retoma as discussões historiográficas que vem sendo travadas na última década sobre a caracterização do campo da História da Educação. A análise realizada busca justificar a opção de considerar o estudo histórico da Matemática escolar como especificidade da História da Educação.

Considerações preliminares

As pesquisas sobre os saberes escolares, ao que tudo indica, vêm se multiplicando nos últimos anos. Áreas dos saber as mais diversas vêm realizando investigações sobre o trajeto histórico de sua escolarização. Isso se passa também com a Matemática, com a Matemática escolar.

As reflexões a seguir foram motivadas pela constatação da prevalência de abordagens que consideram que o trajeto histórico da escolarização da Matemática deve ser analisado do ponto de vista interno da própria Matemática. Tais estudos trabalham, não raro, com uma concepção evolucionista da história. No dizer de Circe Bittencourt (2003, p. 36), geralmente são trabalhos voltados para a apreensão da lógica interna do funcionamento do conhecimento científico, seus avanços ou conflitos, considerando o espaço da instituição universitária, com suas especificidades de conteúdos, mas nem sempre são associados ao campo educacional ou à educação escolar.

Por considerar que essa perspectiva é insuficiente para a compreensão histórica dos processos de escolarização do saber matemático, proponho uma discussão a respeito da localização que deve ocupar tal tema de estudos.

Vou tentar seguir uma trajetória semelhante àquela que foi trilhada por autoras como Clarice Nunes e Marta Carvalho (1993) e, também, Mirian Warde e Marta Carvalho (2000), na tarefa de localizarem a História da Educação face à Pedagogia e à História. A que campo pertence, indagavam as autoras, a História da Educação? A reflexão que fizeram trouxe como resposta que a História da Educação deve ser tomada como uma especialização da História. Tal resultado representa fruto do processo de reconfiguração da historiografia educacional. No dizer de Warde e Carvalho (2000, p. 13), esse processo "foi acompanhado de intensa reflexão conceitual e metodológica. Vários estudos se ocuparam dessas questões e, sob ângulos diversos, mapearam e efetuaram a crítica de temas, objetos e procedimentos historiográficos, desencadeando ampla discussão."

Do mesmo modo, porém, sem poder contar com as mesmas bases consideradas por esses trabalhos, pretendo defender a idéia de que a História da Matemática escolar deve ser vista como uma especialização da História da Educação.

A história da matemática: entre a matemática e a história

A inscrição dos estudos históricos da Matemática escolar, no campo da História da Educação, representa uma escolha fundamental para que se possa configurar teórica e metodologicamente, as pesquisas sobre o tema.

Todavia, antes de tratar das implicações resultantes dessa opção teórico-metodológica, vale a pena, creio eu, explicitar, com mais vagar, o caminho comparativo que me permitiu refletir sobre o lugar teórico das investigações sobre História da Matemática escolar.

Tudo leva a crer que dificuldades semelhantes postas há cerca de dez anos atrás, para a configuração do campo da História da Educação, estão presentes, hoje, na necessidade de balizar teórica e metodologicamente, os estudos históricos sobre a Matemática. Senão, vejamos: uma questão importante a ser resolvida pela História da Educação, enquanto especialização da História, era a de sua filiação original à Pedagogia. A História da Educação nasce na Pedagogia. Essa constatação de origem, estudada historicamente por Nunes e Carvalho (1993) e, ainda, por Warde e Carvalho (2000), justificou as dificuldades encontradas para o estabelecimento do campo da História da Educação. Por sua origem, a História da Educação era vista como vizinha inseparável da Pedagogia e, como reforçam as autoras, "da mesma forma que a História da Filosofia o era da Filosofia ou qualquer história de qualquer ciência o era dela mesma" (Nunes e Carvalho, 1993, p. 19). Essa análise é ratificada muito recentemente por Cláudia Alves (2003, p. 7), que afirma:

> Os historiadores da educação, em âmbito internacional, têm procurado inserir-se no debate historiográfico e as últimas décadas do século XX foram marcadas pela rápida expansão de nossa área de pesquisa, como parte do movimento que se processava no plano mais geral da produção histórica. Esse fenômeno ganha expressão, sobretudo, pelo fato de que, historicamente, a área permaneceu conformada a um padrão estabelecido em sua origem. Nascida como disciplina a ser ensinada no conjunto indicado para a formação de professores, o caráter formativo impôs-se sobre o aspecto interrogativo. A necessidade de sistematização, associada às preocupações morais e filosóficas presentes no ensino destinado aos futuros mestres, edificaram uma História da Educação com forte tendência normativa, conformadora, tradicionalista, com pouca capacidade de acompanhar os movimentos de renovação empreendidos no âmbito da História.

Assim, pensar a história de qualquer ciência como inseparável dessa mesma ciência, neste caso, é pensar a História da Matemática como inseparável da Matemática. O que equivale a dizer que a própria Matemática configura o campo da História da Matemática.

Essa é a tendência ainda dominante nos estudos históricos desse saber. Neles prevalece uma abordagem que trata a história como um modo de estabilizar o passado, consolidando-o. Não há sentido em problematizá-lo. Nada há no passado da produção matemática que possa ser reconstruído. Quando muito, admite-se que, algumas vezes, elementos do passado "precisam ser corrigidos." Cito aqui, o editor da *Revista Brasileira de História da Matemática*:

> De tempos em tempos, as verdades se modificam e se atualizam. Coisas que eram assumidas como verdade absoluta, transformam-se em verdades relativas, o que leva historiadores a realizarem análises críticas em obras escritas no passado, com o intuito de efetivarem as necessárias correções (Nobre, 2002, p. 4).

Esse posicionamento indica perfeitamente o lugar de construção da História da Matemática ainda hoje dominante: a própria Matemática. Assim, as idas e vindas, para a escrita da sua história, dizem respeito às atualizações da própria produção Matemática. Cabe à História da Matemática, sob essa perspectiva, efetuar estudos da Matemática já produzida onde, por exemplo, o contexto social, econômico, cultural e político de sua produção, são vistos como elementos estranhos à ciência e não como ingredientes constituintes da própria Matemática. Vale a pena analisar, neste ponto, a opinião de um famoso matemático a respeito do assunto:

> Há outras opiniões que espantam os matemáticos; são formuladas por certos historiadores das ciências. Não consideram suficientes as obras de História da Matemática, descrevendo as idéias do passado e tentando compreender-lhes o encadeamento e as influências que exerceram umas sobre as outras; seria também necessário, segundo eles, "explicar" porque que os matemáticos escolheram tal ou tal direção de investigação, e como chegaram aos seus resultados. Confesso não compreender o que isso possa querer dizer: a atividade de um cérebro criador nunca teve "explicação" racional, dentro da Matemática ou fora dela (1990, p. 39).

Assim se pronunciou Jean Dieudonné, em 1987, em sua obra *Pour l'honneur de l'esprit humain*, traduzida para o português sob o título *A formação da Matemática contemporânea*, três anos depois. Dieudonné estava incomodado com demandas de historiadores a respeito da história da produção matemática.

Como compreender essa posição de Dieudonné?

História de uma matemática sem história

No clássico texto de Michel de Certeau, *L'opération historique*, trabalho seminal da chamada Nova História, o autor destaca que a produção histórica sempre é feita de um determinado lugar. E, precisamente, se formos buscar o que caracteriza o gesto do historiador, iremos encontrar o esforço de compreensão das idéias a partir dos lugares onde elas foram engendradas. Certeau salienta que toda pesquisa histórica articula-se num local de produção sócio-económica, política e cultural. E é exatamente em função desse lugar "que os métodos se instauram, que uma topografia de interesses é definida, e que os conjunto de questões postas aos documentos se organiza." O autor mostra, ainda, que toda interpretação histórica depende de um sistema de referência e que esse sistema abriga uma "filosofia" implícita particular (Certeau, 1974, pp. 4-5). Assim, a análise do discurso histórico necessita que seja conhecida essa filosofia implícita, que baliza toda a sua produção. Esse conhecimento, entendemos, é determinante para a problematização do passado, resultando na reconfiguração da escrita histórica.

Para Certeau, ainda, é fundamental considerar que o meio social de onde emerge a produção histórica e, em sentido mais amplo, qualquer produção científica, é ingrediente determinante dessa produção. Nos termos do autor:

> Supor uma antinomia entre uma análise social da ciência e sua interpretação, em termos de história das idéias, representa a duplicidade daqueles que acreditam que a ciência é autônoma, e que, a título dessa dicotomia, consideram como não pertinente a análise de determinações

> sociais e, como estranhas ou acessórias, as imposições que ela desvela (1974, p. 12).

A partir dessas considerações basilares, podemos retornar a Dieudonné. Em nosso auxílio, tomaremos o estudo feito por Frédéric Patras, em seu livro *La pensée mathématique contemporaine.* Esse autor, ao analisar a produção matemática da segunda metade do século XX, pondera que dois grandes fenômenos marcaram e influenciaram essa ciência nesse período. O primeiro deles diz respeito à imposição do *estruturalismo* como corrente dominante de pensamento e também como referência epistemológica para a produção matemática, a partir dos anos 1950. Privilegiando sistematicamente a arquitetura lógica, as soluções globais e o mais alto grau de generalidade, o estruturalismo tende a neglicenciar as particularidades de todas as ordens, como também as teorias incompletas. Para o autor, o ensino da Matemática procurou seguir esses mesmos valores comprometendo, assim, a idéia de que o pensamento matemático é um espaço de liberdade e de criatividade.

O segundo fenómeno diz respeito ao extraordinário empobrecimento do debate filosófico em torno da Matemática. A esse respeito, o estruturalismo matemático propagou a idéia de que o discurso filosófico é algo estranho ao pensamento científico, contribuindo de modo decisivo para esse empobrecimento (Patras, 2001, pp.1-3). Criou-se, assim, sob o manto estruturalista, a ilusão de autonomia do discurso matemático.

Frédéric Patras considera que o trabalho de David Hilbert e Hermann Weyl foi seguido de um profissionalismo austero, porém muito respeitável, que tomou a forma "de um legalismo autoritário e do legitimismo de um Dieudonné" (2001, p. 4).

Jean Dieudonné (1906-1992), matemático francês, foi um dos membros mais ativos do grupo Bourbaki, grupo de matemáticos cujo objetivo inicial era o de fundamentar o ensino de Matemática sobre bases e procedimentos rigorosos. Dieudonné foi autor de numerosas obras, inclusive didáticas, agente importante da História da Matemática, à qual muito contribuiu, fazendo-se uma espécie de porta voz de uma certa ortodoxia estruturalista (Patras, 2001, p. 4).

Emblemática é a posição de Dieudonné a respeito da relação entre Matemática e realidade: "nada a ver uma com a outra". Essa posição, no dizer de Patras (2001, p. 5) acaba eximindo a Matemática de responder a questões como: "qual o significado e a legitimidade dos saberes matemáticos? Como eles se inserem em nosso mundo fenomênico? Que sentido tem, para a humanidade, a aspiração teorética constitutiva das mais altas ambições do homem de ciência?"

O fracasso do movimento estruturalista, de acordo com Patras (2001, p. 7), demonstra que, ao contrário da crença na existência de uma arquitetura intrínseca do saber matemático, que nada deveria à realidade, a redescoberta do real é um ponto fundamental da Filosofia da Matemática contemporânea e uma das vias mais promissoras de desenvolvimento da própria Matemática.

Essa redescoberta do real, noutros termos, recoloca a Matemática na História e joga por terra o ideal estruturalista de isolar a produção Matemática de seus determinantes exógenos. Assim, a produção Matemática deixa de ser vista como cumulativa e, desde Thomas Kuhn tem-se, em boa medida, a explicação sobre a dependência dessa produção ao meio e ao sistema de referência que parametriza a produção desse saber.

Sobre Kuhn e, mais especificamente, sobre a sua obra *A estrutura das revoluções científicas,* debruçou-se o antropólogo Clifford Geertz, a fim de responder à pergunta: Por que esse livro teve um impacto imenso? A resposta dada por Geertz, muito esclarecedora, vem ao encontro do que se está discutindo aqui:

> Separadas num mundo de pensamento autopropulsado, a Física, a Química, as ciências da Terra e até a Biologia não foram conspurcadas pela Sociologia, ou, pelo menos, pela Sociologia do conhecimento. A História que havia era sobretudo uma história de praticantes, exageradamente monumental e antiquada: uma narrativa de realizações que haviam constituído marcos, conduzindo, uma após a outra, à verdade, à explicação e à situação atual. A Sociologia que havia, fosse a de Max Weber ou a de Robert Merton, continuava predominantemente "externalista", interessada nos efeitos sociais da ciência, nas normas institucionais que a regem, ou na origem social dos cientistas. As chamadas questões internalistas – como e por que as teorias e práticas dos cientistas assumem as formas que assumem, despertam os interesses que despertam e desenvolvem a influência que desenvolvem – ficavam fora de seu alcance, sendo explicáveis, se tanto, pelas energias da razão, pelos mistérios da genialidade, ou pela simples natureza das coisas a se imprimir na mente capacitada. Foi essa linha aparentemente inquestionável e supostamente intransponível, que separa a ciência como forma de atividade intelectual, como modo de saber, da ciência como fenômeno social, como modo de agir, que Kuhn questionou pela primeira vez na *Estrutura*, e em seguida transpôs (2001, p. 144).

Apesar de tratar explicitamente das ciências experimentais, em Kuhn encontra-se também a idéia de que toda produção científica está envolvida numa "filosofia implícita" que deve ser posta à luz para que melhor seja explicitada sua história.

A reviravolta que vem sendo produzida no âmbito da história das ciências, a partir do trabalho de Kuhn, motivou Pierre Bourdieu a escrever o que seria sua última publicação: *Science de la science et réflexivité.* Desde as primeiras páginas, uma pergunta provocativa guia sua reflexão:

> Como é possível que uma atividade histórica, inscrita na História, como a atividade científica, produza verdades trans-históricas, independentes da História, despregada de todas as ligações com o meio e o momento, com validade eterna e universal? (2001, p. 10)

Desse modo, compreende-se a posição de Dieudonné, quando este é levado a pronunciar-se sobre a escrita da História da Matemática. Dieudonné fala como matemático estruturalista. Está é sua filosofia implícita, seu paradigma da produção Matemática. Para ele, pensar a História da Matemática será, segundo suas próprias palavras, descrever as idéias do passado e tentar compreender o seu encadeamento e as influências que exerceram umas sobre as outras. Essa História, ainda de acordo com Dieudonné, já está escrita nos manuais de História da Matemática.

Proposital, ainda, é o título, em francês, da obra escrita por Dieudonné, destinada ao grande público: *Pour l'honneur de l'esprit humain*. Trata-se de uma frase retirada do texto de uma carta de Jacobi enviada a Légendre, em 1830. Nela, o matemático alemão escreve:

> O senhor Fourier era de opinião de que o objetivo principal da Matemática era a utilidade pública e a explicação dos fenômenos naturais; mas, um filósofo como ele deveria saber que o objetivo único da ciência, é a honra do espírito humano e que, desse modo, uma questão de números é de igual importância a um problema de sistema do mundo (Mashaal, 2002, p. 118).

Interessa, pois, a Dieudonné, sublinhar o interesse na Matemática pura. A busca dos elementos externos à teoria Matemática irá, desse modo, deparar-se com a "atividade do cérebro criador". Essa atividade é a responsável pela edificação da arquitetura Matemática, que não deve nada à realidade da vida, a não ser àqueles que construíram os degraus inferiores do edifício matemático. Trata-se de uma Matemática *purificada da realidade*. Constrói-se, portanto, uma História da Matemática sem história.

Manuais de história da matemática e produção histórica

A postura de Dieudonné frente à História da Matemática pode ser encontrada em grande número de trabalhos recentes. Interessam-me, em particular, aqueles relativos à Matemática escolar.

Em sua maioria absoluta, os autores dessa produção, não falam do mesmo lugar de Dieudonné. Não produzem Matemática, não estão inscritos no meio estruturalista da segunda metade do século XX. Como explicar a manutenção dessa perspectiva, nesses estudos?

Um olhar para os cursos de formação de professores de Matemática pode contribuir para resposta à questão. Sem lançar mão de uma pesquisa específica sobre o tema, parto do suposto que, dentre os livros mais conhecidos no Brasil, sobre História da Matemática, encontrem-se os de Carl Boyer e Howard Eves[1]: o livro de Boyer, *História da Matemática*, publicado pela primeira vez em 1968, foi traduzido para o português em 1972, pela professora brasileira Elza Gomide; o de Eves, *Introdução à História da Matemática*, mais antigo, de 1953, foi traduzido pelo professor Hygino H. Domingues.

Na Introdução de seu livro, Eves previne o leitor sobre a História que irá encontrar. Diz ele, que se trata de uma tentativa de introduzir a História da Matemática aos alunos de graduação dos cursos superiores de Matemática. Assim sendo, além da narrativa histórica, há muitos expedientes pedagógicos visando assistir, motivar e envolver o aluno. Descrevamos alguns desses expedientes e comentemos algumas características do livro.

1. Acreditando que um curso superior de História da Matemática deve, antes de mais nada, ser um curso de *Matemática*, fez-se um esforço para incluir um montante considerável de Matemática genuína no livro. Espera-se que o estudante, ao usar este livro, aprenda muita Matemática, além de História.
2. Entre os expedientes pedagógicos do livro, talvez os Exercícios arrolados ao fim de cada capítulo representem o mais importante.

Na obra de Boyer, em seu Prefácio, o autor declara, foi levado a escrever o livro, uma vez que “poucas histórias publicadas são livros de texto”, isto é, poucos livros têm a características de serem livros para o ensino. Acrescenta, também, que o livro dirige-se a leigos, estudantes ou professores de um curso de História da Matemática, com exercícios, da mesma forma que o livro de Eves.

Desse modo, esses dois livros constituem obras muito semelhantes e têm, como finalidade principal, subsidiar cursos de História da Matemática do ensino superior, cursos de formação de professores de Matemática.

Voltando à discussão do lugar da História da Educação enquanto campo de pesquisa, vimos que as determinações de origem, da disciplina, trouxeram enormes dificuldades para a pesquisa histórica, uma vez que, pensada como disciplina para a formação de professores, esse caráter formativo impôs-se sobre o interrogativo.

---

[1] Estudando a disciplina História da Matemática e a formação do professor de Matemática no Brasil, a pesquisa de Stamato (2003, p. 45) deixa entender que esses autores estão sempre presentes na bibliografia da disciplina ministrada em cursos de licenciatura.

Ao que tudo indica, com a História da Matemática algo de semelhante ocorre. Pensada como disciplina para a formação de professores de Matemática, a História da Matemática assumiu o caráter de estabilizar o passado da produção matemática a partir, sobretudo, de seus manuais de ensino. Essa é uma característica dos manuais citados anteriormente. Construídos a partir da própria Matemática, os manuais pretendem ensiná-la aos alunos, transformando-se em livros didáticos de Matemática com informações históricas.

É bastante revelador o fato de que muitos estudos históricos sobre a Matemática escolar tomem esses manuais como referências teórico-metodológicas[2]. Assim fazendo, incorporam uma concepção de História da Matemática como ingrediente formativo, como elemento para o aprendizado de uma Matemática edificante, evolutiva, progressiva - sem história, ao final de contas.

Parece que, a inclusão da História da Matemática como disciplina formadora de professores de Matemática, através de clássicos manuais de ensino, remete ao que ocorreu com a História da Educação, pensada como disciplina formadora de professores e propensa a estabilizar o passado, como modelo a ser seguido pelos futuros mestres. E, ainda, esses mesmos manuais constituirão referência para a elaboração de estudos históricos, configurando essa produção. Desse modo, estamos diante de uma situação em que as questões didáticas, que nortearam a elaboração dos manuais, organizam a própria produção científica.[3]

Os problemas de reorientação dos estudos em História da Educação passaram, inicialmente, pela refiliação da disciplina à História. Desgarrada da Pedagogia, as pesquisas sobre História da Educação buscaram mais e mais legitimidade como especificidade de estudos históricos.

Do mesmo modo, penso que está instalada, para os estudos históricos da Matemática, a necessidade de uma autonomia relativa deles em relação à própria Matemática, de modo que eles possam filiar-se à História. Problemática, também, é a discussão sobre o lugar teórico-metodológico da pesquisa sobre a Matemática escolar.

Procurei mostrar que os estudos sobre História da Matemática escolar vêm, em grande medida, se filiando à Matemática, à História da Matemática, conformada pela Matemática. Por uma Matemática herdeira de uma "filosofia implícita" estruturalista. Em meu entender, isso acaba, por fim, não dando conta dos processos históricos de escolarização desse saber. Advogo, assim, a

---

[2] Uma breve pesquisa, por exemplo, nos *Anais* do último *Seminário Nacional de História da Matemática*, realizado em Rio Claro, SP, em 2003, mostra vários trabalhos em que estão presentes, como suporte teórico, os textos de Boyer e Eves.

[3] O tema do papel do ensino na história da Matemática, muitíssimo interessante, começou a ser discutido por Bruno Belhoste (1998).

conveniência de, diretamente, pensar a Matemática escolar como especificidade da História da Educação.

A matemática escolar: tema da história da educação e suas fontes

Muitas implicações para a prática da pesquisa decorrem da decisão de localizar os estudos históricos sobre a Matemática escolar no campo da História da Educação. Cabe perguntar, por exemplo, como se processaria o trabalho de pesquisa para a escrita da História da Matemática escolar, a partir dessa opção teórico-metodológica.

Tratando os estudos históricos sobre a Matemática escolar como especialização da História da Educação, há que se considerar como os historiadores da educação vêm trabalhando nas últimas décadas. Ou, por outra, há que se perguntar de que lugar estão, hoje, produzindo a sua história.

Afastando-se do que consideram uma história externalista da educação, praticada no mundo das idéias pedagógicas, os historiadores vêm progressivamente voltando o seu olhar *para dentro da escola*. Ela vem se transformando no lugar de posicionamento dos historiadores da educação. Mais precisamente, estes vêm desenvolvendo seus trabalhos no interior do que denominam *cultura escolar*.

Esforçando-se para definir cultura escolar, Dominique Julia, no texto "A cultura escolar como objeto histórico", considera, inicialmente, que ela não pode ser estudada sem a análise precisa das relações conflituosas ou pacíficas que ela mantém, a cada período de sua história, com o conjunto das culturas que lhe são contemporâneas: cultura religiosa, cultura política ou cultura popular (2001, p. 10). Em seguida, o autor define cultura escolar como: "um conjunto de normas que definem conhecimentos a ensinar e condutas a inculcar, e um conjunto de *práticas* que permitem a transmissão desses conhecimentos e a incorporação desses comportamentos" (2001, p. 10).

A partir desse lugar de estudo, ficam caracterizadas, também, as fontes para a pesquisa dos processos históricos da educação nas escolas. Julia pondera sobre a dificuldade de obtenção das fontes para a escrita da história do que se passa no interior das escolas e indaga: "a história das práticas culturais é, com efeito, a mais difícil de se reconstruir porque ela não deixa traço: o que é evidente em um dado momento tem necessidade de ser dito ou escrito?" Desse modo, Julia acaba enfatizando aquilo que desempenha papel fundamental para a escrita da história dos saberes escolares: as fontes para a escrita dessa história.

Porém, há que se realizar o esforço no sentido de buscar os vestígios deixados por cotidianos escolares passados. Esses vestígios, por circunstâncias as mais variadas, podem ser encontrados, compondo um conjunto de produtos da cultura escolar. Ao lado de toda normatização oficial que regula o funcionamento das escolas, como leis, decretos, portarias etc. há toda uma série de produções da cultura escolar: livros didáticos, cadernos de alunos, de professores, diários de classe, provas, etc. São essas as fontes de pesquisa que devem ser encontradas, organizadas e inventariadas a fim de estudarmos a trajetória histórica da Matemática escolar. A dificuldade em encontrar tais produtos da cultura escolar coloca, como disse, as fontes de pesquisa como chave para a escrita dessa história. Os cadernos de alunos de outros tempos, os materiais pedagógicos de professores, as provas, não estão disponíveis uma vez que costumam ser descartados depois do uso. Some-se, ainda, o fato de que os documentos dos arquivos das escolas, além de não estarem organizados, acabam excluídos a cada cinco anos em virtude da legislação. Os livros didáticos antigos são dificilmente encontráveis pois, tradicionalmente, não são pensados como fontes de pesquisa. Nossos próprios materiais escolares tendem a ser descartados em razão, por exemplo, de espaços cada vez menores nas moradias. Enfim, a obtenção dos testemunhos de cotidianos escolares passados torna-se muito difícil. Assim, quando se tem a oportunidade, por razões as mais diversas, de encontrarmos esses traços da cultura escolar, ganhamos a possibilidade de escrever sobre o trajeto histórico que seguiu um saber nas escolas; aqui, no caso, a Matemática escolar.

De outra parte, é evidente que casas podem ser feitas de pedras, mas montes de pedras não são casas... Isto é, o achamento, por exemplo, de livros didáticos antigos, livros que sabemos terem sido utilizados em práticas pedagógicas de antanho é uma condição importante, porém não suficiente para a escrita da história dessas práticas. Cabe, então, retomar a questão da “filosofia implícita” que nos leva ao estudo desses livros. Aqui, novamente, posso evocar o lugar: a análise de livros didáticos de Matemática, tratados como fontes para a História da Matemática escolar, em muito difere de considerá-los como fonte a partir da própria Matemática. A história é profícua em número de controvérsias a respeito de livros didáticos. Essas querelas foram motivadas por problemas essencialmente de rigor matemático.

Considerações finais

A alternativa de pensar a História da Matemática como especialização da História ou, em nosso caso, mais precisamente, a História da Matemática Escolar como especialização da História da Educação não implica, no entanto, a rejeição da Matemática. Essa opção refere-se à possibilidade de sua apreensão pela via escolar. Semelhantemente às reflexões feitas para a História da Educação face à Pedagogia, cabe ressaltar que, assim procedendo, não pretendo, por certo, estreitar a possibilidade de compreensão da Matemática na escola, tomando-a como caixa preta aos não “especialistas da especialidade”. Antes, ao contrário, isso significa alargar o entendimento de como se dá, na História, o processo de escolarização dos diferentes saberes e, em particular, da Matemática, tomando como ponto de partida um instrumental teórico-metodológico, utilizado por historiadores.

Referências

Alves, C. M. C. Os arquivos e a construção de categorias de análise na história da educação. *Anais da 26ª Reunião Anual da Anped.* Poços de Caldas, MG. 5 a 8 de Outubro 2003. Cd--rom.

Belhoste, B. “Pour une réévaluation du rôle de l'enseignement dans l'histoire des mathématiques” *Revue d'histoire des mathématiques. Paris: Société Mathématique de France*, No. 4, 1998.

Bittencourt, C. Disciplinas escolares: história e pesquisa. In: Oliveira, M. A. T. e Ranzi, S. M. F. (orgs.) *História das Disciplinas Escolares no Brasil: contribuições para o debate.* Bragança Paulista, SP: EDUSF, 2003.

Bourdieu, P. *Science de la science et réflexivité.* Paris : Éditions Raisons D’Agir, 2001.

Boyer, C. B. *História da Matemática*. São Paulo : Editora Edgard Blücher Ltda., 1999.

Certeau, M. L’opération hsitorique. In: Le Goff, J. ; Nora, P. *Faire de l’histoire*. Paris: Éditions Gallimard, 1974.

Dieudonné, J. *A formação da Matemática contemporânea*. Lisboa: Publicações Dom Quixote, 1990.

Eves, H. *Introdução à História da Matemática.* Campinas, SP: Editora da UNICAMP, 1997.

Geertz, C. *Nova luz sobre a antropologia* . Rio de Janeiro: Jorge Zahar Ed., 2001.

Julia, D. A cultura escolar como objeto histórico. *Revista Brasileira de História da Educação.* Campinas, SP. SBHE/Editora Autores Associados. Jan/Jun. no. 1, 2001.

Mashaal, M. *Bourbaki- une société secrète de mathématiciens*. Paris: Belin, 2002.

Nobre, S. Introdução à História da História da Matemática: das origens ao século XVIII. *Revista Brasileira de História da Matemática*. Rio Claro: SBHMat, Vol. 2, No. 3, 2002.

Nunes, C. ; Carvalho, M. M.C. Historiografia da educação e fontes. *Cadernos Anped.* No. 5, Set. 1993.

Patras, F. *La pensée mathématique contemporaine*. Paris: PUF, 2001.

Stamato, J. M. A. *A disciplina História da Matemática e a Formação do Professor de Matemática: dados e circunstâncias de sua implantação na Universidade Estadual Paulista*, campi de Rio Claro, São José do Rio Preto e Presidente Prudente. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática). Rio Claro, UNESP, 2003.

Warde, M. J.; Carvalho, M. M. C. Política e cultura na produção da história da educação no Brasil. *Contemporaneidade e Educação.* Ano V, no. 7, 1º Sem. 2000.

4

Los problemas de optimización en la enseñanza secundaria de España durante el siglo XX

Un paseo a través de las reformas, orientaciones y libros de texto[1]

Mª Teresa González Astudillo
Departamento de Didáctica de la Matemática y de las Ciencias Experimentales de la Universidad de Salamanca, Espanha
maite@usal.es

Introducción

En España, desde hace aproximadamente dos décadas y dentro del ámbito de la investigación en educación matemática, una corriente de investigación que está resultando especialmente atractiva, apasionante y fructífera es la relacionada con la investigación en historia de la educación matemática. Algunos investigadores han tratado temas diversos tanto de índole general: la educación matemática en España durante el siglo XX (Rico y Sierra, 1994), la formación matemática de los maestros (Sierra, 1987, 1994), los libros de aritmética y geometría (Sierra, Rico y Gómez, 1997); como otros en los que se analiza la evolución de un concepto a lo largo de la historia: el tratamiento de los números negativos en los libros de texto de España de los siglos XVIII y XIX (Maz, 2000), la evolución de los conceptos de límite funcional y continuidad en los libros de texto de secundaria (Sierra, González y López, 1999, 2003), la justificación de la regla de los signos en los libros de texto (Gómez, 2001), o el caso de los puntos críticos (González y Sierra, en prensa).

---

[1] Este trabajo es parte de un proyecto de investigación financiado por la Junta de Castilla y León (SA-052/04).

A lo largo de esta disertación se va a revisar la evolución de los problemas de optimización incluidos en los libros de texto de España durante el siglo XX. Esto forma parte de una investigación más amplia en la que se estudió la forma de presentación de los conceptos relativos a los puntos críticos en los libros de texto y en la que no sólo se analizaron los problemas presentados en los libros de texto sino que se estudiaron desde las definiciones hasta las representaciones simbólicas pasando por las representaciones gráficas. Para realizar esta investigación se dividió este lapso de tiempo en diferentes periodos que se corresponden, a grandes rasgos, con los planes de estudio publicados en este país. Dentro de cada periodo se han estudiado los programas oficiales correspondientes, se han comparado diversos libros de texto, y se han considerado las sucesivas ediciones de los libros en los diferentes periodos establecidos, lo que ha proporcionado los datos esenciales para concretar cuál ha sido la evolución de estos conceptos a lo largo de 70 años y ha permitido determinar el perfil que caracteriza a cada uno de los libros considerados y al periodo al que pertenecen.

Para realizar esta investigación se han tenido en cuenta aspectos tan diversos como la historia de España, de su educación, la epistemología de los conceptos de Análisis Matemático, algunos aspectos didácticos relacionados con ellos, cuestiones relativas a la lingüística y la semiótica, que suelen caracterizar cualquier investigación en historia de la educación matemática.

Metodología

Los libros de texto constituyen para el investigador en educación matemática, una fuente de información privilegiada puesto que, en ellos, puede encontrar información sobre el desarrollo de un determinado contenido, los aspectos conceptuales, actividades, problemas, ejercicios, la secuenciación; en definitiva la metodología que va a caracterizar una época dentro de la historia de la enseñanza.

En España, la implementación y utilización del libro de texto en el aula de matemáticas, se ha producido de forma generalizada desde los inicios de la educación obligatoria hasta nuestros días, ejerciendo para ello diferentes papeles: como objeto de estudio, como material de consulta, como registro de las actividades del alumno, como colección de ejercicios propuestos y problemas a resolver.

> Esto ha originado una práctica escolar determinada por su uso, así como una organización de la enseñanza que se mantiene en la actualidad salvo casos aislados (González y Sierra, en prensa).

Hay que tener en cuenta que la producción de libros de texto se lleva a cabo dentro de un contexto determinado y responde a corrientes sociales, epistemológicas y didácticas al uso. "El análisis de los libros de texto nos proporcionará información acerca del conocimiento matemático que una sociedad considera pertinente en un determinado momento histórico" (González, 2002).

Tampoco debemos olvidar los condicionantes económicos como la rentabilidad del producto para el autor o para la editorial. Además, dado que en el caso español existen disposiciones oficiales sobre el currículo, los libros de texto tienden a adaptarse a ellas.

Por esta razón, se ha realizado un análisis previo que tuviera en cuenta el momento en el que fueron escritos, haciéndose un estudio de los programas escolares desde que se introdujo la enseñanza del Análisis Matemático en el currículo escolar de educación secundaria en España. El cálculo diferencial ya se había incluido en las enseñanzas que los jesuitas establecieron en su Ratio Studiorum, un manual práctico de reglamento interno de las disciplinas académicas, preparado para servir de guía a los profesores. Aunque la primera versión de la Ratio del padre Acquaviva es de 1599, no es hasta el año 1832 con las Ratio del Padre Pachtler cuando se amplía el programa de matemáticas y se incluyen el álgebra, la trigonometría, la geometría analítica y el Cálculo Diferencial e Integral (Labrador y otros, 1986). Resultaba, por lo tanto, ciertamente ambicioso el plan establecido por los jesuitas así como novedoso y precursor de lo que empezaría a implantarse en España un siglo después. Hemos iniciado este estudio a partir del plan de 1934 en el que aparecen por primera vez los conceptos de límite, continuidad, derivación,... en las enseñanzas regladas establecidas en España durante el siglo XX. Las fuentes que hemos consultado, han sido: los boletines de la *Gaceta Nacional*, el *Boletín Oficial del Estado* (B.O.E.) así como los estudios de Vea Muniesa (1995) y Díaz de la Guardia (1988) y Utande (1964) sobre los planes de estudio de la enseñanza secundaria en España. Estos planes se han agrupados en cuatro periodos teniendo en cuenta las orientaciones de cada uno de los planes y la similitud entre algunos:

Los inicios en la enseñanza del Análisis Matemático: 1934-1967. En este periodo se incluyen los planes correspondientes a los años 1934, 1938 y 1953.

Introducción de la matemática moderna: 1967-1975. Este periodo abarca desde la introducción de la matemática moderna hasta la implantación del Bachillerato Unificado y Polivalente (B.U.P.) en 1975.

Desarrollo del plan de estudios de B.U.P.: 1975-1995. Este periodo comprende desde la implantación del B.U.P. hasta el inicio de los nuevos Bachilleratos derivados de la Ley de Ordenación General del Sistema Educativo (L.O.G.S.E.).

Una nueva orientación de la enseñanza de las matemáticas bajo las orientaciones de la L.O.G.S.E.: 1995-2004. Corresponde al plan de estudios de 1992.

Para cada uno de estos periodos se seleccionaron libros de texto[2] y se analizaron haciendo una revisión de las diferentes formas de representaciones utilizadas desde las definiciones, problemas y ejercicios, continuando con las tablas y gráficas, y finalizando con las expresiones simbólicas. Para ello, se entresacaron diversas unidades de información de cada uno de los libros, que se estudiaron según categorías sintácticas, semánticas, pragmático-didácticas y socio-culturales. Aquí nos limitaremos a hacer una revisión de los diferentes periodos considerados enmarcándolos respecto de los condicionantes sociales, culturales, educativos políticos y económicos que los marcaron y reflejaremos estas características en relación con los enunciados de los problemas que hemos encontrado en los libros de cada uno de los periodos.

Los inicios de la enseñanza del análisis matemático: 1934-1967

Este periodo comprende desde el primer plan de estudios que incluye la enseñanza del Análisis Matemático (1934) hasta el año 1967, destacándose en él dos partes bien diferenciadas y determinadas, la primera por la publicación en los años 1934 y 1938 de sendos planes de estudio y la segunda por el plan de 1953 que se modifica ligeramente en 1957.

Entre los años 1931 y 1936 España disfruta de la conocida como Segunda República. Como antecedentes de esta época hemos de reseñar que el primer tercio del siglo XX se recuerda como una época positiva por cuanto supuso un impulso social, cultural y educativo puesto que en el año 1900 se crea el Ministerio de Instrucción Pública y se desarrolla una labor activa y comprometida tanto en el ámbito educativo en sentido general como en relación con la educación matemática en particular. En este ambiente se inicia en el año 1934 una reforma del bachillerato, siendo ministro de Instrucción Pública Filiberto Villalobos, que se estructura en siete años, siendo los tres primeros (primer ciclo) de enseñanza general y los cuatro siguientes (segundo

[2] Los libros se han seleccionado partiendo de los resultados de una investigación previa financiada por el C.I.D.E. (B.O.E. 19/8/95) llamada *Los conceptos de límite y continuidad en la educación secundaria transposición didáctica y concepciones de los alumnos,* una parte de la cual, ha sido publicada en Sierra, González y López (1999). En ella pudimos demostrar que los libros de cada periodo se pueden clasificar en tres grupos según las orientaciones que dan a los conceptos del Análisis Matemático, por lo se decidió elegir un libro de cada uno de dichos grupos: el primero de los libros está caracterizado porque sigue las orientaciones de los planes del periodo anterior, el segundo es fiel a las orientaciones y normativas del periodo al que pertenece y el último es precursor de nuevos métodos y formas de entender la enseñanza de la matemática.

ciclo) de enseñanza superior. No se hace distinción entre ciencias y letras, y las matemáticas constituyen una asignatura obligatoria en todos los cursos, estableciéndose tres horas en todos ellos, excepto en tercero que son cuatro, e introduciéndose en los cursos 6º y 7º por primera vez la Geometría Analítica y el Análisis Matemático, así como algunas nociones relativas a los números complejos. Los conceptos relativos a los máximos y mínimos se dejan para el séptimo año y se concretan de la siguiente forma:

Séptimo año

Análisis - … Máximos y mínimos de una función. Aplicación a la determinación de máximos y mínimos en problemas de Geometría y de Física. Aplicación de las derivadas al estudio de algunas funciones sencillas (Gaceta de Madrid 21 octubre 1934).

Este plan no llegaría a cursarse por completo por ningún alumno, puesto que dos años más tarde, la guerra civil vendría a imprimir un nuevo rumbo a la vida española y esto impide que se continúe el camino que se había iniciado tanto en la educación como en la Educación Matemática. El gobierno de la República no desarrolló nuevos planes durante la guerra, pero el gobierno de Franco siendo ministro Sainz Rodríguez, preparó un Plan en el año 1938, que tendría vigencia durante la Posguerra. Este plan organizaba los estudios de Bachillerato en siete cursos, manteniendo de esta forma la estructura del plan de 1934.

En los años cuarenta, la progresiva concentración de la población en grandes núcleos llevó consigo un aumento del número de alumnos en los estudios de enseñanza media y un gran número de hijos de familias modestas pudieron cursar estos estudios. Posteriormente, la década de los cincuenta, supuso desde el punto de vista social y político, la finalización del aislamiento internacional de España, se produce un desarrollo económico y una reactivación de la vida política interna. En este ambiente el ministro Ruiz Jiménez establece en 1953 (B.O.E. de 2 de julio) un nuevo plan de estudios para el Bachillerato en el que se rompe el carácter unitario que hasta entonces había tenido al dividir los dos últimos cursos de bachillerato en dos especialidades denominadas Ciencias y Letras. Sus características fundamentales son:

La asignatura de Matemáticas es obligatoria en el Bachillerato Elemental y en la especialidad de Ciencias del Bachillerato Superior. Los conceptos relativos al bloque de Análisis aparecen en los cuestionarios (programas) de sexto curso, aunque no todos los libros de texto desarrollan completamente los contenidos especificados, en concreto en relación con los puntos críticos, lo único que se establece es:

Sexto curso

Análisis - … Máximos y mínimos. Concavidad y convexidad y puntos de inflexión (B.O.E. 10 de febrero de 1954).

Al final de los cuestionarios, aparecen unas orientaciones metodológicas para cada uno de los cursos, limitándose, en lo que se refiere al Análisis, a afirmar que se consideraba necesario introducir nociones de cálculo infinitesimal en el Bachillerato, siendo las únicas consideraciones en relación con esta rama de las Matemáticas que:

Un apartado especial se dedica al número e, sin el que no es posible dar un paso en esta rama de las Matemáticas (B.O.E. 10 de febrero de 1954).

Este plan de estudios fue modificado en el año 1957 por Jesús Rubio y García Mina (O. M. de 31 de Mayo de 1957) corrigiendo algunos fallos organizativos, pero sin presentar cambios fundamentales.

Entre los libros seleccionados, el primero corresponde a aquellos libros que utilizan el lenguaje de variables en relación con los contenidos propios del Análisis, un segundo bloque lo constituyen los libros que utilizan de forma explícita el lenguaje de funciones, uno corresponde a los primeros planes de estudio y el otro, aunque fué publicados con posterioridad, sigue utilizándose bajo las indicaciones del los programas de los planes de estudio de estos periodos.

A) Manuel Fernández de Castro y José Luis Jiménez Jiménez (1955). *Matemáticas. Tercero, cuarto, quinto, sexto y séptimo. Preparación del examen de estado.* Escalicer, S.L. Cádiz-Madrid.

Este libro es una especie de enciclopedia de Matemáticas en la que se tratan los contenidos referentes a varios cursos de Bachillerato. El esquema del libro sugiere que el tratamiento de los contenidos se plantea de forma cíclica, ya que se repiten en sucesivos cursos, ampliándose y completándose en cada uno respecto del anterior. El desarrollo es secuencial y formal, aunque las demostraciones no son totalmente rigurosas, sino que poseen ciertas componentes intuitivas. La idea que subyace es la de una Matemática ya hecha, que el alumno debe memorizar y practicar, resolviendo ejercicios:

Determinar los puntos en los cuales hay máximos o mínimos. Vamos a dar el procedimiento para llegar a determinarlos en las funciones más sencillas (p. 479).

No sólo la estructura del libro es propia de la época en que fue escrito también los enunciados de los problemas incluyen alguna referencia a la sociedad de la época en que fue escrito como las unidades de medida utilizadas, y las aplicaciones a conceptos relativos a la física como era habitual.

Un foco luminoso de 64 bujías, se halla a 7 metros de otro de 27 bujías. ¿Cuál es el punto de la línea que los une, en el que la iluminación sea mínima? (p. 484).[3]

Es más un libro de contenidos que de aplicaciones que tuvo una gran influencia en los libros de programas posteriores, que utilizaron un lenguaje similar, y en los que se hicieron ligeras modificaciones, tanto en relación a la presentación de los contenidos, como en la secuenciación de éstos.

B) Benigno Baratech Montes y Jose Mª Royo Villanova Morales (1939). *Matemáticas para el séptimo curso.* Librería General: Zaragoza.

Este libro incluye todos los contenidos que indica el programa de la asignatura de séptimo de Bachillerato, dedicando un volumen al Análisis y otro a la Geometría Descriptiva, y la forma de organizarlos es similar a la que utilizaron otros libros del mismo plan con posterioridad a él, que estuvieron en vigor conjuntamente con libros del plan siguiente. En él los conceptos matemáticos aparecen en compartimentos estancos, no se relacionan unos con otros.

Los problemas que se planten en este libro reflejan levemente la época en la que fue escrito por el tipo de aplicaciones que plantean, que es muy variado e incluyen no sólo problemas estrictamente matemáticos sino otros relacionados con contextos físicos o económicos. Muchos problemas se justifican con comentarios acerca de las aplicaciones que tienen en la vida real (lo que era habitual en aquel momento puesto que se trataba de formar ciudadanos que fueran eficientes en la realización de cálculos matemáticos aplicados en las distintas profesiones), e incluso los cálculos que se hacen reflejan aproximaciones que se solían utilizar en la realidad. Este es el caso del siguiente problema.

- Transformar un tronco de árbol en viga de sección rectangular, presentando la máxima resistencia a la flexión (p. 136).

En cuya solución se indica:

Prácticamente, el valor $\sqrt{2}$ se sustituye por $\frac{7}{5}$ o por $\frac{10}{7}$ que son las relaciones que usualmente dan los obreros a las dimensiones de altura y base de la viga (p. 137).

---

[3] Las unidades de medida utilizadas en relación con el fenómeno físico descrito son la bujía y la candela, unidades actualmente en desuso pero correspondientes a la época en la que fue escrito el libro. **Bujía decimal**: antigua unidad de intensidad luminosa reemplazada actualmente por la candela. **Candela**: unidad de medida de intensidad luminosa, equivalente a la intensidad luminosa en una dirección dada, de una fuente que emite una radiación monocromática de frecuencia $540x10^{12}$ hertzios y cuya intensidad energética en esa dirección es igual a 1/683 vatios por estereorradián.

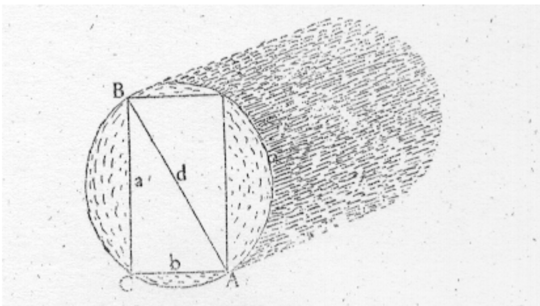


Fig. 21

Son habituales los problemas relacionados con la Física, en particular con el concepto de velocidad, como consecuencia de las indicaciones establecidas en el plan de estudios.

- Si se lanza un proyectil en el vacío verticalmente y de abajo arriba, la altura que alcanza está expresada por la fórmula

$$e = -\frac{1}{2}gt^2 + v_0 t + e_0$$

en la que g es una constante, para cada lugar, denominada intensidad de la gravedad, t representa el tiempo contado desde la salida del proyectil, v_0 la velocidad inicial, con la que es lanzado, y e_0 la distancia al suelo, o posición inicial del proyectil.

En esta hipótesis, se desea calcular la máxima altura que podrá alcanzar un proyectil lanzado desde un metro del suelo, con velocidad inicial de 392 metros por segundo, y al cabo de cuánto tiempo alcanzará esa altura máxima (p. 137).

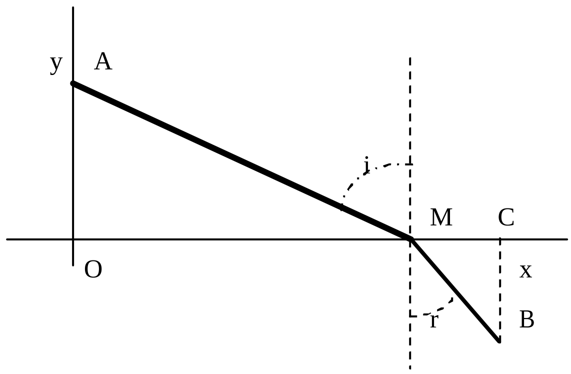
Dado que el planteamiento de este problema es puramente teórico, se indica un comentario relativo a otros aspectos que hay que tener en cuenta en la realidad.

Este resultado parece que está en contradicción con la realidad; pero téngase en cuenta que ha sido calculado como si el proyectil fuera lanzado en el vacío. Prácticamente, el frotamiento del aire opone una gran resistencia a los proyectiles y hace que las alturas alcanzadas sean muy pequeñas comparadas con las calculadas (p. 138).

Como indica el plan de estudios también se consideran los típicos problemas de carácter geométrico que con posterioridad han aparecido en todos los libros de texto, aunque sin la riqueza de situaciones característica de esta época en la que a la geometría se le concedía una importancia que desapareció durante mucho tiempo. Así se planteaban problemas relacionados tanto con figuras planas como con cuerpos espaciales y problemas con datos generales como otros con datos numéricos. Algunos de estos problemas se plantean indicando, las aplicaciones y la justificación de este tipo de cálculos. A pesar de ello, su formulación es la típica de los problemas escolares como era habitual durante este periodo. Y se pone el énfasis en el desarrollo de las técnicas necesarias para la resolución de problemas-tipo, con algunas aplicaciones prácticas.

C) Emilio Pérez Carranza (1972) *Matemáticas. Sexto curso. Bachillerato. Plan 1957*. Editorial Summa, Madrid.

El autor de este libro se limita a definir los conceptos y apenas hay demostraciones, sino simples comprobaciones, a pesar de ello, tanto las definiciones como las reglas de cálculo o los algoritmos son guiados durante la exposición de la lección, de tal forma que se obtienen de una forma casi deductiva. La noción de Matemática que se muestra, como en el libro anterior, es de una Matemática ya hecha, que sólo hay que memorizar. De todas formas, encontramos algunos ejercicios que hacen referencias a la Física:



- Se supone que un plano está descompuesto por una recta en dos semiplanos, que son dos medios homogéneos en los que las velocidades respectivas de la luz son v_1 y v_2.

Encontrar el camino que debe seguir un rayo luminoso para ir en el menor tiempo posible (camino óptico) desde un punto A, situado en uno de los medios, a otro B situado en el otro medio (p.121).

o situaciones de tipo real que reflejan el contexto social de la época a través de sus unidades de medida (velocidad, dinero). En un afán por contextualizar los problemas y justificarlos, se presentan problemas que habitualmente se refieren a situaciones aritméticas o geométricas en otro tipo de situaciones.

- Un diamante de peso p se rompe en dos trozos, de pesos x y p-x. Teniendo en cuenta que los valores (monetarios) de los diamantes de igual calidad son proporcionales a los cuadrados de sus pesos respectivos, se pide calcular: 1º depreciación sufrida por la ruptura. 2º máximo de dicha depreciación (p. 124).

Además de estos problemas, que podemos decir que identifican o caracterizan el libro, también se plantean numerosos problemas de carácter puramente matemático cuya característica principal es la ausencia de datos numéricos como ocurría en los libros de matemáticas superiores:

- Encontrar el número x cuya raíz de índice x es máxima (p. 124).

Como podemos observar, este libro es un fiel reflejo del carácter instrumental que poseían las Matemáticas en aquella época.

Introducción de la matemática moderna: 1967-1975

Mientras que en el año 1953 cursaban estudios de enseñanza media unos 300.000 alumnos, en el año 1967 pasaron a ser de 1 millón. Las razones de esta explosión se centran en tres puntos: creación de numerosos centros de enseñanza media (incluso en poblaciones pequeñas), aumento del nivel de vida y la convicción de que la educación era el mejor medio de promocionar, y la creación de ayudas para realizar estudios (García, 1980).

En lo que se refiere a la enseñanza de la Matemática, este periodo está claramente delimitado por la introducción de la Matemática moderna en los programas de Bachillerato en España. El punto de arranque lo podemos situar en la Reunión de Catedráticos de Matemáticas de Enseñanza Media, que organizada por el Centro de Orientación Didáctica (COD) del Ministerio de Educación Nacional se celebró en Madrid en 1959 con el título de “Nuevas Orientaciones en la Enseñanza de las Matemáticas”. En esta reunión, D. Pedro Abellanas, catedrático de Geometría de la Universidad Central, disertó sobre las bondades de la nueva corriente en la Enseñanza de las Matemáticas. Las razones que se apuntaron para introducir la matemática moderna en el Bachillerato, recogidas en Rico y Sierra (1994), son las siguientes:

1. La matemática moderna proporciona esquemas más sencillos para poder presentar la materia del Bachillerato.
2. Con la matemática moderna se puede organizar dicha materia de modo más racional.
3. Los fines esenciales de la matemática en la enseñanza media son dos: formativo e instrumental.
4. Ambos fines pueden lograrse con más eficacia mediante la matemática moderna.
5. Tanto en la teoría como en los algoritmos, el alumno con la matemática moderna, puede llegar a discurrir con más precisión y claridad.
6. Con la matemática moderna, se estudiarán las materias que tengan carácter fundamental, y las que no poseen este carácter, quedarán relegadas como simples ejercicios a desarrollar por los alumnos.

En 1962 se constituyó la "Comisión para el Ensayo Didáctico sobre Matemática Moderna en los Institutos Nacionales" (creada por O. M. de 7 de Diciembre de 1961) presidida por el profesor Abellanas. La comisión editó, en los años 1967 y 1969, textos piloto para los cursos de 5º y 6º de Bachillerato respectivamente. Se han elegido tres obras representativas de este periodo que corresponden a tres bloques o tendencias existentes en él: el texto piloto publicado por la Comisión para el Ensayo Didáctico sobre la Matemática Moderna en los Institutos Nacionales de Enseñanza Media, el libro de la editorial Edelvives, que se puede encuadrar en un modelo que continúa y mantiene las características del periodo anterior, y el libro más moderno, correspondiente a la editorial SM, que introduce una Matemática estructural y axiomática, pero que propone actividades para el alumno, y en el que las explicaciones se basan en la experimentación.

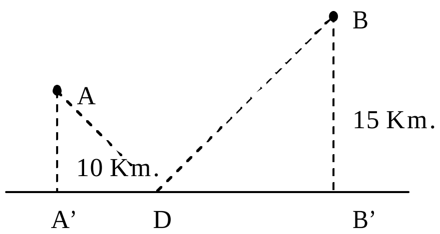
A) Matemáticas. Sexto curso (1972) Editorial Luis Vives: Zaragoza.

En este libro se mantiene la estructura de los libros de la época anterior con muy ligeras modificaciones. Son libros en los que predomina la enseñanza de procedimientos de tipo algorítmico, con lo que se plantean numerosos ejercicios de aplicación de los conocimientos adquiridos y las técnicas predominan sobre la teoría. Por ello encontramos problemas relacionados con la Física:

- Se quiere levantar un peso R de 400Kg, empleando una palanca homogénea de segundo género, cuyo peso en kilogramos es igual al doble de su longitud en metros. Si el peso R se halla suspendido de un punto distante 1 metro del punto de apoyo A, ¿cuál habrá de ser la longitud de la palanca para que el esfuerzo sea mínimo? (p. 152)

- Una pila eléctrica de resistencia interna r=0,2 Ω y de fuerza electromotriz E=1 voltio, está unida a un circuito de resistencia R. Se desea saber el valor que ha de tener R para que la potencia P de la corriente suministrada sea máxima (p. 153).

Algunos de estos problemas se han modificado para plantear otro tipo de situaciones como es el caso de la reflexión de la luz que se ha modificado para plantear un problema de optimización de distancias:



- Dos ciudades A y B están situadas a 10 y 15 km de un río. Debiendo aprovisionarse ambas ciudades de un mismo depósito D construido sobre el borde del río ¿En qué punto debe encontrarse este depósito para que la longitud de los tubos de conducción sea mínima? Se sabe que la proyección de la distancia AB sobre el borde del río es de 20 km (p. 155).

Finalmente tenemos los típicos problemas relacionados con la aritmética y la geometría. La influencia que tuvo posteriormente este libro fue escasa ya que se produjo una ruptura epistemológica de gran peso que fue la de la matemática moderna.

B) Pedro Abellanas Cebollero, Joaquín García Rúa, Alfredo Rodríguez Labajo, Juan Casulleras Regás, Francisco Marcos de Lanuza (1969). *Matemática moderna. Sexto curso.* M.E.C: Madrid

Este texto se publicó ex profeso para concretar el programa oficial recién promulgado, y constituye la culminación de los trabajos de la “Comisión para el Ensayo Didáctico sobre la Matemática Moderan en los Institutos Nacionales de Enseñanza Media” presidida por el profesor Don Pedro Abellanas, Catedrático de la Universidad de Madrid. Siguiendo la línea marcada por la Matemática moderna, presenta una Matemática totalmente estructurada y construida sobre unos cimientos, que están constituidos por la Teoría de Conjuntos, en consonancia con las ideas bourbakistas. El carácter instrumental de las matemáticas en este libro ha desaparecido, son escasas las aplicaciones y las que aparecen están exclusivamente relacionadas con las matemáticas ni externas a ellas.

- Si nos dan un rectángulo de cartón de 30 y 40 centímetros de lado. ¿Cómo deberemos construir con él una caja que pueda contener la mayor cantidad posible de caramelos? (p. 158).

- Con una cuerda de 2000 m de longitud hemos de cercar un terreno que nos regalan y que debe tener forma rectangular. ¿Cómo hemos de colocar la cuerda? (p. 157).

Se puede considerar un libro eminentemente teórico, en el que la formalización es el eje del discurso de forma que la estructura de los enunciados es sumamente rigurosa utilizando para ellos símbolos puramente matemáticos de gran nivel de abstracción.

C) C. Marcos y J. Martínez (1973). *Matemáticas especiales. C.O.U.* Editorial S.M.: Madrid.

En este libro, aunque se introduce la matemática de una forma estructural y axiomática, a la vez se proponen actividades para el alumno, y las explicaciones se apoyan en la observación de ciertos fenómenos. En este libro, se produce un aumento de los contenidos respecto de los otros bloques considerados, aunque se inscribe dentro de la corriente de la matemática moderna. Esto está claramente expresado en el prólogo del libro, en el que se ensalza a Bourbaki por haber: "reelaborado modernamente con expresión axiomática y formalizada toda la matemática tradicional, centrando su estudio en las estructuras abstractas y generales". Considera una doble vertiente de las matemáticas como modelo para la ciencia por su axiomatización y formalización, como herramienta por su dimensión como apoyo experimental que tiene toda ciencia.

Este decantamiento hacia la matemática moderna se percibe también, en la alusión que en el mismo prólogo del libro se hace a Piaget, donde se dice textualmente que: "Piaget ha demostrado que las formas humanas de pensamiento, coinciden con las estructuras de la matemática moderna". Esta orientación del libro, se matiza como hemos dicho incluyendo numerosos ejercicios, ya que en palabras de los autores: "la asimilación por parte de los alumnos de la estructura axiomática y formalizada que tiene la matemática moderna, debe completarse con la intuición basada en la experiencia", así queda justificada la gran cantidad de ejercicios que hay a lo largo del texto. Con todos estos ingredientes los autores piensan que en relación con el aprendizaje de las matemáticas: "la perspectiva es mucho más agradable e interesante y, por supuesto, más lógica. Y además los alumnos las asimilan más rápidamente, y desde luego sin tanta dificultad como los mayores".

Los problemas propuestos mantienen algunas constantes de la época anterior, como son la referencia a situaciones de la física:

- Una palanca de sección constante y, de 4 Kp. de peso por cada metro de largo se apoya en un extremo para levantar un peso de 64 Kp aplicado a medio metro del punto de apoyo. ¿Cuál debe ser la longitud de la palanca para que la potencia sea mínima? (p. 138).

- La fórmula que da el alcance de un cañón es a=$\frac{v^2 sen 2a}{g}$, siendo v la velocidad de salida del proyectil; g la aceleración de la gravedad (9'80 m/seg^2) y α la inclinación del cañón ¿Cuál será el alcance máximo de un cañón que comunica al proyectil una velocidad de 500 metros por segundo y con qué inclinación habrá de dispara para conseguirlo? (p. 138).

La modificación de algunos de estos contextos físicos para plantear problemas con una estructura similar (como en el caso del primer libro considerado en este periodo):

- Un navío N se encuentra a 9 km de la costa, según la dirección perpendicular NB. En la costa, a 15 km. de B hay un puesto militar. Un marinero debe llevar un mensaje a dicho puesto, y va en bote a la velocidad de

4 Km/h, y andando a 5 Km/h. Averigua a qué distancia del puesto debe desembarcar para que el tiempo empleado sea mínimo (p. 137).

Hay que señalar la ausencia de contextos aritméticos y también la de problemas en las que los datos sean generales y haya que determinar condiciones en las que se verifiquen una serie de imposiciones. Todos los problemas, en cambio, se plantean incluyendo datos numéricos concretos.

Este libro va a influir en los de la época siguiente en los que se va a producir cierta reacción a la presentación exclusivamente teórica de la matemática insistiendo más en la práctica.

Desarrollo del plan de estudios del bachillerato unificado y polivalente: 1975-1995

A comienzos de la década de los setenta, se emprende en España una reestructuración del sistema educativo, que culmina con la aprobación de la Ley General de Educación y Financiamiento de la Reforma Educativa (LGE), promulgada el 4 de Agosto de 1970. Esta ley implicó una profunda reforma del Bachillerato puesto que se suprimió el Bachillerato elemental cuyos estudios pasaron a la Educación General Básica y se hizo la enseñanza obligatoria hasta los 14 años. Dicho sistema estaba organizado en diferentes niveles escolares según las edades de los alumnos: Enseñanza Preescolar (4-6 años), Enseñanza General Básica de carácter obligatorio (E.G.B. 6-14 años), el Bachillerato Unificado y Polivalente (B.U.P., 14-17 años), y el Curso de Orientación Universitaria (C.O.U., 18 años) necesario para acceder a los estudios universitarios. Los estudios de Bachillerato contenían materias comunes, materias optativas y enseñanzas y actividades técnico-profesionales y, su duración era de tres cursos académicos.

Las Matemáticas, en esta ley, fueron incluidas dentro del área de "Ciencias Matemáticas y de la Naturaleza", sin embargo, en lo que se refiere al Bachillerato, hubo que esperar hasta el año 1975 a que se estableciera el currículo (Decreto del 23 de enero de 1975, desarrollado en el B.O.E. del 18 de Abril del mismo año) en el que las matemáticas tenían carácter de asignatura obligatoria en cada uno de los tres cursos de este nivel escolar, aunque posteriormente las del tercer curso pasaron a ser opcionales.

Para la elaboración del programa de matemáticas según indican Rico y Sierra (1997) se tuvo en cuenta "que en los años setenta se produce en España una confluencia de intereses entre algunos profesores universitarios, ciertos responsables administrativos del diseño curricular y algunos psicólogos de la educación, quienes, con una considerable deficiencia de formación sobre el currículo de las matemáticas, sus problemas y limitaciones, establecen un programa de formación formalista desde preescolar hasta la universidad. La vigencia de este currículo la ciframos en veintidós años y su periodo de influencia indiscutible se sitúa en la década de los setenta”. Por ello, salvo algunas excepciones, el programa de la matemática moderna se recibió acríticamente y se incorporó al sistema educativo sin una reflexión sobre las necesidades educativas del momento.

Los conceptos de máximo y mínimo se incluyen en el tercer curso de bachillerato y aunque no se explicita este contenido en los programas, si se indica:

Tercer curso

- Cálculo diferencial. Aplicaciones.

Y como orientación, se trataría de:

> Adquirir destreza en la aplicación de las reglas de cálculo diferencial;
> Conseguir un conocimiento suficiente de la significación de la derivada y función primitiva en los fenómenos naturales.
> Como aplicación del cálculo diferencial, se hará el estudio local de las funciones. Podría completarse este estudio con algunos teoremas relativos a las funciones contínuas y derivables.
> Se aprovechará el estudio anterior para llegar a la representación gráfica de funciones algebraicas y trascendentes elementales.

Durante esta época se produce una gran expansión editorial, consolidándose el paso de los libros de autor a los libros de editorial. Los libros que se han seleccionado para realizar el análisis, corresponden a los siguientes grupos.

A) F. Marcos de Lanuza. (1978) *Matemáticas 3º B.U.P.* G del Toro, Madrid.

Algunos autores que han editado libros durante el periodo anterior, continúan escribiendo textos, en los que se observan ligerísimas modificaciones. Siguen la línea marcada por los textos piloto, pudiendo considerarse que, aunque amplían los contenidos respecto de la época anterior, son un punto de continuidad que enlaza ambos periodos. Este libro, sigue las orientaciones del texto piloto analizado en el periodo anterior, con lo que se sitúa claramente dentro de la corriente de la matemática moderna. La estructura del libro es clásica, introduciendo los conceptos por medio de definiciones, que se aplican posteriormente a algún ejemplo típicamente matemático. Al final de cada lección, hay una colección de ejercicios rutinarios para aplicar los conocimientos adquiridos. Al contrario que en el resto de los libros de este periodo, no se presenta ninguna aplicación de los conceptos, con lo cual el tratamiento es puramente formal.

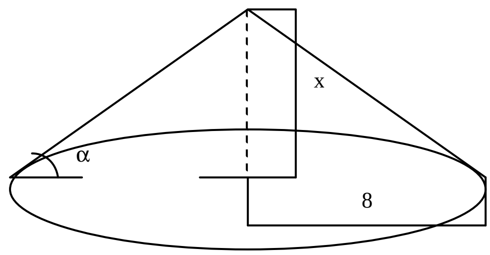
B) Javier Etayo, José Colera y Andrés Ruiz (1977). *Matemáticas 3º B.U.P.* Anaya: Salamanca.

Una gran cantidad de editoriales, proponen desarrollos curriculares en Matemáticas en consonancia con la recién estrenada Ley General de Educación, como es el caso de este libro. La corriente predominante que marca la presentación de los contenidos, está ligada a la llamada Matemática Moderna, poniendo el énfasis en las estructuras lógicas, aunque introduciendo, como en muchos libros de ésta época, algunas aplicaciones. La mayoría de estos ejercicios están relacionados con contextos aritméticos y geométricos parecidos a los que ya hemos revisados, pero también se plantean algunos relacionados con magnitudes físicas:

- La intensidad de iluminación I de un foco luminoso situado en el centro de una pista de patinaje circular viene dada por la fórmula:

$$I = \frac{A sen a}{x^2 + r^2}$$

Donde A es una constante, x es la altura, r y α los datos que indica la figura 12. Si r=8m, A=1 y la altura máxima a que puede situarse el foco son 7m ¿cuál será la altura del foco para que la iluminación sea máxima en el borde de la pista? (p. 277).



Entre los problemas que se plantean en relación con contextos geométricos como novedad, hemos de destacar aquellos en los que interviene el concepto de ángulo.

