



**DOUTORADO MULTI-INSTITUCIONAL E MULTIDISCIPLINAR EM DIFUSÃO
DO CONHECIMENTO**

JUREMA LINDOTE BOTELHO PEIXOTO

**ANÁLISE DOS ESQUEMAS DE SURDOS SINALIZADORES
ASSOCIADOS AOS SIGNIFICADOS DA DIVISÃO**

Salvador
2015

JUREMA LINDOTE BOTELHO PEIXOTO

**ANÁLISE DOS ESQUEMAS DE SURDOS SINALIZADORES
ASSOCIADOS AOS SIGNIFICADOS DA DIVISÃO**

Tese apresentada ao Programa de Doutorado Multi-
-Institucional e Multidisciplinar em Difusão do Conhecimen-
-to, Faculdade de Educação, Universidade Federal da
Bahia, como requisito parcial para obtenção do grau de
Doutora em Difusão do Conhecimento.

Orientador: Dr. Felix Diaz

Salvador
2015

P43 Peixoto, Jurema Lindote Botelho.

Análise dos esquemas de surdos sinalizadores associados aos significados da divisão./
Jurema Lindote Botelho Peixoto. - Salvador, 2015.
266 f.: il.

Orientador: Felix Diaz.

Tese (doutorado) - Universidade Federal da Bahia - UFBA. Laboratório Nacional de Computação Científica - LNCC/MCT. Universidade do Estado da Bahia - UNEB. Universidade Estadual de Feira de Santana - UEFS. Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia da Bahia - IFBA SENAI/CIMATEC. Doutorado Multi-Institucional e Multidisciplinar em Difusão de Conhecimento. 2015.

1. Libras - linguagem 2. Educação especial e surdez 3. Estudantes - surdos 4. Inclusão
5. Aprendizagem matemática I. Universidade Federal da Bahia II. Laboratório Nacional de
Computação Científica III. Universidade do Estado da Bahia IV. Universidade Estadual de
Feira de Santana V. Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia VI. Diaz, Felix VII.
Titulo.

CDD 371.95

JUREMA LINDOTE BOTELHO PEIXOTO

ANÁLISE DOS ESQUEMAS DE SURDOS SINALIZADORES
ASSOCIADOS AOS SIGNIFICADOS DA DIVISÃO

Tese apresentada como requisito parcial para obtenção do grau de Doutora em Difusão do Conhecimento, Faculdade de Educação, Universidade Federal da Bahia.

Banca examinadora

Felix Diaz – Orientador

Doutor em Ciências Pedagógicas pela Universidade Pedagógica Enrique José Varona, Cuba
Universidade Federal da Bahia

Cristiano Alberto Muniz

Doutor em Sciences de l'Education – Université Paris Nord
Universidade de Brasília

Dante Galeffi

Doutor em Educação – Universidade Federal da Bahia
Universidade Federal da Bahia

Janine Soares de Oliveira

Doutora em Estudos da Tradução – Universidade Federal de Santa Catarina
Universidade Federal de Santa Catarina

Roberto Sidnei Macedo

Doutor em Ciências da Educação – Universidade de Paris VIII
Universidade Federal da Bahia

Siobhan Victoria Healy

Doutora em Educação Matemática pelo Instituto de Educação – University of London
Universidade Anhanguera de São Paulo

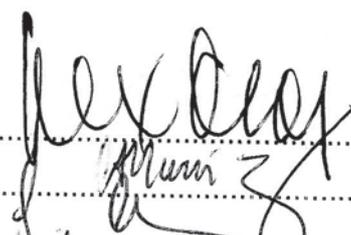
**DOUTORADO MULTI-INSTITUCIONAL E MULTIDISCIPLINAR EM DIFUSÃO DO CONHECIMENTO
FACULDADE DE EDUCAÇÃO**

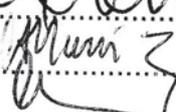
ATA DE DEFESA DE TESE DA DOUTORANDA JUREMA LINDOTE BOTELHO PEIXOTO NO DOUTORADO MULTI-INSTITUCIONAL E MULTIDISCIPLINAR EM DIFUSÃO CONHECIMENTO

Aos dezenove dias do mês de outubro de dois mil e quinze, às 14h00, reuniu-se na Sala 20, Escola de Administração da UFBA, a Comissão Examinadora composta pelos professores: Cristiano Alberto Muniz, Siobhan Victoria Healy, Dante Augusto Galeffi, Janine Soares de Oliveira, Roberto Sidnei Alves Macedo e Felix Marcial Diaz Rodriguez (Orientador), para julgar o trabalho intitulado **“ANALISES DOS ESQUEMAS DE SURDOS SINALIZADORES ASSOCIADOS AOS SIGNIFICADOS DA DIVISÃO”**, de autoria de **Jurema Lindote Botelho Peixoto**. Após a arguição e discussão, a Banca Examinou, analisou e avaliou o referido trabalho, chegando à conclusão que este foi **APROVADO**. Nada mais havendo a ser tratado, esta Comissão Examinadora encerrou a reunião da qual eu lavrei a presente ATA, que após lida e achada conforme vai assinada pelos presentes e encerrada por mim.

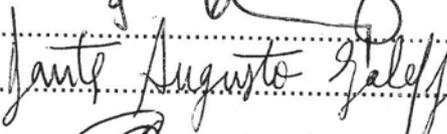
Salvador, 19 de outubro de 2015

Comissão Examinadora:

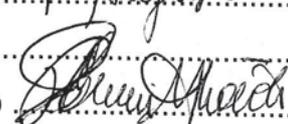
Prof. Dr. (a) Felix Marcial Diaz Rodriguez 

Prof. Dr. (a) Cristiano Alberto Muniz 

Prof. Dr. (a) Siobhan Victoria Healy

Prof. Dr. (a) Dante Augusto Galeffi 

Prof. Dr. (a) Janine Soares de Oliveira

Prof. Dr. (a) Roberto Sidnei Alves Macedo 

*Aos estudantes surdos que buscam trilhar o surpre-
endente caminho rumo ao conhecimento.*

*Aos professores que caminham ao lado de seus es-
tudentes nesta busca.*

AGRADECIMENTOS

Tenho imensa gratidão por tantas pessoas que passaram no meu caminho antes deste trabalho e durante o período de sua elaboração.

À Lucília Lopes e Josefa Pimenta por serem, na época, as representantes da escola que mais motivaram o desenvolvimento desta pesquisa, buscando em todos os momentos colaborar transformando-se, hoje, em “amigas do peito”.

Aos meus colegas da UESC que me impulsionaram na pesquisa, especialmente, Irene Cazorla, a arquiteta de muitos projetos profícuos.

À Larissa Pinca, Margarete Farias, Cláudia Santana, Diná Correa, Cláudio Soriano, Cristiane Fernandes, Desirée Begrow, colegas que se fizeram presentes quando solicitados.

Aos meus professores e colegas do doutorado, amigos que animaram e ajudaram a compor as ideias deste trabalho, particularmente, à Isabelle Déjardin por tanta “escuta”, incentivo e parceria, Claudia Rozo e Ricardo Coutinho pelo apoio e pelas ricas trocas de informações. Não poderia me esquecer de agradecer ao Sr. Hélio, secretário do DMMDC.

Ao professor Dr. Felix Diaz por sua orientação, confiança, respeito e responsabilidade em todos os momentos.

À professora Dra. Lulu Healy pelo apoio incondicional, desde o início, e participação na banca examinadora.

Ao professor Dr. Cristiano Muniz, pela inspiração no projeto, generosidade e pelas valiosas contribuições.

Ao professor Roberto Sidnei pela avaliação, contribuições e participação na banca.

Ao professor Dr. Dante Galeffi pelas considerações e participação na banca.

À Laudi e Edson pela hospitalidade, carinho e apoio em Salvador.

A minha família que com suas orações me fortaleceram muito: minha mãe Tetê, meu esposo Neto, meus filhos Rodrigo e Henrique, Rosane e Mariza.

Aos amigos irmãos Edson Salomão e Nívea pelo incentivo e oração.

Aos surdos que aceitaram participar desta pesquisa e às intérpretes Val e Elisa, apoio constante em todas as etapas.

À Daniela Susmaga pelas ilustrações.

Por último, mas não em último lugar, ao Pai eterno porque iluminou os meus passos, dando-me forças quando elas se esvaíam.

À CAPES pelo financiamento da bolsa de pesquisa.

PEIXOTO, Jurema. **Análise dos esquemas de surdos sinalizadores associados aos significados da divisão**. 266 f. il. 2015. Tese (Doutorado) – Faculdade de Educação, Universidade Federal da Bahia, Salvador, 2015.

RESUMO

O objetivo desta tese foi compreender de que forma as ações viso-gestual-somáticas em Libras influenciam os esquemas mobilizados por estudantes surdos, durante a resolução de problemas. Optou-se pela Teoria dos Campos Conceituais de Gérard Vergnaud para o planejamento das situações e para a análise dos conteúdos contidos nos “esquemas”, conceito concebido por Jean Piaget e retomado por Vergnaud. Utilizaram-se aspectos teóricos relacionados com o potencial comunicativo e cognitivo dos gestos fundamentados em David McNeill e Susan Goldin-Meadow. Esta investigação foi realizada em duas fases: a primeira para conhecer os sujeitos da pesquisa em suas dificuldades, facilidades e interesses pela Matemática. Assim, foram entrevistados 10 estudantes surdos, matriculados no Ensino Médio de duas escolas públicas da cidade de Ilhéus-Bahia, bem como seus profissionais Tradutores Intérpretes da Língua Brasileira de Sinais (Libras) e seus professores de Matemática. Na segunda fase foram selecionados cinco estudantes surdos para desenvolver uma pesquisa qualitativa no *design* de estudo de caso múltiplo de cunho exploratório, descritivo e interpretativo, fundamentada numa análise microgenética associada à videografia. Apresentou-se em Libras aos estudantes, individualmente, 11 situações-problema que envolviam os significados da divisão: isomorfismo de medidas (8), comparação multiplicativa (2) e combinatória (1). A análise dos registros em vídeo e sua transcrição na forma de diálogos permitiram identificar os conhecimentos mobilizados pelos estudantes nos três registros de ação: Libras, gestos e produções escritas. Os estudantes apresentaram esquemas muito semelhantes, em maior ou menor grau de elaboração, fundamentados no raciocínio aditivo ou numa etapa intermediária entre o raciocínio aditivo e multiplicativo, independente da categoria da situação. Os conceitos-em-ação mobilizados comprovaram a predominância do raciocínio aditivo: adição repetida, subtração sucessiva, agrupamento, valor limite, cardinal de um número, correspondência biunívoca *signal-a-dedo*, enumeração. Alguns teoremas-em-ação mobilizados também estavam associados à propriedade de isomorfismo para adição: $f(x+x'+x'') = f(x)+f(x')+f(x'')$. A diferença na ação desses sujeitos estava na forma de perceber, expressar e comunicar o conhecimento matemático por meio da Libras. Concluiu-se que as ações viso-gestual-somáticas em Libras foram constituindo, moldando e determinando os esquemas matemáticos dos estudantes de forma palpável e dinâmica. A análise evidenciou o quanto os estudantes surdos maximizam a parceria *gesto-sinal* nos esquemas. Os gestos deixaram o caráter de apenas acompanhante do sinal para fazer parte da organização da atividade, relacionando-se, reciprocamente, com os conceitos e teoremas-em-ação. Os resultados deste estudo apontam um método para avaliar os conhecimentos circunstanciais e em processo de mudança de surdos sinalizadores, ferramenta indispensável para professores e pesquisadores. Sugerem, ainda, que situações de ensino para esses estudantes deve valorizar a realização de gestos em coordenação com a Libras, o que exigirá um professor competente nessa língua, para promover a comunicação matemática significativa no contexto da inclusão.

Palavras-chave: Aprendizes surdos. Esquema. Conceito de divisão. Gestos. Libras.

PEIXOTO, Jurema. **The analysis of signaling deaf students' schemes associated to the meanings of division.** 266 pp. ill. 2015. Doctoral Thesis – Faculdade de Educação, Universidade Federal da Bahia, Salvador, 2015.

ABSTRACT

This thesis goal was to comprehend in what ways visual-gesture-somatic actions in sign language influence schemes created by deaf students while solving problems. It was opted for Gérard Vergnaud's Theory of Conceptual Fields to plan situations and analyze the contents in the "schemes", concept which was conceived by Jean Piaget and retaken by Vergnaud. It was used theoretical aspects related to the communicative and cognitive potentials of gestures which were grounded by David McNeill and Susan Goldin-Meadow. This research was achieved into two phases: the first one aimed to know the subjects of this research and their difficulties, easinesses and interests in Mathematics. Thus, 10 deaf high school students from two public schools were interviewed in Ilhéus-Bahia; as well as their Brazilian Sign Language (Libras) Interpreter professionals and their Mathematics teachers. In the second phase, five deaf students were selected to develop a qualitative research in a design of a study of multiple case with an explorative, descriptive and interpretative approaches, which are based on a micro-genetics analysis associated to videography. It was individually presented to the students in Libras: 11 problem-situation that involved meanings of division: isomorphism of measures (8), multiplicative comparison (2) and combinatorial (1). The analysis of the records in video and its transcriptions into dialogues allowed us to identify the knowledge that was gotten by the students in the three records of action: Libras, gestures and writing productions. Students' schemes showed to be very similar to each other, either in a higher or in a lower level of elaboration, based on summing reasoning or on an intermediate stage between multiplying and summing reasonings, regardless of the category of the situation. Concepts-in-action that were found proved the predominance of summing reasoning: repetitive addition, successive subtraction, grouping, value limit, cardinal number, singing-by-pointing bi-univocal correspondence, enumeration. Some mobilized theorems-in-action were also associated to the isomorphism property to addition ($f(x+x'+x'') = f(x)+f(x')+f(x'')$). The difference in the subjects' execution was in the way of realizing, expressing and conveying mathematics knowledge through Libras. We concluded that visual-gestural-somatic actions in Libras were building, adjusting and determining the students' mathematical schemes palpably and dynamically. The analysis evidenced how deaf students maximize gesture-sign partnership in schemes. Gestures left the feature of accompanying signs to be part of the process of organizing the activity, relating reciprocally to the concepts and theorems-in-action. The results of this study shows a method to evaluate circumstantial knowledge in a process of changing signaling deaf individuals, an indispensable tool for professors and researchers. Moreover, it suggests that the situations used to teach these students must value the usage of gestures combined with Libras, what will require a proficient professor in the language to promote the significant mathematics communication in the context of inclusion.

Keywords: Deaf learners. Scheme. Concept of division. Gestures. Libras.

LISTA DE ILUSTRAÇÕES

Figura 1	Divisão como partilha equitativa.....	71
Figura 2	Divisão como medida.....	72
Figura 3	Divisão: busca de um escalar.....	74
Figura 4	Divisão: busca de uma medida.....	74
Figura 5	Esquema da multiplicação e divisão como produto de medidas.....	75
Figura 6	Os três parâmetros (Localização-L, Configuração de mãos-CM, Movimento-M) no sinal “certeza” em Libras.....	88
Figura 7	Sinais dos algarismos em Libras.....	91
Figura 8	Sinais de quantidades (cardinais).....	91
Figura 9	Sinal “Problemas”.....	92
Figura 10	Sinal “Unidade”.....	92
Figura 11	Sinal “Dezena”.....	92
Figura 12	Sinal “Centena”.....	92
Figura 13	Sinal “Milhar”.....	92
Figura 14	Sinal “Soma”.....	92
Figura 15	Sinal “Adição”.....	92
Figura 16	Sinal “Subtração”.....	92
Figura 17	Sinal “Multiplicação”.....	92
Figura 18	Sinal “Divisão”.....	92
Figura 19	Sinal “Dobro”.....	92
Figura 20	Sinal “Triplo”.....	92
Figura 21	Sinal “Quadrado”.....	92
Figura 22	Sinal “Retângulo”.....	93
Quadro 1.	Perfil dos estudantes surdos.....	112
Figura 23	Disposição dos participantes no desenvolvimento das tarefas.....	114
Figura 24	Representação pictórica do problema 1 e imagem de um refrigerante.....	115
Figura 25	Representação pictórica do problema 2 e imagem de um caderno.....	116
Figura 26	Representação pictórica do problema 3.....	116
Figura 27	Representação pictórica do problema 4 e imagem de um pacote de pratos descartáveis.....	117
Figura 28	Representação pictórica do problema 5.....	117
Figura 29	Representação pictórica do problema 6.....	117
Figura 30	Representação pictórica do problema 7.....	118

Figura 31	Representação pictórica do problema 8.....	118
Figura 32	Representação pictórica do problema 9.....	119
Figura 33	Representação pictórica do problema 10.....	119
Figura 34	Representação pictórica do problema 11.....	119
Quadro 2	Apresentação dos tipos de situações-problema por sessão.....	121
Figura 35	Registro de Luísa (P1).....	124
Figura 36	Desenho de PM (P1).....	124
Figura 37	Luísa juntando dedos de 2 em 2: <i>gesto metafórico</i> (P2).....	126
Figura 38	Luísa desenhando 4 com o dedo: <i>gesto metafórico</i> (P2).....	126
Figura 39	Luísa apontando (MD)/sinalizando 25 (ME): <i>gesto dêitico</i> (P2).....	126
Figura 40	Registro de Luísa: “Quantas vezes 4 cabe em 48” (P2).....	126
Figura 41	Registro de Luísa (P3): “Quantas vezes 2 cabe em 24?”.....	127
Figura 42	Registro de Luísa (P4): “Quantas vezes 2 cabe em 52?”.....	127
Figura 43	Primeiro registro de Luísa (P5): 17 quotas de 2, apontando/sinalizando (<i>Gesto dêitico</i>).....	127
Figura 44	Segundo registro de Luísa (P5): contando as quotas 4 (<i>Gesto dêitico</i>).....	127
Figura 45	Registro de Luísa (P6): contando as quotas 6 (<i>Gesto dêitico</i>).....	127
Figura 46	Registro da PM: algoritmo da divisão (P3).....	127
Figura 47	Registro da PM: algoritmo da divisão (P4).....	128
Figura 48	Registro da PM (P7).....	129
Figura 49	Registro de Luísa (P7).....	129
Figura 50	Registro de Luísa (P8).....	130
Figura 51	Luísa agrupando dedos de 2 em 2: <i>gesto metafórico</i> (P9).....	131
Figura 52	Registro de Luísa (P10).....	132
Figura 53	Luísa sinalizando “vezes” e seu registro (P11).....	133
Figura 54	Luísa sinalizando 4, 4, 4 (P11).....	134
Figura 55	Luísa sinalizando 5,6,7,8, 10 para cada dedo da ME (P11).....	134
Quadro 3	Resumo dos conhecimentos mobilizados por Luísa nos problemas P1 a P11....	136
Figura 56	Annie contando $4+4=8$ (P1).....	139
Figura 57	Annie sinalizando 12 (MD), depois 3 (MD), depois três batidas (ME): <i>gesto rítmico</i> (P1).....	139
Figura 58	Annie apontando 4,4,4: <i>gesto dêitico</i> (P1).....	139
Figura 59	Registro de Annie (P1).....	139
Figura 60	Registro de Annie (P2).....	141
Figura 61	TILS2 fazendo “2-1”: <i>gesto metafórico</i> (P3).....	144
Figura 62	Registro de Annie (P3).....	144

Figura 63	Registro de Annie (P4).....	145
Figura 64	Registro de Annie (P5).....	145
Figura 65	Registro de Annie (P6).....	145
Figura 66	Registro de Annie (P7).....	145
Figura 67	Registro de Annie (P8).....	145
Figura 68	Registro de Annie (P9).....	145
Figura 69	Registro de Annie (P10).....	146
Figura 70	Registro de Annie (P11).....	146
Quadro 4	Resumo dos conhecimentos mobilizados por Annie nos problemas P1 a P11.....	147
Figura 71	TILS2 juntando 3 dedos: <i>gesto metafórico</i> (P1).....	149
Figura 72	Fábia agrupando dedos (12) de 3 em 3: <i>gesto metafórico</i> (P1).....	149
Figura 73	Fábia tocando o sinal 4 (MD) em cada dedo da ME: <i>gesto dêitico/metafórico</i> (P2).....	151
Figura 74	Registro de Fábia (P2).....	151
Figura 75	Fábia sinalizando “24, TIRAR, 12, 1” (P3).....	153
Figura 76	Registro de Fábia (P4).....	154
Figura 77	Fábia enlaçando 4 dedos: <i>gesto metafórico</i> (P5).....	156
Figura 78	Fábia separando o espaço em Libras: 4 cartelas de um lado e 24 ovos de outro (P5).....	156
Figura 79	Registro de Fábia (P5).....	156
Figura 80	Fábia dividindo o espaço: “48 ovos aqui, 6, 6...” (P6).....	157
Figura 81	Registro de Fábia (P6).....	157
Figura 82	Fábia dividindo com as mãos 15 por 5: <i>gesto metafórico</i> (P7).....	159
Figura 83	Fábia sinalizando “1 hora 3 km, 1 hora 6 km, continua”(P7).....	159
Figura 84	Fábia sinalizando “1 hora anda 3Km, 2 horas anda 6 Km, continua” (P8).....	160
Figura 85	Fábia sinalizando “maior” três vezes (P9).....	162
Figura 86	Fábia medindo com os dedos: <i>gesto metafórico</i> (P9).....	162
Figura 87	Fábia sinalizando: prédio (ME), 30 (MD) e subindo a MD três vezes (P10).....	163
Figura 88	Fábia elevando a ME (<i>gesto metafórico/rítmico</i>) e sinalizando 10,10, 10 (MD) (P10).....	163
Quadro 5	Resumo dos conhecimentos mobilizados por Fábia nos problemas P1 a P11.....	165
Figura 89	Frank passando a MD em 3 dedos da ME: <i>gesto metafórico</i> (P1).....	168
Figura 90	Frank balançando/apontando três vezes (ME): <i>gesto rítmico/dêitico</i> (P1).....	168

Figura 91	Registro de Frank (P1).....	169
Figura 92	Frank sinalizando “48 deixa de lado” (P2).....	170
Figura 93	Registro de Frank (P2).....	170
Figura 94	Primeiro registro de Frank (P4).....	171
Figura 95	Frank sinalizando “2, 2, 2 soma” (P4).....	172
Figura 96	TILS2 fazendo as correspondências “1 ^a -12, 2 ^a -12, 3 ^a -12, 4 ^a -12” (P5).....	173
Figura 97	Frank contando o nº de parcelas “4” no seu registro (P5).....	173
Figura 98	TILS2 sinalizou 48(MD) segurando a ME onde sinalizou cartela (P6).....	175
Figura 99	TILS2 fazendo <i>gesto icônico</i> “arrumar” associado ao <i>gesto rítmico</i> 6,6,6 (P6).....	175
Figura 100	Frank contando as parcelas “6” (P6).....	175
Figura 101	Registro de Frank (P7).....	176
Figura 102	TILS2 sinalizando prédio maior (MD) e na ME prédio menor (P10).....	179
Figura 103	Frank sinalizando “10 m, 10 m, 10 m” de cima para baixo (P10).....	179
Figura 104	Frank sinalizando 4 (MD) e apontando o sinal 3 (ME) para cada dedo da MD (P11).....	180
Quadro 6	Resumo dos conhecimentos mobilizados por Frank nos problemas P1 a P11.....	182
Figura 105	Júlia passando um “traço” em 3 dedos da ME: <i>gesto metafórico</i> (P1).....	185
Figura 106	Júlia sinalizando “Um tira, dois, três tira, menos” (P1).....	185
Figura 107	Júlia e TILS2 sinalizando 8, depois Júlia “comprar” e TILS2 “real” (P2).....	187
Figura 108	Explicação da PM (P2).....	187
Figura 109	Júlia separando a 4 dezenas: <i>gesto dêitico/metafórico</i> (P2).....	187
Figura 110	Registro de Júlia: 12 no quociente (P2).....	187
Figura 111	Júlia sinalizando “12 (MD) e 12 (ME)” e “juntos” (P3).....	189
Figura 112	Registro de Júlia (P4).....	190
Figura 113	Registro de Júlia (P5).....	191
Figura 114	Registro de Júlia (P6).....	192
Figura 115	Registro feito pela TILS2 (P7).....	193
Figura 116	Registro de Júlia (P8).....	194
Figura 117	Júlia abrindo 10 dedos, segurando 3: <i>gesto metafórico</i> (P8).....	194
Figura 118	Júlia juntando dedos de 2 em 2: <i>gesto metafórico</i> (P9).....	195
Figura 119	Registro de Júlia (P9).....	195

Figura 120	Júlia abaixando a MD três vezes até alcançar 10: <i>gesto icônico</i> (P10).....	197
Figura 121	TILS2 apontando para cada dedo da MD (P11).....	199
Figura 122	Júlia abaixando o 4º dedo (P11).....	199
Quadro 7	Resumo dos conhecimentos mobilizados por Júlia nos problemas P1 a P11.....	200
Quadro 8	Número e tipo de registros de ação identificados por estudante.....	204

LISTA DE TABELAS

Tabela 1	Dados do problema de multiplicação e divisão.....	70
Tabela 2	Tabela de dupla entrada: $M \times R = \{(m_i, r_i) / m_i \in M, r_i \in R, i=1, 2, 3, 4\}$..	76
Tabela 3	Relação proporcional entre o nº de casais e o nº de rapazes ou de moças, conforme um ou outro permanecer constante.....	76

LISTA DE ABREVIATURAS E SIGLAS

AEE	Atendimento Educacional Especializado
CAPES	Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior
CNS	Conselho Nacional de Saúde
CRIE	Centro de Referência à Inclusão Escolar
FAPESB	Fundação de Amparo à Pesquisa do Estado da Bahia
FENEIS	Federação Nacional de Educação e Integração dos surdos
INES	Instituto Nacional de Educação de Surdos
Libras	Língua Brasileira de Sinais
NEE	Necessidades Educacionais Especiais
OCDE	Organização para Cooperação e Desenvolvimento Econômico
PCN	Parâmetros Curriculares Nacionais
Prolibras	Exame Nacional para Certificação de Proficiência no uso e no ensino de Libras e para Certificação de Proficiência na tradução e interpretação de Libras/Português/Libras
SRM	Sala de Recursos Multifuncionais
TCLE	Termo de Consentimento Livre e Esclarecido
TEIAS	Teias da inclusão: Traçando uma Educação Inclusiva Acessível
TILS	Tradutor-intérprete de língua de sinais (Libras/Português)
UESC	Universidade Estadual de Santa Cruz
UFBA	Universidade Federal da Bahia
UNESCO	Organização das Nações Unidas para a Educação, a Ciência e a Cultura

SUMÁRIO

1 INTRODUÇÃO.....	18
1.1 A MOTIVAÇÃO PARA INVESTIGAR.....	18
1.2 QUESTÕES NORTEADORAS.....	23
1.3 OBJETIVOS DA PESQUISA.....	24
1.4 ESTRUTURA DO DOCUMENTO.....	25
2 SURDEZ E EDUCAÇÃO.....	26
2.1 SURDEZ: OUTRA NARRATIVA.....	26
2.2 DA INCLUSÃO À EXCLUSÃO: RUMO À EDUCAÇÃO PELOS PRÓPRIOS SURDOS.....	36
2.3 EDUCAÇÃO MATEMÁTICA E SURDEZ.....	46
3 ESQUEMA, AÇÃO E MATEMÁTICA.....	53
3.1 O ESQUEMATISMO DA AÇÃO.....	53
3.1.1 Na Epistemologia genética de Jean Piaget	54
3.1.2 Na Teoria dos campos conceituais de Gerárd Vergnaud.....	58
3.2 OS SIGNIFICADOS DA DIVISÃO E SEUS ESQUEMAS.....	64
3.3 PENSAMENTO E LINGUAGEM: COMO SE RELACIONAM NA AÇÃO COGNITIVA?.....	79
3.4 OS REGISTROS DA AÇÃO.....	86
3.4.1 Em Libras.....	86
3.4.2 Em gestos.....	94
3.4.3 Nas produções escritas.....	100
4 METODOLOGIA.....	102
4.1 CARACTERIZAÇÃO DA PESQUISA.....	103
4.1.1 Campo de pesquisa.....	104
4.1.2 Procedimentos de produção e análise de dados.....	106
4.1.3 Perfil dos participantes da pesquisa.....	112
4.1.4 A dinâmica da produção dos dados e as situações-problema.....	113
5 ANÁLISE DOS REGISTROS DA AÇÃO.....	120
5.1 OS ESQUEMAS DE AÇÃO DOS ESTUDANTES SURDOS.....	121
5.1.1 Apresentação de Luísa.....	121

5.1.2 Os esquemas de Luísa: “agrupando bolinhas ou dedos para dividir”	122
5.1.3 Apresentação de Annie	137
5.1.4 Os esquemas de Annie: “repetindo o sinal ou agrupando tracinhos para dividir”	138
5.1.5 Apresentação de Fábia	148
5.1.6 Os esquemas de Fábia: “cálculo mental ou agrupando dedos/tracinhos para dividir”	149
5.1.7 Apresentação de Frank	167
5.1.8 Os esquemas de Frank: “adição repetida de um valor constante ou cálculo mental para dividir”	168
5.1.9 Apresentação de Júlia	184
5.1.10 Os esquemas de Júlia: “subtração sucessiva ou agrupando dedos/ tracinhos para dividir”	184
5.2 AVALIANDO OS RESULTADOS	202
6 CONSIDERAÇÕES FINAIS	210
REFERÊNCIAS	221
APÊNDICES	236
APÊNDICE A – Roteiro da entrevista semiestruturada: aluno surdo.....	236
APÊNDICE B – Roteiro da entrevista semiestruturada: professor matemática.....	237
APÊNDICE C – Roteiro de entrevista semiestruturada: TILS.....	238
APÊNDICE D – Termo de Assentimento Livre e Esclarecido (Aluno surdo).....	239
APÊNDICE E – Termo de Assentimento Livre e Esclarecido (Pais).....	241
APÊNDICE F – Termo de Assentimento Livre e Esclarecido (Professores).....	243
APÊNDICE G – Termo de Assentimento Livre e Esclarecido (TILS).....	245
APÊNDICE H – Diálogos interativos de Luísa (P3, P4, P5, P6).....	247
APÊNDICE I – Diálogos interativos de Annie (P4 a P11).....	249
APÊNDICE J – Caderno de exercícios Oficina.....	253
APÊNDICE L – Extratos da videoaula.....	260
APÊNDICE M – Fotos da oficina no AEE da escola A.....	262
APÊNDICE N – Fotos da oficina na escola C.....	263
ANEXO A – Parecer Consubstanciado do Comitê de Ética em Pesquisa.....	264

1 INTRODUÇÃO

Consideramos pertinente apresentar os caminhos trilhados até a elaboração do nosso projeto de pesquisa. A ideia não brotou espontaneamente, mas surgiu de um trabalho colaborativo entre a universidade e a escola. O encontro entre professores, intérpretes e pesquisadores em ambientes de investigação provocaram questionamentos e anseios que, somados, motivaram a concretização da ideia aqui apresentada.

1.1 A MOTIVAÇÃO PARA INVESTIGAR

No período de 2009-2010, tive a oportunidade de vice-coordenar o projeto de pesquisa “Teias da Inclusão: Traçando uma Educação Inclusiva Acessível-TEIAS”¹, assumindo, inicialmente, a pesquisa com alunos cegos e, posteriormente, a pesquisa com alunos surdos, porque a professora com experiência na área e responsável pela linha estava impossibilitada para o trabalho. Até aquele momento, eu nada sabia a respeito do contexto social e educacional do surdo, sobre a importância da Língua Brasileira de Sinais (Libras), nem das suas dificuldades com a Língua Portuguesa (sua segunda língua-L2) ou com a Matemática. O mundo dos surdos era um universo novo para mim.

Essa linha de investigação só foi adiante pelo incentivo das professoras inseridas em uma das escolas-foco da pesquisa (Escola Estadual Renato Leite da Silveira), Josefa Pimenta, professora de Língua Portuguesa para surdos, bolsista do projeto UESC-Escola consCiência² e Lucília Lopes, especialista em educação especial, profissional tradutora intérprete da língua de sinais-TILS (Libras-Português) e parceira do projeto TEIAS. Com esse apoio, aceitei coordenar e prosseguir com a pesquisa com alunos surdos. Essa experiência mostrou o quanto foi importante a participação dos atores da escola na pesquisa, pois, como pesquisadores da universidade, não devemos ir para a escola dizendo o que deve ser feito, nem como deve ser feito, e sim, assumir a postura “não sabemos como fazer, vamos fazer juntos”. Nisso reside o valor do trabalho colaborativo, principalmente na área de inclusão, onde os desconhecimentos e desafios são muitos.

¹ Pesquisa colaborativa entre pesquisadores da UESC e professores que lidam com alunos com Necessidades Educacionais Especiais - NEE (visual/cegos, auditiva/surdos e da deficiência intelectual), da Educação Básica, do ensino regular público, do eixo Ilhéus-Itabuna, financiado pela Fundação de Amparo à Pesquisa do Estado da Bahia – FAPESB (edital 004/2008).

² Pesquisa financiada pela FAPESB tem como objetivo a institucionalização de seis projetos-parceiros de pesquisa/extensão da UESC, em cinco escolas estaduais da região de influência da UESC (Edital 008/2009 Inovações Educacionais).

A investigação do TEIAS na linha de surdez teve dois objetivos. O primeiro foi diagnosticar o que os alunos surdos, matriculados na escola, sabiam de Matemática, mais especificamente, das estruturas aditivas e multiplicativas, quando resolviam problemas, envolvendo o Sistema de Numeração Decimal e as Operações Fundamentais. O segundo foi desenvolver alternativas metodológicas, com ênfase na formação de conceitos para esses alunos. Os primeiros resultados nos surpreenderam, literalmente, porque os alunos surdos apresentaram sérias dificuldades básicas com as quatro operações, principalmente, com a divisão e com a resolução de problemas, tendo em vista a sua idade e série (PEIXOTO; CAZORLA, 2011).

Acreditamos que tal situação se deve, entre outros fatores, às dificuldades enfrentadas pelos surdos nos processos comunicativos (FÁVERO; PIMENTA, 2006), tendo em vista que as mudanças legislativas que apoiam suas especificidades são relativamente recentes. Por exemplo, a Lei nº 10.436/2002 reconheceu a Libras “como meio legal de comunicação e expressão do surdo”, cujo objetivo era amparar o seu uso e difusão, bem como incluir a disciplina Libras no currículo dos cursos de formação de professores e de Fonoaudiologia. O Decreto nº 5.626/2005 regulamentou a Lei nº 10.436/02, amparando o acesso dos alunos surdos na escola, tornou a Libras disciplina curricular, tratou da formação e a certificação do profissional TILS e sobre “o ensino da Língua Portuguesa como segunda língua para alunos surdos e a organização da educação bilíngue no ensino regular” (BRASIL, 2010, p. 15).

No entanto, apesar desses avanços, a comunicação entre professores de Matemática e alunos surdos ainda é precária: professores, TILS e alunos surdos ainda enfrentam muitas barreiras, sobretudo nos processos comunicativos que envolvem as especificidades das disciplinas escolares e as particularidades dadas por uma língua na modalidade visuoespacial – a língua de sinais. Esse problema muitas vezes se acentua porque poucos ouvintes dominam a Libras, necessitando sempre de profissionais TILS nas interações.

Assim, ficou evidente que a Política da Inclusão³ tem transformado as escolas numa “torre de Babel”, composta por alunos surdos e ouvintes, professores ouvintes que não sabem Libras, profissionais TILS fluentes em Libras, porém leigos nos aspectos específicos das disciplinas. Além disso, outro ponto a considerar é destacado pelo professor surdo de Mate-

³ A Lei 9.394 no Cap. V, Artigo 58 e 59 estabelece as diretrizes e bases da educação brasileira e postula que a educação especial deve ser oferecida preferencialmente na rede regular de ensino, para alunos com necessidades educacionais especiais. Esta mesma Lei, no Artigo 59, expõe que os sistemas de ensino devem assegurar a tais alunos, currículos, métodos, técnicas, recursos educativos e organização específica para atender às suas necessidades, conforme a (BRASIL, 1996).

mática, Marcílio Vasconcelos, quando enumera as principais barreiras na Educação Matemática de surdos:

1) Poucos Professores de Matemática são surdos; 2) Os professores de surdos continuam usando as metodologias feitas para ouvintes, o que dificulta o desenvolvimento do aprendizado dos surdos; 3) Falta de sinais específicos de Matemática em LIBRAS; 4) Dificuldade em reconhecer as quatro operações Matemáticas; 5) Surdos sempre ficam prejudicados em Sala de Aula por dificuldades óbvias de Comunicação (VASCONCELOS, 2010, p. 2-3).

No entanto, a colocação 3) “falta de sinais específicos de matemática em Libras” não deve ser encarada como uma deficiência da Libras, porque, como toda língua, ela é viva e está em expansão; o que falta, muitas vezes, é o vocabulário para determinadas áreas específicas, mas esforços já têm sido empreendidos com essa finalidade (ALBRES; NEVES, 2008; DADA, 2013). Além disso, acreditamos que não seja esse o maior problema em relação à aprendizagem dos surdos, pois ouvintes têm acesso a todos os termos matemáticos na Língua Portuguesa e também apresentam dificuldades em Matemática, conforme as avaliações nacionais do Sistema de Avaliação da Educação Básica-SAEB (2013)⁴.

As mudanças legislativas já referidas, frutos da luta de surdos e pesquisadores ouvintes, promoveram, sem dúvida, mudanças sociais e políticas na educação de surdos. No entanto, ainda encontramos nas escolas inclusivas um contingente heterogêneo de surdos, tanto em relação à sua surdez (grau de surdez, etiologia, filhos de pais ouvinte ou surdos, etc.) quanto ao grau de proficiência em Libras, o que dificulta a mediação dos conhecimentos escolares pelos professores, tanto na primeira língua (Libras) quanto na Língua Portuguesa (L2), língua de mais difícil aquisição para o surdo.

Devido a tais motivos, a comunidade surda no Brasil continua exigindo a manutenção das escolas de surdos que ainda existem no país e a criação de escolas bilíngues, sendo contrários à inclusão como tem sido praticada hoje nas escolas, pois muitos alunos surdos não estão avançando na aprendizagem efetiva das disciplinas escolares (CAPOVILLA, 2011; ANDREIS-WITKOSKI, 2012), apesar do profissional TILS na sala de aula e do atendimento educacional especializado (AEE)⁵. Assim, defendem a Libras como instrumento primordial

⁴ Segundo o site Todos pela Educação. Disponível em: <<http://www.todospelaeducacao.org.br/educacao-na-midia/indice/32361/o-difícil-estudo-da-matematica/>>. Acesso em: 13 jul. 2015.

⁵ Deve ocorrer na escola comum diariamente, em horário oposto ao das aulas na sala de aula comum. A proposta do AEE inclui o momento didático pedagógico em Libras que deve ser organizado pelos profissionais TILS em parceria com professores das disciplinas e “deve incluir muitas imagens visuais e de todo tipo de referências que possam colaborar para o aprendizado dos conteúdos curriculares em estudo na sala de aula comum” (DAMÁZIO, 2007, p. 26).

para a comunicação, ensino e aprendizagem de diversos conteúdos escolares, já que é a língua natural do sujeito surdo.

Vale destacar que as línguas de sinais, diferentemente das línguas orais-auditivas, cuja produção é linear/oral e recepção auditiva, é articulada na modalidade visuoespacial ou visogestual-somática, sua recepção é estritamente visual e sua produção é espacial; os sinais manuais são configurados, simultaneamente, em um determinado espaço, acompanhados de expressão facial e corporal para a efetivação da comunicação. Essa diferença de modalidade pode distinguir formas novas de apropriação e expressão, tanto de conteúdos sociais como escolares.

Na psicologia cognitiva, a noção que diferentes idiomas podem afetar as formas de percepção do mundo ou transmitir diferentes habilidades cognitivas, já é muito antiga. Atualmente, muitos trabalhos empíricos estão retomando essa questão, fato que confronta diretamente o paradigma da universalidade, trazendo implicações relevantes para a educação (BORODITSKY, 2014).

A emergência da diversidade linguística e do multilinguismo trouxe para a Comissão Internacional de Instrução Matemática (ICMI), na conferência denominada de “Study 21”, em 2011, o tema “Educação Matemática e Diversidade de Linguagem”. O ensino e a aprendizagem da Matemática ocorrem em todo o mundo em contextos de diversidade linguística e cultural. Nesse estudo, as discussões focaram a forma de trabalhar com e dentro dessa diversidade para melhorar a aprendizagem e ensino da Matemática. Particularmente, discutiram como a variedade e a complexidade de contextos de linguagem dos alunos podem afetar e promover a sua aprendizagem dessa matéria. Nessa conferência, encontramos apenas três trabalhos que tratavam de estudantes surdos sinalizadores. No primeiro trabalho, Ramos e Zazueta (2011) abordaram atividades sobre a percepção visual e espacial dos estudantes surdos, baseados numa demonstração visual do teorema de Pitágoras. Esses autores concluíram que as construções em Língua Mexicana de Sinais influenciaram os processos que envolvem generalizar, classificar, comparar, levando à abstração. No segundo trabalho, Healy et al. (2011) buscaram identificar como os estudantes surdos, sinalizadores de Libras, expressavam generalizações matemáticas. Dentre outras considerações, os resultados mostraram episódios em que os estudantes expressaram pensamento algébrico, mas não recorreram à linguagem algébrica formal da Matemática. E no terceiro, Peixoto e Cazorla (2011) apontaram as dificuldades dos surdos nas quatro operações e no processo de inclusão escolar.

Portanto, esse contexto, tão diverso e heterogêneo de alunos nas escolas públicas do Brasil, bem como o crescimento de pesquisas focando a diversidade cultural e linguística, tem trazido para a Educação Matemática novos desafios e aberto novas linhas de pesquisa. Mereceu até a criação do grupo de trabalho “Diferença, Inclusão e Educação Matemática” (GT13) na Sociedade Brasileira de Educação Matemática (SBEM), em 13 de outubro de 2013.

No âmbito nacional e internacional, algumas pesquisas já concentram seus esforços na compreensão das diferenças cognitivas desses alunos nos processos de ensino/aprendizagem, na influência das complexidades inerentes às diferentes práticas linguísticas nesse processo, no papel do corpo e dos gestos para a cognição em Matemática (HEALY; FERNANDES, 2011a, 2011b; HEALY et al., no prelo; GOLDIN-MEADOW et al., 2012).

Motivada pelas demandas trazidas pelo projeto TEIAS, foi que me alinhei a essas abordagens de pesquisa com alunos surdos, buscando compreender as práticas matemáticas desses aprendizes. Para tanto, é necessário olhar atentamente as suas produções, visando compreender o modo como elaboram suas estratégias resolutivas, tentando identificar os conceitos não elaborados, os que já estão elaborados ou em vias de elaboração, uma vez que podem propiciar ao professor um conhecimento mais amplo sobre as reais necessidades de seus alunos, impulsionando-o para uma mediação pedagógica mais eficaz. Concordo, plenamente, que “uma das funções mais significativas da Educação Matemática é promover a coordenação dos esquemas em ação e de raciocínios que a criança desenvolve fora da sala de aula com as representações que fazem parte da cultura matemática” (NUNES et al., 2005, p. 48).

O trabalho de Gonçalves (2008) e, principalmente, de Muniz (2009), analisando esquemas de ouvintes a partir da Teoria dos Campos Conceituais, foram uma fonte de inspiração para a busca dos esquemas dos estudantes surdos em suas produções.

A área de Educação Matemática já conta com um corpo considerável de pesquisas sobre essa coordenação, no caso de aprendizes sem necessidades educacionais especiais (NEE). Mas ainda há necessidade de mais pesquisas que investiguem os processos de aprendizagem matemática de alunos surdos, para os quais os maiores esforços têm sido concentrados na linguagem e na leitura.

Antes de enunciar a questão que orientou esta tese, é importante justificar a escolha do conceito de divisão, que emergiu de duas fontes. Primeiro, do diagnóstico feito no projeto TEIAS. Os resultados demonstraram que os três jovens surdos investigados, apresentaram nas tarefas propostas, estratégias variadas de multiplicação, utilizando a coordenação de gestos, sinais e Libras (PEIXOTO, 2013; PEIXOTO, 2015), mas nenhum deles sabia dividir, nem apresentava estratégias informais desse conceito. Esse fato aguçou minha curiosidade para

apurar profundamente a veracidade dessa constatação. Os surdos, participantes desta pesquisa, possuem características peculiares, são oriundos de um contexto complexo “entre a educação especial e a proposta inclusiva bilíngue”, o que também fortaleceu meu interesse. Em segundo lugar, emergiu das sugestões apresentadas pelos professores de Matemática, profissionais TILS e alunos surdos nas entrevistas desenvolvidas para tal fim. Tomamos a atitude “de escuta” das vozes do campo, por identificar em experiências anteriores de pesquisa, um desgaste nas relações entre universidade – escola. Assim, entendemos não ser mais possível uma aproximação impositiva ao campo, sem considerar “o outro”, mas sim uma aproximação colaborativa que atenda aos interesses dos envolvidos, conforme descrição detalhada nos procedimentos metodológicos.

1.2 QUESTÕES NORTEADORAS

Como comentado anteriormente, as práticas numa língua visuoespacial pode implicar formas de pensar diferentes. Ainda existem poucas pesquisas que caracterizem as práticas matemáticas de alunos surdos através da análise da sua experiência viso-gestual-somática em Libras, principalmente, relacionando tais práticas com seus esquemas mobilizados na sua ação cognitiva. Assim, as questões que nortearam este estudo foram:

Quais esquemas associados aos significados da divisão são mobilizados por surdos sinalizadores?

Quais os conhecimentos⁶ contidos nesses esquemas podem ser observados?

Questão síntese:

De que forma as ações viso-gestual-somáticas em Libras influenciam os esquemas desses estudantes?

Nesta pesquisa, denomina-se “surdo” o deficiente auditivo que utiliza frequentemente a Libras, ou seja, o surdo sinalizador, independente do seu grau de surdez.

Partimos do pressuposto de que, em função das diferenças na forma em que aprendizes surdos e aprendizes ouvintes vivenciam o mundo e o acesso ao conhecimento, há algumas diferenças, não necessariamente, deficiências, no processo pelos quais eles compreendem a

⁶ “Parte epistêmica do esquema (e da representação): eles consistem em categorias” do pensamento tidas como pertinentes na ação no contexto da situação (conceitos-em-ato) “e em proposições consideradas como verdadeiras (teoremas-em-ato)”, conforme Vergnaud (2009, p. 45).

Matemática. Em particular, supomos que aprender Matemática por meio da Libras, uma língua gesto-visual, pode seguir uma trajetória com características diferentes das aprendizagens mediadas por uma linguagem oral.

1.3 OBJETIVOS DO ESTUDO

Geral: Compreender de que forma as ações viso-gestual-somáticas em Libras influenciam os esquemas mobilizados por alunos surdos sinalizadores diante de situações que abordem diferentes significados da divisão.

Específicos:

1. Identificar os esquemas dos estudantes surdos associados aos significados da divisão a partir de suas produções em Libras, gestuais e escritas.
2. Analisar o conteúdo desses esquemas, ou seja, os invariantes operatórios (teoremas-em-ato e conceitos-em-ato) para conhecer o repertório de conhecimentos desses estudantes e compreender como se dá a sua coordenação;
3. Caracterizar as ações viso-gestual-somáticas em Libras e buscar os vínculos de tais práticas com os esquemas mobilizados nas situações.

Optamos pela Teoria dos Campos Conceituais de Gérard Vergnaud, como principal referencial teórico com foco no campo conceitual das estruturas multiplicativas (divisão) para o planejamento das atividades e para a análise dos conhecimentos contidos nos “esquemas”, conceito utilizado por Piaget e retomado por esta teoria. Atentaremos para o potencial comunicativo e cognitivo dos gestos, de acordo com a proposta teórica de McNeill (1992, 2006) e Goldin-Meadow (2003, 2014).

Esta pesquisa justifica-se na medida em que a explicitação dos invariantes operatórios presentes na atividade matemática permite compreender os mecanismos de conceitualização dos estudantes e ser ferramenta para a avaliação dos professores, na busca por situações de aprendizagem que deem conta da transformação do conhecimento implícito em explícito, para a ampliação do campo conceitual em questão. A própria atividade matemática, em si, exige a busca e o reconhecimento de invariantes aliados à “capacidade de encontrar argumentos lógicos (demonstração) representa o cerne da matemática ou, por assim dizer, o coração da matemática” (MUNIZ; BERTONI, 2007, p. 179).

A compreensão dos esquemas dos estudantes associados à divisão poderá trazer luz sobre a natureza das suas dificuldades ou facilidades e sobre as transformações dos seus conhecimentos em ação nos conhecimentos formais da Matemática.

1.4 ESTRUTURA DO DOCUMENTO

Este relatório de tese foi dividido em seis capítulos, em que o primeiro situa o leitor na problemática da investigação, deixando transparecer a implicação e a motivação da pesquisadora pelo objeto de pesquisa. O segundo capítulo objetiva apresentar de forma ampla o contexto da educação de surdos. Inicialmente, discorremos sobre a definição da surdez sob outra perspectiva que foi sendo construída dentro dos Estudos Surdos, com o intuito de afastar a visão médica de doença. Em seguida, tratamos da Educação Especial, na perspectiva inclusiva, procurando ressaltar a opinião dos surdos sobre esse tema e apresentando suas “falas”. Por fim, apresentamos resultados de pesquisas que envolvem surdos e Educação Matemática e o que sugerem para novas pesquisas.

No terceiro capítulo, discorremos sobre a base teórica da pesquisa. Primeiro, abordamos brevemente o significado de “esquema de ação” na filosofia kantiana, da qual esse conceito se originou. Posteriormente, mostramos que tal conceito foi ampliado por Jean Piaget na Epistemologia Genética e retomado por seu discípulo Gerárd Vergnaud, na Teoria dos Campos Conceituais. Em seguida, apresentamos os esquemas e invariantes lógicos associados ao conceito de divisão, bem como as categorias de situações-problema que envolvem esse conceito, implicando diversos significados da divisão. Em terceiro lugar, discutimos as relações entre pensamento e linguagem, para justificar a análise da linguagem para obter elementos do pensamento dos alunos. Em seguida, discorremos sobre os registros das ações: enfatizamos a importância da língua de sinais, suas características principais e como ela tem sendo ampliada dentro da comunidade surda visando à educação. Discutimos o potencial comunicativo e cognitivo dos gestos e a relevância da análise dos registros escritos dos alunos.

O quarto capítulo apresenta a metodologia proposta para a obtenção dos resultados. Iniciamos, situando nossa base epistemológica, nossa forma de ver a interpretação e a pesquisa qualitativa. Também caracterizamos o campo em que a pesquisa se insere, os procedimentos de produção e análise dos dados, os participantes, as tarefas.

O quinto capítulo aborda a análise dos esquemas dos estudantes surdos, buscando apresentar as respostas aos objetivos específicos do estudo. O sexto capítulo apresenta as considerações finais e os apontamentos para próximas pesquisas.

2 SURDEZ E EDUCAÇÃO

Os surdos, assim como tantos outros grupos historicamente alijados e silenciados têm exigido os seus direitos e, entre eles, a escolarização com oportunidades reais de desenvolvimento (Neste texto, p.45).

A proposta da compreensão de processos cognitivos dos surdos, em relação à Matemática, não se sustenta sem um adentramento no mundo dos surdos e na tessitura de sentidos produzidos culturalmente sobre a surdez, por campos distintos. Ou melhor, isso não se dá, sem uma aproximação reflexiva, mesmo que rapidamente, sobre os aspectos da educação desses sujeitos, das construções culturais e suas implicações sobre a surdez, que persistem até hoje, movidas pelas dicotomias deficiência/diferença, normalidade/anormalidade, língua oral/língua de sinais, cultura surda/ cultura ouvinte. Feito isso, nosso olhar não pode ser o mesmo para as questões que se colocam no campo de pesquisa.

Na primeira parte deste capítulo, foi mostrado como a surdez passou de doença incapacitante e deficiência para diferença cultural, outra narrativa tecida no seio dos estudos culturais e antropológicos pelos pesquisadores e pelos próprios surdos sinalizadores, com a intenção de dar visibilidade e empoderamento às suas identidades surdas/múltiplas, como sujeitos políticos. Na segunda parte, são consideradas as impossibilidades, dadas pelo contexto inclusivo na educação dos surdos e as possibilidades, dadas pela educação que os surdos querem. Na terceira parte, revisamos as principais pesquisas no âmbito da Educação Matemática que tratam dos aprendizes surdos e como esses olhares podem contribuir para a nossa pesquisa.

2.1 SURDEZ: OUTRA NARRATIVA

A surdez não representa apenas uma limitação física ou dificuldade de comunicação que impede a interação social e cultural do sujeito surdo, mas envolve também os sentidos que os outros produzem sobre ele. As narrativas sobre a surdez ofereceram, por muito tempo, explicações patológicas, médicas e terapêuticas que apresentam a surdez como uma “falta” e “deficiência”, oriundas de campos discursivos distintos. O poder dessas narrativas formaram opiniões que influenciaram fortemente as diferentes propostas educacionais e de comunicação para surdos, numa tentativa de normalizar os sujeitos surdos e torná-los ouvintes.

A criança que nasce surda hoje, ainda assusta pais ouvintes em função dos pré-construídos culturais arraigados no imaginário social: impossibilidade de falar, de aprender, falta de inteligência, insucesso na escola, incapacidade de conseguir um bom emprego. Os pais são confrontados pelas escolhas que terão que fazer sobre a vida e educação daquela criança: “cirurgia de implante coclear, se aprenderá a língua de sinais, se comprará um aparelho auditivo, se submeterá o filho à terapia auditiva fonoaudiológica, se irão colocá-lo em uma escola regular ou especial” (SANTANA, 2007, p. 13). Escolhas que são determinadas pela proximidade desses pais aos campos de saber que produzem tais discursos: médicos, educacionais, religiosos ou políticos.

A construção desses estereótipos sobre os surdos tem, como pano de fundo, a discussão do normal e do anormal, que não estão diretamente relacionados apenas ao biológico, mas às questões sociais. O anormal é avaliado por uma “autoridade” que determina no indivíduo a passagem do normal para o patológico. Dessa forma, “a individualidade é vista como um desvio e, portanto, deve ser corrigida para adequar a pessoa ao que é considerado normal, evitando-se a discriminação” (SANTANA, 2007, p. 23).

Os desdobramentos advindos dessa visão refletem na forma como os surdos foram vistos e narrados ao longo da História. Vale a pena lembrar que, por algum tempo, ao longo dela, os surdos foram considerados “humanos inferiores”⁷ e “ineducáveis” e, portanto, completamente excluídos dos processos educacionais. Essa condição só começou a ser modificada em meados do século XVIII, quando o abade francês l’Épée, motivado pelo ensino da religião e fé cristã, iniciou tentativas de usar sinais como ponto de partida para ensinar surdos e, posteriormente, quando a atenção se voltou para o estudo das línguas de sinais.

Em 1760, ele fundou a primeira escola pública para surdos na França, a “Institution Nationale des sourds-muets”. Baseando-se nos sinais utilizados pelos surdos de Paris, l’Épée elaborou um sistema de sinais metódicos. “A iniciativa de l’Épée revolucionou as possibilidades de educação, comunicação, interação e cidadania para os surdos” (REILY, 2004, p. 116).

Sicard, seguidor de l’Épée, trouxe novos aspectos para a educação de surdos apostando na participação desses na constituição da língua de sinais, sendo o pioneiro na elaboração de um dicionário da língua de sinais. “Compreendia que, sem a linguagem, a educação não seria possível, porque a linguagem é o meio pelo qual pensamos, comparamos, narramos, discriminamos, percebemos, conceituamos, interagimos” (REILY, 2006, p. 116). Segundo a au-

⁷ “Todo aquele que, por intermédio da linguagem, não fosse considerado possuidor de atributos humanos” (SANTANA; BERGAMO, 2005, p. 579).

tora, o favorecimento da língua de sinais como língua se deu graças ao convívio de muitos surdos no Instituto de Surdos-Mudos de Paris.

Contrário a essa visão, destaca-se o educador Samuel Heinicke, na Alemanha, que defendia o oralismo, por acreditar que o pensamento só era possível por meio da língua oral e, assim, desenvolveu um método oral para ensinar pessoas surdas a falarem. Ele se opunha fortemente aos métodos utilizados por l'Épée, e disso nasceu a divisão ideológica. Depois da morte de l'Épée, em 1798, os defensores de métodos orais continuaram a criticar abordagens que privilegiavam o uso da língua gestual (MOURA, 2000).

Quase um século depois, em 1880, ocorreu o II Congresso de Milão, considerado um marco histórico para a vertente oralista. A organização do Congresso era toda de professores ouvintes e seguidores da corrente alemã. A eficácia da oralidade foi apontada pela apresentação de surdos que falavam bem, e o uso exclusivo da metodologia oralista foi proclamado, em detrimento do uso de gestos e sinais. Nesse evento, convocou-se uma eleição para votar a proibição da língua de sinais na educação de surdos e, apesar de haver professores surdos presentes, eles não puderam votar. Após o Congresso de Milão, a oralidade, com a sua suposta superioridade intelectual, tornou-se o método dominante e, por muitos anos, os surdos foram proibidos e desencorajados de usar a língua de sinais durante a escolaridade (STROBEL, 2009).

Desse modo, o ouvintismo⁸ e o oralismo obtiveram legitimação oficial. Na esfera internacional, essa determinação já tinha sido acolhida, apesar de algumas posições contrárias, e contou com o apoio da medicina, dos pais de surdos, dos professores e até dos surdos que ainda representavam “os ideais do progresso científico e da tecnologia – o surdo que fala, o surdo que escuta” (SKLIAR, 2005, p. 16-17). Segundo esse autor, a predominância do oralismo também foi influenciada por alguns pressupostos da época: “os filósofos – o oral como abstração, o gestual como sinônimo de obscuridade do pensamento; os religiosos – a importância da confissão oral, e os políticos – a necessidade de abolição dos dialetos, já dominantes nos séculos XVIII e XIX”.

A partir da década de 1960, o domínio do oralismo começou a ser contestado de forma mais contundente e, principalmente, após o reconhecimento científico da American Sign Language, como uma língua verdadeira e natural. Mais precisamente, a partir do trabalho do

⁸ “Conjunto de representações dos ouvintes, a partir do qual o surdo está obrigado a olhar-se e a narrar-se como se fosse ouvinte. Além disso, é nesse olhar-se e nesse narrar-se que acontecem as percepções do ser deficiente, do não ser ouvinte; percepções que legitimam as práticas terapêuticas habituais”. O oralismo é a forma institucionalizada do ouvintismo, conforme Skliar (2005, p. 15).

linguista americano Willian Stokoe com a publicação de *Sign Language Structure*, em 1960, e de *A dictionary of American Sign Language*, em 1965, a pesquisa acadêmica voltou-se para a análise das línguas de sinais. Stokoe mostrou que a língua de sinais “satisfazia todos os critérios linguísticos de uma língua genuína, no léxico e na sintaxe, na capacidade de gerar um número infinito de proposições” (SACKS, 2010, p. 70-71).

Sem dúvida, esses trabalhos representaram um marco na pesquisa da ciência linguística, quando conferiram às línguas de sinais o estatuto de língua, promovendo uma mudança no contexto social e educacional dos surdos, oportunidade em que passaram a assumir a posição de sujeitos da linguagem.

Nas palavras de Sacks (2010, p. 71), “uma dupla revolução estava em processo: uma revolução científica, atentando para a língua de sinais e seus substratos cognitivos e neurais, como ninguém jamais pensara antes em fazer, e uma revolução cultural e política”. Porque, tornar visível a língua, nas palavras de Gesser (2009, p. 9), “desvia a concepção da surdez como deficiência, vinculada às lacunas na cognição e no pensamento, para uma concepção da surdez como diferença linguística e cultural”. Essas conquistas em relação à língua de sinais semearam as futuras reformas sociais, políticas e educacionais que se sucederiam na vida dos surdos.

Situando as transformações que ocorreram nas concepções da surdez, Silva (2010, p. 16) destaca que, no final da década de 1960 e início da década de 1970, a surdez passou de “doença incapacitante” para deficiência, permitindo que os surdos fossem atendidos pelas instituições específicas. Nesse período, a educação era caracterizada “pelo predomínio de modelos clínicos”.

Como já citamos anteriormente, o conceito de surdez esteve, e ainda está, em muitos imaginários ouvintes e surdos, atrelado à deficiência; narrativa advinda do discurso científico moderno que, na tentativa de explicar o que foge à regra, definiu a surdez em termos “de perdas auditivas”, “fatores hereditários ou adquiridos”. Esse constructo acadêmico científico, direcionou as formas de tratamento e as abordagens de educação.

Os discursos clínicos eram – e ainda são – identificados na forma de descrever e classificar as pessoas surdas, o que influencia, em muito, na visão social e educacional desses sujeitos. Os surdos precisam ser “tratados”, “corrigidos” e “normalizados”, através de terapias, treinamentos orofaciais, protetização, implantes cocleares, pela ciborguização do corpo, a condição da normalidade” (LOPES, 2007, p. 8). A surdez, vista como deficiência, traz implicação direta para a educação dos surdos, suas aprendizagens são sempre comparadas com o referencial ouvinte. Funda-se um campo de saber formado por especialistas que lançam mão

de pedagogias corretivas de normalização para encarregar-se de todos os que “não se enquadram em um perfil idealizado de normalidade” (LOPES, 2007, p. 9).

As palavras das pesquisadoras surdas Gladis Perlin e Flaviane Reis, retratam bem o que viveram no contexto moderno⁹:

Nós, pesquisadoras surdas, despontamos nossas vidas num espaço onde fomos submetidas às questões de normalização, ou seja, ao contexto moderno. A identidade ouvinte era a única saída, o modelo, a possibilidade, a norma. Não nos deixavam assumir nossas vidas, nossas identidades, sermos surdos, conhecer nossos espaços de transformação, de diferença. O que imperava era a obrigatoriedade de nos narrarmos entre os deficientes, o controle rígido e contínuo, o preconceito imperando nas tramas da sociedade, bem como a rejeição e o medo ao deficiente impetrados (PERLIN; REIS, 2012, p. 29).

Já a pós-modernidade, trouxe transformações nas formas de pensar a identidade e isso tem conduzido a novas narrativas sobre “ser surdo”, isto é, sobre a formação das identidades surdas. As identidades, nesse período, são entendidas como plurais, não são tão fixas, são fragmentadas, chegando mesmo a ser “contraditórias”, pois “se cruzam” e “se deslocam continuamente”. Assim, a identidade está em construção, “uma construção móvel que pode frequentemente ser transformada ou estar em movimento, e que empurra o sujeito em diferentes posições” (PERLIN, 2005, p. 52-53). Silva (1998, p. 58), define a identidade cultural ou social como “o conjunto das características pelas quais os grupos sociais se definem como grupos: aquilo que eles são, entretanto é inseparável daquilo que eles não são, daquelas características que os fazem diferentes de outros grupos”.

Tomando como base essas ideias, Perlin (2005, p. 53) esclarece que a definição de identidade surda, construída a partir dos estudos culturais, não é inocente. É uma forma de empoderamento, uma tentativa de afastamento do conceito de “corpo danificado” para uma representação da “alteridade cultural” que indicará a identidade surda. Conforme suas palavras:

Não consigo assumir a lógica de que as culturas onde nascemos e passamos a viver parte de nossas vidas se constitui na fonte da identidade cultural. O caso dos surdos dentro da cultura ouvinte é um caso onde a identidade é reprimida, se rebela e se afirma em questão da original. A identidade original estabelece uma identidade de subordinação em vista da alteridade cultural, a mesma que se dá entre outros grupos étnicos. [...] para identificar a marca “surdo” que apresentamos, preciso aproximar o que é fácil entender por sujeito surdo. É uma marca que identifica nós os surdos em crescente posição de termos próprios no interesse de **gerar poder** “para si e para os outros” (PERLIN, 2005, p. 53-54, grifo nosso).

⁹ Conforme nota apresentada pelas autoras, o contexto moderno refere-se à fase onde o contexto ouvinte é predominante, são tidos como deficientes e não normais. “Tudo tende à correção da fala, e submissão ao som”, sentem-se coagidos a usar a língua do país, “a agir como ouvintes, são as coisas modernas em que é impossível de aceitar as transformações culturais em que os surdos vivem” (PERLIN; REIS, 2012, p. 29).

De acordo com Perlin (2005, p. 54), “os surdos são surdos em relação à experiência visual e longe da experiência auditiva”, e a construção dessa identidade surda depende do encontro surdo-surdo. Nessa aproximação, eles se identificam com seus pares em função da forma de ser e de comunicação, sentem-se iguais entre si. Analisando narrativas surdas, a autora identificou cinco categorias de identidades surdas que podem cruzar-se: identidades surdas, identidades surdas híbridas, identidades surdas de transição, identidades surdas incompletas, identidades surdas flutuantes. Concluiu que as identidades surdas são heterogêneas, podendo também classificá-las de outras formas: “surdos que nascem surdos, surdos que ficaram surdos, surdos filhos de pais ouvintes, surdos filhos de pais surdos, ouvintes filhos de pais surdos, intérpretes de surdos” (p. 67). No contexto ideológico e político, outras identidades surdas podem ser identificadas mostrando que o grupo de surdos é heterogêneo:

Seria um equívoco conceber o surdo como um grupo homogêneo, uniforme, dentro do qual se estabelecem processos sólidos de identificação. Também fazem parte dessa configuração que denominamos “surdos”, os surdos das classes populares, os surdos que não sabem que são surdos, as mulheres surdas, os surdos negros, os surdos meninos de rua, entre outros, e, ainda, os receios, as assimetrias de poder entre surdos, os privilégios, a falta de compromisso com as reivindicações sociais, etc (SKLIAR, 2005, p. 14).

Por outro lado, Santana (2007, p. 43) adverte sobre o risco em fundamentar a identidade surda no antagonismo surdo-ouvinte. Dessa forma, a identidade seria formada “sempre em relação a um determinado grupo ao qual se pertence, diferenciando-se de outro, com o qual se estabelece uma relação de caráter negativo, de oposição”. Com frequência, associa-se diretamente língua de sinais com a identidade surda. É óbvio que a língua permite “a constituição da própria subjetividade pela linguagem e as implicações dessa ‘constituição’ nas relações sociais”. Mas causa estranheza afirmar que “os surdos só constroem a identidade pela língua de sinais”, pois a identidade é produzida nas “práticas discursivas e sociais em circunstâncias sócio-históricas particulares”, não é algo inerente às pessoas. Além disso, a concepção social da surdez influencia na concepção da identidade, pois o sujeito não está isolado do social, “ele afeta os discursos e as práticas produzidos e é por eles afetado”.

Retornando à questão da educação dos surdos, o debate ainda hoje se concentra entre o oralismo e o bilinguismo. O primeiro visa à “normalidade”, buscando recursos tecnológicos para ajudar o surdo a falar e a ouvir. O segundo defende “a língua de sinais como sendo a língua dos surdos, e até mesmo a ideia de uma cultura surda específica, direcionando o debate para uma questão de política linguística” (SANTANA, 2007, p. 14).

Essa última concepção tem sido influenciada pelos campos da Antropologia, da Pedagogia, dos Estudos Culturais, da Sociologia, e sua proposta é narrar a surdez de outro lugar que não o da deficiência, mas o da diferença cultural (LOPES, 2007), visão essa defendida por vários pesquisadores ouvintes e surdos (SKLIAR, 2005; MOURA, 1993, 2000; PERLIN, 2005; PERLIN; REIS, 2012; CAMPOS; STUMPF, 2012; QUADROS; KARNOPP, 2004; GOLDFELD, 1997). Essa visão vem, lentamente, impactando as formulações das políticas educacionais atuais; convém, portanto, observar como essas narrativas surdas vão sendo construídas a partir desses campos.

Entender o surdo dessa perspectiva não é tão fácil, pois, entre outros motivos, não existe uma única definição de cultura, cuja complexidade se encontra “na história e nos movimentos” que produziram muitos debates “filosóficos e políticos”, conforme Lopes (2007, p. 15). Assim, por algumas décadas, o conceito de cultura foi sendo analisado e construído por pesquisadores de vários campos que trouxeram suas contribuições sob diversos aspectos (REILY, 2004). Por exemplo, nas palavras de Geertz (1989, p. 15):

O conceito de cultura que eu defendo, (...) é essencialmente semiótico. Acreditando como Max Weber, que o homem é um animal amarrado a teias de significados que ele mesmo teceu, assumo a cultura como sendo essas teias e sua análise; portanto, não como uma ciência experimental em busca de leis, mas como uma ciência interpretativa, à procura do significado.

A cultura é a matéria-prima de um campo denominado “Estudos Culturais”, campo que agrega diversas perspectivas teóricas, visando à compreensão das práticas culturais. Esse campo estuda “as culturas, suas produções, o que é consumido por elas, como as identidades são construídas em seu interior, estando sempre em transformação, trazendo novas problematizações e reflexões, tirando a fixidez de teorias já estabelecidas” (BATAGLIN, 2012, p. 5). Influenciada pelos estudos culturais Karin Strobel (2008, p. 22), pesquisadora surda, apresenta uma definição para “cultura surda”:

Cultura surda é o jeito de o sujeito surdo entender o mundo e de modificá-lo a fim de se torná-lo acessível e habitável ajustando-os com as suas percepções visuais, que contribuem para a definição das identidades surdas e das ‘almas’ das comunidades surdas. Isto significa que abrange a língua, as idéias, as crenças, os costumes e os hábitos de povo surdo.

Perlin e Reis (2012, p. 32) também fazem referências à importância da cultura surda para o empoderamento do povo surdo:

Os aparatos do campo teórico dos Estudos Culturais nos dizem que compete-nos construir nossa cultura, descobri-la, publicá-la, enfatizá-la, elevá-la ao nível de cultura e construir um povo encorajado e forte. Isto nos impele a enfatizar o novo jeito de ser surdo, a língua de sinais, a pedagogia, a educação que queremos, a política

sobre nós e nos impele também a buscar nossos direitos simplesmente excluindo toda possibilidade de o mundo ser somente dos ouvintes.

As autoras destacam os elementos que precisam de visibilidade, por exemplo, o “jeito surdo de ser”, a língua de sinais, a pedagogia surda, a educação que almejam. Aspectos que os diferenciam dos ouvintes e fundamentam a sua identidade, pela emancipação individual e coletiva necessária para a superação da dependência social e dominação política dos ouvintes sobre eles.

Campos e Stumpf (2012) defendem a cultura surda como um patrimônio em constante evolução e, para tal, fundamentam-se na noção de cultura segundo Reily (2004, p. 13-14):

A cultura de um grupo social é historicamente constituída, como resultado da vivência coletiva e cotidiana de gerações anteriores. Trata-se de um sistema de conhecimentos; assim sendo, é permeada e constituída pela linguagem. [...] A cultura não é um patrimônio cultural estático. Pelo contrário, é dinamicamente manipulada pelas gerações seguintes, em processos intensos de negociação e embate.

Ainda sustentam que “a cultura surda tem na sua língua de sinais mais forte conotação de identidade”. Fazer parte da cultura surda implica dominar essa língua, seja em qualquer grau, pois ela distingue qual grupo o sujeito surdo pertence (CAMPOS; STUMPF, 2012, p. 177).

Entretanto, essa noção de cultura surda recebe grandes críticas. Santana e Bergamo (2005, p. 573) questionam esse conceito, uma vez que “os surdos crescem segundo os valores, as crenças, os símbolos, os modos de agir e de pensar de um sistema socialmente instituído e em transformação”. Fazer parte de um grupo e ter uma língua em comum não significa ter outra cultura, pois, a língua, por si só, não completa uma cultura, nem:

Os valores, crenças e símbolos específicos não expressam uma cultura diferente, apenas indicam a particularidade de um grupo dentro de um sistema social dado. Em outras palavras: não há como conceber uma idéia de cultura surda e de seu oposto, cultura ouvinte (SANTANA; BERGAMO, 2005, p. 573).

Em relação à existência ou não de uma cultura surda e identidade surda, Santana (2007, p. 51) e Santana e Bergamo (2005), chamam atenção para o que está por trás da adoção desses termos por pesquisadores ouvintes e surdos. A adoção desses termos na pesquisa acadêmica não é casual e tende a negligenciar:

A complexidade das relações entre cultura, linguagem e identidade, longe de produzir “conhecimento” sobre a relação entre surdos e ouvintes, apenas reproduz e “naturaliza”, por meio de conceitos, que se cristalizam pelo uso, uma divisão social já previamente estabelecida. Não rompe, portanto, com o senso comum e com os preconceitos e visões de mundo que lhe são próprios, apenas os reedita de forma autorizada (SANTANA, 2007, p. 51).

Além disso, segundo essa autora, a ênfase dada à língua de sinais para a definição da cultura e identidade surda tem raízes político-científicas. A tentativa (não recente) é legitimar o campo da Linguística perante as demais disciplinas científicas em detrimento de outras visões. O interesse é tornar a língua (qualquer) como o principal instrumento de constituição e análise dos comportamentos, pensamento e relações sociais. Os surdos ficam no meio desse embate que, de certa forma, não lhes pertence totalmente. Assim, esses conceitos vão legitimando uma:

Di-visão entre identidades linguísticas, e não outra qualquer, embora todas as evidências apontem para o fato de que a identidade social esteja ligada a um entrelaçamento de significados e disposições sociais muito mais complexo. Por isso também a língua passa, nesse malabarismo feito pelas discussões teóricas, de elemento determinado pelas práticas e interações sociais a definidora dessas mesmas práticas. Neste sentido, os surdos tornam-se aliados de uma luta da qual eles estão excluídos: de legitimidade entre disciplinas científicas, entre formas autorizadas de fazer crer e fazer ver as divisões do mundo social (SANTANA; BERGAMO, 2005, p. 578).

De acordo com Santana (2007, p. 52), surdos e pesquisadores são colocados numa encruzilhada para decidir o caminho a trilhar entre duas direções: “de um lado a diferença, especificada na cultura surda e na identidade caracterizada pela língua de sinais e, de outro, a deficiência, a tentativa de normalização por meio de próteses auditivas e da oralização”. Segundo essa autora, apesar dessas posturas serem antagônicas, elas revelam “uma mesma forma de dominação, cujo principal instrumento é a língua”. Alvez, Ferreira e Damázio (2010, p. 8) também apresentam sua posição:

As pessoas com surdez não podem ser reduzidas à condição sensorial, desconsiderando as potencialidades que as integram a outros processos perceptuais, enquanto seres de consciência, pensamento e linguagem. As pessoas com surdez não podem ser reduzidas ao chamado mundo surdo, com uma identidade e uma cultura surda. É no descentramento identitário que podemos conceber cada pessoa com surdez como um ser biopsicossocial, cognitivo, cultural, não somente na constituição de sua subjetividade, mas também na forma de aquisição e produção de conhecimentos, capazes de adquirirem e desenvolverem não somente os processos visuais-gestuais, mas também de leitura e escrita, e de fala se desejarem.

Consideramos pertinente refletir sobre estas colocações para não incorrer no risco de legitimar mais discriminações e não romper com os preconceitos sobre os surdos e sua educação. Reconhecemos a *diferença na diferença* dada pela própria condição de ser surdo, pela língua que assumiu como sua, pela escolha de ser “implantado”, pela escolha de ser oralizado ou não. Mas o constructo teórico que estabelece a “diferença versus deficiência” não pode sobrepor-se às identidades múltiplas que “se deslocam continuamente”, nem mesmo cercar a liberdade dos surdos ou dos seus pais e dos pesquisadores de transitarem entre essas duas posições.

Essas últimas reflexões nos permitem ver mecanismos implícitos e sutis que buscam a legitimação de um campo de saber em detrimento de outro, que, inocentemente ou não, podem provocar mais divisão e discriminação. Porém, não ofuscam o caráter reivindicatório, explícito nas narrativas dos surdos sobre eles mesmos, nem silenciam o seu grito de liberdade em relação às decisões que foram sempre tomadas sobre eles, mas sem eles.

