

UNIVERSIDADE BANDEIRANTES DE SÃO PAULO  
KÁTIA CRISTINA DE CAMARGO

MESTRADO EM EDUCAÇÃO MATEMÁTICA

O ENSINO DA GEOMETRIA NAS COLEÇÕES DIDÁTICAS EM  
TEMPOS DO MOVIMENTO DA MATEMÁTICA MODERNA NA CAPITAL  
DA BAHIA

SÃO PAULO  
2009

KÁTIA CRISTINA DE CAMARGO  
MESTRADO EM EDUCAÇÃO MATEMÁTICA

O ENSINO DA GEOMETRIA NAS COLEÇÕES DIDÁTICAS EM  
TEMPOS DO MOVIMENTO DA MATEMÁTICA MODERNA NA CAPITAL  
DA BAHIA

Dissertação apresentada à Banca Examinadora da Universidade Bandeirantes de São Paulo, como exigência parcial para obtenção do título de **MESTRE EM EDUCAÇÃO MATEMÁTICA**, sob a orientação da **Prof<sup>o</sup>. Dr<sup>o</sup>. Wagner Rodrigues Valente**.

SÃO PAULO  
2009

KÁTIA CRISTINA DE CAMARGO  
MESTRADO ACADÊMICO EM EDUCAÇÃO MATEMÁTICA

O ENSINO DA GEOMETRIA NAS COLEÇÕES DIDÁTICAS EM  
TEMPOS DO MOVIMENTO DA MATEMÁTICA MODERNA NA CAPITAL  
DA BAHIA

---

Prof<sup>o</sup>. Dr<sup>o</sup>. Wagner Rodrigues Valente  
Orientador

Banca Examinadora

---

1. Prof<sup>o</sup>. Dr<sup>o</sup>. Wagner Rodrigues Valente (UNIBAN - São Paulo)

---

2. Prof<sup>a</sup> Dr<sup>a</sup> Maria Célia Leme da Silva (UNIFESP)

---

3. Prof<sup>o</sup> Dr<sup>o</sup> Ruy César Pietropaolo

*Aos meus pais Cléria e Normando (in memoriam)  
por sempre terem acreditado no meu potencial*

## AGRADECIMENTOS

Minha enorme gratidão à *Professora Doutora Maria Célia Leme*, pelos grandes momentos de discussões, pelas sugestões e críticas pelos quais pude aprender um pouco da difícil tarefa de pesquisadora. Pela fidelidade na linha de pesquisa que, mesmo com pedras no caminho, nos uniu por acreditarmos numa construção histórica realizada com outros olhares.

Ao *Professor Doutor Wagner Rodrigues Valente*, pelas contribuições e orientações para a melhoria desta pesquisa, pela garra e luta na preservação do GHEMAT, ambiente privilegiado de investigação, que despertou em mim o espírito de pesquisadora. Meus agradecimentos também pelas suas memoráveis aulas sobre a difícil tarefa dos historiadores.

Ao *Professor Doutor André Luis Mattedi Dias*, que me recebeu de braços abertos e me orientou na busca de documentos, quando estive em Salvador. Agradeço também pelas suas leituras e críticas à minha pesquisa; críticas construtivas que ajudaram muito em meu crescimento como pesquisadora.

À *Professora Doutora Maria Cristina Oliveira*, pelos incentivos e contribuições na pesquisa em história da educação matemática. Principalmente pelas aulas em atividade de pesquisa e em história da matemática escolar, que possibilitaram o desenvolvimento dos marinheiros de primeira viagem.

Ao *Professor Doutor Ruy César Pietropaolo*, por me socorrer nas questões burocráticas da Universidade e também pelos incentivos durante a pesquisa.

À minha querida irmã Regiane, pela força dada e por ter compreendido minha falta de tempo e atenção.

À amiga Maria Silvia Braga Rios, pelo companheirismo e força nos momentos difíceis do mestrado.

À amiga Erliete, pela paciência, atenção e força nos momentos de desânimo.

À amiga Juliana, pelas leituras dos textos, pelas valiosas críticas, sugestões e correções.

À amiga Luciana, pela digitalização das figuras e formatação.

Aos amigos do GHEMAT, pelas leituras, discussões, socorros e dúvidas na tarefa de aprender como se constrói uma história.

Enfim, a todos que contribuíram em alguma medida na construção desta pesquisa.

A autora

*Se algo fracassou, dizemos,  
sem nada fazer com isso senão constatar,  
honestamente, uma realidade.  
O ato falho é um dos elementos essenciais  
da evolução humana.  
Assim como de toda psicologia.*

*Uma palavra, para resumir,  
domina e ilumina nossos estudos: “compreender”.  
Não digamos que o historiador é alheio às paixões;  
ao menos, ele tem esta.  
Palavra, não dissimulemos, carregada de dificuldades,  
mas também de esperanças.  
Palavra sobretudo, carregada de benevolência.  
Até na ação, julgamos um pouco demais.  
É cômodo gritar “à força!” .  
Jamais compreenderemos o bastante.  
Quem difere de nós – estrangeiro, adversário político – passa,  
quase necessariamente, por mau.  
Inclusive, para travar as inevitáveis lutas,  
um pouco mais de compreensão das almas  
seria necessário com mais razão ainda de evitá-las,  
enquanto ainda há tempo.  
A história, com a condição de ela própria  
renunciar a seus falsos ares de arcanjo,  
deve nos ajudar a curar esse defeito.*

**Marc Bloch**

## RESUMO

A presente dissertação tem como intuito contribuir para a construção da história do ensino da geometria no Brasil. Para isso, analisa a proposta para o ensino da geometria em quatro coleções didáticas destinadas aos alunos do atual 6º. a 9º. ano do Ensino Fundamental, produzidas em tempos do Movimento da Matemática Moderna (MMM) na capital da Bahia. Essas coleções didáticas foram elaboradas por um grupo de professoras lideradas por Martha Dantas, e sob a orientação de Omar Catunda. A pesquisa debruça-se sobre os caminhos percorridos pelo grupo de Salvador, frente às propostas modernizadoras para o ensino da geometria. Para a escrita desta história, foram utilizados como fontes principais de pesquisa os documentos de seminários e congressos referentes às propostas do MMM. A metodologia empregada é a mesma dos historiadores, em particular dos historiadores da educação, apoiando-se nos teóricos Julia (2001), para entender o conceito de cultura escolar; Chervel (1990), para o processo de constituição das disciplinas escolares; Choppin (2004), na análise das coleções didáticas como fontes de investigação para se construir a história de um conteúdo escolar, e Chartier (1991), para compreender o conceito de apropriação. As análises realizadas levam à conclusão de que a proposta de geometria na primeira coleção publicada em 1971 dos autores de Salvador abordou tanto a Geometria Afim como a Geometria Euclidiana, empregando um tratamento via transformações geométricas. Tal proposta configura-se como inovadora e mantém um diálogo próximo com o ideário do MMM. Por meio da análise realizada nas propostas de geometria das outras coleções didáticas desse grupo de autores, é possível perceber que as principais reformulações da coleção de 1971 até 1988 aconteceram por meio da retirada da teoria dos conjuntos e das estruturas algébricas. Outra mudança significativa foi a preocupação com a metodologia, ao incluírem atividades experimentais. O tratamento dado à geometria euclidiana realizou-se via transformações geométricas, tal tratamento iniciado no MMM permaneceu nessas outras coleções, sofrendo modificações. Nas coleções didáticas produzidas na capital da Bahia e analisadas por esta pesquisa constata-se que o ensino da geometria, na abordagem moderna, não foi abandonado, muito menos colocado no final do livro de matemática. As transformações geométricas presentes no ensino da geometria euclidiana mostram-se como uma forte marca para o ensino desse conteúdo.

**Palavras Chaves:** Movimento da Matemática Moderna; ensino da geometria na Bahia; Martha Dantas.



## ABSTRACT

This dissertation aims at the contribution to the history of Geometry teaching in Brazil. For that purpose, it analyzes the geometry teaching proposal of four didactic collections written for primary education students from the 6<sup>th</sup> grade to the 9<sup>th</sup> grade, which were produced in the times of the Modern Math Movement (*Movimento da Matemática Moderna* - MMM), in the capital of Bahia. These didactic collections were elaborated by a group of teachers led by Martha Dantas, under Omar Catunda's guidance. The research is based on the experience of the group from Salvador regarding the modern Geometry teaching proposals. The documents of lectures and congresses about the MMM proposals were used as sources of search. The methodology is the same one employed by historians, especially education historians, seeking to understand the concept of scholar culture (Julia, 2001), for the process of constituting school subjects (Chervel, 1990), in the analysis of didactic collections as sources to build up the history of a school content (Choppin, 2004) and to comprehend the concept of appropriation (Chartier, 1991). The analysis carried out leads to the conclusion that the proposal of Geometry in the authors' first collection, published in 1971, approached Affine Geometry and Euclidean Geometry, using a treatment via geometric transformations. Such proposal is innovative and is related to the MMM ideals. Through the analysis of Geometry proposals of other didactic collections written by this group of authors, it is possible to realize that the main changes of the collection from 1971 to 1988 occurred due to the removal of the Group Theory and the Algebraic Structures. The concern about methodology and the inclusion of experimental activities are other meaningful changes. The treatment given to the Euclidean Geometry was carried out via geometric transformations. Such treatment was initiated in the MMM and was kept in these collections, suffering modifications. In didactic collections produced in the capital of Bahia and analyzed via this research, it is concluded that Geometry teaching, in the modern approach, was not abandoned or put in the end of the Math book. The geometric transformations included in the Euclidean Geometry teaching are shown as a strong mark for the teaching of this content.

**Key Words:** Modern Math Movement; Geometry Teaching in Bahia; Martha Dantas.

## LISTA DE FIGURAS

<b>Figura 1</b>	Capa Ensino Atualizado da Matemática 3.....	77
<b>Figura 2</b>	Livro Ensino Atualizado da Matemática 3, 1971, pág. 62 e 63..... ...	77
<b>Figura 3</b>	Livro Ensino Atualizado 3, 1971, recorte da pág. 46.....	78
<b>Figura 4</b>	Livro Ensino Atualizado 3, 1971, recorte da pág. 22.....	81
<b>Figura 5</b>	Livro Ensino Atualizado 2, 1971, recorte das páginas. 76 e 77.	82
<b>Figura 6</b>	Livro Ensino Atualizado 2, 1971, recorte da pág. 63.....	82
<b>Figura 7</b>	Livro Ensino Atualizado 3, 1971, recorte das páginas. 22 e 23..... ...	83
<b>Figura 8</b>	Livro Ensino Atualizado 3, recorte da pág. 38.....	84
<b>Figura 9</b>	Livro Ensino Atualizado 3, pág. 39.....	85
<b>Figura 10</b>	Livro Ensino Atualizado 3, pág. 43.....	86
<b>Figura 11</b>	Livro Ensino Atualizado 3, recorte da pág. 77.....	87
<b>Figura 12</b>	Livro Ensino Atualizado 3, pág. 78.....	87
<b>Figura 13</b>	Livro Ensino Atualizado 3, recorte da pág. 91.....	88
<b>Figura 14</b>	Livro Ensino Atualizado 4, recorte das páginas 21 e 22.....	91
<b>Figura 15</b>	Livro Ensino Atualizado 4, recorte das páginas. 22 e 23.....	92
<b>Figura 16</b>	Livro Ensino Atualizado 4, recorte da página 26.....	93
<b>Figura 17</b>	Livro Ensino Atualizado 4, recorte das páginas 26 e 27.	93
<b>Figura 18</b>	Livro Ensino Atualizado 4, recorte da pág. 35.....	94

<b>Figura 19</b>	Livro Ensino Atualizado 4, recorte das páginas 69 e 70.....	95
<b>Figura 20</b>	Capa do livro Ensino Atualizado da Matemática 7 – 1975.....	103
<b>Figura 21</b>	Livro Ensino Atualizado 7 – referente ao conceito de Translação, páginas 42 e 43.....	106
<b>Figura 22</b>	Livro Ensino Atualizado 3, 1971, recorte das páginas 40, 41 e 42.....	108
<b>Figura 23</b>	Livro Ensino Atualizado 3, 1971, recorte das páginas 49 e 50..... ...	109
<b>Figura 24</b>	Livro Matemática 7 – PROED, capa.....	110
<b>Figura 25</b>	Livro Matemática 7 – PROED, páginas 41 e 42.....	114
<b>Figura 26</b>	Livro Matemática 7 – PROED, páginas 43 e 44.....	115
<b>Figura 27</b>	Livro Matemática 7 – PROED, página 93.....	116
<b>Figura 28</b>	Livro Matemática 7 – PROED, pág. 93.....	117
<b>Figura 29</b>	Livro Matemática 7 – PROED, pág. 99.....	118
<b>Figura 30</b>	Livro Matemática 8 – PROED, pág. 100.....	120
<b>Figura 31</b>	Livro Matemática 8 – PROED, pág. 108.....	121
<b>Figura 32</b>	Livro Ensino Atualizado 3, 1971, página 124.....	121

<b>Figura 33</b>	Livro Matemática 8 – PROED, página 119.....	122
<b>Figura 34</b>	Livro As Transformações geométricas v.1, PROED, capa, 1996..... ...	123
<b>Figura 35</b>	Livro As Transformações geométricas v.1, PROED, página 136, 1996.....	125
<b>Figura 36</b>	Livro Matemática 7, página 114, s.d.....	126

**LISTA DE QUADROS**

<b>Quadro 1</b>	Retirado do Índice do Livro Ensino Atualizado 3.....	80
<b>Quadro 2</b>	Retirado do Índice do Livro Ensino Atualizado 4.....	90
<b>Quadro 3</b>	Retirado do Índice do Livro Ensino Atualizado 7.....	104
<b>Quadro 4</b>	Retirado do Sumário do livro PROED – Matemática 7.....	112
<b>Quadro 5</b>	Retirado do Sumário do Livro PROED – Matemática 8.....	119

## **LISTA DE ABREVIATURAS E SIGLAS**

ABE - Associação Brasileira de Educação  
CADES - Centro de Aperfeiçoamento e Difusão do Ensino Secundário  
CBEM - Congresso Brasileiro de Ensino da Matemática  
CECIBA - Centro de Ensino de Ciências da Bahia  
CNEM - Congresso Nacional de Ensino da Matemática  
CIAEM - Conferência Interamericana de Educação Matemática  
CTA - Centro Técnico Aeroespacial  
EDUFBa - Editora da Universidade Federal da Bahia  
FFUBa - Faculdade de Filosofia da Universidade da Bahia  
FFCLUSP - Faculdade de Filosofia, Ciências e Letras da Universidade de São Paulo  
GEEM - Grupo de Estudos do Ensino da Matemática  
GHEMAT - Grupo de Pesquisa de História da Educação Matemática  
IMF-UFBa - Instituto de matemática e Física da Universidade Federal da Bahia  
IMPA - Instituto Nacional de Matemática Pura e Aplicada  
LDB - Lei de Diretrizes e Bases  
MEC - Ministério da Educação e Cultura  
MMM - Movimento da Matemática Moderna  
NCTM - National Council of Teachers of Mathematics  
NEDEM - Núcleo de Estudos e Desenvolvimento do Ensino da Matemática  
NSF - National Science Foundation  
OECE - Organização Européia De Cooperação Econômica  
PUC - Pontifícia Universidade Católica  
PROED - Processo entre a Exposição e a Descoberta  
SBM - Sociedade Brasileira de Matemática  
SCM - Secção Científica de Matemática  
SMSP - Sociedade de Matemática de São Paulo  
UBa - Universidade da Bahia  
UFBa - Universidade Federal da Bahia  
UNESCO - United Nations Educational, Social and Cultural Organization  
UNIBAN - Universidade Bandeirantes de São Paulo  
USP - Universidade de São Paulo

## SUMÁRIO

1	INTRODUÇÃO .....	17
2	O ENSINO DA GEOMETRIA E O MMM .....	25
	2.1 A Evolução da Geometria .....	25
	2.2 O Ensino da Geometria no Brasil .....	30
	2.3 O MMM e as Propostas de Ensino para Geometria .....	41
3	CONSIDERAÇÕES TEÓRICO – METODOLÓGICAS .....	53
4	TRAJETÓRIAS DE UM GRUPO DE PESQUISA .....	62
	4.1 Omar Catunda .....	62
	4.2 Martha Dantas .....	67
	4.3 A produção de Didáticos em Salvador .....	69
5	A GEOMETRIA MODERNA NOS DIDÁTICOS DE SALVADOR .....	81
	5.1 Coleção Didática – <i>Ensino Atualizado da Matemática</i> .....	81
	5.1.1 Ensino Atualizado da Matemática 3 .....	85
	5.1.2 Ensino Atualizado da Matemática 4 .....	94
	5.2 Outras produções didáticas do Grupo de Salvador .....	106
	5.2.1 Ensino Atualizado da Matemática 7 .....	107
	5.2.2 Coleção do PROED .....	114

5.2.3 As transformações geométricas e o ensino da geometria ...	127
6 CONSIDERAÇÕES FINAIS .....	135
REFERÊNCIAS .....	142
ANEXOS .....	150
Anexo I – Sumário e Capas das coleções didáticas do grupo de Salvador.....	151
...	
Anexo II – Programas de Matemática do exame vestibular da UFBA 1ª e 2ª fase.....	162
...	



## 1 INTRODUÇÃO

Esta pesquisa nasceu das dificuldades encontradas no exercício do meu trabalho na área de Ciências Naturais, Matemática e suas Tecnologias, bem como dos obstáculos vividos e presenciados por colegas de trabalho e alunos no processo de ensino-aprendizagem da matemática.

Durante o bacharelado em Matemática, encontrei barreiras nas disciplinas que envolviam geometria, sendo que uma parte dessas dificuldades se deve ao fato de não ter aprendido conteúdos do campo da geometria no ensino fundamental e médio.

Quando comecei a lecionar a disciplina matemática na rede pública, não dominava os conteúdos de geometria e não sabia como ensiná-los. Na convivência escolar, percebi que muitos professores não ensinavam a geometria. A justificativa era que não havia tempo, pois os mesmos eram tratados no final do livro didático. Alguns professores admitiam não saber como trabalhar a geometria, porque não aprenderam. Qual seria a razão dessa dificuldade? Por que a geometria era tratada no final do livro? Qual o motivo dos professores não terem, aprendido esse conteúdo da matemática escolar?

Nos anos de 2001 e 2002 cursei licenciatura em Matemática na PUC/SP e aprendi muitos conceitos da matemática, que foram abordados na forma de como ensiná-los para alunos, ajudando a melhorar minha prática em sala de aula, principalmente no ensino da geometria.

Quando terminei a licenciatura, tinha o objetivo de estudar e pesquisar o ensino da matemática. Em 2007, ao iniciar o mestrado, precisava definir qual linha construiria o meu projeto de dissertação. Ao tomar contato com o livro de Ciro Braga: *Função - A Alma da Matemática*, interessei-me pela História da Educação Matemática e, em seguida, comecei a participar das atividades do Grupo de Pesquisa em História da Educação Matemática (GHEMAT). Esse grupo tem como intuito construir a história do ensino da matemática no Brasil, a partir de investigações das práticas escolares de outros tempos.

A pesquisa em história da educação matemática tem um papel fundamental para professores e pesquisadores; contribui para as futuras produções e reflexões das pesquisas de educação, em especial da educação matemática. Essa história também possibilita aos professores da escola básica conhecer e compreender o processo histórico da sua disciplina, a matemática escolar.

Tendo como tema central o ensino de geometria, a presente dissertação leva o título: **O ensino da geometria nas coleções didáticas em tempos do Movimento da Matemática Moderna na capital da Bahia**. Tal escolha vai ao encontro das dificuldades vivenciadas por mim, ora como aluna, ora como professora, no processo de ensino-aprendizagem da geometria.

Esta pesquisa insere-se no projeto *O Movimento da Matemática Moderna e a Geometria Escolar no Brasil*<sup>1</sup> – que investiga como o ensino da geometria foi desenvolvido nas escolas do Brasil durante o período do Movimento da Matemática Moderna (MMM) e busca identificar quais das tendências propostas por esse Movimento foram incorporadas pelo cotidiano escolar brasileiro. As investigações desse projeto pretendem responder a questão: Que geometria se consolidou no ensino brasileiro nesse período?

*O Movimento da Matemática Moderna e a Geometria Escolar no Brasil*, insere-se em um projeto maior intitulado *A Matemática Moderna nas escolas do Brasil e de Portugal: estudos históricos comparativos*, que investiga o Movimento nas escolas de algumas cidades do Brasil e de Portugal. Esse projeto internacional de cooperação científica desenvolveu-se entre 2006 a 2009 e permitiu um intercâmbio de pesquisadores dos dois países. A realização de Seminários Temáticos é um exemplo dos diálogos estabelecidos pelo projeto, que possibilitaram uma vasta produção científica. Ao todo já foram realizados oito seminários, tanto no Brasil como em Portugal, e publicados dois livros com as produções sobre o MMM.

O início do MMM, no Brasil na década de 1960, promoveu fortes mudanças nas práticas escolares. Grande parte dessas alterações, principalmente os conteúdos matemáticos preconizados pelo Movimento, ainda estão presentes no

---

<sup>1</sup> O projeto é coordenado pela Prof<sup>a</sup> Dr<sup>a</sup> Maria Célia Leme da Silva e compreende outros subprojetos de pesquisa.

currículo do ensino básico atual.

A intenção deste trabalho é construir a história do ensino da geometria na capital da Bahia a partir do MMM, de modo a contribuir com a história desse ensino no Brasil. A fonte principal desta pesquisa são as coleções didáticas, elaboradas por um grupo de professores de Salvador, liderados pela professora Martha Dantas nos anos 1960, 1970, 1980 e 1990.

Procura-se entender como esses autores se apropriaram dos conteúdos de geometria, frente ao ideário do MMM, e quais foram às propostas incorporadas nas suas produções didáticas.

A escolha dessas coleções para investigação deve-se ao fato de que os autores eram nos anos 1960 e 1970, professores da Universidade da Bahia e formaram um grupo de estudos e pesquisas, sob a liderança de Martha Dantas<sup>2</sup>, com supervisão de Omar Catunda<sup>3</sup>. Eles pretendiam, na época, introduzir a Matemática Moderna no ensino secundário. Para isso, além de publicarem livros, os integrantes do grupo realizaram cursos no exterior, participaram e discutiram propostas de ensino da matemática moderna em congressos nacionais e internacionais. Também ministraram cursos de formação para professores de nível secundário em algumas cidades da Bahia, entre elas, Salvador.

Durante o processo de revisão bibliográfica, sobre a temática MMM na capital da Bahia, encontrou-se três pesquisas de grande importância desenvolvidas por André Luis Mattedi Dias, Aparecida Rodrigues Duarte e Inês Angélica Andrade Freire, defendidas nos anos 2001, 2006 e 2009, respectivamente.

A tese de Dias *Engenheiros, Mulheres, Matemáticos: interesses e disputas na profissionalização da matemática na Bahia (1896-1968)* construiu a história da matemática naquela região, abarcando o período entre a fundação da Escola Polytechnica da Bahia em 1896<sup>4</sup> até a separação, em 1968, do Instituto de

---

<sup>2</sup> Dantas - Foi professora de Didática da Matemática na Faculdade de Filosofia da Universidade da Bahia.

<sup>3</sup> Catunda - Foi professor catedrático da Faculdade de Filosofia da Universidade de São Paulo e, depois, diretor do Instituto de Matemática e Física da Universidade da Bahia.

<sup>4</sup> Sobre esse período, o autor contou também a história da fundação da Faculdade de

Matemática e Física, que resultou em dois organismos, o Instituto de Matemática e o Instituto de Física da Universidade Federal da Bahia.

A presente pesquisa interessa-se pelo período entre 1960 a 1968, sobre o qual Dias mostrou os esforços de Martha Dantas, Omar Catunda, entre outros para institucionalizar novos padrões de exercícios de Matemática na Universidade da Bahia, com a implantação do Instituto de Matemática e Física. Por volta de 1964, Catunda e Dantas também começaram a promover atividades dentro do Instituto de Matemática em prol da melhoria dessa disciplina no ensino secundário.

Duarte, em sua tese *Matemática e Educação Matemática: a dinâmica de suas relações ao tempo do Movimento da Matemática Moderna no Brasil* - investigou as dinâmicas estabelecidas entre cultura acadêmica e cultura escolar no contexto do MMM no Brasil, no período de 1950 a 1980. Para analisar as questões de pesquisa, a autora tomou como personagens representativos da comunidade matemática os matemáticos Luiz Jacy Monteiro, Benedito Castrucci e Omar Catunda.

Duarte pesquisou as atividades acadêmicas de Omar Catunda como professor catedrático da Faculdade de Filosofia, Ciências e Letras da Universidade de São Paulo (FFCLUSP) e da Universidade da Bahia no período em que administrou o Instituto de Matemática.

Os caminhos científicos trilhados por Catunda são de interesse nesta pesquisa, para compreender como um matemático, representante da cultura acadêmica, contribuía com o ensino secundário.

A dissertação de Freire, *Ensino de Matemática: iniciativas inovadoras no Centro de Ensino de Ciências da Bahia (1965-1969)* - analisou as atividades realizadas pela Secção Científica de Matemática do Centro de Ciências da Bahia (CECIBA). Os projetos concebidos por esse setor tinham como meta introduzir a Matemática Moderna nas escolas secundárias da Bahia. O currículo de matemática foi elaborado pela equipe de professores da Universidade da Bahia, sob a coordenação de Martha Dantas e orientação de Omar Catunda.

Os três estudos focaram em alguma medida as atividades matemáticas desenvolvidas na Bahia, e seus reflexos na formação, atuação e produção acadêmica dos autores das coleções didáticas, fontes principais da presente dissertação. Entretanto, esses estudos não tinham como intuito averiguar como ocorreu o processo de apropriações e concepção da proposta de ensino da geometria contida nas obras didáticas produzidas em Salvador.

A pesquisadora Regina Pavanello em sua dissertação: *O abandono da geometria: uma visão histórica*, defendida em 1989, abordou a temática do ensino da geometria durante o MMM. Este trabalho até hoje serve de referência para a área da educação matemática. A pesquisa procurou as razões pelas quais os conteúdos de geometria desapareceram do currículo escolar brasileiro. Uma das conclusões apontou que o MMM contribuiu para o abandono do ensino da geometria.

A geometria é praticamente excluída do currículo escolar ou passa a ser, em alguns casos restritos, desenvolvida de uma forma muito mais formal a partir da introdução da Matemática Moderna [...] (PAVANELLO, 1989, p. 180).

A autora revisou as principais fases da geometria escolar e, afirmou que as propostas de geometria idealizadas durante o MMM foram incorporadas pelos guias curriculares de São Paulo publicados em 1973. Na sétima série do primeiro grau, a recomendação paulista, propunha ensinar a geometria através das estruturas algébricas, tratadas com espaços vetoriais ou grupo das transformações. Para a pesquisadora, os professores não dominavam esse novo tratamento dado a geometria e então deixaram de ensiná-la.

A orientação de trabalhar a geometria sob o enfoque das transformações, assunto não dominado pela grande maioria dos professores secundários, acaba por fazer com que muitos deles deixem de ensinar geometria sob qualquer abordagem, passando a trabalhar predominantemente a álgebra – mesmo porque, como a Matemática Moderna fora introduzida através desse conteúdo, enfatizará sua importância. A Lei 5692/71, por sua vez, facilita este procedimento ao permitir que cada professor adote seu próprio programa “de acordo com as necessidades da clientela”. (PAVANELLO, 1989, p.164 e 165, grifo nosso).

Para chegar nessa conclusão Pavanello (1989) apoiou-se em uma única fonte: os guias curriculares de São Paulo, e não considerou as recomendações do Movimento anteriores a 1973, bem como as produções e indicações de outros

estados. Pesquisas posteriores, como a de Gouvêa (1998)<sup>5</sup>, Passos (2000)<sup>6</sup>, Pereira(2001)<sup>7</sup>, entre outras, acataram essa afirmação e a usaram como verdade inquestionável.

Grande parte dos estudos realizados até o momento, especificamente sobre

---

<sup>5</sup> **Aprendendo e Ensinando Geometria com a demonstração:** Uma contribuição para a Prática Pedagógica do Professor de matemática do Ensino Fundamental – Dissertação defendida em 1998 na PUC/SP. A dissertação teve como objetivo contribuir para a prática pedagógica do professor de Matemática, abrangendo especificamente conteúdos estudados em Geometria no ensino fundamental. Quanto aos problemas no ensino da geometria, a pesquisa apontou o MMM como um dos principais agravadores desse ensino: “a Geometria começava a desenvolver-se sob o enfoque das transformações, e a maioria dos professores de Matemática, no Brasil, não dominando esse assunto, deixava de ensinar a Geometria e, conseqüentemente, deixava de privilegiar o desenvolvimento do raciocínio dedutivo”. (GOUVÊA, 1998, p.81).

<sup>6</sup> **Representações, interpretações e prática pedagógica:** a geometria na sala de aula – dissertação defendida em 2000 na UNICAMP. A pesquisa de Passos abordou questões a respeito da problemática do ensino da geometria, considerando os aspectos psicopedagógicos e epistemológicos. Quanto ao abandono do ensino da geometria, a autora diz: “Muitos pesquisadores têm discutido o crescente abandono do ensino da Geometria no Brasil e também no exterior (Pavanello, 1989, Perez, 1991; Lorenzato, 1995, [...]). Diversas causas têm sido apontadas como responsáveis por esse abandono, dentre elas destacamos a reforma do ensino advinda com o Movimento da Matemática Moderna [...]. Outros problemas, maiores ainda, segundo Pavanello (1989), surgiram quando se procurou desenvolver a Geometria sob o enfoque das transformações; com o resultado de que a maioria dos professores acabou por deixar de ensinar Geometria sob qualquer enfoque, por não dominarem esse assunto. O que se observou com o Movimento da Matemática Moderna foi um modelo inapropriado de ensino que, sob alegação de ser o currículo tradicional antiquado, ofereceu uma nova abordagem do antigo currículo (PASSOS, 2000, p.54, 55).

<sup>7</sup> **A Geometria Escolar:** uma análise dos estudos sobre o abandono de seu ensino – Dissertação defendida em 2001 na PUC/SP. O objetivo da pesquisa foi o de oferecer a possibilidade de melhor compreender e resgatar a condição da Geometria nos currículos da escola básica. Para isso, a autora procurou justificar o abandono do ensino da geometria a partir de um inventário da literatura existente. A pesquisa concluiu que o MMM contribuiu para o abandono da geometria: “O MMM propõe um trabalho com Geometria sob o enfoque das estruturas feito por planos vetoriais ou por transformações, provocando um descontentamento entre os professores [...] o MMM levou os professores a uma compilação dos livros didáticos da época, e pela dificuldade de uma nova abordagem teórica, conduziu-os para a Teoria dos Conjuntos, abandonando ou mesmo diminuindo o ensino da Geometria; predominou, pois, o ensino da álgebra (PEREIRA, 2001, p.61).

as produções didáticas e o ensino da geometria em tempos do MMM, tiveram seu foco no eixo Rio de Janeiro e São Paulo. A presente pesquisa tenta alargar essa visão, ao trazer olhares e apropriações que foram significativas em Salvador. Vale ainda ressaltar o tamanho do país, e para que se entendam as influências do MMM na geometria escolar é preciso realizar um trabalho de maior amplitude.

Apoiada em referências da História Cultural, esta dissertação considera que a escola não é uma instituição que recebe e executa passivamente os programas impostos de fora. Os professores e alunos fazem suas apropriações dos programas de ensino propostos pelas legislações ou pelos livros didáticos. Afirmar que o abandono do ensino de um conteúdo foi por culpa de uma proposta curricular e dos professores, são justificativas que desconsideram a escola como uma instituição ativa e produtora de uma cultura própria.

Pretende-se contribuir para a história do ensino da geometria no Brasil e construir uma nova representação desse ensino em tempos do MMM, uma história feita com outros olhares, outras fontes e que intenta ao longo da pesquisa responder às seguintes indagações: “Como os autores se apropriaram do ideário do MMM na elaboração da coleção didática de 1971?”; “Que geometria escolar foi proposta por eles?”; “Como a geometria proposta pelos autores foi reformulada nas coleções de 1975 a 1988?”.

Para responder às questões de pesquisa, este trabalho foi estruturado em cinco capítulos e considerações finais. No segundo capítulo apresenta um breve histórico da evolução da geometria, na sua concepção de conhecimento científico. Logo em seguida, aborda o histórico de como esse conhecimento no Brasil foi incorporado no ensino básico ao longo do tempo, suas transformações, ora como disciplina escolar, ora como conteúdo pertencente à disciplina matemática. O capítulo finaliza com a apresentação de um panorama geral do MMM em nível nacional e internacional para identificar as propostas para o ensino da geometria.

O terceiro capítulo apresenta as considerações teóricas metodológicas. Como essa pesquisa inscreve-se no campo da história da educação matemática, os teóricos adotados são os mesmos dos historiadores da educação. Cabe ressaltar que a metodologia empregada aqui é a do ofício do historiador, ou seja, utiliza-se a operação historiográfica de Bloch e Certeau. Ao se construir a história de um ensino,

alguns temas vem à tona: as histórias das disciplinas escolares e das edições didáticas, além dos conceitos de cultura escolar e apropriação. Para tanto, as teorias de Chervel, Choppin, Julia e Chartier são chamadas para dialogarem e discutirem com as fontes de pesquisa.

O quarto capítulo primeiramente conta a trajetória acadêmica e profissional de Omar Catunda e Martha Dantas, antes dos dois se unirem com os demais autores para a elaboração das coleções didáticas. Num segundo momento apresentam-se as trajetórias dos autores imbricados nessas produções.

O quinto capítulo analisa a primeira coleção didática produzida pelo grupo de Salvador, com foco nos conteúdos de geometria, a fim de saber como os autores se apropriaram da proposta de ensino da geometria idealizada pelo MMM, bem como tentar identificar que geometria escolar foi incorporada nessa coleção. Em seguida, analisam-se as outras obras do grupo com o intuito de investigar como a geometria escolar proposta nessas produções evoluíram ao longo do tempo.

Por fim, o sexto capítulo traz as conclusões apresentadas pela pesquisa e indicações para futuros trabalhos complementares.



## 2 O ENSINO DA GEOMETRIA E O MMM

Ao que tudo indica o ensino da geometria durante o MMM assumiu uma dinâmica particular em relação aos outros conteúdos da matemática, pelo fato do ideário do MMM ter a intenção de trazer para o ensino secundário a algebrização da geometria. Segundo documentos da época a algebrização, poderia ser realizada por três linhas: via modificações dos axiomas de Euclides, por meio dos grupos das transformações geométricas ou via espaços vetoriais.

Diante disso, neste capítulo traça-se um panorama breve da evolução da geometria, na sua concepção de conhecimento científico, para que haja condições de analisar como esse “novo conhecimento” foi apropriado pelos autores dos livros didáticos. Em seguida, é abordado o histórico de como a geometria no Brasil foi incorporada ao ensino básico ao longo do tempo e suas transformações, ora como disciplina escolar, ora como conteúdo pertencente à disciplina matemática.

Também neste capítulo apresenta-se um panorama do MMM em nível nacional e internacional para encontrar as propostas do ensino da geometria.

Cabe ressaltar que este capítulo se apoia em pesquisas já produzidas nas três temáticas: evolução da geometria, histórico da geometria escolar e MMM.

### 2.1 A Evolução da Geometria

Pouco se sabe sobre a vida de Euclides, mas o mais aceito hoje é que ele teria vivido em Alexandria por volta de 300 a.c.. Sua fama se deve à sua mais conhecida obra, os *Elementos*. Apesar de tratarem também de Teoria dos Números e Álgebra Elementar (Livros II,VII-X), os *Elementos* são, em geral, mais associados à Geometria. Embora não tenham sido escritos com uma finalidade didática, eles foram por muitos séculos usados como referência para o ensino da Geometria e por

muito tempo tomados como exemplo de rigor.

Os *Elementos* foram escritos usando o método lógico-dedutivo, organizados em 13 livros que comportam 465 proposições. Euclides principia (Livro I) enunciando algumas definições que são seguidas de 10 afirmações; algumas identificadas como postulados e outras, como axiomas, e juntas servem de ponto de partida para a demonstração das proposições.

O que distingue a obra de Euclides de todas as outras e faz sua grandeza é sua estrutura axiomática. A partir de um conjunto de definições, de 5 postulados e 9 noções comuns (axiomas), são deduzidas 465 proposições. O livro I é a chave da apresentação do método axiomático. Um fato que chama a atenção nesse livro, composto de 48 proposições, é o aparecimento do quinto postulado somente a partir da proposição 29. [...] O fato do quinto postulado ter o seu aparecimento retardado até a proposição 29, associado ao fato do seu enunciado ter uma forma complexa em relação aos demais e do recíproco ter sido demonstrado por Euclides, incitou muitos matemáticos a tentar deduzi-lo a partir de outros. Essas tentativas tiveram como consequência o surgimento das geometrias não-euclidianas, vinte séculos mais tarde. (BONGIOVANNI, 2007, p. 20).

A Geometria de Euclides ao longo do tempo sofreu críticas por parte dos matemáticos. Eles alegavam que a apresentação da geometria feita nos *Elementos* era dedutiva sem um rigor. As demonstrações acompanham figuras e fazem com que o leitor se convença de que as conclusões alcançadas decorrem das premissas provadas com o auxílio da lógica formal, sendo que, muitas vezes, as demonstrações propostas nesta obra só valem para a figura mostrada. Se o desenho geométrico mudar de posição seria preciso ajustar a verificação o que, do ponto de vista do rigor, não é aceitável.

As inúmeras tentativas de provar o quinto postulado de Euclides mostraram que em seu sistema de postulados havia muitos apelos à intuição. Euclides usava fatos que não eram postulados ou consequências de teoremas anteriormente provados. Por exemplo, as demonstrações por superposição não eram rigorosas e usavam deslocamentos que não eram definidos. Para provar o caso de congruência LAL, Euclides começa por mover um dos triângulos de forma a fazê-los coincidir com o outro, mas nenhum dos postulados lhe permitia esse movimento. (BONGIOVANNI, 2007, p. 27 e 28).

No fim do século XIX, matemáticos como Peano<sup>8</sup>, Hilbert<sup>9</sup>, Birkhoff<sup>10</sup>

---

<sup>8</sup> Giuseppe Peano (1858 - 1932) matemático italiano.

<sup>9</sup> David Hilbert (1862 - 1943) matemático alemão.

<sup>10</sup> George David Birkhoff (1884- 1944) matemático estadunidense.

começaram a se preocupar com a axiomatização da geometria. Eles propunham adicionar novos axiomas e conjuntos de postulados a fim de "corrigir" as falhas dos *Elementos* sem a intenção de modificá-los.

David Hilbert, na Alemanha, apresentou um novo conjunto de axiomas, consistente e completo e, segundo ele, suficiente para demonstrar todos os teoremas da Geometria Euclidiana Plana, só que em número maior: totalizando 21 axiomas, do que os propostos por Euclides. A formulação axiomática da geometria de Hilbert foi a mais aceita entre os matemáticos.

Segundo Bongiovanni (2007), nas décadas de 1920 e 1930, George David Birkhoff introduziu um sistema de axiomas equivalente ao de Hilbert, que incorporou o conjunto dos números reais. Os axiomas de Birkhoff, ao contrário dos de Hilbert, inseriram a ideia de medida desde o início. Os segmentos e os ângulos são medidos com os números reais (p. 30). Birkhoff, entre os anos de 1925 e 1939, escreveu várias obras com o objetivo de estruturar a Geometria Euclidiana.

Nos Estados Unidos em 1960, a organização educacional School Mathematics Study Group (SMSG) incluiu outra variante da axiomática de Birkhoff, com uma formulação dedutiva também para a Geometria Espacial. A partir daí o tratamento métrico começou a ser aceito nesse país.

Os professores estadunidenses E. E. Moise e F. Downs, em 1964, adaptaram o sistema de Birkhoff para o ensino secundário, publicando dois livros. Essa obra foi traduzida para o português, em 1971, pelos professores Dorival A. Mello<sup>11</sup> e Renate Watanabe<sup>12</sup>.

No século XIX, com as Geometrias não-euclidianas de Lobachevsky<sup>13</sup>,

---

<sup>11</sup> Licenciado em Matemática pela F.F.C.L de Rio Claro (1964). Atualmente é professor titular da Universidade Presbiteriana Mackenzie. , atua nos seguintes temas: Geometria Analítica e Vetores, Topologia Geral e Geometria Diferencial.

<sup>12</sup> Mestre pela Academic Year Institute pela University of Illinois (1964) . Atualmente é professora titular da Universidade Presbiteriana Mackenzie. É considerada uma das figuras mais importantes da Educação Matemática brasileira, participante ativa do grupo que divulgou a Matemática Moderna no Brasil (o G.E.E.M. - Grupo de Estudos do Ensino da Matemática).

<sup>13</sup> Nikolai Ivanovich Lobachevsky (1792 - 1856), matemático russo. Em 1829, admitiu que por um ponto fora de uma reta passam pelo menos duas retas paralelas, tal afirmação nega o quinto

Bolyai<sup>14</sup> e Riemann<sup>15</sup>, os matemáticos passaram a aceitar o fato de que existia mais de um espaço e, portanto, mais de uma geometria. Nesse mesmo século surge um dos conceitos mais importantes, considerado o elemento unificador da matemática: a noção de grupo.

A noção de transformação também foi fundamental para o desenvolvimento da geometria, contudo até metade do século XIX ela era usada de maneira intuitiva. Para cada caso particular aplicava-se um tipo, mas faltavam meios para identificar e representar a estrutura do conjunto dessas transformações.

O alemão Felix Klein, em 1872, apresentou um trabalho intitulado *Considerações Comparativas sobre recentes investigações geométricas*, em uma aula inaugural na Universidade de Erlanger, que ficou conhecido como Programa Erlanger. Klein, nesse trabalho, desenvolveu o conceito de grupo das transformações e os invariantes correspondentes; o que possibilitou outra caracterização para as geometrias.

Nesse trabalho Klein mostra um novo método de investigação que consiste na fusão entre ramos da matemática aparentemente separados. Apoiado na obra de Jordan, tratado das substituições, publicada em 1870, na qual a teoria dos grupos e as transformações geométricas são enfatizadas, Klein relaciona a geometria euclidiana, a geometria projetiva e as geometrias não-euclidianas a partir das transformações geométricas e por meio da teoria de grupos. (BONGIOVANNI, 2007, p. 26).

Klein considerou que o conjunto formado pelas translações, rotações, reflexões em retas e suas composições compunham o grupo das isometrias em relação à operação composição. Ao acrescentar a esse conjunto as homotetias, obteve o grupo das semelhanças. Com a união do grupo das semelhanças com as afinidades<sup>16</sup> constituiu-se o grupo afim. Ao grupo afim incorporou as projetividades e obteve o grupo projetivo. Klein, com esses conjuntos, definiu as geometrias de acordo com o seu grupo de transformações:

---

postulado de Euclides, nasce uma nova geometria, a geometria hiperbólica.

<sup>14</sup> János Bolyai, (1802 - 1860), matemático húngaro.

<sup>15</sup> Georg Friedrich Bernhard Riemann ( 1826 - 1866), matemático alemão. Em 1854, também negou o quinto postulado de Euclides, ao admitir que por um ponto fora de uma reta não se pode construir uma reta paralela à reta dada. Surge outra geometria, a geometria esférica.

<sup>16</sup> Este grupo preserva o paralelismo de Tales.

A geometria euclidiana, a geometria das semelhanças, a geometria afim e a geometria projetiva são definidas como o estudo das propriedades das figuras que permanecem inalteradas quando os elementos dessas figuras são submetidos às transformações, respectivamente, do grupo das isometrias, do grupo das semelhanças, do grupo afim e do grupo projetivo. (BONGIOVANNI, 2007, p. 26).

Para Bongiovanni (2007), atualmente costuma-se chamar de Geometria Euclidiana, o estudo das propriedades das figuras que permanecem inalteradas quando os elementos delas são submetidos às transformações do grupo das semelhanças (e não das isometrias, como usava Klein). E denomina-se de Geometria Métrica o estudo das propriedades das figuras que permanecem inalteradas quando os seus elementos sujeitam-se às transformações do grupo das isometrias.

Nessa nova apresentação das geometrias, as transformações geométricas fazem o papel de elo entre duas configurações. Elas permitem passar de uma figura a outra transportando as suas propriedades e o estudo das figuras é substituído pelo estudo das propriedades das transformações. (BONGIOVANNI, 2007, p. 27).

Outra proposta diferente para o estudo da Geometria Euclidiana foi apresentada por Jean Dieudonné<sup>17</sup> em 1964, na obra *Algèbre linéaire ET géométrie élémentaire*. O matemático francês definiu o plano como um espaço vetorial sobre  $\mathbb{R}$ , de duas (ou três) dimensões, munido de um produto escalar. Os postulados de Euclides foram substituídos pelos axiomas do espaço vetorial. Dieudonné criou uma nova formulação axiomática da Geometria Euclidiana via Álgebra Linear:

No Brasil, essas ideias foram levadas adiante pelo professor Alexandre Augusto Martins Rodrigues. No prefácio da obra *Álgebra linear e geometria euclidiana* são desenvolvidos com os métodos da álgebra linear, o que era exatamente o que apregoava Dieudonné. Na introdução de seu livro ele diz: “A geometria euclidiana pode ser apresentada axiomáticamente no ensino universitário, quer através dos postulados que remontam a Euclides, sob a formulação devida a Hilbert, quer através da geometria projetiva ou da álgebra linear. Entretanto, o único método realmente viável, nos primeiros anos universitários, é o da álgebra linear”. [...] A obra de Alexandre foi referência bibliográfica numa disciplina optativa de geometria no curso de bacharelado em matemática do IME/USP, durante muitos anos. (BONGIOVANNI, 2007, p.33).

Ao trazer à tona o processo histórico da evolução da geometria, na sua

---

<sup>17</sup> Jean-Alexandre Dieudonné (1906-1992), matemático francês, um dos fundadores do grupo Bourbaki. Passou muitos anos como professor visitante em universidades do mundo inteiro, no Brasil foi professor da FFCLUSP nos anos de 1946 e 1947.

concepção de conhecimento científico, constatou-se que a Geometria de Euclides sofreu várias críticas entre os matemáticos, principalmente pelo tratamento dado aos axiomas e no uso destes, nas demonstrações de teoremas. Tais críticas geraram a elaboração de novos axiomas e novos tratamentos dados à Geometria de Euclides.

## *2.2 O ensino da Geometria no Brasil*

O ensino da geometria no Brasil é um tema muito debatido pelos pesquisadores da educação matemática nas últimas décadas, contudo, essas discussões centram-se em questões didáticas sem considerar o processo histórico desse ensino. A exemplo disso tem-se a dissertação de Bertonha (1989)<sup>18</sup>, Luz (2007)<sup>19</sup>, entre outras.

Bertonha, em sua pesquisa, teve por objetivo desenvolver um projeto que resolvesse as dificuldades pertinentes ao ensino da geometria em alunos da quinta série do primeiro grau<sup>20</sup>.