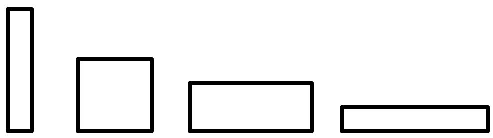
- Las manecillas de un reloj miden 4 y 6 cm; uniendo sus extremos se forma un triángulo. Se pide: Expresar el área de este triángulo en función del tiempo. Determinar el instante entre las 12 h y las 12 h 30 m para el que esta área sea máxima. Determinar esta área (p. 268).

Se pretende con este tipo de situaciones que los alumnos desarrollen capacidades relacionadas con: el aprendizaje las definiciones, tanto desde el punto de vista verbal como desde el simbólico, la manipulación de símbolos, la utilización reglas lógicas, la adquisición de las herramientas necesarias para la resolución de ejercicios, la comprensión de algunas propiedades fundamentales, y la reproducción del método deductivo en relación con algunas propiedades elementales.

C) Grupo Cero. (1982) *Matemáticas de Bachillerato, volumen 2*, Teide: Barcelona.[4]

Una notable excepción para su época, la constituye el libro publicado por el Grupo Cero de Valencia, que siguiendo la fenomenología de Freudenthal (1983), introduce y desarrolla los conceptos mediante una serie de actividades dirigidas.

- Se encarga a un constructor unos bloques de viviendas y quiere, como es natural, minimizar el coste del apartado referente ventanas, de tal manera que manteniendo la misma *luz*, la misma superficie de ventana, el coste del marco sea mínimo. He aquí cuatro ventanas:



Todas las ventanas tienen la misma *luz*: 1 m^2. Pero es evidente que el marco de la cuarta es más caro que el de las otras tres, porque tiene más perímetro.

¿Cuál es la ventana de marco más barato que tenga la misma *luz*, $1m^2$? Lo que hay que estudiar es, por supuesto, el perímetro. Este perímetro es función de la altura de la ventana (p. 102).

La estructura que posee este libro, induce a pensar que el aprendizaje debe predominar sobre la enseñanza, ya que plantea situaciones en la que es el alumno el que tiene que investigar, conjeturar y rectificar, si es preciso, para alcanzar el conocimiento, siendo el papel del maestro el de gestor del aprendizaje. Muchos de los problemas que se plantean son los mismos de otros libros pero la situación a la que hacen referencia contribuyen a justificarlos, acercarlos a los alumnos y dotarles de un contenido fuera de las propias matemáticas:

Los barriles que se utilizan habitualmente para almacenar petróleo tienen forma cilíndrica y una capacidad de 160 l. Si se construyen de manera que su superficie total sea mínima ¿cuál es la altura y el radio de su base? (p. 108).

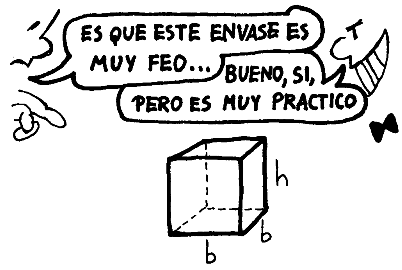
Destacan las imágenes que acentúan este acercamiento de las matemáticas al alumno y que sirven tanto de motivación como de reflexión sobre el trabajo que se está realizando.

---

[4] Se ha incluido este libro puesto que supone una ruptura respecto del resto de los libros y representa el trabajo que numerosos grupos de profesores, como el grupo Cero, empezaron a hacer durante este periodo que preocupados por el gran fracaso en las matemáticas buscaban una forma de mejorar la enseñanza, estaban relacionados con las nuevas corrientes de innovación didáctica, se intentaron abrir a los nuevos aires que estaban surgiendo en el resto de Europa y fueron el gérmen del que surgió la Didáctica de la Matemática como área de conocimiento en las Universidades españolas.

- Un fabricante de accesorios de cocina quiere lanzar al mercado envases para legumbres cuya forma es la indicada en la figura y cuya base sea cuadrada. El volumen previsto para dichos envases es de 2.197 c.c. ¿Qué dimensiones deben tener para que su superficie sea mínima?

(La superficie total es $S=4bh+2b^2$ y el volumen $V=b^2h$) (p. 106).

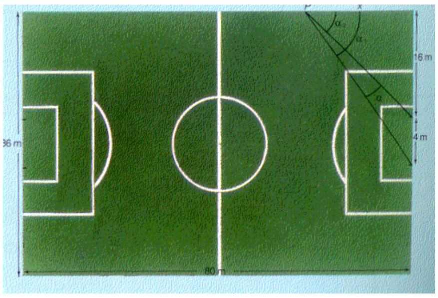


A pesar de lo novedoso de sus planteamientos no influyó ni en los libros de la época ni en libros posteriores ya que no se ha encontrado ningún libro con una orientación similar a ésta.

D) M de Guzmán, J. Colera y A. Salvador (1988) *Matemáticas. Bachillerato 3,* Anaya, Madrid.

Al finalizar el periodo correspondiente a la implantación de la L.G.E., cuando ya se había promulgado la nueva Ley General de Ordenación del Sistema Educativo (L.O.G.S.E.), se editan libros que corresponden al plan antiguo, pero que incorporan muchas de las orientaciones del nuevo plan. Corresponden a los años 1990-1995, en los que la implantación de la ley sólo se llevó a cabo en el nivel primario y de forma experimental en algún Instituto de Bachillerato, así que durante estos cinco años coexistió la antigua ordenación académica con la nueva. A este grupo pertenece este libro, que aunque editado en 1988, se utilizó durante los años referidos y sigue desarrollando el plan de estudios de 1975, hay en él un enfoque distinto de los libros anteriormente analizados. Así observamos: la importancia concedida a la motivación, apoyo en la historia de la Matemática y en sus aplicaciones, presentación intuitiva de los conceptos antes de su desarrollo formal, actividad intensa del alumno en la realización de numerosos ejercicios y problemas de diversa índole, conexión de la Matemática con fenómenos de la realidad o de otras ciencias, utilización de la resolución de problemas como medio de aproximación a los conceptos, incorporación de apoyos didácticos como resúmenes, utilización de la calculadora, orientación en el uso de herramientas matemáticas y ejercicios de autoevaluación, presentación de anécdotas, hechos curiosos y llamativos para resaltar el aspecto social, lúdico y cultural de las matemáticas.

Se recuperan algunos de los clásicos problemas relativos a conceptos de Física además de los problemas aritméticos y geométricos se incluyen otros que intentan motivar a los alumnos o bien mediante la situación que plantean o introduciendo imágenes en color (que no habían aparecido en los libros de texto hasta este momento) representando gráficamente la situación planteada:



- En un entrenamiento, un jugador de fútbol tiene que lanzar el balón sobre una portería. A este jugador le está permitido elegir el sitio exacto del lanzamiento, con la condición de que éste se haga desde la línea de banda ¿Cuál será el punto de lanzamiento más idóneo (p. 274).

Y se recuperan los que planteaban situaciones generales sin dar datos numéricos concretos:

- Encuentra un número tal que al restarle su cuadrado la diferencia sea máxima (p. 273).

Todo esto configura una generación de libros de texto, en los que se nota la influencia de ciertas corrientes de la Didáctica de las Matemáticas, como la fenomenología didáctica, el aprendizaje por descubrimiento y la resolución de problemas, pero que por la propia estructura del libro de texto se sigue haciendo énfasis tanto en las aplicaciones rutinarias como en la estructura matemática de los conceptos.

Una nueva orientación de la enseñanza de las matemáticas bajo las orientaciones de la L.O.G.S.E. 1995-2001

El gobierno socialista inicia un nuevo periodo en la educación a partir de la publicación de la Ley de Ordenación General del Sistema Educativo (L.O.G.S.E.) que permitirá adaptarse a las transformaciones que ha sufrido la sociedad española, equipararse con otros países europeos en el terreno educativo y reflejar de forma jurídica las propuestas de cambio que reclamaba la comunidad educativa. Aunque la ley se promulgó en el año 1990 (3/10/1990), se fue implantando progresivamente y no es hasta el año 1995 en el que se desarrolla la Educación Secundaria de forma generalizada. Se aumenta la enseñanza obligatoria hasta los 16 años, distinguiendo dos periodos, una enseñanza primaria (6-12 años), y una enseñanza secundaria obligatoria (12-16 años). El Bachillerato (16-18 años) se reduce de cuatro años a dos, perteneciendo a la enseñanza postobligatoria, y siendo sus finalidades: proporcionar a los alumnos una madurez intelectual y humana, conocimientos y habilidades para desempeñar funciones sociales con responsabilidad y competencia, y darles una preparación que les permita acceder a la Formación Profesional de grado superior, y a estudios universitarios, así como a estudios superiores de las enseñanzas artísticas.

El Bachillerato se organiza en cuatro modalidades: Artes, Ciencias de la Naturaleza y de la Salud, Humanidades, y Ciencias Sociales y Tecnología. Las Matemáticas no son una asignatura que estudien todos los alumnos de 16-18 años. El resto de las asignaturas, se distribuyen entre materias de Modalidad, y materias optativas. Las Matemáticas son materia de modalidad en el Bachillerato de Ciencias de la Naturaleza y de la Salud, Tecnología y Humanidades, y Ciencias Sociales, aunque con distinto carácter y distintos objetivos en cada una de ellas.

En la modalidad de Ciencias de la Naturaleza y de la Salud se concibe la Matemática como un modo de

> tratar, explicar, predecir, modelizar situaciones reales y dar consistencia y rigor a los conocimientos científicos.

y las capacidades que se han de desarrollar en los alumnos son de:

> abstracción, razonamiento en todas sus vertientes, resolución de problemas de cualquier tipo matemático o no, investigación, y analizar y comprender la realidad.

Se pretende que las matemáticas cumplan un triple papel: instrumental, formativo y de fundamentación teórica: Se le concede gran importancia a la enseñanza heurística, a la resolución de problemas, a la aplicación de las matemáticas a distintos ámbitos de la vida, al apoyo a la intuición, y a generar la necesidad de una formulación teórica que respalde dichas intuiciones.

Dentro de los libros de este periodo hemos considerado los siguientes:

A) Angel Primo Martínez, Carlos Pérez Manrique, Gloria Serrano Sotelo, Leopoldo Suárez Lago, Luis Grajal Alonso, Ramón Ardanuy Albajar (1998). *Matemáticas (Modalidad: Tecnología, Ciencias de la Naturaleza y de la Salud*). Hespérides, Salamanca.

Surgen en este periodo una gran cantidad de nuevas editoriales que publican libros de educación secundaria, pero que siguen una enseñanza de tipo tradicional, con un enfoque formalista e instrumental, y en los que no se refleja la nueva ley. Estos libros intentan presentar en dos años los contenidos que antes se distribuían a lo largo de cuatro. Esto da lugar a libros voluminosos, donde los conceptos están condensados en pocas palabras. En este libro se incide más en el aprendizaje de tipo deductivo, y en los aspectos simbólicos y formales asociados a los conceptos. Así en el prólogo del libro se dice: “será necesario desarrollar capacidades tan importantes como la de abstracción, la del razonamiento en todos sus matices, la de resolución de problemas de cualquier tipo, y la de analizar y comprender la realidad”. Con estas indicaciones, se configura un texto que pone énfasis en las definiciones y en las demostraciones desarrollando una fuerte formalización, pero en el que se concede poca importancia a la intuición.

En cuanto al tipo de problemas incluidos en el texto, además de los clásicos aparecen otros que vimos en los libros del primer periodo como el del tronco de árbol, pero han desaparecido totalmente los problemas relacionados con la física. Se recuperan los problemas de carácter general en los que no hay datos numéricos concretos sino que hay que encontrar las condiciones que cumplen ciertas figuras geométricas con determinadas características.

Se consideran algunos contextos nuevos que no habían aparecido hasta este momento:

- Una escultura de 2 m de altura descansa sobre un pedestal de 4’80 metros ¿A qué distancia del eje de la estatua se ha de situar un hombre de 1’80 m de altura para que vea la estatua bajo el mayor ángulo posible? (p. 321).

Con el empeño de buscar situaciones en las que tengan sentido los problemas de optimización se pasan por alto algunas nociones matemáticas importantes y se plantean situaciones de cómo la siguiente en la que las funciones definidas son discretas.

- Una empresa de ordenadores tiene unos ingresos y unos costes de producción que se ajustan a las siguientes funciones:

$I(x)=60x-x^2$ (Función de ingresos)

x=(número de unidades producidas)

$C(x)=x^2-12x+120$ (función de costes)

Se desea saber cuál es el beneficio máximo de la empresa y qué número de unidades es preciso producir para obtenerlo (p. 319).

Se consolidan los problemas relativos al plano cartesiano que habían aparecido en el periodo anterior. Y algunos relacionados con ramas de las matemáticas que empiezan a tener su importancia en los currículos escolares tanto de primaria como secundaria como son los conceptos relativos a las medidas, la probabilidad y la estadística.

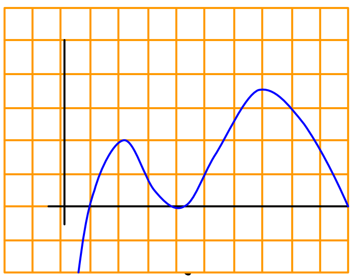
- Si $x_1, x_2, ..., x_n$ son mediciones igualmente precisas de la magnitud x, su valor más probable será aquel para el que la suma de los cuadrados de los errores, $\sum_{i=1}^{n}(x-x_i)^2$, tenga el valor mínimo ¿Cuál es el valor más probable? (p. 319).

Este libro pone el énfasis en la aplicación de las reglas de cálculo de máximos y mínimos y a pesar de las indicaciones establecidas en el currículo de educación secundaria los problemas son los clásicos con los que se refuerza el carácter instrumental de los contenidos matemáticos de este libro de texto.

B) Biosca Selga, M.J. Espinet Asensio, M. J. Fandos Tello, M. Jimeno Jiménez. (1999) *Matemáticas II*. Edebé, Barcelona.

Otras editoriales que solamente publicaban en Primaria o que se dedicaban a la enseñanza universitaria, van a empezar a introducirse en el mercado editorial de la educación Secundaria. Son libros en los que se sigue la línea marcada en los primeros años de enseñanza por lo que se utilizan numerosos recursos para presentar los conceptos: fotografías, esquemas, ejemplos, colores, notas históricas. Se hace énfasis en la resolución de problemas, la mayoría relacionados con fenómenos típicamente matemáticos, pero también se presentan algunas situaciones más familiares o relacionadas con otras ciencias por lo que resulta un libro bastante actual dado el tipo de contextos que se manejan en los enunciados de los problemas. Los problemas se resuelven siguiendo los pasos establecidos por Polya (1979): lectura, planteamiento y cálculos, aunque no se incluye la última de las fases, es decir, la interpretación y reflexión acerca de los resultados. Los enunciados de los problemas, aunque sean de carácter puramente matemáticos dirigen al alumno en el proceso de solución. Se procura realizar la exposición en diferentes formas de representación realizando las oportunas traslaciones entre unas y otras procurando que el alumno pueda establecer las conexiones oportunas y obtener una comprensión más global de los conceptos. Así aparecen problemas por primera vez entre los que se incluyen los siguientes que permiten la relación entre los conceptos matemáticos y sus formas de representación de forma que se procura un conocimiento más comprensivo de estos conceptos.

- La figura muestra la gráfica de la función derivada f’ de una función f. Determina a partir de la gráfica, los máximos y mínimos relativos y los puntos de inflexión de f, y haz su representación aproximada (p. 292).



Algunos problemas planteados en relación con el plano euclídeo, cambian su orientación y se vuelven más algebraicos al pasarlos al plano cartesiano, aunque el propio enunciado del problema procura mantener el carácter intuitivo que se podría haber perdido al hacer dicho cambio.

- Comprueba que el rectángulo de mayor área que puede inscribirse en una circunferencia de ecuación $x^2+y^2=r^2$ es un cuadrado de lado $\sqrt{2}r$ (p. 287).

Aunque se incluyen multitud de problemas de carácter más clásico, se puede concluir que se ha tenido en cuenta, en la elaboración de este libro, algunas de las actuales corrientes en Didáctica de la Matemática aunque de una forma muy estática.

C) R. Vizmanos, M. Anzola. (998) Matemáticas 2 (ciencias de la naturaleza y de la salud-tecnología). SM, Madrid.

El último bloque, está constituido por libros que se acercan a la línea marcada por la L.O.G.S.E., basándose en la ley recién promulgada, y considerando que “las Matemáticas constituyen un conjunto muy amplio de conocimientos, que tienen en común un determinado modo de representar la realidad”, y “participar en el conocimiento matemático, consiste más que en la posesión de los resultados finales de esta ciencia, en el dominio de la “forma de hacer” matemáticas”. Las características principales de estos libros son, la utilización profusa de gráficas y dibujos geométricos que sirven de apoyo intuitivo a la comprensión de los conceptos, las referencias al contexto histórico y cultural en el que se han desarrollado dichos conceptos, igualmente aparecen fotos y pequeñas biografías de los matemáticos que han contribuido a estos descubrimientos, lo que contribuye a la contextualización de los contenidos, y la gran cantidad de ejercicios y problemas de tipos diversos, aplicados tanto a las matemáticas como a otras ciencias y a la vida real. Se hace alguna referencia al uso de las nuevas tecnologías, poniendo ejemplos e indicando la forma de utilización de otros medios, como calculadoras gráficas. Junto al uso de términos formales, también se incluyen algunos más intuitivos fundamentalmente en la introducción de las definiciones y hay una gran cantidad de ejercicios de aplicación para practicar tanto las reglas.

Los problemas que se incluyen en este libro son los clásicos dotando a alguno de ellos de un contexto que justifica su planteamiento en relación con estos conceptos.

- Los botes ordinarios de cerveza, refrescos, colas, etc., tienen una capacidad de $\frac{1}{3}$ de litro. Como sabes, su forma es la de un cilindro. El problema que nos planteamos ahora es estudiar las dimensiones óptimas para que el coste del material empleado en su construcción sea mínimo. Es evidente que el precio del material depende de la superficie total del bote. ¿Podríamos indicar a los fabricantes las dimensiones óptimas para que el coste sea mínimo? (p. 322).

En este libro hay una gran cantidad de ejercicios de aplicación para practicar tanto las reglas como los conceptos descritos por lo que se puede considerar que tiene un carácter eminentemente instrumental que se compensa con el planteamiento de situaciones de carácter más comprensivo que ayudan a dotar de cierta agilidad al libro.

Conclusiones

El estudio de libros de texto y su evolución a lo largo de la historia, tanto en relación con un determinado concepto como en la estructuración de contenidos, es interesante puesto que nos proporciona información sobre actividades o situaciones que pueden ser perfectamente recuperables en la actualidad, sobre el perfil de un libro que nos ayudará en la elección del manual adecuado según la formación que creamos conveniente para nuestros alumnos, sobre las ventajas e inconvenientes de una determinada metodología u orientación didáctica que en un determinado momento histórico estuvo de “moda”, para establecer en qué medida se ajustan a las directrices oficiales marcadas por el Ministerio correspondiente, para determinar el grado de utilización del libro de texto en el aula de matemáticas.

También podemos concluir que, en general, el tipo de orientación de los libros, no depende de los planes de estudio en los que se encuadre. Hay que destacar en cambio, el papel de algunos libros, como los textos piloto correspondientes al segundo periodo relativo a la inclusión de la matemática moderna, que se adaptaron a los programas, orientaciones y cuestionario más fielmente que el resto de los libros. Otros, sin embargo, se desmarcan totalmente de las líneas generales que poseen los demás libros del periodo, resultando incluso mucho más novedosos que los libros del siguiente periodo. Son los propios libros de texto los que establecen el tipo de actividad que debe realizar el alumno y la forma en que se estructuran los conceptos matemáticos, es decir, la línea editorial marca considerablemente los libros que publica de forma que son más las editoriales que los programas oficiales los que determinan la forma de enseñanza.

El análisis de libros de texto que hemos realizado nos ha conducido a clasificarlos en tres tipos: expositivos, tecnológicos o comprensivos, con lo que hemos comprobado que existe un paralelismo entre las distintas versiones de los libros de texto y las concepciones que tienen los profesores acerca de las propias matemáticas, que para Ernest (1988) se concretan en considerar las matemáticas: como cuerpo de conocimiento unificado, como un conjunto de herramientas o bien como campo de creación e invención relacionado con la resolución de problemas.

En cuanto a los problemas que aparecen en los libros de texto de educación secundaria de España se ha producido un aumento progresivo en cada periodo respecto del periodo anterior del tipo de problemas ofrecidos para su estudio, concediéndose gran importancia a los problemas relacionados con fenómenos físicos, posteriormente se planteaban problemas exclusivamente matemáticos y finalmente se ha producido la incorporación de problemas relacionados con situaciones económicas. A pesar de las ligeras variaciones en cada uno de los libros, lo que prácticamente no ha variado grandemente es el tipo de actividad que se espera del alumno, destacando la aplicación rutinaria de las reglas a ejercicios-tipo o ejercicios escolares.

Referências

Díaz de la Guardia, E. (1998) *Evolución y desarrollo de la enseñanza media en España de 1875 a 1930. Un conflicto cognitivo-pedagógico.* Madrid: Centro de Publicaciones C.I.D.E.

Ernest, P. (1988) *The impact of beliefs on the teaching of mathematics.* Paper prepared for ICME VI, Budapest: Hungary.

Gómez, B. (2001) La justificación de la Regla de los Signos en los Libros de Texto: ¿por qué Menos por Menos es Más? En P. Goméz y L. Rico *Iniciación a la investigación en Didáctica de la Matemática. Homenaje al profesor Mauricio Castro.* Granada: Universidad de Granada, pp. 257-276.

González, M. T. (2002) *Sistemas simbólicos de representación en la enseñanza del Análisis Matemático. Perspectiva histórica acerca de los puntos críticos.* Salamanca: Universidad de Salamanca. Tesis doctoral inédita.

González, M. T. y Sierra, M. (en prensa) Metodología de análisis de libros de texto de matemáticas. Los puntos críticos en la enseñanza secundaria en España durante el siglo XX. *Enseñanza de las ciencias.*

Labrador y otros (1986) *La Ratio Studiorum de los Jesuitas.* Madrid: Universidad Pontificia de Comillas.

Maz, A. (2000) *Tratamiento de los números negativos en los textos de matemáticas publicados en España en los siglos XVIII y XIX*. Granada: Tesina doctoral inédita.

Rico, L. y Sierra, M. (1994) Educación matemática en la España del siglo XX. En J. Kilpatrick, L. Rico y M. Sierra *Educación matemática e investigación*. Síntesis: Madrid, pp. 99-202.

Sierra, M. (1987) El currículo de Matemáticas y su didáctica en las Escuelas Universitarias de Formación del Profesorado de EGB. *Studia Pedagógica,* 19, pp. 101-114.

Sierra, M. (1994) Mathematics Education in the Spanish "Normalista" Movement. En N. Malara y L. Rico *Proceedings of teh First Italian-Spanish research simposium in Mathematics Education.* Modena: Departamento de Matemáticas.

Sierra, M. González, M.T. y López, C. (1999) Evolución histórica del concepto de límite funcional en los libros de texto de Bachillerato y Curso de Orientación Universitaria: 1940-1995. *Enseñanza de las Ciencias*, 17 (3), pp 463-476.

Sierra, M. González, M.T. y López, C. (2003) El concepto de continuidad en los manuales españoles de enseñanza secundaria de la segunda mitad del siglo XX. *Educación matemática.* Vol 15 (1), pp. 21-50.

Sierra, M. Rico, L. y Gómez, B. (1997) Libros impresos para la enseñanza del cálculo y la geometría. En A. Escolano (ed.) *Historia ilustrada del libro escolar en España. Tomo 1*. Madrid: Fundación Germán Sánchez Ruipérez.

Utande, M. (1964) *Planes de estudio de enseñanza media.* Madrid: M.E.C.

Vea, F. (1995) *Las matemáticas en la enseñanza secundaria en España en el siglo XX*. Cuadernos de historia de la ciencia 9. Zaragoza: Universidad de Zaragoza.

5

Emergenza della didattica della matematica nei primi giornali matematici italiani

Fulvia Furinghetti
Dipartimento di Matematica dell'Università di Genova, Itália
furingha@dima.unige.it

Annamaria Somaglia
Liceo Scientifico Convitto C. Colombo, Genova, Itália
asomagl@tim.it

Abstract

Italy acquired the status of a modern country in 1861. One of the problems to be faced was that of the construction of the national system of instruction. As for mathematics, while the community of mathematicians had already a long tradition of communication through Academies, Societies, private correspondence, and afterwards through journals, the community of educators (teachers, curriculum developers) was living its pioneering period. Neither journals dedicated to mathematics teaching nor books dealing with methodology of mathematics education were published. Most mathematical textbooks were translation of foreign works.

In this context we note a growing interest for mathematics teaching on behalf of mathematicians: they participated in the political construction of the Italian system of education, translated foreign textbooks and wrote new ones. In this paper we look for signs of this interest in the journals of mathematical research (apart from journals of history), in order to collect information about prehistory of 'didactics of mathematics' in Italy. The expression 'didactic of mathematics' has to be intended in a broad sense: it may be revisiting elementary topics from an advanced standpoint, discussing methodological questions, studying national systems of instruction, designing teacher education programs, reflecting on the learning process.

Introduzione

In questa nota analizziamo i giornali di ricerca matematica (esclusi quelli di storia) usciti in Italia nella seconda metà dell'Ottocento. Il nostro scopo è cercare tracce dell'interesse dei matematici professionisti per i problemi di didattica della matematica[1] e vedere in quale modo tale interesse si è espresso. Questo studio dovrebbe permettere di delineare una specie di preistoria della didattica della matematica in un periodo in cui il sistema di istruzione nazionale si stava formando, non c'erano giornali dedicati all'insegnamento, non c'erano associazioni di insegnanti e la produzione nazionale di libri di testo era quasi inesistente.

La nostra ipotesi di lavoro è che, prima della formazione della comunità scolastica matematica in senso moderno, sia esistita una qualche forma di discussione sull'insegnamento della matematica tra i matematici stessi e che tracce di questa discussione possano trovarsi nelle riviste di ricerca matematica, che erano il nuovo ed efficace mezzo di comunicazione nella comunità matematica della seconda metà dell'Ottocento. Questa ipotesi nasce in primo luogo dall'osservare quanto a tale proposito è avvenuto in altri paesi. Essa si fonda anche sul fatto che alcuni famosi matematici italiani si impegnarono in prima persona nella costruzione dello stato, prima come partecipanti ai movimenti per l'unità d'Italia, poi come politici con incarichi ufficiali nel governo, si veda (Bottazzini, 1981). Inoltre il quadro generale dell'istruzione pubblica sul territorio nazionale era già stata oggetto di studio nelle "Riunioni degli scienziati italiani" svoltesi prima dell'unificazione italiana dal 1839 al 1847: nella riunione del 1843 a Lucca era stata costituita per la prima volta una commissione "per la compilazione d'una statistica delle scuole infantili" (*Atti della quinta unione degli scienziati italiani*, 1844, p.110) e nella settima riunione del 1845 a Napoli era stata nominata una commissione "per raccogliere notizie relative alla statistica della istruzione popolare in tutta l'Italia, e di ricercare quali siano i metodi da preferirsi per diffondere la istruzione medesima" (*Atti della settima adunanza degli scienziati italiani*, 1846, p. 434). Queste commissioni fornirono dati sistematici, ma parziali nelle riunioni successive.

Il cuore dei giornali di matematica italiani e stranieri era costituito dagli argomenti tradizionali della ricerca matematica nel periodo considerato. Per avere un quadro di riferimento riportiamo nella Tavola 1 la classificazione adottata nel primo numero del *Fortschritte* (*Jahrbuch*, 1871) che si riferisce all'anno 1868; tale classificazione si conservò, con qualche modifica, nelle annate successive:

---

[1] Useremo la locuzione "didattica della matematica" in senso ampio intendendo con essa formazione insegnanti, programmi, apprendimento della matematica, matematica elementare e, in generale, tutti i vari problemi connessi all'insegnamento e apprendimento della matematica.

Algebra	Algebra
Zahlentheorie	Teoria dei numeri
Wahrscheinlichkeitsrechnun	Calcolo delle probabilità
Reihen	Serie
Differential - und Integral – Rechnung	Calcolo differenziale e integrale
Functionentheorie	Teoria delle funzioni
Analytische Geometrie	Geometria analitica
Synthetische Geometrie	Geometria sintetica
Mechanik	Meccanica
Mathematische Physik	Fisica matematica
Geodäsie und Astronomie	Geodesia e astronomia

Tavola 1. Classificazione degli argomenti di matematica nel *Fortschritte* (*Jahrbuch*, 1871)

Come si vede, la classificazione del *Fortschritte* non comprende nessuna voce che si riferisca alla didattica della matematica; ciò fa supporre che gli eventuali articoli concernenti l'insegnamento compaiano in maniera non sistematica e trasversalmente alla classificazione delle branche della matematica. Nella seconda metà dell'Ottocento il concetto stesso di articolo dedicato all'insegnamento è labile: può trattarsi di articoli di matematica elementare, articoli riconducibili a argomenti fondazionali sulla natura degli oggetti matematici insegnati, questioni proposte, analisi di curricula. Va anche ricordato che l'insegnante di matematica dell'epoca aveva un diverso impegno culturale rispetto a quello attuale: talvolta la scuola era un prodromo alla libera docenza, se non addirittura alla carriera universitaria. In questa nota ci riferiamo soprattutto all'insegnamento pre-universitario, ma in alcune riviste la parola "insegnamento" si riferisce all'insegnamento universitario e gli studenti coinvolti sono studenti universitari.

Giornalismo matematico in Italia nella seconda metà dell'ottocento

In Italia sono pubblicati nella seconda metà dell'Ottocento i giornali di ricerca matematica e di storia della matematica elencati nella Tavola 2[2].

[2] Non abbiamo riportato alcune irregolarità di uscita ininfluenti nella vita dei giornali.

TITOLO	LUOGO DELLA PRIMA USCITA	PERIODO DI USCITA
Annali di Scienze Matematiche e Fisiche fondato da Barnaba Tortolini, continua come *Annali di Matematica Pura ed Applicata* curato da Enrico Betti, Francesco Brioschi, Angelo Genocchi, Barnaba Tortolini	Roma Roma	1850-1857, 1858-
Giornale di Matematiche ad Uso degli Studenti delle Università Italiane fondato da Giuseppe Battaglini, Vincenzo Janni, Nicola Trudi	Napoli	1863-1938/39, 1947/48-1965/67
Bullettino di Bibliografia e di Storia delle Scienze Matematiche e Fisiche fondato da Baldassarre Boncompagni	Roma	1868-1887
Rendiconti del Circolo Matematico di Palermo fondato da Giovanni Battista Guccia	Palermo	1887-1917, 1919-1941, 1952-
Bollettino di Storia e Bibliografia Matematica *Bollettino di Bibliografia e Storia delle Scienze Matematiche* fondato da Gino Loria, continua come *Sezione Storico-Bibliografica* curata da Loria nel giornale *Il Bollettino di Matematica* fondato da Alberto Conti nel 1902	Napoli Torino	1897, 1898-1919, 1922-1943, 1947-1948

Tavola 2. Giornali matematici fondati in Italia nella seconda metà del XIX secolo.

Prima di questi giornali in Italia la comunità matematica aveva una lunga tradizione di comunicazione di idee (si pensi ai *Cartelli di matematica disfida* ai tempi di Nicolò Tartaglia) tramite corrispondenza privata e atti di Società e di Accademie.

I cambiamenti che stavano avvenendo nel mondo scientifico, sfociati poi alla fine del secolo nell'istituzione del congresso mondiale dei matematici (1897, Zurigo), rendevano necessari mezzi di comunicazione più rapidi e specialistici. Questo è ribadito chiaramente nella prefazione agli *Annali di Matematica Pura ed Applicata*:

> Il rapido e continuo incremento delle Scienze Matematiche in questi ultimi tempi, è dovuto principalmente alla facilità con cui le molte e varie ricerche appena intraprese, le nuove verità appena scoperte possono subito estendersi e fecondarsi da molti geometri contemporaneamente in varie parti d'Europa. Quindi per tutte le nazioni, che vogliono cooperare a questo progresso, la necessità di periodici che diffondano con prestezza e regolarità i nuovi trovati dei loro dotti, e che agevolino il modo di seguire il generale avanzamento della Scienza (Betti, Brioschi, Genocchi & Tortolini, 1858, p. n. n.).

Elenchiamo alcuni noti giornali dedicati specificamente alla matematica pubblicati all'estero nella prima metà del secolo sono[3]:

Annales de Mathématiques Pures et Appliquées, fondato da Joseph Diez Gergonne e Joseph Esprit Thomas-Lavernède in Nismes (France), prima uscita nel "1810 e 1811")

Journal für die Reine und Angewandte Mathematik, fondato da August Leopold Crelle in Berlin, prima uscita nel 1826

Journal de Mathématiques Pures et Appliquées, fondato da Joseph Liouville in Paris, prima uscita nel 1836 come continuazione della rivista di Gergonne

The Cambridge Mathematical Journal, prima uscita nel 1839 a Cambridge fino 1954, continuato come *The Cambridge and Dublin Mathematical Journal* e poi come *The Quartely Journal of Pure and Applied Mathematics* nel 1855

Nouvelles Annales de Mathématiques, fondato da Camille Christophe Gerono e Olry Terquem in Paris, prima uscita nel 1842.

Questi giornali erano orientati alla ricerca matematica, ma alcuni di essi, come altri pubblicati in seguito, avevano anche l'obiettivo specifico di avviare i giovani agli studi avanzati. È interessante notare che intorno alla seconda metà e poi fino alla fine del secolo nacquero in modo diffuso giornali di "matematiche elementari" e di "matematiche speciali", talvolta in associazione a fisica e scienze, e giornali che erano semplici raccolte di problemi per amatori della matematica. In modo curioso spesso qualche articolo o problema di matematica era contenuto all'interno di riviste non specificamente matematiche o scientifiche.

I giornali dedicati all'insegnamento matematico nacquero successi-vamente sia in Italia che all'estero; ciò si spiega con il fatto che essi erano collegati allo sviluppo delle nazioni in senso moderno e alla costruzione dei sistemi nazionali di istruzione pubblica. All'interno di questi sistemi stava delineandosi la figura professionale dell'insegnante (incluso l'insegnante di matematica) e, come conseguenza, nella seconda metà del diciannovesimo secolo a livello nazionale furono fondate associazioni professionali di insegnanti di matematica. Stavano emergendo gli elementi e i problemi caratterizzanti l'insegnamento della matematica. Le associazioni professionali diedero vita a giornali dedicati all'insegnamento. Viceversa, talvolta i giornali furono il luogo dove l'idea di un'associazione di insegnanti si sviluppò.

In Italia i giornali di matematica dedicati all'insegnamento vennero pubblicati nella seconda metà del diciannovesimo secolo; il quadro di questi

---

[3] Dhombres e Otero (1993) citano il giornale *Archiv der Reinen und Angewandten Mathematik* pubblicato a Lipsia tra il 1795 e il 1800 (11 volumi), meno diffuso dei giornali del nostro elenco.

riportato nella Tavola 3 è stato fatto per diretta ricognizione delle riviste e partendo dalle notizie contenute in (Candido, 1904; Cavallaro 1930)[4].

TITOLO	LUOGO DELLA PRIMA USCITA	PERIODO DI USCITA
Rivista di Matematica Elementare fondata da Giovanni Massa	Alba	1874-1885
Il Piccolo Pitagora fondato da Alberto Cavezzali	Novara	1883-1884
Periodico di Matematica fondato da Davide Besso, successivamente *Periodico di Matematiche*	Roma	1886-1916, 1921-1943, 1946-
Rivista di Matematica fondato da Giuseppe Peano	Torino	1891-1906
Il Pitagora fondato da Gaetano Fazzari	Avellino	1895-1915, 1917-1919
Bollettino dell'Associazione Mathesis primo direttore Giovanni Frattini; inizialmente inserito nel *Periodico di Matematica*, in seguito ha legami vari con il *Periodico* giornale autonomo con il titolo *Bollettino della "Mathesis". Società Italiana di Matematica*	Roma	1896- 1909-1920
Supplemento al Periodico di Matematica fondato da Giulio Lazzeri	Livorno	1897-1917
La Palestra Scientifica fondato da Vincenzo Giriodi	Torino	1897, vita breve
Il Tartaglia fondato da Pietro Caminati	Foggia	1898-1899

Tavola 3. Giornali matematici italiani orientati all'insegnamento della matematica fondati nella seconda metà del diciannovesimo secolo.

Di tutti questi giornali solo il *Periodico di Matematiche* sopravvive. La fine degli altri giornali fu causata talvolta da difficoltà economiche dei direttori, che ne erano spesso anche proprietari. Si può notare che la prima guerra mondiale causò l'interruzione o la morte di alcuni giornali.

---

[4] Un quadro dei giornali matematici (sia di ricerca sia di educazione) della seconda metà dell'Ottocento si può desumere da (Anonimo, 1913) e da (Furinghetti, 2003), che riporta l'elenco delle riviste considerate nella rubrica "Bulletin bibliographique" del giornale *L'Enseignement Mathématique* (prime tre annate), mentre un elenco di riviste matematiche italiane è in (Pirillo, 1977). Notizie sui giornali di educazione matematica di tutto il mondo sono in (Schubring, 1980).

Le nostre indagini hanno riguardato inizialmente proprio i più importanti giornali sull'insegnamento della Tavola 3, si veda (Furinghetti & Somaglia, 1992; Furinghetti, 2000, 2002 e 2003). L'analisi estesa ai giornali di ricerca matematica (esclusi quelli di storia) ci porta alle considerazioni qui esposte sui primi approcci ai problemi dell'insegnamento.

Lo studio è stato condotto mediante la lettura dei giornali di ricerca matematica (esclusi quelli di storia) dalla loro fondazione fino alla fine del diciannovesimo secolo allo scopo di individuare i contributi che possono interessare la didattica. I dati raccolti sono preceduti da alcune notizie sulla linea editoriale dei giornali, relativamente al periodo che ci interessa, in modo da avere un quadro di riferimento.

Didattica della matematica negli *annali di matematica pura ed applicata*

Gli *Annali di Matematica Pura ed Applicata* furono fondati come *Annali di Scienze Matematiche e Fisiche* a Roma nel 1850 da Barnaba Tortolini[5], direttore fino al 1857 (otto volumi, Tipografia delle Belle Arti). Nel 1858 la rivista assunse l'attuale titolo *Annali di Matematica Pura ed Applicata* con direttori Enrico Betti, Francesco Brioschi, Angelo Genocchi e Tortolini. Tale seconda parte della prima serie[6], il cui ultimo volume riporta sul frontespizio la data 1865, ma contiene articoli fino all'agosto 1866) fu pubblicata a Roma (presso Francesco Bleggi librajo). Nel 1867 Brioschi e Luigi Cremona assunsero la direzione della seconda serie pubblicata a Milano (26 volumi). Dal 1877 al 1890 Brioschi fu direttore con la cooperazione di Eugenio Beltrami, Betti, Felice Casorati (nel 1891 sostituito da Ulisse Dini) e Cremona. La terza serie iniziò a Milano nel 1898 con la direzione di Beltrami, Cremona, Dini e Giuseppe Jung. Nelle successive direzioni notiamo cambi nella linea editoriale[7].

In un numero speciale del 1904[8] è presentato il contenuto dei volumi nel periodo 1850-1897. Oltre agli articoli di ricerca matematica troviamo:

Articoli bibliografici, necrologie, note critiche (1850-1857 e 1858-1865)
Conferenze matematiche, necrologie, commemorazioni (1867-1897)

---

[5] Per brevi note biografiche sui matematici italiani menzionati in questo articolo, eccetto Sabato e Sardi, si veda (Tricomi, 1961).

[6] Dini (1904) include anche gli *Annali di Scienze Matematiche e Fisiche* nella prima serie.

[7] Per ulteriori notizie sugli *Annali* si veda (Martini, 2003).

[8] (Dini, 1904).

Per quello che concerne la didattica, nella prima serie ci sono alcune note che sono soluzioni a questioni prese dal giornale di Terquem, ma non ci sono questioni proposte al lettore. È presente una "Rivista bibliografica", che non troviamo più nella seconda serie.

Articoli che possono essere riferiti all'insegnamento scolastico compaiono in varie forme. Fino al volume del 1865 sotto l'etichetta "Geometria" ci sono articoli classificati dal direttore di "geometria elementare": si tratta, in genere, di esercizi anche sofisticati, ma che non hanno un'immediata applicazione didattica, pur trattando argomenti dei programmi scolastici. Nella seconda serie sotto l'etichetta "Analisi" c'è la classificazione "Concetti fondamentali analitico-geometrici" che comprende articoli che possono essere ricondotti all'insegnamento. Per esempio citiamo l'articolo di Rodolfo Bettazzi 'Il concetto di lunghezza e la retta' (1892-1893, s.II, t.XX, 19-39). Nel considerare questo, così come altri articoli dello stesso tipo, dobbiamo tener conto dei seguenti fatti: articoli affini erano pubblicati anche in giornali dedicati all'insegnamento (da Bettazzi stesso), in quel periodo fiorivano studi sui fondamenti. I temi collegati al problema dei fondamenti cominciavano a venir considerati da alcuni collegati anche all'insegnamento e questo punto di vista permarrà anche in seguito. Il confine tra i due ambiti (ricerca e scuola) è labile. Sulla base di queste considerazioni, pur avendo individuato negli *Annali* articoli del tipo discusso, abbiamo scelto di non riportarne un elenco in appendice perché ci sembra che quanto abbiamo trovato risponda a un'esigenza culturale in senso ampio dei matematici professionisti, senza che emergano preoccupazioni sulla mediazione didattica.

Didattica della matematica nel *Giornale di Matematiche*

Il *Giornale di Matematiche ad Uso degli Studenti delle Università Italiane* fu fondato a Napoli nel 1863 da Giuseppe Battaglini con Vincenzo Janni e Nicola Trudi (Benedetto Pellerano editore). Nella copertina sono menzionati come «collaboratori»: Betti, Brioschi, Casorati, Cremona, Alessandro Dorna, Remigio Del Grosso, Fortunato Padula, Raffaele Rubini, Andrea Sabato, Achille Sannia. Dal 1866 Battaglini fu il solo direttore del giornale fino al 1893, con l'eccezione degli anni 1872 e 1873 in cui fu affiancato da Emanuele Fergola "in unione dei professori con Enrico D'Ovidio, Gabriele Torelli, Ciro Sardi"[9]. Dopo la morte di Battaglini nel 1894, Alfredo Capelli assunse la direzione. Il giornale è stato pubblicato fino al 1967.

Nel periodo in oggetto il giornale pubblicava:

- articoli originali, nella maggioranza dei casi scritti in italiano, qualcuno in francese,

---

[9] Nel 1872 fu offerto a Battaglini un posto all'Università di Roma ed egli si trasferì da Napoli. Nella capitale ricoprì importanti ruoli accademici e politici; nel 1885 tornò a Napoli.

- articoli tradotti in italiano o (più raramente) in francese,
- questioni proposte dal comitato di redazione, dai lettori o prese da giornali stranieri (specialmente da The Educational Times e Nouvelles Annales de Mathématiques),
- soluzioni di questioni (talvolta nella forma di brevi note),
- annunci bibliografici,
- recensioni di libri e articoli,
- notizie su convegni, concorsi...

Rispetto agli altri due giornali di cui ci occupiamo in questo articolo il G*iornale di Matematiche* ha un carattere più dichiaratamente pedagogico (seppure a livello di studi universitari). Nella breve presentazione del primo numero i direttori scrivono che il giornale è soprattutto dedicato ai "giovani studiosi delle Università Italiane" per metterli in grado di leggere senza ostacoli i lavori pubblicati nei giornali di Crelle, Liouville e l'italiano *Annali di Matematica*. Probabilmente le *Nouvelles Annales de Mathématiques* sono uno dei modelli iniziali del *Giornale*: nel primo anno compaiono spesso nelle bibliografie e molte questioni sono prese da esse.

Inizialmente si percepisce lo sforzo degli autori e del comitato di redazione di mantenere le promesse della presentazione. Infatti troviamo questioni alla portata degli studenti e risposte di studenti; qualche volta gli studenti stessi danno piccoli contributi a lavori dei loro professori (p.183, v.I). Molti articoli hanno un carattere realmente "tutoriale" e sono particolarmente adatti a incoraggiare gli studenti alla ricerca. In questa tipologia rientrano le traduzioni libere, cioè traduzioni con aggiunte e modifiche, o panoramiche di teorie recenti che si stavano sviluppando in Italia e all'estero. Per dare un'idea del carattere tutoriale citiamo questi contributi:

- Hesse, O.: 1872, "I determinanti elementarmente esposti", v. X, 217-229; 325-342. Traduzione dal tedesco di Valeriano Valeriani.
- Janni, V.: 1871, "Esposizione della teorica delle sostituzioni", v. IX, 280-340.
- Lobatschewsky, N.: 1867, "Pangeometria", v.V, 273-336. Traduzione dal francese.
- Trudi, N.: 1872, "Intorno alle equazioni binomie", v. X, 241-278.

Nelle prime annate troviamo articoli che sono accurati resoconti dei corsi universitari nel periodo pionieristico dell'educazione universitaria italiana, come il seguente:

- De Berardinis, G. & Fuortes, T.: 1871, 'Relazione dei corsi di Geometria superiore e d'Analisi superiore dati nell'Università di Napoli, negli anni 1870 e 1871', v.IX, 233-258.

Il carattere del *Giornale di Matematiche* è legato alla personalità del direttore Battaglini che partecipava all'atmosfera di costruzione della nazione appena nata e, in particolare, collaborava attivamente a delineare il nuovo andamento della cultura e dell'organizzazione delle università italiane. Con la crescita della comunità matematica e il nuovo panorama accademico, la linea del giornale cambia. Dopo gli anni 1870 scompaiono le questioni e si attenua il carattere tutoriale degli articoli. Nel 1894, sotto la nuova direzione di Capelli, il titolo completo diventa *Giornale di Matematiche di Battaglini per il Progresso degli Studi nelle Università Italiane*. Questo piccolo cambiamento mostra, da una parte, il desiderio di rendere omaggio al fondatore aggiungendo la locuzione "*di Battaglini*", dall'altra sottolinea il carattere di ricerca del giornale menzionando più genericamente il progresso degli studi nelle università italiane, invece di riferirsi esclusivamente ai giovani studiosi delle università italiane come avveniva nel titolo originale. In effetti, la ricerca in Italia stava sviluppandosi e l'assetto degli studi universitari era delineato più chiaramente.

Riguardo a annunci, recensioni e notizie sottolineiamo l'assenza di una precisa ed evidente politica nella scelta degli argomenti da segnalare o da recensire. Ciò accade anche negli *Annali* e nei *Rendiconti del Circolo Matematico di Palermo* (questi ultimi, invero, hanno un carattere più informativo e quindi sono più aperti ad aspetti diversi). Notiamo una certa casualità nelle persone commemorate con necrologi, anche se le commemorazioni pubblicate si possono spiegare con i legami con i direttori e il rilievo di certi personaggi. Alcuni eventi del periodo, importanti per la comunità matematica e per la vita della nuova nazione, non sono citati.

Il giornale è aperto a vari aspetti della cultura matematica e della società italiana, tra questi l'istruzione matematica. In una nota ad un articolo del 1875 di Valentino Cerruti sulla soluzioni di problemi dati negli esami di licenza per i licei e gli istituti tecnici italiani, Battaglini sottolinea la mancanza di un giornale di didattica della matematica. La fondazione a Roma del *Periodico di Scienze Matematiche e Naturali per l'Insegnamento Secondario* nel 1873 è annunciata nel giornale come un evento importante e necessario (Y, 1873) e una nota a piè di pagina in (Hoüel, 1875) depreca la fine di questo periodico. Tra gli annunci non firmati del 1895 (p. 209) c'è un commento alla nascita del giornale per studenti *Il Pitagora*.

Analizzando il *Giornale di Matematiche* con lo stesso criterio adottato per gli *Annali*, abbiamo individuato dieci note di vera e propria didattica della matematica e sei tra annunci bibliografici e recensioni, di cui una di Loria (1895) ha il peso di un articolo. A parte gli articoli di Guillaume Jules Hoüel (1875) sulla trigonometria e quello di Cerruti (1875) sulla soluzione di problemi d'esame di licenza, l'interesse degli scritti inerenti alla didattica nel *Giornale di Battaglini* è nel fatto che essi offrono in tempo reale uno spaccato della discussione su due temi importanti all'epoca, l'insegnamento della geometria e dell'analisi.

In riferimento alla prima troviamo sette articoli, di cui parleremo più diffusamente nel paragrafo seguente, pubblicati dal 1868 al 1871; essi concernono la discussione sul valore del metodo di Euclide nell'insegnamento e uno, (Fiedler, 1878), illustra la riforma dell'insegnamento geometrico in Europa[10].

Per quanto riguarda l'analisi, è notevole l'articolo di Davide Besso (1869) sul concetto di funzione nell'insegnamento. Se ne apprezza il valore pionieristico se lo si colloca nel contesto culturale dell'epoca[11]: nella scuola insegnamento matematico voleva soprattutto dire insegnamento della geometria e all'università l'analisi stava entrando solo allora. Notizie su questo ingresso emergono sporadicamente. Per esempio, alla fine dell'articolo storico (Rubini, 1879) sulla formula di Brunacci e certi problemi di priorità collegati c'è una lettera di Hoüel che menziona il manuale di Rubini *Elementi di calcolo infinitesimale*. Battaglini stesso fu autore del manuale *Elementi di calcolo infinitesimale* pubblicato a Napoli nel 1889 e annunciato a pagina 339 del volume di quell'anno.

Dall'elenco riportato in appendice si vede che a partire dagli anni 1870 gli articoli di didattica scompaiono. In quegli anni nasceva prima la *Rivista di Matematica Elementare* (1874) e, l'anno dopo la sua morte avvenuta nel 1885, il *Periodico di Matematica*. Il passaggio del testimone è evidenziato anche dal fatto che, come vedremo, la polemica sull'insegnamento della geometria che coinvolse alcuni grandi matematici del periodo continuò, seppur più blandamente, nel *Periodico*. Questa polemica è un interessante episodio di storia della didattica e perciò vale la pena di delinearne lo svolgimento, come si percepisce dalle pagine dei giornali coinvolti, a cominciare dal *Giornale di Matematiche*[12].

La polemica su Euclide nel *Giornale di Matematiche*

L'insegnamento scolastico della geometria fu discusso in tutta Europa nella seconda metà del diciannovesimo secolo, sia per il nuovo contesto sociale in cui l'insegnamento matematico si inseriva (che implicava una diversa visione dei problemi della pubblica istruzione e della pedagogia), sia per gli sviluppi della ricerca matematica in geometria. Come accade spesso, questa discussione provocava mutamenti lenti e modesti, se non nulli. Loria (1893a, p. 88) scrive che si viveva "un'epoca di transizione in cui la convinzione della necessità di cambiamenti

---

[10] La traduzione di articoli stranieri poneva la discussione in una prospettiva più ampia di quella locale dell'Italia. Questa politica sarà meno seguita nelle riviste per l'insegnamento nate successivamente, in particolare nel *Periodico di Matematica*.

[11] Per valutare l'importanza di questo tema si consideri che la discussione sull'opportunità dell'introduzione della funzione, che riecheggia i temi trattati da Besso, è presente più di trent'anni dopo nelle riforme di Felix Klein ed è ripresa in (Fehr, 1905).

[12] Altre informazioni sono in (Furinghetti, 1998; Giacardi, 1995; Maraschini & Menghini, 1992).

non corrisponde alla forza per operarli". Un episodio importante della discussione, che ebbe ampia eco nel giornale, fu, in particolare, il ruolo di Euclide nella scuola britannica, dove la geometria stava diventando una serie di esercizi meccanici. Loria (1893a, p.100) riporta che "Già fin dal 1849 il De Morgan faceva rilevare [in nota: "Nel *Companion to the British almanak*"] uno ad uno i difetti degli *Elementi* e Tyndall irriverentemente (ma con piena ragione) osservare che dalla definizione di Euclide nessuno poteva formarsi l'idea di retta. E, circa venti anni dopo, Wilson e Jones dichiaravano la necessità di abbandonare il metodo euclideo". Nel numero di settembre del 1868 di *The Educational Times*[13] fu pubblicata la memoria 'Euclid as a text-book of elementary geometry' letta da James Maurice Wilson alla *London Mathematical Society* accompagnata dalle osservazioni di Thomas Archer Hirst sul libro di Richard P. Wright, *The elements of plane geometry* (Londra, 1868). Hirst, personaggio importante nel suo paese, era noto anche in Italia, dove soggiornò ripetutamente e incontrò importanti colleghi italiani tra i quali Brioschi, Cremona, Giovan Battista Guccia e Tortolini. Nell'articolo (Capelo, Ferrari, Gabba & Scapolla, 1989) si parla anche dei suoi contatti con Casorati. Suoi contributi furono pubblicati sulle riviste di matematica italiane e nel 1887 divenne membro del *Circolo Matematico di Palermo*[14].

La posizione di Wilson riassume le idee serpeggianti nell'ambiente scolastico britannico[15]. Gli *Elementi* sono definiti "antiquated, artificial, unscientific and ill-adapted for a text-book". Le argomentazioni sono basate su critiche, dal punto di vista sia scientifico sia pedagogico, riguardanti i difetti nei primi sei libri di Euclide che erano allora insegnati nelle scuole. In sintesi, i difetti scientifici individuati sono: il rifiuto delle costruzioni ipotetiche, il trascurare la sovrapposizione e il concetto di direzione nel definire le rette parallele, il fatto che il libro quinto è morto, l'inadeguatezza della trattazione delle proporzioni nel libro sesto senza le costruzioni ipotetiche. I difetti pedagogici sono in parte conseguenza di quelli scientifici: l'esposizione non è chiara, gli *Elementi* non insegnano a usare correttamente il linguaggio naturale e neppure a pensare e così incoraggiano l'apprendimento ripetitivo, inoltre gli studenti non imparano a risolvere i problemi. Wilson e Hirst pensano che gli *Elementi* sono troppo vecchi e Wilson propone lo studio di autori come Archimede, Johannes Kepler, Isaac Newton, Michel Chasles e autori contemporanei, come, dice, avviene nelle scuole francesi. Le pecche di Euclide sono sottolineate da Hirst con meno acrimonia, partendo dalla

[13] Per notizie su questo giornale si veda (Grattan-Guinness, 1992; Tattersall & McMurran, 2004).

[14] Ulteriori notizie su Hirst si trovano in (Brock & MacLeod, 1980) e nei suoi diari conservati alla Royal Institution (London). Ringraziamo J. Helen Gardner che ci ha fornito i materiali.

[15] Una panoramica di queste idee e della vicenda su Euclide in Gran Bretagna è in (Brock, 1975; Howson, 1982; Price 1983 e 1994).

dichiarazione che il valore di Euclide non è in discussione. Egli fissa l'attenzione piuttosto sui difetti legati ad aspetti educazionali.

Wilson e Hirst sono tradotti da R. R. (presumibilmente Raffaele Rubini) e pubblicati nel *Giornale di Matematiche* dello stesso anno (Wilson, 1868; Anonimo, 1868a); il traduttore, favorevole alle proposte britanniche e allo studio di autori più recenti aggiunge una nota a piè di pagina, (Wilson, 1868, p.362), critica verso le raccommandazioni fatte dal *Consiglio d'Istruzione Superiore* in favore di Euclide. In un'altra nota a piè di pagina (p.365) il traduttore ricorda che in Italia sono stati usati libri francesi che avevano un orientamento diverso da quello di Euclide. Nel 1869 il *Giornale* pubblica l'aspro commento di Brioschi e Cremona e un commento di Hoüel, (Anonimo, 1869), all'articolo di Wilson. La nota di Hoüel è in difesa di Euclide, in particolare egli non accetta l'aggettivo "illogico" per il trattato euclideo, da lui considerato più rigoroso del libro di Legendre. Egli fa un appunto tecnico all'introduzione informale del concetto di lunghezza proposto da Wilson. Brioschi e Cremona sono molto più critici: il loro primo obiettivo è il traduttore italiano Rubini, che nella nota a piè di pagina all'articolo di Wilson ha fatto un preciso attacco ai nuovi programmi italiani per i licei classici basati su Euclide[16]. Siccome hanno letto in originale l'articolo di Wilson in discussione, sottolineano i difetti della traduzione. Affermano di non conoscere direttamente il libro di Wilson, ma solo la recensione negativa apparsa su *Atheneum* (18 luglio 1868). Scrivono che non vale la pena di discutere gli errori di questo libro, ma che desiderano difendere i nuovi programmi italiani basati su Euclide. Partono con gli appunti tecnici, poiché non sono d'accordo sull'utilità delle costruzioni ipotetiche rifiutate da Euclide e criticano l'idea di classificare i teoremi geometrici come, dicono, insetti o conchiglie in un museo. Essi ridicolizzano l'idea di Wilson di superare la questione del quinto postulato delle rette parallele con il concetto di direzione e richiamano i recenti libri di Baltzer e Hoüel basati sui risultati di Gauss, Lobatschevski e Bólyai. In particolare, ricordano al traduttore che la spiegazione finale della questione è stata pubblicata proprio nel *Giornale di Matematiche* da Beltrami (1868).

Dopo gli aspetti tecnici passano a considerare gli aspetti didattici, discutendo l'accusa che Euclide è "*unsuggestive*": questo, dicono, può essere vero in Gran Bretagna dove Euclide è insegnato meccanicamente, ma in Italia i nuovi programmi basati su Euclide hanno già dato buoni risultati perché l'insegnante usa gli *Elementi* come una guida e media l'argomento. Nello stesso tempo gli *Elementi* hanno aiutato a bandire dalla scuola italiana i cattivi testi adottati[17]. Secondo

---

[16] Va ricordato che Cremona era membro della commissione che aveva proposto i programmi e Brioschi era autore, con Betti, della famosa edizione di Euclide del 1868 destinata alla scuola.

[17] Questo era uno dei punti che interessavano matematici e insegnanti, in particolare Cremona, che scrive (1914-1917, p.207): Ora che il giogo straniero non ci sta più sul collo a imporci gli scelleratissimi testi di MOZNIK, TOFFOLI, etc., che per più anni hanno inondate le nostre scuole, e le avrebbero del tutto imbarbarite se tutt'i maestri fossero stati docili a servire gl'interessi

Brioschi e Cremona la geometria piana deve essere sviluppata secondo i primi sei libri di Euclide senza mischiare geometria e aritmetica, mentre quella solida può essere svolta con metodi più moderni. Essi riportano che quando hanno incontrato a Milano il loro "*carissimo amico*" Hirst hanno convenuto con lui che Euclide ha dei difetti, ma essi accettano un "*revised Euclid*" e non un "*disfigured Euclid*"[18]. La breve replica di Rubini (1869) all'articolo di Brioschi e Cremona è molto risentita.

Due anni dopo il giornale pubblica il testo, (Anonimo, 1871), del discorso tenuto da Hirst in occasione dell'inaugurazione dell'AIGT (*Association for the Improvement of Geometrical Teaching*). L'interesse del giornale per l'insegnamento geometrico continua con la pubblicazione dell'articolo di Fiedler nel 1878 sopra citato, ma, sostanzialmente, in Italia questa vicenda si sopisce per qualche decennio dopo l'articolo di Hirst del 1871.

Nello stesso tempo le cose in Gran Bretagna vanno avanti. Nel 1869 Sylvester tiene alla *British Association for the Advancement of Sciences* il suo famoso discorso di ribellione a Euclide. Nel 1870 Rawdon Levett pubblica su *Nature* una lettera in cui si propone l'istituzione di un'associazione finalizzata a riformare i metodi per insegnare la geometria. Questa associazione, la AIGT sopra menzionata, è infine fondata nel 1871[19], Hirst ne è nominato presidente e Wilson è uno dei vicepresidenti. Lo scopo principale dell'associazione era preparare un syllabus geometrico da proporre per gli esami di accesso alle università di Cambridge, Londra e Oxford.

Negli anni successivi sono redatti varii syllabus di geometria. Anche se le università erano caute nel modificare i loro esami per l'ammissione secondo questi nuovi syllabus[20], il loro impatto fu notevole, vennero tradotti e suscitarono discussioni. Loria (1893a) riporta le reazioni negative di Isaac Todhunter, Arthur Cayley, Charles Lutwidge Dodgson in Gran Bretagna, Jean-Marie-Constant Duhamel e Hoüel in Francia.

Intanto in Gran Bretagna si producevano syllabus su temi differenti dalla geometria e si pubblicavano libri sponsorizzati dall'AIGT. A uno di questi libri, *Syllabus of modern plane geometry*, si riferisce la recensione (Loria, 1889), tradotta e pubblicata nel rapporto generale dell'AIGT del 1893. Questo libro è secondo Loria (1889), un "riassunto di geometria complementare" (p. 126) che tratta le proprietà dei triangoli, forme armoniche, proprietà armoniche di quadrangoli e quadrilateri, cerchi (polarità, assi radicali,…), problemi geometrici di massimo e minimo,

---

della ditta ŒROLD - ora sarebbe ormai tempo di gettare al fuoco anche certi libracci di matematica.

[18] Un estratto di questa lettera fu tradotto e brevemente commentato da Hoüel nelle *Nouvelles Annales de Mathématiques*, 1869, s. II v. VIII, 278-283 con il titolo 'L'enseignement de la géométrie élémentaire en Italie'.

[19] Per la storia di questa associazione e della sua continuazione nella *Mathematical Association* si veda (Price, 1994).

[20] Concessioni sostanziali furono fatte solo nel 1889.

rapporti anarmonici e il metodo della proiezione. Con questo articolo e con i successivi (Loria, 1893a; Loria, 1893b) Loria interviene nella discussione sull'insegnamento della geometria 20 anni dopo Brioschi e Cremona. I tempi erano cambiati e in Italia erano apparsi buoni manuali che delineavano orientamenti possibili dell'insegnamento geometrico. Inoltre alcune importante lacune dell'opera euclidea, per esempio la teoria dell'equivalenza, erano state discusse e sistemate.

Sostanzialmente Loria è d'accordo con una delle idee alla base del lavoro dell'AIGT, secondo cui la geometria non deve più essere considerata come una branca della scienza che non si può modificare senza essere rimproverati. Non gli piace, però, come i cambi sono realizzati. Egli pensa che ci sono due modi per riformare l'insegnamento geometrico: il primo consiste nello studiare il testo di Euclide, sottolinearne i difetti e suggerire la maniera di rimediare ad essi; il secondo consiste nel decidere quali teorie devono essere parte di un trattato elementare ed esporle, in maniera indipendente dal metodo euclideo. L'opinione di Loria è che l'AIGT ha seguito la prima strada, ma non ha ottenuto risultati soddisfacenti. Per lui i nuovi *Elementi* proposti dall'AIGT sono un riaggiustamento dei vecchi e si chiede se la reazione di Sylvester a questa nuova edizione sarebbe migliore di quelle che egli ebbe riguardo ai vecchi *Elementi* nel suo discorso inaugurale del 1869.

Il commento al Syllabus dell'AIGT in (Loria, 1889; Loria, 1893a) sottolinea due pecche nei metodi di esposizione: la mancanza del principio di dualità e l'uso non sufficentemente rigoroso degli elementi immaginari e di quelli all'infinito. Loria ricorda gli studi recenti condotti nel continente su questi temi: secondo lui, tener conto di questi studi permetterebbe di migliorare l'esposizione e renderebbe supefluo il principio di continuità usato nel libro. Ulteriori ossevazioni concernono gli argomenti trattati; in particolare, egli è favorevole a un insegnamento integrato della geometria piana e solida, come in quel periodo si proponeva in Italia[21].

I rilievi di Loria non sono polemici come quelli apparsi venti anni prima nel *Giornale di Matematiche*. Giustamente egli ha presente che il problema dibattuto in seno all'AIGT presenta due aspetti: quello scientifico (basato sulla discussione degli *Elementi*) e quello pedagogico (basato sul problema di insegnamento della geometria). Egli considera questo secondo aspetto importante e in (Loria, 1893a) critica Todhunter e Dodgson poiché, secondo lui, essi considerano la questione dell'insegnamento della geometria elementare in un modo troppo ristretto agli aspetti tecnici. Egli dà priorità a stabilire la natura di uno "strict treatment of geometry, the attainment of which is one of the noblest aims of modern geometry" (Loria, 1893b, p.53). In sintesi il suo contributo alla discussione sul *Syllabus* dell'AIGT è importante, poiché, come è detto in (Richards, 1988, p.195) "Loria's ideas might have achieved the goal from one perspective: their more formal view of the subject at least carried the seeds for the growth of more constructive discussions with objective rather than subjective criteria".

[21] Il libro di testo sul fusionismo di Riccardo De Paolis è del 1884.

Nella vicenda dell'AIGT emergono i due differenti atteggiamenti nell'affrontare i problemi educazionali in Gran Bretagna e in Italia. La posizione espressa nel discorso di Hirst è strettamente legata alla pratica scolastica poiché tiene conto di: manuali, valutazione dell'apprendimento, indipendenza delle prove d'esame dai manuli usati, la necessità di un collegamento tra chi dirige le scuole e chi prende le decisioni sull'istruzione. Il carattere pragmatico della cultura britannica emerge in molte occasioni, per esempio quando Hirst afferma che la costruzione dei syllabus di matematica deve essere fatta dagli insegnanti. Di contro la discussione italiana concerne la purezza del metodo euclideo, con minor interesse per gli aspetti educazionali e per il ruolo della matematica nella società. È nostra opinione che questa differenza di atteggiamento abbia caratterizzato negli anni successivi lo sviluppo dell'insegnamento matematico nei due paesi.