Não podemos negar que os novos construtos conceituais (identidade surda, cultura surda) criados sobre os surdos e a surdez, têm trazido contribuições para esse grupo, dando visibilidade e permitindo seu acesso aos bens culturais e à participação política na sociedade, influenciando fortemente as mudanças legislativas que promoveram mudanças sociais e políticas para a comunidade surda. Já fizemos referência, na Introdução, à Lei nº 10.436/2002 que reconheceu a Libras e ao Decreto nº 5.626/2005 que, entre outros avanços, trouxe a obrigatoriedade do profissional TILS para a sala de aula.

Nesse sentido, a autora surda Perlin (2005, p. 71), confirma essa proposição quando afirma que o movimento surdo vem resistindo à “complexidade da cultura vigente. E essa resistência não é no sentido de excluir a cultura vigente, mas no sentido de abrir o acesso a ela de uma forma onde se sobressaia a diferença”. Declara que é preciso buscar os espaços onde os surdos possam ser diferentes em todas as esferas da sociedade, seja no trabalho, na saúde ou na educação. As considerações de Perlin mostram justamente que:

A afirmação da identidade e a enunciação da diferença traduzem o desejo dos diferentes grupos sociais, assimetricamente situados, de garantir o acesso privilegiado aos bens sociais. A identidade e a diferença estão em estreita conexão com relações de poder. O poder de definir a identidade e de marcar a diferença não pode ser separado das relações mais amplas de poder. A identidade e a diferença não são nunca inocentes (SILVA, 2000, p. 3).

Por outro lado, Skliar (2005, p. 13) defende a diferença não como “um espaço retórico – a surdez é uma diferença – mas, como uma construção histórica e social, efeito de conflitos sociais, ancorada em práticas de significação e de representações compartilhadas entre os surdos”. A ressignificação da surdez como diferença cultural tem sido defendida e ampliada por um campo de saber denominado de *Estudos Surdos em Educação*: “Campo formado por especialistas, também surdos, de distintas áreas de saber (sobretudo por especialistas da Educação e da Linguística)”, conforme Lopes (2007, p. 10).

Assim, na contemporaneidade, a surdez é apresentada baseada em *outra* narrativa, a alteridade do sujeito surdo que articula os seguintes elementos – a língua de sinais, a identidade surda, a cultura surda e a experiência visual – na construção de significados que permitem pensar a surdez dentro de uma perspectiva geral da educação, como diferença. Um mo-

vimento de retaliação e contínua provocação, ainda em curso, aos discursos clínicos, ouvintistas e colonialistas, que reconhecem os anos de dominação e esquecimento do outro e rejeitam as formas universais da leitura dos outros (diferentes dos autores da ciência moderna), bem como as formas históricas de construção de conhecimento que negam reiterativamente o distinto.

As considerações que foram desenvolvidas aqui não tiveram o objetivo de defender “a melhor definição” para a surdez ou inferir sobre a existência ou não de uma cultura surda, mas deixar evidente que a discussão está posta dentro de um campo de lutas políticas e sociais. Desconhecer como os sujeitos se narram, é também uma forma de negação das formas como o outro se reconhece e constitui uma chave que nos permite outras leituras: os modos como os sujeitos se reconhecem, se interpretam e constroem suas próprias histórias, influencia, em muito, na postura que vamos assumir na aproximação e compreensão dos seus processos de conhecimento. Nesse sentido, não é possível olhar e ler fora desse lugar – de onde os sujeitos se colocam e se narram – senão estaríamos incorrendo no erro das ideologias dominantes que falam pelo outro e os excluem por meio de práticas pedagógicas e, também, de pesquisa, dominadoras e colonialistas.

Nesta pesquisa, nós nos posicionamos do lado que reconhece e respeita a diferença. Partimos do pressuposto de que há “diferenças” nas práticas matemáticas de surdos, provocadas dentre outros motivos, pelo isolamento social que esta condição causa, pela heterogeneidade de surdos (etiologias de surdez, contexto sociocultural) que impactam de forma diferente seus processos cognitivos e, no caso de surdos sinalizadores, pelo uso da Libras, uma língua na modalidade gesto-visual-somática que, provavelmente, provocará especificidades nas formas de pensar e ver o mundo.

Também concordamos que a língua de sinais é a língua natural do surdo congênito, capaz de expressar conceitos de forma eficaz e deve ser adquirida desde cedo por essas crianças. Defendemos, entretanto, que os pais de surdos recebam esclarecimentos, por parte dos profissionais engajados na educação de surdos, sobre as reais possibilidades comunicativas e educacionais para que tenham liberdade de escolha na educação de seus filhos.

2.2 DA INCLUSÃO À EXCLUSÃO: RUMO A UMA EDUCAÇÃO PELOS PRÓPRIOS SURDOS

Parece repetitivo destacar marcos ou leis que proclamaram a ideologia da inclusão trazendo para a escola desafios emergentes. Uma vez que, nesta pesquisa, nos aproximaremos e

encontraremos os sujeitos (surdos, TILS, professores, diretores) nos espaços escolares sob a égide da legislação, consideramos relevante marcar pontos fixos para tecer uma narrativa que se aproxime da questão que queremos tratar, ou seja, da inclusão de surdos no ensino regular e suas implicações. Estamos cientes, contudo, de que mudanças sociais não ocorrem da noite para o dia, mas resultam de embates ideológicos e de natureza prática, em constantes idas e vindas.

A Conferência de Salamanca, realizada na Espanha em 1994, gerou a Declaração de Salamanca, onde 92 governos e 25 organizações internacionais proclamaram alguns princípios e uma estrutura de ação em Educação, cujo eixo foi a conquista da cidadania integral e a proposição da inclusão das pessoas com necessidades especiais no ensino comum e sua participação social plena (UNESCO, 1994). A partir dessa proposta, a concepção de inclusão fortaleceu-se e difundiu-se nos países signatários.

No cenário brasileiro, a educação inclusiva é amparada pela Legislação em vigor, tanto em nível federal, quanto estadual e municipal. A Lei 9.394, no Cap. V, Artigo 58 (BRASIL, 1996), estabelece as diretrizes e bases da educação brasileira e postula que a educação especial deve ser oferecida, preferencialmente, na rede regular de ensino, para alunos com NEE. A mesma Lei, no Artigo 59, expõe que os sistemas de ensino devem assegurar a tais alunos, currículos, métodos, técnicas, recursos educativos e organização específica para atender às suas necessidades. Ainda nessa esfera, o Ministério da Educação e Cultura (MEC), visando estabelecer algumas diretrizes para o processo de inclusão escolar, organizou e disponibilizou para a comunidade educacional os Parâmetros Curriculares Nacionais (PCN): Adaptações Curriculares e Estratégias para a Educação de Alunos com NEE (Brasil, 1999). Assim, o referido documento, além de corroborar as determinações das leis, também esclarece sobre quais alunos necessitam de adaptações curriculares, bem como os tipos de adaptações necessárias.

Nessa mesma época, a comunidade surda também se manifestou defendendo a língua de sinais e a educação bilíngue para surdos, pauta ainda atual de suas reivindicações. Destacamos a proposta defendida para a “Educação Inclusiva para Surdos e de Integração de Alunos surdos na escola regular”, elaborada pelo Grupo de Pesquisa de Língua Brasileira de Sinais e Cultura Surda Brasileira e pela Federação Nacional de educação e Integração dos Surdos (FENEIS):

Os alunos surdos devem ser atendidos em escolas bilíngues para surdos, desde a mais tenra idade. Essas escolas propiciarão às crianças surdas condições para adquirir e desenvolver a Língua Brasileira de Sinais (Libras), como primeira língua, e para aprender a Língua Portuguesa (e/ou outras línguas de modalidades oral-auditiva e

gesto-visual), como segunda língua, tendo oportunidade de vivenciar todas as outras atividades curriculares específicas de Ensino Pré-escolar, Fundamental e Médio em Libras (FENEIS, 1999).

Em 2007, o MEC apresentou a Política Nacional de Educação Especial na Perspectiva da Educação Inclusiva (BRASIL, 2007), visando, segundo o documento, acompanhar “os avanços do conhecimento e das lutas sociais e constituir políticas públicas promotoras de uma educação de qualidade para todos os alunos” (BRASIL, 2007, p. 1). Nesse mesmo ano, foi lançado o Plano de Desenvolvimento da Educação–PDE, reafirmado pela Agenda Social, tendo como eixos:

A formação de professores para a educação especial, a implantação de salas de recursos multifuncionais, a acessibilidade arquitetônica dos prédios escolares, acesso e permanência das pessoas com deficiência na educação superior e o monitoramento do acesso à escola dos favorecidos pelo Benefício de Prestação Continuada–BPC¹⁰ (BRASIL, 2007, p. 5).

O amparo da Lei tem sido um dos fatores motivadores para a presença desses alunos na escola. Entretanto, se por um lado, é cada vez maior a presença de alunos com NEE na escola regular, por outro, a inclusão efetiva desses alunos prescinde de um ambiente escolar devidamente adaptado para atendê-los. Entre essas adaptações, algumas envolvem os educadores e suas práticas pedagógicas, posto que uma grande parcela dos professores da Educação Básica não teve uma formação inicial que considere as diferenças existentes, ou seja, uma formação voltada para atender à inclusão.

No entanto, a formação para a inclusão, promovida atualmente pelos órgãos públicos, tem sido dirigida, de um modo geral, para aqueles que trabalham em salas instaladas nas escolas inclusivas, denominadas de apoio ou multifuncionais. A sala de recursos multifuncionais (SRM), segundo o MEC - Secretaria de Educação Especial (BRASIL, 2011) é um espaço organizado, preferencialmente, em escolas comuns das redes de ensino para a realização do Atendimento Educacional Especializado (AEE).

O AEE é um serviço da Educação Especial (na perspectiva inclusiva) que identifica, elabora e organiza recursos pedagógicos e de acessibilidade que eliminem as barreiras para a plena participação dos alunos, considerando as suas necessidades específicas. Complementa e/ou suplementa a formação do aluno com vistas à autonomia e independência na escola e fora dela, conforme MEC (BRASIL, 2011):

Os serviços que trata o **caput** serão denominados atendimento educacional especializado, compreendido como o conjunto de atividades, recursos de acessibilidade e

¹⁰ Benefício individual que assegura a transferência mensal de 1 (um) salário mínimo também à pessoa com deficiência.

pedagógicos organizados institucional e continuamente, prestado das seguintes formas: I - complementar à formação dos estudantes com deficiência, transtornos globais do desenvolvimento, como apoio permanente e limitado no tempo e na frequência dos estudantes às salas de recursos multifuncionais; ou II - suplementar à formação de estudantes com altas habilidades ou superdotação (BRASIL, 2011).

Para prover o AEE, a SRM deve estar equipada com os recursos pedagógicos adequados às necessidades educacionais especiais dos alunos. O atendimento nessas salas se estende aos alunos de escolas próximas, nas quais ainda não exista esse atendimento. Além disso, pode ser realizado individualmente ou em pequenos grupos, para alunos com NEE, em horário diferente daquele que frequentam em classe comum. Vale salientar que a instituição de ensino tem a obrigatoriedade de ofertar o AEE, mas o aluno não é obrigado a frequentar esse atendimento:

O ensino que nossa Constituição prevê como obrigatório é o Fundamental, o Atendimento Educacional Especializado, bem como qualquer um dos apoios e instrumentos que ele compreende, é uma faculdade do aluno e seus responsáveis. Sendo assim, ele jamais poderia ser imposto pelo sistema de ensino, ou eleito como condição para a aceitação da matrícula do aluno em estabelecimento comum, sob pena de acarretar restrição ou imposição de dificuldade no acesso ao direito à educação (FÁVERO; PANTOJA; MANTOAN, 2007, p. 19).

Em relação ao AEE de alunos surdos, Damázio (2007), fundamentada na Política de Educação Especial na Perspectiva Inclusiva, recomenda que o AEE aos alunos com surdez nas escolas comuns, deve ser desenvolvido em um ambiente bilíngue, ou seja, em um espaço em que se utilize a Língua de Sinais e a Língua Portuguesa:

Um período adicional de horas diárias de estudo é indicado para a execução do Atendimento Educacional Especializado. Nele destacam-se três momentos didático-pedagógicos: 1) Momento do Atendimento Educacional Especializado em Libras na escola comum, em que todos os conhecimentos dos diferentes conteúdos curriculares, são explicados nessa língua por um professor, sendo o mesmo preferencialmente surdo. 2) Momento do Atendimento Educacional Especializado para o ensino de Libras na escola comum, no qual os alunos com surdez terão aulas de Libras, favorecendo o conhecimento e a aquisição, principalmente de termos científicos. Este trabalho é realizado pelo professor e/ou instrutor de Libras (preferencialmente surdo), de acordo com o estágio de desenvolvimento da Língua de Sinais em que o aluno se encontra. 3) Momento do Atendimento Educacional Especializado para o ensino da Língua Portuguesa, no qual são trabalhadas as especificidades dessa língua para pessoas com surdez. Este trabalho é realizado todos os dias para os alunos com surdez, à parte das aulas da turma comum, por uma professora de Língua Portuguesa, graduada nesta área, preferencialmente (DAMÁZIO, 2007, p. 25).

Segundo essas recomendações, os alunos surdos poderão passar mais tempo na escola que os outros alunos, caso o desejem. Se não participarem do AEE, contarão apenas com o apoio do TILS e dos seus professores na sala de aula para a aprendizagem dos conteúdos curriculares. Na nossa experiência de pesquisa, notamos que as escolas fornecem o AEE quatro dias da semana (duas horas por dia em média), reservando um dia para planejamento e avalia-

ção. Também temos notado que muitos alunos surdos frequentam e gostam do atendimento, porque enxergam nele um espaço de convivência com outros surdos e com a Libras.

Observamos que as políticas e as conseqüentes legislações consideraram as diferenças linguísticas e providenciaram mecanismos que incluem a Libras e o ensino bilíngue na escola regular, numa tentativa de atender às novas pesquisas no campo da surdez e às reivindicações da Comunidade Surda. Embora as leis garantam a implementação de ações de cunho estrutural (físicos, materiais etc.), curriculares e de formação de professores, o que se observou nas escolas nas décadas posteriores e se observa, ainda hoje, é que a presença desses aparatos, por si só, não garantem a verdadeira inclusão de todos os alunos.

Dorziat, Araújo e Soares (2011, p. 58-59) analisaram práticas pedagógicas de professores de diversas disciplinas que tinham alunos surdos em suas salas, numa escola inclusiva da rede pública. Segundo os autores, os dados mostraram que as práticas não refletem o direito à educação dos surdos, ao contrário:

Continuam ratificando um modelo educacional que discute educação só a partir e para alguns grupos de pessoas. Mostrou também que a inclusão escolar tem sido implementada, por decreto, sem que a escola seja abalada em suas convicções mais conservadoras.

De acordo com Dorziat, Araújo e Soares (2011, p. 24), as escolas públicas ainda não estão atendendo plenamente “as necessidades educativas mais elementares” dos que já estão incluídos; então, “como esperar que haja disponibilidade dessa mesma escola em se preparar para receber os excluídos”, como propõem as determinações legais? De forma geral, pensar sobre a inclusão tem exigido ultrapassar as ações técnicas e metodológicas na direção de repensar a escola em suas bases, seu papel histórico, social e cultural na sociedade contemporânea, pois, na prática, lidar com a complexidade que se apresenta nas escolas públicas, onde circulam alunos pobres, negros e brancos e que, segundo as várias avaliações nacionais e internacionais, ainda não aprendem, não é uma tarefa fácil.

Alvez, Ferreira e Damázio (2010) enfatizam a urgência em repensar a educação escolar dos alunos com surdez, deslocando o foco do embate epistemológico entre gestualistas e oralistas, que podem sustentar a exclusão escolar, e redimensionando a discussão acerca do fracasso escolar para o debate atual da qualidade da educação e das práticas pedagógicas, com vistas à inserção social desses sujeitos. Para isso, defendem “a reinvenção das práticas pedagógicas na perspectiva da educação escolar inclusiva para pessoas com surdez, visando proporcionar a essas pessoas a oportunidade de aquisição de habilidades para a vida em comunidade” (p. 22).

Em nossa opinião, reinventar a escola sem perda de qualidade, para incluir todos os alunos, sejam surdos, ouvintes ou com outras deficiências, constitui um grande desafio porque, essencialmente, exige a revisão do próprio conceito de escola. A finalidade da educação não deve ser apenas “funcional” para alcançar um estatuto social mais elevado e permitir a inserção no mercado de trabalho. Mas deve incluir a promoção “do gosto pelo ato de intelectual de aprender”, “aprender pelo trabalho”, e não para o trabalho. Aprender “para exercer o direito à palavra”, ou seja, para tornarem-se indivíduos críticos, pensantes e atuantes (CANÁRIO, 2006, p. 20-21). Essa visão implica uma revisão das práticas curriculares, avaliativas, metodológicas e pedagógicas. Dessa forma, a educação na vida dos estudantes poderá permitir a produção e valorização dos saberes de todos.

À primeira vista, a inclusão no sistema de ensino regular de todos os alunos é uma proposta legítima, principalmente, porque se fundamenta no princípio de uma educação democrática e progressista. Entretanto, tem se tornado uma situação complexa para aqueles que estão “no chão da escola” todos os dias, como o professor e o aluno. Sobre os ombros do primeiro, está o fardo pesado do sucesso ou insucesso do seu trabalho em turmas tão heterogêneas e numerosas. O que eles fazem, na verdade, é considerar “todo mundo igual”, tendem a homogeneizar suas práticas. E sobre o segundo, pesa a responsabilidade de alcançar as condições de igualdade que lhe são oferecidas e, às vezes, de passar de ano sabendo muito pouco, pela condescendência dos envolvidos com sua educação, sem o real aporte de processos avaliativos e de currículos justos.

Particularmente, em relação à inclusão de surdos, percebemos um aumento desse contingente nas escolas regulares, pois antes frequentavam apenas as escolas especiais ou escola só para surdos. Essas últimas, ainda são mantidas por força das lutas surdas. Por exemplo, na ocasião da iniciativa política de fechamento do INES (Instituto Nacional de Educação de Surdos) no ano de 2011, houve uma forte resistência das comunidades surdas que impediram a iniciativa (ANDREIS-WITKOSKI, 2012). Essa resistência, possivelmente, influenciou a revogação do Decreto nº 6.571 de 2008 que trata do AEE, para ser substituído pelo Decreto nº 7.611 que garantiu a “VII - oferta de educação especial preferencialmente na rede regular de ensino; e VIII - apoio técnico e financeiro pelo Poder Público às instituições privadas sem fins lucrativos, especializadas e com atuação exclusiva em educação especial” (BRASIL, 2011). Esse decreto consentiu que o AEE fosse também realizado nas escolas especiais.

Segundo Dorziat, Araújo e Soares (2011), os alunos surdos são frutos de uma educação, que, por muito tempo, se preocupou com o fator clínico e reabilitador, cujo foco era o oralismo. O método oral não apresentou resultados efetivos para a educação de surdos, pois

nele “existia a fala do surdo, mas não a compreensão necessária para conviver em sociedade” (MARTINS, 2012, p.154).

Devido ao fracasso escolar dessa abordagem, do reconhecimento linguístico das línguas de sinais e das pesquisas em diversas áreas (Linguística, Sociologia, Educação, etc.), a posição do oralismo foi repensada e surgiu a filosofia educacional do bilinguismo que, inclusive, tem influenciado as recomendações das políticas públicas aqui no Brasil, como já comentamos anteriormente.

O bilinguismo preconiza o domínio de duas línguas: a língua de sinais, como primeira língua (língua materna), e a língua portuguesa (para a leitura e escrita), no caso do Brasil, como segunda língua (língua estrangeira). Essa proposta denominada também de ensino bilíngue, tem sido a meta a ser alcançada, tanto nas escolas de surdos como nas regulares.

Nas escolas regulares, a implantação dessa abordagem supõe-se efetivada pela presença do TILS em cada aula, pelo ensino de Libras ministrado pelo instrutor surdo ou ouvinte e pela complementação do português escrito na sala multifuncional do AEE. Os conteúdos escolares devem ser acessados por meio da Libras. Nas escolas de surdos, a Libras faz parte da grade curricular, é a língua de instrução, ou seja, todas as aulas são ministradas por meio dela com a disponibilização do TILS para os professores ouvintes não proficientes. Tomamos como referência o colégio de aplicação do INES¹¹.

Dorziat, Araújo e Soares (2011, p. 26) concebem a necessidade dessa língua “como fator de desenvolvimento global dos surdos, e não como um recurso acessório às práticas pedagógicas”, pois “essa forma viso-espacial de apreensão e de construção de conceitos”, conecta o surdo à sua “comunidade surda”. Provavelmente, nas escolas de surdos a vivência da filosofia bilíngue poderá ser mais eficiente, pois pressupõe a existência de professores ouvintes e surdos, proficientes em Libras, e todos os alunos são surdos.

A realidade da educação de surdos na escola inclusiva tem sido observada e criticada por pesquisadores e pelos próprios surdos (DORZIAT; ARAÚJO; SOARES, 2011; PEIXOTO; CAZORLA, 2011; CAPOVILLA, 2011; ANDREIS-WITKOSKI, 2012).

A pesquisa da Peixoto e Cazorla (2011)¹² buscou ouvir as vozes dos professores de matemática, pedagogos, surdos e TILS sobre sua experiência de ensinar, interpretar e aprender Matemática na sala de aula inclusiva. A análise das falas dos participantes mostraram que

¹¹ Instituto Nacional de Educação de Surdos: <<http://www.ines.gov.br/index.php/educacao-basica/colegio-de-aplicacao>>.

¹² Pesquisa financiada pela FAPESB, realizado em julho de 2010, envolvendo 40 alunos surdos das escolas públicas, 12 professores de Matemática e pedagogos e 17 intérpretes de Libras das cidades de Ilhéus e Itabuna-Bahia.

os professores de Matemática se sentem impotentes, por conta da falta de preparação para assumir o desafio de dividir atenção entre aluno surdo e os demais alunos, mas reconhecem os avanços dos alunos que tiveram TILS desde o início da escolarização e o apoio da família.

Entre outras dificuldades, professores e TILS assinalaram que os surdos ainda não dominam as quatro operações – faltam a “base” e o material adequado para contextualizar, o que tem provocado desinteresse por parte dos alunos. Também enfatizaram a necessidade de melhorar o intercâmbio na negociação dos significados matemáticos na relação professor-TILS, porque a situação se agrava, quando o primeiro não domina Libras e o segundo não domina a Matemática.

Os TILS ainda enfatizaram a necessidade de mais sinais matemáticos em Libras e dificuldades em relação à velocidade da fala e da escrita dos professores da área de exatas. A maioria dos alunos surdos colocou a necessidade de mais interesse em aprender Matemática, pois nem todos gostam da matéria. Além disso, consideram importante a presença constante do TILS na sala de aula, mas acreditam que esse número ainda é pequeno na escola. Alguns alunos ainda citaram que as metodologias utilizadas pelos professores de Matemática são direcionadas e adequadas a ouvintes, o que tem prejudicado a aprendizagem dos surdos, logo, preferem professores surdos.

Corroborando essa colocação, a pesquisa de Capovilla (2011) demonstrou o fracasso dos estudantes surdos em experiências de inclusão, provenientes de uma pesquisa com uma amostra de 9.200 alunos surdos em quinze Estados brasileiros durante dez anos. Os resultados mostraram que:

Os estudantes surdos aprendem mais e melhor em escolas bilíngues (escolas especiais que ensinam em Libras e Português) do que em escolas monolíngues (escolas comuns que ensinam em Português apenas). De fato, competências como decodificação de palavras e reconhecimento de palavras, compreensão de leitura de textos, vocabulário em Libras, dentre outras, foram significativamente superiores em escolas bilíngues do que em escolas comuns (CAPOVILLA, 2011, p. 87).

Andreis-Witkoski (2012, p. 12) buscou “identificar as características da educação defendida pelos surdos, discutindo e ampliando as questões relacionadas à sua inclusão no ensino regular”. A autora entrevistou dezessete surdos adultos que passaram por experiências inclusivas na sua história educacional. Apesar de tecerem muitas críticas à escola especial (que enfatizava o oralismo), todos os surdos entrevistados consideravam essa escola como a melhor opção, comparando com as experiências inclusivas que vivenciaram na escola de ouvintes. Nas escolas especiais, podiam conviver com seus pares e podiam sinalizar, mesmo às es-

condidas. Os depoimentos extraídos dessa pesquisa (p. 43-53, grifo da autora) revelam a posição de três surdos sobre a escola inclusiva:

Na inclusão surdo sofre, **língua diferente, surdo não consegue entender** então tem que em casa ler para tentar entender, **só perde.**

Na hora da prova professor **me dava prova mais fácil e eu respondia e passa, passava, mas nunca aprendi. Eu não gostava, não queria, eu queria aprender igual aos outros.**

Exemplo hoje escola de ouvinte, alunos ouvintes, um surdo professor fica falando, intérprete junto não tem. **E se tem não adianta, professor fala intérprete traduz, mas não dá para perguntar,** ouvinte chama, pergunta, fala, **surdo espera, espera, espera.**

Mesmo diante de tantas evidências que colocam “em xeque” a inclusão de surdos na escola regular, essa determinação vem se mantendo no cenário brasileiro. Segundo Andreis-Witkoski (2012, p. 10), percebe-se uma “imposição da inclusão dos alunos surdos no ensino regular como única alternativa, e o paralelo desmantelamento das escolas específicas, repetindo o que foi instituído no Congresso de Milão”, quando os ouvintes decidiram pelos surdos na escolha da proposta oralista. Segundo essa autora, os três depoimentos, a seguir, expressam muito bem o tipo de ensino que os surdos querem (p. 67-102, grifo da autora).

Eu não concordo com inclusão porque criança língua ainda nada. Ela não tem experiência, **não adianta só intérprete, eu acredito que criança precisa de escola bilíngue para** que a criança com 3, 4, 5 anos comece para que seja ensinada Libras, depois Português. **Depois que aprendeu bem, a partir da Língua de Sinais, que já sabe ler bem, aí pode inclusão,** talvez na quinta série (...).

O ensino do surdo precisa adaptar, método ouvinte é próprio do ouvinte, do surdo é diferente, exemplo **o surdo precisa um modelo surdo,** para ele copiar, e sentir que pode, **que é capaz (...).**

Surdo luta pela escola bilíngue, não aceita fechar e **não quer inclusão,** porque bilinguismo é especial para a aprendizagem, é a língua própria para desenvolver. Bilinguismo luta continua, o decreto é recente de 2005, daqui para frente pode melhorar.

Fizemos questão de trazer esses depoimentos, pois falam por si mesmos; neles ouvimos nitidamente as “vozes” dos surdos, por muito tempo, “sufocadas”. Vozes que, segundo Andreis-Witkoski (2012), encontram respaldo na legislação brasileira, fruto de um direito conquistado pelo povo surdo, que acredita que a educação bilíngue só será assegurada, de fato, no ambiente naturalmente bilíngue, espaço legítimo para o desenvolvimento das relações de ensino e aprendizagem desse alunado, em respeito às suas singularidades linguísticas e culturais. Notamos que os surdos acreditam que o bilinguismo só é possível, de fato, nas escolas de surdos.

Esses movimentos de luta e resistência, ainda em curso, buscam a valorização da língua de sinais e da cultura surda no espaço da educação de surdos. Defendem, portanto, a permanência das escolas de surdos, na perspectiva bilíngue, contrariando a visão do MEC, que não acredita na existência de uma cultura surda e considera como segregacionista agrupar as pessoas em escolas de surdos porque são surdas. Os surdos lutam por escolas públicas, gratuitas e de qualidade, que utilizem a Libras como primeira língua (L1) e como a língua de instrução, possibilidade extensiva às escolas particulares e filantrópicas, que possuem esse foco escolar.

Recentemente, as pesquisadoras surdas Perlin e Strobel (2006) trazem a defesa de uma Pedagogia Surda, cuja proposta se baseia em um afastamento das modalidades tradicionais de educação que buscam a “normalidade” por meio de métodos clínicos; elas preferem uma aproximação da modalidade da diferença que valorize a identidade surda, a Língua de Sinais, as narrativas surdas e sua experiência visual.

Desse modo, avançar em direção a um paradigma de maior qualidade “exige desenvolver um trabalho enfocando a questão das representações sobre os surdos e a questão da identidade, construindo uma Pedagogia Surda que apresenta a surdez como uma experiência visual” (STUMPF, 2008, p.26). Na visão de Silva (2012, p. 266-267), a pedagogia surda é a pedagogia que viabiliza os “saberes surdos”. A pedagogia surda é uma nova perspectiva de educação bilíngue que evoca a língua de sinais e que surge a partir dos próprios surdos por meio de movimentos de resistência.

Diante do exposto, observamos um embate de forças: por um lado a proposta da educação inclusiva, assegurando mecanismos diversos para a transferência dos alunos com deficiência para a educação regular, pressupondo o encerramento dos sistemas de educação especial/separada. Por outro, a luta dos surdos e dos ouvintes que os apoiam, por uma educação cujo axioma fundamental é “a inclusão das pessoas surdas na sociedade passa pelo respeito à sua diferença linguística e cultural, respaldados nos direitos humanos e linguísticos” (SILVA, 2012, p. 271):

A comunidade surda anseia por uma escola que não seja adjetivada de especial, uma escola regular bilíngue que tenham o máximo de alunos surdos para compartilhar saberes linguísticos, culturais e políticos, onde a língua de sinais seja a língua da escola, dos professores e funcionários. Que seja um ensino **público e de qualidade** como em qualquer outra escola, de onde sigam seguros de seus conhecimentos, aptos à cidadania e preparados para o trabalho e para a inclusão social (SILVA, 2012, p. 271, grifo nosso).

Os surdos, assim como tantos outros grupos historicamente alijados e silenciados, têm exigido os seus direitos e, entre eles, a escolarização com oportunidades reais de desenvolvi-

mento, cujo primeiro passo seria a aceitação e o domínio da língua de sinais pelos profissionais.

2.3 EDUCAÇÃO MATEMÁTICA E SURDEZ

A Educação Matemática é uma área de conhecimento relativamente recente, inserida nas ciências sociais e humanas. Pode ser definida como uma prática que abrange “o domínio do conteúdo específico (a matemática) e o domínio de ideias e processos pedagógicos relativos à transmissão/assimilação e/ou à apropriação/construção do saber matemático escolar” (FIORENTINI; LORENZATO, 2006, p. 5).

Tendo em vista que as práticas sociais influenciam as práticas educativas, essa área pode ser concebida como um campo “resultante das múltiplas relações que se estabelecem entre o específico e o pedagógico num contexto constituído de dimensões histórico-epistemológicas, psicocognitivas, histórico-culturais e sociopolíticas” (FIORENTINI; LORENZATO, 2006, p. 5). Segundo os autores, é um campo que se relaciona com diversos aportes oriundos de campos como: filosofia, sociologia, psicologia, história, matemática, semiótica, antropologia, epistemologia.

Outro campo de pesquisa de domínio recente e que surgiu a partir da Educação Matemática, é a Psicologia da Educação Matemática: campo “de reflexão teórica e aplicação prática, tendo como foco de análise a atividade matemática e buscando oferecer subsídios especificamente psicológicos para o debate interdisciplinar referente ao campo mais amplo da educação matemática” (FALCÃO, 2008, p. 15).

Como nos situamos no campo do ensino matemático, desde a nossa prática profissional e de pesquisa, buscamos nos seus aportes e pesquisas as lacunas ou pistas que nos auxiliem na busca pela compreensão da cognição matemática de aprendizes surdos.

Segundo Leite (2007), a partir da década de 1970, várias pesquisas internacionais têm concentrando esforços em medir a aprendizagem dos surdos em relação aos ouvintes, demonstrando que os surdos apresentavam mais dificuldades em Matemática, quando comparados com os ouvintes.

Dentro dessa perspectiva de comparar surdos com ouvintes, Serrano Pau (1995) pesquisadora da Espanha, investigou o comportamento de 11 alunos surdos com idades entre 8 a 11 anos em relação a 11 colegas ouvintes na resolução de seis problemas de transformação do campo aditivo. Os resultados destacaram que as condutas dos surdos não foram homogêneas, pois produziram muitas respostas diferentes, mas essas respostas foram se homogeneizando

quando os problemas eram mais fáceis, isto é, utilizavam argumentos iguais para justificar a escolha da operação. Em linhas gerais, o grupo de ouvintes apresentou respostas mais homogêneas, argumentos mais interpretativos do texto do problema, mais conceituais. A autora concluiu que, apesar de serem do mesmo nível escolar, o grau de competência resolutória dos ouvintes foi superior ao dos surdos. Esse fato pode ser atribuído a diversos fatores:

O tempo que transcorre entre o período em que se detecta a surdez e o momento que se inicia a reeducação, as condições de integração, etc., a experiência e os conhecimentos que o aluno ouvinte tem adquirido são substancialmente diferentes e, portanto, os conhecimentos prévios onde se assentam os novos conhecimentos e que são tão importantes na aprendizagem matemática e, em geral em todas as aprendizagens escolares, são distintos em ambos os grupos (SERRANO PAU, 1995, p. 288-289, tradução nossa)¹³.

Serrano Pau (1995) destaca que, apesar dessas diferenças encontradas entre surdos e ouvintes, muitas investigações concordam que sua aprendizagem segue os mesmos processos dos ouvintes, embora de forma mais lenta. Tal fato não deve ser atribuído a uma estrutura cognitiva qualitativamente diferente, mas à escassez de experiências e de comunicação que envolve o déficit sensorial.

Nunes et al. (2011) ressaltam que, apesar das novas conquistas na educação dos alunos surdos, o desempenho médio deles em Matemática não tem avançado muito. Esse fato, porém, não implica nenhum déficit intelectual vinculado diretamente à surdez, inclusive porque várias pesquisas já demonstraram isso. Segundo Nunes (2004), a surdez pode ser considerada um fator de risco para o desenvolvimento matemático das crianças surdas, tendo em vista que suas experiências informais com a Matemática deixam a desejar. Além disso, “as crianças surdas têm preferências distintas no processamento de informações” (p. 7): sua memória de eventos espaciais é superior à memória de eventos sequenciais, quando comparadas com ouvintes. Esse fato foi observado na pesquisa de Zarfaty, Nunes e Bryant (2004) que avaliou a capacidade de crianças surdas e ouvintes (de 3 e 4 anos de idade) de lembrar e reproduzir o número de itens em um conjunto de objetos. No primeiro momento, apresentaram todos os itens juntos, numa disposição espacial. No segundo momento, um objeto de cada vez numa sequência temporal. As crianças surdas foram tão bem quanto as

¹³ Pueden ser el período de tiempo que transcurre entre el momento en que se detecta su sordera y el momento en que se inicia la reeducación, las condiciones de integración, etc., la experiencia y los conocimientos que el alumnado oyente ha ido adquiriendo han sido substancialmente diferentes y, por tanto, aquellos conocimientos previos em los cuales se asientan los nuevos conocimientos y queson tan importantes em los aprendizajes matemáticos y, em general em todos los aprendizajes escolares, son distintos em ambos grupos (SERRANO PAU, 1995, p. 288-289).

ouvintes nas tarefas de sequência temporal, e superaram as ouvintes nas tarefas espaciais. Para os autores, esses resultados sugerem que:

A representação de número em crianças surdas pré-escolares é no mínimo tão avançada como a de crianças ouvintes, e eles são realmente melhores do que as crianças ouvintes na representação do número de objetos na disposição espacial. Conclui-se que as dificuldades das crianças surdas com a aprendizagem matemática não são uma consequência de um atraso na representação do número. Além disso, as crianças surdas devem se beneficiar da instrução matemática que enfatiza a representação espacial (ZARFATY; NUNES; BRYANT, 2004, p. 315, tradução nossa¹⁴).

Na esfera nacional, seguindo outra perspectiva, a de “comparar surdos com surdos”, Nogueira e Zanquetta (2008, p. 219) investigaram o desenvolvimento cognitivo de 11 adolescentes surdos bilíngues com idade entre 12 e 14 anos, estudantes da 5ª a 8ª série do ensino fundamental, educados em uma escola especial na abordagem bilíngue (referem-se à aquisição da Libras como primeira língua e da língua portuguesa como segunda) por, no mínimo, sete anos. Para a avaliação, utilizaram provas piagetianas, envolvendo as “estruturas operatórias concretas (de conservação)” e de “raciocínio operatório-formal flutuação de corpos e probabilidade”. Os resultados foram comparados com outra pesquisa de objetivos semelhantes, realizada em 1996, em que os sujeitos eram surdos oralizados, de mesma idade. Os resultados indicaram que:

Tanto os surdos “oralistas” quanto os bilíngues não possuíam ainda estruturas cognitivas que lhes possibilitassem compreender os conceitos matemáticos do nível escolar em questão: porém os surdos bilíngues possuíam grau de escolaridade superior aos da pesquisa anterior, apesar de todos apresentarem defasagens cognitivas de dois anos em relação aos ouvintes, colocando em questão os “sucessos” escolares obtidos pelos sujeitos bilíngues em matemática (NOGUEIRA; ZANQUETTA, 2008, p. 219).

Segundo essas autoras (p. 228), a utilização da Libras, “por si só”, não significou avanços significativos no desempenho dos sujeitos surdos. Tal ocorrência direciona o olhar para “o pressuposto piagetiano de que pensamento é produto da ação interiorizada e que sua origem não é diretamente atribuível à aquisição da linguagem, embora seja fundamental para o desenvolvimento qualitativo superior”. Entretanto, cientes de que a Libras é fundamental para a comunicação e expressão do surdo, destacam que outros motivos estão por trás desse insuficiente avanço no desenvolvimento cognitivo. Um deles refere-se à falta de trocas simbó-

¹⁴ These results suggest that preschool deaf children’s number representation is at least as advanced as that of hearing children, and that they are actually better than hearing children at representing the number of objects in spatial arrays. We conclude that deaf children’s difficulties with mathematical learning are not a consequence of a delay in number representation. We also conclude that deaf children should benefit from mathematical instruction that emphasizes spatial representation (ZARFATY; NUNES; BRYANT, 2004, p.315).

licas¹⁵ efetivas para tal desenvolvimento e o outro se refere ao processo de legitimação da Libras no âmbito escolar, pois, como é recente sua institucionalização, nem todos os professores são proficientes e a implementação do bilinguismo, na sua essência, fica prejudicada.

Quando a pesquisa envolve crianças pequenas, o quadro muda. Pesquisas desenvolvidas com crianças ouvintes e surdas com idade entre quatro e seis anos não verificaram defasagens no desenvolvimento cognitivo dessas últimas. Mas, após sete anos, quando essas mesmas crianças, que vinham sendo educadas no oralismo, tornaram-se adolescentes, foram identificados dois anos de defasagem, quando comparadas com crianças ouvintes (ZANQUETTA, 2006).

Silva (2008) também investigou crianças surdas pequenas em relação às notações numéricas, buscando os fatores e relações envolvidas na construção da escrita numérica de 11 crianças surdas bilíngues com idades de 5 a 9 anos, estudantes de uma escola especial de surdos. Além disso, buscou compreender de que forma aquelas crianças elaboravam suas hipóteses sobre esta construção, tendo como base os aportes teóricos do mesmo tema com sujeitos ouvintes. O estudo concluiu que:

A criança surda elabora hipóteses sobre a escrita numérica semelhantes às identificadas nas crianças ouvintes. Demonstra, ainda, que a Libras (Língua Brasileira de Sinais) se constitui como um fator fundamental para a efetivação desta construção e aponta para o fato de ser a escola um espaço privilegiado para tal, dado que é nela que ocorre o uso constante desta língua, o que vem a favorecer as trocas simbólicas necessárias para a construção conceitual por estes sujeitos (SILVA, 2008, p. 8).

O estudo por nós empreendido no projeto Teias da Inclusão: Traçando uma Educação Inclusiva Acessível – TEIAS, do qual participaram três sujeitos com surdez bilateral severa, matriculados no 6º, 7º anos do Ensino Fundamental e no 1º ano do Ensino Médio, com idades de 22, 24 e 19 anos, respectivamente, mostrou resultados preocupantes, e confirmou os achados nas investigações aqui apresentadas.

Em relação às competências de cálculo, envolvidas nas operações fundamentais (adição, subtração, multiplicação e divisão), os sujeitos dominavam muito pouco os algoritmos escolares, principalmente a adição com reserva, a subtração com recurso e a divisão. Esses sujeitos também não demonstraram estratégias mais elaboradas de cálculo mental, oriundas da vida extraescolar. Em relação às situações-problema, os sujeitos apresentaram baixo desempenho, no que se refere ao cálculo relacional e numérico. Identificar a operação a ser feita, só

¹⁵ Referem-se ao desenvolvimento da função simbólica na criança que ocorrem a partir dos 18 meses, são as trocas que ocorrem na interação com o mundo e com os elementos da nossa cultura, mediadas principalmente pela linguagem.

foi possível com as intervenções em Libras, com ajudas visuais, com outros contextos de compra e venda relacionados ao cotidiano do aluno (PEIXOTO; CAZORLA, 2011).

Utilizando parte dos dados dessa pesquisa, buscamos analisar os esquemas mobilizados por esses três alunos no cálculo da multiplicação, a partir do conceito de esquema de Gérard Vergnaud. Constatou-se que os três alunos apresentaram esquemas semelhantes. De forma geral:

Os esquemas revelaram pouco domínio no cálculo da multiplicação. Na contagem, todos os alunos levantavam os dedos em sincronia com os sinais, mostrando que surdos sinalizadores desenvolvem habilidades de contagem em Libras tão satisfatoriamente como os ouvintes. As análises dos esquemas contribuíram para ampliar a compreensão da ação cognitiva desses alunos (PEIXOTO, 2013, p. 21).

Fávero e Pimenta (2006) investigaram a resolução de problemas matemáticos, com surdos entre 18 e 33 anos, alunos de uma escola pública do Distrito Federal, em três fases: a) análise das competências sobre o sistema de numeração e sua notação; b) pesquisa em Libras para as expressões “n a mais que” e “n a menos que”; e c) investigação da resolução de problemas matemáticos de comparação em duas situações, resolução individual sem e com intervenção. A partir dos resultados, as autoras conjecturaram que:

A dificuldade dos surdos frente a problemas de matemática advém do processo de escolarização, que prima pela aquisição de regras de procedimentos de resolução, em detrimento da aquisição conceitual e pelo uso inadequado da Libras, como instrumento para a organização de significados semióticos e aquisição de conhecimentos (FÁVERO; PIMENTA, 2006, p. 225).

Para essas autoras, o ensino de Matemática deve priorizar “a contextualização de fatos numéricos, permitindo a negociação de significados matemáticos de modo a favorecer a negociação de conceitos” (p. 235), o que só é possível por meio dos recursos da linguagem.

Os resultados desses estudos apresentam algum consenso no que se refere aos conhecimentos matemáticos adquiridos no período anterior à escola. Partilhamos do consenso de que a surdez não implica dificuldades da aprendizagem da Matemática. Contudo tendemos a concordar que a surdez pode tornar-se um fator de risco para que os alunos surdos não se apropriem dos conceitos matemáticos. Isto é ocasionado pelo “isolamento” social que a surdez causa, tanto fora da escola, onde não existe contato com o conhecimento “informal” da matemática como, dentro da escola, onde não existem, ainda, práticas matemáticas em Libras bem estabelecidas.

Outro ponto a ser levado em consideração, é que os resultados dessas pesquisas apontam para algumas diferenças ao fazer matemática com alunos surdos, em que a linguagem seria o fator fundamental para a aprendizagem matemática, mas não houve um consenso sobre

o papel dela no desenvolvimento cognitivo. Por exemplo, Nogueira (2008) argumenta que a lógica matemática tem suas origens na ação interiorizada, enquanto que, para Fávero e Pimenta (2006), a mediação semiótica é vista como primordial.

Nesse sentido, destacando o papel da linguagem, a pesquisa de Queiroz (2011, p. 8) com 88 alunos de escolas públicas de Recife, sendo 44 surdos e 44 ouvintes, buscou investigar como as formas de “apresentação dos problemas matemáticos (em Português, na Interlíngua¹⁶ ou em Libras, esses últimos só para os surdos) e os suportes de representação disponibilizados (material concreto definido, lápis e papel e representação visual)” podiam influenciar o desempenho dos alunos surdos, antes e depois da instrução formal sobre a multiplicação (22 alunos de cada grupo receberam esta instrução). De forma geral, os dados apontaram que a escrita no português favoreceu ouvintes e a escrita na Interlíngua e a interlocução em Libras favoreceu surdos. Quanto ao efeito dos suportes de representação, eles “interferiram no desempenho juntamente com a forma escrita dos problemas”, principalmente “nas tarefas em que o grupo teve dificuldade em relação à escrita” e, no caso dos surdos, o lápis e papel auxiliavam na resolução. As estratégias adotadas pelos surdos dependiam do nível de instrução de cada grupo e da situação proposta em cada tarefa. As estratégias mais elaboradas emergiram nos grupos com instrução formal da multiplicação e as mais simples do grupo sem aquela instrução. As análises de Queiroz (2011) mostram que:

Aproximar a forma de apresentação dos enunciados matemáticos à realidade dos surdos contribui no desempenho, bem como no surgimento de estratégias mais elaboradas, principalmente quando associada a alguns suportes de representação, como o material concreto definido (para os sem instrução) e o lápis e papel (para os com instrução). Portanto, é necessário pensar em rotas alternativas de ensino, em salas de aula inclusivas, para aquisição de conceitos matemáticos por surdos (QUEIROZ, 2011, p. 8).

Fazendo uma revisão de literatura sobre a educação matemática de surdos, sobretudo no Brasil, Sales (2013, p. 17) encontrou uma série de pesquisas citando “materiais, métodos ou informações relevantes sobre experiências com o ensino de matemática”. Também encontrou pesquisas abordando a “visualidade e à dependência de alunos surdos da modalidade visual”, e as que recomendam “o uso de materiais e recursos visuais em sala de aula”.

Nessa busca, Sales (2013, p. 18) não encontrou pesquisas no campo do ensino de Matemática que abordassem “a utilização de aspectos relacionados à visualização matemática”. Esse fato impulsionou-o a investigar como os alunos surdos se desenvolvem, em um plano de

¹⁶ “Escrita dos surdos nos anos iniciais, sem alguns elementos na construção de frases como artigos, desvios de flexão de tempo e modos verbais, desvios na concordância nominal e verbal”, conforme Queiroz (2011, p. 53). Por exemplo, “Pedro ir casa Maria” ou “Casa Maria boa”.

intervenção baseado em atividades que privilegiam os aspectos visuais dos conceitos matemáticos, utilizando conceitos básicos de geometria. Para isso, desenvolveu um plano de intervenção, numa escola pública do ensino regular, com oito alunos surdos do 4º ano do Ensino Fundamental, por meio de atividades que privilegiam os aspectos visuais dos conceitos matemáticos, para observar como os alunos surdos se desenvolvem durante essas atividades, tendo a Libras como a língua de instrução.

A pesquisa concluiu que a visualidade do surdo não é algo natural, precisa ser desenvolvida. Os resultados reforçaram a importância da Libras na apropriação e negociação de significados e “de se estreitar a relação entre universidade e escola, o desenvolvimento de uma colaboração mútua em prol da aprendizagem de crianças surdas e seus benefícios para os que nela se envolveram” (SALES, 2013, p. 8).

Peixoto (2015) buscou identificar esquemas mobilizados por três alunos surdos usuários da Libras no cálculo da multiplicação, a partir do conceito de esquema de Gérard Vergnaud e da tipologia dos gestos de David McNeill. As tarefas analisadas mostraram que todos os alunos apresentaram o esquema de correspondência *signal-a-signal* ou *signal-a-dedo* coordenado com a contagem, e dois alunos apresentaram o procedimento de *contar a partir de*. Seus esquemas articularam, simultaneamente, sinais com gestos, porém os gestos extrapolaram a função da comunicação e passaram a integrar a ação cognitiva desses alunos.

Esse panorama de pesquisas destacou aspectos que nos fornecem pistas para olhar as práticas e os esquemas de alunos surdos na matemática: A surdez, em si¹⁷, não constitui deficiência, mas diferença na forma de ensino e aprendizagem; os surdos também apresentam semelhanças com ouvintes na construção de alguns conceitos, especialmente na fase inicial do desenvolvimento; a importância desde cedo da aquisição da Libras para favorecer as trocas simbólicas na interação com os elementos da nossa cultura; a exploração dessa língua, no ensino e aprendizagem da Matemática para facilitar a mediação semiótica e, por último, o desenvolvimento da visualidade do surdo através de atividades específicas e apropriadas.

¹⁷ Afastando outras complicações de ordem cognitiva como dislexia, déficit intelectual, paralisia cerebral, etc.

3 ESQUEMA, AÇÃO E MATEMÁTICA

Este esquematismo do nosso entendimento é uma arte oculta nas profundezas da alma humana cujo verdadeiro manejo dificilmente arrebataremos algum dia à natureza, de modo a poder apresentá-la sem véu (KANT, 1781/1996, p. 146).

Este capítulo apresenta os aportes teóricos que fundamentam nosso estudo. Primeiramente, discorreremos sobre o constructo teórico “esquema de ação” e o seu papel no processo de conceitualização, sublinhando que esse conceito já tinha sido formulado, primeiro na filosofia kantiana, sendo ampliado, posteriormente, por Jean Piaget, na Epistemologia Genética e retomado por seu discípulo Gerárd Vergnaud, na Teoria dos Campos Conceituais. Apresentamos os elementos principais dessa teoria: definição de campo conceitual, conceito, esquema e seus conteúdos. Em seguida, apresentaremos os esquemas e invariantes lógicos associados ao conceito de divisão, bem como as categorias de situações-problema que envolvem esse conceito, implicando diversos significados da divisão. Finalmente, pontuamos as relações entre pensamento e linguagem que permitem a análise de atividades matemáticas através dos registros da ação dos alunos nas produções em Libras, gestuais e escritas, caracterizando cada uma dessas categorias.

3.1 O ESQUEMATISMO DA AÇÃO

O termo esquema procede do grego *skhema* (σχήμα), no plural *skhemata* (σχήματα), significando “forma, aparência, plano ou maneira de ser” (DUARTE; NUNES; KRISTENSEN, 2008, p. 3). Na filosofia, “esquema” e “esquematismo” foram noções desenvolvidas por Kant (1724-1804), na sua obra “Crítica da Razão Pura”, quando formulou a conjectura de esquematismo transcendental, ou seja, “o proceder do entendimento com o esquema” (JAPIASSÚ; MARCONDES, 2001, p. 67). Nessa formulação teórica, esquema é compreendido como a representação mediadora entre as categorias (conceitos puros do entendimento) e os fenômenos (realidade):

Em todas as demais ciências, em que os conceitos pelos quais o objeto é pensado universalmente não são tão heterogêneos e diversos daqueles que representam este objeto *in concreto* tal como é dado, é desnecessária uma exposição especial quanto à aplicação de uns aos outros. Ora, é claro que precisa haver um terceiro elemento que seja homogêneo, de um lado com a categoria e, de outro, com o fenômeno, tornando possível a aplicação da primeira ao último. Esta representação mediadora deve ser

pura (sem nada de empírico) e não obstante de um lado *intelectual*, e de outro sensível. Tal representação é o *esquema* sensível (KANT, 1996, p. 144-145).

O esquema é considerado fruto da imaginação pura a priori, a sua função seria a de “eliminar a heterogeneidade dos dois elementos, sendo ao mesmo tempo geral como a categoria e temporal como o conteúdo da experiência” (NISKIER, 2001, p. 312). Nesse sentido, o esquema não é a imagem do objeto em si; mas a “ideia de um procedimento universal da imaginação” que permite a imagem de um conceito. Kant admitiu ser difícil caracterizar a natureza do esquematismo: “é uma arte oculta nas profundezas da alma humana cujo verdadeiro manejo dificilmente arrebatemos algum dia à natureza, de modo a poder apresentá-la sem véu” (KANT, 1996, p. 146).

No início do século XX, filósofos neo-kantianos como Revault d’Allonnes, ampliaram o significado de esquema, “apoiando-se principalmente na percepção e até numa apercepção, ou seja, sobre uma tomada de informação rápida, mas suficiente para que se opere uma identificação (exemplo de uma mulher bonita que passa)” (VERGNAUD, 2007, p. 291).

O psicólogo inglês Bartlett (1932) foi, provavelmente, quem primeiro desenvolveu a investigação empírica desse conceito, relacionando-o com a memória de eventos passados. Esse autor considerava que a memória era influenciada pelas expectativas ou interesses de cada pessoa. As expectativas contêm uma “forma esquemática de representação mental” que afeta a própria compreensão dos eventos (DUARTE; NUNES; KRISTENSEN, 2008). Assim, Bartlett definiu esquema como “a organização ativa de reações ou experiências passadas, que sempre se supõe presente em qualquer reação orgânica bem adaptada” (BARTLETT, 1932/1967 apud GOODWIN, 2005, p. 477).

Na obra de Piaget, o conceito de esquema ocupa uma posição privilegiada em relação ao estudo do desenvolvimento progressivo da atividade humana, desde a tenra idade. É sobre a inclusão e definição desse constructo na sua obra que passaremos a discorrer a seguir.

3.1.1 NA EPISTEMOLOGIA GENÉTICA DE JEAN PIAGET

No século XX, merece destaque a Epistemologia Genética de Piaget. Segundo Plaisance e Vergnaud (2003), a obra de Piaget foi influenciada por vários autores, entre eles, neo-kantistas e epistemologistas da Matemática e da Física. Piaget valorizava a informação sensorial e a razão, mas tendia para a postura racionalista. Compreendia o conhecimento como construção do sujeito na interação com o meio e este continha sempre uma reelaboração, um aspecto novo (KAMII; DECLARK, 1988):

O conhecimento não pode ser concebido como algo predeterminado nem nas estruturas internas do sujeito, porquanto estas resultam de uma construção efetiva e contínua, nem nas suas características preexistentes do objeto, uma vez que elas só são conhecidas graças à mediação necessária dessas estruturas, e que estas, ao enquadrá-las, enriquecem-nas (PIAGET, 2007, p. 1).

Nessa concepção, o “conhecer” está diretamente vinculado com o que pode ser experimentado e vivido. Assim, Piaget defende que “a criança deve ser ativa para aprender, e deve ter ocasiões de resolver problemas, efetuar produções tangíveis e julgar por si mesma os resultados de sua ação” (PLAISANCE; VERGNAUD, 2003, p. 65). Nas suas pesquisas, provou que a criança não era um recipiente vazio em que podemos despejar conhecimentos através da explicação ou da imitação. A ação do sujeito começa desde cedo, pois:

Desde a tenra idade, o bebê dá prova de uma intensa atividade perceptiva e gestual em relação aos objetos de seu meio ambiente; e é essa atividade que lhe permite extrair relações estáveis entre as ações e seus resultados, e entre os objetos. Os objetos de pensamento e suas propriedades nem sempre são diretamente legíveis, mas devem ser construídos. É também essa atividade que permite à criança pequena classificar e analisar, ordenar, contar, comparar, transformar (PLAISANCE; VERGNAUD, 2003, p. 66).

Piaget enfatizou a ação, minimizando as funções da percepção, da linguagem e da ajuda dos outros (PLAISANCE; VERGNAUD, 2003):

As percepções desempenham, sem dúvida, um papel essencial, mas dependem em parte da ação em seu conjunto, e certos mecanismos perceptivos que se poderiam crer inatos ou muito primitivos (como o efeito túnel de Michotte) só se constituem num certo nível de construção dos objetos. De um modo geral, toda percepção termina por conferir aos elementos percebidos significações relativas à ação [...], e é, portanto, da ação que convém partir (PIAGET, 2007, p. 8-9).

As ações evoluem, gradualmente, de simples formas de exploração do ambiente para esquemas psíquicos. “Um esquema é a estrutura ou a organização das ações, as quais se transferem ou generalizam no momento da repetição da ação, em circunstâncias semelhantes ou análogas” (PIAGET; INHELDER, 2012, p. 16). Em outras palavras, é “um padrão de comportamento ou uma ação que se desenvolve com uma certa organização e que consiste num modo de abordar a realidade e conhecê-la” (GOULART, 1996, p. 14).

Assim, na perspectiva piagetiana, o conhecimento é construído na interação com o meio e a aprendizagem se dá

A partir da formação de esquemas mentais (de ação e de conhecimento), produto da organização no cérebro, “na mente”, de uma série de fatos concretos (principalmente na infância) ou abstratos (principalmente na adolescência) que se associam por similitude ou por diferença, por proximidade ou distanciamento, por dissonância ou por aceitação (DIAZ, 2011, p. 38).

Os esquemas são formados pelo processo, segundo Piaget, universal de equilibração: “momento ótimo na relação entre os conhecimentos que o meio demanda e os conhecimentos que o sujeito tem e que, obviamente, permitem que ele se adapte ao meio por não existir contradição alguma entre os níveis (externo e interno)” (DIAZ, 2011, p. 38). Esse processo determina a construção de conhecimentos e está intimamente relacionado com os mecanismos de assimilação e de acomodação.

A assimilação é, com efeito, geradora de esquemas e, por isso mesmo, de estruturas. Do ponto de vista biológico, o organismo, em cada uma de suas interações com os corpos ou energias do meio, assimila-os a suas próprias estruturas, ao mesmo tempo que se acomoda às situações, sendo a assimilação, portanto, o fator de permanência e continuidade das formas do organismo. No terreno do comportamento, uma ação tende a se repetir (assimilação reprodutora), donde um esquema tende a integrar a si os objetos conhecidos ou novos do quais seu exercício necessita (assimilação recognitiva e generalizadora). A assimilação é, pois, fonte de contínuos relacionamentos e correspondências, de “aplicações” etc., e, no plano da representação conceitual, chega a esses esquemas gerais que são as estruturas (PIAGET, 2003, p. 64).

Piaget (2003) enfatiza que a assimilação não é uma estrutura, mas um aspecto funcional das construções estruturais, conduzindo, em qualquer momento, a assimilações recíprocas, auxiliando a formação das conexões entre as estruturas.

De acordo com Moreira (1999), toda interação com a realidade mobiliza esquemas de assimilação que partem do organismo (mente) e agem em conjunto com o processo denominado por Piaget de “acomodação”, processo pelo qual o organismo desiste ou se modifica, quando o sujeito não consegue assimilar alguma situação: “[...] o processo de assimilação nunca funciona sozinho. De acordo com as propriedades dos objetos, os esquemas irão modificar-se e ajustar-se, ao que comporta um processo paralelo de acomodação” (PIAGET, 1967, p. 251).

Na visão de Plaisance e Vergnaud (2003), Piaget faz uma abordagem original sobre o desenvolvimento dos conhecimentos que se realiza através de um duplo processo de assimilação e acomodação. E o equilíbrio ocorre quando “os instrumentos de pensamento do sujeito permitirem que ele leve sua atividade a um nível de êxito que ele possa aceitar; desequilíbrio, se não for o caso e, depois, reequilíbrio pela descoberta de instrumentos novos de pensamento” (p. 65).

Primeiro, a criança atua sobre os objetos ao seu redor e, em seguida, “reproduz tal ação numa imagem mental, interiorizando a ação externa numa ação interna, em nível mental”. A interiorização é determinada pelos processos de assimilação/acomodação dando origem aos esquemas, constituintes básicos da aprendizagem (DIAZ, 2011).

Piaget carrega em sua teoria elementos kantianos, como destaca Marçal (2009, p. 105): “as noções de espaço e de esquematismo da imaginação”. Tais elementos evocam uma estrutura a priori que permite “ao sujeito do conhecimento o próprio conhecer”. Entretanto, em Piaget, essas noções estão relacionadas a:

Uma estrutura do sujeito-organismo que possibilita seus conhecimentos; contudo tais noções são entendidas a partir da noção de esquema de ação que não é uma noção tão obscura como é o esquematismo da imaginação kantiano um “*mistério oculto nas profundezas da alma humana*”; ao contrário, podemos observar a constituição do esquematismo da ação que permite estabelecer uma ponte entre o biológico e a inteligência, enquanto também é uma faculdade psicológica (i. e. comportamental) do sujeito organismo (MARÇAL, 2009, p. 105).

Na obra de Piaget, verifica-se a ênfase na continuidade entre o biológico e o psicológico, não há dicotomia. Embora a noção do espaço também seja a priori, ele é construído pelo sujeito-organismo, no processo cada vez mais complexo de adaptação-organização que envolve os esquemas de ação do “sujeito-organismo”. “O sistema de esquemas de ação de um sujeito-organismo se constitui como estofado do sujeito epistêmico na medida em que ele possibilita não apenas o conhecimento do real, mas a própria constituição desse real para esse sujeito” (MARÇAL, 2009, p. 105-109).

As estruturas a priori influenciam a compreensão dos fenômenos, entretanto, “essas estruturas são construídas pelo próprio sujeito-organismo em sua inter-relação com o meio”, e o esquema, nesse contexto, ao contrário de Kant, “não é apenas da imaginação, mas também, da ação”. Dessa forma, o sujeito se constitui como sujeito do conhecimento, mas, sem a sua ação, no mundo não há conhecimento (MARÇAL, 2009, p. 19).

Em suma, a obra de Piaget também envolve uma gama de temas: “as operações lógicas, a representação do espaço, da velocidade, do acaso, da construção de número, as fases do desenvolvimento cognitivo, a função simbólica, a percepção, a imagem mental e, para coroar o todo, a epistemologia genética”, embora não dê ênfase ao ensino e os conteúdos do ensino (PLAISANCE; VERGNAUD, 2003, p. 65). Os aspectos mais relevantes da teoria piagetiana, segundo Kamii e DeClark (1988, p. 15), referem-se “à natureza do conhecimento lógico-matemático, de como este conhecimento é construído por cada criança, através da abstração reflexiva¹⁸ a partir da interação ativa com o meio físico e social”. E o conhecimento lógico-matemático pode ser “inventado” ou construído, de dentro para fora, e “através da sua interação dialética com o meio ambiente. Não pode ser descoberto ou aprendido por transmissão” (p.15).

¹⁸ A abstração reflexiva “envolve a construção de uma relação entre objetos”, cuja relação “não tem uma existência na realidade externa”, conforme Kamii e DeClark (1988, p. 31).

Buscando subsídios para analisar os esquemas mobilizados por surdos sinalizadores, relacionados com os conteúdos de ensino na escola, voltamos nossa atenção para as ideias de Gerárd Vergnaud (neopiagetiano), em particular, para sua Teoria dos Campos Conceituais (TCC), desenvolvida, inicialmente, a partir do conhecimento matemático e utilizada, posteriormente, na Didática da Matemática, Física, Biologia entre outras.

3.1.2 NA TEORIA DOS CAMPOS CONCEITUAIS DE GERÁRD VERGNAUD

Piaget investigou o desenvolvimento das crianças, em termos gerais, enfocando, principalmente, as operações lógicas, verificando que o conhecimento e a inteligência se desenvolvem durante um longo período de tempo. Contudo, deu pouca atenção para os conteúdos específicos de conhecimento (VERGNAUD, 1983).

A TCC toma como base o conteúdo do conhecimento e a análise conceitual desse conteúdo, ressaltando a importância da conceitualização do real para o desenvolvimento cognitivo, permitindo analisar “as continuidades e rupturas entre conhecimentos do ponto de vista de seu conteúdo conceitual” (MOREIRA, 2002, p. 7-8). A realidade pode ser vista “como um conjunto de situações a tratar, e de dificuldades a vencer, na ação” (PLAISANCE; VERGNAUD, 2003, p. 67).

Dessa forma, a TCC “amplia e redireciona o foco piagetiano das operações lógicas gerais, das estruturas gerais do pensamento, para o estudo do funcionamento cognitivo do ‘sujeito-em-situação’”. O termo *situação*, para Vergnaud, está no sentido de tarefa: “toda situação complexa pode ser analisada como uma combinação de tarefas, para as quais é importante conhecer suas naturezas e dificuldades próprias”. Além disso, “o desempenho em cada sub-tarefa afeta o desempenho global” (MOREIRA, 2002, p. 11).

Essa teoria considera o conhecimento disposto em campos conceituais. Para que o aprendiz domine certo campo conceitual, é necessário muito tempo e depende, diretamente, da experiência (fora ou dentro da escola), maturidade (fisiológica e do sistema nervoso) e aprendizagem (MOREIRA, 2002). Vergnaud define campo conceitual como “um conjunto de problemas e situações cujo tratamento exige conceitos, procedimentos e representações distintas, mas estreitamente ligadas entre si” (VERGNAUD, 1983, p. 127, tradução nossa¹⁹).

Portanto, “um campo conceitual é, também, um conjunto de conceitos” (VERGNAUD, 2009, p. 55). O autor destacou três proposições que influenciaram sua definição de

¹⁹ “A set of problems and situations for the treatment of which concepts, procedures and representations of different but narrowly interconnected types are necessary” (VERGNAUD, 1983, p. 127).

campo conceitual: 1) um conceito não se constrói através de um tipo de situação, a variedade de situações enriquece o repertório de modelos e explicações dos alunos; “2) uma situação não se analisa com um só conceito”, determinadas situações envolvem vários conceitos e isso permite uma conexão entre os conceitos que podem contribuir para uma melhor compreensão por parte dos alunos; “3) a construção e apropriação de todas as propriedades de um conceito ou todos os aspectos de uma situação” é um processo longo, repleto de “analogias, mal-entendidos entre situações, entre concepções, entre procedimentos, entre significantes” (MOREIRA, 2002, p. 9).

Um conceito não pode ser visto isoladamente, e a compreensão da constituição dos conceitos na aprendizagem Matemática, “tem de considerar que cada conceito é constituído a partir de sua participação em uma rede conceitual mais ampla” (MUNIZ, 2009, p. 134).

Particularmente na TCC, *conceito* é definido como uma tríade de conjuntos: $C = (S, I, R)$, em que S é um conjunto de *situações* que oferecem sentido ao conceito e constituem o seu referente, I é um conjunto de *invariantes operatórios* (objetos, propriedades, relações), reconhecidos e empregados pelos aprendizes para analisar e dominar essas situações, constituem o significado do conceito; R é um conjunto de *representações simbólicas* que podem ser usadas para indicar e representar esses invariantes (VERGNAUD, 1988), ou seja, “linguagem natural, gráficos e diagramas, sentenças formais, etc.” que compõem seu significante (MOREIRA, 2002, p. 10).

De forma prática, um conceito pode ser definido como “um conjunto de invariantes utilizáveis na ação, mas essa definição implica também um conjunto de situações que constituem o referente e um conjunto de esquemas postos em ação pelos sujeitos nessas situações” (MOREIRA, 2002, p. 10). Considerando a tríade (S, R, I) , do ponto de vista psicológico, o conjunto S pode ser entendido como a realidade, e o par (I, R) como a representação, onde I e R são podem ser considerados como “dois aspectos interagentes do pensamento, o significado (I) e o significante (R) ” (p. 10).

A partir desse enfoque, no que se refere ao desenvolvimento e uso de um conceito no curso da aprendizagem não podemos levar em conta apenas um destes três conjuntos, mas os três interagindo simultaneamente. A TCC considera que, geralmente, não existe uma “correspondência biunívoca entre significantes e significados, nem entre invariantes e situações; não se pode, portanto, reduzir o significado nem aos significantes nem às situações” (MOREIRA, 2002, p. 10). Como bem enfatizou Vergnaud (2009a, p. 54), “a relação entre significados e significantes não é, portanto, biunívoca, pelo menos no nível dos vocábulos”.

Assim, a TCC diferencia os significados da língua e os conceitos, pois considera que o ponto de partida da conceitualização é “a ação em situação concreta e a formação das invariantes operatórias. Eles são responsáveis pela diferença entre sentido e significação” (VERGNAUD, 2009a, p. 56). Segundo Vergnaud (2009a, p. 56), Piaget costumava declarar “os sentidos são os esquemas”. O sentido está na “relação do sujeito com as situações e com os significantes”, ou seja, o sentido de determinada situação ou de um determinado significante para uma pessoa se encontra “nos comportamentos e sua organização, evocados no sujeito por uma situação ou por um significante (representação simbólica)” (MOREIRA, 2002, p. 11). Por exemplo:

O sentido de adição para um sujeito individual é o conjunto de esquemas que ele pode utilizar para lidar com situações com as quais se defronta e que implicam a idéia de adição; é também o conjunto de esquemas que ele pode acionar para operar sobre os símbolos numéricos, algébricos, gráficos e linguísticos que representam a adição. Por outro lado, uma dada situação ou um certo simbolismo não evocam no indivíduo todos os esquemas disponíveis, o que significa que o sentido de uma situação particular de adição não é o sentido de adição para esse indivíduo, assim como não o é o sentido de um símbolo particular. Trata-se de um subconjunto dos esquemas que o sujeito possui, ou dos esquemas possíveis (MOREIRA, 2002, p. 11).

Vale destacar que, para Vergnaud (2009a), o conceito de “representação”, entre outras significações adotadas na psicologia, relaciona-se fortemente com a ação ou atividade funcional:

A representação não é, com efeito, um epifenômeno, um mero acompanhante da atividade sem chegar a orientá-la e respaldá-la; não é, também um dicionário, nem uma biblioteca, mas um **processo dinâmico** ou, melhor ainda, um conjunto hierarquizado de processos dinâmicos. A funcionalidade da representação deve-se a duas razões principais e complementares: — ela organiza a ação, o comportamento e, em geral, a atividade, sem deixar de ser o produto da ação e da atividade. Esta ideia é mais bem apresentada pelo conceito de esquema. — ela permite certa simulação da realidade e, portanto, a antecipação (VERGNAUD, 2009, p. 59, grifo nosso).

O modo como o aluno organiza sua ação ao defrontar-se com situações análogas, constitui o que Vergnaud (2009a, p. 44) chama de *esquema*. Seria, mais precisamente, “a organização invariante da atividade e do comportamento para uma determinada classe de situações”. Segundo esse autor, tal definição inspira-se na teoria dos algoritmos. Como o algoritmo, o esquema refere-se a uma classe situações, “e a invariante não é o procedimento em si, mas a sua organização”. Assim, o mesmo esquema pode engendrar diferentes procedimentos, de acordo com as características da situação. Os algoritmos são esquemas particulares, mas nem todo esquema são algoritmos porque não induzem, obrigatoriamente, a uma solução ótima, em etapas finitas.

Os conhecimentos em ação devem ser buscados nos esquemas, os quais não se referem apenas às habilidades intelectuais, mas também às habilidades sensório-motoras (MOREIRA, 2002). “Existem esquemas puramente sensório-motores, como, por exemplo, subir uma escada, e esquemas sensório-motores simbólicos, como, por exemplo, fazer uma enumeração” (SANTANA, 2012, p. 36).

A diversidade de situações traz mais significado ao conceito, mas o sentido que a criança atribui às situações não é encontrado nas próprias situações, nem apenas nas palavras ou símbolos; repetimos, entretanto, que “o sentido é uma relação do sujeito com as situações e com os significantes”. Esse sentido pode ser encontrado exatamente nos esquemas mobilizados pelo sujeito, ou seja, nas ações e sua organização. Os conhecimentos em ação devem ser investigados nos esquemas, ou seja, o “[n]os elementos cognitivos que fazem com que a ação do sujeito seja operatória” (MOREIRA, 2002, p. 11-12).

Os esquemas estão tão relacionados com as situações que podemos nos referir diretamente à interação *esquema/situação* na análise das competências dos aprendizes:

O estudo empírico das competências complexas elabora-se a partir do binômio teórico fundamental “esquema/situação” que, aliás, mantém entre si uma relação dialética: não existe esquema sem situação e vice-versa. Esses dois conceitos – esquema e situação – devem ser adotados por esta razão decisiva: o conhecimento é adaptação que ocorre pelos esquemas; estes por sua vez, se adaptam a situações. Assim, estamos longe do binômio estímulo/resposta dos behavioristas e, ao mesmo tempo, trata-se de algo mais rigoroso que o par utilizado tradicionalmente: sujeito/objeto (VERGNAUD, 2009a, p. 43).

Analiticamente, um esquema pode ser composto por “- objetivos, subobjetivos e antecipações; - regras para agir, coletar informações e monitorar; - invariantes operatórias: conceitos-em-ato e teoremas-em-ato; possibilidades de inferência”. Ressalta-se certa hierarquia na organização dos objetivos e subobjetivos a serem alcançados na resolução de uma situação, sendo possíveis graças às antecipações. As regras constituem a componente generativa do esquema, produzem a atividade na proporção em que as variáveis da situação vão evoluindo. E os invariantes operatórios formam

A parte propriamente epistêmica do esquema (e da representação): eles consistem em categorias (conceitos-em-ato) e em proposições consideradas como verdadeiras (teoremas-em-ato), cuja função é precisamente a de coletar e selecionar a informação pertinente, além de proceder a seu tratamento, para inferir objetivos, antecipações e regras. As inferências são indispensáveis para analisar essas operações cognitivas efetuadas *hic et nunc*, em uma situação concreta (VERGNAUD, 2009a, p. 45).

Mais especificamente, “um conceito-em-ação é um objeto, um predicado, ou uma categoria de pensamento considerada como relevante” na ação no contexto da situação (VERGNAUD, 1998, p. 168, tradução nossa)²⁰. E os teoremas-em-ação são definidos como:

Relações matemáticas que são levadas em consideração pelos estudantes quando escolhem uma operação ou sequência de operações para resolver um problema. Normalmente, essas relações não são expressas verbalmente pelos estudantes. Portanto, teoremas-em-ação não são como os teoremas formais da Matemática, porque a maioria deles não são explícitos. Eles estão subjacentes ao comportamento dos alunos, seu escopo de validade é normalmente menor que o escopo dos teoremas. Eles podem até estar errados (VERGNAUD, 1983, p. 146, tradução nossa²¹).

Assim, as categorias conceito-em-ação e teorema-em-ação constituem os conhecimentos-em-ato, formando “a base, implícita ou explícita, que permite obter a informação pertinente e dela inferir a meta a alcançar e as regras de ação adequadas” (MOREIRA, 2002, p. 13) para abordar uma situação.

Segundo Vergnaud (2009a, p. 46), quando uma criança de quatro ou cinco anos utiliza um esquema de enumeração, por exemplo, “*um, dois, três, quatro... quatro!*” está demonstrando seus conhecimentos implícitos e, nesse esquema, podemos identificar dois conceitos de matemática: o de correspondência biunívoca e número cardinal. Durante a ação, a criança conta uma só vez cada objeto, numa relação sincrônica com: “1) os objetos a serem enumerados; 2) os gestos do braço, da mão, do dedo; 3) os movimentos do olhar; 4) as inflexões da fala”. Para obter êxito na enumeração, a criança necessita coordenar os diferentes registros acionados (os gestos, movimentos do olhar), pois, se uma dessas correspondências não for biunívoca, ou seja, se os movimentos do olhar ou as inflexões da fala forem muito rápidas ou muito lentas, a criança fracassará no seu objetivo. Assim, “as regras pelas quais a atividade é, sucessivamente, engendrada referem-se, portanto, não apenas à ação, mas à coleta de informação e a seu monitoramento”. O conceito de cardinal pode ser observado quando a criança repete pela segunda vez a palavra *quatro*, pois, o primeiro *quatro* verbalizado, indica o último elemento contado. Podemos notar que algumas crianças não repetem a última palavra, mas sim enfatizam o cardinal na entonação da voz: *um, dois, três, QUATRO!*

Saber cardinalizar é o primeiro tipo de cálculo compreendido pelas crianças. Essa atividade sintetiza a informação coletada e, principalmente, evita uma nova contagem do todo,

²⁰ “A concept in action is an object, a predicate, or a category which is held to be relevant” (VERGNAUD, 1998, p. 168).