---

<sup>18</sup> O ensino da geometria e o dia-a-dia na sala de aula - dissertação defendida em 1989 na UNICAMP.

<sup>19</sup> Um estudo sobre o ensino de transformações geométricas: da reforma da matemática moderna aos dias atuais - dissertação defendida em 2007 na PUC/SP.

<sup>20</sup> Fundamentou-se em diversas estratégias, que se mostraram adequadas para o grupo de alunos envolvidos nas atividades. Ao abordar o ensino-aprendizagem de discriminação, classificação, denominação de figuras geométricas, a autora fez uso da estratégia de resolução de problemas, onde o aluno procurava a solução de acordo com seu nível de pensamento e necessidades para proceder à resolução. A autora descreve as atividades, as avaliações dos alunos e faz a análise das mesmas, levando em consideração as reações dos alunos frente a elas. Através da análise, verifica-se mais facilidade na aprendizagem de alguns conceitos em relação a outros e como os alunos os associam. Verifica-se também que esses alunos, embora ainda apresentem alguma dificuldade com a

O trabalho de Luz investigou o ensino das transformações geométricas, instituído a partir do MMM, analisando livros didáticos segundo a Teoria Antropológica do Didático, de Yves Chevallard<sup>21</sup>.

Um trabalho de referência sobre a história da matemática escolar brasileira, que não foi devidamente explorado pelos pesquisadores da Educação Matemática, é a tese de doutorado de Wagner Rodrigues Valente: *Uma história da matemática escolar no Brasil*<sup>22</sup>. Nesse estudo, Valente rastreou a trajetória da constituição da disciplina matemática, enquanto um conjunto organizado de conteúdos para o ensino elementar. Tal história foi construída por meio da análise de livros didáticos produzidos entre os anos de 1730 até meados dos anos 1930.

Com a criação do GHEMAT em 2000, outras investigações foram

---

discriminação do nome das figuras tridimensionais, conseguiram assimilar, de modo significativo, a maioria dos conceitos. A autora pôde perceber a validade das estratégias realizadas nas atividades, por elas terem auxiliado no desenvolvimento global do aluno (BERTONHA, 1989, resumo).

<sup>21</sup> [...] um estudo focado no ensino de transformações geométricas e organizado com base na análise de exercícios propostos em livros didáticos publicados, a partir dos anos 60, no Estado de São Paulo. A realização deste trabalho apoia-se em uma análise com os seguintes objetivos: examinar a completude das organizações matemáticas locais conforme a Teoria Antropológica do Didático, de Yves Chevallard; observar como foram abordadas as principais dificuldades dos alunos, com base nas pesquisas de Jaime e Gutiérrez (1996) e de Jahn (1998); comparar as propostas de ensino de isometrias e homotetias vigentes à época do movimento de reforma da Matemática Moderna com aquelas que se seguiram à publicação dos Parâmetros Curriculares Nacionais. A análise dos livros foi feita a partir do agrupamento dos exercícios em tipos de tarefas, qualificação essa utilizada tanto para a identificação da técnica de resolução, como para a distinção da tecnologia apropriada à justificação da primeira. Em seguida, efetuamos um estudo do conjunto dos exercícios propostos [...] as conclusões da pesquisa indicam que as orientações observadas em cada um dos períodos analisados não garantiriam, por si, que importantes problemas no ensino de transformações fossem resolvidos. Como sabido, a época correspondente ao movimento de reforma da Matemática Moderna enfatizou a estrutura matemática, ao passo que o período que se seguiu à publicação dos Parâmetros Curriculares destacou a relação de isometrias e homotetias com níveis superiores de determinação matemática. No primeiro caso, a visibilidade da obra matemática não foi destacada, enquanto, no segundo, a ausência de elementos tecnológicos pode ter comprometido a completude da organização matemática (LUZ, 2007, p.11).

<sup>22</sup> Em 1999 a tese de Valente foi publicada em formato de livro pela editora Anablume; em 2007 saiu a segunda edição dessa obra.

desenvolvidas no âmbito da história dos conteúdos escolares da matemática. Como a presente pesquisa intenta construir a história do ensino da geometria na capital da Bahia em tempos do MMM, julga-se necessário apresentar as considerações tecidas pelos trabalhos do GHEMAT, no que tange a geometria escolar em outros tempos, para obter um panorama das transformações e evoluções desse conteúdo escolar.

Segundo Valente (2007a), por volta do final do século XVII, a geometria como conhecimento escolar constituiu-se no Brasil através dos cursos militares<sup>23</sup>. Esses cursos deram uma grande importância ao ensino da geometria prática, pois eram fundamentais para se construir fortificações e lançar bombas.

O primeiro livro didático produzido no Brasil foi o do português José Fernandes Pinto Alpoim, que tinha como intuito oferecer suporte às aulas de artilharia e fortificações. Os conhecimentos geométricos propostos por Alpoim eram, em grande parte, ligados à prática dos militares da época. Nada de axiomas, teoremas e demonstrações são encontrados nesse livro, isso indica que o início do ensino da geometria escolar no Brasil tinha a finalidade aplicativa.

A matemática, a ser ensinada a partir dos livros de Alpoim, é a dos conhecimentos necessários à prática imediata dos artilheiros e lançadores de bombas. São atividades práticas que deverão realizar os alunos, as orientadoras da sequência e organização dos livros. Não estão postos os conteúdos matemáticos, organizados ainda como uma teoria escolar. Não estão postos os conteúdos como uma sequência de princípios, exemplos, generalização e exercícios. Os textos contêm informações de como fazer, como proceder dentro das atividades militares de artilheiros e bombeiros. (VALENTE, 2007a, p. 60).

No Rio de Janeiro, em 1792, foi criada a Academia de Artilharia, Fortificação e Desenho. Nesse local eram adotados dois livros de matemática: a Geometria Prática de Bélidor e a Aritmética de Bézout.

Percorrendo o livro de Bélidor, nota-se que o tema central é a geometria. É a geometria que acaba sendo mais útil às necessidades dos artilheiros, construtores de fortificações e engenheiros. A geometria em suas aplicações. A geometria compendiada para resolver problemas de artilharia e fortificações. A preocupação do autor não é elaborar um tratado de geometria, pois não é possível, sempre no nível inicial, ater-se estritamente à geometria para resolver os problemas práticos. Há necessidade de lançar mão da aritmética, da álgebra, do desenho geométrico e da trigonometria.

---

<sup>23</sup> Os cursos militares eram escolas de formação técnica, com objetivo de formar profissionais para a artilharia e fortificações.



Isso explica ter Bézout escrito um Curso de Matemáticas. (VALENTE, 2007a, p. 76).

Para Valente, a adoção de Bézout e Béliador inaugura no Brasil a separação entre Aritmética e Geometria. Assim é gerado o embrião de duas disciplinas autônomas dentro das escolas. Posteriormente vem a álgebra compor a terceira disciplina pertencente às matemáticas (2007a, p. 88).

Em 1808 a Corte Portuguesa transferiu-se para o Brasil, e junto trouxe toda a Academia Real dos Guardas-Marinha. O curso para a formação dos profissionais dessa academia era todo organizado e orientado pelos livros de Bézout, com isso a geometria ensinada no Brasil passa a ser orientada também por esse autor.

Bézout escreve uma geometria intencionalmente fácil, clara. Uma geometria para os alunos que nada ainda aprenderam de álgebra. Uma geometria cujos pré-requisitos para a aprendizagem restringem-se a elementos de aritmética. (VALENTE, 2007a, p. 95).

O brasileiro Francisco Vilela Barbosa<sup>24</sup> publicou no ano de 1815, em Portugal, o livro *Elementos de Geometria*. A obra teve várias edições tanto em Portugal como no Brasil. A geometria tratada por Barbosa trouxe a mesma estruturação da geometria de Bézout; contudo, ao contrário desse autor que se preocupava com a didática, Barbosa tentou tornar a geometria rigorosa, ao introduzir termos como Axioma e Teorema.

Segundo Valente (2007a), Barbosa em seu livro mostrou que conhecia os trabalhos franceses sobre geometria posteriores a Bézout. Um desses trabalhos é a obra *Éléments de Géométrie*, de Legendre, publicado na França em 1794. Esse livro rompeu com a tradição francesa de ensinar a geometria intuitivamente, sem um rigor matemático. A Geometria Elementar de Legendre tentou retornar às origens de Euclides.

No Brasil, a geometria de Legendre parece ter sido usada somente nos cursos da Academia Real Militar. Já na Academia Real dos Guardas-Marinha continuou-se a usar Bézout que, posteriormente, foi substituído pela obra de Barbosa.

---

<sup>24</sup> Lente de matemática da Academia Real de Marinha em Lisboa, de 1801 a 1822. Em 1822 voltou ao Brasil sendo nomeado coronel graduado do Real Corpo de Engenheiros (VALENTE, 2007a, p. 97).

Por conta da Independência do Brasil, em 1827 foram criados os cursos jurídicos, com isso era preciso estabelecer quais conhecimentos deveriam ter os jovens ingressantes, entre os elencados por uma comissão de deputados estava a geometria. A inclusão desse saber tinha como justificativa ser essencial aos jovens bacharéis, pois a geometria possibilitava o desenvolvimento da razão e da retórica.

Cinco anos depois de a geometria entrar no rol dos conhecimentos para ingresso nos cursos jurídicos, passa a ser incluída também nos exames de Medicina. Os candidatos à admissão dos cursos superiores realizavam preparatórios em instituições especializadas, a geometria ensinada nesses locais era a Geometria de Euclides com seus axiomas, teoremas e postulados.

A geometria de Lacroix também foi indicada para ser utilizada nos cursos anexos preparatórios à Faculdade de Direito. Após análise e discussão, foi rejeitada. Optou-se pelo uso dos *Elementos de Euclides*. (VALENTE, 2007a, p. 123).

Para Valente (2007a), ao que tudo indica o livro de Euclides<sup>25</sup> antes de 1835 já era tido como referência ao ensino da geometria nos preparatórios, bem como na preparação dos exames para os cursos superiores.

Com a inclusão da geometria nos exames superiores de direito e medicina, tem-se aí a supervalorização de um saber e seu ensino vai sendo incorporado nos cursos preparatórios e posteriormente no secundário. Esse é um momento em que a geometria caminha para se tornar uma disciplina escolar e com finalidades diferentes dos cursos militares; de conhecimento prático ela passa a compor a formação do candidato ao ensino superior.

Com a organização dos conteúdos, ditada pelos exames para os cursos superiores, e a constituição do ensino secundário, com a criação do Colégio Imperial Pedro II em 1837, a Geometria começou a se estabilizar e ganhar características de disciplina.

Em 1925, uma reforma<sup>26</sup> na legislação educacional instituiu a seriação e a

---

<sup>25</sup> A obra de Euclides usada para os exames foi impressa na Universidade de Coimbra, tal obra teve sua primeira publicação em português no ano de 1768 e foi traduzida pelo professor italiano Giovanni Angelo Brunelli (p.123).

<sup>26</sup> Em 1925, a Reforma Rocha Vaz (Decreto nº 16.782 - A, de 13/01/1925) é aprovada tendo como Ministro da Justiça e Negócios Interiores João Luiz Alves.

frequência obrigatória no ensino secundário. Para acessar o secundário, os candidatos deveriam prestar exames. A pesquisa de Santos (2003) constatou, por meio da análise de algumas questões de geometria contidas nessas provas, que eram em sua maioria exercícios para demonstrar teoremas, e os alunos pareciam seguir um modelo decorado.

Pelas análises de Santos, tudo leva a crer que o ensino da geometria nessa época se constituiu através do tratamento lógico-dedutivo e que os alunos decoravam as demonstrações para serem aprovados nos exames, ou seja, não compreendiam, pode-se dizer que o raciocínio lógico-dedutivo não era desenvolvido.

Segundo Valente (2004), a disciplina geometria, com seu ensino baseado no rigor lógico de Euclides, prevaleceu no Brasil até o fim da década de 1920. O professor Euclides Roxo nos anos de 1930 tentou desfazer esse modelo, influenciado pelas ideias do Movimento Internacional de renovação do ensino da matemática na escola secundária<sup>27</sup>.

Destacou-se nesse Movimento o matemático alemão Felix Klein, líder das concepções norteadoras da renovação. Ele pretendia que as disciplinas, Aritmética, Álgebra e Geometria, do ensino secundário, fossem ensinadas de maneira interligada, ou seja, ele queria unificar essas três disciplinas.

Klein propôs entrelaçar o conceito de função nos diversos ramos da matemática escolar, a introdução desse conteúdo abriria portas para o cálculo infinitesimal no ensino secundário. Segundo Braga (2003), o curso proposto pelo matemático alemão, de caráter intuitivo-sintético, possibilitaria ao aluno o desenvolvimento da capacidade de visualizar e trabalhar com naturalidade a mobilidade das figuras geométricas. Para Klein, o Cálculo de inspiração newtoniana estaria diretamente relacionado à ideia de movimento.

Essa visão cinética das figuras geométricas esbarra no caráter estático da concepção lógico-analítica da Geometria Euclidiana. Para mudar isso, Felix Klein sugeriu iniciar o ensino da geometria por um tratamento propedêutico, valorizar a intuição e experimentação, e só depois partir para a sistematização, demonstração.

---

<sup>27</sup> Movimento que ocorreu no começo do século XX, com raízes na Alemanha, Inglaterra, França e Estados Unidos.

Em geometria, o ensino deve começar pelos sólidos simples, de que se farão derivar os conceitos fundamentais, as relações de posição de retas e planos e as principais figuras geométricas. As definições científicas devem ser evitadas. Por métodos empíricos (translação, rotação, dobramento e medida) obtêm-se as principais proposições relativas angulares, áreas e circunferências. Haverá uma transição gradual da intuição para a demonstração.

Desde o início, as figuras geométricas não devem ser consideradas rígidas. Recomenda-se um largo uso do movimento para o fim de ilustrar e sugerir relações geométricas importantes. (KLEIN, 1900 apud ROXO, 1937, p.213).

As mudanças recomendadas para a geometria escolar eram baseadas na ideia de movimento, utilizando-se de algumas transformações geométricas como as translações e rotações. Ao que tudo indica Klein, não pretendia introduzir no ensino secundário o seu trabalho científico de estruturar as geometrias via teoria dos grupos.

No Brasil, em 1929, Euclides Roxo trouxe as ideias do Movimento Internacional para o Colégio Pedro II, aprovando a proposta de unificar as matemáticas, que constituiu em uma nova disciplina chamada Matemática.

No segundo semestre de 1929, para atender às instruções do programa do primeiro ano do Colégio Pedro II, Euclides Roxo publicou o volume I do Curso de Matemática Elementar. Segundo Braga (2005), o livro de Roxo foi inspirado no manual didático de Ernst Breslich<sup>28</sup>.

Em 1931, com a Reforma Francisco Campos<sup>29</sup>, a unificação das matemáticas passou a valer em todo o território nacional. O programa institucionalizado pela reforma para a nova disciplina Matemática foi elaborado por Euclides Roxo, sendo o mesmo do Colégio Pedro II.

Com a junção das matemáticas, a geometria deixou de ser uma disciplina e transforma-se em conteúdo escolar. Tanto a matemática quanto seus conteúdos

---

<sup>28</sup> Ernst Breslich (1874-1966) alemão, naturalizado americano. Foi diretor do Departamento de Matemática das escolas-laboratório da Universidade de Chicago. Explorou o potencial educativo do pensamento funcional.

<sup>29</sup> Francisco Luís da Silva Campos (1891 -1968) nascido em Belo Horizonte foi um jurista e político. No Governo Provisório assumiu a direção do recém-criado Ministério da Educação e Saúde, credenciado pela reforma que promovera no ensino de Minas Gerais. Assim sendo, promoveu a reforma do ensino secundário e universitário em todo o país. Tal reforma ficou conhecida como Reforma Francisco Campos.

precisarão de um tempo para se organizar e se adaptarem ao cotidiano escolar.

Em sua pesquisa, Braga (2003) descreveu como Euclides Roxo abordou os conteúdos de geometria nos livros didáticos. Os três primeiros capítulos do livro *Curso de Matemática Elementar 1* foram dedicados às noções elementares de geometria:

é feita recorrendo-se ao raciocínio intuitivo, cujo emprego era outra concepção basilar da reforma. Assim, iniciam-se os livros pela apresentação dos sólidos geométricos. Da observação espacial, tridimensional, passa-se para a plana ao se focar as faces dos poliedros. A seguir, solicita-se a visão unidimensional ao se examinar as arestas e, finalmente, chega-se à ideia de ponto. Esse sentido de encaminhamento se opõe à forma tradicional de apresentação da geometria lógico-dedutiva (ponto, reta, plano). (BRAGA, 2003, p. 102).

Ainda nesses três primeiros capítulos, vê-se a manifestação de outra concepção valorizada pela reforma que era trazer para o curso elementar noções de Cálculo Infinitesimal. Assim, percebe-se, já na página 28, o seu emprego, de modo subliminar, ao se construir um cubo. Inicia-se pelo movimento de um ponto originando uma aresta. O deslocamento dessa aresta cria uma face e a movimentação dessa gera um cubo. A esfera é apresentada pela rotação de uma moeda. (BRAGA, 2003, p. 103).

Percebe-se que Roxo apropriou-se das recomendações de Klein para o ensino da geometria através da intuição e experimentação. Mais tarde, o autor publica o segundo volume do *Curso de Matemática Elementar*, que usa a mesma metodologia da geometria propedêutica dado ao primeiro volume. Entretanto, o tratamento dado à geometria seguido pelo autor foi arduamente criticado pelos professores do Pedro II.

Em 1931, Euclides Roxo publicou o terceiro volume intitulado *Curso de Matemática 3ª série - Geometria*. Segundo Braga, essa obra abordou primeiramente a geometria dedutiva, tal escolha,

provavelmente se deu pelo fato de ter sido o método intuitivo utilizado em seu curso propedêutico de geometria, nos 1º e 2º anos, um dos alvos mais atacados pelos contestadores de sua obra. Dessa feita, ele teria, finalmente, a oportunidade de dar uma resposta concreta e mostrar como seria empregado o método lógico-dedutivo a partir do embasamento construído com o curso propedêutico de geometria intuitiva (2003, p. 109).

Observa-se que Roxo, com sua obra inovadora e, apoiado na Reforma Campos, tentou mudar a forma de se ensinar geometria no Brasil, mas o tratamento lógico-dedutivo continuou a prevalecer nos livros didáticos posteriores e consequentemente permaneceu nas práticas escolares.

O próprio Euclides Roxo abandonou sua proposta original quando interrompeu a escrita de sua coleção no terceiro volume e juntou-se a Cecil

Thiré e Mello e Souza, escrevendo em parceria com eles uma outra coleção que vinha se revelando um sucesso editorial — fruto de apropriações e ajustes que tornaram menos inovadora a proposta para ensino da Matemática. Dessa forma, procuraram trazê-la para mais perto das práticas pedagógicas já sedimentadas no cotidiano escolar. (VALENTE, 2008a, p. 149).

Uma coleção que se tornou sucesso absoluto de vendas, após a Reforma Campos, foi a Coleção Didática de Matemática, de Jacomo Stavale<sup>30</sup>. Seu primeiro volume foi publicado em 1931, e em 1940 já estava na 15ª edição. O autor fez severas críticas a Roxo quanto ao ensino da geometria dedutiva ser precedida da geometria intuitiva.

Não me é possível concordar com a interdição do método dedutivo no primeiro ano ginásial. Os meninos que constituem esta classe não são anormais; não são incapazes de raciocinar, como geralmente se supõe. São criaturas que têm cérebro; que ainda não sabem pensar com acerto, mas às quais devemos ensinar a pensar. O nosso dever é adestrá-las na arte de raciocinar e a matemática é uma excelente escola para desenvolver o raciocínio. Eis porque, nestas noções elementares de Matemática, há algumas aplicações simples do método dedutivo. (STÁVALE, 1940 apud BRAGA, 2005, p. 123).

Ao que tudo indica, a geometria lógico-dedutiva continuou a prevalecer nas décadas de 1940 e 1950 no ensino secundário. Tal fato pode ser comprovado nos Anais dos primeiros congressos brasileiros de ensino da matemática na década de 1955.

Em 1955 realizou-se o I Congresso Brasileiro do Ensino da Matemática na Universidade da Bahia<sup>31</sup>, Salvador. Durante esse congresso, os professores discutiram alguns problemas do ensino da geometria lógico-dedutivo.

Qualquer homem culto, que, ou seja, engenheiro ou professor de matemática há de ter bem presente na memória os horrores porque passou, enquanto o seu professor de geometria demonstrava teoremas no quadro. (CONGRESSO, 1957, p.142).

Leme da Silva, ao investigar os Anais desse congresso, não encontrou nos programas propostos ou teses defendidas nenhuma sugestão ou proposta que buscasse, em alguma medida, solucionar o problema do ensino da geometria

---

<sup>30</sup> Professor do Instituto Caetano de Campos de São Paulo, essa coleção teve mais de 150 edições e publicados aproximadamente um milhão de exemplares.

<sup>31</sup> Esse congresso foi idealizado e organizado pela professora Martha Maria de Souza Dantas.

dedutiva que era tido como amplamente diagnosticado (2008a, p. 71).

Uma das soluções para o problema no tratamento dado a geometria escolar, apontada por Leme da Silva, seria a retomada da geometria experimental, idealizada no Brasil por Euclides Roxo em 1929. Contudo, a pesquisadora não encontrou nenhum vestígio da geometria experimental nos anais do I Congresso e concluiu que:

Em síntese, pode-se dizer que o tema geometria não se revelou problemático, questionador, ou ainda, necessitando alterações. Tudo indica que o ensino de geometria, na visão dos participantes do congresso, encontrava-se estabilizado; em outras palavras, reconhece-se certos problemas com seu ensino sem, no entanto, necessidade de uma reestruturação significativa. (LEME da SILVA, 2008a, p. 71).

O II Congresso realizou-se em 1957 no Rio Grande do Sul e incluiu na sua pauta os ensinos primários, normal, rural e profissional. O ensino da geometria para o secundário aparece em duas teses, a primeira dividida em duas partes: *O Ensino da Geometria Dedutiva*, do professor Antonio Rodrigues<sup>32</sup>, e *O Ensino de Geometria Dedutiva na Escola Secundária*, da professora Martha Blauth Menezes<sup>33</sup>. A segunda tese foi apresentada pelo professor Benedito Castrucci<sup>34</sup> com o título *Sobre o Ensino de Geometria no Ensino Secundário*.

Segundo Leme da Silva (2008a), Rodrigues defende em sua tese a necessidade de não se demonstrar todos os teoremas. Dessa maneira, o ensino da geometria lógico-dedutiva seria realizado com o intuito de iniciar os alunos nos métodos demonstrativos e não para desenvolver uma teoria. No final da tese, Rodrigues apresentou os teoremas que poderiam ser aceitos e os que precisavam de demonstração.

A parte apresentada por Martha Blauth seguiu a proposta de Rodrigues, ela fez um relato de uma experiência realizada em 1956 no Colégio de Aplicação da Faculdade de Filosofia da URGs, na terceira série ginasial. Primeiramente, Blauth apresenta como selecionou e ordenou a matéria:

---

<sup>32</sup> Professor catedrático de Geometria da Faculdade de Filosofia da URGs.

<sup>33</sup> Instrutora de Ensino da Cadeira de Geometria e professora de Didática Especial de Matemática da Faculdade de Filosofia da URGs.

<sup>34</sup> Professor da Faculdade de Filosofia da Universidade de São Paulo foi membro do GEEM.

**A** - Geometria intuitiva, este estudo é muito importante e deve ser feito de maneira ampla e firme, pois é que sustentará a aprendizagem da Geometria Dedutiva;

**B** - Introdução à Geometria Dedutiva, apresentação dos postulados necessários, axiomas e os teoremas de demonstração intuitiva.

**C** - Geometria Dedutiva, teoremas fundamentais selecionados por Rodrigues e em seguida o estudo de todos os teoremas que neles se apoiam. (CONGRESSO, p.351, 1959).

Ao longo do texto, a argumentação defendida pelos professores do Rio Grande do Sul foi sustentada e dois princípios reafirmados:

**a)** A adequação da matéria ao desenvolvimento do raciocínio matemático do adolescente.

**b)** Ordenação da matéria de modo a permitir unidade de pensamento e conseqüente compreensão do processo demonstrativo. (CONGRESSO, p.358, 1959).

Benedito Castrucci em sua tese discutiu o ensino da geometria dedutiva. Contudo, Castrucci não apresenta um programa; para ele, o tratamento lógico-dedutivo dado à geometria escolar tem a finalidade de tornar claro ao aluno o sentido da demonstração, a importância da precisão matemática e o prazer da descoberta da verdade. Defendeu que a geometria dedutiva possibilitava desenvolver o pensamento lógico-dedutivo, mas que não era preciso demonstrar com rigor todas as proposições. E mostrou uma preocupação próxima à de Rodrigues:

Tudo leva a crer que o problema com o ensino de geometria era a necessidade de demonstrar todos os teoremas com o mesmo rigor. Chega a parecer que o ensino, do modo como vinha sendo realizado, constituía-se como uma “camisa de força” ao professor e aluno, submetidos a um número grande de teoremas sem a devida compreensão. (LEME da SILVA, 2008a, p. 74).

Castrucci acreditava que, para que não houvesse dificuldades por parte dos alunos, dever-se-ia iniciar o estudo da geometria lógico-dedutiva utilizando a demonstração experimental e pouco a pouco introduzir a demonstração rigorosa.

Leme da Silva (2008a), em sua análise nos anais do segundo congresso, concluiu que as duas teses apresentadas sobre o ensino da geometria se complementaram:

Os diagnósticos em relação às dificuldades da prática do ensino de geometria coincidem e as soluções sugeridas seguem a mesma linha, ou seja, simplificar o estudo da geometria dedutiva, reduzindo o número de teoremas a serem demonstrados e a inclusão da geometria experimental ou da demonstração intuitiva. Claro está que as discussões se dão nos aspectos didáticos do ensino, com a preocupação de que os alunos abandonem a memorização de teoremas que não fazem sentido algum a eles. Outro dado a observar é que não se questiona a perda do rigor da



geometria euclidiana, ou a substituição desta geometria por outra, o foco é a metodologia empregada no ensino e não o conhecimento em si. (LEME da SILVA, 2008a, p. 74).

O III Congresso Brasileiro de Ensino de Matemática aconteceu em 1959 no Rio de Janeiro e teve como pauta a renovação do ensino da matemática e as discussões realizadas nos EUA e na Europa. A professora Martha Blauth Menezes apresentou a única tese sobre geometria escolar, com o título *O ensino intuitivo da geometria*. Segundo Leme da Silva (2008a) o parecer do congresso em relação ao tema de Menezes, foi para incluir a geometria intuitiva na primeira série do Curso Ginásial.

Novamente, a partir da análise dos Anais, não é possível saber muito sobre o ensino de geometria. A inclusão proposta por Menezes da geometria intuitiva pode ser uma extensão de seu trabalho apresentado no II Congresso, mas como a tese não consta dos Anais, não é possível verificar as razões que levaram à sua aprovação no plenário. Percebe-se ainda que não há uma continuidade das discussões realizadas no II Congresso sobre o ensino de geometria, nem retomada; fica a impressão de que este congresso não estabeleceu um diálogo com o anterior. (LEME da SILVA, 2008a, p. 75).

Nos Anais dos três congressos pode-se perceber que as discussões acerca do ensino da geometria permeavam em torno de se ensinar a geometria intuitiva antes da geometria dedutiva. Mas será que esses debates e preocupações alteraram as práticas escolares? Os livros didáticos são documentos que representam em grande medida as práticas escolares de outros tempos. Naquela época, a coleção didática com maior vendagem era a do professor Osvaldo Sangiorgi, intitulado: *Matemática 1, 2, 3 e 4* - com primeira edição em 1954. Leme da Silva (2008b), ao analisar o livro dessa coleção, destinado à terceira série do curso ginásial, observou que a geometria tinha um tratamento lógico-dedutivo, sem nenhuma referência à experimentação.

Com as duas pesquisas realizadas por Leme da Silva é possível dizer que a geometria escolar até meados de 1964, nas escolas do Brasil, foi abordada com o caráter lógico-dedutivo. Com a chegada das ideias do MMM no país, essa forma de ensinar começa a se romper; tal fato é percebido no tratamento dado à geometria no livro didático de Osvaldo Sangiorgi, primeiro autor a incorporar em suas coleções os conteúdos de Matemática Moderna.

Leme da Silva (2008b), ao analisar o terceiro volume de 1969<sup>35</sup> da coleção didática *Matemática - Curso Moderno* - de Sangiorgi, observou mudanças significativas quanto à abordagem da geometria: “o ensino da geometria não perde seu lugar, ele permanece em foco, no entanto, a ênfase, que se encontrava na dedução, na obra anterior, agora, aproxima-se da geometria intuitiva”. (p. 75).

Uma vez mais a geometria escolar no Brasil, com a introdução da Matemática Moderna, começa a tomar outros rumos.

### 2.3 O MMM e as Propostas de Ensino para Geometria

Durante toda a década de 1950, na Europa e nos Estados Unidos, foram realizadas iniciativas com a intenção de modificar o currículo do ensino da matemática.

Em 1959, a Organização Europeia de Cooperação Econômica (OECE) investigou a situação do ensino nas escolas secundárias dos países membros<sup>36</sup>, através de pesquisas aplicadas em alunos na faixa etária dos onze aos dezoito anos. Os resultados foram discutidos no mesmo ano em um seminário realizado no *Cercle Culturel de Royaumont*, em Asnières-sur-Oise, França. O evento ficou conhecido como Seminário de Royaumont e, segundo Guimarães (2007), pode ser considerado como o início do MMM, pelo caráter reformador das propostas apresentadas e pelo grande número de países participantes.

O Seminário de Royaumont contou com a presença de reconhecidos matemáticos, como *Gustave Choquet*, *Jean Dieudonné* e *Lucienne Felix*, da França;

---

<sup>35</sup> A primeira edição foi publicada em 1966.

<sup>36</sup> Alguns dos países que participavam da OECE: Áustria, Bélgica, Canadá, Dinamarca, França, Alemanha, Grécia, Irlanda, Itália, Luxemburgo, Países Baixos, Noruega, Suécia, Suíça, Turquia, Reino Unido, Estados Unidos, Iugoslávia, França.

Howard Fehr, E. G. Beagle e Marshall Stone, dos Estados Unidos. Foi proposto uma mudança no currículo de matemática, com a justificativa de considerar essa disciplina sob dois pontos de vista: “o ensino geral” e “a formação dos alunos muito dotados (*brillament doués*)” (OECE, 1961 apud GUIMARÃES 2007, p. 29). Segundo os participantes a matemática escolar deveria ser estudada para alcançar os seguintes objetivos: a) formativo, com a finalidade de desenvolver as capacidades mentais e intelectuais; b) preparação dos alunos para prosseguir os estudos; c) instrumental, com a finalidade do aluno, ao final do curso, inserir-se na vida profissional.

A proposta de Royauumont enfatizou a mudança dos conteúdos matemáticos e os métodos de ensino, influenciada pela concepção estruturalista do grupo Bourbaki<sup>37</sup>. No que se refere à geometria, destaca-se as ideias de Jean Dieudonné, refutado membro e um dos líderes desse grupo.

No Seminário, elegeu-se a Álgebra como elemento unificador da matemática, em que tiveram destaque a orientação axiomática, a linguagem e simbologia matemática, a adoção da Geometria Vetorial e a desvalorização da Geometria de Euclides. Jean Dieudonné fez, nesse Seminário, a célebre frase: “Se eu quisesse resumir numa frase todo o programa que tenho em mente, fá-lo-ia com o slogan: Abaixo Euclides!” (DIEUDONNÉ, 1959 apud GUIMARÃES, 2007, p. 35).

Alguns elementos de cálculo, álgebra vetorial e um pouco de geometria analítica foram recentemente introduzidos nos dois ou três últimos anos da escola secundária. Mas tais tópicos têm sido sempre relegados a uma posição subalterna, o centro de interesse permanece, como antes, a geometria pura ensinada mais ou menos como Euclides, com um pouco de álgebra e de teoria dos números. Acho que os dias de uma tal colcha de retalhos estão contados, e estamos comprometidos com uma reforma muito mais profunda – a não ser que estejamos dispostos a deixar que a situação se deteriore ao ponto em que impedirá seriamente qualquer progresso científico. E se todo o programa que tenho em mente deve ser resumido em um slogan, esse slogan seria: **Abaixo Euclides!** (DIEUDONNÉ apud SOARES, 2001, p. 57).

---

<sup>37</sup> Nicholas Bourbaki foi o pseudônimo usado por um grupo de matemáticos (entre os quais podemos citar Dieudonné, Cartan, Chevalley, Weil) que em livros e artigos defendiam uma evolução – e uma revolução – interna na Matemática a partir do desenvolvimento e estudo da noção de *estrutura*. Bourbaki identificou três estruturas fundamentais na Matemática, as quais chamou de *estruturas-mãe*: as estruturas algébricas, as estruturas de ordem e as estruturas topológicas.

O posicionamento de Dieudonné criticava o ensino da Geometria dos triângulos que se praticava. Ele pretendia chamar a atenção quanto aos métodos utilizados para ensinar a Geometria de Euclides, pois as noções fundamentais como ponto, reta, ângulo e outras eram apresentadas com apelo à intuição e utilizava-se a noção de triângulo como base para a geometria. Para esse matemático, a noção de vetor era mais útil e fecunda:

As minhas críticas visam, portanto, não a finalidade, mas os métodos do ensino da Geometria; afirmo, sobretudo, que seria muito melhor basear este ensino, não em noções e resultados artificiais, que na maior parte das aplicações não têm nenhuma utilidade, mas em noções fundamentais que dominam e esclarecem todas as questões onde a Geometria intervém. No momento em que, por exemplo, a noção de vetor tem uma importância capital em toda a ciência moderna, a noção de triângulo é artificial e não tem praticamente nenhuma aplicação. (OECE, 1961 apud GUIMARÃES, 2007, p. 35).

Apesar da posição um tanto radical de Dieudonné, sua contestação era mais sobre a metodologia do ensino da geometria empregada na época, do que em relação a Euclides e sua geometria, como ele próprio esclarece:

O fim perseguido não é a eliminação da geometria euclidiana, mas a maneira antiquada de ensiná-la (tradicional desde Euclides) pondo desse modo claro o significado da geometria e reafirmando seu lugar central nas matemáticas e seu poder universal. (DIEUDONNÉ, 1959 apud SOARES, 2001, p. 57).

Outra proposta para o ensino da geometria nesse Seminário foi a de Otto Botsch, da Alemanha. Botsch recomendou que a geometria dedutiva deveria ser precedida por um estudo com base na observação e manipulação de objetos concretos e propôs uma concepção dinâmica.

Segundo Leme da Silva (2009), Botsch recomendou o ensino da geometria via transformações geométricas. Observa-se que esse matemático seguiu as indicações de Felix Klein no início do século XX, bem como a necessidade de introduzir métodos de análise vetorial, feita também por Dieudonné:

Sugere começar com as translações, rotações e simetrias, e seguir progressivamente, passo a passo, em direção ao caso geral dos grupos das transformações. Quanto à geometria euclidiana, o autor pondera que o tempo reservado ao seu estudo seja consideravelmente reduzido. Ele não propõe sua eliminação, sugere reduzir a longa lista de teoremas, modificar os axiomas, chegando rapidamente ao teorema de Pitágoras, para dar conta do tratamento axiomático rigoroso. Em compensação, considera absolutamente necessária a introdução dos métodos de análise vetorial o mais rapidamente possível, e que sejam mantidos ao longo de todo o ensino secundário. (OECE, 1961 apud LEME da SILVA, 2009a, p. 9, grifo nosso)

Em Royaumont, as orientações e propostas para o conteúdo e organização curricular foram sintetizadas:

a valorização da Álgebra penetra também a Geometria. A Geometria das transformações – substituindo a Geometria dos triângulos – e a Geometria vectorial em todo o seu desenvolvimento, corresponderia a uma algebrização da Geometria. (GUIMARÃES, 2007, p. 36, 37).

Recomendava, ainda, ensinar o mais cedo possível as relações, entre a Geometria e a Álgebra, principalmente a Álgebra Linear e Vetorial. A linguagem e as noções que generalizam a Matemática, mesmo no ensino experimental, deveriam ter caráter preponderante.

A proposta de reforma delineada em Royaumont teve seu detalhamento no Seminário de Dubrovnik, em 1960 na Iugoslávia, onde foi elaborado o livro *Un programme moderne de mathématiques pour l'enseignement secondaire*, editado em 1963. No Brasil, dois anos depois, o matemático Jacy Monteiro<sup>38</sup> traduziu essa obra, com o título *Um programa moderno de matemática para o ensino secundário*, publicado pelo Grupo de Estudos em Ensino da Matemática (GEEM).

O programa moderno recomendava o emprego das noções da teoria dos conjuntos na totalidade da matemática, e deveriam ser introduzidas desde o primeiro ciclo (alunos de 11 a 15 anos):

As situações concretas familiares aos alunos podem ser utilizadas como ponto de partida da teoria dos conjuntos, para chegar, gradualmente, à compreensão dos princípios abstratos, quando o aluno termina o segundo ciclo (entre 15 e 18 anos). Se as noções elementares forem introduzidas desta maneira no começo do primeiro ciclo, será possível enriquecer os conhecimentos dos alunos sem sobrecarregar o programa. Para atingir este objetivo, bastará tratar os assuntos tradicionais de diversos pontos de vista. Poder-se-ia observar quanto a isso, que a teoria dos conjuntos pode ser empregada como um instrumento eficaz no ensino da geometria assim como no da álgebra. (GEEM, 1965, p. 9, 10).

Sobre os assuntos específicos para o ensino da geometria no primeiro ciclo, foi indicado:

1. Introdução à noção de vectores como segmentos orientados. Adição, subtração, multiplicação por um escalar;
2. O ângulo: propriedades dos ângulos estudadas em ligação com as retas

---

<sup>38</sup> Luiz Henrique Jacy Monteiro (1921-1975) foi professor na FFCL da Universidade de São Paulo. Participou ativamente das atividades do GEEM, desde sua criação, ministrando cursos, publicando livros-textos, sendo inclusive responsável pelo Departamento de Publicações do GEEM (DUARTE, 2007).

paralelas, os polígonos, circunferências. Estudo das propriedades dos ângulos nos paralelogramos e nos triângulos;

3. Simetria – o triângulo isósceles;

4. Transformações estudadas de um ponto de vista físico e intuitivo para a pesquisa das propriedades das figuras. As transformações serão efetuadas por meio de: a) papel dobrado; b) reflexão; c) rotação; d) translação; e) recorte; f) pontos espaçados regularmente sobre circunferência e os polígonos regulares;

5. Transformações algébricas simples:  $x' = a_1x + b_1$ ,  $y' = a_2x + b_2$ , com valores de  $a_1$ ,  $a_2$ ,  $b_1$ ,  $b_2$  que ilustram apenas as transformações afins<sup>39</sup>. (GEEM, 1965, p. 70).

A indicação para o estudo da geometria em Dubrovnik introduzia a noção de vetores como segmentos orientados e operações com vetores para compor ângulos e polígonos. As transformações foram recomendadas para se observarem as propriedades das figuras e poderia ser usada de maneira experimental, com dobraduras e recortes. A algebrização da geometria deveria ser feita de forma simples, somente ao final do primeiro ciclo, ou seja, após um ensino intuitivo. Quanto às orientações metodológicas, estabeleceram-se três princípios:

1. Não empregar uma terminologia difícil e prematura. A linguagem matemática correta será empregada no seu devido tempo. Definir as palavras novas no contexto em que são empregadas;

2. Um modelo material (favorecendo a observação e a experiência) é a base a partir da qual pode-se desenvolver a abstração matemática. A matemática é abstrata e se refere às relações entre coisas abstratas. Para o jovem, contudo, uma experiência concreta, rica e variada é uma etapa necessária à abstração;

3. É essencial que o aluno aprenda a pensar de uma maneira criadora e intuitiva. Com este fim, deve ser dada ao aluno a ocasião para formular problemas e expor suas soluções. Naturalmente, ele errará muito e dará soluções não válidas. (GEEM, 1965, p. 67-69, grifo nosso).

O programa moderno também sugeriu atividades para desenvolver alguns conteúdos na sala de aula. Leme da Silva (2009a) constatou que a grande maioria, das atividades propostas para a geometria escolar, usava materiais concretos, como varetas, varas metálicas, discos circulares de cartão, recipientes com formas de objetos geométricos, dobraduras. A partir da experiência de manipulação com o

---

<sup>39</sup> 6. Representações gráficas simples em álgebra: estudo de  $y = mx + b$  e  $y = a^2 + bx + c$  e desenvolvimento das ideias básicas para o estudo do cálculo. A relação entre reta e parábola e os coeficientes nas equações. 7. Ideias fundamentais incluídas no conteúdo de área, de volume, teorema de Pitágoras e suas estenções. 8. Propriedades não métricas da reta e do plano e introdução à notação dos conjuntos. A figura geométrica considerada como um conjunto de pontos. 9. Semelhança e leis associadas nas áreas e volumes. 10. Trigonometria: seno, cosseno, tangente e suas aplicações. 11. Emprego de curtas “demonstrações lógicas” para justificar algumas propriedades geométricas vistas anteriormente numa base intuitiva.

material concreto, os alunos poderiam observar e identificar propriedades, as atividades propostas despertariam um espírito investigativo.

Para o segundo ciclo, o programa de Dubrovnik aconselhava o estudo das geometrias pelo grupo de transformações, dos espaços vectoriais e, em seguida, o estudo da geometria euclidiana. Esses conhecimentos deveriam ter um tratamento algébrico: Grupos de transformações (simetria em relação a uma reta; simetria em relação a um ponto, translações, rotações, reflexões, isometrias); Geometria Afim (os números reais e a reta, coordenadas, vectores e espaços vectoriais, geometria analítica); Geometria Euclidiana (perpendicularidade, produto escalar de vectores, espaços vectoriais, trigonometria). A Geometria Afim e a Euclidiana seriam estudadas segundo os espaços vectoriais.

Paralelamente ao que se discutia na Europa, os Estados Unidos no ano de 1958 começou a desenvolver um currículo para o ensino da matemática no secundário. Esse projeto com financiamento do governo estadunidense foi conduzido pelo grupo de estudos *School Mathematics Study Group* (SMSG). O SMSG reuniu matemáticos, professores de matemática de todos os níveis e técnicos em Educação, e tinha como objetivo aperfeiçoar a matemática escolar. O grupo elaborou livros didáticos nos anos de 1958 a 1960, que foram experimentados por aproximadamente cem professores e revisados logo depois.

O SMSG produziu três livros de geometria, Leme da Silva (2009a), observou que essas obras possuem exercícios e problemas de investigação. Existem também atividades onde o aluno deve: recortar, dobrar e confeccionar material para a exploração de propriedades. Alguns teoremas são verificados experimentalmente e depois, demonstrados de maneira dedutiva.

No primeiro capítulo, intitulado Geometria não métrica, apresentaram os conceitos primitivos e os axiomas da Geometria Euclidiana. Somente no capítulo 7, foram abordadas, as medidas, a régua, o transferidor. O livro II integrou a Geometria Plana e a Geometria Espacial e o último volume trabalhou com as construções geométricas. Como já dito anteriormente, a geometria adotada pelo SMSG seguia a proposta baseada em adaptações dos axiomas de Birkhoff.

Já na América Latina, o marco de ações para implementar a Matemática Moderna no ensino secundário ocorreu em 1961, com a realização da I Conferência

Inter-Americana sobre Educação Matemática (I CIAEM) em Bogotá, Colômbia. Com o apoio da Organização dos Estados da América (OEA) e da Organização das Nações Unidas para a Educação Ciência e a Cultura (UNESCO).

A I CIAEM teve como principal objetivo divulgar o MMM nos países latino-americanos, a fim de efetivar um compromisso para promover mudanças nos programas de matemática, da mesma maneira que acontecia na Europa e nos Estados Unidos. O presidente do Comitê organizador foi o professor Marshall Stone<sup>40</sup>, dos Estados Unidos. Estiveram presentes 23 países, participantes e convidados. Os representantes do Brasil foram os matemáticos Omar Catunda, Alfredo Pereira Gomes e Leopoldo Nachbin.

Howard Fehr<sup>41</sup> nessa conferência discutiu o ensino da geometria, apontando duas tendências. A primeira, elaborada por G. D. Birkhoff, propunha uma modificação significativa dos axiomas de Euclides, que seguia a forma geral imposta por Hilbert, porém obtinha uma grande economia ao fazer uso das propriedades do conjunto dos números reais: a de ordem e a de completividade. Com o patrocínio da *National Science Foundation* (NSF), os axiomas de Birkhoff, foram modificados por Edwin C. Moise, usados na preparação de textos e experimentado em muitos colégios dos Estados Unidos.

Fehr concluiu que o tratamento reformulado para a geometria, naquele país, eram dirigidos essencialmente para a conservação da Geometria de Euclides, corrigidos seus defeitos por meio da introdução dos números reais.

A segunda tendência apresentada por Fehr foi iniciada na Alemanha, onde se aplicavam, de forma bastante generalizada, alguns aspectos do Programa de Erlangen, elaborado por Felix Klein. Tal programa propunha o desenvolvimento da geometria por meio das transformações geométricas. Empregava-se o grupo de transformações (rotações, reflexões e translações) para caracterizar a Geometria Euclidiana, precedida de um sistema de axiomas que conservava a congruência de triângulos da Geometria de Euclides.

---

<sup>40</sup> Professor nas universidades de Harvard, Columbia, Yale e Chicago. Interessou-se pelo problema do ensino e contribuiu para impulsionar o movimento de modernização.

<sup>41</sup> Professor da Universidade de Columbia.



Ao final dos trabalhos da I CIAEM, os representantes da América Latina comprometeram-se em divulgar e implementar a Matemática Moderna no ensino secundário nos seus países. Omar Catunda, no Brasil, assumiu esse compromisso e, junto com outros matemáticos e professores, iniciou atividades para propalar o MMM.

O estudo das propostas da geometria escolar preconizadas pelo MMM mostrou que elas foram discutidas intensamente entre os anos de 1959 e 1961 em encontros internacionais. Pelas análises dos Seminários de Royaumont, de Dubrovnik e na I CIAEM, três indicações são identificadas: 1ª - Geometria pelos espaços vetoriais; 2ª - Geometria de Euclides modificando-se os seus axiomas e 3ª - Geometria via transformações geométricas. Tudo leva a crer que entre os matemáticos não houve um consenso ao tratamento da geometria moderna.

No Brasil, as tendências do MMM começaram a ser difundidas por Osvaldo Sangiorgi<sup>42</sup>. Em 1960, ele participou do Curso de Verão para professores do ensino secundário e superior, realizado no Departamento de Matemática da Universidade do Kansas, nos Estados Unidos.