Didattica della matematica nei *Rendiconti del Circolo Matematico di Palermo*

Il primo volume dei *Rendiconti del Circolo Matematico di Palermo* fu pubblicato a Palermo nel 1887 da Guccia in collegamento con il *Circolo Matematico di Palermo*, da lui stesso fondato in 1884[22]. La vita del *Circolo* e del giornale sono illustrate in (Brigaglia & Masotto, 1982). Il carattere peculiare di questo giornale è lo spazio dato alle relazioni internazionali, all'informazione su eventi, istituzioni, su pubblicazioni di lavori e libri, ad articoli stranieri. Il giornale è tuttora pubblicato.

Nei *Rendiconti* la didattica della matematica, come è intesa nel presente articolo, è praticamente assente, si veda l'Appendice 2. Un contibuto di notevole interesse anche didattico, seppure riferito alla ricerca, è quello di Klein tradotto da Salvatore Pincherle. In esso sono toccati temi molto importanti nell'insegnamento, quali la contrapposizione intuizione e rigore, e sono accennati legami con elementi psicologici, si veda (Furinghetti, 1992). Questo articolo si inserisce nel dibattito tra i matematici di quell'epoca sulla dualità rigore/intuizione e nel filone interessato allo studio della creatività dei matematici che si svilupperà negli anni successivi con Henri Poincaré e Jacques Hadamard.

Considerazioni conclusive

Secondo la nostra ricostruzione i giornali matematici hanno preparato la strada alla nascita dei giornali dedicati all'insegnamento della matematica, pur nei limiti e nelle competenze della loro linea editoriale (più tutoriale quella del *Giornale*

[22] Editore: Sede della Società. Il primo volume raccoglie i contributi dal 1884 al 1887.

di Battaglini, più di ricerca quella degli *Annali*). I *Rendiconti* nascono in un'altra epoca e con altre finalità, poiché il cambio generazionale, ma anche una divisione dei compiti e delle competenze, ha portato a una separazione dei due mondi (scuola e ricerca) e il mondo della scuola ha i suoi propri mezzi di comunicazione costituiti dai nuovi giornali per l'insegnamento. Lo studio dei giornali considerati mette in luce elementi di continuità tra i due mondi. Come esempio citiamo le presenze di Besso come autore di un importante articolo nel giornale di Battaglini e poi fondatore del *Periodico di Matematica* e di Bettazzi che continuò nelle riviste didattiche, soprattutto nel *Periodico*, la sua analisi fondazionale di argomenti matematici centrali nei programmi, contribuendo a delineare una delle forme di evoluzione dell'approccio ai problemi dell'insegnamento. Nello stesso tempo vengono alla luce anche gli elementi di conflitto tra la visione dell'insegnamento matematico del mondo accademico e quello della scuola, che, orientando in modo diverso sulla scelta delle questioni da affrontare, riemergeranno nei difficili anni iniziali dell'associazione di insegnanti *Mathesis*.

Referências

Anonimo: 1913, *Catalogue of current mathematical journals*, etc., G. Bell & sons, London.

Atti della quinta unione degli scienziati italiani (Lucca, 1843): 1844, Lucca.

Atti della settima adunanza degli scienziati italiani (Napoli, 1845): 1846, Napoli.

Beltrami, E.: 1868, 'Saggio di interpretazione della geometria non euclidea', *Giornale di Matematiche*, v.VI, 284-312.

Betti, E., Brioschi, F., Genocchi, A. & Tortolini, B.: 1858, 'Avviso dei compilatori', *Annali di Matematica Pura ed Applicata*, t.I, n. n. p.

Bottazzini, U.: 1981, 'Mathematics in a unified Italy', in H. Mehrtens, H. Bos & I. Schneider, (editors), *Social history of nineteenth century mathematics*, Birkhäuser, Boston, 165-178.

Brigaglia, A. & Masotto, G.: 1982, *Il Circolo matematico di Palermo*, Dedalo, Bari.

Brock, W.H.: 1975, "Geometry and the universities: Euclid and his modern rivals 1860-1901", *History of Education*, v.4, n.2, 21-35.

Brock, W.H. & MacLeod, M. (editors): 1980, *Natural knowledge in social context: the journals of Thomas Archer Hirst F. R. S.*, London, Mansell.

Candido, G.: 1904, "Il giornalismo matematico in Italia", in *Atti del III Congresso fra i professori di matematica delle Scuole Medie italiane promosso dall'Associazione "Mathesis"*, 85-93; anche in *Scritti matematici* (raccolti da E. Bortolotti e E. Nannei), Marzocco, Firenze, 1948, 598-606.

Capelo, A. C., Ferrari, M., Gabba, A. & Scapolla, T.: 1989, "Felice Casorati e la cultura matematica anglosassone", *Memorie dell'Istituto Lombardo - Accademia di Scienze e Lettere, Classe di Scienze Matematiche e Naturali*, v.XXIX, 35-74.

Cavallaro, V. G.: 1930, "Storia del giornalismo matematico italiano", *Il Bollettino di Matematica*, nuova serie, v.9, XLIX-LIX.

Cremona, L.: 1914-1917, *Opere matematiche*, 3 vol., Hoepli, Milano.

Dini, U.: 1904, *Indici generali per materie degli Annali di Scienze Matematiche e Fisiche di Tortolini (Roma, 1850-57), degli Annali di Matematica Pura e Applicata pubblicati pure a Roma da Tortolini, e compilati dai prof.[i] Betti, Brioschi, Genocchi e Tortolini (1858-66) e degli Annali di Matematica Pura e Applicata di Brioschi (Milano, 1867-97) che furono la seconda serie e continuazione di quelli*, Tipografia Rebeschini di Turati e C., Milano.

Dhombres, J. & Otero, M.H.: 1993, "Les *Annales de Mathématiques Pures et Appliquées*: le journal d'un homme seul au profit d'une communauté enseignante", in E. Ausejo & M. Hormigón (editors), *Messengers of mathematics: European mathematical journals (1800-1946)*, Siglo XXI de España Editores, Madrid, 3-70.

Fehr, H.: 1905, "La notion de fonction dans l'enseignement mathématique des écoles moyennes », *L'Enseignement Mathématique*, a.7, 177-187.

Furinghetti, F.: 1992, "Luci ed ombre nell'approccio *intuitivo*", in F. Furinghetti (a cura di), *Definire argomentare, dimostrare. Atti del secondo internucleo scuola secondaria superiore*, Quaderno TID-CNR, serie FMI, n.13, 83-96.

Furinghetti, F.: 1998, "La tradizione italiana nell'insegnamento della geometria", *La Matematica e la sua Didattica*, n.2, 176-198.

Furinghetti, F.: 2000, "The long tradition of history in mathematics teaching: an old Italian case", in V. Katz (editor), *Using history to teach mathematics: An international perspective*, Mathematical Association of America, Washington D.C., 49-58.

Furinghetti, F.: 2002, "Il *Bollettino della Mathesis* dal 1909 al 1920: pulsioni tra temi didattici internazionali e nazionali", *PRISTEM/Storia. Note di Matematica, Storia, Cultura*, n.5, 31-58.

Furinghetti, F.: 2003, "Mathematical instruction in an international perspective: the contribution of the journal *L'Enseignement Mathématique*", in D. Coray, F. Furinghetti, H. Gispert, B.R. Hodgson & G. Schubring (editors), *One hundred years of L'Enseignement Mathématique*, Monographie n.39 de *L'Enseignement Mathématique*, 19-46.

Furinghetti, F. & Somaglia, A.: 1992, "Giornalismo matematico "a carattere elementare" nella seconda metà dell'Ottocento", *L'Insegnamento della Matematica e delle Scienze Integrate*, v.15, 815-852.

Giacardi, L.: 1995, "Gli "Elementi" di Euclide come libro di testo. Il dibattito italiano di metà Ottocento in Italia", in E. Gallo, L. Giacardi & C. S. Roero (editors), *Conferenze e seminari 1994-1995*, Associazione Subalpina Mathesis e Seminario T. Viola, Torino, 175-188.

Grattan-Guinness, I.: 1992, "A note on *The Educational Time*s and *Mathematical Questions*", *Historia Mathematica*, v.19, 76-78.

Howson, A.G.: 1982, *A history of mathematics education in England*, Cambridge University Press, Cambridge etc.

Jahrbuch über die Fortschritte der Mathematik, Jahrgang 1868, 1871, b.1.

Loria, G.: 1889, "Rivista bibliografica: A.I.G.T. (A proposito di un libro recente)", *Periodico di Matematica*, a.IV, 125-127; traduzione: "Bibliographic review. A.I.G.T. (à propos of a recent book)", *Association for the Improvement of Geometrical Teaching, Nineteenth General Report*, January, 1893, 46-48.

Loria, G.: 1893a, "Della varia fortuna di Euclide in relazione con i programmi dell'insegnamento geometrico elementare", *Periodico di Matematica,* a.VIII, 81-113.

Loria, G.: 1893b, "A few remarks on the "Syllabus of modern plane geometry", issued by the A.I.G.T.", *Association for the Improvement of Geometrical Teaching, Nineteenth General Report*, January, 49-53.

Maraschini, W. & Menghini, M.: 1992, "Il metodo euclideo nell'insegnamento della geometria", *L'Educazione Matematica*, v.13, 161-180.

Martini, L.: 1993, "The politics of unification: Barnaba Tortolini and the publication of research mathematics in Italy, 1850-1865", in R. Franci, P. Pagli & A. Simi (a cura di), *Il sogno di Galois*, Università di Siena, Siena, 171-198.

Pirillo, G.: 1977, "Indagine bibliografica sulle pubblicazioni matematiche periodiche italiane", *NUMI*, a.IV, n.11, 18-37.

Price, M.H.: 1983, "Mathematics in English education 1860-1914: Some questions and explanations in curriculum history", *History of Education*, v.12, n.4, 271-284.

Price, M.H.: 1994, *Mathematics for the multitude?*, Mathematical Association, Leicester.

Richards, J.L.: 1988, *Mathematical visions. The pursuit of geometry in Victorian England*, Academic Press, Boston etc. Capitolo 4: "Euclid and the English schoolchild".

Rubini, R.: 1879, "Intorno ad un punto di storia matematica", *Giornale di Matematiche*, v.XVII, 149-157.

Schubring, G. in cooperation with Richter, J.: 1980, *International bibliography of journals in mathematical education*, Schriftenreihe des IDM 23/180, University of Bielefeld, Bielefeld.

Tattersall, J.J. & McMurran, S.L.: 2004, "Women and *The Educational Times*", in F. Furinghetti, S. Kaijser & A. Vretblad, (editors), *Proceedings of HPM Satellite meeting*, University of Uppsala, Uppsala, 407-417.

Tricomi, F.G.: 1962, "Matematici italiani del primo secolo dello stato unitario", *Memorie dell'Accademia delle Scienze di Torino, Classe di Scienze Fisiche, Matematiche e Naturali*, s.4[a], v. I, n. 1, 1-120.

Appendice 1 - Giornale di Matematiche[23]

- *Articoli che riguardano l'insegnamento della matematica*

Anonimo: 1868a, 'Parole del prof. Hirst sull'introduzione agli elementi di geometria del prof. Wright', v. VI, 369-370. Traduzione di R. R. di un articolo apparso nel novembre 1868 nel giornale *The Educational Times*.

Wilson, M.J.: 1868, 'Euclide come testo di geometria elementare', v.6, 361-368. Tradotto da R. R. da *The Educational Times*, settembre 1868.

Anonimo: 1869, 'Estratto di una lettera del prof. Höuel al Redattore', v.VII, 50.

Brioschi, F. & Cremona, L.: 1869, 'Al signor Direttore del Giornale di Matematiche ad Uso degli Studenti delle Università Italiane - Napoli', v.VII, 51-54.

Rubini, R.: 1869, 'Lettera del professore Rubini al Redattore', v.VII, 111.

Besso, D.: 1869, 'Del concetto di funzione nell'insegnamento della geometria elementare', v.VII, 131-136.

Anonimo: 1871, 'Un discorso del Dr. Hirst sopra Euclide come libro di testo', v.IX, 180-187.

Cerruti, V.: 1875, 'Soluzione dei problemi proposti negli esami di licenza per i licei e gl'istituti tecnici del regno', v.XIII, 337-343.

Hoüel, G.J.: 1875, 'Remarques sur l'enseignement de la trigonométry', v.XIII, 72-79.

---

[23] Queste appendici contengono l'elenco dei contributi ascrivibili, secondo il nostro criterio, alla didattica della matematica. Gli *Annali* non compaiono poiché, come si è detto, non abbiamo trovato contributi specifici, al di là degli articoli di tipo critico e fondazionale.

Fiedler, G.: 1878, ‘Sulla riforma dell’insegnamento geometrico’, v.XVI, 243-251. In appendice (251-255) tre lettere inedite dell’autore. Traduzione dal tedesco di Gabriele Torelli.

- *Annunci e recensioni che riguardano l’insegnamento della matematica*

Anonimo: 1868b, ‘*Éléments de Géometrie par* P.F. Compagnon. *Abrégé des Eléments de Géometrie par le même, Paris, 1868*’, v.VI, 372-373.

Y: 1873, ‘Bibbliografia’, v.XI, 305-306.

Anonimo: 1890, ‘March. Giacomo Antinori, *Lezioni di Algebra elementare*, secondo i recenti programmi ministeriali - vol. 1° - Calcolo algebrico - Equazioni e disegualianze di primo grado - Paravia e Co - 1890’, v.XXX, 314.

Anonimo: 1895, ‘Annunzî bibliografici’, v.XXXVIII, 209.

G. B.: 1891, ‘Notizia bibliografica’, v.XXIX, 172.

Loria, G.: 1895, ‘*Articolo bibliografico: F. Klein, Vorträge über ausgewählte Fragen der Elementargeometrie Ausgearbeitet von F. Tägert*, Leipzig, Teubner 1895’, v.XXXIII, 320-323.

Appendice 2 - Rendiconti del Circolo Matematico di Palermo

- *Articoli che riguardano l’insegnamento della matematica*

Klein, F.: 1896, ‘Sullo spirito aritmetico della matematica’, t.X, 107-117. Traduzione di Salvatore Pincherle da *Nachriten von der Königl. Gesellschaften zu Göttingen Geschäftliche Mittheilungen*, Heft 2 (1895).

- *Annunci e recensioni che riguardano l’insegnamento della matematica*

Negli estratti dei verbali delle adunanze del Circolo troviamo recensioni di manuali, per esempio:

Primi fondamenti della geometria del piano di Francesco Caldarera recensito dall’autore stesso (1891, t.V, 324).

Trattato di trigonometria rettilinea e sferica di Caldarera recensito da Francesco Gerbaldi (1897, t.XI, 181-182).

6

Garção Stockler e o "Projecto sobre estabelecimento e organização da instrução pública no Brasil"[1]

Luis Manuel Ribeiro Saraiva
CMAF da Universidade de Lisboa
mmff5@ptmat.lmc.fc.ul.pt

Resumo
Neste artigo far-se-á a análise do *Projecto sobre o estabelecimento e organização da Instrucção Publica no Brasil*, da autoria do matemático português F. de B. Garção Stockler (1759-1829), dando conta da actividade científico-pedagógica do autor durante a sua estadia no Brasil, historiando a génese dessa sua obra e integrando-a no contexto das políticas educacionais dessa época.

Introdução

Francisco de Borja Garção Stockler (1759-1829) é uma personalidade marcante do meio científico português do final do século XVIII e inícios do século XIX. Depois de concluir o seu curso de Matemática na Faculdade de Matemática da Universidade de Coimbra, é admitido como sócio da Academia Real das Sciencias de Lisboa em 1787, sendo nomeado seu Secretário em 1799. A Academia publica-lhe o seu *Compendio da theorica dos limites* em 1894, e vários artigos seus de Análise aparecem nos volumes I e II das *Memórias* da Academia (1797 e 1799). O primeiro desses artigos, *Memoria sobre os verdadeiros principios do methodo das fluxões*, teve uma crítica desfavorável publicada no *Monthly Review* de Edinburgh em 1799, à qual Stockler respondeu com um longo ensaio de 174 páginas. Este foi igualmente analisado na mesma revista, não sendo aceites os seus pontos de vista. Em 1805 é publicado o primeiro volume das suas *Obras*,

[1] Este texto foi publicado nas Actas do 2º Encontro Luso-Brasileiro de História da Matemática, que teve lugar em Águas de S. Pedro, Estado de S. Paulo, Brasil, em Março de 1997, e é aqui incluído com conhecimento dos seus editores, a quem agradecemos a autorização.

que inclui o *Elogio de Joao le Rond D'Alembert* e a *Memoria sobre a originalidade dos descobrimentos maritimos dos portuguezes no seculo decimoquinto.*

Em 1808, durante a primeira invasão francesa, dá-se um acontecimento que vai mudar o rumo da vida de Stockler: é ele que, enquanto Secretário da Academia Real das Sciencias, pronuncia o discurso de boas vindas ao General Junot, na cerimónia em que este foi nomeado sócio honorário da Academia. Stockler sempre afirmou que o seu discurso era passível de uma dupla leitura, e que só o fizera por a isso a sua posição o ter obrigado. Mas isto não impediu ter sido demitido de todas as suas funções por Decreto Real de 1809. E mesmo após esta decisão ter sido anulada, em 1812, a sua relação com a Academia não voltou a ser pacífica, tendo esta por três vezes recusado publicar obras suas, a última das quais em 1824, o que fez Stockler demitir-se, reenviando à Academia o seu diploma de sócio. É sintomático que uma obra tão importante como o *Ensaio historico sobre a origem e progressos das mathematicas em Portugal*, a primeira História da Matemática de um país publicada no Ocidente, o tenha sido em Paris, por um editor francês, em 1819, e não, como seria de esperar, pela Academia das Ciências, em Lisboa.

Stockler preparou igualmente, a pedido régio, um plano detalhado relativo à reorganização global da Instrução Pública, que apresentou primeiro em Lisboa, em 1799, e que depois reformulou aquando da sua estadia no Brasil. É sobre esse projecto reformulado e sobre o contexto em que foi produzido que nos vamos debruçar. Sobre a vida e obra de Garção Stokler, ver [3] e [4].

As políticas educacionais do Marquês de Pombal e de D. Maria

Neste ponto, a nossa referência essencial é o livro de Rogério Fernandes *Os caminhos do ABC. Sociedade Portuguesa e Ensino das Primeiras Letras. Do Pombalismo a 1820* [1], principalmente o seu Capítulo II (pp. 69 a 95).

Podemos caracterizar a orientação geral da política educativa do Marquês de Pombal como sendo uma política centralizadora e estatizante. Essa acção tem vários pontos marcantes, dos quais referiremos alguns mais significativos.

Em 1759 são extintos os estabelecimentos de ensino dirigidos pelos Jesuítas, são criadas as primeiras escolas gratuitas (Retórica, Gramática Latina, Grego) e é instituído o cargo de director de Estudos, dependente directamente do Rei. Uma das suas competências era a coordenação geral e controle do ensino escolar, devendo, sempre que o entendesse, fazer propostas com vista ao aperfeiçoamento da rede de ensino.

Em 1768 é criada a Real Mesa Censória, que também vem a intervir no processo educativo, apesar da sua função primordial ser o controle de tudo que se publicava ou divulgava em Portugal: em 1770 chama a atenção do Rei para a precária situação em que se encontra o ensino, propondo medidas para melhorar a sua qualidade. Em 1771 a Real Mesa passa, primeiro, a gerir o Colégio Real dos Nobres, e depois todos os Estudos Menores, definindo normas para os professores e escolhendo-os mediante concurso público. Afirma-se que nem todos são destinados aos Estudos Maiores, isto é, à Universidade, e dentro dos Estudos Menores ter-se-á de atender ao destino profissional dos seus alunos, isto é, as matérias leccionadas dependerão dos alunos a que se destinam. A Real Mesa Censória tinha ainda dependente de si um serviço de inspecção dos Estudos Menores, o qual visitava as escolas quatro vezes por ano, sem dia fixo para o fazer.

Em 1772 é criado o Subsídio Literário, um novo imposto destinado a custear os professores, com o objectivo de garantir a sua estabilidade e o consequente funcionamento regular do ensino. Este imposto é acompanhado da abolição de todas as outras colectas destinadas ao financiamento local do ensino, impossibilitando deste modo a manutenção de uma rede de escolar paralela à do Estado; simultaneamente foi instituída uma Junta presidida pelo presidente da Real Mesa Censória para colecta e distribuição das somas obtidas.

Estava, no essencial, definida uma política para o ensino. Contudo, D. José morre em 1777, e pouco tempo depois Pombal é destituído. Com D. Maria I a política educacional oficial vai sofrer inflexão significativa.

Dá-se o alargamento da rede escolar das Primeiras Letras pelo envolvimento das ordens religiosas na docência, desenvolvendo-se uma política de entrega dos Estudos Menores a essas a ordens. "Pretendia-se suspender inteiramente o sistema de recrutamento de professores, operando a fusão gradual da classe docente com os membros das congregações religiosas" [1, p. 80]: foi a chamada "conventualização do ensino". Este processo levou a uma distorção da rede escolar, pois muitos dos conventos onde se ministravam as aulas estavam em locais de difícil acesso. Por outro lado foi notória a degradação do nível do ensino ministrado. Isto deveu-se essencialmente a dois factores: por um lado os professores passaram a ficar isentos do exame de competência, sendo a sua nomeação do livre arbítrio dos religiosos; por outro, os ordenados eram mínimos, pelo que muitos dos professores o eram apenas por coacção, e imperava a falta de qualificações.

Uma reacção a esta situação não tardou, notando-se a partir de 1790 uma modificação na política seguida, uma espécie de retorno aos princípios que nortearam a acção de Pombal, iniciando-se um processo de centralização na Universidade de Coimbra. Como marcos significativos desta mudança, podemos apontar os seguintes:

Em 1791 o Reitor da Universidade de Coimbra passa a ter o contrôle dos Primeiros Estudos da Comarca de Coimbra, gerindo igualmente o Subsídio Literário desta Comarca; em 1794 dá-se a extinção do Tribunal da Real Mesa da Comissão Geral sobre o Exame e a Censura dos Livros, sucessora desde 1787 da Real Mesa Censória, e é atribuído à Universidade de Coimbra a Direcção das

Escolas Menores do Reino; é criada em Coimbra a Directoria Geral dos Estudos e Escolas do Reino e a respectiva Junta, presidida pelo Reitor da Universidade de Coimbra, e cujos sete elementos, de nomeação régia, eram propostos pelo reitor, entre os mestres, professores e doutores, pedindo-se à Junta, com carácter de urgência, a elaboração de um regulamento completo para as escolas de todos os ramos do ensino público.

É neste fundo que se vai inserir o debate sobre o *Plano e Regimento de Estudos* que Stockler vai apresentar anonimamente à Academia Real das Sciencias em 1799, o qual segue as ideias pedagógicas da Convenção. Preconiza um sistema de educação pública e, nalguns casos, gratuita. Distingue entre a instrução básica geral (embora em estabelecimentos próprios para cada classe social) e a instrução mais especializada, que para os alunos filhos de trabalhadores será de tipo técnico-profissional, enquanto que para os outros será de tipo literário-científico.

A actividade de Garção Stockler no Brasil

Não sabemos exactamente a data de chegada de Stockler ao Brasil. Certo é que aí se encontra quando, em 1812, D. João VI anula a sentença contra ele pronunciada no seguimento da sua atitude face a Junot. No ano seguinte faz sair no Rio de Janeiro (na Imprensa Régia) as *Cartas ao auctor da "Historia geral da Invasão dos Francezes em Portugal"*, cuja publicação tinha sido anteriormente recusada pela Academia Real das Sciencias. Em 1815 é nomeado para a Junta de Direcção da Academia Real Militar do Rio de Janeiro, onde vai permanecer até 1820. Em 1816 é encarregado pelo Conde da Barca,Secretário de Estado dos Negócios Estrangeiros e da Guerra, de organizar um Plano de Instrução Publica para o Reino do Brasil (à excepção das Ciências Eclesiásticas). No ano seguinte termina a escrita do seu *Ensaio historico sobre as origens e progressos das mathematicas em Portugal*: no fim da última nota a este texto (seis páginas sobre a vida e obra de José Anastácio da Cunha) é mencionado que "foi escripta na cidade do Rio de Janeiro, aos 6 de Agosto de 1817". [7, p. 168] Dois anos depois começa a escrever o *Methodo Inverso dos Limites:*

> […] no anno de 1819, quando na qualidade de Membro e Prezidente interino da Junta da direcção da Academia militar do Rio de Janeiro me via precizado a voltar segunda vez a minha atenção para as Sciencias, que em outro tempo professára, aconteceu que chegassem á minha mão a Philosophia das Matematicas de M. Wronski; a sua Refutação da Theoria das Funções analyticas de M. de Lagrange, e os primeiros oito tomos dos Annaes de Mathematicas puras e aplicadas, publicados por M. Gergone. A leitura d'estas Obras, á qual com grande avidez me abalancei, excitando em mim a recordação de minhas antigas ideias, me determinou a procurar entre os meus papeis os apontamentos onde as

> havia consignado; e a dar-lhes o mais amplo desenvolvimento que as circunstancias do tempo, e a minha fraca saúde, já então gravissimamente deteriorada, me permitissem [8, p. IV].

Em 1820 Stockler parte para Lisboa, tendo sido nomeado Governador e Capitão Geral das Ilhas dos Açores. Não mais regressará ao Brasil.

Génese do projecto sobre o estabelecimento e organização da instrução pública no Brasil

Stockler, em carta enviada em 1821 ao Supremo Congresso Nacional, depositário da Soberania do Reino Unido de Portugal, Brasil e Algarve, afirma que em 1796 foi "encarregado, por ordem superior, de lançar as primeiras linhas sobre o sistema de Instrucção Publica que mais convinha á Nação portuguesa" [1, p. 87]. Em 1799 Stockler apresenta anonimamente à Academia um *Plano e Regimento de Estudos*. Esse Plano, em linhas gerais, dividia a Instrução Pública em quatro graus: o Primeiro Grau era a "Instrucção necessaria a todos"; o Segundo Grau a "Instrucção propria para os Agricultores, Artistas e Commerciantes em geral"; o Terceiro Grau a "Instrucção considerada como complemento dos graus de instrucção precedentes, etc"; finalmente o Quarto Grau era relativo ao "conhecimento de todas as Ciencias e Artes consideradas em sua mayor extensão, e em todas as diversas relações com a ordem social". Admitia-se o princípio da obrigatoriedade escolar, extensiva às raparigas. A Academia das Ciências, no dizer de Stockler a corporação dos mais eminentes homens de letras de todas as Faculdades, era a única instituição capaz de dirigir e inspeccionar estes Estudos Públicos. Atribuía-lhe uma extensa área de competências, incluindo a educação de adultos, elaboração de livros, de compêndios, publicação de jornal literário, etc.

A aplicação do *Plano* seria gradual, começando pelas principais vilas e cidades, nunca ultrapassando em despesas os três quartos do dinheiro disponível, capitalizando o restante orçamento, de modo a que, à medida que o rendimento anual fosse aumentando, se estendesse o *Plano* a todos os centros populacionais.

Stockler propõe ainda vários modos de financiamento deste empreendimento, entre os quais está a arrematação do Subsídio Literário por contrato e a oferta de títulos honoríficos a quem doasse verbas para os fins a que o *Plano* se propunha.

A Academia encarrega António Ribeiro dos Santos (1745-1818) da apreciação crítica, conjuntamente com Joaquim de Foyos (1731-1811) e Agostinho José Costa Macedo (1745-1822). O texto de Stockler acaba por ser recusado, com base essencial nas críticas de Ribeiro dos Santos [2]. São quatro os principais reparos que este faz ao *Plano* na sua globalidade:

- Afirma a sua impractibilidade: no estado de então do ensino em Portugal não havia meios humanos para realizar um plano tão global;
- Os encargos financeiros são considerados excessivos: para realizar o plano seria necessário muito mais capital do que aquele que era possível reunir, mesmo tendo em conta a utilidade dos estabelecimentos a criar;
- As alterações têm um carácter revolucionário, pede-se uma mudança demasiado radical das escolas nas suas estruturas internas e nos seus planos de estudos;
- O Plano tem um cunho marcadamente teórico, trata-se de um trabalho essencialmente de gabinete, não é resultado de reflexão sobre uma experiência prática.

Ribeiro dos Santos tece igualmente críticas ao Plano na especialidade:

- Considera excessivo o conteúdo dos programas das escolas de Primeiro Grau: para si não é realista exigir a todos os alunos o estudo de princípios gerais de Agricultura, Agrimensura, Mecânica, Matemáticas Puras e Aplicadas, História Natural, Química, Comércio, Economia Civil e Aritmética Política. (de notar que Ribeiro dos Santos inclui nesta sua lista algumas disciplinas das escolas de Segundo Grau);
- Face ao Ensino Misto preconizado por Stockler nos dois primeiros anos do Primeiro Grau, bem como o ensino de disciplinas específicas às raparigas no terceiro ano do Primeiro Grau, Ribeiro dos Santos é muito conservador, defendendo para as raparigas o ensino familiar;
- Censura a concentração na Academia das Ciências (ou em qualquer outra Sociedade Científica) da direcção do processo, com exclusão da Universidade de Coimbra, afirmando que só um corpo de mestres de ensino será próprio para ajuizar e gerir um plano de organização de estudos;
- Critica a sobrevalorização do ensino da Moral Civil, em detrimento da Religião, o que, no seu entender, poderia abrir caminho às ideias revolucionárias;
- Censura ainda a sugestão de se fixar o Subsídio Literário, pois considera que desse modo se criava uma situação de potencial exploração das populações, o que poderia desencadear um conflito social generalizado.

Em 1816 é de novo Stockler encarregado de organizar um Plano, desta vez para a Instrução Pública no Brasil (excepto as Ciências Eclesiásticas). Cinco anos mais tarde é apresentado com o título *Projecto sobre o estabelecimento e organização da Instrucção Publica no Brasil*. Também este *Projecto* não teve realização prática. Em 1826 é finalmente publicado, incluído no Tomo II das *Obras* de Stockler.

A carta ao Conde da Barca

No volume II das *Obras* de Stockler o Projecto é antecedido de uma carta ao Conde da Barca, na altura Secretário de Estado dos Negócios Estrangeiros e da Guerra, onde Stockler apresenta as linhas gerais do seu texto, contextualizando-o na realidade portuguesa, apontando os factores positivos e os negativos.

Stockler começa por afirmar que em país algum do mundo existe um sistema educativo a nível nacional tão completo como o que ele propõe. Considera que a maioria das escolas europeias apenas modernizaram o que era antigo, e que mesmo as mais progressistas, como em França a Ecole Normale Superieure e a Ecole Polytechnique, que entende serem independentes do ensino antigo, não conseguiram produzir o que delas se esperava, por desenvolverem a sua acção isoladamente, por não estarem integradas numa rede de ensino. Segundo Stockler, "instituições literarias e desconexas e independentes umas das outras, longe de se sustentarem reciprocamente, tendem pelo contrário a destruir-se" [6, p. 253].

Stockler considera que um sistema de instrução pública, para poder ter a máxima utilidade e a máxima duração, tem de satisfazer uma condição básica: "que o centro de actividade que deve promover os progressos ulteriores das Sciencias e Artes seja o mesmo de que dimane a instrucção elementar; e a vulgarisação de todo o genero de conhecimentos" [6, p. 253].

A falta deste princípio é o responsável pelo "atrazamento relativo em que na Europa as Universidades se acharam sempre a respeito das Academias de Sciencias ou Sociedades Philosophicas" [6, pp. 253 - 254]. Propõe que o centro do sistema de instrução pública que vai expôr seja a Sociedade Real das Sciencias e Artes do Rio de Janeiro, que funcionará como uma imediata correia de transmissão dos conhecimentos aos professores das Ciências e das Artes. Conclui Stockler: "Por este modo todas as verdades novas, e methodos verdadeiramente elementares, serão immediatamente incorporados no ensino publico" [6, p. 254].

Para ele a principal dificuldade está em conseguir suficientes membros de valor para a Sociedade Real, uma vez que naquela época não havia tantos homens instruídos no Brasil como seria necessário. Considera, no entanto, que as convulsões políticas existentes então na Europa obrigaram muitos homens de Letras e de Ciências a expatriarem-se, pelo que seria possível contratar alguns destes [6, p. 256]. Independentemente desta situação de carência, Stockler afirma ser preferível não admitir sócios a admitir pessoas incapazes. E tem a esperança de pelo menos ser possível colocar portugueses em metade dos lugares de cada Classe. Também o tempo que se dispenderá a elaborar novos compêndios para as diversas matérias poderá ser o suficiente para aumentar a percentagem de sócios nacionais. Pede que o *Projecto* agora apresentado seja divulgado por todos os Ministros Portugueses em Cortes estrangeiras e em Jornais, esperando deste modo atrair futuros membros para a Academia.

Stokler termina em tom de confiança sobre a exiquibilidade do seu Projecto. Por um lado existem já as bases sobre as quais se construirá o seu sistema geral: as Academias Militar, de Marinha e de Medicina, que terão de se adaptar aos princípios do sistema geral; as cadeiras de Retórica, Filosofia, Grego, Latim, Francês e Inglês , que serão incluidas nalgumas das escolas de Terceiro Grau; e a Biblioteca Real, que poderia ser utilizada pela Sociedade, bem como a sua sede, para a realização das suas sessões.

Conclui: "O Plano, que a Vª Exª hoje apresento, he o germe da grande Arvore Scientifica, que deve produzir a prosperidade d'este paiz" [6, p. 259].

O projecto sobre o estabelecimento e organização da instrução no Brasil

Plano da obra

A obra está dividida em nove Capítulos ou Títulos:

Título	**nºde artigos**	**nºde páginas**
I-Divisão da Instrucção Publica	5	3
II- Das Escolas do Primeiro Grau	10	10
II- Das Escolas do Segundo Grau	11	7
IV- Das Bellas Artes	11	5
V - Das Escolas do Terceiro Grau	13	7
VI- Das Escolas de Quarto Grau	10	13
VII- Das corporações dos Professores e suas obrigações	21	10
VIII- Da direcção e inspecção das Escolas Públicas	31	14
IX- Da Sociedade Real Das Sciencias e Artes; sua organização, deveres e administração	79	35
Totais	191	104

Stockler inscreve antes do seu texto (e, mais exactamente, antes da carta ao Conde da Barca) uma citação de Condillac, do seu *Cours d'Etudes pour l'instruction du Prince de Parme:* "Puisqu'ils ne sont pas faits pour contribuer tous de la même maniere aux avantages de la Société; il est évident que l'instruction doit varier, comme l'état auquel on les destine" [6, p. 250]. Este é de facto um princípio básico do pensamento de Stockler, que vimos igualmente estar expresso nas orientações da política educativa de Pombal.

Stockler começa por definir os quatro graus que terá a Instrução Pública no Brasil:

Primeiro Grau: serão ensinados "aquelles conhecimentos, que a todos são necessarios, qualquer que seja o seu estado e profissão" [6, p. 262]; as Escolas deste Grau denominar-se-ão *Pedagogias* e os seus mestres *Pedagogos*;

Segundo Grau: inclui, para além do desenvolvimento maior do que se ensinou no Primeiro Grau, "todos os conhecimentos, que são essenciaes aos Agricultores; aos Artistas; e aos Commerciantes" [6, p. 263]; as escolas deste grau serão designadas por *Institutos* e os seus mestres por *Institutores*;

Terceiro Grau: "abrangerá todos os conhecimentos scientificos, que devem servir de introducção ao estudo profundo das Sciencias, e de todo o genero de erudição" [6, p. 263]; as Escolas deste grau terão a designação de *Liceos*, e os seus mestres de *Professores*;

Quarto Grau: "será dedicado ao ensino das Sciencias, assim abstractas como de observação, consideradas na sua maior extensão, e em todas as suas diversas relações com a ordem social" [6, pp. 263 - 264]; as Escolas deste grau serão denominadas *Academias*, e os seus mestres *Lentes*.

Vemos, pois que Stockler, para além da preocupação de ter ramos de ensino diferenciados consoante a natureza dos alunos, entendia que o ensino a nível mais abstracto e geral tinha não só de estar ligado à erudição enquanto marca de cultura, mas também à vida real, não podia ser um objectivo a atingir desligado de uma realidade cultural multifacetada e complexa.

As escolas de primeiro grau

Este é o Título em que Stockler é mais minucioso no pormenor a que desce, dando indicações sobre o conteúdo de cada ano e indicando o que devia constar nos compêndios que os alunos utilizariam para o seu estudo. Afirma-se o carácter gratuito do ensino para todos, rapazes e raparigas: "... todos os indivíduos sujeitos a um mesmo Governo tem igual direito à instrucção gratuita nos principios essenciaes, de que depende a sua felicidade individual" [...] [, p. 269].

Este Grau tem a escolaridade de três anos, comum a rapazes e a raparigas nos dois primeiros anos e sendo o ensino separado no terceiro ano. Em defesa deste ponto, que fora criticado por Ribeiro dos Santos aquando da apresentação do seu *Plano* em 1799, Stockler menciona que "esta pratica não é estranha no Brasil. N'esta mesma Côrte as Escolas das primeiras letras são frequentadas simultaneamente por Meninos e Meninas" [6, p. 270]. A admissão era feita entre os oito e dez anos de idade. Haveria dois mestres por escola, um leccionaria os dois primeiros anos, e o outro daria aulas ao terceiro, sendo então separadas as turmas de rapazes das das raparigas.

No Primeiro Ano ensinar-se-ia a ler, a escrever e a contar, e leccionar-se-iam os primeiros princípios da Moral. Quanto ao seu Compêndio, deveria conter os abecedários, carta de sílabas, nomes, etc; uma colecção de contos morais; e uma breve exposição do essencial do sistema de numeração decimal, antecedido pela explanação da noção de quantidades discreta e contínua, e das definições de número inteiro, fraccionário, etc.

No Segundo Ano seria desenvolvido o estudo das matérias abordadas no ano anterior e iniciar-se-ia a aprendizagem dos conhecimentos físicos. O respectivo Compêndio deveria incluir contos morais mais desenvolvidos, uma exposição das quatro operações fundamentais da Aritmética e do modo como operar com os vários tipos de números, e finalmente incluiria a descrição, de forma simples e breve, dos animais e plantas que fossem mais úteis ao ser humano.

No Terceiro Ano completar-se-ia o desenvolvimento dado às matérias do ano anterior, para os rapazes seriam dados elementos de Geometria, Agrimensura e Mecânica, enquanto que para as raparigas se ensinariam noções de Medicina Doméstica e aspectos da educação física e moral da criança. De notar que Stockler modificou totalmente o que tinha escrito no *Plano* de 1799, pois este tinha sido um ponto forte da crítica de Ribeiro dos Santos; mesmo assim, cautelosamente, Stockler coloca como nota:

> Se por desgraça prevalecer contra a razão, a preocupação, ou o receio mal fundado de que a exposição dos principios da educação physica das crianças, possa anticipar nas Meninas conhecimentos, que convem retardar-lhes quanto for possivel: poderá omitir-se esta parte da sua instrucção nas Escolas, reservando-a para o tempo, que se julgar mais oportuno [6, p. 271].

No Compêndio para este Ano, e como matéria comum a rapazes e raparigas, haveria um Catecismo da Moral; um resumo das leis sobre contratos, doações e testamentos; uma síntese dos princípios das proporções e suas aplicações a casos diversos da vida real, como o cálculo de juros; e noções de Medicina Preventiva e de Veterinária. Para os rapazes, estas matérias seriam complementadas por elementos de Geometria rectilínea e breves noções de Agrimensura, bem como uma breve exposição sobre o movimento e o equilíbrio dos corpos. Stockler não explicita o Compêndio para as raparigas, mas subentende-se que incluirá as matérias que foram atrás referidas, isto é, noções de Medicina Doméstica e aspectos da educação física e moral da criança. Stockler tem a consciência que a falta de docentes devidamente habilitados torna ainda mais importante a existência de material de apoio de qualidade, quer para alunos quer para professores; para estes, em especial, volta a sua atenção, apontando os principios fundamentais a que deve obedecer um guia, que sem dificuldade nos lembra os fundamentais manuais elaborados na década de sessenta deste século pelo Professor José Sebastião e Silva (1914-1972), e que tão importantes foram para a transformação qualitativa do ensino da Matemática em Portugal nos anos finais do ensino secundário (os então chamados sexto e sétimo anos). Stockler dedica todo o Artigo Nono a este assunto:

> […] alem da composição dos Compêndios precisos, a qual deve ser feita com toda a consideração que demanda este importante objecto, se fará tambem compor um Livro para uso dos Mestres, no qual se lhes indique a maneira, e o methodo, que deverão seguir na exposição das diversas doutrinas, e na distribuição das lições e exer[ci]cios literarias; e em que se lhes dê uma explicação mais ampla, discutida, e luminosa dos principios, que devem explicar, apontando-se-lhes todas as dificuldades, a que as doutrinas, que devem ensinar, estão sujeitas; e quaes sejam os meios de desfazer as objecções, e soltar as duvidas, que possam ocorrer aos discipulos [6, pp. 272 - 273].

As escolas de segundo grau

Neste ponto Stockler é muito menos explícito do que no anterior. Há ausência de referências aos Compêndios a utilizar; nada se diz sobre o carácter gratuito ou não do ensino (poder-se-á supôr que o não era). Também aqui haverá três anos de escolaridade:

- No Primeiro Ano serão leccionadas noções dos três reinos da Natureza, elementos de Química e suas aplicações às Artes [fabris], e breves noções de Agricultura.
- No Segundo Ano estudar-se-ão Princípios de Álgebra, Elementos de Geometria e Princípios Gerais de Mecânica e de Física.
- No Terceiro Ano os alunos terão Noções de Economia Política e Comércio, Princípios Fundamentais de Moral e Elementos de Direito.

Refere ainda Stockler as Escolas Subsidiárias, escolas de apoio às escolas de Segundo Grau, "destinadas a um Curso mais completo de todas as Sciencias, e suas applicações ás Artes" [6, p. 277], e cujo objectivo era não só dar uma formação mais completa a todos os indivíduos, mas também proporcionar as condições para que os mais dotados se podessem desenvolver. Inicialmente só se criariam nas cabeças de Comarca, e não eram gratuitas, excepto para os seis melhores alunos que tivessem acabado o Segundo Grau numa escola dessa Comarca. Conforme as aptidões de cada um, poderiam os alunos seguir um ou mais cursos. Stockler dá-nos as linhas gerais de dois desses cursos:

- O Curso de Ciências Naturais tinha por objectivo a aplicação das Ciências à Agricultura e às Artes. Teria a duração de dois anos. No Primeiro Ano ensinar-se-ia Mineralogia, Química e Geognosia. No

Segundo ano leccionar-se-ia Zoologia, Botânica, Agricultura e Economia Rural (que inclui princípios práticos de Veterinária).
- O Curso de Ciências Exactas tinha por objectivo a aplicação da Matemática ao conhecimento das máquinas de uso mais comum, ou mais vantajoso, na Agricultura e nas Artes Mecânicas. Teria igualmente dois anos de duraçâo. No Primeiro Ano seriam leccionados Elementos de Matemática pura, como Aritmética, Geometria e Álgebra. No Segundo Ano os alunos aprenderiam Elementos de Física Geral, “applicando os principios mathematicos a todas as questões de equilíbrio e movimento dos Corpos tanto solidos como fluidos” [6, p. 279].

Autonomamente funcionariam ainda cadeiras de Stereotomia (isto é, Geometria Descritiva), Desenho, Moral e Economia Política, para que “possam ser frequentadas simultanea ou separadamente, segundo a vontade dos Alumnos, que quizerem utilisar-se d'ellas” [6, p. 280].

As escolas de belas artes

Apesar de indicar que as Belas Artes estão incluidas no Segundo Grau, nesta fase inicial existirá uma só escola de Belas Artes, no Rio de Janeiro, e que se chamará *Escola Real de Bellas Artes*. Nela se ensinará Desenho, Pintura, Escultura, Arquitectura Civil, Gravura e Música. O método a seguir será especificado num estatuto especial, ainda então por publicar. Todo o lugar de Mestre, após a primeira nomeação, seria provido por concurso público. Enquanto no Rio de Janeiro não estivessem convenientemente reguladas as escolas de Primeiro e Segundo Grau, o Professor de Desenho da *Escola Real de Bellas Artes* “abriria annualmente um Curso de ensino, que teria por objecto a perfeição de todas as artes, e officios dependentes do Desenho” [6, p. 283]. Podemos ver aqui as vantagens de uma coordenação global do ensino, com uma escola preenchendo as lacunas (que se queriam temporárias) de outras.

Stockler salienta a necessidade da Matemática:

> Para que aos Artistas e officiaes mecanicos não falte meio algum de poderem obter a perfeição, a que podem chegar no exercicio de seus mesteres, haverá na Escola Real das bellas Artes uma Cadeira de Mathematica, em a qual se expliquem os principios elementares da Arithmetica, e da Geometria rectilinea e descriptiva, e os principios da statica absolutamente indispensaveis para o conhecimento das Maquinas, e suas respectivas vantagens; a Optica; e a Prespectiva [6, p. 284].

Este curso de Matemática teria a duração de dois anos, e era obrigatório para quem se quisesse habilitar para Pintor, Escultor, Arquitecto Civil ou Gravador. Os alunos que se destinavam a ofícios mecânicos ou às artes fabris só teriam de assistir às aulas do Primeiro Ano.

As escolas de terceiro grau

O objectivo destas escolas era predispôr os jovens à especialização das escolas de Quarto Grau. Em todas as cidades ou vilas cabeça de Capitania ou Província do Reino deveria existir uma escola de Terceiro Grau. Em cada escola haveria, em geral, doze professores, além dos que estivessem a ensinar línguas orientais. Obrigatoriamente teriam de funcionar as disciplinas de Filosofia Especulativa, Geografia e História Civil, para além do ensino do Latim e do Francês. Para as outras disciplinas (História Literária, Hermenêutica e Diplomática, Grego, Italiano, Alemão e Literaturas nacionais) o seu estabelecimento dependeria do que a direcção e Inspecção da Instrução Pública julgasse conveniente.

Haveria dois professores de Filosofia especulativa: um ensinaria Filosofia Racional e Moral, cujas matérias englobavam a Ideologia, entendida como a análise completa das faculdades do entendimento, a Lógica, a Cosmologia e Princípios de Moral; o outro leccionaria Aplicação da Filosofia à Linguagem Vocal, e o seu curso compreenderia Gramática Geral (ou arte de falar) e Retórica (ou arte de escrever).

O curso de Geografia englobava o estudo da Esfera Celeste e da Esfera Terrestre, o uso dos Globos e das Cartas Geográficas.

A disciplina de História Civil e Cronologia tinha como objectivo o conhecimento das causas que influiram na elevação e decadência das Nações, tanto passadas como actuais.

Quanto à História Literária, a finalidade que lhe era apontada era de "indicar qual tem sido em todos os tempos a marcha do espirito humano no seu sucessivo desenvolvimento; de maneira que a Historia Literaria seja não tanto a Historia individual dos homens Sabios, como a Historia do espirito humano" [6, p. 290].

Os princípios enunciados para estas duas cadeiras de História, estão bem evidentes na obra que Stockler estava então a ultimar (seria publicada em 1819): o *Ensaio historico sobre as origens e progressos das mathematicas em Portugal*.

Por último, o curso de Hermenêutica e Diplomática tinha por objectivo ensinar metodicamente os critérios para análise de documentos, de modo a poder distinguir os genuínos dos falsos.

As escolas de quarto grau

As Escolas de Quarto Grau, denominadas *Academias Reais*, tinham um objectivo duplo, de investigação e ensino: "... habilitar homens para os Empregos, e Profissões scientificas; aproveitar os genios ou talentos transcendentes […]; e crear Mestres capazes não só de continuar, mas de facilitar, e aperfeiçoar a instrucção nacional" [6, p. 293].

As Academias Reais estavam distribuídas em seis Classes. Na Primeira Classe existiria uma só Academia, dedicada ao ensino das Ciências Matemáticas, e contaria seis lentes e três substitutos. Na segunda, também só haveria uma Academia, leccionar-se-iam Ciências Naturais, contando com cinco lentes e três substitutos.Na Terceira Classe funcionariam tantas Academias quantas fossem necessárias, e seriam destinadas "ao ensino das Sciencias, que tem por fim a conservação, e o restabelecimento da saude dos homens, e dos animais uteis ao homem" [6, p. 294]. Eram as Academias Reais de Medicina, Cirurgia e Farmácia. Cada uma contaria com nove lentes e cinco substitutos. A Quarta Classe era destinada ao ensino das Ciências Sociais e Política, e contaria com uma só Academia, com oito lentes e quatro substitutos. A Quinta Classe estava orientada para o ensino das Ciências Militares, e constituir-se-iam tantas Academias quantas fossem julgadas necessárias. Haveria em cada uma oito lentes e quatro substitutos. Finalmente a Sexta Classe era destinada ao ensino das Ciências Navais, e poderia haver tantas Academias quantos fossem os Departamentos da Marinha. Cada uma teria seis lentes, três substitutos, um Mestre de Aparelho e outro de Artilharia. Nos locais onde fosse necessário existir uma Academia de cada uma destas duas últimas classes, elas fundir-se-iam numa só, denominada *Academia Real das Sciencias militares e navaes*.

É significativo que Stockler escolha para as Academias de Primeira Classe as que se dedicavam ao ensino da Matemática, marca do papel de transcendente importância que atribuía a esta ciência, quer do ponto de vista formativo quer sob a perspectiva de aplicação prática dos seus resultados.Os restantes Artigos do Título VI descrevem o conteúdo das cadeiras de cada uma das Academias. Vamos apenas transcrever o que Stockler indica no que diz respeito às Academias de Primeira, Quinta e Sexta Classe.

Academias de primeira classe: ensino das ciências matemáticas [exactas]:

Primeira Cadeira	Geometria Analítica
	Geometria Transcendente
	Trigonometria Esférica e Esferoidal
	Análise, ou Cálculo Superior
Segunda Cadeira	Estática
	Dinâmica
	Hidrostática

	Hidrodinâmica	
Terceira Cadeira	Mecânica Celeste, ou Astronomia Física	
Quarta Cadeira	Stereotomia	
	Geodesia	
	Óptica	Dióptrica
		Catóptrica
		Perspectiva
		Teoria da polarização da luz
Quinta Cadeira	Astronomia Prática	
	Geografia Racional	
Sexta Cadeira	Cálculo das Probabilidades e suas Aplicações	

Academias reais militares:

Primeira Cadeira	Geometria Analítica
	Geometria Transcendente
	Trigonometria Rectilínea
	Geodesia Elementar
Segunda Cadeira	Análise ou Cálculo Superior
	Mecânica
Terceira Cadeira	Stereotomia
	Princípios Gerais de Construção
	Geometria Subterrânea
Quarta Cadeira	Hidráulica, ou teoria das águas correntes
	Arquitectura hidráulica
Quinta Cadeira	Química
	Metalurgia, e Arte de Fundir e Moldar
	Pirotecnia
Sexta Cadeira	Botânica
	Física Experimental
Sétima Cadeira	Táctica, Artilharia e Estratégia
Oitava Cadeira	Fortificação, Ataque e Defesa de Praças, Guerra subterrânea

Academias reais navais:

Primeira Cadeira	Geometria Analítica
	Geometria Transcendente
	Trigonometria Rectilínea
	Trigonometria Esférica e Esferoidal
Segunda Cadeira	Análise ou Calculo Superior
	Mecânica
Terceira Cadeira	Stereotomia
	Arquitectura Naval
Quarta Cadeira	Óptica

	Astronomia
Quinta Cadeira	Física Experimental
	Metereologia
Sexta Cadeira	Navegação
	Manobra
	Táctica Naval

As sete primeiras disciplinas e a décima-primeira são comuns às Academias Reais Militares. Quando houvesse motivo a fusão destas duas últimas Academias numa só, suprimir-se-iam as duas primeiras cadeiras da Academia Real Naval, e o lente de Óptica daria também Trigonometria Esférica e Esferoidal.

As corporações de professores

Neste Título é notória a preocupação de Stockler em regulamentar a actividade global dos professores enquanto membros de uma comunidade intelectual que, para além deles próprios, inclui os seus alunos e a população dos locais onde se encontram as suas escolas. Pretende-se estimular as decisões do colectivo de professores de cada grau, responsabilizando cada um na elaboração das decisões do grupo e no seu cumprimento, uma vez tendo o colectivo chegado a um consenso. Sente-se igualmente que Stockler, sabendo das insuficiências relativa à qualidade do corpo docente de que dispõe, pretende com esta regulamentação mais rigorosa minorar os efeitos desta situação, esperando que os elementos mais capazes entre os professores exerçam uma acção pedagógica sobre os seus colegas menos preparados, fazendo-lhes sentir a sua responsabilidade na vida de uma comunidade que largamente ultrapassa o da área da sua escola.

O conjunto dos professores efectivos e substitutos de cada escola de Segundo, Terceiro ou Quarto Grau forma um *Colégio*. Esta assembleia deverá reunir quinzenalmente, e tem por objectivo discutir questões postas por professores ou alunos sobre os métodos mais adequados para a comunicação de ideias em cada um dos ramos da Instrução Pública ou sobre o modo de dar a conhecer aos habitantes da sua zona conhecimentos que lhes podem ser úteis, “atendendo á natureza do seu terreno, a ao estado da sua Agricultura, e Industria” [6, p. 306]. Estão autorizados a assistir a estas reuniões os Mestres das escolas de Primeiro Grau que se situem na mesma zona. Nas terras onde houver mais de uma escola de Segundo Grau, haverá pelo menos uma vez por mês uma reunião de todos os Colégios de Professores, que se denominará *Conselho de Instrução Pública*, e nas suas reuniões tratar-se-ão de assuntos que, tendo sido abordados nos *Colégios*, não tenham tido decisão unânime; e de quaisquer outros que sejam levantados pelos presentes. Cada professor é livre de dar a sua opinião por escrito, e, desde que seja requerido pelo Presidente da reunião, nenhum professor se pode escusar a dar o seu voto sobre qualquer matéria também por escrito. Haverá Actas destas reuniões, que deverão ser assinadas por todos os presentes. No fim de cada ano lectivo, todos os *Colégios* de professores e todos os *Conselhos de Instrução Pública* deverão enviar à entidade encarregada da direcção e inspecção das Escolas Públicas uma cópia autenticada do que se passou nas suas sessões.

Determinou-se que em cada escola de Segundo Grau que seja única na sua localidade haveria uma Biblioteca, um Museu de História Natural e um Gabinete de Máquinas e Modelos "de todo o genero de instrumentos da Lavoura, e Artes" [6, p. 310]. Também em cada Colégio existiria um Laboratório Químico, "o qual conterá os aparelhos indispensáveis para as experiencias mais importantes, e mais apropriadas para facilitar a intelligencia da Sciencia" [6, p. 311]. Nas capitais de Província, onde existir uma Escola de Terceiro Grau, a Biblioteca teria de ser partilhada. Stockler desce ao pormenor de regulamentar a Biblioteca, estabelecendo que nenhum livro poderá estar requisitado por mais de quinze dias, e que só poderá ser de novo requisitado pela mesma pessoa depois de ter estado trinta dias na Biblioteca. Este cuidado teria seguramente a ver com o diminuto número de livros que inicialmente se poderia esperar para essas Bibliotecas, na maioria certamente constituída por exemplares únicos.

Estabeleceu-se ainda, como serviço para a comunidade, que os professores de História Natural, de Física, de Agricultura e de Química, tanto das escolas comuns como das subsidiárias, deviam, nas tardes de todos os domingos e dias santos, encontrar-se, por turnos, no Museu e no Gabinete, para que as pessoas pudessem "ver e comparar os productos da Natureza ou da Arte, ou examinar os instrumentos, e maquinas ali existentes. Os ditos Professores serão obrigados a dar-lhes todas as illustrações, que lhes forem requeridas" [6, p. 315].

Sobre a direcção e inspecção das escolas públicas

A Sociedade Real das Sciencias e Artes, a criar no Rio de Janeiro, teria a seu cargo a direcção da Instrução Pública no Brasil, bem como a sua inspecção. Em particular, os seus atributos eram os seguintes:

- Nomeação de Professores para as escolas de Primeiro e Segundo Grau, bem como, quando não houvesse substitutos ordinários, a nomeação interina de substitutos extraordinários para cadeiras de Terceiro e Quarto Grau;
- Escolha e aprovação dos livros de texto, regulamentação do seu conteúdo e extensão;
- Publicação de programas detalhados para pôr a concurso a adopção de livros de texto (originais, não necessariamente em português, ou traduções para português);

- Fornecimento de material para as Bibliotecas, Museus, Laboratórios e Gabinetes de Química e Física, bem como para os Observatórios;
- Promoção da inspecção das escolas;
- Correcção de toda a falta de ordem, método e vigilância no Ensino, podendo suspender professores negligentes ou pouco zelosos.

Traçou-se ainda o perfil que deveria ter o professor: mais do que alguém conhecedor da matéria que vai expôr (o que era fundamental), Stockler pretende um professor que saiba comunicar com os alunos de modo claro e organizado, e que, para além disso, enquanto pessoa, fosse um exemplo a seguir pelos seus discentes:

> A boa morigeração, gravidade, e sisudeza de caracter dos pretendentes se terá em muita consideração [...] sendo certo que, sem estas qualidades, nenhum homem, por mais sabio que seja, deve ser encarregado da instrucção publica da Mocidade; para que esta não se preverta com o seu exemplo [...]. Todo o individuo que pretender ser empregado na qualidade de Mestre nas Escolas de qualquer grao, deverá apresentar [...] uma Dissertação, ou Memoria de sua composição sobre assumpto proprio da Cadeira, a que aspirar. [...] No acto do concurso, a Dissertação [...] será a materia principal do seu exame; o qual terá por fim não só indagar se os pretendentes tem inteligencia das doutrinas [...] mas se sabem expo-las clara e methodicamente; pois que ninguem deve ser provido em logar algum de Mestre nas Escolas publicas, sem que se qualifique habil pelo seu saber, e dotado de talento verdadeiramente classico [6, pp. 318 - 319].

A sociedade real das sciencias e artes

Esta Sociedade é no *Projecto* de Stockler o centro coordenador da Instrução Pública e a instituição fulcral da rede que pretende montar. Está organizada em quatro Classes: a Primeira, de Ciências Matemáticas, com cinco secções; a Segunda, Ciências Naturais, com seis secções; a Terceira, Ciências sociais, com quatro secções; e finalmente a Quarta, Literatura e Belas Artes, com igualmente quatro secções.

É significativo que a Primeira Classe seja totalmente ocupada pelas Ciências Matemáticas: nos então vigentes Estatutos da Academia Real das Ciências de Lisboa, as Ciências Naturais é que constituiam a Primeira Classe, estando as Matemáticas integradas na Segunda Classe, intitulada Ciências Exactas; e só com a reforma dos estatutos da Academia em 1851 passaram as Matemáticas a estar incluídas na Primeira Classe, cujo nome passou a ser Ciências Matemáticas, Físicas e Naturais, ocupando as Matemáticas a Primeira Secção.

As secções da Primeira Classe eram as seguintes: Primeira, Análise Matemática e Geometria; Segunda, Mecânica Geral e Astronomia Física; Terceira, Astronomia Prática, Óptica e Navegação; Quarta, Arquitectura Hidraúlica e Naval; Quinta, Ciências Militares. É claro nesta Classe a posição dominante da Ciência aplicada.

Há ainda a salientar a Quarta Secção da Segunda Classe, intitulada Física, Mecânica Prática, ou Máquinas e Instrumentos, e a Quarta Secção da Terceira Classe, denominada Economia Política e Estatística Universal.

Quanto à organização dos membros da Sociedade, os sócios dividiam-se entre internos, externos, estrangeiros, honorários e correspondentes. Os internos teriam de residir todos no Rio de Janeiro, e sobre eles recairia a maior parte das responsabilidades da Sociedade. Nesta categoria haveria a distinguir os efectivos, que receberiam pensões, definidas pelo Rei (sendo obrigados a participar em todos os trabalhos da Sociedade e a comparecer a todas as sessões, desde que não houvesse impedimento legítimo), e os adjuntos. Os efectivos e os adjuntos seriam em igual número. Os membros externos, que poderiam residir em qualquer lugar do território português, intitular-se-iam sócios livres. As três primeiras Classes teriam cada uma das suas secções com seis membros, sendo quatro internos e dois externos. Cada secção da Quarta Classe teria seis sócios internos e dois externos. Stockler é igualmente minucioso na designação das atribuições do Secretário geral, dos Secretários das Classes, no modo como deve ser feita a censura das Obras que a Sociedade pretenda publicar (só podia ser realizada por sócios efectivos ou adjuntos), no estabelecimento das situações de multas e de exclusão de sócios, bem como na regulamentação das eleições (depois da primeira nomeação, todos os sócios seriam eleitos por escrutínio), da Biblioteca, da Tipografia, do Gabinete de Física, do Museu e do Laboratório, e ainda do Observatório. Sente-se ao longo do *Título IX* uma vontade de eliminar todas as situações duvidosas, pretendia-se um plano global que permitisse um funcionamento optimal da Sociedade, o elemento chave de todo este *Projecto*.

A Sociedade reservaria doze lugares para sócios estrangeiros, e dezasseis para sócios honorários. Uma das obrigações fundamentais da Sociedade era estar a par com a produção literário-científica do mundo culto, e por isso deveria estabelecer "correspondencias regulares com homens de Letras, e Artistas benemeritos em todas as partes do mundo" [6, p. 337]. Deste modo era proposta a criação de uma rede de sócios correspondentes, que poderia vir a atingir o número de cento e vinte.

A Assembleia Geral da Sociedade reuniria uma vez por mês, e o seu objectivo principal seria "a discussão de tudo o que disser respeito ao aperfeiçoamento e simplificação do ensino publico, e a regulamentação, manutenção, e melhoramento das Escolas, e dos Estabelecimentos literarios a ellas inerentes" [6, p. 339].

As Assembleias de Classe efectuar-se-iam uma vez por semana, e nelas seriam debatidos assuntos específicos de cada Classe.Haveria igualmente duas Sessões ou Assembleias públicas por ano. Aí o Secretário daria conta do trabalho realizado desde a última Assembleia Pública, ler-se-iam as Memórias (ou seus extractos) que fossem julgados interessar a assistência, divulgar-se-iam os programas com os temas propostos para discussão e análise, os juízos sobre obras que tivessem concorrido ao programa anterior, entregando-se os prémios às obras laureadas, e seriam pronunciados os Elogios Históricos dos sócios beneméritos que entretanto tivessem falecido. Stockler idealiza uma Sociedade com real capacidade de intervenção nos domínios que lhe competem:

> Será sempre Presidente da Sociedade um dos Ministros, e Secretários de Estado de SUA MAJESTADE […]. Mas para que a Presidencia efectiva exista sempre anexa a uma representação politica, que autorise a Sociedade, e lhe facilite o recurso ao SOBERANO em todos os casos em que o interesse da causa publica exija a sua immediata intervenção […] todos os outros Ministros e Secretários de Estado serão Vice-Presidentes, e occuparão a cadeira do Presidente na falta deste segundo a ordem das suas antiguidades [6, p. 334].

Não é esquecida a importância da imprensa, e por isso Stockler afirma os privilégios de impressão que a Sociedade deveria ter, bem como preconiza diversas formas de divulgação da palavra escrita, desde o livro científico ao de divulgação, desde o Jornal ao folheto, pretendendo assim ir ao encontro da diversidade do público que poderia ser sensível ao trabalho da Sociedade:

> [As obras] compostas pelos Socios ou pelos Correspondentes da Sociedade Real, e as que por Autores estranhos lhe forem offerecidas, não carecerão para serem impressas nas suas Collecções, ou debaixo do seu privilégio, de licença das Autoridades publicas […] bastará que sejam censuradas, e aprovadas por dois Censores do Corpo da Sociedade; [6, pp. 347 - 348]
>
> Dentro dos Dominios Portuguezes ninguem poderá reimprimir Obra alguma das que sahirem á luz debaixo do Privilegio da Sociedade Real, sem que para isso obtenha permissão da mesma Sociedade; [6, p. 348]
>
> Não devendo a instrucção publica limitar-se ao ensino nas Escolas, […] a Sociedade Real […] fará compor um Jornal Literario e politico, que publicará periodicamente, no qual se dê noticia de todas as Obras scientificas de importancia […] incluirá no mesmo Jornal a noticia de todas as invenções uteis nas Artes assim Chimicas como Mecanicas […]. A estas noticias finalmente ajuntará as novidades politicas mais importantes, e proprias para fazer conhecer o adiantamento das artes, industria, e Commercio de todas as Nações civilisadas; [6, pp. 357 - 358]

> A Sociedade Real nomeará tambem annualmente outra Commissão, cujo o objecto será formalisar extractos philosophicos de todas as Obras, que assim reunidas e abreviadas devam cooperar notavelmente para a facil acquisição dos conhecimentos uteis; [6, pp. 359 - 360]
>
> Será da competencia da mesma Commissão extrahir das Obras benemeritas, que em qualquer idioma sahirem á luz publica, todas as noticias importantes relativas ás Artes fabriz, Agricultura, e Economia rural; a fim de que sem demora se divulguem por meio de Folhetos, ou Folhas volantes, que se remetam para os Museos e Gabinetes das Escolas publicas [...]. Esta pratica terá especialmente logar a respeito dos instrumentos e maquinas de novo inventadas, ou aperfeiçoadas; [6, p. 361]
>
> A composição de Obras sobre a Economia rural e domestica aplicaveis ao Brasil será um dos objectos em que a Sociedade Real deverá ocupar-se com todo o desvelo. Todas as que ella fizer publicar serão remetidas para as Bibliothecas e Gabinetes de todas as escolas do Reino; a fim de que promptamente se divulguem por todo elle como convem [6, p. 362].