²¹ Relationships that are taken into account by students when they choose an operation or a sequence of operations to solve a problem. These relationships usually are not expressed verbally by the students. So theorems-in-action are not theorems in the conventional sense because most of them are not explicit. They underlie students behavior, and their scope of validity is usually smaller than the scope of theorems. They may even be wrong (VERGNAUD, 1983, p. 146).

que é um esquema fundamental da adição, conforme Vergnaud (2009a). Para ilustrar a utilização desse esquema, o autor apresenta a seguinte situação: numa festa de aniversário a mãe pede à filha de cinco anos para contar o número de amigos que estão no pátio e na sala para distribuir o lanche. A menina olha para a sala e conta quatro amigos, depois vai até a quadra e conta três. A mãe pergunta qual o número total de amigos? Ela retorna à sala (*uma, duas, três, quatro*) e depois ao pátio (*cinco, seis, sete*), verbaliza *sete*. Observa-se que a menina sabe cardinalizar, porque contou o todo. Talvez tenha pensado na união dos dois conjuntos, mas não soube operar a partir dos números.

Algum tempo mais tarde, a menina será capaz de dizer $4+3$ são 7, ou seja, não contará novamente os conjuntos, conservará o cardinal. Dessa forma, ela estará operando a partir dos números, evitando uma nova contagem. Nesse segundo procedimento, a menina primeiro une as partes e depois enumera o todo, mobilizando implicitamente o teorema-em-ação, “Cardinal (sala \cup pátio) = cardinal (sala) \cup cardinal (pátio)”, que corresponde, segundo Magina et al. (2008), ao *Teorema Fundamental da Teoria da Medida*. Este procedimento está fundamentado no conhecimento implícito “de que começar por unir as partes e, em seguida, enumerar o todo é equivalente à operação de começar pela enumeração das partes e, em seguida, operar a soma dos cardinais” (VERGNAUD, 2009a, p. 47).

Como professores, poderíamos esgotar vários exemplos que ilustram procedimentos intuitivos dos alunos que estão em correspondência com teoremas formais da matemática, e os estudantes nem se dão conta disso. Cabe, ao professor, encontrar essas relações nos procedimentos dos estudantes e explicitá-las para ajudá-los a produzir mais esquemas para novas situações, ampliando o campo conceitual em questão. A análise das “estratégias intuitivas dos alunos” constitui um caminho para “ajudá-los na transformação do conhecimento intuitivo para o conhecimento explícito” (MAGINA et al. , 2008, p. 17).

Muniz (2009, p. 119) chama atenção para uma relação muito importante na TCC: a relação situação-esquema-conceito. Os estudantes, no contexto escolar, ou as pessoas, no cotidiano, lidam com uma situação-problema, sempre fundamentados no repertório de conceitos que já possuem. Essa bagagem conceitual, que cada sujeito carrega, ajudará na solução de problemas ou, algumas vezes, não dará conta deles. Nessa tentativa, observa-se que há diferenças no processo de conceitualização de cada um (“considerando o campo conceitual definido pela situação”), quando produzem diferentes procedimentos para uma mesma situação. Para o professor, o importante é compreender o que está subjacente às ações dos estudantes e não apenas a obtenção da solução correta.

O esquema não pode ser ensinado, pois é atributo do sujeito em ação – uma “atividade interna, realizada no sistema nervoso central”–, porém pode ser uma rica fonte de investigação para o professor/pesquisador, ajudando-o a “compreender os conhecimentos em ação, as potencialidades, as incompletudes, os desvios e os atalhos, as ressignificações, os erros e obstáculos, quase sempre presentes nas produções matemáticas dos alunos” (p. 115). Entretanto, não é tarefa fácil identificar tais esquemas na produção dos alunos, pois isso exige um grande esforço por parte desses atores, sendo necessário recorrer à “voz” dos alunos para obter uma informação mais próxima da real conceitualização desenvolvida por eles (MUNIZ, 2009, p. 115-133).

Particularmente, nosso interesse se concentra na compreensão das *diferenças* cognitivas dos alunos surdos nos processos de ensino e aprendizagem, relativos ao conceito de divisão. Para tanto, torna-se necessário atentar para as produções dos alunos para compreender o modo como eles elaboram suas estratégias resolutivas ou seus esquemas, e isso pode propiciar ao professor um conhecimento mais amplo sobre as reais necessidades de seus alunos, impulsionando-o para uma mediação pedagógica mais eficaz.

Na próxima seção, tratamos da apresentação dos significados da divisão dados pelas situações-problema. Primeiro, situamos o contexto de pesquisa e o curricular, a partir das recomendações dos Parâmetros Curriculares Nacionais (PCN). Em seguida, explicitamos os procedimentos e esquemas envolvidos fundamentados nos aportes da TCC.

3.2 OS SIGNIFICADOS DA DIVISÃO E SEUS ESQUEMAS

Comumente, quando se fala em “divisão”, algumas pessoas se lembram das dificuldades iniciais que enfrentaram para aprender os algoritmos canônicos ensinados na escola. Aprender algoritmos, apenas para fazer cálculos, ou mesmo para aplicá-los a um problema escolhido pelo professor, cujo objetivo é treinar o próprio algoritmo, não garante a compreensão ampla dos significados da divisão, em diversas situações e contextos numéricos. Com isso, não estamos minimizando a importância do ensino e aprendizagem de algoritmos aritméticos na educação formal, mas esclarecendo que, para resolver um problema, o estudante enfrenta também outro tipo de dificuldade, aquela relacionada com a estrutura do problema.

O termo “cálculo” tem sido associado, frequentemente, apenas ao *cálculo numérico* (relativo às operações de adição, subtração, multiplicação ou divisão) e não ao *cálculo relacional*, referente às operações de pensamento, requeridas para lidar com os objetos e às relações não numéricas, presentes no problema, no qual residem os processos de conceitualização e as

maiores dificuldades dos estudantes (VERGNAUD, 2009b). Segundo esse autor (1988), os conceitos matemáticos estão arraigados nas situações-problema, pois elas fornecem a matéria para o cálculo, seja ele relacional ou numérico.

O desenvolvimento e a ampliação do pensamento numérico através da exploração de situações-problema são fundamentais tanto no Ensino Fundamental I, onde deve ser iniciado, como no Ensino Fundamental II, para que nos anos subsequentes os alunos possam ter vários recursos para enfrentar situações matemáticas mais amplas e em outros campos disciplinares.

Neste sentido, os PCN (2000) do Ensino Fundamental I, Primeiro ciclo (2º e 3º anos), recomendam aos professores iniciar com a exploração de situações-problema para que os alunos construam os significados das operações básicas, reconhecendo que “uma mesma operação está relacionada a problemas diferentes e um mesmo problema pode ser resolvido pelo uso de diferentes operações” (p. 65). A finalidade é levar o aluno a “desenvolver procedimentos de cálculo – mental, escrito, exato, aproximado – pela observação das regularidades e de propriedades das operações e pela antecipação e verificação dos resultados” (p. 65). No segundo ciclo (4º e 5º ano), “espera-se que o aluno resolva problemas de contagem, medidas, significados de operações utilizando estratégias pessoais de resolução e selecionando procedimentos de cálculo” (p. 93). Os PCN (1998) do Ensino Fundamental II, terceiro ciclo (6º e 7º ano) trazem as mesmas recomendações, ampliando os conjuntos numéricos:

Resolver situações-problema envolvendo números naturais, inteiros, racionais e a partir delas ampliar e construir novos significados da adição, subtração, multiplicação, divisão, potenciação, radiciação; [...] selecionar e utilizar procedimentos de cálculo (exato ou aproximado, mental ou escrito) em função da situação-problema proposta (BRASIL, 1998, p. 64).

De acordo com as orientações curriculares para o Ensino Médio (BRASIL, 2006), permanece a recomendação sobre o desenvolvimento do pensamento numérico, visando ao aprofundamento dos conhecimentos sobre números e operações, de forma que o aluno perceba relações entre os conceitos nas situações-problema e a perspectiva sócio-histórica, vinculada ao desenvolvimento desses conceitos. Mais especificamente, no trabalho com o bloco de conteúdos “Números e Operações”, o objetivo principal é:

Tornar o aluno do ensino médio, capaz de decidir sobre as vantagens/desvantagens de uma compra à vista ou a prazo; avaliar o custo de um produto em função da quantidade; conferir se estão corretas informações em embalagens de produtos quanto ao volume; calcular impostos e contribuições previdenciárias; avaliar modalidades de juros bancários (BRASIL, 2006, p. 71).

Embora os PCN nos três níveis de ensino estejam propondo, há décadas, o trabalho com o desenvolvimento conceitual através de situações-problema, em oposição à memorização de regras operatórias (fundamentados nos estudos da educação matemática), os resultados das avaliações nacionais (Prova Brasil, 2013)²² e de avaliação internacional, não condizem com essa proposta, uma vez que, em relação à proficiência dos estudantes em Matemática, a avaliação do Programa Internacional de Avaliação de Alunos - Pisa (2012), indica que o Brasil ocupa a 58ª posição entre os 65 países participantes da última edição. E no último relatório da Organização para a Cooperação e Desenvolvimento Econômico (OCDE), o Brasil ficou em 38º lugar entre os 44 países avaliados em uma nova etapa do Pisa de 2012. O exame considerou 85 mil alunos de 15 anos, em 2012, por todo o mundo. Pela primeira vez, avaliou a capacidade para resolver problemas de Matemática aplicados à vida real. O resultado do Pisa mostrou ainda que só 2% dos alunos brasileiros conseguiram resolver problemas de matemática mais complexos (OECD, 2014).

Santana, Lautert e Filho (2015) apresentaram o recorte de uma pesquisa mais ampla fundamentada na TCC sobre o domínio das Estruturas Multiplicativas no Ensino Fundamental. Essa pesquisa integra o Observatório da Educação e contou com a participação de estudantes de três Estados do Nordeste (Bahia: 1.693 estudantes, Ceará: 1.248 estudantes e Pernambuco: 949 estudantes). Os estudantes resolveram situações-problema, dentro desse campo conceitual, e os resultados apontaram “um leve crescimento no desempenho ao longo da escolarização. Apesar do crescimento, o número de acertos ainda é baixo, mesmo nos anos finais, quando se esperava que os estudantes já tivessem o domínio pleno das Estruturas Multiplicativas” (p. 3.357).

Assim, faz-se necessário investir no desenvolvimento de competências básicas, a partir de problemas, para que o estudante consiga, no mínimo, refletir sobre a realidade cotidiana de forma crítica, lúcida e consciente na sociedade em que vive.

Tratando, particularmente, do conceito de divisão, contamos com um panorama amplo de pesquisas sobre como as crianças pequenas lidam com a divisão (CORREA, 2004; MORO, 2005; NUNES et al., 2008; SPINILLO; LAUTERT, 2006; LAUTERT; SPINILLO, 2002, 2011). Contudo, as avaliações oficiais ainda apontam dificuldades dos estudantes nas tarefas associadas ao número racional e divisão, entre o quinto e o sétimo ano do Ensino Fundamental, até mesmo na educação de jovens e adultos (FÁVERO; PINA NEVES, 2012).

²² Segundo o site todos pela educação. Disponível em: <<http://www.todospelaeducacao.org.br/educacao-na-midia/indice/32361/o-dificil-estudo-da-matematica/>>. Acesso em: 13 jul. 2015.

Zatti, Agraniohnih e Enricone (2010) destacam que os alunos ainda chegam ao 6º ano do Ensino Fundamental II, com dificuldades nas quatro operações básicas esperadas para alunos das séries anteriores. As operações em que apresentam mais dificuldades são a divisão e a subtração. Os erros mais recorrentes são encontrados nos procedimentos do algoritmo. Brito (2000), investigando a resolução de problemas verbais, envolvendo as quatro operações básicas de 114 estudantes do 6º ao 9º ano do Ensino Fundamental, constatou que os problemas considerados mais difíceis envolviam a divisão.

No caso de alunos surdos, a pesquisa de Peixoto e Carzola (2011), envolvendo três jovens surdos (dois alunos do 6º e 7º ano do Ensino Fundamental II e um do Ensino Médio, 1º ano), destacou dificuldades nas quatro operações básicas, com destaque para a operação de divisão, pois nenhum aluno sabia executar divisões com números pequenos.

A investigação de Nunes et al. (2008) sobre o raciocínio multiplicativo²³ informal das crianças surdas, mostrou que essas crianças estão abaixo do desempenho, em comparação com seus pares ouvintes, nos dois primeiros anos de escola. Contudo uma breve intervenção de ensino melhorou, significativamente, o desempenho nesses tipos de problemas. Assim, é possível e desejável promover o raciocínio multiplicativo das crianças surdas quando começam a escola, para fornecer uma base mais sólida para a aprendizagem da Matemática.

Desde a tenra idade, crianças surdas ou ouvintes podem ter enfrentado situações informais e intuitivas que envolvem o conceito de divisão, e até mesmo participado de momentos de distribuição de brinquedos, alimentos, número de colegas em brincadeiras infantis, sejam situações com quantidades discretas (objetos, pessoas) ou contínuas (metros, litros, quilograma). Entretanto, as crianças surdas podem mostrar “dificuldades no domínio dos conhecimentos matemáticos socialmente transmitidos e adquiridos informalmente pelas crianças ouvintes antes de ingressar na escola” (NUNES, 2008, p. 265).

De acordo com Magina, Santos e Merlini (2014, p. 517), algumas pesquisas já comprovam que crianças ouvintes “a partir de seis anos de idade já são capazes de resolver, de modo prático, algumas situações envolvendo noções de multiplicação e divisão”. Todas essas experiências são levadas na sua bagagem, quando ingressam na escola e devem ser aproveitadas pelos professores.

Correa e Meireles (2000, p. 13-14) enfatizam que as situações cotidianas, na maioria das vezes, evidenciam o aspecto partitivo da divisão. Para as autoras, os esquemas de ação que as crianças utilizam intuitivamente nessas situações são a correspondência um-a-um e a

²³ É o raciocínio envolvido em situações de multiplicação, divisão, proporcionalidade.

noção de equivalência. Por exemplo, quando uma criança reparte objetos entre pessoas, utiliza um procedimento aditivo para encontrar partes equivalentes; assim, vai distribuindo os objetos de um em um para cada pessoa, repetindo suas ações, até não ter nada para repartir. A equivalência é obtida “através da adição ou subtração por tateios de alguns elementos a serem distribuídos” (p. 14).

Uma revisão bibliográfica desenvolvida entre 1999 e 2005 por Fávero e Pina Neves (2007, p. 114), confirmam que a noção de divisão é anterior ao ensino de procedimentos matemáticos formais. Outro aspecto destacado nesse estudo foi o de que os estudantes utilizam algoritmos alternativos na resolução de problemas e não dominam a lógica do algoritmo formal, “o que pode explicar a preferência pelos algoritmos alternativos”.

Vergnaud (2009b, p. 190) enfatiza que “a divisão é uma operação complexa. Há, para isso, duas razões: algumas são de ordem conceitual, outras são ligadas à complexidade das regras operatórias implicadas pela divisão”.

No plano das regras operatórias, a divisão exige a mobilização de divisões sucessivas, multiplicação, subtração, estimativa de um quociente que pode envolver um resto e resultar em números fracionários. E no plano conceitual, exige a mobilização de várias relações: “considerar o tamanho do todo, o número de partes, o tamanho das partes que deve ser o mesmo, a relação direta entre o total de elementos e o tamanho das partes, a relação inversa entre o tamanho das partes e o número de partes” (LAUTERT; SPINILLO, 2002, p. 238).

Para compreender como as crianças pensam sobre divisão, é importante considerar os invariantes lógicos e os esquemas envolvidos em seu conceito (SPINILLO; LAUTERT, 2006). Os seguintes invariantes lógicos são identificados pelas autoras:

- (i) Divisão equitativa das partes; (ii) o todo deve ser distribuído até esgotar a quantidade de elementos ou não ser possível outra rodada de distribuição; (iii) o todo inicial é constituído pelo número de partes multiplicado pelo tamanho das partes mais o resto; (iv) relação inversa entre o tamanho das partes e o número das partes; (v) o resto nunca pode ser maior nem igual ao número de partes ou ao tamanho das partes (SPINILLO; LAUTERT, 2006, p. 54).

Pesquisas anteriores apontam que muitas das dificuldades das crianças se referem aos dois últimos invariantes (SPINILLO; LAUTERT, 2006, p. 54).

Na TCC, o conceito de divisão insere-se no campo conceitual das estruturas multiplicativas. Esse campo “compreende todas as situações que podem ser analisadas como problemas de proporções simples e múltiplas, para os quais geralmente é necessária uma multiplica-

ção ou uma divisão” (VERGNAUD, 1988, p. 141, tradução nossa)²⁴, ou uma combinação dessas operações. Vários conceitos estão vinculados a essas situações: função linear e não linear espaço vetorial, análise dimensional, fração, razão, taxa, número racional, multiplicação e divisão.

Abrindo um parêntese, Vergnaud (1988) adverte que, apesar de a definição de campo conceitual ser clara, as fronteiras cognitivas entre os campos conceituais não são tão rígidas. Existe uma filiação entre o campo conceitual das estruturas aditivas²⁵ e multiplicativas, porém existem especificidades nas situações relacionadas a cada um desses campos que permitem estudá-los separadamente.

Os esquemas relacionados aos conceitos de multiplicação e divisão, segundo Nunes et al. (2005, p. 115), originam-se “nos esquemas de ação de correspondência um-a-muitos e de distribuir” (distribuição equitativa). As situações-problema que envolvem os conceitos de multiplicação e divisão se assemelham, ou seja, o invariante conceitual é o mesmo, possuem a mesma estrutura. No raciocínio multiplicativo, existe sempre “uma relação fixa entre duas variáveis (ou duas grandezas ou quantidades). Qualquer situação multiplicativa envolve duas quantidades em relação constante entre si”. Por exemplo, na situação que envolve uma multiplicação “Maria convidou três amigas para seu aniversário. Ela vai dar para cada uma 4 adesivos. Quantos adesivos precisa comprar?”. As duas variáveis são número de amigas e número de adesivos, a relação fixa é 4 adesivos para cada amiga. O resultado é a multiplicação $3 \times 4 = 12$. Crianças pequenas resolvem problemas práticos desse tipo, fazendo a *correspondência um-a-muitos*, isto é, para cada amiga faz corresponder o número de 4 adesivos ou *coordenando essa correspondência com a contagem*, (apontando para a 1ª amiga, 1, 2, 3, 4; para a 2ª, 5, 6, 7, 8 e para a 3ª, 9, 10, 11, 12). E na situação “Maria tem 12 adesivos. Ela vai distribuir igualmente para três amigas. Quantos adesivos cada amiga ganhará?”, as duas variáveis são número de adesivos e número de amigas, a relação fixa é 4 adesivos por amiga. O resultado envolve uma divisão $12:3 = 4$. Porém, é mais difícil perceber essa estrutura nos problemas de divisão, porque “o problema não pode ser resolvido por correspondência”; a relação fixa não é conhecida, ela deve ser buscada. A relação é mais facilmente percebida quando se arrumam os dados do problema numa tabela (Tabela 1), conforme Nunes et al. (2005, p. 85-90).

²⁴ “Consists of all situations that can be analyzed as simple and multiple proportion problems and for which one usually needs to multiply or divide” (VERGNAUD, 1988, p. 141).

²⁵ Conjunto de situações cujo domínio requer uma adição, uma subtração ou uma combinação de tais operações (MOREIRA, 2002).

Tabela 1. Dados do problema de multiplicação e divisão.

Número de amigas	Número de adesivos por amiga	Número de adesivos
1	4	4
2	4	8
3	4	12

Fonte: Adaptada de Nunes et al. (2005).

O esquema de *distribuição equitativa* pode ser observado quando crianças resolvem problemas do tipo “Márcio tem 15 bolas de gude. Ele vai distribuí-las igualmente entre seus três amigos. Quantas bolas de gude cada um vai ganhar?” Neste tipo de problema é necessário saber qual é a relação que devemos fixar para que o número de bolas por amigo seja constante. Geralmente, crianças pequenas pegam as 15 bolas e depois começam a distribuição: uma para A, uma para B, uma para C, repetem o procedimento até findarem o número de bolinhas fazendo uma correspondência um a um (NUNES et al., 2005, p. 85-90).

Classificando os problemas cujas soluções admitem uma multiplicação ou uma divisão, Vergnaud (1983,1988, 2009b) distinguiu os tipos: (a) isomorfismo de medidas, (b) caso de um único espaço de medidas, (c) produto de medidas e (d) proporção múltipla. Para o autor, a relação de multiplicação não é uma relação ternária (escrita habitualmente $a \times b = c$), mas uma relação quaternária, como veremos mais adiante. “Numerosas classes de problemas podem ser identificadas segundo a forma da relação multiplicativa, segundo o caráter discreto ou contínuo das quantidades em jogo, segundo as propriedades dos números utilizados, etc.” (VERGNAUD, 2009b, p. 260). No âmbito deste estudo, abordamos situações do tipo (a), (b) e (c), no domínio dos números naturais.

Isomorfismo de medidas é uma estrutura que consiste numa *proporção simples direta* entre duas grandezas ou variáveis M_1 e M_2 (pessoas e objetos, bens e custos, tempo e distância). Dobrando-se o valor de uma das grandezas, o valor da grandeza correspondente também dobra, triplicando-se o valor de uma das grandezas, o correspondente valor da outra também triplica, e assim por diante. De forma geral, multiplicando-se uma das grandezas por um certo fator a , a outra terá seu valor também multiplicado pelo mesmo fator a , modelada pela função linear $f(x) = ax$, $a \neq 0$ (constante de proporcionalidade).

A noção de proporcionalidade, geralmente, é desenvolvida junto aos estudantes do Ensino Fundamental como uma igualdade entre duas razões $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$. Fundamentados em resultados de pesquisas, Ponte et al. (2010, p. 3) recomendam “a exploração intuitiva da proporcionalidade como função linear desde os primeiros anos de escolaridade”, antecedendo até a apresentação da noção de igualdade entre razões.

Vergnaud (1983, 1988, 2009b) traz esta abordagem para analisar problemas de isomorfismo de medidas, considerando que essas situações podem ser observadas como uma relação quaternária, porque envolvem quatro grandezas, sendo duas a duas de mesma natureza. A classe de isomorfismo de medidas compreende as situações de multiplicação, divisão como partilha equitativa, divisão como medida, regra de três. Situações de multiplicação e regra de três não foram consideradas neste estudo.

No contexto de isomorfismo de medidas, discutiremos as situações de divisão como partilha equitativa (ou partição) e como medida (ou quota), cuja resolução é uma divisão, porém notaremos que as dificuldades não são as mesmas para cada situação.

A divisão como *partilha* aparece em situações cuja finalidade é encontrar o valor unitário ou o valor que corresponde a cada um dos elementos do divisor. Por exemplo, a situação “Paguei R\$12,00 por três refrigerantes. Quanto custa cada refrigerante?” com $M_1 =$ [número de refrigerantes] e $M_2 =$ [reais] pode ser representada, segundo Vergnaud (1983, 2009b), por um esquema (ou diagrama) que apresenta quatro quantidades, sendo duas de uma natureza (M_1) e as outras duas de outra natureza (M_2), conforme Figura 1. Os quadrados indicam os escalares naturais, as setas verticais as relações entre as grandezas de mesma natureza.

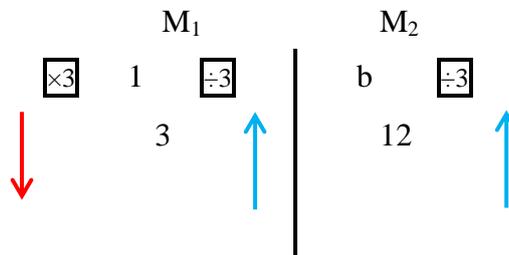


Figura 1. Divisão como partilha equitativa.

O objetivo é encontrar o valor unitário $b = f(1)$, conhecendo $f(3) = 12$, onde $f(x) = ax, \forall x \in \mathbb{N}$. Divide-se 12 por 3, tal como representa a relação vertical de baixo para cima. O operador²⁶ $(\div 3)$ é um operador escalar, que apenas espelha na coluna direita o que ocorre na coluna esquerda, expressando a passagem de 3 refrigerantes para 1 refrigerante. Assim, o operador $(\div 3)$ é o operador inverso do operador $(\times 3)$ que faz passar de 1 refrigerante para 3 refrigerantes (VERGNAUD, 2009b, p. 242).

²⁶ Seja a operação multiplicação dada por $X: M \times M \rightarrow M, (x, y) \rightarrow x \times y$, M pode ser $\mathbb{N}, \mathbb{Z}, \mathbb{Q}$ ou \mathbb{R} (fechada nestes conjuntos). A operação multiplicação por escalar é um caso particular do operador multiplicação onde consideramos $f: a \times M \rightarrow M, (a, x) \rightarrow a \times x$, onde $a \in M$, M pode ser $\mathbb{N}, \mathbb{Z}, \mathbb{Q}$ ou \mathbb{R} . O *operador escalar* é o operador multiplicação quando consideramos uma variável e deixamos a outra entrada fixa. No caso, fixamos a 1ª variável e chamamos de a (DOMINGUES, 1991).

Dois procedimentos de caráter multiplicativo podem ser identificados: (i) a inversão do operador escalar, que envolve o teorema-em-ação “dividir 12 reais por 3 refrigerantes” e (ii) a busca do fator em falta por tentativa e erro que envolve o teorema-em-ação “qual é o número que multiplicado por 3 dá 12?”. Algumas crianças evitam a dificuldade conceitual da inversão e buscam por tentativa e erro o fator em falta, e até mesmo adultos o fazem pela familiaridade com a tabuada da multiplicação. Esse teorema só é válido para números inteiros pequenos. A distribuição um a um não é considerada um procedimento multiplicativo (VERGNAUD, 1983; PINTO, 2009).

Em outras palavras, os problemas de partição são aqueles em que são dados “uma quantidade inicial e o número de vezes (número de partes) em que esta quantidade deve ser distribuída, devendo-se encontrar o tamanho de cada parte (número de elementos)”. Na solução desse tipo de problema, temos as relações: o quociente (q) equivale ao tamanho das partes, o dividendo (D) equivale à quantidade a ser dividida e o divisor (d) equivale ao número de partes em que o todo é dividido (LAUTERT; SPINILLO, 2002, p. 238).

Na divisão como *medida*, o dividendo e o divisor são da mesma natureza. A finalidade é encontrar o número de quotas ou grupos, conhecendo o tamanho de cada grupo. Por exemplo, a situação “Cada caderno custa R\$ 4,00. Quantos cadernos você pode comprar com R\$ 48,00?” onde $M_1 =$ [número de cadernos] e $M_2 =$ [reais] pode ser representada, de acordo com Vergnaud (1983, 2009b), pelo esquema (ou diagrama) a seguir (Figura 2). As setas indicam as relações entre as grandezas diferentes.

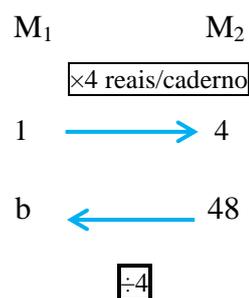


Figura 2. Divisão como medida.

A coluna da direita (preço em reais) é obtida multiplicando cada caderno por 4 reais, ou seja, multiplicando pela taxa ($\times 4$ reais/caderno), por exemplo:

$$1 \text{ caderno} \times \frac{4 \text{ reais}}{\text{caderno}} = 4 \text{ reais,}$$

$$2 \text{ cadernos} \times \frac{4 \text{ reais}}{\text{caderno}} = 8 \text{ reais} \quad \text{e, assim, sucessivamente.}$$

O objetivo é encontrar b , sabendo que $f(1) = 4$ e $f(b) = 48$, onde $f: M_1 \rightarrow M_2, f(x) = 4x, \forall x \in \mathbb{N}$. Divide-se 48 por 4 para se obter x cadernos, conforme aponta a relação horizontal da direita para a esquerda. Esta operação ($\div 4$) é uma função inversa $f^{-1}: M_2 \rightarrow M_1, f^{-1}(x) = \frac{1}{4}x, \forall x \in \mathbb{N}$ da função direta $f(x) = 4x, \forall x \in \mathbb{N}$.

Dois procedimentos de caráter multiplicativo podem ser identificados: (i) a inversão do operador funcional, que envolve o teorema-em-ação “dividir 48 reais por grupos de 4 reais”; e (ii) a aplicação do operador escalar que envolve o teorema-em-ação “quantas vezes 4 cabe em 48”, que evita o procedimento da inversão funcional, que pode ser mais difícil para algumas crianças. A adição ou a subtração sucessiva não são considerados procedimentos multiplicativos (VERGNAUD, 1983; PINTO, 2009).

Em outros termos, nesse tipo de problema o quociente a ser obtido refere-se ao número de partes em que o todo foi dividido, o dividendo é representado pelo todo e o divisor é o tamanho das partes (quota) (SPINILLO; LAUTERT, 2002). Podemos notar que os dois exemplos apresentados, situação de quota e outra de medida, utilizam o mesmo cálculo relacional (uma divisão), mas a última representa um caso mais delicado que a primeira, conforme Vergnaud (2009). Para Spinillo e Lautert (2002), os problemas de partição são mais fáceis do que os de divisão por quotas, pois “a noção inicial que a criança tem sobre a divisão, derivada das experiências sociais, é a de repartir um todo em partes iguais até que este todo se esgote” (p. 238).

Em síntese, os problemas de isomorfismo de medidas envolvem relações multiplicativas associadas diretamente à relação de proporcionalidade. O raciocínio proporcional exige que o estudante perceba nessas situações a relação de invariância entre as grandezas (a relação constante entre estas) e a covariação (porque variam em conjunto). Na resolução destas situações, vimos procedimentos vinculados ao raciocínio escalar, quando as relações ocorrem dentro de um mesmo espaço de medida (entre grandezas de mesma natureza) e o raciocínio funcional, quando relações ocorrem entre grandezas de naturezas diferentes (PONTE et al., 2010).

Vergnaud (2009b, p. 262-263) ainda discute outra categoria de problema multiplicativo que denomina de “caso de um único espaço de medida”. Exemplos desse tipo podem ser analisados como uma relação ternária, pois não estabelecem uma correspondência entre quatro grandezas, mas entre duas de mesma natureza de um lado e dois objetos de outro. Apesar de estabelecer uma correspondência, não é considerado um caso de isomorfismo de medidas.

As expressões “vezes mais”, “vezes menos” estão presentes no enunciado desses problemas. Essa categoria também é designada de *comparação multiplicativa* (BRASIL, 1998; MAGINA; SANTOS; MERLINI, 2014). Situações de comparação multiplicativa permitem identificar problemas cujas soluções envolvem uma multiplicação ou uma divisão (busca de um escalar e busca de uma medida). As mais simples são muito exploradas no ensino fundamental utilizando as expressões dobro, triplo, etc. Baseado em Vergnaud (2009b), apresentaremos dois exemplos que podem ser resolvidos por uma divisão:

Busca de um escalar: A situação “A casa de Joana de dois andares tem 6 metros de altura e o muro ao redor mede 2 metros. Quantas vezes a casa é maior que o muro?” onde $M=[\text{altura}]$ pode ser representada de acordo com Vergnaud (2009b) pelo diagrama a seguir (Figura 3).

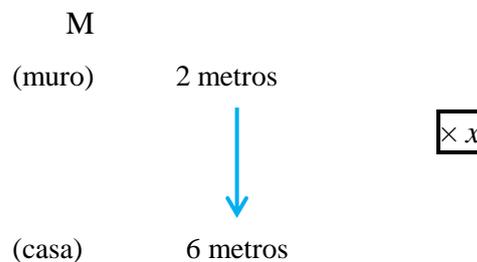


Figura 3. Divisão: busca de um escalar.

Dois procedimentos de caráter multiplicativo podem ser identificados: (i) Buscar o escalar usando diretamente o teorema-em-ação “dividir 6 m por 2m ($6 \div 2 = 3$)” e (ii) Buscar o escalar por tentativa e erro que envolve o teorema-em-ação “qual é o número x que multiplicado por 2 dá 6?”. O primeiro procedimento apresenta uma ideia de distribuição ou partilha.

Busca de uma medida: A situação “O prédio onde moro mede 30 m de altura. Ele é três vezes maior que o prédio que minha amiga mora. Quanto mede o prédio da minha amiga?” com $[M=\text{altura}]$ pode ser representada, de acordo com Vergnaud (2009b), pelo esquema ou diagrama a seguir (Figura 4):

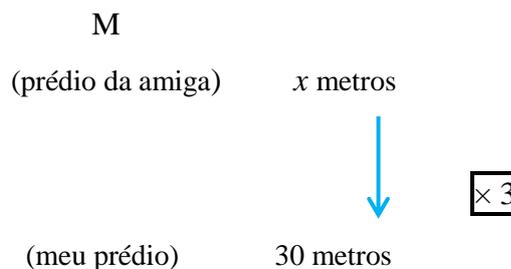


Figura 4. Divisão: busca de uma medida.

Dois procedimentos de caráter multiplicativo podem ser identificados: (i) a inversão do operador escalar que envolve o teorema-em-ação *dividir 30 metros por 3* para encontrar a medida e (ii) busca do fator em falta que envolve o teorema-em-ação *qual o número x que multiplicado por 3 dá 30?*.

Segundo Vergnaud (2009b, p. 262-263), “a análise em termos de operadores-escalares é compreendida facilmente pelas crianças”, mas implica diferenciar medida e escalar. A pergunta “quanto mede o prédio” e “quantas vezes a casa é maior” enfatiza “a diferença entre a noção de medida e a de escalar”. Este tipo de problema exige que as crianças descubram tanto as medidas como os operadores.

Produto de medidas é uma estrutura baseada numa composição cartesiana de duas grandezas, M_1 e M_2 , para encontrar uma terceira M_3 . Abrange situações de área, volume, produto cartesiano e outros conceitos físicos. Como envolve três variáveis, não sendo conveniente representá-la por uma simples tabela de correspondência, como se usa para o caso de isomorfismo de medidas, mas por uma tabela de dupla entrada. Essas situações podem ser resolvidas por uma multiplicação ou uma divisão (VERGNAUD, 1983).

Por exemplo, para a situação “Qual é a área de um salão de festas retangular que tem 15 metros de comprimento e 10 metros de largura?” $M_1 =$ [largura], $M_2 =$ [comprimento] e $M_3 =$ [área], a solução consiste numa multiplicação de duas grandezas nos aspectos dimensionais e numéricos: área (m^2) = comprimento (m) \times largura (m) = 10 m \times 15 m = 150 m^2 . Ou seja, a solução consiste num produto de medidas. Se mudarmos a pergunta “A área de um salão de festas retangular é 150 m^2 , seu comprimento é 15 metros, qual é a largura deste salão?” a solução é uma divisão área (m^2) \div comprimento (m) = largura (m). A figura 5 mostra um esquema que representa esta situação (VERGNAUD, 1983).

	M_2 15
M_1 10	x M_3

	M_2 15
M_1 x	150 M_3

Figura 5. Esquema da multiplicação e divisão como produto de medidas.

Vejamos um exemplo relativo à noção de produto cartesiano²⁷ de dois conjuntos disjuntos ($M \cap R = \emptyset$), presente nas situações associadas à ideia de combinatória. Por exemplo, “4 rapazes e 3 moças estão dançando num baile, cada rapaz quer dançar com cada moça e cada moça quer dançar com cada rapaz. Quantos casais diferentes de um rapaz com uma moça podem ser formados?”. $M = [m_1, m_2, m_3]$, $R = [r_1, r_2, r_3, r_4]$. Esta situação pode ser resolvida por uma multiplicação $3 \times 4 = 12$ e, facilmente, verificada por uma tabela de dupla entrada, conforme a Tabela 2 (VERGNAUD, 1983).

	Rapazes (R)			
	r_1	r_2	r_3	r_4
Moças (M)				
m_1	(m_1, r_1)	(m_1, r_2)	(m_1, r_3)	(m_1, r_4)
m_2	(m_2, r_1)	(m_2, r_2)	(m_2, r_3)	(m_2, r_4)
m_3	(m_3, r_1)	(m_3, r_2)	(m_3, r_3)	(m_3, r_4)

Tabela 2. Tabela de dupla entrada: $M \times R = \{(m_i, r_i) / m_i \in M, r_i \in R, i=1, 2, 3, 4\}$.

Em todas as colunas paralelas, observa-se que o número de casais é proporcional ao número de moças, quando o número de rapazes for constante. Por exemplo, seja m o nº de moças e $4m$ o nº de casais, quando $r = 4$, temos $\frac{4m}{m} = 4$ (constante de proporcionalidade). E o número de casais também é proporcional ao número de rapazes quando o número de moças for constante, observa-se em todas as linhas paralelas. Por exemplo, seja r o nº de rapazes, $3r$ o nº de casais, quando $m = 3$, temos $\frac{3r}{r} = 3$ (constante de proporcionalidade), conforme a Tabela 3 (VERGNAUD, 1983).

Nº Moças	Nº Rapazes					
	1	2	3	4	5	... r
1	1			4		
2	2	4	6	8	10	... 2r
3	3	6	9	12	15	... 3r
.			.			
.			.			
m			$3m$	$4m$... $m \times r$

Nº de casais

Tabela 3. Relação proporcional entre o nº de casais e o nº de rapazes ou de moças, conforme um ou outro permanecer constante.

²⁷ Dado dois conjuntos A e B, o produto cartesiano de A e B, denotado $A \times B$, é o conjunto de todos os pares ordenados (a, b) , onde $a \in A$ e $b \in B$. Notação: $A \times B = \{(a, b) / a \in A \text{ e } b \in B\}$.

Alterando a pergunta, “Num baile formaram-se 12 pares diferentes de moças com rapazes. Como os rapazes eram 4, quantas eram as moças?”. Três procedimentos de caráter multiplicativo podem ser identificados: (i) a operação inversa da multiplicação ($4 \times m = 12$, $m = 12 \div 3 = 4$) que envolve o teorema-em-ação “dividir 12 casais por 4 rapazes para encontrar o nº de moças”; (ii) buscar o fator em falta por tentativa e erro que envolve o teorema-em-ação “qual o número que multiplicado por 4 dá 12?” e (iii) Utilizar a tabela de dupla entrada ou formar pares ordenados (r, m) por tentativa e erro, usando o teorema-em-ação “com 4 rapazes quantas moças são necessárias para formar 12 casais diferentes?”.

A combinatória é uma estrutura primordial para ampliar a potencialidade do pensamento, oportunizando a iniciação ao pensamento hipotético-indutivo ou formal. Em contraste com as operações concretas, que se apoiam nos objetos, nas suas reuniões ou classes, relações, enumeração; essa estrutura “engendra uma nova lógica”, permite a libertação do pensamento em relação aos objetos, ou melhor, libera “as relações e as classificações dos seus laços concretos ou intuitivos” (PIAGET; INHELDER, 2012, p. 118-119). Além disso, possibilita a construção de

Quaisquer relações e quaisquer classes, sejam elas quais forem, reunindo 1 a 1, ou 2 a 2, 3 a 3 etc. elementos quaisquer. Essa generalização das operações de classificação ou de relações de ordem redonda no que se denomina uma combinatória (combinações, permutações etc.), a mais simples das quais é constituída pelas operações de combinações propriamente ditas, ou classificação de todas as classificações (PIAGET; INHELDER, 2012, p. 118-119).

Em suma, as considerações desenvolvidas nesta seção, concernentes aos significados da divisão e seus esquemas, mostram que as situações-problema cotidianas e escolares fornecem o conteúdo para desenvolver este conceito. A ideia de divisão está vinculada a diversos significados dentro das categorias: isomorfismo de medidas (partilha ou medida), produto de medidas, comparação multiplicativa. Para Vergnaud (1988, 2009b), a Matemática é ferramenta indispensável para a análise das diferenças existentes entre essas classes de problemas. O professor deve valer-se dela para compreender os procedimentos que os estudantes utilizam e, sobretudo, auxiliá-los no reconhecimento da estrutura do problema para encontrar procedimentos cada vez mais adequados para a sua resolução. “A complexidade do problema depende da sua estrutura, do domínio do contexto, das características numéricas dos dados, da apre-

sentação; mas o significado e o peso destes fatores depende fortemente do nível cognitivo dos estudantes” (1988, p. 143, tradução nossa)²⁸.

Neste trabalho buscaremos os esquemas dos estudantes surdos, a partir dos registros de suas ações nas situações de isomorfismo de medidas, comparação multiplicativa e combinatória, no domínio dos números naturais.

Ao deparar-se com uma situação, os estudantes deixam alguns rastros nos registros de sua atividade. Os diversos registros de sua ação sejam verbais, escritos, corporais-gestuais devem ser examinados. Vergnaud adverte que, para “compreender a natureza do pensamento dos alunos e obter suas constituições mais essenciais” (MUNIZ, 2009, p. 116), é preciso considerar todos os registros da atividade humana, não nos limitando apenas aos registros científicos ou técnicos:

De fato o que se desenvolve no decorrer da experiência é um amplo repertório de formas de organização da atividade humana: os gestos, os afetos e as emoções, a linguagem, as relações com outrem, os saberes e as competências [savoir-faire] científicas e técnicas (VERGNAUD, 2009a, p. 41).

Assim, convém investigar os vários tipos de registros da ação com o objetivo de compreender essas ressignificações, construções dos alunos tanto nas ações individuais como nas interações com seus pares, visando à compreensão dos seus conhecimentos.

A expressão “registros da ação” ou da atividade nos remete à relação pensamento e linguagem ou cognição e linguagem. A abordagem da TCC admite ser possível, não de forma fácil, identificar elementos do pensamento dos estudantes, olhando para os registros da ação, quando entende a representação como um processo dinâmico que não apenas acompanha a atividade, mas consegue organizá-la por meio dos esquemas. Entretanto, consideramos importante pontuar alguns aspectos dessa relação dentro de outras abordagens para melhor justificar tal análise, inclusive aquelas que fazem referência aos sujeitos surdos sinalizadores. Assim, questionamos: a linguagem pode modelar o pensamento? Os registros se relacionam com a explicitação do pensamento ou constituem o próprio pensamento verbal, gestual e escrito?

²⁸ “The complexity of problems depends on the structure of the problem, on the context domain, on the numerical characteristics of data, and on the presentation; but the meaning and the weight of these factors depends heavily on the cognitive level of students” (VERGNAUD, 1988, p. 143).

3.3 PENSAMENTO E LINGUAGEM: COMO SE RELACIONAM NA AÇÃO COGNITIVA?

Geralmente, as posições entre pensamento e linguagem pendem entre dois lados: o dos que consideram a independência desses componentes e o daqueles que assumem uma relação mútua entre eles. Nosso objetivo não é fazer um estudo teórico amplo dessas posições, mas sublinhar aspectos que legitimem nossa proposta de olhar as práticas matemáticas ou as estratégias de pensamento (esquemas) dos alunos surdos por meio das suas produções linguísticas.

Alguns autores ligados a Piaget admitem que linguagem e pensamento têm origens distintas, e consideram que o desenvolvimento linguístico estaria associado ao “desenvolvimento da função simbólica” que depende dos processos cognitivos adquiridos numa fase anterior. “A criança passaria, assim, de uma etapa sensório-motora, na qual a ação é a principal característica, para uma etapa pré-operacional, na qual determinados esquemas mentais, já adquiridos na primeira etapa, favoreceriam aquisição da linguagem” (SANTANA, 2007, p. 205).

A linguagem, em Piaget, estaria apenas parcialmente relacionada com o pensamento, seria responsável por ajudar no “aparecimento do pensamento operacional”, possibilitaria à criança lembrar situações passadas, desvencilhar-se do “espaço próximo e presente” (SANTANA, 2007, p. 205). Porém, em Piaget, o pensamento é anterior à linguagem e esta quando adquirida, o modifica:

Mas como a linguagem só é uma forma particular da função simbólica, e como o símbolo individual é, certamente, mais simples que o signo coletivo, conclui-se que o pensamento precede a linguagem e que esta se limita a transformá-lo, profundamente, ajudando-o a atingir suas formas de equilíbrio através de uma esquematização mais desenvolvida e de uma abstração móvel (PIAGET, 1972, p.86).

Assim, a linguagem não determina o pensamento, mas aumenta a “capacidade de compreensão” dos conceitos, não reflete o quanto as crianças sabem o que implica uma certa “defasagem entre o saber e a comunicação”. Nessa perspectiva, o atraso no desenvolvimento do surdo pode ser atribuído à “falta de experiências comunicativas da criança, e não porque a linguagem fosse essencial para o pensamento (pelo menos nos estágios iniciais)”; ela seria imprescindível apenas para o desenvolvimento do pensamento abstrato (SANTANA, 2007, p. 205-207).

Tratando da evolução das ideias de Piaget sobre a relação pensamento/linguagem, Montoya (2006, p. 125) citou as considerações daquele autor sobre uma pesquisa com surdos realizada por seus colaboradores:

Piaget concluiu que apesar do atraso apresentado por esses sujeitos no que se diz formação das operações mentais, não se pode falar de carência da operação propriamente dita, pois nesses se encontram os mesmos estágios de evolução, com um atraso de um ou dois anos em relação às crianças normais (MONTROYA, 2006, p. 125).

Porque, para Piaget, quando as crianças são capazes de representar e de utilizar a função simbólica, elas precisam praticar “a evocação e reconstituição das ações vividas, através das narrativas” para que os “esquemas se interiorizem e se transformem em conceitos”. Para tanto, é indispensável que “elas estejam inseridas em permanente troca simbólica (expressar e trocar, com outras crianças e adultos, lembranças, projetos, pensamentos e sentimentos)” (MONTROYA, 2006, p. 125). Em relação às crianças surdas, esse autor afirma que algumas dificuldades podem ocorrer nesse processo porque

As crianças surdas, embora consigam organizar o mundo no plano sensório-motor, no plano simbólico ou semiótico, devido a danos produzidos nos canais auditivos, apresentam dificuldades ou limitações na continuidade da troca com o meio. Em função disso, o ritmo de formação do pensamento operatório fica prejudicado. Essas crianças conseguem constituir o nível de pensamento operatório elementar, mas com atrasos significativos em relação aos ouvintes (MONTROYA, 2006, p. 125).

Entendemos que não é apenas o dano causado pela surdez que provoca impedimento para as trocas simbólicas, mas a predominância da língua oral em relação à língua de sinais nas interações sociais, ou seja, a desconsideração dos ingredientes presentes e defendidos pela cultura e pedagogia surda, como, por exemplo, a concepção da surdez como uma experiência visual, são elementos que influenciam nas dificuldades para o desenvolvimento cognitivo dessas crianças.

Poker (2001, p.1) empreendeu um estudo teórico e empírico (de intervenção) junto a sujeitos surdos, buscando analisar o processo de construção do conhecimento fundamentada em Piaget para compreender como “a inteligência representativa se constitui, e qual o papel da linguagem nesse processo”. Dessa forma, concluiu que:

Não é a falta da linguagem em si que produz o atraso cognitivo, mas a limitação do surdo em realizar trocas simbólicas com seu meio, provocado pela inexistência de um instrumento simbólico e de um ambiente adequado, capaz de solicitá-lo a exercitar sua capacidade representativa. [...] As trocas simbólicas se constituíram no elemento imprescindível para o desenvolvimento da representação por permitirem ao sujeito a interação efetiva com o meio, dando-lhe condições de apreender as solicitações, levando-os a evoluir cognitivamente (POKER, 2001, p. 1).

Fundamentado nesse estudo de base piagetiana, a autora recomenda que o surdo adquira, desde muito cedo uma língua, seja ela oral ou de sinais, para que as trocas simbólicas com outros não sejam prejudicadas e suas funções cognitivas se desenvolvam naturalmente.

Retomando as ideias de Piaget, percebemos a ênfase nas ações (sensório-motora, ação verbal e ação mental). “As ações sensório-motoras são anteriores a toda linguagem, a toda conceituação representativa ou pensamento conceitualizado” (BOUYER, 2011, p.86). O pensamento “é, simplesmente, a interiorização da ação (embora, geralmente, acompanhada de atividade motora residual, como por exemplo, gestos e movimentos dos olhos)” (MOREIRA, 1999, p. 101).

Por exemplo, a criança age sobre os objetos à sua vista, em seguida reproduz esse contato físico numa imagem mental, interiorizando a ação externa numa ação interna, em nível mental. A “condição de interiorização” depende do processo de “assimilação-acomodação que origina os determinados “esquemas” (já referidos) os quais, por sua vez, constituem a base da aprendizagem, segundo Piaget” (DIAZ, 2011, p. 39-40).

Apesar de não negar a importância da linguagem para o pensamento, sua utilidade estaria relacionada com as funções de “comunicar o pensamento e representar o mundo”. Isso denota uma visão instrumental da linguagem. Nesse sentido “a linguagem não modifica a cognição, assim como a aprendizagem não modifica o desenvolvimento cognitivo”. Desta forma, “a linguagem apenas deixa à mostra o funcionamento cognitivo” (SANTANA, 2007, p. 207).

Com uma visão próxima daquela de Piaget, Vergnaud expressa sua posição, mas também não considera uma total fusão do pensamento e da linguagem:

A linguagem que acompanha o pensamento contribui para a seleção e a transformação da informação, para a regulação e o planejamento da ação, para o esclarecimento e a lembrança do objetivo a atingir. Assim, não se pode confundir pensamento e linguagem, ainda que a linguagem desempenhe um papel importante na conceitualização e no funcionamento do pensamento em situação (PLAISANCE; VERGNAUD, 2003, p. 71).

O pensamento e a linguagem em Vygotsky originam-se e desenvolvem-se de forma independente, mas em determinado momento do desenvolvimento ontogenético (e filogenético) eles se relacionam mutuamente (OLIVEIRA, 1997).

O desenvolvimento da criança pequena passa por uma fase de pensamento pré-verbal (ou pré-linguística) e por uma fase de linguagem pré-intelectual, fases anteriores à junção do pensamento e da linguagem. Desde cedo, mesmo antes de dominar a linguagem simbólica, a criança consegue “resolver problemas práticos”, por exemplo, “subir numa cadeira para alcançar um brinquedo” e apresenta manifestações verbais (vocalizações, choro, riso, e gestos) para “alívio emocional”, “contato social” e “comunicação difusa” com outros. Por volta de dois anos começa a ocorrer o encontro entre pensamento e linguagem: “a fala torna-se intelec-

tual, com função simbólica, generalizante, e o pensamento torna-se verbal, mediado por significados dados pela linguagem”. Essas mudanças ontogenéticas são possíveis graças “à inserção da criança num grupo social” interagindo “com os membros mais maduros da cultura, que já dispõem de uma linguagem estruturada” dando origem ao sofisticado mecanismo do pensamento verbal e da linguagem racional (OLIVEIRA, 1997, p. 46- 47).

Vygotsky (2009, p. 139) propôs um esquema para as relações pensamento/ linguagem, comentadas acima:

Poderíamos conceber a relação entre pensamento e linguagem como dois círculos que se cruzam, mostrando que em uma parte desse processo os dois fenômenos coincidem, formando o chamado campo do “pensamento verbalizado”. Mas este pensamento não esgota todas as formas do pensamento nem de linguagem. Há uma vasta área do pensamento que não mantém relação direta com o pensamento verbal. Como mostrou Bühler, o pensamento instrumental e técnico e todo o campo do chamado intelecto prático. [...] psicólogos da Escola de Würzburg demonstraram que o pensamento pode funcionar sem nenhuma imagem verbal ou movimentos de linguagem detectáveis (VYGOTSKY, 2009, p. 139).

Nesta afirmação, percebemos que, apesar de o pensamento e a linguagem se vincularem a partir de uma determinada fase e se prolongarem desse modo, existe a possibilidade de haver linguagem sem pensamento (“linguagem puramente emocional ou na repetição automática de frases decoradas”) e de pensamento sem linguagem, nas ações práticas. “Mas o pensamento verbal passa a predominar na ação psicológica tipicamente humana” (OLIVEIRA, 1997, p. 47).

Em Vygotsky, a linguagem, posteriormente, também assume um caráter instrumental, porém no sentido de ferramenta do pensamento, permitindo a generalização e a abstração. Quando a criança domina a linguagem por meio dos processos sociais (externos) utiliza-a inicialmente como ferramenta para comunicar-se, em seguida “passa a ser capaz de utilizá-la como instrumento (interno, intrapsíquico) de pensamento” (OLIVEIRA, 1997, p. 51-52). O próprio Vygostky (2009, p. 149) afirma: “o desenvolvimento do pensamento da criança depende de seu domínio dos meios sociais do pensamento, isto é, da linguagem”.

De acordo com Vygostky (2011) as crianças cegas e surdas não possuem os meios orgânicos e naturais de acesso ao mundo, mas os meios alternativos de comunicação (Braille, mímica, gestos, língua de sinais) podem compensar a deficiência orgânica inserindo-as no mundo sociocultural. Ou seja, o acesso à linguagem possibilita o ingresso dessas crianças no caminho do desenvolvimento cultural, transformando o seu desenvolvimento psicológico:

O desenvolvimento das funções psíquicas superiores é possível somente pelos caminhos do desenvolvimento cultural, seja ele pela linha do domínio dos meios externos da cultura (fala, escrita, aritmética), ou pela linha do aperfeiçoamento interno das

próprias funções psíquicas (elaboração da atenção voluntária, da memória lógica, do pensamento abstrato, da formação de conceitos, do livre-arbítrio e assim por diante). As pesquisas mostram que a criança anormal, em geral, tem atrasos justamente nesse aspecto. Tal desenvolvimento não depende da deficiência orgânica (VYGOSTKY, 2011, p. 869).

Essa visão significa um rompimento com o paradigma biológico da psicologia na época, cujos estudos buscavam primeiro investigar de que forma as funções naturais e orgânicas das crianças influenciavam a aprendizagem dos elementos culturais. Mas, romper com essa perspectiva, exige inverter a ordem de inquérito para: como o acesso aos elementos culturais, mesmo que por meios diferentes dos considerados “normais”, influenciam o desenvolvimento psicológico. Por exemplo, “como a assimilação da fala ou da aritmética transforma as funções naturais do aluno, como ela reconstrói todo o curso de seu pensamento natural” (VYGOTSKY, 2011, p. 866).

Em síntese, em Vygostky, no momento em que a linguagem se torna mediadora e constitutiva dos processos cognitivos, “há mudanças nas operações mentais em função do uso dos signos” (p. 207). Como a linguagem é de natureza simbólica, interativa, representativa, cognitiva, estruturante, ela “modifica a cognição”. Contudo, isso não significa que o surdo não possa pensar quando ainda não dominou inteiramente uma língua (seja ela oral ou sinalizada), pois outros mecanismos de significação distintos da oralidade são mobilizados (gestos, expressões faciais, sinais caseiros combinados com familiares) nas interações sociais, e estas, envolvem situações “simbólicas, cognitivas e significativas” (SANTANA, 2007, p. 207-211). Além disso, a autora adverte (p. 211):

Os surdos têm memória, atenção, percepção que são construídas também e, sobretudo, visualmente. Na ausência de língua estruturada, o cérebro (dinâmico) se organiza por meio de processos de significação eminentemente visuais, conferindo uma qualidade particular à cognição, um processamento “simultâneo e espacial”. Entretanto, a extensão da ação simbólica é uma conquista da linguagem.

O próprio Piaget, referindo-se à passagem das condutas sensório-motoras para as ações interiorizadas ou conceitualizadas enfatiza que:

Não se pode apontar as transmissões verbais como as únicas responsáveis por isso, uma vez que os **surdos-mudos**, embora com atraso em relação aos indivíduos normais, por falta de incitamentos coletivos suficientes nem por esse fato deixam de apresentar estruturas cognitivas análogas às dos normais; portanto, é à função semiótica em geral, resultantes dos progressos da imitação (a conduta sensório motora mais próxima da representação, mas em atos), e não à linguagem somente, que devemos atribuir essa mudança fundamental e decisiva de direção na elaboração dos instrumentos de conhecimento (PIAGET, 2007, p.19-20, grifo nosso).

Entretanto, não podemos considerar do mesmo modo, um indivíduo que tem uma língua como principal instrumento para seu pensamento lógico e um indivíduo que não teve qualquer acesso à aquisição de uma língua. Mesmo sabendo que nem todos os processos mentais são realizados através dos mecanismos linguísticos, o fato é que a ausência da aquisição de uma língua provoca, no desenvolvimento geral dos processos cognitivos, alguma alteração significativa (FERNANDES, 2003, p. 24). De acordo com Sacks (2010, p. 95), existem evidências mostrando que “a experiência da língua pode alterar flagrantemente o desenvolvimento cerebral”; portanto, em termos gerais, podem existir riscos neurológicos relativos à surdez congênita:

Nem a língua nem as formas superiores de desenvolvimento cerebral ocorrem “espontaneamente”; dependem da exposição à língua, da comunicação e uso apropriado da língua. Se as crianças surdas não forem expostas bem cedo a uma língua ou comunicação adequada, pode ocorrer um atraso (até mesmo uma interrupção) na maturação cerebral, com uma contínua predominância de processos do hemisfério direito e um retardamento na “troca” hemisférica. Mas se a língua, um código linguístico, puder ser introduzida na puberdade, a forma do código (fala ou sinais) não parece importar; importa apenas que seja boa e suficiente para permitir a manipulação interna – e então a mudança normal para a predominância do hemisfério esquerdo poderá ocorrer. E se a língua primária for a de sinais, haverá adicionalmente, uma intensificação de muitos tipos de habilidade visual-cognitiva, tudo acompanhado de uma mudança da predominância do hemisfério direito para a do esquerdo (SACKS, 2010, p. 96).

Nessas concepções, percebemos que a aquisição da linguagem impulsiona o desenvolvimento da criança, potencializando a compreensão, a abstração, a formação dos conceitos e o próprio pensamento. No caso de surdos, esta deve ser adquirida, o mais cedo possível, seja na modalidade oral ou sinalizada (escolha particular do surdo e seus familiares).

De acordo com Silva (2004, p. 4), a linguagem, por ter um caráter categorial, acaba por estruturar as formas de conhecimento, mas “em vez de o espelhar, a linguagem é um meio de o interpretar e construir, de organizar conhecimentos que refletem as necessidades, os interesses e as experiências dos indivíduos e das culturas”. Os estudos relativos ao campo da Linguística Cognitiva têm trazido novas abordagens sobre as relações cognição e linguagem, incluindo os aspectos interacionais, sociais e culturais neste processo:

As mentes individuais não são entidades autónomas, mas corporizadas-encarnadas e altamente interactivas com o seu meio; e é através desta interacção e acomodação mútua que a cognição e a linguagem surgem, se desenvolvem e se estruturam. Não existe, pois, propriamente linguagem humana independentemente do contexto sócio-cultural. Mas não é menos verdade que a linguagem reside primariamente nas mentes individuais, sem as quais a interacção linguística não poderia ocorrer (SILVA, 2004, p. 5).

Esses pressupostos fundamentam a postura filosófica e epistemológica das abordagens denominadas de “experencialismo”, ou “realismo corporizado ou encarnado (“*embodied realism*””, conforme Silva (2004, p. 5).

A perspectiva da cognição corporificada não separa cognição de linguagem, esses componentes estão intimamente imbricados: o pensamento não é apenas interno nem a linguagem seria apenas sua pura representação, o pensamento é encarnado, isso ultrapassa a dicotomia interno - externo. Entretanto, a linguagem fornece pistas para os nossos processos inconscientes de conceitualização:

Mas o nosso sistema conceitual é algo de que nós nem sempre tomamos consciência. Na maioria das pequenas coisas que fazemos todos os dias, simplesmente pensamos e agimos, mais ou menos automaticamente, seguindo determinadas regras. Mas quais são essas regras de maneira alguma é óbvio de saber. Uma maneira de descobrir é olhar para a linguagem. Uma vez que a comunicação é baseada no mesmo sistema conceitual que nós usamos para pensar e agir, a linguagem é uma fonte importante de evidência para entender como se parece esse sistema (LAKOFF; JOHNSON, 1980, p. 124, tradução nossa²⁹).

Alguns estudos (BORODITSKY, 2014, p. 46) têm apontado que a linguagem pode moldar o pensamento e diferentes idiomas implicam formas distintas de percepção do mundo. Essa autora tem mostrado em suas pesquisas que a linguagem “molda até mesmo as dimensões mais fundamentais da experiência humana: espaço, tempo, causalidade e relacionamento com os outros”.

Das distintas contribuições apresentadas sobre as relações pensamento e linguagem, advindas, principalmente de Piaget, Vergnaud, Vygostky, Sacks, Lakoff e Johnson e da psicologia cognitiva, percebemos como a aquisição de uma língua pode alterar, significativamente, o desenvolvimento cognitivo dos sujeitos surdos, em qualquer idade.

Além disso, consideramos ser possível buscar nas produções escritas, em Libras e gestuais os esquemas que se relacionam com as ações matemáticas viso-gestual-somáticas de alunos surdos, investigando como a Libras pode determinar tais esquemas.

Os procedimentos observáveis da ação e as estruturas de pensamento podem assumir um caráter indissociável. *Procedimento*, aqui, será compreendido como o desenvolvimento de ações concatenadas para alcançar um fim. “As inovações procedurais contribuem para a formação de estruturas operatórias. Desse ponto de vista, um procedimento pode ser conce-

²⁹ But our conceptual system is not something we are normally aware of. In most of the little things we do every day, we simply think and act more or less automatically along certain lines. Just what these lines are is by no means obvious. One way to find out is by looking at the language. Since communication is based on the same conceptual system that we use in thinking and acting, language is an important source of evidence for what that system is like (LAKOFF; JOHNSON, 1980, p. 124).

bido como um candidato à estruturalidade”, ou seja, das estruturas subjacentes ao pensamento (INHELDER; CAPRONA, 1996, p. 21-22).

Acreditamos que os registros da ação (na e pela linguagem) podem relacionar-se com a explicitação do pensamento e até mesmo constituir o próprio pensamento em Libras, gestual ou escrito.

3.4 OS REGISTROS DA AÇÃO

Temos consciência de que a maioria dos conteúdos contidos nos esquemas não pode ser explicada ou comunicada nas interações alunos-alunos e professores-alunos. Porém, a ação dos alunos numa atividade instrutiva pode deixar muitas pistas nos seus diversos registros linguísticos. Como nossa finalidade é buscar os conhecimentos em ação nos esquemas mobilizados por meio da Libras, dos gestos e nas produções escritas, apresentamos considerações sobre as características principais dessas produções.

3.4.1 Em Libras

Frequentemente, ouvimos as pessoas se referirem à língua de sinais como “a linguagem de sinais” ou até como os “gestos dos surdos” e não como língua. Antes de apresentarmos o reconhecimento e a caracterização da Libras, consideramos conveniente esclarecer alguns equívocos relativos aos termos língua e linguagem e a concepção teórica que embasou esse reconhecimento.

Língua e linguagem são termos comumente confundidos. Na língua inglesa, por exemplo, só existe uma palavra “*language*” que designa os dois termos, e o seu significado é dado pelo contexto, ora significando as línguas (português, inglês, alemão, língua de sinais, etc.), ora significando “uma série de outros sistemas de comunicação, notação ou cálculo, que são sistemas artificiais e não naturais” (QUADROS; KARNOPP, 2004, p. 24).

Um breve esclarecimento desses termos ajudará na compreensão dos fundamentos teóricos que estabeleceram as línguas de sinais como língua. Sublinharemos aqui apenas os significados advindos dessas concepções teóricas, porque as concepções de linguagem e de língua podem variar de acordo com a perspectiva teórica assumida (LYONS, 1987). Esse autor discute algumas definições oriundas da linguística, mas, antes, comenta que o termo linguagem tem sido empregado em algumas línguas (francês “*langage*”) para se referir a “sistemas

de comunicação, sejam naturais ou artificiais, humanos ou não” (p. 17). Neste trabalho, referimo-nos à linguagem como:

Qualquer meio de comunicação, como a linguagem corporal, as expressões faciais, a maneira de nos vestirmos, as reações do nosso organismo (tanto os estímulos do meio, como de nosso pensamento ou, mesmo, dos aspectos fisiológicos) ou a linguagem de outros animais, os sinais de trânsito, a música, a pintura, enfim, todos os meios de comunicação, sejam cognitivos (internos), socioculturais (relativos ao meio) ou da natureza, como um todo (FERNANDES, 2003, p. 16).

Língua é um tipo de linguagem, “um sistema abstrato de regras gramaticais”. As regras estruturam “a língua nos seus diversos planos (dos sons, da estrutura, da formação e das classes de palavras, das estruturas frasais, da semântica, da contextualização e do uso)”, conforme Fernandes (2003, p. 16). Essas definições foram influenciadas pelas ideias dos linguistas estruturalistas Saussure e Chomsky.

Para Saussure (1995, p. 17), a língua “é, ao mesmo tempo, um produto social da faculdade de linguagem e um conjunto de convenções necessárias, adotadas pelo corpo social para permitir o exercício dessa faculdade nos indivíduos”. Partindo, também, do pressuposto de que os seres humanos (capacidade específica da espécie humana) possuem uma aptidão genética para a linguagem, Chomsky funda o campo do gerativismo. Define *língua* como “um conjunto (finito ou infinito) de frases, todas elas de extensão finita, construídas a partir de um conjunto de elementos” (CHOMSKY, 1979, p. 15). Em outras palavras, “o sujeito que dominar um conjunto finito de regras será capaz de produzir um número infinito de sentenças”. Uma das diferenças conceituais entre Saussure e Chomsky é que, para o primeiro, “a língua, de forma generalizada, é um sistema de signos”, e para o segundo, “um conjunto de sentenças” (NASI, 2007, p. 4-7).

Para o linguista, o importante é saber “se as línguas naturais, todas, possuem em comum algo que não pertença a outros sistemas de comunicação, humano ou não, de tal forma que seja correto aplicar a cada uma delas a palavra ‘língua’” (LYONS, 1987, p. 17). Assim, a língua de sinais foi analisada e obteve status de língua fundamentado nas concepções teóricas provenientes da Linguística. Vários estudos distinguiram os seus aspectos fonológicos, semânticos e sintáticos e a “capacidade de gerar uma quantidade infinita de sentenças”. Esses estudos aumentaram a compreensão, tanto das línguas na modalidade visuoespacial, como das línguas em geral (QUADROS; KARNOPP, 2004, p. 29-30).

Segundo Quadros e Karnopp (2004, p. 30), Stokoe foi o primeiro a analisar os sinais, identificando suas partes constituintes, e concluiu que “os sinais não eram imagens, mas símbolos abstratos complexos”. Ele comprovou, inicialmente, que cada sinal apresentava pelo

menos “três partes independentes ou parâmetros (em analogia com os fonemas da fala): a localização, a configuração de mãos, o movimento e que cada parte possuía um número limitado de combinações”. A Figura 6 ilustra esses três parâmetros no sinal de “certeza”, realizado em Libras. Mais tarde, um quarto parâmetro denominado de “a orientação da palma da mão (O)”, foi acrescentado por Battison (1974), Klima e Bellugi (1979), citados por Gesser (2009, p. 14).

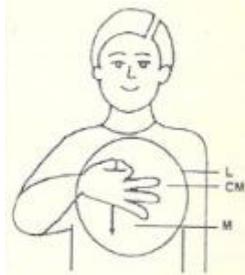


Figura 6. Os três parâmetros (Localização-L, Configuração de mãos-CM, Movimento-M) no sinal “certeza” em Libras.

Fonte: Desenho digitalizado de Gesser (2009, p. 14).

Santana (2007, p. 95) afirma que as expressões faciais fazem parte dos sinais e se referem à entonação nas línguas orais (afirmação, negação, dúvida etc.); o alfabeto manual integra a “semiologia das línguas de sinais, referindo-se sempre a nomes próprios, lugares, nomes científicos, sendo usado para vocábulos que não possuem sinais”.

Vale a pena salientar que não existe uma língua de sinais universal, cada país tem a sua, e em cada região existem diferenças regionais. Porém, as línguas de sinais possuem características gramaticais semelhantes e isso facilita a comunicação de surdos de diversas localidades. Por outro lado, a principal diferença entre as línguas de sinais e as línguas orais auditivas não reside apenas “no uso do aparelho fonador/mãos no espaço, e sim, na organização fonológica das duas modalidades: a linearidade, mais explorada nas línguas orais; e a simultaneidade, característica da língua de sinais” (SANTANA, 2007, p. 98).

Os estudos referidos anteriormente comprovaram que a língua de sinais é um instrumento adequado para o surdo construir seu conhecimento, permitindo-lhe expressar conteúdos de diversas naturezas em qualquer área (FELIPE, 1997). Em síntese, “as línguas de sinais são consideradas pela linguística como línguas naturais ou como um sistema linguístico legítimo, e não como um problema do surdo ou como uma patologia da linguagem” (KARNOPP; QUADROS, 2001, p. 1).

No Brasil, os surdos utilizam a Língua Brasileira de Sinais (Libras), termo escolhido pela Federação Nacional de Educação e Integração de Surdos (Feneis) para referir-se à língua de sinais dos surdos brasileiros. A Libras existe há mais ou menos cento e cinquenta anos, a

partir da existência da comunidade surda do Instituto Nacional de Educação de Surdos (INES), desde a sua fundação em 1857 (DINIZ, 2012). “Em 1855, um surdo francês Ernest Huet chegou ao Brasil, com o apoio do Imperador Dom Pedro II, para criar a primeira escola para surdos brasileiros” que permanece até o momento no Rio de Janeiro, no mesmo endereço (GESSER, 2009, p. 37).

Posteriormente, a Libras foi se afastando da influência francesa e assumindo características próprias pelas modificações inseridas pela comunidade surda do Brasil. Ainda hoje, tem sido ampliada, pois, como toda língua viva, ela está em constante crescimento, tendo seu léxico (vocabulário) aumentado através da criação de novos sinais realizados pela própria comunidade surda. A Feneis (2012) destaca que a Libras:

É reconhecida, cientificamente, como um sistema linguístico de comunicação gestual-visual, com estrutura gramatical própria, oriunda das Comunidades Surdas Brasileiras. É uma língua natural, formada por regras morfológicas, sintáticas, semânticas e pragmáticas próprias. É uma língua completa, com estrutura independente da língua portuguesa. Além disso, possibilita o desenvolvimento cognitivo dos surdos, favorecendo o acesso destes aos conceitos e conhecimentos existentes. [...] As Comunidades Surdas do Brasil vêm lutando para serem respeitadas enquanto minoria linguística e a Feneis tem apoiado essa causa desde sua fundação (FENEIS, 2012, p. 1).

Segundo Quadros (2003), a Libras começou a ser investigada na década de 1980 e a sua aquisição pelos surdos, nos anos 90. Esses estudos também concluíram que “o processo de desenvolvimento das crianças surdas adquirindo língua de sinais ocorre em período análogo à aquisição da linguagem em crianças adquirindo uma língua oral-auditiva” (QUADROS, 2003, p. 99).

Este trabalho não objetiva tecer uma descrição detalhada da Libras³⁰, mas trazer alguns elementos que possam ajudar na compreensão das práticas matemáticas nessa língua. Assim, fazemos uma breve apresentação da formação dos sinais. Os sinais em Libras correspondem às palavras ou ao item lexical nas línguas orais. O sinal é formado pela composição: movimento das mãos, configuração ou forma das mãos e localização (parte do corpo ou um espaço em frente ao corpo). As articulações das mãos são denominadas de parâmetros, segundo Felipe (2007, p. 20-21):

1. Configuração das mãos: “são formas das mãos, que podem ser da datilologia (alfabeto manual) ou outras formas feitas pela mão predominante (mão direita para os destros), ou pelas duas mãos do emissor ou sinalizador” (p. 20). Os sinais APRENDER e LARANJA têm a mesma configuração de mão e são realizados na testa e na boca, respectivamente.

³⁰ Para um estudo aprofundado ver Quadros e Karnopp (2004).

2. Ponto de articulação: é a localização da mão configurada que pode tocar “alguma parte do corpo ou estar em um espaço neutro vertical (do meio do corpo até à cabeça) e horizontal (à frente do emissor)” (p. 20-21). Os sinais TRABALHAR e BRINCAR são feitos no espaço neutro e os sinais APRENDER e PENSAR são realizados na testa.

3. Movimento: Corresponde aos movimentos que podem fazer parte ou não dos sinais.

4. Orientação/direcionalidade: “os sinais podem ter uma direção com relação aos parâmetros acima”, como os verbos IR e VIR, SUBIR E DESCER se opõem em relação à direcionalidade (p. 21).

5. Expressão facial e corporal: “muitos sinais, além dos quatro parâmetros mencionados acima, em sua configuração têm como traço diferenciador também a expressão facial e/ou corporal” (p. 21).

Combinando esses parâmetros forma-se o sinal. “O sinal é escrito no espaço para se referir a questões espaciais, temporais e gramaticais e diferentes planos espaciais são usados para gerenciar a linha do tempo, presente, passado, futuro” (HEALY et al., p. 10, no prelo, tradução nossa)³¹. “Falar com as mãos é, portanto, combinar esses elementos para formarem as palavras e estas formarem as frases em um contexto” (FELIPE, 2007, p. 21).

A ordem da frase na Libras pode variar, pesquisas mostram que existe uma flexibilidade na ordenação das palavras nas sentenças, mas a ordem Sujeito-Verbo-Objeto (SVO) foi identificada como a ordem mais básica. As ordens Objeto-Sujeito-Verbo (OSV) e Sujeito-Objeto-Verbo (SOV) podem também ocorrer subordinada ao contexto da frase e a outros elementos gramaticais (QUADROS; KARNOPP, 2004).

O léxico nativo da Libras compreende sinais que utilizam “classificadores”. O seu uso tem a função de esclarecer os significados do que se deseja enunciar. São definidos como:

Formas complexas em que a configuração de mão, o movimento e a locação da mão podem especificar qualidades de um referente. Classificadores são geralmente usados para especificar o movimento e a posição de objetos e pessoas e descrever o tamanho e a forma de objetos. Por exemplo, para descrever uma pessoa caminhando em um labirinto, o sinalizador deve usar um classificador em que a configuração de mão (referindo à pessoa) move-se em ziguezague; para descrever um carro andando, o sinalizador produz uma configuração de mão em “B”, que se refere a veículos. Essas configurações de mão ocorrem em predicados que especificam a locação de um objeto (por exemplo, a posição de um relógio, uma folha de papel ou um copo) ou a forma de um objeto (por exemplo, uma vara fina e comprida) (QUADROS; KARNOPP, 2004, p. 93).

³¹ Sign is “written” in space, the signer manipulates the space to refer to spatial, temporal and grammatical matters and different spatial planes are used to manage the time line, present, past, future (HEALY et al., no prelo, p. 10).

O sinalizador usa o “espaço neutro” (localização física na sua frente), para marcar e identificar os referentes do discurso, realizar as construções gramaticais e as construções usando classificadores (BERNARDINO, 2000). “Eles são responsáveis pela formação da maioria dos sinais já existentes, assim como pela criação de novos sinais”. Muitos são icônicos, assemelhando-se aos gestos que acompanham a fala. “Por esse motivo, também são muitas vezes confundidos com estes, embora tenham características distintas e regras de formação bem claras” (BERNARDINO, 2012, p. 252).

É importante lembrar que, quando não existem sinais para conceitos em certas áreas de conhecimento, os surdos junto com os TILS, criam sinais específicos para aquele momento. Esses sinais poderão, futuramente, integrar a língua, se forem legitimados pela comunidade surda. Como o nosso foco é a Matemática, trazemos alguns sinais matemáticos em Libras. Por exemplo, os algarismos de 1 a 9 são representados com as configurações de mão da Figura 7. A Figura 8 apresenta os sinais que representam as quantidades (cardinal). Podemos observar nas duas Figuras (7 e 8), que os sinais para os algarismos 0, 5, 6, 7, 8 e 9 possuem a mesma configuração de mão e direcionalidade. Já os sinais 1 e 2, são diferentes na sua configuração de mão e direção. Os sinais 3 e 4 possuem a mesma configuração de mão, mas direções diferentes; 3 e 4 na horizontal representam os algarismos e 3 e 4 na vertical representam quantidades. Para continuar a sequência numérica, a exemplo do número dez, articula-se o sinal do algarismo 1 depois o zero; para o 11, articula-se o 1 duas vezes; para 13, o 1 e o 3; para o 100, articula-se o 1, depois 0 e 0, e assim por diante, conforme Capovilla, Raphael e Mauricio (2013).