Ao chegar, no Brasil, Sangiorgi conseguiu o apoio da Pan American Union e da National Science Foundation, que em parceria com a Universidade de São Paulo e a Universidade Mackenzie, possibilitou a vinda de George Springer<sup>43</sup> para ministrar o curso de Lógica e suas Aplicações, em São Paulo.

Em 31 de outubro de 1961, a partir da experiência de Osvaldo Sangiorgi no Kansas e de orientações dadas pelo professor Springer surgiu a ideia de criar o Grupo de Estudos do Ensino da Matemática, mais conhecido pela sigla GEEM. Esse grupo tinha como intuito incentivar e divulgar o estudo da Matemática Moderna, por meio de cursos de aperfeiçoamento à professores de matemática das escolas secundárias. Os integrantes do GEEM eram na sua maioria autores de livros didáticos, matemáticos, professores secundários, primários e universitários.

Podemos citar como membros do GEEM os professores Benedito Castrucci, Alesio de Caroli, Anna Franchi, Elza Gomide, Irineu Bicudo, Lucília Bechara,

---

<sup>42</sup> Licenciado em Física pela USP em 1943 foi professor de matemática no período de 1944-1994 e autor de livros didáticos a partir de 1950.

<sup>43</sup> Professor e matemático estadunidense envolvido com o MMM.

Luiz Henrique Jacy Monteiro, Manhúcia Liberman, Martha Maria de Souza Dantas, Omar Catunda, Osvaldo Sangiorgi, Renate Watanabe, Ruy Madsen Barbosa, Scipione de Pierro Neto, Ubiratan D'Ambrosio, o psicólogo Joel Martins entre outros. Desde o início, o GEEM procurou divulgar as ideias da Matemática Moderna. Osvaldo Sangiorgi era o presidente e porta-voz do grupo, dava inúmeros depoimentos à imprensa e escrevia artigos nos principais jornais de São Paulo. (SOARES, 2001, p. 81, 82).

Em junho de 1962, o grupo elaborou um programa de matemática moderna, intitulado *Assuntos Mínimos para um moderno programa de matemática para o ginásio*, aprovado no V Encontro de Mestres de São Paulo, com promoção do Centro de Aperfeiçoamento e Desenvolvimento do Ensino Secundário (CADES) e Inspeção Seccional de São Paulo.

Entre os dias 22 e 28 de julho de 1962 aconteceu o IV Congresso Brasileiro de Ensino da Matemática, realizado em Belém, primeiro encontro realizado no qual um dos temas organizados para discussões foi à introdução da Matemática Moderna na escola secundária. A inclusão desse tópico possivelmente ocorreu por conta de três fatores: 1º o compromisso assumido pela delegação brasileira na I CIAEM de propalar a Matemática Moderna, 2º o curso de verão que Sangiorgi havia feito nos Estados Unidos e 3º a criação do GEEM.

Os assuntos relativos à Matemática Moderna nesse congresso ficaram a cargo do GEEM. O grupo relatou suas experiências realizadas e levou a proposta: *Assuntos Mínimos para um moderno programa de matemática*, que teve a aprovação unânime dos participantes. Segundo Duarte (2007):

A delegação paulista, de acordo com artigo publicado na Folha de São Paulo em 16 de agosto de 1963, foi representada pelo “professor Catunda e seus assessores: Osvaldo Sangiorgi, Benedito Castrucci e a professora Lucila Bechara, secretária da comissão” (p.206).

O ano de 1962 foi marcado por muitas ações do GEEM para divulgar a Matemática Moderna e com o objetivo de incluí-la no currículo do ensino secundário. São os esforços de Osvaldo Sangiorgi e Omar Catunda, entre outros, fundamentais para a divulgação do MMM no Brasil.

O GEEM, além de produzir textos e organizar encontros, também promovia cursos aos professores do ensino secundário. Nesses cursos eram oferecidas disciplinas de Matemática Moderna. No ano de 1965, o grupo, além dessas disciplinas, inseriu outra modalidade, chamada “Práticas Modernas”, que abordavam metodologias de ensino para alguns conteúdos da matemática escolar.

Segundo Rosa Lima (2006), as Práticas Modernas de Geometria foram ministradas pelos professores José Bezerra, Manhúcia P. Liberman e Lúcia Bechara, e tinha como propósito revisar o estudo das figuras geométricas planas e espaciais, lecionadas em anos anteriores. Trabalhou-se: alguns itens do sistema de medidas<sup>44</sup>; os elementos fundamentais da geometria plana<sup>45</sup> com uso dos conjuntos e suas operações; os segmentos proporcionais<sup>46</sup> relacionando-os ao estudo das razões e proporções; as relações métricas nos triângulos, lei dos senos e cossenos, com representação geométrica do número real; construção geométrica dos números irracionais quadráticos, e por fim as relações métricas no círculo<sup>47</sup>. Cabe salientar que esses conteúdos eram os mesmos propostos pelos *Assuntos Mínimos* para os professores trabalharem com os alunos do ensino secundário.

Os *Assuntos Mínimos* não propunham o estudo da geometria através dos espaços vetoriais e transformações, conforme as propostas do Seminário de Royaumont e do Programa Moderno de Dubrovnik. A única recomendação para o ensino da geometria que estava de acordo com as discussões internacionais era o uso dos conjuntos e suas operações.

As disciplinas referentes à Geometria ministradas pelo GEEM de 1963 a 1968 foram: Vetores e Geometria Analítica; Geometria Moderna, Geometria Elementar, Espaços Vetoriais. Segundo os regentes, essas disciplinas tinham como objetivo formar os professores, e não pretendiam que eles aplicassem nos alunos do ensino secundário. Pela pesquisa de Rosa Lima (2006), observa-se que a Geometria teve pouco espaço e a única vez que tópicos desse conhecimento entraram no rol das Práticas Modernas foi no ano de 1965.

Através do estudo das propostas e cursos do GEEM, percebeu-se que o ensino da geometria no secundário foi tratado com um, certo cuidado, em relação à

---

<sup>44</sup> Cálculo de comprimentos, áreas e volumes, com aplicações por meio de problemas, com a sugestão de usar as noções de moeda, peso, capacidade e tempo.

<sup>45</sup> Como ponto, reta, semireta, segmento, plano, semiplano, ângulos, bissetrizes.

<sup>46</sup> Bem como semelhança de polígonos, seno, cosseno e tangente de um ângulo.

<sup>47</sup> Expandindo para o estudo dos polígonos regulares, das áreas dos polígonos, da medida de circunferência e área do círculo e da noção do número  $\pi$ .

questão de trazer as propostas, debatidas internacionalmente. Ao que tudo indica a Geometria Moderna abordada nos cursos do GEEM destinou-se somente para a atualização dos professores.

### 3 CONSIDERAÇÕES TEÓRICO – METODOLÓGICAS

O presente trabalho inscreve-se no campo da história da educação matemática e estuda uma comunidade específica, que está inscrita no ambiente escolar; pesquisa as produções, circulação de ideias e conhecimentos dessa cultura.

Para construir uma história é preciso apropriar-se do ofício do historiador, estabelecer um diálogo direto com o campo dessa ciência, bem como utilizar de sua base metodológica.

A produção da história do ensino da matemática realizada pelo GHEMAT investiga vários tipos de documentos escolares do passado, o grupo adota a historiografia que considera a produção cultural da escola e também as produções de outras instituições que influenciaram o ambiente escolar.

Os fatos históricos são constituídos a partir de traços, de rastros deixados no presente pelo passado. Assim, o trabalho do historiador consiste em efetuar um trabalho sobre esses traços para construir os fatos. Desse modo, um fato não é outra coisa que o resultado de uma elaboração, de um raciocínio, a partir das marcas do passado, segundo as regras de uma crítica. Mas a história que se elabora não consiste tão simplesmente na explicação de fatos. A produção da história tampouco é o encadeamento deles no tempo, em busca de explicações a posteriori. (VALENTE, 2007b, p. 04).

No caso desta dissertação, os fatos sobre o ensino da geometria na capital da Bahia em tempos do MMM são constituídos a partir dos rastros deixados nas coleções didáticas e de documentos do MMM. Tanto os manuais como os demais documentos, quando submetidos a questionamentos, se transformarão em fontes.

Tomar-se-á emprestadas as reflexões teóricas elaboradas e discutidas pela nova historiografia, com os ensinamentos dos historiadores Marc Bloch e Michel de Certeau.

A tarefa do historiador pode passar por simples. Sê-lo-ia, talvez, se nos encontrássemos em presença de uma arte aplicada sobre a qual já nos detemos o suficiente ao enumerar, uma após as outras, suas manipulações longamente experimentadas. Mas a história não é a relojoaria ou a marcenaria. É um esforço para conhecer melhor: por conseguinte, uma

coisa em movimento. (BLOCH, 2001, p. 46)<sup>48</sup>.

Coloca-se como historiográfico o discurso que compreende seu outro – a crônica, o arquivo, o documento, quer dizer, aquilo que se organiza em texto folheado do qual uma metade, contínua, se apoia sobre a outra, disseminada, e assim se dá o poder de dizer o que a outra significa sem o saber. Pelas citações, pelas referências, pelas notas e por todo o aparelho de remetimentos permanentes a uma linguagem primeira, ele se estabelece como saber do outro. Ele se constrói segundo uma problemática de processo, ou de citação, ao mesmo tempo capaz de fazer surgir uma linguagem referencial que aparece como realidade, e julgá-la a título de um saber. (CERTEAU, 2000, p. 101).

Como esta pesquisa centra-se nos conteúdos de geometria presentes em outros tempos, será preciso compreender a história das disciplinas escolares, bem como seu significado, entender sua organização, seleção de conteúdos, entre outros fatores. É necessário reconhecer que a matemática escolar comporta não só as práticas docentes da aula, mas também as grandes finalidades que presidiram sua constituição e o fenômeno de aculturação de massa que ela determina.

O estudo das disciplinas escolares merece um foco especial, pois coloca em evidência o poder criativo da escola, pondo um fim na crença de que ela tem um caráter de passividade frente à cultura do meio externo:

o sistema escolar é o detentor de um poder criativo insuficientemente valorizado até aqui, é que ele desempenha na sociedade um papel o qual não se percebeu que era duplo: de fato ele forma não somente os indivíduos, mas também uma cultura que vem por vez penetrar, moldar, modificar a cultura da sociedade global. (CHERVEL, 1990, p. 184).

A cultura do sistema escolar e suas práticas tornam-se objetos significativos nas investigações em história da educação. A definição de cultura escolar considerada aqui é a de Dominique Julia:

um conjunto de normas que definem conhecimentos a ensinar e condutas a inculcar, e um conjunto de práticas que permitem a transmissão desses conhecimentos e a incorporação desses comportamentos; normas e práticas coordenadas a finalidades que podem variar segundo épocas (finalidades religiosas, sociopolíticas ou simplesmente de socialização. Normas e práticas não podem ser analisadas sem levar em conta o corpo profissional dos agentes que são chamados a obedecer a essas ordens e, portanto, a utilizar dispositivos pedagógicos encarregados de facilitar sua aplicação, a saber, os professores primários e os demais professores. (2001, p.10 e 11).

Toda documentação produzida pelas práticas escolares se constituem em fontes de pesquisa, sobre as quais o historiador da educação vai se debruçar para a

---

<sup>48</sup> Bloch escreveu os textos contidos nesse livro na década de 1940, mas somente em 2001 esses textos foram transformados em livro.

construção da história de um ensino.

Segundo Chervel, a primeira documentação que aparece para a análise do historiador são os textos oficiais de origem governamental dirigidos ao sistema escolar. Entretanto, apesar de oferecerem vestígios das finalidades do ensino, cabe ao pesquisador desconfiar deles, pois as finalidades reais não estão propriamente inscritas nessas fontes, elas podem surgir nas classes sem estarem formuladas.

Cada época produziu sobre sua escola, sobre suas redes educacionais, sobre os problemas pedagógicos, uma literatura frequentemente abundante: relatórios de inspeção, projetos de reforma, artigos ou manuais de didática, prefácios de manuais, polêmicas, [...]. É essa literatura que, ao menos tanto quanto os programas oficiais esclareciam os mestres sobre sua função e que dá hoje a chave do problema. (CHERVEL, 1990, p. 191).

Para encontrar quais são as finalidades de ensino em uma determinada época é necessário que o historiador utilize dois tipos de documentação: a que trata dos objetivos fixados e a que trata da realidade pedagógica.

Nesta pesquisa, consideram-se as orientações do Seminário de Royaumont, o Programa Moderno proposto em Dubrovnik, os Anais da I CIAEM, entre outros, como documentos que tratam dos objetivos fixados durante o MMM. Os documentos que tratam da realidade pedagógica são as coleções didáticas produzidas em Salvador pelo grupo liderado por Martha Dantas.

A história dos conteúdos, além de ser o componente central, é o pivô da constituição da história das disciplinas escolares. E tem o papel de tratar a relação entre esses ensinos com as finalidades às quais eles estão designados e com os resultados concretos que produzem.

Há momentos em que a evolução das finalidades desarranja o curso de uma disciplina. Esses períodos são bons para os historiadores reconstruírem com exatidão a natureza da finalidade, pois é aí que surge uma dupla e distinta documentação: novos objetivos impostos por um movimento de renovação do sistema escolar e novas práticas docentes ao tentar caminhos ainda não trilhados ou ao experimentar soluções que tentam lhes impor.

Para a construção da história de uma disciplina escolar, a primeira tarefa do pesquisador é estudar os conteúdos de ensino, que podem ser encontrados numa vasta documentação escolar, destacando-se as coleções didáticas, nas quais pode se verificar um fenômeno chamado por Chervel de “vulgata”:

Em cada época, o ensino dispensado pelos professores é, grosso modo,

idêntico, para a mesma disciplina e para o mesmo nível. Todos os manuais ou quase todos dizem então a mesma coisa, ou quase isso. Os conceitos ensinados, a terminologia adotada, a coleção de rubricas e capítulos, a organização do corpus de conhecimento, mesmo os exemplos utilizados ou os tipos de exercícios praticados são idênticos, com variações aproximadas. São apenas essas variações, aliás, que podem justificar a publicação de novos manuais e, de qualquer modo, não apresentam mais do que desvios mínimos: o problema do plágio é uma das constantes da edição escolar. (CHERVEL, 1991, p.203).

Entretanto, segundo Chervel, “as vulgatas evoluem e se transformam”, existem períodos em que surgem coleções didáticas que podem dar origem a uma nova organização da disciplina:

O estudo desses novos manuais poderá revelar importantes elementos constituintes da trajetória histórica de uma dada disciplina escolar. Caberá ao historiador indagar em que medida o aparecimento de uma nova proposta — apresentada num manual audacioso e inédito — foi capaz de fertilizar produções didáticas posteriores e de ser apropriada por elas, a ponto de converter-se numa *nova vulgata* que, em certa medida, poderá atestar o sucesso da nova proposta contida no manual transformador. (VALENTE, 2008a, p. 142).

O MMM foi um momento em que a matemática escolar desestabilizou e fez surgir novos manuais. Como o grupo de Salvador se apropriou do ideário do MMM na elaboração de sua primeira coleção didática em relação ao ensino da geometria? Essa é uma das questões que a presente pesquisa pretende responder, que pode também levar a responder se o manual elaborado, pelos autores, constituiu-se em um manual inovador e converteu-se em uma nova vulgata.

Uma das particularidades das coleções didáticas produzidas em Salvador é que os autores estavam vinculados com a Universidade e a escola secundária, ou seja, com a cultura acadêmica e a cultura escolar. Omar Catunda era um eminente matemático representante da cultura acadêmica brasileira, já as autoras Martha, Eunice, Neide e Norma possuíam vínculo com as duas culturas.

Vale lembrar que o conceito de cultura escolar usado aqui é definido pelo conjunto de normas e práticas estabelecidas por professores e alunos no ensino básico; o conceito de cultura acadêmica é entendido como define Duarte:

o conjunto de normas e práticas que professores e estudantes concretizam na universidade, incluindo aí o saber escolar como uma forma de saber científico, e, portanto, como uma maneira de expressar normas e práticas científicas de matemáticos e professores universitários. (2007, p. 41).

Analisar o local onde as coleções didáticas, fonte principal desta pesquisa, estão inseridas é de fundamental importância. Como dito, esses manuais



transitaram entre a cultura escolar e a acadêmica. Para Duarte (2007), a cultura escolar não está fechada na própria escola, ela sofre influências da cultura acadêmica; contudo, não a segue rigorosamente, faz suas próprias apropriações.

As disciplinas escolares, para Chervel, são um produto da escola que se apropria do saber científico, sofrendo transformações para se adequarem ao ensino dos alunos. Essas adaptações são feitas por pedagogos, pessoas externas à escola. Segundo o autor, é no seio escolar que elas realmente se transformam por meio dos protagonistas do ensino aprendizagem, ou seja, professor e aluno.

Estima-se ordinariamente de fato que os conteúdos de ensino são impostos como tais à escola pela sociedade que a rodeia e pela cultura na qual se banha. Na opinião comum, a escola ensina as ciências, as quais fizeram suas comprovações em outro local. Ela ensina gramática porque a gramática, criação secular dos linguistas, expressa a verdade da língua, ela ensina as ciências exatas, como a matemática, e quando ela se envolve com a matemática moderna é pensar-se porque acaba de ocorrer uma revolução na ciência matemática. (CHERVEL, 1990, p.1 80).

Chervel (1990) salienta que as disciplinas escolares não estão sozinhas, e ao construir a história de uma delas é preciso analisar todos os agentes que circundam a escola, as influências internas e externas. Também é necessário considerar que esses fatores possuem características peculiares e interferem na constituição da cultura escolar. Em algumas pesquisas sobre a história do MMM no Brasil, observa-se que não foram considerados esses agentes, o que gerou em muitos pesquisadores a conclusão precipitada de que esse movimento fracassou.

Entretanto, o MMM caracterizou-se por ações da cultura acadêmica, que pretendia introduzir e transferir conceitos e métodos para a cultura escolar (ensino primário e secundário). Chervel (1990) diz que essas transferências não ocorrem de maneira tranquila:

quando a escola recusa, ou expulsa depois de uma rodada, a ciência moderna, não é certamente por incapacidade dos mestres de se adaptar, é simplesmente porque seu verdadeiro papel está em outro lugar, e ao querer servir de reposição para alguns “saberes eruditos”, ela se arriscaria a não cumprir sua missão ( p. 183).

Para que ocorra um entendimento do objeto em que os historiadores da educação irão trabalhar será preciso, segundo Julia (2001), transitar por três vias:

1ª Análise das normas e finalidades que regem a escola – os textos normativos devem sempre remeter às práticas, nos tempos de calma ou nos tempos de crise encontra-se mais facilmente o funcionamento verdadeiro das

finalidades impostas à escola;

2ª A profissionalização dos professores – na análise histórica da cultura escolar também é importante avaliar o processo em que ocorreu a profissionalização do trabalho do educador;

3ª Análise dos conteúdos ensinados e práticas escolares – tais conteúdos e práticas fazem parte de um produto específico da escola, chamado de disciplina escolar. Quando os conteúdos mudam, as práticas e a própria disciplina também mudam.

Embora Julia considere essas três vias na produção historiográfica, este estudo está centrado na terceira via, ou seja, na análise dos conteúdos ensinados e práticas escolares que estão presentes nas coleções didáticas produzidas na capital da Bahia.

As contribuições teórico-metodológicas de Alan Choppin ajudam a tratar o livro didático como uma das fontes de pesquisa para a produção da História do ensino da Geometria. Para esse pesquisador, todo livro didático é um produto social de uma determinada época, e ainda, como objetos complexos, seus traços característicos e sua evolução histórica são resultados de um grande número de parâmetros. A natureza desses parâmetros é diferente e que implica em interlocutores diversos, o que constitui um rico e importante objeto de análise para o pesquisador.

Segundo Choppin (2004), os livros didáticos exercem quatro funções: referencial, instrumental, ideológica/cultural e documental. Essas funções podem sofrer mudanças segundo o ambiente sociocultural, a época, as disciplinas, os níveis de ensino, os métodos e as formas de utilização.

Nesta pesquisa, a análise dos livros didáticos está relacionada com as funções referencial e instrumental, que, segundo Choppin:

1. **Função referencial**, o livro didático é então apenas a fiel tradução do programa ou, quando se exerce o livre jogo da concorrência, uma de suas possíveis interpretações. Mas, em todo o caso, ele constitui o suporte privilegiado dos conteúdos educativos, o depositário dos conhecimentos, técnicas ou habilidades que um grupo social acredita que seja necessário transmitir às novas gerações.

2. **Função instrumental**: o livro didático põe em prática métodos de aprendizagem, propõe exercícios ou atividades que, segundo o contexto, visam a facilitar a memorização dos conhecimentos, favorecer a aquisição de competências disciplinares ou transversais, a apropriação de habilidades, de métodos de análise ou de resolução de problemas (2004, p. 553).

Tal análise investigará se a geometria abordada nas coleções didáticas, produzidas pelo grupo de Salvador, em alguma medida orientou-se pelo referencial das propostas do MMM. Além disso, verificará se os autores tinham a intenção de introduzir uma metodologia que facilitasse a aprendizagem e o desenvolvimento dos conhecimentos no campo da geometria, ou melhor, se suas obras serviram como um instrumento para adquirir competências e habilidades geométricas.

Além dessas funções<sup>49</sup>, Choppin diz que a análise histórica sobre os livros didáticos deve levar em consideração duas categorias de análise:

A primeira concebe o livro como um documento histórico e interessa-se pelo conteúdo ensinado.

A história que o pesquisador escreve não é, na verdade, a dos livros didáticos: é a história de um tema, de uma noção, de um personagem, de uma disciplina, ou de como a literatura escolar foi apresentada por meio de uma mídia particular; além disso, é frequente que os livros didáticos constituam apenas uma das fontes às quais o historiador recorre. (CHOPPIN, 2004, p. 554).

A segunda analisa o livro didático como um objeto físico, um produto fabricado, comercializado, distribuído, um utensílio concebido em função de certos usos, consumido e avaliado, dentro de um contexto.

O historiador dirige sua atenção diretamente para os livros didáticos, recolocando-os no ambiente em que foram concebidos, produzidos, distribuídos, utilizados e “recebidos”, independentemente dos conteúdos dos quais eles são portadores. (CHOPPIN, 2004, p. 554).

Esta pesquisa enquadra-se na primeira categoria, pois tem como objetivo analisar os conteúdos de geometria presentes nas coleções didáticas, através de discussões com outros documentos. Entretanto, a segunda categoria também será

---

<sup>49</sup> Sobre as outras duas funções, Choppin (2004) diz: - **Função ideológica e cultural:** é a função mais antiga. Instrumento privilegiado de construção de identidade, geralmente ele é reconhecido, assim como a moeda e a bandeira, como um símbolo da soberania nacional e, nesse sentido, assume um importante papel político. Essa função, que tende a aculturar — e, em certos casos, a doutrinar — as jovens gerações, pode se exercer de maneira explícita, até mesmo sistemática e ostensiva, ou, ainda, de maneira dissimulada, subreptícia, implícita, mas não menos eficaz. - **Função documental:** acredita-se que o livro didático pode fornecer, sem que sua leitura seja dirigida, um conjunto de documentos, textuais ou icônicos, cuja observação ou confrontação podem vir a desenvolver o espírito crítico do aluno. (CHOPPIN, 2004, p. 553).

contemplada, quando a pesquisa tratar da concepção, produção e utilização das coleções.

Choppin traz outras contribuições fundamentais que serão consideradas nesta pesquisa, entre elas destacam-se: os tipos de análise dos conteúdos, as influências e empréstimos de outras fontes na elaboração desses livros.

A análise científica dos conteúdos, para Choppin, é marcada por duas grandes tendências: a primeira é a crítica ideológica e cultural dos livros didáticos e a outra, segue a análise do conteúdo nos livros didáticos de acordo com uma perspectiva epistemológica ou propriamente didática.

Os autores de livros didáticos não são somente espectadores ou reprodutores de seu tempo: eles querem ser agentes. O livro didático transforma a realidade com a finalidade de educar as novas gerações, fornecendo uma imagem deturpada esquematizada, modelada do real, de forma a favorecer o ensino. O historiador se interessa pela análise dessa ruptura entre a ficção e o real, ou melhor, pelas intenções dos autores.

se a análise do conteúdo ideológico e cultural transcende as disciplinas e naturalmente a preferência recai sobre os livros didáticos que apresentam um conteúdo mais genérico, o mesmo não ocorre com a análise epistemológica e didática: ela se ancora em uma disciplina de referência que possui suas próprias finalidades, seus conteúdos de ensino e seus métodos de aprendizagem específicos. (CHOPPIN, 2004, p. 558).

Como os autores se apropriaram do ideário do MMM na elaboração de sua primeira coleção didática é um dos questionamentos deste trabalho, para tanto será utilizado o conceito de apropriação definido por Roger Chartier (1991).

Segundo Chartier, a “apropriação visa uma história social dos usos e das interpretações referidas a suas determinações fundamentais e inscritas nas práticas específicas que as produzem” (p.180). O autor enfatiza a multiplicidade de interpretações e usos, além da liberdade criadora dos sujeitos em contato com textos, leis e normas.

No caso das coleções didáticas do grupo de Salvador, busca-se saber quais foram as apropriações feitas pelos autores, a partir das propostas do ideário do MMM, bem como trazer à tona propostas de outros livros didáticos da época estudada.

Na visão de Chartier, o historiador atual, ao investigar algumas mudanças que são produzidas em determinadas sociedades, não deve pensar que o que acontece

num determinado local é uma prática de uma hierarquia sobre um grupo de pessoas. Os indivíduos receptores têm uma participação no que é aplicado e, portanto, não devem estar ausentes da investigação histórica. Seria um erro acreditar que uma prática cultural pode ser instituída em outra sociedade sem a interferência do meio social receptor.

Chartier enfatiza que existem diferentes interpretações de leitura de um texto, dadas por indivíduos de uma mesma comunidade ou de outra.

O essencial é, portanto, compreender como os mesmos textos – sob formas impressas possivelmente diferentes – podem ser diversamente aprendidos, manipulados, compreendidos.

A leitura não é somente uma operação abstrata de inteligência: é pôr em jogo o corpo, é inscrição num espaço, relação consigo ou com o outro. Por isso devem ser reconstruídas as maneiras de ler próprias a cada comunidade de leitores. (CHARTIER, 1991, p. 181).

No ideário do MMM foram produzidos textos com conteúdos e metodologias idealizados pela cultura acadêmica internacional, como as discussões presentes no Seminário de Royaumont, no Programa Moderno de Dubrovnik e na I CIAEM, entre outros. No entanto, ao se aproximar de outra cultura, no caso a brasileira, tanto a Universidade como a cultura escolar fizeram recepções e interpretações diferentes, o ideário internacional foi reconstruído para a realidade brasileira.

A presente pesquisa debruça-se sobre a reconstituição dos caminhos percorridos pelo grupo de Salvador, frente às propostas modernizadoras para o ensino da geometria.

## 4 TRAJETÓRIAS DE UM GRUPO DE PESQUISA

Apresenta-se, neste capítulo, a trajetória profissional de Omar Catunda e Martha Dantas, dois dos autores das coleções didáticas que serão analisadas no próximo capítulo. Tal trajetória tem o objetivo de procurar elementos e vestígios na vida profissional dos autores, para entender como foi o processo de concepção e apropriação dos conteúdos de geometria em seus livros didáticos.

As informações aqui disponibilizadas foram extraídas de entrevistas e publicações dos autores, encontradas em Salvador nas bibliotecas da Universidade Federal da Bahia. Outras informações foram obtidas em artigos, dissertações e teses que discutem a efetiva contribuição de Catunda e Dantas no ensino de geometria no secundário. Em um segundo momento, aborda-se a trajetória de Catunda e Dantas unidos em Salvador para a elaboração das coleções didáticas.

### 4.1 Omar Catunda

Como já exposto, a principal fonte de estudo desta pesquisa são as coleções didáticas produzidas em Salvador durante as décadas de 1960 a 1980. Um dos autores dessas obras é o matemático e professor Omar Catunda. Ao apresentar a trajetória acadêmica de Catunda, espera-se mostrar como um representante da cultura acadêmica transformou-se num autor de livros didáticos destinados aos cursos ginasiais.

Cabe salientar que grande parte dos fatos e informações incluídos neste trabalho resulta de leituras e interpretações realizadas a partir da tese de doutorado de Duarte (2007).

Omar Catunda obteve, em 1925, o primeiro lugar no exame vestibular da

Escola Politécnica da Universidade de São Paulo (USP). Em 1930, depois de formado como engenheiro, trabalhou na Prefeitura de Santos, até que foi contratado pela Faculdade de Filosofia, Ciências e Letras da USP (FFCLUSP) como assistente de Luigi Fantappié<sup>50</sup>, na disciplina Análise Matemática.

Orientado por Fantappié, Catunda começou a estudar a Teoria dos Funcionais Analíticos e, posteriormente, entre 1938 e 1939, realizou estudos pós-graduados na Universidade de Roma, sobre esse mesmo tema. Ao retornar, foi nomeado professor interino responsável pela cadeira de Análise Matemática e Superior, e à Chefe do Departamento de Matemática da FFCLUSP.

Em 1944 defendeu a tese *Sobre os fundamentos da teoria dos funcionais analíticos*, tornando-se catedrático de Análise Matemática com o título de doutor e livre-docente.

Catunda preconizava uma formação para o professor de matemática a partir de uma abordagem dos conteúdos matemáticos. Embora suas sugestões fossem baseadas preponderantemente na teoria matemática, sem explorar aspectos pedagógicos inerentes às atividades educacionais, não se afastava, contudo, das questões de ensino propriamente ditas.

Já em 1945, expressava a intenção de revisar os programas do ensino secundário de Matemática, de modo que esse ensino atingisse todos os indivíduos da sociedade brasileira. (DUARTE, 2007, p. 186, 187).

Em 7 de abril de 1945 foi fundada a Sociedade de Matemática de São Paulo (SMSP), com o intuito de “estimular e manter um interesse ativo pela Matemática, incentivar a pesquisa nesse ramo da ciência e estudar as questões relativas ao seu ensino de grau secundário e superior” (DUARTE, 2007, p.187). A primeira diretoria foi constituída por Omar Catunda (presidente), Candido Lima da Silva Dias (vice-presidente), Luiz Henrique Jacy Monteiro (secretário geral), Benedito Castrucci (tesoureiro), entre outros.

Em 1946, os resultados dos concursos de ingresso para a carreira militar prestados tanto pelos alunos que concluíram os quatro anos do Ginásio, quanto pelos que concluíram os três anos do Curso Científico, foram desastrosos. Essa constatação empolgou a opinião pública, e com isso abriu um debate na imprensa chamado de *A decadência do ensino secundário*.

---

<sup>50</sup> Luigi Fantappié, a convite de Theodoro Ramos, veio ao Brasil implantar o Departamento de Matemática da FFCLUSP, durante os anos de 1934 a 1939.

Longos debates públicos foram realizados. Catunda, como presidente da SMSP e professor de Análise Matemática da FFCLUSP, foi convidado a pronunciar sua opinião acerca das dificuldades pelas quais passava o ensino secundário daquela época, em maio de 1949, no Diário da Noite. Para o matemático, as principais causas que podiam ser atribuídas à decadência do ensino secundário recaíam sobre o programa exigido, as questões burocráticas das autoridades e a falta de preparo dos professores.

Uma das medidas tomadas pela SMSP foi nomear uma comissão especialmente encarregada de organizar e convocar reuniões para discutir os problemas do ensino secundário. Participavam dessa comissão os professores Osvaldo Sangiorgi, Abraão Bloh e Ester Resnik<sup>51</sup>.

Segundo Catunda, as provas do concurso para professores de matemática nas escolas oficiais do Estado sugeriam diversos problemas relacionados com o ensino de Matemática no secundário. Esta constatação levou-o a debater esse assunto em conferência no Instituto de Engenharia, quando foram sugeridas reuniões específicas na Sociedade de Matemática para tratar acerca do reflexo das sucessivas reformas sofridas pelo ensino de Matemática, e ainda, a falta de orientação apresentada pela maioria dos professores. (DUARTE, 2007, p. 191).

Em 1953 Omar Catunda escreveu o artigo intitulado *O ensino da Matemática na escola secundária*, publicado no primeiro número da revista *Notas de Matemática e Física*<sup>52</sup>. Nesse artigo ele comenta sobre o ensino da Matemática no secundário e tenta responder à indagação: Para que serve o ensino de Matemática?

O valor desse estudo reside não na matéria aprendida, mas no hábito adquirido de um processo de raciocínio puro, universal e absoluto; a mente que aprendeu uma vez esse processo de raciocínio, pode esquecer todas as fórmulas, regras e denominações estudadas, mas saberá, diante de um problema ou de uma situação real, discernir as premissas, simplificar ou esquematizar os dados e tirar as conclusões que se impõem, pelo menos em uma primeira aproximação da realidade. (CATUNDA, 1953 apud DUARTE, 2007, p. 194).

Nesse mesmo artigo, Catunda fez referências ao ensino da Geometria e

---

<sup>51</sup> Os três foram diplomados pela FFCLUSP nas turmas de matemática de 1941, 1942 e 1947 respectivamente (ANUÁRIO, 1939-1949 apud DUARTE, 2007, p. 191).

<sup>52</sup> Essa revista foi criada em 1953 com o objetivo de atender aos anseios dos alunos da graduação, bem como aos dos professores secundários. A revista era elaborada pelos alunos dos cursos de Matemática e Física da FFCLUSP e dirigida pelo aluno Ubiratan D'Ambrosio.



Álgebra, e recomendou procedimentos desejáveis aos professores e organizadores de programas de Matemática para se obter uma melhoria do ensino dessas áreas no secundário.

É no estudo da Geometria que tradicionalmente se introduzem explicitamente as noções lógicas de proposição, teorema, corolário, hipótese, tese, etc. [...] bem conduzido o ensino, como constantes referências a exemplos concretos e frequentes exemplos de aplicação, como os problemas de construção com régua e compasso, obtêm-se certamente um desenvolvimento notável de capacidade de raciocínio. Para isto é necessário que o professor não se restrinja à exigência de regras decoradas e fórmulas de cálculo de comprimento de segmentos e de áreas de figuras planas, que só servem para encher a cabeça dos pobres alunos, e dedique o melhor de seu esforço para conseguir que os alunos compreendam o desenvolvimento do raciocínio em todas as fases. (CATUNDA 1953, apud DUARTE, 2007, p. 195).

Em 1954, o Conselho Diretor da Associação Brasileira de Educação (ABE) solicitou a alguns professores secundaristas e de faculdades que dessem seus pareceres sobre o programa do ensino secundário vigente. Catunda foi convidado pela ABE para dar seu parecer sobre o programa oficial de matemática:

Catunda indicou como principal crítica ao ensino de matemática no secundário a sua forma de apresentação que, segundo ele, era excessivamente formalista. Ao invés de professores, examinadores e fiscais, alunos e seus pais preocuparem-se com a eficiência real do ensino, qual, seja, a formação da cultura e da personalidade do estudante, os fatores que valorizavam eram os aspectos formais, burocráticos, provas e exercícios corretos, exames bem feitos, certificados de promoção e diplomas.

Para Catunda, entretanto, era necessário insistir num preceito já acolhido pela maioria dos pedagogos, mas violado no cotidiano escolar: "O ensino da matemática no ginásio deve servir para desenvolver a capacidade de raciocínio, e não para dar ao aluno o conhecimento de regras e fórmulas de aplicação simples ou imediata". Ou seja, em todo o curso secundário, não se deve dar nunca uma regra sem a necessária justificação". (DUARTE, 2007, p. 196, 197, 198).

A Geometria Clássica, para ele, deveria ser ensinada de maneira elementar, contudo de modo rigoroso e sistemático, sem formalismos inúteis. Catunda sugeriu a retirada de temas do programa, que não contribuíam para o desenvolvimento do raciocínio do aluno. As modificações nos conteúdos referentes à geometria foram:

1º Ciclo

Penso que deveria deixar toda a Geometria plana no quarto ano, onde seria feito um estudo completo e sistemático dessa parte da Matemática que é essencial para o curso secundário e que hoje em dia é a mais sacrificada.

2º Ciclo

[...] estudo das superfícies cilíndrica, cônicas e de revolução.

Transferir o estudo das secções cônicas para a 3ª série, onde penso deveria ser restabelecido o estudo elementar de algumas transformações em Geometria: simetria, homotetia, semelhança, rotação e translação.

(CATUNDA, 1954 apud DUARTE, 2007, p. 200).

Outro posicionamento significativo de Catunda quanto ao ensino da geometria no secundário foi na I CIAEM realizada em 1961. Ao discutir as propostas do MMM diz:

Outro problema que no Brasil é profundamente distinto do que é na Europa, é o da geometria euclidiana. O professor Dieudonné alega que o ensino médio perde muito tempo com a geometria clássica, segundo os moldes de Euclides. No Brasil, o problema é outro. Com a liberdade que têm, os professores de dar apenas 75% do programa [...] se encontram com frequência estudantes que praticamente não aprendem nada de geometria. [...], a fórmula que reivindicaria para o Brasil não é *Abaixo Euclides!*, senão ao menos *Euclides!* (CATUNDA, 1961, p.65).

No segundo capítulo desta dissertação, ao mencionar as propostas defendidas por Dieudonné no Seminário de Royaumont, após ter proferido tão eloquente frase: *Abaixo Euclides!* Verificou-se que as ideias dele, não eram para abolir a Geometria Euclidiana, mas sim ensiná-la sob o enfoque da geometria moderna que estava sendo desenvolvida no campo acadêmico. Dieudonné questionava os métodos adotados que ainda eram da Geometria de Euclides. Sua frase foi interpretada como uma recomendação de se abandonar o ensino da geometria de Euclides, o que gerou muitas críticas ao Movimento.

Pode-se dizer que após participação no I CIAEM, Omar Catunda assumiu o compromisso de divulgação do movimento internacional de renovação do ensino da matemática no secundário. E, junto ao GEEM, realizou diversas ações no sentido de difundir a Matemática Moderna no Brasil:

o Jornal Folha de São Paulo, de 21 de maio de 1962, “Professores discutem ensino da Matemática Moderna”. Nesse encontro, Catunda presidiu a reunião no GEEM, assessorado por Osvaldo Sangiorgi e realizado nas dependências da Faculdade de Filosofia da Universidade Mackenzie, com o objetivo de apresentar relatórios sobre as experiências realizadas e pertinentes à introdução da Matemática Moderna no ensino secundário. Discutiu-se acerca dos assuntos mínimos de um programa da matemática para o ginásio, enfatizando os conceitos de conjuntos e estruturas e de como adequá-los ao programa de matemática em vista da LDB. (DUARTE, 2007, p. 207).

A trajetória acadêmica de Omar Catunda mostrou que ele foi um reconhecido matemático brasileiro, tanto para a academia como para a sociedade.

Catunda pertencia à cultura acadêmica, sua trajetória profissional construiu-se na Universidade, entretanto tinha preocupações com o ensino de matemática no secundário e como matemático era chamado para discutir os problemas do ensino.

Apesar de sua especialidade na FFCLUSP ser em Análise Matemática, seus pareceres sobre o ensino de matemática não deixavam de discutir a importância dos estudos em geometria.

#### 4.2 Martha Dantas

Apresenta-se aqui a trajetória acadêmica da professora baiana Martha Dantas, por ser ela, líder do grupo que produziu livros e ministrou cursos com o propósito de introduzir a Matemática Moderna em Salvador. Ao traçar a trajetória de Dantas, espera-se encontrar indícios de como se deu o processo de apropriação do ensino da geometria e o tratamento consolidado desse saber nas coleções didáticas.

Para tanto, foram usadas obras publicadas por Dantas, como entrevistas, livros, tese, entre outros documentos encontrados nas bibliotecas da Universidade Federal da Bahia (UFBA), antiga Universidade da Bahia (UBa)<sup>53</sup> localizada em Salvador.

Martha Maria de Souza Dantas ingressou na Faculdade de Filosofia da Universidade da Bahia (FFUBa) em 1945, onde fez o curso de Bacharelado e Licenciatura em Matemática concluído no ano de 1948. No dia seguinte de sua formatura foi convidada pelo Dr. Isaias Alves, diretor na época dessa mesma faculdade, para dirigir o Ginásio de Aplicação que seria inaugurado em 1949.

Peça importante na estrutura da Faculdade de Filosofia, o Colégio de Aplicação, nos termos da lei destinava-se à prática docente dos alunos matriculados no Curso de didática. (DANTAS, 1993, p.12).

Em 1952, Dantas foi convidada para lecionar Didática Especial da Matemática na FFUBa, em substituição ao professor Aristides da Silva Gomes<sup>54</sup>. Ela

---

<sup>53</sup> Em 1968 com a Reforma Universitária a UBa passou para UFBA.

<sup>54</sup> Professor Catedrático da FFUBa.

não se sentia apta para assumir o cargo, então conseguiu permissão da Faculdade para observar o ensino da matemática em países da Europa. Visitou a Bélgica, Inglaterra e a França, acompanhando aulas em colégios e faculdades.

Na Bélgica, nas aulas de Metodologia Especial da Universidade Livre de Bruxelas, verificou que a universidade orientava os futuros professores na preparação de aulas de geometria com as demonstrações.

Na Inglaterra, observou que os ingleses valorizavam o ensino da geometria, que inicialmente era bastante intuitivo; o método de ensino era o da redescoberta, “o aprender fazendo”.

Já na França, o que mais lhe chamou a atenção foram os estágios realizados em Sèvres, dos quais participavam professores de todas as regiões da França e de países estrangeiros. Esses estágios eram momentos de reflexão dos professores sobre as dificuldades, necessidades e conhecimentos dos alunos.

Nos países por mim visitados senti, imediatamente, a busca por um ensino melhor de matemática. A ênfase dada ao ensino da Geometria, com demonstração, revelava a importância dada ao raciocínio. Mas, o que mais me impressionou na França, em Sèvres, foi a vontade de se libertarem do processo expositivo de ensino, pesquisando novos modos de proceder. (DANTAS, 2002, p. 7).

Quando voltou da Europa, em 1953, Dantas deixou a Subdireção do Ginásio de Aplicação e decidiu, além de lecionar, ficar na Coordenação do Ensino de Matemática do mesmo ginásio. Ela tomou tal decisão, pois queria se dedicar mais ao ensino da matemática no secundário e ao curso de Didática da Matemática em nível superior.

Em 1954, Dantas publicou a coleção didática: *Matemática para a primeira, segunda, terceira e quarta série ginasial*, em parceria com Nilza da Rocha Santos e Helena Nogueira Bastos, pela Companhia Editora Nacional - SP.

Com as ideias observadas em sua viagem à Europa, promoveu em 1955 o I Congresso Brasileiro de Ensino de Matemática no Curso Secundário (I CBEM) em Salvador, com o escopo de reunir professores de matemática de todo o país, para analisar a situação existente e traçar novos rumos para o ensino de matemática. Compareceu nesse congresso representantes do Distrito Federal, Rio Grande do Sul, Espírito Santo, Pernambuco, Rio Grande do Norte e São Paulo. Dantas destaca a presença de Omar Catunda: “único professor de matemática do ensino superior,

de fora da Bahia” (1993, p. 27).

Em 1958 obteve uma bolsa de estudos do Instituto de Alta Cultura de Lisboa para observar o ensino da matemática em nível secundário. Em Portugal realizou um curso sobre Álgebra Linear na Faculdade de Ciências de Lisboa com o professor Almeida Costa. Após esse curso, nos anos de 1960 a 1962, ela ministrou a disciplina Álgebra Moderna e Álgebra Linear no Instituto de Matemática e Física da UBa.

No período em que esteve na Faculdade de Lisboa, conheceu o matemático Sebastião e Silva. Sebastião tinha como uma das suas preocupações a formação de professores de nível médio. Era autor de livros didáticos e ministrava cursos de atualização para professores de nível médio, com a intenção de prepará-los para assumirem a introdução da Matemática Moderna no ensino secundário.

Em 1963, publicou uma nova coleção didática intitulada *Aritmética, Álgebra e Geometria – para o primeiro ciclo do curso médio*<sup>55</sup>, com Nilza da Rocha Santos e Helena Nogueira Bastos, pela Editora do Brasil - SP.

Com o estudo da trajetória de Martha Dantas foi possível constatar seu envolvimento e preocupação com o ensino secundário, para isso realizava cursos em outros países e publicava livros didáticos em editoras renomadas de São Paulo. Com o curso de Didática que ministrava, contribuía com a formação dos futuros professores de matemática. Dantas esteve sempre ligada com a cultura acadêmica e escolar.

#### 4.3 A produção de Didáticos em Salvador

---

<sup>55</sup> Há um exemplar de **Aritmética- para o primeiro ciclo do curso médio** na biblioteca central da UFBA com o conteúdo: Números inteiros, Operações fundamentais, Divisibilidade aritmética – números primos, Números fracionários, Raízes, Sistema legal de unidade de medir, Números irracionais, Razões e proporções – Aplicações Aritméticas, também não há vestígios da Matemática Moderna.

Os primeiros contatos entre os autores das coleções didáticas de Salvador começaram a ser estabelecidos em 1955 durante o I CBEM. Nesse congresso, Omar Catunda se impressionou com a situação do curso de Matemática da FFUBa, pois diferentemente da FFCLUSP, não formava cientistas; os jovens alunos eram formados para serem professores secundários e até então não tinham tomado contato com a Matemática Moderna, como os alunos da FFCLUSP. O curso da FFUBa contava apenas com quatro professores catedráticos, oriundos da Escola Politécnica.

Segundo Dias (2001), ao perceber o atraso no qual se encontrava a Matemática baiana, Catunda convidou a então recém-formada professora Arlete Vieira de Jesus<sup>56</sup> para realizar um estágio de pós-graduação na FFCLUSP.

Esse foi o primeiro de uma série de estágios que algumas das jovens e recém-formadas professoras baianas passaram a realizar em instituições matemáticas paulistas e cariocas. (DIAS, 2001, p. 144).

Arlete, agora Cerqueira, por adotar o sobrenome do marido, conheceu em São Paulo uma Matemática bem diferente da que era ensinada na UBa<sup>57</sup>. Quando retornou a Salvador tentou fundar um Centro de Estudos de Matemática, paralelamente ao curso de Matemática da FFUBa. A fundação desse local só se concretizou em meados de 1960, como Instituto de Matemática e Física da UBa (IMF-UBa): “um espaço institucional próprio e alternativo, onde poderiam praticar e difundir aquela concepção de matemática fora do raio de influência dos catedráticos da FF” (DIAS, 2001, p.159).

Segundo Dias (2001), a criação do IMF-UBa<sup>58</sup> se deu graças aos esforços e união das professoras Arlete Cerqueira, Martha Dantas, do professor de física, Ramiro de Porto Alegre Muniz, do reitor Edgar Santos e dos matemáticos Omar

---

<sup>56</sup> Quando casa passa a se chamar Arlete Cerqueira Lima.

<sup>57</sup> A Universidade da Bahia (UBa) foi fundada em 1946.