Vemos bem as vantagens da articulação das várias instituições do *Projecto* de Stockler, que se apoiam mutuamente na divulgação de informação pelos mais variados processos. A rede que se propõe criar mostra deste modo as suas múltiplas potencialidades, aumentando a capacidade interventiva de cada uma das instituições e possibilitando que elas minimizem mutuamente as suas deficiências. Neste sentido está referida a colaboração com as Escolas:

> Para evitar a multiplicidade de Estabelecimentos do mesmo genero, e não augmentar desnecessariamente as despezas de um tão amplo Systema de publica instrucção, a Bibliotheca, Museo, Gabinete e Laboratório da Sociedade Real das Sciencias e Artes será commum a todas as Escolas estabelecidas na Côrte [...]. [A entrada no Observatório da Sociedade] e o uso dos seus instrumentos se facilitará não sómente aos Sócios [...] mas aos Professores de Astronomia das Escolas estabelecidas n'esta Capital, e aos seus discipulos, quando venham na companhia dos Mestres [6, p. 354].

Não é esquecida a importante vertente científica da Sociedade, e do apoio que esta deve dar à investigação, embora a associe sempre ao progresso concreto do País:

> Para promover o adiantamento nacional, e facilitar ao mesmo tempo o progresso geral das Sciencias e Artes, [...] a Sociedade Real proporá todos os annos ao Publico pelo menos quatro questões, ou problemas relativos cada um a uma das suas differentes Classes, escolhidos com particular atenção ao estado das Sciencias, e ao da instrucção nacional

> […]; publicará annualmente outros, cujo objecto seja o melhoramento da Agricultura e industria nacional [6, pp. 355 - 356].

Stockler termina este Projecto com uma sábia recomendação final, onde podemos entrever a aplicação da sua formação científica no equacionamento de uma situação real complexa:

> Nenhuma alteração se fará, nem se proporá a SUA MAGESTADE relativamente a Titulo, ou artigo algum do presente Systema de instrucção publica durante seis annos, a fim de que quaesquer inconvenientes, que occorram sobre a sua execução, não sejam meras conjunturas, ou receios derivados de considerações particulares, mas sim confirmados por experiencias repetidas, e madura reflexão [6, p. 364].

Agradecimentos

Agradeço ao Professor Rogério Fernandes as indicações bibliográficas dadas e os esclarecimentos que me prestou sobre vários aspectos das matérias abordadas no seu livro *Os caminhos do ABC.* Agradeço igualmente à CAPES e à Sociedade Portuguesa de Matemática, que viabilizaram financeiramente a minha participação no IIº Encontro Luso-Brasileiro de História da Matemática. A investigação para este artigo foi subsidiada por JNICT, FEDER e PRAXIS/2/2.1/MAT/125/94.

Referências

Fernandes, Rogério, *Os Caminhos do ABC. Sociedade Portuguesa e Ensino das Primeiras Letras. Do Pombalismo a 1820*, Porto: Porto Editora, 1994.

Garção Stockler, Francisco de Borja, *Plano e Regimento de Estudos*, Lisboa: Arquivo da Assembleia da República, cx.43, doc.7.

Garção Stockler, Francisco de Borja, Projecto sobre o estabelecimento e organização da Instrucção Publica no Brasil, in *Obras de F. de B. Garção Stockler, Barão da Villa da Praia, &c, Tomo 2*. Lisboa: Typographia Sylviana, 1826; 249-364.

Garção Stockler, Francisco de Borja, *Ensaio historico sobre as origens e progressos das mathematicas em Portugal*, Paris: P. N. Rougeron, 1819.

Garção Stockler, Francisco de Borja, *Methodo inverso dos limites ou desenvolvimento geral das funções algorithmicas*, Lisboa: Simão Thaddeo Ferreira, 1824.

Ribeiro dos Santos, António, *Voto sobre o Plano de Estudos que a Academia Real das Sciencias de Lisboa me mandou examinar*, Lisboa: Biblioteca Nacional, Res., Cod. 4680, fls 261-296v.

Saraiva, Luis, Garção Stockler and the First History of Mathematics in Portugal, *Archives internationales d'histoire des sciences* **42** (1992), 76-86.

Saraiva, Luis, On the First History of Portuguese Mathematics, *Historia Mathematica* **20** (1993), 415-427.

7

O conceito de derivada no ensino secundário ao longo do século XX[1]

Ana Paula Florêncio Aires
Universidade de Trás-os-Montes e Alto Douro
aaires@utad.pt

Modesto Sierra Vázquez
Universidade de Salamanca / Espanha
mosiva@usal.es

Introdução

Nesta comunicação pretendemos mostrar, seguindo uma perspectiva histórica e tendo como horizonte temporal o século XX, o lugar que o estudo do conceito de *derivada* ocupa na economia global dos programas do ensino secundário anteriormente designado por ensino liceal. Poderemos considerar que este século foi um período, marcado politicamente por significativas mudanças de regime político, com repercussões no domínio educativo. Entramos na primeira década com uma Monarquia Constitucional, que seria abolida com a instauração da Primeira República, em 10 de Junho de 1910, e ainda pela instauração da ditadura do Estado Novo, iniciado em 1926 e que perdurou durante cinquenta negros anos, encontrando o seu fim com a Revolução de Abril, em 1974 tirando o país do isolamento a que Salazar o havia votado, aplainando as vias que conduziriam o país para a democracia.

Para estudar este conceito decidimos dividir o século XX em quatro períodos que nos parecem marcantes para o ensino em geral e em particular

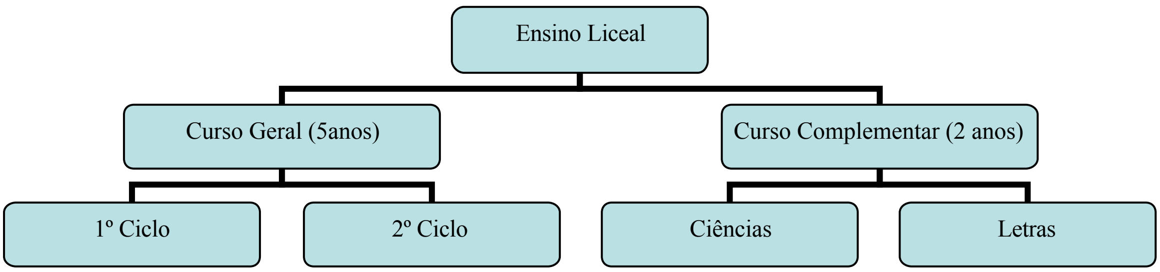
[1] Este texto é apenas uma parte de um trabalho de investigação mais vasto, que inclui a análise de planos curriculares e a análise de manuais escolares, com o objectivo geral de compreender melhor como evoluiu o conceito de derivada no ensino secundário em Portugal ao longo do último século. Corresponde apenas a um primeiro nível descritivo das sucessivas reformas, muito em particular o papel que desempenhou o conceito de derivada nos programas oficiais correspondentes a essas reformas.

para o ensino da Matemática em Portugal. Considerámos os seguintes períodos: 1º período: Introdução do conceito de derivada (1905-1963); 2º período: Introdução da Matemática Moderna (1963-1974); 3º período: A Lei de Bases do Sistema Educativo (1974-86); 4º período: Da Lei de Bases ao final do século XX.

1º Período: Introdução do Conceito de Derivada (1905-1963)

A estrutura do ensino manteve-se mais ou menos estável durante os anos que compreendem o primeiro período. No que concerne ao ensino liceal este encontrava-se dividido em dois ciclos: o curso geral e o curso complementar que consagrava duas vias: letras e ciências. O curso geral era composto por dois ciclos, com a duração de cinco anos, enquanto o curso complementar, com um ciclo apenas, tinha a duração de dois anos.

Estrutura do ensino de 1905 até 1967



O primeiro período é marcado por um vasto número de reformas.

A reforma de Eduardo José Coelho (30-08-1905)

Em 30 de Agosto de 1905 é publicada a primeira reforma do ensino liceal do século XX, tendo sido seu autor o então Ministro e Secretário de Estado dos Negócios do Reino, Eduardo José Coelho. Esta reforma assinala o *terminus* do regime de livro único, exigindo-se apenas que os compêndios, utilizados nos liceus, tivessem aprovação por parte de uma comissão nomeada pelo governo. A situação será alterada em 1950 quando é, de novo, reposto o regime de livro único e que permanecerá até 1974.

Os programas relativos a esta reforma foram aprovados a 3 de Novembro de 1905, (publicados no D.G. nº 250 de 4 de Novembro de 1905) e pela primeira vez, assiste-se à introdução do conceito de *derivada* nos programas do ensino liceal. Este aparece na VII classe do curso complementar de ciências num capítulo consagrado à Álgebra. Este capítulo está assim estruturado:

VII classe (Curso Complementar de Ciências)
Álgebra:
Equação do 2º grau a uma incógnita: resolução e discussão. Composição da equação. Propriedades do trinómio do 2ºgrau. Resolução das desigualdades do 2ºgrau. Discussão de problemas do 2ºgrau. Equações biquadradas. Equações irracionais que se reduzem a equações do 1º e 2ºgrau.
Sistema de duas equações a duas incógnitas, uma do 1ºgrau e outra do 2º.
Função exponencial. Nova definição dos logaritmos.
Noção de derivada; sua interpretação geométrica. Derivada de uma soma, de um produto de um quociente, de uma potência, de uma raiz. Derivadas das funções circulares. Revisões.

Em nossa opinião, o conceito de derivada foi aqui introduzido sem qualquer articulação com os outros conteúdos leccionados, sobretudo se tivermos em atenção que temas como a classificação de funções e a noção de continuidade são leccionadas no ano anterior, na VI classe, também no capítulo de Álgebra.

A reforma de Alfredo Magalhães (28-11-1918)

Os programas curriculares relativos a esta reforma foram aprovados a 27 de Novembro de 1918 (Decreto nº 5:002 do D.G. nº 257 de 28 de Novembro de 1918). No que respeita à noção de *derivada*, esta é agora alvo de estudo na VI classe, do curso complementar de ciências, e num novo capítulo, até agora inexistente, com a designação de "Elementos de Cálculo Infinitesimal". Parece-nos que a justificação para a existência deste capítulo se prende com o facto de aí ter também sido introduzida a noção de integral. Refira-se que é a primeira vez que aparece um capítulo com esta designação nos programas da disciplina de Matemática, facto tanto mais relevante quanto, na reforma anterior o conceito de *derivada* havia sido introduzido pela primeira vez, mas num capítulo de Álgebra. Conclui-se daqui que, em relação ao nosso objecto de estudo, esta reforma reveste-se de um carácter muito importante na medida em que, pela primeira vez, o Cálculo Infinitesimal ganha a autonomia, já anteriormente conquistadas por outras áreas como a Aritmética, Álgebra e Geometria.

Outro aspecto que merece a nossa atenção é a introdução, neste capítulo, do conceito de limite a anteceder o estudo da noção de *derivada*, bem como a noção de integral, embora de uma forma simples, a finalizar o capítulo, que fica estruturado da seguinte forma:

VI classe (Curso Complementar de Ciências)
Elementos de Cálculo Infinitesimal:
Teoria dos limites. Teoremas sobre os limites da soma, produto e quociente.

Derivada: importância desta noção. Derivada duma soma, dum produto, dum quociente, duma potência, duma raiz, duma função de função.
Noção de integral (basta mostrar a existência em casos particulares).
Aplicações.

O programa da VI classe termina com um capítulo reservado à Trigonometria Plana, aonde são também estudadas as *derivadas* das funções circulares.

Esta reforma não foi bem sucedida, pois a ditadura que havia sido instaurada em Dezembro de 1917 capitularia cerca de um ano depois, em 14 de Dezembro de 1918, com o assassinato do Presidente da República, Sidónio Pais.

A reforma de Joaquim José de Oliveira (26-09-1919)

A morte do Presidente da República facilitou o acesso dos partidos da oposição ao poder, tendo aproveitado a ocasião para reverem a legislação produzida em matéria de ensino. Assim, em Setembro de 1919 (Decreto nº 6:132 do D.G. nº 196 de 26 de Setembro de 1919) é publicada uma nova reforma que não produziu grandes alterações no ensino, sendo patente a semelhança, no que concerne aos planos curriculares, com as anteriores.

O curso complementar conserva uma separação em dois cursos: letras e ciências. É introduzida a disciplina de Matemática na VI classe do curso complementar de letras. Da análise dos programas de Matemática relativos a esta reforma (Decreto nº 6:132 do D.G. nº 196 de 26 de Setembro de 1919) podemos constatar que o conceito de *derivada* figura no programa da VI classe do curso complementar de letras e no programa da VII classe do curso complementar de ciências mas ao contrário do que acontece neste último programa, em que a organização dos conteúdos é feita por áreas (Álgebra, Aritmética, Geometria), no programa da VI classe de letras estes aparecem amalgamados. A parte onde se integra o ensino das *derivadas* contempla os seguintes pontos:

VI classe (Curso Complementar de Letras)
Análise de algumas demonstrações, já feitas, para a aquisição da noção de limite (ciclometria, volume do tetraedro, etc). Noção de derivada, de diferencial e de integral. Aplicações simples ao cálculo das áreas e volumes, do movimento e das tangentes às curvas.

O autor recomenda que: “Este estudo só em casos muito simples se fará exclusivamente pelo método analítico, todo o restante é sugerido e garantido pela geometria” (Decreto nº 6:131 do D.G. nº 196 de 26 de Setembro de 1919).

No curso de ciências o conceito de *derivada* surge no capítulo de Elementos de Cálculo Infinitesimal, desta feita fazendo parte do programa da VII classe, que toma a seguinte forma:

> ***VII classe (Curso Complementar de Ciências)***
> *Elementos de Cálculo Infinitesimal:*
> *Teoria dos limites. Teoremas sobre os limites da soma, produto e quociente.*
> *Derivada: importância desta noção. Derivada duma soma, dum produto, dum quociente, duma potência, duma raiz, duma função de função, duma função composta e de funções implícitas. Derivadas das funções circulares. Noção de integral. Aplicações.*

A reforma de Ginestal Machado (18-06-1921)

Constitui a derradeira reforma do período republicano. Legislada em 18 de Junho de 1921, pelo então ministro da Instrução Pública Ginestal Machado, semelhante à reforma anterior, sem grandes alterações ou inovações. Permanecerão em vigor os programas da reforma anterior. Até 1926 nada mais foi legislado no que concerne ao ensino secundário, que mereça destaque.

A reforma de Ricardo Jorge (2-10-1926)

Com a nomeação para o cargo de Ministro da Instrução Pública de Artur Ricardo Jorge este vai desencadear um conjunto de transformações importantes em relação à estrutura curricular e programas, ao promulgar o estatuto da instrução secundária (Decreto nº 12:425 do D.G. nº 220 de 2 de Outubro de 1926). A escolaridade liceal passa de sete para seis anos, o curso geral de cinco anos é mantido, agora com a designação de curso dos liceus (mas é o 1º ciclo que passa a ter três anos e 2º ciclo dois anos). Os cursos complementares de letras e ciências, agora com a designação de cursos de preparação para a instrução superior ficam reduzidos a um ano. A diminuição da escolaridade liceal encontra justificação nas palavras do preâmbulo:

> Há, pois, que comprimir, e fortemente, custe o que custar – compressão nas horas seguidas e nos programas exuberantes, compressão na própria duração do ciclo liceal. Há que humanizar, diga-se assim, o ensino, reduzi-lo às condições humanas da psicologia e da vida individual e social. Atalhe-se à indigestão actual; ensine-se menos para se saber mais. Ouça-se a filosofia popular que quem muito abrange pouco aperta. (Decreto nº 12: 425 do D.G. nº 220 de 2 de Outubro de 1926)

Os programas relativos a esta reforma vieram a lume a 2 de Novembro de 1926 (Decreto nº 12:594 do D.G. nº 245) e sofreram alterações ulteriormente. Relativamente ao conceito de *derivada* este reaparece num capítulo de Álgebra mas agora na IV classe, portanto ainda no curso geral e para todos os alunos. O capítulo tem a seguinte estrutura:

> ***IV classe (Curso Geral)***
> *a) Continuação do estudo da álgebra:*
> *Sistemas de equações do 1ºgrau; sua resolução.*
> *Noção de número irracional.*
> *Radicais, suas operações.*
> *Generalização da noção de potência: expoentes negativos e fraccionários, expoente nulo.*
> *Equação do 2º grau a uma incógnita.*
> *Resolução, em casos simples, de problemas do 2º grau a uma incógnita.*
> *Equação biquadrada.*
> *Sistemas de duas equações a duas incógnitas, uma do 2º grau e outra do 1º.*
> *Noção de limite, apresentada por meio de exemplos da aritmética, da álgebra e da geometria.*
> *Noção de derivada.*

Note-se que relativamente a este conceito apenas é escrito "noção de *derivada*", o que constitui um retrocesso em relação às duas reformas anteriores, nas quais este conceito integrava um capítulo próprio, Elementos de Cálculo Infinitesimal, e merecia uma atenção muito maior. Esta limitação encontra explicação nas observações feitas pelo legislador no final do programa do 5ºano:

> O ensino da Álgebra e da Geometria no Espaço (IV e V classe) deve ser feito com o mesmo espírito do da III classe: adquirir os conhecimentos de maior aplicação necessários para a sequência do ano e adestrar o espírito nos métodos do raciocínio matemático, sem, contudo, perder o seu carácter elementar. (Decreto nº 12:594 do D.G. nº 245 de 2 de Novembro de 1926)

Merece também referência o facto das noções de função e continuidade só serem leccionadas dois anos depois, na VI classe do curso complementar de ciências, num capítulo intitulado Complementos de Álgebra.

A reforma de Alfredo de Magalhães (22-01-1927)

Com Alfredo de Magalhães (que já fora autor de uma reforma na 1ª República, em 1918), na pasta da Instrução Pública em 22 de Janeiro de 1927 é publicado um Decreto (Decreto nº 13:056 do D.G. nº 18) no qual são feitas algumas alterações ao estatuto do ensino secundário da reforma anterior, respondendo às numerosas críticas dirigidas à estrutura do ensino liceal. Defendia, no entanto, que só um estudo minucioso poderia conduzir a uma reforma segura. Condicionado pelo tempo optou por corrigir pontualmente os aspectos mais prementes destacando-se, de entre as alterações realizadas, o alargamento do número de anos dos cursos complementares, que passaram novamente a ter dois anos e consequentemente, o ensino liceal retomava a duração de sete anos.

Os conteúdos programáticos do curso complementar não foram revistos, mas no entanto, através de um Decreto emanado do Ministério da Instrução Pública, determinava-se que, para esse ano lectivo, os conselhos escolares dividissem pela VI e VII classes as matérias dos programas dos cursos complementares de letras e ciências, devendo na divisão ser mantida a mesma ordem pela qual eram estudados os assuntos (art. 27º). Só posteriormente, em 1929, com Gustavo Cordeiro Ramos dirigindo os destinos da instrução pública, foram publicados novos programas para os cursos complementares.

A reforma de Cordeiro Ramos (26-08-1930)

A 14 de Janeiro de 1929 Gustavo Cordeiro Ramos aprova os programas dos cursos complementares (Decreto nº 16:362 do D.G. nº 11). Constatando a existência indesejável de divergências de liceu para liceu, motivadas pela autonomia dos conselhos escolares para dividir pela VI e VII classes a matéria dos programas dos cursos complementares de letras e ciências, impunha-se, por aquele diploma fixar para todos os liceus a parte do programa que respeitava a cada uma dessas classes.

Nestes novos programas o conceito de *derivada* é leccionado na VI classe do curso complementar de ciências, num capítulo de Álgebra, que está assim estruturado:

VI classe (Curso Complementar de Ciências)
Álgebra:
Números algébricos e complexos.
Noção de função; representação gráfica; noção intuitiva dos limites das funções de uma variável, de continuidade e de derivada; interpretação geométrica
Polinómios inteiros; propriedades gerais e elementares.
Fracções algébricas; significado dos símbolos: $\frac{m}{0}, \frac{m}{\infty}, \frac{0}{0}, 0\times\infty$ e $\infty\times\infty$.
Discussão da equação do 1º grau a uma incógnita.
Análise combinatória; binómio de Newton.

Em 27 de Setembro de 1930 pelo Decreto nº 18:885 são publicados novos programas para o ensino liceal. Nestes, o conceito de *derivada* continua, como já tinha acontecido anteriormente, a fazer parte do programa da VI classe do curso complementar de ciências, mas mais uma vez num capítulo de Álgebra (o 1º do programa). Contudo, parece-nos que aqui houve uma preocupação na elaboração deste capítulo uma vez que o conceito surge, perfeitamente enquadrado, precedido do estudo de funções, a teoria dos limites de funções de uma só variável e continuidade de funções. Para além do conceito de *derivada* de uma função, é também introduzido a noção de diferencial de uma função. Este capítulo tem a seguinte estrutura:

> ***VI classe (Curso Complementar de Ciências)***
> *a)Álgebra:*
> *Funções; classificação das funções; propriedades elementares das funções inteiras; princípio das identidades; método dos coeficientes indeterminados; aplicações. Funções fraccionárias; símbolos de impossibilidade e indeterminação. Limites de funções de uma só variável; teoremas relativos à soma, ao produto e ao quociente destes limites; exercícios sobre a determinação dos limites de funções. Função contínua num ponto; função contínua num intervalo; exemplos de funções contínuas e representação gráfica destas funções. Função crescente num ponto e num intervalo; Função decrescente num ponto e num intervalo. Derivada e diferencial de uma função num ponto; interpretação geométrica da derivada; derivada da soma, do produto, do quociente, da potência, da raiz, da função de função e da função inversa.*
> *Análise combinatória; arranjos, permutações e combinações. Binómio de Newton; aplicações. Resolução e discussão da equação geral do 1ºgrau a uma incógnita: Análise indeterminada do 1ºgrau.*

Nas observações que se fazem no final do programa da VI classe o autor escreve:

> No programa de álgebra da 6ª classe figura além do estudo das funções o das *derivadas*; deve porém o professor limitar-se ao desenvolvimento que o programa comporta, abstendo-se de altas especulações, contrárias à índole do ensino liceal e superiores à capacidade mental dos alunos destas classes. (Decreto nº 18:885 do D.G. nº 225 de 27 de Setembro de 1930).

A 8 de Outubro de 1931 (Decreto nº 20:369 do D.G. nº 232) são publicados novos programas para o ensino liceal. Nesta reformulação o conceito de *derivada* continua a fazer parte integrante do programa da VI classe do curso complementar de ciências, mais uma vez num capítulo de Álgebra. No que diz respeito ao estudo das derivadas o programa mantém-se igual ao anterior, apenas com a supressão da noção de diferencial de uma função.

Até 1936 registaram-se ainda duas reformulações dos conteúdos programáticos. A primeira coube a Manuel Rodrigues, em 6 de Outubro de 1934 e a segunda a Eusébio Tamagnini em 28 de Maio de 1935. Com Manuel Rodrigues, no tocante à Matemática, salvo pequenas alterações, mantêm-se os programas anteriores. Nestes, o conceito de *derivada* continua a fazer parte do programa da VI classe do curso complementar de ciências e mais uma vez integrado num capítulo de Álgebra.

Com Eusébio Tamagnini, os programas de Matemática, nos cursos geral e complementar, não foram objecto de nenhuma alteração.

A reforma de Carneiro Pacheco (14-10-1936)

António Carneiro Pacheco, em 18 de Janeiro de 1936, é nomeado Ministro da Instrução Pública e cerca de três meses depois, a 11 de Abril de 1936 publica a "remodelação do Ministério da Instrução Pública" que passa então a designar-se Ministério da Instrução Nacional, evidenciando a intenção política da ditadura, de transformar a escola num veículo de transmissão da doutrina do Estado Novo.

A reforma do ensino liceal aconteceu a 14 de Outubro de 1936 (Decreto nº 27:084 do D.G. nº 241). Com esta reforma acaba-se com a distinção entre curso geral e curso complementar, e simultaneamente, com a bifurcação em letras e ciências, pois tal como é dito no preâmbulo do Decreto:

> Demonstrado, pelos números, que os liceus fornecem a muitos dos seus alunos a preparação cultural com que entram directamente na vida, a estrutura do respectivo ensino adquire uma indiscutível autonomia. E esta há-de culminar-se em uma acção formativa completa, desde o estímulo da faculdade de observação e uma riqueza de erudição que não asfixie o pensamento até à emancipadora sistematização mental, necessária para a vida. É-se deste modo conduzido a abandonar, por pedagogicamente irreal, a distinção entre curso geral e curso complementar, e a abandonar também, por prejudicial a uma grande parte da população escolar, sem que se tenha revelado útil para a restante, a bifurcação do ensino em letras e ciências, que antes se impõe substituir, no final do curso, pela síntese filosófica dos conhecimentos adquiridos. (Decreto nº27:084 do D.G. nº241 de 14 de Outubro de 1936).

Carneiro Pacheco retirou, de forma intencional, uma das finalidades tradicionais do ensino liceal, que o vocacionava como propedêutico para o ensino superior. Logo no capítulo I, artigo 1º do ensino liceal, declarava:

> O ensino liceal integra-se na missão educativa da família e do estado para o desenvolvimento harmónico da personalidade moral, intelectual e física dos portugueses nos termos da Constituição, e tem por finalidade específica dotá-los de uma cultura geral útil para a vida. (Decreto nº 27:084 do D.G. nº 241 de 14 de Outubro de 1936).

O afunilamento dos objectivos do ensino liceal convergiu para uma simplificação do esquema do currículo escolar, o que levou à rejeição da bifurcação do curso, no seu *terminus*, em letras e ciências, cada um com a duração de um ano.

Com a desvalorização da instrução, assistiu-se a uma considerável diminuição dos conteúdos programáticos, verificando-se a supressão, nos programas de Matemática, do ensino da noção de *derivada*. Quanto ao capítulo de Álgebra do 6º ano, onde no anterior programa era feito um estudo exaustivo das funções, assim como dos limites e continuidade de funções, este fica reduzido ao seguinte:

6º ano
a) Álgebra:
Definição de função, classificação de funções e representação gráfica de algumas funções. Estudo intuitivo da função exponencial e sua inversa (logaritmo); teoria algébrica dos logaritmos; logaritmos decimais, operações, uso de tábuas.

A reforma de Pires de Lima (17-9-1947)

Em 17 de Setembro de 1947 é promulgada a última reforma do ensino liceal dos primeiros cinquenta anos do século XX (Decreto nº 36:507 do D.G. nº 216), tendo sido seu autor Fernando Andrade Pires de Lima.

No “Estatuto do ensino liceal”, mais concretamente no capítulo referente à organização e fins do ensino liceal, Pires de Lima retoma o plano de estudos que Carneiro Pacheco havia alterado, isto é, o curso geral dos liceus tem a duração de cinco anos, em regime de classe e o curso complementar de dois anos, bifurcado em letras e ciências, em regime de disciplinas. No 3º ciclo, o ensino, com a duração de dois anos e mantendo os mesmos objectivos, é especialmente destinado a preparar os alunos para o ingresso em escolas superiores.

Os conteúdos programáticos relativos a esta reforma foram publicados a 22 de Outubro de 1948 (Decreto nº 37:112 do D.G. nº 247). Sublinhamos como meritório a decisão de reintroduzir a Análise Infinitesimal, em particular, o conceito de *derivada*, excluído nos programas de 1936.

No 6º ano do curso complementar de ciências, no capítulo relativo à Álgebra podem-se ler os seguintes itens:

6º ano (Curso Complementar de Ciências)
Álgebra:
Noção elementar de variável e de função; expressão analítica de uma função; classificação das funções; funções inversas; representação geométrica de algumas funções.
Infinitamente grandes; infinitésimos; infinitésimos simultâneos; teoremas relativos ao produto e à soma de infinitésimos. Limite de uma variável; limite de uma função; operações sobre limites.
Noção elementar de continuidade de uma função.

A noção de *derivada* não é incorporada neste capítulo, tal como seria de esperar, sendo somente introduzida no capítulo de Álgebra no 7º ano apresentando a seguinte estrutura:

> ***7º ano (Curso Complementar de Ciências)***
> *Álgebra:*
> *Análise combinatória - elementos distintos e sem repetição. Binómio de Newton.*
> *Números complexos a duas unidades; forma algébrica: igualdade, desigualdade e operações.*
> *Equação do 2º grau a uma incógnita; resolução algébrica e gráfica; discussão.*
> *Equação biquadrada; resolução algébrica; discussão. Transformação de um radical duplo na soma algébrica de dois radicais simples.*
> *Equações irracionais redutíveis ao 2º grau.*
> *Trinómio do 2º grau; representação gráfica; propriedades. Inequações: noções gerais e princípios de equivalência. Inequações do 2º grau a uma incógnita; inequações fraccionárias que se resolvem por meio de inequações do 1º grau ou 2º grau a uma incógnita.*
> *Problemas do 1º e 2º grau.*
> *O problema das tangentes e o das velocidades; noção de derivada de uma função num ponto; função derivada. Derivadas das funções algébricas e das funções circulares directas; derivada da função de função.*

Esta situação não escapou ao escopo crítico dos círculos matemáticos de então. Em particular, Sebastião e Silva, no artigo "A Análise Infinitesimal no Ensino Secundário", em Outubro de 1951, na *Gazeta de Matemática* nº 49, ainda que reconheça com satisfação a reintrodução do estudo das derivadas no ensino secundário, crítica a estrutura e sequenciação dos conteúdos, particularmente no que respeita ao estudo das derivadas, tão importantes nas ciências da natureza. Escreve o insigne matemático:

> A *origem* do conceito de limite conhece-a já o aluno, através dos exemplos da geometria. Mas a vantagem, a *finalidade* daquela delicada rede de definições e de teoremas não lhe surgirá tão claramente ao espírito - se logo em seguida não se passar ao estudo das derivadas, única aplicação que se faz da teoria dos limites no ensino secundário. De contrário, essa construção lógica, assim suspensa a meio do 6ºano, há-de parecer-lhe um bizantinismo, uma daquelas caturrices que se sofrem, mas não se compreendem. Eu estou certo de que o autor ou os autores do programa já se convenceram de que o capítulo das derivadas não foi colocado no lugar conveniente. De resto o estudo das derivadas deve ser feito em estreita conexão com o dos movimentos, na física.
> Introduzir o conceito matemático de derivada sem ter partido do conceito mecânico de velocidade, e sem depois apresentar as múltiplas concretizações da mesma ideia na geometria e na física - é um erro grave de pedagogia. Com tal orientação abstracta, o aluno ficará perplexo e

> frio, como diante de um corpo sem alma; ao passo que tudo se ilumina, e o espírito se povoa de belas ressonâncias criadoras, apenas se estabelece o contacto com o mundo externo. (Sebastião e Silva, 1951, p. 4).

É ainda Pires de Lima que em 1954 aprova os novos programas das disciplinas do ensino liceal (Decreto nº 39 807 do D.G. nº 198 de 7 de Setembro 1954) com vista à sua simplificação, em particular do curso geral, e uma maior adequação ao nível de desenvolvimento dos alunos, tal como testemunha o preâmbulo do Decreto:

> A prática do exercício docente durante os anos decorridos após a publicação do Decreto nº 37:112 de 22 de Outubro de 1948, fez reconhecer a necessidade de introduzir algumas modificações nos programas do ensino liceal, aprovados pelo referido Decreto. Procura-se agora, sobretudo, simplificar os do curso geral, de forma a acomodá-los à capacidade receptiva dos alunos. (Decreto nº 39:807 do D.G. nº 198 de 7 de Setembro 1954).

É com estes novos programas que se assiste à reposição do *conceito de derivada* no programa do 6º ano do curso complementar de ciências, no capítulo de Álgebra, logo após o estudo dos infinitésimos. Este capítulo ficado assim estruturado:

> ***6º ano (Curso Complementar de Ciências)***
> *Álgebra:*
> *Breves noções sobre as sucessivas generalizações do conceito de número; representação geométrica do sistema dos números reais. Números complexos de duas unidades; forma algébrica; igualdade, desigualdade e operações. Noção elementar de variável e de função; expressão analítica de uma função; classificação das funções; funções inversas; representação geométrica de algumas funções.*
> *Infinitamente grandes; infinitésimos, infinitésimos simultâneos; teoremas relativos ao produto e à soma de infinitésimos. Limite de uma variável; limite de uma função; operações sobre limites.*
> *Noção elementar de continuidade de uma função.*
> *Derivada de uma função num ponto; função derivada. Derivadas das funções algébricas. Aplicação ao estudo da variação das funções nos casos mais simples.*
> *Propriedades dos polinómios inteiros.*
> *Adição algébrica, multiplicação e divisão de polinómios.*
> *Divisão por (x-a); polinómio identicamente nulo; polinómios idênticos; princípio das identidades; método dos coeficientes indeterminados; regra de Ruffini.*
> *Fracções algébricas. Símbolos de impossibilidade; símbolos de indeterminação da forma:* $\frac{0}{0}, \frac{\infty}{\infty}, 0\times\infty$ *;*

Verdadeiro valor de uma expressão que se apresenta sob a forma indeterminada.

De algum modo as alterações introduzidas nos novos programas de Matemática parecem responder à polémica instaurada no círculo matemático aquando da publicação dos programas de Matemática no ano de 1948, de que demos conta anteriormente. Estes programas mantiveram-se em vigor durante vários anos. No ano de 1962 verifica-se uma nova publicação do programa que, após uma leitura atenta, revela tratar-se de uma cópia do anterior.

2ºPeríodo: introdução da matemática moderna (1963-1974)

Em 1963, em sintonia com outros países europeus, dá-se a introdução da Matemática Moderna no ensino secundário em Portugal, sendo o seu principal impulsionador o ilustre matemático José Sebastião e Silva. A experiência começa com três turmas-piloto do 6º ano do curso complementar de ciências dos três liceus normais do país: liceu Pedro Nunes em Lisboa, D. João III em Coimbra e D. Manuel II no Porto. Em 1969 funcionavam já 60 turmas-piloto do 6º e 7º anos em vários liceus do país.

Como suporte teórico Sebastião e Silva redige um texto-piloto constituído por três volumes, o primeiro para o 6º ano e o segundo e terceiro para o 7º ano. Estes volumes eram acompanhados de dois Guias Didácticos – *Guia para a utilização do compêndio de Matemática (volume I – 6º ano)* e *Guia para a utilização do compêndio de matemática (volumes II e III – 7º ano),* com algumas recomendações acerca do ensino da Matemática e orientações metodológicas referentes aos vários temas tratados nos compêndios. Nos três volumes do texto piloto é patente a preocupação em introduzir novos temas e novas abordagens de temas já anteriormente leccionados, de forma a permitir uma maior aproximação entre a Matemática do ensino secundário e a Matemática do ensino superior. Os programas do ensino complementar (6º e 7º anos) são assim, profundamente alterados. O novo programa experimental inclui como novos temas: Lógica, Teoria dos conjuntos, Estruturas algébricas, Números Complexos, Probabilidades, Estatística, Cálculo integral e Cálculo Numérico Aproximado. São mantidos alguns temas "clássicos" como Cálculo Diferencial, Geometria Analítica e Trigonometria e é retirada a Aritmética Racional.

O conceito de *derivada* aparece no 7º ano, mais concretamente no volume II do texto-piloto, no capítulo intitulado "Introdução ao Cálculo Diferencial".

7º ano (Curso Complementar de Ciências)

Capítulo I: Introdução ao Cálculo Diferencial

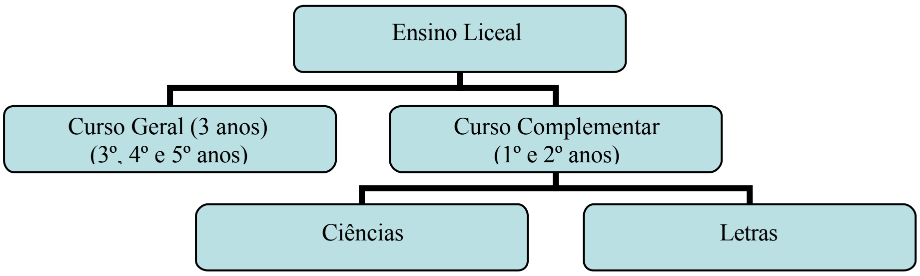
1. Cálculo Numérico Aproximado

2. Teoria dos limites de Sucessões

3. Limites de Funções de variável real

4. Derivadas:
Conceitos fundamentais e regras de derivação. Conceito de diferencial; regras de diferenciação. O conceito de diferencial nas ciências da natureza. Derivadas das funções exponencial e logaritmíca. Derivada da função logarítmica. Derivadas das funções circulares. Máximos e mínimos: concavidades e inflexões. Teorema de Cauchy. Método da tangente (ou de Newton). Método da corda (ou regra da falsa posição). Interpolação por diferenças finitas.

Convém salientar que a partir de 1967, com a criação do Ciclo Preparatório do Ensino Secundário (com a designação de 1º e 2º anos), a estrutura do ensino liceal sofre algumas alterações. As grandes novidades residem no encurtamento do curso geral dos liceus de sete para cinco anos e na criação de dois anos de ensino liceal complementar. A estrutura passou a ser a seguinte:



3ºPeríodo: a lei de bases do sistema educativo (1974-1986)
A reforma de Veiga Simão

A 6 de Janeiro de 1971 o então Ministro da Educação, José Veiga Simão, apresenta, numa comunicação ao país, dois documentos de reforma do ensino: o Projecto do Sistema Escolar e Linhas Gerais de Reforma do Ensino Superior, com vista a uma ampla discussão pública.

Em 1974 são publicados pelo Ministério da Educação e Cultura novos programas para o ensino liceal, para vigorarem nesse mesmo ano lectivo. Relativamente à Matemática são publicados dois programas: um relativo à Matemática Moderna, onde é ainda patente a influência de Sebastião e Silva, embora este tenha sido encurtado e os temas tratados simplificados. Neste programa o conceito de derivada é leccionado no 2º ano do curso complementar (antigo 7º ano) de ciências, num capítulo intitulado “Introdução à Análise Infinitesimal”, com a seguinte estrutura:

2º ano do curso complementar de ciências
Introdução à Análise Infinitesimal
1.1 Cálculo numérico aproximado
1.2 Limite de sucessões

> *1.3 Limites de funções de variável real*
> *1.4 Funções contínuas*
> *1.5 Derivadas e primitiva:*
> *Derivada de uma função num ponto; significado geométrico. Derivabilidade e continuidade. Função derivada. Interpretação cinemática do conceito de derivada. Regras de derivação. Derivada da função inversa e derivada da função composta. Aplicações das derivadas: sentido da variação de uma função, concavidades, gráficos e problemas concretos. O problema da primitivação. Primitivação imediata e primitivação por decomposição. Aplicações simples do cálculo de primitivas.*

O outro programa era relativo à Matemática Clássica para o 1º ano, pois, apesar da generalização do ensino da Matemática Moderna, ainda coexistiam com estas turmas, outras onde se leccionava a Matemática Clássica. O programa da Matemática Clássica constituía uma simplificação e redução do anterior, tal como é dito na nota prévia que antecede o programa:

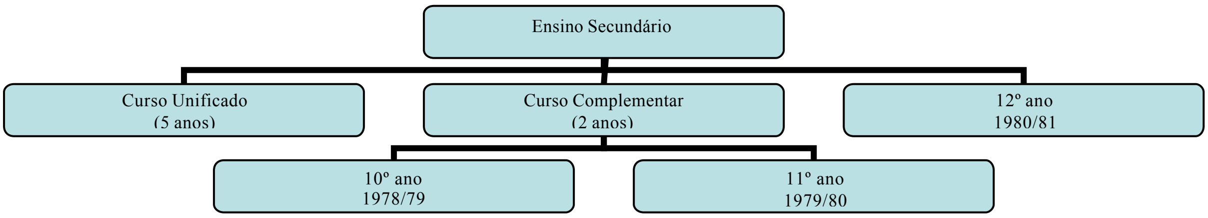
> O programa de Matemática Clássica para o Curso Complementar, que agora se estabelece é muito mais simples do que o anterior: reduz-se não só a matéria, como o número de demonstrações a exigir; a arrumação dos assuntos é diferente procurando-se encaminhar do mais simples para o mais complexo. (Programa para o ano lectivo 1974-1975, p. 30).

Relativamente ao conceito de derivada este é leccionado no 1º ano do curso complementar (antigo 6º ano) de ciências.

> ***1º ano (Curso Complementar-Matemática Clássica)***
> *2.7 As funções de variável natural. Limites de sucessões.*
> *Limites de funções de variável real: continuidade.*
> *Derivadas: definição de derivada de uma função num ponto e sua interpretação geométrica.*
> *Derivabilidade e continuidade (com demonstração).*
> *A função derivada. Regras de derivação, incluindo a derivada da raiz. Dedução nos casos da soma, produto, potência e derivada da função inversa.*
> *Aplicação a problemas de máximos e mínimos e representação gráfica de funções.*

Depois de 1974 e até ao ano de 1986 o ensino secundário encontrava-se estruturado em dois grandes blocos: o *Curso Unificado*, com uma duração de três anos, oferecendo para o 9º ano várias áreas vocacionais e o *Curso Complementar* subdividido em dois ciclos. O primeiro, integrando o 10º e 11º ano de escolaridade com um conjunto de disciplinas distribuídas por três componentes (*formação geral*, *formação específica* e *formação vocacional*), permitindo aos alunos a opção, em termos futuros, por prosseguir estudos. O segundo ciclo, composto pelo 12º ano, encerra a formação do ciclo anterior.

Estrutura do ensino secundário depois de 1974 e até 1986



A título experimental, começa a funcionar no ano lectivo de 1979-80 o 11º ano do curso complementar do ensino secundário. O conceito de *derivada* aparece no programa do 11º ano. Neste podemos ver um capítulo inteiramente dedicado ao estudo das *derivadas*, intitulado: "Derivadas de funções reais de variável real". Este capítulo tem a seguinte estrutura:

11º ano

Derivadas de funções reais de variável real:

1. Derivada de uma função num ponto: significado geométrico.

2. Derivadas laterais: interpretação geométrica.

3. Derivabilidade e continuidade.

4. Função derivada.

5. Regras de derivação.

6. Derivada de uma função inversa.

7. Derivada de uma função composta.

8. Aplicações das derivadas.

No ano lectivo de 1980-81 é a vez de entrar em funcionamento o 12º ano. O programa de Matemática estava dividido em duas partes: Álgebra e Análise Real. Na 2ª parte encontramos um capítulo exclusivamente votado ao estudo das *derivadas*: "Complementos sobre derivação de funções reais de variável real". Aqui completa-se o estudo das derivadas feito no 11º ano, relativamente às derivadas de funções só estudadas neste ano como a função exponencial e logaritmíca. O capítulo é assim estruturado:

12º ano

5. Complementos sobre derivação de funções reais de variável real:

5.1 Derivação das funções circulares e das"funções" circulares inversas.

5.2 Derivação da função exponencial e da função logarítmica.

> *5.3 A noção de diferencial de uma função num ponto; interpretação geométrica; regras de diferenciação.*

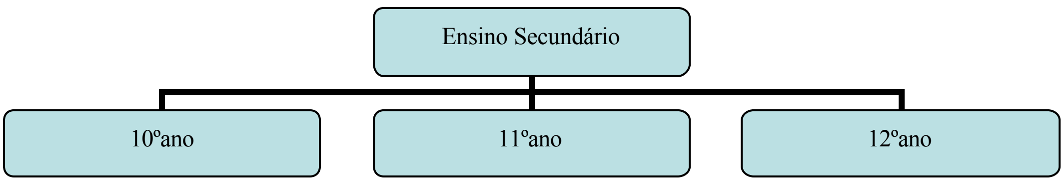
Este programa publicado em 1980 pecava em dois aspectos: era demasiado extenso, o que fazia com que a maior parte dos professores não o conseguissem cumprir e além disso, tornava patente um desfasamento em relação às matérias estudadas no ensino superior. Por estas razões, para o ano lectivo de 1983-84 é publicado um novo programa para o 12º ano. Na introdução podia ler-se:

> Este programa pretende constituir uma ponte que facilite ao aluno a transição do aluno do Ensino Secundário para o Ensino Superior, reduzindo quanto possível uma descontinuidade que actualmente existe e que resulta principalmente da forma de tratar as matérias e do regime de trabalho. (Programas de 12º ano, p. 87)

Em relação ao programa anterior foram suprimidos alguns temas, mas o capítulo dedicado ao estudo das derivadas não sofreu qualquer alteração.

4º Período: da lei de bases ao final do século XX
A reforma de Roberto Carneiro (1989)

A publicação da Lei de Bases do Sistema Educativo a 14 de Outubro de 1986 assinala um momento fundamental no panorama educativo nacional. Urgia reorganizar todo o edifício educacional de forma a acolher, estruturadamente, as múltiplas alterações de que haviam sido alvo alguns segmentos do sistema. Novas exigências como o alargamento da escolaridade obrigatória, a integração do 12º ano, entre outras, reclamavam uma alteração profunda. A estrutura do ensino secundário passa a ser a seguinte:



Em 29 de Agosto de 1989 são publicados os "Novos Planos Curriculares dos Ensinos Básico e Secundário" (Decreto nº 286:89 do D.R. nº 198). Surgem assim novos programas para as várias disciplinas. Relativamente aos programas de Matemática do ensino secundário estes foram publicados em Janeiro de 1991, sob a forma de um livro para o conjunto dos três anos deste ciclo. Podia ler-se na capa: "Programa de Matemática (10º-12º anos) para aplicação em regime de experiência pedagógica". Estes programas são postos em prática logo no ano lectivo de 1991-92 em regime de experiência pedagógica só se tornando definitivos a partir do ano lectivo seguinte.

É de realçar que nestes programas se apostava numa organização progressiva das matérias, em particular da Análise, tendo por base a categoria de *funções*, isto é: no 11º ano eram estudadas as funções polinomiais e algébricas e, portanto, nesta fase o estudo e aplicações dos conceitos de limite, derivada e primitiva eram restringidos apenas a estas funções. De igual modo no 12º ano, em três momentos do programa, ampliava-se o leque das funções a estudar, que passa a englobar funções irracionais, funções trigonométricas e funções exponenciais e logarítmicas. Também aqui, em cada um destes momentos, são postas em prática todas as ferramentas da análise já conhecidas dos alunos e é chegado o momento de aperfeiçoar os conceitos para serem traduzidos em linguagem simbólica.

O conceito de *derivada* é exactamente um exemplo em que o estudo é feito no 11º e 12º anos de uma forma sequenciada e ampliada. Assim, aparece no 11º ano num capítulo denominado "Funções-III-Limites. Derivadas" com a seguinte estrutura:

11º ano
7. Funções-III-Limites. Derivadas.
- Limites e continuidade de funções.
- Derivação de funções racionais. Segunda derivada.
- Aplicações.

Aparece ainda no 12º ano em dois capítulos intitulados: "Funções-V-Complementos sobre Derivadas" e "Funções-VI-Funções trigonométricas em $\Re$":

12º ano
2. Funções-V-Complementos sobre Derivadas.
- Derivada da função inversa e da função composta; aplicações. Derivadas sucessivas. Derivadas de funções implícitas.
- Estudo de funções irracionais.

6. Funções-VI- Funções Trigonométricas em $\Re$.
- Fórmulas. Equações e identidade.
- Seno, co-seno e tangente como funções de variável real.
- Limites, continuidade, derivada, variação.
- Primitivas imediatas: cálculo de áreas.

Estes programas vigoraram até 1997, altura em que deram lugar a "novos" programas, que, em boa verdade, não são mais que os mesmos programas com pequenos ajustamentos que vieram dar resposta às muitas críticas que foram sendo apontadas. Este programa começou a ser aplicado logo no ano lectivo de 1997-98, no 10º ano, no ano lectivo de 1998-99 no 11º ano e no ano lectivo seguinte no 12º ano.

O estudo das derivadas aparece no 11º ano no capítulo: "Introdução ao Cálculo Diferencial I" e no 12º ano nos capítulos "Introdução ao Cálculo Diferencial II" e "Trigonometria e Números Complexos, cujos capítulos apresentam as seguintes estruturas:

11º ano

2- Introdução ao Cálculo Diferencial I-Funções Racionais e com Radicais. Taxa de variação/derivada:

- Estudo de propriedades das Funções racionais do tipo f(x)=a+b/(cx+d); referência à hipérbole.

- Aproximação experimental da noção de limite.

- Operações com funções: soma, diferença, produto, quociente, composição.

- Noção da taxa média de variação; noção da taxa de variação; interpretação geométrica e física.

- Determinação da derivada em casos simples; aplicações.

- Inversão de funções; funções com radicais quadráticos e cúbicos.

12º ano

2- Introdução ao Cálculo Diferencial II:

- Função exponencial e função logarítmica de bases maiores que 1. Regras operatórias de exponenciais e logaritmos. Aplicações concretas.

- Limite de função segundo Heine; propriedades operatórias sobre limites; limites notáveis . Indeterminações. Assímptotas.

- Continuidade. Teorema de Bolzano-Cauchy e aplicações numéricas.

- Funções deriváveis. Regras de derivação e derivadas de funções elementares. Segunda definição do número e. Segundas derivadas e concavidade.

- Estudo de funções em casos simples.

- Problemas de optimização.

3. Trigonometria e Números Complexos:

- Funções seno, co-seno e tangente; estudo de propriedades; cálculo de derivadas.

- Introdução histórica dos números complexos, através dos problemas da resolubilidade algébrica.

- Complexos na forma algébrica e na forma trigonométrica.

- Operações.

- Domínios planos e condições em variá vel complexa.

Até ao final do século XX vigoraram estes programas.

Conclusão

Ao encerrarmos esta comunicação consideramos que deveriam ser evidenciados alguns aspectos. Em primeiro lugar importa referir que a análise das sucessivas reformas educativas que marcaram o século XX, reforça a importância da análise histórica para o desenvolvimento da educação matemática e para uma melhor compreensão deste domínio.

O estudo da noção de derivada, seguindo o método histórico, chama a atenção para o facto de que as noções matemáticas não se desenvolvem de maneira autárquica, mas antes conectadas entre si. Ao mesmo tempo faz-nos compreender que a evolução do conceito em estudo não foi linear, antes pelo contrário, verificamos progressos e retrocessos, indecisões, dúvidas, hesitações.

Desde a introdução da noção de derivada no plano de estudo do ensino liceal, no ano de 1905 até ao final do século XX, com excepção da reforma de Carneiro Pacheco, em 1936, em que aquela foi suprimida, assistimos a uma afirmação e aumento do espaço dedicado ao ensino das derivadas.

Referências

Almeida Costa, A. (1981). Linhas Gerais do Sistema de ensino. In Silva, M., Tamen, M. I. (Ed.), *Sistema de Ensino em Portugal* (pp. 49-75). Lisboa: Fundação Calouste Gulbenkian.

Carvalho, R. (1985). *História da Educação em Portugal. Desde a fundação da nacionalidade até ao fim do regime de Salazar.* Lisboa: Fundação Calouste Gulbenkian.

Castelnuovo, E. (1970). *Didáctica de la Matemática Moderna*. México: Editorial F. Trillas, S. A.

GEP (1991). *Ensino Secundário Unificado. Um Diagnóstico de Situação*. Lisboa: Gabinete de Estudos e Planeamento do Ministério da Educação. Ministério da Educação.

Lemos Pires, E. (1987). *Lei de bases do Sistema Educativo. Apresentação e comentários.* Porto: Edições Asa.

Marques, O. (1981). *História de Portugal, Volume III*. Lisboa: Palas Editores.

Matoso, J. (1994). *História de Portugal*, 8ºvolume. Lisboa: Círculo de Leitores.

Pinto Leite, R. (1973). A *Reforma do Sistema Educativo.* Lisboa: Ministério da Educação Nacional.

Rocha, F. (1987). Fins *e Objectivos do Sistema Escolar Português. 1.Período de 1820 a 1926*. Aveiro: Livraria Estante Editora.

Tavares Emídio, M. (1981). Ensino Secundário. In Silva, M., Tamen, M. I. (Ed.), *Sistema de Ensino em Portugal* (pp. 191-221). Lisboa: Fundação Calouste Gulbenkian.

Valente, V. P. (1973). O *Estado Liberal e o Ensino: Os liceus portugueses (1834-1930),* Lisboa: Cadernos Gis.

Sebastião e Silva, J. (1951). A Análise Infinitesimal no Ensino Secundário, *Gazeta de Matemática nº49*, pp. 1-4.

8

A matemática na estrutura curricular no ensino secundário (até meados do séc. XX)

Carlos Grosso
Escola Superior de Educação João de Deus
c.grosso@clix.pt

Questões da actualidade

Falando para um conjunto de personalidades que desenvolvem as suas actividades profissionais na área da educação creio que posso dizer que é do conhecimento geral que o ensino da Matemática, em particular nos ciclos de estudos que se situam entre o ensino primário e o ensino superior, tem estado nas últimas décadas, mergulhado numa crise que preocupa pedagogos, pais e professores, e que frequentemente é alvo da atenção dos media.

Quantas vezes, nas primeiras aulas do secundário, encontramos alunos, com muitos anos de escola, a perguntar “Para que é que serve a Matemática?”, ou a afirmar “Matemática? Não vale a pena, professor. Já sei que não consigo!”

As dificuldades com o ensino e a aprendizagem desta disciplina vão sendo diagnosticadas, vão sendo propostas algumas medidas para as ultrapassar, mas o que é certo é que os resultados continuam a deixar-nos inquietos e com a motivação suficiente para continuarmos a efectuar investigações nesta área.

Nas Recomendações para o ensino e a aprendizagem da Matemática no século XXI, Paulo Abrantes, cuja memória certamente ainda traz dor e saudade ao coração de muitos dos presentes, lembra que:

> Nas últimas décadas, o ensino da Matemática tem vivido em estado de crise quase permanente. Na verdade, esta disciplina é uma das que mais contribui para o insucesso escolar em todos os níveis de escolaridade. (1998, p. 1)

Para Eduardo Marques de Sá, a Matemática “tem o fado e a sina de ser a janela de onde melhor se observa” o Sistema Educativo. Na conferência de abertura do Encontro Nacional da SPM em 2002, defendeu que:

> Desde há muito que os resultados escandalosos dos exames do 12º ano nos dizem algo que não queremos ouvir... fomo-nos habituando a eles e, com o correr dos anos, fizemos dos cerca de 6 valores em 20 um padrão nacional, passivamente aceite. Criou-se, em muita gente, a ilusão de se tratar de algo exterior a nós.

No entanto, na opinião de Steven Krantz, as dificuldades não se devem exclusivamente às características próprias da disciplina, porque, conforme escreveu:

> Aprender Matemática elementar é tão difícil como aprender a tocar guitarra. Mas há um tremendo estímulo dos outros para tocar bem guitarra. Esse estímulo é muito menor no caso da Matemática. (p. 43)

De facto, parece-me que as dificuldades com a disciplina de Matemática se devem, na sua maior parte, à falta de estímulo e de disponibilidade emocional para desenvolver o interesse pelas aprendizagens nesta área do conhecimento humano. Por isso, uma das preocupações centrais deste estudo foi procurar razões, determinar causas, que possam ter contribuído para provocar o afastamento, a quebra da motivação, da disponibilidade, do interesse em estudar Matemática, através de uma análise referenciada às condicionantes históricas das representações que se desenvolveram sobre a Matemática, e do lugar que esta disciplina foi tendo nas diversas reformas educativas que foram reorganizando o quadro dos estudos secundários.

Perspectiva histórica

Desenvolver uma perspectiva histórica sobre o estatuto de uma disciplina que se considera em crise, permite, necessariamente, melhorar o entendimento sobre a origem e natureza das questões que essa situação dificultosa traz, com naturalidade, à ribalta de muitos debates pedagógicos.

Como escreveu Adolfo Coelho em 1905, no opúsculo Exercicios Corporaes e Desenvolvimento Moral, “só se conhece bem no complexo das instituições humanas (e a educação é por certo a primeira dessas instituições) o que se conhece historicamente” (p. 6).

E, já próximo do início do século XXI, o historiador da educação Justino de Magalhães, assume que “a abordagem historiográfica revela-se das mais fecundas quando se intenta a explicação da complexidade educacional” (1998, p. 15).

Igualmente o matemático e notável historiador da educação, Luís de Albuquerque, deixou-nos o seguinte testemunho: "Através da história do ensino, pela análise das leis e das reformas que se encadearam, podemos em muitos casos surpreender a explicação correcta de certos factos que antes nos pareciam de significado obscuro ou impreciso" (Fernandes, 1988, p. 265).

Também João Barroso, na sua tese de doutoramento, argumenta que o conhecimento das séries legislativas permite reconstruir "a trama histórica" dos processos de organização do ensino:

> Pelas suas características, os diplomas legais constituem um "corpus" documental imprescindível para o estudo da retórica oficial sobre a reforma educativa (...) não só pelas medidas que preconizam, mas também pelo discurso legitimador que acompanha a legislação de maior importância, onde são apresentados os fundamentos da racionalidade administrativa em que se baseiam (p. 31).

Foram estes referenciais que contribuíram significativamente para o meu interesse em procurar, em termos históricos, o lugar da Matemática no Ensino Secundário.

Representações

A par da análise das reformas de que foi alvo a instrução secundária, e em particular a instrução secundária liceal, considerei também que deveria explorar o tipo de representações sobre a Matemática que, de uma forma mais ou menos explícita, eram assumidas tanto nos documentos legislativos como em discursos de matemáticos, de filósofos, ou de professores de Matemática que se dispunham a partilhar as suas reflexões sobre esta disciplina.

No artigo "A Ciência e a Autoridade", publicado em 1959 na Revista Labor, o professor Figueiredo de Vasconcelos, sublinha que os grandes cientistas dos séculos XVI e XVII "viram na Matemática a chave do conhecimento da natureza, formulando as suas leis num critério de visão quantitativa do Universo." Kepler (1571-1630) afirmou:

> Onde há matéria, há geometria; o homem nada pode conhecer perfeitamente senão quantidades ou por meio de quantidades. E Galileu (1564-1642) escreveu: o livro da natureza está escrito em linguagem matemática e os símbolos dessa escrita são triângulos, círculos e outras formas geométricas, sem cujo auxílio é impossível compreender uma só palavra (p. 218).

No mesmo sentido vão as palavras de Immanuel Kant, nos Princípios Metafísicos da Ciência da Natureza, onde afirma que, "em toda a teoria particular da natureza se pode apenas encontrar tanta ciência genuína quanta a matemática com que aí se depare" (p. 16).

Quando este texto foi escrito, o genial matemático Karl Frederich Gauss (1777-1855) tinha doze anos, e veio a aderir claramente a esta representação da Matemática, assumindo que a Matemática é a rainha das ciências.

Efectivamente, este tipo de representações sobre a Matemática criou raízes de tal forma que, durante grande parte do século XX, ainda se encontram muitos textos que valorizam a Matemática de forma semelhante.

Vejamos mais alguns excertos de discursos que transmitem representações sobre a Matemática e que a distinguem qualitativamente das restantes disciplinas.

Para o pedagogo e matemático Gaston Mialaret, "uma formação matemática dá, desde logo, um enriquecimento conceptual que não pode ser ministrado por nenhuma outra disciplina" (1975, p. 25). E na opinião do filósofo e epistemólogo Gilles-Gaston Granger, "a inteligibilidade matemática tem sido considerada, em certas épocas da história das ciências e da filosofia, como a forma mais perfeita de inteligibilidade" (p. 143).

Referindo-se a esta majestosa representação da Matemática como a rainha das ciências, detentora da mais perfeita forma de inteligibilidade, Bento de Jesus Caraça, socorrendo-se de uma grande dose de optimismo, escreve:

> De todos os lados assistimos a uma invasão crescente da vida moderna pela Matemática, a uma matematização das ciências que dia a dia se tornam mais imprescindíveis aos homens. De modo que a orgulhosa rainha das ciências, até aqui rainha distante, encerrada num Mont-Salvat mal abordável, tende a tornar-se numa companheira democratizada e querida de todos nós (1978, p. 295).

Estas são, evidentemente, palavras de um homem apaixonado, não só pela Matemática mas também pela ideia de uma sociedade onde o acesso ao conhecimento é uma questão fulcral para a democratização da mesma.

Na verdade, a Matemática tem sido e continua a ser entendida como uma disciplina imprescindível à racionalidade científica, cujo domínio de aplicação se encontra numa fase de desenvolvimento jamais vista, e que, consequente-mente, deve merecer o lugar de destaque que, como veremos, o sistema de ensino lhe foi conferindo.

Nas palavras do professor de Matemática, Tenório de Figueiredo, "as ciências têm uma acção preponderante no desenvolvimento mental do indivíduo e, entre elas, a Matemática ocupou sempre uma posição primacial, em todos os tempos e na organização do ensino médio de todos os países" (p. 30).

Também Eusébio Tamagnini, em 1928, meia dúzia de anos antes de ser nomeado Ministro da Educação, ao discursar sobre o valor pedagógico relativo dos diferentes grupos de estudos, refere que "a interpretação dos mais simples fenómenos da natureza está relacionada com a necessidade de conhecimentos matemáticos, ainda que elementares, facto que justifica o lugar proeminente que o estudo da Matemática sempre tem ocupado nos programas escolares" (p. 275).

Pouco depois, em 1932, o professor Ferreira de Macedo sublinha que, no conjunto das disciplinas liceais, algumas distinguem-se das restantes por serem básicas e essenciais:

> As disciplinas liceais agrupam-se em volta de disciplinas fundamentais integrando-se todas num conjunto, que dá a cultura geral própria da escola secundária. É a Matemática uma dessas disciplinas fundamentais; convizinhando, pela semelhança dos métodos a ensinar, com a outra, também fundamental, que é o Latim, a Matemática é, de direito, a base de todo o ensino, chamado científico, que no liceu se realiza (p. 331).

Apesar do contínuo sublinhar do lugar proeminente que cabe à Matemática no quadro do conhecimento humano, Pacheco Amorim, professor e autor de compêndios liceais, reconhecia com tristeza, que a tendência é para que se veja a Matemática como "uma disciplina como qualquer outra":

> Infelizmente, porém, as matemáticas não têm nas Escolas o lugar proporcionado ao seu papel na vida real. A Matemática é hoje nas aulas uma disciplina como qualquer outra. Nas aulas e na legislação escolar. E é triste notar que este mal já foi menor. Houve já em Portugal uma Faculdade de Matemática autónoma, e num tempo que felizmente não vai longe, a Matemática era tida e havida nos liceus por professores e alunos, como a disciplina fundamental (p. 10).

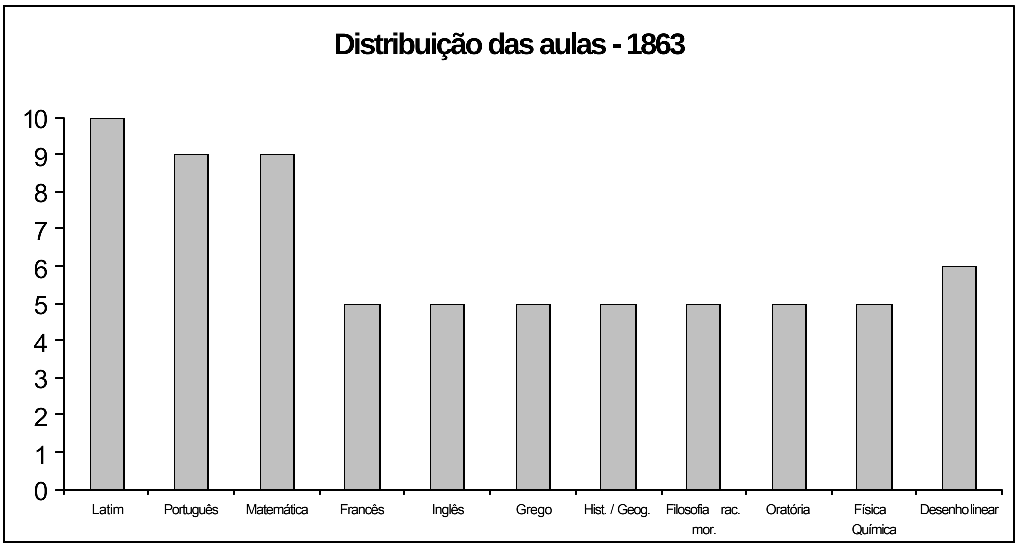
De facto, enquanto que na transição do século XIX para o século XX, se exigia a aprovação em Matemática como condição para a transição de ano, e ainda durante o primeiro quartel do séc. XX se dedicavam sempre intervalos de tempo mais alargados para a realização das provas de exame de Matemática, estas distinções vêm a desaparecer dos documentos oficiais, apesar de se continuar a representar esta disciplina como uma espécie de gramática do raciocínio, essencial e imprescindível na educação secundária.

Carga horária e anos de estudo

Passo agora a um brevíssimo resumo da análise efectuada aos diplomas que sustentaram as sucessivas reformas educativas, desde a Reforma de Passos Manuel, que criou os Liceus em 1836, até à Reforma de 1947, organizada por Pires de Lima, o ministro que deteve a pasta da educação durante o período mais alargado de tempo – mais de oito anos –, onde procuro determinar o lugar atribuído à disciplina de Matemática na organização dos estudos secundários.

Num estudo de vários historiadores da educação, entre os quais John Meyer, sobre os modelos mundiais de desenvolvimento dos currículos, estabelece-se que a importância relativa de cada matéria pode ser aferida pela quantidade de tempo curricular total que lhe é dedicada. Foi com este critério que orientei a análise dos diplomas legislativos que implementaram as diversas reformas do ensino. Vejamos apenas alguns exemplos.