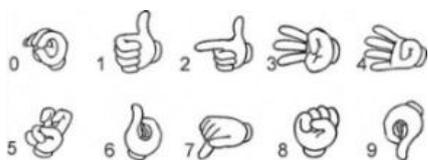


Figura 7. Sinais dos algarismos em Libras.
Fonte: <<http://libraspt-br.blogspot.com.br/>>.

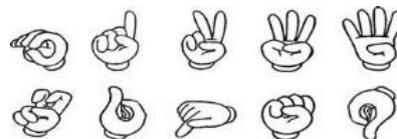


Figura 8. Sinais de quantidades (cardinais).
Fonte: <<http://libraspt-br.blogspot.com.br/>>.

Albres e Neves (2008) têm divulgado um glossário em Libras para aperfeiçoamento do ensino dos componentes curriculares. A primeira autora é ouvinte, doutora em educação especial e fluente em Libras, a segunda é pedagoga surda. A seguir, apresentamos alguns sinais matemáticos que as autoras trazem no seu livro (* significa tocar, ● significa fechar as mãos, → movimentos para baixo, para cima e para o lado):



Figura 9. Sinal "Problemas".
Fonte: Arquivo pessoal.



Figura 10. Sinal "Unidade".
Fonte: Arquivo pessoal.



Figura 11. Sinal "Dezena".
Fonte: Arquivo pessoal.

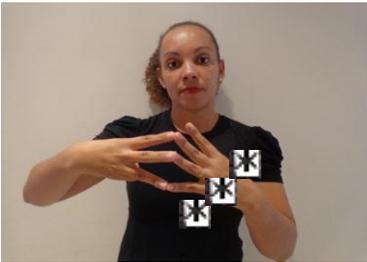


Figura 12. Sinal "Centena".
Fonte: Arquivo pessoal.



Figura 13. Sinal "Milhar".
Fonte: Arquivo pessoal.



Figura 14. Sinal "Soma".
Fonte: Arquivo pessoal.



Figura 15. Sinal "Adição".
Fonte: Arquivo pessoal.



Figura 16. Sinal "Subtração".
Fonte: Arquivo pessoal.



Figura 17. Sinal "Multiplicação".
Fonte: Arquivo pessoal.



Figura 18. Sinal "Divisão".
Fonte: Arquivo pessoal.



Figura 19. Sinal "Dobro".
Fonte: Arquivo pessoal.

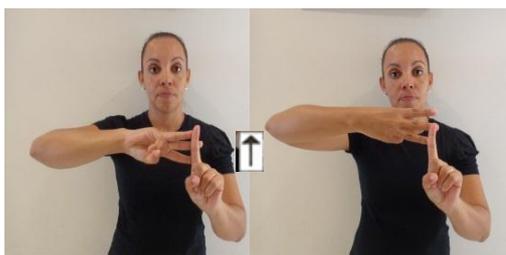


Figura 20. Sinal "Triplo".
Fonte: Arquivo pessoal.



Figura 21. Sinal "Quadrado".
Fonte: Arquivo pessoal.



Figura 22. Sinal “Retângulo”.
Fonte: Arquivo pessoal.

Examinando os sinais acima, observamos como a Libras vai expressando, mediando e constituindo os significados que os surdos constroem para a Matemática. Na TCC as representações simbólicas integram a definição de um conceito ao lado dos invariantes operatórios e das situações. A importância da linguagem é destacada no processo de conceitualização, não apenas pela função comunicativa, mas como organizadora do pensamento e da ação em uma situação específica.

Observando, principalmente, os sinais de geometria, verificamos como a presença da iconicidade é visível, pois “o sinal é visual-gestual-somático e as propriedades visuais de entidades e ações são facilmente acessíveis, a iconicidade é utilizada em abundância nos sinais” (HEALY et al., p. 10, no prelo, tradução nossa)³². Embora a iconicidade esteja presente nas línguas orais, nas línguas de sinais esse elemento tem suscitado debate sobre o status linguístico das línguas de sinais e sua influência na aquisição da Libras (QUADROS; KARNOPP, 2001).

McCleary e Viotti (2011) estudaram a influência mútua entre elementos linguísticos e gestuais na Libras a partir de uma narrativa de um adulto surdo, observando desde a formação do léxico até a organização do discurso. Os resultados sugerem que gesto e língua andam juntos e fundamentam a gramática das línguas sinalizadas.

A interação gesto-Libras no discurso dos surdos sinalizadores podem revelar práticas corporificadas da sua experiência matemática; são práticas particulares que começam a ser investigadas no campo da Educação Matemática. Esse processo interativo vai moldando suas narrativas trazendo “um dinamismo aos seus discursos que reflete as formas específicas em que eles expressam e sentem matemática” (HEALY et al., p. 1, tradução nossa, no prelo)³³.

Assim, percebemos a Libras como qualquer outra língua, expressando conteúdos escolares; porém, por ser uma língua nova, ainda está em expansão de vocabulário. Além disso, a comunidade surda brasileira está tendo acesso a esses conteúdos escolares só recentemente,

³² Sign is visual-gestural-somatic and the visual properties of entities and actions are so readily accessible, they are utilized in abundance in Sign (HEALY et al., p. 10, no prelo).

³³ Bringing a dynamism to their discourses which reflects the particular ways in which they express and feel mathematics (HEALY et al., p. 1, no prelo).

tendo em vista o seu lento processo de inclusão na escola regular. Quando ocorre a falta de sinais de certos conteúdos escolares, os TILS ou professores criam sinais com os surdos para a situação específica, sinais esses que poderão, posteriormente, ser integrados à Libras. Porém, essa língua é pouco conhecida e há poucos proficientes tanto no contexto escola, quanto na sociedade em geral. A comunidade surda tem divulgado sua língua e exigido sua valorização na sociedade. Portanto, concordamos que todo surdo tem direito a interagir em sua língua, com garantia de aprendizado e desenvolvimento no contexto escolar.

3.4.2 Em gestos

Como comentamos anteriormente, muitos estudos demonstraram que as línguas de sinais possibilitam de forma eficiente tanto a comunicação como a construção de significados para diversos conhecimentos e podem ser adquiridas espontaneamente por crianças surdas quando têm acesso a ela. Essas investigações colocaram as línguas de sinais “na agenda de pesquisa da ciência linguística”, porém, procuraram evitar as análises da “gestualidade e da pantomima que permeiam tão fortemente o discurso dessas línguas” (MCCLEARY; VIOTTI, 2011, p. 290-291), o que é compreensível, pois a preocupação inicial nas pesquisas da época era, justamente, distinguir o sinal (estruturado) do gesto (não estruturado). Assim, sinal e gesto foram, portanto, organizados em categorias distintas: sinal era considerado como algo linguístico, enquanto gesto era visto como externo à linguagem, paralinguístico ou extralinguísticos (CRYSTAL, 2000).

Por sua vez, “cresceu o interesse pela gestualidade que acompanha a fala nas línguas orais”, no sentido de considerar “a língua e gestos como componentes de um único sistema cognitivo” (MCCLEARY; VIOTTI, 2011, p. 290-291), fato que tem despertado a pesquisa pelo papel da gestualidade nas línguas de sinais (CORREA, 2007; GOLDIN-MEADOW, 2003; MCCLEARY; VIOTTI, 2011; SANTANA et al. 2008). Decorre desses estudos que os gestos são tanto uma parte do conjunto de recursos linguísticos utilizados para compartilhar experiências do mundo, como são componentes das línguas faladas e de sinais.

No Brasil, vários autores também vêm discutindo o estatuto simbólico do gesto na língua de sinais e concordam que uma sequência de gestos não constitui uma língua, mas questionam até que ponto eles fazem parte dessa língua e como se dá essa parceria, se constituem um sistema linguístico ou se há processos de outra natureza envolvidos na questão (CORREA, 2007; FEDOSSE; SANTANA, 2002; MCCLEARY; VIOTTI, 2011; SANTANA et al., 2008). Alguns desses estudos evidenciam uma interdependência entre gesto e língua “na cons-

trução da significação e das relações gramaticais, na coesão discursiva e na estruturação da narrativa, sugerindo que essa parceria está na base da gramática das línguas sinalizadas” (MCCLEARY; VIOTTI, 2011, p. 289).

Os gestos constituem uma das primeiras produções das crianças surdas e das crianças ouvintes. Na ausência de uma língua, crianças “produzem e interpretam gestos durante o seu desenvolvimento” (SANTANA et al., 2008, p. 1). Na idade adulta, os gestos continuam permeando tanto a língua oral como a sinalizada, na comunicação cotidiana. Vergnaud (2003, p. 55) comenta sobre “o papel do corpo e do gesto no desenvolvimento da conceitualização” e atribui a Piaget o pioneirismo nesse tema:

Piaget foi o primeiro a propor a análise da gestualidade dos bebês em relação ao desenvolvimento cognitivo [...] Observou os gestos, o tentar pegar, o levar à boca, a coordenação da mão esquerda com a direita, o usar um pedaço de pano como ajuda para puxar um cordão, o usar um instrumento para bater em outro objeto e procurar um objeto desaparecido debaixo de um móvel. Assim, Piaget enriqueceu muito o conceito de esquema e propôs uma forma de organização da atividade (VERGNAUD, 2003, p. 55-56).

Vygotsky (2007) também se referiu aos gestos, mas seu foco era o desenvolvimento da linguagem escrita nas crianças: “o gesto é o signo visual que contém a futura escrita da criança, assim como uma semente contém um futuro carvalho. (...) Os gestos são a escrita no ar, os signos escritos são frequentemente, simples gestos que foram fixados” (p. 128), e, também, no desenvolvimento do simbolismo no brinquedo, onde alguns objetos podem denotar outros, substituindo-os e tornando-se seus signos:

[...] O brinquedo simbólico das crianças pode ser entendido como um sistema muito complexo de “fala” através de gestos que comunicam e indicam os significados dos objetos usados para brincar. É somente na base desses gestos indicativos que esses objetos adquirem, gradualmente, seu significado – assim como o desenho que, de início apoiado por gestos, transforma-se num signo independente (VYGOTSKY, 2007, p.130).

A referência de Vygotsky, não acentua o papel dos gestos na comunicação com outros, mas dá ênfase aos aspectos do desenvolvimento da criança, do processo de apropriação dos signos provenientes da cultura, indicando que os gestos podem ser vistos como instrumentos de mediação que conectam o social e o psicológico (COSTA, 2010).

Lebaron e Streek (2000, p.118, tradução nossa³⁴), classificam os gestos como “‘linguagem d’ação’, desempenhada por esquemas de ação motora que são abstraídos do mundo

³⁴ Is “langage d’action”, the performance of schematic motor actions that are abstracted from actions in the material world (LEBARON; STREEK, 2000, p. 118).

material”. Consideram que os gestos são socialmente situados e aparecem nos discursos associados a imagens, objetos, ações ou eventos passados.

Nessas duas últimas décadas, vários estudos demonstram que “a gestualidade não pode ser reduzida apenas a um suporte do material linguístico” (VEZALI, 2011, p. 49). McNeill (2006, p. 1-2, tradução nossa)³⁵, por exemplo, considera o gesto “um componente integral da linguagem e não apenas um acompanhamento ou ornamento”. Para esse autor, os gestos e a fala são sistemas unitários, porém diferem semioticamente: “um gesto é global, sintético, instantâneo e não especificado pelas convenções. Já a fala é analítica, combinatória, linear e definida pelas regras socialmente constituídas”.

Para McNeill, os gestos estão envolvidos diretamente na escolha e no planejamento dos conceitos para a verbalização de uma mensagem. Essa ideia implica duas proposições: “a) os gestos desempenham um papel importante na constituição do pensamento e da linguagem; b) os gestos têm um papel facilitador nos processos cognitivos” (VEZALI, 2011, p. 57). Esses desdobramentos elevam os gestos para além da função complementar na comunicação: “o gesto, juntamente com a língua, ajuda a constituir o pensamento e os gestos refletem a representação imagística mental que é ativada no momento de falar” (MCNEILL, 1992, p. 245, tradução nossa³⁶).

Baseado em narrativas orais e focalizando os gestos que acompanham a fala, McNeill (1992, p. 12-18) categorizou-os em:

Gestos icônicos: têm uma estreita relação com o conteúdo semântico do discurso; existe uma correspondência entre o gesto e o que ele comunica. A sua compreensão depende do discurso que o acompanha.

Gestos metafóricos: são como os gestos icônicos, mas o conteúdo pictórico apresenta uma ideia abstrata, em vez de um objeto concreto ou evento.

Gestos rítmicos (beats): parecem-se com as batidas de um tempo musical. As mãos se movem junto com a pulsação rítmica da fala (embora a sincronia não seja perfeita). Ao contrário dos icônicos e metafóricos, os gestos *beats* tendem a ter a mesma forma independentemente do conteúdo. Caracterizam-se por movimentos curtos e rápidos da mão ou dedos para cima e para baixo, seu valor semiótico reside no fato de que ele transmite um significado es-

³⁵ “Gesture is an integral component of language in this conception, not merely an accompaniment or ornament” (MCNEILL, 2006, p. 1-2). “Speech and gesture contrast semiotically—a gesture is global, synthetic, instantaneous, and not specified by conventions of form; a linguistic form is analytic, combinatoric, linear, and defined by socially constituted rules” (MCNEILL, 2006, p. 1-2).

³⁶ “Gesture and speech help to constitute thought and that gestures reflect the imagistic mental representation that is activated at the moment of speaking” (MCNEILL, 1992, p. 245).

pecial à palavra ou frase que acompanha, não pelo seu conteúdo semântico, mas pelo seu conteúdo pragmático no discurso.

Gestos dêiticos: têm a função de indicar (apontar) objetos, pessoas, posições no espaço e eventos no mundo concreto, mas também aparecem mesmo quando não há nada objetivamente presente para apontar. A maioria deles é produzida em narrativas e conversas tendo um significado abstrato.

Gestos coesivos: servem para unir tematicamente partes do discurso que se encontram temporalmente separadas; podem ser realizados por gestos icônicos, metafóricos ou dêiticos. Enquanto os gestos rítmicos destacam descontinuidades na sequência temporal, os coesivos enfatizam as continuidades.

Segundo Seelaender (2012, p. 119), estudos subsequentes têm ampliado essa classificação. O próprio McNeill, posteriormente, propôs “uma substituição do conceito categorial por um conceito de dimensões, dada a questão da presença de iconicidade na representação metafórica”. Além do mais, conforme proposto por Kendon (2004), os gestos coverbais não são apenas manuais, aparecem sendo produzidos em outras partes do corpo, contribuindo para a comunicação do enunciado.

Vale salientar que a possibilidade de construção de sentido, somente será possível dentro do contexto enunciativo, em relação ao discurso no qual o gesto se encontra inserido; no nosso caso, dentro do contexto da atividade matemática proposta. Nesse sentido, Edwards (2005) enfatiza que a Matemática, como disciplina, pode requerer uma categoria de gestos mais “refinada”, pois, enquanto no cotidiano os objetos concretos se referem apenas a eles próprios, no ensino da matemática objetos concretos são frequentemente utilizados para denotar objetos matemáticos abstratos. Por exemplo, quando um aluno gesticula um círculo para falar sobre fração, ele pode estar lembrando o modelo de peças de plástico da escola fundamental; assim, esse gesto poderia ser classificado como emblemático³⁷- simbólico. Assim, “descrições e análises dos gestos em matemática devem levar em conta as características da prática matemática e do discurso” (EDWARDS, 2005, p. 138).

Correa (2007, p. 56) destaca que “não há discordâncias entre os pesquisadores de que os sinalizantes, além de enunciados linguísticos, usam o espaço para trazer informação gestual”, porém o impasse está em definir “se esse uso do espaço é gramatical ou gestual”. Diferentemente das línguas orais, nas línguas sinalizadas, o gesto e a língua compartilham do mesmo

³⁷ Emblemáticos são gestos “convencionalizados por uma comunidade que lhe deu um significado” (CORREA, 2007, p. 38). Edwards (2005), no contexto de entrevistas sobre a aprendizagem de frações, dividiu a categoria de gestos emblemáticos em duas subcategorias icônico-físico-simbólico e icônico.

canal de produção, o que torna mais difícil separar o sinal do gesto. O sinal, especialmente utilizado nas línguas sinalizadas é estruturado (tem gramática) e convencional, isto é, tem um significado combinado por um grupo social. No entanto, nas línguas orais, a forma da palavra não é modificada pelo gesto, mas nas línguas de sinais, “gestos e componentes linguísticos podem andar juntos como um recurso de complementaridade para estabelecer direcionalidade no espaço sinalizado e para inserir referentes ausentes no discurso sinalizado” (CORREA, 2007, p. 57).

Por outro lado, em relação ao papel dos gestos nas práticas de ensino e aprendizagem na escola, Roth (2001) fez uma revisão de literatura e identificou poucos estudos nesse campo, enfatizando que a análise do papel dos gestos em situações instrucionais pode ser útil para o planejamento e a avaliação dos ambientes de aprendizagem.

Com respeito à conceitualização, os gestos podem indicar momentos intermediários na aquisição de novos conceitos; além disso, podem fornecer indícios sobre as informações não encontradas no discurso (GOLDIN-MEADOW, 2003). Por exemplo, quando mostramos a uma criança duas fileiras de damas e, depois de espalharmos as damas em uma fila, perguntarmos se as duas filas têm o mesmo número, elas responderão de imediato “não” justificando “porque foram movidas”. Mas, ao mesmo tempo, a criança pode mover seu dedo sobre a primeira peça da fila 1 e a primeira peça da fila 2, em seguida, sobre a segunda peça da fila 1 e a segunda peça da fila 2 e assim por diante. Nesta gesticulação, a criança estará demonstrando uma compreensão da correspondência “um-a-um”, um conceito central subjacente à conservação do número, que não aparece no seu discurso (GOLDIN-MEADOW, 2014).

Segundo a autora, os gestos podem refletir os conhecimentos dos alunos e, além disso, transformar ou moldar o que eles sabem. Duas possibilidades não se excluem: “(1) Os gestos que vemos outros produzirem têm o potencial de mudar nossos pensamentos. (2) Os gestos que nós mesmos produzimos têm o potencial de mudar nossos pensamentos, talvez por espacializar as ideias que não são inerentemente espaciais” (GOLDIN-MEADOW, 2014, p. 1, tradução nossa)³⁸.

Com respeito aos gestos produzidos por crianças surdas sinalizadoras, na atividade matemática, Goldin-Meadow et al. (2012) distinguiram os gestos produzidos por 40 crianças surdas da Língua Americana de Sinais ao explicar as suas respostas para questões matemáti-

³⁸ (1) The gestures we see others produce have the potential to change our thoughts. (2) The gestures that we ourselves produce have the potential to change our thoughts, perhaps by spatializing ideas that are not inherently spatial (GOLDIN-MEADOW, 2014, p. 1).

cas³⁹, quando instruídas, buscando verificar se desempenham um papel semelhante aos gestos manuais produzidos por crianças ouvintes.

Segundo os autores, a *concordância gesto-sinal* ocorre quando um gesto transmite a mesma informação do sinal, e a *discordância gesto-sinal* ocorre quando o gesto transmite informação diferente do sinal. Os resultados destacaram que as crianças que produziram muitos gestos, transmitindo informações diferentes de seus sinais, eram mais propensas a ter sucesso depois da instrução (demonstrando que estavam prontas para aprender) do que as crianças que produziram poucos gestos, sugerindo que a *discordância gesto-sinal*, já detectada na modalidade oral com crianças ouvintes (*gesto-fala*), pode ocorrer também na modalidade sinalizada, abrindo caminho para o uso de estratégias de ensino baseados em gestos com alunos surdos.

Na Educação Matemática, muitas pesquisas investigam a função dos gestos no discurso, na abstração e aprendizagem matemática (FERNANDES, 2008; RADFORD, 2003, 2009; HEALY; FERNANDES, 2011a, 2011b; ARZARELLO; EDWARDS; 2005; NOVACK et al., 2014). Por exemplo, Radford (2009) defende uma concepção sensitiva do pensamento, afastando-se da concepção do pensamento como algo apenas mental: “[...] gestos como um tipo de movimento do corpo, não são considerados como uma espécie de janela que ilumina os acontecimentos que ocorrem numa “caixa preta” – nem são pistas para interpretar estados mentais. Eles são antes constituintes genuínos do pensamento” (RADFORD, 2009, p.113, tradução nossa⁴⁰).

A partir dessa concepção, os gestos poderiam ser compreendidos num contexto mais amplo, envolvendo a interação de muitos elementos sensitivos da cognição, desenvolvidos no contexto da aula de Matemática. Particularmente, gestos e ações do corpo podem relacionar-se com o processo de *objetificação* do conhecimento, isto é, com a produção de significados palpáveis a objetos matemáticos (RADFORD, 2003, 2009). Para Radford (2003, p. 41), os gestos fazem parte dos *meios semióticos de objetivação*: “objetos, ferramentas, dispositivos linguísticos e sinais” que as pessoas usam, intencionalmente, nos processos sociais de construção de significado para alcançar conscientemente o objetivo de suas ações.

Em relação à natureza dos gestos, Rotman (2009) vai mais além, quando considera que outro tipo de gesto é a própria voz. Para esse autor, a fala é um movimento audível do

³⁹ Seis questões do tipo $6 + 5 + 8 = _ + 8$.

⁴⁰ Gestures, as a type of bodily action, are not considered as a kind of window that illuminates the events occurring in a “black box” – they are not clues for interpreting mental states. They are rather genuine constituents of thinking (RADFORD, 2009, p. 113).

corpo, envolve movimentos interligados dos lábios, língua, bochechas, mandíbula, glote, cordas vocais, laringe, diafragma, pulmões.

O desenvolvimento dessas considerações permitiu-nos olhar os gestos, não apenas como espelhos dos esquemas ou complemento da comunicação, mas de uma forma mais ampla, como componentes da cognição e, quiçá, como constituintes dos esquemas. Esse motivo nos instiga a investigar o lugar dos gestos em coordenação com os esquemas nas práticas matemáticas, sobretudo de alunos surdos sinalizadores que possuem diferenças linguísticas muito exploradas no campo da Linguística, mas pouco conhecidas pela comunidade de professores de Matemática.

3.4.3 Nas produções escritas

Neste trabalho, definimos produção escrita como todo registro desenvolvido por meio de lápis ou caneta, sejam registros em Língua Portuguesa (notações matemáticas), pictóricos ou mistos.

Para investigar os processos de compreensão dos alunos em Matemática bem como suas dificuldades, há necessidade de um olhar para além do certo e do errado. A escrita como instrumento de avaliação é enfatizada por Smole e Diniz (2001, p. 65):

A avaliação como elemento integrante do processo de ensinar e aprender ganha um forte aliado nos textos escritos pelos alunos. [...] se a proposta do professor fundamentar-se na crença de que avaliar serve para promover a aprendizagem, através dos dados obtidos ao produzir textos escritos com seus alunos, ele poderá realizar novas ações de ensino. [...] analisar os escritos dos alunos como instrumento de avaliação é quase sempre bem mais eficaz do que obter dados a partir de uma prova pontual (SMOLE; DINIZ, 2001, p. 65).

Segundo Britto (2013, p. 2), alguns trabalhos em educação matemática focam a análise da produção escrita dos alunos como uma possibilidade de refinamento do olhar do professor para auxiliar na aprendizagem dos alunos e na própria formação do professor. Essas análises possibilitam compreender “o que foi aprendido e o que gostaríamos que fosse aprendido”. Analisar as produções escritas dos alunos “valoriza os modos particulares que os alunos constroem, buscando legitimá-los não como certos ou errados, mas como diferentes” (VIOLA dos SANTOS; BURIASCO; CIANI, 2008, p. 19).

Smole e Diniz (2001, p. 90) desenvolveram uma tarefa sobre o conceito de ângulo numa turma da 4º ano do ensino fundamental. Os alunos foram solicitados para movimentar seu corpo: “girando uma volta, meia volta e um quarto de volta para a direita ou para a esquerda”. Em seguida, as professoras promoveram uma discussão do que eles observaram no

experimento. Após a discussão, eles deviam representar suas conclusões por meio de um desenho ou texto. As autoras concluíram que “a análise coletiva dos diversos registros em uma atividade pode estabelecer uma nova problematização, permitindo que os alunos percebam o que haviam aprendido e suas incompreensões” (SMOLE; DINIZ, 2001, p. 91).

As autoras enfatizam que “o desenho fornece pistas ao professor sobre a criança, como ela pensou e agiu para solucionar um determinado problema” (p. 128). Geralmente, as crianças utilizam o desenho de três formas: 1) Representar apenas aspectos da situação apresentada no texto, mas não expressando a solução do problema através do desenho; 2) Representar a resolução completa do problema através do desenho, mostrando que ele está explorando os significados das transformações do texto; 3) Combinar desenhos e símbolos matemáticos que podem ocorrer por dois motivos: utilizar o desenho para interpretar o texto e expressar a solução através de símbolos ou “fazer a resolução numérica e utiliza o desenho para comprovar se sua resposta está correta”. Nesses casos, notamos que o aluno “começa não apenas a perceber relações entre diferentes linguagens na resolução de problemas, mas também a se apropriar da escrita matemática, atribuindo-lhe significado” (SMOLE; DINIZ, 2001, p. 128-129).

Muniz (2009) também utilizou as produções escritas de crianças para analisar o repertório de conceitos mobilizados pelos alunos e destacou a importância de olhar para a diversidade de esquemas nessas produções para subsidiar o ensino e a pesquisa. Para o autor, as produções escritas ou desenhos não apenas revelam pistas ao professor para diagnosticar o processo de conceitualização dos estudantes, mas constituem um rico instrumento para a produção de esquemas mentais.

Tendo explicitado as características dessas três dimensões, esclarecemos que elas podem nos guiar, funcionando como macrocategorias de análise das práticas matemáticas dos estudantes, onde as microcategorias incluirão os significados do conceito de divisão dentro de uma classe de situações-problema.

4 METODOLOGIA

O plano metodológico traçado não deve ser engessado, pois o planejamento nem sempre ocorre de forma linear, conforme parece quando o estabelecemos inicialmente; ele tem um caráter sempre emergente. Nossas questões vão definindo a nossa forma de abordar a realidade e a realidade também redefine novas questões e novos procedimentos (Neste texto, p. 102).

Este capítulo objetiva explicitar nossa visão sobre a metodologia, a modalidade de pesquisa segundo os objetivos propostos, a caracterização do campo, a primeira aproximação do campo, a dinâmica da produção dos dados, os procedimentos de análise, os participantes e as situações matemáticas.

Em nossa concepção, metodologia é mais do que uma parte instrumental da pesquisa, ela revela a articulação da epistemologia, da teoria e de nossas formas de pensar a pergunta ou questão de pesquisa. Segundo Demo (1987, p. 25), a atitude intrínseca da ciência é questionar a realidade e a metodologia sua forma de obter as respostas. “Não há amadurecimento científico sem amadurecimento metodológico”. Temos consciência de que o plano metodológico traçado não deve ser engessado, pois o planejamento nem sempre ocorre de forma linear, conforme parece, quando o estabelecemos inicialmente; ele tem um caráter sempre emergente. Nossas questões vão definindo a nossa forma de abordar a realidade e a realidade também redefine novas questões e novos procedimentos.

O nosso objeto de pesquisa – a análise qualitativa dos esquemas de ação de alunos surdos sinalizadores durante atividades matemáticas, ou seja, os seus processos de conceitualização – e os constructos teóricos explicitados no capítulo 3, já revelam que esta investigação tem raízes na Epistemologia Genética de Jean Piaget. Essa formulação retomou a questão da gênese do conhecimento, buscando distinguir as procedências “das diversas variedades de conhecimento a partir de suas formas mais elementares, e acompanhar seu desenvolvimento nos níveis superiores até, inclusive, o pensamento científico” (PIAGET, 2007, p. 2-3).

No estudo da gênese ou gêneses, a grande lição está na constatação de que não existem começos absolutos, tudo é gênese, conforme Piaget (2007). Essa abordagem traz implicações para a educação, por exemplo, “a proposição construtiva/interacionista”: o sujeito que conhece constrói o conhecimento em interação com o objeto, processo que modifica os dois

polos da relação, onde o fundamental é a ação do sujeito sobre o objeto, conforme Moro (1990, p. 40). Para Vergnaud, inicialmente discípulo de Piaget, o fundamental é a forma operatória do conhecimento, ou seja, a “expressão da atividade em circunstâncias concretas”, que permite a ação para atingir o objetivo *em situação*, forma essa que comporta muitos conhecimentos implícitos (VERGNAUD, 2009a, p. 39).

Tendo explicitado nossa concepção de metodologia e as bases epistemológicas que consideramos fundamentar nossa investigação, prosseguimos, na próxima seção, para a caracterização mais detalhada do estudo.

4.1 CARACTERIZAÇÃO DA PESQUISA

Para caracterizar nosso estudo, convém retomar nosso objetivo geral que é “compreender de que forma as ações viso-gestual-somáticas em Libras influenciam os esquemas mobilizados por alunos surdos sinalizadores, diante de situações que abordem diferentes significados da divisão”. Este se desdobra em três objetivos específicos: 1) Identificar os esquemas dos estudantes surdos associados aos significados da divisão a partir de suas produções em Libras, gestuais e escritas; 2) Analisar o conteúdo desses esquemas, ou seja, os invariantes operatórios (teoremas-em-ato e conceitos-em-ato) para conhecer o repertório de conhecimentos desses estudantes e compreender como se dá a sua coordenação; 3) Caracterizar as ações viso-gestual-somáticas em Libras e buscar os vínculos de tais práticas com os esquemas mobilizados nas situações.

Dessa forma, conforme os objetivos, conduziremos uma pesquisa exploratória de caráter qualitativo de cunho descritivo e interpretativo. Segundo os processos de obtenção de dados, é uma pesquisa de campo, porque está sendo realizada diretamente no local em que os fenômenos ocorrem. De acordo com Denzin e Lincoln (2006), a pesquisa qualitativa tem uma trajetória histórica complexa e, em vários períodos, assumiu um significado diferente. Mas é possível atribuir uma definição genérica e inicial para essa modalidade:

A pesquisa qualitativa é uma atividade situada que localiza o observador no mundo. Consiste em um conjunto de práticas materiais e interpretativas que dão visibilidade ao mundo. [...] envolve o estudo do uso e a coleta de uma variedade de materiais empíricos – estudo de caso; experiência pessoal; introspecção; história de vida; entrevista; artefatos; textos e produções culturais; textos observacionais, históricos, interativos e visuais – que descrevem momentos e significados rotineiros e problemáticos na vida dos indivíduos. Portanto, os pesquisadores dessa área utilizam uma ampla variedade de práticas interpretativas interligadas, na esperança de sempre conseguir compreender melhor o assunto que está a seu alcance (DENZIN; LINCOLN, 2006, p. 17).

Dentro da abordagem qualitativa, desenvolvemos um estudo de caso múltiplo com cinco estudantes surdos. Segundo Ponte (2006, p. 107-111), o estudo de caso é:

Uma investigação que se assume como particularística, isto é, que se debruça deliberadamente sobre uma situação específica que se supõe ser única ou especial, pelo menos em certos aspectos, procurando descobrir o que há nela de mais essencial e característico e, desse modo, contribuir para a compreensão global de um certo fenômeno de interesse. [...] Muitas vezes fazem-se “estudos de caso múltiplos”, ou seja, diversos estudos de caso de algum modo comparáveis, com o fim de ajudar a conhecer melhor a diversidade de realidades que existem dentro de um certo grupo.

O caráter idiográfico de uma pesquisa qualitativa no *design* de estudo de caso, focaliza o particular em detrimento do universal, visando a uma descrição rica e detalhada do caso singular e do fenômeno investigado. Ponte (2006, p. 111-112) adverte que os estudos de caso podem ter diversos fins: podem ser exploratórios, descritivos ou analíticos. Considera que na educação matemática “um trabalho exploratório pode ser necessário como estudo piloto de uma investigação em larga escala e um estudo descritivo pode ser necessário para preparar um programa de intervenção”. Entretanto atribui maior relevância aos estudos analíticos para o avanço do conhecimento, pois esses estudos buscam problematizar o objeto em questão diante de uma teoria, podendo até possibilitar a construção de nova teoria nesse confronto.

4.1.1 Campo de pesquisa

Escolhemos a escola pública para ser o palco deste estudo, pois nela reside o grande desafio de tornar mais democrático o acesso à educação; além disso, há uma demanda maior de alunos com NEE nessa escola, inclusive de alunos surdos que, realmente, almejam a concretização de práticas igualitárias e “inclusivas”, legitimadas pelos avanços políticos e legislativos. Dentro do espaço escolar, elegemos como ponto de partida, o Atendimento Educacional Especializado (AEE) da Sala de Recursos Multifuncionais (SRM), para a determinação do objeto matemático a ser investigado e para a escolha dos participantes. Nesse espaço, notamos a possibilidade de uma maior flexibilidade na organização dos conteúdos, horários e efetividade na colaboração da pesquisa com a escola, sem interferir muito no andamento de suas atividades. A seguir, apresentamos as características do campo de pesquisa escolhido.

O cenário que serviu de base para a produção dos dados, foi o AEE da SRM da Escola Estadual do Município de Ilhéus-Bahia que denominamos de escola A. Essa escola possuía 733 alunos matriculados do 6º ao 9º ano (455), nos turnos matutino (257) e vespertino (198), no turno noturno atendia 278 alunos da Educação de Jovens e Adultos (EJA) no Tempo For-

mativo II - eixo IV (corresponde ao 6º e 7º ano) e V (corresponde ao 8º e 9º ano) e no Tempo Formativo III - eixo VI (1º e 2º ano do Ensino Médio) e VII (3º ano do Ensino Médio). No turno matutino disponibilizava nove salas de aula (duas de 6º ano, três de 7º ano, duas de 8º ano, uma de 9º ano) e sete salas de aula à tarde (três de 6º ano, duas de 7º, uma de 8º, uma de 9º) e, à noite, nove salas de aula (duas do eixo IV, duas do eixo V, duas do eixo VI e três do eixo VII). Possuía uma Diretora e duas Vice-diretoras, uma Coordenadora pedagógica e, ao todo, 27 professores, sendo três de Matemática e dois profissionais TILS.

O AEE na SRM dessa escola possuía quatro profissionais: duas professoras de Língua Portuguesa para atendimentos de surdos (sendo uma Licenciada em Letras e terminando o mestrado com foco em leitura para surdos e a outra ainda cursando graduação em Letras); dois instrutores surdos de Libras, duas pedagogas, uma que atende os alunos com déficit de atenção e a outra para os alunos cegos. O AEE atendia 26 alunos, sendo dois alunos cegos, oito alunos com déficit de atenção e 16 alunos com surdez do Ensino Fundamental I e II, Ensino Médio e que já terminaram o Ensino Médio, tanto desta escola como de escolas próximas.

Dentre os alunos com surdez, dois cursavam o 6º ano (escola A), um cursava o 8º ano do Ensino Fundamental II (escola A), cinco cursavam o 1º ano do Ensino Médio (sendo um da escola que denominamos de C e quatro da escola que denominamos de B), quatro cursavam o 2º ano do Ensino Médio (escola B) e quatro já terminaram o Ensino Médio e estavam reforçando a aprendizagem de Libras e Língua Portuguesa.

Como os dados produzidos no AEE da escola A não foram suficientes para responder nossas indagações, partimos para entrevistar estudantes que já frequentaram esse AEE e estudavam nas escolas estaduais B e C, também localizadas na mesma cidade.

A escola B possuía 1621 alunos matriculados, distribuídos nos três turnos. No turno matutino, contava com 16 turmas, sendo oito turmas do Ensino Fundamental II (duas de 6º ano, duas de 7º ano, duas de 8º ano, duas de 9º ano) e oito turmas do Ensino Médio (quatro turmas de 1º ano, três de 2º ano e uma de 3º ano). No turno vespertino, possuía 16 turmas (cinco de 6º ano, cinco de 7º ano, duas de 8º ano, quatro de 9º ano). No turno noturno disponibilizava 16 turmas: na EJA (Tempo Juvenil) contava com uma turma da etapa III (6º e 7º ano) e uma turma da etapa IV (8º e 9º ano). A EJA (Tempo Formativo II) disponibilizava duas turmas do eixo IV (6º e 7º ano), três turmas do eixo V (8º e 9º ano). A EJA (Tempo Formativo III) possuía cinco turmas do eixo VI (Linguagens e Ciências Humanas, ensino médio) e quatro turmas do eixo VII (Ciências da Natureza e Exata, Ensino Médio). A escola B tinha, ao todo, 60 professores sendo 10 de Matemática, um Diretor e três Vice-diretores e, em

cada turno, possuía três TILS. Na época da obtenção dos dados, quatro alunos surdos dessa escola estavam cursando o 1º ano do Ensino Médio.

A escola C atendia 807 alunos matriculados no 1º, 2º e 3º ano do Ensino Médio nos turnos matutino (460), vespertino (146) e noturno (201). Contava com 36 professores, sendo quatro de Matemática. Na época da obtenção dos dados, atendia quatro estudantes surdos, dos quais três cursavam o 1º ano do Ensino Médio e um cursava o 2º ano do Ensino Médio, contava também com dois profissionais TILS.

4.1.2 Procedimentos de produção e análise de dados

Antes de descrevermos, com pormenores, os procedimentos referentes à produção e análise de dados, fazemos questão de explicitar alguns aspectos relativos ao delineamento deste estudo. Nossa motivação teve um viés colaborativo (fazer com), pois não desejávamos ir a campo, investigar, sair, publicar resultados que só ficarão em espaços acadêmicos e não retornam para o campo estudado. A proposta é “vivenciar” com os sujeitos suas inquietações, suas práticas, partindo dos seus interesses. Dessa forma, a escolha do conteúdo curricular da Matemática (conceito de divisão) e do nível escolar dos alunos teve a colaboração dos envolvidos na escola: professores de Matemática, profissionais TILS e dos alunos surdos. A seguir, apresentamos como ocorreu esse processo.

Este estudo foi desenvolvido em duas fases, sendo que a segunda fase dependeu da primeira:

Fase I: Primeira aproximação do campo

A primeira fase foi desenvolvida com vistas à seleção dos alunos participantes e à definição do conteúdo curricular a ser trabalhado (tínhamos uma ideia desse conteúdo e desejávamos confirmá-la). Para tanto, utilizamos como instrumento uma entrevista semiestruturada com os seguintes participantes: estudantes surdos, professores de Matemática desses estudantes e com o profissional TILS que acompanhava esses alunos na sala de aula.

A entrevista semiestruturada (APÊNDICE A) para o estudante surdo objetivou conhecer o seu perfil (idade, série, etiologia da surdez, conhecimento da Libras, quando começou a estudar, gosto pela matemática, dificuldades e facilidades nessa matéria, entre outros).

Para o professor e para o profissional TILS, a entrevista (APÊNDICE B e C) objetivou conhecer de outra ótica, as dificuldades, competências e interesses sobre conteúdos curricula-

res de Matemática. Além disso, visou conhecer as práticas de sucesso e fracasso no ensino dessa disciplina mediado pela Libras, especialmente no caso do profissional TILS, na sala de aula regular. Participaram dessa fase a pesquisadora e cada entrevistado. No caso de o entrevistado ser surdo, o seu profissional TILS também participava, pois a pesquisadora conhece um pouco, mas não é fluente em Libras.

Desse modo, entrevistamos 10 estudantes surdos do Ensino Médio, matriculados nas escolas A, B e C, quatro professoras de Matemática e três profissionais TILS, com o consentimento deles, e com suas assinaturas no Termo de Consentimento Livre e Esclarecido da Pesquisa (APÊNDICES: D, E, F, G), conforme avaliação do protocolo de pesquisa pelo Comitê de Ética e Pesquisa, baseado nas normas do Conselho Nacional de Saúde – CNS 466/2012 (ANEXO A).

Após a análise das respostas, constatamos que nem todos os estudantes possuíam um grau elevado de proficiência em Libras, nem da Língua Portuguesa, e o conteúdo curricular que apareceu numa frequência maior de dificuldade foi o conceito de divisão. Nesse sentido, percebemos que os entrevistados associavam divisão apenas ao cálculo, sem fazer referência às situações-problema. Como esses estudantes estavam no Ensino Médio era de se esperar que já tivessem certo domínio tanto dos algoritmos como das situações que envolvem esse conceito. Mas os resultados confirmaram nossas desconfiças de que os estudantes surdos, mesmo nesse patamar de ensino, ainda apresentam dificuldades nas quatro operações básicas.

Para a definição e escolha final dos alunos surdos participantes da fase II, adotamos os critérios: prioritariamente, o consentimento em participar da pesquisa; assiduidade no atendimento e nas sessões de aplicação de situações-problema; maior tempo de experiência com Libras; maior número de alunos na mesma turma ou série; certa homogeneidade das idades; ser surdo profundo. Dessa forma, de dez estudantes surdos entrevistados na Fase I e que também participaram da Fase II, escolhemos apenas cinco matriculados nas escolas A, B ou C para compor a amostra final deste estudo.

Fase II: Produção dos dados: aplicação de situações-problema

Esta fase teve como finalidade a obtenção dos dados para atender aos objetivos propostos neste estudo, tendo se iniciado em 11 de setembro de 2014 e seu término se deu em 30 de outubro de 2014. Os instrumentos de produção desses dados foram o caderno de notas do pesquisador para o registro dos esquemas dos estudantes frente às situações-problema (do conteúdo definido na Fase I) e, principalmente, a câmera de vídeo para capturar as ações em

Libras. Maiores detalhes sobre a dinâmica desta aplicação serão descritos no item 4.2.4. As imagens foram videogravadas, mediante a assinatura do termo de consentimento livre e esclarecido do aluno e do termo de uso de imagem, atendendo às normas exigidas pelo Conselho de Ética em pesquisa.

Em relação à análise dos dados, destacamos que nosso objeto de pesquisa, além de abarcar fenômenos inseridos no contexto cultural, exige enxergar o implícito, o que está na profundidade, o volume “aparentemente” invisível de um *iceberg*. Assim, nossa interpretação foi sempre uma “aproximação”, uma constante formulação de hipóteses sobre os reais significados e sentidos que o estudante estava atribuindo às situações. Não assumimos a ideia interpretativista que pressupõe que toda ação humana tem um significado e este pode ser definido pelo intérprete, ou seja, uma visão objetivista do significado. A hermenêutica filosófica tem criticado a noção de compreensão interpretativa que define o papel do intérprete como um exegeta e um observador que não se envolve, porque concordamos com Connolly e Keutner (1998, p. 17 apud SCHWANDT, 2006, p. 199) que “o texto [ou a ação humana] não é ‘um objeto lá fora’ independente de suas interpretações e capaz de servir como um juiz da correção destas”.

A compreensão exigiu um encontro dialógico com o que não compreendemos, estávamos sempre arriscando nossas ideias preconcebidas. O significado a ser interpretado não foi simplesmente descoberto, ele foi sendo “negociado mutuamente no ato da interpretação” (SCHWANDT, 2006, p. 199).

Dessa forma, em relação à abordagem metodológica adotada para a interpretação dos dados, optamos por desenvolver uma análise microgenética que, segundo Gonçalves (2008, p. 116), “pode ser associada, por exemplo, a um estudo de caso ou a uma pesquisa participante”. Piaget foi um dos pioneiros desse método na análise gradual das estruturas cognitivas, no decorrer do desenvolvimento ontogenético e filogenético. Vygostky foi também precursor de “uma perspectiva do desenvolvimento, consideravelmente mais ampla que aquela defendida por Piaget, ao incluir os domínios sócio-históricos e microgenético de análise” (MEIRA, 1994, p. 59). Para Góes (2000, p. 11), a análise microgenética, enquanto abordagem metodológica, apresenta uma matriz histórico-cultural e tem sido utilizada na investigação de processos educativos e psicológicos. Entre os métodos propostos por Vygotsky para abordar o desenvolvimento humano, figurava “a análise minuciosa de um processo, de modo a configurar sua gênese social e as transformações do curso de eventos”:

Estudar alguma coisa historicamente significa estudá-la no processo de mudança: esse é o requisito básico do método dialético. Numa pesquisa, abranger o processo de desenvolvimento de uma determinada coisa, em todas as suas fases e mudanças –

do nascimento à morte –, significa, fundamentalmente, descobrir sua natureza, sua essência, uma vez que “**é somente em movimento que um corpo mostra o que é**” (VYGOTSKY, 2007, p. 68, grifo nosso).

De acordo com Góes (2000), esse modo de entender a investigação foi designado de “análise microgenética” pelos seguidores de Vygotsky. Mas isso não quer dizer que essa abordagem não seja identificada em outros autores. Por exemplo, Piaget no seu “método clínico” buscou estratégias que poderiam ser consideradas microgenéticas, e podemos observar isso quando “seus seguidores referem-se à necessidade de que os estudos, nesse método, envolvam o exame crítico e minucioso das ocorrências nas sessões de provas ou entrevistas” (p. 11). Segundo esse autor, Vygotsky recebeu influências dessa abordagem nos seus métodos. A análise microgenética pode ser definida como um modo de construção de dados que exige:

A atenção a detalhes e o recorte de episódios interativos, sendo o exame orientado para o funcionamento dos sujeitos focais, as relações intersubjetivas e as condições sociais da situação, resultando num relato minucioso dos acontecimentos. Frequentemente, dadas as demandas de registro implicadas, essa análise é associada ao uso de videogravação, envolvendo o domínio de estratégias para a filmagem e a trabalhosa atividade de transcrição. A análise microgenética pode ser o caminho exclusivo de uma investigação ou articular-se a outros procedimentos, para compor, por exemplo, um estudo de caso ou uma pesquisa participante (GÓES, 2000, p. 9-10).

Inhelder et al. (1996) utilizaram essa análise em seus estudos com crianças em situações de resolução de problemas, dirigindo a atenção para os aspectos funcionais da cognição. No contexto dessas pesquisas, a resolução de problemas era apenas uma oportunidade para o desvelamento das condutas cognitivas individualizadas no plano da ação e da representação.

A resolução de problemas é, para nós, uma ocasião para estudar os processos funcionais que intervêm quando o sujeito aplica seus conhecimentos em contextos particulares, isto é, quando aplica suas estruturas à assimilação de “universos de problemas” trazidos pela sua atividade adaptativa. [...] Assim, damos às *microgêneses* a oportunidade de se manifestar. Na noção de microgênese, encontra-se a idéia de trabalhar em outra escala temporal que não aquela da macrogênese, mas, sobretudo, a de analisar as condutas cognitivas em pormenor em toda complexidade natural. O estudo das microgêneses evidencia as características do processo interativo entre o sujeito e o objeto que havia sido analisado, de modo muito global, por Piaget. Ela permite desvelar a coordenação e a integração eventuais das soluções e dos modelos parciais sucessivos do sujeito (INHELDER; CAPRONA, 1996, p. 7-12).

Neste estudo, nosso interesse não é apenas a resolução de problemas, mas a oportunidade que seu enfrentamento pode trazer ao desvelar procedimentos, objetivos, planejamento, representação, sentidos, significados, formulações implícitas, mecanismos de controle, enfim, os esquemas do sujeito surdo sinalizador na situação apresentada.

Para Meira (1994, p. 59-61), a investigação psicológica deve abranger o que ele denomina de “microanálise interpretativa” porque “a ação humana é rica em *conteúdos semânti-*

cos”, ou melhor, “ações cognitivas, comunicativas ou gestuais possuem influência em virtude do significado que elas adquirem em contextos sócio-culturais específicos”. Tendo em vista a natureza de tais ações, uma análise desse tipo no contexto de resolução de problemas pode até dispensar a utilização de “esquemas tradicionais de categorização de estratégias” e investir numa:

Descrição densa dos aspectos interacionais da atividade, tais como, diálogos entre seus participantes ou a produção colaborativa de representações durante a resolução de problemas. Em geral, este tipo de análise não busca estabelecer “leis” que governam a emergência das ações, mas identificar seus significados em relação à atividade e situações específicas. [...] o exame detalhado de processos cognitivo-interacionais deve ser enfatizado sem comprometer a compreensão da atividade como um todo (MEIRA, 1994, p.60).

Por exemplo, na resolução de problemas, uma análise microgenética deve priorizar o processo em relação à descrição de estratégias de resolução. Nesse sentido, têm valor os detalhes das ações, sem perder de vista “o significado da atividade em que tais ações se inserem” (MEIRA, 1994, p. 61). Esse tipo de análise se assemelha a “um *zoom* no estudo de determinado processo, permitindo uma análise detalhada, passo a passo, necessária à observação de mudanças desenvolvimentais significativas” (KELMAN; BRANCO, 2004, p. 95). Para compreender os processos de aprendizagem e revelar “o caráter flexível e circunstancial de representações elaboradas” na atividade matemática, Meira (1994, p. 59-71) recomenda associar à análise microgenética à videografia:

A *videografia* (estudo da atividade através da filmagem em vídeo) e a *análise microgenética* (estudo detalhado da evolução das relações entre agentes e situações) combinam-se para formar um modelo de coleta e análise de dados que permite uma interpretação robusta e consistente dos mecanismos psicológicos subjacentes à atividade humana (MEIRA, 1994, p. 59).

A videografia tem várias vantagens, principalmente, quando se trata de surdos sinalizadores que utilizam uma língua na modalidade viso-gestual-somática, caso em que a sua utilização se torna imprescindível para a leitura do seu discurso. Conscientes, como Inhelder e Caprona (1996), de que “toda leitura é uma interpretação” podemos, por meio dessa técnica, proceder a uma:

Descrição comentada das condutas, retornando tantas vezes quanto necessário aos momentos cruciais e, dependendo dos ritmos das condutas e verbalizações, recortar em sequências as diferentes fases da resolução, analisar as modificações no curso da ação e, enfim, inferir os modelos subjacentes e sua organização funcional (INHELDER; CAPRONA, 1996, p. 13).

Segundo Meira (1994), a videografia não pode substituir o observador humano, mas

deve ser associada com outros métodos. A nosso ver, a observação participante (com notas de campo) pode permitir ao pesquisador acessar e complementar o que não foi capturado pelo vídeo. Para o processo de transcrição e análise dos dados em vídeos, Meira (1994, p. 62) sugere passos para a organização dos dados, fruto de sua experiência na investigação “da atividade matemática de crianças durante sessões de resolução de problemas”:

(1) assistir por completo e sem interrupções tantos vídeos quanto possível realizando anotações preliminares sobre eventos associados ao problema de pesquisa; esta tarefa permite uma familiarização com os dados e a elaboração de uma caracterização geral da atividade; (2) produzir um "índice de eventos", que pode ser elaborado paralelamente atividade citada no item 1; este índice permitirá ao investigador um acesso mais rápido a segmentos específicos dos vídeos [...] (3) através do índice, identificar os eventos relacionados ao problema de pesquisa; esta fase inicia o trabalho interpretativo mais rigoroso, cuja natureza será discutida a seguir; (4) transcrever literalmente os eventos selecionados, com o maior número possível de detalhes; a transcrição não deve substituir o vídeo, mas servirá como apoio análise minuciosa do mesmo [...]; (5) assistir persistente e repetidamente estes segmentos (ou episódios), apoiado pela análise exaustiva das transcrições, a fim de gerar interpretações plausíveis dos microprocessos envolvidos na atividade; é importante lembrar que não há limites para quanto tempo o investigador deve deter-se em episódios específicos, pois o objetivo é construir uma caracterização densa sobre a atividade investigada, (6) ao divulgar resultados, apresentar interpretações ilustradas por exemplo prototípicas colhidos diretamente dos vídeos e transcrições, permitindo que o leitor possa compreender os argumentos e princípios teóricos sugeridos pelo investigador e/ou construir interpretações alternativas (MEIRA, 1994, p. 62).

Neste estudo, o processo de transcrição dos dados em vídeo para a organização da análise buscou seguir os passos de Meira (1994). Não foi uma tarefa fácil, mas lenta e complexa, visto que os alunos são surdos sinalizadores. Assim, exigiu a presença de uma das profissionais TILS que foi convidada para trabalhar naquele momento, em conjunto com a pesquisadora, que já possuía experiência anterior nesse processo. A pesquisadora tem estudado Libras e interagiu, durante as transcrições, sobre o conteúdo em questão, comparando-as com suas notas de campo. Os vídeos foram revisitados várias vezes, utilizando o recurso de câmera lenta do player de vídeo “Windows Media Player” e, principalmente, o Nero Show Time.

Transcrevemos os diálogos interativos entre cada estudante surdo, a TILS e pesquisadora. Optamos por uma tradução da Libras para a Língua Portuguesa, buscando sempre preservar a estrutura sintática enunciada pelos interlocutores. Nas frases entre “colchetes” descrevemos as ações dos estudantes. Numeramos cada parágrafo e registramos o tempo de duração de cada interação. Durante a análise dos diálogos, quando consideramos necessário evidenciar a estrutura da Libras, transcrevíamos a frase para a sua glosa. O volume de dados exigiu, em cada fase, manter o foco em nossos objetivos para oferecer respostas à nossa questão de pesquisa. Por exemplo, na Fase I, a análise concentrou-se no conteúdo das respostas, visando identificar o interesse dos estudantes, as dificuldades relatadas, as competências relata-

das, o conhecimento de Libras.

Na Fase II, a análise concentrou-se nos conceitos-em-ato e teoremas-em-ato mobilizados pelos sujeitos, nas situações de divisão, orientando-nos pelos significados da divisão atribuídos por Vergnaud (1983, 2009b), conforme discutimos no capítulo 3, seção 3.4. Focalizamos, também, a relação desses conceitos com os gestos e com os sinais em Libras. Para tanto, observamos, principalmente, os diálogos entre a TILS e o estudante para perceber a evolução das ações comunicativas em Libras, gestuais e escritas.

Como os gestos e os sinais em Libras são mobilizados pela mesma modalidade visomanual, os sinais foram confrontados com o “Novo Deit-Libras: dicionário enciclopédico ilustrado trilíngue da Língua de Sinais Brasileira (Libras) baseado em Linguística e Neurociências Cognitivas” de Capovilla, Raphael e Maurício (2013) e nos sinais matemáticos, descritos por Albres e Neves (2008). Assim, a articulação de mãos ou do corpo que não constavam no dicionário, foi denominada gesto, a menos que fosse um sinal regional, o que foi investigado com o profissional TILS e com os próprios surdos.

4.1.3 Perfil dos participantes da pesquisa

O quadro 1 define o perfil dos estudantes surdos da pesquisa. Esses dados foram obtidos na Fase I. Adotaremos nomes fictícios para preservar a identidade dos sujeitos.

Quadro 1. Perfil dos estudantes surdos.

Identificação	Idade	Característica da Surdez	Série	Escola
1. Luísa	18	Perda auditiva congênita de grau severo a profundo em ambas as orelhas.	1º ano do ensino médio	B
2. Frank	18	Perda auditiva adquirida aos 2 meses (catapora) de grau profundo na orelha esquerda e severo na orelha direita.	1º ano do ensino médio	C
3. Fábria	18	Perda auditiva congênita de grau severo a profundo em ambas as orelhas.	1º ano do ensino médio	C
4. Júlia	22	Perda auditiva congênita de grau severo a profundo em ambas as orelhas.	1º ano do ensino médio	C
5. Annie	26	Perda auditiva congênita de grau moderado a severo na orelha direita e severo a profundo na orelha esquerda.	2º ano do ensino médio	C

Fonte: Dados obtidos na Fase I no AEE da escola A e no Centro de Referência à Inclusão Escola (CRIE).

Participaram da Fase II duas profissionais TILS que denominamos de TILS 1 e TILS 2. A TILS 1 é funcionária efetiva estadual, graduada em Letras, trabalha há aproximadamente dez anos no AEE “da Escola A” como professora de Língua Portuguesa como segunda língua (L2) e já atuou como intérprete na sala de aula dessa escola por dois anos. Fez várias formações oferecidas pela Secretaria Estadual de Educação, abordando a L2, o AEE, curso de Libras e formação do intérprete, entre outras.

A TILS 2 começou a interessar-se pela Libras quando teve colegas surdos na sua escola; aprendeu muito dessa língua com seus colegas que hoje são seus alunos. Foi contratada pela Secretaria Estadual de Educação para atuar na sala de aula da escola C, onde atua como intérprete há aproximadamente dois anos. Fez cursos de Libras de curta duração oferecidos pelas Secretarias de Educação Estadual/Municipal de curta duração e um curso particular com certificado. Atualmente, é graduanda em Letras e possui a certificação do MEC, ou seja, o Exame Nacional para Certificação de Proficiência no uso e no ensino de Libras e para Certificação de Proficiência na tradução e interpretação de Libras/Português/Libras (Prolibras).

Na época da pesquisa, nenhuma das duas possuía a certificação do MEC. Os perfis dessas TILS são, de forma geral, a realidade das TILS que são contratadas nas escolas da região.

4.1.4 A dinâmica da produção dos dados e as situações-problema

Antes do iniciar cada sessão, houve um momento na escola de preparação para a pesquisa. Participaram desse momento, a pesquisadora e duas profissionais TILS em um horário combinado com antecedência. O objetivo foi discutir cada problema, caso houvesse alguma dúvida em Matemática e na forma de interpretação/tradução do Português para a Libras. Além disso, buscamos conferir os sinais baseado no “Novo Deit-Libras: Dicionário Enciclopédico Ilustrado Trilíngue da Língua de Sinais Brasileira (Libras) baseado em Linguística e Neurociências Cognitivas” (CAPOVILLA; RAPHAEL; MAURICIO, 2012) e nos sinais matemáticos catalogados por Albres e Neves (2008).

Desenvolvemos a aplicação das situações-problema em três sessões, durante três ou quatro encontros, com a duração de 2 horas/aula, aproximadamente, com cada estudante, individualmente. Os encontros ocorreram na escola A, com o apoio do AEE e na Escola C. Contamos com as duas TILS, uma do AEE da Escola A e outra da Escola C. Apresentamos aos estudantes 11 problemas: oito de isomorfismo de medidas (quatro de partição e quatro de medida ou quota), dois de comparação multiplicativa (busca de um escalar e busca de uma medida) e um problema de produto de medidas (combinatória), dentro do domínio dos núme-

ros naturais. Em nenhum momento informamos aos estudantes que as situações envolviam a operação de divisão; citamos apenas que eles foram convidados para resolver problemas e deviam resolvê-los da forma que sabiam ou como desejassem.

Por se tratar de estudantes do Ensino Médio, parece até elementar considerar o conjunto dos números naturais. Mas nosso objetivo era concentrar nossa atenção nas relações envolvidas nos problemas, então optamos pelo primeiro conjunto numérico a que todos têm acesso e familiaridade desde cedo, para compreender a natureza das dificuldades ou competências mediadas pela Libras, a partir do domínio mais simples.

Todas as tarefas foram apresentadas na Libras. Participaram desse momento a pesquisadora professora de Matemática (PM), o estudante surdo e os profissionais TILS, conforme disposição do experimento na Figura 23. A PM podia interagir com as TILS e com cada estudante, ao longo das atividades, quando considerasse conveniente. A filmadora 1 ficou fixa num ponto, focalizando as ações em Libras e os registros escritos no quadro. A filmadora 2 ficou livre, gravando e tirando fotos das ações mais de perto (contamos com o auxílio de um profissional). Os dias e horários foram combinados com antecedência com os responsáveis do AEE da escola A e escola C.

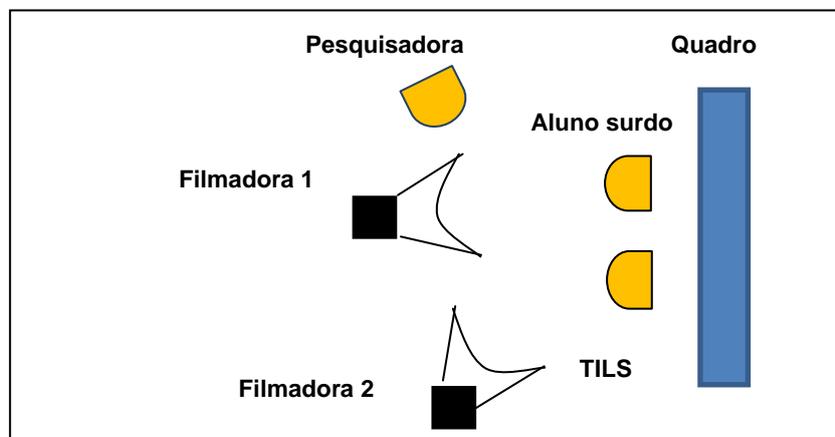


Figura 23. Disposição dos participantes no desenvolvimento das tarefas.

A dinâmica da apresentação dos problemas aos estudantes surdos seguiu, na medida do possível, os passos a seguir:

1. Apresenta o problema somente em Libras (sem nenhuma ilustração correspondente nem material pictórico), deixando disponível piloto, apagador e quadro.
 - a) Se o aluno acertar, vai direto para o passo 2.
 - b) Se o aluno não acertar repete a interpretação somente em Libras, de duas a três vezes; se ainda não acertar, repete a interpretação com o auxílio de representação visual

(imagem colada no quadro, cédulas em papel). Se acertar, vai para o passo 2, mas, se ainda assim não acertar, vai também para o passo 2.

2. Apresenta o próximo problema seguindo o passo 1.

Como o objetivo foi conhecer a natureza das respostas dos sujeitos em questão, ou seja, descobrir o oculto ou o implícito, foi necessário intervir em alguns momentos com perguntas do tipo: “Por que esse resultado?”, “Como você pensou?”. Ou até mesmo começar o procedimento para observar até onde o estudante podia alcançar, questionando: “Se fosse assim como você faria?”. A pesquisadora também interferiu, quando necessário, orientando e auxiliando a TILS.

As situações-problemas desenvolvidas, juntamente com as ilustrações disponíveis (desenhadas para esses problemas pela professora Daniela Susmaga), são descritas a seguir na ordem em que foram apresentadas aos estudantes.

Na *sessão 1*, foram apresentados os problemas 1, 2, 3, 4, que denominamos de P1, P2, P3, P4:

P1. Paguei R\$12,00 por 3 refrigerantes. Quanto custa cada refrigerante?

Tipo: Isomorfismo de medidas (Partição envolvendo preço).

Material disponibilizado: pincel, quadro, cédulas separadas por categorias (R\$ 10,00, R\$, 2,00, R\$ 1,00), representação pictórica do problema e imagens recortadas de vários refrigerantes (Figura 21).

Cálculo numérico: $12 \div 4 = 3$.



Figura 24. Representação pictórica do problema 1 e imagem de um refrigerante.
Fonte: Arquivo pessoal.

P2. Cada caderno custa R\$ 4,00. Quantos cadernos você pode comprar com R\$ 48,00?

Tipo: Isomorfismo de medidas (Quota ou medida envolvendo preço).

Material a ser disponibilizado: pincel, quadro, cédulas separadas por categorias (R\$ 1,00, R\$, 2,00, R\$ 5,00, R\$ 10,00), representação pictórica do problema (Figura 22), imagens recortadas de cadernos.

Cálculo numérico: $48 \div 4 = 12$

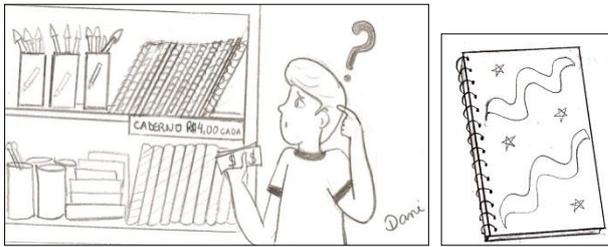


Figura 25. Representação pictórica do problema 2 e imagem de um caderno.
Fonte: Arquivo pessoal.

P3. Rita comprou 2 cadernos e pagou R\$ 24,00. Se cada caderno custar o mesmo preço, quanto pagou por cada um?

Tipo: Isomorfismo de medidas (Partição envolvendo preço).

Material a ser disponibilizado: pincel, quadro, cédulas separadas por categorias (R\$ 10,00, R\$ 20, R\$ 2,00, R\$ 1,00), representação pictórica do problema (Figura 23), imagens recortadas de cadernos.

Cálculo numérico: $24 \div 2 = 12$.



Figura 26. Representação pictórica do problema 3.
Fonte: Arquivo pessoal.

P4. Pedro tem R\$ 52,00 e quer comprar para sua festa de aniversário alguns pacotes de pratos descartáveis a R\$ 2,00 o pacote. Quantos pacotes ele pode comprar?

Tipo: Isomorfismo de medidas (Quota ou medida envolvendo preço).

Material a ser disponibilizado: pincel, quadro, cédulas separadas por categorias (R\$ 1,00, R\$, 2,00, R\$ 10,00, R\$ 50,00), representação pictórica do problema (Figura 24), imagens de pacotes de pratos descartáveis.

Cálculo numérico: $52 \div 2 = 26$

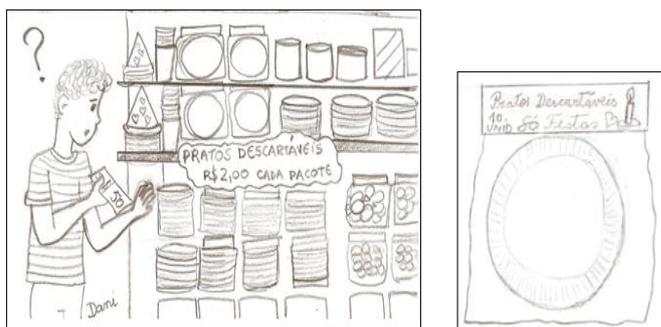


Figura 27. Representação pictórica do problema 4 e imagem de um pacote de pratos descartáveis.
Fonte: Arquivo pessoal.

Na *sessão 2* foram apresentados os problemas 5,6,7,8, que denominamos de P5, P6, P7, P8:

P5. Josefa tem ao todo 24 ovos, arrumados igualmente em 4 cartelas. Quantos são os ovos em cada cartela?

Tipo: Isomorfismo de medidas (Partição envolvendo grupos equivalentes).

Material a ser disponibilizado: pincel, quadro, representação pictórica do problema (Figura 25).

Cálculo numérico: $24 \div 4 = 6$

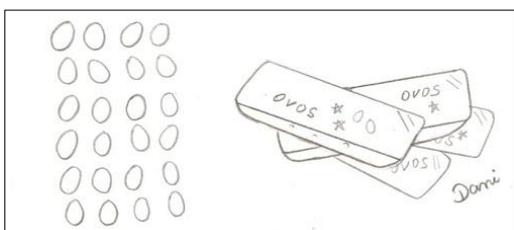


Figura 28. Representação pictórica do problema 5.
Fonte: Arquivo pessoal.

P6. Marcílio comprou várias cartelas de ovos e ficou com 48 ovos. Se cada cartela tem 6 ovos, quantas cartelas Marcílio comprou?

Tipo: Isomorfismo de medidas (Quota ou medida envolvendo grupos equivalentes).

Material a ser disponibilizado: pincel, quadro, representação pictórica do problema (Figura 26).

Cálculo numérico: $48 \div 6 = 8$

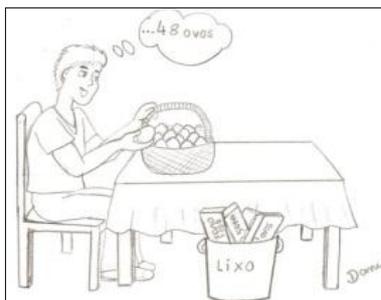


Figura 29. Representação pictórica do problema 6.
Fonte: Arquivo pessoal.

P7. Jurema andou 15 km em 5 horas. Se ela andar sempre à mesma velocidade, quantos quilômetros andará por hora?

Tipo: Isomorfismo de medidas (Partição envolvendo razão).

Material a ser disponibilizado: pincel e quadro, representação pictórica do problema (Figura 27).

Cálculo numérico: $15 \div 5 = 3$ km.



Figura 30. Representação pictórica do problema 7.

Fonte: Arquivo pessoal.

P8. Jurema anda 3 km por hora. Em quantas horas andará 18 km?

Tipo: Isomorfismo de medidas (Quota envolvendo razão).

Material a ser disponibilizado: pincel e quadro, representação pictórica do problema (Figura 28).

Cálculo numérico: $18 \div 3 = 6$

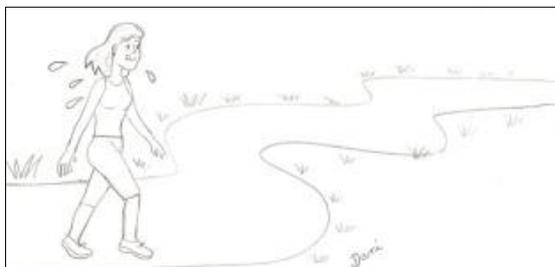


Figura 31. Representação pictórica do problema 8.

Fonte: Arquivo pessoal.

Na **sessão 3** foram apresentados os problemas 9,10,11, que denominamos de P9, P10, P11:

P9. A casa de Joana de dois andares tem 6 m de altura e o muro ao redor mede 2 m. Quantas vezes a casa é maior que o muro?

Tipo de problema: Comparação multiplicativa (busca de um escalar).

Material disponibilizado: pincel e quadro, representação pictórica do problema (Figura 29).

Cálculo numérico: $6 \div 2 = 3$

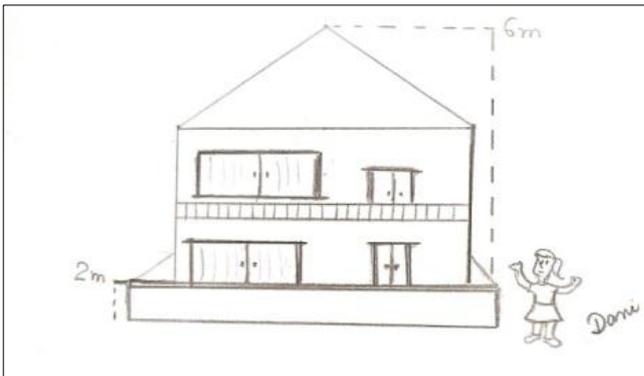


Figura 32. Representação pictórica do problema 9.
Fonte: Arquivo pessoal.

P10. O prédio onde moro mede 30 m de altura. Ele é três vezes maior que o prédio que minha amiga mora. Quanto mede o prédio da minha amiga?

Tipo de problema: Comparação multiplicativa (busca de uma medida).

Material disponibilizado: pincel e quadro, representação pictórica do problema (Figura 30).

Cálculo numérico: $30 \div 3 = 10$



Figura 33. Representação pictórica do problema 10.
Fonte: Arquivo pessoal.

P11. Num baile formaram-se 12 pares diferentes. Como os rapazes eram quatro, quantas eram as moças?

Tipo de problema: Produto cartesiano/combinatória

Material disponibilizado: pincel e quadro, representação pictórica do problema (Figura 31).

Cálculo numérico: $12 \div 3 = 4$



Figura 34. Representação pictórica do problema 11.
Fonte: Arquivo pessoal.

5 ANÁLISE DOS REGISTROS DA AÇÃO

É somente em movimento que um corpo mostra o que é (VYGOTSKY, 2007, p. 68).

Neste capítulo, apresentamos a análise dos esquemas dos estudantes surdos, destacando as suas ações em Libras, em gestos e escritas durante a resolução de problemas envolvendo os significados da divisão. Particularmente, buscamos nessas ações os conteúdos desses esquemas, ou seja, os conceitos e teoremas-em-ação mobilizados ao longo da atividade. Ao mesmo tempo, tentamos observar como as práticas em Libras vão influenciando tais esquemas, ou melhor, “fazer matemática” por meio da Libras, uma língua gesto-visual, pode seguir uma trajetória com características diferentes (em termos de esquemas) das aprendizagens mediadas por uma linguagem oral?

Vale lembrar que a tentativa de identificar os esquemas dos estudantes será sempre uma “aproximação”, porque, na condição de professora/pesquisadora, estamos o tempo todo formulando hipóteses sobre as reais construções de pensamento dos nossos estudantes. Como enfatiza Vergnaud (2009a), apenas uma parcela reduzida de nossos conhecimentos pode ser explicitada. Assim, para desenvolver tamanha empreitada, nos orientamos, principalmente, pela constante indagação ao estudante sobre como ele pensou, confrontando suas ações e respostas com os significados e procedimentos das situações de divisão (VERGNAUD, 1983, 2009b), a tipologia dos gestos de McNeill (1992) e com as características da própria Libras; tendo consciência que uma microanálise pode até dispensar a utilização de categorização de estratégias para deixar o estudo de “caso”, o “exemplo” ou o “corpo” mostrar toda a sua complexa riqueza de significados.

A videografia permitiu a reconstituição detalhada desse processo que se deu a partir de situações dialógicas em Libras. A análise de seus diálogos possibilitou enxergar o desenvolvimento das ações dos estudantes para tentar identificar os significados atribuídos a cada situação-problema, examinando em detalhes “os processos cognitivo-interacionais sem comprometer a compreensão da atividade como um todo” (MEIRA, 1994, p. 60).

O quadro 2, apresenta de forma resumida as sessões de aplicação dos problemas. Por questão de espaço, omitimos as ilustrações relacionadas a cada problema que, eventualmente, foram utilizadas (ver metodologia, capítulo 4). Os problemas foram apresentados aos estudantes, seguindo a ordem numérica de 1 a 11. Lembramos, novamente: os estudantes apenas foram informados de que iriam resolver problemas de Matemática e deveriam resolvê-los como soubessem.

Quadro 2. Apresentação dos tipos de situações-problema por sessão.

ISOMORFISMO DE MEDIDAS		
SESSÕES	DIVISÃO COMO PARTIÇÃO	DIVISÃO COMO MEDIDA
SESSÃO 1	(P1) Paguei R\$12,00 por 3 refrigerantes. Quanto custa cada refrigerante?	(P2) Cada caderno custa R\$ 4,00. Quantos cadernos você pode comprar com R\$ 48,00?
	(P3) Rita comprou 2 cadernos e pagou R\$ 24,00. Se cada caderno custar o mesmo preço, quanto pagou por cada um?	(P4) Pedro tem R\$ 52,00 e quer comprar para sua festa de aniversário alguns pacotes de pratos descartáveis a R\$ 2,00 o pacote. Quantos pacotes ele pode comprar?
SESSÃO 2	(P5) Josefa tem 24 ovos, arrumados igualmente em 4 cartelas. Quantos são os ovos em cada cartela?	(P6) Marcílio comprou várias cartelas de ovos e ficou com 48 ovos. Se cada cartela tem 6 ovos, quantas cartelas Marcílio comprou?
	(P7) Jurema andou 15 km em 5 horas. Se ela andar sempre à mesma velocidade, quantos km andará por hora?	(P8) Jurema anda 3 km por hora. Em quantas horas andará 18 km?
SESSÃO 3	COMPARAÇÃO MULTIPLICATIVA	
	(P9) A casa de Joana de dois andares tem 6 m de altura e o muro ao redor mede 2 m. Quantas vezes a casa é maior que o muro? (Busca de um escalar)	(P10) O prédio onde moro mede 30 m de altura. Ele é três vezes maior que o prédio que minha amiga mora. Quanto mede o prédio da minha amiga? (Busca de uma medida)
	PRODUTO DE MEDIDAS (COMBINATÓRIA)	
	(P11) Num baile formaram-se 12 pares diferentes. Como os rapazes eram 4, quantas eram as moças?	

5.1 OS ESQUEMAS DE AÇÃO DOS ESTUDANTES SURDOS

Inicialmente, apresentamos cada estudante, conforme as informações obtidas na entrevista com os alunos selecionados e com as professoras do AEE. Após a apresentação, transcrevemos os diálogos produzidos no decorrer da atividade e sua análise interpretativa. Transferimos para o Apêndice os diálogos referentes a procedimentos e processos repetidos.