<sup>58</sup> O primeiro diretor responsável pelo departamento de matemática do Instituto de Matemática foi o matemático paulista Rubens Gouveia Lintz, em 1962, Lintz deixa o cargo e retorna para São Paulo.

Catunda e Leopoldo Nachbin<sup>59</sup>.

Em 1962, Catunda aposentou-se da FFCLUSP e, no ano seguinte, aceitou o convite de Arlete Cerqueira para assumir o cargo de diretor do IMF-UBa<sup>60</sup>. Impressionado com a situação do ensino da Matemática na Bahia, procurou contribuir para a modernização das atividades matemáticas. Teve como objetivo melhorar a formação dos professores, promovendo cursos, seminários, palestras e conferências para divulgar os resultados das pesquisas e estimular os alunos a exporem seus próprios trabalhos.

A partir de 1964, na direção desse instituto, Catunda e o grupo de professoras liderado por Martha Dantas iniciaram um projeto experimental com o objetivo de modificar os programas de matemática do secundário, para incluir conteúdos de Matemática Moderna. Segundo Freire (2009), em 1965 esse plano teve continuidade na Secção Científica de Matemática do Centro de Ensino de Ciências da Bahia (CECIBA).

Os Centros de Ensino de Ciências foram criados por um convênio entre o Ministério da Educação e Cultura, Universidades e as Secretarias de Educação em alguns estados do Brasil. Na Bahia, por meio desse convênio, criou-se em 1965 o CECIBA, dirigido pelo professor José Walter Bautista Vidal. Assim como outros centros, o CECIBA tinha como responsabilidade, produzir materiais didáticos, promover cursos de aperfeiçoamento e estágios para os professores:

Os Cursos Regulares eram desenvolvidos semestralmente, visando à atualização científica e metodológica dos professores, trabalhando conteúdos muitas vezes do ensino secundário com inclusão de novos métodos e currículos. Nas férias de janeiro e junho, o CECIBA proporcionava Cursos Intensivos, desenvolvidos em tempo integral, com a mesma finalidade dos cursos regulares, buscando atender principalmente os professores do interior da Bahia e de outros estados. Os Seminários, cursos rápidos sobre tópicos específicos relacionados às áreas das disciplinas científicas, principalmente para professores líderes. As palestras eram realizadas na Universidade ou nas escolas, com intenção de sensibilizar os professores para a necessidade de atualização e renovação dos seus conhecimentos. (FREIRE, 2009, p. 56).

---

<sup>59</sup> Foi matemático do Instituto Nacional de Matemática Pura e Aplicada (IMPA) do Rio de Janeiro.

<sup>60</sup> Catunda ficou neste cargo até 1968; nesse ano, com a Reforma Universitária, o IMF é desmembrado em dois Institutos – o de Matemática e o de Física.

A Secção Científica de Matemática (SCM) era formada por Martha Dantas, como coordenadora, Neide Clotilde de Pinho e Souza, Eunice Conceição Guimarães, Norma Coelho Araújo e Eliana Costa Nogueira, todas ex-alunas de Martha Dantas na FFUBa no curso de Didática da Matemática<sup>61</sup>.

A equipe do SCM, juntamente com Omar Catunda, elaborou o projeto *Desenvolvimento de um Currículo para o Ensino Atualizado da Matemática* para introduzir a Matemática Moderna no ensino secundário, através da construção de um programa curricular e da produção de livros didáticos. Esta proposta foi levada para ser experimentada no Ginásio de Aplicação da UFBA e também em alguns colégios estaduais de Salvador.

Segundo Dantas, a criação do CECIBA foi de fundamental importância para a introdução da Matemática Moderna no ensino secundário:

Era preciso mudar os programas de Matemática porque a própria Matemática havia mudado. A linguagem era a dos conjuntos, o seu objeto era o estudo da estrutura, o seu método era o método axiomático.

Tratava-se da Matemática Moderna e sucediam-se as tentativas para introduzi-la em nível médio.

Finalmente, procedeu-se a redação de textos que tornassem os programas elaborados exequíveis, permitindo introduzir no curso secundário os conceitos então recomendados. A redação dos novos textos foi viável porque contamos, para isso, com a colaboração de Omar Catunda que aceitou, inclusive, a proposta que lhe fizemos de usar, na abordagem da geometria, as transformações geométricas, recomendação centenária – feita por Felix Klein no século passado. (DANTAS, 1993, p. 23).

Os textos aos quais ela se refere estão na biblioteca central da UFBA, contidos numa apostila datilografada datada de 1966, com as seguintes informações: *Apostila de Matemática – 1ª série ginásial*<sup>62</sup> - Curso experimental segundo os novos métodos do ensino da matemática. Publicada pela UBa – Centro de Ensino de Ciências da Bahia (CECIBA), elaborada pelo grupo de Matemática do Departamento Estadual de Educação, constituído pelas professoras: Martha M.

---

<sup>61</sup> Todas também foram professoras da UBa e do ensino secundário da capital baiana.

<sup>62</sup> Conteúdo: Conjuntos e Relações; Número e Numeral; Sistema de Numeração; Bases; Operações com números naturais; Propriedades estruturais; Adição, Adição e ordem; Subtração, Subtração e ordem; Multiplicação, Multiplicação e ordem; Potência de um número natural; Multiplicação de um número por uma potência de dez; Múltiplos de um número; Divisão exata, Divisão e ordem; Quociente de potências de mesma base; Divisão inexata; Regra de divisão euclidiana de um número natural por 10 elevado a p; Expressões aritméticas.



Dantas, Eliana Costa Nogueira, Maria Augusta Araújo Moreno e supervisão de Omar Catunda.

Esse projeto e outras atividades desenvolvidas na Bahia ganham reconhecimento quando Martha Dantas é convidada a representar o Brasil na // *Conferência Interamericana de Educação Matemática* (II CIAEM). Esse encontro foi realizado em 1966 na cidade de Lima/Peru e teve como intuito expor os resultados alcançados, em cada país, das propostas discutidas na I CIAEM. Os representantes do Brasil foram Osvaldo Sangiorgi e Martha Dantas, profissionais efetivamente envolvidos com o ensino de matemática no secundário, ao contrário da primeira conferência em que os participantes eram matemáticos.

Na II CIAEM, o professor e matemático, Marshall Stone chama atenção para o estabelecimento antecipado de um currículo moderno que deveria ser a base e o ponto de partida para se alcançar a melhoria da qualidade do ensino da Matemática nas escolas secundárias. Sugere ainda a reunião de um grupo de professores interessados em elaborar esse currículo citando as atividades realizadas em São Paulo e na Bahia pelos professores Omar Catunda, Osvaldo Sangiorgi e Martha Maria de Souza Dantas. (SOARES, 2001, p. 83).

Stone comentou as iniciativas de São Paulo e Bahia na implantação da Matemática Moderna no ensino secundário, a partir dos relatos de Dantas e Sangiorgi sobre as atividades que estavam sendo desenvolvidas tanto pelo GEEM como pela SCM do CECIBA. Dessa forma, Stone reconhece tanto os trabalhos de Sangiorgi, como o de Catunda e Dantas; a Bahia e São Paulo estavam engajados no MMM.

Apesar de não conviver com o cotidiano escolar, Catunda incentivava e promovia o ensino da Matemática Moderna no ensino secundário, tanto na Bahia como junto ao GEEM. Segundo Dias

Catunda trouxe de São Paulo suas boas relações profissionais e pessoais com Osvaldo Sangiorgi, do GEEM, geralmente considerado como um dos protagonistas do MMM no Brasil. Além disso, cartas enviadas para Omar Catunda por Howard Fehr, Marshall Stone, Leopoldo Nachbin e Alfredo Pereira Gomes, dentre outros, entre 1963 e 1966 [...], tratando sobre a educação matemática, constituem-se em testemunhos sobre o papel desempenhado por Catunda como representante brasileiro do MMM, em particular, nos congressos interamericanos de educação matemática. (2007, p. 8).

Catunda participava ativamente dos congressos brasileiros com apresentação de trabalhos. No V Congresso Brasileiro do Ensino da Matemática (V CBEM),

ocorrido em janeiro de 1966 em São Paulo<sup>63</sup>, ele ministrou um curso intitulado *Geometria - Tratamento Moderno*. Nos Anais do congresso foram encontrados somente os assuntos tratados nesse curso:

1. Representação dos números na reta, ordenação.
2. Soma de números reais. Vetores. Translações. Soma de vetores.
3. Simetria. Composição de simetrias. Composição de simetria com uma translação. Grupo de isometrias.
4. Homotetias. Composição de homotetias com translação.
5. Exercícios. (CONGRESSO, V CBEM, 1966, p. 33).

Pela relação de assuntos parece que a geometria moderna tratada por Catunda rompe com a forma tradicional de se introduzir os estudos da geometria.

No mesmo congresso de 1966, o professor Scipione Di Pierro Netto apresentou uma aula-demonstração intitulada *Trabalho dirigido no Ensino da Geometria*. Nos Anais encontra-se o resumo dessa aula, Scipione diz que no trabalho dirigido com os alunos que estão iniciando a aprendizagem da geometria, aplica-se o método heurístico e o processo da redescoberta.

O tema da aula do professor Scipione foi *Ângulos formados por duas retas coplanares e uma transversal*, sendo organizada em três fichas. Na primeira, apresentou os conceitos e definições de ângulos formados por duas retas coplanares e uma secante; em seguida, propôs atividades para o aluno construir, observar e responder. As outras duas fichas seguiram o modelo da primeira atividade. O autor afirma: “Neste processo, as propriedades são elaboradas pelos alunos que as constroem” (SCIPIONE apud CONGRESSO, V CBEM, 1966, p. 64).

Nestas atividades há uma tímida presença da linguagem dos conjuntos, do tipo:  $r \cap s = \{D\}$ . Nota-se que o tema trabalhado pelo professor é um conteúdo clássico da Geometria Elementar, com a inclusão de uma nova metodologia e linguagem. Tais características, em alguma medida, estão presentes no Programa Moderno de Dubrovnik para o primeiro ciclo, onde recomendava uma metodologia que levasse o aluno, por meio de construções, observações e conjecturas, às propriedades.

Apesar da metodologia usada por Scipione mostrar proximidades com as

---

<sup>63</sup> Esse congresso foi realizado no Centro Técnico da Aeronáutica (CTA), localizado na cidade de São José dos Campos, SP.

sugestões de Dubrovnik, o tratamento dado à geometria parece seguir os padrões clássicos e não contempla o aspecto moderno discutido nas conferências internacionais. No entanto, o curso de Catunda sobre Geometria, realizado no mesmo congresso, expressa consonâncias com as discussões de Royaumont e da I CIAEM no trabalho com a geometria via estruturas algébricas, vetores e transformações geométricas.

Catunda e Dantas, nas atividades com a Matemática Moderna na SCM do CECIBA, estavam atualizados acerca das práticas modernas de ensino que se desenvolviam em outros países. Os dois no V CBEM, conversaram com George Papy<sup>64</sup> sobre a possibilidade de enviarem professores do CECIBA para estagiarem no Centro Belga. Eles consideravam importante observar o estudo que era realizado naquele local em torno do ensino da geometria pelas transformações geométricas, que coincidia com os realizados na Bahia, para a implantação do projeto *Desenvolvimento de um Currículo para o Ensino Atualizado da Matemática*.

Papy ofereceu duas bolsas de estudos e, mais tarde, outras duas. Em meados de 1966, as quatro professoras: Eliana, Eunice, Neide e Norma - foram para a Bélgica. Passaram um ano naquele país se preparando para introduzir a Matemática Moderna no ensino secundário da Bahia.

Com a ida das nossas já mencionadas companheiras de trabalho à Bélgica, conseguimos um modelo de projeto para a introdução da Matemática Moderna na escola secundária, depois de analisá-lo, fomos obrigadas a rejeitá-lo por ser demasiadamente abstrato.

Desenvolvemos um projeto menos audacioso que o da Bélgica, que foi testado no Colégio de Aplicação da UBa. Posso garantir que não houve prejuízo para os alunos. E a experiência do Aplicação nos ajudou a encontrar o equilíbrio devido. A crítica dos professores que executavam a experiência, a reação dos alunos a ela submetidos e as recomendações dos Congressos internacionais que se realizavam periodicamente, auxiliaram a tarefa de avaliação do trabalho feito. (DANTAS, 1993, p. 28).

Observa-se, pelo relato de Dantas, que a SCM do CECIBA não adotou o modelo belga para o ensino da geometria. Segundo Choppin (2004), a influência da literatura escolar nacional não deve ser superestimada; as publicações estrangeiras,

---

<sup>64</sup> George Papy, educador matemático belga. Direcionou seu trabalho no Centro Belga de Pedagogia da Matemática para a melhoria da matemática escolar de modo a integrá-la àquela ensinada na universidade, desenvolvendo um programa rigoroso, com enfoque em Espaços Vetoriais e Geometria das Transformações.

importadas ou traduzidas, que são destinadas à formação de educadores (obras de pedagogia geral, revistas pedagógicas etc.) são testemunhos da circulação de conteúdos de ensino e métodos pedagógicos. Isso possivelmente aconteceu com os grupos que difundiam a Matemática Moderna no Brasil, ao utilizarem os livros do SMSG, de George Papy, entre outros, para prepararem professores e elaborarem coleções didáticas com conteúdos de Matemática Moderna.

Os materiais didáticos aos quais Dantas cita, fazem parte do acervo da Biblioteca Central da UFBA. O volume I não possui data e os autores são: Martha M. Dantas, Eliana Costa Nogueira, Maria Augusta Araújo Moreno, sob orientação de Omar Catunda e com colaboração na 1ª revisão de Norma Coelho de Araújo, Eunice da Conceição Guimarães e Neide Clotilde de Pinho e Souza. Esse volume contém os mesmos conteúdos da já mencionada *Apostila de Matemática – 1ª série ginasial* de 1966. Os volumes II<sup>65</sup> e III<sup>66</sup> foram produzidos nos anos de 1968 e 1969, respectivamente.

Omar Catunda na Bahia, como já dito, estava orientando a SCM do CECIBA na divulgação e implantação da Matemática Moderna. Mesmo distante de São Paulo, ele mantinha relações com Osvaldo Sangiorgi em prol de difundir a Matemática Moderna no Brasil. Rosa Lima (2006), em sua pesquisa no Arquivo Pessoal de Sangiorgi, elencou informações que indicam esse relacionamento. Catunda foi a São Paulo em 1967 apresentar uma palestra sobre o ensino moderno da geometria:

Em São Paulo o curso de férias de Matemática Moderna do GEEM foi realizado de 02 a 21 de janeiro de 1967, destinou-se aos professores secundaristas [...]

No 1º estágio, os professores-alunos estudavam em período integral, sendo dividido em dois momentos: um para as disciplinas e outro para assistir às palestras ministradas pelos professores Omar Catunda, referente ao ensino da Geometria Moderna e por Douglas Belluono [...]. (ROSA LIMA, 2006, p.75, 76).

---

<sup>65</sup> Conteúdos: Raiz Quadrada; Razão e Proporção; Números inteiros relativos; Números Racionais Relativos; Equações do 1º grau com uma incógnita; Inequações do 1º grau com uma incógnita; Sistemas de equações do 1º grau com duas incógnitas.

<sup>66</sup> Conteúdos: Noções de lógica; Números reais; Reta; Geometria Afim do Plano; Geometria Euclidiana: Distâncias e Polígonos.

Provavelmente essa geometria moderna apresentada por ele era fruto do projeto da SCM do CECIBA, que estava desenvolvendo junto ao grupo de Dantas.

Em 1970, as atividades do CECIBA foram encerradas, mas os autores continuaram a divulgar o projeto de matemática elaborado na SCM. Tal fato é constatado porque no ano de 1971, os manuais didáticos dessa proposta foram publicados em formato de livros e também, no mesmo ano, Dantas defendeu uma tese com esse projeto.

Os manuais didáticos de matemática do CECIBA foram editados, sob o título *Ensino Atualizado da Matemática 1, 2, 3 e 4, Curso Ginásial*, Editora EDART-SP. Nesse novo formato, Catunda não aparece mais como orientador e sim como autor juntamente com Martha, Eunice, Neide, Eliana e Maria Augusta de Araújo.

Nos livros, os autores conservam os conteúdos e a metodologia empregados da obra anterior. Esses manuais, ao terem a publicação de uma editora paulista, ganham a possibilidade de serem divulgados por todo o território nacional. O nome de Catunda como autor, possivelmente, foi um *marketing*, para dar maior credibilidade à coleção.

Dantas defendeu uma tese em 1971 para ingressar no Concurso de Professor Titular da área de Metodologia e Prática de Ensino da Matemática, realizado na Faculdade de Educação da UBa. Com o título *Sobre a metodologia da Matemática*, tratou dos assuntos, que se deveria ensinar, para alcançar os objetivos do ensino da matemática em nível secundário. Abordou os conceitos que constavam dos programas do Projeto *Desenvolvimento de um Currículo para o Ensino Atualizado da Matemática*, experimentado em Salvador.

Tal projeto surgiu como uma necessidade imperiosa de atender as recomendações resultantes de Conferências e Congressos nacionais e internacionais sobre o ensino da Matemática e foi elaborado por uma equipe de professores de matemática de nível médio e superior (da qual faço parte) sob orientação do professor Omar Catunda, quando se fundou o Centro de Ensino de Ciências da Bahia – CECIBA. (DANTAS, 1971, p. 2).

Os assuntos tratados na tese foram: a linguagem dos conjuntos, as principais estruturas algébricas (anel, grupo e corpo) e as transformações geométricas.

Limitar-me-ei a tratar apenas de três dos temas que considero fundamental para atingir os objetivos do ensino da matemática em nível secundário, levando em conta as transformações operadas nesta ciência, nos últimos anos. (DANTAS, 1971, p. 2).

Quando comenta sobre as estruturas algébricas, Dantas deixa bem claro que o ideal seria que o estudo das estruturas de grupo fosse iniciado a partir das transformações geométricas. Ela apresenta esse conceito como uma importante ferramenta no ensino da geometria e ao longo do trabalho, refere-se às considerações e definições feitas por Felix Klein, defensor do estudo da geometria pelas transformações, desde 1872.

Em sua tese, Dantas diz que nos manuais didáticos *Matemática Moderna III* e *Matemática Moderna IV* existem muitos exemplos de utilização do conceito de transformações que permitem simplificar as demonstrações dos teoremas e propriedades de figuras. Afirma que o trabalho de geometria contidos nesses livros são graças a Catunda, que idealizou a reformulação da matéria relativa à geometria escolar. No final a autora comenta que o projeto de atualização do ensino de matemática estava no sexto ano de experimentação no Colégio de Aplicação da UBa e na fase de implantação em alguns Colégios Estaduais.

Dantas e suas colaboradoras Eliana, Norma, Eunice e Neide, por volta de 1975, iniciaram o projeto para a melhoria do ensino da matemática<sup>67</sup>, com o apoio de Omar Catunda e Arlete Cerqueira Lima<sup>68</sup>. Esse novo trabalho intitulou-se *Processo entre a exposição e a descoberta* (PROED), e foram elaborados livros-textos em formato de fichas.

As críticas, que se faziam ao ensino da Matemática Moderna em nível médio, recomendavam um retrocesso do caráter abstrato e dedutivo com que se tratavam as estruturas matemáticas e uma maior concentração sobre a compreensão e aplicação dessas estruturas, considerada num nível menos formal, recomendava-se, por exemplo, omitir o estudo explícito da teoria dos grupos podendo, no entanto, manter considerações e aplicações que a colocassem em relevo.

E o projeto foi reestruturado; novos programas foram elaborados e novos textos redigidos – não mais no CECIBA porque este desapareceu, não mais na Universidade porque nos disseram: - “Não há lugar para pesquisa de ensino médio na Universidade” (década de 70).

Mas a oportunidade que o CECIBA nos proporcionou de introduzir Matemática Moderna no curso secundário, de analisar os êxitos obtidos e as dificuldades criadas para o aluno pelo ensino adotado, para então buscar outros caminhos justificou, plenamente, a sua criação. Não fora a experiência do CECIBA e até hoje estaríamos sem saber por que rejeitar a

---

<sup>67</sup> Destinado ao ensino de quinta e oitava série do primeiro grau.

<sup>68</sup> Ajudou a divulgar o projeto *Processo entre a exposição e a descoberta*, entre os professores da Bahia.

Matemática Moderna e em que medida ela deveria ser rejeitada – definir o que devia ser excluído e o que era preciso conservar de tudo que foi feito. (DANTAS, 1993, p. 25, 26).

A coleção do PROED, usada na presente pesquisa, encontra-se nos arquivos do GHEMAT<sup>69</sup> este exemplar parece ser uma das primeiras tiragens do grupo. Não foi publicada por uma editora e não existe registro do ano. Os autores são Dantas, Eliana, Neide, Eunice e Catunda. Nas primeiras folhas da coleção, Dantas e Arlete Cerqueira fazem agradecimentos a várias empresas, amigos e professores de alguns institutos da UFBA e da Universidade Estadual de Feira de Santana, pelas contribuições para a reedição. Provavelmente, o apoio de Cerqueira se deu na busca de recursos para a impressão dos livros e Catunda em orientações sobre os conteúdos.

Numa entrevista no ano de 1993, Dantas diz que o projeto do PROED em fase experimental começou a ser aplicado em 1975, no Colégio Estadual Duque de Caxias por Eunice, Neide e Eliana. Disse também que, no final dos anos 1970, a Escola Parque experimentou o projeto, porém foi interrompido e voltou em 1987.

Na Biblioteca de Física da UFBA existem exemplares de 7<sup>a</sup> e 8<sup>a</sup> séries do PROED, doados por Dantas. Esses exemplares foram publicados por duas editoras: Editora Fator, no ano de 1990, e Editora Contexto, sem data. Curiosamente não há vestígios dessa obra na Biblioteca Geral da UFBA, onde estão localizados o acervo de matemática.

No ano de 1988, o grupo de Salvador lançou uma nova versão do PROED, com publicação da editora da UFBA (EDUFBA). Foram editados três livros tratando somente dos conteúdos de geometria: O primeiro, *As transformações geométricas e o ensino da geometria*, destinados aos professores; o segundo e terceiro, *As transformações geométricas e o ensino da geometria* - volume 1 e 2, que contêm fichas de trabalho, destinados aos alunos de sétima e oitava série do primeiro grau.

*As transformações geométricas e o ensino da geometria* foi reeditada pela EFUFBA em 1996 e 1998 e consta do catálogo atual da editora<sup>70</sup>. Nos dias de hoje

---

<sup>69</sup> O GHEMAT possui um centro de documentação localizado na região metropolitana de São Paulo - informações: [www.ghemat.mat.br](http://www.ghemat.mat.br).

<sup>70</sup> Esta informação foi constatada recentemente na *home page* da editora.

os volumes 1 e 2 fazem parte da bibliografia do programa de matemática do vestibular da UFBA (ANEXO II).

Os três volumes dessa coleção, usados na presente pesquisa, foram adquiridos num sebo na cidade de Salvador<sup>71</sup> e são encontrados no acervo da biblioteca central da UFBA.

Segundo Dantas, o PROED foi adotado por algumas escolas: Colégio Particular Soledade em 1988; Escola Reitor Miguel (Calmon-Sesi-Fieb) e Colégio Particular Nossa Senhora da Piedade de Ilhéus em 1990; Instituto Municipal de Educação em 1992, levado pela professora Adelaide Reis Mendonça da Faculdade de Educação da UFBA.

Com a história das publicações dos autores de Salvador constatou-se que suas coleções didáticas tiveram vida longa, com mais de trinta anos de pesquisa. Parece que eles adotaram e mantiveram a proposta do ensino da geometria via transformações geométricas, preconizadas pelo MMM, mesmo após esse Movimento já ter declinado.

---

<sup>71</sup> O volume destinado aos professores, com edição de 1988, o volume I de 1996 e o volume II de 1998..



## 5 A GEOMETRIA MODERNA NOS DIDÁTICOS DE SALVADOR

Este capítulo analisa as quatro coleções didáticas, com foco na proposta do ensino da geometria. Cabe lembrar que essas obras foram produzidas pelo grupo de Martha Dantas entre os anos de 1971 e 1988. Um olhar nos prefácios, sumários e conteúdos tem por objetivo encontrar vestígios das intenções dos autores ao escreverem esses livros.

Primeiramente, será investigada a coleção *Ensino Atualizado 1, 2, 3 e 4*, para verificar como: são organizados, que tratamento e metodologia possuem e que conteúdos de geometria trazem. As propostas de Geometria Moderna, estudadas no segundo capítulo desta dissertação, serão chamadas para auxiliarem na discussão do programa baiano. Com as análises espera-se responder à questão: “Como os autores se apropriaram do ideário do MMM na elaboração da coleção didática de 1971?”; “Que geometria escolar foi proposta por eles?”. Em seguida, são analisadas outras obras, elaboradas fora da Bahia em tempos do MMM;

Num segundo momento, da mesma forma, apresentam-se as outras coleções do grupo, para responder à segunda questão desta pesquisa: “Como a geometria proposta pelos autores foi reformulada nas coleções de 1975 a 1988?”.

### 5.1 Coleção Didática – *Ensino Atualizado da Matemática*

A coleção didática *Ensino Atualizado da Matemática 1, 2, 3 e 4*, possui o mesmo conteúdo de geometria das apostilas do CECIBA. Todos os volumes trazem na capa figuras geométricas coloridas, possivelmente com a intenção de passar ao leitor a ideia que os autores enfatizavam: o ensino da geometria.

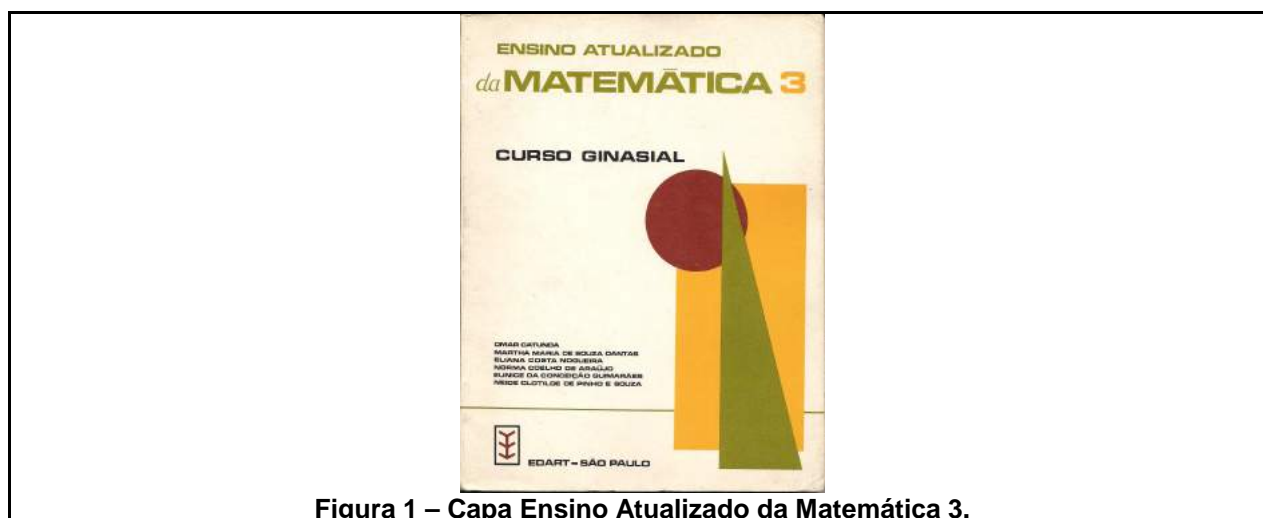


Figura 1 – Capa Ensino Atualizado da Matemática 3.

A organização das páginas segue uma diagramação diferente de outras obras produzidas na época; os textos são dispostos em duas colunas na mesma página, escritos com letras miúdas e tinta preta. Também em preto são apresentadas as figuras geométricas, ao contrário da capa colorida.

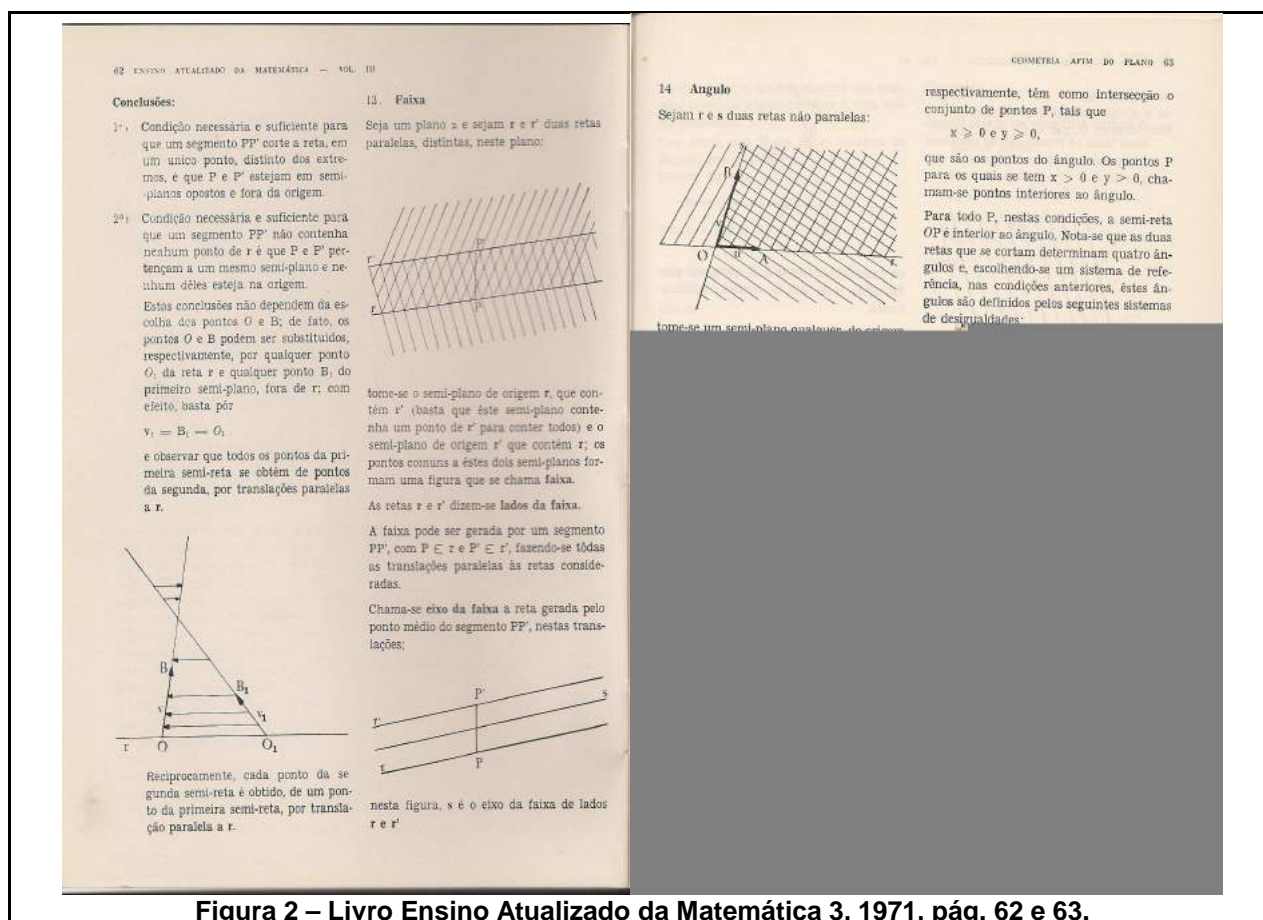


Figura 2 – Livro Ensino Atualizado da Matemática 3, 1971, pág. 62 e 63.

Os conteúdos são organizados da seguinte maneira: 1. Apresentação da

matéria (texto explicativo, teoria, definições); 2. Aplicações (exercícios resolvidos); 3. Exercícios para o aluno resolver, com resposta no final.

A exposição é realizada de forma direta, sem um diálogo com o aluno e não há orientações para o professor. Essa configuração pode ter sido adotada porque esses livros eram trabalhados antes com os professores em cursos promovidos pela SCM do CECIBA. Somente após foram levados para os colégios de Salvador. Entretanto, quando a coleção ganha uma distribuição nacional, continua sem incluir instruções para os professores. Osvaldo Sangiorgi, em 1963, ao lançar a sua coleção "*Curso Moderno de Matemática*", introduz pela primeira vez no país os guias aos professores, uma inovação para a época, que tinha o intuito de ajudar os professores com a Matemática Moderna, um recurso que o grupo baiano não adotou.

A metodologia seguida na maior parte dos conceitos trabalhados utiliza-se de textos com uma linguagem rigorosa. O aluno recebe todas as informações, sem espaço para interagir e não há praticamente atividades experimentais.

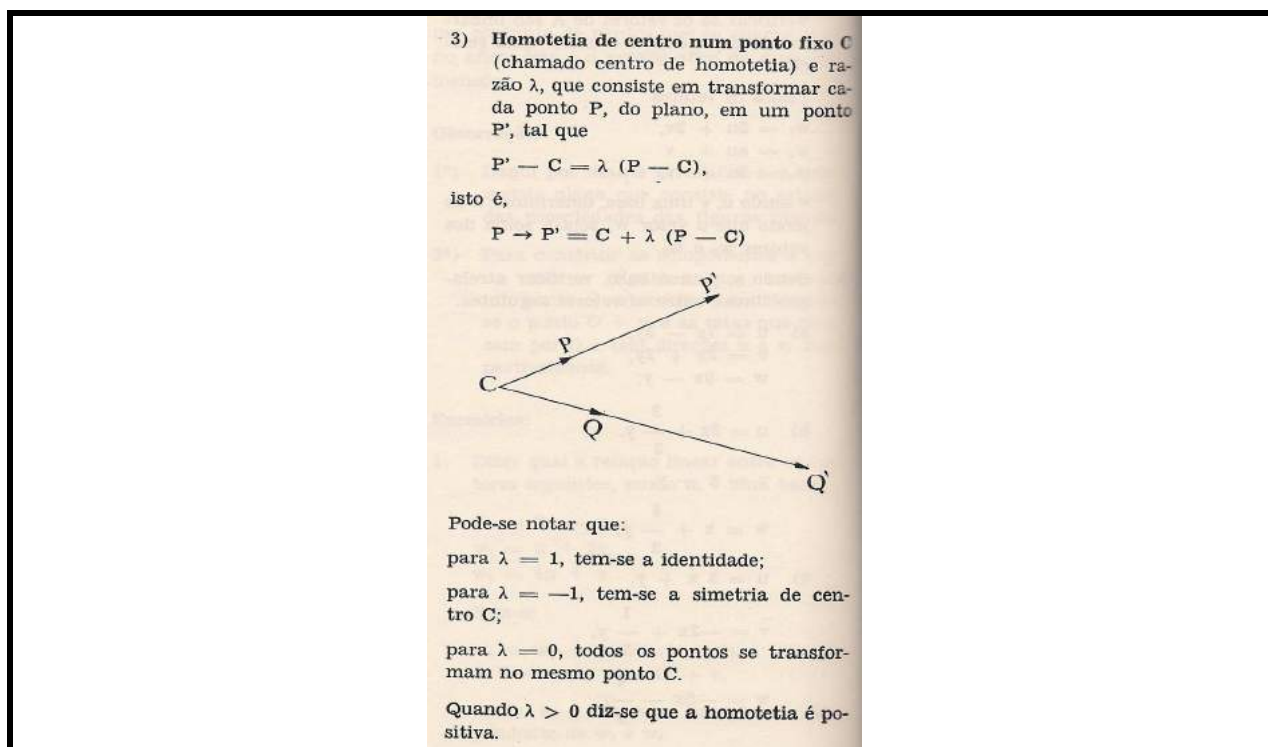


Figura 3 - livro Ensino Atualizado 3, 1971 - recorte da página 46

Tal procedimento emprega uma terminologia difícil e prematura; não usa

modelos materiais para favorecer a observação e a experiência; não oferece ao aluno a oportunidade para formular problemas e expor suas soluções, ou seja, a proposta dos autores parece discordar dos princípios metodológicos estabelecidos no programa moderno de Dubrovnik.

Os conteúdos de geometria são distribuídos nos livros 3 e 4. A seguir, serão analisados como eles são tratados.

No prefácio do livro 3, quando os autores anunciam os conteúdos, percebe-se que a geometria ganha espaço considerável com as transformações geométricas e os espaços vetoriais. Salientam que esse estudo deve partir da observação, estabelecendo propriedades intuitivas.

No terceiro ano ginasial, estudam-se, primeiramente, as transformações geométricas na reta. Em seguida, partindo da observação e tomando por base propriedades bastante intuitivas, introduz-se a estrutura de espaço vetorial do conjunto das translações no plano. O conjunto dos pontos do plano é, então, o espaço afim bi-dimensional associado ao espaço vetorial assim definido. Desta maneira se apresentam, naturalmente, as coordenadas cartesianas ligadas a um sistema de referência constituído por um ponto  $O$  e dois vetores não paralelos  $u$  e  $v$  (sistema  $Ouv$ ). (CATUNDA, 1971, p. VII).

Com essa afirmação, asseguram que os alunos terão um ensino mais dinâmico ao estudar a Geometria Afim, nota-se no prefácio que tal reformulação foi feita por Catunda.

Introduzindo-se a geometria afim na terceira série ginasial, reformulação idealizada pelo Professor Omar Catunda, consegue-se um ensino realmente dinâmico e altamente motivado, quer pela simplicidade das definições dos conteúdos introduzidos, quer pela sua aplicabilidade imediata ao estudo de outras ciências e mesmo aos cursos técnicos, quer pela oportunidade que oferece ao aluno para desenvolver a sua imaginação e capacidade de criação. (CATUNDA, 1971, p. VII, grifo nosso).

Em 1961 Catunda tinha uma posição contrária ao matemático Dieudonné quanto ao ensino da geometria. Dieudonné disse: “Abaixo Euclides!”, e Catunda: “No Brasil, ao menos, Euclides!”. Em 1968, com a publicação da apostila volume III do projeto desenvolvido no setor de matemática do CECIBA, o autor parece ter mudado de ideia sobre o tratamento dado a geometria escolar, pois coloca em sua obra uma proposta diferente da geometria clássica de Euclides. Tudo indica que Catunda mudou de ideia quando entrou em contato com o programa moderno de Dubrovnik, que recomendava uma nova abordagem para a geometria.

### 5.1.1 Ensino Atualizado da Matemática 3

No livro *Ensino Atualizado 3*, a geometria é trabalhada em todo o volume; o primeiro capítulo introduz noções de lógica, talvez com a intenção de preparar o aluno nas demonstrações dos teoremas de geometria.

Pelo quadro abaixo é possível observar que a obra apresenta a Geometria Afim e a Geometria Euclidiana. Uma característica distinta dos livros daquela época.

<p><b>Introdução</b></p> <p><b>NOÇÕES DE LÓGICA</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- Proposições</li> <li>- Funções proporcionais</li> <li>- Conjunções e disjunções</li> <li>- Implicação</li> <li>- Equivalência</li> <li>- Negação; Teorema</li> </ul>	<p><b>CAPÍTULO I</b></p> <p><b>NÚMEROS REAIS</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- Introdução</li> <li>- Números reais e ordem</li> <li>- Representação dos números reais na reta</li> <li>- Operações</li> <li>- Expressões algébricas racionais</li> <li>- Operações entre expressões algébricas</li> </ul>
<p><b>CAPÍTULO II</b></p> <p><b>RETA</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- Introdução</li> <li>- Translações na reta real</li> <li>- Simetrias na reta real</li> <li>- Conjunto das translações e simetrias</li> <li>- Transformação afim ou afinidade na reta</li> <li>- Homotetias na reta</li> </ul>	

CAPÍTULO III	CAPÍTULO IV
<p style="text-align: center;"><b>GEOMETRIA AFIM</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- Introdução</li> <li>- Translação no plano; Dilatações</li> <li>- Propriedade Espaço Afim; Vetores dependentes e independentes; Transformações no plano afim</li> <li>- Reta; Retas paralelas; Semi-reta e segmento; Equações da Reta no plano; Semi-planos; Faixa; Ângulo</li> <li>- Grupo Afim elementar; Semi-faixa; Triângulos; Paralelogramo; Propriedades do paralelogramo</li> <li>- Propriedades do triângulo; Homotetia no triângulo</li> <li>- Trapézio; Quadriláteros Polígono convexo</li> </ul>	<p style="text-align: center;"><b>GEOMETRIA EUCLIDIANA: DISTANCIAS E POLIGONOS</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- Simetria axial; Bissetriz de um ângulo</li> <li>- Projeção ortogonal; Composição de sistemas;</li> <li>- Transportes de segmentos; Rotação;</li> <li>- Comparação de ângulos; Medida de ângulo</li> <li>- Transporte de figuras</li> <li>- Congruência de triângulos; Triângulos isósceles</li> <li>- Propriedades de triângulos quaisquer; Triângulos Retângulos</li> <li>- Perpendiculares e oblíquas</li> <li>- Quadriláteros</li> <li>- Figuras semelhantes</li> <li>- Razão de segmentos orientados</li> </ul>

**Quadro 1 - retirado do índice do livro Ensino Atualizado 3**

No curso de geometria, ministrado por Catunda no V Congresso<sup>72</sup>, os conteúdos apresentam proximidades, com os do segundo capítulo da obra Ensino Atualizado 3. Como já dito, a primeira versão desse livro foi publicada em 1968, no formato de apostila pelo CECIBA, isso demonstra que os autores já estavam produzindo material com geometria moderna, antes mesmo das professoras Eliana, Eunice, Neide e Norma irem estagiar com Papy na Bélgica entre os anos de 1966 e 1967.

Observa-se que no segundo capítulo intitulado *Reta*, retoma-se a representação dos números racionais relativos, na reta real.

---

<sup>72</sup> 1. Representação dos números na reta, ordenação. 2. Soma de números reais, Vetores. Translações, Soma de vetores. 3. Simetria, Composição de simetrias, Composição de simetria com uma translação. Grupo de isometrias. 4. Homotetias. Composição de homotetia com translação. 5. Exercícios. (CONGRESSO, V CBEM, 1966, p. 33).

## 2. Translações na reta real

Quando se estudou a representação dos números racionais relativos, na reta, definiu-se uma aplicação  $f$  que a cada número racional  $x$  faz corresponder  $x + a$ , sendo  $a \in \mathbb{Q}$  e  $a$  fixo; esta aplicação foi chamada translação de vetor  $a$ ; viu-se, ainda, que o conjunto das translações de vetor  $a$  é um grupo abeliano em relação à composição de translações.

Figura 4 - livro Ensino Atualizado 3, recorte da página 22

Essa representação foi definida como uma aplicação chamada de translação de vetor. Os autores trabalham os números racionais na segunda série ginásial:

Define-se, também, para os números racionais relativos uma aplicação  $f$  que a cada número racional relativo,  $x$ , faz corresponder  $x + a$ , sendo

$a \in \mathbb{Q}$  e  $a$  fixo. Esta aplicação chama-se, também, **translação de vetor  $a$**  e é interpretada, facilmente, na reta.

O conjunto dessas translações é **fechado** em relação à composição de translações e essa operação goza da propriedade **associativa**, possui **elemento neutro**, e a cada translação corresponde a translação **oposta** ou **simétrica**. Vale, ainda, a propriedade **comutativa**. Portanto, o conjunto das translações é um **grupo abeliano** em relação à composição de translações.

Figura 5 - livro Ensino Atualizado 2, recorte das páginas 76 e 77.

Contudo, nos números inteiros, a translação de vetor já havia sido definida:

5. Translações na reta

Seja  $f$  a aplicação que a cada número inteiro relativo,  $x$ , faz corresponder  $x + a$ , sendo  $a \in \mathbb{Z}$ , e  $a$  fixo.

Em símbolos, tem-se:


$$f: \mathbb{Z} \rightarrow \mathbb{Z}$$

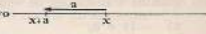
$$x \rightarrow x + a.$$

Essa aplicação, interpretada, facilmente, na reta, chama-se **translação de vetor  $a$** .

Na interpretação gráfica da adição dos números inteiros relativos, viu-se que, dado um número inteiro relativo,  $a$ , se  $a$  é positivo, qualquer que seja  $x$ ,  $x + a$  representa, sempre, um ponto à direita de  $x$ ; se  $a$  é negativo,  $x + a$  representa um ponto à esquerda de  $x$ ; se  $a = 0$ ,  $x + a$  representa o próprio  $x$ . Assim, se  $a$  é positivo, a translação  $x \rightarrow x + a$  consiste num deslocamento para a direita e, se  $a$  é negativo, num deslocamento para a esquerda e, se  $a = 0$ , o deslocamento é nulo e a translação é a identidade.

Tem-se:

para  $a$  positivo 

para  $a$  negativo 

Verifica-se, portanto, que existe uma correspondência biunívoca entre os números inteiros relativos e as translações de vetor  $a$ .

Considere-se, agora, uma translação de vetor  $a$ , tal que

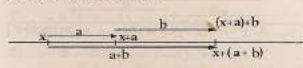
$$x \rightarrow x + a;$$

como  $x + a$  é um número inteiro relativo, pode-se considerar, também, uma translação de vetor  $b$ , tal que

$$x + a \rightarrow (x + a) + b =$$

$$= x + (a + b).$$

Gráficamente, tem-se:



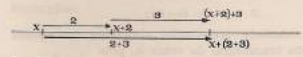
como se vê, a cada número inteiro relativo,  $x$ , sendo  $a \in \mathbb{Z}$  e  $b \in \mathbb{Z}$  fixos, pode-se fazer corresponder  $x + (a + b)$  ou, o que é o mesmo, considerar uma translação de vetor  $a + b$ , tal que

$$x \rightarrow x + (a + b);$$

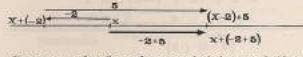
esta translação, chama-se **composta** das translações de vetores  $a$  e  $b$ .

Exemplos:

1) Para  $a = 2$  e  $b = 3$ , tem-se:



2) Para  $a = -2$  e  $b = 5$ , tem-se:



Como  $a$  e  $b$  são números inteiros relativos e existe uma correspondência biunívoca entre os números inteiros relativos e as translações, é fácil verificar que as propriedades válidas para a adição, no conjunto dos números inteiros relativos, são válidas no conjunto das translações (ou dos vetores sobre a reta) em relação à composição de translações.

Portanto, o conjunto das translações tem uma estrutura de **grupo comutativo**, em relação à composição de translações.


Com efeito, o conjunto das translações é fechado em relação à composição de translações, pois a composta de duas translações é, como se viu, uma translação; essa operação goza da propriedade associativa:



Figura 6 - livro Ensino Atualizado 2, recorte da página 63

Esse conceito foi iniciado na segunda série ginásial, para alunos entre os 12 anos de idade, com um tratamento via estruturas algébricas, sendo estendido para a representação dos números inteiros. Na terceira série, é retomada a translação de vetor para os números reais na reta real, como uma ampliação do conceito estudado na série anterior:

Também, na reta  $r$ , pode-se definir uma translação de vetor  $v$ , que a cada ponto  $P \in r$  faz corresponder um ponto  $Q \in r$ .