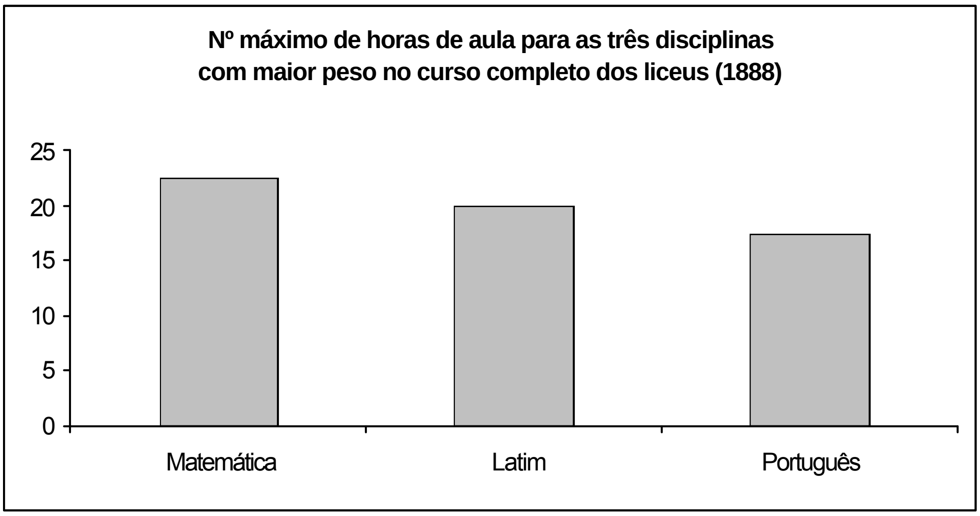
Nos primeiros documentos que organizam o ensino liceal (a Reforma de Passos Manuel – 1836 e a Reforma de Costa Cabral – 1844), não se estabelecem as cargas horárias que se devem dispensar para cada disciplina. Mas em 1863, o somatório das cargas horárias semanais ao longo de todos os anos liceais, distribuía-se conforme o seguinte gráfico.



Neste gráfico percebe-se com facilidade que há um conjunto de três disciplinas que se destaca claramente das restantes, constituindo o núcleo duro da instrução secundária da época. Essas disciplinas são, por ordem, o Latim, o Português e a Matemática.

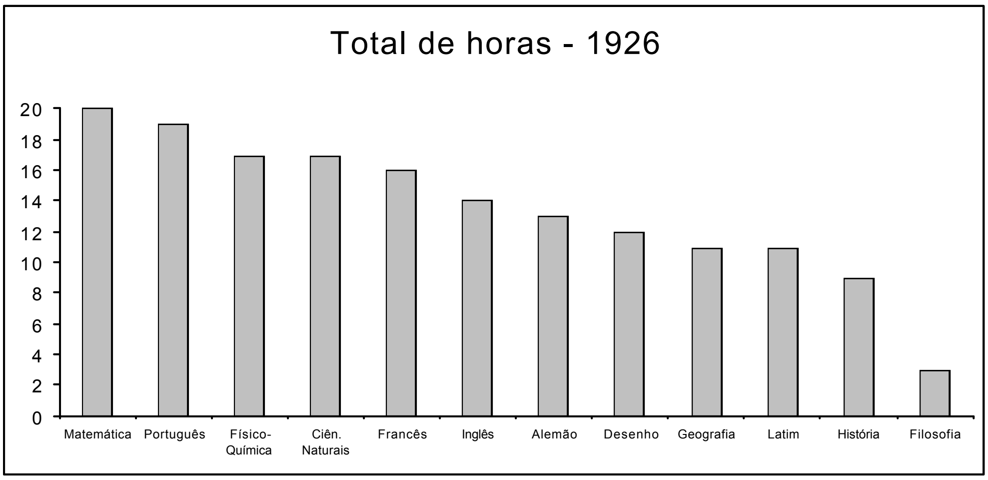
A posição relativa destas três disciplinas nos três primeiros lugares da distribuição das cargas horárias foi sendo alterada pelas reorganizações implementadas, numa tendência clara para a disciplina de Matemática vir a ocupar o lugar de topo na lista das disciplinas, quando ordenadas pelas cargas horárias atribuídas.

Por exemplo, na última das três reformas do ensino liceal que Luciano de Castro implementou na década de oitenta do século XIX, a Matemática é a disciplina que ocupa o maior número de horas de aula para o curso completo dos liceus, ultrapassando o Latim e o Português.



Demos agora um salto de quatro décadas, até à reforma de Ricardo Jorge, promulgada já no período da ditadura decorrente do golpe militar de 28 de Maio de 1926.

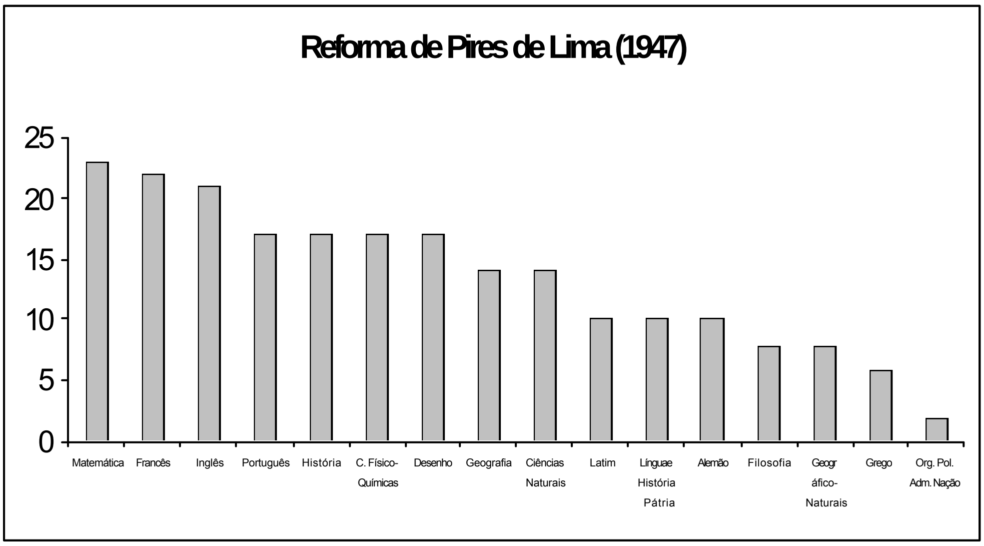
Podemos aqui voltar a constatar que a disciplina de Matemática se mantém no primeiro lugar da distribuição do número de horas de aula, com a disciplina de Latim a ser relegada para um dos últimos lugares, apenas à frente da História e da Filosofia.



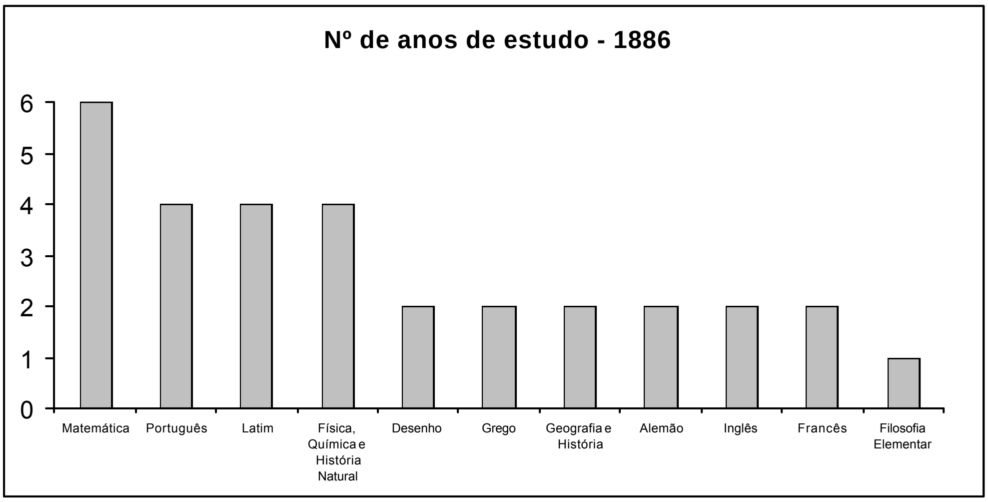
E porque o tempo disponível para esta comunicação é naturalmente limitado, saltemos para a última das reformas analisadas, a reforma de 1947 da responsabilidade de Pires de Lima.

Numa linha coerente com as reformas anteriores e segundo o critério defendido por John Meyer, a Matemática continua a ser a disciplina com maior importância relativa, atendendo ao número de horas de aula que lhe é atribuído. Esse valor ultrapassa em 70% a média da distribuição das cargas horárias pelas diversas disciplinas.

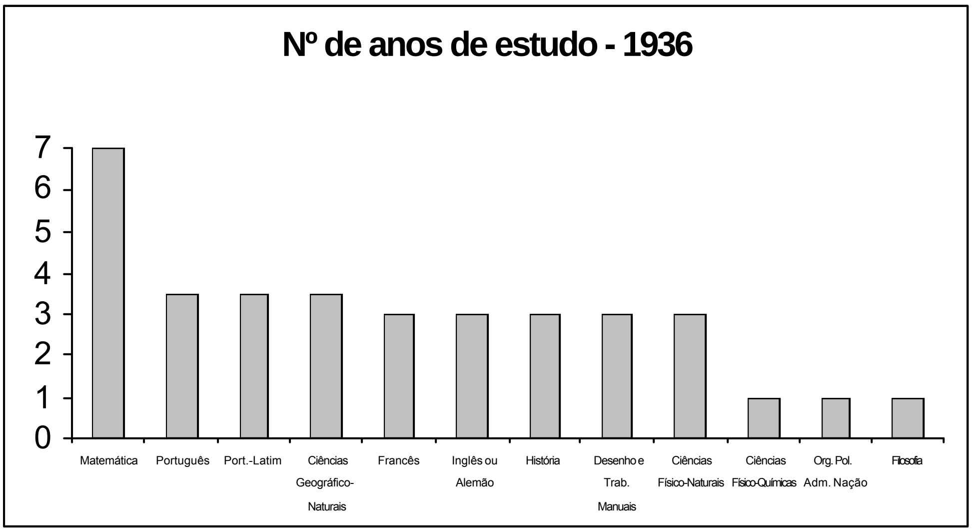
É claro que o somatório das cargas horárias semanais que se praticam ao longo do ensino secundário, tem alguma relação com o número de anos que se atribuem a cada disciplina no plano de estudos. Se ordenarmos as disciplinas de acordo com o número de anos de estudo, verifica-se que a Matemática foi sempre posicionada no primeiro lugar, algumas vezes partilhando-o com o Português ou com o Latim.



Só para dar dois exemplos, com uma distância de meio século entre si, vejamos as distribuições do número de anos de estudo em 1886, altura em que o curso completo dos liceus tinha a duração de seis anos. Naquela época, a Matemática é a única disciplina que é estudada ao longo dos seis anos liceais, enquanto que para as restantes o estudo era efectuado apenas em quatro, dois ou até um único ano, como era o caso da Filosofia Elementar.

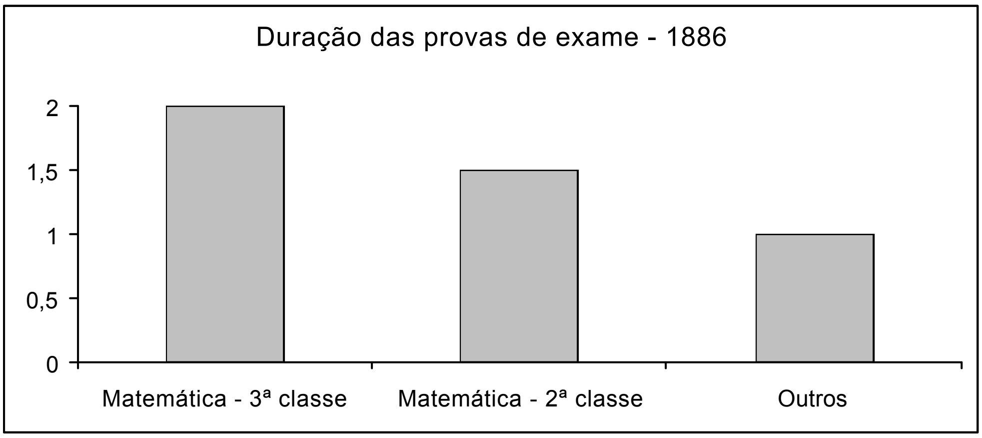


Cinquenta anos depois, em 1936 (Reforma de Carneiro Pacheco), com o curso liceal completo com sete anos de duração, a distribuição do número de anos de estudo faz com que a Matemática se destaque ainda mais das restantes, sendo mais uma vez a única disciplina a fazer parte dos planos curriculares ao longo dos sete anos liceais e atingindo o dobro ou mais dos anos de estudo que se atribuíam às outras disciplinas liceais.

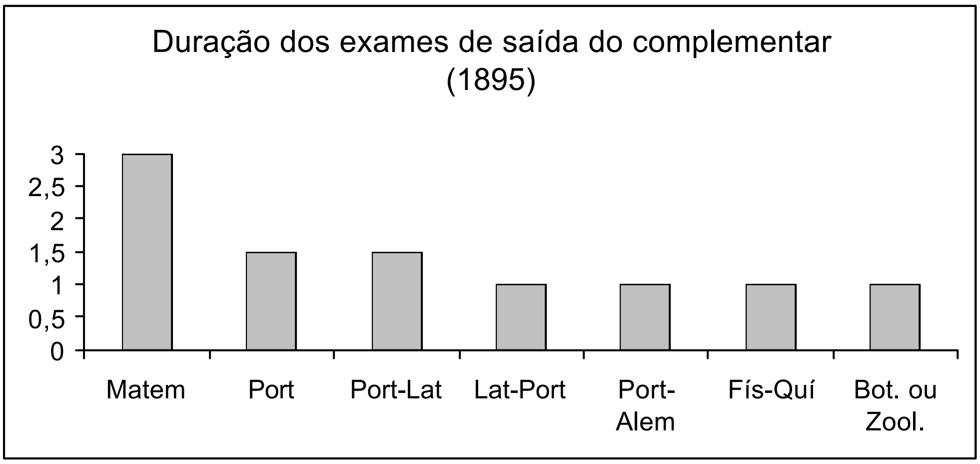


Além da análise da carga horária semanal e do número de anos de estudo, um outro critério que me ajudou a determinar o lugar da Matemática na organização dos estudos secundários, baseou-se nas distinções com que esta disciplina era tratada no que diz respeito aos regulamentos das provas de exame. Nas reformas analisadas pude constatar diversas regulamentações específicas para a disciplina de Matemática, onde se foi estabelecendo, até ao final da 1ª República, que os intervalos de tempo para a realização das provas dos exames de Matemática eram superiores aos das restantes disciplinas.

Por exemplo, nas últimas décadas do século XIX, o tempo dispensado para os exames de Matemática distinguia-se nitidamente daquele que se determinava para os restantes exames. Observando o gráfico relativo à reforma de 1886, vemos que para o exame de Matemática da última classe liceal (3ª classe – 5º e 6º ano) se regulamentam 2 horas de duração, para o exame de Matemática da 2ª classe (3º e 4º ano), hora e meia, enquanto que para todos os outros exames a duração estabelecida é de apenas uma hora.



Semelhante situação se verificava com a reforma de Jaime Moniz em que, por exemplo, nos exames terminais do curso complementar, estava estabelecido para a prova de Matemática um intervalo de tempo correspondente a 200% ou a 300% da duração prevista para os restantes exames.



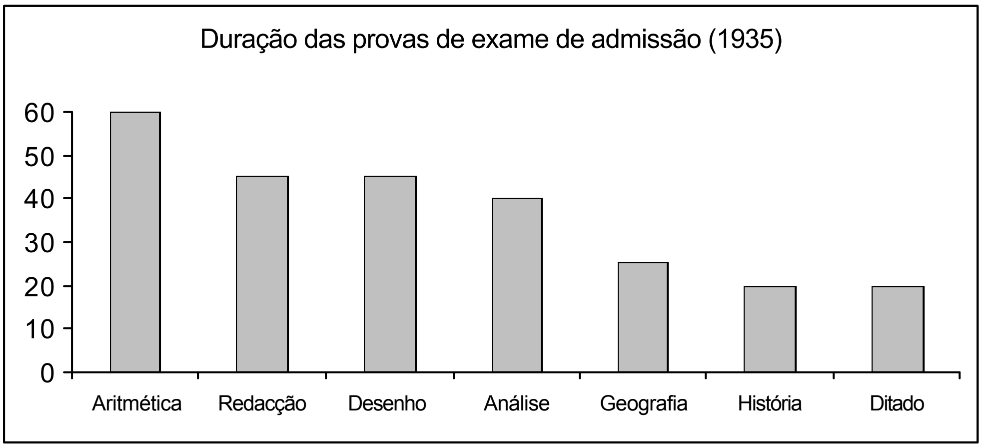
A partir de 1926 esta distinção desaparece dos regulamentos, estabelecendo-se, desde então, a mesma duração para todos os exames do curso liceal. Não obstante, relativamente aos exames de admissão aos liceus continuaram ainda a observar-se disposições que distinguem as provas de exame associadas à disciplina de Matemática.

Em 1936, Oliveira Guimarães, inspector do ensino e autor de relatórios sobre os exames de admissão considera que:

> o exame de Aritmética é a prova preferencial para efectuar a selecção dos candidatos, porque é considerada a prova de exame com maior objectividade, e também porque é um exame que se aproxima, com assimetrias pouco pronunciadas, da curva ideal de Gauss. Na análise dos resultados de 1935 a coincidência foi quase perfeita. (p. 612)

Para além destas considerações qualitativas, pode verificar-se que o intervalo de tempo estabelecido para a prova de Aritmética continua a ser superior ao das restantes provas.

O exame de admissão compreendia as provas de Análise, de Aritmética, de Ditado, de Redacção, de Geografia, de História e de Desenho, e como se observa no gráfico, é à prova de Aritmética que é dispensado o maior intervalo de tempo.



Acrescento ainda que o relatório dos exames de admissão realizados em 1937, inclui um "ranking" de escolas, elaborado exclusivamente a partir das médias obtidas na prova de exame de Aritmética. Perante os resultados dessa prova de exame, o relator, Oliveira Guimarães, propõe que eles possam servir para marginalizar alguns professores, que classifica de deficientes, ou para pôr de parte algumas escolas que, pelos resultados obtidos na prova de Aritmética, entende que são mal dirigidas, atribuindo a esta prova de exame a capacidade para fazer de fiel da balança no julgamento de professores e de escolas.

Conclusão

Perante o estudo que efectuei e do qual vos apresentei apenas alguns excertos, não me parece que possam restar grandes dúvidas sobre o lugar proeminente que a Matemática foi ocupando na organização da instrução secundária, ao longo do período analisado, ou seja, desde que foram criados os liceus até meados da centúria de Novecentos.

Em meu entender, essa posição primacial é merecida, mas arrasta consigo uma enorme responsabilidade, uma responsabilidade acrescida, como é natural, pelo lugar de topo que a Matemática ocupa.

Terá havido tempos em que os seres humanos estavam mais dispostos a conceber e a receber influências divinas mas creio que esses não são os tempos actuais. Actualmente não podemos defender a Matemática como David Hume ou Lord Kelvin, dizendo que todo o raciocínio que não se baseie em quantidades "é pobre e insatisfatório" ou "pode ser atirado ao fogo por não conter senão falácia ou ilusão", ou defendê-la pelo "influxo das suas texturas especiais sobre o espírito", como foi feito no preâmbulo de uma das principais reformas do ensino liceal – a reforma de Jaime Moniz.

Felizmente a história científica, cultural e social do século XX contribuiu para que fossem derrubados alguns mitos, e a representação da Matemática, qual inefável rainha, associada à ideia de perfeição, de ciência absoluta e imaculada, colocada além das imperfeições dos humanos e das suas sociedades, é imerecida e é absolutamente imprópria para ser capaz de seduzir e motivar a disponibilidade emocional da larga maioria dos jovens, sem a qual serão improfícuas as horas de aulas que o plano de estudos do ensino secundário lhe dedica, nem que sejam muitas.

O ensino da Matemática, muitas vezes resguardado nas representações majestosas que vimos serem-lhe atribuídas, teve dificuldade em se modernizar, em angariar esforços para justificar explicitamente a sua necessidade. Na grande maioria das reformas, o texto preambular nem sequer faz referência à disciplina de Matemática como, por exemplo, em 1926, com esta disciplina a ocupar o primeiro lugar em termos de carga horária, o Ministro Ricardo Jorge diz apenas que à Matemática "concedeu-se a conveniente extensão".

Muitos legisladores e professores de Matemática não terão compreendido que não era suficiente proclamar a Matemática como disciplina fundamental, como a rainha das ciências, mas que era imperioso justificar, pormenorizadamente, a sua aplicabilidade na resolução de muitos dos problemas que os humanos têm para resolver, permitindo assim aos jovens estudantes compreender a sua necessidade em vez de ter que estudar uma disciplina considerada importantíssima, básica e essencial mas que não se esforça para demonstrar a sua humanidade, as suas imperfeições, que não se esforça para demonstrar claramente a sua necessidade, entendendo-a quase sempre como óbvia. "Obviamente" ou "Isso é óbvio!" – são expressões várias vezes repetidas ao longo de um curso superior de Matemática.

O professor António Augusto Lopes, no artigo "Reflexões sobre o ensino da Matemática", publicado na revista Labor em 1960, escreve:

> As condições de estudo que se oferecem aos nossos alunos são muito diferentes das de há trinta ou quarenta anos, por serem também diferentes as condições de vida social. No entanto, ensina-se como há mais de cinquenta anos – o que, parece-me, é completamente errado. (p. 633)

E continua:

> A vitória virá se formos abandonando as nossas próprias torres de marfim e formos capazes de descer a Matemática do pedestal de

> adoração em que a temos mantido. Temos sido seus cegos amantes, e tão cegos que nem vimos esta coisa simples: tal como a temos ensinado, os alunos não podem abrir os olhos, nem levantar os braços para ela. (idem)

E propõe:

> Apresentemo-la ligada à realidade física e à vida de todos os dias, desçamo-la ao nível dos nossos rapazes e raparigas – que assim lançaremos as bases para uma parte da vitória ambicionada: eles irão mais longe do que nós, e melhor hão-de poder contemplar as belezas de que, transitoriamente, a despimos. (idem)

Provavelmente ainda demasiado refém deste passado histórico, em que lhe foi reservado um lugar indiscutível no núcleo duro em torno do qual se organizam os estudos secundários, o ensino da Matemática necessita de continuar a apostar numa renovação, que seja capaz de sustentar o estatuto desta disciplina como uma construção cognitiva, científica e didáctica, belíssima, encantadora, básica e essencial mas não sobre-humana e, como tal, eivada de virtudes e deficiências que não lhe diminuem, de modo algum, a magia que lhe é própria e que acaba por seduzir todos quantos se dedicam ao seu estudo.

A herança cultural da alegoria platónica da caverna, opondo o mundo das sombras em que vivemos, ao mundo dos ideais onde se encontram os objectos matemáticos, condicionou a representação conceptual dominante que tende a colocar os jovens aprendizes numa posição demasiado pequenina em relação à grandeza da Matemática. "A Matemática é rainha", "a Matemática é perfeita", "a Matemática está num pedestal de adoração", "a Matemática tem estado encerrada num Mont-Salvat mal abordável", são representações que colocam a Matemática como um conhecimento tendencialmente inacessível. A Matemática, por muito luminosa que seja, não vem do mundo das luzes, não nos chega de cima, como a luz do Sol. A Matemática chega-nos, sobretudo, através da observação do mundo ao nosso nível, trabalhada pelas capacidades de abstracção e generalização que possuímos.

Não posso entender que o Homem se coloque numa posição subalterna em relação à Matemática. Pelo contrário, defendo que a Matemática deve ser abordada com um subproduto das nossas capacidades de observação e de raciocínio que, embora extremamente belo, é muito limitado na explicação dos fenómenos da vida. Quando representamos uma situação real por uma equação matemática, não é a realidade que ali está, mas apenas uma expressão muito condicionada da realidade. A realidade é muito mais rica e complexa. Se tivéssemos que hierarquizar, devíamos colocar a equação matemática abaixo da realidade, porque mais pobre, e não entendê-la como estando acima do real, como muito frequentemente se faz. A Matemática, apesar de ser tão útil no desenvolvimento das capacidades de raciocínio e na resolução de muitos problemas, tem de ser encarada como um conhecimento que fica muito aquém da realidade e da grandeza humana. Para os problemas que podemos aprender a resolver na escola, a Matemática é de grande utilidade, mas de pouco serve para resolver muitos dos principais problemas com que nos debatemos ao longo da vida.

Terminando, defendo que uma representação social forte sobre os conhecimentos em Matemática, assente em estudos diversificados que demonstrem a sua utilidade e a sua necessidade, explicitada pormenorizadamente e com clareza, há-de ter uma boa influência no sentido de promover uma atitude positiva dos alunos em relação a esta disciplina.

Referências

Volumes e imprensa pedagógica

Abrantes, Paulo (coord.) (1997). *Inovação Curricular em Matemática*. Lisboa: Fundação Calouste Gulbenkian.

Abrantes, Paulo (1998). *Matemática 2001 – Recomendações para o Ensino e Aprendizagem da Matemática*. Lisboa: Associação de Professores de Matemática.

Adão, Áurea (1998). "As Câmaras Municipais e as Alterações das Políticas Educativas em Portugal, nos Últimos Decénios do Século XIX – O caso do Ensino Secundário". In Magalhães, Justino (org.), *Fazer e Ensinar História da Educação*. Braga: Universidade do Minho.

Adão, Áurea (1999). "Os primeiros anos de ensino liceal: realidades, necessidades". In Fernandes, Rogério & Magalhães, Justino (orgs.), *Para a História do Ensino Liceal em Portugal – Actas dos Colóquios do I Centenário da Reforma de Jaime Moniz (1894-1895)*. Braga: Secção de História da Educação da Sociedade Portuguesa de Ciências da Educação.

Almeida, A. Marques de (1997). *Estudos de História da Matemática*. Colecção Inquérito Universidade. Lisboa: Editorial Inquérito.

Amorim, Diogo Pacheco (1943). *Compêndio de Geometria* (9ª ed.). Coimbra: Coimbra Editora.

Andrea, Eduardo Ismael Santos (1905). "O ensino da Matemática nos liceus". *Boletim da Associação do Magistério Secundário Oficial*. Fasc. VII, Junho a Agosto. Lisboa. pp. 215-217.

Andrea, Eduardo Ismael Santos (1912). *O que é e para que serve a Matemática*. Lisboa: Universidade Livre.

Apple, Michael (1997). *Os Professores e o Currículo: Abordagens Sociológicas*. Lisboa: Educa.

Arendt, Hannah (2000). "A Crise na Educação". In *Quatro Textos Excêntricos*. Lisboa: Relógio D'Água.

Azevedo, Rodrigo (1999). "O Liceu de Braga e a Reforma de Jaime Moniz". In Fernandes, Rogério & Magalhães, Justino (orgs.). *Para a História do Ensino Liceal em Portugal – Actas dos Colóquios do I Centenário da Reforma de Jaime Moniz (1894-1895)*. Braga: Secção de História da Educação da Sociedade Portuguesa de Ciências da Educação.

Barroso, João (1995). *Os Liceus – Organização Pedagógica e Administração (1836-1960)*. Lisboa: Fundação Calouste Gulbenkian e Junta Nacional de Investigação Científica e Tecnológica.

Benavot, Aaron & al. (1991). "El conocimiento para las masas. Modelos mondiales y curricula nacionales". *Revista de Educación*, nº 295, Mayo-Agosto. Madrid: Centro de Publicaciones del Ministerio de Educación y Ciencia. p. 317-344.

Brito, Jaime Xavier de (1929). "O ensino da Matemática nos liceus". *Actas do 2º Congresso Pedagógico do Ensino Secundário Oficial*. Lisboa: Imprensa Beleza. p. 109-125.

Campos, Agostinho de (1936). "João Franco e o Ensino". *Labor*, nº 75. Aveiro. pp. 54-57.

Caraça, Bento de Jesus (1932). "Considerações sobre alguns pontos do pr ograma de Matemática nos Liceus". *Boletim do Liceu Normal de Lisboa*, nº 3. pp. 359-362.

Caraça, Bento de Jesus (1978). *Conferências e Outros Escritos*. Lisboa: J. M. C. [Tip. António Coelho Dias].

Caraça, Bento de Jesus (1998). *Conceitos Fundamentais da Matemática* (2ª ed). Lisboa: Gradiva.

Carneiro, Roberto (1999). "Editorial". *Colóquio/Educação e Sociedade – Ensino Secundário: Desafios e Alternativas*. Lisboa: Fundação Calouste Gulbenkian.

Carvalho, Adalberto Dias (1988). *Epistemologia das Ciências da Educação* (2ª ed.). Porto: Edições Afrontamento.

Carvalho, Rómulo (1996). História *do Ensino em Portugal. Desde a Fundação da Nacionalidade até ao Fim do Regime de Salazar-Caetano (*2ª ed.). Lisboa: Fundação Calouste Gulbenkian.

Chervel, André (1991). "Historia de las disciplinas escolares. Reflexiones sobre un campo de investigación". *Revista de Educación*, nº 295, Mayo-Agosto. Madrid: Centro de Publicaciones del Ministerio de Educación y Ciencia. pp. 59-111.

Christo, Homem (1915). *Cartas de Longe – A Instrução Secundária em Portugal e em França*. Aveiro: Tipografia de António Conceição Rocha.

Coelho, Adolfo (1973). *Para a História da Instrução Popular*. Lisboa: Instituto Gulbenkian de Ciência.

Coelho, Eduardo José (1896). *Organização Geral do Ensino aplicável ao estado actual da nação portuguesa*. Porto: Imprensa Portuguesa.

Cunha, Pedro José da (1914). "Sobre o Ensino da Matemática nos Liceus". *Revista de Educação - geral e técnica*. Boletim da Sociedade de Estudos Pedagógicos. Série III, pp. 158-269, e continuação pp. 335-344.

Cunha, Pedro José da (1915). "O Ensino da Matemática nos Liceus". *Revista de Educação - geral e técnica*. Boletim da Sociedade de Estudos Pedagógicos. Série IV, pp. 3-19.

Cunha, Pedro José da (1926). "Algumas considerações sobre a organização de programas liceais". *Labor*, Ano I. Aveiro. pp. 255-258.

Fernandes, Rogério (1979). *A Pedagogia Portuguesa Contemporânea*. Lisboa: Instituto de Cultura Portuguesa.

Fernandes, Rogério (1988). "História da Educação, História das Mentalidades, História da Cultura". In *1º Encontro de História da Educação em Portugal*. Lisboa: Fundação Calouste Gulbenkian. pp. 255-273.

Ferreira, José Luis (1953). "O curso de 1898 a 1903 (e 1905) – Memórias desde há 55 anos". *1º Centenário do Liceu Nacional de Viana do Castelo (1853-1953)*. Viana do Castelo.

Figueiredo, Tenório de (1937). "A evolução histórica de algumas questões de Matemática elementar". *Boletim do Liceu Pedro Nunes*, nº 13. pp. 29-47.

François, Eliseu Pato (1946). *Anuário do Liceu Padre Jerónimo Emiliano de Andrade*. Angra do Heroísmo: Oficina Diário Insular.

Gil, J. Machado (1964) "Fé numa outra Matemática para os Liceus". *Labor.* Ano XXIX. Aveiro. pp. 206-207.

Gomes, Joaquim Ferreira (1996). Estudos *Para a História da Educação no Século XIX*. Lisboa: Instituto de Inovação Educacional.

Goodson, Ivor (1991). "La construcción social del currículum. Posibilidades y ámbitos de investigación de la historia del currículum". *Revista de Educació*n, nº 295, Mayo-Agosto. Madrid: Centro de Publicaciones del Ministerio de Educación y Ciencia. pp. 7-37.

Goodson, Ivor (1997). *A Construção Social do Currículo.* Lisboa: Educa.

Granger, Gilles-Gaston (1999). "Matemática e Inteligibilidade". In *Ministério da Ciência e da Tecnologia. A Ciência Tal Qual Se Faz.* Lisboa: Edições Sá da Costa.

Guimarães, José J. Oliveira (1936). "Exames velhos e exames novos". Labor, Vol. X, Abril. Aveiro. pp. 609-619.

Guimarães, José J. Oliveira (1937). "Relatório geral dos exames de admissão aos liceus realizados em 1936". *Diário do Governo,* nº 29 – 2ª série, de 4 de Fevereiro. pp. 531-545.

Guimarães, José J. Oliveira (1938). "Relatório geral dos exames de admissão aos liceus realizados em 1937". *Diário do Governo,* nº 34 – 2ª série, de 11 de Fevereiro. pp. 713-723.

Guimarães, José J. Oliveira (1940). "Relatório dos exames de admissão aos liceus". *Liceus de Portugal*, Outubro. Lisboa: Ministério de Educação – Direcção Geral do Ensino Liceal. pp. 5-14.

Hopmann, Stefan (1991). "Las múltiples realidades de la elaboración de la política curricular". *Revista de Educación*, nº 296, Septiembre-Diciembre. Madrid: Centro de Publicaciones Ministerio de Educación y Ciencia. pp. 43-71.

Júnior, António Salgado (1936). "Dos "Estudos Menores" ao "Ensino Secundário". *Labor*, nº 75, Outubro. Aveiro. pp. 1-30.

Johannesson, Ingolfur (1991). "Por qué estudiar las reformas y los reformadores?". *Revista de Educación*, nº 296, Septiembre-Diciembre. Madrid: Centro de Publicaciones del Ministerio de Educación y Ciencia. pp. 99-136.

Kant, Immanuel (1990). *Primeiros Princípios Metafísicos da Ciência da Natureza.* Lisboa: Edições 70.

Krantz, Steven (2000). *Como Ensinar Matemática*. Lisboa: Gabinete de Estudos para o Ensino Pré-Universitário da Sociedade Portuguesa de Matemática.

Lapa, Rodrigues (1936). "A criação dos liceus na reforma de Passos Manuel". *Labor*, nº 75, Outubro. Aveiro. pp. 334-337.

Leça, Riba (1947). "Nova Reforma do Ensino Secundário". *Brotéria*, vol. XLIV, fasc. 2, Fevereiro. pp. 310-320.

Lima, Iolanda (1958). "O Ensino da Matemática Elementar: Finalidade, Conteúdo, Didáctica". *Palestra – Revista de Pedagogia e Cultura*, nº 3. Liceu Normal de Pedro Nunes. pp. 58-74.

Lopes, António Augusto (1960). "Reflexões sobre o ensino da Matemática". *Labor*, nº 195, Junho. Aveiro. pp. 633-648

Macedo, António Ferreira (1932). "Os programas e o ensino da Matemática nos Liceus". *Boletim do Liceu Normal de Lisboa*, nº 3. pp. 330-358.

Magalhães, Justino (org.) (1998). *Fazer e Ensinar História da Educação.* Braga: Universidade do Minho.

Magalhães, Justino (2000). *História da Educação, História das Instituições Escolares e das Práticas Educativas.* Braga: Universidade do Minho.

Manno, Ambrogio Giacomo (s/d). *A Filosofia da Matemática*. Lisboa: Edições 70.

Matos, João Filipe (1993). "Atitudes e Concepções dos Alunos: Definições e Problemas de Investigação". In *Secção de Educação Matemática da Sociedade Portuguesa de Ciências da Educação. Educação Matemática*. Lisboa: Instituto de Inovação Educacional.

Matos, José Manuel (1993). "Conhecimento, Sociedade e Afectividade". In Secção de Educação Matemática da Sociedade Portuguesa de Ciências da Educação. *Educação Matemática*. Lisboa: Instituto de Inovação Educacional.

Mendes, J. B. (1947). "Questões de Ensino. A Reforma de 1936". *Brotéria*, Vol. XLIV, fasc. 2, Fevereiro. pp. 137-155.

Meyer, John (2000). "Globalização e Currículo: Problemas Para a Teoria em Sociologia da Educação". In Nóvoa, António & Schriewer, Jürgen (eds.). *A Difusão Mundial da Escola*. Lisboa: Educa.

Mialaret, Gaston (1975). *A Aprendizagem da Matemática*. Coimbra: Livraria Almedina.

Mialaret, Gaston (1980) *As Ciências da Educação*. Colecção Psicologia e Pedagogia, 2ª edição. Lisboa: Moraes Editores.

Ministério da Educação (1989). *As Reformas do Ensino em Portugal, 1835-1869*. Secretaria Geral. Tomo I - vol. I.

Ministério da Educação (1991) *As Reformas do Ensino em Portugal, 1870-1889*. Secretaria Geral. Tomo I - vol. II.

Ministério da Educação (1992) *As Reformas do Ensino em Portugal, 1890-1899*. Secretaria Geral. Tomo I- vol. III

Ministério da Educação (1996) *As Reformas do Ensino em Portugal, 1900-1910*. Secretaria Geral. Tomo I - vol. IV, 1ª parte e 2ª parte.

Monteiro, Amélia Lopes (1920). *Ensino da Matemática nos liceus*. Dissertação para Exame de Estado na Escola Normal Superior de Coimbra. Porto: Escola Tipográfica da Oficina de S. José.

Monteiro, Cecília (1993). "Mudam-se Concepções, Mudam-se Práticas". In Secção de Educação Matemática da Sociedade Portuguesa de Ciências da Educação. *Educação Matemática*. Lisboa: Instituto de Inovação Educacional.

Müffler, Francisco Humberto (1891). "Algumas considerações sobre a reforma do ensino secundário". *Revista dos Liceus*, vol. 1. Lisboa. pp. 433-439.

Nobre, José Barros (1936). "1º Centenário da criação dos Liceus em Portugal". *Labor*, nº 75, Outubro. Aveiro. pp. 31-51.

Nóvoa, António (1997). Nota de Apresentação a Ivor Goodson. *A Construção Social do Currículo*. Lisboa: Educa.

Nóvoa, António (1998). "História da Educação, Novos Sentidos, Velhos Problemas". In *Fazer e Ensinar História da Educação*. Braga: Universidade do Minho.

Pinto, Francisco Leite (1931). "Só duas palavras a propósito do nosso ensino das Matemáticas". *Labor* nº 29, Janeiro. Aveiro. pp. 14-16.

Planchard, Emile (1945). "Exames escolares e o seu valor de selecção". *Brotéria*. Vol. XL. pp. 6-16.

Ponte, João Pedro (1993). "Concepções dos Professores de Matemática e Processos de Formação". In Secção de Educação Matemática da Sociedade Portuguesa de Ciências da Educação. *Educação Matemática*. Lisboa: Instituto de Inovação Educacional.

Proença, Mª Cândida (1999). "O significado Histórico-Educativo da Reforma de Jaime Moniz". In Fernandes, Rogério & Magalhães, Justino (orgs.). Para a História do Ensino Liceal em Portugal – *Actas dos Colóquios do I Centenário da Reforma de Jaime Moniz (1894-1895)*.

Braga: Secção de História da Educação da Sociedade Portuguesa de Ciências da Educação.

Radice, Lucio Lombardo (1985). *A Matemática de Pitágoras a New ton*. Lisboa: Edições 70.

Reis, Cândida (1958). "O Ensino da Matemática Elementar: Finalidade, Conteúdo, Didáctica". *Palestra – Revista de Pedagogia e Cultura*, nº 1. Lisboa: Liceu Normal de Pedro Nunes. pp. 127-128.

Russel, Bertrand (1990). *O Poder – Uma nova análise social. Lisboa*: Editorial Fragmentos.

Russel, Bertrand (2000). "As Funções de um Professor". In *Quatro Textos Excêntricos*. Lisboa: Relógio D'Água.

Sá, Eduardo Marques de (2002). "Caminhos para a Formação de Matemáticos e de Professores de Matemática". *Boletim* nº 46, Abril. Lisboa: Sociedade Portuguesa de Matemática. pp. 3-18.

Sampaio, Álvaro (1927). "A nossa atitude perante a reforma do ensino secundário". *Labor*, nº 5. Aveiro. pp. 34-35.

Santos, Boaventura Sousa (2001). *Um Discurso Sobre as Ciências* (12ª ed.). Porto: Edições Afrontamento.

Silva, J. Sebastião e (1968). "Amanhã a Matemática "comanda" a Humanidade". *Diário de Notícias*, 23 de Janeiro.

Struik, Dirk Jan (1989). *História Concisa das Matemáticas*. Lisboa: Gradiva.

Swaan, Abram de (1991). "El Curriculum Elemental como Código Nacional de Comunicación". *Revista de Educación*, nº 295, Mayo-Agosto. Madrid: Centro de Publicaciones del Ministerio de Educación y Ciencia. pp. 207-289.

Tamagnini, Eusébio (1928). "Questões de Educação Secundária: os programas, valor pedagógico relativo dos diferentes grupos de estudos: matemáticas". *Arquivo Pedagógico*, nº 3. Boletim Escola Normal Superior de Coimbra. pp. 272-280

Vasconcelos, José de Figueiredo (1959). "A Ciência e a Autoridade". *Labor*, nº 189. Dezembro. Aveiro. pp. 211-225.

Vasconcelos, José de Figueiredo (1960). "A Ciência e a Autoridade". *Labor*, nº 190. Janeiro. Aveiro. pp. 283-295.

Legislação

- Decreto de 7 de Novembro de 1835, criação do Instituto das Ciências Físicas e Matemáticas
- Decreto de 17 de Novembro de 1836, reforma de Passos Manuel
- Decreto de 20 de Setembro de 1844, reforma de Costa Cabral
- Decreto de 10 de Abril de 1860, Regulamento para os Liceus Nacionais, de António Maria de Fontes Pereira de Mello
- Decreto de 9 de Setembro de 1863, organização dos estudos liceais, de Anselmo José Braamcamp
- Decreto de 31 de Dezembro de 1868, reforma de D. António Alves Martins
- Decreto de 2 de Setembro de 1869, suspensão da reforma da Instrução Pública
- Decreto de 22 de Junho de 1870, criação do Ministério da Instrução Pública
- Decreto de 23 de Setembro de 1872, distribuição dos estudos nos liceus
- Decreto de 31 de Março de 1873, novo regulamento dos liceus
- Decreto de 14 de Junho de 1880, reforma de Luciano de Castro

- Decreto de 29 de Julho de 1886, reforma de Luciano de Castro
- Decreto de 12 de Agosto de 1886, Regulamento Geral dos Liceus
- Decreto de 9 de Agosto de 1888, disposições relativas à Instrução Primária e à Instrução Secundária, de Luciano de Castro
- Decreto de 20 de Outubro de 1888, reorganização do plano de ensino nos liceus, de Luciano de Castro
- Decreto de 5 de Abril de 1890, criação do Ministério da Instrução Pública e Belas Artes – João Marcelino Arroio
- Decreto de 22 de Dezembro de 1894, reforma de Jaime Moniz
- Decreto de 14 de Agosto de 1895, Regulamento Geral do Ensino Secundário
- Decreto de 28 de Maio de 1896, organização da instrução secundária
- Decreto de 3 de Outubro de 1902, habilitação para o magistério secundário de matemáticas e outras disciplinas
- Decreto de 29 de Agosto de 1905, reforma de Eduardo José Coelho
- portaria de 26 de Fevereiro de 1910, esclarecimento ao regulamento da instrução secundária
- Lei nº 12, de 7 de Julho de 1913, criação do Ministério de Instrução Pública
- despacho de 30 de Janeiro de 1918, comissões para a revisão de todos os graus de ensino
- Decreto nº 4650, de 14 de Julho de 1918, reforma de Alfredo de Magalhães
- Decreto nº 4799, de 8 de Setembro de 1918, regulamento da instrução secundária
- Decreto nº 6132, de 26 de Setembro de 1919, reforma de Joaquim José Oliveira, rectificado a 23 de Dezembro
- Decreto nº 6316, de 30 de Dezembro de 1919, instruções para a execução dos programas
- Decreto nº 6675, de 12 de Junho de 1920, regulamento da instrução secundária
- Decreto nº 6865, de 31 de Agosto de 1920, suspensão do regulamento de 12 de Junho
- proposta de lei de 21 de Junho de 1923, sobre a reorganização da educação nacional, do ministro João Camoesas
- Decreto nº 12425, de 2 de Outubro de 1926, reforma de Ricardo Jorge
- Decreto nº 16307, de 28 de Dezembro de 1928, exigência de aprovação a Matemática para certos concursos públicos
- Decreto nº 18779, de 26 de Agosto de 1930, organização dos cursos liceais
- Decreto-lei nº 27084, de 14 de Outubro de 1936, reforma de Carneiro Pacheco
- Decreto-lei nº 31544, de 30 de Setembro de 1944, reorganização dos cursos liceais
- Decreto nº 34676, de 18 de Junho de 1945, duração das provas de exame
- Decreto-lei nº 36507, de 17 de Setembro de 1947, reforma de Pires de Lima para o ensino liceal
- Decreto-lei nº 36508, de 17 de Setembro de 1947, estatuto do ensino liceal
- Decreto-lei nº 47424, de 28 de Dezembro de 1966, criação do Instituto de Física e Matemática

9

O lúdico nas aritméticas do século XVI

Helena Castanheira Henriques
ISCAP
helenachenriques@sapo.pt

Conceição Almeida
Universidade do Minho
mcara@iep.uminho.pt

Resumo
O primeiro livro de Matemática editado em Portugal: *Tractado Darysmetica* de Gaspar Nicolas (1519) para além de problemas directamente relacionados com as transacções comerciais, continha também uma série deles em que ressalta o carácter lúdico. Estes problemas estão também presentes, quer na obra de Rui Mendes - *Pratica Darismética* - que teve uma única edição em 1540, quer no livro de Bento Fernandes - *Tratado da Arte de Arismética* (1555). Pretende-se analisar a presença do lúdico na primeira aritmética editada em Portugal, bem como analisar a sua evolução nas obras posteriores do século XVI.

O lúdico na pedagogia medieval

Antes de mais impõe-se falar da história do uso do lúdico como instrumento pedagógico.

As actividades lúdicas remontam há muitos séculos atrás. Carlos Magno (742-814) criou um local de ensino no seu palácio tendo entregue a sua direcção a Alcuíno. Famoso filósofo e pedagogo tinha como norma pedagógica "deve-se ensinar brincando". Numa carta dirigida ao imperador Carlos Magno afirmou *"deve-se ensinar divertindo"*.[1]

No *Disputatio*[2] entre o mestre Alcuíno e o jovem Pepino (filho de Carlos Magno encontram-se 22 adivinhas, que para além do carácter jocoso, tinham

[1] Lauand, Luiz Jean. *Educação, teatro e matemática medievais*. São Paulo: Perspectiva, EDUSP, 1986.
[2] Diálogo entre Pepino e Alcuíno. In: Lauand, Luiz Jean, *Educação, teatro e matemática medievais*. São Paulo: Perspectiva, EDUSP, 1986.

como fim pedagógico *"aguçar a inteligência"*. É-lhe ainda atribuída a autoria de uma das mais antigas recolhas de problemas (53) de Matemática, intitulada *Propositiones ad Acuendos Juvenes* (Problemas para Estimular os Jovens).[3]

Daí que os seus diálogos estejam repletos de enigmas, brincadeiras e piadas como as seguintes:

> Um boi que está arando todo o dia, quantas pegadas deixa ao fazer o último sulco?
>
> Resposta: nenhuma, pois as pegadas do boi são apagadas pelo arado que passa depois.
>
> Havia três homens, cada um tendo uma irmã solteira, que precisavam de atravessar um rio. Cada homem desejava as irmãs dos seus amigos. Ao chegar ao rio, encontraram um pequeno barco no qual, de cada vez, só podiam atravessar o rio duas pessoas. Como é que atravessaram o rio, de tal forma que nenhuma das irmãs seja desonrada por um dos homens.
>
> Resposta**:** Antes de mais eu e a minha irmã entramos no barco e atravessamos. Depois de ter atravessado o rio, eu deixo a minha irmã e volto a atravessar o rio. Depois as irmãs dos dois homens que ficam na margem entram no rio. Quando estas mulheres saem do barco, a minha irmã que já tinha atravessado, entra no barco e trás o barco até nós. Ela sai e os dois homens atravessam o rio. Depois um dos irmãos e a sua irmã atravessa o rio ao nosso encontro. Eu e o irmão que piloto o barco, atravessámos o rio para a outra margem, enquanto que a minha irmã ficou para trás. Quando ele foi transportado para o outro lado, uma das outras mulheres pegou no barco e atravessou para o outro lado, e a minha irmã veio, com ela, ao nosso encontro. Depois o homem cuja irmã tinha ficado na outra margem entrou no barco e trouxe-a até nos. Assim, a travessia estava completa, sem que nenhuma das irmãs fosse desonrada.

Ou ainda a seguinte variação do problema utilizado ainda hoje nas nossas escolas do ensino básico:

> Um homem devia passar, de uma a outra margem de um rio, um lobo, uma cabra e uma couve. E não pôde encontrar outra embarcação a não ser uma que só comportava dois entes de cada vez, e ele tinha recebido ordens de transportar ilesa, toda a carga. Diga quem puder, como fez ele a travessia?

---

[3] Lauand, Luiz Jean. *Educação, teatro e matemática medievais*. São Paulo: Perspectiva, EDUSP, 1986.

> Resposta: Todos estavam na margem direita do rio. O homem leva primeiro a cabra e deixa na margem esquerda. Volta para a margem direita e pega a couve e volta para a margem esquerda. Deixa a couve e volta para a margem direita com a cabra, deixando-a e voltando para a margem esquerda com o lobo. O lobo ficará com a couve na margem esquerda e o homem voltará a pegar a cabra na margem direita.

Durante a Idade Média o ensino era ministrado quase exclusivamente nos mosteiros. O currículo era basicamente constituído pelas sete artes liberais nas quais se incluía a Aritmética. No início do início do século XI, a monja beneditina Rosvita de Gandersheim, compôs uma série de peças de teatro educativas – *Sapienta* - onde incluiu uma aula completa de Matemática, com claros propósitos didáticos.[4] Por volta de 1100, Petrus Alfonsus, incluiu em sua *Disciplina Clericalis* uma colecção de anedotas para servir de exemplo na pregação, como a seguinte:

> Um pastor sonhou que tinha mil ovelhas. Um mercador quis comprá-las para revendê-las com lucro e queria pagar duas moedas de ouro por cabeça. Mas o pastor queria duas moedas de ouro e uma de prata por cabeça. Enquanto discutiam o preço, o sonho foi-se desvanecendo. E o vendedor, dando-se conta de que tudo não passava de um sonho, mantendo os olhos ainda fechados, gritou: Uma moeda de ouro por cabeça e você leva todas.... [5]

O lúdico como atitude recebe em São Tomás de Aquino (1225-1274) – *Suma Teológica*, uma fundamentação filosófica: *Ludus est necessarius ad conversationem humanae vitae* - ***O brincar é necessário para a vida humana.*** Tal como é necessário o repouso corporal para retemperar forças, também é preciso repousar a alma, o que consegue pela brincadeira.

Todos estes pedagogos afirmaram o lúdico como fundamental na educação. Segundo Lauand:

> Na verdade o homem medieval é muito sensível ao lúdico; convive a cada instante com o riso e a brincadeira. (...) Pois a leveza do riso pressupõe a aceitação da condição de criatura, de que o homem não é Deus, do mistério do ser, da não-pretensão de ter o mundo absoluta e ferreamente compreendido e dominado pela razão humana.[6]

---

[4] Lauand, Luiz Jean. *Educação, teatro e matemática medievais*. São Paulo: Perspectiva, EDUSP, 1986.
[5] Lauand, Luiz Jean. *Educação, teatro e matemática medievais*. São Paulo: Perspectiva, EDUSP, 1986.
[6] Lauand, Luiz Jean. *Bom humor e brincar em S. Tomás de Aquino*. http://orbita.starmedia.com/~oadamastor/aquinas.htm

O lúdico nas aritméticas do século XVI

Na viragem do século XV para o século XVI começou a manifestar-se uma mudança na vida cultural portuguesa, inserida no movimento do Renascimento Europeu. Os factores que catalizaram esta mudança foram o classicismo por um lado, os descobrimentos por outro. O primeiro factor impunha como ideal a imitação dos grandes autores greco-latinos Se os dois factores impulsionadores da mudança confluíam para um humanismo que tinha no homem a sua centralidade, essa mudança em Portugal operou-se lentamente. O peso da Época Medieval sobrelevou as inovações mas os gostos classicistas que irradiavam de Itália já se detectam em meados do século XV com a chegada dos eruditos Mateus Pisano e Justo Balduíno à corte de D. AfonsoV.

É dentro deste espírito que surge em 1519 o livro de Gaspar Nicolas – *Tratado da Pratica Darysmetica* [7]. Fibonacci tinha escrito no século XIII, *Liber Abaci*, um livro de Álgebra que ficou esquecido durante muito tempo. Já no século XV, Frei Lucas de Burgo retomou as doutrinas de Fibonacci; ampliou-as e divulgou-as. Gaspar Nicolas dedicou-se ao estudo dos problemas estudados por Frei Lucas. Devemos ainda a Gaspar Nicolas, por exemplo, as primeiras referências ao matemático italiano Paccioli. Foi também ele o primeiro a introduzir o sistema de numeração árabe, isto é, a numeração de posição e o primeiro que ensinou as regras de cálculo deste sistema de numeração. [8]

Segundo Albuquerque foi um livro muito admirado, o que justifica as suas onze edições.[9]

> Exceptuada a *Gramática Latina* do Padre Manuel Álvares, nenhuma obra didáctica terá exercido em Portugal tão duradoura influência antes do século XIX; e o facto é ainda mais de realçar pela circunstância de terem concorrido com o tratado de Nicolas várias outras obras afins. [10]

Em 1590 e 1592 o livro de Gaspar Nicolas, foi impresso com o título *Tratado d' Arismética com muita diligencia emendada.* Em 1716 foi publicado com o título: *Tractado e Arte de Arismética para fazer um perfeito Contador.*[11]

---

[7] Lisboa, Germão Galharde 1519.

[8] Henriques, Maria Helena A. Castanheira; *O Percurso da Matemática no Ensino Técnico durante a Monarquia.* Tese de Doutoramento em Matemática apresentada na Universidade Portucalense. Porto, 2004.

[9] 1519, 1530, 1541, 1559, 1590, 1592, 1594, 1607, 1613, 1679 e 1716.

[10] Albuquerque, Luís de - *Para a História da Ciência em Portugal.* Lisboa: Livros Horizonte, (Colecção Horizonte:21), 1973, p. 118.

[11] *Seu auctor Gaspar Nicholas, e emendada e accrescentada por Manuel de Figueiredo, Cosmographo-mór que foi das conquistas destes reinos de Portugal. E no fim com varias curiosidades de Arismetica. Offerecida á inclita Doutora Sancta Catharina pelo procurador Manuel Moreira Martins.* Lisboa: Officina de Bernardo Costa de Carvalho, 1716.

Tratava essencialmente de Aritmética, fundamental para o emergente comércio fruto da intensa actividade comercial de Lisboa no início do século XVI. Focava as regras de cálculo (soma, subtracção, multiplicação e divisão de números inteiros e fraccionários, extracção de raízes quadradas dos números inteiros e soma de progressões) a que se seguiam problemas e respectivas soluções. As soluções não eram deduzidas mas apenas verificadas. Não eram fornecidas quaisquer propriedades dos números ou operações, pois o objectivo era a mecanização da resolução dos problemas.

Nos problemas encontrados na *Prática d' Arismetyca*, para além dos que dizem respeito a transacções comerciais existem também jogos e exercícios de carácter lúdico. Este tipo de problemas aparece também em outras aritméticas do século XVI como é o caso das obras de Ruy Mendes e de Bento Fernandes.

Em 1540, Ruy Mendes publicou a *Pratica darismetica.*[12] A obra de Ruy Mendes teve uma única edição e segue de perto a obra de Gaspar Nicolas e Luca Paccioli.

Bento Fernandes, escreveu uma aritmética que teve duas edições. À primeira chamou *Arte d'Arismetica*[13] e à segunda *Tratado da Arte d'Arismetica.*[14] Da primeira edição, não se conhece qualquer exemplar, sendo conhecida, apenas, pela referência que outros autores lhe fazem, inclusivamente está referenciado no *Dicionário Bibliográfico de Inocêncio*.[15] Também Bento Fernandes seguiu de perto a obra de Gaspar Nicolas.

O que realmente se pode constatar é que quer Ruy Mendes quer Bento Fernandes utilizam o mesmo tipo de problemas que Gaspar Nicolas, mas também este não revela grandes inovações. Todos eles incluíram problemas lúdicos, presentes em obras anteriores, com manifesta influência das obras medievais onde o lúdico tinha uma importância fundamental.

Vejamos concretamente que assim é:

> Um homem vai de uma cidade para outra em 6 dias e outro vem em contrário e da outra cidade para aquela donde partiu o outro em 8 dias. Ora eu demando, em quantos dias se encontraram estes homens no caminho e a quantas horas, sendo o dia de 15 horas? (Gaspar Nicolas, fol 55 v)

[12] *novamente agora cõposta pelo lic?ciado ruy mendez: na qual se decrarã por boa ord? e craro estilo as quatorze especies darte darismetica. S. as sete dellas por numeros inteyros, e as outra sete por numeros ??brados e assi mesmo trinta e cinco regras da dita arte muito sotil e breve e cr?????te decraradas. Cõ muitas outras ???•ü tas e cousas necessarias e pveytosas pa qualquer pessoa ??da dita pratica se quiser aproveitar* Lisboa: Germão Galharde, 1540.

[13] Porto: por Vasco Dias Frexenal, 1541. Dedicado ao Infante D. Luís.

[14] Lisboa: Francisco Correa, 1555.

[15] Tomo I, p. 344.

Ora este problema apareceu a primeira vez na Europa no manuscrito de Alcuíno, que já referenciamos com a seguinte forma:

> Há um terreno com 150 pés de comprimento. Numa extremidade está um cão, no outro uma lebre. O cão avança para caçar a lebre. Mas enquanto o cão avança nove pés por passo, a lebre anda apenas sete. Diz, aquele que quer, quantos pés o cão faz na perseguição da lebre em fuga até esta ser apanhada?[16]

Também Bento Fernandes apresenta uma versão deste problema:

> É uma árvore que tem de altura 100 braças e em cima da dita árvore está um galo que vem descendo para baixo, e em cada dia desce 3 braças continuamente, e em baixo está uma raposa que vai para cima e cada dia sobe uma braça. Pergunto, em quantos dias se juntaram o galo e a raposa, continuando ambos o seu caminho? (Bento Fernandes, fol 101 v).

Outro problema existente no livro de Gaspar Nicolas é:

> Um homem foi de Lisboa a Belém e levava dinheiro, não sabemos quanto, e na venda de Santos dobrou o dinheiro que levava e gastou 10 e ficou-lhe ainda dinheiro e em Alcântara dobrou o dinheiro que levava e gastou 10 e ficou-lhe ainda dinheiro, e em Belém dobrou o dinheiro que levava e gastou 12 e ficaram-lhe 3 reais. Ora eu pergunto: quanto dinheiro levava este homem? (Gaspar Nicolas, fol 30).

Ou ainda outra versão do problema, com um contexto diferente do anterior:

> Digo que um homem entrou numa Igreja e não sabemos quanto dinheiro levava. Disse ao primeiro santo que lhe dobrasse o dinheiro que levava e lhe daria 12 reais e o santo lho dobrou. Deu-lhe 12 reais e ficou-lhe ainda dinheiro. E foi-se ao outro santo que lhe dobrasse o dinheiro com que ficou e que lhe daria 12 reais. O santo lho dobrou e o homem deu-lhe 12 reais e ficou-lhe ainda dinheiro. E foi-se ao outro santo que lhe dobrasse o dinheiro com que ficou e que lhe daria 12 reais. O santo lho dobrou e o homem deu-lhe 12 reais e não lhe ficou nada. Ora eu pergunto: quanto dinheiro levava este homem? (Gaspar Nicolas, fol 29).

Uma adaptação do problema em Bento Fernandes:

> Um gentil-homem anda de amores com uma dama e não pode haver dela seu desejo. E a dama lhe pede 9 maçãs do jardim del-Rei e que

[16] História da Matemática, história dos problemas: http://www.malhatlantica.pt/mathis/

> aceitará o seu serviço. E o gentil homem se foi ao jardim e achou nele 3 portas e em cada porta está um porteiro e o primeiro porteiro lhe disse que entrasse, porém, que lhe havia de dar a metade de todas as maçãs que trouxesse e mais 2 maçãs. O segundo porteiro lhe disse que entrasse e que lhe havia de dar a metade das maçãs que trouxesse e mais 3 maçãs. O terceiro porteiro lhe disse também que entrasse e que lhe havia de dar a metade das maçãs que trouxesse menos 4 maçãs.
>
> Pergunto: quantas maçãs há-de trazer este gentil-homem do jardim para que lhe fiquem as ditas 9 maçãs, nem mais nem menos, dando a cada porteiro segundo o que cada um lhe pediu? (Bento Fernandes, fol 103 e 103 v)

Este problema existia no Liber Abaci de Fibonacci escrito em 1200: "Uma vendedora compra 7 maçãs por 1 denário, e vende 6 por 1 denário, e compra 8 pêras por 1 denário, e vende 9 por 1 denário. Investiu 10 denários, e o lucro é 1 denário. Procura-se, quanto é que ela investiu em maçãs e em pêras" (Capítulo 11).

Conclusão

Tal como vimos os textos de Matemática incluem problemas desde os tempos mais remotos, problemas que vão sendo adaptados ou não às necessidades das sociedades. O mesmo problema aparece em textos de diferentes períodos da história. Grande parte das aritméticas europeias medievais e da época renascentista incluem versões de problemas lúdicos e muitos manuais escolares do século XX continham também versões destes problemas.

A questão que se coloca é a ênfase que se dá ou deveria dar ao uso do lúdico com fim pedagógico. No século XVI o lúdico tinha uma fundamentação teológica. O homem brincava porque acreditava na sentença Bíblica que associa o brincar da Sabedoria com o acto da Criação: "Ali estava Eu (Sabedoria divina) com Ele como artífice, brincando diante d'Ele o tempo todo; brincando sobre o globo terrestre, e minhas delícias são estar com os filhos dos homens" (Prov. 8, 30-31).

Havia uma valorização e fomentação da cultura popular, em que os mestres se dirigiam aos seus alunos de forma informal. Para além do conteúdo ser apresentado de forma espirituosa, também se praticava nas escolas dos monges o lúdico para estimular o engenho das crianças. Note-se que um dos sentidos derivados de *ludus* é escola; e de escola – *scholé* - é lazer.[17]

Se já em tempos remotos havia educadores de renome que preconizavam a utilização de situações lúdicas e humorosas no ensino e, em particular, no ensino de Matemática, interrogamo-nos que desenvolvimento haveria desde

---

[17] Lauand, Luiz Jean. *Bom humor e brincar em S. Tomás de Aquino.* http://orbita.starmedia.com/~oadamastor/aquinas.htm

então até aos nossos dias. Embora esta atitude tenha, realmente, merecido a atenção de educadores e investigadores, a natureza multidisciplinar da investigação sobre humor faz com que sobre de seja difícil desenvolver uma teoria como um todo. Segundo Berger,[18] "... depois de milhares de anos a tentar compreender o humor, ainda há controvérsia sobre o que é ou porque é que alguma coisa é engraçada." Para Veatch:[19] "Existe um certo estado psicológico que tende a produzir riso, que é o fenómeno ou processo natural do 'humor' ou da 'percepção de humor." Apesar de haver ainda muito a investigar neste domínio, diremos, como John Allen Paulos[20]:

> Se os programas de Matemática do ensino básico, secundário e universitário ensinassem estes aspectos divertidos da Matemática, o que poderia ser complementado com a recomendação de livros especializados de divulgação, suponho que o analfabetismo matemático não estaria tão generalizado como presentemente está (p. 110).

Paulos justifica esta convicção afirmando:

> Tanto o humor como a Matemática são combinatórios, separando e voltando a juntar ideias só pelo prazer de o fazer - justaposições, generalizações, iterações, inversões… O que é que uma ideia - por exemplo o entrançar os cabelos - tem a ver com uma outra aparentemente díspar, por exemplo, a simetria de certas figuras geométricas?[21]

E continua:"… tanto a Matemática como o humor, para serem efectivos, precisam de engenho, capacidade de percepção das incongruências e sentido do que é a economia de expressão." Terminamos com uma nota de John Allen Paulos a respeito dos matemáticos:

> …os matemáticos têm um sentido de humor muito característico, resultante sem dúvida da sua prática profissional. Na prática, têm a tendência para tomar as expressões literalmente, e esta interpretação literal é muitas vezes incongruente com a comummente aceite, pelo que se torna cómica. Os matemáticos adoram as reduções ao absurdo, prática lógica que consiste em levar qualquer premissa ao extremo, e deliciam-se ainda com os vários aspectos do jogo combinatório de palavras.[22]

---

[18] Berger, Arthur A. *An Anatomy of Humor.* London: Transaction.1998. p.2.

[19] Veatch, Thomas. C. A Theory of Humor. *Humor: The International Journal of Humor Research*, 11-2, 161:175. 1998. p. 162.

[20] Paulos, John Allen *In Inumerismo: o analfabetismo matemático e as suas consequências.* Mem Martins: Publicações Europa-América. 1988. p. 110.

[21] Ib., p.111.

[22] Ib., p.111.

10

O processo de edição de manuais escolares, em Portugal, na década de 30 – estudo de um caso:

J.Vicente Gonçalves e a sua obra para o ensino liceal

Cecília Costa
Departamento de Matemática
Universidade de Trás-os-Montes e Alto Douro
mcosta@utad.pt

Introdução

José Vicente Martins Gonçalves (1896-1985) foi um Matemático português do séc. XX. Na década de 30 este Matemático era professor catedrático na Faculdade de Ciências da Universidade de Coimbra e desenvolvia a sua actividade profissional, essencialmente, em três vertentes, a saber: a de professor, a de investigador e a de autor. Embora a sua actividade como autor tenha abarcado diferentes áreas, nesta comunicação daremos especial relevo à sua obra para o ensino não superior.