5.1.1 Apresentação de Luísa

Luísa tem dezoito anos. Foi diagnosticada com surdez profunda bilateral desde o nascimento. É filha de pais ouvintes. Cursa o 1º ano da Escola B. Dos quatro aos seis anos de idade, estudou numa escola particular, onde a mãe era professora e proprietária. Aos sete anos, foi para a escola pública regular. Aos nove anos, começou a frequentar o AEE no Cen-

tro de Referência à Inclusão Escolar (CRIE), onde começou a aprender Libras. Atualmente, frequenta o AEE da Escola A. Em casa, apenas sua mãe domina a Libras (buscou aprender desde o início da sua escolarização), sua avó e seu pai sabem pouco. Luísa apresenta pouco domínio da Língua Portuguesa, tanto na leitura como na escrita. Relatou que gosta de estudar mas, às vezes, tem preguiça. Suas disciplinas preferidas são Educação Física e Geografia, tem maior dificuldade em Matemática e Inglês. Quando ingressou na escola pública, sempre contou com a presença do TILS. Em relação à presença desse profissional na sala de aula, considera muito importante, pois o professor ensina, o TILS explica e ela, às vezes entende, outras não. Não gosta de estudar Matemática, mas, às vezes, estuda em casa o assunto que o TILS explicou na sala, tentando fazer as atividades. Considera que já aprendeu contas de adição e subtração, sabe um pouco da multiplicação. Sobre a divisão, relatou não saber nada, citando que ainda faz bolinhas para dividir. Tem dificuldades com números negativos. Acha que a Libras ajuda muito a aprender, pois é a língua que o TILS utiliza para explicar. Gostaria de aprender mais sobre números negativos.

5.1.2 Os esquemas de Luísa: “agrupando bolinhas ou os dedos para dividir”

Os diálogos a seguir referem-se ao P1: “Paguei R\$12,00 por 3 refrigerantes. Quanto custa cada refrigerante?” (Isomorfismo de medidas: partição (preço)).

- 1 **TILS1:** *Pagou-se 12 reais por três refrigerantes. Quanto custa cada refrigerante?* [Fez o sinal “cada” movendo o indicador três vezes no espaço: “1, 1, 1”].
- 2 **Luísa:** *Dividir 12?* [Depois de sinalizar, segurou três dedos na mão direita (MD) e com a mão esquerda (ME) sinalizou 12, 11 e 10 e respondeu]... *10 reais.*
- 3 **TILS1:** *10 reais cada refrigerante? Vou mostrar a figura, olhe! Pagou 12 reais aqui, olhe! Cada refrigerante* [Apontou] *é quanto?* [Interpretou apontando os dados numéricos do problema na Figura 24, Luísa sinalizou esses dados junto com ela].
- 4 **Luísa:** *Somar?*
- 5 **TILS1:** *Não sei. Pense, faça como quiser.*
- 6 **Luísa:** *Eu dou 12, me devolve troco. Um... um...dez, um não dois são 10, soma, dá 12 e eu dou para o caixa.*
- 7 **TILS1:** *Paguei 12 reais por três refrigerantes, a pergunta é quanto custa cada refrigerante? Três refrigerantes eu paguei 12 reais* [Abriu três dedos, sinalizou “refrigerante” para cada dedo. A pesquisadora de matemática (PM) interrompeu e pediu para ela usar as figuras móveis de refrigerantes (Figura 24)]. *Três refrigerantes* [mostrou figuras], *três paguei 12 reais por cada um* [Apontando “um” para cada refrigerante na Figura 24], *quanto é um?*

- 8 **Luísa:** 36 [Sinalizou 12 com a MD tocou este sinal em três dedos da ME, depois com o indicador tocou três vezes no quadro, registrou na vertical $12+12+12=36$ (Figura 35)].
- 9 **TILS1:** *Mas aqui você pagou 36 reais eu falei só 12 reais por três refrigerantes, só pode gastar 12 reais, aqui* [Apontando] *você gasta 36 reais, só 12, pense!*
- 10 **PM:** [Desenhou um refrigerante associado a uma interrogação, depois três refrigerantes, circulo e rotulou R\$ 12,00 (Figura 36)].
- 11 **Luísa:** [Desenhou com o dedo no quadro 4, 4, 4 na vertical (*gesto metafórico*), abriu 8 dedos nas duas mãos como se somasse até o 12] 4.
- Tempo total: (5min55s).

Diante do problema P1, a TILS1 começou sinalizando palavra por palavra, seguindo o mesmo enunciado do problema em Português, omitindo o sujeito da frase, como é possível observar quando transcrevemos a frase para a glosa de Libras: PAGAR R\$12,00 TRÊS REFRIGERANTE QUANTO CUSTAR CADA REFRIGERANTE?

A estudante pensou em “dividir”, existia uma ideia vaga de que o problema era de partição, porém operou indevidamente com os dados numéricos, pareceu que queria tirar três de doze (12-3), assim daria nove e não dez (parágrafo 2). A interpretação auxiliada pela figura conduziu-a, novamente, a operar indevidamente com os dados numéricos e pensar em “somar”, aparentando não ter consciência da operação a fazer, porque, pelo seu enunciado, entendemos que ela pensou: “dois refrigerantes eram dez reais, $10+2=12$ e entrego 12 para o caixa”. Para Luísa, a primeira interpretação não deixou claro que todos os refrigerantes juntos custavam doze e o objetivo era descobrir o preço de apenas um.

Na segunda interpretação (parágrafo 7), TILS1 usou a topicalização⁴¹ destacando a relação dos dados no problema:

TRÊS REFRIGERANTE PAGAR R\$ 12, 00 ... QUANTO UM?
(Glosa de Libras)
Três refrigerantes eu paguei doze reais [Abriu três dedos, sinalizou “refrigerante” para cada dedo]... *quanto é um?*
(tradução).

Todo o esforço da TILS1, fazendo corresponder o sinal “refrigerante” para cada dedo (três dedos), bem como a utilização dos desenhos móveis dos três refrigerantes, não foram suficientes para a compreensão de Luísa. Pelo contrário, a utilização simultânea desses recursos (Libras e desenho), nesse caso, atrapalhou a seleção da informação porque a estudante

⁴¹ Consiste em colocar o tema do discurso, que apresenta uma ênfase especial, no início da frase, seguindo-se comentário sobre esse tema.

pensou que cada refrigerante custava 12 reais (Figura 35). Apenas o desenho da PM, circulando os três refrigerantes e rotulando 12 reais (Figura 36), trouxe clareza e dinamismo à representação, induzindo-a ao acerto. Enfim, esse episódio mostrou que a estudante entendeu melhor o problema quando este foi apresentado visualmente (Figura 36).

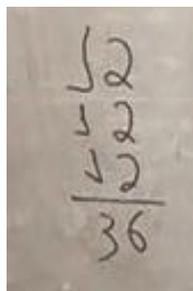


Figura 35. Registro de Luísa (P1).

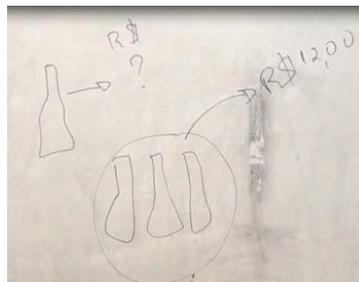


Figura 36. Desenho de PM (P1).

Para acertar a questão, a estudante buscou um valor que, somado três vezes, totalizasse o valor limite ou de referência (12). Mobilizou o *conceito-em-ação* da adição repetida explicitada no *gesto metafórico*, quando desenhou no quadro com o dedo “4, 4, 4”. Na matemática formal, a lógica utilizada pela estudante (*teorema-em-ação*), refere-se a um caso particular, $f(3) = f(1+1+1) = f(1)+f(1)+f(1) = 4+4+4=12$, da propriedade geral de isomorfismo da função linear para a adição: $f(x + x' + x'') = f(x)+f(x')+f(x'')$, neste caso $x=x'=x''=1$. Em outras palavras, o valor de um refrigerante (4), mais o valor de um refrigerante (4), mais o valor de um refrigerante (4) é 12.

Ao longo da situação, a estudante mobilizou vários *conceitos-em-ação*: a adição de naturais ($12+12+12=36$, $4+4+4=12$, $10+2=12$), subtração de naturais ($12-3$), organização das parcelas no algoritmo da adição (unidade embaixo de unidade, dezena embaixo de dezena), ordem decrescente, valor limite, correspondência biunívoca coordenada com a contagem; fazendo corresponder um sinal em Libras a um dedo da sua mão, denotamos aqui por correspondência *sinal-a-dedo*: 12-1, 11-1, 10-1 (parágrafo 2) e 12-1, 12-1, 12-1 (parágrafo 8).

A próxima situação dialógica diz respeito ao problema P2: “Cada caderno custa R\$ 4,00. Quantos cadernos você pode comprar com R\$ 48,00?” (Isomorfismo de medidas: quota ou medida (preço)).

- | | |
|---|--|
| 1 | TILS1: Cadernos, cada caderno custa 4 reais, eu tenho 48 reais. Quantos cadernos posso comprar? |
| 2 | Luísa: 12 reais, 84 é maior. |
| 3 | TILS1: Tenho 48 reais, caderno custa 4 reais. Quantos cadernos eu posso comprar? |

- 4 **Luísa:** [Sinalizou 8 com a MD e 4 com a ME. Com as duas mãos abriu 9 dedos e juntou de 2 em 2 (Figura 37)] *2 reais...soma. Desculpa, repete.*
- 5 **TILS1:** [Repetiu o problema da mesma forma, Luísa sinalizou os dados junto com ela].
- 6 **Luísa:** *48 tudo!*
- 7 **TILS1:** *Sim, eu tenho 48 reais, o caderno custa 4 reais* [Colou a Figura 25 e um caderno solto com o preço de 4 reais]. *Cada caderno custa 4 reais, um só custa 4 reais* [Apontou para o desenho de um só caderno].
- 8 **Luísa:** *Tenho que lembrar e encontrar, espera.* [Desenhou com o dedo (*gesto metafórico*) o número 4 no quadro (Figura 38), registrou três linhas de quatro bolinhas com o rótulo 4 ao lado, sinalizou “mais” e continuou fazendo linhas de 4 bolinhas, contando sempre de um em um com o dedo indicador da MD, e com a ME foi sinalizando sua contagem (Figura 39), registrou o rótulo 20, depois 29, registrou mais alguns rótulos para lembrar] *48 tudo, aqui encontrei* (Figura 40).
- 9 **TILS1:** *Quantos cadernos tem aí?*
- 10 **Luísa:** *Quantos? Quatro reais e encontrei 48.*
- 11 **TILS2:** *48 reais está certo. A pergunta é quantos cadernos você pode comprar? Quantos você vai levar para casa?*
- 12 **Luísa:** *Vou pagar 48 reais.*
- 13 **TILS1:** *Sim.*
- 14 **Luísa:** [Apontou para desenho de um caderno e apontou para o 4 no seu desenho, depois para o rapaz da Figura 25 e por último para 48 reais].
- 15 **PM:** *1, 2* [Sinalizou apontando para os grupos de 4 que ela fez].
- 16 **Luísa:** *Ah!* [Continuou a contagem de PM]... *12.*
- Tempo total: (8min44s).

Luísa teve dificuldades em compreender e reter as informações do problema. Respondeu “doze reais”, mencionando que “84 é maior” (espelhou 48 sinalizando 84, isso pode acontecer porque na rapidez na sinalização o surdo pode se atrapalhar). Discutindo com a professora de Luísa do AEE, chegamos à conclusão que a estudante estava comparando o novo valor 48, com o dado do problema anterior (12). Em seguida, juntou nove dedos de dois em dois (*gesto metafórico*), tornando a responder dois reais, demonstrando que desejava agrupar algum valor de dois em dois. Luísa só começou a compreender depois da terceira interpretação (parágrafo 5), quando ela acompanhou, sinalizando, simultaneamente, os dados, e no momento que a TILS1 mostrou a figura enfatizando “só um caderno”. Primeiro, a estudante representou as cotas ou os grupos de 4 até atingir o valor limite 48 (*conceito-em-ação*), aparentando não estar atenta para a resposta a fornecer, ou seja, o número de quotas. Depois da interferên-

cia da PM, ela “despertou” para contar o número de quotas e responder.

Nesse problema, o procedimento da estudante foi: encontrar com certa ajuda “quantas vezes 4 cabe em 48” (*teorema-em-ação*) através de representação concreta (pictórica). Ao longo da atividade, explicitou os *conceitos-em-ação*: correspondência biunívoca (*bolinha-sinal*) coordenada com a contagem um-a-um através de *gesto dêitico*, cardinal de um número quando rotulou algumas bolinhas (o último número contado corresponde ao total). Na segunda tentativa de resolver o problema (parágrafo 4), também realizou agrupamento dos dedos (*conceito-em-ação*) através de *gesto metafórico*: $9=(1+1)+(1+1)+(1+1)+(1+1)=2+2+2+2+1$ (parágrafo 4, Figura 37), conceito que pode servir de base para a construção futura da propriedade associativa da adição.



Figura 37. Luísa juntando dedos de 2 em 2: *gesto metafórico* (P2).



Figura 38. Luísa desenhando 4 com o dedo: *gesto metafórico* (P2).

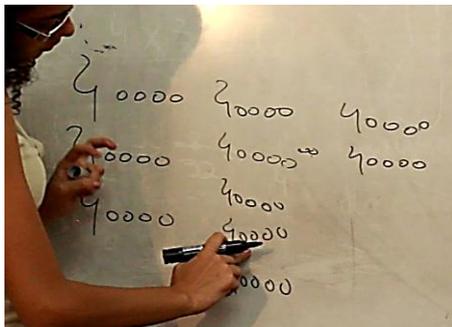


Figura 39. Luísa apontando (MD) e sinalizando 25 (ME): *gesto dêitico* (P2).

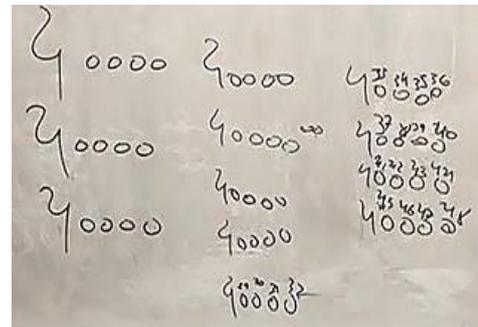


Figura 40. Registro de Luísa: “Quantas vezes 4 cabe em 48” (P2).

Nas situações dialógicas referentes aos problemas P3, P4, P5, P6 (APÊNDICE H), Luísa primeiro selecionou os dados do problema, repetindo-os, junto com a TILS1, em seguida, utilizou o mesmo procedimento identificado anteriormente: “a aplicação do operador escalar”, mobilizando o teorema-em-ação “quantas vezes o divisor (d) cabia no dividendo (D)” (VERGNAUD, 1983; PINTO, 2009), através de representação pictórica (Figuras 41, 42, 43, 44, 45). Nos problemas P3 e P4, após cada procedimento da estudante, a PM mostrou o algo-

ritmo da divisão, explicando que era mais rápido fazer desta forma (Figuras: 46 e 47). A Figura 43 mostra a primeira tentativa de Luísa na resolução do P5. A estudante usou “dois” como quota (registrou 17 vezes duas bolinhas), quase automaticamente. Depois que TILS perguntou “17?”, ela desenhou “seis grupos de quatro”, contou os grupos e respondeu corretamente (Figura 44). Nessas situações, explicitou os conceitos de número cardinal (quando rotulava) e correspondência biunívoca *signal-a-bolinha*, utilizando *gestos dêiticos*, sinalizando e contando as quotas, simultaneamente, sempre de um-em-um.

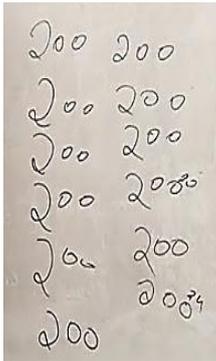


Figura 41. Registro de Luísa (P3): “Quantas vezes 2 cabe em 24?”.

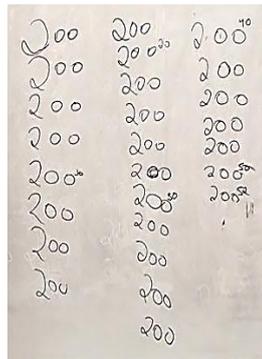


Figura 42. Registro de Luísa (P4): “Quantas vezes 2 cabe em 52?”.

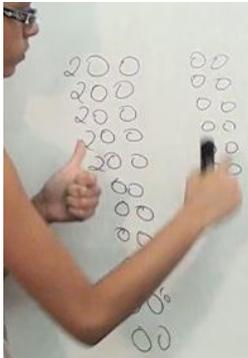


Figura 43. Primeiro registro de Luísa (P5): 17 quotas de 2, apontando/sinalizando (*Gesto dêitico*).



Figura 44. Segundo registro de Luísa (P5): contando as quotas 4 (*Gesto dêitico*).



Figura 45. Registro de Luísa (P6): contando as quotas 6 (*Gesto dêitico*).

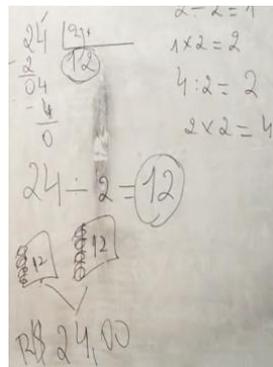


Figura 46. Registro da PM: algoritmo da divisão (P3).

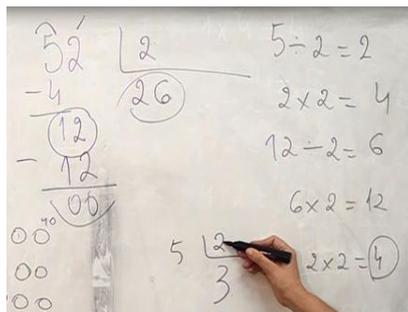


Figura 47. Registro da PM: algoritmo da divisão (P4).

Apresentamos, a seguir, os diálogos ocorridos ao longo do problema P7: “Jurema andou 15 km em 5 horas. Se ela andar sempre à mesma velocidade, quantos quilômetros andará por hora?” (Isomorfismo de medidas: partição (razão)).

- 1 **TILS1:** *Jurema andou 15 km gastou 5 horas para andar. Se Jurema andar sempre à mesma velocidade, quantos quilômetros Jurema andará?* [Esqueceu de dizer “por hora”].
 - 2 **Luísa:** *De novo.*
 - 3 **TILS1:** [Repetiu o problema da mesma forma sem dizer “por hora”].
 - 4 **Luísa:** *Espera... 15, 5...35 km.*
 - 5 **TILS1:** [A PM falou para TILS2 enfatizar só uma hora] *Jurema andou 15 km gastou 5 horas para andar. Se Jurema andar sempre à mesma velocidade, quantos quilômetros Jurema andará em 1 hora, só 1 hora?*
 - 6 **Luísa:** *Não sei.*
 - 7 **TILS1:** *Gastou 1 hora, 2 horas, 4 horas, 5 horas para andar a distância de 15 km, quanto andará em 1 hora? Gastou 5 horas até chegar a 15 km* [Mostrou a Figura 30 e sinalizou novamente].
 - 8 **Luísa:** [Desenhou no quadro com o dedo $5+5+5+5$] *20.*
 - 9 **TILS1:** *20? Não.*
 - 10 **Luísa:** *Não sei, é difícil.*
 - 11 **PM:** [Fez uma tabela no quadro (Figura 48), perguntou] *quanto?*
 - 12 **Luísa:** *Não sei.*
 - 13 **PM:** [Fez outra tabela (Figura 48) para ela completar] *aqui no 4 dá quanto?*
 - 14 **Luísa:** *10?*
 - 15 **PM:** *Precisa dividir 15 por 5, dá quanto?* [Armou o algoritmo para ela fazer].
 - 16 **Luísa:** [Fez 15 bolinhas e circuloou 3 grupos de 5, registrou o resultado no algoritmo (Figura 49)].
- Tempo total: (6s).

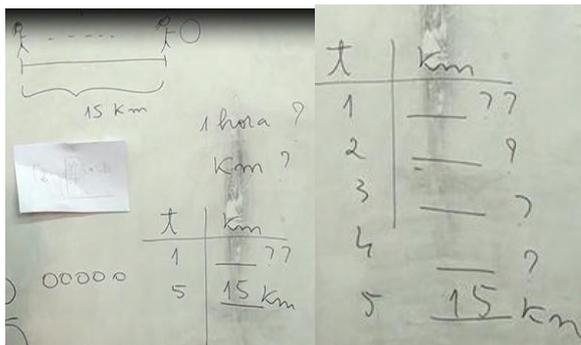


Figura 48. Registro da PM (P7).

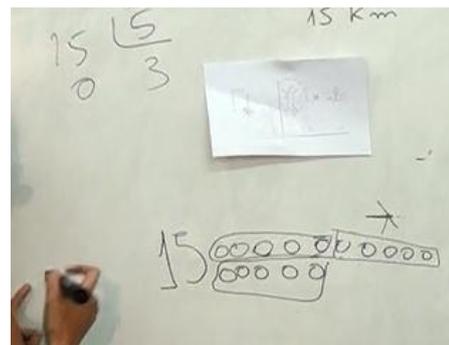


Figura 49. Registro de Luísa (P7).

A TILS1 interpretou duas vezes (parágrafos: 1 e 3), omitindo a informação mais importante “quantos quilômetros andar por hora ou em uma hora somente?”:

JUREMA 15 KM ANDAR. HORA-DURAÇÃO 5 HORAS ANDAR. SE JUREMA ANDAR SEMPRE VELOCIDADE IGUAL, QUANTOS QUILOMETROS JUREMA ANDAR QUANTO? (Glosa de Libras).

Jurema andou 15 km gastou 5 horas para andar. Se Jurema andar sempre à mesma velocidade, quantos quilômetros Jurema andar? (tradução).

Esse fato prejudicou a compreensão inicial do problema, e fez a aluna pedir para repetir. Mas mesmo depois que a TILS1 sublinhou a informação relevante, Luísa ainda não conseguiu entender.

Problemas envolvendo razão integram o currículo escolar do Ensino Fundamental, desde a introdução de fração nas séries iniciais, até de forma mais ampla no 7º ano e 9º ano. Nesses dois últimos anos, os PCN (1998) recomendam aos professores apresentarem aos estudantes várias situações que envolvem a regra de três simples e composta relacionando tempo, distância, velocidade, entre outras grandezas. Diversos exemplos encontram-se, principalmente, no contexto da Física no 9º ano do Ensino Fundamental e no 1º ano do Ensino Médio. Assim, era de se esperar que Luísa mobilizasse algum conceito advindo do seu tempo de escolarização e de sua vivência na sala de aula. Entretanto, ela não demonstrou nenhuma familiaridade com esse significado da divisão, mesmo quando a PM desenhou as tabelas para ela completar (esquema de Vergnaud (1983)). Nenhum dos recursos (Figura 30, Figura 48) utilizados, fez sentido para Luísa, pois ela não conseguiu identificar o cálculo relacional nem o numérico. A PM precisou revelar que o cálculo era de divisão, pedindo para ela fazer a conta sozinha. Então, como nos exemplos anteriores, Luísa utilizou representação pictórica, mas fez diferente. Primeiro, registrou o total de 15 de bolinhas, depois circulo “três grupos de cinco” (*conceito-em-ação*: agrupamento), com mais uma diferença, registrou os valores no algoritmo, isto é, “três” no quociente e “zero” no resto, mostrando que sabia onde colocar

cada valor obtido (*conceito-em-ação*). Talvez a estudante tenha aprendido com a explicação da PM na situação P3 e P4 (Figuras: 46 e 47). Esse resultado sugere que Luísa não tivera a oportunidade de vivenciar situações desse tipo na sua vida escolar ou, talvez, não tivesse entendido a forma como a TILS1 interpretou o problema.

No problema P8, “Jurema anda 3 km por hora. Em quantas horas andará 18 km?” (Isomorfismo de medidas: quota ou medida (razão)), Luísa sinalizou os valores do enunciado e não hesitou, repetiu o procedimento anterior, conforme Figura 50. Nesse momento, a estudante, provavelmente, atentou que os problemas poderiam envolver sempre a operação de divisão. Os diálogos interativos são apresentados a seguir.

- 1 **TILS1:** *Jurema anda 3 km em 1 hora anda 3 km , quantas horas andará 18 km?*
 - 2 **Luísa:** *3 e 18... 18 por 3?*
 - 3 **TILS1:** *Sim.*
 - 4 **Luísa:** [Registrou $18 \div 3$, fez 20 bolinhas contando em Libras e apontando simultaneamente para cada bolinha. Apagou duas bolinhas e foi circulando grupos de 3, contou os grupos, registrou a resposta 6 no quociente e zero no resto (Figura 50)].
- Tempo total: (2min35s).

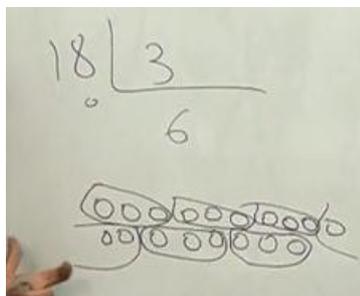


Figura 50. Registro de Luísa (P8).

No problema P9, “A casa de Joana de dois andares tem 6 metros de altura e o muro ao redor mede 2 metros. Quantas vezes a casa é maior que o muro? (Comparação multiplicativa: busca de um escalar)”, Luísa perguntou “casa é mais?”, provavelmente, para confirmar a sua comparação entre a casa e o muro. A TILS1 logo repetiu a interpretação, e a estudante começou a desenvolver seu raciocínio: representou o total (6) e dividiu, agrupando seus dedos de “dois” em “dois” através de gesto metafórico (*conceito-em-ação*), depois olhou para os grupos e respondeu “três”. Como os valores eram pequenos, foi fácil dividir utilizando os dedos (Figura 51).

- 1 **TILS1:** *A casa de Joana tem dois andares e mede 6 m. Ao redor tem um muro que mede 2m. Quantas vezes [Usou sinal de “vezes” da operação] a casa de Joana é maior que o muro?*
 - 2 **Luísa:** *A casa é mais?*
 - 3 **TILS1:** *De novo [Repetiu do mesma forma].*
 - 4 **Luísa:** *[Abriu 6 dedos, 5 da ME e 1 da MD, e juntou de 2 em 2 (Figura 51)] 3, é fácil!*
- Tempo total: (1min53s).



Figura 51. Luísa agrupando dedos de 2 em 2: gesto metafórico (P9).

No problema P10, “O prédio onde moro mede 30 m de altura. Ele é três vezes maior que o prédio que minha amiga mora. Quanto mede o prédio da minha amiga? (Comparação multiplicativa: busca de uma medida)”, Luísa, de início, estava decidida sobre a divisão, reteve o dividendo 30 e não lembrou o valor do divisor. Nesse momento, a TILS1 repetiu o problema e ela reteve o divisor: “dividido por 3!”. Pareceu que a estudante já sabia o que fazer, mas a PM não esperou a estudante responder e orientou a TILS1 para mostrar a Figura 33, ilustrativa do problema. Esse recurso, pouco influenciou, então Luísa repetiu o mesmo procedimento do problema P9, conforme Figura 52.

- 1 **TILS1:** *Meu prédio tem 30 m, meu amigo mora num prédio perto, o meu prédio é três vezes [Sinal de operação] maior, o prédio de meu amigo é quanto?*
 - 2 **Luísa:** *30 dividido... [Fez o sinal de dividir no ar (gesto metafórico)].*
 - 3 **TILS1:** *30 m é o meu prédio o de meu amigo é perto, mas o meu prédio é maior três vezes [Sinal de operação] que o prédio de minha amiga, quanto maior que o prédio de minha amiga?*
 - 4 **Luísa:** *dividido por 3! [Fez sinal de dividir no ar (gesto metafórico)]... 30 é maior!*
 - 5 **TILS1:** *[A PM orienta para pegar a Figura 33, a TILS1 interpreta novamente apontando para os elementos da Figura].*
 - 6 **Luísa:** *[Registrou 30, fez três linhas de dez bolinhas. Contou tudo de um em um, apontou para o 30, sinalizou 3 com a MD e circuloou grupos de 3. Contou os grupos com o indicador da MD e sinalizou os números com a ME. Fez o sinal de divisão ao lado de 30, registrou 3 no divisor e 10 no quociente (Figura 52)].*
 - 7 **TILS1:** *Certo. O prédio de minha amiga mede 10 m.*
- Tempo total: (4min10s).



Figura 52. Registro de Luísa (P10).

Os próximos diálogos são referentes ao P11 “Num baile formaram-se 12 pares diferentes. Como os rapazes eram 4, quantas eram as moças? (Produto de medidas: combinatória)”.

- 1 **TILS1:** *Num baile tem 12 pessoas, homem e mulher, casais estão dançando. Sabe-se que são 4 rapazes, quantas moças tem no baile?*
 - 2 **Luísa:** *De novo.*
 - 3 **PM:** [Orienta para TILS1 enfatizar que os casais são diferentes].
 - 4 **TILS1:** *Num baile tem 12 pessoas, homem e mulher diferentes. Sabe-se que tem só 4 rapazes, quantas moças tem no baile?*
 - 5 **PM:** [Mostrou duas figuras de “4 rapazes e uma moça” e de “vários casais dançando no baile”(Figura 34)].
 - 6 **Luísa:** [Contou os rapazes].
 - 7 **TILS1:** *Mulher e homem juntos, mas só tem 4 rapazes, quantas moças tem no baile?*
 - 8 **Luísa:** [Olhou para a Figura 34] 12 e 4?
 - 9 **TILS1:** *Sim.*
 - 10 **Luísa:** *Vou tentar.* [registrou 12 e 4 no quadro, fez 12 bolinhas, separou com um traço os grupos de 4, contou com o indicador da MD] 3.
 - 11 **TILS1:** *Três o que?*
 - 12 **Luísa:** [Contou a quantidade de bolinhas em cada grupo, contou os grupos] *Está certo 1,2, 3* [Armou a conta 12 por 4, registrou 3 no quociente e zero no resto (Figura 53)].
 - 13 **TILS1:** *Três o que? 12 casais* [Apontou na conta] *São 4 rapazes* [Apontou] *e 3 é o que?*
 - 14 **Luísa:** [Não respondeu].
 - 15 **TILS1:** *É 3 moças. Por que você dividiu?*
 - 16 **Luísa:** *Não sei.*
 - 17 **TILS1:** *Porque você não multiplicou ou somou ou subtraiu? Por que você dividiu?*
 - 18 **Luísa:** *Porque eu treinei.*
 - 19 **TILS1:** *Foi porque você viu no problema anterior?*
 - 20 **Luísa:** [Apontou para o 3 e o 4 na conta] *multiplicar, 3 vezes 4 é igual a 4, 4, 4* (Figura 54) [Abriu 4 dedos e contou fazendo corresponder cada dedo a um sinal (Figura 55), sinalizando] *5,6,7,8,9,10,11,12.*
- Tempo total: (6min21s).

A interpretação inicial de TILS1 omitiu a informação de que os casais dançando deveriam ser diferentes. A PM interferiu, e ela corrigiu. Porém não consideramos que sua interpretação tivesse sido clara e condizente com o objetivo proposto. A figura também não surpreendeu a estudante. Nesse momento, Luísa parecia não se importar em entender o problema, mas apenas recolher os dados (“12 e 4?”, parágrafo 8) e resolver a conta de divisão. Certamente por observar que, dessa forma, estava dando certo. Assim, registrou o dividendo (12) e o divisor (4), desenhou 12 bolinhas e agrupou de “quatro” em “quatro” (*conceito-em-ação*), respondendo corretamente “três”. Desconfiada da automaticidade do seu procedimento, TILS1 perguntou o que significava sua resposta (eram moças ou rapazes?), por que ela havia dividido e se os problemas anteriores a influenciaram. Finalmente, Luísa respondeu “treinei”, talvez se referisse a experiências escolares ou também aos problemas anteriores. Em seguida, retomou o seu cálculo numérico para mostrar que sua conta estava certa e ainda justificou, sinalizando em Libras a expressão que resumimos matematicamente: “ $3 \times 4 = 4 + 4 + 4 = 12$ ” (Figuras: 53 e 54), explicitando o invariante operatório “o todo inicial é constituído pelo número de partes multiplicado pelo tamanho das partes mais o resto ($D = d \times q + r$)”, D é o dividendo, d é o divisor e r o resto (*teorema-em-ação*), onde “o resto nunca pode ser maior ou igual ao número das partes”.

Explicitou também a correspondência biunívoca *signal-a-dedo* (1-5, 1-6, 1-7, 1-8, 1-9, 1-10, 1-11, 1-12), contando a partir de quatro (*conceitos-em-ação*), conforme Figura 55. Mas não explicou, nem se referiu ao seu cálculo relacional, quem eram as moças, quem eram os rapazes e qual a relação entre eles. Na verdade, é o que, normalmente, pode ocorrer na sala de aula, um treinamento de algoritmos, sem muita discussão das relações envolvidas no problema e os alunos logo se apressam para fazer os cálculos mecanicamente.

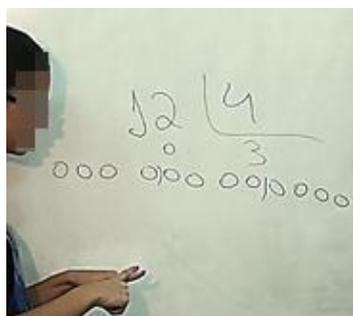


Figura 53. Luísa sinalizando “vezes” e seu registro (P11).



Figura 54. Luísa sinalizando 4, 4, 4 (P11).



Figura 55. Luísa sinalizando 5,6,7,8, 10 para cada dedo da ME (P11).

Em síntese, os registros de Luísa foram revelando, progressivamente, os seus conhecimentos em ação e os significados que estava atribuindo a cada situação apresentada ou a cada circunstância nova, em virtude de intervenção comunicativa da TILS1 ou da PM.

Por exemplo, nos problemas P1 (partição) e P2 (medida), observamos que a estudante conseguiu perceber, com auxílio pictórico, as relações de pensamento envolvidas no problema, identificar a operação e resolver. Porém, segundo Vergnaud (1983), o procedimento utilizado no P1 não pode ser considerado do tipo multiplicativo, pois está baseado no raciocínio aditivo, ou seja, pode ser definido como uma etapa de “transição do pensamento aditivo para o multiplicativo” (MAGINA; SANTOS; MERLINE, 2014, p. 528). No problema P2, Luísa utilizou o auxílio pictórico (bolinhas), procedimento repetido, quase que automaticamente, nos problemas seguintes, inclusive nos de comparação multiplicativa (P9, P10) e combinatória (P11).

A diferença estava na ordem de representar: ora Luísa representava as quotas a partir de um valor de referência, rotulava-as e contava (P2, P3, P4, P5, P6); ora representava o todo, agrupava e contava (P7, P8, P9, P10, P11). Assim, não houve uma correspondência direta dos seus procedimentos com os procedimentos usuais do raciocínio multiplicativo, descritos por Vergnaud (1983) e Pinto (2009), em cada significado da divisão. Verificamos que muitos

problemas foram solucionados utilizando o mesmo procedimento. Por exemplo, Luísa explicitou cinco vezes o teorema-em-ação “quantas vezes o d cabe em D ”, independente de o problema ser de medida ou partição. Também expressou cinco vezes o teorema-em-ação “quantos grupos de (d) tem (D) ”, independente de o problema ser de comparação multiplicativa “busca de um escalar” ou “busca de uma medida”. Na resolução da maioria dos problemas (com exceção do P11), Luísa não explicitou compreender a multiplicação como operação inversa da divisão (inversão do operador escalar). Provavelmente, não dominava de memória a tabuada de multiplicação.

Esses procedimentos revelaram suas experiências de aprendizagem no ensino desse conceito no AEE (de acordo com nossas indagações às professoras e à própria aluna), sugerindo que Luísa não tivera oportunidade de aprender outras formas simbólicas de representação para o cálculo da divisão, o que não foi impedimento para acertar a questão, mesmo usando um procedimento, de certa forma rudimentar (mais trabalhoso e demandando mais tempo em relação ao algoritmo usual, principalmente quando os números envolvidos são grandes).

Foi no problema P7 que Luísa teve mais dificuldade no cálculo relacional e numérico, pois não conseguiu identificar, nem as relações envolvidas, nem a operação, apenas resolveu a operação solicitada pela PM. Nesse momento, percebemos uma mudança de procedimento: Luísa começou a representar o todo, a agrupar, a contar os grupos e registrar os valores no algoritmo da divisão, fato novo aprendido, talvez, com a PM nas interações nos problemas P3 e P4 (Figuras: 46 e 47), que foi sendo repetido nos próximos problemas. No problema P11, percebemos um novo progresso na sua representação, revelando outro conhecimento importante, pois, apesar de não expressar compreensão do cálculo relacional, sua explicitação do procedimento numérico revelou em Libras o teorema-em-ação que equivale ao teorema formal da divisão euclidiana na Matemática.

As figuras ilustrativas pouco influenciaram a compreensão do problema e a seleção da informação relevante. Em relação à ocorrência dos esquemas nos três registros, percebemos a predominância de registros escritos e em gestos, seguidos dos registros em Libras. Na Libras, os esquemas referiam-se à comparação, contagem/enumeração e divisão euclidiana, sempre coordenados com os gestos. Quanto aos gestos, houve ocorrência de *gestos dêiticos* (7) expressando correspondência biunívoca e contagem; de *gestos metafóricos* (5) expressando adição, agrupamento e notação matemática, conforme apresentado no Quadro 3.

Quadro 3. Resumo dos conhecimentos mobilizados por Luísa nos problemas P1 a P11.

LUÍSA		REGISTROS DA AÇÃO		
PROBLEMAS	ESQUEMAS DE AÇÃO	LIBRAS	GESTOS	PRODUÇÕES ESCRITAS
	PROCEDIMENTO	Conceito- em - ação (CA)/ Teorema- em- ação (TA)	Conceito- em - ação (CA)/ Teorema- em- ação (TA)	Conceito- em - ação (CA)/ Teorema- em- ação (TA)
P1 (Partição)	Buscar a parcela em falta até um valor de referência (12) por tentativa e erro.	CA: Subtração em N: 12-3; Ordem decrescente; Correspondência biunívoca <i>sinhal-a-dedo</i> : 12-1dedo, 11-1dedo, 10-1dedo e 12-1dedo, 1 12-1dedo, 12-1dedo.	CA: <i>Gesto metafórico</i> desenhou com o dedo no quadro “4,4,4” revelou adição em N: $4+4+4=12$ TA: (propriedade de isomorfismo) $f(3) = (1+1+1)=f(1)+ +f(1)+f(1) =4+4+4=12$.	CA: Adição em N; Organização das parcelas no algoritmo da adição: $(12+12+12=36)$ Valor limite (12)
P2 (Medida ou quota)	Cálculo numérico: Representar as quotas 4 (d) a partir de um valor de referência(48) e contar .	CA: Enumeração ou contagem <i>um-em-um</i> coordenada com gesto. Comparação em N: “84 é maior” talvez querendo dizer $84 > 12$ (12 do problema anterior).	CA: <i>Gestos dêiticos</i> Contagem <i>um-a-um</i> ; Bijeção <i>bolinha-sinal</i> (apontando/sinalizando). Gestos metafóricos: Agrupando ou associando dedos (2 em 2); Desenhando com o dedo a notação do algarismo 4 (d).	CA: Cardinal, Valor limite (48) TA: Quantas vezes o 4 (d) cabe em 48 (D).
P3 (Partição)	Cálculo numérico: Representar as quotas d (2) a partir de um valor de referência (24) e contar.	CA: Enumeração ou contagem <i>um-em-um</i> coordenada com gesto.	CA: <i>Gestos dêiticos</i> Contagem <i>um-a-um</i> fazendo bijeção <i>bolinha-sinal</i> (apontando/sinalizando).	CA: Cardinal, Valor limite (24). TA: Quantas vezes o 2 (d) cabe em 24 (D)?
P4 (Medida ou quota)	Cálculo numérico: Representar as quotas d (2) a partir de um valor de referência (52) e contar.	CA: Enumeração ou contagem <i>um-em-um</i> coordenada com gesto.	CA: <i>Gestos dêiticos</i> Contagem <i>um-a-um</i> fazendo bijeção <i>bolinha-sinal</i> (apontando/sinalizando))	CA: Cardinal, Valor limite (52). TA: Quantas vezes o 2 (d) cabe em 52 (D)?
P5 (Partição)	Cálculo numérico: Representar as quotas d (4) a partir de um valor de referência (24) e contar.	CA: Enumeração ou contagem <i>um-em-um</i> coordenada com gesto.	CA: <i>Gestos dêiticos</i> Contagem <i>um-a-um</i> fazendo bijeção <i>bolinha-sinal</i> (apontando/sinalizando).	CA: Cardinal, Valor limite (24). TA: Quantas vezes o 4(d) cabe em 24 (D)?
P6 (Medida ou quota)	Cálculo numérico: Representar as quotas d (6) a partir de um valor de referência (48) e contar.	CA: Enumeração ou contagem <i>um-em-um</i> coordenada com gesto.	CA: <i>Gestos dêiticos</i> Contagem <i>um-a-um</i> fazendo bijeção <i>bolinha-sinal</i> (apontando/sinalizando).	CA: Cardinal, Valor limite (48). TA: Quantas vezes o 6 (d) cabe em 48 (D)?
P7 (Partição)	Cálculo numérico: Representar o D (15), agrupar de 5 em 5 (d) e contar (apenas para o	—	CA: <i>Gesto metafórico</i> Desenhando com o dedo a notação 5 (d).	CA: Agrupamento de 5; Registro do resto e quociente no algoritmo $(15 \div 5)$.

	cálculo numérico).			TA: Dividir 15 em grupos de 5, ou seja, quantos grupos de 5(d) tem 15 (D)?
P8 (Medida ou quota)	Cálculo numérico: Representar o D (18), agrupar de 3 em 3 (d) e contar.	—	CA: Gestos dêiticos Contagem <i>um-a-um</i> fazendo bijeção <i>bolinha-sinal</i> (apontando/sinalizando).	CA: Agrupamento de 3; Registro do resto e quociente no algoritmo (18÷3). TA: Dividir 18 em grupos de 3, ou seja, quantos grupos de 3(d) tem 18 (D)?
P9 CM (busca de um escalar)	Cálculo numérico: Representar o D (6), agrupar de 2 em 2 (d) e contar.	CA: Comparação de naturais e dos elementos relacionais “a casa é mais”.	CA: Gesto metafórico Agrupando e associando dedos de 2 em 2; Valor limite (6). TA: Quantos grupos de 2(d) tem 6 (D).	—
P10 CM (busca de uma medida)	Cálculo numérico: Representar o D (30), agrupar de 3 em 3 (d) e contar.	CA: Comparação de naturais e dos elementos relacionais “30 é maior”.	CA: Gesto metafórico Desenhando no espaço o sinal de dividir (notação).	CA: Agrupamento de 3; Registro do resto e quociente no algoritmo (30÷3). TA: Dividir 30 em grupos de 3, ou seja, quantos grupos de 3(d) tem 30 (D)?
P11 Combinatória	Cálculo numérico: Representar o D (12), agrupar de 4 em 4 (d) e contar.	CA: Multiplicação em N; 3×4 é 4,4,4 dá 12; Contar a partir de 4 (<i>conting on</i>): 5, 6, 7...12 TA: $(D=d \times q+r)^{42}$, $3 \times 4=4+4+4=12$.	CA: Gestos dêiticos Correspondência biunívoca <i>sinal-a-dedo</i> Contar a partir de 4 (<i>conting on</i>): 5, 6, 7...12.	CA: Agrupamento de 4; Registro do resto e quociente no algoritmo (12÷4). TA: Dividir 12 em grupos de 4, ou seja, quantos grupos de 4 (d) tem 12 (D)?

D=dividendo, d=divisor, CM=Comparação multiplicativa, N= números naturais.

5.1.3 Apresentação de Annie

Annie tem 26 anos. É surda congênita, tem resíduo auditivo na orelha direita que é amplificado com o uso de aparelho. É filha de pais ouvintes. Cursa o 2º ano do Ensino Médio da Escola C. Segundo seu relato, começou a estudar com 8 anos na escola pública, na classe de educação especial. Apresenta pouco domínio na leitura e escrita da Língua Portuguesa, gostaria de aprender mais essa disciplina. Frequentou o AEE da Escola A, mas abandonou.

⁴² Teorema (Divisão Euclidiana) no domínio dos naturais: Dados dois números a e b, com $a < b$ ambos naturais ($a, b \in \mathbb{N}$), existem outros dois únicos números também naturais $q \in \mathbb{N}$ e $r \in \mathbb{N}$, q chamado de quociente e r chamado de resto, tais que vale a seguinte igualdade $b = aq + r$ com $r < a$, conforme Hefez (2011).

Aprendeu Libras com outros surdos e numa denominação religiosa; é casada com um surdo fluente em Libras. Relatou que antes não gostava de estudar, hoje gosta porque tem TILS na sala. Sua disciplina preferida é o Espanhol. Tem mais dificuldade em Português e Matemática. Aprendeu com facilidade adição, subtração, tem dificuldade na multiplicação e divisão, cuja operação aprendeu com uma amiga surda. Estuda em casa, mas ainda tem dificuldade em alguns assuntos, como sistema de equações. Considera muito importante a presença do TILS na sala de aula.

5.1.4 Os esquemas de Annie: “repetindo o sinal ou agrupando tracinhos para dividir”

Os diálogos a seguir referem-se ao problema P1: “Paguei R\$12,00 por 3 refrigerantes. Quanto custa cada refrigerante?” (Isomorfismo de medidas: partição (preço)).

- 1 **TILS 2:** *Eu paguei 12 reais por três refrigerantes soma tudo dá 12 reais, quanta custa cada [1, 1, 1] um? Quanto é um? Quanto?*
- 2 **Annie:** *Dividir? Somar? Pensei nos refrigerantes soma os três.*
- 3 **TILS 2:** *Três refrigerantes você pagou 12 reais, quanto custa um?*
- 4 **Annie:** *Somar três, cada um [Fez 1,1,1]... Somar, dividir, menos, multiplicar?*
- 5 **TILS 2:** *Faça aí [Apontou para o quadro], 12 reais comprou três refrigerantes quanto é um?*
- 6 **Annie:** *Um mais um mais um mais 3 [Registrou 3, apagou 3, registrou “1+1=” na horizontal, depois registrou 1+3].*
- 7 **TILS 2:** [Mostrou a Figura 24 e repetiu a interpretação apontando para os elementos do problema]: *Somar tudo dá 12, só um quanto custa? Três são 12.*
- 8 **Annie:** *Soma...3 reais?*
- 9 **TILS 2:** *Quase.*
- 10 **Annie:** *3,50?*
- 11 **TILS 2:** *Não.*
- 12 **Annie:** *Soma, soma, soma...[Sinalizou olhando para a Figura 24, depois contou nos dedos abrindo 8 dedos de um em um (Figura 56)]...8.*
- 13 **TILS 2:** *Imais 1 mais 1 soma 12, um só quanto custa? [Apontando para a Figura 24].*
- 14 **Annie:** *3 reais... um [Apontou para um refrigerante na Figura 24].*
- 15 **TILS 2:** *Quase. Quanto um refrigerante?*
- 16 **Annie:** *12... três...3,50? [Sinalizou com a MD 12, com a mesma mão sinalizou três e com a ME bateu três vezes (gesto rítmico) no braço desta configuração (Figura 57)].*
- 17 **TILS 2:** *Quase.*
- 18 **Annie:** *Eu pensei preço 3,... 3, 3, 3 [Balançou o sinal três vezes (gesto rítmico)].*
- 19 **TILS 2:** *3? Se 1 é 3, 1 é 3, 1 é 3, quanto tudo?*

- 20 **Annie:** 4, 4, 3 [Depois registrou na vertical 4, 4 deixando um espaço para a terceira parcela, passou um traço].
- 21 **TILS2:** *Certo, por que 4?*
- 22 **Annie:** [Annie apontou para os 3 refrigerantes da Figura 24 e sinalizou] 4 4 3.
- 23 **TILS2:** *Soma aí!*
- 24 **Annie:** *Ah!* [Expressão de descoberta] 4, 4, 4 [Fez *gesto dêitico* (Figura 58), em seguida registrou a última parcela 4. Para somar fez 3 carreiras de 4 tracinhos, contou de um em um e registrou 12 no algoritmo (Figura 59)].

Tempo total: (5min21s).

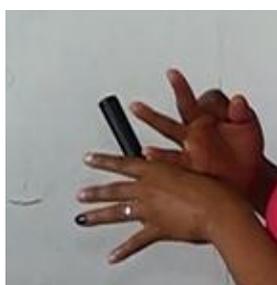


Figura 56. Annie contando $4+4=8$ (P1).



Figura 57. Annie sinalizando 12 (MD), depois 3 (MD), depois três batidas (ME): *gesto rítmico* (P1).

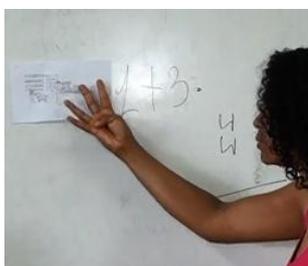


Figura 58. Annie apontando 4,4,4: *gesto dêitico* (P1).

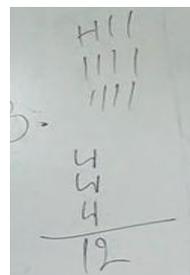


Figura 59. Registro de Annie (P1).

A TILS2 interpretou palavra por palavra, seguindo o enunciado em português, mas enfatizando o valor de um refrigerante, como pode ser observado na glosa da Libras: EU PAGAR R\$12,00 TRÊS REFRIGERANTE SOMAR R\$12,00, QUANTO CUSTA CADA QUANTO UM?

Inicialmente, a estudante citou a operação de divisão e adição: “Pensei... soma os três” (parágrafo 2). Talvez estivesse associando divisão com adição repetida ou desejando apenas operar com os valores do enunciado, arbitrariamente. Depois da segunda interpretação da TILS2, Annie perguntou qual a operação a fazer “dividir, somar, multiplicar, menos?”. Ouvintes fazem a mesma coisa quando se deparam com uma situação-problema. Antes de pensar

no cálculo relacional, querem apressadamente resolver a conta. Dessa forma, o importante é coletar os dados numéricos e operar. Foi o que Annie tentou fazer, operar com os últimos dados sinalizados do problema (3+1).

A nosso ver, a apresentação da Figura 24 ajudou Annie a compreender os aspectos relacionais do problema, conduzindo-a a arriscar respostas, de certa forma dirigidas pela expressão “quase” da TILS2, sinalizada após cada resposta da estudante (parágrafos: 15 e 17). Primeiro, Annie respondeu “3,50” (parágrafo 16), depois “três” sinalizando “3,3,3” num *gesto rítmico* (parágrafo 18) e “4,4,3” (parágrafo 20). Contudo Annie ainda operou inadequadamente com os dados do problema, quando retirou um refrigerante da última parcela (4,4,3), aparentando confundir “refrigerante com preço”. Supomos que queria subtrair “um” de algum valor. A causa desse conflito, talvez tenha sido porque a TILS2 repetiu muito o sinal “um” e ela segurou na memória esse valor, para transformá-lo num dado a ser operado. Por último, quando TILS2 pediu para ela somar os valores arriscados (parágrafo 23), Annie teve um *insight* e apontou o sinal “quatro” três vezes (4,4,4) para o quadro, conforme a Figura 58.

O procedimento utilizado foi a adição repetida de partes iguais, explicitada no *gesto dêitico* “4, 4, 4”, quando buscou um valor que somado três vezes alcançasse o valor limite ou de referência (12) (*teorema-em-ação*). Na Matemática formal, essa lógica equivale à propriedade de isomorfismo linear para a adição: $f(3) = (1+1+1) = f(1) + f(1) + f(1) = 4 + 4 + 4 = 12$. Este raciocínio não é considerado por Vergnaud (1983) como um procedimento multiplicativo. Ao longo da atividade, Annie explicitou o *conceito-em-ação* da adição de naturais através da “representação concreta do pensamento” aditivo (NUNES et al, 2005, p. 47), baseado na contagem “um-a-um” utilizando os dedos para somar “4+4=8” (parágrafo 12, Figura 56) e tracinhos para representar o todo (12) (parágrafo 24). Mobilizou também os conceitos de cardinal de um número de tracinhos (12) e da organização vertical das parcelas no algoritmo da adição (unidade embaixo de unidade).

A próxima situação dialógica corresponde ao P2: “Cada caderno custa R\$ 4,00. Quantos cadernos você pode comprar com R\$ 48,00? (Isomorfismo de medidas: quota ou medida (preço)).

- 1 **TILS 2:** Um caderno, 4 reais, você tem 48 reais, quantos cadernos você pode comprar?
- 2 **Annie:** Caderno?
- 3 **TILS 2:** Um caderno 4 reais você tem 48 reais no bolso, 48 você vai comprar, um é 4 reais, quantos cadernos você pode escolher comprar comprar? [Encena deslocando o corpo para pegar cadernos].

- 4 **Annie:** *Um caderno grosso?*
- 5 **TILS2:** *Um é quatro reais, mas você tem no bolso 48 reais, quantos cadernos você pode comprar?*
- 6 **Annie:** *3... 35,00 reais?*
- 7 **TILS2:** *Quantos reais não... quantos cadernos. Pode escrever no quadro.*
- 8 **Annie:** *48? [TILS2 confirmou e ela registrou 48]... 4?*
- 9 **TILS2:** *Sim, um caderno é 4 reais.*
- 10 **Annie:** [sinalizou “4” embaixo do registro do 8, registrou 4 embaixo do 8, ficando 48 e 4 na vertical].
- 11 **TILS2:** *Que conta? Como fazer?*
- 12 **Annie:** [Passou um traço embaixo do 8] *É de somar, multiplicar?*
- 13 **TILS2:** *Não [Mostrou a Figura 25, sinalizou apontando os elementos desta figura].*
- 14 **Annie:** [Olhou a Figura 25, apagou o registro anterior] *Isso também?* [apontou para os lápis na Figura 25].
- 15 **TILS2:** *Não, só caderno.*
- 16 **Annie:** *Escolho um, 4 reais. Somar?*
- 17 **TILS2:** *Não sei.*
- 18 **Annie:** *Menos?*
- 19 **TILS2:** *Não sei.*
- 20 **Annie:** *Dividir?*
- 21 **TILS2:** *Tenta.*
- 22 **Annie:** [Registrou 48 sinal de divisão] *Por 4?*
- 23 **TILS2:** *Sim.*
- 24 **Annie:** [Para dividir $48 \div 4$ fez 4 tracinhos, riscou 4 e rotulou 1. Depois registrou 1 no quociente e zero no dividendo. Em seguida fez 8 tracinhos, riscou 4, rotulou dois grupos de 4, rotulou 1 e 2, depois registrou no quociente 2 e no resto zero (Figura 60)].

Tempo total: (4min22s).

Figura 60. Registro de Annie (P2).

Inicialmente, Annie buscou confirmar os elementos referidos no problema “caderno?”, “um caderno grosso?” (parágrafo 2 e 4). Notamos que a descrição de detalhes foi requerida por essa aluna. Talvez essa descrição também seja importante para outros surdos cuja experiência visual é preponderante. Para fazê-la entender, TILS2 interpretou três vezes. Após a terceira interpretação, Annie sinalizou “3...35 reais” (parágrafo 6). Não podemos garantir se ela quis dizer “3 cadernos é 35” ou apenas 35 reais, mas suspeitamos que tenha sido a última afirmação. Assim, Annie estava demonstrando não compreender os aspectos relacionais envolvidos. Imediatamente, a TILS2 interferiu, explicando que o objetivo era saber o número de cadernos e a não reais. Nesse momento, observamos que a estudante já tinha memorizado os dados numéricos (parágrafo 8), apenas os confirmou, registrando no quadro, porém não sabia a operação a ser feita, foi “chutando” e perguntando à TILS2. Esta acabou denunciando a operação divisão com o sinal “tenta” (parágrafo 19). Desta forma, a TILS2 interrompeu nova oportunidade de Annie pensar sobre a questão caso sinalizasse “não sei”.

Para dividir 48 por 4, Annie utilizou o algoritmo usual associado à representação pictórica, representando/dividindo através de agrupamentos, primeiro, as 4 dezenas (quantos grupos de 4 tem?), depois, as 8 unidades (quantos grupos de 4 tem?). Em seguida, registrou no quociente o resultado, obedecendo ao valor posicional do algarismo no número (*teorema-em-ação*). Nessa operação, Annie mobilizou *conceitos-em-ação* que se relacionam na matemática formal com o cardinal de número (ação de rotular), identificação dos elementos da divisão (resto, quociente, dividendo, divisor) no algoritmo, agrupamento e valor posicional.

O algoritmo de Annie tem alguns pontos em comum com um dos procedimentos recomendados no ensino do algoritmo da divisão, a partir do 2º ano do Ensino Fundamental (no domínio dos naturais). Por exemplo, na divisão $48 \div 4$ onde $48 \text{ unidades} = 40 \text{ unidades} + 8 \text{ unidades} = 4 \text{ dezenas} + 8 \text{ unidades}$, Dante (2001) recomenda ensinar com auxílio do material dourado, explicando ao estudante o significado de cada passo, chamando a atenção para a multiplicação como operação inversa da divisão, conforme o procedimento a seguir:

- 1) Dividimos as 4 dezenas por 4, encontramos 1 dezena, registramos no quociente 1 dezena. Multiplicamos 1 por 4, encontramos 4, que subtraímos das 4 dezenas, obtemos 0 (resto).
- 2) Dividimos 8 unidades por 4, encontramos 2 unidades, registramos no quociente 2 unidades. Multiplicamos 2 por 4, encontramos 8, que subtraímos das 8 unidades, obtemos 0 (resto).

No final, o registro escrito deste procedimento ficaria na forma a seguir (denotamos D= dezenas, U= unidades):

$$\begin{array}{r}
 \text{D U} \\
 48 \quad | \quad 4 \\
 \underline{-4} \quad 12 \\
 08 \quad \text{D U} \\
 \underline{-8} \\
 0
 \end{array}$$

Segundo Vergnaud (1983), quando o estudante resolve um problema desse tipo, utilizando diretamente o algoritmo da divisão, está usando o procedimento da “inversão do operador funcional” que envolve o teorema-em-ação “dividir 48 por grupos de 4”.

No problema P3, “Rita comprou 2 cadernos e pagou R\$ 24,00. Se cada caderno custar o mesmo preço, quanto pagou por cada um? (Isomorfismo de medidas: partição (preço))”, Annie repetiu o procedimento do problema anterior (P2). No parágrafo 9, conforme os diálogos apresentados a seguir, a PM questionou “quero entender como você fez a divisão” e a estudante revelou que aprendeu aquela maneira com uma colega surda “*Eu já estou acostumada antes no 1º ano uma amiga surda me ensinou a divisão eu coloquei na cabeça e entendi*” (parágrafo 10).

- 1 **TILS2:** *Rita comprou 2 cadernos, 2 cadernos custam 24 reais [Segurou 2 na ME abaixou um dedo (gesto metafórico, conforme Figura 61)] quanto é só 1 caderno?*
 - 2 **Annie:** *Somar, dividir?*
 - 3 **TILS2:** *Sim. Dois cadernos 24 reais.*
 - 4 **Annie:** [Registrou 24] *dividir?*
 - 5 **TILS2:** *Sim.*
 - 6 **Annie:** [Registrou o sinal da divisão, ficou em dúvida sobre o divisor].
 - 7 **TILS2:** *Dois cadernos, um é quanto? Um paga quanto?*
 - 8 **Annie:** *Desculpa é 2 [Apontou para o divisor e registrou 2. Para dividir $24 \div 2$ fez 2 tracinhos, riscou 2 e rotulou 1. Depois registrou 1 no quociente e zero no dividendo. Em seguida fez 4 tracinhos, riscou de 2 em 2, rotulou 1 e 2, depois registrou no quociente 2 e no resto zero (Figura 62)].*
 - 9 **PM:** *Quero entender como você fez a divisão.*
 - 10 **Annie:** *Eu já estou acostumada antes no 1º ano uma amiga surda me ensinou a divisão eu coloquei na cabeça e entendi, soma 8, 9, 7, dividi, soma.*
- Tempo total: (2min53s).



Figura 61. TILS2 fazendo “2-1”:
gesto metafórico (P 3).

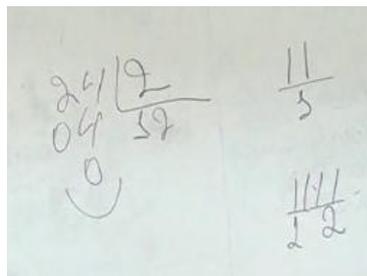


Figura 62. Registro de Annie (P3).

A partir da apresentação do problema P3, Annie desconfiou que todos os problemas envolviam o cálculo da divisão. Então recolhia os dados numéricos e, algumas vezes, até questionava sobre os referentes do problema. Em seguida, perguntava à TILS2 “dividir?”. Esta confirmava. Dessa forma, a estudante reproduziu, automaticamente, o procedimento desenvolvido no P2 e P3 nos problemas P4 a P11 (APÊNDICE I), conforme mostram as figuras 63 a 70.

No problema P5, “Josefa tem 24 ovos, arrumados igualmente em 4 cartelas. Quantos são os ovos em cada cartela? (Isomorfismo de medidas: partição)” (APÊNDICE I), Annie, inicialmente, repetiu o dado “24”, mas demorou para reter a informação “4 cartelas” (parágrafo 6 a 12). Consideramos que a TILS2 interpretou muito rápido e, além disso, usou duas formas de enunciar esse dado: primeiro, sinalizou 4 seguido da repetição do sinal “cartela” (quatro vezes). Segundo, fez o sinal “cada” sinalizando rápido “1,1,1,1” parecendo até “3 vezes”. A partir do parágrafo 10, ela reteve o dado 4 e fez um *gesto dêitico/rítmico* (4,4,4) movendo o sinal 4, onde TILS2 tinha antes sinalizando cartela. Parecia que desejava gravar na memória esse dado, contudo registrou 44 (parágrafo 14), aparentando estar confundindo ovo com cartela. TILS2, imediatamente, interferiu (parágrafo 15). Annie chegou a espelhar 24 com 42 (parágrafo 16):

- 14 **Annie:** [Registrou 44].
 15 **TILS2:** 24.
 16 **Annie:** 42?
 17 **TIL2:** *Você tem 24 ovos e tem 4 cartelas.*

Finalmente, quando conseguiu reter os dados, dividiu 24 por 4, obtendo 6 (Figura 64). Então a TILS2 indagou sobre o significado de sua resposta para saber se a estudante tinha consciência dos aspectos relacionais, mas ela não soube responder, sugerindo uma resposta mecânica, conforme o episódio a seguir (P5, parágrafo 21 a 24, APÊNDICE I):

- 21 **TILS2:** *6 é o que?*
- 22 **Annie:** [Apontou para quociente e para os 6 grupos] *6, aqui não tem é zero* [referindo-se ao resto zero].
- 23 **TILS2:** *6 ovos ou 6 cartelas?*
- 24 **Annie:** [Não soube responder].

O mesmo ocorreu no problema P7: “Jurema andou 15 km em 5 horas. Se ela andar sempre à mesma velocidade, quantos quilômetros andará por hora? (Isomorfismo de medidas: partição (razão))”. Annie fez a conta correta, mas não sabia que o quociente indicava quilômetros por hora, conforme explicita o episódio seguinte (P7, parágrafo 4 a 6, APÊNDICE I):

- 4 **Annie:** *Horas?* [Registrou 15 dividido por cinco, fez 15 tracinhos, separou em grupos de 5, registrou 3 no quociente e zero no resto (Figura 66)].
- 5 **TILS2:** *Em uma hora andou quanto?*
- 6 **Annie:** *3 horas.*

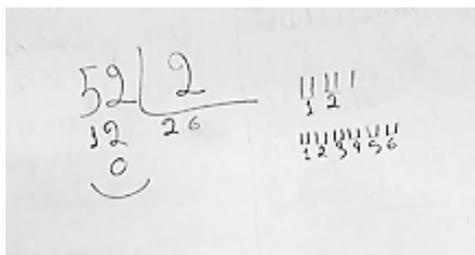


Figura 63. Registro de Annie (P4).

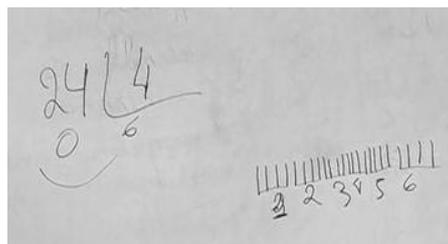


Figura 64. Registro de Annie (P5).

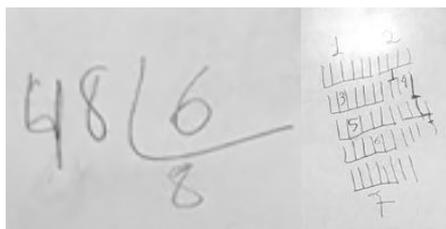


Figura 65. Registro de Annie (P6).

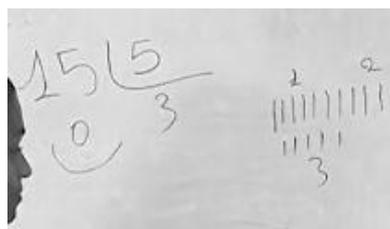


Figura 66. Registro de Annie (P7).



Figura 67. Registro de Annie (P8).

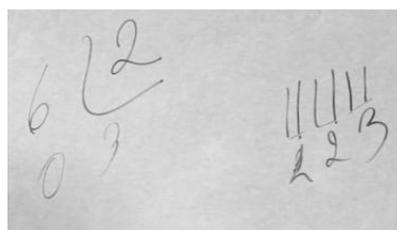


Figura 68. Registro de Annie (P9).

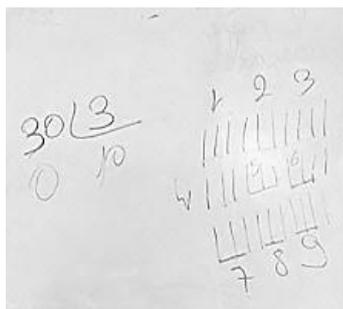


Figura 69. Registro de Annie (P10).

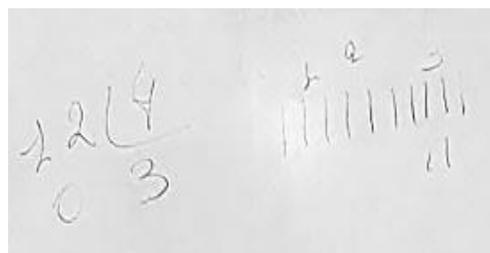


Figura 70. Registro de Annie (P11).

A análise dos registros de ação de Annie permitiu distinguir alguns conhecimentos presentes na sua atividade, durante a resolução dos problemas. O fator surpresa, nos dois primeiros problemas (P1 e P2), quando comparado com a apresentação dos outros (P3 a P11), provocou mais questionamentos por parte da estudante, tornando os diálogos interacionais mais longos. Sua pergunta principal era: “Que conta fazer? Somar, multiplicar, dividir?”.

Eventualmente, a TILS2 buscou motivar a estudante utilizando expressões como “quase”, “tente”, “sim”, que acabou por conduzir Annie a utilizar a divisão nos outros problemas. A ansiedade da TILS2, tanto na sinalização dos conteúdos, como na realização da resposta pela estudante, influenciou, negativamente, a apresentação de alguns dos problemas, implicando falta de compreensão, fazendo, inclusive, Annie espelhar o dado numérico 24 para 42 (P5), o mesmo tendo ocorrido com Luísa e a TILS1.

No primeiro problema (P1), consideramos que a estudante conseguiu perceber, com auxílio da Figura 24 e a Libras, os aspectos relacionais envolvidos. O significado atribuído a essa situação de partição foi a “adição repetida através de gesto dêitico/rítmico”, buscando a parcela em falta até um valor de referência. Notamos que o excesso de elementos numa figura ilustrativa (Figura 25), pode até atrapalhar o estudante surdo na obtenção da informação pertinente (P2, parágrafo 14).

A partir do problema P2, Annie mostrou o algoritmo da divisão aprendido com uma colega surda, revelando a importância da interação *surdo-surdo*. O procedimento foi usado quase automaticamente nos problemas restantes, já que, quando questionada sobre o significado de suas respostas ela não sabia dizer “quem era quem”, ou seja, relacionar os números encontrados com os referentes do problema (P5, P7). Foi no cálculo numérico que residiu a maioria dos conceitos evidenciados por Annie, principalmente, no registro escrito. Na Libras, os esquemas evidenciaram o conceito de adição repetida, coordenada com *gesto rítmico* (1), *gesto dêitico* (1) e *dêiticos/rítmicos* (2), conforme o Quadro 4.

Quadro 4. Resumo dos conhecimentos mobilizados por Annie nos problemas P1 a P11.

ANNIE		REGISTROS DA AÇÃO		
PROBLEMAS	ESQUEMAS DE AÇÃO	LIBRAS	GESTOS	PRODUÇÕES ESCRITAS
	PROCEDIMENTO	Conceito- em - ação (CA)/ Teorema- em- ação (TA)	Conceito- em - ação (CA)/ Teorema- em- ação (TA)	Conceito- em - ação (CA)/ Teorema- em- ação (TA)
P1 (Partição)	Buscar a parcela em falta até um valor de referência (12) por tentativa e erro.	CA: Adição repetida em N coordenada com gesto “3,3,3” e “4, 4, 4”	CA: <i>Gesto rítmico</i> Adição repetida “3, 3, 3” <i>Gesto dêitico/rítmico</i> Adição repetida “4, 4, 4” TA: (propriedade de isomorfismo) $f(3) = (1+1+1)=f(1)+f(1)+f(1)$ $=4+4+4=12.$	CA: Adição em N; organização das parcelas no algoritmo da adição: $(4+4+4=12)$ 4 +4 <u>4</u> 12 Contagem um-a-um; Valor limite (12)
P2 (Medida ou quota)	Cálculo numérico: Representar as dezenas (4), formar grupos de 4 (d), rotular, registrar o quociente, registrar o resto, representar as unidades (8), formar grupos de 4, rotular, registrar o quociente, registrar o resto.	---	---	CA: Agrupamento, cardinal, identificação dos elementos da divisão euclidiana, valor posicional. TA: Dividir 48 em grupos de 4 (representação pictórica).
P3 (Partição)	Cálculo numérico: Idem para $24 \div 2$	---	---	CA: Agrupamento, cardinal, identificação dos elementos da divisão euclidiana, valor posicional. TA: Dividir 48 em grupos de 4 (representação pictórica).
P4 (Medida ou quota)	Cálculo numérico: Idem para $52 \div 2$	---	---	CA: Agrupamento, cardinal, identificação dos elementos da divisão euclidiana, valor posicional. TA: Dividir 52 em grupos de 2 através de representação pictórica.
P5 (Partição)	Cálculo numérico: Representar o dividendo (24), formar grupos de 4 (d), rotular, registrar no quociente na posição correta, registrar o resto.	---	<i>Gesto dêitico/rítmico:</i> CA: 4, 4, 4 fazendo corresponder o sinal 4 a cada cartela.	CA: Agrupamento, cardinal, identificação dos elementos da divisão euclidiana, valor posicional. TA: Dividir 24 em grupos de 4 (representação pictórica).
P6 (Medida ou	Cálculo numérico: Idem para $48 \div 6$	---	---	CA: Agrupamento, cardinal,

quota)				identificação dos elementos da divisão euclidiana, valor posicional. TA: Dividir 48 em grupos de 6 (representação pictórica).
P7 (Partição)	Cálculo numérico: Representar o dividendo (15), formar grupos de 5 (d), rotular, registrar o quociente, registrar o resto.	---	---	CA: Agrupamento, cardinal, identificação dos elementos da divisão euclidiana, valor posicional. TA: Dividir 15 em grupos de 5 através de representação pictórica.
P8 (Medida ou quota)	Cálculo numérico: Idem para $18 \div 3$	---	---	CA: Agrupamento, cardinal, identificação dos elementos da divisão euclidiana, valor posicional. TA: Dividir 18 em grupos de 3 (representação pictórica).
P9 CM (busca de um escalar)	Cálculo numérico: Idem para $6 \div 2$	---	---	CA: Agrupamento, cardinal, identificação dos elementos da divisão euclidiana, valor posicional. TA: Dividir 6 em grupos de 2 (representação pictórica).
P10 CM (busca de uma medida)	Cálculo numérico: Idem para $30 \div 3$	---	---	CA: Agrupamento, cardinal, identificação dos elementos da divisão euclidiana, valor posicional. TA: Dividir 30 em grupos de 3 (representação pictórica).
P11 Combinatória	Cálculo numérico: Idem para $12 \div 4$	---	---	CA: Agrupamento, cardinal, identificação dos elementos da divisão euclidiana, valor posicional. TA: Dividir 12 em grupos de 4 (representação pictórica).

D=dividendo, d=divisor, CM=Comparação multiplicativa, N= números naturais.

5.1.5 Apresentação de Fábia

Fábia tem 18 anos. Foi diagnosticada com surdez congênita bilateral profunda. É filha de pais ouvintes. Cursa o 1º ano da Escola C. Começou a estudar aos quatro anos no ensino regular de uma escola particular do seu bairro. Aos seis anos, foi para uma escola pública do mesmo bairro. Aprendeu Libras no AEE do CRIE e recebia visitas de uma denominação religiosa que também ensinava Libras. Em casa, só a mãe e uma prima sabem um pouco de Li-

bras. Consegue ler e escrever na Língua Portuguesa. Começou a frequentar o AEE da Escola A, mas depois abandonou. Antes, não gostava da escola porque não entendia nada, mas agora gosta, porque tem TILS na sala de aula. Gosta de Português, tem mais dificuldade em Química. Considera que o TILS ajuda, mas tem alguns sinais que ele não sabe. Gosta de Matemática. Às vezes estuda em casa, seu primo ensina para ela. Aprendeu com facilidade equação do 2º grau. Tem dificuldade em sistema de equações. Considera que a Libras ajuda pouco (ou mais ou menos) a aprender Matemática. Não sabe quais assuntos gostaria de aprender mais.

5.1.6 Os esquemas de Fábria: “cálculo mental ou agrupando dedos/tracinhos para dividir”

A situação dialógica referente ao problema “P1. Paguei R\$12,00 por 3 refrigerantes. Quanto custa cada refrigerante? (Isomorfismo de medidas: partição (preço))” é apresentada a seguir.

- 1 **TILS2:** *Eu paguei 12 reais por 3 refrigerantes um é quanto?*
- 2 **Fábria:** *12 reais refrigerante 12, 12, 12 é?* [Abriu três dedos da ME e com a MD tocou o sinal 12 em cada um destes dedos].
- 3 **TILS2:** *Não, os três juntos 12* [Sinalizou 3 com a ME e 12 com a MD tocando em cada dedo da ME, juntou estes três dedos, enlaçou-os e sinalizou 12, depois abaixou 2 dedos deixando apenas um levantado (*gesto metafórico*), conforme Figura 71)]. *Um quanto?*
- 4 **Fábria:** *4* [Para responder abriu 10 dedos, juntou os dedos de 3 em 3 (*gesto metafórico*), os outros 2 dedos deve ter juntando mentalmente (Figura 72)].

Tempo total: (58s).



Figura 71. TILS2 juntando 3 dedos: *gesto metafórico* (P1).



Figura 72. Fábria agrupando dedos (12) de 3 em 3: *gesto metafórico* (P1).