O vetor  $v$ , que leva  $P$  em  $Q$ , indica-se por

$$v = Q - P;$$

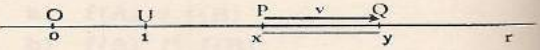
dado o ponto  $P$  e a translação de vetor  $v$ , o ponto  $Q$  obtido de  $P$ , por esta translação, diz-se **transformado de  $P$**  pela translação dada e indica-se por

$$Q = P + v.$$

Se a reta está referida a dois pontos  $O$  e  $U$ , correspondentes aos números 0 e 1, respectivamente, então, cada ponto da reta é representado por um número real, e ao vetor  $v$  corresponde, também, um número real de tal modo que se  $v$  é a diferença de dois pontos,  $Q$  e  $P$ , por exemplo, de abscissas  $y$  e  $x$ , respectivamente, então, ao vetor  $v$ , corresponde o número real

$$\alpha = y - x,$$

donde

$$y = x + \alpha;$$


o número real  $\alpha$  diz-se **valor algébrico** do vetor  $v$ ;  $|y - x| = |\alpha|$  diz-se **módulo** do vetor  $v$ , que, também, se indica por  $|v|$  ou  $|Q - P|$ , e é a **distância** entre os pontos  $P$  e  $Q$ .

Assim, as translações de uma reta, sobre si mesma, podem ser representadas por números reais, uma vez fixado o sistema de referência; essas translações formam, portanto, um grupo comutativo, em relação à operação de composição de translações. Essa operação de composição de translações

Figura 7 - livro Ensino Atualizado 3, recorte das páginas 22 e 23

Com a translação de vetor são definidas as transformações (translação e



simetria) na reta e suas composições. Os autores trabalham esses conceitos de forma algébrica e geométrica; no tratamento algébrico usam a Teoria dos Conjuntos (aplicação, conjunto) e as estruturas algébricas (grupo, composições). Ao final, concluem:

O conjunto das translações e simetrias forma um grupo, não comutativo, que tem um subgrupo comutativo que é o grupo das translações. Esse grupo diz-se grupo das isometrias na reta o que significa grupo das transformações que conservam a distância de dois pontos quaisquer. (1971, p. 28, grifo nosso).

O programa de Dubrovnik recomendava que as transformações deveriam se estudadas de um ponto de vista físico e intuitivo para o aluno investigar as propriedades das figuras, efetuadas através de: papel dobrado; reflexão; rotação; translação; recorte. Tal sugestão parece distoar da metodologia adotada pelo grupo de Salvador. Entretanto, Dubrovnik propunha o uso das propriedades e relações algébricas da teoria dos conjuntos, no ensino da Aritmética, Álgebra e Geometria; nesse aspecto, a proposta de geometria de Salvador possui similaridades.

A seguir define-se a transformação afim ou afinidade da reta, na forma geométrica e algébrica ( $x \rightarrow x' = ax + b$ ): “a translação e a simetria pontual são portanto as únicas transformações afins que conservam as distâncias” (CATUNDA, 1971, p. 29). Para finalizar, o segundo capítulo estuda-se as homotetias na reta. São apresentadas aplicações dos conceitos trabalhados e exercícios para o aluno resolver. Tal organização em grupo das transformações indica consonâncias com a tendência moderna para a geometria de Klein, discutida por Fehr na I CIAEM.

No terceiro capítulo, Geometria Afim do Plano, os autores relembram a representação dos números reais na reta, e estendem a definição de translação de vetor para o plano.

O conceito de translação de vetor, estudado na segunda série em representações dos números inteiros na reta, é retomado na reta real e, em seguida, expandido para o plano. Nota-se que o estudo da geometria se realiza de uma maneira diferente da tradicional.

## 2. Translações no plano

Considerem-se agora, os pontos de uma mesa ou do quadro negro; pode-se imaginar que estes objetos sejam prolongados em tôdas as direções; obtém-se, assim, a imagem de um ente geométrico chamado **plano**.

Suponha-se definida, entre os pontos do plano, uma correspondência que leva ca-

Figura 8 - livro Ensino Atualizado 3, recorte da página 38.

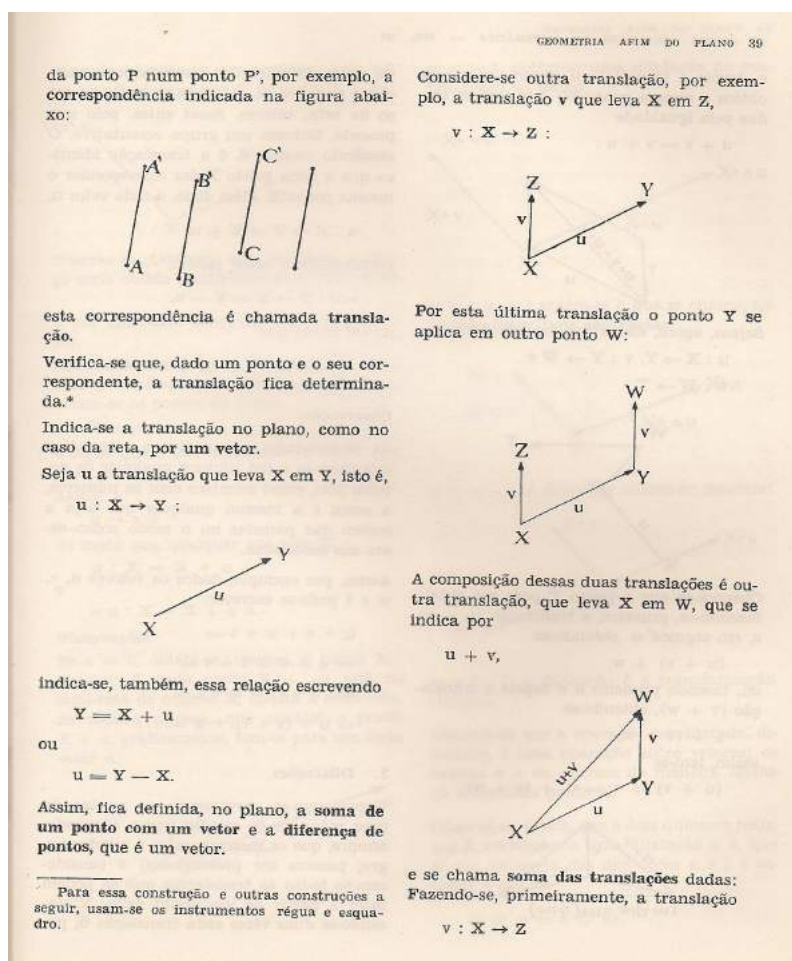


Figura 9 - livro Ensino Atualizado 3, página 39.

Estudam-se somas, dilatações das translações e suas propriedades com um tratamento algébrico e geométrico, o que mostra uma sintonia com as ideias de Dieudonné em Royaumont. Em seguida, espaço afim, vetores dependentes e independentes, conceitos um tanto abstratos para o ensino ginasial. Ensinados na

disciplina de Álgebra Linear, no nível superior, e recomendado pelo programa de Dubrovnik aos alunos do segundo ciclo, entre 15 e 18 anos de idade.

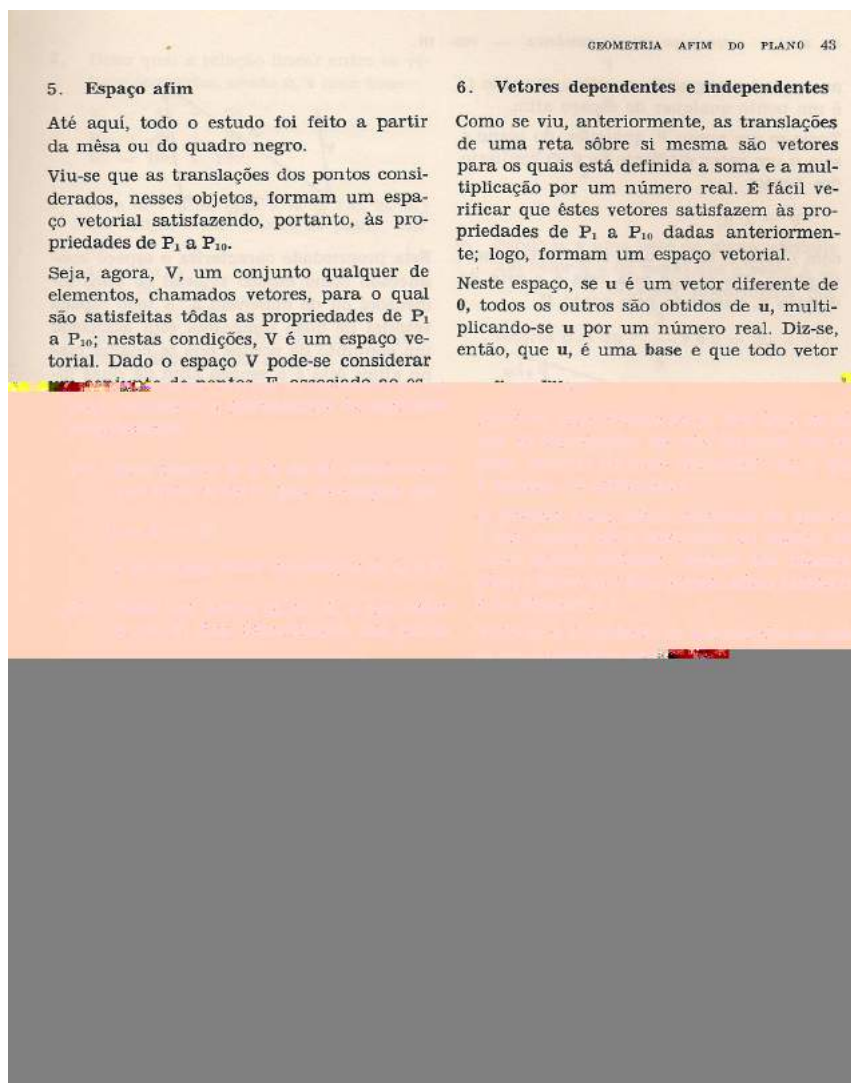


Figura 10 - livro Ensino Atualizado 3 - página 43.

A geometria plana é trabalhada no espaço afim<sup>73</sup>, percebe-se que os vetores e as transformações constituirão as bases desse estudo.

---

<sup>73</sup> reta; retas paralelas, semirretas e segmentos, equação da reta no plano, semiplano, faixa, ângulo, semifaixa, triângulo, paralelogramo e suas propriedades, homotetia no triângulo, trapézio.

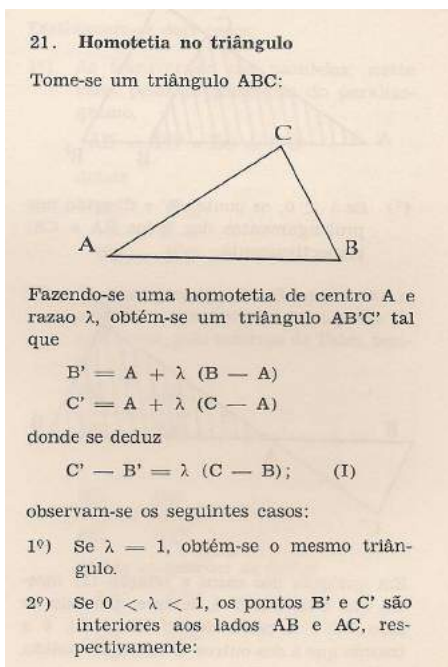


Figura 11 - livro Ensino Atualizado 3 - recorte da página 77

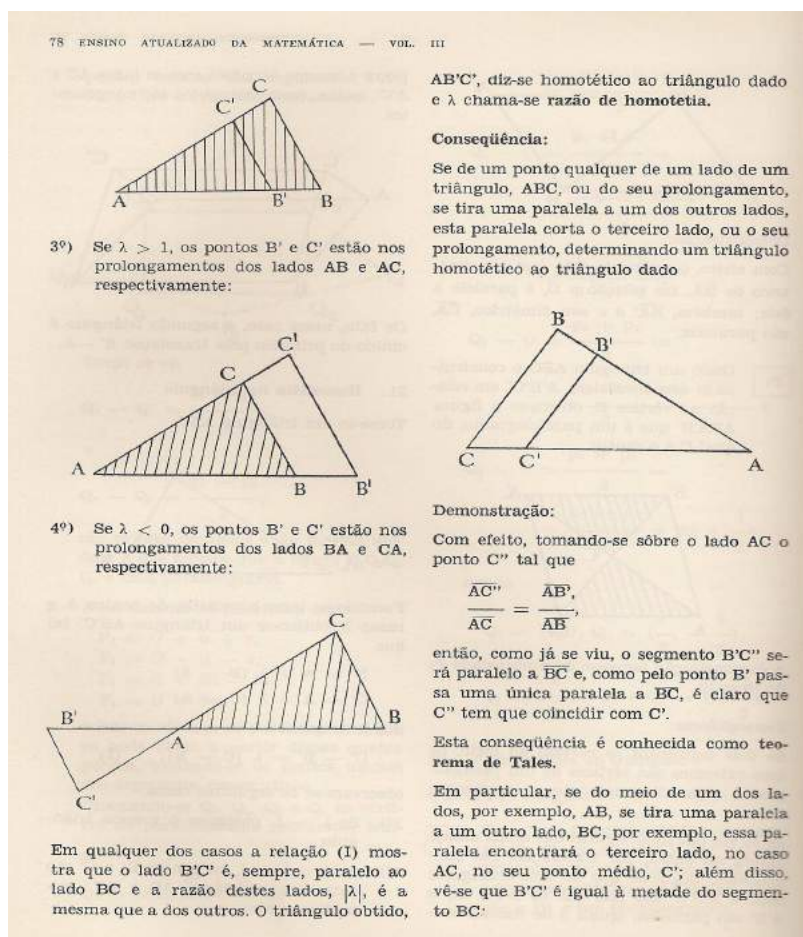


Figura 12 - livro Ensino Atualizado 3 - página 78.

A partir da homotetia no triângulo demonstra-se o clássico teorema de Tales, sendo estendido para as propriedades do trapézio. Em toda a geometria plana, há uma forte presença das transformações geométricas: translação, simetria e homotetia.

O quarto e último capítulo, Geometria Euclidiana: Distância e Polígonos - começa com o estudo da transformação simetria axial. Para se definir esse conceito, o livro mostra por meio de um desenho, a dobra de uma folha de papel com uma reta. Pontos e figuras desenhados na outra parte da folha são definidos como simétricos. As figuras simétricas são associadas a figuras congruentes.



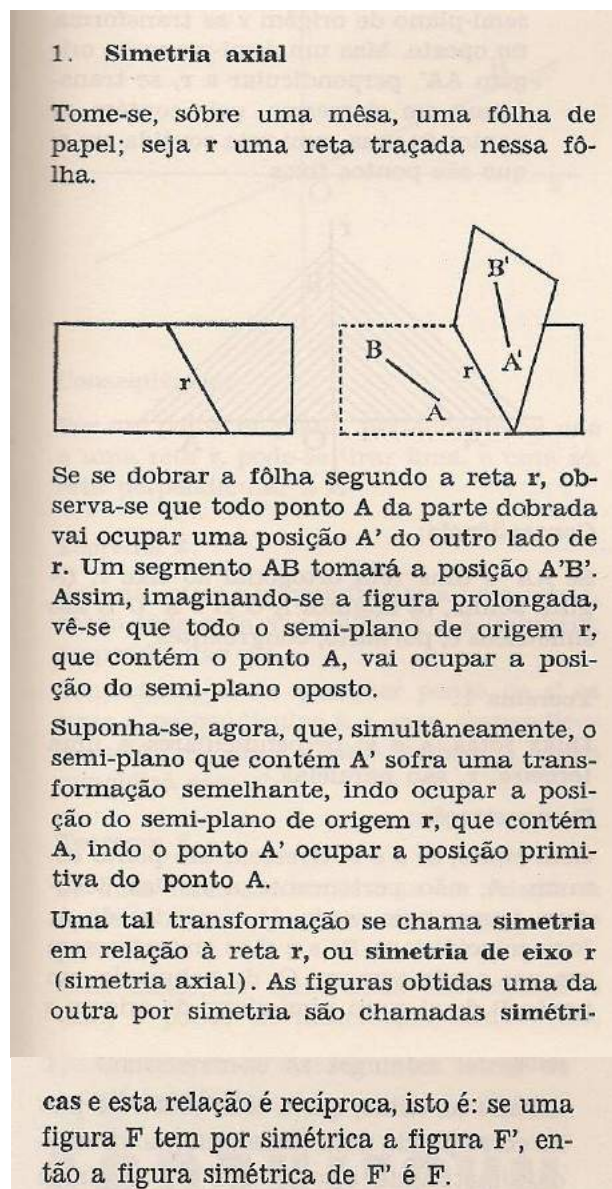


Figura 13 - livro Ensino Atualizado 3 - recorte da página 91.

O estudo da bissetriz de um ângulo, também é realizado a partir da dobra de uma folha de papel; denomina bissetriz todo o eixo de simetria.

Essas são duas situações presentes que evocam o uso de material concreto; no entanto, são exemplos isolados, de rara frequência na coleção. Ao mostrarem o desenho da dobra de papel, os autores não propõem que essas atividades sejam

realizadas de fato pelos alunos, para que possam observar e conjecturar o conceito de simetria axial e bissetriz. Tais situações podem indicar uma intenção, mesmo que implícita, de apresentar atividades experimentais, conforme proposto em Dubrovnik<sup>74</sup>.

Para o estudo das composições de simetria é introduzido o sistema de coordenadas cartesianas. Ao tratar os pontos simétricos no sistema cartesiano, usa-se o conceito de vetor, tanto na forma gráfica como algébrica. Em seguida, são enunciados e demonstrados alguns teoremas relativos à composta da simetria axial. Ao final, concluem:

O conjunto das transformações no plano, que se decompõem em simetrias axiais, forma um grupo, este é chamado grupo das congruências ou grupo isométrico ou grupo euclidiano. As transformações desse grupo chamam-se congruências. (CATUNDA, 1971, p. 99).

Essa definição vem ao encontro com o grupo das transformações, apresentado por Felix Klein em 1872 no Programa Erlanger. Klein relacionou a geometria euclidiana, a geometria projetiva e as geometrias não-euclidianas a partir das transformações geométricas e por meio da teoria de grupos. E considerou que o conjunto formado pelas translações, rotações, reflexões em retas e suas composições formavam o grupo das isometrias em relação à operação composição.

Os autores abordam os demais conteúdos<sup>75</sup> por meio da congruência de figuras. No estudo dos quadriláteros, justificam que no capítulo anterior, Geometria Afim, já foram trabalhados: o paralelogramo e trapézio, cujas propriedades principais só dependem da estrutura vetorial. Nesse capítulo são estudados os quadriláteros: retângulo, losango e quadrado, pois eles possuem propriedades que necessitam da métrica, ou melhor, das medidas de ângulos e/ou lados.

---

<sup>74</sup> Um modelo material (favorecendo a observação e a experiência) é a base a partir da qual pode-se desenvolver a abstração matemática. (GEEM, 1965, p. 68).

<sup>75</sup> Transporte de segmentos, rotação, transporte de ângulos, comparação e medida de ângulos, transporte de figuras, congruência de triângulos, triângulos isósceles, triângulo qualquer, triângulo retângulo e quadriláteros.

### 5.1.2 Ensino Atualizado da Matemática 4

No prefácio do livro 4, os autores esclarecem que o estudo da Geometria Euclidiana será prosseguido. A Geometria Afim estudada na terceira série teve o objetivo de preparar o caminho para a matemática superior, que naquele tempo se baseava principalmente no conceito de linearidade.

Os conteúdos estão distribuídos em oito capítulos, dos quais seis são de geometria:

<p><b>Introdução</b>  <b>CAPÍTULO I</b>  <b>GEOMETRIA EUCLIDIANA:</b>  <b>CÍRCULO</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- Introdução</li> <li>- Propriedades</li> <li>- Congruência de círculos</li> <li>- Relações entre arcos e ângulos</li> <li>- Distância de um ponto a um círculo. Definição</li> <li>- Posição relativas de dois círculos</li> </ul>	<p><b>CAPÍTULO II</b>  <b>RELAÇÕES DA NOÇÃO DE ÂNGULOS;</b>  <b>SENO, CO-SENO E TANGENTE DE UM</b>  <b>ÂNGULO</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- Extensão da noção de ângulo</li> <li>- Funções Circulares</li> <li>- Produto Escalar</li> </ul>
<p><b>CAPÍTULO III</b>  <b>RELAÇÕES MÉTRICAS NUM</b>  <b>TRIÂNGULO: LEI DOS SENOS E</b>  <b>CO-SENOS</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- Relações métricas num triângulo retângulo</li> <li>- Relações métricas num triângulo qualquer</li> <li>- Cálculo da altura</li> <li>- Relações entre círculo e triângulo</li> </ul>	<p><b>CAPÍTULO IV</b>  <b>RELAÇÕES MÉTRICAS NO CÍRCULO</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- Potência de um ponto em relação a um círculo</li> <li>- Conjunto dos pontos cuja razão das distâncias a dois pontos fixos é constante</li> <li>- Homotetia de círculo</li> </ul>



<p><b>CAPÍTULO V</b> <b>POLÍGONOS REGULARES</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- Polígonos regulares</li> <li>- Comprimento do círculo</li> </ul>	<p><b>CAPÍTULO VI</b> <b>ÁREAS DOS POLÍGONOS</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- Área do retângulo</li> <li>- Área do paralelogramo</li> <li>- Área do triângulo</li> <li>- Área do trapézio</li> <li>- Área do losango</li> <li>- Área hexágono regular</li> <li>- Área de um polígono regular de n lados</li> <li>- Área do disco</li> </ul>
---	---

Quadro 2 - retirado do índice do livro Ensino Atualizado 4

No primeiro capítulo, o círculo é trabalhado com a aplicação da transformação Rotação; usa-se a simetria para definir raio e diâmetro e, na definição de semicírculo, são usados os conceitos de congruência.

Observa-se no segundo capítulo a presença intensa das transformações, tanto na definição de conceito como em demonstrações. A soma dos ângulos internos de um polígono é um dos exemplos em que elas são utilizadas:

Exemplo 1

Aplicações:

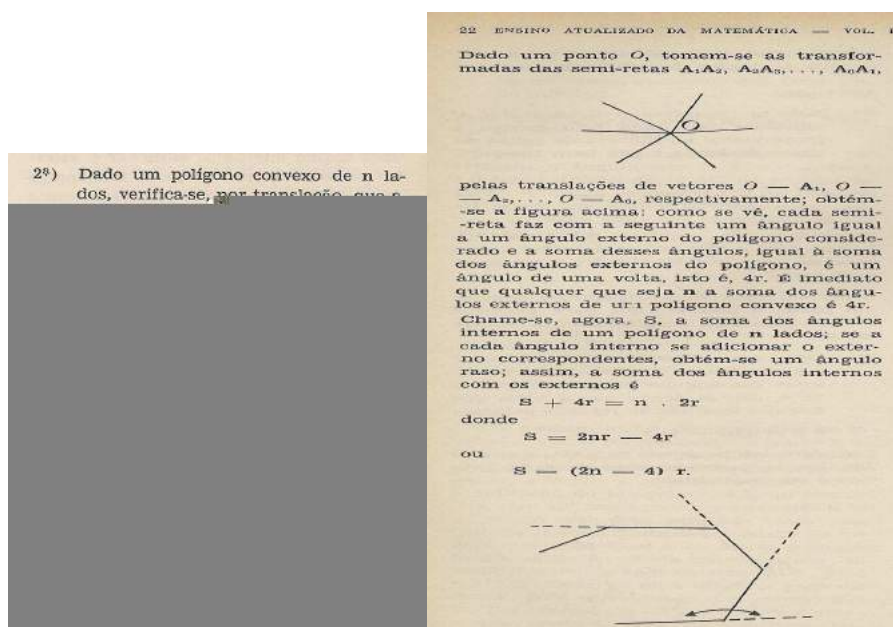


Figura 14 - Livro Ensino Atualizado 4 - recorte das páginas 21 e 22.

Tem-se uma apresentação inovadora para a soma dos ângulos internos de um polígono; tal maneira foge da demonstração clássica.

No item funções circulares, o círculo trigonométrico é obtido, por meio do sistema ortogonal e ao aplicar uma rotação, gera-se o primeiro quadrante; os outros três são obtidos por duas simetrias axiais. Essa construção também é diferente da apresentação tradicional do círculo.

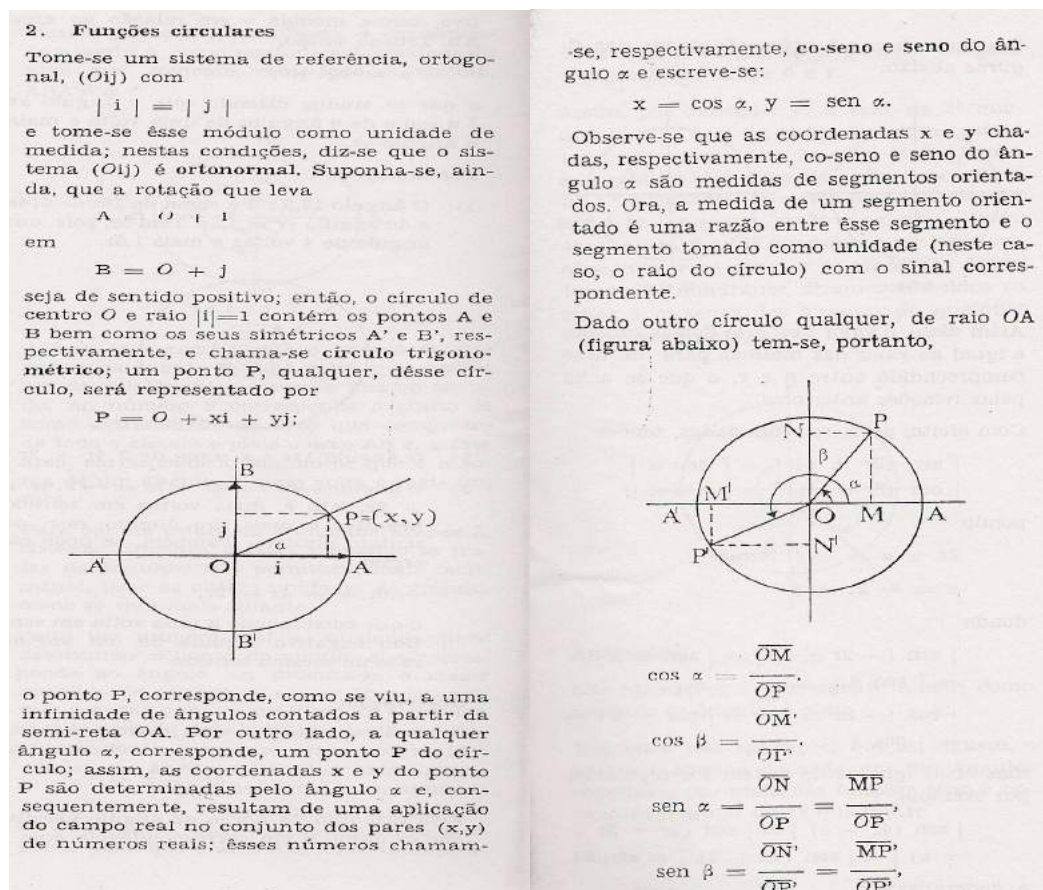


Figura 15 - Livro Ensino Atualizado 4 - recorte das páginas 22 e 23.

Com o círculo trigonométrico e suas relações, obtêm-se as definições e propriedades do seno e cosseno. Das nove propriedades enunciadas, quatro são demonstradas pelas transformações de simetria e rotação.

A obra traz a definição de produto escalar, uma vez mais, é abordado um conceito da Álgebra Linear, recomendado no programa de Dubrovnik para o segundo ciclo.

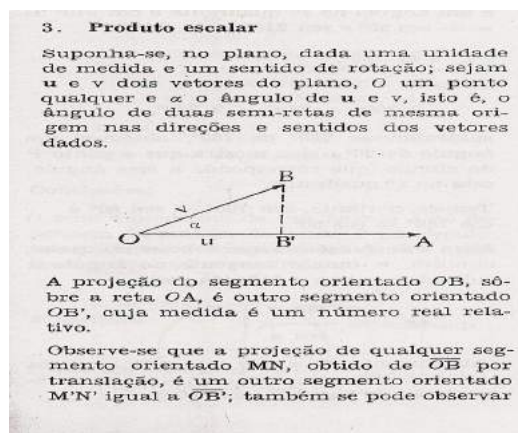


Figura 16 - livro Ensino Atualizado 4 - recorte da página 26

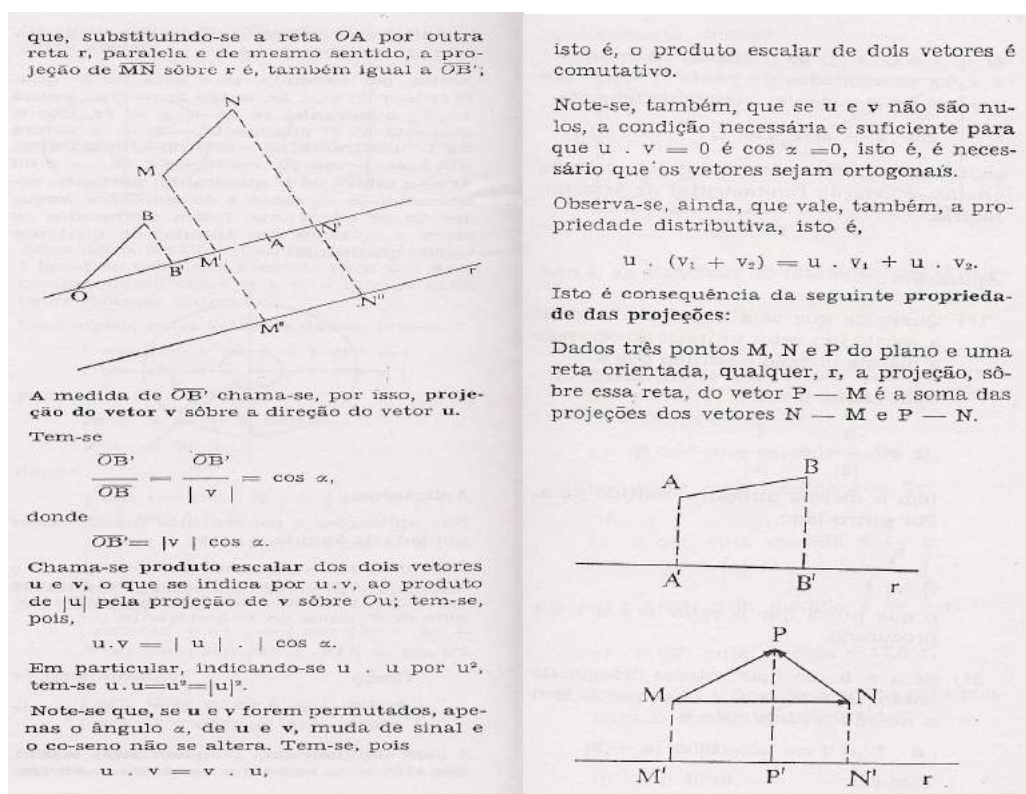


Figura 17 - livro Ensino Atualizado 4 - recorte das páginas 26 e 27.

No terceiro capítulo com as relações métricas num triângulo – lei dos senos e cossenos<sup>76</sup> é estabelecida a relação de Pitágoras. Observa-se uma ruptura, os

<sup>76</sup> Relações métricas num triângulo retângulo com apresentação e demonstração do teorema de Pitágoras; Relações métricas num triângulo qualquer; Cálculo da altura; Relações entre círculos e triângulos.

autores não tratam o famoso Teorema de Pitágoras como teorema, mas sim como relação. A demonstração realizada é mais uma inovação na forma convencional de se provar esse “Teorema” no curso ginásial.

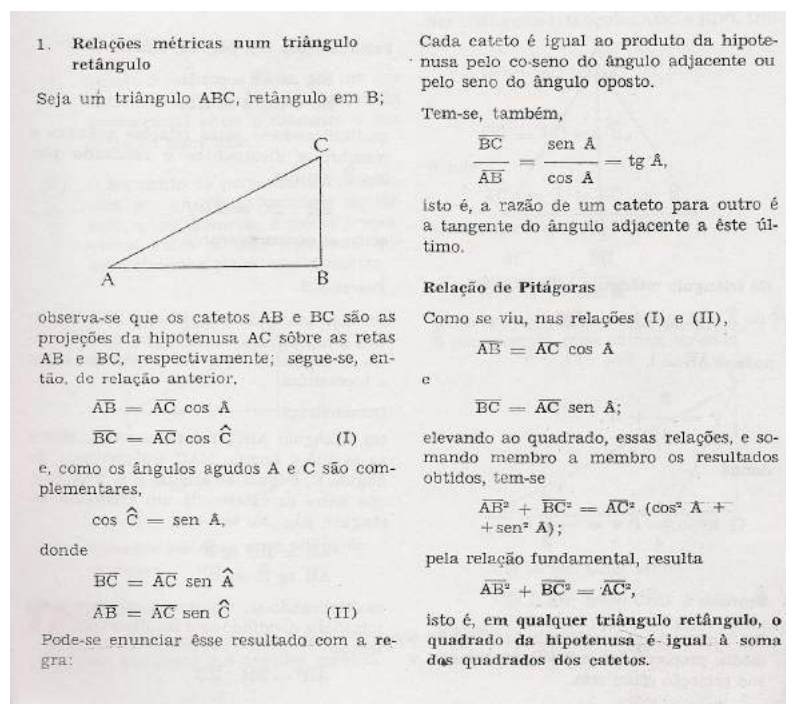


Figura 18 - livro Ensino Atualizado 4 - recorte da página 35.

Nos capítulos quatro, cinco e seis trabalham-se: as relações métricas no círculo<sup>77</sup>; Polígonos regulares e Áreas<sup>78</sup>, respectivamente. As fórmulas do cálculo das áreas são deduzidas utilizando-se as transformações geométricas, novamente mais um tópico da geometria, é apresentado de forma diferente da tradicional. Para exemplificar, mostra-se como é obtida a fórmula da área do paralelogramo:

<sup>77</sup> Potência de um ponto em relação a um círculo; Conjunto dos pontos cuja razão das distâncias a dois pontos fixos é constante; Homotetia de círculos.

<sup>78</sup> Polígonos regulares; Comprimento de círculo. Retângulo, Paralelogramo, Triângulo, Trapézio, Losango, Hexágono Regular, Polígono regular de n lados e Disco.



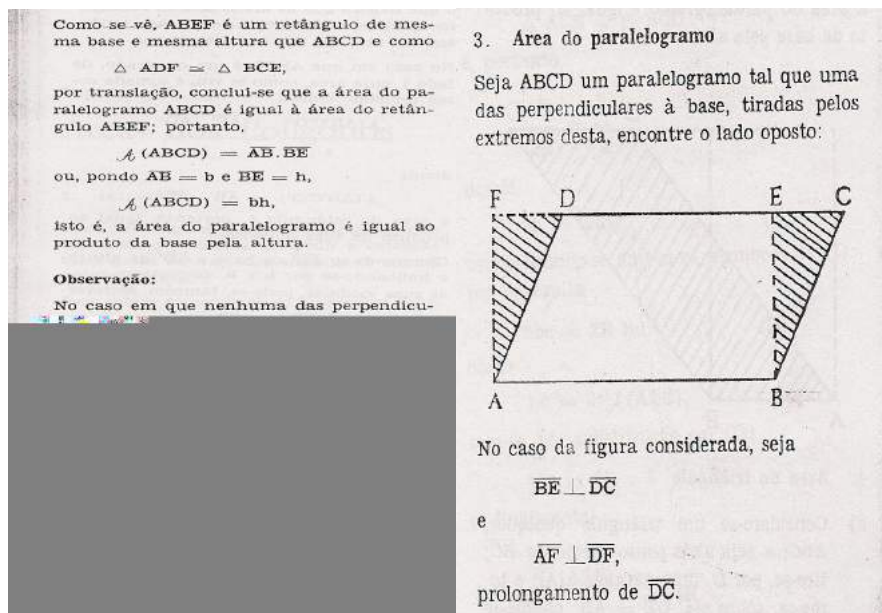


Figura 19 - livro Ensino Atualizado 4 - recorte das páginas 69 e 70.

O prolongamento dos segmentos resulta na projeção do triângulo AFD, este é congruente ao triângulo BCE; por meio da transformação translação, o triângulo BCE é levado para a projeção ADF; obtêm um retângulo e prova-se que a área do paralelogramo é igual à do retângulo.

As fórmulas do cálculo de áreas, só são deduzidas e aplicadas, após os estudos dos elementos e propriedades que constituem as figuras planas.

Na proposta de geometria da coleção *Ensino Atualizado* não são estudados os sólidos geométricos, ao contrário do que foi recomendado pelo Programa Moderno de Dubrovnik.

Os autores esperavam que, com a programação do curso ginásial, o aluno tenha compreendido o método empregado e aproveitado o estudo estrutural, que teve como objetivo simplificar o ensino da matemática. Com essa proposta também pretendiam que os estudantes adquirissem a capacidade de resolverem problemas nas tarefas do dia-a-dia. Acreditavam que a proposta dos seus livros didáticos, contribuiria tanto para os alunos prosseguirem nos estudos em Matemática, como para aqueles que fossem dedicar a um trabalho.

Foi possível verificar que o capítulo Geometria Afim do livro da terceira série,

utiliza os vetores e as transformações, com um tratamento via estruturas algébricas; tudo indica que ela possui consonância com os espaços vetoriais propostos por Dieudonné e com as transformações geométricas de Botsch em Royaumont, bem como o uso das propriedades e relações algébricas da teoria dos conjuntos.

A Geometria Euclidiana, em *Ensino Atualizado* foi estudada praticamente, por meio das transformações geométricas, o que indica também sintonias com a proposta de Felix Klein apresentadas por Fehr na I CIAEM. Contudo, a metodologia empregada pelo grupo em seus livros difere das recomendações discutidas no Seminário de Royaumont e salientadas em Dubrovnik.

Feita a apresentação da coleção *Ensino Atualizado*, evidencia-se que os conteúdos de geometria tratados pelos autores apresentam consonâncias com as propostas internacionais do MMM, entretanto, não foram quanto aos aspectos metodológicos recomendados.

Pode-se dizer que essa obra didática, no que tange à proposta para o ensino da geometria, constituiu-se em um manual inovador no Brasil? Para se verificar tal suposição, será preciso analisá-la perante algumas coleções didáticas brasileiras, produzidas durante o MMM. Foram escolhidas para essa comparação as obras de Osvaldo Sangiorgi e a do grupo paranaense NEDEM.

Como já mencionado anteriormente, Osvaldo Sangiorgi lançou no Brasil em 1963 a primeira coleção didática para o curso ginásial com conteúdos de Matemática Moderna, publicada pela renomada Companhia Editora Nacional de São Paulo. Essa obra obteve grande circulação e reconhecimento por todo o território nacional durante os anos de 1960 e começo da década de 1970.

Ao analisar os conteúdos de geometria contidos no terceiro volume<sup>79</sup> de Sangiorgi, Leme da Silva (2008) afirma que o ensino da geometria é inovador, contudo, não dizem respeito a novos conteúdos ou a uma nova geometria e, sim, no tratamento dado aos teoremas. Sangiorgi propõe um ensino mais compreensivo, com a inclusão da geometria experimental, sem tanta ênfase nas demonstrações geométricas. O autor traz a geometria intuitiva seguida da dedutiva, atendendo em certa medida às recomendações discutidas nos três primeiros congressos nacionais

---

<sup>79</sup> Este volume foi publicado em 1966.

de ensino da matemática.

O livro “*Matemática Curso Moderno*” traz, para além de mudanças na linguagem, nos postulados, um desenvolvimento mais cuidadoso com os conceitos e propriedades geométricos. A nosso ver, tal alteração, juntamente com a tentativa de recuperar aspectos exploratórios no ensino da geometria, antes da formalização de conceitos e da axiomatização, representa mudança significativa no ensino da geometria. (LEME da SILVA, 2008, p. 91, grifo nosso).

Segundo Leme da Silva (2008), Sangiorgi trouxe no apêndice desse livro as transformações geométricas, sem conexão com os conteúdos de geometria tratados anteriormente. Ao contrário da proposta de geometria da coleção *Ensino Atualizado*, em que as transformações serviram de base para todo o estudo da geometria.

Tudo leva a crer que o autor tratou das transformações geométricas para mostrar que estava em sintonia com as discussões internacionais, tanto do Seminário de Royaumont, como da I CIAEM. Talvez tenha optado por tratá-las no final do livro, por estar inserido na cultura escolar e saber que, ao trazer os conteúdos de geometria com uma abordagem completamente diferente, nos quais os professores não estavam acostumados, seu livro seria rejeitado.

Cabe ressaltar que, embora Sangiorgi estivesse em plena atividade no GEEM, sua coleção não foi elaborada em conjunto com os membros desse grupo e nem experimentada em escolas secundárias, diferentemente da obra de Salvador.

Outra coleção produzida no Brasil em tempos do MMM foi a do grupo paranaense NEDEM (Núcleo de Estudo e Difusão do Ensino de Matemática) liderados pelo professor Osny Antonio Dacol<sup>80</sup>. Intitulado *Ensino Moderno de Matemática 5ª a 8ª série do 1º grau*, teve sua publicação a partir de 1969 pela Editora do Brasil<sup>81</sup>. A obra paranaense começou a ser elaborada por volta de 1962 em formato de apostilas, e experimentada por docentes de Matemática no Colégio Estadual do Paraná em classes ginasiais.

Ao analisar o programa de geometria contido na coleção didática do NEDEM,

---

<sup>80</sup> Principal representante do MMM no Paraná foi coordenador de Matemática e diretor do Colégio Estadual do Paraná. Em 1961 participou do curso de aperfeiçoamento para professores, organizado por Sangiorgi em São Paulo.

<sup>81</sup> Em 1967 foram publicados os volumes 1 e 2; em 1969, o volume 3; e o volume 4 em 1971.

Ferreira (2006)<sup>82</sup> identificou que as principais inovações foram em acrescentar: uma noção mais avançada de homologia (algumas transformações), a linguagem da teoria dos conjuntos, demonstrações de teoremas utilizando proposições lógicas e o cálculo vetorial.

Ferreira observou que, no item Sistema de Medidas do segundo volume, os autores incluíram o cálculo do perímetro e área das figuras planas (retângulo, quadrado, triângulo, paralelogramo e trapézio); também colocaram o cálculo do volume do paralelepípedo e do cubo. Segundo a autora, o estudo da geometria iniciou-se no último capítulo do terceiro volume, “em nenhuma parte do livro encontramos interação entre a geometria e a álgebra” (p. 87).

A proposta da coleção de Salvador ao contrário do NEDEM interagiu constantemente a geometria com a álgebra, como já mencionado ela foi tratada no aspecto geométrico e algébrico.

Pela relação de conteúdos contidos nos livros do NEDEM, e elencados por Ferreira, o grupo no terceiro volume abordou as transformações geométricas na última seção dedicada ao ensino da geometria, depois de apresentarem: proposições geométricas, retas, ângulos, circunferências, polígonos, triângulos, etc. O conceito e propriedades dos vetores só foram trazidos no quarto volume, para o estudo do seno e cosseno de um ângulo, nas relações métricas e nos quadriláteros.

Percebe-se que, apesar do grupo paranaense incluir as transformações e os vetores em sua proposta para o estudo da geometria, estes foram articulados com uma pequena parcela dos conteúdos. Nesse sentido, a proposta mostrou-se bem diferente da realizada em Salvador.

Segundo a pesquisa de Ferreira, a coleção do NEDEM não permaneceu por muito tempo no currículo das escolas do Paraná e foi substituída em 1974. A geometria via transformações e vetores, de Salvador difere do NEDEM nessa questão, pois teve continuidade em outras coleções didáticas elaboradas pelo grupo.

Com base na análise das propostas para o ensino da geometria de Sangiorgi

---

<sup>82</sup> Dissertação intitulada “Propostas Pedagógicas de Geometria no Movimento Paranaense de Matemática Moderna”, de Ana Célia da Costa Ferreira, defendida na PUC/PR, em 2006.



e do NEDEM, pode-se dizer que a coleção didática *Ensino Atualizado* não sofreu influências de nenhuma delas; tudo leva a crer que, por isso, foi inovadora.

Segundo Valente, a obra de Osvaldo Sangiorgi tornou-se um *best-seller*. Tudo indica que ela constituiu-se em um manual inovador, “a coleção de matemática moderna de Sangiorgi para o ginásio foi inovadora e, ao mesmo tempo, integrou a vulgata do período” (2008b, p. 156). Tal afirmação justifica-se, pois muitos livros produzidos posteriormente seguiram o modelo de Sangiorgi, como exemplo, tem-se a coleção de Benedito Castrucci e Alcides Bóscolo, publicada em 1968. Para Leme da Silva:

O ensino de geometria presente na coleção segue a mesma tendência de Sangiorgi, permanece com a geometria euclidiana, faz uso das medidas nas demonstrações, sem evidenciá-la como axioma e apresenta as transformações geométricas no apêndice. Duarte (2007), ao comparar a coleção moderna de Sangiorgi com a de Bóscolo e Castrucci concluiu que a segunda segue os passos da primeira sedimentando a nova vulgata (2009b, p. 10).

Apesar dos didáticos de Sangiorgi sedimentar uma nova vulgata, os produzidos pelo NEDEM e os de Salvador não seguiram esse modelo. A geometria moderna dos dois grupos abordou os espaços vetoriais e as transformações geométricas. No caso dos didáticos de Salvador, os vetores e transformações serviram de elo em quase todo o estudo da geometria e, ao contrário do NEDEM, teve continuidade em novas produções.

A presença das transformações geométricas na coleção *Ensino Atualizado* vem ao encontro da intenção de Dantas e Catunda de trazê-las ao ensino da geometria, idealizada por Felix Klein no começo do século XX. Tal ideia foi apresentada por Fehr em 1961 na I CIAEM e por Botsch em Royaumont. Nesta coleção são encontradas também outras propostas, uma delas é o ensino da Geometria Afim defendido por Dieudonné.

Freire (2009) ao pesquisar os arquivos do CECIBA, encontrou um boletim escrito por Catunda em 1968, com o título *Uma Experiência no Ensino de Geometria*; nesse texto ele aponta na história da geometria duas linhas de pensamento:

Uma linha é dada pelo teorema de Tales, fundador da escola de Mileto. Este teorema diz que se duas retas são cortadas por três paralelas, os segmentos determinados por estas em cada uma das retas guardam a mesma proporção. Como se vê, este teorema envolve desde logo, a noção de paralelismo e de razão de segmentos de uma mesma reta. Essa razão

pode ser definida por meios de translações sobre cada reta. A demonstração da igualdade das razões depende da igualdade de triângulos que se correspondem por translações na direção das paralelas, ou das retas dadas. Em suma, o teorema de Tales, assim como outros que dele se deduzem, como, por exemplo, os que dão as propriedades dos trapézios, dependem apenas das propriedades afins do plano, as quais por sua vez são conseqüências da estrutura de espaço vetorial do conjunto das translações; não há menção de comparação de ângulos, de ortogonalidade, de comparação de segmentos não paralelos etc., que caracterizam a geometria euclidiana.