José Vicente Gonçalves dedicou a sua atenção ao ensino liceal dando o seu contributo com a publicação de cinco obras (datadas de 1935 a 1939), todas com aprovação oficial e que abrangiam todos os anos do curso dos liceus, a saber: *Compêndio de Álgebra para as 3ª, 4ª e 5ª classes do curso dos liceus de 1935*; *Compêndio de Álgebra e Trigonometria para as 4ª, 5ª e 6ª classes do curso dos liceus 1937* (esgotado em Janeiro de 1947); *Aritmética Prática e Álgebra para as 1ª, 2ª e 3ª classes do curso dos liceus de 1937* (esgotado em Janeiro de 1947); *Compêndio de Álgebra para o 3º ciclo (7ª classe) do curso dos liceus de 1937* (em Janeiro de 1950 existiam 200 exemplares); *Compêndio de Aritmética para o 3º ciclo (7ª classe) do curso dos liceus de 1939* (em Janeiro de 1950 existiam 1067 exemplares).

A editora destes livros foi a Livraria Cruz, sita na Rua Diogo de Sousa nº 133, em Braga. Estes manuais foram impressos na Tipografia Minerva, em Vila

Nova de Famalicão, à excepção do primeiro que foi impresso na Tipografia Costa Carregal, no Porto.

No arquivo da Livraria Cruz existia uma pasta contendo a correspondência comercial entre o autor José Vicente Martins Gonçalves e o representante daquela editora, Fernando Vilaça (acontecia o mesmo em relação a outros autores). A correspondência encontrada é posterior à elaboração dos manuais; faltava apenas editar a *Aritmética para o 3º ciclo*, que embora já estivesse pronta aguardava a aprovação oficial.

A análise desta correspondência permitiu-nos conhecer muito do trabalho e empenho de Vicente Gonçalves na publicação e divulgação da sua obra para o ensino liceal, bem como apercebermo-nos do processo de edição de manuais escolares, na época.

Por sua vez, a análise dos referidos manuais (os quais descreveremos de modo breve) dá-nos uma perspectiva, embora superficial, dos conteúdos abordados e da forma de os abordar, bem como do grau de exigência e do rigor de linguagem usado.

Nesta comunicação procurámos explicitar o processo de edição destes manuais e identificar as características mais marcantes dos compêndios deste autor para as diferentes classes do curso dos liceus.

As fontes fundamentais a que recorremos foram os próprios manuais e a correspondência (por nós encontrada) entre o autor e a editora dos mesmos. As cartas contidas nesta pasta estão datadas de 31 de Dezembro de 1938 a 14 de Outubro de 1954; para além de 111 missivas (55 da Livraria Cruz (cópias), 55 de Vicente Gonçalves e 1 da Livraria Cruz para Carlos Bastos) existem outros documentos, designadamente balancetes e mapas de vendas. É notório um período de correspondência mais intensa entre 1939 e 1945 (exceptuando o ano de 1942).

Processo de edição dos manuais

De acordo com as fontes consultadas, o contrato (oral) de edição dos manuais de Vicente Gonçalves foi acordado em torno de um bom almoço na companhia de (pelo menos) Fernando Vilaça e Dr. Braga da Cruz (primo do primeiro), provavelmente em Vila Nova de Famalicão. Nesta altura ficou acordado que a percentagem das vendas dos livros seria distribuída do seguinte modo: 60% para o autor e 40% para o editor. Mais tarde, no balancete de 31 de Dezembro de 1938 a percentagem atribuída ao autor é de 65% e em 31 de Janeiro de 1941 desce de novo para 60% devido a dificuldades financeiras da editora.

A análise da correspondência encontrada permitiu conhecer muito do trabalho e empenho de Vicente Gonçalves na publicação e divulgação da sua obra para o ensino liceal. A leitura destas cartas convenceu-nos que o autor se dedicava com afincado empenho e gosto a estas actividades. Sublinhemos que na época estas actividades eram atribuição do autor e não da editora.

Características do autor relativas ao processo de edição dos manuais

Todo o envolvimento de Gonçalves nas diversas fases de elaboração e comercialização dos seus manuais é caracterizado por um empenho e um dinamismo impressionantes. Indicámos as três características da sua actuação neste processo que identificámos ao analisar a correspondência já referida: a sua preocupação pedagógica, a gestão das diversas operações relativas à edição e a rede de contactos que estabeleceu.

(i) Preocupação pedagógica

Apresentamos em seguida algumas citações de Vicente Gonçalves onde está bem patente a sua preocupação pedagógica na elaboração dos seus manuais para o ensino liceal. Realçamos a intenção do autor de submeter o seu texto à revisão de alguém mais hábil nas questões de ensino. Gonçalves demonstra considerar que a elaboração de um manual escolar comporta duas vertentes, a saber: a científica e a pedagógica.

> O livro sai muito melhorado sob o ponto de vista didáctico. Toda a minha preocupação foi torná-lo macio. (1940)

> Quero a impressão sem pressas, para que haja tempo de aproveitar os serviços de um revisor com prática de ensino. (1939)

> É pena não sair a tão anunciada e desejada reforma, para me dar ensejo de pôr os livros em melhores condições pedagógicas. (1944)

(ii) Gestão das operações relativas à edição

Da leitura da correspondência entre o autor e o editor, fica claro que é Vicente Gonçalves quem coordena as operações. É ele quem decide o preço dos manuais, o número de ofertas, a forma e altura de divulgação, o número de exemplares que devem ser cartonados e os locais para onde devem ser enviados, como os extractos seguintes ilustram:

> Quanto ao preço, se eu soubesse que o Neves pedia 20 esc. pelo seu livro, (…) tinha posto o nosso a 25 esc...

> Insisto na nossa combinação: não ofereça Aritméticas; comunique-me os pedidos e eu me ocuparei deles.
>
> **Expedem-se os prospectos que encomendei na Minerva**. Hoje mesmo escrevo para lá a pedi-los com urgência. Os anúncios sempre custam 2 ou 3 centos de escudos e o prospecto vai para toda a parte."
>
> (…) Reputo isso suficiente pª as necessidades do próximo ano: **não mande pois fazer mais cartonagens.**
>
> Fui a Lª tratar dos livros. A Arit., se nos conviesse, seria já apreciada na prox. 2ª feira. Mas não convém (depois lhe direi porquê), de modo que só teremos a sua aprovação daqui a 10 ou 12 dias. (1939)
>
> Estava convencidíssimo de que a aprovação já tinha saído no Dº do Governo e, afinal, tive a desagradável surpresa de encontrar tudo parado no Ministério da E.N.. Lá consegui que a papelada fosse ontem a despacho do Exmo Ministro. (1939)
>
> Não deixe de me ir pondo ao corrente dos pedidos de livros, discriminando terras e obras. Tenho necessidade de conhecer esse movimento por pequeno que seja. (1939)

(iii) Rede de contactos

Para a divulgação e adopção dos seus manuais, Vicente Gonçalves contava com uma rede vasta e diversificada de contactos. Nomeadamente, Reitores de alguns liceus, colegas, amigos, antigos alunos e individualidades (sempre referidas de modo confidencial).

O autor não limita a divulgação dos seus manuais aos liceus do Continente. A ilha da Madeira e o arquipélago dos Açores não são esquecidos; também em Angola – Sá da Bandeira – no liceu Diogo Cão, em 1930, os seus manuais para os 2º e 3º ciclos foram adoptados. Gonçalves tem, também, o cuidado de dar a conhecer os seus livros no estrangeiro, concretamente em Espanha e no Brasil.

Sobre os manuais para o curso dos liceus

Relativamente aos manuais de Vicente Gonçalves para o ensino liceal faremos uma breve descrição dos mesmos, indicando sucintamente o conteúdo de cada um, o tipo de linguagem e a forma de expor usadas pelo autor.

A análise destes manuais permitiu-nos identificar algumas características marcantes na obra (para o curso dos liceus) deste autor, as quais adiante indicamos e desenvolvemos.

Conteúdo, tipo de linguagem e forma de expor

Iniciámos este ponto resumindo o conteúdo de cada um dos manuais em análise:

Compêndio de Álgebra para as 3ª, 4ª e 5ª classes
3ª classe - (?)
4ª classe - Sistemas do primeiro grau; Inequações do primeiro grau; Problemas do primeiro grau; Potências. Raízes.
5ª classe - Equações e problemas do segundo grau; Limites; Progressões; Logaritmos.

Compêndio de Álgebra e Trigonometria para as 4ª, 5ª e 6ª classes
1ª Parte - *Álgebra*
4ª classe - Sistemas do primeiro grau a três incógnitas; Desigualdades do primeiro grau; Problemas do primeiro grau; Números irracionais; Potências. Raízes.
5ª classe - quações e problemas do segundo grau; Limites.
6ª classe - Funções. Sua representação geométrica; Logaritmos.

2ª Parte - *Trigonometria*
6ª classe - Funções circulares; Propriedades das funções circulares; Adição e subtracção de arcos; Cálculo trigonométrico.

Aritmética Prática e Álgebra para as 1ª, 2ª e 3ª classes
1ª Parte - *Aritmética prática*
1ª classe - Noção intuitiva das quatro operações fundamentais sobre números inteiros; Propriedades e regras das operações fundamentais; Novos métodos de cálculo; Divisibilidade; Fracções ordinárias; Cálculo decimal.
2ª classe - Cálculo de expressões numéricas de termos fraccionários; Raiz quadrada; Sistema métrico; Números complexos; Proporcionalidade
2ª Parte - *Álgebra*
3ª classe - Números. Adição e subtracção; Multiplicação e divisão; Expressões numéricas; Expressões algébricas; Polinómios inteiros; Fracções algébricas; Equações do primeiro grau a uma incógnita; Sistemas de duas equações do primeiro grau e duas incógnitas.

Compêndio de Álgebra para o 3º ciclo (7ª classe)
Análise indeterminada do primeiro grau (Existência de soluções; resolução; análise indeterminada a três incógnitas); Equações do primeiro e do segundo grau (Generalidades; discussão geral da equação do segundo grau; propriedades do trinómio do segundo grau; equações de coeficientes variáveis); Análise combinatória (Arranjos e combinações de objectos distintos; arranjos e combinações com repetição; aplicações).

Compêndio de Aritmética para o 3º ciclo (7ª classe)

Números inteiros. Sua representação (Número natural; representação dos números); Teoria das operações fundamentais (Adição; subtracção; multiplicação; divisão); Potenciação. Sistemas de numeração. Radiciação; Divisibilidade (Teoremas gerais; critérios de divisibilidade); Números primos (Divisibilidade; primigenidade; máximo divisor comum; menor múltiplo comum); Números fraccionários (Conceito de fracção; relações de grandeza; operações; fracções decimais; dízimas periódicas).

Em todos estes manuais a linguagem usada é cuidada, rigorosa e precisa, porém é mais simples nos textos dirigidos aos primeiros ciclos que nos compêndios para o 3º ciclo.

A forma de expor é comum a todos os manuais: o leitor é encaminhado ao longo do texto (há continuidade na apresentação dos vários tópicos, não é um texto entrecortado, seco). São apresentados muitos exemplos e muitos exercícios (com respostas), mais nos manuais para os 1º e 2º ciclos que nos para o 3º ciclo. O modo como o texto matemático está escrito convida à compreensão.

Características destacadas

Neste ponto referimos alguns dos aspectos que identificámos como marcantes no estudo dos manuais de José Vicente Gonçalves para o ensino liceal. Referimo-nos concretamente a: exercícios, notas históricas, recurso a imagens, referências bibliográficas, notas de carácter pedagógico. Seguidamente desenvolvemos cada um destes aspectos:

(i) Exercícios

Um aspecto que merece atenção especial é o dos problemas propostos incluídos, sem distinção, nas secções de *Exercícios*. Em primeiro lugar, pela quantidade e frequência com que aparecem. Em segundo lugar, pela variedade dos problemas apresentados e dos contextos escolhidos. Por último, pela característica de Vicente Gonçalves de “contador de histórias” referida por um dos seus sobrinhos e que se reconhece em alguns dos enunciados.

13. Por quanto se deve multiplicar a área de um quadrado para que duplique a sua diagonal? [3, p. 41]

22. Ehionis (664 a.C.) e Harada (1934) atingiram em triplo salto distâncias de soma 32m,48 e diferença 0m,084. Quais os saltos do grego e do Japonês? [3, p. 42]

19. Segundo uma correspondência de Manaus para o “Comércio do Porto” (20-7-36) foi abatida em 1935 na fronteira columbino-brasileira

uma enorme cobra cuja pele media (aprox.) 56m2,52. Determinar o comprimento do réptil, assimilando-o a um cilindro recto de comprimento igual a 50 diâmetros. [3, p. 97]

27. Em 1911 caiu no Arizona um meteoro cuja explosão abriu uma cratera conico-circular dez vezes mais larga que profunda. Achar a profundidade e largura desta cratera, sabendo que a chuva podia depositar nela 172464 toneladas e meia de água. [3, p. 99]

21. No escritório de um notário havia uma campainha que ressoava de cada vez que a porta se abria ou fechava. Tendo o notário atendido em certo dia (uma a uma) quinze visitas e retirado depois em companhia de dois amigos que separadamente o tinham ido ver, quantas vezes tocou nesse dia a campainha? [4, p. 29]

65. Uma senhora de idade descia do seu primeiro andar em companhia do neto, quando, a meio da escada, deu por falta da sua malinha de mão. Foi lá cima buscá-la o rapaz, galgando os degraus quatro a quatro, enquanto a avó prosseguia o seu caminho; e tão depressa voltou, correndo os degraus três a três, que ainda veio dar o braço à avó ao transpor o limiar. Quantos eram os degraus? [4, p. 76]

17. Achar a condição necessária e suficiente para que a recta representada pela equação Ax+By= C se sobreponha às diagonais de todos os quadrados de vértices inteiros que atravessa no plano quadriculado. (Supõe-se que A, B, e C são primos entre si). [5, p. 32]

19. De quantos modos se pode trocar uma moeda de 2$50 em moedas de 50c. E 20c.? [5, p. 32]

33. Oito pescadores possuem um barco no qual todas as noites quatro deles se fazem ao mar. Durante quantas noites se pode variar a tripulação? E, dessas, em quantas embarca o mais novo dos pescadores? [5, p. 101]

2. Progressão aritmética. Quando seja $a_2=a_1+r$, $a_3=a_2+r$, $a_4=a_3+r$,… os sucessivos números a_1, a_2, a_3, …, a_n,… constituem uma progressão aritmética (de razão r). Achar o dobro da soma S dos n primeiros termos da progressão. [6, p. 72]

É claro que também há lugar para os exercícios repetitivos de mecanização, alguns dos quais levados ao exagero.

(ii) Notas históricas

Os manuais para os primeiros ciclos do curso dos liceus, em geral, não contêm notas históricas (apenas encontrámos casos pontuais).

Os compêndios para o 3º ciclo contêm referências históricas usadas no texto de três modos diferentes: como nota de rodapé, no corpo do texto e, como forma de introduzir e apresentar alguns temas. É no *Compêndio de Aritmética* que este aspecto é mais desenvolvido. Note-se que Vicente Gonçalves tece alguns comentários históricos menos conhecidos que suspeitamos serem fruto da sua faceta de bibliófilo; seguem-se dois exemplos:

> Cita-se a Aritmética de Stevin (1585) como primeira obra em que a matéria é tratada de maneira completa e rigorosa. Não conhecemos a obra de Stevin, mas na Prática Darismética do nosso Rodrigo Mendes (ed. De 1570) já se tratam todos os casos das operações com quebrados. [6, p. 199]

> O sinal de raiz, introduzido em 1525 pelo alemão Cristovão Rodolfo em sua Álgebra, parece ter origem na inicial R da palavra radix. [6, p. 110]

(iii) Recurso a imagens

Em geral, o recurso a imagens é reduzido. É reforçado em temas específicos, a saber: na Trigonometria no manual *Compêndio de Álgebra e Trigonometria*; e no Sistema métrico no manual *Aritmética Prática e Álgebra*.

Classificámos as imagens encontradas em: gráficos, representações geométricas, esquemas e tabelas.

(iv) Referências bibliográficas

A introdução de referências bibliográficas é uma inovação no *Compêndio de Aritmética*. Apresentamos abaixo três exemplos:

> Hoefer, Historie des Mathématiques. [6, p. 26]

> Stasi, 1907. [6, p. 161]

> Neugebauer,-Vorlesungen uber Geschicht der Antiken Mathematischen Wissenschaften, Vol. I (1934). [6, p. 199]

(v) Notas de carácter pedagógico

Também a inclusão de notas de índole pedagógica apenas aparecem no *Compêndio de Aritmética*. Segue-se um exemplo ilustrativo do que afirmamos:

> Por aqui se vê como é vicioso o ensino da representação escrita dos números pelo processo da determinação das suas unidades decimais a partir da mais alta. Pode ensinar-se a contagem prática até certo limite, mas isso é insuficiente para a Aritmética racional. [6, p. 14]

Comentários finais

Os manuais de José Vicente Gonçalves para o ensino liceal apresentam um grau de generalidade e abstracção inviável no actual ensino secundário, o que não deixa de constituir motivo de reflexão. No entanto, estes textos podem, com a devida orientação, constituir material de apoio útil, quer a professores de Matemática, quer a disciplinas de Matemática dos primeiros anos do ensino superior.

As preocupações pedagógicas do autor apontam no sentido de criar equipas mistas (constituídas por docentes do ensino secundário e do ensino superior) para a elaboração de manuais escolares para o ensino não superior, complementando as suas formações e experiências de modo a formar um todo mais qualificado.

Referências

[1] Costa, Cecília, *José Vicente Gonçalves: Matemático… porque Professor! (Contributos para o estudo deste Matemático madeirense. Exemplo de uma aplicação da História da Matemática ao Ensino da Matemática)*, Colecção Memórias nº 37, Centro de Estudos de História do Atlântico, Secretaria Regional de Turismo e Cultura, Funchal, 2001.

[2] Gonçalves, José Vicente, *Compêndio de Álgebra para as 3ª, 4ª e 5ª classes do curso dos liceus*, Livraria Cruz, Braga, 1935.

[3] Gonçalves, José Vicente, *Compêndio de Álgebra e Trigonometria para as 4ª, 5ª e 6ª classes do curso dos liceus*, Livraria Cruz, Braga, 1937.

[4] Gonçalves, José Vicente, *Aritmética Prática e Álgebra para as 1ª, 2ª e 3ª classes do curso dos liceus*, Livraria Cruz, Braga, 1937.

[5] Gonçalves, José Vicente, *Compêndio de Álgebra para o 3º ciclo (7ª classe) do curso dos liceus*, Livraria Cruz, Braga, 1937.

[6] Gonçalves, José Vicente, *Compêndio de Aritmética para o 3º ciclo (7ª classe) do curso dos liceus*, Livraria Cruz, Braga, 1939.

[7] Livraria Cruz (arquivo) – Pasta contendo a correspondência comercial entre o autor e a Editora.

11

A equação do 1º grau em manuais de diversas épocas[1]

João Pedro da Ponte
Grupo de Investigação DIF
Departamento de Educação e Centro de Investigação em Educação
Faculdade de Ciências da Universidade de Lisboa
jponte@fc.ul.pt

O estudo das equações representa para muitos alunos uma nova e difícil etapa na disciplina de Matemática. Neste trabalho procuro analisar em que medida o ensino deste tema evoluiu no último século. Seleccionei, para isso, quatro manuais, um do final do século XIX, outro de meados do século XX, ambos portanto representando o que é costume designar por "Matemática tradicional", mais um manual da época da "Matemática moderna" e, finalmente, outro manual mais recente, feito em função dos programas do ensino básico de 1991, presentemente em vigor. A análise segue um modelo inspirado no trabalho de Sierra, González, e López (2002).

Elementos de Álgebra, de Augusto José da Cunha

Descrição. Trata-se de uma obra publicada em 1887, pela Livraria de António Maria Pereira, em Lisboa (em 5ª edição), e que se destina a alunos dos 4º e 5º anos do liceu (na época, com 15 e 16 anos). O autor é apresentado como "Lente da Escola Polytechnica". A parte dedicada às equações do 1º grau (designada por "livro") tem 14 páginas, surgindo no início do 4º ano. Abre com uma pequena secção introdutória, que apresenta a terminologia a usar, a que se segue um capítulo sobre a resolução da equação do 1º grau a uma incógnita,

[1] Uma versão mais completa deste mesmo trabalho pode ser vista na *Revista Brasileira de História da Matemática*, *4*(8), 149-170.

com duas secções, uma sobre princípios de equivalência e outra sobre a resolução da equação, e termina com exercícios.

Este manual começa por definir igualdade: "Duas quantidades iguaes[2] separadas pelo sinal = constituem uma *igualdade*" (§ 82). De seguida define identidade – noção a que atribui uma certa importância – como "a igualdade entre duas expressões numericas" (§ 83). Define então equação como "uma igualdade que envolve uma ou mais quantidades desconhecidas, e que *só se verifica quando attribuírmos valores particulares a essas quantidades*" (§ 84).

Enuncia dois princípios de equivalência. O 1º princípio (§ 89) vem indicado do seguinte modo: "Quando aos dois membros de uma equação se somma, ou deles se subtrae a mesma quantidade, forma-se outra equação equivalente á primeira" (§ 89). A este princípio segue-se um "Corollario" relativo à transposição dos termos (§ 90), surgindo depois o 2º princípio (§ 91), logo seguido de uma "observação importante" – o multiplicador tem de ser ? 0, questão que é discutida em pormenor (§ 92). Dá bastante relevo à "forma inteira" (equação "sem termos fraccionarios"), apresentando a forma $ax = b$ apenas no final (§ 99).

Este manual indica explicitamente uma "regra prática para a reducção á forma inteira" (§ 94) e uma "regra para a resolução de equações": "Para resolver uma equação do primeiro grau a uma incógnita devemos, 1º, desembaraçar a equação de denominadores, 2º transpor para um membro todos os termos que contêem a incognita, e para outro todos os termos conhecidos, 3º, fazer a reducção dos termos similhantes, 4º, dividir ambos os membros pelo coefficiente da incognita" (§ 98).

No final do capítulo surgem exercícios para resolver, indicando à frente a respectiva solução. O primeiro e o último destes exercícios são os seguintes:

I. $\frac{x+1}{2}+\frac{x+2}{3}=\frac{5x+1}{4}$

(...)

XXII. $\frac{25-\frac{1}{3}x}{x+1}+\frac{16x+4\frac{1}{5}}{3x+2}=5+\frac{23}{x+1}$

Análise didáctica. No que respeita aos aspectos de didáctica específica, é de notar que o manual lida, logo desde o início, tanto com equações de coeficientes numéricos como literais. Deste modo, há a preocupação de tratar um caso bastante geral – equações literais do 1º grau com várias incógnitas. A abordagem às equações pressupõe um conhecimento anterior aprofundado de expressões algébricas (operações com monómios, polinómios e fracções

[2] Nos textos transcritos manteve-se a grafia original, bem como os itálicos e negritos.

algébricas). A terminologia é introduzida logo na parte introdutória. Todos os exemplos e exercícios apresentados são estritamente matemáticos.

O texto e o grafismo são muito diferentes dos livros actuais. Assim, o texto é denso e em letra de corpo muito pequeno, organizando-se em 18 parágrafos numerados (§§ 82 a 99), muito dos quais com subtítulos. Em termos de grafismo, é de notar que não há figuras, tabelas, ou esquemas. São usados vários tipos de letra, maiúsculas, minúsculas, itálicos, etc.

No que se refere aos princípios pedagógicos mais gerais, nota-se que o manual traduz um ensino conduzido uma lógica dedutiva, apresentando primeiro a terminologia, depois os princípios e, finalmente, a sua aplicação à resolução de equações.

Compêndio de Álgebra, de J. Jorge G. Calado

Descrição. Trata-se de um livro único, publicado em 1952, cuja depositária é a Livraria Popular de Francisco Franco, em Lisboa, e que se destina a alunos do 3º ano do 2º ciclo do liceu (14 anos). O autor é apresentado como professor do Liceu Pedro Nunes, em Lisboa. O capítulo respeitante às equações tem 25 páginas está subdividido em três secções – generalidades, princípios de equivalência e equação do 1º grau a uma incógnita – e termina com exercícios.

Este livro define equação como uma "igualdade que só é verificada para **certos** valores atribuídos às letras que nela figuram (incógnitas)" (§ 108). Além disso, define equação do 1º grau a uma incógnita como sendo toda a equação que se pode reduzir à forma $ax = b$ (§ 123), sem falar, no entanto, em forma canónica. É de notar que a noção de identidade é definida do seguinte modo: "é toda a igualdade que é satisfeita para quaisquer valores atribuídos às letras que nela figuram" (§ 110); esta noção tem uma proeminência significativa – é indicado um símbolo, são apresentados exemplos de identidades notáveis e são referidas quatro propriedades (§§ 110-112).

São apresentados dois princípios de equivalência. O primeiro princípio reza assim: "Se adicionarmos a ambos os membros duma equação o mesmo número, ou a mesma expressão inteira, obteremos uma equação equivalente à primeira" (§ 116). Deste princípio, através de um exemplo, infere-se a regra da transposição dos membros (sem contudo a nomear como regra) (§ 117). Mais adiante (§ 119) é apresentado o 2º princípio de equivalência.

Este livro indica explicitamente um procedimento algébrico para a resolução de equações (§ 124) bem como um procedimento gráfico (§ 126). O procedimento algébrico é o seguinte: 1º, desembaraça-se a equação de parêntesis, 2º, desembaraça-se de denominadores a equação resultante, 3º, transpõem-se para o 1º membro da equação os termos que contêm a incógnita e para o 2º membro os termos independentes da incógnita, 4º, reduzem-se os termos semelhantes, 5º, dividem-se ambos os seus membros pelo coeficiente da incógnita (§ 124).

No final do capítulo, os exercícios propostos mais simples e mais complexo são os seguintes:

1) Verifique se o número 1 é raiz da equação $x + 3 = 2(x + 1)$

(...)

8) r) $\frac{x}{6}+\frac{x-\frac{1}{2}}{3}-\frac{1}{3}(\frac{2}{5}-\frac{x}{3})=0$

Análise didáctica. Neste manual as equações surgem ainda como um conceito relativamente tardio, só sendo tratadas depois dos números relativos, expressões algébricas, operações com monómios e polinómios e fracções algébricas. Os problemas do 1º grau aparecem mais à frente num outro capítulo. O capítulo em análise praticamente só lida só com equações de coeficientes numéricos, sendo a terminologia apresentada essencialmente no início. Para a introdução do tema, o manual recorre a problemas de idades (João, António) (situações do quotidiano) e a problemas numéricos (calcular dois números sabendo que...). A partir do § 110, todos os exemplos são estritamente matemáticos.

O texto organiza-se em 25 parágrafos numerados (§§ 104 a 128), muitos dos quais com subtítulos. O grafismo é sóbrio, não existindo um único esquema ou tabela. No § 125 surgem duas representações gráficas, para ilustar a resolução gráfica de equações.

No que se refere à perspectiva pedagógica subjacente, nota-se um esforço significativo de motivação do aluno, falando-se logo no início do "objectivo fundamental da Álgebra" e dos matemáticos árabes que cunharam o termo Álgebra (§ 104). O assunto inicia-se não com definições mas com "problemas", havendo um certo equilíbrio entre as abordagens indutiva e dedutiva.

Compêndio de Matemática, de António de Almeida Costa e Alfredo Osório dos Anjos

Descrição. Este manual não tem data mas foi presumivelmente publicado 1970, sendo depositária a Porto Editora, no Porto. O primeiro autor é apresentado como "Reitor no Liceu Normal de D. Manuel II", no Porto, e o segundo como "Professor Metodólogo no Liceu Normal de Pedro Nunes", em Lisboa. É destinado a alunos do 1º ano do ensino liceal (12 anos). O capítulo intitulado "Equações em **Q**" tem quatro secções: equações numéricas, equações literais, problemas do 1º grau e sistemas de equações. A secção relativa às equações numéricas (a parte que aqui nos interessa) tem 17 páginas, sem apresentar subsecções diferenciadas.

Este livro evita dar definições. Apresenta um exemplo de uma igualdade numérica verdadeira e outra falsa e refere que uma equação é uma "igualdade literal" (§§ 1.1 e 1.2). De um modo algo pitoresco afirma ainda: "alguém disse já que 'equação é esperança de igualdade'" (§ 1.3). No entanto, já no final da secção afirma que as equações que se podem escrever na forma *ax* = b (com a ? 0) estão "na forma canónica ou normal" (p. 107).

Este manual não enuncia princípios de equivalência. Apresenta, no entanto, diversas regras. Uma delas (que não nomeia explicitamente como regra) é: "Numa equação, podemos transpor termos de um membro para outro, com a condição de lhe trocarmos o sinal" (§ 1.9). Apresenta também a seguinte "Regra prática para resolução de equações" (§ 1.13):

> 1º - Transformam-se os membros da equação, desembaraçando de parêntesis, se os houver, e reduzindo os termos semelhantes de coeficientes inteiros.
>
> 2º - Desembaraça-se de denominadores.
>
> 3º - Passam-se os termos que contêm a incógnita para um dos membros e os que não a contêm para o outro.
>
> 4º - Reduzem-se os termos semelhantes em cada membro.
>
> 5º - Calcula-se o valor da incógnita, por aplicação da definição de quociente.

O capítulo inicia-se com alguns problemas de "pensar em números", através dos quais são introduzidas diversas noções – membro, incógnita, raiz ou solução, resolver uma equação (§§ 1.3, 1.5-1.7). As equações que vão surgindo a partir destes problemas são resolvidas invocando as operações inversas e as propriedades das operações (§ 1.4).

O capítulo termina com 49 exercícios, dos quais o mais simples e o mais complexo são os seguintes:

1) $x + 7 = 10$

(...)

49) $\dfrac{4+x}{2} + \dfrac{1+x}{4} = 0.$

Análise didáctica. Este manual, ao contrário dos anteriores, deixa de ser de "Álgebra" e passa a ser de "Matemática" – ou seja, trata de modo integrado temas de vários campos da Matemática. Além disso, descemos dois anos no nível etário dos alunos (dos 14 para os 12 anos) e o tema aparece logo no início do ano (este é o primeiro dos dois volumes do ano). Existe bastante terminologia matemática, que é introduzida a pouco e pouco, de modo muito ligado à ideia de jogo (jogos com números). A única referência a situações do quotidiano, é um hipotético rapaz ("Rui") disposto a jogar o jogo pensar em números (§ 1.5). Não se fala de outras ciências nem de outros fenómenos. Bem ao estilo da Matemática moderna, que valorizava uma abordagem algébrica das questões, a resolução de equações é realizada numa primeira fase a partir das operações inversas da adição e multiplicação. Numa fase posterior enunciam-se regras práticas para a resolução de equações.

O texto está organizado em parágrafos numerados, com uma numeração complexa (a.b.c), não sequencial. Alguns (poucos) dos parágrafos têm subtítulos. Em termos de grafismo é de referir a existência de esquemas relativos às operações envolvidas numa equação (pp. 94-95), bem como um esquema sobre a transposição de termos de um membro para outro (p. 100). O manual apela explicitamente à participação do aluno. Assim, surge a certa altura uma tabela para o aluno completar (p. 98). Surgem igualmente muitas vezes as perguntas "porquê?", para justificação dos passos, no estilo usado por José Sebastião e Silva.

Este manual apresenta-se no prefácio como parte de um movimento de "resposta aos processos de modernização da própria ciência". Assume-se com um carácter experimental, agradecendo-se a quem "ajudar" a corrigir os erros. Avisam-se os leitores que "o desejo de maior clareza" por vezes se sobrepôs "ao sentido mais definido de rigor", apontando como exemplos (respeitantes a outros capítulos) as grandezas variando em sentidos opostos e a criação dos números reais. Não se fazem muitas referências a objectivos ou metodologias gerais de ensino, a não ser a indicação algo vaga que se procura contribuir para desenvolver nos alunos, a partir da escola, "atitudes de pensamento adequadas".

Compêndio de Matemática, de Maria José Soares

Descrição. Este manual é publicado em 1992, pela Texto Editora, em Lisboa, sendo a autora apresentada como professora de Matemática. Destina-se a alunos do 7º ano do ensino básico (12 anos). O capítulo tem 22 páginas e começa com uma revisão de pré-requisitos, seguem-se exercícios de revisão e depois uma página em que fala brevemente da questão "Porquê equações"; surge, então, uma secção intitulada "Noção de Equação", que aborda os conceitos de soluções e equações equivalentes, a que se segue outra secção sobre "Resolução de Equações", com os tópicos "Adição de termos semelhantes" e "Regras para a resolução de equações"; o capítulo termina com "Jogos e exercícios".

A noção de equação é apresentada a partir do seguinte problema envolvendo dinheiro: "A que quantia devemos retirar 3 contos para obter 5?" O problema é então traduzido em linguagem matemática pelas expressões $x - 3$ e

5, sendo dada a seguinte definição implícita "A expressão que se obtém ligando as duas expressões pelo sinal de igual é uma EQUAÇÃO" (p. 158).

O livro contém uma subsecção intitulada "Regras para a adição de equações". Esta secção inclui o que designa por princípio da adição: "Numa equação podemos adicionar a ambos os membros o mesmo número (*sic*), obtendo uma equação equivalente" (p. 165). Daqui deduz a regra: "Numa equação podemos transpor os termos de um membro para o outro trocando-lhe o sinal" (p. 165). De seguida, apresenta o princípio da multiplicação.

Indica através de um exemplo, um procedimento para a resolução de uma equação, com os seguintes passos:

1º - Desembaraçar de parêntesis;
2º - Reduzir os termos semelhantes;
3º - Transpor termos de um membro para o outro,
4º - Tirar o valor de *x*;
5º - Verificar a solução. (p. 167)

Apresentando diversos problemas ao longo do capítulo, o livro resume do seguinte modo os "passos" a dar na "resolução de um problema":

1º - Escolher a incógnita;
2º - Traduzir o problema em equação;
3º - Resolver a equação;
4º - Analisar a solução e dar a resposta. (p. 168)

Trata-se, no fundo, de uma regra prática para a resolução de problemas susceptíveis de serem traduzidos por uma equação.

Termina o capítulo com 22 "jogos e exercícios", sendo os primeiros de simples reconhecimento de terminologia. Não indica as respectivas soluções. O primeiro exercício proposto é:

1. De entre as equações seguintes
5x – 4 = 2x – 6 ; 3x + 1 = 4 + 2x ; 3x + 4 = 21 – 1
a) Identifica o primeiro e o segundo membros.
b) Identifica os termos em x e os termos independentes.
c) Qual das soluções tem solução 3?

A equação com denominadores mais complicada proposta para resolver é $\frac{8x-4}{7}=\frac{3x+8}{5}$. São também propostas equações com números decimais, como $7(4x+3)-15(x+0{,}75)=7+4(x-1)$, e com valores absolutos, como $|x+3|=\frac{1}{2}$. Um dos problemas propostos mais complexo é o seguinte: "Um lavrador tem galinhas, patos e coelhos, num total de 61 animais. Sabendo que o número de galinhas é triplo do de coelhos, e que há mais cinco patos que galinhas e coelhos juntos, quantos animais de cada género tem ele?"

Análise didáctica. Vejamos então alguns elementos de didáctica específica. Este capítulo lida só com equações de coeficientes numéricos, sendo as equações literais estudadas mais tarde, por força do programa. A terminologia mais importante é introduzida logo desde o início. Fala-se em desembaraçar de parêntesis e reduzir os termos semelhantes, mas não se fala de desembaraçar de denominadores. Há uma certa preocupação em não complicar demasiado, e, por isso, não se fala em forma canónica e nunca se escreve a expressão ax = b. Há uma preocupação em indicar explicitamente regras, quer para a resolução de equações, quer para a resolução de problemas usando equações. A maior parte dos exemplos são formulados em termos puramente algébricos, no entanto surgem bastantes problemas de natureza geométrica (perímetro de um quadrado, p. 166; dimensões do rectângulo, p. 167) bem como problemas do quotidiano (de dinheiro, p. 158; berlindes do Nuno e Pedro, p. 164; idade do João e do pai, p. 168).

No que respeita a texto e grafismo, é de assinalar que os parágrafos deixam de ser numerados; aliás, quase que se pode dizer que deixa de haver parágrafos, passando a unidade fundamental do discurso a ser a frase solta. Em várias páginas aparecem várias figuras meramente decorativas. Em quase todas as páginas surge um pequeno quadro a fundo cinzento resumindo o essencial da matéria, sugerindo implicitamente aos alunos que se trata de ideias a ter atenção especial. Em algumas páginas aparecem figuras geométricas relacionadas com as questões propostas.

A análise do prefácio permite perceber a perspectiva pedagógica geral deste manual. Assim, ele surge explicitamente dirigido tanto ao aluno como ao professor, a quem se procura "facilitar o processo de transição" dos antigos para os novos programas. A teoria de ensino-aprendizagem subjacente é a de que o domínio dos pré-requisitos constitui uma condição fundamental para a aprendizagem, é importante que a mensagem seja "clara e acessível" e valorizam-se os "aspectos lúdicos". Também se valoriza a interdisciplinaridade, o trabalho de grupo e trabalho de projecto e se considera que é importante que os alunos possam "construir, pensar, discutir e concluir sobre alguns dos temas". Deste modo, o manual parece querer satisfazer uma clientela de professores com gostos pedagógicos diversificados.

Conclusão

Verificamos assim que houve uma evolução muito acentuada nestes manuais que cobrem um período de um século. O assunto, tratado inicialmente aos 15 anos, foi baixando até se estabilizar nos 12 anos. O tratamento, de início extremamente formal, deu lugar a uma abordagem muito mais informal. O tema das equações do 1º grau foi dividido em equações numéricas e equações literais. Além disso, a certa altura surge-lhe associado um capítulo de "Problemas", que acaba por ser integrado na primeira abordagem das equações do 1º grau. Outra diferença importante é que, inicialmente, estudavam-se primeiro as expressões algébricas, como pré-requisito para o estudo das equações, e, mais tarde, o estudo das expressões algébricas passa a ser motivado pelo próprio estudo das equações.

A apresentação dos princípios de equivalência é feita de modo bastante formal nos dois manuais mais antigos e de modo muito informal nos dois mais recentes. No entanto, não é ainda claro se a noção de "princípio de equivalência" é para ficar ou está concenada a desaparecer. Em contraponto, as regras práticas para a resolução de equações estão claramente para ficar e no último livro até se reforçam, com os rectângulos com a síntese da matéria. Uma mudança importante que se verifica ao longo do tempo, é a valorização das conexões matemáticas e extra-matemáticas, integrando-se na abordagrem das equações exemplos de Geometria e de situações do quotidiano dos alunos. Outra mudança é a grande simplificação do texto escrito e a profusa introdução de figuras.

Em resumo, no espaço de cerca de 100 anos registaram-se mudanças muito significativas na apresentação das equações, tornando o seu tratamento inicial muito mais simples e intuitivo e valorizando-se as conexões com outros tópicos matemáticos e extra-matemáticos. Para essa mudança terá contribuído o aprofundamento do pensamento pedagógico, bem como o movimento curricular no sentido de iniciar a abordagem do tópico em níveis etários mais baixos. As possibilidades proporcionadas pelas novas tecnologias, bem como o aprofundamento da investigação em educação matemática em torno deste tópico, permitem supor que as mudanças vão continuar, talvez até de forma mais acentuada do que até aqui.

Referências

Calado, J. J. G. (1952). *Compêndio de Álgebra*. Lisboa: Livraria Popular de Francisco Franco

Costa, A. A., & Anjos, A. O. (s.d.). *Compêndio de Matemática*. Porto: Porto Editora.

Cunha, A. J. (1887). *Elementos de Álgebra*. (5ª edição). Lisboa: Livraria de António Maria Pereira.

Sierra-Vásquez, M., González-Astudillo, M. T., & López-Esteban, C. (2002). El concepto de continuidad en los manuales españoles de enseñanza secundaria de la segunda mitad del siglo XX. *Educación Matemática, 14*.

Soares, M. J. (1992). *Compêndio de Matemática*. Lisboa: Texto Editora.

12

Profissionalização e continuidade geracional:

Uma leitura sociológica do prefácio do *Traité du Calcul Differentiel et du Calcul Intégral* de S. F. Lacroix

Darlinda Moreira
Universidade Aberta
darmore@univ-ab.pt

Resumo

Este artigo procura analisar como o prefácio do *Traité du Calcul Différentiel et du Calcul Intégral*, da autoria de Sylvester François Lacroix - que surge entre 1797-1800 – ao enunciar as preocupações pedagógicas subjacentes à sua elaboração, e ao identificar um conjunto de características que se pretendiam que o matemático profissional da época deveria desenvolver, ilustra, por um lado a preocupação colocada na continuidade geracional da jovem comunidade matemática e, por outro, as mudanças na re-organização do *corpus* matemático exigidas pela nova conjuntura educativa e profissional que se observava no âmbito da matemática da época.

Introdução

A ideia de analisar livros de texto para traçar as mudanças ocorridas na comunidade de matemáticos não é nova (Dhombres, 1985), assim como também não é nova a ideia de analisar livros de texto para compreender "o estabelecimento da 'matemática escolar' como um *corpus de conhecimento e métodos* particular e separado" (Schubring, 1987, p. 41).

De facto, os manuais escolares, neste caso do início do século XIX, surgem como artefactos matemáticos privilegiados para revelar como, por um lado, a comunidade de matemáticos incorporou no seu seio as mudanças relacionadas com as novas problemáticas sociais que atravessavam a emergente actividade profissional, e, por outro, para entender como essas mudanças foram transferidas para o ensino da matemática.

É sobretudo em França, e para concretizar os objectivos educativos defendidos pela Revolução, que surgem os livros de texto mais notáveis (Schubring, 1984). Com a criação das grandes escolas cujos objectivos eram preparar engenheiros e técnicos, como por exemplo a École Polytechnique, o ambiente anteriormente descrito começa por se fazer sentir especialmente e assiste-se à produção de livros, dos quais entre os mais célebres, se pode destacar o *Traité du Calcul Differentiel et du Calcul Intégral*" de Sylvestre F. Lacroix.[1]

No caso do presente artigo, depois de uma breve referência ao tempo histórico-social do *Traité du Calcul Différentiel et du Calcul Intégral* e de uma breve nota biográfica sobre o seu autor, procura-se analisar como o prefácio do *Traité du Calcul Différentiel et du Calcul Intégral*, que atingiu uma popularidade notória no ensino da matemática de nível superior ao longo do século XIX,[2] ilustra, por um lado a preocupação colocada na continuidade geracional da jovem comunidade matemática e, por outro, as mudanças na re-organização do *corpus* matemático exigidas pela nova conjuntura educativa e profissional que se observa no âmbito da matemático.

Enquadramento teórico e contexto social da época

O século XIX é cognominado a "época de ouro da Matemática" e, na opinião dos historiadores da ciência, é também o século que origina a ciência da actualidade. É neste período (que historicamente abrange o tem po mais lato que

---

1 Desta época também os seguintes livros se destacaram : Legendre Exercices du Calcul Intégral (1811), Traité des Functions elliptiques et des intégrals eulériennes (1827-32), Elements de Geometrie (1794) (Struik, 234-235; Bottazzini, 1986: 46-47; Boyer,1968: 529). Outros livros de texto célebres desta época encontram-se mencionados por exemplo em (Boyer e Merzbbach, 1968/1989 :510-511).

2 Também da autoria de Lacroix é o Traité Elementaire de calcul differentiel e de calcul integral em dois volumes, contendo o Volume I, 489 páginas e o Volume II, 503 e cuja data da 7ª edição é 1867, conforme edição electrónica do primeiro volume, disponível em
http://historical.library.cornell.edu/cgi-bin/cul.math/docviewer?did=01490002&seq=7
e do segundo volume em
http://historical.library.cornell.edu/cgi-bin/cul.math/docviewer?did=Lacr016&seq=7
(última verificação em 27/12/049).
Este tratado que pretendia ser uma versão mais simplificado do Traité du Calcul Differentiel et du Calcul Integral, atingiu considerável popularidade tendo sido inúmeras vezes re-editado e traduzido em várias línguas ao longo do século XIX . Foi usado tanto em escolas europeias como americanas, e tanto em universidades como escolas técnicas (Boyer, 1949: 265-266). Em Portugal o Traité Elementaire de calcul differentiel e de calcul integral foi traduzido por Silva Torres e usado na Academia Real Militar (Henriques, 2004).

decorre entre a Revolução Francesa até à II Guerra Mundial) que os matemáticos deixam definitivamente as cortes e os salões aristocráticos para começarem a desenvolver as suas actividades matemáticas nas escolas e nas universidades (Struik, 1992; Dieudonné, 1990; Goldstein, 1996, Dear, 1995). Como observa Dieudonné (1990, p. 21), "até ao fim do século XVIII, não houve verdadeiro ensino superior organizado para as matemáticas, e, de Descartes e Fermat a Gauss e Dirichlet, os grandes matemáticos formaram-se quase todos sem mestre, pela leitura das obras dos seus ilustres predecessores." Com efeito, é nos finais do século XVIII, início do século XIX que a profissão de matemático começa a ser socialmente reconhecida como tal e que começam a ser mais frequentes a criação de livros para os fins específicos de ensinar matemática. Em particular, surgem as primeiras referências a livros de texto escritos por matemáticos, concebidos para ensinar nas escolas superiores (Boyer e Merzbbach, 1968/1989).

Por sua vez, é também nesta época que a especialização do conhecimento científico se começa a acentuar e, no caso da Matemática, como nota Struik (1992, p. 226), "uma divisão mais acentuada que no passado entre matemáticos "puros" e "aplicados" acompanha o crescimento da especialização", destacando ainda este autor o forte crescimento da produção no âmbito das matemáticas puras na época. Também Sal Restivo, no artigo *The Social Roots of Pure Mathematics* (1990), argumenta que a purificação da Matemática construiu-se em movimentos e problemáticas sociais geradas nos finais do século XVIII princípios do século XIX, relacionadas com a institucionalização da ciência, processo que por sua vez, conduz à profissionalização e especialização matemática, e ao desenvolvimento de estratégias de comunicação transnacionais que implicam investimento na criação de formas de comunicação comuns e na escrita científica simbólica. Como observa este autor, "a continuidade geracional é uma condição importante para o desenvolvimento de ideias abstractas; ela permite que uma geração de trabalhadores, depois de outra, se concentre e trabalhe com os produtos das gerações prévias" (1990, p. 132).

Daí que, o cuidado colocado na apresentação do corpus matemático que se vai ensinar às gerações seguintes, tem de ser re-organizado e re-orientado para que exista mais produção e com maior qualidade. Isto é uma condição fundamental para afirmar o espaço socio-profissional recentemente adquirido.

Em consequência, o processo de especialização está ele próprio relacionado com o ensino da Matemática e, como destaca Belhoste "a oposição entre Matemática pura e Matemática aplicada, fundamental para a imagem da Matemática nos séculos XIX e XX, é ela própria particularmente instituída pela actividade do ensino" (1998, p. 226).

Realçando, por sua vez, Bottazzini (1986) que o facto dos matemáticos nesta época também serem professores fez com que organização do conhecimento matemático se tornasse importante para o ensino da própria matemática e para a configuração deste campo disciplinar que actualmente existe. Como afirma,

> The fact that, after the beginning of the nineteenth century, mathematicians also became professors was to have important results in the character of mathematics, particularly as regards the rigorous organization of the theory for didactic purposes. (…) It also helped to assure for analysis a privileged role among the various branches of mathematics (p. 47).

A atenção dada à geração de matemáticos que se segue é particularmente visível na consciência e no cuidado colocado na sua educação e desenvolvimento, e são visíveis, por exemplo, tanto nas preocupações de natureza didácticas subjacentes à elaboração do *Traité du Calcul Differentiel et du Calcul Intégral*, como na identificação de um conjunto de características que deveriam ser desenvolvidas pelos matemáticos profissionais “modernos” da época, ambos enunciados no Prefácio. Por sua vez, as relações elaboradas por Lacroix no contexto da emergência da profissionalização e da especialização matemática, do desenvolvimento de uma escrita científica transnacional e da criação de livros de texto, reflectem a necessidade de novas estruturações nos conteúdos matemáticos que podem ser esclarecidas atendendo à conjuntura social interna e própria da comunidade matemática da época e as condições sociais externas.

O *Traité du Calcul Differentiel et du Calcul Intégral* de Sylvestre F. Lacroix

O *Traité du Calcul Differentiel et du Calcul Intégral*, que surge em 1ª edição em 1797-1800[3], é citado na literatura da História da Matemática como altamente influente, e nas palavras de Boyer (1949, p. 264) “talvez o mais famoso e ambicioso livro no tema [cálculo] que apareceu na época”. O seu autor, Sylvestre François Lacroix (1765-1843) foi um dos prestigiados matemáticos que, juntamente com Legrange, Laplace e Lagrange, foi chamado para leccionar

---

[3] As citações do Prefácio foram todas retiradas da página.
http://visualiseur.bnf.fr/Visualiseur?Destination=Gallica&O=NUMM-92729 onde se encontra digitalizado o primeiro volume do Tratado. O segundo volume encontra-se digitalizado em http://visualiseur.bnf.fr/Visualiseur?Destination=Gallica&O=NUMM-92730 (última revisão em 17/12/04).
Na edição analisada deste tratado não se encontra mencionado o número da edição. Julgamos no entanto que se trata da 1ª edição, a avaliar por Kline, M, *Mathematical Thought from Ancient to Modern Times*, nota 7 da p. 948.

na École Polytechnique, em 1799, onde teve a seu cargo, até 1815, a cadeira de Análise, sendo depois, professor na Sarbonne e no College de France. Aluno e colega de Monge, Lacroix é ainda autor de numerosos livros de Matemática para todos os graus de ensino à excepção do elementar. Como observa Schubring, "pode-se olhar para Lacroix como um autor cuja obra contribuiu de forma decisiva para a constituição da matemática escolar em França"[4] (1987, p. 42).

No primeiro contacto com o *Traité du Calcul Differentiel et du Calcul Intégral* surge de imediato a sua dimensão, sobretudo se tivermos em mente os seus objectivos pedagógico. Nas palavras de Dhombres, "a totalidade do tratado é uma mina de ouro para os historiadores da matemática porque é um sumário de todos os resultados no cálculo integral e diferencial do século XVIII com citações precisas de autores originais" (1985, p. 105).

Desenvolvendo-se ao longo de 3 volumes, o tratado está organizado do seguinte modo: o primeiro volume, o *Cálculo Diferencial*, inicia-se com um prefácio de 28 páginas, seguido de uma introdução de 80 páginas, e de cinco capítulos, expostos em 544 páginas. No segundo volume, o Ca*lcul Intégral*, com data de edição de 1798, existem dez capítulos ao longo de 732 páginas. Finalmente o terceiro volume, *Des differences et des séries*, com data de edição de 1800, constam oito capítulos ao longo de 582 páginas, mais um apêndice com 49 páginas e um índice de 26 figuras. [5]

Depois da surpresa da dimensão, não menos estranho é a completa inexistência de figuras ao longo dos três volumes,[6] que, contudo se encontram em anexo no final do livro, bem como a exibição de um texto onde o simbolismo matemático, embora próximo do actual, é alternado com largas extensões de texto escritos em linguagem natural (neste caso francês). Todas estas características, estão, no entanto, de acordo com o espírito literário-científico da época, uma vez que este Tratado foi concebido e produzido no tempo da Enciclopédia onde, como refere Serras (1989, p. 173) o espírito "[d]a totalidade do saber (...)" imperava. Com efeito, na Matemática como noutras áreas do conhecimento científico, como por exemplo, a física e a química, assiste-se ao aparecimento de tratados com características semelhantes e, como nota, ainda, Serres:

---

[4] Uma biografia mais completa de Sylvester François Lacroix encontra-se disponível em:
http://www-gap.dcs.st-and.ac.uk/~history/Mathematicians/Lacroix.html
http://www.ufes.br/circe/administrador/artigos/arquivos/artigo56.html

[5] De acordo com a edição digitalizada que se encontra na página da Internet indicada na nota 3 De acordo com os dados disponíveis em www.dundeecity.gov.uk/centlib/ivory/ivorycat.htm a segunda edição do Traité publicada entre 1810-1819 por Courcier, Paris, tinha igualmente três volumes e estava revista e aumentada.

[6] A ausência de figuras é mencionada por Serres a propósito da "Mecânica Analítica" de Lagrange. Serres escreve que o "autor [Lagrange] gaba-se da ausência de toda e qualquer figura no seu livro, ou seja, de nunca recorrer à intuição" (1989, p. 177).

> Cada grande sábio edifica para cada uma das grandes disciplinas um grande sistema, universal no seu género. (...) cada um dos tratados que o constrói começa depois de um grande prefácio que relata tudo quanto se passa anteriormente (opus. cit. p. 181).

De facto como veremos um pouco mais à frente, uma das características do prefácio do Traité é exactamente apresentar de uma forma resumida, a história, conhecida até então, do desenvolvimento do cálculo matemático.[7] Finalmente, a este propósito Dhombres (1985, p. 130), observa que "Ele [referindo-se ao Traité] conserva fortemente a influência da Enciclopédia."

É no Prefácio, escrito na primeira pessoa do singular, que Lacroix expõe as razões que o levaram a realizar este trabalho monumental, iniciando-o com a seguinte justificação de carácter pedagógico a qual se vai transformando em preocupações de natureza profissional ao longo das páginas seguintes. Como escreve Lacroix nas primeiras linhas do Prefácio:

> Lorsque les Éléments d'une science sont incomplets, ceux qui l'étudient, découragés par la multitude des livres qu'il faudroit consulter pour acquérir les notions qui leur manquent, ne s'engagent qu'avec crainte dans une carrièrre dont ils n'apperçoivent point le terme. Les Mathématiques sont peut-être de toutes les sciences, celle dont les ouvrages élémentaires font connoître le moins l´etendue et les progrès. (p.iii)

Assim, o autor diz-nos logo no princípio que vai mostrar que a matemática apresenta uma escolha profissional segura, e, concretamente, no que diz respeito aos conteúdos do Cálculo Diferencial e do Cálculo Integral, com um *corpus* consistente, embora ainda disperso, sendo que uma das finalidades do *Traité du Calcul Differentiel et du Calcul Intégral* é exactamente reunir e ordenar todos estes resultados:

> La réunion des nombreux matériaux, relatifs au Calcul différentiel et au Calcul intégral, épars dans les collections Académiques, peut seule faire connoître toutes les richesses de cette branche importante de l'Analyse, et réduire à un petit nombre de méthodes générales, une foule de procédés particuliers qui tiennent à l'enfance de ces calculs; (p iii)

---

[7] Tal configuração desde logo contrasta com os manuais actuais sobre o mesmo tema, cuja introdução histórica, se a houver é diminuta, e onde, quer as figuras quer a extensão do texto simbólico matemático são bastante mais visíveis. Por exemplo *O Calculus* de Apostol, em dois volumes, tem cerca de 1700 páginas.

Mas, como afirma o próprio Lacroix, "une simple compilation n'aurait pas atteint ce but" (p.iii) porque :

> Les mêmes découverts s'étant présentée à plusieurs Géomètres, sous de points de vue très-différens, il en est résulté plusieurs méthodes entre lesquelles il faut faire une choix, ou qu'il faut exposer dans une ordre, qui mette en evidence les rapports par lequelles elles se lient les unes aux outres; enfin, il nétait pas moins nécessaire de donner, pour ainsi dire, à toutes, une teinte uniforme, qui ne laisse point appercevoir de différence, entre ce qu'on doit à un auteur et ce qu'on a emprunté d'un autre, et répande sur le tout un égal degré de précision et de clarté (pp. iii - iv).

E, referindo-se ao "estado da arte" do cálculo, Lacroix menciona: "Les principes sont devenus plus féconds, les détails moins nécessaires, et la généralité des Méthodes a permis encore d'embrasser la science entier, malgré les pas immenses qu'elle avoit faits" (p. iii).

Assim, se a necessidade e utilidade de uma compilação dos conhecimentos existentes sobre o cálculo infinitesimal são claramente invocados pelo autor, devido a dispersões de natureza diversa existentes no *corpus* do Calculo, é o próprio Lacroix que afirma que não se trata unicamente de elaborar uma compilação, mas sobretudo de escolher, organizar, relacionar e uniformizar estes conteúdos matemáticos, de forma a apresentar um *corpus* unificado e ordenado, para que as diferenças individuais sejam apagadas e apareça em todas a "precisão e clareza" por igual. Portanto, o que procura Lacroix é uma nova organização, formatização e uniformidade de conteúdos, que, ao apagar as diferenças reduz e unifica os "métodos", e portanto maximiza o ensino, no sentido em que encaminha os estudantes para os resultados verdadeiramente significativos e importantes que existem nesta matéria até então, não os fazendo perder tempo com discussões e querelas individuais que não tiveram eco ou desapareceram mesmo no conjunto dos resultados que, no futuro, se tornaram verdadeiramente importantes para o desenvolvimento do conhecimento científico da matemática. Paralelamente, revela já preocupações de "clareza e precisão" (ideias já bem presentes na tendência de formalização que se ia desenhando na época) para poder apresentar o "ponto da situação" aos novos profissionais.

Tal cuidado com a uniformização pode ser justificada através de argumentos ligados ao próprio estado do conhecimento matemático como seja por exemplo a utilização por parte dos matemáticos de simbologias diferentes, às quais Lacroix pretendia dar um tom uniforme, como acontecia com a ainda bem presente disputa entre Newton e Leibniz e portanto evidenciar a necessidade do tom conciliador, mas também, como já tínhamos referido, justifica-se com a necessidade de fortalecer o desenvolvimento de uma cultura científica com meios de comunicação comum. Assim, a criação de uma escrita científica transnacional faz parte da actuação da comunidade matemática no princípio do século XIX para desenvolver o seu projecto profissional. Em resumo, se o cuidado com a uniformização da escrita matemática pode ser entendido como uma necessidade interna à própria matemática, não nos podemos esquecer também de uma conjuntura externa que levava à universalidade do saber. Como diz Serres estava presente "o esquecimento das culturas singulares em prol da emergência de um universal racional, nova língua comum" (Serres, 1989, p. 174).[8]

Como já foi dito anteriormente, e não fugindo aos hábitos da época, Lacroix, considera necessário expor no prefácio desta obra as origens e desenvolvimento do cálculo. As razões para tal são mesmo explicitadas por Lacroix porque:

> Avant de rendre compte du plain que j'ai siuvri, je crois devoir remettre sous les yeux du lecteur l'origine e les progrès du Calcul différentiel et du Calcul intégral, afin qu'il puisse mieux apprécier les raisons qui ont déterminé l'ordre que j'ai adopté (p. iv).

Assim, nas páginas seguintes do *Traité du Calcul Differentiel et du Calcul Intégral*, Lacroix apresenta os trabalhos precursores de Euclides e Arquimedes, não deixando contudo de contar e encaminhar a históricа para ilustrar a sua visão pessoal daquilo que considera uma boa literatura científica, bem como uma boa forma pedagógica de expor o conhecimento matemático e, finalmente, de mostrar qual o comportamento que se espera de um futuro matemático, tudo o que afinal Lacroix também pretende exemplificar com a elaboração desta obra monumental. Ou seja, igualmente presente neste prefácio, embora não de uma forma assumidamente consciente está também ilustrada uma certa visão moral e ideológica do matemático, e uma concepção de Matemática.

O texto correspondente ao desenvolvimento histórico do cálculo está escrito em linguagem comum, ou seja, não existe na apresentação da história do calculo diferencial e integral, um único simbolismo matemático, sendo esta história contada de forma a evidenciar os pontos polémicos, as diferentes abordagens e os resultados mais ou menos gerais que se foram adquirindo e utilizando. Como diz o autor a exposição histórica que elabora é para melhor avaliarem o seu trabalho:

> Lorsqu' après quinze siècles de ténèbres, le flambeau des sciences vint à se rallumer, que les écrits d'Euclide et Archimède furent traduits et

[8] É neste contexto que podemos perceber com maior clareza as observações de Struik (1986) e Bottazzini citadas anteriormente.

> commentés, on chercha à retrouver le fil qui avoit pu les diriger dans leur découvertes; mais on ne tarda point à s'eppercevoir qu'ils s'étoient beaucoup plus occupés de convaincre que d'éclairer leurs contemporains; on fut donc obligé de quitter leurs traces, et de penser à se frayer des routes nouvelles (pp. v - vi).

No entanto, estas palavras ficam bem mais explícitas, e adquirem um novo significado, quando, um pouco mais à frente, o autor exalta Descartes pela impulso que deu á ciência e ao método científico, nomeadamente, escrevendo que:

> (…) c'est que ses ouvrages [de Descartes] présentent toujours l'histoire de ses pensées, et mettent sur la voie ceux qui voudroient essayer de pousser plus loin les recherches qu'il a entameés. On peut dire qu'il [Descartes] étoit le seul qui écrivit alors avec cette netteté et cette simplicité qui doit toujours avoir le style des ouvrages scientifiques. Il aurait put cependant profiter des méthodes générales qu'il possédoit, pour résoudre les problêmes les plus difficiles, et n'en publier que les résultats démontrées à la manière des Anciens (pp. vi - vii).

Se abstrairmos de um certo tom nacionalista das suas palavras, observamos por um lado um método pedagógico - apresentar a história do pensamento - mas por outro, também um incitamento a uma determinada conduta, nomeadamente, apostando no espírito da modernidade que se deverá opor aquele que era característico dos Antigos. Assim, Lacroix espera do matemático não só que ele exponha a forma como chegou aos seus resultados para que estes sejam mais claros, e, assim, mais gente deles possam usufruir, mas, sobretudo, incita a nova geração a tornar públicos os seus pensamentos,[9] e, deste modo, ter um comportamento "moderno."

Novamente, e depois de comparar Descartes com Fermat relativamente às suas atitudes face ao conhecimento em geral e às inovações matemáticas, Lacroix, a propósito do trabalho de Roverbal afirma mesmo que: "Le desir de se ménager des triomphes sur ses rivaux, le [Roverbal] porta à cacher ses découvertes, dont la publication du livre de Cavalleri vint lui ravir les avantages, et le punit, justement d'avoir écouté le conseil d'un amour-propre mal-entendu" (p. vii).

E, a propósito da disputa, entre Leibniz e Newton, sobre a autoria do cálculo, que é o assunto apresentado nas páginas xi- xvi, Lacroix conclui que:

> (…) Newton a laissé dans son immortel ouvrage des *Principes*, un monument qui lui assure à jamais l'ádmiration de la postérité; mais

[9] Note-se a criação na época de inúmeros e novos jornais especializados em matemática (Dieudonne, 1990/1987).

> l'éclat de ses titres commande la plus sévère équité envers son rival, qui, sens cesse emporté par une succession rapide d'objets divers, accablé d'une correspondence très-étendue, et n'ayant jamais eu le loisir d'exécuter un grand ouvrage, partagea néanmoins l'honneur d'une découverte qui a changé la face des Mathématiques (…) (p. xvi).

Continuando com a história do cálculo até à página 23, Lacroix volta-se, então para os conteúdos do *Traité du Calcul Differentiel et du Calcul Intégral* explicando as suas opções e fontes. Para explicar as suas opções relativamente à forma de expor e articular os conteúdos desenvolvidos ao longo dos três volumes, Lacroix começa por referir que os princípios nos quais deve repousar o cálculo diferencial e integral têm sido objecto de reflexão e de considerações novas, as quais Lacroix expõe do seguinte modo:

> (…) ne cédant pas à un goût particulier pour les spéculations de Methematiques pures, on ne voit dans ces sciences que ce qu'elles sont aux yeux du philosophe, un instrument sûr et fécond pour combiner les trois des phénomènes, ou les déduire des observations (p. xxi).

> (…) et l'ont peut maintenant demander laquelle de ces consedérations doit être préférée aux autres dans l'enseignement. La réponse à cette question n'est pas sens difficulté, (...) [et], peut conduire à des découvertes importante, et que chacun des points de vue sous lequel on a envisagé le passage de l'Algébre au Calcul différentiel, donne à ce calcul des formes qui, pour le moins, offrent des facilités particulières dans la solution de certains problèmes; cepandant lorque'on veut concillier la rapidité de l'exposition avec l'exactitude dans le language, la clarté dans les principes, et marcher dans une direction telle, que l'on puisse les rapprocher sans peine, soit de la metaphysique par M. Leibnitz, soit de la theorie du development des fonctions propose´ par M. Lagrange, je pense qu'il convient d'employer la méthode des limites (p. xxiv).

Finalmente, as últimas palavras do Prefácio, são dedicadas à nova geração de matemáticos, para quem este Tratado se dirige. O desejo de contribuir para a formação destes jovens, fica bem claro nestas últimas palavras do Prefácio que também nos mostram como Lacroix estava ciente da importância da formação matemática desta nova geração de profissionais. Referindo de novo a consistência do conhecimento matemático, as suas últimas palavras são para os "jovens" e para os "alunos":

> Uniquement animé du désir de faire un livre utile aux jeunes gens, j' ai écarté toutes les prétentions de l'amour-prope. Parmi beaucoup de choses extraites des ouvrages des grands Géomètres de nous jours, il se

> trouvera peut-être quelques détails qui m'appartiendront. (...) cependant afin de faire connoître la bibliographie des bons ouvrages de mathématiques, jái conçu le dessein de joindre à l´énoncé de chaque article, dans la table, le titre des Mémoires qui ont été consultés pour la rédaction, ou qui y ont quelque rapport. Je remplirai ainsi ce que l´équité exige, et les citations classées méthodiquement, seront plus utiles aux Élèves (p. xxix).

Conclusão

No prefácio do *Traité du Calcul Differentiel et du Calcul Intégral* encontra-se claramente exposto a importância da elaboração de novos livros de texto com preocupações didácticas, pelo menos para o ensino superior, bem como uma visão de conduta profissional e uma concepção da matemática. Esta visão evidencia uma perspectiva onde, entre as causas sociais que influenciaram o desenvolvimento da Matemática, se encontra a forma como o seu ensino se foi organizando e divulgando.