A TILS2 seguiu a ordem sintática do problema escrito (SVO): EU PAGAR R\$ 12,00 TRÊS REFRIGERANTES UM QUANTO? (glosa de Libras). Fábía entendeu que cada refrigerante custava 12, evidenciando o *conceito-em-ação* de correspondência biunívoca *sinal-a-dedo* (1-12, 1-12, 1-12). Se a TILS2 tivesse usando a topicalização, ou seja, começado a frase enunciando “TRÊS REFRIGERANTES CUSTAR R\$ 12, 00 QUANTO UM?”, talvez Fábía tivesse entendido mais depressa. Quando a TILS2 usou o *gesto metafórico* (Figura 71), presente na Libras, como elemento de iconicidade, “juntou estes três dedos, enlaçou-os e sinalizou 12, depois abaixou 2 dedos deixando apenas um levantado” (parágrafo 3) para enfatizar “os três juntos custam 12 reais quanto custa um?”, a estudante, imediatamente, compreendeu o problema. Assim, Fábía representou parte do todo (10), pois o resto (2), provavelmente, ficou “na cabeça”, representou o todo (12), agrupou em partes iguais, contou os grupos e respondeu “quatro” (*teorema-em-ação*):

$12 = (1+1+1) + (1+1+1) + (1+1+1) + (1+1+1) = 3+3+3+3=4 \times 3$, quer dizer “tenho 4 grupos de 3”.

Os diálogos do problema P2 “Cada caderno custa R\$ 4,00. Quantos cadernos você pode comprar com R\$ 48,00? (Isomorfismo de medidas: quota ou medida (preço))”, são apresentados a seguir.

- | | |
|----|---|
| 1 | TILS2: <i>Você tem 48 reais e vai comprar cadernos. Um caderno custa 4 reais, quantos cadernos você pode comprar? Entendeu?</i> |
| 2 | Fábía: <i>Não.</i> |
| 3 | TILS2: [Repetiu a interpretação da mesma forma]. |
| 4 | Fábía: [Sinalizou “4 reais” (MD) sobre a perna para segurar o dado] <i>Eu tenho 48 reais...</i> |
| 5 | TILS2: <i>...Sim, tem 48 no bolso</i> [sinalizou quase simultaneamente]. |
| 6 | Fábía: <i>... Um caderno 4 reais... tirar.</i> |
| 7 | TILS2: <i>Um caderno 4 reais.. pode guardar, guardar ...</i> [Sinalizou simultaneamente com Fábía]. |
| 8 | Fábía: <i>Tirar.</i> |
| 9 | TILS2: <i>Tira quantos?</i> |
| 10 | Fábía: [Abriu 8 dedos, fechou 4 (<i>gesto metafórico</i>)] <i>Parece 44.</i> |
| 11 | TILS2: <i>Não.</i> |
| 12 | Fábía: <i>Por exemplo, um caderno, 48 no bolso...</i> |
| 13 | TILS2: <i>... Um caderno é 4, um. No seu bolso tem 48 reais, vai na loja comprar cadernos, um é 4 reais, pode escolher, escolher, escolher, quantos?</i> |
| 14 | Fábía: <i>Escolho um?</i> |
| 15 | TILS2: <i>Você pode escolher, escolher muitos, quantos?</i> |
| 16 | Fábía: <i>Eu escolho um.</i> |

- 17 **TILS2:** *Dois cadernos juntos quanto custam? Se um caderno é 4 reais? [segurou 2 dedos na ME, depois abaixou um] Dois quanto?*
- 18 **Fábia:** *Ah...continua!* [Abriu cinco dedos (ME) tocou o sinal 4 (MD) em cada um destes dedos (4-1, 4-1, 4-1, 4-1, 4-1) e com ME tocou em mais 3 dedos da MD totalizando oito grupos de quatro (*gesto dêitico/metafórico*, conforme Figura 73)]... 8.
- 19 **TILS2:** *Não, você pode mais, quantos?*
- 20 **Fábia:** *Parece 9.*
- 21 **TILS2:** *Pode mais.*
- 22 **Fábia:** *10? Espera.* [Segurou o sinal 4 com a MD, tocou apontando (*gesto dêitico*) este sinal sobre 4 dedos da ME (4-1, 4-1, 4-1, 4-1, Figura 73) depois juntou estes 4 dedos da ME (*gesto metafórico*). Com o indicador da ME tocou em cada dedo da MD, pegou em 4 dedos da ME] *Parece 11.*
- 23 **TILS2:** *Quase... Tenta aí no quadro.*
- 24 **Fábia:** [Pegou o pincel] *48 reais?*
- 25 **TILS2:** *Sim, tem 48 reais.*
- 26 **Fábia:** [Registrou 48,00] *Um é 4 reais?*
- 27 **TILS2:** *Um caderno é 4 reais, 2 é quanto? 3 é quanto? 4 quanto, 5 quanto? Tenta.*
- 28 **Fábia:** [Registrou na vertical 1-4; 2- 4; 3-4 até 7-4, foi associando as parcelas de 2 em 2, obtendo três subtotaís (4+4=8, 4+4=8, 4+4=8), como ficou 7-4 sem associar, acrescentou “8-4” à sua representação e associou 4+4=8. Tornou a associar os subtotaís (8+8, 8+8), e registrar 16, 16, armou a conta 16+16. Neste momento, antes mesmo de somar, acrescentou as outras cotas (9-4, 10-4, 11-4, 12-4). Através de associações sucessivas, somou tudo até obter 48 (Figura 74)]...12.

Tempo total: (5min98s).



Figura 73. Fábia tocando o sinal 4 (MD) em cada dedo da ME: *gesto dêitico/metafórico* (P2).

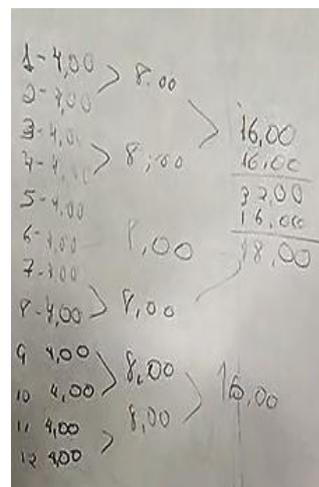


Figura 74. Registro de Fábia (P2).

Durante a apresentação do problema P2, a TILS2 criou um contexto, incluindo a estudante e dizendo que ela podia escolher cadernos. Mas Fábيا não compreendeu as três interpretações do problema. O contexto encenado por TILS2 conduziu a estudante a operar indevidamente com os valores sinalizados (48, 1 e 4), porque respondeu 44 (parágrafo 9). Supomos que tenha subtraído quatro de 48 ($44 = 48 - 4$), pensando que poderia escolher apenas um caderno (parágrafo 15), ou seja, não percebeu que podia gastar o dinheiro todo. Fazê-la pensar no preço de dois cadernos, ajudou-a a perceber as relações *1 caderno-4 reais, 2 cadernos-8 reais*, e assim por diante (parágrafos: 16 e 17). Mas, principalmente, quando TILS2 enfatizou que ela poderia continuar a escolher, ela começou a arriscar valores próximos da resposta “9,10,11” (parágrafos 19 a 21), fazendo a correspondência biunívoca *sinal-a-dedo “4-1, 4-1, 4-1...” (conceito-em-ação)*, conforme Figura 73. A TILS2 continuou interagindo e conduziu-a a expressar o seu pensamento na forma de registro escrito (parágrafos: 22 a 27). Assim, Fábيا começou a registrar cada quota “quatro” e seu rótulo de quantidade ao lado (1-4, 2-4,...), sempre controlando o seu procedimento, por estimativa da adição. Não representou nenhuma quota a mais, atentando para o valor limite 48. Finalmente, contou as quotas e respondeu corretamente 12 (*conceito-em-ação*). Explicitou o *teoremas-em-ação* “quantas vezes 4 cabe em 48”, através de estratégia aditiva (repetiu doze vezes a quota “4”), fazendo adições ou agrupamentos sucessivos (Figura 74). Ao longo da sua atividade, explicitou os *conceitos-em-ação*: correspondência biunívoca, agrupamento, valor limite, adição de naturais, somas parciais sucessivas, organização das parcelas no algoritmo da adição, valor posicional, dez unidades formam uma dezena (“vai um”).

A situação dialógica a seguir, apresenta a interação entre a TILS2 e Fábيا no problema P3: “Rita comprou 2 cadernos e pagou R\$ 24,00. Se cada caderno custar o mesmo preço, quanto pagou por cada um? (Isomorfismo de medidas: partição (preço))”.

- | | |
|---|---|
| 1 | TILS2: Rita pagou 24 reais dois cadernos [Levantou 2 dedos abaixou um] quanto é um? |
| 2 | Fábيا: O quê? |
| 3 | TILS2: Rita comprou dois cadernos pagou 24 reais [Levantou 2 dedos ME abaixou um] quanto é um? |
| 4 | Fábيا: Tirar é? Dois cadernos 24 reais... |
| 5 | TILS2: [Simultâneo] 24 reais. |
| 6 | Fábيا: ...Tem e guarda. |
| 7 | TILS2: Comprou! Na loja você escolheu dois, pagou 24 reais, se escolher um paga quanto? |
| 8 | Fábيا: Não entendi. |

- 9 **TILS2:** [Usou dois pincéis para representar os cadernos e encenou] *fui lá comprei 2 paguei 24 reais, mas não gostei desse devolve deixa, só um quanto?*
- 10 **Fábia:** *24 é?*
- 11 **TILS2:** *Dois, e um quanto é?*
- 12 **Fábia:** [Balançou a MD duas vezes (*gesto rítmico*)] *12.*
- 13 **TILS2:** *Por quê?*
- 14 **Fábia:** *Porque se os dois* [Apontou para cada pincel (*gesto dêitico*)] *somados dão 24 tira 1 é 12* (Figura 75).

Tempo total: (9min28s).



Figura 75. Fábica sinalizando “24, TIRAR, 12, 1” (P3).

Como no problema anterior, Fábica também demorou para entender a interpretação de TILS2 (parágrafos: 1 a 7). O *gesto metafórico* articulado por TILS2, “levantou 2 dedos abaixou um”, fez a estudante pensar em “tirar” ou “subtrair”. Fábica só foi compreender as relações envolvidas quando a TILS2 criou um novo contexto para o problema, usando dois pincéis (parágrafo 9). Assim, a estudante fez rapidamente um *gesto rítmico*, balançando duas vezes a MD, expressando uma adição repetida $12+12$ (*conceito-em-ação*), conforme justificou quando questionada sobre a razão da sua resposta: $12+12 = 24$ e $24 - 12 = 12$. Sua justificativa revelou conhecimento sobre a operação inversa da adição, que funciona como a prova real dessa operação, e, talvez, com a metade de 24. A partir do momento em que a estudante compreendeu os aspectos relacionais envolvidos no problema, sua resolução foi rápida, demonstrando familiaridade com operações básicas de números pequenos. Consideramos que o seu esquema de ação foi “buscar através de cálculo mental a parcela em falta”, expressando uma lógica que se relaciona com as propriedades de isomorfismo $f(2) = (1+1) = f(1) + f(1) = 12 + 12 = 24$ ou $f(2 - 1) = f(2) - f(1) = 24 - 12 = 12$ (*teoremas-em-ação*).

A seguir, apresentamos os diálogos entre TILS2 e Fábica no problema P4: “Pedro tem R\$ 52,00 e quer comprar para sua festa de aniversário alguns pacotes de pratos descartáveis a

R\$ 2,00 o pacote. Quantos pacotes ele pode comprar? (Isomorfismo de medidas: medida ou quota (preço))”.

- 1 **TILS2:** *Pedro tem 52 reais no bolso, 52 reais, é a festa aniversário dele, vai comprar pratos.*
 - 2 **Fábia:** *Pratos?*
 - 3 **TILS2:** *Pratos de comer, 2 reais o prato, 2 reais, quantos pacotes pode comprar com 52 reais quantos pratos?*
 - 4 **Fábia:** *Um prato?*
 - 5 **TILS2:** *Um é dois reais.*
 - 6 **Fábia:** *2 reais.*
 - 7 **TILS2:** *2 reais, ele tem 52 reais, 52 reais pode comprar quantos pratos?*
 - 8 **Fábia:** *Pratos.*
 - 9 **TILS2:** *Quantos pratos?*
 - 10 **Fábia:** [Registrou “ $52,00 \div 2$, fez 5 carreiras de 10 tracinhos, rotulou 1, 2, 3, 4, 5 carreiras, fez mais 2 tracinhos depois agrupou de 2 em 2, contou os grupos e rotulou até 26 (Figura 76)] 26.
 - 11 **TILS2:** [Apontou o quociente].
 - 12 **Fábia:** [Registrou 26 no quociente e zero no resto].
- Tempo total: (3min22s).

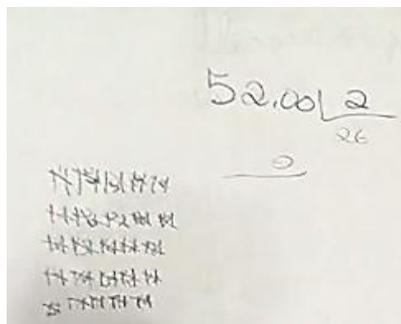


Figura 76. Registro de Fábía (P4).

Nesse problema, Fábía questionou primeiro sobre o significado do sinal “prato”, buscando identificar a relação envolvida (parágrafos: 4 e 6). Assim que conseguiu identificar, registrou no quadro a divisão 52 por 2 (parágrafo 10). Dessa forma, estava utilizando a inversão do operador funcional para problemas de medidas, que envolve o *teorema-em-ação* “dividir 52 reais em grupos de 2 reais”. Procedimento de caráter multiplicativo, conforme Vergnaud (1983). Contudo Fábía, assim como Annie, utilizou no seu algoritmo a representação pictórica, mas fez diferente de Annie, representou com tracinhos primeiro o valor total (52), depois agrupou de “2 em 2”, rotulando cada grupo, finalmente, registrou os valores encontrados no quociente e no resto. Nesse procedimento, Fábía mobilizou *conceitos-em-ação* que se

relacionam na matemática formal com o cardinal de número (rotular), identificação dos elementos da divisão (resto, quociente, dividendo, divisor) no algoritmo, agrupamento, valor posicional (52).

A situação dialógica referente ao problema P5 “Josefa tem 24 ovos, arrumados igualmente em 4 cartelas. Quantos são os ovos em cada cartela? (Isomorfismo de medidas: partição)” é apresentada a seguir.

- 1 **TILS2:** *Josefa tem 24 ovos precisa arrumar 24 em 4 cartelas, 4. 24 ovos, vai arrumar em uma cartela, aqui, aqui [Apontando para o lugar onde sinalizou cartela], quantos em uma cartela?*
- 2 **Fábia:** *Não entendi.*
- 3 **TILS2:** *Espera, vou repetir. Josefa tem 24 ovos... [Repetiu da mesma forma].*
- 4 **Fábia:** *24 tudo?*
- 5 **TILS2:** *Sim, tudo 24 ovos. Precisa arrumar em 4 cartelas. Quantos ovos em cada cartela, quantos ovos?*
- 6 **Fábia:** *Por exemplo, 4 cartelas de ovos soma as 4 é? [Enlaçou 4 dedos da MD (gesto metafórico), conforme a Figura 77)]. Por exemplo, parece 4 ovos em cada cartela, é? Soma? [Sinalizou/movimentou 4 com a ME e 4 com a MD, alternando as mãos].*
- 7 **TILS2:** *Soma tudo dá 24.*
- 8 **Fábia:** *Precisa somar [Sinalizou quase simultaneamente].*
- 9 **TILS2:** *Quantos ovos aqui? [Apontou para um lugar do espaço].*
- 10 **Fábia:** *16.*
- 11 **TILS2:** *Não, vou explicar. Josefa tem 24 ovos tem 4 cartelas sabe cartelas?*
- 12 **Fábia:** *Exemplo, 4 cartelas, 4 ovos em cada cartela, é?*
- 13 **TILS2:** *Não, você já sabe quantos ovos tem são 24 e são 4 cartelas de ovos [sinalizou ovos do lado direito, encenou pegar ovos e colocar nas cartelas do lado esquerdo] Quantos ovos?*
- 14 **Fábia:** *Não sei.*
- 15 **TILS2:** *Tente.*
- 16 **Fábia:** *Você falou 24 reais deixa lá.*
- 17 **TILS2:** *24 ovos!*
- 18 **Fábia:** *Sim, 24 ovos e 4 cartelas [Organizou o problema no espaço, 24 de um lado e 4 cartelas de outro (Figura 78)]. Parece que é 24 dividido por 4, é?*
- 19 **TILS2:** *Não sei.*
- 20 **Fábia:** [Registrou 24:4, fez 4 carreiras de 10 tracinhos] *4, 4, 4, 4 é? [agrupou de 4 em 4 e rotulou os grupos] II.*
- 21 **TILS2:** *Tem quantos tracinhos? 24?*
- 22 **Fábia:** [Apagou tudo, fez 3 carreiras de 10 tracinhos, apagou os excedentes, agrupou de 4 em 4, rotulou os grupos, contou e registrou 6 no quociente e zero no resto (Figura 79)].

Tempo total: (5min3s).



Figura 77. Fábia enlaçando 4 dedos: gesto metafórico (P5).



Figura 78. Fábia separando o espaço em Libras: 4 cartelas de um lado e 24 ovos de outro (P5).

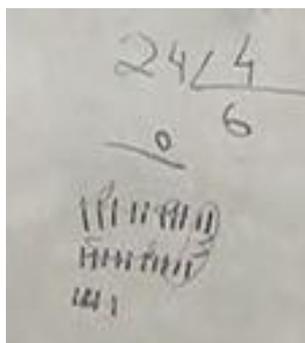


Figura 79. Registro de Fábia (P5).

Fábia teve dificuldade em compreender o objetivo principal desse problema (parágrafos: 1 a 14). Acreditamos que tal dificuldade, pode ser atribuída à forma como TILS2 foi interpretando. Podemos observar melhor a apresentação da TILS2, quando transformamos a sua primeira e segunda interpretação para a glosa da Libras: “JOSEFA TER 24 OVO, PRECISAR ARRUMAR 24, 4 CARTELA, 4. 24 OVO ARRUMAR, UMA CARTELA, AQUI, AQUI ” (parágrafos: 1 e 3). Provavelmente, a segunda parte, “ARRUMAR 24, 4 CARTELA, 4”, fez a estudante entender que cada cartela tinha 4 ovos e ela precisava somar tudo, obtendo 16 ovos (parágrafos: 5 a 11). No parágrafo 13, a TILS2 explicou mais uma vez, sinalizando “ovos” de um lado e “cartela” de outro, encenando pegar ovos de um lado, para arrumar no outro, como se fosse um classificador descritivo. É bem provável, que essa forma tenha influenciado Fábia para organizar os dados do problema no espaço (parágrafo 18, Figura 78), como no esquema de Vergnaud (1983, 2009b): 24 ovos de um lado e 4 cartelas de outro. Esse esquema ou diagrama “no espaço” pode ter ajudado a identificar a operação a ser feita, já que Fábia usou o mesmo procedimento do problema anterior (P4), ou seja, representou com tracinhos o valor total (24), depois agrupou de 4 em 4, rotulando cada grupo, finalmente, registrou os valores encontrados no quociente e no resto (Figura 79).

Os diálogos a seguir referem-se ao problema P6: “Marcílio comprou várias cartelas de ovos e ficou com 48 ovos. Se cada cartela tem 6 ovos, quantas cartelas Marcílio comprou? (Isomorfismo de medidas: quota ou medida)”.

- 1 **TILS2:** *Você comprou muitas cartelas de ovos, tem 48 ovos. Se uma cartela pode seis ovos, aqui 6, aqui 6, aqui 6...* [Repetiu o sinal movimentando ele no espaço] *quantas cartelas tem?*
- 2 **Fábia:** *Igual?* [Referindo-se a outra questão].
- 3 **TILS2:** *Quase.*
- 4 **Fábia:** *48 reais no bolso.*
- 5 **TILS2:** *Não, 48 ovos!*
- 6 **Fábia:** *Ah!*
- 7 **TILS2:** *Uma cartela pode 6 ovos, quantas cartelas tem?*
- 8 **Fábia:** *Por exemplo, 48 ovos deixa aqui ..6, 6, 6 ...É igual a 48, é?* (Figura 80).
- 9 **TILS2:** *Não entendi.*
- 10 **Fábia:** *Vou explicar, por exemplo, 48 ovos aqui 6, 6, 6... Soma dá 48.*
- 11 **TILS2:** *Sim.*
- 12 **Fábia:** [Registrou $48 \div 6$, fez 4 fileiras de 10 e uma de 8, agrupou, rotulou de 1 a 8, registrou no quociente 8 (Figura 81)].

Tempo total: (3min13s).



Figura 80. Fábiana dividindo o espaço: “48 ovos aqui, 6, 6...” (P6).

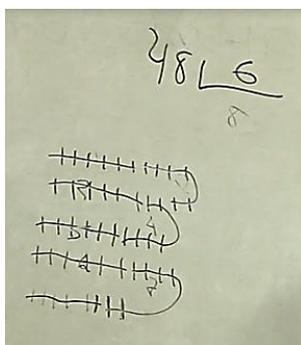


Figura 81. Registro de Fábiana (P6).

Esse problema Fábiana compreendeu com mais facilidade, resolvendo mais rápido. Embora seja um problema de estrutura diferente (quota), a facilidade/rapidez pode ser atribuída a

dois fatores: o enunciado envolvia os mesmos elementos (ovos e cartelas) e sua interpretação foi bem ilustrativa, até induzindo a uma solução de adição repetida: “... *Uma cartela pode seis ovos, aqui 6, aqui 6, aqui 6*” (parágrafo 1). Acreditamos que essa explicação tenha ajudado Fábيا a compreender os aspectos relacionais do problema. Desse modo, dividiu os dados no espaço (parágrafo 8, Figura 80), argumentando que somando tudo daria 48 (parágrafo 10). Este procedimento, considerado aditivo, com certeza, resolveria o problema, importando, então, saber quantas vezes somar, o valor de n na equação $\sum_n a_n = 48$, com $a = 6$ (*teorema-em-ação*). Assim, Fábيا associou o problema com a adição repetida para confirmar que a operação que devia usar era a divisão (Figura 81), mobilizando os mesmos conceitos descritos nos problemas P4 e P5 para a resolução do seu algoritmo. Segundo Vergnaud (1983, 2009b), o uso da divisão (Figura 81), neste problema, poderia indicar um raciocínio multiplicativo, ou seja, o procedimento da inversão do operador funcional, que envolve o *teorema-em-ação* “dividir 48 ovos por grupos de 6 ovos”. Entretanto o procedimento da estudante, auxiliado por representação pictórica, foi bem fundamentado no raciocínio aditivo.

Os diálogos a seguir referem-se ao problema P7: “Jurema andou 15 km em 5 horas. Se ela andar sempre à mesma velocidade, quantos quilômetros andarรก por hora? (Isomorfismo de medidas: partição (razão)).

- 1 **TILS2:** *Jurema andou uma distância de 15 km, demorou 5 horas. Se andar uma hora, só uma hora quantos quilômetros?*
 - 2 **Fábيا:** *15 em uma hora?*
 - 3 **TILS2:** *15 km.*
 - 4 **Fábيا:** *Em 5 horas.*
 - 5 **TILS2:** [Simultâneo] *Sim, 5.*
 - 6 **Fábيا:** *Uma hora quantos?*
 - 7 **TILS2:** [Simultâneo] *Uma hora quantos km?*
 - 8 **Fábيا:** [Abriu duas mãos, juntou as mãos, abriu novamente (*gesto metafórico*, Figura 82)] *Parece 3.*
 - 9 **TILS2:** *Certo, por que 3?*
 - 10 **Fábيا:** *Porque eu pensei uma hora é 3, mais uma hora é 6, continua até dá 15, soma as horas dá 5 horas (Figura 83).*
- Tempo total: (1min12s).



Figura 82. Fábria dividindo com as mãos 15 por 5: *gesto metafórico* (P7).



Figura 83. Fábria sinalizando “1 hora 3 km, 1 hora 6 km, continua”(P7).

A estudante respondeu mais rápido esse problema. Percebemos que a estudante dividiu 15 por 5, agrupando dedos de “5 em 5”, obtendo “3 grupos de “, conforme sua resposta no parágrafo 8 (Figura 82). Assim, continuou pensando na divisão como uma adição repetida.

Quando arguida sobre o significado de sua resposta, justificou explicando que uma hora anda 3 km, mais outra hora anda 6 km e, continua, até alcançar 15 km (parágrafo 10, Figura 83), expressando em Libras as relações envolvidas, como numa tabela, e o próprio diagrama de Vergnaud (2009b). O procedimento equivale, na matemática formal, ao teorema do isomorfismo para a adição:

$$f(5 \text{ horas}) = f(1 \text{ hora}) + f(1 \text{ hora}) + f(1 \text{ hora}) + f(1 \text{ hora}) + f(1 \text{ hora}) = 3 \text{ km} + 3 \text{ km} + 3 \text{ km} + 3 \text{ km} + 3 \text{ km} = 15 \text{ km}.$$

Os diálogos referentes ao problema P8 “Jurema anda 3 km por hora. Em quantas horas andará 18 km? (Isomorfismo de medidas: quota ou medida (razão))”, são apresentados a seguir.

- | | |
|---|--|
| 1 | TILS2: <i>Jurema anda 3 km em uma hora. Quantas horas demora para andar a distância de 18 km, demora quantas horas?</i> |
| 2 | Fábria: <i>Espera calma, por exemplo 18 anda, 18 km quantas horas anda é?</i> |
| 3 | TILS2: <i>Sim.</i> |
| 4 | Fábria: <i>6.</i> |
| 5 | TILS2: <i>Certo, por que 6?</i> |
| 6 | Fábria: <i>3, 3, 3 (gesto rítmico) soma dá 6.</i> |

7 **TILS2:** *Explica de novo.*

8 **Fábia:** *Exemplo porque em 1 hora anda 3 km, 2 horas 6, continua (Figura 82).*

Tempo total: (1min3s).



Figura 84. Fábia sinalizando “1 hora anda 3 km, 2 horas anda 6 km, continua...” (P8).

Esse problema foi resolvido por Fábia de forma, ainda mais rápida, que o anterior. Conjecturamos que a estudante fez, mentalmente, a divisão de 18 por 3 (parágrafo 4) e quando sinalizou “3, 3, 3 (*gesto rítmico*) soma dá 6” (parágrafo 6), quis dizer “soma os grupos de 3 e obtém 6 grupos de 3”, a julgar por seus procedimentos nos problemas anteriores. Na sua explicação (parágrafo 8, Figura 84), Fábia não mencionou seu procedimento de divisão, mas fez referência novamente aos aspectos relacionais envolvidos no problema: “1 hora anda 3 km, 2 horas anda 6, continua”. Esta justificativa pode ser mais bem explicada, se $M_1 = [\text{Horas}]$, $M_2 = [\text{quilômetros}]$, temos o esquema a seguir.

$M_1(\text{Horas})$ $M_2(\text{km})$

$$f(x) = 3x$$

$$\boxed{\times 3 \text{ km/hora}}$$

$$1 \text{ hora} \rightarrow 3$$

$$x \leftarrow 18$$

$$\boxed{\div 3}$$

$$f^{-1}(x) = \frac{1}{3}x$$

No esquema acima, a coluna da direita (quilômetros) é obtida multiplicando as horas por 3 km: 1 hora $\times \frac{3 \text{ km}}{\text{hora}} = 3 \text{ km}$, 2 horas $\times \frac{3 \text{ km}}{\text{hora}} = 6 \text{ km}$, e assim sucessivamente. Entendemos que Fábia, na sua explicação em Libras, obteve a segunda coluna, através de um processo

aditivo, somando (+3) ao anterior (*teorema-em-ação*), conforme explicitado no esquema a seguir.

1 hora	→ 3 km		+ 3
2 horas	→ 6 km		+ 3
3 horas	→ 9 km		+ 3
4 horas	→ 12 km		+ 3
5 horas	→ 15 km		+ 3
6 horas	→ 18 km		+ 3

Os diálogos seguintes referem-se à apresentação do problema P9: “A casa de Joana de dois andares tem 6 metros de altura e o muro ao redor mede 2 metros. Quantas vezes a casa é maior que o muro? (Comparação multiplicativa: busca de um escalar)”.

- 1 **TILS2:** *Minha casa de dois andares mede 6 metros de altura, 6m. Tem um muro ao redor de 2 metros 2 metros. A casa é mais alta que o muro quanto?* [Sinalizou casa, levantou o braço direito para representar “casa” e abaixou o outro para representar “muro”, fez o sinal de quantos vindo do muro para casa].
- 2 **Fábia:** *O que?*
- 3 **TILS2:** [Repetiu da mesma forma].
- 4 **Fábia:** *Não entendi nada.*
- 5 **TILS2:** *Por exemplo, sua casa de dois andares mede 6 metros de altura, 6 metros, tem muro de 2 metros, minha casa é mais alta que o muro quanto?* [Sinalizou casa, levantou um braço direito e abaixou outro].
- 6 **Fábia:** *O maior é 6.*
- 7 **TILS2:** *Minha casa é mais alta quanto?*
- 8 **Fábia:** *6 é a maior... Espera, exemplo muro 2 m.*
- 9 **TILS2:** *2 m.*
- 10 **Fábia:** *A maior tem 6 m dois andares eu acho que é 12.*
- 11 **TILS2:** *Vou explicar* [Mostrou a Figura 32] *sua casa aqui* [Apontou e passou o sinal sobre a casa] *altura 6 metros, tem muro* [Apontou] *2 metros, quantas vezes* [Sinal de operação] *minha casa é mais alta?*
- 12 **Fábia:** *Exemplo um mais alta, um mais alta, um mais alta, é?* [Ergueu a MD três vezes para cima até chegar na casa e com a ME abriu um dedo de cada vez (Figura 85)].
- 13 **TILS2:** *Quanto?*
- 14 **Fábia:** [Mediu com os dedos na Figura 32 a partir da altura do muro (Figura 86)] *parece 4.*
- 15 **TILS2:** *Quase.*

16 **Fábia:** 3 [Tocou no “2 m” e no “6 m” da Figura 32].

Tempo total: (2min12s).



Figura 85. Fábia sinalizando “maior” três vezes (P9).



Figura 86. Fábia medindo com os dedos: *gesto metafórico* (P9)

Neste problema, a interpretação confundiu a estudante. Apesar de termos consultado dois TILS da região, que recomendaram sinalizar daquela forma, foi muito difícil para a TILS2 esclarecer, em Libras, a pergunta principal “Quantas vezes a casa é maior que o muro?”. Entretanto mostrar as medidas da casa, do muro e depois a comparação entre casa e muro (levantar uma mão e abaixar outra), foi significativo, apenas para a estudante perceber que a casa era mais alta que o muro, mas a compreensão da pergunta principal ficou comprometida, porque Fábia sinalizou “não entendi nada” (parágrafo 1 a 3). Para tentar entender, Fábia foi recolhendo os dados novamente e operou, indevidamente, com os dados. Pareceu ter somado $6 + 6$, respondendo 12 (parágrafos: 5 a 9).

Então a TILS2 mostrou a Figura 32 (parágrafo 10), sinalizando novamente o problema, e para comparar casa e muro, utilizou o sinal da operação multiplicação (\times). A partir desse momento, Fábia começou a explicitar em Libras seu raciocínio (Figura 85), mostrando a resposta correta 3: “Exemplo um maior, um maior, um maior, é? [ergueu a MD três vezes para cima até chegar na casa e com a ME abriu um dedo de cada vez]” (parágrafo 11). Mas quando questionada sobre sua resposta, a estudante foi medindo com as mãos (Figura 86) o muro, provavelmente, para comprovar “quantas vezes o muro cabia na altura da casa” (*teorema-em-ação*), respondendo errado 4. Acreditamos que o erro foi provocado pela escala da Figura 32, pois, na figura, o muro realmente cabia, aproximadamente, quatro vezes ou mais vezes, na altura da casa. A escala não estava correta. Em seguida, a TILS2 interferiu sinalizando “quase”, então Fábia tocou nos rótulos da figura das medidas do muro e da casa, respondendo corretamente “3” (parágrafos: 12 a 15).

No problema P10: “O prédio onde moro mede 30 m de altura. Ele é três vezes mais alto que o prédio que minha amiga mora. Quanto mede o prédio da minha amiga?”

(Comparação multiplicativa: busca de uma medida)”, a estudante resolveu com mais rapidez, conforme os diálogos apresentados a seguir.

- 1 **TILS2:** *Eu moro em um prédio de altura 30 m.*
- 2 **Fábia:** *130?*
- 3 **TILS2:** *Não, só 30.*
- 4 **Fábia:** *Prédio 30.*
- 5 **TILS2:** *30, minha amiga mora em um prédio mais baixo. Meu prédio é o triplo, quantos metros tem o prédio da minha amiga?*
- 6 **Fábia:** *Pequeno, 6?*
- 7 **TILS2:** *Não.*
- 8 **Fábia:** *Exemplo, o prédio [Segurou sinal prédio com a ME] é 30 [Depois subiu a MD (sinal “alto”) três vezes (gesto rítmico), conforme Figura 87] quantos mais alto?*
- 9 **TILS2:** *E é o triplo [Simultâneo].*
- 10 **Fábia:** *Ah, três casas uma em cima da outra? Três? [Levantou as duas mão juntas e com a MD tocou em 3 dedos da ME].*
- 11 **TILS2:** *Não, exemplo, meu prédio tem 30 m, o da minha amiga é mais baixo, o meu é bem alto...*
- 12 **Fábia:** *Parece 10 lá [Apontou onde TILS2 tinha sinalizado prédio mais baixo].*
- 13 **TILS2:** *Certo, por que o prédio tem 10 m?*
- 14 **Fábia:** *Prédio menor 10, cresce 10, cresce 10 [Segurou uma configuração na ME representando o prédio mais baixo, elevou esta configuração (sinal “alto”) três vezes (gesto metafórico/rítmico) enquanto sinalizava com a MD 10(Figura 88)].*

Tempo total: (95s).



Figura 87. Fábia sinalizando: prédio (ME), 30 (MD) e subindo a MD três vezes (P10).



Figura 88. Fábia elevando a ME (gesto metafórico/rítmico) e sinalizando 10,10, 10 (MD) (P10).

Neste problema, Fábria identificou logo, que o prédio da amiga seria mais baixo (*conceito-em-ato*): “pequeno, 6” (parágrafo 6), mas errou no valor. Além disso, explicou o objetivo da questão para TILS2, conforme o parágrafo 8: “*Exemplo, o prédio [segurou sinal prédio com a ME] é 30 [subiu a MD três vezes] (Figura 87) quantos mais alto?*”. Ao longo da interação, a TILS2 foi complementando seu entendimento (parágrafos: 7,9,11). Por último, Fábria sinalizou 10. Para explicar a razão da sua resposta, a estudante levantou rapidamente a ME três vezes (*gesto rítmico/metafórico*), enquanto sinalizava “10, 10, 10” com a MD (Figura 88). Nessa explicação, explicitou em gesto/Libras uma adição repetida, medida e relação de ordem ou comparação (*conceito-em-ato*). Talvez tenha dividido, mentalmente, 30 por 3 (por agrupamento como vinha fazendo antes) ou até buscado um valor, que somado três vezes desse 30 (*teorema-em-ação*).

Os próximos diálogos são referentes ao problema P11 “Num baile formaram-se 12 pares diferentes. Como os rapazes eram 4, quantas eram as moças? (Produto de medidas: combinatória)”.

- 1 **TILS2:** *Num baile tem 12 pares diferentes...*
 - 2 **Fábria:** *Ah! par, par [Sinal “par” alternando no espaço] é 6?*
 - 3 **TILS2:** *12 pares diferentes, diferentes, homem junto com mulher, trocou, 12 diferentes, de novo diferente, diferente.*
 - 4 **Fábria:** *12 pessoas um par, um par [Alternando o sinal no espaço].*
 - 5 **TILS2:** *Exemplo, tem homem e mulher juntos, diferente, diferente são 12. Tem 4 rapazes quantas mulheres?*
 - 6 **Fábria:** *As pessoas em pares dançando são 12. Os rapazes são 4, falta quantas mulheres?*
 - 7 **TILS2:** *Quantas mulheres?*
 - 8 **Fábria:** *[Abriu as duas mãos, segurou 5 na ME e 3 na MD (gesto metafórico)] parece 8.*
 - 9 **TILS2:** *Não, é muito! [Mostrou a Figura 34] aqui estão dançando e trocando [apontou] são 12 diferentes, diferente, diferente. Tem 4 homens [Apontou] quantas mulheres?*
 - 10 **Fábria:** *3.*
 - 11 **TILS2:** *Por quê?*
 - 12 **Fábria:** *[Apontou o sinal 4 para os rapazes da figura e com a MD apontou para a mulher] falta mulher para os três homens.*
 - 13 **PM:** *[Explicou o problema].*
- Tempo total: (4min52s).

Avaliamos que esse problema também foi de difícil interpretação para a TILS2. A dificuldade estava em explicar a não repetição dos pares, ou seja, os pares deviam ser sempre diferentes (parágrafos: 1 a 5, 9). Consideramos que Fábria compreendeu, em parte, quando repetiu a pergunta da TILS2 (parágrafo 6), mas como sinalizou “falta” supomos que tenha subtraído $12 - 4$ para responder 8 (parágrafo 8). Após a TILS2 mostrar a Figura 34, Fábria acertou a resposta, porém observamos um raciocínio incorreto provocado pela própria figura, que apresentava, separadamente, “quatro homens” e “uma mulher”. Assim, acreditamos que a estudante subtraiu $4 - 1 = 3$, conforme sua justificativa: “falta mulher para os três homens” (parágrafo 12).

Em suma, Fábria buscou pensar em cada problema apresentado, não percebendo que todos os outros seriam resolvidos por uma divisão. Consideramos que a estudante apresentou um bom desempenho na resolução dos problemas apresentados, poucas interações foram necessárias. Identificou e resolveu com certa rapidez, tanto o cálculo numérico como o cálculo relacional, com exceção do P11.

As figuras ilustrativas só foram utilizadas no problema P9 e P11, infelizmente, conduzindo ao raciocínio errado, pois continham falhas epistemológicas não percebidas por nós. Entretanto, pudemos notar como o estudante surdo é propenso para atentar para os detalhes, principalmente visuais, e operar com esses aspectos. Enfim, na maioria dos problemas, observamos a predominância do raciocínio expresso em gestos e Libras, em relação a procedimentos escritos. Identificamos maior ocorrência de gestos *rítmicos* e *metafóricos* em relação aos *dêiticos*. Os *gestos rítmicos* (2) e *rítmico/metafórico* (1) expressaram adição repetida, medida, comparação; os *metafóricos* (6) expressaram os conceitos de agrupamento, ação de medir, adição, subtração; o *dêitico/metafórico* (1) a correspondência biunívoca associada a uma adição. O Quadro 5 mostra um resumo dos conhecimentos mobilizados pela estudante nestes problemas.

Quadro 5. Resumo dos conhecimentos mobilizados por Fábria nos problemas P1 a P11.

FÁBIA		REGISTROS DA AÇÃO		
PROBLEMAS	ESQUEMAS DE AÇÃO	LIBRAS	GESTOS	PRODUÇÕES ESCRITAS
	PROCEDIMENTO	Conceito- em - ação (CA)/ Teorema- em- ação (TA)	Conceito- em - ação (CA)/ Teorema- em- ação (TA)	Conceito- em - ação (CA)/ Teorema- em- ação (TA)
P1 (Partição)	Cálculo numérico: Representar nos dedos parte de 12 (10), formar grupos de 2(d), contar mentalmente.	---	CA: <i>Gesto metafórico</i> Agrupando dedos (2 em 2). TA: Dividir 12 em grupos de	---

			2, ou seja, Quantos grupos de 2 (d) tem 12?	
P2 (Medida ou quota)	Cálculo numérico: Representar as quotas 4 (d) e con- tar simultaneamente a partir de um valor de referência (48).	---	CA: <i>Gesto dêitico/metafórico</i> Correspondência biunívoca <i>sinál-a-dedo:</i> 4-1dedo, 4-1dedo, 4-1dedo e adição 4+4+4...; enume- ração de quotas. <i>Gesto metafórico</i> Juntar 4 dedos expressando adição em N. Subtrair 8-4 (parágrafo 10).	CA: Correspondência biuní- voca, enumeração, agru- pamento, valor limite (48), adição de naturais, somadas parciais sucessi- vas, valor posicional, organização das parcelas no algoritmo da adição. TA: Quantas vezes o 4 (d) cabe em 48 (D)?
P3 (Partição)	Buscar através de cálculo mental a parcela em falta a partir de um valor de referência (24).	---	CA: <i>Gesto rítmico</i> Adição repetida 12+12. TA: Isomorfismo adição: $f(2) = (1+1) = f(1) + f(1) =$ $12 + 12 = 24$ ou $f(2-1) = f(2)-f(1) = 24-$ $12=12$.	---
P4 (Medida ou quota)	Cálculo numérico: Representar o divi- dendo (52), formar grupos de 2 (d), rotular, registrar o quociente, registrar o resto.	---	---	CA: Agrupamento, cardinal, identificação dos ele- mentos da divisão eucli- diana. TA: Dividir 52 em gru- pos de 2 através de re- presentação pictórica.
P5 (Partição)	Cálculo numérico: Representar o divi- dendo (24), formar grupos de 4 (d), rotular, registrar o quociente, registrar o resto	CA: Organização dos dados do problema, diagrama de Verg- naud (cálculo relaci- onal).	---	CA: Agrupamento, cardinal, identificação dos ele- mentos da divisão eucli- diana. TA: Dividir 24 em gru- pos de 4 através de re- presentação pictórica.
P6 (Medida ou quota)	Cálculo numérico: Representar o divi- dendo (48), formar grupos de 6 (d), rotular, registrar o quociente, registrar o resto.	CA: Adição repetida “Aqui 6, aqui 6 dá 48”: $6+6+6+...=48$ TA: Qual o valor de n em $\sum_n a_n = 48$, com $a=6$?	---	CA: Agrupamento, cardinal, identificação dos ele- mentos da divisão eucli- diana. TA: Dividir 48 em gru- pos de 6 através de re- presentação pictórica.
P7 (Partição)	Cálculo numérico: Representar o divi- dendo (15) nos dedos, formar gru- pos de 5 (d), contar mentalmente.	TA: isomorfismo adição $F(5)=f(1)+f(1)+f(1)+f$ $(1)+f(1)=3+3+3+3+3$ $=15$	CA: <i>Gesto metafórico:</i> $15= 5+5+5$ (Figura 82).	---
P8 (Medida ou quota)	Dividir mentalmen- te 18 por 3 (inver- são do operador funcional: $f^{-1}(x) =$	CA: Correspondência biunívoca, adição. TA: adição de um valor	CA: <i>Gesto rítmico</i> Adição em N: $3+3+3=6$ TA:	---

	$\frac{1}{3}x$	constante (+3) 1 hora→ 3 km 2 horas→ 6 km 3 horas→ 9 km 4 horas→ 12 km 5 horas→ 15 km 6 horas→ 18 km	“3,3,3 dá 6” Talvez expressando $n=6$ em $\sum_n a_n = 3 + 3 + 3 + 3 + 3 + 3 = 18$, com $a=3$; Dividir 18 em grupos de 3.	
P9 CM (busca de um escalar)	Buscar quantas vezes a altura do muro cabe na altura da casa.	CA: Comparação em N. TA: “um maior, um maior, um maior”: quantas vezes a altura do muro cabe na altura da casa?	CA: <i>Gesto metafórico</i> Medindo com as mãos TA: quantas vezes a altura do muro cabe na altura da casa?	---
P10 CM (busca de uma medida)	Buscar através de cálculo mental a medida em falta a partir de um valor de referência (30) e do número de iterações (3).	CA: Valor limite (altura: 30), Adição repetida 10+ 10+ 10. TA: Qual a parcela (medida) que somada três vezes dá 30?	CA: <i>Gesto rítmico/ metafórico</i> Valor limite (altura: 30), Adição repetida 10+ 10+ 10; medida; comparação. TA: Qual a parcela (medida) que somada três vezes dá 30?	---
P11 Combinatória	Fazer visualmente a correspondência biunívoca na Figura 31: homem (4) e mulher (1) e subtrair 4-1=3	CA: Subtração em N; Correspondência biunívoca cada homem com uma mulher na Figura 31. TA: Se tem 4 homens e uma mulher para dançar, quantas mulheres faltam? (Figura 31).	CA: <i>Gesto metafórico</i> Representando 8=12-4.	---

D=dividendo, d=divisor, CM=Comparação multiplicativa, N= números naturais.

5.1.7 Apresentação de Frank

Frank tem 18 anos. Foi diagnosticado com surdez profunda bilateral, aos dois meses de idade. É filho de pais ouvintes. Cursa o 1º ano do Ensino Médio da Escola C. Começou a estudar com três anos, no ensino regular de uma escola pública. Nessa fase, iniciou o AEE para aprendizagem de Libras e, paralelamente, iniciou à aquisição da leitura/escrita na Língua Portuguesa, o que promoveu um bom desempenho na leitura e escrita nessa língua, segundo depoimento da professora do AEE.

Dos 10 aos 12 anos, foi estudar numa escola especial particular integral (seus pais preferiram), cuja filosofia não utilizava a Libras. Depois desse período, voltou para a escola pública regular, com a presença do TILS na sala de aula. Segundo seu relato, atualmente, ele gosta da escola, mas quando ele era pequeno tinha muita bagunça na sala, ele ficava perdido.

Suas disciplinas preferidas são Artes e Educação Física. Tem dificuldade em Matemática, Física e História. Considera o TILS da sua sala muito fraco, ajuda pouco. Gosta muito de Matemática, mas acha difícil. Estuda os assuntos em casa e não se lembra dos assuntos que aprendeu com facilidade. Tem dificuldade em equação do 2º grau. Considera que os sinais em Libras ajudam “mais ou menos” a aprender Matemática. Gostaria de aprender mais os assuntos do 1º ano.

5.1.8 Os esquemas de Frank: “adição repetida de um valor constante, cálculo mental para dividir”

A situação dialógica a seguir refere-se ao problema P1: “Paguei R\$12,00 por 3 refrigerantes. Quanto custa cada refrigerante? (Isomorfismo de medidas: partição (preço))”.

- 1 **TILS2:** *Eu fui ao mercado e comprei três refrigerantes, paguei pelos três 12 reais. Quanto custa só um?* [Levantou três dedos e abaixou dois ficando um].
- 2 **Frank:** [Cobriu com a MD 3 dedos da ME (*gesto metafórico*), conforme Figura 89]: *Um...três é 12 reais? Quer saber um?*
- 3 **TILS2:** *Sim, 12 reais os três quer saber quanto é um?*
- 4 **Frank:** [Registrou no quadro a conta na vertical $4,50+4,50+4,50$, registrou 5 no total na ordem das unidades e o 1 do “vai um” em cima do 4. Depois sinalizou $4...5$ (MD) $4...4$ (ME) somando mentalmente $1+4=5+(4+4)=13$] *Está errado!* [Apagou, desenhou no espaço 3 (*gesto metafórico*), balançando e apontando a ME três vezes (*gesto rítmico/dêitico*) para o quadro conforme Figura 90, registrou 3 e apagou] *Difícil!* [Abriu 5dedos (MD) e 3 dedos (ME) como se tivesse somado $4+4=8$ e sinalizou] 4 [Registrou na vertical $4+4+4=12$ (Figura 91)].

Tempo total: (1min45s).



Figura 89. Frank passando a MD em 3 dedos da ME *gesto metafórico* (P1).



Figura 90. Frank balançando/apontando três vezes (ME): *gesto rítmico/dêitico* (P1.)

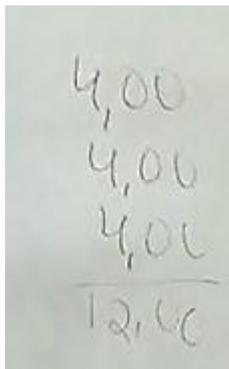


Figura 91. Registro de Frank (P1).

Frank explicitou, através de *gesto rítmico/dêitico* (parágrafo 4) o procedimento: buscar um valor por tentativa e erro que somado três vezes alcançasse o valor limite ou de referência (12) (*teorema-em-ação*). Na matemática formal, esta lógica equivale à propriedade de isomorfismo linear para a adição: $f(3) = (1 + 1 + 1) = f(1) + f(1) + f(1) = 4 + 4 + 4 = 12$. Utilizou as duas mãos, alternadamente, para contar e pensar. Aparentou fazer cálculos mentalmente. Apresentou os *conceitos-em-ação*: adição repetida, organização em colunas das ordens na representação do algoritmo da adição (unidade embaixo de unidade, dezena embaixo de dezena, o “vai uma dezena”, para dezenas), adição com reserva.

Os diálogos a seguir referem-se ao problema P2: “Cada caderno custa R\$ 4,00. Quantos cadernos você pode comprar com R\$ 48,00? (Isomorfismo de medidas: medida ou quota (preço))”.

- 1 **TILS2:** *Um caderno custa 4 reais, você tem no bolso 48 reais. Pode comprar quantos cadernos?*
- 2 **Frank:** *0,50 centavos?*
- 3 **TILS2:** *Não tem centavos, só reais. Tem só 48 reais.*
- 4 **Frank:** *Pode repetir.*
- 5 **TILS2:** *Um caderno custa 4 reais, você tem no bolso 48 reais. Pode comprar e escolher quantos cadernos?*
- 6 **Frank:** [Registrou 21 unidades] *Um caderno é 4 reais eu tenho 48 reais, desculpa* [Apagou o 21 e registrou 22 cadernos].
- 7 **TILS2:** *Se você comprar 22 cadernos pagando 4 reais em cada, vai dar quanto?*
- 8 **Frank:** *Me explica de novo.*
- 9 **TILS2:** *Um caderno 4 reais deixa aqui* [Movimentou o corpo lado esquerdo sinalizou e voltou para posição inicial] *você tem 48 reais, você pode comprar quantos cadernos?*
- 10 **Frank:** [Sinalizou junto com TILS2] *Um caderno custa 4 reais, tenho 48 deixa de lado* (Figura 92)...4 [Depois registrou 4 na vertical 5 vezes, depois foi apontando e registrando ao lado de cada

4 a soma parcial: 4-4, 4-8, 4-12, 4-16, 4-20, 4-24, 4-28, 4-32, 4-36, 4-40, 4-44, 4-48, ele contou os grupos de 4 do lado esquerdo 1, 2, 3, 4...12 (Figura 93)] 12 cadernos.

Tempo total: (2min95s).



Figura 92. Frank sinalizando “48 deixa de lado” (P2).

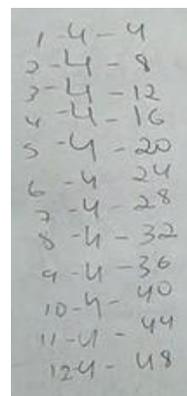


Figura 93. Registro de Frank (P2).

Frank pediu para repetir duas vezes a interpretação. Na terceira interpretação (parágrafo 9), a TILS2 sinalizou os dados, organizando-os no espaço e, simultaneamente, o estudante repetiu os dados, fazendo o mesmo. Nesse momento, Frank deve ter compreendido o problema, já que começou a registrar corretamente o seu pensamento (parágrafos: 9 e 10). Evidenciou os *conceitos-em-ação*: adição de naturais, correspondência biunívoca, contagem. No seu registro, fez adições sucessivas de um valor constante (4) até alcançar um valor de referência (48): 1 caderno-4 reais, 2 cadernos-8 reais, 3 cadernos-12 reais, e assim por diante, buscando com esse procedimento verificar quantos vezes 4 cabe em 48 (*teorema-em-ação*).

Os próximos diálogos referem-se ao problema P3: “Rita comprou 2 cadernos e pagou R\$ 24,00. Se cada caderno custar o mesmo preço, quanto pagou por cada um? (Isomorfismo de medidas: partição (preço))”.

- 1 **TILS2:** Rita comprou dois cadernos e pagou 24 reais, pagou 24 reais nos dois, um caderno é quanto?
- 2 **Frank:** 2 reais...
- 3 **TILS2:** Não dois cadernos.
- 4 **Frank:** Cadernos.
- 5 **TILS2:** 24 reais os dois quanto é um?
- 6 **Frank:** [Tocou a ME sobre a MD 9 vezes (*gesto rítmico*)] Dois pagou 24 [registrou 2, ficou olhando] 24 o dinheiro é 24?
- 7 **TILS2:** Sim.
- 8 **Frank:** 5,5,2,2, 10 [Sinalizou para ele mesmo (*gesto rítmico*) olhando para o 2] o caderno é 12.

Tempo total: (1min05s).

Como os valores envolvidos são pequenos, e 12 é a metade de 24, não houve dificuldades para Frank neste problema. Consideramos seu desempenho, de certa forma, compatível com sua idade e nível de escolaridade. O estudante utilizou as mãos para auxiliar seu pensamento, articulando num *gesto rítmico* os sinais “5, 5, 2, 2, 10”, enquanto olhava para o lugar no quadro, onde registrou o 2, e não tinha terminado de registrar o 4 do 24 (parágrafo 8). Supomos que decompôs o 24, mentalmente ($24 = 10+10+4$), e em seguida, calculou a metade de cada parcela, ou seja, 5 é a metade de 10, 5 é a metade do outro 10, 2 é a metade de 4 ou $2+2 = 4$.

Os diálogos a seguir, referem-se ao problema P4: “Pedro tem R\$ 52,00 e quer comprar para sua festa de aniversário alguns pacotes de pratos descartáveis a R\$ 2,00 o pacote. Quantos pacotes ele pode comprar? (Isomorfismo de medidas: quota ou medida (preço))”.

- 1 **TILS2:** *Pedro tem 52 reais, é o aniversário dele e precisa comprar pratos. Um prato é 2 reais, ele pode comprar quantos pratos?* [Sinalizou prato ao invés de pacote].
- 2 **Frank:** *Repete.*
- 3 **TILS2:** *Pedro tem 52 reais, é seu aniversário, vai comprar pratos que é 2 reais*
- 4 **Frank:** *52?*
- 5 **TILS2:** *Tem 52 reais.*
- 6 **Frank:** *52 e 2 reais como?* [Registrou 10,10,10,10 na vertical, apagou, registrou 5-10, 5-20,5-30, 5-40, 5-50, 2-52 (Figura 94)] 22.
- 7 **TILS2:** *Quase.*
- 8 **Frank:** [Apagou o registro anterior, desenhou no espaço “ $52 \div 2$ ” (*gesto metafórico*), sinalizou 2, 4 (MD), depois abriu 5 dedos (MD) e 3 (MD), ficou pensando, sinalizou de novo 2, 4] 26.
- 9 **TILS2:** *Certo. Por quê?*
- 10 **Frank:** *52, eu pensei 2, 2, 2, 2, 2, 2, 2* [Abaixou o sinal 2, sete vezes (Figura 95)] *soma e dá 26.*
- 11 **PM:** *Por que antes você registrou 5 e 10?*
- 12 **Frank:** *Estava errado, eu pensei que era 5 desculpa mas é 2, 2, 2... soma dá 26.*

Tempo total: (1min58s).

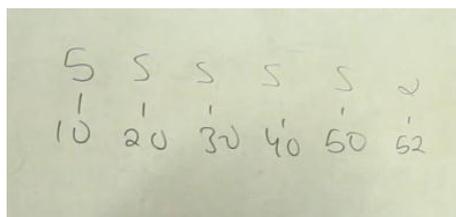


Figura 94. Primeiro registro de Frank (P4).

- 1 **TILS2:** Josefa tem 24 ovos...
- 2 **Frank:** 24 ovos.
- 3 **TILS2:** ... Precisa organizar em 4 cartelas, quantos ovos podem em cada cartela?
- 4 **Frank:** De novo.
- 5 **TILS2:** Josefa tem 24 ovos...
- 6 **Frank:** 24 ovos.
- 7 **TILS2:** ... Precisa organizar em 4 cartelas,
- 8 **Frank:** 4...Qual é o número de ovos?
- 9 **TILS2:** 24 ovos e 4 cartelas.
- 10 **Frank:** Tem 12 em cada cartela.
- 11 **TILS2:** Não.
- 12 **Frank:** É 12, porque tem 24 ovos e 4 para arrumar, tem 4 cartelas.
- 13 **TILS2:** Se em uma cartela tiver 12, na segunda 12, na terceira cartelas 12, na quarta cartela 12 vai dar mais. Então em uma quanto dá?[Figura 96].
- 14 **Frank:** Só em uma cartela?
- 15 **TILS2:** Sim.
- 16 **Frank:** [Foi adicionando 4 até chegar em 24, contou de cima para baixo quantas vezes “4” foi adicionado e conferiu sua contagem de baixo para cima (Figura 97)] 6.

Tempo total: (2min9s).



Figura 96. TILS2 fazendo as correspondências “1ª-12, 2ª-12, 3ª-12, 4ª-12” (P5).

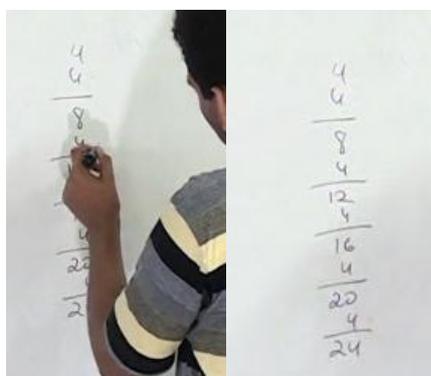


Figura 97. Frank contando o nº de parcelas “4” no seu registro (P5).

A primeira resposta de Frank foi “12”. Provavelmente, associou ao seu contexto cotidiano, já que temos sempre à venda cartelas com 12 ovos (parágrafo 10). A TILS2 o fez avaliar sua resposta, quando questionou, expressando em Libras ou *gesto metafórico*, uma correspondência biunívoca: 1^a-12, 2^a-12, 3^a-12, 4^a-12 (parágrafo 13, Figura 96). A partir dessa intervenção, percebemos que o estudante compreendeu o problema (cada cartela não poderia conter 12 ovos daria mais de 24 ovos), uma vez que registrou no quadro um procedimento semelhante ao P2: adicionou as quotas 4 até alcançar o valor limite 24 (*conceitos-em-ação*), depois contou as quotas (*teorema-em-ação*), conforme Figura 97.

Os diálogos a seguir referem-se ao problema P6: “Marcílio comprou várias cartelas de ovos e ficou com 48 ovos. Se cada cartela tem 6 ovos, quantas cartelas Marcílio comprou? (Isomorfismo de medidas: quota ou medida)”.

- | | |
|-------------------------|---|
| 1 | TILS2: <i>Eu comprei muitas cartelas de ovos, depois eu fiquei com 48 ovos.</i> |
| 2 | Frank: <i>48 ovos.</i> |
| 3 | TILS2: <i>Uma cartela tem 6 ovos, quantas cartelas eu tenho?</i> |
| 4 | Frank: <i>Repete, 48...</i> |
| 5 | TILS2: <i>Eu comprei 48 ovos, desculpa, eu comprei muitas cartelas de ovos, eu tenho 48 ovos. Uma cartela tem 6 ovos. Quantas cartelas eu tenho?</i> |
| 6 | Frank: <i>48... 22.</i> |
| 7 | TILS2: <i>22? Não.</i> |
| 8 | Frank: <i>48[ME] e 22[MD] porque é 10 ou 11.</i> |
| 9 | TILS2: <i>Muitas cartelas de ovos, quero saber quantas cartelas. Porque eu tenho 48 ovos, uma cartelas pode 6 ovos. 48 ovos arrumados 6, 6, 6, 6... (gesto rítmico/icônico) dá quantas cartelas? [Dividiu o espaço sinalizando 48 ovos do lado direito e 6, 6... do lado esquerdo (Figuras 98 e 99)]</i> |
| 10 | Frank: <i>[Registrou adições de 4 em 4 até chegar em 46, apagou] não dá.</i> |
| 11 | TILS2: <i>Vou mostrar a figura [Figura 29], tenho 48 ovos [Apontando o desenho (gesto dêitico)], uma cartela pode 6 ovos, se colocar aqui [fez de colocar os ovos nas cartelas do desenho (gesto icônico)] os 48 ovos precisa de quantas cartelas?</i> |
| 12 | Frank: <i>Uma cartela tem 6?</i> |
| 13 | TILS2: <i>Sim, pode 6 ovos, se guardar 6, guardar 6, 6, 6, 6, precisa de quantas cartelas?</i> |
| 14 | Frank: <i>[Somou de 6 em 6 até 48, contou apontando os “6” (Figura 100)] 8.</i> |
| Tempo total: (4min33s). | |



Figura 98. TILS2 sinalizou 48(MD) segurando a ME onde sinalizou cartela (P6).



Figura 99. TILS2 fazendo *gesto icônico* “arrumar” associado ao *gesto rítmico* 6,6,6 (P6).



Figura 100. Frank contando as parcelas “6” (P6).

Primeiro Frank respondeu 22, mas não conseguimos compreender sua resposta, nem mesmo quando ele explicou 10 ou 11. Então a TILS2 começou a demarcar sua sinalização no espaço e a fazer um *gesto rítmico/icônico* (Figuras: 98 e 99), que poderia até ser definido como um classificador descritivo em Libras. A partir daí, Frank tentou fazer uma adição repetida ($4+4+4+\dots$) até o valor 48, verificou que dava 46 e desistiu (parágrafos: 9 e 10). Parece que não reteve na memória a quota “seis”. Quando a TILS2 interpretou, usando a Figura 29 (parágrafo 11), ele compreendeu a relação “1 cartela-6 ovos”, apesar de a figura não conter o rótulo 6. Assim, registrou seu pensamento, usando um procedimento similar ao problema anterior: adicionou as quotas “seis” até alcançar o valor limite 48 (*conceitos-em-ação*), depois contou as quotas (*teorema-em-ação*), conforme Figura 100.

A próxima situação dialógica refere-se ao problema P7: “Jurema andou 15 km em 5 horas. Se ela andar sempre à mesma velocidade, quantos quilômetros andar por hora? (Isomorfismo de medidas: partição (razão))”.

- 1 **TILS2:** *Jurema andou a distância de 15 km, demorou 5 horas. Quantos quilômetros ela anda em uma hora, só uma hora?*
 - 2 **Frank:** *Repete.*
 - 3 **TILS2:** *Jurema andou a distância de 15 km demorou 5 horas. Se Jurema andar 1 hora quantos km?*
 - 4 **Frank:** *Espera, repete de novo para eu entender.*
 - 5 **TILS2:** *[Repetiu da mesma maneira].*
 - 6 **Frank:** *5 km.*
 - 7 **TILS2:** *Quase.*
 - 8 **Frank:** *6 km.*
 - 9 **TILS2:** *Não.*
 - 10 **Frank:** *7 km.*
 - 11 **TILS2:** *Não, porque 15 km demora 5 horas.*
 - 12 **Frank:** *Veja [Registrou na horizontal 15 km = 5 horas e embaixo 5 km]. É quilômetro ou horas que o problema quer saber.*
 - 13 **TILS2:** *15 km demorou 5 horas [Apontou para o registro dele] quantos quilômetros em uma hora?*
 - 14 **Frank:** *Ah entendi [Ficou parado pensando] 4 km?*
 - 15 **TILS2:** *Quase.*
 - 16 **Frank:** *4,5?*
 - 17 **TILS2:** *Não.*
 - 18 **Frank:** *[Registrou $4,5+4,5+4,5=13$, apagou, registrou $5+5+5=15$ e contou as parcelas (Figura 101)] 3 quilômetros.*
- Tempo total: (3min40s).

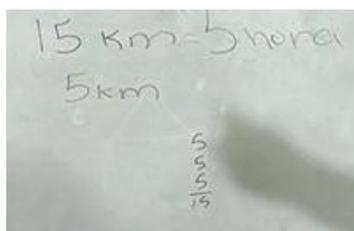


Figura 101. Registro de Frank (P7).

Neste problema, Frank não se referiu à divisão, buscou por tentativa e erro a resposta, arriscando 5 km, 6 km, 7 km e 4,5 km. A partir do parágrafo 13, o estudante sinalizou que

entendeu. Percebemos que, para acertar a resposta, provavelmente, verificou quantas vezes o 5 cabia no 15, somando $5+5+5$ até alcançar o valor limite (15) (*conceitos-em-ação*). Em seguida, contou as parcelas e respondeu, corretamente, três quilômetros. Seu procedimento explicitou a relação “a cada 5 horas Jurema anda 1 km” (*teorema-em-ação*).

Apesar de ter efetuado uma adição repetida ($5 \text{ horas} + 5 \text{ horas} + 5 \text{ horas} = 15 \text{ horas}$), o estudante não mobilizou o teorema do isomorfismo da adição: $f(5 \text{ horas}) = f(1 \text{ hora}) + f(1 \text{ hora}) + f(1 \text{ hora}) + f(1 \text{ hora}) + f(1 \text{ hora}) = 3 \text{ km} + 3 \text{ km} + 3 \text{ km} + 3 \text{ km} + 3 \text{ km} = 15 \text{ km}$.

A situação dialógica, a seguir, refere-se ao problema P8: “Jurema anda 3 km por hora. Em quantas horas andar 18 km? (Isomorfismo de medidas: quota ou medida (razão))”.

- 1 **TILS2:** *Se Jurema anda 3 km em uma hora, quantas horas demora para ela andar 18 km?*
 - 2 **Frank:** *Repete.*
 - 3 **TILS2:** *Jurema anda 3 km em uma hora, 18 km demorará quantas horas?*
 - 4 **Frank:** [Abriu 3 dedos (MD) balança duas vezes (*gesto rítmico*), abriu 6 dedos ($3+3=6$), depois abriu 9 dedos, repetiu uma vez esta sequência de passos (*gestos metafóricos*), como se fizesse $3+3+3+...+3=18$] *seis*.
- Tempo total: (2min10s).

Frank resolveu este problema através de uma adição repetida ($3+3+3...$) até o valor de referência 18 (*conceito-em-ação*), usando *gestos rítmicos/metafóricos* para representar e contar (*conceito-em-ação*). Consideramos que o estudante compreendeu a relação “3 km-1 hora”, pensando “se a cada 3 km percorridos gasta 1 hora, então $3 \text{ km} + 3 \text{ km} = 18 \text{ km}$ gastam 6 horas” (*teorema-em-ação*).

A próxima situação dialógica refere-se ao problema P9: “A casa de Joana de dois andares tem 6 metros de altura e o muro ao redor mede 2 metros. Quantas vezes a casa é maior que o muro? (Comparação multiplicativa: busca de um escalar)”.

- 1 **TILS2:** *Minha casa de dois andares mede 6 metros de altura, 6 metros, tem um muro de 2 metros* [Apontou para baixo].
- 2 **Frank:** *De novo* [Interrompeu].
- 3 **TILS2:** *Minha casa de dois andares mede 6 metros de altura tem um muro de 2 metros* [Sinalizou casa, levantou o braço direito para representar “casa” e abaixou o outro para representar “muro”, balançou esta configuração de braço] *a casa é maior quanto?*
- 4 **Frank:** *Não entendi.*
- 5 **TILS2:** *Minha casa de dois andares mede 6m de altura...*
- 6 **Frank:** *6 m*

- 7 **TILS2:** *6 m de altura, tem um muro de 2 m, muro aqui tem 2m* [Apontou com a MD para baixo (*gesto dêitico*)] a casa [Levantou braço esquerdo] e o muro aqui [Apontou para baixo com a MD (*gesto dêitico*)] altura é quanto?
- 8 **Frank:** *3 metros.*
- 9 **TILS2:** *Por quê?*
- 10 **Frank:** *6 metros de altura e o muro de 2 metros, somei deu 3 metros.*
- Tempo total: (1min48s).

Neste problema, a TILS2 interpretou a pergunta principal (quantas vezes a casa é maior que o muro?), levantando uma mão para representar casa e abaixando outra para representar muro. Esta forma utilizada, inicialmente, não fez sentido para Frank (parágrafos: 3 e 4), assim como para a estudante Fábria, nesse mesmo problema. Quando a TILS2 utilizou advérbios de lugar em Libras “aqui” (podemos chamar também de *gestos dêíticos*), para marcar no espaço os elementos e os dados numéricos do problema, o estudante respondeu corretamente “três”. Apesar de o estudante não ter esclarecido melhor, supomos, pela sua explicação e pelos procedimentos anteriores, que tenha feito uma adição repetida ($2+2+2=6$) até o valor de referência “seis” (*conceito-em-ação*), contando mentalmente as parcelas (totalizando 3 parcelas que equivalem a 3 metros), ou até mesmo, raciocinando “quantas vezes a altura do muro cabe na altura da casa?” (*teorema-em-ação*).

A próxima situação dialógica refere-se ao problema P10 “O prédio onde moro mede 30 m de altura. Ele é três vezes maior que o prédio que minha amiga mora. Quanto mede o prédio da minha amiga? (Comparação multiplicativa: busca de uma medida)”.

- 1 **TILS2:** *Eu moro em um prédio de 30 metros de altura, minha amiga mora* [Moveu o corpo para a direita e sinalizou] *em um prédio menor o meu prédio é o triplo, sabe o que é triplo?*
- 2 **Frank:** *Sim.*
- 3 **TILS2:** *O triplo do prédio da minha amiga* [Apontou para o lugar onde tinha sinalizado antes (*gesto dêitico*)]. *Quantos metros este prédio?* [Apontou para o mesmo lugar (*gesto dêitico*)].
- 4 **Frank:** *15 metros.*
- 5 **TILS2:** *Quase, o meu prédio mede 30 metros.*
- 6 **Frank:** *30 metros?*
- 7 **TILS2:** *O meu prédio é 30 metros é o triplo, quantos metros tem o prédio da minha amiga?*
- 8 **Frank:** *O prédio dela mede 15 metros e outro mede 15 metros somando dá 30 metros.*
- 9 **TILS2:** *Não.*

- 10 **Frank:** *Esse prédio aqui é 15 [Sinalizou/apontou para o lado esquerdo] e este prédio aqui é 15 [Sinalizou/apontou para o lado direito], mas estão separados aqui 15 e aqui 15 [Sinalizou/apontou para cada lado].*
- 11 **TILS2:** *Vou repetir a pergunta, o meu prédio tem 30 metros de altura, o meu tem 30 metros de altura, minha amiga mora em um prédio menor e o meu é maior que o dela [Levantou o sinal prédio (MD) e abaixou a ME representando prédio de minha amiga (Figura 102)], o meu é o triplo. O meu prédio aqui [apontou (gesto dêitico)] mede 30 metros, quantos metros mede aqui [Apontou] o da minha amiga?*
- 12 **Frank:** *10 metros.*
- 13 **TILS2:** *Certo, como você descobriu que era 10?*
- 14 **Frank:** *Eu pensei prédio aqui [Apontou para o lado esquerdo] 30 metros e aqui [apontou para o lado direito] o menor 10, porque 10 m, 10 m, 10 m [Sinalizou de cima para baixo (Figura 103)].*

Tempo total: (2min07s).



Figura 102. TILS2 sinalizando prédio maior (MD) e na ME prédio menor (P10).



Figura 103. Frank sinalizando “10 m, 10 m, 10 m” de cima para baixo (P10).

A primeira resposta de Frank foi 15, explicando $15 + 15 = 30$, cada prédio media 15 m (parágrafos: 8 e 10). Talvez não tivesse entendido o sinal “triplo”, associando-o ao sinal “dobro”, pois são sinais parecidos em orientação e configuração, a menos de um dedo (Figuras: 19 e 20). Depois que a TILS2 interpretou pela terceira vez (parágrafo 11), marcando bem os elementos e os dados numéricos do problema, no espaço, através de *gestos dêiticos*, o estu-

dante respondeu corretamente 10. Pela sua explicação em Libras, buscou uma medida x , mentalmente, tal que $x + x + x = 30$ metros (*teorema-em-ação*). Assim, fez uma adição repetida $10+10+10$ até o valor limite 30 (*conceitos-em-ação*).

No problema P11: “Num baile formaram-se 12 pares diferentes. como os rapazes eram 4, quantas eram as moças? (Produto de medidas: combinatória)”.

- 1 **TILS2:** *Dançando num baile tem 12 pares, juntou e trocou de novo, de novo, de novo. Mas são 4 rapazes quantas moças?*
 - 2 **Frank:** *De novo.*
 - 3 **TILS2:** [Repetiu da mesma maneira].
 - 4 **Frank:** *4?*
 - 5 **TILS2:** *Sim.*
 - 6 **Frank:** [Registrou 12 12 12 12 na vertical].
 - 7 **TILS2:** *Não. Por exemplo, eu danço com você, depois troco, eu danço com outro, troco de novo, são 12. Mas, são 4 rapazes dançando e trocando, diferente, quantas são as moças?*
 - 8 **Frank:** [Tocou o indicador da ME em 4 dedos da MD (*gesto dêitico*)] 3.
 - 9 **TILS2:** *Certo, por quê?*
 - 10 **Frank:** *Porque são 4 rapazes, um com três, um com três, um com três, um com três* [Sinalizou 4 (MD) e apontou (*gesto dêitico*) o sinal 3 (ME) para cada dedo da MD (Figura 104)] *somando dá 12.*
- Tempo total: (1min94s).

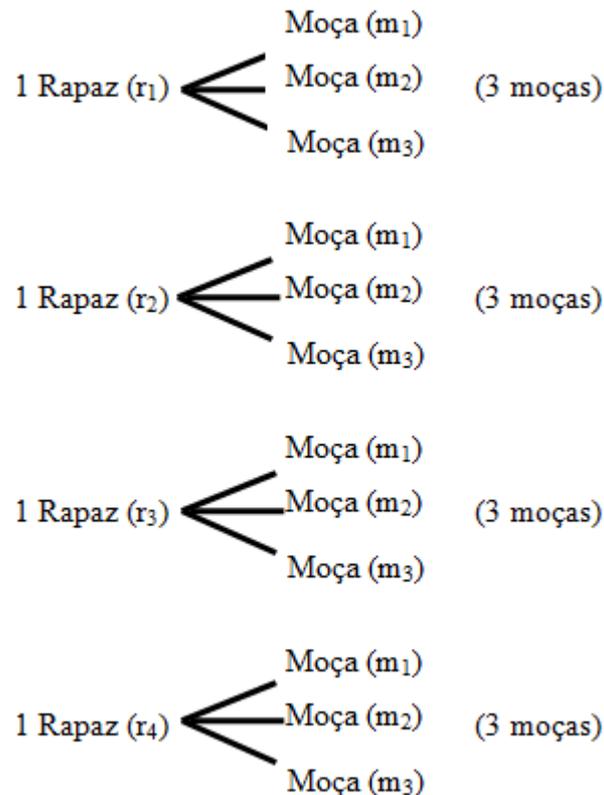


Figura 104. Frank sinalizando 4 (MD) e apontando o sinal 3 (ME) para cada dedo da MD (P11).

Inicialmente, Frank não compreendeu a interpretação de TILS2, pensou em somar quatro vezes o número de casais (12), ou seja, fazer uma adição repetida ($12+12+12+12$). Mas na terceira interpretação, a TILS2 encenou o problema “... *Eu danço com você, depois troco, eu danço com outro, troco de novo, são 12*” (parágrafo 7). A partir desse momento, o estudante respondeu rápido “três”, explicando em Libras seu raciocínio “*um com três, um com três, um com três, um com três*” (*teorema-em-ação*). Para tanto, utilizou *gestos dêiticos*, ex-

pressando a correspondência biunívoca “1rapaz-3moças”, somou $3\text{moças}+3\text{moças}+3\text{moças}+3\text{moças} = 12$ (*conceitos-em-ação*), valor que não corresponde a 12 moças, mas a 12 casais. Provavelmente, o estudante estivesse explicitando em Libras/gestos (parágrafo 10) as combinações que ilustramos a seguir:

$\{(r_1,m_1),(r_1,m_2),(r_1,m_3),(r_2,m_1),(r_2,m_2),(r_2,m_3),(r_3,m_1),(r_3,m_2),(r_3,m_3),(r_4,m_1),(r_4,m_2),(r_4,m_3)\}$



Da mesma forma que Fábria, Frank não percebeu que todos os problemas envolviam uma divisão, nem mesmo fez menção desta operação. Para este estudante, cada problema era um novo desafio que enfrentou, utilizando conceitos provenientes do seu repertório cognitivo, fundamentados, principalmente, no raciocínio aditivo. Seu desempenho foi satisfatório, acertou todos os problemas com poucas interações. A figura ilustrativa só foi usada uma vez, no problema P6, funcionando como um cenário para a TILS2 dramatizar e interpretar o problema. Naquele momento, seu efeito foi significativo para a compreensão dos aspectos relacionais, potencializando a interpretação. Talvez, se a ilustração apresentasse o rótulo “seis”, em cada cartela, auxiliaria a memória recente do estudante, em relação aos aspectos numéricos.