Outra linha de pensamento é a que foi desenvolvida por Pitágoras e sua escola, e posteriormente adotada por Euclides, na elaboração de seu célebre tratado. Toma-se aqui, como ponto de partida, o conceito de igualdade de figuras, em particular, de segmentos quaisquer do plano. Como conseqüência, todos os segmentos podem ser medidos tomando como unidade de medida um segmento fixo. Este conceito está implícito na noção física de transporte de corpos sólidos, em particular, da régua e do compasso, instrumentos até hoje usados no estudo da Geometria Elementar. Desta maneira se pode, também, definir a ortogonalidade, a igualdade de ângulos, as diferentes espécies particulares de triângulos e de quadriláteros, donde os teoremas sobre igualdade de triângulos e outras figuras planas, como quadriláteros, polígonos em geral e círculo. (CATUNDA, 1968 apud FREIRE, 2009, p. 84, grifo nosso).

Tudo indica que são nessas duas linhas de pensamento que o programa de geometria contida na coleção *Ensino Atualizado* foi elaborado. A argumentação de Catunda, mencionada acima, faz compreender a opção dos autores em dividir o ensino da geometria em: Geometria Afim e Geometria Euclidiana. Essa opção não ocorreu por acaso e, sim, encadeada numa estrutura sólida e bem fundamentada.

No Programa Moderno de Dubrovnik as propostas para o ensino da Geometria Afim não aparecem de forma explícita no primeiro ciclo. Pelas recomendações, a algebrização da geometria deveria ser feita de maneira simples, somente ao final do ciclo, ou seja, após um ensino intuitivo. Nesse aspecto, a coleção *Ensino Atualizado* distancia-se das indicações de Dubrovnik, pois durante a análise da coleção percebeu que a geometria é algebrizada desde o início.

Quanto aos conteúdos de geometria, os livros de Salvador estão em sua maioria, de acordo com o Programa Moderno. A proposta baiana apresenta os clássicos conceitos da Geometria Elementar, no entanto vai além, ao trabalhar com a Geometria Afim e a Geometria Euclidiana, construindo uma base com espaços vetoriais e transformações geométricas.

Outra proposta de geometria em tempos do MMM que vale a pena comentar aqui é a do manual didático português, produzido pelo matemático e professor Sebastião e Silva. Sebastião publicou no ano de 1963 três volumes, que foram

experimentados em turmas-pilotos do terceiro ciclo, 6º e 7º ano do ensino secundário.

Segundo Leme da Silva (2007), o ensino da geometria na coleção portuguesa aparece no último volume, destinado às turmas do 7º ano. A pesquisadora, ao analisá-lo, conta que o primeiro capítulo apresenta o cálculo vetorial e, o terceiro capítulo, as Transformações Afins e Aplicações Lineares.

o ensino de geometria, este é introduzido por meio do cálculo vetorial. Apresenta-se o conceito de vetor, soma de um ponto com um vetor, soma de dois vetores [...]. A primeira transformação trabalhada é a translação, definida como uma aplicação:

Dado um vetor  $\vec{u}$ , chama-se translação definida por  $\vec{u}$  a aplicação  $P \rightarrow P + \vec{u}$  que faz corresponder a cada ponto P do espaço E o ponto  $P' = P + \vec{u}$  do mesmo espaço. (SILVA apud LEME da SILVA, 2007, p. 94).

A definição dada para a translação é similar à do livro *Ensino Atualizado 3*, mas são destinadas as séries distintas, em Portugal para o 7º ano do ensino secundário, alunos entre 16 e 17 anos; no Brasil, especificamente na Bahia, para a terceira série ginasial, alunos entre 13 e 14 anos.

Ao que tudo indica, o ensino da geometria do grupo de Salvador foi influenciado pelas experiências que os autores já possuíam com a geometria moderna em nível superior e as apropriações feitas por eles do Programa Moderno tiveram características peculiares, não adotaram as recomendações metodológicas. Segundo Chartier (1991), os textos de uma determinada cultura são lidos e interpretados de formas diversas em outras culturas; têm-se, então, que as propostas da cultura acadêmica internacional foram interpretadas no Brasil de forma diferenciada, tanto pela cultura acadêmica como pela cultura escolar.

No entanto, conteúdos recomendados em Dubrovnik para o segundo ciclo do secundário, como vetores, espaços vetoriais, produto escalar, foram apresentados no primeiro ciclo. Certamente o reconhecimento de Catunda como matemático foi determinante para ousar numa experiência desse porte e rompeu com a forma clássica de se ensinar a Geometria Elementar.

A Geometria Moderna sobre o enfoque dos espaços vetoriais, elaborada por Dieudonné, foi introduzida na Universidade de São Paulo pelo professor Alexandre Augusto Martins Rodrigues, num curso de Geometria Analítica, ministrado em 1959 e 1960 na Escola Politécnica. Depois, os textos usados, foram aprimorados e fizeram parte de um curso no Instituto de Pesquisas Matemáticas em 1964.

Rodrigues no ano de 1965 publicou o livro: *Álgebra Linear e Geometria Euclidiana* pela editora LPM. Na introdução dessa obra, o autor justifica que as noções básicas da teoria dos espaços vetoriais são apresentadas com o objetivo de construir um modelo para a Geometria Euclidiana.

Segundo Rodrigues, a Geometria Euclidiana pode ser estudada ou com base nos postulados de Euclides, com a axiomatização de Hilbert, ou por meio da Geometria Projetiva, ou da Álgebra Linear, na qual o conceito de vetor desempenha papel fundamental. O autor afirma que a Álgebra Linear é o melhor método para o ensino da geometria nos primeiros anos universitários.

O ensino de geometria através da álgebra linear é de tal modo simples, põe claramente em evidência a essência dos fenômenos geométricos e contribui tanto para a formação matemática do estudante, que não faltam hoje matemáticos, entre os mais ilustres, que propugnam a sua adoção mesmo no curso secundário. (RODRIGUES, 1966, p.2). (grifo nosso)

Omar Catunda certamente foi um desses matemáticos aos quais Rodrigues se refere. Tanto Catunda<sup>83</sup> como Dantas<sup>84</sup> possuíam experiências com a Álgebra Linear.

Possivelmente Catunda, na USP teve contato com os cursos e trabalhos de Rodrigues. Dantas também possuía experiência com a Álgebra Linear, pois após fazer um curso em Portugal no ano de 1958, ministrou essa disciplina no IMF- UBa.

Com base nas análises realizadas até o momento, tudo indica que a proposta de Geometria Moderna da coleção *Ensino Atualizado* foi elaborada de forma audaciosa e em alguma medida sofreu influências das obras de Klein, Dieudonné, Rodrigues e do programa moderno de Dubrovnik.

A proposta de geometria baiana foi inovadora e com características particulares; elaborada por uma equipe de professores da Universidade, foi experimentada em alunos e, ao contrário da proposta do NEDEM, teve vida longa, ou seja, continuou em outras produções didáticas do grupo, sem, no entanto, sedimentar uma nova vulgata no país.

---

<sup>83</sup> Na USP, em contato com os cursos e trabalhos de Rodrigues.

<sup>84</sup> Fez um curso de Álgebra Linear em Portugal no ano de 1958 e depois ministrou cursos dessa disciplina no IMF-UBa entre 1960 a 1964.

## 5.2 Outras produções didáticas do Grupo de Salvador

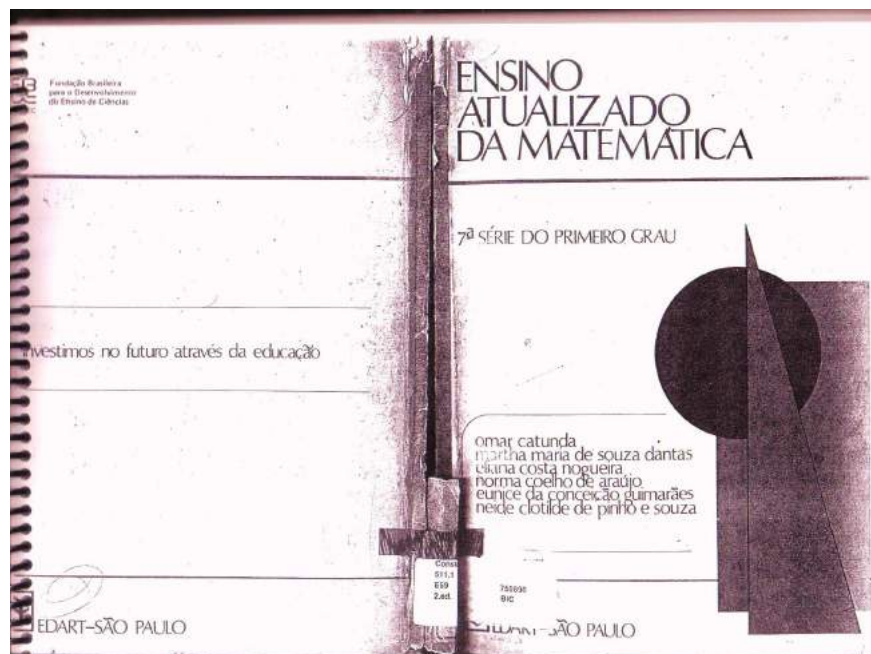
Apresentam-se aqui as propostas elaboradas para o ensino da geometria noutras produções do grupo de Salvador, para tentar responder à segunda questão de pesquisa deste trabalho: Como a geometria proposta pelos autores foi reformulada nas coleções de 1975 a 1988?

A década de 1970 constituiu-se em um segundo momento para a Matemática Moderna no Brasil. Um período marcado pelas avaliações e críticas ao MMM e também com uma mudança significativa na legislação educacional brasileira. A Lei de Diretrizes e Bases da Educação Nacional 5692/71 estruturou o sistema educacional, organizando-o em dois níveis de ensino: 1º grau<sup>85</sup>, com oito anos de duração e o 2º grau, com três anos. Os autores de Salvador publicam em 1975, a coleção *Ensino Atualizado da Matemática 5ª, 6ª, 7ª e 8ª série do primeiro grau*.

### 5.2.1 Ensino Atualizado da Matemática 7

---

<sup>85</sup> As antigas séries do ginásio (da primeira à quarta) transformam-se em séries do primeiro grau (da quinta à oitava).



**Figura 20 - Capa do livro ensino atualizado da matemática 7 – 1975**

Ao folhear o terceiro volume<sup>86</sup> percebe-se que os conteúdos tratados possuem semelhanças aos da obra Ensino Atualizado de 1971. No entanto, ao olhar o índice desse exemplar, é possível notar algumas alterações na organização dos conteúdos. Diferentemente do livro anterior, onde a geometria propriamente dita era apresentada no terceiro e quarto capítulos (Geometria Afim e Geometria Euclidiana: Distâncias e Polígonos), na nova obra ela é abordada no primeiro e segundo, conforme quadro abaixo:

---

<sup>86</sup> Esse volume destinado à sétima série encontra-se na biblioteca central da UFBA, existem lá os outros três volumes da coleção. Não foi possível analisar com profundidade as mudanças dos conteúdos de geometria presentes no quarto volume.

<p><b>CAPÍTULO 1</b> <b>GEOMETRIA AFIM</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- Introdução</li> <li>- Proposições</li> <li>- Conjunções, disjunções, implicação e negação</li> <li>- Números reais</li> <li>- Operações</li> <li>- Interpretação gráfica das soma e diferença dos números reais</li> <li>- Expressões algébricas racionais</li> <li>- Diferentes interpretações dos números reais no estudo da reta</li> <li>- Translações no plano</li> <li>- Composição de tranlações</li> <li>- Multiplicação escalar</li> <li>-Plano Afim</li> <li>- Retas no plano afim</li> <li>- Semi-reta e segmento</li> <li>- Transformação no plano afim, grupo afim elementar. Congruência - Isometria na reta</li> <li>- Homotetias de centro num ponto fixo C</li> <li>- Simetria de referência do plano</li> <li>- Semi-planos; - geração do semipleno</li> <li>- Faixa</li> <li>- Ângulo; Geração do ângulo; Soma dos ângulos</li> <li>- Semi-faixa; Triângulos; Paralelogramo; Propriedades do paralelogramo</li> <li>- Propriedades do triângulo;</li> <li>- Trapézio; Quadriláteros Polígono convexo</li> </ul>	<p><b>CAPÍTULO 2</b> <b>GEOMETRIA EUCLIDIANA</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- Simetria axial; Bissetriz de um ângulo</li> <li>- Projeção ortogonal; Composição de sistemas;</li> <li>- Transportes de segmentos e ângulos: Medida</li> <li>- Transporte de ângulos; Comparação de ângulos</li> <li>- Medida de ângulo</li> <li>- Transporte de figuras</li> <li>- Congruência de triângulos; Triângulos isósceles</li> <li>- Propriedades de triângulos quaisquer; Triângulos Retângulos</li> <li>- Perpendiculares e oblíquas</li> <li>- Quadriláteros</li> <li>- Figuras semelhantes</li> <li>- Razão de segmentos orientados</li> </ul>
--	--

**Quadro 3 - retirado do índice do livro Ensino Atualizado 7**

No primeiro - Geometria Afim, os autores condensam três capítulos da obra de 1971: noções de lógica, números reais e geometria afim; que passam a compor um só capítulo.

No livro de 1971, anteriormente ao estudo da Geometria Afim, existia o capítulo destinado ao estudo da Reta, no qual se trabalhavam as transformações na reta real: translação de vetor, simetria e homotetia. No livro de 1975 eles são retirados, bem como os estudos do espaço afim, vetores dependentes, independentes e equação da reta; conteúdos esses que, segundo Dubrovnik, somente deveriam ser trabalhados no segundo ciclo.

Na introdução os autores justificam que irão iniciar os estudos de geometria pelas noções de lógica, pois elas servem para desenvolver o raciocínio dedutivo, imprescindível para as demonstrações em geometria.

#### INTRODUÇÃO

Neste livro, depois do estudo do conjunto dos números reais será introduzido o de geometria afim e, em seguida, o de geometria euclidiana.

Para discutir muitas das afirmações que serão formuladas, necessita-se entender alguma coisa do processo de raciocínio dedutivo usado em Matemática, particularmente em Geometria. Por isso, antes de entrar na matéria propriamente dita, deste, livro, serão dadas, como pré-requisitos algumas noções elementares de lógica, com o objetivo principal de preparar o aluno para formular o raciocínio lógico que conduz à resolução dos problemas que se encontram na Matemática. (CATUNDA, 1975, p. 5).

Pelo índice, ocorre uma mudança, especificamente no capítulo referente à Geometria Afim, já os conteúdos da Geometria Euclidiana parecem que são preservados em suas características gerais.

A primeira matéria propriamente de geometria abordada é o de translação no plano, mantida da coleção anterior, mas o tratamento dado é bem diferente, antes era demasiadamente abstrato:

#### 9. TRANSLAÇÃO NO PLANO

Tome-se uma folha de papel quadriculado. Pode-se imaginar uma correspondência entre os pontos desta folha como, por exemplo, a que leva A em A', B em B', P em P', etc. Essa correspondência leva, também, a figura F na Figura F'. (CATUNDA, 1975, p. 41).



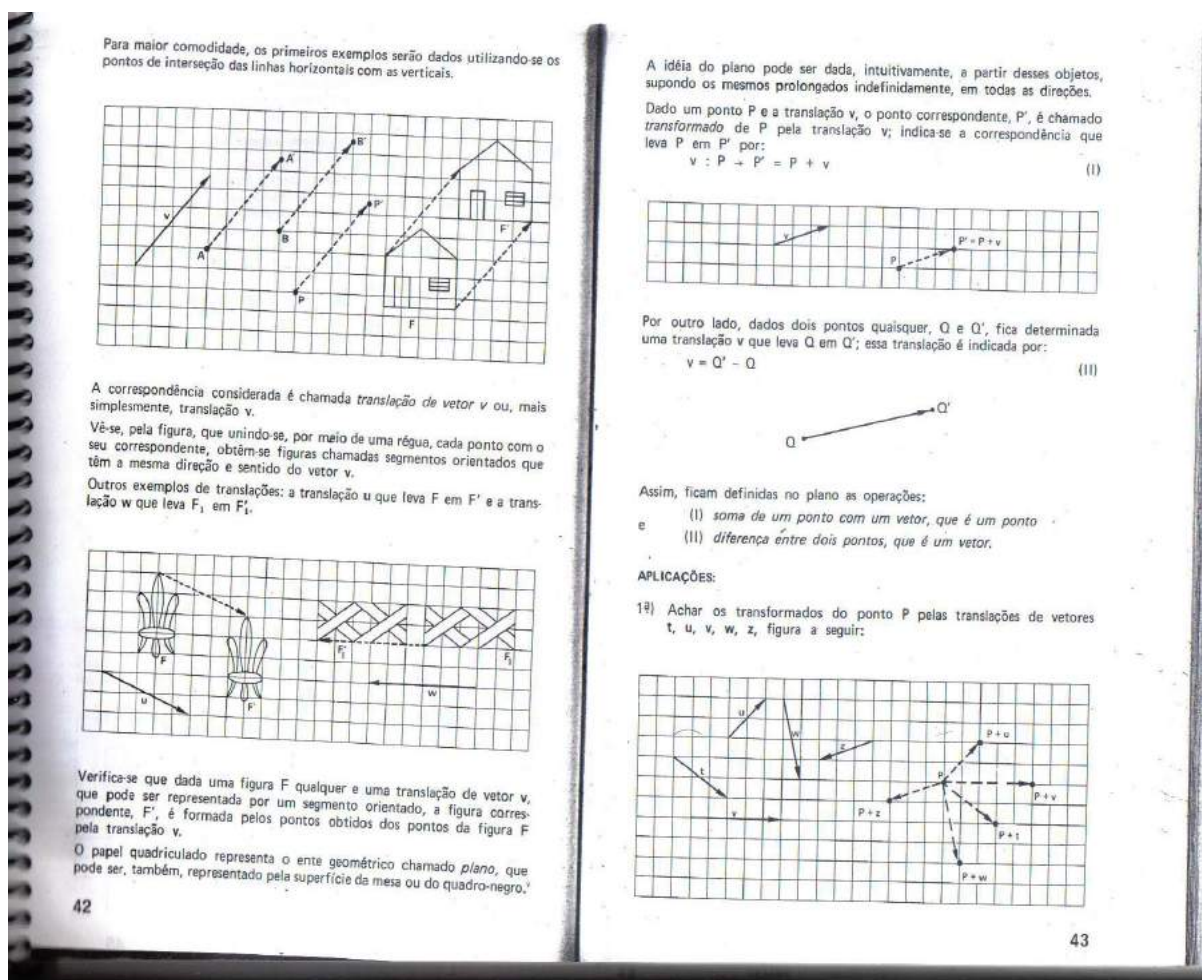


Figura 21 - livro Ensino Atualizado 7 - referente ao conceito de translação, páginas 42 e 43.

A translação é trabalhada a partir da noção de vetores, contudo, nessa versão não há mais o tratamento algébrico. As definições são construídas utilizando, como representação do plano, o papel quadriculado, onde o aluno tem uma melhor visualização e entendimento. Nas recomendações metodológicas de Dubrovnik, o recurso do quadriculado foi indicado no primeiro ciclo:

#### I. Vectores

Todos os gráficos são traçados sobre um papel quadriculado de maneira a sugerir sempre que uma representação cartesiana é possível. (GEEM, 1965, p 71, grifo nosso).

Após definirem vetores e translações, eles são aplicados ao estudo dos

outros conceitos da Geometria Afim<sup>87</sup>, por meio do papel quadriculado, diferentemente do livro de 1971, que propunha muitas abstrações. As transformações geométricas continuam atreladas aos vetores.

Do ponto de vista metodológico, tal mudança pode indicar uma resposta dos autores quanto às avaliações e críticas feitas por professores e alunos no trabalho experimental realizado nas escolas de Salvador. De críticas pelo Brasil, quanto ao caráter abstrato dado à geometria quando os manuais do CECIBA ganham o formato de livro e começaram a circular pelo país a partir de 1971. Ou mesmo de uma nova reinterpretação da proposta do Programa Moderno de Dubrovnik.

Ao comparar os volumes de 1971 e 1975, nota-se uma alteração significativa no que diz respeito à metodologia, o papel quadriculado no livro de 1975 é um recurso metodológico usado desde a translação do plano até o estudo dos semiplanos.

Uma situação que exemplifica a constatação feita acima pode ser visualizada quando os autores tratam de Dilatações (multiplicação escalar) nos dois livros:

### 3. Dilatações

Considerem-se, novamente, os pontos de uma m $\acute{e}$ sa ou do quadro negro (supondo, sempre, que os mesmos, m $\acute{e}$ sa e quadro negro, possam ser prolongados) e considerem-se t $\acute{o}$ das as transla $\tilde{c}$ oes que se podem fazer a partir de um ponto dado, X; fazendo-se duas v $\acute{e}$ zes cada transla $\tilde{c}$ ao u, por

---

<sup>87</sup> Adição e subtração de vetores, multiplicação escalar, plano afim, retas no plano afim.

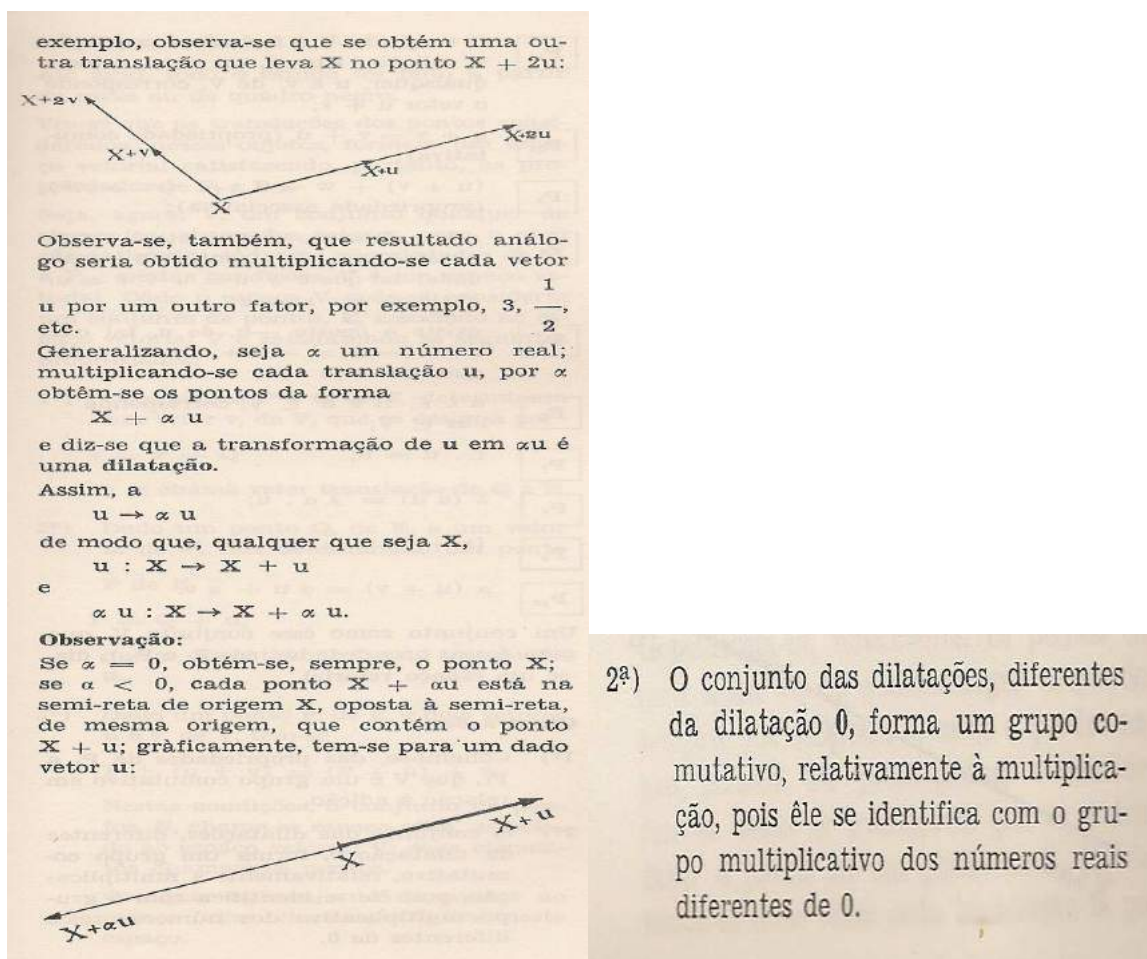


Figura 22 - livro Ensino Atualizado 3, 1971, recortes das páginas 40, 41 e 42.

### 11. MULTIPLICAÇÃO ESCALAR

Tome-se, novamente, uma folha de papel quadriculado e considere-se a translação de vetor  $u$  que leva cada ponto  $P$  no seu correspondente,

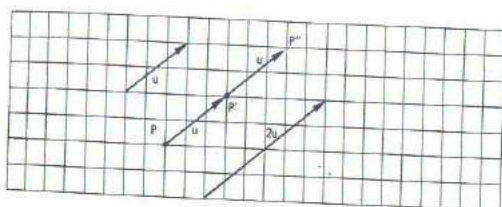
$$P' = P + u;$$

compondo-se essa translação consigo mesma, obtém-se a translação

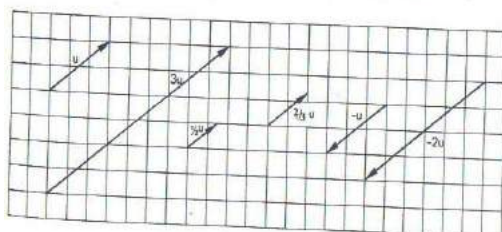
$$u + u = 2u,$$

que leva  $P$  em

$$P'' = P + 2u.$$



Da mesma maneira podem-se definir as translações  $3u$ ,  $\frac{1}{2}u$ ,  $\frac{2}{3}u$ ,  $-u$ ,  $-2u$ , etc.



Em geral, dado um número real  $d$ , a cada vetor  $u$ , corresponde um vetor  $du$ . Este vetor tem a mesma direção do vetor  $u$ ; o sentido é o mesmo de  $u$ , se  $d > 0$  e é o sentido contrário se  $d < 0$ ; se  $d = 0$ , o vetor obtido é o vetor  $0$ .

Assim, cada número real  $d$  define uma aplicação que leva cada vetor  $u$  no vetor  $du$ ; esta aplicação se chama *multiplicação escalar* ou *dilatação* de multiplicador  $d$ .

Se  $d > 1$ , obtém-se uma dilatação no sentido físico do termo;

Se  $0 < d < 1$ , obtém-se o que se chama uma contração;

Se  $d = -1$ , a dilatação chama-se *simetria* pois o resultado é

$$(-1)u = -u;$$

Se  $d = 1$ , a dilatação é a *identidade* pois  $1u = u$ .

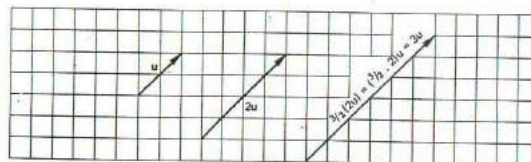
Observa-se que a operação considerada, dilatação, é uma correspondência entre vetores.

Observa-se, ainda, que a dois números reais,  $a$  e  $b$ , corresponde uma dilatação  $ab$ , que se diz composta das dilatações  $a$  e  $b$  e satisfaz à relação

$$a(bu) = (ab)u,$$

isto é, para fazer a dilatação  $ab$  pode-se fazer, primeiro a dilatação  $b$  e, em seguida, a dilatação  $a$ .

Por exemplo, se  $a = \frac{3}{2}$ ,  $b = 2$  e  $u$  é o vetor considerado na figura abaixo, tem-se:



Observe-se que o conjunto das dilatações com um multiplicador diferente de 0 se identifica com o conjunto dos números reais diferentes de 0 e, portanto, é um grupo comutativo em relação à composição.

Além disso, sendo  $a$  e  $b$  dois números reais e  $u$  um vetor qualquer, tem-se:

$$(a + b)u = au + bu.$$

Por exemplo, se  $a = \frac{3}{2}$  e  $b = 2$  e  $u$  é o vetor considerado na figura abaixo, tem-se:

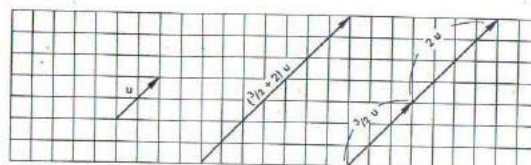


Figura 23 - livro Ensino Atualizado 3, 1971 - retirada das páginas 49 e 50.

No desenvolvimento da Geometria Euclidiana os conteúdos, o tratamento e a metodologia são mantidos e não ocorrem mudanças significativas.

A única alteração observada, de um livro para o outro foi na metodologia empregada<sup>88</sup> no estudo da Geometria Afim. Pode-se dizer que os autores tentam tirar um pouco do caráter abstrato da abordagem. Entretanto, o tratamento via estruturas algébricas e o uso das propriedades da teoria de conjunto, presentes no livro de 1971, são preservadas.

<sup>88</sup> Com a utilização do recurso do papel quadriculado.



### 5.2.2 Coleção do PROED

A terceira produção do grupo de Salvador é a coleção *Matemática 5, 6, 7 e 8* do projeto “Entre a exposição e a descoberta” (PROED). A obra analisada aqui não possui data e editora, mas há indícios de que começou a ser elaborada em meados dos anos de 1973 a 1974. Como mencionado no quarto capítulo, as experiências com o PROED iniciaram-se no ano de 1975 no Colégio Estadual Duque de Caxias em Salvador.

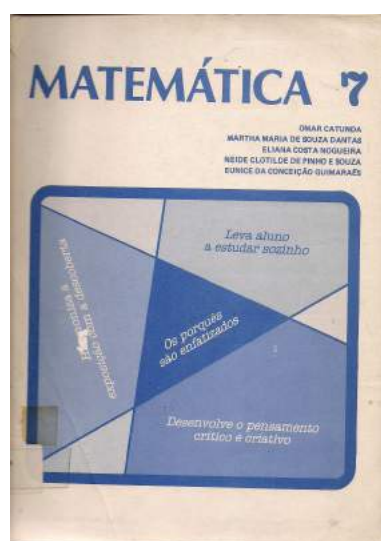


Figura 24 - livro Matemática 7 - PROED, capa.

As capas dos livros trazem ilustrações de figuras geométricas, construídas a partir de retas concorrentes; talvez os autores utilizem esse recurso para enfatizar que a coleção prioriza o ensino da geometria. A obra contém na capa as frases: “leva o aluno a estudar sozinho; os porquês são enfatizados; desenvolve o pensamento crítico e criativo, harmonia & exposição à descoberta”.

As frases e o nome do projeto podem ser interpretados como uma intenção

dos autores em mostrar que estão preocupados com a metodologia, pela qual o aluno participa e interage. Já o título das duas coleções discutidas até o momento, *Ensino Atualizado de Matemática 1971 e 1975*, revelam outra época em que o objetivo era apresentar uma proposta de ensino “atualizada” com a Matemática Moderna.

No prefácio existem duas páginas: uma em que os autores intitulam de: “Alguns dados sobre o livro”, direcionada aos professores e, a outra, aos alunos, “Caro aluno”. Na parte dirigida aos docentes, há uma preocupação com os conteúdos e a metodologia. Os autores ressaltam a retirada do excesso de algebrismo; certamente se referem ao tratamento dado à geometria via estruturas algébricas, na coleção *Ensino Atualizado*:

Os fatos concretos precedem as idéias abstratas; a atividade pessoal do aluno é provocada ao máximo; o processo metodológico utilizado em cada ficha harmoniza a “exposição com a descoberta” – levando o aluno a estudar sozinho [...]; o excesso de algebrismo na 7ª série foi retirado para dar lugar à geometria euclidiana – apresentada através de uma nova metodologia: a das transformações” – resgatando, de modo dinâmico, o estudo da geometria já desaparecido do 1º e 2º graus; foi um livro experimentado em escolas públicas de Salvador, durante um período de 10 anos e que acatou muitas sugestões de alunos. (CATUNDA, sem data, p. 1).

Continuam a dar ênfase ao ensino da geometria e declaram que o livro da sétima série contém geometria euclidiana. As transformações geométricas são tratadas como uma metodologia para resgatar o processo dinâmico, desaparecido do ensino de primeiro e segundo graus.

Tudo indica que na obra *Ensino Atualizado* o foco era propor um currículo de matemática atualizado com as tendências modernas. A partir dos anos de 1970, com as críticas que se faziam ao MMM, bem como a experiência do uso dessa coleção por professores e alunos, levam os autores a priorizarem as questões metodológicas e didáticas com a reformulação da proposta.

Dantas, em entrevista no ano de 1993, diz que os didáticos produzidos e aplicados pela SCM do CECIBA contribuíram para a produção dos livros do PROED.

A oportunidade que o CECIBA nos proporcionou de introduzir Matemática Moderna no curso secundário, de analisar os êxitos obtidos e as dificuldades criadas para o aluno pelo ensino adotado, para então buscar outros caminhos justificou, plenamente, a sua criação. Não fora a experiência do CECIBA e até hoje estaríamos sem saber por que rejeitar a Matemática Moderna e em que medida ela deveria ser rejeitada.

(DANTAS, 1993, p.25, 26).

O relato da autora e o texto do prefácio fornecem indícios de que o PROED possui uma nova metodologia e que nem todos os conteúdos da Matemática Moderna, da coleção anterior, foram incorporados. De uma obra para outra, permaneceram aqueles que obtiveram algum êxito nas experiências junto aos alunos e professores.

Dantas não culpa os professores pelo sucesso ou fracasso da introdução de conteúdos de Matemática Moderna. O saber da cultura acadêmica estava sendo colocado no ensino ginasial; contudo, ao receber esse saber, a escola não o reproduz tal e qual, pois possui cultura própria. A escola responde, produz, molda os saberes para a sua cultura.

A frase no prefácio: “Foi um livro experimentado em escolas públicas de Salvador, durante um período de 10 anos e que acatou muitas sugestões de alunos”, indica que a coleção do PROED é certamente uma versão reformulada de *Ensino Atualizado*.

Os conteúdos nessa nova coleção estão organizados em fichas de trabalho e os de geometria são distribuídos nos livros 7 e 8, que atendiam respectivamente ao ensino da sétima e oitava série do primeiro grau. A matéria é estruturada com muitos exercícios para o aluno resolver; tais exercícios são geralmente do tipo: construa, mostre que, calcule, complete, ligue, encontre. Existe uma mudança, considerável da coleção *Ensino Atualizado* para a do PROED, tanto no estilo de exercícios como no aumento da quantidade.

No livro Matemática 7, os assuntos foram distribuídos em quarenta e cinco fichas de trabalho. A seguir elencam-se os conteúdos referentes à geometria, que totalizam trinta fichas:

<ul style="list-style-type: none"> <li>- Translação: operações com pontos e vetores</li> <li>- Congruência por translação; Soma de vetores; vetor nulo; simétrico de um vetor; diferenças de vetores; Multiplicação escalar</li> <li>- Simetria no plano; congruência por simetria</li> <li>- Reta do plano; Retas paralelas: definição; construção</li> <li>- Semi-reta e segmento; Semiplano; faixa e semifaixa</li> <li>- Ângulos: definições; propriedades</li> <li>- Triângulo e paralelogramo; Paralelogramo: propriedades</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>- Homotetia: definição; Homotetia:</li> <li>- Aplicação aos triângulos</li> <li>- Teorema de Tales; Trapézio: definição; propriedades</li> <li>- Simetria axial; congruência por simetria</li> <li>- Axial; Simetria axial; retas perpendiculares</li> <li>- Figuras simétricas; construção; Transporte de Figuras; Medidas de ângulo</li> <li>- Triângulos: propriedades; Congruência de triângulos; triângulo retângulo;</li> <li>- Perpendiculares e oblíquas</li> </ul>
---	--

**Quadro 4 - retirado do sumário do livro PROED - Matemática 7.**

O quadro acima evidencia que não existe mais a separação da Geometria Afim e da Geometria Euclidiana, como nas outras obras do grupo. Mas o estudo das translações e vetores é conservado. Após trabalhar a simetria e a homotetia elas são estendidas para: Simetria no plano; congruência por simetria – Simetria axial; congruência por simetria axial – Simetria axial; retas perpendiculares – Figuras simétricas; construção.

Isso conduz a pensar que realmente as transformações geométricas são usadas como metodologia no ensino da geometria, conforme os autores anunciam no prefácio, ou melhor, elas servem de elo para os estudos desse conteúdo. Tal característica também foi encontrada, na coleção *Ensino Atualizado*.

No livro *Matemática 7* os conceitos são trabalhados por meio de perguntas dirigidas aos alunos e há espaços para que possam respondê-las ou construir uma figura. Em seguida apresentam as respostas corretas, que serão usadas para a próxima definição. Talvez os autores tivessem a intenção de introduzir o estudo dirigido.

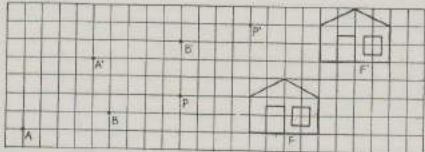


A geometria inicia-se na décima sexta ficha, com o conceito de translação, operações com pontos e vetores. Outra característica que chama a atenção nesse livro é o uso do papel quadriculado que serve para construir entes ou figuras geométricas. Esse recurso já tinha sido introduzido no livro *Ensino Atualizado 7 de 1975*, mas agora o aluno ganha espaço para construir figuras e escrever suas conclusões.

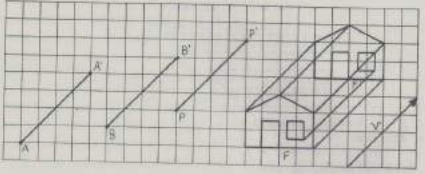
FICHA 16: TRANSLAÇÃO; OPERAÇÕES COM PONTOS E VETORES

1. Considere, na figura a seguir, a relação que ao ponto A faz corresponder o ponto A', ao ponto B o ponto B', ao ponto P o ponto P' e à figura F a figura F'.

Ligue, por meio de uma régua, cada ponto ao seu correspondente. Ligue, também, alguns pontos de F aos seus correspondentes em F'.



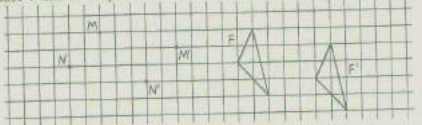
Você deve ter obtido segmentos orientados, (figura a seguir).



Diga se os segmentos orientados obtidos têm o mesmo tamanho.  
Resposta  
Diga se os segmentos orientados obtidos têm a mesma direção.  
Resposta  
Diga se os segmentos orientados obtidos têm o mesmo sentido.  
Resposta  
Os segmentos orientados obtidos, que têm a mesma direção, o mesmo sentido e o mesmo tamanho, definem um ente geométrico chamado vetor. Este vetor é representado por uma seta e está indicado, na figura acima, pela letra  $v$ .

Nestas condições, a relação considerada, acima, é chamada translação de vetor  $v$  ou translação  $v$ . Os pontos A', B' e P' são chamados transformados dos pontos A, B e P, respectivamente. A figura F' é a transformada da figura F.

2. Considere a relação que ao ponto M faz corresponder o ponto M', ao ponto N faz corresponder N' e à figura F faz corresponder a figura F'.



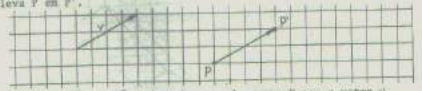
Ligue cada ponto ao seu transformado. Ligue, também, alguns pontos de F aos seus correspondentes em F'.

Diga se os segmentos orientados obtidos têm o mesmo tamanho.  
Resposta  
Diga se os segmentos orientados obtidos têm a mesma direção.  
Resposta  
Diga se os segmentos orientados obtidos têm o mesmo sentido.  
Resposta  
Você deve ter concluído que os segmentos orientados obtidos têm o mesmo tamanho, a mesma direção e o mesmo sentido. Por isso, esses segmentos definem um vetor. Represente, na figura acima, esse vetor e indique pela letra  $u$ .

Nestas condições, a relação considerada, que leva M em M', N em N' e a figura F em F', é chamada translação de vetor  $u$ .

Observação: Até aqui, você trabalhou numa folha de papel. Esta folha representa um ente geométrico chamado plano. O plano pode, também, ser representado pela superfície da mesa ou do quadro-negro. A idéia de plano pode ser dada, intuitivamente, a partir desses objetos, supondo os mesmos prolongados, indefinidamente, em todas as direções.

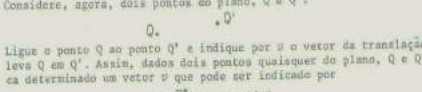
3. Considere, no plano, um ponto P e um vetor  $u$ . A translação de vetor  $u$  leva P em P'.



O ponto P' é, também, chamado soma do ponto P com o vetor  $u$ .  
Pode-se escrever  
 $P' = P + u$

Assim, fica definida, no plano, a soma de um ponto com um vetor, que é um ponto.

4. Considere, agora, dois pontos do plano, Q e Q'.



Ligue o ponto Q ao ponto Q' e indique por  $v$  o vetor da translação que leva Q em Q'. Assim, dados dois pontos quaisquer do plano, Q e Q', fica determinado um vetor  $v$  que pode ser indicado por  
 $v = \overrightarrow{QQ'}$  ou  $v = Q' - Q$ .

Deste modo, fica definida, no plano, a diferença de dois pontos que é um vetor.

Resolva os exercícios da página 45.

Figura 25 - livro Matemática 7- PROED, páginas 41 e 42.

Os vetores são estudados paulatinamente e de maneira construtiva. A metodologia muda significativamente: o aluno é convidado a construir e responder. Pode-se chamar de um estudo intuitivo, que parte do concreto para em seguida fazer as abstrações.

Não há mais o tratamento via estruturas algébricas. Essa alteração, na década de 1970, pode ter ocorrido devido às críticas contra a algebrização da matemática.

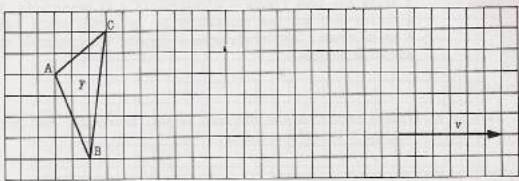
A nova proposta, ao contrário das anteriores, os conteúdos de geometria e a metodologia estão de acordo com as recomendações de Dubrovnik: na introdução

da noção de vetores como segmentos orientados; no uso das transformações para observarem as propriedades das figuras; na algebrização de forma simples, após um ensino intuitivo.

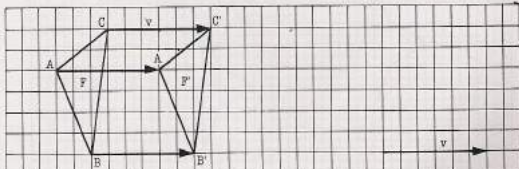
Na ficha que trata das translações, o aluno é levado a construir segmentos orientados no papel quadriculado. Trabalha-se o conceito de translação por meio de construções de vetores com mesmo tamanho, sentido e origem. Em seguida, a translação de vetor é aplicada para figuras, definindo-se como congruentes.

**FICHA 17: CONGRUÊNCIA POR TRANSLAÇÃO**

1. Considere, novamente, o plano representado por uma folha de papel. Esse plano é um conjunto de pontos. Qualquer subconjunto desses pontos chama-se *figura*. Considere a figura  $F$  e o vetor  $v$  dados a seguir e ache os transformados dos pontos  $A, B$  e  $C$  pela translação de vetor  $v$ . Ligue os pontos obtidos.



Você deve ter encontrado uma figura como a seguinte:



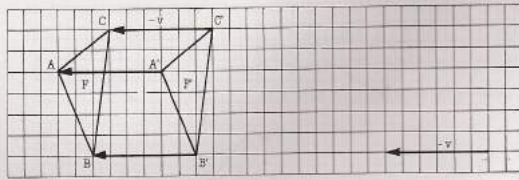
A figura  $F'$  obtida é  $F$  pela translação de vetor  $v$  e a transformada de  $F$  por essa translação. Assim, dada uma figura  $F$  e um vetor  $v$ , todo ponto  $P$  de  $F$  é levado num ponto

$$P' = P + v$$

e a figura  $F$  é levada na figura

$$F' = F + v$$

Você pode verificar que se  $F'$  é levada em  $F$  pela translação de vetor  $v$ ,  $F$  é levada em  $F'$  por uma translação cujo vetor tem o mesmo tamanho, a mesma direção e o sentido contrário ao do vetor  $v$ . Esse vetor é indicado por  $-v$ .



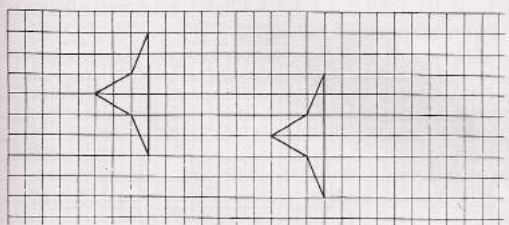
**Definição**

Dadas duas figuras  $F$  e  $F'$ , se uma pode ser obtida da outra por uma translação, diz-se que  $F$  e  $F'$  são *congruentes*. Escreve-se  $F \cong F'$  e se lê:  $F$  é congruente a  $F'$ .

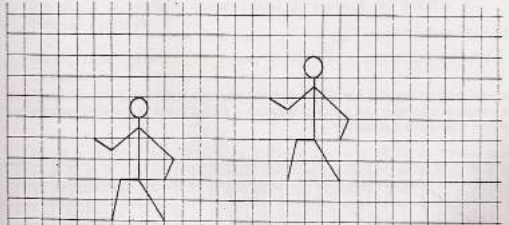
**Observação:** É claro que toda figura  $F$  é congruente a si mesma pois  $F$  é obtida de  $F$  por uma translação que leva cada ponto de  $F$  em si mesmo. Esta translação é chamada *translação de zero* ou *identidade*.

**Exercícios:**

- Diga se as figuras seguintes são congruentes por translação. Em caso afirmativo, indique o vetor translação.



- Diga se as figuras seguintes são congruentes por translação. Em caso afirmativo, indique o vetor translação.



Resolva os exercícios da página 46.

Figura 26 - livro Matemática 7- PROED, páginas 43 e 44.

As transformações geométricas são utilizadas em quase todos os outros conceitos. Observa-se o uso frequente dos vetores, uma característica encontrada igualmente nas coleções anteriores e preservada nessa nova.

O recurso do papel quadriculado é estendido para outros estudos, como no caso da homotetia central. Após o estudo desse conceito, são propostos exercícios aplicados em pontos, figuras geométricas e outros desenhos, obtendo reduções e ampliações. Para resolver esses exercícios o aluno precisa utilizar o quadriculado.