Tanto na literatura da história da Matemática como na da Sociologia da Matemática encontram-se referências que nos mostram como causas sociais influenciaram não só o desenvolvimento da matemática, como também a forma como o seu ensino foi desenvolvido e organizado, nomeadmente, no que diz respeito à organização do *corpus* do conhecimento matemático a ensinar, e dando-lhe a configuração pela qual ele é hoje maioritariamente divulgado (Moreira e Matos, 1998). Assim, neste quadro, onde se assiste à profissionalização e a especialização matemática juntamente com o reconhecimento social da profissão de matemático, é o ensino da Matemática que vai protagonizar um dos papéis mais importantes nas mudanças exigidas por esta nova conjuntura social.

Referências

Belhoste, Bruno (1998) Pour une Réévaluation du Rôle de L'enseignement dans L'histoire des Mathematiques. *Revue d'histoire des mathematiques*, 4 (1998). P.280-304

Bottazzini, U. (1986). The Higher Calculus: A history of Real and Complex Analysis from Euler to Weierstrass.Londres: Spring-Verlag.

Boyer, C. B., & Merzbach, U. C. (1968/1989) *A History of Mathematics*. Nova Iorque: John Wiley & Sons.

Boyer, C. B. (1949) *The History of the Calculus and its Conceptual Development*. Nova Iorque: Dover Publications.

Dear, P (1995) *Discipline & Experience. The mathematical way in the scientific revolution.* Chicago: The University of Chicago Press.

Dieudonné, J. (1990/1987) *A Formação da matemática Contemporânea*. Lisboa: Publicações Dom Quixote.

Dhombres, J. (1985) French Mathematical Textbooks from Bézout to Cauchy. Em *Historia Scientiarum* nº 26 (1985).

Henriques, M. H. A. C. (2004) *O Percurso da Matemática no Ensino Técnico durante a Monarquia*. Tese de Doutoramento em Matemática. Porto: Universidade Portucalense.

Moreira, D. & Matos, J. M, (1998). Prospecting Sociology of Mathematics from Mathematics Education. Em *Proceedings of the First International Education and Society Conference (MEAS1)* (pp.262-267). Grã- Bretanha: Centre for the Study of Mathematics Education, Nottingham University;

Restivo, S. (1990) The social roots of pure mathematics. In Cozzens, S. E & Gieryn, T. F. (Eds.) *Theories of Science in Society*. Indianopolis: Indiana University Press. (Tradução Portuguesa em: Grupo TEM (Org.) (1998). *Cadernos de Educação e Matemática* – Sociologia da Matemática. Lisboa: Associação de professores de Matemática).

Schubring, Gert (1987) On the Methodology of Analysing Historical Textbooks: Lacroix as Textbook Author. *For the Learning of Mathematics*, 7, 3 (November 1987).

Schubring, G. (2003) *Análise Histórica de livros de Matemática: notas de aula.* Campinas, SP: Autores Associados.

Serres, M. (1989). Paris 1800. Em, *Elementos para uma História das Ciências*. Vol II, Do Fim da Idade Média a Lavoisier, pp.167-195. Terramar Editores.

Struik, D. J. (1986). The Sociology of Mathematics Revisited: A Personal Note. *Science & Society*, Vol 1. Nº 3, Fall 1986, pp. 280-299.

Struik, D. J. (1987). *História concisa da Matemática*. Lisboa: Gradiva.

13

Os livros de Matemática durante a monarquia: um breve roteiro

Helena Castanheira Henriques
ISCAP
helenachenriques@sapo.pt

É indiscutível a importância do manual escolar como instrumento de ensino que reflecte os conteúdos educativos, os objectivos e os métodos pedagógicos.

Pretende-se contar um pouco da história dos livros de Matemática publicados durante a Monarquia em Portugal, realçando as obras mais marcantes ou pelo número de edições ou pela sua especificidade.

Atendendo a que já fizemos um levantamento das obras de Matemática publicadas em Portugal até 1910 e no Brasil até à independência faremos ainda uma análise dos períodos, publicações e autores mais relevantes durante a Monarquia.

O desenvolvimento da Náutica incrementou o estudo da Astronomia, pelas aplicações desta à navegação, mas também da Aritmética, pelo impulso que deu às trocas comerciais. Daí que não seja estranho que as duas primeiras obras ligadas à Matemática, sejam exactamente de Astronomia e Aritmética.

A primeira obra de Astronomia editada em Portugal – *Almanach Perpetuum Celestium Motuum*[1], do judeu Abraão Zacuto, data de finais século XV. A partir dela foram elaboradas todas as tábuas de declinação utilizadas na navegação.

A primeira obra da "arte de contar", foi editada no início do século XVI – *Tratado da Pratica Darysmetica*[2], – de Gaspar Nicolas.

Segundo Albuquerque foi um livro muito admirado, o que justifica as suas onze edições[3].

---

[1] Trata-se de um livro muito raro, tendo sido mandado reproduzir por fotogravura em 1915 por Joaquim Bensaúde.

[2] Lisboa, Germão Galharde 1519.

[3] 1519, 1530, 1541, 1559, 1590, 1592, 1594, 1607, 1613, 1679 e 1716.

> Exceptuada a *Gramática Latina* do Padre Manuel Álvares, nenhuma obra didáctica terá exercido em Portugal tão duradoura influência antes do século XIX; e o facto é ainda mais de realçar pela circunstância de terem concorrido com o tratado de Nicolas várias outras obras afins.[4]

Em 1590 e 1592 o livro de Gaspar Nicolas, foi impresso com o título *Tratado d' Arismética com muita diligencia emendada.* Em 1716 foi publicado com o título: *Tractado e Arte de Arismética para fazer um perfeito Contador.*[5]

Esta obra foi uma das mais influentes, o que se justifica pelo seu número de edições, bem como, por ter sido seguida por vários autores, de que destacamos Rui Mendes, Bento Fernandes e Guirol e Pacheco.

Seguidor de Frei Lucas de Burgo, Gaspar Nicolas aludiu pela primeira vez ao nome do matemático Paccioli e introduziu o sistema de numeração árabe.

O livro buscava mecanizar a resolução de problemas, pelo que às regras de cálculo se seguiam problemas e sua resolução. É de salientar que para além de problemas directamente relacionados com as transacções comerciais existia também uma série deles em que ressalta o carácter lúdico.

Este tipo de problemas está também presente na obra de Rui Mendes – *Pratica darismetica*[6] – que teve uma única edição em 1540 e no livro de Bento Fernandes.

Bento Fernandes, comerciante, natural do Porto, foi considerado um dos grandes aritméticos do seu tempo. Além de aritmético, foi algebrista, sendo um autor muito respeitado na época de Quinhentos.

O seu livro teve duas edições. À primeira chamou *Arte d'Arismetica*[7] e à segunda *Tratado da Arte d'Arismetica*[8]. Da primeira edição, não se conhece qualquer exemplar, sendo conhecida, apenas, pela referência que outros autores lhe fazem, inclusivamente está referenciado no *Dicionário Bibliográfico de Inocêncio*[9].

Tal como já afirmámos, também a obra de Bento Fernandes foi inspirada no livro de Gaspar Nicolas, retomando até alguns problemas aí existentes.

---

[4] Albuquerque, Luís de - *Para a História da Ciência em Portugal*. Lisboa: Livros Horizonte, (Colecção Horizonte:21), 1973, p. 118.

[5] *Seu auctor Gaspar Nicholas, e emendada e accrescentada por Manuel de Figueiredo, Cosmographo-mór que foi das conquistas destes reinos de Portugal. E no fim com varias curiosidades de Arismetica. Offerecida á inclita Doutora Sancta Catharina pelo procurador Manuel Moreira Martins*Lisboa: Officina de Bernardo Costa de Carvalho, 1716.

[6] *novamente agora cõposta pelo lic?ciado ruy mendez: na qual se decrarã por boa ord? e craro estilo as quatorze especies darte darismetica. S. as sete dellas por numeros inteyros, e as outra sete por numeros ??rados e assi mesmo trinta e cinco regras da dita arte muito sotil e breve e ???????te decraradas. Cõ muitas outras ???•ü tas e cousas necessarias e pveytosas pa qualquer pessoa ??da dita pratica se quiser aproveita.* Lisboa: Germão Galharde, 1540.

[7] Porto: por Vasco Dias Frexenal, 1541. Dedicado ao Infante D. Luís.

[8] Lisboa: Francisco Correa, 1555.

[9] Tomo I, p. 344.

A época de Quinhentos foi, no entanto, marcada por Pedro Nunes. Foi autor de várias obras relacionadas com a navegação e desenvolveu também vários instrumentos, dentre eles o Nónio. Para além dessas obras, em *De Erratis Orontii Finoei, Regii Mathematicarum Lutetioe Professoris*, demonstrou a falsidade das soluções propostas por Orôncio Finoei para a trissecção do ângulo, duplicação do cubo, quadratura do círculo e inscrição geral de um polígono de qualquer número de lados num círculo. Legou-nos, ainda, o *Libro de Algebra en Arithmetica y Geometria*.

Infelizmente, muitos escritos de Pedro Nunes perderam-se no tempo, apenas se sabendo terem existido pela referência que ele próprio lhes faz em algumas das suas obras.

É de realçar dois nomes contemporâneos a Pedro Nunes, Frei Nicolau Coelho e André de Avelar. O primeiro escreveu *Cronologia dos tempos*[10] e ocasionalmente substituiu Pedro Nunes na regência da cadeira de Matemática da Universidade.

André de Avelar, após enviuvar, tomou ordens sacras e foi Tercenário na Catedral de Coimbra. Foi Mestre em Artes e sucessor de Pedro Nunes no cargo de professor da Universidade de Coimbra. Escreveu *Reportório dos tempos*[11].

Saiu depois com o título: *Cronographia ou Reportório dos tempos*[12] Escreveu ainda *Sphoeroe utriusque; Tabella ad sphoeroe hujus mundi faciliorem enucleationem*.[13]

Outro livro marcante, apesar de não conter grandes inovações, foi o *Thesouro de prudentes*[14], de Gaspar Cardoso Sequeira. Saiu em segunda edição, acrescentado com o *Prognóstico geral e lunário perpétuo, assi das luas novas e cheias, como quartos crescentes e minguantes*[15]. Na quinta edição[16] acrescentou-lhe um *Tratado para se saber de cór as horas da maré e várias curiosidades da autoria do sargento-mor Gonçalo Gomes Caldeira*. As edições deste livro prolongaram-se até 1712[17].

As suas dez edições, que ultrapassam a centena de anos, devem-se sobretudo às suas tábuas de horas, prognóstico dos tempos e o lunário (1612-

---

[10] Editado em Coimbra em 1554.

[11] *o mais copioso que até agora sahiu á luz, conforme a nova reformação do santo Padre Gregorio XII no anno de 1582*. Lisboa: Manuel Lyra, 1585 e Coimbra: João Barreira, 1590.

[12] *(...) n' esta terceira impressão reformado e accrescentado pelo mesmo auctor com um tratado de prognostico de mudança do ar e alguns princípios que tocam assi á philosophia natural, como á astrologia rústica*. Lisboa: Simão Lopes, 1594 e depois por Jorge Rodriguez em 1602.

[13] Coimbra: Antonio Barreira, 1593.

[14] Coimbra: Nicolao Carvalho em 1612.

[15] Coimbra: Nicolao Carvalho, 1626. Sairam depois edições desta obra em Coimbra: Thomé Carvalho, 1651; Coimbra: viúva de Manuel Carvalho, 1664.

[16] Lisboa: Officina de Joam da Costa, 1675. Nesse ano saiu também em Évora: Imprensa da Universidade. Sairam ainda edições em Lisboa: João Galrão, 1680 e 1686.

[17] Évora: Imprensa da Universidade, 1700 e 1702. Lisboa: Manuel Lopes Ferreira, 1701. Lisboa: Miguel Manescal, 1712.

1699). Continha ainda conselhos para agricultores, indicações sobre Medicina, cirurgia e farmacologia. Segundo Inocêncio[18] a obra continuava a ser procurada na segunda metade do século XIX, sobretudo pelos camponeses, sendo muito difícil adquiri-la.

O segundo livro de Aritmética publicado durante a ocupação espanhola foi *Flor da Arismética Necessária ao uso dos Cambios, e quilatador de ouro e prata; o mais curioso que tem sahido*[19]. Escrito por Affonso de Vilhafanhe Guirol e Pacheco. No *Prólogo ao Leitor*, reclamou-se seguidor de Frei Lucas de Burgo. Justificou a necessidade da sua obra, dizendo que há mais de cem anos *"não houve quem fizesse outro tanto"*.

Em 1647 foi criada a *Aula de Fortificação e Arquitectura Militar*, onde se ensinavam os conhecimentos indispensáveis, pelas suas aplicações à fortificação: Aritmética, Geometria e Trigonometria plana.

A direcção do ensino nesta *Aula* coube a Luís Serrão Pimentel,[20] autor do *Methodo Lusitanico de desenhar as fortificações das praças regulares & irregulares, fortes de campanha e outras obras pertencentes á architectura militar: distribuido em duas partes.*[21] Publicou, ainda, uma obra de Arquitectura Militar - *Arte pratica de navegar e regimento de pilotos repartido em duas partes. Juntamente os Roteiros das navegaçoens das conquistas de Portugal e Castela.*[22]

Ainda no século XVII, destaca-se um professor de Matemática em Coimbra, Padre António Pimenta, conhecido como o mais sabedor do seu tempo. Autor de *Epiphania admirabilis isonomiae trigoni, circuli & quadrati. Manisfestacion de la admirable igulacion propria del triangulo, del circulo y del quadrado.*[23]

No século XVIII e ainda antes da reconstituição dos estudos da Universidade de Coimbra, começaram a surgir algumas novidades no estudo das ciências matemáticas.

A pedido dos Jesuítas D João V, mandou vir de Itália, Mussarra, Capacce e Carbonni, para dirigir a instrução nos colégios. Este monarca permitiu ainda a alguns portugueses os estudos no estrangeiro, dos quais destacamos Manuel d'Azevedo Fortes[24] por se ter dedicado à Matemática.

Manuel de Azevedo Fortes considerou que o ensino da *Aula de Fortificação e Arquitectura Militar* era deficiente e sonhou com a sua reforma. Redigiu e publicou um manual didáctico de acordo com o ensino de

[18] Silva, Inocêncio - *Dicionário Bibliografico Português*. Tomo III. Lisboa: Imprensa Nacional, 1860, p. 125.
[19] Lisboa: Geraldo da Vinha, 1624.
[20] Os seus filhos, Manuel Pimentel e Francisco Pimentel, ficaram também ligados à história da *Aula de Fortificação e Arquitectura Militar*.
[21] Lisboa: Antonio Craesbeeck de Mello, 1680. Foi a primeira obra portuguesa da especialidade.
[22] Lisboa: Antonio Craesbeeck de Mello, 1681.
[23] Lisboa: Officina de Domingos Carneiro, 1685.
[24] Estudou em França e Itália. Foi professor na Université de Sienne.

Engenharia que preconizava. *O Engenheiro Portuguez* era constituído por dois tomos. Dedicou o Tomo I[25] à preparação geral do engenheiro, fazendo uma exposição de Geometria plana e sólida (teórica e prática), explicava o uso dos instrumentos, o modo de desenhar e dar aguadas nas plantas militares. Seguia-se um apêndice sobre trigonometria plana. Não introduziu grandes novidades, pois a Geometria Euclidiana já era usada em alguns livros de Náutica e a Trigonometria Plana utilizada na Cosmografia. Contudo, terá sido o primeiro livro a apresentar os *números geométricos*.[26] O Tomo II[27] tratava de problemas da guerra, da fortificação regular e irregular e do ataque e defesa das praças. Possuía um apêndice sobre armas de guerra.

Inocêncio da Silva comentou as obras de Azevedo Fortes, do seguinte modo:

> Obra magistral, bem escripta e coordenada, e que formava um tractado de fortificação e de atque e defensa de praças, tão completa (os dois tomos tinham 1029 páginas) como os melhores que até áquele tempo se haviam publicado nos paizes mais cultos da Europa. Estes livros, juntamente com a Logica racional, serviram por muitos annos de instrução e premio aos discipulos que mais se distinguiam na escola militar de Engenharia.[28]

A Aula da Esfera foi criada em 1590, no Colégio de Santo Antão, com o objectivo de estudar os movimentos celestes, luas e marés. Nela se ensinavam os conhecimentos relacionados com o ensino da Marinharia. Esse ensino foi perdendo o seu carácter prático ao mesmo tempo que se foi degradando, sobretudo porque não se adequou às necessidades do seu tempo.

A partir de 1700 surgiram na Aula da Esfera, a Geometria e Aritmética, embora de carácter elementar. A introdução destes novos conteúdos justificou-se pela mudança de objectivos de formação da dita Aula. Para além da Marinharia, pretendeu-se adaptar o ensino no Colégio de Santo Antão às novas necessidades. A profissão de engenheiros era então uma carreira prestigiante, devido, sobretudo, ao incremento que D. João IV deu à formação do dito ofício. Quase sempre entregue a Jesuítas estrangeiros, dentre os mestres nacionais da Aula da Esfera destacamos o Padre Manuel de Campos e o Padre Inácio Monteiro. A maioria dos mestres de Matemática da Companhia de Jesus durante o século XVII, eram estrangeiros, mas no século XVIII já eram quase todos portugueses. Destes destacamos Manuel de Campos e Inácio Monteiro.

---

[25] Lisboa: Manoel Fernandes Costa, 1728.

[26] Uma primitiva escrita decimal para números representativos de grandezas, nos problemas de Geometria.

[27] Lisboa: Manoel Fernandes Costa, 1729.

[28] SILVA, Inocêncio - *Dicionário Bibliografico Português*. Tomo V. Lisboa: Imprensa Nacional, 1860, p. 370.

Manuel de Campos, Jesuíta, foi professor de Matemática em Madrid e depois professor na Aula da Esfera no Colégio de Santo Antão. Para uso nas suas aulas escreveu:

> Elementos de Geometria plana e solida, segundo a ordem de Euclides, principe dos geometras, accrescentadas com tres uteis appendices, etc. Para uso da real Aula da Sphera do Collegio de Santo Antão[29], e também Trigonometria plana e espherica, com o canom trigonometrico, linear e logarithmico, tirada dos auctores mais celebres que escreveram sobre esta mateira, e regulada pelas impressoes mais correctas que até aqui tem sahido. Para uso da real Aula da Sphera do Collegio de Santo Antão.[30]

Escreveu ainda, *Synopse trigonometrica dos casos que comummente ocorrem em uma e outra Trigonometria plana e espherica, com as analogias respectivas e practicas logarithmicas que lhe correspondem*.[31]

Inácio Monteiro foi talvez o mais destacado dos Jesuítas. Em 1739, com quinze anos, entrou para a Companhia de Jesus, onde obteve o grau de Mestre em Artes e se formou em Filosofia. Formou-se em Teologia na *Universidade de Coimbra*, em 1755. Entretanto publicou *Compêndio dos Elementos de Matemática necessarios para o estudo das sciencias naturaes e bellas letras,*[32] dividido em dois tomos.[33]

Inácio Monteiro foi Mestre de Matemática no colégio da sua Ordem em Coimbra até 1759, data em que os Jesuítas foram expulsos de Portugal. Na Itália continuou o seu magistério. Durante o exílio traduziu o *Compêndio dos Elementos de Matemática* para latim e incorporou-os no seu curso de Filosofia - *Philosophia Libera seu Ecletica Rationalis et Mechanica Sensuum* - redigida em latim e que teve duas edições.[34] Impressa em Veneza, durante o exílio, a primeira edição compõe-se de sete volumes e a segunda foi actualizada e aumentada para oito volumes.

Segundo Inocêncio da Silva:

> Tanto no Compendio de Mathematica, como em todas as suas obras (segundo a opinião dos que as examinaram) o P. Ignacio Monteiro manifesta claramente uma erudição mui vasta, e que não desconhecia nada do que até ao seu tempo se havia impresso de melhor nas

[29] Lisboa: Officina Rita Cassiana, 1735.
[30] Lisboa: Antonio Isidoro da Fonseca, 1737.
[31] Lisboa: Antonio Isidoro da Fonseca, 1737.
[32] Coimbra: Real Collegio das Artes.
[33] Tomo I - Coimbra: Real Collegio das Artes, 1754. Tomo II – Coimbra: Real Collegio das Artes, 1756
[34] Editado em Veneza em 1766 e 1775.

> importantes materias, que tractou, se não profundamente, ao menos com bom methodo, discrição e ordem. [35]

O Conde de Lippe, contratado pelo Marquês de Pombal para chefe supremo do exército português, criou aulas nos regimentos militares. O Alvará de 15 de Julho de 1763, detalhava quais os livros que deviam ser utilizados. Inclusivamente, incorriam em pena de expulsão, todos aqueles que se utilizassem de outros livros. A bibliografia é quase toda francesa. Nela se incluíam três livros de Bellidor, entre os quais o *Nouveau Cours de Mathématiques*. Assim, no ano seguinte foi traduzido o primeiro volume, por Manuel de Souza e designou-se - *Novo Curso de Mathematica para uso dos officiaes engenheiros e d'artilharia, por Bellidor, traduzido no idioma portuguez*.[36] A tradução portuguesa foi feita a partir da edição original em francês de 1757. Note-se que esta tradução para português deve ter sido a primeira impressa, mas existem na Biblioteca da Fundação Calouste Gulbenkian em Paris dois tomos manuscritos da tradução da obra de Bellidor, datados de 1742. Tais traduções, feitas pelo capitão de infantaria e engenheiro Miguel Luís Jacob, dizem respeito à primeira edição do livro de Bellidor, datada de 1725.[37] Segundo Botelho,[38] este livro foi adoptado em Portugal durante vinte e cinco anos.

Decorridos cinco anos da publicação de Alvará, traduziu Ângelo Brunelli[39] em 1768, Elementos *de Euclides dos seis primeiros livros, do undécimo e duodécimo da versão latina de Frederico Commandino, traduzidos em portuguez*.... Muito usado nas escolas foi reeditado, pelo menos, nove vezes.[40] Foi usado em várias escolas e inclusivamente na Faculdade de Matemática criada pela reforma da Universidade de Coimbra, datada de 1772.

Com a reforma da Universidade e criado o curso de Matemática, já não foi preciso então, recrutar professores no estrangeiro. Extintas as aulas de Matemática do *Colégio dos Nobres,* deslocaram-se para a Universidade dois professores, Miguel Ciera e Miguel Franzini. Juntaram-se ao português, José Monteiro da Rocha. No ano seguinte aparece José Anastácio da Cunha.

Atendendo a que os livros estavam quase todos em língua estrangeira, foi necessário traduzi-los. Monteiro da Rocha traduziu os *Elementos de Arithmetica por Mr. Bezout, traduzidos do francez*.[41] Acrescentou-lhe muitos

---

[35] Silva, Inocêncio - *Dicionário Bibliografico Português*. Tomo III. Lisboa: Imprensa Nacional, 1860, pp. 212-213.

[36] Lisboa: Officina de Miguel Manescal da Costa, 1764 e o segundo volume em 1765.

[37] Valente, Wagner. *Uma História da matemática Escolar no Brasil.* São Paulo: AnnaBlume. 1999. p. 66.

[38] Botelho, B. - *Novos subsídios para a história da artilharia portuguesa*. Volume II. Lisboa: Publicações da Comissão de História Militar, 1948, p. 18.

[39] lente de Aritmética e Geometria na Academia Real da Marinha.

[40] Lisboa: Miguel Manescal da Costa, 1768. Lisboa: Regia Officina Typographica, 1790. Coimbra: Imprensa da Universidade, 1792, 1824, 1835, 1839, 1852, 1855 e 1862.

[41] Coimbra: Imprensa da Universidade, 1773, 1784, 1795, 1801, 1805, 1816, 1826 e 1842.

aditamentos, como um método de extracção da raiz cúbica dos números, que ficou conhecido por Método de Monteiro, apesar de Anastácio da Cunha se reclamar seu autor. Traduziu também, *Elementos de Trigonometria Plana, por Mr. Bezout, traduzidos do francez*[42], ao qual acrescentou uma série de fórmulas.

Para a Mecânica traduziu Monteiro da Rocha o *Tratado de Mechanica por Mr. Marie, traduzido em portuguez*[43] e *Tratado de Hydrodynamica por Mr. Bossut, traduzidos em portuguez*.[44]

Para Álgebra e Cálculo infinitesimal foram traduzidos por José Joaquim Faria os *Elementos de Analyse Mathematica de Mr. Bezout, traduzidos do francez*,[45] que também os acrescentou.

Para Geometria, havia já Ângelo Brunelli traduzido em 1768 os *Elementos de Euclides*.

Para a Astronomia adoptou-se o *Tratado de Lalande*.

Outro lente da Faculdade de Matemática foi José Anastácio da Cunha. José Anastácio da Cunha escreveu *Princípios Mathematicos*,[46] editados em 1790 já após a sua morte.

Terá sido a primeira obra de um autor português dedicado à Geometria Analítica e ao Cálculo Infinitesimal. O livro inicia com as primeiras noções de Geometria plana, continuando com Aritmética, Álgebra. Aborda depois Geometria Diferencial e Cálculo de Variações. Tudo tratado com um notável rigor matemático. Contém no final várias páginas com desenhos de figuras planas, referentes aos diversos *Livros* em que se divide a obra.

Segundo Vicente Gonçalves,[47] neste livro, em particular no *Livro* VIIII, ficou estabelecida a teoria das séries, fundamental para a Análise moderna e pela primeira vez se organizaram os princípios do Cálculo exponencial com unidade e clareza. Chamou ainda à atenção para a Definição I, do dito Livro VIIII, que segundo ele é exactamente a *condição necessária e suficiente ou critério de convergência*, obtida por Cauchy, em 1821, e apresentada no seu *Cours d' Analyse*.

Provavelmente, o conteúdo dos primeiros *Livros* terá sido usado nas aulas que leccionou na *Universidade de Coimbra* e posteriormente aquando da sua libertação em 1781, no Colégio de S. Lucas. Devido à sua complexidade, não teve grande aplicação no ensino.

---

[42] Coimbra: Imprensa da Universidade, 1774, 1778, 1800 e 1817.

[43] Coimbra: Imprensa da Universidade com edições de 1775, 1785 e 1812.

[44] Coimbra: Imprensa da Universidade, 1775 e 1813.

[45] Coimbra: Imprensa da Universidade em 1774,1793, 1801, 1818, 1825 e 1827.

[46] *para instrução dos alumnos do Collegio de S. Lucas da Real Casa Pia do Castello de S. Jorge, offerecidos ao ser.mo Sr. D. João, principe do Brasil: compostos pelo Dr. Jose Anastasio da Cunha, de ordem do desembargador do paço Diogo Ignacio de Pina Manique, intendente geral da policia da côrte e reino*Lisboa: Officina de Antonio Rodrigues Galhardo.

[47] Gonçalves, Vicente - "Análise do Livro VIIII dos Princípios Mathematicos de José Anastácio da Cunha", in *Actas do Congresso do Mundo Português*. Volume XII. Tomo I. Lisboa, 1940, pp. 123-140.

Escreveu ainda, outros trabalhos notáveis. Enquanto militar, redigiu a *Carta physico-mathematica sobre a teoria da pólvora em geral e a determinação do melhor comprimento das peças em particular: escripta por Jose Anastasio da Cunha em 1769,*[48] que viria a ser publicado em 1838, por Diogo Kopke, capitão de Artilharia e Lente de Matemática na Academia Politécnica do Porto. Tinha no seu início uma advertência dos editores e uma notícia biográfica de Anastácio da Cunha transcrita da que escrevera Stockler.

Foi também edição póstuma: *Ensaio sobre os Princípios de Mecanica obra posthuma, dada á luz por D. D. A. De S. C. Possuidor do manuscripto autographo,* publicado em Londres em 1807.

Deixou manuscritos:[49]

> Prólogo sobre uns princípios de Geometria, tirados dos de Euclides; On powers and logarithms, Nouvelle résolution numérique des équations de tous les dégres; Sobre o infinito mathematico; Contra a doutrina das razões primeiras e últimas das quantidades nascentes e fenecentes, Prólogo sobre os princípios do cálculo fluxional; Reducções de umas integraes binomeaes e outras; Examen de quelques passages des premier et troisiéme mémoires de Mr. Lagrange sur les cordes sonores; Extracto de dous manuscriptos sobre o tetragonismo approximado de Mr. Fontaine; La ballistique de Galilée; Parecer sobre certa memória coroada pela Academia Real das Sciencias de Lisboa e Ensaio sobre os princípios de mecânica (mais desenvolvido que o de 1807).

No curso da Companhia de Guardas-Marinhas, criado em 1782 eram utilizados os livros de Bezout. Assim, à tradução da Aritmética de 1773 já por cá utilizado, juntaram-se os de Geometria e Trigonometria. Custódio Gomes Villas Boas, professor da Academia, traduziu em 1796 o *Curso de Mathematica, escripto para uso dos Guardas bandeiras e Guardas marinhas: elementos de Geometria, Trigonometria Rectilínea e spherica.*

Sob a alçada da Academia Real de Ciências de Lisboa, publicaram-se ainda no século XVIII, dois volumes de *Memórias da Academia das Ciências de Lisboa,* que reunia escritos notáveis sobre Matemática.

Como o livro *Princípios Mathematicos* de Anastácio da Cunha, não era facilmente assimilável para o ensino elementar, mantiveram-se como manuais livros franceses. Nogueira da Gama traduziu a obra de Lagrange *Theoria das funcções analyticas que contem os principios do calculo differencial*[50] e também a de Carnot - *Reflexões sobre a methaphysica do calculo infinitesimal*.[51]

---

[48] Porto: Typographia Commercial.

[49] Silva, Inocêncio - *Dicionário Bibliografico Português.* Tomo IV. Lisboa: Imprensa Nacional, 1860, p. 231.

[50] Lisboa: Officina de J. Procopio Correia da Silva, 1798.

[51] Lisboa: Officina de J. Procopio Correia da Silva, 1798.

António Ribeiro dos Santos, natural do Porto, emigrou para o Brasil aos onze anos de idade, regressou depois quando contava dezanove anos para se matricular na Universidade de Coimbra. Aí concluiu o curso de Direito Canónico e recebeu o grau de Doutor em 1771.

Foi um dos mais respeitáveis e fecundos escritores do século XVIII e contribuiu para a divulgação da história da Matemática, compilando com ordem e clareza, dados importantes para o seu estudo. Nessa área escreveu:

- Memórias sobre o mathematico Francisco de Mello.[52]
- Memoria sobre o mathematico Pedro Nunes.[53]
- Memórias históricas sobre alguns mathematicos portuguezes e estrangeiros domiciliarios em Portugal, ou nas conquistas.[54]

Em 1801, surgiu um compêndio que durante anos foi tido em grande conta e considerado na altura dos melhores livros até então publicados: *Lições de mathematica por Mr. Abb. De La Caille, traduzidas do francez da ultima edição de Mr. Abb. Maria. Para uso dos collegios da congregação de S. Bento*[55], tradução do Fr. Bento de S. José.

Também foi traduzido por Manuel Ferreira de Araújo Guimarães o *Curso elementar e completo de mathematicas puras, ordenado por La Caille, augmentado por Marie, e illustrado por Theveneau: traduzidos do francez.*[56]

Com a organização da Academia Real Militar, por Carta Régia de 1810, Legendre e Lacroix, passaram a ser os autores adoptados. Os *Elementos de Geometria, por A. M. Legendre, traduzidas em portuguez,*[57] foram traduzidos por Manuel Ferreira de Araújo Guimarães e terão sido usados somente pelos cursos da Academia Real Militar. Bezout continuou a ser usado na Academia Real dos Guardas-Marinha e mais tarde, na Geometria, foi substituído por Villela Barbosa.

Ainda de acordo com as determinações da Carta Régia de 1810, foram traduzidos por Silva Torres[58], o *Tratado Elementar de Arithmetica, por Lacroix, traduzido para uso da Real Academia Militar,*[59] *Elementos de Álgebra de Lacroix traduzido para uso da Real Academia Militar*[60] e o *Tratado elementar de calculo*

---

[52] Inserta no tomo VII das Memórias da Academia Real de Sciências, pp- 237 a 242.

[53] *Ib.*, pp- 250 a 283.

[54] *Ib.*, pp- 148 a 229.

[55] Coimbra: Real Imprensa da Universidade, 1801.

[56] Lisboa: Officina de J. Procopio Correia da Silva, 1800.

[57] Rio de Janeiro: Imprensa Regia, 1809, 1812 e 1815.

[58] Francisco Cordeiro da Silva Torres e Alvim, nascido em 1775, emigrou em 1807 para Inglaterra e dois anos depois para o Brasil. Em 1822, aquando da independência do Brasil, era Coronel Engenheiro. Jurou a constituição e naturalizou-se brasileiro.

[59] Rio de Janeiro: Imprensa Régia, 1810.

[60] Rio de Janeiro: Imprensa Régia, 1811.

differencial e calculo integral, por Mr. Lacroix, traduzido em portuguez para *uso da Academia Real Militar*[61].

O *Tratado Elementar da Applicação da Algebra á Geometria por Lacroix. Traduzida do francez, accrescentada e offerecida ao Illmo e Ex.º Se. D. João de Almeida Melo e Castro, conde das Galveias*[62] foi traduzido por José Vitorino dos S. e Souza.

A esta data, regiam-se os cursos da Academia Militar pelas obras de Lacroix.

À custa da Academia Real de Ciências de Lisboa, foi publicado em 1815, os *Elementos de Geometria*[63] de Villela Barbosa.

Francisco Villela Barbosa, nascido no Brasil e filho de pai português, veio para Portugal aos dezoito anos para cursar as aulas de Direito. Trocou-as depois pelas de Matemática, que concluiu em 1796. Entrou para lente substituto da cadeira do 1º ano da Academia Real da Marinha de Lisboa em 1801. Chegou a lente catedrático, jubilou-se em 1822 e regressou ao Brasil após a independência. Os seus Elementos de *Geometria* foram várias vezes reeditados e vieram substituir a *Geometria* de Bezout. O seu livro foi também adoptado pelo Liceu Nacional de Lisboa.[64] Villela Barbosa publicou ainda em 1817, *Breve tractado de Geometria spherica, em additamento aos seus Elementos de Geometria.*[65] Este aditamento foi depois incorporado nas edições subsequentes dos *Elementos de Geometria.*

Na Academia Real dos Guardas-Marinhas, os livros de Bezout continuaram a ser utilizados. Posteriormente os *Elementos de Geometria* de Villela Barbosa, editados em 1815, substituiram os *Elementos de Geometria* de Bezout.

Relativamente às obras dedicadas à história das matemáticas, após os estudos de António Ribeiro dos Santos datados de finais do século XVIII, só na segunda década do século XIX surgiu a primeira obra[66] sobre história das ciências exactas, *Ensaio Histórico sobre a Origem e Progressos das Matemáticas em Portugal* [67] da autoria de Francisco de Borja Garção Stockler.[68] Abordava o período desde a fundação do Reino, até ao século XVIII.

---

[61] Rio de Janeiro: Imprensa Regia, 1812.

[62] Rio de Janeiro: Imprensa Regia, 1812.

[63] Lisboa: Academia Real de Sciencias em 1815,1819, 1837, 1841, 1845, 1860, 1863 e 1870. Foi reimpressa no Rio de Janeiro pela Sociedade Literária e teve aí uma segunda edição em 1846 pela TypogtaphiaUniversal de Laemmert.

[64] Valente, Wagner. *Uma História da matemática Escolar no Brasil.* São Paulo: AnnaBlume. 1999. p. 131-136.

[65] Lisboa: Academia Real de Sciencias, 1817.

[66] Já referimos os trabalhos de Ribeiro dos Santos, que também escreveu no domínio da História da Matemática, mas tratam-se, no entanto, de artigos que foram publicados nas Memórias da Academia Real de Ciências.

[67] Stockler, Francisco de Borja Garção - *Ensaio Histórico sobre a Origem e Progressos das Matemáticas em Portugal.* Paris, 1819.

Pela Carta Régia de 18 de Novembro de 1824, determinou-se que os compêndios adoptados para a nova cadeira de Aritmética, Geometria e Geografia, do Colégio das Artes fossem: o de Bezout para o ensino da Aritmética e o de Euclides para o ensino da Geometria. Eram estes, aliás, os adoptados pela Universidade de Coimbra. A 17 de Agosto de 1829, o Governo ordenou, que no Collegio das Artes se usassem os *Elementos de Geometria* de Bezout, que já se encontravam traduzidos para o português.

Em 1825, passou a ser utilizado como livro de texto nas lições da cadeira do 3º ano da Academia Real da Marinha, o livro *Trigonometria Rectilínea e Spherica*,[69] de José Cordeiro Feio. Refere Inocêncio[70] que ele próprio o utilizou em 1832, quando aluno do 3º ano da dita Academia. Quando em 1837, a Academia Real de Marinha passou a Escola Politécnica (1837), ainda era este o manual adoptado. Cordeiro Feio, escreveu também para a 1ª cadeira, *Elementos de Arithmetica*,[71] que se manteve como obra adoptada pelo menos até à década de setenta.

Estávamos na fase do lançamento dos autores nacionais. Uma fase marcada pela variedade de escrita. À semelhança de Cordeiro Feyo, os docentes escreveram manuais para as suas aulas. Albino Francisco Figueiredo e Almeida, lente da Academia Real da Marinha escreveu *Elementos de Arithmetica com os Princípios de Álgebra até ás equações do segundo grao*[72] e João Ferreira Campos as *Lições de Algebra Elementar*[73] para uso da Escola Polythecnica .

Apesar de já existir uma produção nacional, foi ainda traduzida uma obra largamente usada no ensino e que inclusivamente serviu de guia nos concursos para professores – *Curso Completo de Mathematicas Puras por L. B. Francoeur traduzidos do Francez*,[74] inclui na primeira edição ainda a transcrição do Alvará de 16 de Dezembro de 1773. Segundo Inocêncio da Silva,[75] a primeira edição foi traduzida por Francisco de Castro Freire e só na segunda edição[76] que foi consideravelmente aumentada, teve a colaboração do colega Dr. Rodrigo Ribeiro de Souza Pinto. Ora na primeira edição que possuímos, encontra-se uma Nota dos Tradutores, o que revela que Freire não traduziu a primeira

---

68 Stockler era bacharel em Matemática pela Universidade de Coimbra e Lente da Academia Real da Marinha de Lisboa.

69 Lisboa: Imprensa Regia, 1825. Lisboa: Typographia da Revista Popular, 1852.

70 Silva, Inocêncio - *Dicionário Bibliografico Português*. Tomo IV. Lisboa: Imprensa Nacional, p. 295.

71 Lisboa: Imprensa Regia, 1827, 1828 e 1864. Lisboa: Imprensa Nacional, 1844.

72 Lisboa: Imprensa da Rua dos Fanqueiros nº 129 B, 1828.

73 Lisboa: Imprensa Nacional, 3ª edição, 1864.

74 Coimbra: Imprensa da Universidade. Tomo I, 1838. Tomo II, 1839 Este *Curso* foi várias vezes reeditado, por áreas Geometria analitíca, Cálculo iferencial e integral, Álgebra superior e Geometria elementar.

75 Silva, Inocêncio da - *Dicionário Bibliografico Português*. Tomo II. Lisboa: Imprensa Nacional, p.364.

76 Coimbra: Imprensa da Universidade. Tomo I, 1853. Tomo II, 1858.

edição sozinho, contrariamente ao que indica Inocêncio da Silva. Como não são referidos nomes, não se sabe se o colaborador da primeira edição também terá sido Souza Pinto.

Castro Freire escreveu ainda *Geometria teórica e applicada extrahida principalmente das Geometrias de Francoeur e Sonnet*[77].

Souza Pinto publicou o *Additamento ás Notas de calculo differencial e integral de Francoeur.*[78]

Após o livro de Stockler, só no início do século XX, apareceu nova obra sobre a história das matemáticas em Portugal. Inspirada no livro de Stockler e escrita por Rodolfo Guimarães, *Les Mathématiques en Portugal au XIX siécle. Aperçu historique e biliographique,*[79] compõe-se de uma nota histórica seguida de um catálogo sistemático das obras de Matemática publicadas por autores portugueses durante o século XIX e início do século XX.

Francisco Gomes Teixeira (1851-1933) foi autor de mais de 140 trabalhos de investigação em Análise Matemática. Escreveu ainda: *Desenvolvimento das funções em fracção continua*[80] e *Integração das equações; as derivadas parciais de 2ª ordem*.[81]

Foi fundador do *Jornal de Ciências Matemáticas e Astronómicas* (1877), que perdurou até 1905 com 15 volumes publicados. Ao *Jornal,* seguiram-se os *Anais Científicos da Academia Politécnica do Porto.*

As *Obras sobre Matemática,* de Gomes Teixeira foram coligidas e publicadas pela Imprensa da Universidade de Coimbra em 1902. Uma obra com sete volumes, que incluiu o seu *Curso de Análise Infinitesimal* (volumes II e VI) e utilizado durante muito tempo como manual didáctico.

Em Abril de 1932, um ano antes da sua morte, ainda proferiu uma série de lições sobre *História das Matemáticas em Portugal* na Academia de Ciências, que viriam a ser editadas em dois volumes pela mesma Academia.[82]

Conclusão

Com a criação da Aula de Fortificação e Arquitectura Militar (1647), assistimos à elaboração de livros de texto expressamente escritos para uso nas aulas. Baseados na sua experiência como professores, Luís Serrão Pimentel e Manuel de Azevedo Fortes, redigiram manuais de acordo com o ensino de Engenharia que preconizavam. A Aritmética, Geometria e Trigonometria Plana,

[77] Coimbra: Imprensa da Universidade, 1859.
[78] Coimbra: Imprensa da Universidade, 1845.
[79] Coimbra: Imprensa da Universidade, 1900 e 1909.
[80] Coimbra: Imprensa da Universidade, 1871.
[81] Coimbra: Imprensa da Universidade, 1875.
[82] Teixeira, Francisco Gomes: *História das Matemáticas em Portugal*. Lisboa: Academia de Ciências de Lisboa, 1934.

eram matérias indispensáveis à formação dos engenheiros. Estes manuais marcam uma primeira fase na produção de manuais escolares.

Bellidor e Bezout compilaram os autores mais convenientes para a preparação militar, universalizando a Matemática escolar ensinada na Europa. Ambos escreveram textos para o ensino, destinados aos alunos e que definiram as matrizes do desenvolvimento da disciplina de Matemática. A separação da Aritmética da Geometria foi a génese das duas disciplinas. Com a adição posterior da Álgebra, ficou organizada a matriz escolar que chegou às escolas no século XIX. Bellidor e Bezout marcam, no entanto, fases diferentes. Bellidor recorreu sobretudo a resumos compilados de vários autores, justificando, no entanto, a utilização desses conhecimentos. Bezout com o seu Curso Matemático organizou a matriz Aritmética – Geometria – Álgebra, ganhando a Matemática autonomia em relação aos conteúdos militares.[83]

A partir do período liberal, houve uma explosão na produção pelo que se acentuou a tendência para adoptar autores nacionais. Ficou esta fase marcada pela dispersão quer por autores, quer por obras. Os manuais procuravam actualizar a organização e escrita da Matemática. Elaboram-se tratados baseados em autores mais recentes. Destaca-se claramente neste período, José Adelino Serrasqueiro. Abrangendo várias áreas, publica mais de meia centena de livros,[84] alguns dos quais com dezenas de edições.

As academias militares marcaram sem dúvida a produção de livros destinados ao ensino, bem como foram responsáveis pela maior parte das traduções.[85]

A escrita da Matemática escolar foi atravessando várias fases, desde a compilação de um conjunto de conhecimentos necessários às actividades militares e que são introduzidos como instrumentos necessários ao entendimento da "arte da guerra", passando por uma sequência de conteúdos independentes dos conteúdos militares, até à disposição e escrita baseada numa lógica de ensino, decorrente da preocupação crescente com a didáctica das matemáticas. A introdução de exercícios rompeu definitivamente com a forma exclusivamente expositiva.

---

[83] Valente, Wagner. *Uma História da matemática Escolar no Brasil.* São Paulo: AnnaBlume. 1999. p. 193-195.

[84] Incluindo reedições.

[85] Manuel de Sousa, Francisco Simões Margiochi, Silva Torres, Villela Barbosa, Stockler, José Cordeiro Feio, Evaristo José Ferreira, Daniel Augusto da Silva, Filipe Folque, Albino Francisco de Figueiredo e Almeida, Augusto José da Cunha, Mota Pegado e João Ferreira Campos, são autores a relevar na História do Ensino da Matemática e todos eles foram docentes em escolas militares.

Referências

Abreu, José Maria de - *Almanak da Instrucção Publica em Portugal* – 1858. Coimbra: Imprensa da Universidade, 1857.

Academia Real de Sciencias de Lisboa - *Memórias da Academia Real de Sciencias de Lisboa*. Lisboa: Typographia da Academia, 1797-1911.

Albertini, Pierre - *L'École en France XIX^e-XX^e siècle*. Paris : Hachette Supérieur, 1998.

Albuquerque, Luís de - *Para a História da Ciência em Portugal*. Lisboa: Livros Horizonte (Colecção Horizonte:21), 1973.

Alelkandrov, A. D.; Kolmogorov, A. N.; Laurentiev, M.A. y otros - *La Matemática: su contenido, métodos y significado*. Madrid: Alianza Universidad, 1994.

Almeida, António Augusto Marques - *Os Livros de Aritmética (1519 – 1679)*. III volumes. Policopiado, 1989.

Almeida, Albino Francisco de Figueiredo e - *Elementos de Arithmetica com os princípios de Álgebra até ás equações do segundo grão*. Lisboa: Imprensa da Rua dos Fanqueiros n.º129 B, 1828.

Bellidor - *Novo Curso de Mathematica para uso dos Officiais Engenheiros, e Artilheria*. Lisboa: Officina de Miguel Manescal da Costa, Impressor do Santo Officio, 1764.

Bezout, Étienne - *Elementos de Trigonometria Plana*. 2ª edição. Coimbra: Real Imprensa da Universidade, 1800.

Bezout, Étienne - *Elementos de Arithmetica*. 9ª edição. Coimbra: Real Imprensa da Universidade, 1816.

Bezout, Étienne - *Elementos de Geometria*. Coimbra: Real Imprensa da Universidade, 1817.

Botelho, B. - *Novos subsídios para a história da artilharia portuguesa*. volume II. Lisboa: Publicações da Comissão de História Militar, 1948.

Botelho, José Nicolau Raposo; Dias, António da Silva - *Tratado Elementar de Arithmetica pura e applicada ao commercio, aos bancos ás finanças e á indústria*. Porto: Livraria Internacional de Ernesto Chardron, 1875.

Botelho, José Nicolau Raposo; Dias, António da Silva - *Tratado Elementar de Arithmetica pura e applicada ao commercio, aos bancos ás finanças e á indústria*. 2ª Edição. Porto. Livraria Internacional de Ernesto Chardron, 1898.

Botelho, José Nicolau Raposo; Dias, António da Silva - *Tratado Elementar de Arithmetica pura e applicada ao commercio, aos bancos ás finanças e á indústria*. 3ª Edição. Porto: Livraria Internacional de Ernesto Chardron, 1906.

Botelho, José Nicolau Raposo; Dias, António da Silva - *Tratado Elementar de Arithmetica pura e applicada ao commercio, aos bancos ás finanças e á indústria*. 4ª Edição. Porto: Livraria Internacional de Ernesto Chardron, 191?

Carvalho, Dione Luchesi de - *Metodologia do Ensino da Matemática*, 2ª edição. São Paulo: Cortez Editora, 1994.

Carvalho, João Pereira dos Santos e - *Instrucções de Arithmetica para uso da mocidade commerciante, que não pode frequentar as Aulas*. Coimbra: Imprensa da Universidade, 1836.

Castro, Rui Vieira de; Rodrigues, Angelina; Silva, José Luís; Sousa, Maria Lourdes Dionísio de (organizadores) - *Manuais Escolares, estatuto, funções, história*. Actas do I Encontro Internacional sobre Manuais Escolares. Braga: Instituto Educação e Psicologia, Universidade do Minho, 1999.

Choppin, Alain – *Les manuels scolaires: histoire e actualité*, Hachette Education, Paris, 1992.

Cunha, José Anastasio - *Principios Mathematicos*. Reprodução da edição de 1790. Coimbra: Departamento de Matemática da Universidade de Coimbra, 1987.

Cunha, Augusto José da - *Arithmetica Practica*. 4ª Edição. Lisboa: Livraria Ferreira, 1883.

Cunha, Pedro José da - B*osquejo histórico das matemáticas em Portugal. Exposição Portuguesa em Sevilha*. Lisboa: Escola Tipográfica da Imprensa Nacional de Lisboa, 1929.

Cunha, Pedro José da - *Nota ao Bosquejo histórico das matemáticas em Portugal*. Lisboa: Imprensa Nacional de Lisboa, 1930.

Cunha, Pedro José da - *As Matemáticas em Portugal no século XVII. Separata das "Memórias", Classe de Ciências- Tomo III*. Lisboa: Academia das Ciências de Lisboa, 1940.

Fernandes, Bento - *Tratado da Arte D'Arismetica*. Porto: Vasco Dias Frexenal, 1555.

Fernandes, Mário Simões - O *Caminho das Estrelas. Projecção da "Nova Astronomia" na Cultura Portuguesa do Século XVI.* II volumes, Dissertação de Mestrado em História Moderna. Policopiado, 1991.

Feyo, José Cordeiro - *Trigonometria Rectilinea, e Spherica*. Lisboa: Imprensa Regia, 1825.

Feyo, José Cordeiro - *Elementos de Arithmetica*. 2ª edição. Lisboa: Imprensa Nacional, 1844.

Francoeur, L.B. - *Curso Completo de Mathematicas Puras*. Coimbra: Imprensa da Universidade, 1838.

Freire, F. C - *Memoria Histórica da Faculdade de Mathematica*. Coimbra: Imprensa da Universidade, 1872.

Gérard, François-Marie; Roegiers, Xavier - *Conceber e Avaliar Manuais Escolares*. Porto: Porto Editora (Colecção Ciências da Educação: 30), 1998.

Gonçalves, Vicente - "Análise do Livro VIII dos Princípios Mathematicos de José Anastácio da Cunha", in *Actas do Congresso do Mundo Português*. Volume XII. Tomo I. Lisboa, 1940.

Guedes, Fernando – *O livro e a leitura em Portugal : subsídios para a sua história (séculos XVIII-XIX)*. Lisboa: São Paulo, Editorial Verbo, 1987.

Guimarães, Rodolfo - *Les Mathématiques en Portugal*. 12ª Edição. Coimbra: Imprensa da Universidade, 1909.

Guimarães, Rodolfo - Bosquejo histórico sobre a Historiografia das Matemáticas. *Separata do "Boletim da Segunda Classe"*, volume IX, Coimbra: Academia das Sciencias de Lisboa, Imprensa da Universidade, 1915.

Henriques, Maria Helena A. Castanheira; *O Percurso da Matemática no Ensino Técnico durante a Monarquia*. Tese de Doutoramento em Matemática apresentada na Universidade Portucalense. Porto, 2004.

Magalhães, Justino Pereira de - " Um Apontamento para a História do Manual Escolar: Entre a produção e a representação" in *Manuais Escolares, estatuto, funções, história*. Actas do I Encontro Internacional sobre Manuais Escolares. Braga: Instituto Educação e Psicologia, Universidade do Minho, 1999.

Matos, José Manuel; Serrazina, Lurdes - *Didáctica da Matemática*, Lisboa: Universidade Aberta; 1996.

Mendes, Ruy - *Pratica d'Arismetica*. Lisboa: Germão Galharde, 1540.

Nicolas, Gaspar - *Tractado da Pratica d'Arismetyca*. Lisboa: Officina de Bernardo Costa de Carvalho, 1716.

Oliveira, J. Tiago de - " As Matemáticas em Portugal - Da Restauração ao Liberalismo". *Separata de História e Desenvolvimento da Ciência em Portugal*. Volume I. Lisboa: Publicações do II Centenário da Academia de Ciências de Lisboa, 1986.

Oliveira, J. Tiago de - " As Matemáticas em Portugal - Da Restauração ao Liberalismo". *Separata de História e Desenvolvimento da Ciência em Portugal*. Volume I. Lisboa: Publicações do II Centenário da Academia de Ciências de Lisboa, 1986.

Oliveira, J. Tiago de - *Collected Works. Obras de J. Tiago de Oliveira*. Volume II. Textos Históricos - Filosóficos, Pedagógicos e Miscelânea. Évora: Pendor, 1995.

Paulo, João Carlos - "A Ensinar Como Um Mestre. Manuais e Organização da Cultura Escolar em Perspectiva Histórica" in *Manuais Escolares, estatuto, funções, história*. Actas do I Encontro Internacional sobre Manuais Escolares. Braga: Instituto Educação e Psicologia, Universidade do Minho, 1999.

Pegado, Luiz Porfírio da Motta - *Tratado Elementar de Arithmetica*. 5ª Edição. Lisboa: Imprensa Nacional, 1895.

Ponte, João Pedro da (et Al.) - *Didáctica da Matemá tica*. Lisboa: DES, 1997.

Ribeiro, José Silvestre - *História dos estabelecimentos scientificos, literários e artísticos de Portugal nos sucessivos reinados da Monarquia*. Lisboa: Tipografia da Academia Real das Sciencias, 1871-1889.

Serrasqueiro, José Adelino - *Tratado de Geometria Elementar composto segundo o programma official para o ensino d'esta sciencia nos Lyceus.* 4ª Edição. Coimbra: Imprensa da Universidade, 1886.

Serrasqueiro, José Adelino - *Tratado de Algebra Elementar composto segundo o programma official para o ensino d'esta sciencia nos Lyceus*. 4ª Edição. Coimbra: Imprensa da Universidade, 1890.

Serrasqueiro, José Adelino - *Tratado Elementar de Arithmetica composto segundo o programma official para o ensino d'esta sciencia nos Lyceus*. 12ª Edição. Coimbra: Imprensa da Universidade, 1893

Silva, Inocêncio - *Dicionário Bibliográfico Português (1854-1914)*. 21 Volumes. Lisboa: Imprensa Nacional, 1860.

Teixeira, Francisco Gomes - *História das Matemáticas em Portugal*. Lisboa: Academia de Ciências de Lisboa, 1934.

Valente, Wagner Rodrigues - *Uma História da Matemática Escolar no Brasil (1730 – 1930)*. São Paulo: Annablumer Editora, 1999.

Ventura, M. S. - *Vida e Obra de Pedro Nunes*. Lisboa: Biblioteca Breve, 1985.

Fontes

Academia Polythecnica do Porto - Catálogo da Bibliotheca. Porto: Typographia Central, 1883.

Academia Real de Sciencias de Lisboa - Catálogo das Publicações da Academia Real de Sciencias de Lisboa. Lisboa: Typographia da Academia, 1886.

Associação dos Engenheiros Civis Portugueses - Catálogo da Bibliotheca. Porto: Imprensa Nacional, 1884.

Associação dos Engenheiros Civis Portugueses - Catálogo da Bibliotheca. Porto: Imprensa Nacional, 1887.

Biblioteca Nacional – Arquivo. Lisboa.

Biblioteca Pública Municipal do Porto – Arquivo. Porto.

Bibliotheca da Escola Tipografica da Imprensa Nacional - Catálogo das Obras existentes na Bibliotheca da Escola Tipografica da Imprensa Nacional. Lisboa: Imprensa Nacional, 1915.

Bibliotheca do Ministério da Marinha - Catálogo das Diversas Obras que se encontram na Bibliotheca do Ministério da Marinha. Lisboa: Imprensa Nacional, 1886.

Catálogo da Real Bibliotheca Publica do Porto, Supplemento geral contendo as acquisições posteriores á sua fundação, Volume III- Parte 2ª, Fascículo 7º, Obras compradas e offertadas. Porto: Imprensa Civilização, 1897.

Escola Medico-Cirurgica do Porto - Catálogo da Bibliotheca. Coordenado pelo Professor Pires de Lima. Porto: Typographia da Encyclopedia Portugueza Ilustrada, 1910.

Instituto Superior de Contabilidade do Porto - Arquivo da Biblioteca. Porto.

Liceu Central Alexandre Herculano - Catálogo da Biblioteca. Porto: Typographia Mendonça, 1915.

Porbase

Real Bibliotheca Publica do Porto – Catálogo. Supplemento geral contendo as acquisições posteriores á sua fundação, Parte Primeira, Obras compradas e offertadas. Porto: Typographia Manoel José Pereira, 1869.

Real Bibliotheca Publica do Porto – Catálogo. Supplemento geral contendo as acquisições posteriores á sua fundação, Parte Primeira – Fascículo 2º, Obras compradas e offertadas. Porto: Typographia Manoel José Pereira, 1872.

Real Bibliotheca Publica do Porto – Catálogo. Supplemento geral contendo as acquisições posteriores á sua fundação, Parte Primeira – Fascículo 3º, Obras compradas e offertadas. Porto: Typographia Manoel José Pereira, 1876.

14

Comparação entre os programas de matemática de 1936, 1948 e 1954

Ana Casca
ana_casca@yhaoo.com

Sílvia Ramalho
silvia80@portugalmail.pt

Alunas da Licenciatura de Matemática
da Faculdade de Ciências e Tecnologia da Universidade Nova de Lisboa

Resumo
A comunicação consiste na comparação dos programas de Matemática dos anos 1936, 1948 e 1954 do Ensino Liceal. Serão discutidas algumas das ilações mais pertinentes conseguidas através da análise dos programas. O método de comparação utilizado no tratamento dos conteúdos não foi fácil de encontrar, tendo mesmo sofrido vários ajustamentos até ser exequível a sua aplicação com exactidão.

Introdução

O principal objectivo deste trabalho consiste na comparação entre os programas de Matemática dos anos 1936 (publicado em 14/10/1936, Decreto nº 27.084, DG nº 241), 1948 (Decreto nº 37.112 de 22 de Outubro de 1948) e 1954 (Decreto nº 39.807 de 7/9/1954) do Ensino Liceal.

Os programas encontram-se divididos em três ciclos. No programa de 1936 o primeiro ciclo é constituído pelo quinto, sexto e sétimo ano, do segundo ciclo fazem parte o oitavo, nono e décimo ano e do terceiro ciclo o décimo primeiro ano. No programa de 1948 e 1954 o primeiro ciclo é constituído pelo quinto e sexto ano, o segundo ciclo pelo sétimo, oitavo e nono ano e finalmente o terceiro ciclo pelo décimo e décimo primeiro ano.

Este trabalho encontra-se estruturado em tabelas que se encontram divididas em cinco colunas, existindo uma tabela para cada ano de escolaridade. Na primeira coluna encontra-se transcrito o programa de 1936, na terceira o de 1948 e na quinta o de 1954. A comparação entre 1936 e 1948 é feita na segunda coluna, onde se assinalam os conteúdos comuns entre estes dois anos. Na quarta coluna pode observar-se a comparação estabelecida entre 1948 e 1954, assinalando-se, neste caso, apenas as diferenças entre os conteúdos destes dois anos.

Nas seguintes páginas, passa-se a explicar a metodologia usada na comparação entre os anos 1936, 1948 e 1954.

Como consultar as tabelas

Entre 1936 e 1948, optou-se por assinalar apenas os conteúdos comuns aos dois programa, por meio de linhas rectas contínuas.

→

Utiliza-se esta seta quando o conteúdo é comum aos dois programas e se encontra alinhado.

1 ↗

Utiliza-se esta seta quando o conteúdo é comum aos dois programas, mas não se encontra alinhado. A seta indica a sua localização (sentido ascendente) e o índice estabelece a correspondência.

2 ↘

Utiliza-se esta seta quando o conteúdo é comum aos dois programas, mas não se encontra alinhado. A seta indica a sua localização (sentido descendente) e o índice estabelece a correspondência.

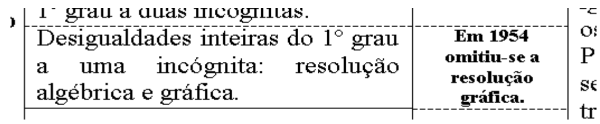
↑ **6º Ano**

Quando, ao estabelecer-se a comparação entre os programas de 1948 e 1954, o mesmo conteúdo surge, mas leccionado em anos de escolaridade diferentes, esta alteração é assinalada conforme consta no exemplo.

logarítmica.
6 º Ano 1936 Tábuas trigonométricas: uso das tábuas naturais e logarítmicas.

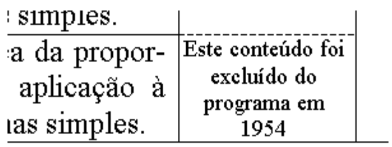
Entre 1948 e 1954, optou-se por assinalar apenas os conteúdos diferentes leccionados nos respectivos programas. Sendo assim, os conteúdos que importa referenciar estão separados por uma linha a tracejado.

Exemplo:



Sempre que surge a necessidade de fazer referência a conteúdos já assinalados anteriormente (na comparação estabelecida entre 1936 e 1948), permanece a linha contínua acrescida de uma a tracejado na coluna de comparação.

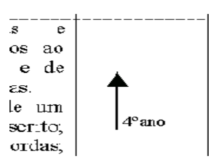
Exemplo:



Como é visível nos exemplos anteriores, as notas referentes aos conteúdos assinalados encontram-se na coluna de comparação entre 1948 e 1954.

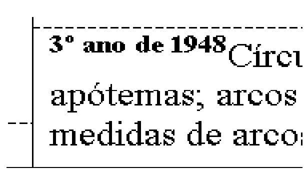
Quando, ao estabelecer-se a comparação entre os programas de 1948 e 1954, o mesmo conteúdo surge, mas leccionado em anos de escolaridade diferentes, esta alteração é assinalada conforme consta no exemplo.

Exemplo:



O índice associado à seta indica o ano para o qual o conteúdo foi transferido. No programa de 1954, é feita referência ao ano de escolaridade em que esse conteúdo era leccionado em 1948, como se pode ver no exemplo abaixo referido.

Exemplo:



Conclusão

Antes de mais, importa referir que este trabalho poderá ser aprofundado através da consulta dos manuais referentes aos anos de 1936, 1948 e 1954, que poderá confirmar certas analogias estabelecidas entre a designação do que se julgou ser o mesmo conteúdo.

Pelo facto de a análise dos conteúdos dos diferentes programas ter resultado numa tarefa deveras complexa, o tratamento apresentado não se reveste da minúcia que seria de desejar, mas antes da possível. Daqui a necessidade de, em certos momentos, se apresentarem breves notas explicativas.

Uma das ilações consideradas pertinentes é o facto de, no primeiro ano de escolaridade, em 1936, o programa se encontrar dividido em dois grandes blocos, a saber Geometria Elementar e Aritmética Prática, o que não acontece nos programas de 1948 e 1954.

É de destacar que, em 1948, o ensino se tornou mais experimental e instrumental, passando o professor a recorrer a variados instrumentos de medição, tais como metro articulado, fita métrica, cadeia do agrimensor e balança de Roberval, para ensinar determinados conteúdos.

Note-se apenas, no programa de 1948, que alguns conteúdos já existentes são acrescidos do método gráfico, facto que se torna bem visível se se considerar o segundo ciclo.

Uma das principais disparidades entre os programas de 1936 e 1948 reside no aspecto de o estudo da análise infinitesimal passar a constar dos conteúdos referentes ao sexto ano de escolaridade.

Constatou-se, ainda, que as diferenças mais marcantes se verificam entre ao programas de 1936 e 1948. O programa de 1936 apresenta os conteúdos de um modo bem mais sintético, até porque não especifica detalhadamente certos conteúdos.

Resta acrescentar que o método de comparação utilizado no tratamento dos conteúdos não foi fácil de encontrar, tendo mesmo sofrido vários ajustamentos até ser exequível a sua aplicação com exactidão.

Referências

Programa da disciplina de Matemática do ensino liceal, conforme o Decreto nº 37.112 de 22 de Outubro de 1948 (1948). *Gazeta de Matemática*, *37-38*, 20-27.