Observamos uma leve predominância de registros escritos, em relação aos registros em Libras ou em gestos, porém os três registros ocorreram de forma equilibrada e, algumas vezes, simultaneamente. Identificamos maior ocorrência de *gestos rítmicos*, seguidos dos *me-*

tafóricos e *dêiticos*, expressando conceitos matemáticos. Os *gestos rítmicos* (2) expressaram adição repetida, decomposição e metade de um número; os *dêiticos/ rítmicos* (1) adição repetida; os *metafóricos* (2), expressaram notações matemáticas; os *rítmicos/metafóricos*, expressaram cardinal e valor limite; os *dêiticos/metafóricos* (1), expressaram correspondência biunívoca, adição e combinatória. O Quadro 6 mostra um resumo dos conhecimentos mobilizados pelo estudante nestes problemas.

Quadro 6. Resumo dos conhecimentos mobilizados por Frank nos problemas P1 a P11.

FRANK		REGISTROS DA AÇÃO		
PROBLEMAS	ESQUEMAS DE AÇÃO	LIBRAS	GESTOS	PRODUÇÕES ES-CRITAS
	PROCEDIMENTO	Conceito- em - ação (CA)/ Teorema- em- ação (TA)	Conceito- em - ação (CA)/ Teorema- em- ação (TA)	Conceito- em - ação (CA)/ Teorema- em- ação (TA)
P1 (Partição)	Buscar a parcela em falta até um valor de referência (12) por tentativa e erro.	---	CA: <i>Gestos dêiticos/ rítmicos</i> expressando adição em N 3+3+3 <i>Gestos metafóricos</i> Expressando a notação 3 (desenhando no espaço)	CA: Adição em N com reserva; organização das parcelas no algoritmo da adição: 4,50+4,50+4,50 4+4+4=12 TA: $f(3) = (1+1+1) = f(1)+f(1)+ f(1) =4+4+4=12.$
P2 (Medida ou quota)	Adicionar sucessivamente um valor constante 4 (quota) até um valor de referência (48) e contar as quotas simultaneamente.	---	---	CA: Adição de naturais, correspondência biunívoca. TA: Quantas vezes 4 cabe em 48?
P3 (Partição)	Calcular mentalmente articulando as mãos.	CA: 5,5,2,2,10 talvez decompôs o $24=10+10+4$ e sinalizou a metade de cada parcela (cálculo mental).	CA: <i>Gestos rítmicos</i> 5,5, 2,2,10 talvez decompôs o $24=10+10+4$ e sinalizou a metade de cada parcela.	---
P4 (Medida ou quota)	Representar as quotas (d) a partir de um valor de referência 52 (D) e contar mentalmente usando as mãos.	CA: Adição repetida $2+2+2+\dots+2=52.$ TA: Dividir 52 reais em grupos de 2 reais.	CA: <i>Gesto metafórico</i> Desenhou no espaço $52 \div 2$ notação. TA: Dividir 52 reais em grupos de 2 reais.	CA: Correspondência biunívoca 5-10,5-20,5,30,5-40,5-50,2,52. Adições de um valor constante (+10).
P5 (Partição)	Adicionar sucessivamente um valor constante 4 (d) até um valor de referência 24 (D) e contar quantas vezes 4 cabe em 24.	---	---	CA: Adição sucessivas de naturais; algoritmo da adição. $4+4+\dots+4=24.$ TA: Quantas vezes 4 cabe em 24?

P6 (Medida ou quota)	Adicionar sucessivamente um valor constante 6 (quota ou divisor d) até um valor de referência 48 (D) e depois contar as quotas.	---	---	CA: Adição sucessivas de naturais; algoritmo da adição. $6+6+6\dots+6=48$. TA: Quantas vezes 6 cabe em 48?
P7 (Partição)	Buscar a parcela em falta por tentativa e erro, repetir esta parcela 5 (d) até um valor de referência 15 (D) e contar quantas vezes este valor cabe no 15 (D).	---	---	CA: Adição de naturais $5+5+5=15$ TA: Quantas vezes 5 cabe em 15?
P8 (Medida ou quota)	Repetir a parcela 3 (d) até um valor de referência 18 (D) e contar as quotas 3 (d).	---	CA: Gestos rítmicos Adição 3+3 Gestos rítmicos/metafóricos Cardinal (representar quantidades nos dedos e adicionar, repetir ação para obter: $3+3+3\dots+3=18$), valor limite (18). TA: Se 3 km gasta 1 hora então $3Km+3Km+3Km+3Km+3Km+3Km=18$ Km gastam 6 horas.	---
P9 CM (busca de um escalar)	Repetir a medida 2 (d) até um valor de referência 6 (D) e contar mentalmente quantas vezes 2 cabe no 6 (d).	CA: Adição repetida em N $2+2+2=6$. TA: Quantas vezes a altura do muro cabe na altura da casa.	---	---
P10 CM (busca de uma medida)	Buscar a medida em falta por tentativa e erro até um valor de referência (30).	CA: Adição repetida em N, $10+10+10=30$. TA: Buscou mentalmente uma medida x e tal que $x+x+x=30$.	---	---
P11 Combinatória	Buscar mentalmente (tentativa/erro) o número de moças a partir de um valor de referência 12 (n° de combinações possíveis) e do número de rapazes (4).	CA: Correspondência biunívoca 3-1,3-1,3-1,3-1 Adição: $3+3+3+3=12$ TA: Se são 4 homens, se forem 3 moças dará 12 casais diferentes?	CA: Gestos dêiticos/metafóricos Correspondência <i>sinál-a-dedo</i> : apontando o sinal 3 para cada dedo da configuração 4 3-1,3-1,3-1,3-1 Adição: $3+3+3+3=12$ TA: Se são 4 homens, se forem 3 moças dará 12 casais diferentes?	CA: Adição em N $12+12+12$.

D=dividendo, d=divisor, CM=Comparação multiplicativa, N= números naturais.

5.1.9 Apresentação de Júlia

Júlia tem 22 anos. É surda profunda bilateral desde o nascimento. É filha de pais ouvintes. Cursa o 1º ano da escola C. Ela não lembra quando começou a estudar, mas lembrou que repetiu ano, desistiu, e ficou em casa, por um tempo, segundo seu relato. Começou a aprender Libras aos 19 anos, com amigos surdos e também no CRIE. Mora em Ilhéus há quatro anos, frequentou o AEE da escola A, mas desistiu. Por isso, as professoras do AEE não tinham muitas informações registradas sobre essa estudante. Apresenta razoável domínio da leitura e escrita da Língua Portuguesa. Relatou que em casa se comunica em Libras com a irmã ouvinte. Atualmente, gosta de estudar porque tem TILS na sala, antes não gostava. Para ela todas as disciplinas são difíceis, mas as mais difíceis são Matemática, Física e Química. Considera que o TILS ajuda muito, quando ela lê alguma coisa e não entende, o TILS explica e ela consegue entender, assim acontece nas aulas de matemática. O que considera que sabe mais dessa disciplina é conta de adição e subtração, mas não sabe direito multiplicação e divisão, acha muito difícil. Avalia que a Libras é muito importante, o surdo precisa dela para aprender.

5.1.10 Os esquemas de Júlia: “subtração sucessivas, agrupando dedos ou tracinhos para dividir”

Os diálogos a seguir referem-se ao problema P1 “Paguei R\$12,00 por 3 refrigerantes. Quanto custa cada refrigerante? (Isomorfismo de medidas: partição (preço))”.

- 1 **TILS2:** *Eu paguei 12 reais por 3 refrigerantes. Os três juntos custam 12 reais quanto custa 1 refrigerante?* [Levantou 3 dedos apontou para cada um, enlaçou-os (*gesto metafórico*) e abaixou 2].
 - 2 **Júlia:** *Quantos? 12 os três somados?* [Levantou 3 dedos e passou um dedo da MD em 3 dedos da ME (*gesto metafórico*), conforme Figura 105].
 - 3 **TILS2:** *Os três juntos custam 12 reais quanto custa 1 refrigerante?* [Levantou 3 dedos apontou para cada um enlaçou-os (*gesto metafórico*), abaixou 2].
 - 4 **Júlia:** *Talvez 3?*
 - 5 **TILS2:** *Não, quase.*
 - 6 **Júlia:** *4.*
 - 7 **TILS2:** *Sim, por que 4?*
 - 8 **Júlia:** *Eu pensei somar cada, um é quanto? Tira um, dois, três* [Tocou em cada dedo da ME (*gesto dêitico*)], *menos, tirar, pensei em 4* (Figura 106).
- Tempo total: (58s).



Figura 105. Júlia passando um “traço” em 3 dedos da ME.: *gesto metafórico* (P1).



Figura 106. Júlia sinalizando “Um tira, dois, três tira, menos” (P1).

Júlia acompanhou a primeira interpretação e, como a TILS2, fez um *gesto metafórico* para representar “os três juntos são 12”, mas usando a configuração de um “traço” e não de um “laço” (parágrafo 2), gestos que ajudaram a marcar a relação “3 refrigerantes-12 reais”. Primeiro, respondeu “três”, depois “quatro”. Na sua explicação em Libras, pareceu que Júlia chegou ao resultado através de subtrações sucessivas (do possível quociente 4). Primeiro, a estudante sinalizou “somar”, referindo-se aos três refrigerantes, depois através de *gestos dêiticos*, fez corresponder cada dedo (de três dedos) ao sinal “tirar” e ao sinal “menos”, conforme sua explicação no parágrafo 8: “*Eu pensei somar cada, um é quanto? Tira um, dois, três [tocou em cada dedo da ME (gesto dêitico)], menos, tirar, pensei em 4*”. Supomos que tenha partido do valor total 12 e, mentalmente, deve ter somado ($4 + 4 + 4 = 12$), depois, baseando-nos na sua explicação, pode ter subtraído três parcelas iguais a 4: $[(12 - 4) - 4] - 4 = 0$ (*conceito-em-ação*). Em outras palavras, possivelmente, buscou por tentativa e erro, um valor que coubesse três vezes em 12, justificando, através de subtrações repetidas (*teorema-em-ação*). A professora do AEE comentou que a mãe dessa estudante tinha venda de doces, portanto ela pode ter vivenciado situações de troco naquele ambiente.

A próxima situação dialógica refere-se ao problema P2 “Cada caderno custa R\$ 4,00. Quantos cadernos você pode comprar com R\$ 48,00? (Isomorfismo de medida: quota ou medida (preço))”.

1 **TILS2:** *Um caderno você paga 4 reais, você vai na loja comprar cadernos, tem no bolso 48 reais. Quantos cadernos pode comprar? Um só caderno é 4 reais.*

- 2 **Júlia:** *4 reais.*
- 3 **TILS2:** *Sim, um caderno 4 reais, você tem 48...*
- 4 **Júlia:** [Sinalizou simultaneamente (Figura 107)]... *8 no bolso.*
- 5 **TILS2:** *Você pode escolher escolher e guardar quantos cadernos?*
- 6 **Júlia:** *Compro 4 cadernos? Eu tenho no bolso 8 reais...me devolve...*
- 7 **TILS2:** [Sinalizou simultaneamente]... *Você tem 48 reais compra quantos?*
- 8 **Júlia:** *Parece 4.*
- 9 **TILS2:** *Não.*
- 10 **Júlia:** [Abriu dez dedos juntou os polegares (gestos metafóricos)] *3.*
- 11 **TILS2:** *Vou explicar de novo. Você tem bolso 48 reais está com vontade de comprar cadernos, você vai lá, um caderno é 4 reais, quantos cadernos, no bolso 48 reais quantos cadernos pode comprar?*
- 12 **Júlia:** *Dinheiro no bolso posso comprar 8 reais só?*
- 13 **TILS2:** *48 reais você tem bolso... 1 caderno custa 4reais, quantos cadernos pode pegar?*
- 14 **Júlia:** *Parece 12.*
- 15 **TILS2:** *Certo. Por quê?*
- 16 **Júlia:** *Parece que soma e dá 12.*
- 17 **TILS2:** *Como?*
- 18 **Júlia:** *8 mais 4 é 12.*
- 19 **TILS2:** *Resposta certa, mas pensamento é diferente. [mostrou a Figura 25] Aqui ele tem 48 reais.*
- 20 **Júlia:** *48.*
- 21 **TILS2:** *Sim aqui um caderno é 4 reais [Apontou para Figura 25] um, um... [Apontou para cadernos na Figura 25] quantos pode com 48?comprar, comprar cadernos entendeu? Está certo 12, mas por que?*
- 22 **Júlia:** *Repete de novo.*
- 23 **TILS2:** *Aqui tem 48.*
- 24 **Júlia:** *48 [Interrompeu e apontou para a cédula na mão do rapaz na Figura 25] e aqui [Apontou para 4,00 na figura] o dinheiro é menos que aqui [Apontou a cédula na mão do rapaz] o caderno é 4 reais.*
- 25 **TILS2:** *Quantos cadernos pode comprar?*
- 26 **Júlia:** *Eu escolho um.*
- 27 **TILS2:** *12 está certo tem que pensar como.*
- 28 **Júlia:** *Parece que 1 é 12 eu acho.*
- 29 **TILS2:** [Perguntou orientada pela PM] *Um caderno é 4 reais, 2 cadernos custam quanto?*
- 30 **Júlia:** *Espera... 1 caderno 4 reais, quanto custa 2? É 8.*
- 31 **TILS2:** *Certo e 3 cadernos?*
- 32 **Júlia:** *12.*

- 33 **TILS2:** *Você tem 48 e 3 cadernos custam 12. [Registrou no quadro “48?” e “3-12”] Pode mais porque você tem 48 reais, mais quantos? Pode 4 cadernos?*
- 34 **Júlia:** *Sim*
- 35 **TILS2:** *Pode 6?*
- 36 **Júlia:** *Pode.*
- 37 **TILS2:** [Registrou “6- R\$” para ela completar].
- 38 **Júlia:** *Difícil.*
- 39 **PM:** [Explicou no quadro fazendo corresponder os preços e as quantidades dos cadernos: 1 caderno R\$4,00, 2 cadernos R\$ 8,00, 3 cadernos R\$ 12, 00.... 4 cadernos R\$ 16,00 e R\$48,00? (Figura 108)] *Entendeu?*
- 40 **Júlia:** *Entendi até chegar.*
- 41 **PM:** [Registrou $48 \div 4$ pediu que ela fizesse a conta].
- 42 **Júlia:** [Separou com a MD o 4 (*gesto dêitico/metafórico*, conforme Figura 109) e registrou 1 no quociente, sinalizou zero para o resto, depois apontou para o 8, abriu 8 dedos (*gesto metafórico*)] *parece 2* [Registrou 2 no divisor, ficando 12 no quociente (Figura 110)].
- Tempo total: (6min72s).



Figura 107. Júlia e TILS2 sinalizando 8, depois Júlia “comprar” e TILS2 “real” (P2).

1 caderno	—	4,00
2	—	8,00
3	—	12,00
4	—	16,00
		48,00

Figura 108. Explicação da PM (P2).



Figura 109. Júlia separando a 4 dezenas: *gesto dêitico/metafórico* (P2).

$$\begin{array}{r} 48 \\ \underline{12} \\ 12 \end{array}$$

Figura 110. Registro de Júlia: quociente 12 (P2).

Júlia não compreendeu a interpretação do problema. Talvez, a simultaneidade no início da interação (alterando tempo de recepção da informação), tenha prejudicado tanto a obtenção dos dados, como a compreensão da relação entre eles. Primeiro, arriscou a resposta “quatro”, depois “três” (parágrafos: 8 e 10) e 12, justificando $8 + 4 = 12$ (*conceito-em-ação*), conforme parágrafo 18. A apresentação da Figura 25, não se mostrou eficaz para reter dados e compreender o problema, pois Júlia comparou os dois valores (48 e 4), dizendo que um era menor que o outro (*conceito-em-ação*), conforme parágrafo 24. O contexto produzido na interpretação da TILS2 fez a estudante pensar que poderia escolher apenas um caderno, achando que um custava 12 reais. Deste modo, Júlia criou um enunciado errado para uma resposta certa (parágrafos: 26 e 28). Quando a TILS2, orientada por PM, questionou exibindo, no espaço, as relações “1caderno-4 reais, 2 cadernos é?, 3 cadernos é?”, como num diagrama de Vergnaud (1983, 2009b), ficou fácil para ela, pois, respondeu rapidamente e mentalmente cada pergunta, conforme os parágrafos 29 a 32. Júlia precisava apenas entender que podia comprar mais cadernos. A intervenção de PM conduziu-a a entender que podia continuar comprando até gastar 48 reais. Ao longo da interação, explicitou os *conceitos-em-ação*: adição de naturais ($8 + 4 = 12$, $4 + 4 = 8$, $4 + 4 + 4 = 12$), comparação de naturais ($4 < 48$) ou relação de ordem, divisão no algoritmo (primeiro as dezenas, depois as unidades, registro no quociente), agrupamento auxiliado pelos dedos.

A próxima situação dialógica refere-se ao problema P3 “Rita comprou 2 cadernos e pagou R\$ 24,00. Se cada caderno custar o mesmo preço, quanto pagou por cada um? (Isomorfismo de medidas: partição (preço))”.

- | | |
|---|--|
| 1 | TILS2: Rita comprou 2 cadernos por 24 reais [Levantou 2 dedos abaixou 1] quanto é 1 [Levantou 2 dedos abaixou 1]? |
| 2 | Júlia: De novo. |
| 3 | TILS2: Rita pagou 24 reais por 2 cadernos, quanto é um? |
| 4 | Júlia: Quanto? Parece 12. |
| 5 | TILS2: Por que? |
| 6 | Júlia: Porque 12, 12, junta, é a metade de 24, aqui 12, aqui 12 (Figura 111). |
- Tempo total: (1min6s).



Figura 111. Júlia sinalizando “12 (MD) e 12 (ME)” e “juntos” (P3).

Júlia não teve dificuldades neste problema, talvez porque o problema envolveu números pequenos e metade. Seu procedimento demonstrou uma adição repetida que explicitou em Libras: $12+12=24$ (*conceito-em-ação*). Mencionou, automaticamente (deve ter feito mentalmente), um valor numérico que, somado duas vezes, desse 24 (*teorema-em-ação*). Ao mesmo tempo, mencionou a relação “12 é metade de 24” (*conceito-em-ação*), que implica uma divisão por dois, porém não fez referência à operação de divisão.

Os diálogos a seguir referem-se ao problema P4: “Pedro tem R\$ 52,00 e quer comprar para sua festa de aniversário alguns pacotes de pratos descartáveis a R\$ 2,00 o pacote. Quantos pacotes ele pode comprar? (Isomorfismo de medidas: quota ou medida (preço))”.

- | | |
|----|---|
| 1 | TILS2: <i>Pedro tem no bolso 52 reais, é o aniversário dele vai comprar prato na loja.</i> |
| 2 | Júlia: <i>Prato...</i> |
| 3 | TILS2: <i>...é 2 reais, quantos pratos pode comprar com 52 reais?</i> |
| 4 | Júlia: <i>Até 52? Pratos...</i> |
| 5 | TILS2: <i>Compra, compra, compra... quantos tem?</i> |
| 6 | Júlia: [Registrou 5] <i>quanto?</i> |
| 7 | TILS2: <i>52.</i> |
| 8 | Júlia: [Registrou 52]. |
| 9 | TILS2: <i>2 reais o prato, quantos pratos pode comprar?</i> |
| 10 | Júlia: <i>Dividir?</i> |
| 11 | TILS2: <i>Tenta.</i> |
| 12 | Júlia: [Registrou 2 no divisor, separou o 5 da dezena, apontou para o 5 e o 2, contou rápido nos dedos (<i>gesto metafórico</i>), registrou 2 no quociente e 1 no resto. Fez 12 tracinhos, separou 6 grupos de dois, registrou 6 no quociente e zero no resto (Figura 112)]. |
- Tempo total: (1min51s).

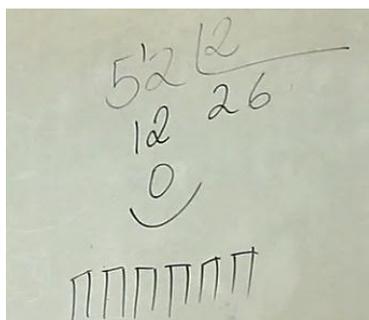


Figura 112. Registro de Júlia (P4).

Neste problema, Júlia preocupou-se em compreender e recolher os dados sinalizados, antes mesmo de a TILS2 terminar a interpretação. Notamos que a estudante percebeu a semelhança com o problema anterior de quota (P2), pois mencionou comprar pratos até o valor limite 52 (*conceito-em-ação*), conforme o parágrafo 4. Assim, citou a operação de divisão que foi confirmada (e influenciada) pela TILS2. No seu procedimento, explicitou a inversão do operador funcional que envolve o *teorema-em-ação* “dividir 52 reais em grupos de 2 reais” (VERGNAUD, 1983), auxiliada por representação concreta (nos dedos e pictórica). Primeiro, dividiu as dezenas, e depois, as unidades, utilizando um procedimento semelhante ao de Annie e Fábila. Como as estudantes participam do mesmo grupo social na escola e fora dela, acreditamos que trocaram conhecimentos.

A próxima situação dialógica refere-se ao problema P5 “Josefa tem 24 ovos, arrumados igualmente em 4 cartelas. Quantos são os ovos em cada cartela? (Isomorfismo de medidas: partição)”.

- 1 **TILS2:** Josefa tem 24 ovos precisa arrumar em 4 cartelas, quantos ovos pode em cada cartela, quantos ovos?
 - 2 **Júlia:** Ovos? 12.
 - 3 **TILS2:** 24, Josefa tem 24 ovos.
 - 4 **Júlia:** 24 Reais a cartela?
 - 5 **TILS2:** Não, 24 ovos precisa organizar em 4 cartelas, quantos ovos em cada? [Fez gesto de pegar ovos e arrumar (*gesto icônico*)].
 - 6 **Júlia:** 24 [Registrou 24] o outro quanto?.
 - 7 **TILS2:** 24 ovos arrumados em 4 cartelas.
 - 8 **Júlia:** 4...Dividir sempre?
 - 9 **TILS2:** Tente.
 - 10 **Júlia:** [Fez 24 tracinhos, separou em grupos de 4, contou os grupos e registrou 6 no quociente (Figura 113)].
- Tempo total: (1min35s).

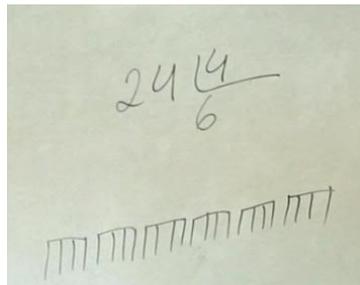


Figura 113. Registro de Júlia (P5).

Neste problema, Júlia buscou entender e recolher os dados. Sua primeira reação foi associar os dados com o cotidiano, mencionou “Ovos? 12” (parágrafo 2). Como já citamos anteriormente, no mercado encontramos cartelas com 12 ovos. Em seguida, teve dificuldade em distinguir os elementos do problema (reais e ovos), apesar de a TILS2 ter interpretado corretamente. A dificuldade pode estar relacionada com a rapidez na sinalização da TILS2, que a impediu de guardar os valores na memória. Após recolher os dados corretamente, Júlia pensou logo em operar, descobrindo, nesse momento, que os problemas envolviam sempre uma divisão (parágrafos: 6 e 8). Então a estudante dividiu 24 por 4, usando um procedimento semelhante ao problema anterior.

Os próximos diálogos referem-se ao problema P6: “Marcílio comprou várias cartelas de ovos e ficou com 48 ovos. Se cada cartela tem 6 ovos, quantas cartelas Marcílio comprou? (Isomorfismo de medidas: quota ou medida)”.

- 1 **TILS2:** *Você comprou muitas cartelas depois calculou deu 48 ovos. Se uma cartela tem 6 ovos quantas cartelas tem?*
- 2 **Júlia:** *Quantas cartelas?*
- 3 **TILS2:** *Sim.*
- 4 **Júlia:** *De novo.*
- 5 **TILS2:** *Você comprou muitas cartelas de ovos, muitas cartelas, você tem 48 ovos.*
- 6 **Júlia:** *48 ovos.*
- 7 **TILS2:** *Sim...uma cartela tem 6 ovos, dá para arrumar 6 ovos, quantas cartelas tem? Tenta.*
- 8 **Júlia:** *Por exemplo, uma cartela 6, só uma?*
- 9 **TILS2:** *Sim, uma 6 ovos, aqui uma cartela 6, uma cartela 6, quantas cartelas tem?*
- 10 **Júlia:** *Quantas cartelas? Não sei.*
- 11 **TILS2:** *Tenta.*
- 12 **Júlia:** *48?*
- 13 **TILS2:** *Sim.*
- 14 **Júlia:** *[Registrou 48] 6?*

- 15 **TILS2:** *Sim.*
- 16 **Júlia:** [Registrou 48, fez 88 tracinhos, separou de 6 em 6, rotulou os grupos, contou 14, registrou 14 no quociente (Figura 114)] *certo?*
- 17 **TILS2:** *Não.*
- 18 **Júlia:** [Apagou uma parte recontou].
- 19 **PM:** [Interferiu] *Seis grupos está certo, mas dá 8 grupos, $8 \times 6 = 48$* [A PM explicou no seu registro].
- Tempo total: (9min02s).

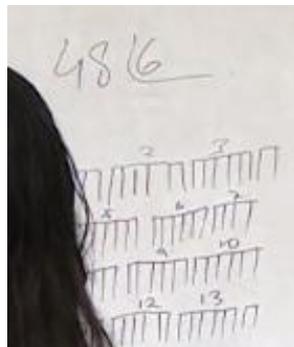


Figura 114. Registro de Júlia (P6).

Neste problema, Júlia também buscou compreender e recolher os dados. Percebemos que registrou, automaticamente, a divisão 48 por 6, sendo influenciada pelo problema anterior. Porém representou tracinhos a mais e registrou 14 no quociente. A PM interferiu e mostrou seu erro.

Os diálogos a seguir referem-se ao problema P7: “Jurema andou 15 km em 5 horas. Se ela andar sempre à mesma velocidade, quantos quilômetros andará por hora? (Isomorfismo de medidas: partição (razão))”.

- 1 **TILS2:** *Jurema andou distância de 15 km demorou 5 horas. Se Jurema andar uma hora, quantos quilômetros?*
- 2 **Júlia:** *Horas?*
- 3 **TILS2:** *Uma hora, quantos quilômetros?*
- 4 **Júlia:** *Não sei.*
- 5 **TILS2:** *Tenta.*
- 6 **Júlia:** *De novo.*
- 7 **TILS2:** [Repetiu da mesma maneira].
- 8 **Júlia:** *Não sei.*
- 9 **TILS2:** *Jurema andou, andou, andou* [Movimentou o sinal para direita].
- 10 **Júlia:** *15 km a distância?*

- 11 **TILS2:** *Sim [Simultâneo] a distância. Demorou 5 horas se ...*
- 12 **Júlia:** *[Simultâneo] horas.*
- 13 **TILS2:** *Só uma hora...uma hora...quanto a distância?*
- 14 **Júlia:** *A distância é 12.*
- 15 **TILS2:** *Não.*
- 16 **Júlia:** *É diferente?*
- 17 **TILS2:** *Tenta.*
- 18 **Júlia:** *Hora... Não sei.*
- 19 **TILS2:** *[Mostrou Figura 30, sinalizou apontando os elementos] Jurema andou [Mostrou na Figura 30] até 15 km a distância aqui, 5 horas [fez um segmento de reta para representar a distância e as horas percorridas (Figura 115)] uma hora quantos quilômetros?*
- 20 **Júlia:** *[Não conseguiu responder e a PM explicou o problema].*
- Tempo total: (3s).

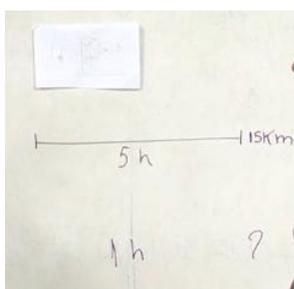


Figura 115. Registro feito pela TILS2 (P7).

Júlia encontrou dificuldades em compreender os aspectos relacionais envolvidos neste problema. Primeiro, respondeu 12, perguntando em seguida “É diferente? (parágrafo 16). A pergunta de Júlia pode ter dois significados: “a resposta não é 12, é diferente” ou “o procedimento de resolução deste problema é diferente dos problemas anteriores”. Supomos que o segundo significado pode ser considerado, pois Júlia não associou a operação de divisão a esta situação. Percebemos, também, que quando respondeu “Hora... Não sei” (parágrafo 18), sua resposta pode significar também uma associação mental com algum fracasso anterior, neste tipo de problema, na matemática ou na física. Apesar de a TILS2 interpretar com a ajuda da Figura 30, e ter representado um segmento de reta, destacando os elementos envolvidos (Figura 115), Júlia não compreendeu. Mas, possivelmente, essa insegurança pode se relacionar com falta de enfrentamento de situações desse tipo, na vida escolar mediada pela Libras.

O desempenho de Júlia no problema P8, “Jurema anda 3 km por hora. Em quantas horas andar 18 km? (Isomorfismo de medidas: quota ou medida (razão))”, foi bastante influen-

ciado pela intervenção no problema anterior. A estudante representou o problema, através de um esquema (Figura 116) e, foi registrando nele os dados, com a ajuda da TILS2. Em seguida, registrou o algoritmo da divisão, olhando, simultaneamente, para seu esquema. Desta forma, resolveu a divisão 18 por 3, utilizando um procedimento similar aos procedimentos observados nos problemas anteriores (Figura 117). Os diálogos a seguir ilustram as interações neste problema.

- 1 **TILS2:** *Jurema anda 3 km em uma hora. Se Jurema andar 18 km vai demorar quantas horas?*
 - 2 **Júlia:** *18 km?*
 - 3 **TILS2:** *Sim.*
 - 4 **Júlia:** *De novo...hora 18...*
 - 5 **TILS2:** *Jurema anda 3 km em uma hora. Se Jurema andar 18 km demora quantas horas?*
 - 6 **Júlia:** *Parece [Juntou e abriu as duas mãos].*
 - 7 **TILS2:** *Tenta, pode escrever.*
 - 8 **Júlia:** *[Registrou um segmento de reta] quanto? Três horas?*
 - 9 **TILS2:** *Uma hora é igual a 3 km.*
 - 10 **Júlia:** *[Registrou uma hora embaixo do segmento, apontou] uma hora é 3?*
 - 11 **TILS2:** *Sim, uma hora a distância é 3 km.*
 - 12 **Júlia:** *[Fez outro segmento menor ao lado de uma hora, registrou 3 km, apontou para o grande].*
 - 13 **TILS2:** *A distância é 18.*
 - 14 **Júlia:** *[Registrou 18 km ao lado do segmento maior].*
 - 15 **TILS2:** *Quantas horas?*
 - 16 **Júlia:** *Espera [Abriu 10 dedos, segurou 3 dedos da MD (gesto metafórico), conforme Figura 115], é melhor escrever a divisão [Registrou 18 e o sinal de dividir, depois apontou para o 3km, registrou 3 no divisor, fez 18 tracinhos, agrupou de 3 em 3, registrou 6 no quociente (Figura 114)].*
- Tempo total: (3min25s).

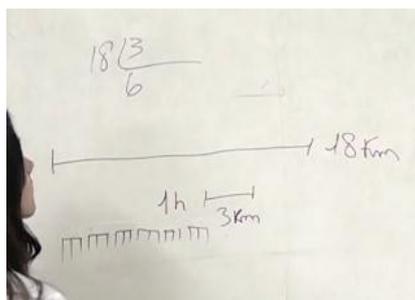


Figura 116. Registro de Júlia (P8).



Figura 117. Júlia abrindo 10 dedos, segurando 3: gesto metafórico (P8).

No problema P9, “A casa de Joana de dois andares tem 6 metros de altura e o muro ao redor mede 2 metros. Quantas vezes a casa é maior que o muro? (Comparação multiplicativa: busca de um escalar)”, Júlia recolheu os dados, mas ficou em dúvida sobre a operação a ser feita (parágrafo 4). Depois, registrou a divisão $6 \div 2$, utilizando os dedos para representar o dividendo 6 (D), agrupando-os de dois em dois (*gesto metafórico*, conforme Figura 118), contou mentalmente e respondeu “três”, conforme está detalhado nos diálogos a seguir.

- 1 **TILS2:** *Minha casa de dois andares mede 6 m de altura, tem muro 2 metros minha casa maior que o muro quanto?* [Levantou a ME para representar “casa” e abaixou a MD para representar “muro”].
 - 2 **Júlia:** *não sei.*
 - 3 **TILS2:** *Tenta.*
 - 4 **Júlia:** *casa de dois andares 6* [Registrou o 6] *dividir, multiplicar?*
 - 5 **TILS2:** *não posso falar.*
 - 6 **Júlia:** [Registrou sinal de dividir] 2?
 - 7 **TILS2:** *Muro 2 m.*
 - 8 **Júlia:** [Registrou 2 no divisor, abriu 5 dedos da ME e juntou de 2 em 2 (juntou o indicador da MD com o polegar na ME) (*gesto metafórico*, Figura 118)] 3 [Registrou 3 (Figura 119)].
- Tempo total: (1min33s).



Figura 118. Júlia juntando dedos de 2 em 2: *gesto metafórico* (P9).

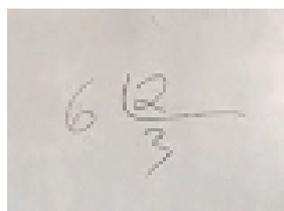


Figura 119. Registro de Júlia (P9).

A próxima situação dialógica refere-se ao problema P10: “O prédio onde moro mede 30 m de altura. Ele é três vezes maior que o prédio que minha amiga mora. Quanto mede o prédio da minha amiga? (Comparação multiplicativa: busca de uma medida)”.

- 1 **TILS2:** *Eu moro em um prédio de 30 m de altura.*
- 2 **Júlia:** 30.
- 3 **TILS2:** *Sim, minha amiga mora em um prédio menor* [Moveu o corpo para direita e sinalizou], *o meu é maior* [Levantou a MD e abaixou a ME] *o meu prédio é o triplo, quantos metros esse ?* [Apontou para o lugar que tinha sinalizando prédio menor (advérbio de lugar em Libras/*gesto dêitico*)].

- 4 **Júlia:** *Lá ...quanto?* [Apontou para o lugar da sinalização do prédio menor] *O outro* [apontou para o lugar de sinalização do prédio maior] *é 30?*
- 5 **TILS2:** *O meu tem 30 m de altura, é três vezes mais mais mais, quanto é o prédio menor?* [apontou para o lugar da sinalização do prédio menor (*gesto dêitico*)].
- 6 **Júlia:** *Lá* [Apontou] *quanto? Não entendi.*
- 7 **TILS2:** [Repetiu a pergunta da mesma maneira] *Entendeu?*
- 8 **Júlia:** *Não.*
- 9 **TILS2:** [Mostrou a Figura 33] *Eu moro neste prédio* [passou o dedo na altura do prédio na Figura 33] *tem 30 m minha amiga mora aqui* [apontou], *este tem 30 m* [apontou] *é o triplo*, como você acha este? [Apontou].
- 10 **Júlia:** *O prédio maior* [Apontou] *é o triplo e este é menor* [Apontou] *quanto?*
- 11 **TILS2:** *Sim.*
- 12 **Júlia:** *Parece 20.*
- 13 **TILS2:** *20?*
- 14 **Júlia:** *20...10..Não sei*
- 15 **TILS2:** *20 não*
- 16 **Júlia:** *É menor?*
- 17 **TILS2:** *Sim menor.*
- 18 **Júlia:** [Arriscou 5, 15, 8, 9, 7 e TILS2 balançou a cabeça negativamente] *difícil, não sei.*
- 19 **TILS2:** *Você conhece o sinal de triplo?*
- 20 **Júlia:** *um andar, outro, outro, 3* [Fez o sinal de “andar” (ME) e elevou o sinal “alto” (MD) três vezes (*gesto rítmico/icônico*)].
- 21 **TILS2:** *Certo* [Marcou com 2 dedos o tamanho do menor e subiu com esta marca duas vezes até o maior (*gesto icônico*) e sinalizou] *até ficar igual.*
- 22 **Júlia:** Ah! [Expressão de surpresa e descoberta].
- 23 **PM:** [Apontou prédio maior] *este é maior ele é o triplo, é três vezes maior* [Fez sinal da operação de multiplicação] *quanto mede esse?*
- 24 **Júlia:** *6.*
- 25 **PM:** *Não.*
- 26 **Júlia:** *10.*
- 27 **TILS:** *Por que 10?*
- 28 **Júlia:** [Olhou a figura] *parece que ...30* [Levantou a ME e segurou] *o mais baixo é 10* [Com a MD na altura da ME foi movimentando o sinal baixo (três vezes) fechando no sinal 10 (*gesto icônico/metafórico*), conforme Figura 118)].

Tempo total: (4min15s).

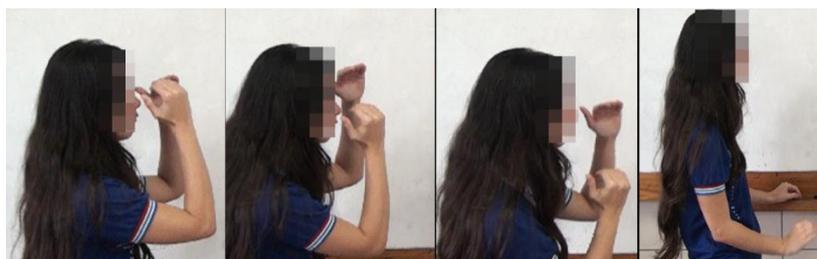


Figura 120. Júlia abaixando a MD três vezes até alcançar 10: *gesto icônico* (P10).

Neste problema, Júlia começou repetindo os dados numéricos, antes mesmo da TILS2 terminar a interpretação. Talvez para guardar na memória e tentar entender. Mas não conseguiu compreender o problema, através das primeiras interpretações (parágrafos: 1 a 8). Então a TILS2 mostrou a Figura 33. A partir deste momento, Júlia percebeu melhor a relação de comparação entre os prédios e o objetivo do problema: “*O prédio maior [Apontou] é o triplo e este é menor [Apontou] quanto?*” (parágrafo 10). Assim, pareceu que tentou subtrair apenas 10 de 30, respondendo 20, um valor menor que 30 (*conceitos-em-ação*). Depois, arriscou, arbitrariamente, outros valores menores. Quando a TILS2 perguntou se ela conhecia o sinal triplo, Júlia respondeu utilizando um classificador em Libras ou um *gesto icônico*, bem representativo da comparação entre os prédios. Então a TILS2 fez também um *gesto icônico*, utilizando os dedos para medir, aproveitando o tamanho do prédio menor como escala. Júlia fez uma expressão de surpresa, e a PM fez uma nova intervenção, tentando verificar se ela compreendia, caso utilizasse o sinal de vezes (\times) da operação. A estudante respondeu “seis”, em seguida 10, justificando corretamente sua resposta. Para tanto, fez um *gesto icônico* ou um classificador em Libras (Figura 120), parecido ao de Frank, neste mesmo problema. Partiu do valor de referência 30, e foi abaixando a mão três vezes, até alcançar 10, significando em Libras “o menor é 10” ou “10 cabe três vezes em 30” (*teorema-em-ação*) ou, numericamente: $[(30 - 10) - 10] = 20 - 10 = 10$. Observando esta última expressão, na vertical, temos:

- 30,
- $30 - 10 = 20$,
- $20 - 10 = 10$.

Os diálogos a seguir referem-se ao problema P11: “Num baile formaram-se 12 pares diferentes. como os rapazes eram 4, quantas eram as moças? (Produto de medidas: combinatória)”.

- 1 **TILS2:** *Num baile tem 12 pares junta e troca, junta e troca, troca 12, de novo, de novo. Tem 4 rapazes, quantas moças?*
 - 2 **Júlia:** *Repete.*
 - 3 **TILS2:** *Num baile tem 12 pares, mulher e homem dançando.*
 - 4 **Júlia:** *Junto, junto.*
 - 5 **TILS2:** *Junta e troca, são 12, de novo junta e troca, junta e troca. Tem 4 rapazes quantas moças?*
 - 6 **Júlia:** *Não sei, repete de novo.*
 - 7 **TILS2:** *Em um baile, por exemplo, muita gente está dançando.*
 - 8 **Júlia:** *Um grupo, homem e mulher juntos.*
 - 9 **TILS2:** *Sim.*
 - 10 **Júlia:** *Falta 4 homens?*
 - 11 **TILS2:** *Não, tem 4 homens.*
 - 12 **Júlia:** *Mulher...12.*
 - 13 **TILS2:** [Simultâneo] *Por exemplo, eu vou lá danço e troco, entendeu? de novo, de novo. São 12, são 4 homens, quantas mulheres?*
 - 14 **Júlia:** *Não sei.*
 - 15 **TILS2:** [Mostrou a Figura 34 de um grupo dançando] *Tem 4 rapazes* [Sinalizou 4 sobre a Figura 34] *dançam e trocam, são 12* [Apontou os casais na Figura 34] *quantas mulheres na festa?*
 - 16 **Júlia:** *Quantas mulheres é? Quantas junto dançando?*
 - 17 **PM:** [Mostrou na Figura 34 os quatro rapazes e uma moça].
 - 18 **TILS2:** *12 pares diferentes, diferente, diferente* [Sinalizou movimentando o sinal no espaço] *são 4 rapazes, troca, tem quantas moças?*
 - 19 **Júlia:** *Quantas? Eu acho* [Olhou Figura 34] *6.*
 - 20 **TILS2:** *Tem 4 rapazes quantas moças? Não se sabe* [Segurou o sinal 4 (ME) apontou indicador (MD) para cada dedo da ME, fez isso duas vezes expressando “dança com esse, esse, esse...” (gesto metafórico), conforme Figura 121] *quantas moças?*
 - 21 **Júlia:** *Quantas* [Também segurou o sinal 4 (ME) apontou indicador (MD) para cada dedo da ME (gesto metafórico)] *é? Vou pensar... 4... falta pensar! Pode escrever?*
 - 22 **TILS2:** *Sim.*
 - 23 **Júlia:** *Espera... 4.. 1... Parece 3.*
 - 24 **TILS2:** *Certo por que 3?*
 - 25 **Júlia:** *São 4, as mulheres são só 3* [Segurou 4 dedos (ME) e tocou o indicador em 3 dedos da ME (gesto metafórico)] *1 não* [Segurou o 4º dedo e abaixou (gesto metafórico), conforme Figura 122].
 - 26 **PM:** *Resposta certa, mas a explicação diferente* [Explicou o problema].
- Tempo total: (5min8s).



Figura 121. TILS2 apontando para cada dedo da MD (P11).



Figura 122. Júlia abaixando o 4º dedo (P11).

Nesse problema, Júlia teve dificuldades para reter os aspectos relacionais envolvidos, apesar de buscá-los, em todo tempo, ao repetir as informações junto com a TILS2 (parágrafos: 4, 8, 12). A TILS2 sinalizou, mostrando a Figura 31, e a PM destacou, na figura, os quatro rapazes e uma moça, colocando uma interrogação ao lado da moça, para fazê-la pensar no número de moças possíveis (parágrafos: 15 e 17). Avaliamos que a apresentação dessa figura e, até mesmo, a interpretação da TILS2 no parágrafo 20 (Figura 121), a nosso ver esclarecedora da relação de “combinar os pares”, conduziu a estudante para obter uma resposta correta (3), mas com justificativa falsa. Assim, como Fábria procedeu nesse problema, supomos que Júlia entendeu que faltavam três moças para fazer “par” com os rapazes da Figura 31 (*teorema-em-ação*), ou seja, subtraiu $4 - 1 = 3$ (*conceito-em-ação*).

Em síntese, Júlia não conseguiu compreender e acertar todos os problemas (P2, P7 e P11), mas seu desempenho, na maioria deles, obviamente, revelou seus conhecimentos prévios, que, de certo modo, foram sendo ampliados pelas intervenções da TILS2 e da PM. Por exemplo, a intervenção desenvolvida no problema P2 (de medida) foi útil para a estudante compreender o problema P4, também de medida. Assim, como a intervenção desenvolvida no problema P7 (partição: razão), ajudou a estudante a enfrentar com sucesso o problema P8 (medida: razão). A partir do problema P5 (partição), notamos que Júlia percebeu a divisão como a operação a ser feita. Assim, utilizou o algoritmo da divisão, auxiliado por representação pictórica, nos problemas posteriores. No entanto, consideramos que não operou tão automaticamente, como Annie, mas buscou pensar nas informações envolvidas no problema, enfrentou conflitos cognitivos, como no caso dos problemas de razão, de comparação multiplicativa e combinatória. Quanto aos seus registros da ação (Quadro 7), houve predominância de registros em gestos e escritos, em relação aos registros em Libras. Porém ocorreram de forma equilibrada e, às vezes, simultaneamente, na expressão de relações matemáticas. Quanto aos gestos, observamos maior ocorrência dos metafóricos em relação aos outros. Estes também aparecem combinados, para expressar conceitos matemáticos. Os *gestos metafóricos* (5) ex-

pressaram adição (soma ou total), agrupamento, enumeração ou contagem, subtração; o *gesto dêitico* (1), expressou correspondência biunívoca (1); o *gesto dêitico/metafórico* (1), expressou decomposição (separar para dividir primeiro as dezenas); os *gestos rítmicos/icônico* (1), expressaram triplo do prédio menor; os *gestos icônicos/metafórico* (1), expressaram adição repetida, ordem decrescente, cota inferior. O Quadro 7 apresenta um resumo dos registros de ação de Júlia nos onze problemas.

Quadro 7. Resumo dos conhecimentos mobilizados por Júlia nos problemas P1 a P11.

JÚLIA		REGISTROS DA AÇÃO		
PROBLEMAS	ESQUEMAS DE AÇÃO	LIBRAS	GESTOS	PRODUÇÕES ESCRITAS
	PROCEDIMENTO	Conceito- em - ação (CA)/ Teorema- em- ação (TA)	Conceito- em - ação (CA)/ Teorema- em- ação (TA)	Conceito- em - ação (CA)/ Teorema- em- ação (TA)
P1 (Partição)	Somar mentalmente e depois subtrair sucessivamente 4 a partir de um valor de referência 12 .	CA: Adição: $4+4+4=12$ Subtrações sucessivas do quociente 4: $12-4=8$, $8-4=4$, $4-4=0$; Operação inversa (adição e subtração); Valor limite (12). TA: Qual é o valor que somado três vezes e dá 12 ou subtraído três vezes de 12 dá zero?	CA: <i>Gesto metafórico</i> Soma ou total (adição) $1+1+1=3$. <i>Gesto dêitico</i> Correspondência biunívoca (1 refrigerante-dedo), enumeração.	—
P2 (Medida ou quota)	Cálculo numérico: Separar com gesto as dezenas (4), dividir mentalmente por 4 (d), registrar no quociente, representar as unidades (8) nos dedos, dividir mentalmente e registrar.	CA: Adição $8+4=12$; Comparação de naturais ou relação de ordem: $4 < 48$.	CA: <i>Gesto metafórico</i> Agrupamento <i>Gesto dêitico/metafórico</i> Decomposição: Apontar e separar as dezenas para dividir primeiro.	CA: Divisão no algoritmo com auxílio concreto dos dedos; registro no algoritmo da divisão.
P3 (Partição)	Buscar mentalmente a parcela em falta (12) a partir de um valor de referência (24) ou buscar a metade de 24.	CA: Adição repetida $12+12=24$; Valor limite (24). TA: Qual a metade de 24 ou qual o valor que somado duas vezes dá 24?	—	—
P4 (Medida ou quota)	Inversão do operador funcional. Cálculo numérico: Representar as dezenas (5), dividir mentalmen-	—	CA: <i>Gesto metafórico</i> Agrupamento de dedos e contar (contagem).	CA: Valor limite (52); algoritmo da divisão auxiliado por representação concreta; agrupamento; regis-

	te, registrar no quociente 2, representar as unidades (12), formar grupos de 2 (d), contar e registrar o quociente 6 e resto zero.			tro no algoritmo da divisão. TA: Dividir os 52 reais por grupos de 2 reais.
P5 (Partição)	Cálculo numérico: Representar o dividendo (24), formar grupos de 4, contar mentalmente e registrar no quociente 6.	---	---	CA: Agrupamento; algoritmo da divisão auxiliado por representação concreta; agrupamento ; registro no algoritmo da divisão TA: Dividir os 24 reais pelos 4 cadernos ou em grupos de 4.
P6 (Medida ou quota)	Inversão do operador funcional. Cálculo numérico: Representar o dividendo (48), formar grupos de 6, rotular os grupos, contar e registrar no quociente.	---	---	CA: Agrupamento; algoritmo da divisão auxiliado por representação concreta; cardinal (rotular); registro no algoritmo da divisão. TA: Dividir 48 ovos em grupos de 6 ovos.
P7 (Partição)	---	---	---	---
P8 (Medida ou quota)	Desenhar um esquema para representar os dados e dividir 18 por 3.(inversão do operador funcional). Cálculo numérico: Representar o dividendo, formar grupos de 3, contar mentalmente e registrar no quociente.	---	CA: <i>Gesto metafórico</i> Agrupamento.	CA: Agrupamento; algoritmo da divisão auxiliado por representação concreta; registro no algoritmo da divisão. TA: Dividir 18 km em grupos de 3km
P9 CM (busca de um escalar)	Dividir 6 por 2. Cálculo numérico: Representar nos dedos 6 (D), formar grupos de 2 (d), contar mentalmente e registrar no algoritmo.	---	CA: <i>Gesto metafórico</i> Agrupamento.	CA: Agrupamento; algoritmo da divisão auxiliado por representação concreta (dedos da mão); registro no algoritmo da divisão. TA: Dividir 6 metros em grupos de 2 metros.

<p>P10 CM (busca de uma medida)</p>	<p>1. Buscar por tentativa e erro um valor menor que 30 (20, 5,15,8,9,7). 2. Buscar mentalmente a medida em falta a partir de um valor de referência (30m) e do número de iterações (3).</p>	<p>CA: Comparação em N; Adição repetida $10+10+10=30$ ou subtração sucessiva $30-10-10=10$. TA: Buscou mentalmente uma medida x tal que $x+x+x=30$.</p>	<p>CA: <i>Gesto rítmico/icônico</i> Expressando triplo do prédio: um andar, um, um 1,1,1: $3 \times 1 = 1+1+1$. <i>Gesto icônico/metafórico</i> Adição repetida $10+10+10$; Ordem decrescente ($30 > 10$) até alcançar a cota inferior (10).</p>	<p>---</p>
<p>P11 Combinatória</p>	<p>Fazer visualmente a correspondência biunívoca na Figura 31: homem (4) e mulher (1) e subtrair $4-1=3$</p>	<p>CA: Subtração em N; Correspondência biunívoca cada homem com uma mulher. TA: Se tem 4 homens e uma mulher para dançar, quantas mulheres faltam? (Figura 31).</p>	<p>CA: <i>Gesto metafórico</i> Representando $4-3=1$.</p>	<p>---</p>

D=dividendo, d=divisor, CM=Comparação multiplicativa, N= números naturais.

5.2 AVALIANDO OS RESULTADOS

A apresentação das primeiras situações-problemas (P1 e P2) realizou-se numa atmosfera de expectativa por parte dos TILS e estudantes. Em geral, a própria condição de ser avaliado e observado por uma câmera, provoca apreensão. Como os estudantes não foram informados de que todos os problemas tratavam dos significados da divisão, nem tinham noção da operação a fazer, o fator surpresa conduziu suas primeiras resoluções. Obviamente, quando o estudante não compreendia a interpretação de uma situação, os diálogos entre os interlocutores tornavam-se mais longos.

A partir do terceiro problema, todos ficaram mais descontraídos e a produção dos dados transcorreu naturalmente, nas demais sessões. Além disso, os estudantes receberam maior influência das intervenções ocorridas nos problemas anteriores, o que constituiu um fator positivo e negativo. Foi positivo, quando aprenderam algo novo, ampliando e consolidando progressivamente seus conhecimentos, como foi mais identificado nos procedimentos de Luísa. A estudante, começou agrupando bolinhas, no final, já estava registrando e relacionando os resultados do seu agrupamento no algoritmo da divisão, ou seja, estava passando de um sistema de representação para outro. E negativo, quando perceberam ser a divisão a solução numérica de cada problema. Desse modo, realizavam a resolução sem pensar, agiam “mecanicamente”, apenas repetindo procedimentos anteriores, como foi observado no caso de Luísa e,

principalmente, em Annie, Fábria, Frank e, algumas vezes, Júlia não apresentaram procedimentos automáticos, buscavam pensar em cada situação apresentada como se fosse um problema novo.

Vale salientar que a maioria dos estudantes investigados são falantes, relativamente, tardios da Libras e aprenderam essa língua com religiosos, TILS e professores “ouvintes”, e só mais adiante, com outros surdos, no convívio social. A teoria do “período crítico” para a aquisição da linguagem fundamenta-se no desenvolvimento neurológico, e admite existir uma época oportuna para a aquisição de línguas. Alguns autores defendem ser até o final dos cinco anos, e outros o delimitam da infância até a puberdade. Fora deste período, há dificuldade nessa aquisição e na capacidade de proposicionar. Porém, ainda não é um consenso sobre tal período, pois casos de falantes tardios proficientes surpreendem os pesquisadores da área, colocando em “xeque” a perspectiva “naturalista” do desenvolvimento linguístico e, em jogo, a relatividade do tempo para cada sujeito (SANTANA, 2007, p. 53-55).

Por conta disso, avaliamos que a história de aquisição de linguagem desses estudantes e, principalmente, a formação dos TILS, algumas vezes, influenciou negativamente na interpretação/compreensão dos enunciados dos problemas. Alguns desses estudantes (Luísa, Annie), ainda possuem um parco léxico em Libras. Muitos sinais de atividades pedagógicas não são conhecidos pelos TILS, já que a Libras é uma língua nova, cujo léxico para áreas específicas está em expansão, através da produção de vários glossários (ALBRES; NEVES, 2008). No entanto, todo esse contexto, não foi impedimento para que esses estudantes produzissem, durante a interação, significados coerentes para os enunciados e mobilizassem esquemas nos seus diversos registros de ação.

A análise dos registros de ação revelou que todos os estudantes expressaram conceitos nos três registros, em maior ou menor quantidade. Em média, observamos a predominância de registros escritos (37), seguidos de registros em gestos (33), por último em Libras (27), nas práticas dos estudantes, ao longo da resolução de todos os problemas. Os registros escritos são os procedimentos mais frequentes na escola, para a avaliação e expressão das atividades. Segundo Queiroz (2011, p. 131), eles permitem “a emergência de representações mais detalhadas e explícitas”, ampliando as possibilidades de representação das habilidades lógico-matemáticas e da criatividade, que outras formas não dão conta. O quadro 8, a seguir, apresenta o número de registros que conseguimos identificar (pode haver mais) e que foram produzidos por todos os estudantes.

Quadro 8. Número e tipo de registros de ação identificados por estudante..

Estudantes	Libras	Gestos	Produções escritas
Luísa	9	11	10
Annie	1	2	11
Fábia	7	8	4
Frank	5	5	6
Júlia	5	7	6
Total	27	33	37

Luísa, Frank e Júlia manifestaram conceitos e esquemas de forma equilibrada, nos três registros. Annie apresentou maior ocorrência em registros escritos e Fábia em gestos. Observamos que a predominância de um ou outro registro estava relacionada com a compreensão da situação-problema. Quando os estudantes compreendiam ou percebiam as respostas, logo registravam o cálculo ou respondiam (Annie, Fábia). Quando não compreendiam a interpretação ou estavam “tentando entender”, utilizavam, simultaneamente, os três registros (Luísa, Frank, Fábia, Júlia), talvez até indicando momentos intermediários para aquisição de novos conceitos, no caso da ocorrência dos gestos (GOLDIN-MEADOW, 2003). Fábia foi quem fez menos registros escritos, em relação ao uso de gestos e da Libras. Consideramos que essa estudante apresentou um desempenho satisfatório em relação aos outros, no que diz respeito à velocidade e à apropriada compreensão das situações apresentadas, concomitantemente com Frank, o único que acertou todos os problemas. No desempenho desses dois estudantes, identificamos o uso do cálculo mental, pois os valores numéricos dos problemas eram pequenos, procedimento de certa forma compatível com as respectivas idades e série.

Os esquemas desses estudantes, em geral, estavam fundamentados no raciocínio aditivo (Luísa e Frank) e na transição do raciocínio aditivo para o multiplicativo. Essa última afirmação foi observada quando mencionavam a divisão ou seu algoritmo, sempre auxiliado pelo registro pictórico (Annie, Fábia, Júlia) (VERGNAUD 1983; MAGINA; SANTOS; MERLINI, 2014). Vários conceitos-em-ação mobilizados comprovam nossas constatações: adição repetida, subtrações sucessivas, agrupamento, cardinal de um número, enumeração, etc. O teorema-em-ação equivalente à propriedade de isomorfismo para a adição, identificado em problemas de partição (P1, P3), também demonstra este fato (Annie, Luísa, Frank). Entretanto, algumas vezes, os estudantes usaram procedimentos semelhantes em vários problemas (Luísa), independente dos significados dados pelas situações classificadas por Vergnaud (2009).

Identificamos o uso dos teoremas-em-ação que se relaciona diretamente com a ação de dividir: “quantas vezes o divisor cabe no dividendo?” (quota ou medida), “quantos grupos do divisor cabem no dividendo?” ou “dividir o dividendo em grupos do divisor” (partição). Apenas Luísa expressou, timidamente, com ajuda da intervenção (P11), o teorema-em-ação “qual o número que multiplicado pelo divisor dá o dividendo?”. Nenhum dos outros estudantes fez referência à multiplicação como inversa da divisão, ou mesmo, ao uso da tabuada da multiplicação no procedimento do algoritmo usual da divisão. Contudo julgamos que já tiveram contato com multiplicações e tabuadas. O próprio uso da adição repetida pode relacionar-se com o ensino dessa operação como uma adição de parcelas iguais. Essas colocações sugerem que esses estudantes não vivenciaram significativamente na vida escolar a aprendizagem dos algoritmos usuais da divisão, usando o recurso à tabuada da multiplicação, como mencionados nos relatos de vários surdos, TILS e professores, obtidos nas entrevistas da Fase I deste estudo.

Esses relatos indicaram dificuldades com a divisão e desejo de aprender mais esse conceito. Parece que os informantes estavam associando o termo “divisão” apenas com o cálculo numérico. Mas ficou evidente, na Fase II, que os cinco estudantes têm noções extraescolares relacionadas com esse conceito, porque deram conta de resolver situações com significados diferentes, às vezes, com intervenção, utilizando apenas os conceitos presentes no seu repertório cognitivo (MUNIZ, 2009).

Na expressão das suas noções de divisão, relativas aos significados de isomorfismo, comparação multiplicativa e combinatória, apoiaram-se na representação concreta (dedos, traços, bolinhas) para obter as soluções, principalmente, Luísa e Annie. Contudo, não consideramos que essas estudantes estivessem no nível operatório-concreto por usar essas ferramentas para pensar e, conseqüentemente, sejam incapazes de fazer inferências no campo do pensamento hipotético-dedutivo ou formal (PIAGET; INHELDER, 2012). Supomos que estivessem reproduzindo as formas de representação que aprenderam na vida escolar (AEE); talvez tenha faltado vivenciar experiências significativas de ensino que promovessem a transição da representação concreta para outras formas de representações matemáticas mais econômicas, como ocorreu naturalmente com Luísa. Inclusive, já observamos adultos ouvintes fazendo uso de representação concreta (dedos, desenhos) para abstrair, inclusive estamos neste grupo.

Em relação aos obstáculos epistemológicos encontrados pelos estudantes, destacamos o problema de combinatória, apenas Frank acertou, expressando em Libras o seu raciocínio. Este foi um problema que trouxe ansiedade às TILS para conseguir elucidar as relações envolvidas e o objetivo da pergunta. Avaliamos não ter sido uma boa interpretação, do ponto de vista da Libras. Poderia existir outra forma, mais “surda”, ou mais profícua para dizer a mes-

ma coisa. Para Lacerda (2014, p. 8), “a prática de interpretação precisa ser entendida como um processo de construção de linguagem, implicando a escolha de formas de dizer na língua alvo distintas daquelas da língua de origem”. Nesse sentido, o intérprete exerce um papel ativo, enquanto sujeito e construtor de sentidos através da linguagem:

O tradutor /intérprete atua na fronteira entre os sentidos da língua de origem e da língua alvo, com os processos de interpretação relacionando-se com o contexto no qual o signo é formado. O sentido do enunciado é construído na interação verbal e é atualizado no contato com outros sentidos, na relação estabelecida entre os interlocutores. [...]. Destarte, em cada enunciação circulam os que são construídos por quem enuncia e por quem ouve o que foi dito; trata-se de uma construção, já que a língua não é transparente, põe em diálogo a história dos interlocutores e os conhecimentos anteriores de cada um sobre o que está sendo dito (LACERDA, 2014, p. 8).

Assim, na construção de uma interpretação, está em jogo a história de vida dos TILS, bem como sua bagagem cultural e proficiência nas duas línguas. Como esses TILS não têm um grau elevado de proficiência em Libras, nem muito tempo nessa atividade, encontraram dificuldades para as escolhas certas dos enunciados.

Outra dificuldade que verificamos na apreensão desse problema por parte dos estudantes, foi a figura ilustrativa que continha um entrave epistemológico, ilustrava “quatro rapazes e uma moça” para ajudar o estudante a compreender: “Se tem quatro rapazes, quantas moças?” Porém, essa representação induziu à solução correta por meio de um raciocínio incorreto. Esse episódio mostrou que os recursos que fazem sentido para o professor, podem não fazer sentido para o estudante, portanto, precisam passar por uma avaliação cuidadosa, antes de serem apresentados.

Quanto à ocorrência dos gestos ao longo do experimento, observamos que a maioria dos gestos identificados não se destinou à comunicação com um interlocutor externo (TILS ou pesquisadora), mas foi dirigido para o próprio sujeito, como se o aluno estivesse “pensando alto”, através de sua expressão corporal. Para Piaget (1971), a linguagem egocêntrica ocorre nas crianças pequenas em determinado período e vai desaparecendo com o desenvolvimento da função simbólica. Em Vygotsky (2009), essa manifestação acompanha a atividade da criança auxiliando o planejamento da sua ação, constitui uma fase de transição do discurso socializado para o discurso interior, onde a função generalizante da linguagem a torna instrumento do pensamento. Isto é, “a criança começa a utilizar a linguagem para regular sua conduta e seu pensamento, quando realiza suas tarefas falando em voz alta com a intenção de comunicar consigo mesmo e não com os outros” (RODRÍGUEZ, 2001, p. 80). Mesmo defendendo perspectivas diferentes, ambos os autores consideram o discurso privado reduzido a uma etapa do desenvolvimento cognitivo das crianças.

A observação de situações escolares tem permitido explorar os pressupostos de Vygotsky de que a fala privada desempenha um papel importante na aprendizagem. Novas investigações testaram premissas extraídas da teoria vygotskiana, sobre o desenvolvimento da fala privada e sua relação com o desempenho da tarefa, atenção e comportamentos motores. Os achados de Berk e Garvin (1984) sugerem que a frequência da fala privada independe da idade da criança, e sua ocorrência aumenta quando a criança está enfrentando tarefas cognitivamente mais difíceis, sem a presença de um adulto. Berk (1986) investigou crianças do segundo e terceiro grau do Ensino Fundamental, em tarefas de Matemática. Os resultados demonstraram que a maioria das crianças “fala para si mesmo”, enquanto resolvem problemas de Matemática. A fala privada tende a se relacionar positivamente com o rendimento nessa disciplina. Segundo Rodríguez (2001, p. 81), alunos mais velhos podem usar essas estratégias de autorregulação, “especialmente se eles ainda não tiverem atingido a capacidade de controlar sua conduta ou seu pensamento”.

Baseado na classificação de McNeill (1992), identificamos a ocorrência de gestos *dêiticos*, *metafóricos*, *rítmicos*, *icônicos*, expressando conceitos matemáticos de enumeração, bijeção, adição repetida, medida, comparação, agrupamento. A maior frequência foi de *gestos dêiticos e metafóricos*. Ao longo da interação dialógica, os gestos apareceram coordenados com a Libras. Verificamos uma parceria íntima entre gesto e Libras (MCCLEARY; VIOTTI, 2011; SANTANA et al., 2008), uma interdependência na construção da significação e na formação de esquemas, difícil até de separar. Gestos *dêiticos* já integram a Libras, dentro do discurso podem significar gramaticalmente um advérbio de lugar (os sinais “aqui”, “ali” são realizados com gestos de apontar). Mas, estes, apareceram também fora desse contexto gramatical, indicando o conceito matemático da correspondência biunívoca que denotamos *signal-a-dedo*.

Alibali e Di Russo (1999) afirmam que gestos de “apontar” e “tocar” são, frequentemente, utilizados por adultos e crianças ouvintes para atribuir significado numérico aos objetos contados. Segundo os autores, as crianças pré-escolares contam com mais precisão quando gesticulam, porque essa forma de agir possibilita um maior controle da atividade e permite explicitar seu conhecimento da correspondência um-a-um, quando coordena a “fala” do rótulo numérico com o objeto a ser contado. Em relação às diferenças entre surdos e ouvintes, na atividade de contagem numérica, Vargas (2011) assegura que as crianças ouvintes fazem uso do código fonológico para lembrar o número de objetos apresentados, pois tal código é útil para preservar a ordem dos itens. Já as crianças surdas usam códigos visuais, que são importantes para preservar a localização dos itens. Ouvintes levantam os dedos em sincronia com a

“fala”, e surdos, mesmo jovens, levantam o dedo em sincronia com os sinais de números em Libras. Nesse sentido, defende que as línguas de sinais permitem a crianças surdas desenvolverem habilidades de contagem de objetos tão satisfatoriamente como as crianças ouvintes.

Outra dificuldade encontrada na identificação dos esquemas nos registros de ação, gestuais e em Libras, foi distinguir “gesto” de “classificador em Libras”. Como já comentamos, a Libras é uma língua visuoespacial, e uma das suas maiores características é a iconicidade. Os classificadores descritivos exemplificam bem esta propriedade, porque a sua formação é muito influenciada pela modalidade visuoespacial (QUADROS; KARNOPP, 2004). Por muito tempo, a presença da iconicidade foi o motivo de as línguas de sinais serem “confundidas erroneamente com mímicas e, ainda hoje, algumas pessoas caracterizam a forma de comunicação dos surdos como mímica ou gestos” (BERNARDINO, 2012, p. 250).

Os classificadores integram o léxico nativo das línguas de sinais, participando ativamente na formação de novas palavras. São usados para esclarecer componentes do discurso para torná-lo mais compreensível para o interlocutor. Foi difícil separar os *gestos* das construções em Libras com classificadores. Eles estão tão entranhados nessa língua que identificá-los exige, além da proficiência, o conhecimento da sua estrutura linguística. Vários trabalhos estudam o uso e produção de classificadores por sinalizadores nativos e tardios (BERNARDINO, 2012).

Neste trabalho, tentamos distinguir gesto de sinal, atentando para quem o discurso estava sendo dirigido e para os esquemas matemáticos. Assim, na maioria das vezes, classificamos de *gestos metafóricos*, as realizações dirigidas para o próprio sujeito, sem a finalidade de comunicar para outros. Por exemplo, quando os estudantes desenhavam (para eles mesmos) com o dedo, no espaço, o “sinal de dividir” ou alguma notação numérica (Luísa, Frank, Fábria), quando juntavam os dedos de 2 em 2, 3 em 3 (Luísa, Fábria, Frank) não estavam comunicando para outros nenhum enunciado, estavam expressando conceitos e produzindo esquemas.

Em alguns momentos, consideramos que alguns gestos apareceram conjugados, ora expressando conceitos isolados, ora expressando um só esquema e os classificamos como: *dêiticos/rítmicos*, *dêiticos/metafóricos*, *rítmicos/metafóricos*. Os gestos *dêiticos/rítmicos* expressaram adição repetida com “apontamentos” para as notações no quadro (Annie, Frank), foram articulados para o próprio sujeito e para a TILS. Os gestos *dêiticos/metafóricos*, articulados para o próprio sujeito, expressaram a correspondência biunívoca *sinal-a-dedo*, adição repetida (Fábria, Frank), “apontar” e “separar com a mão”, no quadro, a dezena a ser dividida primeiro (Júlia); formando/revelando o esquema de “representar as quotas e contar, simulta-

neamente, a partir de um valor de referência” (Fábia), o esquema “quais combinações são possíveis?” (Frank) e o esquema de “dividir primeiro as dezenas” (Júlia). Os *rítmicos/metafóricos*, articulados para os próprios sujeitos, expressaram adição repetida, medida, comparação (Fábia), enumeração, cardinal e adição (Frank); formando e revelando o esquema “buscar a medida em falta até um valor de referência” (Fábia) e o esquema da repetição de uma parcela até um valor limite (Frank).

Nesse contexto, os elementos gestuais estavam fornecendo indícios sobre as informações não encontradas no discurso (GOLDIN-MEADOW, 2003), principalmente, no “discurso privado” em Libras. Nestes momentos, os gestos não estavam complementando a comunicação. Coordenados com a língua, poderiam estar auxiliando na constituição do pensamento e refletindo “a representação imagística mental que é ativada no momento de falar” (MCNEILL, 1992, p. 245) ou, talvez, até mesmo de sinalizar.

Os gestos estavam guiando e moldando a própria atividade cognitiva no espaço. Na Libras, o espaço físico é o lugar para realizar as marcações e identificação dos referentes no discurso. Por exemplo, Fábia utilizou o espaço para a organização dos dados do problema P5, facilitando a obtenção da relação envolvida, como se desenhasse o diagrama de Vergnaud (2009b) “no espaço” e em Libras. TILS2 também utilizou o mesmo procedimento no problema P2 com Júlia, esquema que facilitou a compreensão do problema. Fábia utilizou o espaço para expressar as relações envolvidas nos problemas P7 (1 hora-3 km, 2 horas-6 km, ..., 5 horas-15 km) e P8 (1 hora-3 km, 2 horas-6 km, ..., 6 horas-18 km), como se fizesse uma tabela em Libras ou um diagrama de Vergnaud, também naquele espaço. Frank e Fábia expressaram, no espaço, o conceito de medida e relação de ordem nos problemas de comparação multiplicativa (P9 e P10), mobilizando esquemas aditivos.

Assim, as ações gestuais que acompanharam os sinais em Libras produziram significados palpáveis a objetos matemáticos (RADFORD, 2003, 2009), “especializando ideias que não são inerentemente espaciais” (GOLDIN-MEADOW, 2014, p. 1), influenciando na produção de esquemas distintos.

6 CONSIDERAÇÕES FINAIS

Piaget costumava afirmar “os sentidos são os esquemas” (VERGNAUD, 2009, p. 56).

As considerações desenvolvidas neste capítulo, apenas concluem uma fase temporal da investigação teórica e empírica empreendida. A cada movimento em direção aos dados, novas combinações de efeito visual agradável aos olhos são formadas, como num caleidoscópio. A cada retorno, enxergamos novas nuances, revelando em sua essência as microgêneses cognitivas. Assim, as respostas percebidas assumem, aqui, um caráter provisório e sempre emergente. É preciso encerrar, não com um ponto final, mas com um ponto de seguimento.

Este estudo foi motivado pelas novas demandas impostas ao campo da Educação Matemática, pela inclusão de estudantes surdos no ensino regular. O trabalho colaborativo entre universidade-escola, em projetos anteriores de investigação, proporcionou-nos o contato com os sujeitos surdos sinalizadores e uma inquietação, ao verificar suas dificuldades no processo de inclusão e na compreensão de conteúdos básicos da Matemática. Nossa inquietação somou-se às solicitações dos profissionais envolvidos na escola — professores de Matemática, TILS, professores do AEE — transformando-se em um problema de pesquisa.

A interferência da diversidade cultural e linguística, do papel do corpo e dos gestos na cognição tem sido o foco de pesquisas recentes no campo da Educação Matemática. Referindo-se aos sujeitos que não possuem todos os meios físicos de acesso ao conhecimento, a atenção volta-se para compreensão das suas diferenças cognitivas.

Nosso interesse maior foi o desvelamento das condutas cognitivas particulares, em oposição à análise de condutas gerais, para favorecer a mediação pedagógica da Matemática para esses sujeitos, sobretudo para os estudantes oriundos de um processo recente e fragmentado de inclusão, cujos avanços cognitivos na aprendizagem dos conteúdos escolares ainda estão frágeis, como no caso do conceito de divisão.

Mais especificamente, nosso propósito foi analisar as práticas matemáticas dos surdos sinalizadores da Libras, uma língua de modalidade espaço-visual que explora o corpo e o espaço físico para expressar e vivenciar significados. Questionamos se essas práticas poderiam implicar formas diferentes de pensar e produzir esquemas de ação, quando o sujeito aplica seus conhecimentos em universos de problemas, como no domínio multiplicativo que envolve o conceito de divisão. Duas questões orientaram nossa investigação: 1. *Quais os es-*

quem as associadas aos significados da divisão são mobilizadas por surdos sinalizadores? e 2. Quais os conhecimentos (teoremas-em-ação, conceitos-em-ação) contidos nesses esquemas podem ser observados?

A análise das respostas a essas duas perguntas, poderia contribuir para trazer luz a uma questão mais geral: *De que forma as ações viso-gestual-somáticas em Libras influenciam os esquemas mobilizados desses estudantes?*

Assumimos o pressuposto de que as diferenças dos surdos na forma de percepção do mundo e no acesso ao conhecimento poderiam implicar “diferença” (não deficiência) na produção de significados matemáticos. Ou melhor, aprender matemática por meio da Libras, uma língua visual-espacial, pode seguir uma trajetória com características diferentes das aprendizagens mediadas por uma linguagem oral.

Em síntese, o objetivo geral deste estudo foi compreender de que forma as ações viso-gestual-somáticas em Libras influenciam os esquemas mobilizados por alunos surdos sinalizadores, diante de situações que abordem diferentes significados da divisão. Para alcançar esse objetivo, buscamos identificar os esquemas desses estudantes associados aos significados da divisão a partir de dos registros de ação em Libras, gestos e escritos; analisar o conteúdo desses esquemas (os teoremas-em-ato e conceitos-em-ato) para conhecer o repertório de conhecimentos desses estudantes; caracterizar as ações viso-gestual-somáticas em Libras (ou práticas em Libras) e buscar os vínculos dessas práticas com os esquemas mobilizados nas situações.

Na busca teórica pelas respostas às questões centrais da pesquisa, começamos por visitar o tema da surdez. Verificamos que existe “outra narrativa”, fora do contexto médico, construída e legitimada pelos pesquisadores surdos e ouvintes no campo da linguística. Nessa perspectiva, a definição de surdez é ressignificada pela afirmação da identidade cultural e pela enunciação da diferença produzida pela articulação da língua de sinais e pela experiência visual na apreensão/produção de conhecimento. A apresentação da surdez, fundamentada nessa nova narrativa, tecida no seio dos Estudos Culturais, é uma bandeira que fortalece as reivindicações de políticas educacionais mais inclusivas, visando à construção de uma educação de qualidade para esses sujeitos. Sendo assim, a educação deve primar pelo respeito às diferenças linguísticas e culturais.