A demonstração do Teorema de Tales é realizada a partir da translação de vetor em uma das retas paralelas:

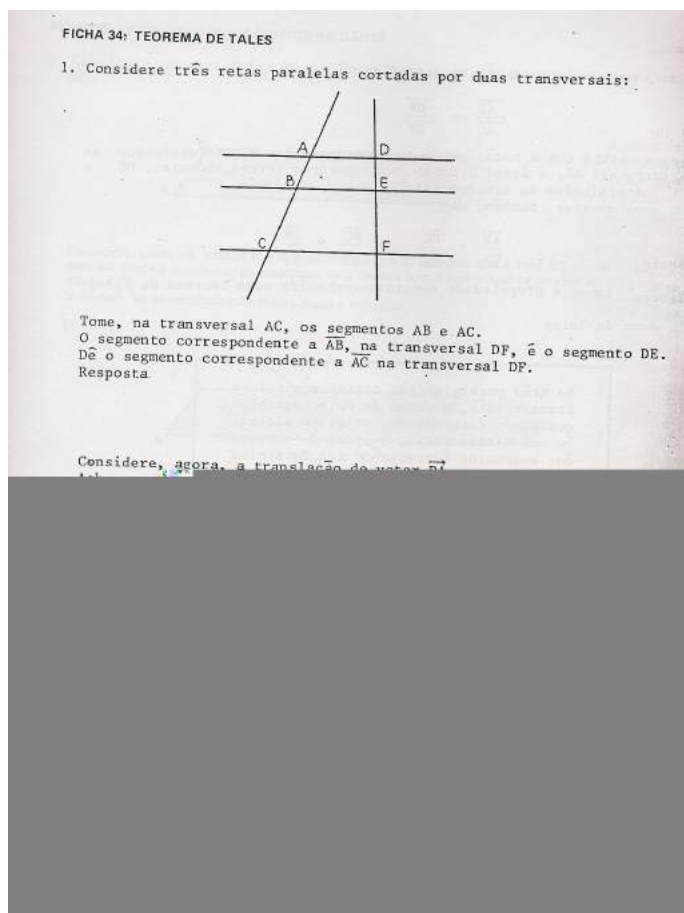
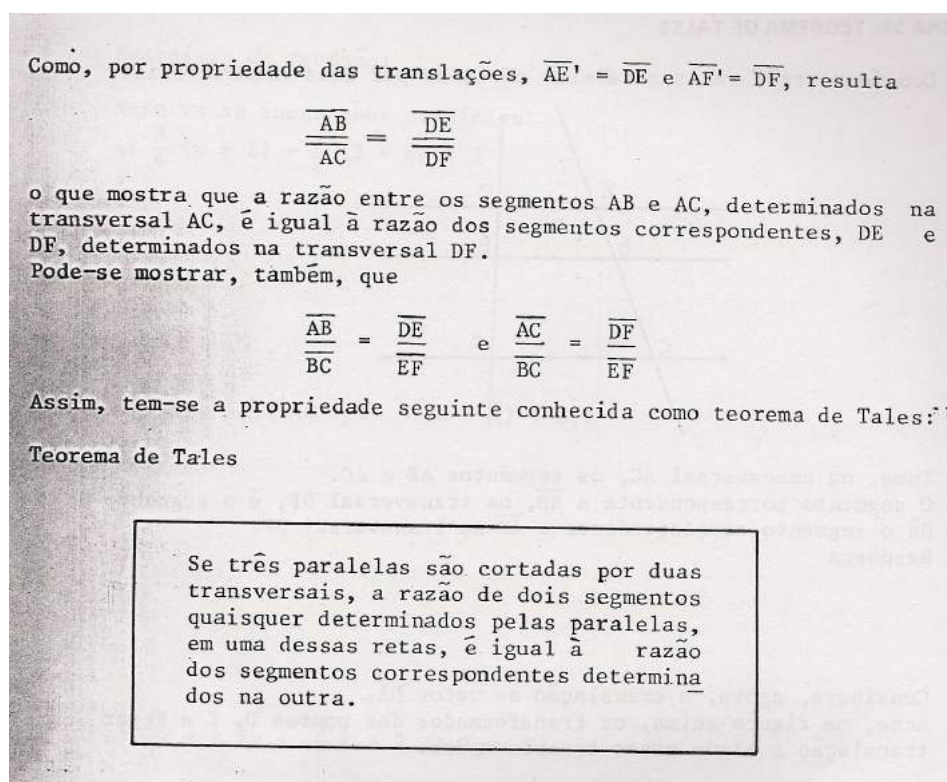


Figura 27 - livro Matemática 7- PROED, página 93.

Em seguida, aplicam-se o conceito sobre proporcionalidade de segmentos, apresentados em uma das propriedades dos triângulos: “Toda paralela a um dos lados de um triângulo, que intercepta os outros dois lados, determina, segmentos proporcionais”.



**Figura 28 - livro Matemática 7- PROED, página 93.**

No livro *Ensino Atualizado 3*, o Teorema de Tales foi demonstrado após o estudo da homotetia no triângulo. Os autores apresentaram esse teorema como uma consequência da razão de homotetia. A alteração de um livro para o outro, nesse caso, acontece na substituição da transformação homotetia para translação de vetor.

A simetria axial é definida a partir de uma figura e uma reta, desenhadas em folha de papel transparente, uma experiência com dobra de papel. Tal recurso possibilita observar a reflexão da figura em que são conservadas suas características (medidas dos lados e ângulos). Logo após, são propostos exercícios, no mesmo formato da atividade anterior para aplicar a simetria axial.



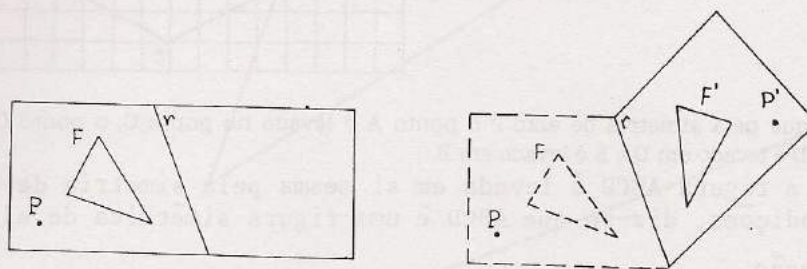
**FICHA 36: SIMETRIA AXIAL; CONGRUÊNCIA POR SIMETRIA AXIAL**

1. Na folha de papel transparente, dada a seguir, estão traçados uma reta  $r$ , um ponto  $P$  e uma figura  $F$ . O ponto  $P$  e a figura  $F$  estão num mesmo semiplano em relação a  $r$ .

Dobre a folha de papel segundo a reta  $r$ . Observe que o ponto  $P$  vai ocupar uma posição  $P'$  no semiplano oposto. Marque o ponto  $P'$ .

Tome, agora, um ponto  $Q$  no mesmo semiplano que contém  $P$ . Dobre, novamente a folha de papel segundo a reta  $r$  e marque  $Q'$ . Por esse processo você pode verificar que qualquer ponto do semiplano de origem  $r$ , que contém o ponto  $P'$ , é levado num ponto do semiplano oposto.

Observe, também, que a figura  $F$  do semiplano que contém  $P$  é levada numa figura  $F'$ , no semiplano oposto, conforme figura a seguir. Desenhe a figura  $F'$  na folha de papel.



Considere, novamente, a folha de papel transparente. Dobre esta folha segundo a reta  $r$  de sorte que o semiplano que contém  $P'$  seja levado no semiplano que contém  $P$ .

Complete:

O ponto  $P'$  é levado em ...

A figura  $F'$  é levada em ...

Você deve ter verificado que o ponto  $P'$  é levado em  $P$  e a figura  $F'$  é levada em  $F$ .

Nestas condições, dobrando-se a folha de papel segundo a reta  $r$ , qualquer ponto  $P$  do plano é levado num ponto  $P'$  do mesmo plano. Essa correspondência é uma transformação chamada *simetria em relação à reta  $r$* , ou *simetria axial de eixo  $r$* . Os pontos  $P$  e  $P'$  chamam-se *simétricos*; diz-se que cada um desses pontos é o transformado do outro. A reta  $r$  chama-se *eixo de simetria*. Cada ponto do eixo é simétrico de si mesmo. Diz-se, também, que  $F$  e  $F'$  são *figuras simétricas*.

**Figura 29 - livro Matemática 7- PROED, página 99.**

Em Ensino Atualizado 3 a simetria axial foi apresentada com um desenho que mostrava a dobra do papel, mas não havia instruções para o aluno realizar a experiência. As inclusões de atividades experimentais vêm ao encontro das

recomendações metodológicas de Dubrovnik.

Duas grandes mudanças foram identificadas, entre as coleções: na metodologia empregada e no abandono dado à Geometria Afim via estruturas algébricas e Teoria dos Conjuntos, características marcantes do terceiro volume Ensino Atualizado. Tal fato confirma a fala dos autores no prefácio de que todo o excesso de algebrismo foi retirado da sétima série, no entanto, quase todos os conteúdos estudados na Geometria Afim são preservados<sup>89</sup>.

No livro Matemática 8 os assuntos são distribuídos em quarenta e três fichas de trabalhos, entre as quais vinte e cinco referentes à geometria:

<ul style="list-style-type: none"> <li>- Círculo</li> <li>- Círculo: posição relativa de reta e círculo; posições relativas de dois círculos</li> <li>- Rotação</li> <li>- Rotações: no círculo; extensão da noção de ângulo</li> <li>- Círculo: propriedades</li> <li>- Círculo: ângulo inscrito; propriedades</li> <li>- Retas concorrentes no triângulo: mediatrizes e medianas</li> <li>- Retas concorrentes no triângulo: bissetrizes e alturas</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>- Seno, co-seno e tangente dos ângulos de <math>45^\circ</math>, <math>30^\circ</math> e <math>60^\circ</math></li> <li>- Relações métricas num triângulo qualquer</li> <li>- Relações métricas no círculo; potência de um ponto</li> <li>- Polígono convexo</li> <li>- Polígono regulares</li> <li>- Polígono regulares: relações métricas</li> <li>- Polígono: área do retângulo</li> <li>- Polígonos: área do paralelogramo, do trapézio e do losango</li> <li>- Área de um polígono regular</li> <li>- Comprimento do círculo; área do disco</li> <li>- Área do setor circular e da corda circular</li> </ul>
---	--

**Quadro 5 - retirado do sumário do livro PROED - Matemática 8.**

O estudo da geometria é iniciado pelo círculo. Após definirem centro, raio, diâmetro e disco, aos alunos devem responder se o círculo e o disco são figuras

---

<sup>89</sup> Translação: operações com pontos e vetores; Congruência por translação; Soma de vetores; vetor nulo; simétrico de um vetor; diferenças de vetores; Multiplicação escalar; simetria no plano; congruência por simetria; Reta do plano; Retas paralelas; Semirreta e segmento; Semiplano; faixa e semifaixa; Ângulos: definições; propriedades; Triângulo e paralelogramo; Paralelogramo: propriedades; Homotetia: definição; Homotetia; Aplicação aos triângulos; teorema de Tales; Trapézio: definição.

simétricas em relação ao círculo<sup>90</sup>. Algumas propriedades são demonstradas e outras dadas como definições, seguidas de inúmeros exercícios. Estratégia diferente do livro de 1971, no qual não se fez nenhuma pergunta, tratou as propriedades e definições como teoremas e não foi proposto exercícios.

O conceito de rotação é trabalhado por meio do giro de uma semireta sobre uma folha de papel transparente. Para definir a rotação no círculo usa-se o mesmo recurso, trocando a semireta por um círculo. Na coleção de 1971 esse conteúdo foi estudado na terceira série por meio de duas simetrias, e retomado na quarta série.

As relações trigonométricas: seno, cosseno e tangente, são estudadas pelo triângulo retângulo,

Como  $\overline{DE} = c - m$  e  $\overline{CD}^2 = b^2 - m^2$  resulta, por substituição em (I),

$$a^2 = b^2 - m^2 + (c - m)^2$$


ou  $a^2 = b^2 - m^2 + c^2 - 2cm + m^2$

ou, ainda,  $a^2 = b^2 + c^2 - 2cm$

Assim, como  $c$  é o lado oposto a um ângulo agudo e  $m$  é a projeção do lado  $b$  sobre o lado  $c$ , tem-se a propriedade seguinte:

Em qualquer triângulo, o quadrado do lado oposto a um ângulo agudo é igual à soma dos quadrados dos outros dois lados menos duas vezes o produto de um desses lados pela projeção do outro sobre ele.

4. Considere, agora, o triângulo obtusângulo  $\lambda BC$ .



Seja  $c$  o lado oposto ao ângulo obtuso  $A$  e  $m = \overline{AD}$  a projeção do lado  $b$  sobre o prolongamento do lado  $c$ .

No triângulo retângulo  $BCD$ , tem-se

$$a^2 = \overline{CD}^2 + \overline{DB}^2$$

e, no triângulo retângulo  $ACD$ , tem-se

$$\overline{CD}^2 = b^2 - m^2$$

Como  $\overline{DB} = m + c$ , resulta

$$a^2 = b^2 - m^2 + (m + c)^2$$

ou  $a^2 = b^2 - m^2 + m^2 + 2mc + c^2$

ou, ainda,  $a^2 = b^2 + c^2 + 2cm$

Assim, tem-se a propriedade seguinte:

Num triângulo obtusângulo, o quadrado do lado oposto ao ângulo obtuso é igual à soma dos quadrados dos outros dois lados mais duas vezes o produto de um desses lados pela projeção do outro sobre ele.

Figura 30 - livro Matemática 8- PROED, página 100.

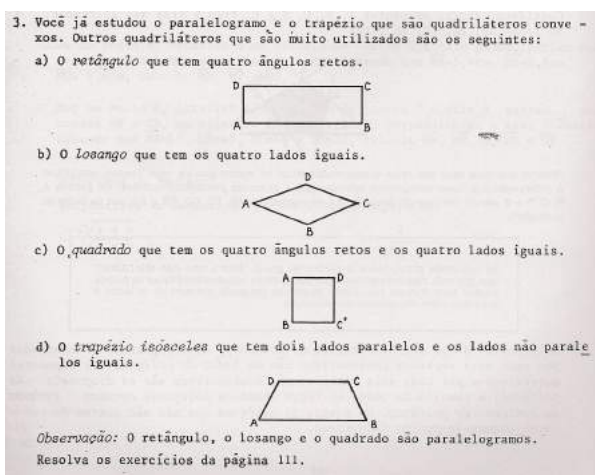
Já no livro *Ensino Atualizado 4*, este estudo realizou-se no item funções circulares, através do círculo trigonométrico, e só depois estendido para as relações métricas no triângulo retângulo, com a inclusão das leis do seno e cosseno.

O produto escalar, presente no livro de 1971, é retirado; provavelmente os autores fizeram essa opção, devido às possíveis dificuldades apresentadas pelos

<sup>90</sup> Contudo, não é proposta uma atividade experimental para o aluno chegar a essa conclusão.

alunos, por ser um conceito abstrato demais.

Ao apresentar os quadriláteros não estudam as propriedades do retângulo, trapézio, losango e quadrado:



**Figura 31 - livro Matemática 8- PROED, página 108.**

Ao contrário da obra Ensino Atualizado, onde foram trabalhadas as propriedades de todos os quadriláteros:



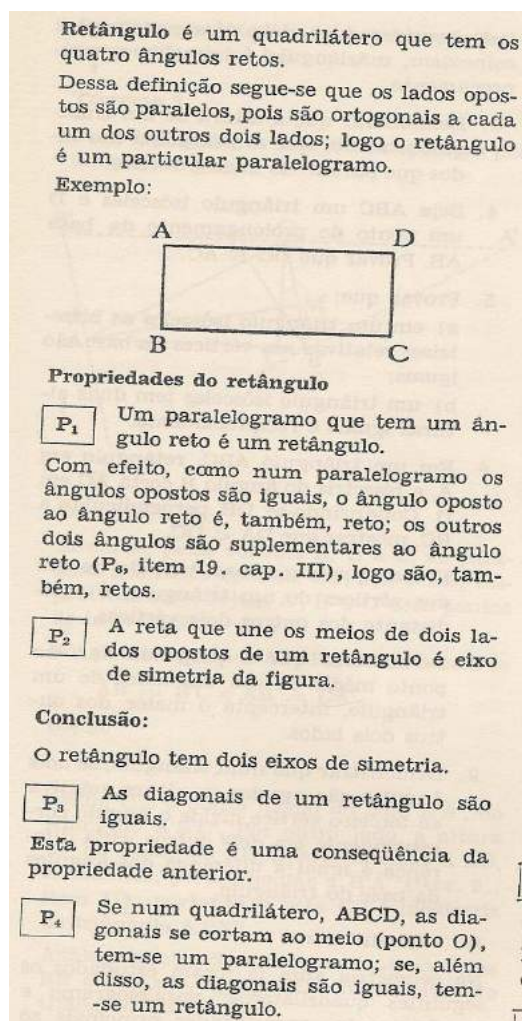
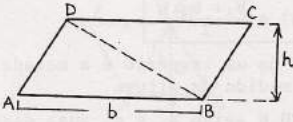


Figura 32 - livro Ensino Atualizado 3, 1971, página 124.

No tema áreas de figuras planas, a fórmula do triângulo é deduzida com a divisão da área do retângulo. Já as do paralelogramo, trapézio e losango são adquiridos dividindo-se essas figuras em triângulos.

1. Considere o paralelogramo ABCD de base  $b$  e altura  $h$  e seja BD uma diagonal.



Observe que a diagonal BD divide o paralelogramo ABCD em dois triângulos: ABD e BCD. Assim, a área do paralelogramo ABCD é a soma das áreas desses dois triângulos.  
Verifique se  $\triangle ABD \cong \triangle BCD$ .

Resposta

Como os triângulos ABD e BCD são congruentes, pode-se concluir que a área do paralelogramo ABCD é o dobro da área do triângulo ABD, isto é,

$$A(\text{ABCD}) = 2 A(\text{ABD})$$

ou

$$A(\text{ABCD}) = 2 \cdot \frac{b \cdot h}{2}$$

ou, ainda,

$$A(\text{ABCD}) = b \cdot h$$

o que mostra que a área de um paralelogramo é igual ao produto da medida da base pela medida da altura.

Figura 33 - livro Matemática 8- PROED, página 119.

Uma maneira distinta da obra anterior, em que a fórmula para o cálculo da área do paralelogramo foi concebida por meio de congruências de triângulos e translações.

As grandes alterações observadas entre os livros *Ensino Atualizado 4* e *Matemática 8* são: na redução da quantidade de teoremas demonstrados e numa flexibilidade no rigor. Poucos conteúdos foram removidos, e outros modificados a forma de se demonstrar. Na metodologia empregada não se percebeu grandes mudanças, como as encontradas do livro *Ensino Atualizado 3* para *Matemática 7*<sup>91</sup>. Também verificou-se que as transformações translação, simetria e homotetia tiveram pouca ênfase como nos outros livros.

As recomendações metodológicas propostas em Dubrovnik para o ensino da geometria no primeiro ciclo, ao que tudo indica, foram, em grande medida, incorporadas na proposta da coleção do PROED. Muitas são as proximidades, tanto

---

<sup>91</sup> Percebeu-se que o livro *Matemática 8* contém poucas atividades experimentais em relação ao livro *Matemática 7*.

no tratamento como na inclusão de atividades experimentais, que proporcionaram a interação dos alunos, sem usar um tratamento rigoroso e algébrico. Os conceitos foram estudados de maneira intuitiva e só depois efetuaram as abstrações. Essas características aparecem com maior frequência no livro do PROED destinado à sétima série do primeiro grau.

Outro fato que cabe salientar é sobre o programa de Dubrovnik propor, no ensino da geometria do primeiro ciclo, a incorporação das noções da teoria de conjuntos; propriedades e relações. Tal proposta, em alguma medida, foi apropriada pelos autores no estudo da Geometria Afim da coleção Ensino Atualizado, e colocado de lado na do PROED.

### 5.2.3 As transformações geométricas e o ensino da geometria

A quarta e última obra didática produzida pelo grupo de Salvador foi publicada pelo Centro Editorial da UFBA (EUFBA) em 1988, como dito anteriormente, a coleção, composta por três volumes, aborda especificamente os conteúdos de geometria.

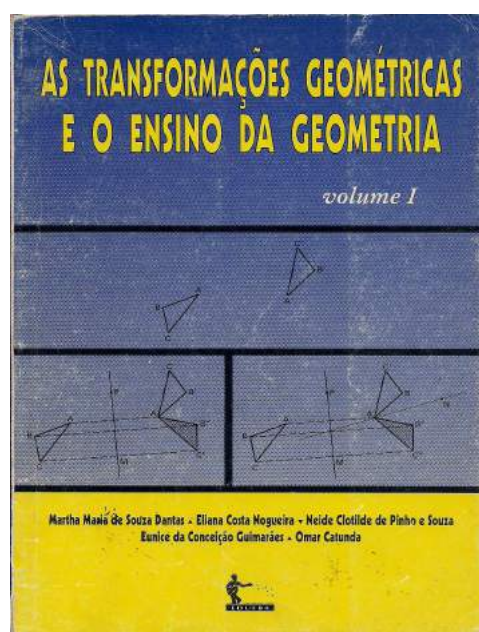


Figura 34 - livro As transformações geométricas v.1, PROED, capa, 1996.

Um fato que chamou a atenção é Omar Catunda aparecer como autor, pois quando editam a obra faziam-se dois anos da sua morte<sup>92</sup>. Isso pode ter ocorrido pela gratidão e reconhecimento das autoras perante o “mestre” que, por quase vinte três anos, as orientou nos projetos de ensino da matemática, principalmente na parte que tratava dos conteúdos de geometria. As modificações que podem ser encontradas, provavelmente não tiveram a participação e orientação efetiva de Catunda.

O livro *As transformações geométricas e o ensino da geometria* é o primeiro material do grupo de Salvador que tem como finalidade direcionar o trabalho dos professores. Organizada em quatro capítulos: no primeiro, descrevem os problemas do ensino da geometria; no segundo e terceiro, justificam a importância do uso das transformações geométricas no ensino da sétima e oitava séries do primeiro grau, e, no quarto, apresentam a distribuição dos conteúdos por meio de fichas de trabalho. No prefácio desse volume, os autores dizem que a coleção é fruto da experiência com a geometria contida no projeto do PROED.

Ao analisar os conteúdos e a metodologia empregada identificou-se que realmente são semelhantes, aos trabalhados na coleção do PROED Matemática 7 e 8. Ao comparar as duas propostas, parece não haver grandes alterações.

Uma característica peculiar é observada, depois que são construídos e definidos os conceitos de translação, simetria central, homotetia e simetria axial, os autores ressaltam que são transformações geométricas. Todas essas transformações já eram trabalhadas nas outras obras, no entanto, somente nessa é explicitado: “Uma homotetia de centro  $C$  e razão  $k \neq 0$  é uma transformação geométrica” (DANTAS, 1996, v.1, p. 68).

No estudo dos casos de congruência de triângulos, encontrou-se uma mudança significativa de uma coleção para outra, veja:

---

<sup>92</sup> Omar Catunda morreu em 1986 na cidade de Salvador, onde residia desde 1963.

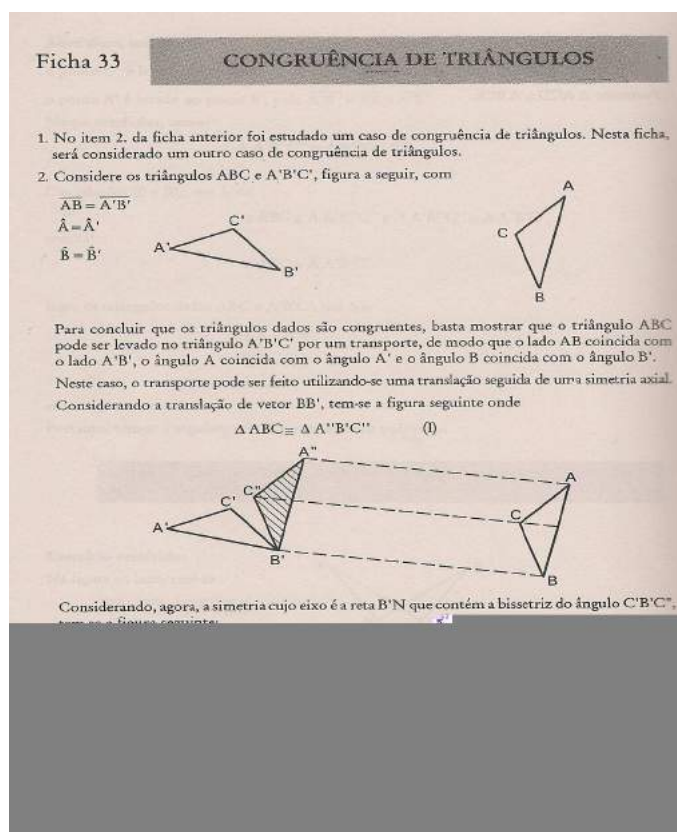


Figura 35 - livro *As transformações geométricas - v.1*, página 136, 1996.

Tanto no livro *Ensino Atualizado 3*, como no do PROED - *Matemática 7*, ao demonstrarem que dois triângulos são congruentes, os autores justificavam pelo transporte dos lados e ângulos. Na nova coleção, são definidos os nomes desses transportes: transporte por simetria; por translação ou por homotetia.

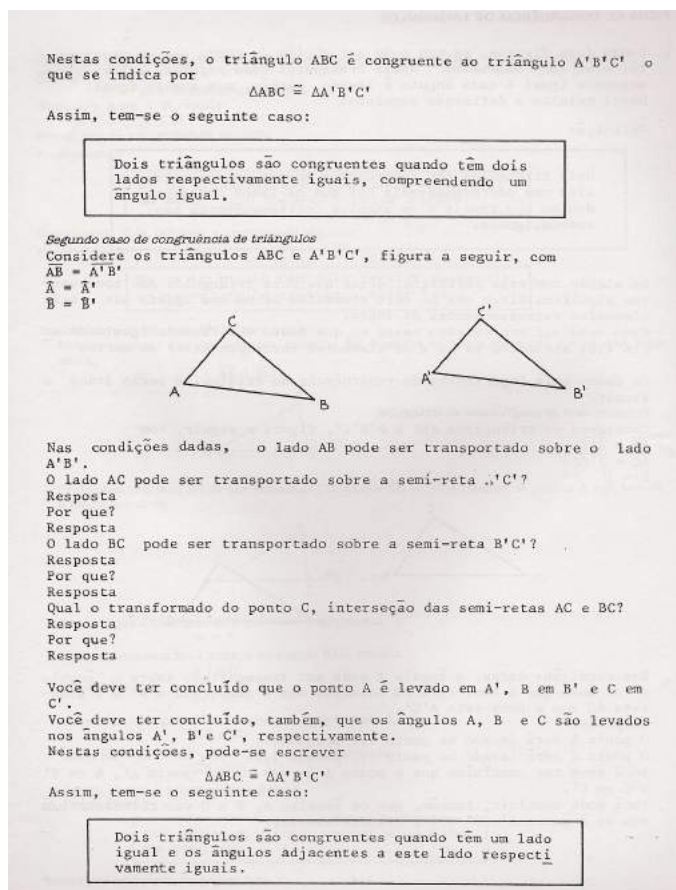


Figura 36 - livro Matemática 7, página 114, s.d.

Como mencionado no terceiro capítulo desta pesquisa, nos *Elementos* de Euclides, as demonstrações por superposição não eram rigorosas e usavam deslocamentos sem definições; esse método de demonstração adotado por Euclides foi criticado, por vários matemáticos posteriores a ele.

Na coleção de 1988 o grupo de Salvador, ao contrário do encontrado em suas obras anteriores, os deslocamentos usados nos casos de congruências são determinados pelas transformações geométricas. Um avanço na forma clássica de realizar essas provas, mais uma inovação dos autores.

## 6 CONSIDERAÇÕES FINAIS

A presente dissertação buscou contribuir com a construção da história do ensino da geometria no Brasil. Para produzir essa história, foram analisadas as propostas de geometria em quatro coleções didáticas, destinadas aos alunos do atual 6º. ao 9º. ano do Ensino Fundamental, elaboradas ao tempo do Movimento da Matemática Moderna (MMM) na capital da Bahia.

A pesquisa debruçou-se sobre os caminhos percorridos pelos autores, frente às propostas modernizadoras para o ensino da geometria. Como fontes de pesquisa, além das quatro obras elaboradas em Salvador, foram analisados documentos de seminários e congressos referentes às propostas do MMM.

Pretendeu-se construir uma nova representação do ensino da geometria em tempos do MMM; uma história produzida com outros olhares e outras fontes. Essa investigação buscou respostas para as indagações: Como os autores se apropriaram do ideário do MMM na preparação da coleção didática de 1971? Qual geometria escolar foi proposta por eles? Como essa geometria foi reformulada nas coleções de 1975 a 1988?

Para responder a essas indagações, realizaram-se diferentes estudos que subsidiaram a análise crítica das coleções didáticas. Por meio de um estudo histórico da Geometria, tanto da geometria produzida pelos cientistas como da geometria estudada na escola básica; as propostas do Movimento da Matemática Moderna para o ensino da geometria no secundário, discutidas internacionalmente, as apropriações nacionais, em especial o contexto baiano. A pesquisa enfronhou-se na investigação sobre o processo de produção e análise das quatro coleções didáticas produzidas na capital da Bahia. Tal busca não se limitou a descrever os conteúdos de geometria abordados nas coleções, mas comportou a análise da proposta modernizadora para o ensino da geometria por meio de: conteúdos novos inseridos, metodologia empregada, exercícios propostos, presença da axiomatização, entre outros aspectos. Outros programas propostos para a geometria escolar durante o MMM, tanto no âmbito internacional como em algumas



propostas produzidas nacionalmente, foram trazidos para o debate.

Sobre o estudo da Geometria, na sua concepção de conhecimento científico, foi resgatado o processo histórico da evolução desse conhecimento. Constatou-se que a Geometria desenvolvida por Euclides sofreu várias críticas entre os matemáticos, principalmente pelo tratamento e uso dos axiomas. Essas críticas geraram a elaboração de novos axiomas, o que surgindo as Geometrias não-euclidianas e de outros tratamentos dados a Geometria de Euclides. Essas configurações poderiam ser apresentadas axiomáticamente através do grupo das transformações, da Álgebra Linear com os espaços vetoriais ou de uma nova axiomática dos postulados de Euclides.

Ao trazer a história da geometria ensinada na escola básica brasileira, foram usados os trabalhos históricos realizados sob a perspectiva que considera as produções da escola e para a escola. Concluiu-se que o ensino da geometria sofreu modificações, ao longo do tempo. De conhecimento prático passou a ser considerada essencial para desenvolver o raciocínio, constituindo numa disciplina escolar. Como disciplina escolar, seu ensino foi focado na Geometria lógico-dedutiva de Euclides. Através de justificativas para integrar “as três matemáticas” – Aritmética, Álgebra e Geometria –, de disciplina escolar passou a ser um dos conteúdos da matemática escolar. Nessa nova apresentação das “matemáticas”, os conteúdos da geometria precisaram de um tempo para se organizar e se adaptarem ao cotidiano escolar.

Observou-se, pelas investigações de outros pesquisadores, que a geometria lógico-dedutiva prevaleceu nas escolas brasileiras, durante as décadas entre 1930 e metade de 1960. No entanto, nos primeiros congressos brasileiros de ensino da matemática nos anos de 1950 identificaram problemas no seu ensino, pois as demonstrações dos teoremas eram decoradas pelos alunos.

Outro momento de transformação da geometria escolar foi observado com o Movimento da Matemática Moderna, iniciado no final da década de 1950. O estudo em torno das propostas de geometria preconizadas pelo MMM mostrou que elas foram discutidas intensamente em encontros internacionais: Seminário de Royaumont (1959), Seminário de Dubrovnik (1960) e na Primeira Conferência Interamericana em Educação Matemática (1961).



Pelas análises dos documentos deixados nesses encontros foi possível identificar três grandes vertentes para o ensino da geometria: Geometria pelos espaços vetoriais; Geometria de Euclides com modificações dos axiomas e Geometria via transformações geométricas. Essas três propostas indicaram um desacordo no ideário do Movimento, ou seja, não se obteve um consenso entre os idealizadores do MMM.

Com o estudo da trajetória dos autores das coleções didáticas, fontes desta pesquisa, verificou-se que a introdução de conteúdos da Matemática Moderna no ensino ginásial em Salvador foi iniciado dentro da Universidade da Bahia (UBa), em 1964, no Instituto de Matemática, sendo transferido no ano seguinte para o Centro de Estudos de Ciências da Bahia (CECIBA). Este centro funcionava na UBa e era dividido por seções científicas das diversas áreas da ciência (matemática, física, química e biologia).

A Secção Científica de Matemática (SCM) foi composta por um grupo de professores, sob a coordenação de Martha Dantas e orientação de Omar Catunda, tinha como principais objetivos realizar cursos de preparação para os professores e produzir materiais didáticos. As primeiras obras da SCM começaram a ser elaboradas por volta de 1966, no projeto *Desenvolvimento de um Currículo para o Ensino Atualizado da Matemática*. O grupo da SCM, desde 1966, já estava preparando material com conteúdos de geometria moderna. A proposta de presente nesse material indicou uma reformulação inovadora no tratamento desse conteúdo. Tal inovação manteve-se na coleção publicada pela Editora EDART em 1971.

Na análise da coleção *Ensino Atualizado*, de 1971, a proposta de geometria do livro da terceira série ginásial propunha um estudo da Geometria Afim e da Geometria Euclidiana. A Geometria Afim foi abordada por meio dos vetores e grupo das transformações, com um tratamento via estruturas algébricas que usava as propriedades e relações algébricas da teoria dos conjuntos. Na Geometria Euclidiana desse livro, estudaram-se os conteúdos da clássica Geometria de Euclides, entretanto, com um novo tratamento, no qual se destacou o uso constante das transformações geométricas. No livro da quarta série os autores deram continuidade ao estudo da Geometria Euclidiana, preservando as mesmas características do tratamento dado a ela na terceira série. Concluiu-se que essa

geometria, na coleção *Ensino Atualizado* de 1971 foi trabalhada via transformações geométricas, o que indicou sintonias com a proposta de Felix Klein apresentadas por Bostch em Royaumont e Fehr na I CIAEM.

Quanto às recomendações metodológicas do programa de Dubrovnik, averiguou-se que as transformações deveriam ser estudadas de um ponto de vista físico e intuitivo para que o aluno investigasse as propriedades das figuras. As sugestões eram para efetuar as transformações através de papel dobrado, reflexão, rotação, translação e recorte. As metodologias indicadas distoaram da proposta do grupo de Salvador. Entretanto, foi possível identificar uma similaridade entre Dubrovnik e a coleção *Ensino Atualizado* no uso das propriedades e relações algébricas da teoria dos conjuntos no ensino da geometria.

As análises realizadas no ideário do MMM e na Geometria Moderna da coleção baiana apontaram que os autores elaboraram uma proposta audaciosa e que, em alguma medida, a obra sofreu influências das idealizadas por Felix Klein, Jean Dieudonné e de Dubrovnik. O programa apresentado pelo grupo de Salvador possuiu consonância parcial com as ideias preconizadas pelo MMM, ou melhor, os autores fizeram apropriações do ideário, apresentando uma obra inovadora. Tais apropriações, definidas por Chartier (1991), dizem respeito às múltiplas interpretações, usos e a liberdade criadora que os sujeitos estabelecem quando entram em contato com textos, leis e normas.

Outra evidência da proposta audaciosa e inovação da geometria na obra de Salvador foi identificada pela análise realizada, comparando-a a outros manuais didáticos produzidos em tempos do MMM no Brasil. O primeiro manual usado nessa análise foi a coleção elaborada pelo professor paulista Osvaldo Sangiorgi e, a outra, pelo grupo paranaense NEDEM.

Sangiorgi abordou os conteúdos clássicos da Geometria de Euclides. Uma inovação foi percebida nas demonstrações dos teoremas, com a inclusão da geometria experimental. O autor inseriu a geometria intuitiva seguida da geometria dedutiva. A consonância entre as recomendações das propostas de Geometria Moderna tratadas internacionalmente ocorreu no tratamento dado à geometria dedutiva, com a introdução da linguagem dos conjuntos. Fora isso, o autor manteve a geometria dedutiva tradicional de Euclides. Sangiorgi trouxe no volume da terceira

série ginásial as transformações geométricas, contudo, no apêndice. E não realizou uma conexão com os conteúdos de geometria, tratados anteriormente, diferentemente da proposta da coleção *Ensino Atualizado*, em que as transformações serviram de base para todo o estudo da geometria.

Foram identificadas outras diferenças entre a coleção de Osvaldo Sangiorgi e a do grupo de Salvador, entre elas destacam-se: elaborada sem o auxílio de um grupo de professores; não foi experimentada em escolas secundárias; obteve publicação de uma grande editora paulista e Sangiorgi era um reconhecido autor de livros didáticos, estava inserido na cultura escolar.

Durante a análise da coleção do NEDEM, por meio da pesquisa de Ferreira (2006), verificou que o grupo paranaense atendeu à recomendação do ideário do MMM ao incluir as transformações e os vetores em sua proposta de geometria, no entanto foram articuladas somente com uma pequena parcela dos conteúdos. Outro fator que chamou a atenção na análise foi que essa coleção não permaneceu por muito tempo no currículo e acabou sendo deixada de lado. Tanto a falta de continuidade da obra do NEDEM quanto o uso das transformações apenas em alguns conteúdos da geometria são características contrárias às observadas na coleção de Salvador.

O estudo da coleção *Ensino Atualizado* de 1971 revelou que a proposta de ensino da geometria constituiu-se numa nova maneira, pois os manuais da época seguiam outro modelo, outra vulgata, a coleção de Sangiorgi. Segundo Chervel, uma nova proposta aparece geralmente em um manual inovador e inédito. Constatou-se com essas análises que a geometria elaborada pelo grupo de Salvador percorreu caminhos próprios, inovadores, criativos e estabeleceu uma sintonia próxima das discussões internacionais. Certamente, o reconhecimento de Catunda como matemático foi determinante na constituição dessa obra, ao empregar os espaços vetoriais e as transformações nos conteúdos clássicos da Geometria Euclidiana, rompendo com a forma tradicional de se ensinar esse conteúdo.

A proposta de geometria da coleção de Salvador constituiu numa inovação, distinta do que a cultura escolar estava acostumada. Possivelmente, à medida que essa coleção entrou no cotidiano das escolas, sofreu rejeições e críticas. Tal fato foi

percebido numa nova versão do livro da terceira série da coleção *Ensino Atualizado*, editado em 1975. Ocorreu uma alteração na metodologia empregada no estudo da Geometria Afim, com a introdução do recurso do papel quadriculado. Pode se dizer que os autores tentaram tirar um pouco do caráter abstrato da abordagem. Entretanto, o tratamento via estruturas algébricas e o uso das propriedades da teoria de conjunto, presentes no volume de 1971, permaneceram.

Constatado que a proposta de geometria da coleção Ensino Atualizado foi inovadora, ela precisou de um período para se adaptar ao ensino básico. Nessa pesquisa investigou-se outras produções didáticas dos autores de Salvador com o intuito de verificar como essa proposta foi reformulada para se adequar e penetrar no cotidiano escolar.

Em meados de 1975, o grupo baiano iniciou um novo projeto, chamado *Processo entre a Exposição e a descoberta* - (PROED), e produziu outra coleção: *Matemática 5, 6, 7 e 8 para o ensino de primeiro grau*. Na comparação realizada entre o livro referente à sétima série da coleção do PROED e o da terceira série ginásial do *Ensino Atualizado*, identificou-se a presença do papel quadriculado como recurso metodológico da Geometria Afim e o abandono do tratamento via estruturas algébricas e teoria dos conjuntos. As grandes diferenças percebidas na Geometria Euclidiana tratada nos livros da sétima e oitava aconteceram na redução da quantidade de teoremas demonstrados e numa flexibilidade no rigor dessas demonstrações. Poucos conteúdos foram retirados e outros mudaram a maneira de ser demonstrados.

Nas análises do programa de geometria da coleção do PROED, conclui-se que as recomendações metodológicas propostas em Dubrovnik para o primeiro ciclo foram em grande medida incorporadas; possuíram semelhanças: no tratamento dado aos vetores e transformações geométricas através de atividades experimentais; não se apresentou um tratamento rigoroso e algébrico; os conceitos foram introduzidos de maneira intuitiva e só depois, feitas as abstrações.

A última coleção didática produzida pelo grupo com o título *As transformações geométricas e o ensino da geometria*, publicada no ano de 1988. Os autores trabalharam especificamente os conteúdos de geometria. A edição de uma obra com foco na geometria, independente dos outros conteúdos da matemática

escolar, mostrou que a proposta de ensino da geometria constituiu-se numa forte marca do grupo baiano.

Pelas análises dos conteúdos e metodologia empregada na coleção de 1988, verificou que em grande parte foram trabalhados ao mesmo estilo da coleção Matemática 7 e 8 do PROED. Uma mudança significativa foi encontrada nas demonstrações dos casos de congruência; ao contrário das obras anteriores, os autores usaram para os deslocamentos dos triângulos as transformações geométricas.

Em 1996 e 1998 a editora EFUFBa reeditou a última coleção do grupo *As transformações geométricas e o ensino de geometria*. Verificou-se nesta pesquisa que os volumes 1 e 2 fazem parte do catálogo atual da editora e constam no programa de matemática dos exames vestibulares da UFBA. Com essas duas averiguações, concluiu que as quatro coleções didáticas produzidas na capital da Bahia tiveram vida longa, com mais de trinta anos de pesquisa. O ensino da geometria, na abordagem moderna, não foi abandonado e muito menos colocado no final do livro de matemática. As transformações geométricas presentes na Geometria Euclidiana evidenciaram uma característica marcante e inovadora para o ensino desse conteúdo no Brasil.

Pelas análises dessas coleções a proposta de geometria, desde a coleção de 1971 até 1988, sofreu reformulações. Acredita-se que essas adaptações aconteceram devido às críticas e rejeições de professores e alunos. A coleção permaneceu porque os autores fizeram outras apropriações e consideraram a cultura escolar, à qual essas obras serviam.

Vale ressaltar que as coleções didáticas, mesmo ao lado dos planos curriculares e das instruções pedagógicas, retratam uma imagem apenas parcial do que ocorre com a disciplina escolar. As investigações da presente pesquisa levaram a indagar: Como as escolas receberam e se apropriaram das coleções do grupo de Salvador? – uma visão mais ampla poderá ser realizada por futuras pesquisas, por meio de análises em documentos deixados pelas escolas nas quais as coleções didáticas foram experimentadas.

Outras indagações permearam no desenrolar desta pesquisa, dentre elas: Quais foram as apropriações dos autores baianos na proposta de ensino de

geometria realizada por George Papy na Bélgica? Por que a coleção do PROED demorou, para ser reconhecida? A proposta de geometria do grupo influenciou alguma coleção nacional? – Não era pretensão deste trabalho, respondê-las, no entanto, essas indagações mostram que a construção da história da geometria na capital da Bahia não termina aqui.

## REFERÊNCIAS

BERTONHA, R. A. **O ensino da geometria e o dia-a-dia na sala de aula.** (Dissertação de Mestrado em Educação). FE-UNICAMP, 1989.

BONGIOVANNI, V. **Euclides, Hilbert e Birkhoff:** História da geometria e do seu ensino. In: VII Seminário Nacional de História da Matemática, 2007, Guarapuava-Paraná. Anais do VII Seminário Nacional de História da Matemática, v. 1, 2007.

BLOCH, M. L. B. **Apologia da história ou O ofício do historiador.** Tradução André Telles. Rio de Janeiro: Jorge Zahar Editor, 2001.

BRAGA, C. **O Processo Inicial de disciplinarização de Função na Matemática do Ensino Secundário Brasileiro.** (Dissertação de Mestrado em Educação Matemática) PUC/SP, 2003.

BRAGA, C. **Função:** a alma do ensino da matemática. São Paulo: Editora Annablume, 2006.

CATUNDA, O. **La Preparacion de Profesores de Matematicas.** In: CONFERÊNCIA INTERAMERICANA DE EDUCAÇÃO MATEMÁTICA, I, 1961, Bogotá. Primeira Conferência Inter-americana sobre la Educacion de las Matematicas, Anais. FEHR, H. F. (org.). BUREAU OF PUBLICATIONS: Teachers College, Columbia University, 1962.

CATUNDA, O.; DANTAS, M. M. et al. **Ensino atualizado da matemática 1:** curso ginásial. vol. I, São Paulo: EDART, 1971.

\_\_\_\_\_. **Ensino atualizado da matemática 2:** curso ginásial. vol. II. São Paulo: EDART, 1971.

\_\_\_\_\_. **Ensino atualizado da matemática 3:** curso ginásial. vol. III. São Paulo: EDART, 1971.

\_\_\_\_\_. **Ensino atualizado da matemática 4:** curso ginásial. vol. IV. São Paulo: EDART, 1971.

\_\_\_\_\_. **Ensino Atualizado da Matemática:** 5ª série do primeiro grau. São Paulo: EDART, 1974.

\_\_\_\_\_. **Ensino Atualizado da Matemática:** 6ª série do primeiro grau. São Paulo: EDART, 1975.

\_\_\_\_\_. **Ensino Atualizado da Matemática: 7ª série do primeiro grau.** São Paulo: EDART, 1975.

\_\_\_\_\_. **Ensino Atualizado da Matemática: 8ª série do primeiro grau.** São Paulo: EDART, 1975.

\_\_\_\_\_. **Matemática 5 - 1º grau.** Salvador: [s.e.], [s.d.].

\_\_\_\_\_. **Matemática 6 - 1º grau.** Salvador: [s.e.], [s.d.].

\_\_\_\_\_. **Matemática 7 - 1º grau.** Salvador: [s.e.], [s.d.].

\_\_\_\_\_. **Matemática 8 - 1º grau.** Salvador: [s.e.], [s.d.].

\_\_\_\_\_. **Matemática 7 - 1º grau.** Salvador: Editora Fator, 1990.

\_\_\_\_\_. **Matemática 8 - 1º grau.** Salvador: Editora Fator, 1990.

\_\_\_\_\_. **Matemática 7 - 1º grau.** São Paulo: Editora Contexto, [s.d.].

\_\_\_\_\_. **Matemática 8 - 1º grau.** São Paulo: Editora Contexto, [s.d.].

CERTEAU, M. De. **A Operação Historiográfica. A escrita da História.** Rio de Janeiro, Editora Forense Universitária, 2002.

CHARTIER, R. O mundo como representação. Tradução: Andréa Daher e Zenir Campos Reis. **Estudos Avançados**, 11 (5), p. 173-191, 1991.

CHERVEL, A. **História das disciplinas escolares:** reflexões sobre um campo de pesquisa. In: **Teoria & Educação**, Porto Alegre, nº 2, p. 177-229, 1990.

CHOPPIN, A. História dos livros e das edições didáticas: sobre o estado da arte. In: **Educação e Pesquisa**, São Paulo, v.30, n.3, p. 549-566, set./dez. 2004.