1º ano

Programa de 1936	Alterações entre 1936 e 1948	Programa de 1948	Alterações entre 1948 e 1954	Programa de 1954
Aritmética prática: Noção intuitiva das quatro operações fundamentais sobre números inteiros; definição pelas suas propriedades; regra prática e provas;	1	[7] Conhecimento dos sólidos geométricos (paralelepípedo, prisma, pirâmide, cilindro e cone de revolução, esfera) e das figuras planas (triângulo, quadrado, rectângulo, losango, paralelogramo, trapézio, polígono convexo e círculo). Elementos geométricos.	**No 1º ano de escolaridade de 1954 o programa não sofreu qualquer alteração relativamente ao mesmo ano em 1948**	Conhecimento dos sólidos geométricos (paralelepípedo, prisma, pirâmide, cilindro e cone de revolução, esfera) e das figuras planas (triângulo, quadrado, rectângulo, losango, paralelogramo, trapézio, polígono convexo e círculo). Elementos geométricos. Sistema métrico decimal: medidas de comprimento; Emprego dos instrumentos usuais (metro articulado, fita métrica, cadeia do agrimensor). Comprimento de um segmento; Distância entre dois pontos; Perímetro de uma linha poligonal; perímetro de um polígono regular; perímetro de uma linha curva. Tomar as medidas feitas como centro dos seguintes estudos: Leitura e escrita dos números inteiros e decimais; estima das medidas; As quatro operações fundamentais sobre números inteiros; propriedades mais importantes; sua aplicação às provas das operações; As mesmas operações sobre números decimais; Cálculo do quociente de dois números inteiros ou decimais, com uma dada aproximação;
Processos rápidos para determinar o produto de um número por 10, 100, 1000..., 11, 15, 25, e o cociente da divisão de um número por 10, 100, 1000... Complemento aritmético; subtracção por complementos. **Nota:** Este conteúdo, apesar de estar escrito de forma diferente, parece-nos equivalente ao assinalado.	2	2º ano 1936 Sistema métrico decimal: Medidas de comprimento;		
		Emprego dos instrumentos usuais (metro articulado, fita métrica, cadeia do agrimensor). Comprimento de um segmento;		
Potenciação; multiplicação e divisão de potências; potência de uma potência. **Nota:** Em 1948 faz-se ainda referência às expressões numéricas.	3	3ºano 1936 Distância entre dois pontos;		
		2º ano 1936 Perímetro de uma linha poligonal; perímetro de um polígono regular; perímetro de uma linha curva.		
Expressões numéricas; uso do parêntesis; cálculo do valor numérico de uma expressão.	4	Tomar as medidas feitas como centro dos seguintes estudos: Leitura e escrita dos números inteiros e decimais; estima das medidas;		
Noções de múltiplo e sub-múltiplo; condições de divisibilidade e determinação dos restos da divisão de um número por 2, 3, 5, 9 e 11 e qualquer potência de 10. Noções de máximo divisor comum e menor múltiplo comum de dois ou mais números;	**2º ano**	[1] As quatro operações fundamentais sobre números inteiros; propriedades mais importantes; sua aplicação às		

1º ano

sua determinação pelas divisões sucessivas. Números primos; decomposição de um número num produto de factores primos e sua aplicação à determinação do máximo divisor comum e menor múltiplo comum de dois ou mais números. Medida das grandezas; Noção de número fraccionário; propriedades dos números fraccionários e comparação; **Nota:** Em 1948 faz-se ainda referência à representação gráfica. Simplificação, comparação e redução de fracções ao mesmo e ao menor denominador comum; Operações com números fraccionários; Dízimas; conversão de uma fracção em dízima. Fracções decimais; Números decimais; operações com estes números. **Nota:** Este conteúdo, apesar de estar escrito de forma diferente, parece-nos equivalente ao assinalado.	5 **2º ano** 6	provas das operações; As mesmas operações sobre números decimais; Cálculo do quociente de dois números inteiros ou decimais, com uma dada aproximação; [2 e 6] Cálculo mental; [4] Expressões numéricas; uso do parêntesis; cálculo de valor numérico de uma expressão. [2º ano 1936] Medidas de superfície; Inconvenientes da medição directa de superfícies; áreas do rectângulo e do quadrado; emprego do papel milimétrico; [3º ano 1936] Áreas das superfícies do paralelepípedo rectângulo e do cubo. Tomar as medidas feitas no quadrado como ponto de partida para os seguintes estudos: [3] Potenciação; multiplicação e divisão de potências de base igual ou de expoente igual; potência de uma potência; expressões numéricas. [2º ano 1936] Raiz quadrada; regra prática; extracção da raiz quadrada de um número inteiro ou decimal com uma dada aproximação.	**No 1º ano de escolaridade de 1954 o programa não sofreu qualquer alteração relativamente ao mesmo ano em 1948**	Cálculo mental; Expressões numéricas; uso do parêntesis; cálculo de valor numérico de uma expressão. Medidas de superfície; Inconvenientes da medição directa de superfícies; áreas do rectângulo e do quadrado; emprego do papel milimétrico; Áreas das superfícies do paralelepípedo rectângulo e do cubo. Tomar as medidas feitas no quadrado como ponto de partida para os seguintes estudos: Potenciação; multiplicação e divisão de potências de base igual ou de expoente igual; potência de uma potência; expressões numéricas. Raiz quadrada; regra prática; extracção da raiz quadrada de um número inteiro ou decimal com uma dada aproximação. Medidas de volume e de capacidade; Emprego de medidas graduadas e de provetas; Volumes do paralelepípedo rectângulo e do cubo. Medidas de massa; Emprego da balança de Roberval. Números fraccionários; representação gráfica; propriedades; comparação de fracções. Noção de ângulo e de arco de circunferência;

1º ano

Geometria elementar: Generalidades – Conhecimento intuitivo dos sólidos geométricos: paralelepípedo, prisma , pirâmide, poliedros regulares, cone e cilindro de revolução, esfera. Elementos de geometria.	7	2º ano 1936 Medidas de volume e de capacidade; Emprego de medidas graduadas e de provetas;	**No 1º ano de escolaridade de 1954 o Programa não sofreu qualquer alteração relativamente ao mesmo ano em 1948**	Igualdade e desigualdade de ângulos; Ângulos adjacentes; Operações sobre ângulos; unidades de ângulo; emprego do transferidor; Ângulos complementares, suplementares e verticalmente opostos. Propriedades mais elementares destes ângulos. Posição relativa de duas rectas no plano; ângulos formados por um sistema de duas rectas cortadas por uma terceira; relações entre estes ângulos quando as duas primeiras forem paralelas: Ângulos de lados respectivamente paralelos e perpendiculares. Ângulo interno e ângulo externo de um triângulo e de um polígono convexo qualquer: soma dos ângulos externos; soma dos ângulos internos. Redução de número complexo a incomplexo e vice-versa; operações sobre números complexos. Gráficos: gráficos de barras; gráficos cartesianos.
Geometria no plano – Linha recta, semi-recta e segmento de recta.	**3º ano**	3º ano 1936 Volumes do paralelepípedo rectângulo e do cubo. Medidas de massa; Emprego da balança de Roberval.		
Ângulos: ângulo nulo, ângulo raso; ângulo recto, ângulo agudo e ângulo obtuso; Ângulos complementares e ângulos suplementares; ângulos verticalmente opostos; ângulos adjacentes; propriedades destes ângulos. Posição relativa de duas rectas no plano (rectas coincidentes, rectas concorrentes e rectas paralelas). Nomenclatura dos ângulos formados num sistema de duas rectas cortadas por uma terceira; relação entre estes ângulos quando as duas primeiras rectas são paralelas.	8	[5] Números fraccionários; representação gráfica; propriedades; comparação de fracções. [8] Noção de ângulo e de arco de circunferência; Igualdade e desigualdade de ângulos; Ângulos adjacentes; Operações sobre ângulos; unidades de ângulo; emprego do transferidor; Ângulos complementares, suplementares e verticalmente opostos. Propriedades mais elementares destes ângulos. Posição relativa de duas rectas no plano; ângulos formados por um sistema de duas rectas cortadas por uma terceira; relações entre estes ângulos quando as duas primeiras forem paralelas: ângulos de lados respectivamente paralelos e perpendiculares.		
Linhas poligonais; polígonos; sua nomenclatura; elementos de um polígono; **Nota:** Em 1948 faz-se ainda referência aos conteúdos: arco de circunferência; igualdade e desigualdade de ângulos; operações sobre ângulos; unidades de ângulo; emprego do transferidor; ângulos de lados respectivamente paralelos e perpendiculares.		Ângulo interno e ângulo externo de um triângulo e de um polígono convexo		

1º ano

Triângulos e seus elementos; relação entre os elementos de um triângulo; igualdade de triângulos; Quadriláteros – paralelogramo, rectângulo, losango, quadrado e trapézio (estudo das suas propriedades mais simples).	↑ **2º ano**	qualquer: soma dos ângulos externos; soma dos ângulos internos.		
		2º ano 1936 Redução de número complexo a incomplexo e vice-versa; operações sobre números complexos.		
Principais segmentos notáveis e pontos notáveis no plano de um triângulo; Estudo das propriedades elementares dos polígonos regulares.		Gráficos: gráficos de barras; gráficos cartesianos.		

2º ano

Programa de 1936	Alterações entre 1936 e 1948	Programa de 1948	Alterações entre 1948 e 1954	Programa de 1954
Aritmética prática: Cálculo de expressões numéricas de termos fraccionários. Raiz quadrada: regra prática; extracção da raiz quadrada de um número inteiro ou decimal a menos de uma unidade decimal de uma ordem dada. Raiz quadrada de um número fraccionário. Sistema métrico decimal: medidas de comprimento, de superfície, de volume, de capacidade e de capacidade e de massa. Medidas de tempo. Números complexos e incomplexos; redução de um número complexo a incomplexo e reciprocamente; operações sobre número complexos. Razões e proporções geométricas; suas propriedades fundamentais. Proporcionalidade directa e inversa; constante de proporcionalidade. Regra de três simples e composta.	**1º ano** **1º ano** **1º ano** **1**	**Geometria:** [1º Ano 1936] Triângulos; relações entre os seus elementos; altura de um triângulo; igualdade de triângulos; casos de igualdade de triângulos. [3º Ano 1936] Comparação dos segmentos da perpendicular e da oblíqua tirada do mesmo ponto para a mesma recta: distância de um ponto a uma recta; distância de duas rectas paralelas. [1º Ano 1936] Quadriláteros: paralelogramo, losango, rectângulo, quadrado e trapézio; propriedades mais importantes. [2] Circunferência; arco de circunferência; raio, corda, diâmetro, secante e tangente; círculo; segmento de círculo; sector circular; coroa circular. Posição relativa de duas circunferências. Circunferência inscrita e circunscrita a um triângulo; [3] Perímetro de uma circunferência; determinação experimental do valor de π.		**Geometria**: Triângulos; relações entre os seus elementos; altura de um triângulo; igualdade de triângulos; casos de igualdade de triângulos. Comparação dos segmentos da perpendicular e da oblíqua tirada do mesmo ponto para a mesma recta: distância de um ponto a uma recta; distância de duas rectas paralelas. Quadriláteros: paralelogramo, losango, rectângulo, quadrado e trapézio; propriedades mais importantes. Circunferência; arco de circunferência; raio, corda, diâmetro, secante e tangente; Circunferência inscrita e circunscrita a um triângulo; círculo; segmento de círculo; sector circular; coroa circular. Posição relativa de duas circunferências. Perímetro de uma circunferência; determinação experimental do valor de π. Figuras equivalentes; equivalência do paralelogramo e do trapézio ao rectângulo e do triângulo ao paralelogramo. Áreas destas figuras, do polígono irregular, do polígono regular e do círculo. Áreas das superfícies do prisma recto, da pirâmide regular, do cilindro e do cone de revolução. Volumes dos sólidos indicados.

2º ano

<table>
<tr>
<td>Geometria elementar:
Circunferência, raio, corda, diâmetro, secante e tangente; círculo, segmento de círculo, sector circular e coroa circular; estudo das suas propriedades mais elementares.
Posições relativas de duas circunferências.</td>
<td>2</td>
<td>Figuras equivalentes; equivalência do paralelogramo e do trapézio ao rectângulo e do triângulo ao paralelogramo. Áreas destas figuras, do polígono irregular, do polígono regular e do círculo.</td>
<td rowspan="5"></td>
<td rowspan="5">Aritmética
Noções de múltiplo e submúltiplo de um número; restos da divisão de um número inteiro por 10 e potências de 10, por 2 e 5, por 9 e 3; critérios de divisibilidade por estes números. Prova dos nove das operações.
Divisores comuns de dois ou mais números; máximo divisor comum de dois ou mais números pelas divisões sucessivas. Múltiplos comuns de dois números; menor múltiplo comum de dois ou mais números: determinação do menor múltiplo comum e dois números partindo do máximo divisor comum.
Noção de número primo; decomposição de um número num produto de factores primos; cálculo de máximo divisor comum e do menor múltiplo comum de vários números utilizando a decomposição em factores primos.
Fracções; simplificação e redução ao menor denominador comum;
Dízimas; redução de uma fracção a dizima; operações sobre fracções.
Fracções generalizadas; valores numéricos de expressões de termos fraccionários.
Proporcionalidade directa e inversa; proporções geométricas; propriedades fundamentais. Aplicações da proporcionalidade a regras de três simples e composta, percentagens, regras de companhia e juros simples.</td>
</tr>
<tr>
<td>Arco de círculo.</td>
<td></td>
<td rowspan="2">Áreas das superfícies do prisma recto, da pirâmide regular, do cilindro e do cone de revolução.
Volumes dos sólidos indicados.</td>
</tr>
<tr>
<td>Perímetro de uma linha poligonal; Perímetro de um polígono regular. Perímetro de uma linha curva;</td>
<td>1º ano</td>
</tr>
<tr>
<td>Perímetro de uma circunferência; determinação experimental de valor de π.</td>
<td>3</td>
<td rowspan="2">Aritmética
[1º Ano 1936] Noções de múltiplo e submúltiplo de um número; restos da divisão de um número inteiro por 10 e potências de 10, por 2 e 5, por 9 e 3; critérios de divisibilidade por estes números. Prova dos nove das operações. Divisores comuns de dois ou mais números; máximo divisor comum de dois ou mais números pelas divisões sucessivas. Múltiplos comuns de dois números; menor múltiplo comum de dois ou mais números: determinação do menor múltiplo comum e dois números partindo do máximo divisor comum. Noção de número primo; decomposição de um número num produto de factores primos; cálculo de máximo divisor comum e do menor múltiplo comum de vários números utilizando a decomposição em factores primos.</td>
</tr>
<tr>
<td>Equivalência de algumas figuras planas. Áreas das figuras planas mais simples.
Nota: Este conteúdo, apesar de estar escrito de forma diferente, parece-nos equivalente ao assinalado.</td>
<td>4º ano</td>
</tr>
</table>

2º ano

		[1º ano 1936] Fracções; simplificação e redução ao menor denominador comum;		
		[1º Ano 1936] Dízimas; redução de uma fracção a dizima; operações sobre fracções.		
		Fracções generalizadas; valores numéricos de expressões de termos fraccionários.		
		[1]Proporcionalidade directa e inversa; proporções geométricas; propriedades fundamentais. Aplicações da proporcionalidade a regras de três simples e composta, percentagens, regras de companhia e juros simples.		
		Representação gráfica da proporcionalidade directa; aplicação à resolução de problemas simples.	Este conteúdo foi excluído do programa em 1954	

3º ano

Programa de 1936	Alterações entre 1936 e 1948	Programa de 1948	Alterações entre 1948 e 1954	Programa de 1954
Álgebra: Exemplos de grandezas que podem variar em dois sentidos opostos; números positivos e negativos; operações com estes números.	1	**Álgebra** [1] Exemplos de grandezas que podem variar em dois sentidos opostos; números positivos e negativos;		**Álgebra** Exemplos de grandezas que podem variar em dois sentidos opostos; números positivos e negativos; Posição de um ponto sobre um eixo; operação sobre números qualificados. Expressões algébricas; monómios e polinómios; valores numéricos de expressões algébricas de uma ou duas variáveis. Representação de um ponto num plano (em coordenadas cartesianas rectangulares). Noção elementar de variável e de função, dada a partir de grandezas de uso corrente; representação gráfica de $y = ax$ e $y = ax + b$, em que a e b são valores numéricos. Monómios inteiros de uma e duas variáveis: adição algébrica, multiplicação, divisão e potenciação. Polinómios inteiros de uma variável e homogéneos de duas variáveis: adição algébrica; multiplicação; casos notáveis da multiplicação; divisão. Fracções algébricas; simplificação e operações, apenas no caso de termos monómios. Equações numéricas do 1º grau a uma incógnita: resolução algébrica e gráfica. Sistema de duas equações numéricas do 1º grau a duas incógnitas: resolução algébrica e gráfica.
Expressões algébricas; seu valor numérico; monómios e polinómios. **Nota:** Em 1948 especificam o número de variáveis.	2	Posição de um ponto sobre um eixo; operação sobre números qualificados. [2] Expressões algébricas; monómios e polinómios; valores numéricos de expressões algébricas de uma ou duas variáveis.		
Soma, subtracção, multiplicação e divisão de monómios e de polinómios de coeficientes numéricos de uma só variável ou de coeficientes numéricos de uma só variável ou de coeficientes literais que sejam monómios. **Nota:** Em 1948 faz-se ainda referência à potenciação de monómios.	3	Representação de um ponto num plano (em coordenadas cartesianas rectangulares). Noção elementar de variável e de função, dada a partir de grandezas de uso corrente; representação gráfica de $y = ax$ e $y = ax + b$, em que a e b são valores numéricos.		
Casos notáveis da multiplicação de polinómios (quadrado da soma de duas parcelas, quadrado da diferença e diferença de quadrados).		[3] Monómios inteiros de uma e duas variáveis: adição algébrica, multiplicação, divisão e potenciação.		
Decomposição de polinómios em factores, pondo em evidência factores comuns ou aplicando os casos notáveis da multiplicação. Fracções algébricas, simplificação só nos casos em que é possível a decomposição	4º ano	[3] Polinómios inteiros de uma variável e homogéneos de duas variáveis: adição algébrica; multiplicação; casos notáveis da multiplicação; divisão.		

3º ano

acima indicada; Operações com fracções de denominadores muito simples.		Fracções algébricas; simplificação e operações, apenas no caso de termos monómios.		Problemas muito simples que se resolvam por meio de uma equação numérica do 1º grau a uma incógnita ou por um sistema de duas equações numéricas do 1º grau a duas incógnitas. Desigualdades inteiras do 1º grau a uma incógnita: resolução algébrica. Geometria plana Recta, semi-recta e segmento de recta. Ângulo; ângulos adjacentes; ângulos complementares e suplementares; ângulos verticalmente opostos. Triângulos; os três primeiros casos de igualdade de triângulos; relações entre os elementos de um triângulo. Perpendicular ao meio de um segmento de recta; bissectriz de um triângulo. Linhas e pontos notáveis no plano do triângulo. Rectas paralelas; propriedades angulares; ângulos de lados respectivamente paralelos e perpendiculares. Soma dos ângulos do triângulo; ângulo externo. Construções gráficas. Quadriláteros: propriedades características do paralelogramo, losango, rectângulo, quadrado e trapézio.
Equações do 1º grau a uma incógnita, sistema de duas equações a duas incógnitas. **Nota:** Em 1948 faz-se ainda referência à resolução gráfica.	4	[4] Equações numéricas do 1º grau a uma incógnita: resolução algébrica e gráfica. Sistema de duas equações numéricas do 1º grau a duas incógnitas: resolução algébrica e gráfica.		
Geometria elementar: Simetria em relação a um ponto; simetria em relação a uma recta; relação entre duas figuras simétricas.		Problemas muito simples que se resolvam por meio de uma equação numérica do 1º grau a uma incógnita ou por um sistema de duas equações numéricas do 1º grau a duas incógnitas.		
Distância entre dois pontos.	**1º ano**			
Distância de um ponto a uma recta e de duas rectas paralelas. Relações entre a perpendicular e a oblíqua e entre as oblíquas tiradas de um ponto para uma recta.	**2º ano**	Desigualdades inteiras do 1º grau a uma incógnita: resolução algébrica e gráfica.	Em 1954 omitiu-se a resolução gráfica.	
Lugares geométricos. **Nota:** Em 1948 está mais explicado.	**4º ano**	**Geometria plana** **1º ano 1936** Recta, semi-recta e segmento de recta.		
Áreas das superfícies do cubo, do paralelepípedo rectângulo.	**1º ano**	Ângulo; ângulos adjacentes; ângulos complementares e suplementares; ângulos verticalmente opostos. Triângulos; os três primeiros casos de igualdade de triângulos; relações entre os elementos de um triângulo. Perpendicular ao meio de um segmento de recta; bissectriz de um triângulo. Linhas e pontos notáveis no plano do triângulo.		
Áreas das superfícies do prisma recto, da pirâmide regular, do cilindro e cone de revolução.	**2º ano**			
Área da superfície da esfera. Equivalência de alguns volumes.				

3º ano

Volumes dos sólidos cujas áreas foram determinadas.	↓ **2º ano**	Rectas paralelas; propriedades angulares; ângulos de lados respectivamente paralelos e perpendiculares. Soma dos ângulos do triângulo; ângulo externo. Construções gráficas. Quadriláteros: propriedades características do paralelogramo, losango, rectângulo, quadrado e trapézio.		
		Círculo: arcos, cordas e apótemas; arcos e ângulos ao centro; medidas de arcos e de ângulos; unidades respectivas. Ângulo inscrito; ângulo de um segmento; ângulo ex-inscrito; ângulo formado por duas cordas; ângulo formado por duas secantes; relações entre as medidas destes ângulos e as dos arcos correspondentes.	↑ **4ºano**	

4º ano

Programa de 1936	Alterações entre 1936 e 1948	Programa de 1948	Alterações entre 1948 e 1954	Programa de 1954
Álgebra: Sistema de três equações numéricas do 1º grau a três incógnitas.	1	**Álgebra** 3º ano 1936 Expressões algébricas; decomposição de polinómios em factores, pondo em evidência factores comuns ou aplicando os casos notáveis da multiplicação. Fracções algébricas; simplificação e operações nos casos em que é possível a factorização indicada.		**Álgebra** Expressões algébricas; decomposição de polinómios em factores, pondo em evidência factores comuns ou aplicando os casos notáveis da multiplicação. Fracções algébricas; simplificação e operações nos casos em que é possível a factorização indicada. Equações numéricas e literais do 1º grau a uma incógnita. Sistemas de duas equações numéricas e literais do 1º grau a duas incógnitas; Sistemas de três equações numéricas do 1ºgrau e três incógnitas. Problemas do 1º grau a uma, duas e três incógnitas. Sucessões numéricas. Noção de infinitamente pequeno; noção de limite de uma sucessão.
Desigualdades do 1º grau. Problemas do 1º grau e sua resolução em casos muito simples, tirados da aritmética, da geometria e da física; interpretação das soluções.				
Generalização da noção de potência; potências de expoente nulo e de expoente negativo. Noção intuitiva de número irracional. Radicais; cálculo dos radicais. Potências de expoente fraccionário.	2	Equações numéricas e literais do 1º grau a uma incógnita. Sistemas de duas equações numéricas e literais do 1º grau a duas incógnitas; Nota: Revisão do 3º ano		
Geometria: Medidas de ângulos e de arcos de circunferências; unidades respectivas. Comprimento e amplitude de um arco de circunferência. Ângulos ao centro; radiano; ângulos inscritos e ex-inscritos; relações entre estes ângulos e os arcos respectivos. Proporcionalidade entre grandezas geométricas;		[1] Sistemas de três equações numéricas do 1ºgrau e três incógnitas. Problemas do 1º grau a uma, duas e três incógnitas.		
		[2] Generalização da noção de potência; potências de expoente nulo e de expoente negativo; operações. Noção de número irracional; radicais; cálculo de radicais. Potências de expoente fraccionário; operações.	5º Ano	**Geometria plana** 3º ano de 1948 Círculo: arcos, cordas e apótemas; arcos e ângulos ao centro; medidas de arcos e de ângulos; unidades respectivas. Ângulo inscrito; ângulo de um segmento; ângulo ex-inscrito; ângulo formado por duas cordas; ângulo formado por duas secantes; relações entre as medidas destes ângulos e as dos arcos correspondentes.
Relações entre segmentos de concorrentes intersectadas por paralelas; teorema de Thales e suas consequências. Figuras homotéticas; razão de homotetia. Figuras semelhantes; razão de semelhança; triângulos semelhantes e casos de	3	5º ano 1936 Sucessões numéricas. Noção de infinitamente pequeno; noção de limite de uma sucessão.		Lugares geométricos: Pontos equidistantes de um ponto dado; de

4º ano

<table>
<tr>
<td rowspan="5">semelhança de triângulos. Polígonos semelhantes. Consequências numéricas da semelhança dos triângulos: teorema relativo a meias proporcionais no triângulo rectângulo, teorema de Pitágoras, teoremas relativos ao quadrado de um lado oposto a um ângulo agudo e a um ângulo obtuso; relações determinadas pelas bissectrizes; segmentos proporcionais no círculo.</td>
<td rowspan="5"></td>
<td>Geometria plana
[3º ano 1936] Lugares geométricos:
Pontos equidistantes de um ponto dado; de dois pontos dados; de uma recta dada; de duas rectas dadas. Aplicação a problemas de construção.</td>
<td rowspan="3"></td>
<td rowspan="5">dois pontos dados; de uma recta dada; de duas rectas dadas. Aplicação a problemas de construção.
Razão de dois segmentos; relações entre segmentos de concorrentes intersectadas por paralelas; teorema de Thales e suas consequências. Triângulos semelhantes e casos de semelhança dos triângulos. Consequências numéricas da semelhança dos triângulos: teoremas relativos a meias proporcionais no triângulo rectângulo, teorema de Pitágoras, teoremas relativos ao quadrado do lado oposto a um ângulo agudo e a um ângulo obtuso, relações determinadas pelas bissectrizes.</td>
</tr>
<tr>
<td>Razão de dois segmentos;</td>
</tr>
<tr>
<td>[3]Relações entre segmentos de concorrentes intersectadas por paralelas; teorema de Thales e suas consequências.</td>
</tr>
<tr>
<td>Homotetia; simetria em relação a um ponto.</td>
<td>Em 1954 este conteúdo não existe</td>
</tr>
<tr>
<td>Semelhança; triângulos semelhantes e casos de semelhança dos triângulos. Consequências numéricas da semelhança dos triângulos: teoremas relativos a meias proporcionais no triângulo rectângulo, teorema de Pitágoras, teoremas relativos ao quadrado do lado oposto a um ângulo agudo e a um ângulo obtuso, relações determinadas pelas bissectrizes; Segmentos proporcionais no círculo. Polígonos; semelhança de polígonos.</td>
<td></td>
</tr>
</table>

5º ano

Programa de 1936	Alterações entre 1936 e 1948	Programa de 1948	Alterações entre 1948 e 1954	Programa de 1954
Álgebra: Equação do 2º grau – sua resolução; primeira noção de número imaginário. Problemas do 2º grau a uma incógnita e sua resolução em casos muito simples tirados da aritmética, da geometria e da física. Noção de progressão aritmética e geometria como exemplos de sucessões. **Nota:** Em 1948 faz-se ainda referência, ao número de incógnitas.	**1** ↘	**Álgebra** [6º Ano 1936] Logaritmos; teoremas relativos ao cálculo logarítmico; - - - - - - - - - - logaritmos decimais; uso de tábuas (de cinco decimais). - - - - - - - - - - [1] Equações do 2º grau a uma incógnita; resolução algébrica. Problemas do 2º grau. Progressões aritméticas e geométricas: termo geral e soma de *n* termos.	↑ **7º ano**	**Álgebra** [4º Ano 1948] Generalização da noção de potência; potências de expoente nulo e de expoente negativo; operações. Noção de número irracional; radicais; cálculo de radicais. Potências de expoente fraccionário; operações. - - - - - - - - - - Equações do 2º grau a uma incógnita; resolução algébrica. Problemas do 2º grau. Progressões aritméticas e geométricas: termo geral e soma de *n* termos.
Noção de limite de uma sucessão apresentada por meio de exemplos da aritmética e da geometria; primeiras noções de infinitamente grande e de infinitamente pequeno. Definição de limite de uma sucessão.	↓ **4º ano**	**Geometria no espaço** Noção de plano; modos de definir o plano.		
Geometria no espaço: Posição relativa de duas rectas no espaço; ângulo de duas rectas no espaço. Posição relativa de uma recta e um plano; ângulo de uma recta com um plano; paralelismo e perpendicularidade de rectas e planos. Posição relativa de dois planos; diedros; rectilíneo de um diedro; paralelismo e perpendicularidade de planos. Distância de um ponto a um plano, de uma recta a um plano paralelo, de duas rectas não complanas, de dois planos paralelos.	**2** ↗	[2] Posição relativa de duas rectas no espaço. Posição relativa da recta e do plano; paralelismo da recta ao plano. Posição relativa de dois planos; paralelismo de dois planos. Ângulo de duas rectas no espaço; perpendicularidade da recta ao plano. Diedros; perpendicularidade de dois planos. Ângulo de uma recta com um plano. Distâncias. Ângulos sólidos; seus elementos. Triedros: relações entre as faces. Poliedros; poliedros regulares. Superfícies prismática e piramidal;		**Geometria no espaço** Noção de plano; modos de definir o plano. Posição relativa de duas rectas no espaço. Posição relativa da recta e do plano; paralelismo da recta ao plano. Posição relativa de dois planos; paralelismo de dois planos. Ângulo de duas rectas no espaço; perpendicularidade da recta ao plano. Diedros; perpendicularidade de dois planos. Ângulo de uma recta com um plano. Distâncias. Ângulos sólidos; seus elementos. Triedros: relações entre as faces. Poliedros; poliedros regulares. Superfícies prismática e piramidal; superfícies cilíndrica e cónica. Prisma, pirâmide e troncos

5º ano

Ângulos sólidos; seus elementos; triedros; relação entre os seus elementos. Poliedros. Poliedros regulares. Superfícies prismáticas e piramidais. Prismas e pirâmides; troncos de prisma e de pirâmide. Superfícies de revolução. Cilindro, cone e esfera; troncos de cilindro e de cone. Zona e calote esféricas; sector esférico; camada esférica; cunha esférica.		superfícies cilíndrica e cónica. Prisma, pirâmide e troncos respectivos; cilindro, cone e troncos respectivos. Superfícies e sólidos de revolução (cilindro, cone, tronco de cone e esfera). Esfera; zona, calote e segmentos esféricos; lúnula e cunha esféricas; camada esférica. **6º Ano 1936** Áreas das superfícies do paralelepípedo, prisma, pirâmide, tronco de pirâmide regular, cilindro, cone e tronco de cone de revolução. Áreas da zona esférica e da superfície da esfera. Volumes do paralelepípedo, prisma, pirâmide, cilindro, cone e esfera. Volumes do paralelepípedo, prisma, pirâmide, cilindro, cone e esfera.		respectivos; cilindro, cone e troncos respectivos. Superfícies e sólidos de revolução (cilindro, cone, tronco de cone e esfera). Esfera; zona, calote e segmentos esféricos; lúnula e cunha esféricas; camada esférica. Áreas das superfícies do paralelepípedo, prisma, pirâmide, tronco de pirâmide regular, cilindro, cone e tronco de cone de revolução. Áreas da zona esférica e da superfície da esfera. Volumes do paralelepípedo, prisma, pirâmide, cilindro, cone e esfera. Volumes do paralelepípedo, prisma, pirâmide, cilindro, cone e esfera.

6º ano

Programa de 1936	Alterações entre 1936 e 1948	Programa de 1948	Alterações entre 1948 e 1954	Programa de 1954
Álgebra: Definição de função; classificação de funções e representação gráficas de algumas funções. **Nota:** Em 1948 faz-se ainda referência, às funções inversas.	1	**Álgebra** [1]Noção elementar de variável e de função; classificação das funções; Classificação das funções; Funções inversas; Representação geométrica de algumas funções.	Este conteúdo surgiu em 1954.	**Álgebra** Breves noções sobre as sucessivas generalizações do conceito de número; representação geométrica do sistema dos números reais.
Estudo intuitivo da função exponencial e da sua inversa (logaritmo);	5º Ano	Infinitamente grandes; infinitésimos; infinitésimos simultâneos; teoremas relativos ao produto e à soma de infinitésimos. Limite de uma variável; limite de uma função; operações sobre limites. Noção elementar de continuidade de uma função. Propriedades dos polinómios inteiros. Adição algébrica, multiplicação e divisão do polinómios. Divisão por (*x-a*); polinómio identicamente nulo; polinómios idênticos; principio das identidades; método dos coeficientes indeterminados; regra de Ruffini. Fracções algébricas. Símbolos de impossibilidade; símbolos de indeterminação da forma $\frac{0}{0}, \frac{\infty}{\infty}$ e $0 \times \infty$; verdadeiro valor de uma expressão que se apresenta sob a forma		[7º Ano 1948] Números complexos de duas unidades; forma algébrica; igualdade, desigualdade e operações.
Teoria algébrica dos logaritmos; logaritmos decimais, operações, uso das tábuas.				Noção elementar de variável e de função; Classificação das funções; Funções inversas; Representação geométrica de algumas funções. Infinitamente grandes; infinitésimos; infinitésimos simultâneos; teoremas relativos ao produto e à soma de infinitésimos. Limite de uma variável; limite de uma função; operações sobre limites. Noção elementar de continuidade de uma função.
Geometria: Expressões que dão os valores dos dados de alguns polígonos regulares em função do raio da circunferência circunscrita (triângulo, quadrado, hexágono).				
Perímetro da circunferência e áreas do círculo e sector circular.	4º Ano			
Áreas das superfícies do paralelepípedo, prisma, pirâmide e troncos respectivos, cilindro, cone e troncos respectivos e esfera. Volumes do paralelepípedo, prisma, pirâmide e troncos respectivos, cilindro, cone e troncos e respectivos, esfera.	5º Ano			[7º Ano 1948] Derivada de uma função num ponto; função derivada. Derivadas das funções algébricas. Aplicação ao estudo da variação das funções nos casos mais simples. Propriedades dos polinómios inteiros. Adição algébrica, multiplicação e divisão do

6º ano

Problemas de aplicação.		indeterminada. Equações: noções gerais e princípios de equivalência. Equações do 1º grau a uma incógnita: resolução algébrica e gráfica; discussão. Equação do 1º grau a duas incógnitas: soluções inteiras, soluções inteiras e positivas; resolução numérica e gráfica. Sistema de duas equações do 1º grau a duas incógnitas: resolução algébrica e gráfica; discussão.	7º Ano	polinómios. Divisão por (*x-a*); polinómio identicamente nulo; polinómios idênticos; principio das identidades; método dos coeficientes indeterminados; regra de Ruffini. Fracções algébricas. Símbolos de impossibilidade; símbolos de indeterminação da forma $\frac{0}{0}, \frac{\infty}{\infty}$ e $0 \times \infty$; verdadeiro valor de uma expressão que se apresenta sob a forma indeterminada.
Trigonometria: Funções circulares directas e inversas; variações destas funções e sua representação gráfica. Relações entre as funções circulares de ângulos simétricos, de ângulos complementares e de ângulos suplementares.	2			
Fórmulas da soma e diferença de ângulos	7º Ano			
Relação trigonométrica entre os elementos de um triângulo rectângulo.				
Uso das tábuas naturais e das tábuas de logaritmos.	7º Ano	**Trigonometria** Generalização da noção de ângulo e de arco; medidas.		**Trigonometria** Generalização da noção de ângulo e de arco; medidas. Funções circulares directas: definição, variação e representação gráfica; funções circulares correspondentes a ângulos complementares, suplementares, que diferem de π radianos, simétricos, e cuja soma é igual a 2π radianos. Redução de um ângulo ao 1º quadrante. Relações entre as funções circulares do mesmo ângulo; valores destas funções para alguns casos particulares. Funções circulares inversas.
		[2] Funções circulares directas: definição, variação e representação gráfica; funções circulares correspondentes a ângulos complementares, suplementares, que diferem de π radianos, simétricos, e cuja soma é igual a 2π radianos.		
		Redução de um ângulo ao 1º quadrante. Relações entre as funções circulares do mesmo ângulo; valores destas funções para alguns casos particulares. Funções circulares inversas.		
		Aritmética racional 7º Ano 1936 Teoria dos números inteiros e das operações fundamentais. Potenciação; sistemas de numeração.		**Aritmética racional** Teoria dos números inteiros e das operações fundamentais. Potenciação; sistemas de numeração. Divisibilidade.

6º ano

		Divisibilidade. Números primos. Máximo divisor comum e menor múltiplo comum.		Números primos. Máximo divisor comum e menor múltiplo comum.

7º ano

Programa de 1936	Alterações entre 1936 e 1948	Programa de 1948	Alterações entre 1948 e 1954	Programa de 1954
Álgebra Discussão da equação geral do 1º grau a uma incógnita. Análise indeterminada do 1º grau.		**Álgebra** [4] Análise combinatória – elementos distintos e sem repetição. Binómio de Newton.		**Álgebra** Análise combinatória – elementos distintos e sem repetição. Binómio de Newton.
Discussão da equação geral do 2º grau a uma incógnita; **Nota:** Em 1948 faz-se ainda referência, à resolução gráfica.	1	Números complexos a duas unidades; forma algébrica: igualdade, desigualdade e operações.	6º Ano	[6º Ano 1948] Equações: noções gerais e princípios de equivalência. Equação do 1º grau e uma incógnita: resolução algébrica e gráfica; discussão. Sistema de duas equações do 1º grau a duas incógnitas: resolução algébrica e gráfica; discussão.
Soma e produto das raízes.		[1] Equação de 2º grau a uma incógnita; resolução algébrica e gráfica; discussão.		
Propriedades do trinómio do 2º grau. **Nota:** Em 1948 faz-se ainda referência, à representação gráfica.	2	[3] Equação biquadrada; resolução algébrica; discussão.		Equação de 2º grau a uma incógnita; resolução algébrica e gráfica; discussão. Equação biquadrada; resolução algébrica; discussão. Transformação de um radical duplo na soma algébrica de dois radicais simples. Equações irracionais redutíveis ao 2º grau. Trinómio do 2º grau; representação gráfica; propriedades. Inequações: noções gerais e princípios de equivalência. Inequações do 2º grau a uma incógnita; inequações fraccionárias que se resolvam por meio de inequações do 1º ou 2º grau a uma incógnita. Problemas do 1º ou 2º grau a uma incógnita. Função exponencial de base *a* ($a > 1$ e expoente real); função inversa.
Desigualdades do 2º grau e discussão das soluções.		Transformação de um radical duplo na soma algébrica de dois radicais simples. Equações irracionais redutíveis ao 2º grau.		
Resolução e discussão da equação biquadrada. **Nota:** Em 1948 faz-se ainda referência, à resolução algébrica.	3	[2] Trinómio do 2º grau; representação gráfica; propriedades.		
Análise combinatória: arranjos, permutações e combinações. Binómio de Newton. **Nota:** Em 1948 faz-se ainda referência, à existência de elementos sem repetição.	4	Inequações do 2º grau a uma incógnita; inequações fraccionárias que se resolvam por meio de inequações do 1º ou 2º grau a uma incógnita. Problemas do 1º ou 2º grau a uma incógnita.		
Aritmética Teoria dos números inteiros, considerados como representando	6º Ano			

7º ano

colecções de objectos idênticos, e das suas operações. Divisibilidade. Números primos. Máximo divisor comum e menor múltiplo comum. **Nota:** Em 1948 faz-se ainda referência, à potenciação e aos sistemas de numeração.		O problema das tangentes e o das velocidades: noção de derivada de uma função num ponto; função derivada de uma função num ponto; função derivada. Derivada das funções algébricas e das funções circulares directas; derivada da função de função.	**6º Ano**	5º Ano 1948 Logaritmos decimais; uso de tábuas (de cinco decimais).
Teoria dos números fraccionários e das suas operações.		**Trigonometria** 6º Ano 1936 Fórmulas da soma e da diferença de dois ângulos.		**Trigonometria** Fórmulas da soma e da diferença de dois ângulos. Fórmulas da duplicação e bissecção do ângulo. Fórmulas de transformação logarítmica. Derivadas das funções circulares directas. Tábuas trigonométricas: uso das tábuas naturais e logarítmicas. Resolução de algumas equações trigonométricas simples. Resolução de triângulos rectângulos e obliquângulos (casos clássicos); cálculo de áreas. Aplicações a problemas simples de topografia.
Geometria Breves noções dos métodos geométricos: métodos gerais – métodos analítico, método sintético e método de redução ao absurdo; métodos particulares - método dos lugares geométricos e métodos de transformações.		Fórmulas da duplicação e bissecção do ângulo. Fórmulas de transformação logarítmica.		
		6 º Ano 1936 Tábuas trigonométricas: uso das tábuas naturais e logarítmicas. Resolução de algumas equações trigonométricas simples. Resolução de triângulos rectângulos e obliquângulos (casos clássicos); cálculo de áreas. Aplicações a problemas simples de topografia.		
		Geometria Introdução à geometria analítica plana: Coordenadas cartesianas e polares; as suas relações. Distância de dois pontos; coordenadas do ponto médio de dois pontos dados. Noção de lugar geométrico definido por uma equação e de equação de uma linha;		**Geometria** Introdução à geometria analítica plana: Coordenadas cartesianas e polares; as suas relações. Distância de dois pontos; coordenadas do ponto médio de dois pontos dados. Noção de lugar geométrico definido por uma equação e de equação de uma linha; determinação das equações correspondentes a alguns lugares geométricos muito simples. Equações cartesianas da recta; problemas sobre a recta: equações da recta que passa por um e dois pontos; ponto de intersecção de duas rectas; ângulo de duas rectas;

7º ano

		determinação das equações correspondentes a alguns lugares geométricos muito simples. Equações cartesianas da recta; problemas sobre a recta: equações da recta que passa por um e dois pontos; ponto de intersecção de duas rectas; ângulo de duas rectas; condições de paralelismo e perpendicularidade de duas rectas; distância de um ponto a uma recta. Estudo elementar dos lugares geométricos definidos por equações numéricas da forma: $x^2+y^2=r^2;(x-a)^2+(y-b)^2=r^2;$ $b^2x^2 \pm a^2y^2=a^2b^2;$ $xy=k;\ y^2=2px;\ x^2=2qy.$ Equações cartesianas: Da circunferência; Da elipse e da hipérbole, referidas aos eixos; Da parábola, referida ao eixo e à tangente no vértice.		condições de paralelismo e perpendicularidade de duas rectas; distância de um ponto a uma recta. Estudo elementar dos lugares geométricos definidos por equações numéricas da forma: $x^2+y^2=r^2;(x-a)^2+(y-b)^2=r^2;$ $b^2x^2 \pm a^2y^2=a^2b^2;$ $xy=k;\ y^2=2px;\ x^2=2qy.$ Equações cartesianas: Da circunferência; Da elipse e da hipérbole, referidas aos eixos; Da parábola, referida ao eixo e à tangente no vértice.

15

Uma polémica sobre logaritmos:
história e significado

Isabel Cristina Dias
3ºCiclo da Escola Secundária José Cardoso Pires
Sto António dos Cavaleiros
dias.sac@netc.pt

Nesta comunicação pretendo 1) analisar as polémicas relativas ao ensino e aprendizagem da Matemática que surgiram em Portugal na década de quarenta do século XX e, em particular, a que Bento de Jesus Caraça e José Sebastião e Silva travaram acerca do ensino dos logaritmos nos liceus e 2) estender pontes para o presente ao acentuar a importância do conhecimento da história do ensino da Matemática para uma formação epistemológica, didáctica e cultural dos docentes de Matemática e de todos os que se dedicam à Educação Matemática.

Na conhecida polémica, os dois matemáticos e educadores esgrimiram razões entre si e com outros interlocutores nas páginas da *Gazeta de Matemática*. Esses argumentos – de índole didáctica, metodológica, matemática, social, tecnológica ou cultural – são ainda, em muitos casos, de uma espantosa actualidade quer em relação aos logaritmos quer relativamente a outros aspectos dos actuais currículos de Matemática do ensino básico e secundário. Saliento, à partida, a convicção de que a leitura e análise de artigos editados em revistas pedagógicas e/ou científicas proporciona um olhar bastante próximo sobre as opiniões dos actores do processo educativo.

Antes de analisar essas polémicas, contextualizando-as e descrevendo-as, apresento dois pressupostos: o de que não é possível pensar a educação, hoje e no futuro, sem conhecer e entender os percursos do passado (Nóvoa, 1997) e o de que uma investigação em História da Educação, pretendendo embora analisar as fontes documentais e delas retirar conclusões sobre os factos históricos, terá de ter sempre como finalidade uma melhor compreensão da realidade contemporânea.

“Por motivo da guerra europeia o Congresso Internacional de Matemáticos que devia realizar-se este ano, no mês de Setembro, em Cambridge (Massachussets), U.S.A., ficou adiado sine-dia”. Esta citação, retirada do nº 2 da *Gazeta de Matemática*, editado em Abril de 1940, é exemplificativa das implicações da Segunda Guerra Mundial no mundo académico internacional e, consequentemente, no periférico meio educativo português. A situação mundial era projectada num cenário nacional que se caracterizava pelo apogeu ideológico e efectivo do Estado Novo o qual, mantendo o país neutral face ao conflito, enfrentava internamente significativas manifestações sociais concretizadas nas greves operárias e rurais que se sucederam entre 42 e 45. No Diário de Notícias de 15 de Junho de 1947 podia ler-se em Nota Oficiosa do Conselho de Ministros: "É sabido que houve professores e assistentes que ostensiva ou veladamente animaram a agitação e os agitadores... O Governo não hesitará em impor a saída do país ou a residência em algumas partes do território nacional aos agitadores reincidentes..."

Quanto à Matemática e ao seu ensino, sofriam na época duas influências essenciais: a do marcante e estruturante empreendimento Nicolas Bourbaki e a que resultava da preocupação crescente de figuras como André Weil, Felix Klein ou Dirk Struik relativamente à sociologia e à história da Matemática enquanto factores de uma determinada perspectiva epistemológica da Matemática e do modo como poderia ser ensinada e aprendida.

Em 1940 foi fundada a Sociedade Portuguesa de Matemática e editado o primeiro número da *Gazeta* e, três anos depois, era criada a Junta de Investigação Matemática. Os protagonistas deste momento riquíssimo no percurso da Matemática em Portugal foram aqueles que, na sua maioria, seriam demitidos, exilados ou detidos na sequência da Nota Oficiosa já referida: António Monteiro, Pereira Gomes, Hugo Ribeiro, Bento Caraça, Ruy Luís Gomes, Zaluar Nunes, Remy Freire, Mário de Azevedo Gomes…

A polémica acerca do ensino dos logaritmos nos liceus foi apenas uma das animadas discussões de que foram palco as folhas da *Gazeta*. Ali se discutiram as vantagens e desvantagens dos materiais manipuláveis no ensino da Geometria, a prestação dos alunos nos exames de aptidão ao ensino superior, o papel da Matemática no currículo nacional e, naturalmente, os pressupostos em que deveria assentar o ensino da disciplina. Dado que a questão dos logaritmos é o cerne desta comunicação, opto por apresentar primeiramente – sem efectuar uma análise detalhada – alguns excertos que considero significativos retirados de artigos sobre essas outras questões.

Acerca do papel da Matemática no ensino liceal escrevia Sebastião e Silva na *Gazeta* (nº 12, Outubro de 1942):

> Para nós e para muitos, é indiscutível que a Matemática deve desempenhar no ensino liceal um papel essencialmente formativo. Pouco interessa que o aluno fique a conhecer muitos teoremas e os processos de resolução de muitas classes de problemas: o que importa, acima de tudo, é que ele tenha exercido as suas faculdades na

> demonstração dos teoremas e na resolução dos problemas; é que tenha adquirido o hábito de pensar matematicamente...

É aqui claramente assinalada a importância de desenvolver nos alunos determinado tipo de competências. O mesmo artigo esclarece quais deveriam ser elas mas com um significado que ultrapassa a da simples enumeração de exigências de aprendizagem considerando que o ensino da Matemática no liceu teria como objectivo básico a formação matemática dos jovens:

> Exige-se, evidentemente, um mínimo de informação matemática, a aquisição de uma técnica segura de cálculo elementar...; mas isso pouco deverá ser, comparado com o trabalho de criação dos hábitos de raciocínio, de abstracção, de disciplina mental, que distinguem a formação matemática.

O papel da disciplina de Matemática no currículo do ensino liceal prendia-se inevitavelmente com as finalidades desse mesmo currículo e Bento de Jesus Caraça viria, nesse mesmo número da revista, a defender um ensino liceal para todos e uma formação para a cidadania:

> O ensino liceal é dirigido a todos, … e deve ter por objectivo fornecer os elementos de cultura geral e a capacidade de actuação indispensável a todo o cidadão. Esta me parece que deve ser a sua finalidade – formar cidadãos – e não formar matemáticos, ou físicos, ou geógrafos ou alfaiates (Gazeta de Matemática, nº 12, Outubro de 1942).

Questiono-me até que ponto não estariam os dois protagonistas deste debate mais próximos do que a sua argumentação fazia crer; preparar os cidadãos actuantes de que fala Caraça incluiria forçosamente o desenvolvimento da capacidade de resolução de problemas e do raciocínio a que se refere Sebastião e Silva.

Num texto com aspectos muito interessantes e cuja actualidade é, do meu ponto de vista, avassaladora, António Monteiro descreve as vantagens da criação de Clubes de Matemática e o papel que deveriam ter na motivação dos alunos e na ligação entre a sala de aula de Matemática e o exterior:

> Os Clubes de Matemática têm por objectivo promover e desenvolver o gosto pelo estudo da matemática, entre os estudantes… pondo em evidência,… a beleza desta ciência e a utilidade da sua aprendizagem para a vida moderna. Além disso,… constituem um poderoso auxiliar do ensino…

> …aqueles professores que, quando se encontram diante de uma classe liceal que boceja perante as suas lições sobre a simetria das figuras,

> levam os alunos para o campo… para observarem nas árvores e nas flores exemplos de simetria, que os levam a visitar monumentos para observarem novos exemplos de simetria e que voltam à aula com uma classe galvanizada e que pensam com razão em face dos resultados obtidos… que não foi tempo perdido, porque uma classe não é um vazadouro para despejar um programa! (Gazeta de Matemática, nº 11, Julho de 1942)

Esta perspectiva, de que o ensino da matemática deveria estabelecer uma ligação permanente com o mundo exterior à sala de aula e de que não deveria ser centrado no professor transmissor de matéria teórica, perpassa em vários textos de Monteiro, Caraça, Silva e muitos outros. Veja-se, por exemplo, o que escreveram, respectivamente, Ávila Lima – director dos Cursos de Trabalhos Manuais do Liceu de Pedro Nunes – e Cardoso Guerra – elemento da Comissão Pedagógica da Sociedade Portuguesa de Matemática – acerca da utilização de materiais manipuláveis no ensino da Matemática:

> Tem-se abusado do lápis e do papel ou do giz e da pedra e destarte as noções basilares ou não chegam a formar-se ou ficam mal assentes. …quantos são os alunos que tenham verificado, coisa facílima, a exactidão do clássico teorema de Pitágoras? Todos o papagueiam é certo, mas poucos o viram vivo e a saltar tal como é" (Gazeta de Matemática, nº 16, Julho de 1943).

> …conclusões …tiradas na aula com a máxima eficiência porque as atenções estavam completamente absorvidas na realização das experiências. Mais uma vez me foi dado verificar que a aula de trabalhos manuais pode prestar uma colaboração preciosa na rigorosa execução dos modelos matemáticos (Gazeta de Matemática, nº 13, Janeiro de 1943).

Sobre estas últimas palavras não posso deixar de acrescentar que hoje não existem aulas de trabalhos manuais mas existem de educação tecnológica, de educação visual e de tecnologias de informação e comunicação! As interrogações de tantos daqueles que hoje se interessam pelo ensino e pela aprendizagem da Matemática já a sentiam esses outros que se preocupavam nos anos quarenta do passado século. Em nota ao texto de Fernando Lobo d'Ávila Lima, Caraça reflectia: "Parece que os novos métodos de ensino vão enfim penetrando (quão lentamente!) entre nós" (Gazeta de Matemática, nº 14, Março de 1943).

Ainda sobre as vantagens de um ensino de carácter experimental, assinalava a redacção da *Gazeta* o ter "publicado depoimentos de professores portugueses sobre a importância das construções experimentais no ensino dos elementos da Geometria" (Gazeta de Matemática, nº 16, Julho de 1943); esta referência é feita na introdução a um texto de Clara Larson editado em 1942 por *The Mathematics Teacher* e traduzido por Silva Paulo. A educadora norte-americana afirmava: "Manejar os objectos, tocá-los, dá deles um conhecimento concreto que a simples análise visual, ainda que profunda, o desenho ou a ideação, não podem dar." (Gazeta de Matemática, nº 16, Julho de 1943).

Naturalmente, nem todos concordavam com esses métodos novos considerando que a utilização de materiais demonstrativos variados se ficaria sobretudo pelo aspecto lúdico e que, de facto, não haveria uma verdadeira prova da veracidade das verdades geométricas nem uma aprendizagem real por parte dos alunos. Na *Gazeta de Matemática* de Julho de 1945 (nº 25), o professor de Matemática do ensino liceal António Nicodemos Pereira escrevia:

> O objectivo da geometria demonstrativa no ensino liceal é principalmente dar ao aluno a prática do raciocínio lógico e não convencê-lo de que determinadas propriedades das figuras geométricas são verdadeiras. (...) algumas das propriedades das figuras geométricas que foram estabelecidas por métodos experimentais convém que sejam estabelecidas por métodos demonstrativos para que se aproveite o interesse que o mesmo assunto desperta no aluno quando tratado por métodos diferentes.

Uma outra citação, que aponta também desvantagens à utilização de materiais manipuláveis na aula de Matemática, exige uma maior contextualização. O autor do artigo, Ruy da Silva Leitão, fora um entusiasta do Método de Laboratório ou de Perry o qual, nos primeiros anos do século XX, entusiasmara os educadores matemáticos de toda a Europa e que fora incluído como orientação central para o ensino da Matemática e, nomeadamente, da Geometria, na reforma de 1918 dos programas oficiais do ensino médio em Portugal. Volvidos trinta anos, é o próprio que exprime o seu desencanto nas páginas da *Gazeta* ao comentar um relatório que, à época, elaborara:

> Em época de extrapolações audazes, julgou-se ver no "método de Perry" um sistema universal de ensino para todos os sectores da matemática elementar, uma panaceia que arredaria, duma vez para sempre, todos os obstáculos da didáctica da especialidade…
>
> …a prática, a experiência, a vida, desfizeram ilusões…: o método seria inaclimatável à mentalidade dos nossos alunos que tanto ou mais rapidamente, mas superficialmente por via de regra, logravam atingir uma determinada verdade, com uma demonstração ou simples figura no quadro, do que com um modelo,… porque, e especialmente para os dos anos mais elementares, na aparelhagem necessária para a aplicação do método, viam mais o objecto curioso, o brinquedo, do que o

raciocínio demonstrativo ou do que a propriedade a verificar" (Gazeta de Matemática, nº 22, Março de 1944).

Quanto à discussão sobre logaritmos entre Bento de Jesus Caraça e José Sebastião e Silva, esta acontece em três momentos: Julho de 1942 (Gazeta de Matemática, nº11, páginas 15 e 16), Outubro de 1942 (Gazeta de Matemática, nº 12, páginas 10 a 17) e Janeiro de 1943 (Gazeta de Matemática, nº 13, páginas 8 a 14). A polémica nasce a partir de questões colocadas por Sebastião e Silva:

> Porque não é ensinado nos liceus um processo elementar de construção duma tábua de logaritmos? Pois não é verdade que, só deste modo, o aluno pode adquirir uma noção exacta de logaritmo de um número…? E não é também verdade que se desfaz assim aquele mistério… duma tábua cuja utilidade se conhece, mas que não se sabe como pode ser construída? (Gazeta de Matemática, nº 11, Julho de 1942)

Sendo Bento Caraça o responsável pela secção de Pedagogia da *Gazeta*, por ele passavam os textos recebidos na redacção tendo, por isso, a possibilidade de acrescentar notas ou observações aquando da publicação. Neste caso concreto, edita uma Nota relativamente extensa em que, por sua vez, apresenta questões indiciadoras da sua discordância:

> Está porventura ao alcance dos alunos do Liceu o processo pelo qual efectivamente se constroem as tábuas de logaritmos? Ainda que estivesse que vantagem haveria em mostrar como se pode construir um instrumento que encontramos já construído no mercado? Quantos são os alunos do liceu que mais tarde se ocuparão da construção de tábuas de logaritmos? (Gazeta de Matemática, nº 11, Julho de 1942)

E Caraça – defendendo a utilização da régua de cálculo e antecipando o uso da calculadora – emprega ainda um argumento que hoje poderíamos aplicar em relação a calculadoras gráficas ou alfanuméricas, a computadores ou a sensores:

> Cada época cria e usa os seus instrumentos de trabalho conforme o que a técnica lhe permite; a técnica do século XX é muito diferente da do século XVI, quando os logaritmos apareceram como necessários para efectuar certos cálculos. O ensino do Liceu que é, ou deve ser, para todos, deve ser orientado no sentido de proporcionar a todos o manejo do instrumento que a técnica nova permite (Gazeta de Matemática, nº 11, Julho de 1942).

Sebastião e Silva responde através de um artigo de quatro páginas na *Gazeta* de Outubro de 1942. A extensa citação que se segue afigura-se necessária quer para tornar evidente a natureza dos argumentos utilizados quer para expor os pontos de vistas divergentes dos dois educadores matemáticos:

> Ora o estudo dos logaritmos constitui, há muitos anos, um dos assuntos capitais dos programas de Matemática dos liceus portugueses, e não nos parece plausível, *por ora*, que se mude de orientação, suprimindo essa parte do programa. É possível, sim, que venha a reconhecer-se a necessidade de nele introduzir o ensino de outros métodos expeditos de cálculo numérico, nomeadamente métodos mecânicos; (…) E não se deverá então deixar de ensinar, na medida do possível, o princípio teórico desses métodos – a não ser que o objectivo da Educação consista em formar autómatos, em vez de *homens*. (…) Mesmo que o aluno não chegue a construir uma dessas tábuas, ficará (e é isto o fundamental) a ter a legítima convicção de que *seria capaz de a construir, se tanto quisesse*, – e deste modo se evita o seu complexo de inferioridade perante um instrumento que não se deve, positivamente, a artes mágicas – que não foi criado por entes sobrenaturais, mas *por homens!* A construção efectiva de uma tábua é na verdade uma tarefa maçadora, monótona, mas isso também não constitui razão para a condenar. Perigosa educação a que leve ao convencimento de que tudo se consegue na vida sem grande maçada! De resto, este trabalho é do que se pode repartir por uma *équipe* de alunos, aplicando o salutar preceito do trabalho colectivo (Gazeta de Matemática, nº 12, Outubro de 1942).

Por sua vez, Bento de Jesus Caraça também pormenoriza os seus argumentos numa “Resposta às considerações anteriores” que faz sair no mesmo número da revista. Acentuando, novamente, aquele que considerava ser o objectivo principal do ensino médio – formar cidadãos – insiste em não ser indispensável o conhecimento de método(s) de construção das tábuas de logaritmos:

> Que todo o cidadão deva ser capaz de improvisar aqueles instrumentos de que na sua vida mais precisa, também é fora de dúvida. Mas está a tábua de logaritmos nesse caso?… E está-se vendo um indivíduo, com um quociente ou uma raiz a calcular urgentemente, pôr-se a calcular previamente uma tábua de logaritmos? Quantas outras coisas mais importantes, e interessando incomparavelmente mais à vida do cidadão, há a conhecer (…) (Gazeta de Matemática, nº 12, Outubro de 1942).

Esta ideia de que haveria conhecimentos matemáticos que todos deveriam ter e de que alguns deles não eram ensinados por falta de tempo gasto em aspectos demasiadamente teóricos, é referida várias vezes neste texto; são indicados, nomeadamente, a noção de probabilidade, rudimentos de estatística e aproximações no cálculo numérico. É relevante a sugestão que apresenta de que, ensinados os aspectos teóricos essenciais, “se ensine o manejo dos dois instrumentos, tábua de logaritmos e régua de cálculo, mostrando os inconvenientes e vantagens de cada um em relação ao outro” (Gazeta de Matemática, nº 12, Outubro de 1942) referindo-se sempre à “necessidade que o homem-de-todos-os-dias naturalmente virá a ter de um e de outro” (Gazeta de Matemática, nº 12, Outubro de 1942).

Em Janeiro de 1943, José Sebastião e Silva haveria ainda de responder mais uma vez, através de um artigo muito extenso em que, para além de analisar questões matemáticas inerentes à definição de logaritmo (Caraça houvera já feito o mesmo, alguns meses antes, ao defender a determinação aproximada de um logaritmo através da definição de duas progressões e criticando a definição baseada na resolução da equação $a^x = b$ usada por Silva), expressa claramente a sua perspectiva de um ensino menos generalista que “favoreça, tanto quanto possível, as aptidões de cada um” (Gazeta de Matemática, nº 13) e que substitua um ensino que apelida de muito cómodo para o professor, o do “ensino idêntico para todos”. No artigo volta a insistir em que “desde que tenha compreendido realmente a definição, o aluno fica “ipso facto” habilitado a construir uma tábua de logaritmos!” (Gazeta de Matemática, nº 13, Janeiro de 1943). E pergunta: “Não será então o mesmo saber o que é logaritmo e saber construir uma tábua de logaritmos?! Pois eu tenho de confessar que só muito dificilmente consigo distingir as duas coisas” (Gazeta de Matemática, nº 13, Janeiro de 1943).

Embora sejam notórias as divergências entre ambos, considero que elas ocorreram essencialmente devido às diferentes perspectivas que tinham do papel da Matemática no currículo liceal, do próprio currículo da disciplina e de concepções epistemológicas antagónicas acerca da educação matemática; não considero que fosse a questão matemática de *per si* que estivesse no âmago da discussão mas, outrossim, duas visões da educação, da escola e da sociedade.

Sistematizando, foram essencialmente quatro as questões que estiveram em discussão: 1) Os alunos do liceu deverão ou não aprender a construir uma tabela de logaritmos? 2) Os alunos deverão utilizar ou não as tabelas sem saber como podem ser obtidas? 3) Os alunos devem, prioritariamente, conhecer e utilizar os novos instrumentos de cálculo disponíveis na sua época? 4) O ensino dos logaritmos deve ser centrado na teoria ou nas aplicações práticas?

Em coerência com o que expus no início deste texto, procurarei retirar conclusões sobre os factos históricos com a finalidade de melhor compreender a realidade actual e intentarei estender pontes para o presente que acentuem a importância do conhecimento da história do ensino da Matemática. Para tal, começo por colocar duas questões estruturais que emergem da análise dos factos históricos acima elencados:

- Poder-se-á afirmar que algumas (muitas) das preocupações pedagógicas que atravessavam o ensino da matemática na década de quarenta continuam presentes sessenta anos depois?
- Existindo semelhanças entre essas preocupações, a que se deverá a sua permanência?

À primeira não tenho dúvidas em responder afirmativamente tendo em conta os ajustes resultantes da especificidade de cada tempo; responder à segunda seria encontrar "a solução" para os problemas da disciplina de Matemática, objectivo que não faz, de todo, parte desta curta reflexão. Não obstante, é precisamente esta interrogação inquietante que obriga a ponderar sobre a necessidade do conhecimento da história do ensino da Matemática.

Porque é importante a investigação sobre a história do ensino da Matemática para uma análise da situação actual? E porque é importante a presença da história do ensino da Matemática (e naturalmente da História da Matemática) na formação de docentes? Do meu ponto de vista, as razões são as mesmas em ambos os casos. Investigação e presença são importantes por poderem conduzir docentes e investigadores a uma consciencialização:

- de que os factores sociais, políticos, culturais e económicos têm uma incontornável influência sobre a educação matemática superior à que habitualmente se lhes atribui,
- de como as razões que levam às mudanças curriculares/ institucionais não podem ser compreendidas, aceites ou criticadas sem uma total contextualização histórica,
- de quão decisivo é o papel dos actores educativos enquanto factores de mudança,
- de como as interrogações actuais devem ser relativizadas por não serem novas,
- e de como, não sendo novas, a comparação com situações em relação às quais é possível o distanciamento temporal, pode ser de grande utilidade.

A informação de que, em 1943, Bento de Jesus Caraça se queixava da tendência dos alunos para, em exames de admissão às universidades, "usar das receitas, mesmo quando elas dão muitíssimo mais trabalho do que pensar um pouco, ainda que seja muito pouco, sobre uma figura" (Gazeta de Matemática, nº 17, Novembro de 1943) e de que, exactamente há sessenta anos, em Fevereiro de 1945, escrevia na *Gazeta* (nº 23) que "os alunos chegam ao ensino superior com uma preparação deficiente em Matemática, a qual obriga a um abaixamento do nível dos cursos nos primeiros anos das Universidades" poderia ser apenas uma nota de rodapé na estrutura deste texto se não constituísse um poderoso comprovativo da validade das duas últimas razões que acima expus.

Resta acrescentar que as ideias que fui explicitando me parecem poder contribuir para a assumpção credível do conhecimento da história da educação matemática – pelo menos a do último século em Portugal – como um veículo de mudança a ter em conta no fortalecimento da identidade profissional dos professores de Matemática do ensino básico e secundário.

A ideia que sustenta e que, afinal, perpassa de tudo o que aqui foi escrito é a de que, de cada vez que se faz História, se faz uma história de significados avaliando o passado e abrindo possibilidades novas no presente (Vergani, 1993). E é a leitura deste mesmo texto que constitui a mais flagrante prova de que o estudo e análise de documentos como os que aqui foram sendo citados são ferramentas a um tempo frutuosas e incontornáveis na reflexão sobre o ensino da Matemática hoje. A actualidade dos assuntos em discussão e dos argumentos usados insinuou-se sub-repticiamente no meu discurso de tal modo que nele ficaram "esquecidos" muitos verbos conjugados no tempo presente.

Referências

Caraça, B. J.(1998). Conceitos Fundamentais da Matemática. Lisboa: Gradiva.

Carvalho, R. (1986). História do Ensino em Portugal. Lisboa: Fundação Calouste Gulbenkian.

Nóvoa, A. (1993) (dir.). A Imprensa de Educação e Ensino - Repertório Analítico (séculos XIX-XX). Lisboa: Instituto de Inovação Educacional.

Nóvoa, A. (1994). História da Educação. Lisboa: F.P.C.E.

Nóvoa, A. (1997). *A Imprensa de Educação e Ensino: concepção e organização do Repertório português*. In D. B. Catani & M. H. Câmara Bastos (Org.), Educação em Revista – A Imprensa Periódica e a História da Educação. Brasil, S. Paulo: Escrituras.

Marques, A. H. Oliveira (1973). História de Portugal, volume II. Lisboa: Palas Editores.

Rosas, F. (1994). História de Portugal (direcção de José Mattoso) - Sétimo Volume. Lisboa: Círculo de Leitores.

Gazeta de Matemática (1943-1945*). Nº 11, 12, 13, 14, 15*. Lisboa: Livraria Sá da Costa.

1º Encontro de História da Educação em Portugal "Comunicações" (1988). Lisboa: Fundação Calouste Gulbenkian, Serviço de Educação.

Sistema de Ensino em Portugal (1981). Coordenação de Manuela Silva e M. Isabel Tamen. Lisboa: Fundação Calouste Gulbenkian.