CONFERÊNCIA INTERAMERICANA DE EDUCAÇÃO MATEMÁTICA, I, 1961, Bogota. **Primeira Conferencia Inter-americana sobre la Educacion de las**



**Matemáticas.** Anais. FEHR, H. F. (org.). BUREAU OF PUBLICATIONS: Teachers College, Columbia University, 1962.

CONGRESSO BRASILEIRO DE ENSINO DE MATEMÁTICA NO SECUNDÁRIO, 1, 1955, Salvador, 1957. **Anais I CBEM.** Universidade da Bahia, 1955.

\_\_\_\_\_ 2, 1957, Porto Alegre. Porto Alegre, 1959. **Anais II CBEM.** Universidade Federal do Rio Grande do Sul, 1957.

\_\_\_\_\_ 3, 1959, Rio de Janeiro. **Anais III CBEM.** CADES/MEC, Rio de Janeiro, 1959.

\_\_\_\_\_ 5, 1966, São José dos Campos. **Anais V CBEM.** GEEM/CTA, 1966.

DANTAS, M. M. S; SANTOS, N. R.; BASTOS. H., **Matemática para a primeira, segunda, terceira e quarta série ginasial.** São Paulo: Companhia Editora Nacional, 1954.

\_\_\_\_\_. **Matemática:** segunda série do curso ginasial. 3.ed . São Paulo: Editora Brasil, 1958.

DANTAS, M. M. S; SANTOS, N. R.; BASTOS. H. N.; MORENO, M. A. A., **Aritmética:** para o primeiro ciclo do ensino médio, São Paulo: Editora do Brasil, 1963.

DANTAS, M. M. S.; NOGUEIRA, E. C. ; MORENO, M. A. A. Curso experimental segundo os novos métodos do ensino da matemática. **Apostilas de matemática I,** Salvador: CECIBA, fev. 1966.

\_\_\_\_\_. **Matemática Moderna I.** Salvador: CECIBA, s/d.

DANTAS, M. M. S.; NOGUEIRA, E. C.; ARAUJO, N. C.; GUIMARÃES, E. C.; SOUZA, N. C. P. **Matemática Moderna II.** Salvador: CECIBA, 1968.

\_\_\_\_\_. **Matemática Moderna III.** Salvador: CECIBA, 1969.

DANTAS, M. M. S. **Sobre a metodologia da matemática,** tese apresentada ao concurso para professor titular da UFBA. Salvador, 1971.

\_\_\_\_\_. Depoimento: Uma mestra e sua vida. **Cadernos do IFUFBA.** Salvador, v. 6,

n 1, 2, p.11-36, out. 1993.

\_\_\_\_\_. Entrevista concedida a professora Circe Mary da Silva Dynnikov. **Educação Matemática em revista**. SBEM, São Paulo, ano 9, nº 12, p. 4-10, jun. 2002.

DANTAS, M. M. S. et al. **As transformações geométricas e o ensino da geometria**. Salvador: EDUFBA, 1988.

DANTAS, M. M. S. et al. **As transformações geométricas e o ensino da geometria**. v.1, Salvador: EDUFBA, 1996.

DANTAS, M. M. S. et al. **As transformações geométricas e o ensino da geometria**. v.2, Salvador: EDUFBA, 1998.

DUARTE, A. R. S. **Matemática e Educação Matemática**: a dinâmica de suas relações ao tempo do Movimento da Matemática Moderna no Brasil. (Tese de Doutorado em Educação Matemática). PUC/SP, 2007.

DIAS, André Luis Mattedi. **Engenheiros, mulheres, matemáticos**: interesses e disputas na profissionalização da matemática na Bahia, 1896-1968. (Tese de Doutorado em História Social). USP, 2002.

DIAS, A. L. M. **A Matemática Moderna na Bahia**: análise das possibilidades de pesquisa histórica (1942-1972), IV Seminário temático: A matemática moderna no Brasil e Portugal: estudos históricos comparativos, Almada, Portugal, (Conferência). 2007.

FEHR, H. F. **Reforma de la enseñanza de la geometria**. In: CONFERÊNCIA INTERAMERICANA DE EDUCAÇÃO MATEMÁTICA, I, 1961, Bogota. Primeira Conferencia Inter-americana sobre la Educacion de las Matematicas, Anais. FEHR, H. F. (org.). BUREAU OF PUBLICATIONS: Teachers College, Columbia University, 1962.

FERREIRA, A. C. C. **Propostas Pedagógicas de Geometria no Movimento Paranaense de Matemática Moderna**. (Dissertação de Mestrado em Educação). Curitiba: Pontifícia Universidade Católica do Paraná, 2006.

FREIRE, I. A. A. **Ensino de Matemática**: iniciativas inovadoras no Centro de Ensino de Ciências da Bahia (1965-1970). (Dissertação de Mestrado em História das Ciências). UFBA, 2009.

GEEM. Um programa moderno de matemática para o ensino secundário. O.E.C.E.

**Série Professor** n. 2, Tradução de Luiz Henrique Jacy Monteiro. São Paulo: GEEM, 1965.

GOUVÊIA, F. A. T. **Aprendendo e ensinando Geometria com a demonstração**: uma contribuição para a prática pedagógica do professor de Matemática do Ensino Fundamental. (Dissertação de Mestrado em Educação Matemática). PUC/SP, 1998.

GUIMARÃES, Henrique Manuel. **Por uma matemática nova nas escolas secundárias**: perspectivas e orientações curriculares da matemática moderna. In: MATOS, José Manuel, VALENTE, Wagner Rodrigues (orgs.). **A matemática moderna nas escolas do Brasil e de Portugal: primeiros estudos**. São Paulo: GHEMAT, p. 21-45, 2007.

JULIA, D. A cultura escolar como objeto histórico. In: **Revista Brasileira de História da Educação**. Campinas, SP. SBHE/Editora Autores Associados. Jan/ jun. n. 1, 2001.

LEME da SILVA, M. C. A Geometria escolar em Portugal e no Brasil: História e Epistemologia. In: MATOS, J. M., VALENTE, W. R. (orgs.). **A Matemática Moderna nas escolas do Brasil e de Portugal: primeiros estudos**. São Paulo: GHEMAT, p. 81-103, 2007.

LEME DA SILVA, M. C. A geometria nos congressos nacionais de ensino de matemática. In: BÚRIGO, E. Z.; FISCHER, M. C. B.; SANTOS, M. B. (orgs.). **A Matemática Moderna nas escolas do Brasil e de Portugal: novos estudos**. Porto Alegre: Redes Editora, p. 69-80, 2008a.

LEME DA SILVA, M. C. A geometria escolar moderna de Osvaldo Sangiorgi. In: VALENTE, W. R. (org.). **Osvaldo Sangiorgi – um professor moderno**. São Paulo: Editora Annablume; Brasília: CNPq; Osasco: GHEMAT, p.69-93, 2008b.

LEME da SILVA, M. C. **O ensino de geometria no cenário internacional do Movimento da Matemática Moderna**, (no prelo), 2009a.

LEME DA SILVA, M. C. **A geometria escolar e o Movimento da Matemática Moderna**: em busca de uma nova representação. In: Anais do VII Seminário Temático A Matemática Moderna nas escolas do Brasil e de Portugal: estudos históricos comparativos, Florianópolis, 2009b.

LUZ, V. A. **Um estudo sobre o Ensino de Transformações Geométricas**: da reforma da Matemática Moderna aos dias atuais. (Dissertação de Mestrado em Educação Matemática). PUC/SP, 2007.

PAVANELLO, R. M. **O abandono de geometria**: uma visão histórica. (Dissertação de Mestrado em Educação). FE-UNICAMP, 1989.

PEREIRA, M. R. O. **A Geometria escolar**: uma análise dos estudos sobre o abandono de seu ensino. (Dissertação de Mestrado em Educação Matemática). PUC/SP, 2001.

ROSA LIMA, F. **GEEM**: Grupo de Estudos do Ensino da Matemática e a formação de professores durante o Movimento da Matemática Moderna. (Dissertação de Mestrado em Educação Matemática). PUC/SP, 2006.

ROXO, E. **A Matemática na Escola Secundária**. São Paulo: Nacional, 1937.

SANTOS, V. C. M. **A matemática escolar nos anos 1920**: Uma análise de suas disciplinas através das provas dos alunos do ginásio da capital do estado de São Paulo. (Dissertação de Mestrado em Educação Matemática). PUC/SP, 2003.

SOARES, F. **Movimento da Matemática Moderna no Brasil**: Avanço ou Retrocesso? (Dissertação de Mestrado em Educação). Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro, 2001.

RODRIGUES, A. A. M. **Álgebra Linear e Geometria Euclidiana**. São Paulo: LPM, 1966.

VALENTE, W. R. **Uma história da matemática escolar no Brasil (1730-1930)**. 2. ed. São Paulo: Editora Annablume, 2007a.

VALENTE, W. R. **História da Educação Matemática: interrogações metodológicas**. Artigo. REVEMAT – Revista Eletrônica de Educação Matemática. v.2, p. 28-49, UFSC, 2007b.

VALENTE, W. R. **Livro didático e educação matemática**: uma história inseparável. Zetetike (UNICAMP), v. 16, p. 149-171, 2008a.

VALENTE, W. R. Osvaldo Sangiorgi, um *best seller*. In: VALENTE, W. R. (org.). **Osvaldo Sangiorgi**: um professor moderno. São Paulo: Editora Annablume; Brasília: CNPq; Osasco: GHEMAT, p.13-41, 2008b.

**Sites consultados:**

<http://www.edufba.ufba.br/catalogo.html> , Acesso em: 15 ago. 2009.

<http://www.vestibular.ufba.br/>, Acesso em: 15 ago. 2009.

## ANEXOS

## Anexo I – Sumários e Capas das coleções didáticas do grupo de Salvador

## Índice

Introdução .....	VII
<b>NOÇÕES DE LÓGICA</b>	
1. Proposições .....	IX
2. Funções proposicionais .....	IX
3. Conjunções e disjunções .....	X
4. Implicação .....	XI
5. Equivalência .....	XIII
6. Negação .....	XIV
7. Teorema .....	XIV
<b>CAPÍTULO I</b>	
<b>NÚMEROS REAIS</b>	
1. Introdução .....	1
2. Números reais e ordem .....	5
3. Representação dos números reais na reta .....	7
4. Operações .....	10
5. Expressões algébricas racionais .....	15
6. Operações entre expressões algébricas .....	17
<b>CAPÍTULO II</b>	
<b>RETA</b>	
1. Introdução .....	22
2. Translações na reta real .....	22
3. Simetrias na reta real .....	24
4. Conjunto das translações e simetrias .....	28
5. Transformação afim ou afinidade na reta .....	29
6. Homotetias na reta .....	30
<b>CAPÍTULO III</b>	
<b>GEOMETRIA AFIM DO PLANO</b>	
1. Introdução .....	38
2. Translações no plano .....	38
3. Dilatações .....	40
4. Propriedade .....	42
5. Espaço afim .....	43
6. Vetores dependentes e independentes .....	43
7. Transformações no plano afim .....	45
8. Reta .....	48
9. Retas paralelas .....	51
10. Semi-reta e segmento .....	52
11. Equação da Reta no plano .....	52
12. Semi-planos .....	59
13. Faixa .....	62
14. Ângulo .....	63
15. Grupo afim elementar .....	67
16. Semi-faixa .....	72

## VI ÍNDICE

17. Triângulos .....	73
18. Paralelogramo .....	74
19. Propriedades do paralelogramo .....	74
20. Propriedades do triângulo .....	76
21. Homotetia no triângulo .....	77
22. Trapézio .....	83
23. Quadriláteros .....	85
24. Polígono convexo .....	86

## CAPÍTULO IV

## GEOMETRIA EUCLIDIANA: DISTÂNCIAS E POLÍGONOS

1. Simetria axial .....	91
2. Bissetriz de um ângulo .....	94
3. Projeção ortogonal .....	96
4. Composição de sistemas .....	97
5. Transportes de segmentos .....	100
6. Rotação .....	102
7. Transporte de ângulos .....	103
8. Comparação de ângulos .....	104
9. Medida de ângulo .....	105
10. Transporte de figuras .....	107
11. Congruência de triângulos .....	109
12. Triângulo isósceles .....	110
13. Propriedades de triângulos quaisquer .....	111
14. Triângulos retângulos .....	115
15. Perpendiculares e oblíquas .....	118
16. Quadriláteros .....	123
17. Figuras semelhantes .....	126
18. Razão de segmentos orientados .....	129
RESPOSTAS .....	135



# Índice

Introdução .....	VII
CAPÍTULO I	
GEOMETRIA EUCLIDIANA: CIRCULO	
1. Introdução .....	1
2. Propriedades .....	2
3. Congruência de círculos .....	3
4. Relações entre arcos e ângulos .....	5
5. Distância de um ponto a um círculo. Definição .....	11
6. Posições relativas de dois círculos .....	12
CAPÍTULO II	
RELAÇÕES DA NOÇÃO DE ÂNGULOS; SENO, CO-SENO E TANGENTE DE UM ÂNGULO	
1. Extensão da noção de ângulo .....	19
2. Funções circulares .....	22
3. Produto escalar .....	26
CAPÍTULO III	
RELAÇÕES MÉTRICAS NUM TRIÂNGULO: LEI DOS SENOS E CO-SENOS	
1. Relações métricas num triângulo retângulo .....	35
2. Relações métricas num triângulo qualquer .....	37
3. Cálculo da altura .....	39
4. Relações entre círculo e triângulo .....	40
CAPÍTULO IV	
RELAÇÕES MÉTRICAS NO CIRCULO	
1. Potência de um ponto em relação a um círculo .....	46
2. Conjunto dos pontos cuja razão das distâncias a dois pontos fixos é constante .....	48
3. Homotetia de círculos .....	49
CAPÍTULO V	
POLÍGONOS REGULARES	
1. Polígonos regulares .....	56
2. Comprimento do círculo .....	62
CAPÍTULO VI	
ÁREAS DOS POLÍGONOS	
1. Introdução .....	68
2. Área do retângulo .....	68
3. Área do paralelogramo .....	69



## VI ÍNDICE

4. Área do triângulo .....	70
5. Área do trapézio .....	72
6. Área do losango .....	72
7. Área do hexágono regular .....	73
8. Área de um polígono regular de $n$ lados .....	73
9. Área do disco .....	73

## CAPÍTULO VII

## EQUAÇÃO DO 2.º GRAU

1. Introdução .....	78
2. Casos particulares .....	78
3. Relações entre os coeficientes e as raízes .....	82
4. Sinais das raízes .....	83
5. Equações redutíveis ao 2.º grau .....	84
6. Problemas do 2.º grau .....	87

## CAPÍTULO VIII

## CÁLCULOS DE RADICAIS

1. Introdução .....	94
2. Propriedades dos radicais .....	94
3. Operações .....	96
4. Racionalização de denominadores .....	97

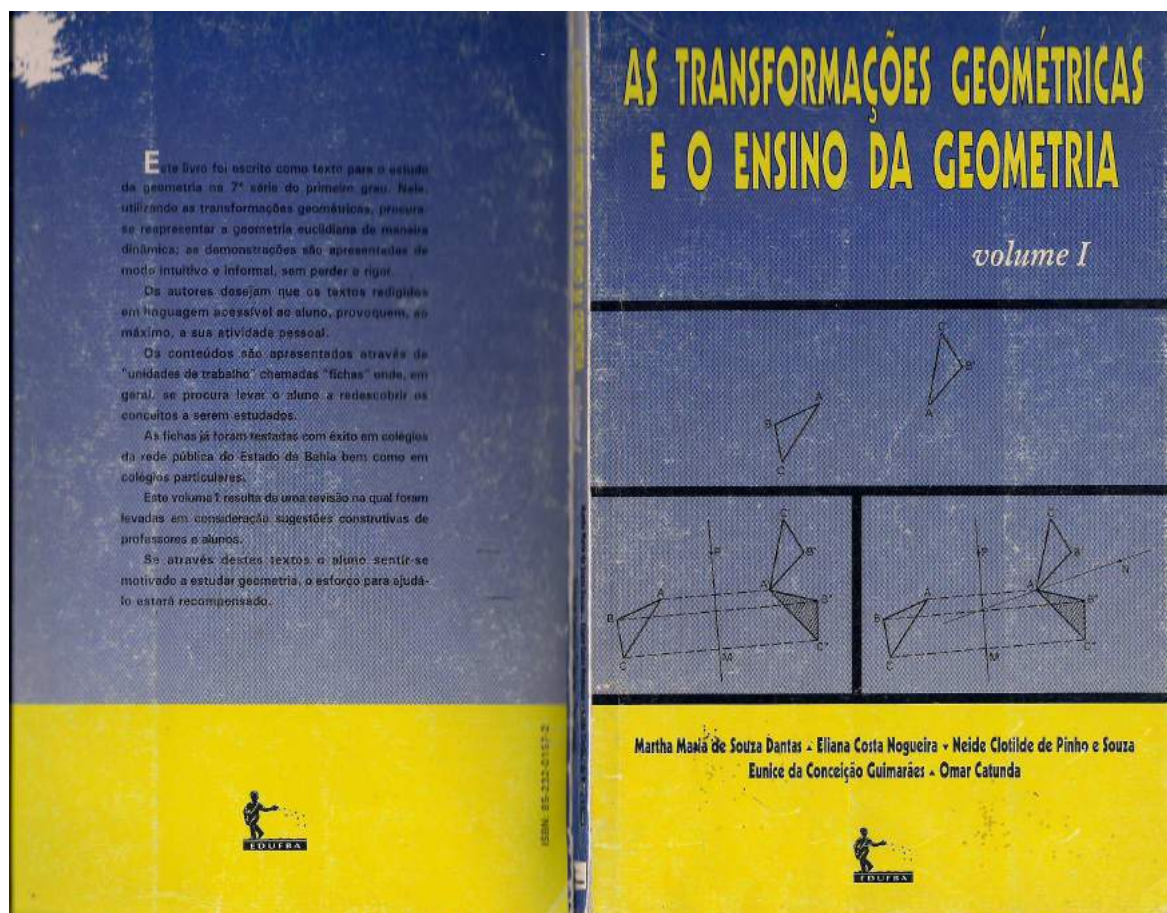
RESPOSTAS .....	102
-----------------	-----

SUMÁRIO		
Ficha	Assunto	Página
1	Raiz quadrada .....	1
2	Raiz quadrada .....	3
3	Raiz quadrada .....	5
4	Raiz quadrada aproximada de um número natural .....	9
5	Raiz quadrada de um número decimal .....	11
6	Dízimas periódicas .....	15
7	Números reais .....	17
8	Números reais: simétrico; valor absoluto; comparação .....	19
9	Números reais: intervalo .....	23
10	Números reais: operações .....	25
11	Expressões algébricas racionais .....	27
12	Expressões algébricas racionais: redução de termos semelhantes .....	29
13	Expressões algébricas racionais: produtos notáveis .....	33
14	Expressões algébricas racionais: fatoração .....	35
15	Expressões algébricas racionais: fatoração .....	37
16	Translação: operações com pontos e vetores .....	41
17	Congruência por translação .....	43
18	Soma de vetores; vetor nulo; simétrico de um vetor; diferença de vetores .....	47
19	Multiplicação escalar .....	49
20	Simetria no plano; congruência por simetria .....	53
21	Reta no plano .....	57
22	Retas paralelas: definição .....	59
23	Retas paralelas: construção .....	61
24	Semi-reta e segmento .....	63
25	Semiplano; faixa e semifaixa .....	67
26	Ângulos: definição .....	69
27	Ângulos: definições .....	71
28	Ângulos propriedades .....	73
29	Triângulo e paralelogramo .....	77
30	Paralelogramo: propriedades .....	79
31	Homotetia: definição .....	83
32	Homotetia: aplicação aos triângulos .....	87
33	Homotetia: aplicação aos triângulos .....	89
34	Teorema de Tales .....	93
35	Trapezoido: definição; propriedades .....	95
36	Simetria axial; congruência por simetria axial .....	99
37	Simetria axial; retas perpendiculares .....	101
38	Figuras simétricas; construção .....	103
39	Transporte de figuras .....	105
40	Medida de ângulo .....	107
41	Triângulos: propriedades .....	109
42	Triângulos: propriedades .....	111
43	Congruência de triângulos .....	113
44	Congruência de triângulos; triângulo retângulo .....	115
45	Perpendiculares e oblíquas .....	117



## S U M Á R I O

Ficha	Assunto	Página
1	Radicais .....	1
2	Radicais: propriedades .....	3
3	Radicais: simplificação e redução ao mesmo índice .....	5
4	Radicais: adição e subtração .....	9
5	Radicais: multiplicação e divisão .....	11
6	Radicais: potência e raiz .....	13
7	Radicais: racionalização de denominadores .....	15
8	Equação do 2º grau .....	19
9	Equação do 2º grau .....	21
10	Equação do 2º grau: fórmula de resolução .....	23
11	Resolução de uma equação completa do 2º grau .....	25
12	Equação do 2º grau: aplicações .....	27
13	Equação do 2º grau: relações entre os coeficientes e as raízes .....	33
14	Relações entre os coeficientes e as raízes de uma equação do 2º grau: aplicações .....	35
15	Problemas do 2º grau .....	37
16	Equação biquadrada .....	39
17	Equações irracionais .....	41
18	Equações irracionais .....	43
19	Círculo .....	49
20	Círculo: posições relativas de reta e círculo; posições relativas de dois círculos .....	51
21	Rotação .....	57
22	Rotações no círculo; extensão da noção de ângulo .....	59
23	Círculo: propriedades .....	61
24	Círculo: propriedades .....	63
25	Círculo: ângulo inscrito; propriedades .....	67
26	Retas concorrentes no triângulo: mediatrizes e medianas ...	71
27	Retas concorrentes no triângulo: bissetrizes e alturas ...	73
28	Triângulos semelhantes .....	77
29	Triângulos semelhantes .....	81
30	Relações métricas num triângulo retângulo .....	87
31	Relações métricas num triângulo retângulo .....	89
32	Relações trigonométricas num triângulo retângulo .....	95
33	Seno, co-seno e tangente dos ângulos de $45^\circ$ , $30^\circ$ e $60^\circ$ ....	97
34	Relações métricas num triângulo qualquer .....	101
35	Relações métricas no círculo; potência de um ponto .....	105
36	Polígono convexo .....	109
37	Polígonos regulares .....	111
38	Polígonos regulares: relações métricas .....	115
39	Polígonos: área do retângulo .....	119
40	Polígonos: área do paralelogramo, do trapézio e do losango.	121
41	Área de um polígono regular .....	123
42	Comprimento do círculo; área do disco .....	125
43	Área do setor circular e da coroa circular .....	127



Capa do livro As transformações geométricas v.1 - 1996

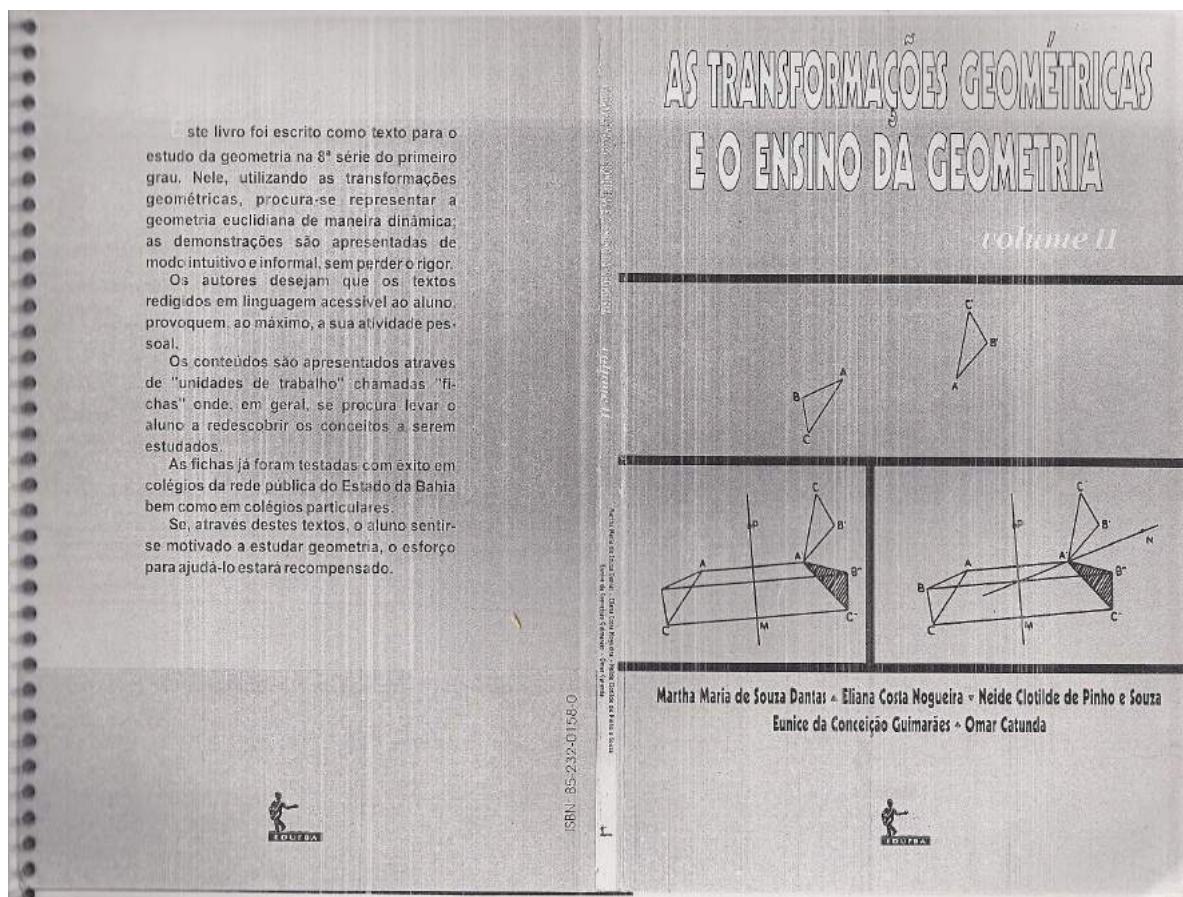
## SUMÁRIO

Ficha		Página
1	Translação .....	9
2	Translação: soma de um ponto com um vetor e diferença de dois pontos .....	12
3	Congruência por translação .....	17
4	Soma de vetores; vetor nulo; simétrico de um vetor; diferença de vetores .....	22
5	Produto de um vetor por um número real .....	27
6	Simetria no plano; congruência por simetria .....	32
7	Reta no plano .....	38
8	Retas paralelas .....	41
9	Semi-reta e segmento .....	45
10	Semiplano .....	50
11	Ângulos .....	53
12	Ângulos: definições .....	55
13	Ângulos: propriedades .....	58
14	Homotetia .....	64
15	Homotetia .....	68
16	Triângulo .....	73
17	Triângulo: propriedades .....	76
18	Tese	



29	Triângulo isósceles: propriedades .....	120
30	Triângulos: propriedades .....	123
31	Triângulos: propriedades .....	126
32	Congruência de triângulos .....	132
33	Congruência de triângulos .....	136
34	Congruência de triângulos .....	139
35	Triângulo retângulo .....	144
36	Perpendiculares e oblíquas .....	147

**Sumário do livro As transformações Geométricas v.1 - 1996 - continuação**



Capa do livro As transformações geométricas v.2 - 1998

## SUMÁRIO

Ficha		Página
1	Círculo .....	9
2	Círculo: posições relativas de reta e círculo; posições relativas de dois círculos .....	12
3	Rotação .....	18
4	Rotações no círculo: extensão da noção de ângulo .....	21
5	Círculo: propriedades .....	23
6	Círculo: propriedades .....	26
7	Círculo: ângulo inscrito; propriedades .....	30
8	Retas concorrentes no triângulo: mediatrizes e medianas .....	35
9	Retas concorrentes no triângulo: bissetrizes e alturas .....	38
10	Triângulos semelhantes .....	42
11	Triângulos semelhantes .....	47
12	Relações métricas num triângulo retângulo .....	52
13	Relações métricas num triângulo retângulo .....	55
14	Relações trigonométricas num triângulo retângulo .....	62
15	Senos, co-senos e tangentes dos ângulos de $45^\circ$ , $30^\circ$ e $60^\circ$ .....	65
16	Relações métricas num triângulo qualquer .....	71
17	Relações métricas no círculo; potência de um ponto .....	76
18	Polígono convexo .....	80
19	Polígonos regulares .....	83
20	Polígonos regulares: relações métricas .....	89
21	Polígonos: área do retângulo e do triângulo .....	94
22	Polígonos: área do paralelogramo, do trapézio e do losango .....	97
23	Área de um polígono regular .....	100
24	Comprimento do círculo; área do disco .....	102
25	Área do setor circular e da coroa circular .....	105



## Anexo II – Programas de Matemática do exame vestibular da UFBA 1ª e 2ª fase

### PROGRAMA DO VESTIBULAR DA UFBA MATEMÁTICA (1ª Fase)

<http://www.vestibular.ufba.br/>

(página consultada em 15 de agosto de 2009, as 00:39)

### TEMAS E TÓPICOS

#### 1. A Lógica na Matemática e a Linguagem dos Conjuntos

- 1.1 Lógica e a linguagem matemática. Operações lógicas. Implicação e Equivalência. Quantificadores. Negação de proposições quantificadas.
- 1.2 Conjuntos: operações e propriedades.
- 1.3 Noções de argumentos lógicos. Argumentos válidos. Análise de argumentos através de diagramas de Venn.

#### 1. Números

- 2.1 Conjuntos Numéricos: naturais, inteiros, racionais e reais. Operações e propriedades. Fatorações. Razão e proporção. Grandezas diretamente e inversamente proporcionais. Aplicações.
- 2.2 Seqüências de números reais: lei de formação de uma seqüência. Progressão aritmética e geométrica. Soma de um número finito de termos de progressões aritméticas e geométricas.
- 2.3 Introdução à Matemática Financeira: juros simples e juros compostos. Descontos simples. Capitalização simples e composta. Comparação entre planos de pagamentos.
- 2.4 Análise Combinatória. Princípio Fundamental de Contagem. Permutações e combinações simples.

#### 1. Álgebra

- 3.1 Plano Cartesiano. Coordenadas de pontos do plano.
- 3.2 Função: conceito; domínio; imagem; gráfico. Crescimento e decréscimo. Funções Reais: função afim; função quadrática. Função exponencial e logarítmica; os logaritmos naturais e a exponencial de base  $e$ .
- 3.3 Composição de funções. Funções inversas.
- 3.4 Matrizes: operações e propriedades; a inversa de uma matriz. Determinante de uma matriz. Sistemas lineares e matrizes; escalonamento. Resolução de sistemas de equações lineares.

## 1. Geometria e Medida

- 4.1 Geometria Plana: segmentos, ângulos, triângulos, quadriláteros, polígonos. Congruência e semelhança de triângulos. Circunferência. Perímetros e áreas de figuras planas. Aplicações.
- 4.2 Geometria Espacial: noções de paralelismo e perpendicularismo. Prismas, pirâmides, cilindros, cones e esferas. Áreas e volumes. Aplicações.
- 4.3 Transformações Geométricas: noções de translação, rotação, simetria e homotetia.
- 4.4 Geometria Analítica Plana: distância entre dois pontos; ponto médio de um segmento. Estudo da reta e da circunferência.
- 4.5 Trigonometria: razões trigonométricas no triângulo retângulo e na circunferência. Trigonometria num triângulo qualquer; leis do seno e do cosseno. Aplicações.

## 1. Estatística

- 5.1 Experimentos aleatórios; espaço amostral, eventos. Probabilidade de um evento; noções de probabilidade em espaços amostrais finitos.
- 5.2 Noções de Estatística Descritiva: levantamento de dados, tabelas. Distribuição de frequências. Gráficos estatísticos: interpretação. Medidas de posição. Medidas de dispersão.

## HABILIDADES E COMPETÊNCIAS

### 1. A Lógica na Matemática e a Linguagem dos Conjuntos

- ✓ Utilizar as noções de lógica para uma melhor compreensão da linguagem matemática, valorizando a correção, clareza e precisão.
- ✓ Compreender a noção de conjunto como uma linguagem fundamental com base na qual os conceitos matemáticos são expressos.
- ✓ Usar a linguagem dos conjuntos para analisar a validade de argumentos.

### 2. Números

- ✓ Compreender a importância da construção dos novos conjuntos numéricos na evolução da Matemática.
- ✓ Utilizar as propriedades para melhor operar com os números reais.
- ✓ Estimar ordem de grandeza do resultado de cálculos ou medições, tratando com valores numéricos aproximados, de acordo com o contexto.
- ✓ Aplicar os conceitos de razão e proporção na resolução de problemas.
- ✓ Compreender que uma progressão geométrica é uma seqüência com taxa de crescimento constante.
- ✓ Relacionar a progressão aritmética com a função afim e a progressão geométrica com a função exponencial.
- ✓ Identificar, através de problemas contextualizados, grandezas que evoluem como uma progressão aritmética ou geométrica.
- ✓ Utilizar as progressões aritméticas e geométricas como fontes de compreensão da

#### Matemática Financeira.

- ✓ Relacionar o cálculo de juros compostos com a função exponencial.
- ✓ Avaliar alternativas entre planos de pagamentos, em situações do cotidiano.
- ✓ Compreender o princípio fundamental de contagem.
- ✓ Compreender que combinações e permutações são conceitos que permitem efetuar contagens em conjuntos, sem a necessidade de enumeração de seus elementos.
- ✓ Aplicar as idéias de combinatória a fenômenos naturais e do cotidiano.

### 3. Álgebra

- ✓ Relacionar a geometria com a álgebra, através da representação de pontos no plano, visando ao estudo de gráficos de funções.
- ✓ Relacionar fenômenos naturais por meio do conceito de função, explorando a contextualização e a interdisciplinaridade que o tema permite.
- ✓ Utilizar o conceito de função para descrever e estudar, através da leitura, interpretação e construção de gráficos, os fenômenos do cotidiano em diversas áreas do conhecimento.
- ✓ Resolver problemas de otimização através da função quadrática.
- ✓ Reconhecer tipos de funções através de seus gráficos.
- ✓ Reconhecer aspectos do comportamento de uma função.
- ✓ Operar com duas ou mais funções, verificando quando é possível calcular a inversa de uma função.
- ✓ Compreender o conceito de matriz como ferramenta utilizada na organização de dados.
- ✓ Compreender as operações com matrizes através de aplicações.
- ✓ Resolver problemas que requerem o uso de sistemas lineares.

### 4. Geometria e Medida

- ✓ Caracterizar as formas geométricas planas por meio de propriedades, relacionando seus elementos e calculando comprimentos e áreas.
- ✓ Caracterizar as formas geométricas espaciais por meio de propriedades, relacionando seus elementos e calculando áreas e volumes.
- ✓ Identificar figuras geométricas obtidas através das transformações no plano: translação, rotação, simetria e homotetia.
- ✓ Compreender o fundamento da geometria analítica: a conexão entre a geometria e a álgebra.
- ✓ Atribuir significado geométrico a fatos de natureza numérica.
- ✓ Utilizar a trigonometria na resolução de problemas que envolvem medições, em especial o cálculo de distâncias inacessíveis.

### 5. Estatística

- ✓ Compreender os conceitos de experimento aleatório e de probabilidade de um evento.
- ✓ Compreender a probabilidade como análise de modelos que podem ser usados para estudar experimentos ou fenômenos aleatórios.
- ✓ Aplicar as idéias de probabilidade em fenômenos naturais e do cotidiano, realizando inferências e fazendo previsões com base numa amostra da população.
- ✓ Compreender a apresentação de uma série estatística na forma de tabelas ou gráficos para

- facilitar a visualização, comparação e previsão de fenômenos.
- ✓ Utilizar técnicas e raciocínios estatísticos que evidenciem a importância desses instrumentos, tanto nas Ciências da Natureza quanto nas Ciências Humanas.

## BIBLIOGRAFIA

- BEZERRA, Manoel Jairo. *Matemática para o Ensino Médio.*; 5.ed. São Paulo: Scipione, 2001. (Série Parâmetros)
- BIGODE, Antonio José. *Matemática hoje é feita assim.* São Paulo: FTD, 2000. 4 vol.
- BONGIOVANNI, Vincenzo et al. *Matemática e vida.* São Paulo: Ática, 1993. 4 vol.
- CATUNDA, Omar et al. *As transformações geométricas e o ensino da Geometria.* Salvador: UFBA, 1996. 2 vol.
- DANTE, Luiz Roberto. *Matemática, contexto e aplicações.* São Paulo: Ática, 2000. 3 vol.
- DI PIERRO NETO, Scipione. *Pensar Matemática.* São Paulo: Scipione, 2000.
- GIOVANNI, José Ruy. *Matemática, pensar e descobrir.* São Paulo: FTD, 2000. 4 vol.
- GUELLI, Oscar. *Matemática, uma aventura do pensamento.* São Paulo: Ática, 2000.
- IEZZI, Gelson. *Matemática.* São Paulo: Saraiva, 2000.
- IMENES, Luís; LELLIS, M. *Matemática para todos.* São Paulo: Scipione, 2001. 4 vol.
- LELLIS, M.; JAKUBOVIC, J.; CENTURION, M. *Matemática na medida certa.* São Paulo: Scipione, 2001.
- PAIVA, Manoel R. *Matemática.* São Paulo: Moderna, 2000. 3 vol.
- SMOLE, Kátia; ROKU, K. *Matemática.* São Paulo: Saraiva, 1999. 3 vol.
- YOUSSEF, A. et al. *Matemática.* São Paulo: Scipione, 1999. (Coleção Novos Tempos)

**PROGRAMA DO VESTIBULAR DA UFBA**  
**MATEMÁTICA (2ª Fase)**

<http://www.vestibular.ufba.br/>

(página consultada em 15 de agosto de 2009, as 00:39)

## **TEMAS E TÓPICOS**

### **1. A Lógica na Matemática e a Linguagem dos Conjuntos**

- 1.1 Lógica e a linguagem matemática. Operações lógicas. Implicação e Equivalência. Quantificadores. Negação de proposições quantificadas.
- 1.2 Conjuntos: operações e propriedades.
- 1.3 Noções de argumentos lógicos. Argumentos válidos. Análise de argumentos através de diagramas de Venn.

### **2. Números**

- 2.1 Conjuntos Numéricos: naturais, inteiros, racionais e reais. Operações e propriedades. Fatorações. Razão e proporção. Grandezas diretamente e inversamente proporcionais. Aplicações.
- 2.2 Números Complexos: forma algébrica e trigonométrica. Operações. Fórmulas de Moivre para potências e raízes  $n$ -ésimas de números complexos. Raízes  $n$ -ésimas da unidade e os polígonos regulares.
- 2.3 Sequências de números reais: lei de formação de uma seqüência. Progressão aritmética e geométrica. Soma de um número finito de termos de progressões aritméticas e geométricas. Soma de uma progressão geométrica infinita.
- 2.4 Introdução à Matemática Financeira: juros simples e juros compostos. Descontos simples. Capitalização simples e composta. Comparação entre planos de pagamentos.
- 2.5 Análise Combinatória. Princípio Fundamental de Contagem. Permutações e combinações simples. Permutações com repetição. Triângulo de Pascal e Binômio de Newton.

### **3. Álgebra**

- 3.1 Plano Cartesiano. Coordenadas de pontos do plano.
- 3.2 Função: conceito; domínio; imagem; gráfico. Crescimento e decréscimo. Funções Reais: função afim; função quadrática; função modular; função raiz quadrada; função recíproca, etc. Função exponencial e logarítmica; os logaritmos naturais e a exponencial de base  $e$ . Funções trigonométricas; seno, cosseno, tangente, etc. Relações entre as funções trigonométricas. Fórmulas da adição de arcos. Gráficos de funções: transformações de gráficos com o uso de translações e simetrias. Equações, inequações e sistemas de equações e inequações.
- 3.3 Composição de funções; funções injetoras e sobrejetoras; funções inversas.
- 3.4 Polinômios: operações e propriedades. Equações polinomiais. Relação entre coeficientes e raízes de polinômios. O Teorema Fundamental da Álgebra.
- 3.5 Matrizes: operações e propriedades; a inversa de uma matriz. Determinante de uma matriz. Sistemas lineares e matrizes; escalonamento. Resolução de sistemas de equações

lineares.

#### **4. Geometria e Medida**

- 4.1 Geometria Plana: segmentos, ângulos, triângulos, quadriláteros, polígonos. Congruência e semelhança de triângulos. Circunferência. Perímetros e áreas de figuras planas. Aplicações.
- 4.2 Geometria Espacial: paralelismo e perpendicularismo entre planos, entre retas, entre retas e planos. Prismas, pirâmides, cilindros, cones e esferas. Áreas e volumes. Aplicações.
- 4.3 Transformações Geométricas: noções de translação, rotação, simetria e homotetia.
- 4.4 Geometria Analítica Plana: distância entre dois pontos; ponto médio de um segmento. Estudo da reta e da circunferência. Equações básicas das cônicas.
- 4.5 Trigonometria: razões trigonométricas no triângulo retângulo e na circunferência. Trigonometria num triângulo qualquer; leis do seno e do cosseno. Aplicações.

#### **5. Estatística**

- 5.1 Experimentos aleatórios; espaço amostral, eventos. Probabilidade de um evento; noções de probabilidade em espaços amostrais finitos.
- 5.2 Noções de Estatística Descritiva: levantamento de dados, tabelas. Distribuição de frequências. Gráficos estatísticos: interpretação. Medidas de posição. Medidas de dispersão.

### **HABILIDADES E COMPETÊNCIAS**

#### **1. A Lógica na Matemática e a Linguagem dos Conjuntos**

- ✓ Utilizar as noções de lógica para uma melhor compreensão da linguagem matemática, valorizando a correção, clareza e precisão.
- ✓ Compreender a noção de conjunto como uma linguagem fundamental com base na qual os conceitos matemáticos são expressos.
- ✓ Usar a linguagem dos conjuntos para analisar a validade de argumentos.

#### **2. Números**

- ✓ Compreender a importância da construção dos novos conjuntos numéricos na evolução da Matemática.
- ✓ Utilizar as propriedades para melhor operar com os números reais.
- ✓ Estimar ordem de grandeza do resultado de cálculos ou medições, tratando com valores numéricos aproximados, de acordo com o contexto.
- ✓ Aplicar os conceitos de razão e proporção na resolução de problemas.
- ✓ Compreender a importância da construção dos números complexos na evolução da Matemática.
- ✓ Utilizar as propriedades dos números complexos e a forma trigonométrica para melhor resolver problemas.
- ✓ Relacionar o estudo dos números complexos com o da Trigonometria.
- ✓ Compreender que uma progressão geométrica é uma seqüência com taxa de crescimento

constante.

- ✓ Relacionar a progressão aritmética com a função afim e a progressão geométrica com a função exponencial.
- ✓ Identificar, através de problemas contextualizados, grandezas que evoluem como uma progressão aritmética ou geométrica.
- ✓ Utilizar as progressões aritméticas e geométricas como fontes de compreensão da Matemática Financeira.
- ✓ Relacionar o cálculo de juros compostos com a função exponencial.
- ✓ Avaliar alternativas entre planos de pagamentos, em situações do cotidiano.
- ✓ Compreender o princípio fundamental de contagem.
- ✓ Compreender que combinações e permutações são conceitos que permitem efetuar contagens em conjuntos, sem a necessidade de enumeração de seus elementos.
- ✓ Aplicar as idéias de combinatória a fenômenos naturais e do cotidiano.

### 3. Álgebra

- ✓ Relacionar a geometria com a álgebra, através da representação de pontos no plano, visando ao estudo de gráficos de funções.
- ✓ Relacionar fenômenos naturais por meio do conceito de função, explorando a contextualização e a interdisciplinaridade que o tema permite.
- ✓ Utilizar o conceito de função para descrever e estudar, através da leitura, interpretação e construção de gráficos, os fenômenos do cotidiano em diversas áreas do conhecimento.
- ✓ Resolver problemas de otimização através da função quadrática.
- ✓ Reconhecer tipos de funções através de seus gráficos.
- ✓ Reconhecer aspectos do comportamento de uma função.
- ✓ Operar com duas ou mais funções, verificando quando é possível calcular a inversa de uma função.
- ✓ Operar com polinômios.
- ✓ Identificar raízes complexas de um polinômio.
- ✓ Fatorar polinômios.
- ✓ Escrever polinômios como produto de fatores lineares.
- ✓ Compreender o conceito de matriz como ferramenta utilizada na organização de dados.
- ✓ Compreender as operações com matrizes através de aplicações.
- ✓ Resolver problemas que requerem o uso de sistemas lineares.

### 4. Geometria e Medida

- ✓ Caracterizar as formas geométricas planas por meio de propriedades, relacionando seus elementos e calculando comprimentos e áreas.
- ✓ Caracterizar as formas geométricas espaciais por meio de propriedades, relacionando seus elementos e calculando áreas e volumes.
- ✓ Identificar figuras geométricas obtidas através das transformações no plano: translação, rotação, simetria e homotetia.
- ✓ Compreender o fundamento da geometria analítica: a conexão entre a geometria e a álgebra.
- ✓ Atribuir significado geométrico a fatos de natureza numérica.
- ✓ Utilizar as coordenadas para resolver problemas da geometria plana.

- ✓ Reconhecer as cônicas através de suas equações.
- ✓ Utilizar a trigonometria na resolução de problemas que envolvem medições, em especial o cálculo de distâncias inacessíveis.

## 5. Estatística

- ✓ Compreender os conceitos de experimento aleatório e de probabilidade de um evento.
- ✓ Compreender a probabilidade como análise de modelos que podem ser usados para estudar experimentos ou fenômenos aleatórios.
- ✓ Aplicar as idéias de probabilidade em fenômenos naturais e do cotidiano, realizando inferências e fazendo previsões com base numa amostra da população.
- ✓ Compreender a apresentação de uma série estatística na forma de tabelas ou gráficos para facilitar a visualização, comparação e previsão de fenômenos.
- ✓ Utilizar técnicas e raciocínios estatísticos que evidenciem a importância desses instrumentos, tanto nas Ciências da Natureza quanto nas Ciências Humanas.

## BIBLIOGRAFIA

BIANCHINI, Edwaldo; PACCOLA, H. *Matemática*. São Paulo: Moderna, 1995. 3 vol.

CATUNDA, Omar et al. *As transformações geométricas e o ensino da Geometria*. Salvador: UFBA, 1996. 2 vol.

DANTE, Luiz Roberto. *Matemática, contexto e aplicações*. São Paulo: Ática, 2000. 3 vol.

IEZZI, Gelson et al. *Fundamentos de Matemática Elementar* (coleção). São Paulo: Saraiva, 2000.

LELLIS, M. et al. *Matemática na medida certa*. São Paulo: Scipione, 2001.

LIMA, Elon et al. *A Matemática do Ensino Médio*. Rio de Janeiro: Sociedade Brasileira de Matemática (SBM), 2000. 3 vol.

LIMA, Elon. *Temas e problemas*. Rio de Janeiro: Sociedade Brasileira de Matemática (SBM), 2001.

PAIVA, Manoel R. *Matemática*. São Paulo: Moderna, 2000. 3 vol.

SMOLE, Kátia; ROKU, K. *Matemática*. São Paulo: Saraiva, 1999. 3 vol.