Ao longo desta trajetória, revisitamos as pesquisas internacionais e nacionais no campo da educação matemática e surdez. A partir da década de 1970, várias pesquisas internacionais focalizaram o desempenho matemático de estudantes surdos comparando-o ao padrão ouvinte, assinalando um desempenho inferior, em alguns aspectos, em relação ao ouvinte.

Em geral, as pesquisas atuais começam a explorar as potencialidades desses sujeitos em relação à sua experiência visual e a mediação semiótica da língua de sinais para as atividades que envolvem os conteúdos escolares. Como nos pressupostos desse estudo, começam a perceber que não há deficiência, mas diferença no ensino e aprendizagem de matemática. A surdez, em si, seria um fator de risco para o desenvolvimento cognitivo dessas crianças (NUNES, 2004). Na perspectiva desses estudos, a didática seria uma forte aliada no processo de ensino para esses estudantes.

Após revisitar esses “lugares”, contemplando o cenário onde esta pesquisa se insere, partimos para a elaboração do referencial teórico e metodológico. Como o núcleo teórico deste estudo é o constructo “*esquema*”, buscamos passar ligeiramente pela origem desse conceito. Para o filósofo Kant, o *esquema sensível* é a representação mediadora entre conceitos puros do entendimento (categoria) e os fenômenos (realidade); constitui o procedimento universal da imaginação que permite a imagem de um conceito. No entanto, para Kant, é uma arte oculta de difícil apreensão. O filósofo neo-kantiano Revault d’Allonnes, o associou à percepção e à tomada rápida de informações para a identificação de um objeto. Bartlett (1932) defendia que os interesses pessoais e memória dos indivíduos continham uma “forma esquemática de representação mental” que afetava a própria compreensão dos eventos.

Mas foi em Piaget e Gérard Vergnaud, que encontramos o suporte teórico para embasar nossa pesquisa. Para Piaget, esse conceito está na base da construção do conhecimento, estruturando e organizando as ações dos sujeitos que se “generalizam no momento da repetição da ação, em circunstâncias semelhantes” (PIAGET; INHELDER, 2012, p. 16). O esquematismo da imaginação passa a ser denominado “da ação” estabelecendo uma conexão ou continuidade entre o biológico e o psicológico (MARÇAL, 2009). É na sua ação no mundo que o sujeito vai se constituindo como sujeito epistêmico, cognoscente ou do conhecimento.

A partir de Piaget, Gérard Vergnaud, na sua Teoria dos Campos Conceituais (TCC), acrescenta ao constructo inicial de esquema, os conteúdos do conhecimento matemático: conceitos-em-ação e teoremas-em-ação. Conhecimentos, na maior parte, de natureza implícita, mobilizados pelos sujeitos na organização do seu comportamento, diante de uma classe de situação, em determinado domínio do conhecimento.

O conceito de esquema da TCC foi adotado aqui nesta tese porque o consideramos um instrumento fecundo para analisar os conhecimentos dos estudantes e a construção de novas práticas matemáticas na sala de aula. Favorece, ainda, a descoberta e valorização de formas específicas de “fazer matemática”. Associamos a este constructo, o papel comunicativo e cognitivo dos gestos para refinar a análise e a identificação dos esquemas dos surdos sinaliza-

dores, associados ao conceito de divisão. A partir da TCC, apresentamos o conceito de divisão e seus procedimentos considerados canônicos dentro do campo conceitual multiplicativo.

Para realizar esta investigação desenvolvemos um estudo de caso múltiplo de cinco estudantes surdos sinalizadores. Tratou-se de uma pesquisa exploratória de caráter qualitativo, de cunho descritivo e interpretativo, que envolveu uma análise microgenética dos registros da ação em Libras, gestos e produções escritas, apoiada pela videografia. Das relações entre pensamento e linguagem, concluímos ser possível uma aproximação do pensamento dos estudantes, através da linguagem em ação.

Desse modo, apresentamos em Libras, individualmente, aos estudantes surdos, onze problemas de divisão, associados aos significados de isomorfismo de medidas (8), comparação multiplicativa (2) e combinatória (1). Para cada problema, foi elaborada uma ilustração correspondente, para ser utilizada, auxiliando a interpretação em Libras, apenas se o estudante demonstrasse dificuldade após algumas apresentações. Transcrevemos dos vídeos as respostas individuais dos estudantes às situações-problema, e organizamos sua redação em forma de diálogos. Em seguida, procedemos à interpretação dos dados, descrevendo o que conseguimos identificar dos esquemas de ação e dos seus conteúdos (conceitos-em-ação e teoremas-em-ação).

A transcrição dos vídeos foi um trabalho demorado e minucioso, contou com a presença de uma TILS, trabalhando diretamente com a pesquisadora e, outra, mais experiente, como consultora das duas para eventuais dúvidas. Os sinais identificados eram comparados com os dicionários, glossários e usos regionais em Libras. Mesmo após as transcrições dos vídeos e sua respectiva redação, a busca e identificação dos esquemas exigiu um trabalho de mesmo porte, ou seja, um constante retorno aos vídeos para melhor identificar as produções dos estudantes.

A análise da atividade dos estudantes permitiu vivenciar o método de *descida em direção ao cognitivo* para analisar as conceitualizações implícitas que constituem a diferença entre os níveis de competência, embora seja impossível desvelar todos os níveis da organização da atividade (VERGNAUD, 2009).

Dessa forma, nossa tentativa de aproximação das reais construções dos estudantes, em relação aos seus esquemas de ação, associados ao conceito de divisão, encontrou respostas aos objetivos e questionamentos propostos. Passaremos a anunciar as principais conclusões a seguir.

Como na apresentação dos problemas não impusemos nenhuma restrição quanto às formas de registros, os estudantes ficaram “quase livres” para apresentar suas soluções, pois,

algumas vezes, as profissionais TILS orientavam para usar o quadro. Contudo, a análise revelou que os cinco estudantes expressaram, espontaneamente, esquemas e conceitos nos três registros no decorrer de uma situação dialógica e interativa.

Em geral, houve a predominância de registros escritos, seguidos de registros em gestos, por último em Libras. Muitas vezes, todos eles apareceram, concomitantemente, em todas as práticas dos estudantes nas diversas situações, independente das categorias de problemas. A ocorrência de um ou outro registro parecia estar relacionada diretamente com “a tentativa” de compreender o problema. Enquanto os estudantes estavam tentando compreender e resolver a situação, mobilizavam os três registros juntos (Luísa). A simultaneidade desses registros parecia diminuir, quando encontravam, de imediato, uma solução, certa ou errada, para o problema e, desse modo, logo registravam no quadro ou respondiam em Libras (Annie, Fábria, Frank, Júlia).

Assim, os registros da ação em Libras, gestos e produções escritas, em conjunto, foram desvelando os esquemas dos cinco estudantes surdos, legitimados e validados sempre pelo processo comunicativo-dialógico entre os interlocutores (surdos, TILS e pesquisadora).

Os registros escritos expressaram a divisão com o uso de representação pictórica ou algoritmo auxiliado por esse recurso (Luísa, Annie, Fábria, Júlia). Essas formas, segundo os relatos dos professores do AEE e dos próprios surdos, foram aprendidas nesse atendimento e com outros surdos. Esses registros também mostraram formas particulares do seu pensamento, como no caso de Frank. Os gestos e as expressões em Libras apareceram dentro da situação dialógica nas respostas às indagações da TILS e da pesquisadora e, diversas vezes, não estavam sendo destinados à comunicação, foram identificados no discurso privado, quando os estudantes “pensavam alto”.

Nas produções dos estudantes surdos, algumas vezes, percebemos a *discordância gesto-sinal* (GOLDIN-MEADOW et al., 2012) que não foram redundantes, e sim complementares (CORREA, 2007): gestos e sinais atuaram, simultaneamente, em coordenação, contendo separadamente significados diferentes, mas juntos formavam um único esquema de ação. Por exemplo, Fábria no problema P2 (quota, Figura 73) expressou, através de *gestos dêiticos* e o sinal 4, uma correspondência biunívoca denotada aqui por *sinal-a-dedo*, revelando o procedimento aditivo $4+4+4\dots+4 = 48$ e o teorema-em-ação “Qual o valor de n em $\sum_n a_n = 48$, com $a=4$?”. E no problema P10, através de *gestos metafóricos/rítmicos* e o sinal *maior* (Figura 88), expressou uma adição repetida $10+10+10$ e o teorema “Qual é a medida que somada três vezes dá 30?”. Frank, usando *gestos dêiticos* e o sinal “três”, apresentou o esquema de combinação visível no espaço (P11).

Todos os esquemas identificados nas produções dos cinco estudantes, nas situações apresentadas, estavam fundamentados no raciocínio aditivo ou numa etapa intermediária entre o raciocínio aditivo e multiplicativo, independente da categoria ou classe, de a situação ser isomorfismo, comparação multiplicativa ou combinatória. Assim, não observamos uma correspondência direta dos procedimentos desses estudantes com os procedimentos considerados canônicos do campo multiplicativo, descritos por Vergnaud (1983).

Os conceitos-em-ação mobilizados comprovaram a predominância do raciocínio aditivo: adição repetida, subtrações sucessivas, agrupamento, valor limite, cardinal de um número, correspondências biunívoca *senal-a-dedo* ou *um-a-um*, enumeração. Alguns teoremas-em-ação mobilizados, também estavam associados à propriedade de isomorfismo para adição: $f(x + x' + x'') = f(x) + f(x') + f(x'')$.

O procedimento que equivale à transição do raciocínio aditivo para o multiplicativo foi observado, quando usaram o algoritmo da divisão euclidiana, com auxílio pictórico, para resolver os problemas, conforme observado em Annie, Fábria, Júlia e Luísa (esta última, beneficiada pelas interações da TILS e pesquisadora). Frank nem sequer mencionou a divisão nos seus procedimentos, mas foi o aluno que acertou com coerência de raciocínio todas as questões e o único que acertou a situação de combinatória. Esse estudante e Fábria foram os que apresentaram melhor desempenho e rapidez na compreensão das interpretações e na resolução do cálculo relacional e numérico. Esse bom desempenho pode ser atribuído, além de outros fatores, como a instrução formal na escola ou informal no cotidiano, ao nível de proficiência em Libras desses estudantes, em relação aos outros, pois são quase nativos nessa língua, pelas informações obtidas no AEE, o que favoreceu muito a compreensão das situações.

Embora alguns procedimentos observados fossem rudimentares (bolinhas e tracinhos), do ponto de vista matemático, para esta série/idade, os estudantes demonstraram ter noções de divisão quando mobilizaram os teoremas-em-ação: “Quantos grupos do divisor cabe no dividendo?” ou “Dividir o dividendo em grupos do divisor” (partição), “Quantas vezes o divisor cabem no dividendo?” (quota ou medida). Os estudantes estavam enfrentando as diversas situações de divisão, utilizando os conceitos que dominavam (MUNIZ, 2009). Dessa forma, o sentido particular da divisão para cada um dos estudantes investigados foi o conjunto de esquemas que eles conseguiram utilizar para lidar com as situações que implicaram a ideia de divisão.

De forma geral, os cinco estudantes apresentaram esquemas muito semelhantes, em maior ou menor grau de elaboração, que revelaram domínio regular do campo conceitual multiplicativo, onde se insere o conceito da divisão e seus procedimentos mais formais. Suas prá-

ticas revelaram o estágio de compreensão dos conceitos, bem como a ação cognitiva atual dos sujeitos. A análise evidenciou o quanto os estudantes surdos maximizam a parceria *gesto-sinal* nos esquemas. Os gestos deixaram o caráter de apenas *acompanhante* do sinal para fazer parte da organização da atividade, relacionando-se reciprocamente com os conteúdos do conhecimento. Ao lado da linguagem sinalizada e dos registros escritos, os gestos podem espelhar, acompanhar e até constituir os esquemas mobilizados pelos alunos nas práticas matemáticas.

Gestos e Libras são articulados na mesma modalidade (corporal), mas diferente da língua oral que é linear, a Libras apresenta a característica da simultaneidade que se aproxima do gesto; juntos formaram um entrelaçamento complexo e trouxe dinamismo à expressão do pensamento para moldar práticas matemáticas. A atuação dialética do gesto com a Libras atualizava o pensamento em tempo real (MCNEILL, 1992, 2006), mostrando que o gesto e a própria Libras, desempenham um papel importante na constituição do pensamento, acionando os processos cognitivos. A observação de todos os registros de ação na atividade mostrou para a pesquisadora uma aproximação da dinâmica mental dos alunos e esquemas subjacentes, por não ser possível acessar diretamente o pensamento.

Assim, as ações viso-gestual-somáticas em Libras foram constituindo, dando forma, determinando e revelando os esquemas matemáticos dos estudantes de forma palpável e dinâmica. No espaço, as relações matemáticas eram visualizadas: o diagrama de Vergnaud, a adição repetida, a subtração sucessiva, o conceito de medida, a comparação, a combinatória, o cálculo relacional, numérico, enfim, os sentidos conferidos à divisão. Esses conteúdos dos esquemas, conceitos e teoremas-em-ação, moldaram os significados que os estudantes estavam atribuindo a cada situação. Algumas vezes, a própria interpretação dos problemas do Português para a Libras, não conseguiu camuflar as relações envolvidas nas situações.

Na análise dos casos investigados, “a representação” não funcionava como um simples acompanhante da atividade ou um epifenômeno, ela orientava, organizava, respaldava e produzia a ação, através de um processo dinâmico ou “um conjunto hierarquizado de processos dinâmicos”: um conjunto de esquemas que permitia a simulação da realidade e a antecipação (VERGNAUD, 2009, p. 59).

O desenvolvimento de uma análise microgenética dos esquemas matemáticos, mobilizados por surdos sinalizadores, permitiu vislumbrar, circunstancialmente, o “saber-fazer” de cada estudante, em sua individualidade perante cada situação. Em suma, não podemos afirmar que localizamos formas diferentes de pensar nos casos investigados. Pelo contrário, identificamos esquemas muito semelhantes àqueles utilizados por estudantes ouvintes no mesmo

estágio de desenvolvimento. Mas, com certeza, podemos afirmar que encontramos formas diferentes de perceber, expressar e comunicar o conhecimento matemático por meio da Libras. Essa afirmação corrobora com a proposição da existência de uma cultura surda: “um jeito surdo de ser, de ver o mundo” (STROBEL, 2008, p. 22) que envolve a articulação da experiência visual e da língua de sinais.

Constatamos que a extrema iconicidade, simultaneidade e visualidade dessa língua podem influenciar negativamente ou positivamente na apresentação e compreensão das situações-problema.

Negativamente, quando a interação ocorre muito simultaneamente, ou seja, os dois interlocutores sinalizam ao mesmo tempo, o que pode ocorrer também nas línguas orais quando as pessoas falam ao mesmo tempo. Nesse caso, os estudantes surdos prendem-se aos detalhes da interpretação e não conseguem compreender todo o enunciado, apenas partes ou recortes desses. Uma interpretação deficiente pode aumentar essa dificuldade. Notamos que o contexto criado por uma TILS, pode distanciar-se do sentido real do problema e expressar outra questão diferente. Observamos também que os estudantes tendem a recolher os dados sinalizados, antes mesmo de a TILS terminar a interpretação; assim, quando os dados são sinalizados muito rapidamente, podem dificultar a coleta das informações relevantes, propiciando um “espelhamento” dos dados numéricos e dificultando sua retenção na memória.

Influenciam positivamente, quando todos os recursos linguísticos dessa língua, como a topicalização, os classificadores, a produção do contexto, entre outros, permitem expressar e explicitar relações e conceitos matemáticos que, normalmente, não são espaciais; isso facilita a compreensão dos estudantes surdos. Essas observações podem nutrir a proposta de uma Pedagogia Surda, defendida por Stumpf (2008), que, além de apresentar a surdez como uma experiência visual, evoca a língua de sinais para a comunicação/expressão dos conteúdos escolares na construção de uma educação bilíngue a partir da perspectiva surda.

A exploração da Libras e todas as suas ações visuoespaciais, principalmente, *os gestos* podem integrar uma proposta de ensino para todos os estudantes, surdos e ouvintes.

Na linguística, a discussão sobre a relação entre gesto e língua não é recente, mas o gesto, de forma geral, foi sempre discutido de forma separada da língua (seja ela oral ou sinalizada), definido, muitas vezes, como um instrumento da comunicação, fato que omite a compreensão das relações dele com a língua. Tratando das línguas sinalizadas, essa discussão tem sido evitada, justamente para não colocar em risco seu status de língua obtido até então. Mas, estudos recentes, respaldados pelas pesquisas da linguística cognitiva sobre a co-ocorrência da gestualidade com a fala (das línguas orais), têm procurado resgatar o lugar dos gestos também

na língua de sinais, evidenciando uma parceria entre gesto e língua em termos simbólicos, interativos e cognitivos.

A realização do gesto pode estar relacionada a um sistema bem mais complexo (envolvendo fenômenos cognitivos, neurolinguísticos, semióticos ou de outra natureza), também pode assumir a mediação das funções simbólicas, indicando a não dicotomia dos processos simbólicos. Os casos analisados evidenciaram essa última concepção, sugerindo que a cognição matemática não é compartimentada, nem a sua investigação deve ser monorreferencial, mas, pelo contrário, a cognição envolve todo o corpo e sua investigação deve incluir múltiplas perspectivas, tanto teóricas como metodológicas.

Consideramos que um dos limites desta investigação refere-se ao grau de proficiência dos surdos e dos TILS participantes da pesquisa. Surdos nativos na Libras e TILS com um grau maior de proficiência, poderiam revelar resultados mais significativos em relação às formas específicas de pensar nessa língua. Entretanto, esses sujeitos e essas condições, refletem a realidade da escola e o processo de transição que sofreram na educação, cujas novas conquistas ainda estão em curso. Nossas análises mostraram o desempenho desses estudantes dentro desta condição. Uma segunda dificuldade refere-se à limitação da própria pesquisadora. Este tipo de análise exige uma pesquisadora não apenas proficiente, mas conhecedora da estrutura da Libras. Não foi fácil separar gesto da Libras, principalmente, o elemento linguístico “classificador” de gesto. Algumas descrições podem conter equívocos da nossa parte, porém não invalidam a proposta geral da pesquisa. Uma investigação desse porte necessita ser empreendida por uma equipe composta por, no mínimo, dois pesquisadores de Matemática, um professor e um TILS que conheçam bem os estudantes.

Numa microanálise, o volume de dados obtidos é muito grande, algum procedimento ou dado pode passar despercebido pelo pesquisador, e o olhar de outro pesquisador ajudaria a ampliar a percepção dos procedimentos dos estudantes. Mas, no processo de análise, buscamos, de forma informal, conferir nossas interpretações e olhares com os professores do AEE, TILS e entrevistas para entender as reais produções desses estudantes.

Este estudo trouxe implicações para a investigação e para o ensino. Reafirmamos a importância que “a revelação, o reconhecimento, a análise e a valorização dos *esquemas*” – pensamento concebido por Piaget e retomado por Vergnaud – permitem ao professor aproximar-se das reais construções dos alunos “para melhor compreender os conhecimentos em ação, as potencialidades, as incompletudes, os desvios e os atalhos, as ressignificações, os erros e obstáculos, quase sempre presentes nas produções matemáticas dos alunos” (MUNIZ, 2009, p. 115).

A análise microgenética, permitiu, como num *zoom* de uma câmera, aproximar e afastar o olhar, num vai e vem intencional, sobre as produções dos estudantes, acompanhando as mudanças ocorridas ao longo das interações TILS-surdos-pesquisadora. Consideramos a microanálise, um método de extrema fertilidade para analisar as condutas funcionais em oposição às nomotéticas, uma vez que, se investigarmos apenas um caso ou atividade, embora insuficiente para tecer generalizações consistentes sobre a aprendizagem de determinado campo conceitual, geram uma riqueza de dados que resulta numa descrição detalhada da atividade, o que pode ser muito útil para o professor, como instrumento de avaliação e reorientação das suas práticas de ensino.

Como produto, conseguimos apresentar um método ou modelo de observação dos registros de ação para analisar práticas matemáticas de surdos sinalizadores. Futuras pesquisas podem utilizar esse método de análise cognitiva para avaliar intervenções de ensino, através de práticas colaborativas com os professores da escola, explorando outros conceitos matemáticos com estudantes surdos e ouvintes. Podem, também, explorar uma análise aprofundada do discurso em Libras, buscando formas nessa língua para promover a comunicação e expressão dos conteúdos matemáticos.

Propomos, aqui, algumas recomendações para a interação com surdos sinalizadores numa situação de resolução de problemas. O TILS ou o próprio professor de Matemática deve sinalizar com clareza e devagar os dados numéricos do problema. Deve-se ter cuidado com o contexto criado em Libras para transmitir a informação, pois pode ajudar muito, mas também pode atrapalhar, transformando o problema em outro problema. O excesso de elementos nas representações visuais pode atrapalhar e tirar a atenção dos estudantes. Se for necessário utilizar esses recursos, deve-se focar no essencial para ajudar a memória. Os problemas podem conter ilustrações concisas e estilizadas dos elementos relacionais. Assim, o professor precisa fazer as escolhas dos recursos visuais dependendo do contexto da situação e de cada estudante. No caso de utilizar apenas a Libras, o TILS ou o professor pode sugerir aos estudantes que anotem, no quadro ou caderno, os dados numéricos.

As ações em Libras, incluindo os gestos que acompanham essa língua, cumpriram um papel relevante na resolução de problemas, tornando-se capaz de mediar e explicitar os processos cognitivos. Em geral, os resultados sugerem que situações de ensino dos conceitos, identificados ao longo da atividade, deve valorizar a realização de gestos em coordenação com a Libras, o que pode exigir um professor de Matemática, competente nesta língua para alcançar a comunicação de sentido relevante para o ensino da disciplina no contexto da inclusão.

Para finalizar com um ponto de seguimento, apontamos novos cenários para o campo da educação, relatando uma experiência que vivenciamos nas escolas envolvidas, logo após a etapa de produção de dados. Do ponto de vista ético, nosso interesse era dar uma devolução imediata à escola e a seus envolvidos, assim, utilizamos as primeiras impressões sobre os dados para elaborar uma curta intervenção de 16 horas que denominamos de “Oficina de Matemática: aprender divisão”. Para tanto, elaboramos um caderno de exercícios e produzimos uma videoaula em Libras (APÊNDICES: J, L, M, N), que contou com a colaboração de duas TILS. O objetivo da oficina era apresentar as ideias básicas da divisão, suas situações principais, algoritmos e, simultaneamente, mostrar sinais matemáticos aos estudantes.

Nessa proposta, utilizamos as mesmas situações-problema, mostramos em Libras tanto o cálculo relacional como o numérico. Também aproveitamos alguns procedimentos numéricos pictóricos, usados pelos estudantes nesta pesquisa, para introduzir a discussão dos algoritmos usuais e ampliar os seus conhecimentos. Participaram da oficina nove surdos do AEE da Escola A de séries e idades variadas (do 5º ano do Ensino Fundamental ao 2º do Ensino Médio) e seis surdos da Escola C, incluindo, nessa amostra, os que tinham participado da pesquisa. Na oficina, os estudantes assistiam a uma parte da videoaula, respondiam às questões correspondentes com ajuda da pesquisadora e da TILS que, ao mesmo tempo, tiravam as dúvidas ou explicavam melhor no quadro. Em seguida, passava-se para a próxima questão e para outra seção da videoaula.

Todos os estudantes e professores do AEE mostraram-se muito entusiasmados com as explicações auxiliadas pela videoaula em Libras. A nossa avaliação mostrou que alguns estudantes conseguiram aprender significativamente nessa intervenção, apreciaram as aulas em Libras e a aprendizagem de novos sinais de Matemática. Foi uma experiência duplamente gratificante, porque vivenciamos, mesmo que precocemente, a pesquisa, dialogando com a escola e ensinar Matemática em Libras para surdos. Todo o material foi disponibilizado para o AEE da Escola A para ser utilizado quando necessário.

REFERÊNCIAS

- ALBRES, N. de A. NEVES, S. L. G. **De sinal em sinal: comunicação em LIBRAS para aperfeiçoamento do ensino dos componentes curriculares.** São Paulo: FENEIS, 2008.
- ALIBALI, M.; DIRUSSO, A. The function of gesture in learning to count: More than keeping track. **Cognitive Development**, Kingston, CA, v. 14, n. 1, p. 37-56, 1999.
- ALVEZ, C. B.; FERREIRA, J. de P.; DAMÁZIO, M. M. **A Educação Especial na Perspectiva da Inclusão Escolar: abordagem bilíngue na escolarização de pessoas com surdez.** Brasília, DF: MEC/SEESP, 2010.
- ANDREIS-WITKOSKI, S. **Educação de surdos, pelos próprios surdos: uma questão de direitos.** Curitiba: CRV, 2012.
- ARZARELLO, F.; EDWARDS, L. Gesture and the construction of Mathematical meaning. In: ANNUAL CONFERENCE OF THE INTERNATIONAL GROUP FOR THE PSYCHOLOGY OF MATHEMATICS EDUCATION, 29., 2005, Melbourne. **Proceedings...** Melbourne: University de Melbourne, 2005. Disponível em: <<http://www.emis.de/proceedings/PME29/PME29ResearchForums/PME29RFArzarelloEdwards.pdf>>. Acesso em: 10 abr. 2014.
- BATAGLIN, M. Experiência visual e arte: elementos constituidores de subjetividades surdas. In: SEMINÁRIO DE PESQUISA EM EDUCAÇÃO DA REGIÃO SUL, ANPED SUL, 9., 2012, Caxias do Sul. **Anais...** Caxias do Sul: UCS, 2012. Disponível em: <<http://www.ucs.br/etc/conferencias/index.php/anpedsul/9anpedsul/paper/viewFile/919/757>>. Acesso em: 18 ago. 2013.
- BERK, L. E. Relationship of elementary school children's private speech to behavioral accompaniment to task, attention, and task performance. **Developmental Psychology**, University of Michigan, v. 22, n. 5, p. 671-680, 1986. Disponível em: <<http://psycnet.apa.org/journals/dev/22/5/671/>>. Acesso em: 12 ago. 2015.
- BERK, L. E.; GARVIN, R. A. Development of private speech among low-income Appalachian children. **Developmental Psychology**, University of Michigan, v. 20, n. 2, p.271-286, 1984. Disponível em: <<http://psycnet.apa.org/index.cfm?fa=buy.optionToBuy&id=1984-14627-001>>. Acesso em: 12 ago. 2015.
- BERNARDINO, E. L. A. **Absurdo ou lógica?: Os surdos e sua produção linguística.** Belo Horizonte: Ed. Profetizando Vida, 2000.
- BERNARDINO, E. L. A. O uso de classificadores na língua de sinais brasileira. **ReVEL**, Unisinos, Porto Alegre, v. 10, n. 19, p. 250-280, 2012. Disponível em: <<http://www.revelinf.br/files/6ecf02602b4f746097e5749734cfd433.pdf>>. Acesso em: 28 ago. 2015.
- BORODITSKY, L. Como a linguagem modela o pensamento: diferentes idiomas afetam de maneiras distintas a percepção do mundo. **Scientific American**, São Paulo, Brasil, p. 46-49, 2014. Edição especial Neurociência 2.

BOUYER, G. C. Similaridades entre a epistemologia genética de Piaget e a cognição incorporada. **Ciências & Cognição**, Universidade Federal do Rio de Janeiro, v. 16, n. 2, p. 82-95, 2011.

BRASIL. Lei nº 9.394, de 20 de dezembro de 1996. Estabelece as diretrizes e bases da educação nacional. **Presidência da República, Casa Civil, Subchefia para Assuntos Jurídicos**, Brasília, DF: 1996. Disponível em: <http://www.planalto.gov.br/ccivil_03/leis/L9394.htm>. Acesso em: 12 dez. 2007.

_____. Ministério da Educação. Secretaria de Educação Fundamental. **Parâmetros Curriculares Nacionais: matemática**. (3º e 4º ciclos do ensino fundamental). Brasília, DF: MEC, 1998.

_____. Parâmetros Curriculares Nacionais - **Adaptações Curriculares: Estratégias para a educação de alunos com necessidades educativas especiais**. Brasília, DF: Ministério da Educação e do Desporto/Secretaria de Educação fundamental, 1999.

_____. Ministério da Educação. Secretaria de Educação Fundamental. 2. ed. **Parâmetros Curriculares Nacionais: matemática** (1º e 2º ciclos do ensino fundamental), v. 3. Rio de Janeiro: DP&A, 2000.

_____. Lei nº 10.436, de 24 de abril de 2002. Dispõe sobre a Língua Brasileira de Sinais – LIBRAS e dá outras providências. **Presidência da República, Casa Civil, Subchefia para Assuntos Jurídicos**, Brasília, DF: Disponível em: <http://www.planalto.gov.br/ccivil_03/leis/L10098.htm>. Acesso em: 12 de set. 2010.

_____. Ministério da Educação. Secretaria de Educação Básica. **Orientações curriculares para o ensino médio: Ciências da natureza, Matemática e suas tecnologias**, v. 2. Brasília, DF: MEC/SEB, 2006.

_____. Decreto nº 5.626, de 22 de dezembro de 2005. Regulamenta a Lei nº 10.436, de 24 de abril de 2002, e o art. 18 da Lei nº 10.098, de 19 de dezembro de 2000. **Presidência da República, Casa Civil, Subchefia para Assuntos Jurídicos**, Brasília, DF: 2000. Disponível em: <http://www.planalto.gov.br/ccivil_03/Ato2004-2006/2005/Decreto/D5626.htm>. Acesso em: 12 de set. de 2010.

_____. **Política nacional de educação especial na perspectiva da educação inclusiva**. Brasília, DF: MEC/SEESP, 2008. Disponível em: <<http://portal.mec.gov.br/arquivos/pdf/politicaeducespecial.pdf>>. Acesso em: 09 jan. 2011.

_____. Decreto nº 6.571, de 2008 de 17 de setembro de 2008, revogado pelo Decreto nº 7.611 de 2011. Dispõe sobre o atendimento educacional especializado, regulamenta o parágrafo único art. 60 da Lei nº 9.394, de 20 de dezembro de 1996, e acrescenta dispositivo ao Decreto nº 6.253, de 13 de novembro de 2007. **Presidência da República, Casa Civil, Subchefia para Assuntos Jurídicos**, Brasília, DF: 2008. Disponível em: <http://www.planalto.gov.br/ccivil_03/_ato2007-2010/2008/Decreto/D6571.htm>. Acesso em: 23 abr. 2015.

_____. Ministério da Educação. Secretaria de Educação Especial. **Marcos Político-Legais da Educação Especial na Perspectiva da Educação Inclusiva**. Brasília, DF: Secretaria de Educação Especial, 2010.

_____. Decreto 7611, de 17 de novembro de 2011. Revoga o Decreto nº 6.571, de 17 de setembro de 2008. Dispõe sobre a educação especial, o atendimento educacional especializado e dá outras providências. **Presidência da República, Casa Civil, Subchefia para Assuntos Jurídicos**, Brasília, DF: 2011. Disponível em: <http://www.planalto.gov.br/ccivil_03/_ato2011-2014/2011/decreto/d7611.htm> . Acesso em: 07 jul. 2015.

BRITO, M. R. F. de. “Este problema é difícil porque não é de escola!” A compreensão e a solução de problemas aritméticos verbais por crianças da escola fundamental. **Temas em Psicologia**, Ribeirão Preto, v. 8, n. 1, p. 93-109, 2000. Disponível em: <<http://pepsic.bvsalud.org/pdf/tp/v8n1/v8n1a10.pdf>>. Acesso em: 30 abr. 2014.

BRITTO, M. L. B. Um Estudo sobre Conhecimentos de Professores de Matemática que Analisam Produções Escritas em Matemática. In: ENCONTRO BRASILEIRO DE ESTUDANTES DE PÓS-GRADUAÇÃO EM EDUCAÇÃO MATEMÁTICA, 17., 2013, Vitória. **Anais...** Vitória: UFES, 2013. Disponível em: <ftp://ftp.ifes.edu.br/cursos/Matematica/EBRAPEM/GDs/GD07/Sessao4/Sala_D4/1185-1835-1-PB.pdf>. Acesso em: 13 abr. 2014.

CAMPOS, D. W.; STUMPF, M. Cultura surda: um patrimônio em contínua evolução. In: PERLIN, G.; STUMPF, M. (Org.). **Um olhar sobre nós surdos: leituras contemporâneas**. Curitiba: CRV, 2012. p. 177-185.

CANÁRIO, R. **A escola tem futuro? Das promessas às incertezas**. Porto Alegre: Artmed, 2006.

CAPOVILLA, F. C. Sobre a falácia de tratar as crianças ouvintes como se fossem surdas, e as surdas, como se fossem ouvintes ou deficientes auditivas: pelo reconhecimento do status linguístico especial da população escolar surda. In: SÁ, N. de. **Surdos: qual escola?** Manaus: Valer e Edua, 2011. p. 77-100.

_____; RAPHAEL, W. D.; MAURICIO, A. C. 2. ed. **Novo Deit-Libras: dicionário enciclopédico ilustrado trilíngue da Língua de Sinais Brasileira (Libras) baseado em Linguística e Neurociências Cognitivas**, v. 1., v. 2 São Paulo, SP: Edusp, 2013.

CHOMSKY, N. **Estruturas sintáticas**. São Paulo: Martins Fontes, 1979. (Coleção Signos).

CORREA, J. A resolução oral de tarefas de divisão por crianças. **Estudos de Psicologia**, Campinas, v. 9, n. 1, p. 145-155, 2004. Disponível em: <<http://www.scielo.br/pdf/epsic/v9n1/22390.pdf>>. Acesso em: 10 fev. 2014.

CORREA, R. B. de S. **A complementaridade entre língua e gestos nas narrativas de sujeitos surdos**. 2007. 151 f. Dissertação (Mestrado em Linguística) – Universidade Federal de Santa Catarina, Florianópolis, 2007.

CORREA, J.; MEIRELES, E. de S. A compreensão intuitiva da criança acerca da divisão partitiva de quantidades contínuas. **Estudos de Psicologia**, Campinas, v. 5, n.1, p. 11-31, 2000. Disponível em: <<http://www.scielo.br/pdf/epsic/v5n1/a02v05n1.pdf>>. Acesso em: 12 fev. 2014.

COSTA, C. Gesto, janela para exteriorizar o pensamento visual-espacial. In: SANTOS, L. et al. (Org.). **Investigação em Educação Matemática: Comunicação no Ensino e na Aprendizagem da Matemática**, Sociedade Portuguesa de Investigação em Educação Matemática, Faculdade de Ciência e Tecnologia da Universidade Nova de Lisboa, Portugal, 2010. p. 128-150. Disponível em: <http://run.unl.pt/bitstream/10362/6617/1/V%C3%A1rios_2011.pdf>. Acesso em: 13 mar. 2013.

CRYSTAL, D. **Dicionário de linguística e fonética**. Tradução de Maria Carmelita Pádua Dias. 2. ed. Rio de Janeiro: Jorge Zahar, 2000.

DADA, Z. **Sinais de Matemática em Libras**. Disponível em: <<https://www.youtube.com/watch?v=jIAqxylo23U>>. Acesso em: 13 out. 2013.

DAMÁZIO, M. F. M. **Atendimento educacional especializado: pessoa com surdez**. São Paulo: MEC/SEESP, 2007. Disponível em <http://portal.mec.gov.br/seesp/arquivo/s/pdf/ae_da.pdf>. Acesso em: 23 ago. 2013.

DEMO, P. **Introdução à metodologia da ciência**. São Paulo: Atlas, 1987.

DENZIN, N. K; LINCOLN, Y. S. A disciplina e a prática da pesquisa qualitativa. In: _____. **O planejamento da pesquisa qualitativa: teorias e abordagens**. Tradução de Sandra Regina Netz. Porto Alegre: Artmed, 2006. p. 15-39.

DIAZ, F. **O processo de aprendizagem e seus transtornos**. Salvador: EDUFBA, 2011.

DINIZ, H. G. D. As relações históricas entre as línguas de sinais francesa (LSF), americana (ASL) e brasileira (Libras). In: PERLIN, G.; STUMPF, M. (Org.). **Um olhar sobre nós surdos: leituras contemporâneas**. Curitiba: CRV, 2012. p. 227-244.

DOMINGUES, H. H. **Fundamentos da aritmética**. São Paulo: Atual, 1991.

DORZIAT, A.; ARAÚJO, J. R. de; SOARES, F. P. O direito dos surdos à educação: que educação é essa? In: DORZIAT, A. (Org.). **Estudos Surdos: diferentes olhares**. Porto Alegre: Mediação, 2011.

DUARTE, A. L. C; NUNES, M. L. T.; KRISTENSEN, C. H. Esquemas desadaptativos: revisão sistemática qualitativa. **Revista Brasileira de Terapias Cognitivas**, Rio de Janeiro, v. 4, n. 1, p 1-13, 2008. Disponível em: <http://pepsic.bvsalud.org/scielo.php?script=sci_arttext&pid=S1808-56872008000100004&lng=pt&nrm=iso>. Acesso em: 2 jun. 2015.

EDWARDS, L. The role of gestures in mathematical discourse: remembering and problem solving. In: ANNUAL CONFERENCE OF THE INTERNATIONAL GROUP FOR THE PSYCHOLOGY OF MATHEMATICS EDUCATION, 29. , 2005, Melbourne. **Proceedings...**

Melbourne: University de Melbourne, 2005. Disponível em: <<http://www.emis.de/proceedings/PME29/PME29ResearchForums/PME29RFArzarelloEdwards.pdf>>. Acesso em: 10 abr. 2014.

FALCÃO, J. T da ROCHA. **Psicologia da Educação Matemática**. Belo Horizonte: Autêntica, 2008. (Coleção Tendências em Educação Matemática).

FÁVERO, E. A. G.; PANTOJA, L. M. P.; MANTOAN, M. T. E. **Aspectos legais e orientação pedagógica: Atendimento educacional especializado**. São Paulo: MEC/SEESP, 2007.

FÁVERO, M. H.; PIMENTA, M. L. Pensamento e linguagem: a língua de sinais na resolução de problemas. **Psicologia: Reflexão e Crítica**, Universidade Federal do Rio Grande do Sul, v. 19, n. 2, p. 60-71, 2006.

_____; PINA NEVES, R. da S. A divisão e os racionais: revisão bibliográfica e análise. **Zetetiké**, Campinas, v. 20, n. 37, p. 35-72, 2012. Disponível em: <<http://www.fae.unicamp.br/revista/index.php/zetetike/article/view/2865/3730>>. Acesso em: 25 abr. 2014.

FEDOSSE, E.; SANTANA, A. P. Gesto e fala: ruptura ou continuidade? **Distúrbios da Comunicação**, PUC/SP, São Paulo, v. 13, n. 2, p. 243-256, 2002.

FELIPE, T. A. Introdução à gramática da LIBRAS. In: RINALDI, G. et al. (Org.) **Série Atualidades Pedagógicas. Deficiência Auditiva**. Brasília, DF: MEC/SEESP, 1997. p. 48-76. Disponível em: <<http://portal.sme.prefeitura.sp.gov.br/Portals/1/Files/20264.pdf>>. Acesso em: 23 abr. 2015.

_____. **Libras em contexto**. 8. ed. Brasília, DF: MEC/SEESP, 2007.

FENEIS – Federação Nacional de Educação e Integração dos Surdos. Disponível em: <<http://www.feneis.com.br/page/libras.asp>>. Acesso em: 12 jan. 2012.

_____. **Que educação nós surdos queremos**. Documento 008561/1999 elaborado pela Comunidade Surda no V Congresso Latino de Educação Bilíngue. Porto Alegre: UFRGS, 1999.

FERNANDES, E. **Linguagem e surdez**. Porto Alegre: Artmed, 2003.

FERNANDES, S. H. A. A. **Das experiências sensoriais aos conhecimentos matemáticos: uma análise das práticas associadas ao ensino e aprendizagem de alunos cegos e com visão subnormal numa escola inclusiva**. 2008. 274 f. Tese (Doutorado em Educação Matemática) – Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, São Paulo, 2008.

FIORENTINI, D.; LORENZATO, S. **Investigação em educação matemática: percursos teóricos e metodológicos**. Campinas: Autores Associados, 2006.

GEERTZ, C. **A interpretação das Culturas**. Zahar. Rio de Janeiro: 1989.

GESSER, A. **LIBRAS? Que língua é essa?: Crenças e preconceitos em torno da língua de sinais e da realidade surda**. São Paulo: Parábola Editorial, 2009.

GÓES, M. C. R. de. A abordagem microgenética na matriz histórico-cultural: uma perspectiva para o estudo da constituição da subjetividade. **Cadernos Cedes**, Campinas, v. 20, n. 50, p. 9-25, 2000. Disponível em: <http://www.scielo.br/scielo.php?pid=s0101-32622000000100002&script=sci_arttext> Acesso em: 12 jun. 2014.

GOLDFELD, M. **A criança surda**. São Paulo: Plexus, 1997.

GOLDIN-MEADOW, S. How gesture works to change our minds. **Trends in Neuroscience and Education**, Universität Ulm, Germany, v. 3, n. 1, p. 4-6, 2014. Disponível em:<http://goldin-meadow-lab.uchicago.edu/sites/goldin-meadow-lab.uchicago.edu/files/uploads/PDFs/2014_GM_TiNE.pdf>. Acesso em: 29 abr. 2014.

_____. **Hearing gesture: how our hands help us think**. Cambridge, Massachusetts: The Belknap Press of Harvard University Press, 2003.

_____. et al. The gestures ASL signers use tell us when they are ready to learn math. **Cognition**, v. 123, n. 3, 2012, p. 1-6. Disponível em: <http://goldin-meadow-lab.uchicago.edu/sites/goldin-meadowlab.uchicago.edu/files/uploads/PDFs/2012_GM%20Padden%20Cognition.pdf>. Acesso em: 12 abr. 2014.

GONÇALVES, H. A. **Educação matemática e cálculo mental: uma análise de invariantes operatórios a partir da teoria dos campos conceituais de Gérard Vergnaud**. 2008. 243 f. Tese (Doutorado em Educação) – Universidade Federal Fluminense, Niterói, RJ, 2008.

GOODWIN, C. J. **História da psicologia moderna**. São Paulo: Cultrix, 2005.

GOULART, I. B. **Piaget: experiências básicas para utilização pelo professor**. 11. ed. Petrópolis: Vozes, 1996.

HEALY, L.; FERNANDES, S. H. A. A. Relações entre atividades sensoriais e artefatos culturais na apropriação de práticas matemáticas de um aprendiz cego. **Educar em revista**, Curitiba, número especial 1, p. 227-243, 2011a.

_____. The role of gestures in the mathematical practices of those who do not see with their eyes. **Educational Studies in Mathematics**, v. 77, n. 2, p. 157-174, 2011b.

_____. et al. Listening for algebraic expressions in the hands of deaf learners. In: STUDY 21 OF THE INTERNATIONAL COMMISSION ON MATHEMATICAL INSTRUCTION - MATHEMATICS EDUCATION AND LANGUAGE DIVERSITY, 21., 2011, Águas de Lindóia. **Anais...** Águas de Lindóia: USP, 2011. p.135-143.

_____. et al. Mathematics in the hands of deaf learners and blind learners: Visual-gestural-somatic means of doing and expressing mathematics. In: BARWELL, R.; CLARKSON, P.; HALAI, A.; KAZIMA, M.; MOSCHKOVICH, J.; PLANAS, N.; PHAKENG, M.; VALERO, P.; VILLAVICENCIO UBILLÚS, M. **Mathematics Education and Language Diversity The 21st ICMI Study**. Springer New ICMI Study Series (NISS). No prelo.

HEFEZ, A. **Elementos de Aritmética**. 2. ed. Rio de Janeiro: SBM, 2011.

INHELDER, B. et al. **O desenrolar das descobertas das crianças**: um estudo sobre as microgêneses cognitivas. Porto Alegre: Artes Médicas, 1996.

_____; CAPRONA, D. de. Rumo ao construtivismo psicológico: estruturas? Procedimentos? Os dois “indissociáveis”. In: INHELDER, B. et al. **O desenrolar das descobertas das crianças**: um estudo sobre as microgêneses cognitivas. Porto Alegre: Artes Médicas, 1996. p. 7-37.

JAPIASSÚ, H.; MARCONDES, D. **Dicionário Básico de Filosofia**. 3. ed. revista e ampliada. Rio de Janeiro: Zahar, 2001.

KAMII, C.; DECLARK, G. **Reinventando a aritmética**: implicações da teoria de Piaget. 2. ed. Campinas: Papirus, 1988.

KARNOPP, L.; QUADROS, R. M. de. Educação infantil para surdos. In: ROMAN, E. STEYER, V. (Org.). **A criança de 0 a 6 anos e a educação infantil**: um retrato multifacetado. Canoas: Editora da Ulbra, 2001. p. 214-230.

KELMAN, C. A.; BRANCO, A. U. Análise microgenética em pesquisa com alunos surdos. **Revista Brasileira de Educação Especial**, Marília, v. 10, n. 1, p. 93-106, 2004. Disponível em: <http://www.abpee.net/homepageabpee04_06/artigos_em_pdf/revista10numero1pdf/7kelman_branco.pdf>. Acesso em: 12 jul. 2015.

KENDON, A. **Gesture**: Visible action as utterance. Cambridge: University Press, 2004.

LACERDA, C. B. F. de. **Intérprete de Libras**: em atuação na educação infantil e no ensino fundamental. 4. ed. Porto Alegre: Mediação, 2014.

LAKOFF, G.; JOHNSON, M. **Metaphors we live by**. London: The university of Chicago press. 1980, p. 124-134. Disponível em: <http://www.cc.gatech.edu/classes/AY2013/cs7601_spring/papers/Lakoff_Johnson.pdf>. Acesso em 9 jul. 2015.

LAUTERT, S. L.; SPINILLO, A. G. As Relações Entre o Desempenho em Problemas de Divisão e as Concepções de Crianças Sobre a Divisão. **Psicologia: Teoria e Pesquisa**, Brasília, v. 18, n. 3, p. 237-246, 2002. Disponível em: <<http://www.scielo.br/pdf/ptp/v18n3/a02v18n3>>. Acesso em: 30 abr. 2014.

LEBARON, C.; STREECK, J. Gesture, knowledge, and the world. In: MCNEILL, D. (Org.). **Review of language and gesture**: Window into thought and action. Cambridge: University Press, 2000, p. 118-138. Disponível em: <http://www.cogsci.ucsd.edu/~nunez/COGS160/LeBaron_Streeck_PS.pdf>. Acesso em: 12 jul. 2015.

LEITE, M. **Design da interação de interfaces educativas para o ensino de matemática para crianças e jovens surdos**. 2007. 149 f. Dissertação (Mestrado em Ciência da Computação) – Universidade Federal de Pernambuco, Recife, 2007.

LOPES, M. C. **Surdez e educação**. Belo Horizonte: Autêntica, 2007.

LYONS, J. **Lingua(gem) e Linguística**: uma introdução. Rio de Janeiro: Guanabara, 1987.

MAGINA, S. et al. **Repensando Adição e Subtração: Contribuições da Teoria dos Campos Conceituais**. 3. ed. São Paulo: Ed. PROEM Ltda, 2008.

_____.; SANTOS, A. dos; MERLINI, V. Quando e como devemos introduzir a divisão nas séries iniciais do ensino fundamental? Contribuição para o debate. **EM TEIA: Revista de Educação Matemática e Tecnológica Iberoamericana**, Pernambuco, v.1, n. 1, p. 1-23, 2014. Disponível em: <<http://www.repositorios.ufpe.br/ojs2/index.php/emteia/article/viewFile/5/14>>. Acesso em: 30 abr. 2014.

MARÇAL, V. E. R. **O Esquema de Ação na Constituição do Sujeito Epistêmico: Contribuições da Epistemologia Genética à Teoria do Conhecimento**. 2009. 114 f. Dissertação (Mestrado em Filosofia) – Universidade Estadual Paulista, Marília, 2009.

MARTINS, C. R. A cultura surda na escola. In: PERLIN, G.; STUMPF, M. (Org.). **Um olhar sobre nós surdos: leituras contemporâneas**. Curitiba: CRV, 2012. p. 149-166.

MCCLEARY, L.; VIOTTI, E. Língua e gesto em línguas sinalizadas. **Revista Veredas** (UFJF. Online), v. 15, p. 289-304, 2011. Universidade Federal de Juiz de Fora, MG, Brasil. Disponível em: <<http://www.ufjf.br/revistaveredas/files/2011/05/ARTIGO-212.pdf>>. Acesso em: 13 mar. 2013.

MCNEILL, D. **Hand and mind: What gestures reveal about thought**. Chicago, IL: University of Chicago Press, 1992.

_____. Gesture and Thought. In: ESPOSITO, A. (Org.). **The Summer Institute on Verbal and Non-verbal Communication and the Biometrical Principle**, Università di Napoli, Department of Psychology, Vietri sul Mare (SA, Italy), 2006, p. 2-12. Disponível em: <http://mcneilllab.uchicago.edu/pdfs/dmnc_vietri_sul_mare.pdf>. Acesso em: 30 abr. 2014.

MEIRA, L. Análise microgenética e videografia: ferramentas de pesquisa em psicologia cognitiva. **Temas em psicologia**, Recife, v.2, n.3, p. 59-71, 1994.

MONTOYA, A. O. D. Pensamento e linguagem: percurso piagetiano de investigação. **Psicologia em Estudo**, Maringá, v. 11, n. 1, p. 119-127, 2006. Disponível em: <<http://www.scielo.br/pdf/pe/v11n1/v11n1a14.pdf>>. Acesso em: 25 abr. 2014.

MOREIRA, M. A. **Teorias de aprendizagem**. São Paulo: EPU, 1999.

_____. A teoria dos campos conceituais de Vergnaud, o ensino de ciências e a pesquisa nesta área. **Investigações em Ensino de Ciências**, v. 7, n. 1, p. 7-29, 2002. Disponível em: <http://www.if.ufrgs.br/ienci/artigos/Artigo_ID80/v7_n1_a2002.pdf>. Acesso em: 23 set. 2013.

MORO, M. L. F. A Epistemologia Genética e a educação: algumas Implicações. **Em Aberto**, Brasília, n. 48, p. 40-44, 1990. Disponível em: <<http://emaberto.inep.gov.br/index.php/emaberto/article/viewFile/745/667>>. Acesso em: 15 jul. 2015.

_____. Estruturas Multiplicativas e Tomada de Consciência: Repartir para Dividir. **Psicologia: Teoria e Pesquisa**, v. 21, n. 2, p. 217-226, 2005.

MOURA, M. C. **O Surdo, caminhos para uma nova identidade**. Rio de Janeiro: Editora Revinter, 2000.

_____. A língua de sinais na educação da criança surda. In: MOURA, M.C.; LODI, A.C.; PEREIRA, M.C.C. (Ed.). **Simpósio Internacional de Língua de Sinais e Educação do Indivíduo Surdo**. São Paulo: TEC Art, 1993. p. 1-4.

MUNIZ, C. A produção de notações matemáticas e seu significado. In: FÁVERO, M. H.; CUNHA, C. da (Org.). **Psicologia do conhecimento: diálogo entre as ciências e a cidadania**. Brasília, DF: UNESCO, Instituto de Psicologia da Universidade de Brasília, 2009. p. 115-143.

_____; BERTONI, N. **Diversidade cultural e meio ambiente: das estratégias de contagem às propriedades geométricas**. Programa Gestão da aprendizagem escolar - GESTAR II (Matemática). Caderno Teoria e Prática 5. Brasília: MEC, 2007.

NASI, L. O conceito de Língua: um contraponto entre a Gramática Normativa e a Linguística. **Revista Urutagua - revista acadêmica multidisciplinar**, Maringá, v. 1, n. 13, p. 1-7, 2007. Disponível em: <<http://www.urutagua.uem.br/013/13nasi.htm>>. Acesso em: 28 ago. 2013.

NISKIER, A. **Filosofia da educação: uma visão crítica**. São Paulo: Loyola, 2001.

NOGUEIRA, C. M. I.; ZANQUETTA, M. E. M. T. Surdez, bilinguismo e o ensino tradicional da Matemática: uma avaliação piagetiana. **Zetetiké**, Campinas, v. 16, n. 30, p. 219-237, 2008.

NOVACK, M. A. et al. From Action to Abstraction: Using the Hands to Learn Math. **Psychological Science OnlineFirst**, Chicago, p. 1-8, 2014. Disponível em: <https://goldinmeadow-lab.uchicago.edu/sites/goldin-meadowlab.uchicago.edu/files/uploads/PDFs/2014_Novack%20et%20al.pdf>. Acesso em: 10 mar. 2014.

NUNES, T. **O ensino de matemática para crianças surdas**. Disponível em: <<http://www.education.ox.ac.uk/ndcs/papers/oensinodematematicanunes2004.pdf>>. Acesso em: 23 set. 2013

_____. et al. **Educação Matemática: Números e Operações numéricas**. São Paulo: Cortez, 2005.

_____. et al. Deaf Children's Informal Knowledge of Multiplicative Reasoning. **Journal of Deaf Studies and Deaf Education**, University of Oxford, v. 14, n. 2, p. 260-277, 2008. Disponível em: <<http://jdsde.oxfordjournals.org/content/14/2/260.full.pdf+html>>. Acesso em: 24 abr. 2014.

_____. et al. Promovendo o sucesso das crianças surdas em Matemática: Uma Intervenção Precoce. In: CONFERÊNCIA INTERAMERICANA DE EDUCAÇÃO MATEMÁTICA, 13., 2011, Recife. **Anais...** Recife, Universidade Federal de Pernambuco, 2011. p. 2-11.

OLIVEIRA, M. K. **Vygotsky: aprendizado e desenvolvimento um processo sócio-histórico**. São Paulo: Scipione, 1997. (Pensamento e ação no magistério).

PEIXOTO, J. L. B.; CAZORLA, I. M. Considerations on teaching math to deaf students. In: STUDY 21 OF THE INTERNATIONAL COMMISSION ON MATHEMATICAL INSTRUCTION - MATHEMATICS EDUCATION AND LANGUAGE DIVERSITY, 21., 2011, Águas de Lindóia. **Anais...** Águas de Lindóia: USP, 2011. p. 301-308.

PEIXOTO, J. L. B. Esquemas mobilizados por surdos sinalizadores no cálculo da multiplicação. **Educação matemática em revista (Revista da Sociedade Brasileira de Educação Matemática-SBEM)**, São Paulo, 2013, n. 40, p. 21-29.

_____. Gestos, sinais e esquemas de aprendizes surdos na multiplicação. **Revista Latinoamericana de Investigación en Matemática Educativa- Relime**, México, v. 18, n. 3, p. 1-28, novembro 2015.

PERLIN, G. Identidades surdas. In: SKLIAR, C. (Org.). **A surdez: um olhar sobre as diferenças**. 3. ed. Porto Alegre: Mediação, 2005. p. 51-73.

_____; STROBEL, K. **Fundamentos da Educação de Surdos**. 2006. Disponível em: <http://www.libras.ufsc.br/hiperlab/avalibras/moodle/prelogin/adl/fb/lo/gs/Arquivos/textos/fundamentos/Fundamentos%20da%20Educa%E7%E3o%20de%20Surdos_Texto-Base.pdf>. Acesso em: 26 jun. 2012.

_____; REIS, F. Surdos: cultura e transformação contemporânea. In: PERLIN, G.; STUMPF, M.(Org.). **Um olhar sobre nós surdos: leituras contemporâneas**. Curitiba, PR: CRV, 2012. p. 29-46.

PIAGET, J. **Biologia y conocimiento**. México: Siglo XXI, 1967.

_____. **A formação do símbolo na criança**. Rio de Janeiro: Zahar, 1971.

_____. **Seis estudos de Psicologia**. Rio de Janeiro: Companhia Editora Forense, 1972. (Coleção Culturas em Debate).

_____. **O Estruturalismo**. Tradução de Moacir Renato de Amorim. Rio de Janeiro: Difel, 2003.

_____. **Epistemologia Genética**. 3. ed. São Paulo: Martins Fontes, 2007. (Original publicado em 1970).

_____; INHELDER, B. **A psicologia da criança**. Tradução de Octavio Mendes Cajado. 6. ed. Rio de Janeiro: Difel, 2012.

PINTO, H. Desenvolvendo o sentido da multiplicação e divisão de números racionais. In: ENCONTRO DE INVESTIGAÇÃO EM EDUCAÇÃO MATEMÁTICA XIXEIAM, 19. 2009. Vila Real. **Actas...** Vila Real: Universidade do Minho, Portugal. Disponível em: <http://spiem.pt/DOCS/ATAS_ENCONTROS/2009/GD1/2009_03_HPinto.pdf>. Acesso em: 13 abr. 2015.

PLAISANCE, E.; VERGNAUD, G. **As ciências da educação**. Tradução de Nadyr de Salles Penteadó e Odila Aparecida e Queiroz. São Paulo: Loyola, 2003.

POKER, R. B. **Troca simbólica e desenvolvimento cognitivo em crianças surdas**: uma proposta de intervenção educacional. 2001. 319 f. Tese (Doutorado em Educação) – Faculdade de Filosofia e Ciências, Universidade Estadual Paulista, Marília, SP, 2001.

PONTE, J. P. Estudos de caso em educação matemática. **Bolema**, 25, p.105-132, 2006.

_____; SILVESTRE, A. I.; GARCIA, C.; COSTA, S. **O desenvolvimento do conceito de proporcionalidade directa pela exploração de regularidades**. Lisboa: Universidade de Lisboa, Universidade da Beira Interior, 2010. Disponível em:

<[http://www.apm.pt/files/_Materiais_Proporcionalidade__\(IMLNA\)_4cfc0dcb29b46.pdf](http://www.apm.pt/files/_Materiais_Proporcionalidade__(IMLNA)_4cfc0dcb29b46.pdf)>. Acesso em: 10 abr. 2015.

QUADROS, R. M. de. Situando as diferenças implicadas na educação de surdos: inclusão/exclusão. **Ponto de Vista**, Florianópolis, n.5, p. 81-111, 2003.

_____; KARNOPP, L. B. **Língua de sinais brasileira**: estudos lingüísticos. Porto Alegre: Artmed, 2004.

QUEIROZ, T. V. de. **Quais fatores interferem na resolução de problemas de multiplicação por crianças surdas**: a língua ou suportes de representação? 2011.155f. Dissertação (Mestrado em Psicologia Cognitiva) – Universidade Federal de Pernambuco, Recife, 2011.

RADFORD, L. Gestures, Speech, and the Sprouting of Signs: A Semiotic-Cultural Approach to Students' Types of Generalization. **Mathematical Thinking and Learning**. v. 5, n. 1, p. 37-70, 2003. Disponível em:

<http://www.luisradford.ca/pub/79_gestures.pdf>. Acesso em: 23 abr. de 2014.

_____. Why do gestures matter? Sensuous cognition and the palpability of mathematical meanings. **Educational Studies in Mathematics**, v.70, n.2, p. 111-126, 2009.

RAMOS, E. B.; ZAZUETA, R. Q. Mexican sign language (MSL) as a mediator between the deaf and the acquisition of mathematical knowledge. In: STUDY 21 OF THE INTERNATIONAL COMMISSION ON MATHEMATICAL INSTRUCTION - MATHEMATICS EDUCATION AND LANGUAGE DIVERSITY, 21., 2011, Águas de Lindóia. **Anais...**Universidade de São Paulo, 2011. p.10-19.

REILY, L. **Escola Inclusiva**: Linguagem e mediação. 2. ed. Campinas: Papirus, 2004.

Relatório OECD, **PISA 2012 Results**: Creative Problem Solving: Students' Skills in Tackling Real-Life Problems , v. 5, 2014, PISA, OECD publishing. Disponível em:

<<http://dx.doi.org/10.1787/9789264208070-en>>. Acesso em: 23 mar. 2014.

RODRÍGUEZ, F. O. **Matemática**: estrategias de enseñanza y aprendizaje. México: Editorial Pax México, 2001.

ROTMAN, B. Gesture, or the body without organs of speech. **SemiotiX**, n.15, set. 2009. Disponível em: <<http://www.semioticon.com/semiotix/semiotix15/sem-15-02.html>>. Acesso em 12 jul. 2015.

SACKS, O. **Vendo vozes**: uma viagem ao mundo dos surdos. Tradução de Laura Teixeira Motta. São Paulo: Companhia de bolso, 2010. (Original em 1989).

SALES, E. R. de. **A visualização no ensino de matemática**: Uma experiência com alunos surdos. 2013. 237 f. Tese (Doutorado em Educação Matemática) – Instituto de Geociências e Ciências Exatas, Universidade Estadual Paulista, Rio Claro, 2013.

SANTANA, A. P.; BERGAMO, A. Cultura e identidade surdas: Encruzilhada de lutas sociais e teóricas. **Educação e Sociedade**, Campinas, v. 26, n. 91, p. 565-582, 2005. Disponível em: <<http://www.cedes.unicamp.br>>. Acesso em: 13 out. 2013.

SANTANA, A. P. **Surdez e linguagem**: aspectos e implicações neolinguísticas. São Paulo, SP: Plexus, 2007.

_____. et al. O estatuto simbólico dos gestos na surdez. **Psicologia em Estudo**, Maringá, PR, v. 13, n. 2, p. 297-306, 2008.

SANTANA, E. R. S.; LAUTERT, S. L.; FILHO, J. A. de C. Painel “Observatório da educação em rede e as estruturas multiplicativas na educação básica”. In: SIMPÓSIO INTERNACIONAL DE PESQUISA EM EDUCAÇÃO MATEMÁTICA, 4., 2015, Ilhéus, BA. **Anais...**, Ilhéus: UESC, 2015. p.3357-3368.

SANTANA, E. R. S. **Adição e subtração**: o suporte didático influencia a aprendizagem do estudante?. Ilhéus: Editus, 2012.

SAUSURRE, F. **Curso de Linguística Geral**. Tradução de Antônio Cheline, José Paulo e Izidoro Blikstein. São Paulo: Cultrix, 1995.

SCHWANDT, T. Três posturas epistemológicas para a investigação qualitativa: interpretativismo, hermenêutica e construcionismo social. In: DENZIN, N. K.; LINCOLN, Y. S. **O planejamento da pesquisa qualitativa**: teorias e abordagens. Tradução de Sandra Regina Netz. Porto Alegre: Artmed, 2006. p. 193-217.

SEELAENDER, A. L. Aspectos da metáfora na gestualidade em narrativas dançadas. In: CONGRESSO INTERNACIONAL SOBRE METÁFORA NA LINGUAGEM E NO PENSAMENTO, 4., 2012, Porto Alegre. **Anais...** Porto Alegre: UFRGS, 2012, p. 109-126.

SERRANO PAU, C. **Proceso de resolución de problemas aritméticos em alumnado sordo: aspectos diferenciales respecto al oyente**. 1995. 376 f. Tese (Doutorado) – Facultat de Psicologia, Universitat Autònoma de Barcelona, Espanha, 1995.

SILVA, A. S. da. Linguagem, cultura e cognição, ou a linguística cognitiva. In: SILVA, A. S. da; TORRES, A.; GONÇALVES, M. (Org.). **Linguagem, Cultura e Cognição**: Estudos de Linguística Cognitiva. Coimbra: Almedina, v. 1, 2004. p. 1-18. Disponível em: <http://jcienciascognitivas.home.sapo.pt/05-11_silva.html>. Acesso em 12 abr. 2014.

SILVA, S. G. de L. Pedagogia surda e ensino da Língua Portuguesa para surdos. In: PERLIN, G.; STUMPF, M. (Org.). **Um olhar sobre nós surdos**: leituras contemporâneas. Curitiba: CRV, 2012. p. 265-272.

SILVA, M. C. A. da. **A escrita numérica por crianças surdas bilíngues**. 2008. 226 f. Dissertação (Mestrado em Educação para a Ciência e o Ensino de Matemática) – Universidade Estadual de Maringá, Maringá, 2008.

_____. **Os surdos e as notações numéricas**. Maringá: Eduem, 2010.

SILVA, T. T. A produção social da identidade e da diferença. In: SILVA, T. **Identidade e diferença: a perspectiva dos estudos culturais**. Petrópolis: Vozes, 2000. p. 73-102. Disponível em: < <http://www.diversidadeducainfantil.org.br/PDF/A%20produ%C3%A7%C3%A3o%20social%20da%20identidade%20e%20da%20diferen%C3%A7a%20-%20Tomaz%20Tadeu%20da%20Silva.pdf> >. Acesso em: 8 ago. 2013.

_____. **Contrabando, incidentes de fronteira: ensaios de estudos culturais em educação**. Porto Alegre, 1998.

SKLIAR, C. Os Estudos Surdos em Educação: problematizando a normalidade. In: _____. **A surdez: um olhar sobre as diferenças**. 3. ed. Porto Alegre: Mediação, 2005. cap. 1, 7-32.

SMOLE, K. S.; DINIZ, M. I. **Ler, escrever e resolver problemas: habilidades básicas para aprender matemática**. Porto Alegre: Artmed, 2001.

SPINILLO, A. G.; LAUTERT, S. L. O diálogo entre a psicologia do desenvolvimento cognitivo e a educação matemática. In: MEIRA, L.; SPINILLO, A. G. (Org.). **Psicologia cognitiva: Cultura, desenvolvimento e aprendizagem**. Recife: Ed. Universitária da UFPE, 2006.

STROBEL, K. **História da Educação de surdos**. Universidade Federal de Santa Catarina, Licenciatura em Letras-Libras modalidade a distância. 2009. Disponível em: <http://www.libras.ufsc.br/colecaoLetrasLibras/eixoFormacaoEspecifico/historiaDaEducacaoDeSurdos/assets/258/TextoBase_HistoriaEducacaoSurdos.pdf> . Acesso em: 12 nov. 2013.

_____. **Surdos: vestígios culturais não registrados na história**. 2008. 176 f. Tese (Doutorado em Educação) – Universidade Federal de Santa Catarina, Florianópolis, SC, 2008.

UNESCO. **Declaração de Salamanca e Enquadramento da ação na área das necessidades educativas especiais**. CONFERÊNCIA MUNDIAL SOBRE NECESSIDADES EDUCATIVAS ESPECIAIS ACESSO E QUALIDADE. Salamanca, Espanha, 1994. Disponível em: <http://redeinclusao.web.ua.pt/files/fl_9.pdf>. Acesso em: 13 ago. 2014.

VARGAS, R. C. **Composição aditiva e contagem em crianças surdas: Intervenção pedagógica com filhos de surdos e de ouvintes**. 2011. f. 148. Tese (Doutorado em Educação) – Universidade Federal do Rio Grande do Sul, Porto Alegre, 2011.

VASCONCELOS, M. C. A experiência no ensino e aprendizagem matemática para alunos surdos. In: ENCONTRO NACIONAL DE EDUCAÇÃO MATEMÁTICA, 10., 2010, Salvador. **Anais...** Salvador: SBEM, 2010. p. 1-9.

VERGNAUD, G. Multiplicative structures. In: LESH, R.; LANDAU, M. (Ed.). **Acquisitions of mathematics concepts and procedures**. New York: Academic Press, 1983. p. 127-174.

_____. Multiplicative structures. In: HIEBERT, H.; BEHR, M. (Ed.). **Research agenda in mathematics education: number concepts and operations in the middle grades**. Hillsdale: Lawrence Erlbaum, 1988. p. 141-161.

_____. A comprehensive theory of representation for mathematics education. **Journal of Mathematical Behavior**, New Jersey, USA, v. 17, n. 2, 1988. p. 167-181.

_____. A gênese dos campos conceituais. In: GROSSI, E. P. (Org.). **Por que ainda há quem não aprende? A teoria**. Petrópolis: Editora Vozes, 2003.

_____. ¿En qué sentido la teoría de los campos conceptuales puede ayudarnos para facilitar aprendizaje significativo?. **Investigações em Ensino de Ciências**, v. 12, n. 2, p. 285-302, 2007. Disponível em: <http://www.if.ufrgs.br/ienci/artigos/Artigo_ID172/v12_n2_a2007.pdf>. Acesso em: 23 jun. 2015.

_____. A contribuição da psicologia nas pesquisas sobre a educação científica, tecnológica e profissional do cidadão. In: FÁVERO, M. H.; CUNHA, C. da (Org.). **Psicologia do conhecimento: diálogo entre as ciências e a cidadania**. Brasília: UNESCO, Instituto de Psicologia da Universidade de Brasília, 2009a, p. 39-60.

_____. **A criança, a matemática e a realidade**: problemas do ensino da matemática na escola elementar. Tradução de Maria Lucia Faria Moro; revisão técnica Maria Tereza Carneiro Soares. Curitiba: Ed. da UFPR, 2009b.

VEZALI, P. A. **A dêixis na interação entre afásicos e não afásicos**: conjugação indicial fala/gesto. 2011. 137 f. Tese (Doutorado em Linguística) – Universidade Estadual de Campinas, Campinas, 2011.

VIOLA DOS SANTOS, J. R.; BURIASCO, R. L. C. de. CIANI, A. B. A avaliação como prática de investigação e análise da produção escrita em matemática. **Revista de Educação**, Campinas, v.13, p. 35-45, 2008.

VYGOTSKY, L. S. **A formação social da mente**: o desenvolvimento dos processos psicológicos superiores. Tradução de José Cipolla Neto, Luís Silveira Menna Barreto e Solange Castro Afeche. São Paulo: Martins Fontes, 2007.

_____. **A construção do pensamento e da linguagem**. Tradução de Paulo Bezerra. 2. ed. São Paulo: Martins Fontes, 2009.

_____. A defectologia e o estudo do desenvolvimento e da educação da criança anormal. Tradução de Denise Regina Sales, Marta Kohl de Oliveira e Priscila Nascimento Marques. **Educação e Pesquisa**, São Paulo, v. 37, n. 4, p. 861-870, 2011. Disponível em: <<http://www.redalyc.org/articulo.oa?id=29821081012>>. Acesso em: 15 jul. 2015.

ZANQUETTA, M. E. M. T. **A abordagem bilíngue e o desenvolvimento cognitivo dos surdos**: uma análise psicogenética. 2006. 151f. Dissertação (Mestrado em Educação para a Ciência e Ensino de Matemática) — Universidade Estadual de Maringá, Maringá, 2006.

ZARFATY, Y.; NUNES, T.; BRYANT, P. The Performance of Young Deaf Children in Spatial and Temporal Number Tasks. **Journal of Deaf Studies and Deaf Education**, v. 9, n. 3, 2004.

ZATTI, F.; AGRANIONIH, N. T.; ENRICONE, J. R. B. Aprendizagem matemática: desvendando dificuldades de Cálculo dos alunos. **Perspectiva**, Erechim, v.34, n.128, p. 115-132, 2010. Disponível em: <http://www.uricer.edu.br/new/site/pdfs/perspectiva/128_142.pdf>. Acesso em: 20 abr. 2014.

APÊNDICES

APÊNDICE A– Roteiro da entrevista semiestruturada: aluno surdo

Ilhéus, ____ de março de 2014

Esta entrevista faz parte da pesquisa intitulada “**Construção de conceitos matemáticos por alunos surdos: das experiências visuais à cognição**” a ser realizada na Sala de Recursos Multifuncionais do Colégio Estadual Rotary Renato Leite da Silveira, na cidade de Ilhéus-Bahia. Esta entrevista objetiva conhecer o perfil dos alunos (as) surdos (as) (idade, série, grau de surdez, se usa Libras, quando começou a estudar, gosto pela Matemática, dificuldades e facilidades em Matemática, quais os assuntos que gostaria de aprender entre outros pontos).

Prof^ª Ms. Jurema Lindote Botelho Peixoto
Coordenação do Projeto

1. Qual é o seu nome, idade, sua série.
2. Como você ficou surdo (a)? (nasceu surdo (a) ou adquiriu?) Você ouve alguma coisa (tem resíduo auditivo)? Usa aparelho auditivo? Implante coclear?
3. Comunica-se na Língua Brasileira de Sinais (Libras)? Se sim, com quem aprendeu Libras e quando começou a aprender? Alguém da sua casa se comunica em Libras com você?
4. Quando você começou a frequentar a escola?
5. Você gosta da escola? E de estudar?
6. Quais são as disciplinas preferidas? Por quê?
7. Quais são as disciplinas em que tem maior dificuldade? Por quê?
8. O que você acha da presença do profissional Tradutor/Intérprete da Libras (TILS) na sala de aula? Como ele tem ajudado você nas disciplinas? E na Matemática?
9. Gosta de estudar matemática? O que você mais gosta de Matemática?
10. Estuda matemática em casa? Como você estuda e aprende Matemática?
11. Cite os assuntos que você acha que já aprendeu com facilidade:
12. Você tem dificuldades em matemática? Cite os assuntos que você ainda não aprendeu e tem mais dificuldades.
13. Você acha que os sinais em Libras o ajudam a aprender Matemática? Justifique.
14. Quais os assuntos que você gostaria de aprender mais, em ordem de preferência.
15. Você quer acrescentar alguma coisa que não comentamos em nossa conversa?

Meus sinceros agradecimentos por sua colaboração!

APÊNDICE B– Roteiro da entrevista semiestruturada: professores de matemática

Ilhéus, ____ de março de 2014

Esta entrevista faz parte da pesquisa intitulada “**Construção de conceitos matemáticos por alunos surdos: das experiências visuais à cognição**” a ser realizada na sala de recursos multifuncionais do Colégio Estadual Rotary Renato Leite da Silveira, na cidade de Ilhéus-Bahia. Esta entrevista tem dois objetivos: a) Conhecer o perfil dos professores de Matemática que trabalham com os alunos surdos assim como as suas práticas de sucesso e dificuldades no ensino dessa disciplina para alunos surdos e b) Conhecer pela perspectiva do professor as dificuldades e competências dos alunos nos conteúdos curriculares de Matemática.

Prof^a Ms. Jurema Lindote Botelho Peixoto
Coordenação do Projeto

1. Nome completo, idade.
2. Qual a sua formação? E grau de escolaridade?
3. Há quanto tempo você trabalha na área como professora de Matemática? Sempre em Escolas Públicas?
4. Há quanto tempo você trabalha com surdos?
5. Além desta escola você trabalha em outra? E lá você também tem estudantes com necessidades educativas especiais (NEE)?
6. Você é proficiente em Língua Brasileira de Sinais (Libras)? Com quem aprendeu a Libras? Utiliza a Libras em suas aulas?
7. Você considera que sua formação acadêmica a capacitou para o trabalho com alunos (as) surdos (as)?
8. Você já fez cursos de capacitação oferecidos pelo Governo do Estado? Quais? Como você avalia esses cursos?
9. Em algum desses cursos você recebeu treinamento específico para trabalhar com alunos (as) surdos (as)?
10. Sua sala tem profissional Tradutor/Intérprete da Libras (TILS)? Como a presença do profissional TILS influencia sua prática? Como você faz a integração com o profissional TILS ?
11. Você faz atendimento individual para os (as) alunos (as) surdos (as)?
12. Você acredita que os seus (suas) alunos (as) com surdez atingem os mesmos objetivos que os ouvintes, nos conteúdos que você trabalha? Justifique.
13. Na sua escola, tem o Atendimento Educacional Especializado na sala de recursos multifuncionais. Você costuma usá-la para trabalhar com os estudantes? Que tipo de trabalho? E os (as) alunos (as) surdos (as) como participam dessas aulas?
14. Cite os conteúdos curriculares de matemática (deste nível escolar ou de níveis anteriores) que seus (suas) alunos (as) surdos (as) sentem mais dificuldades ou menos competentes. Em sua opinião qual o motivo dessas dificuldades nesses conteúdos?
15. Cite os conteúdos curriculares de Matemática (deste nível escolar ou de níveis anteriores) que seus (suas) alunos (as) surdos (as) sentem mais facilidade ou são mais competentes. Em sua opinião qual o motivo dessas “facilidades” nesses conteúdos?
16. Em sua opinião quais desses conteúdos deveriam ser trabalhados no Atendimento Educacional Especializado na sala de recursos multifuncionais, para ajudar seu trabalho na sala de aula regular? Justifique.
17. Você pode citar em ordem de prioridade ou necessidade os conteúdos curriculares de matemática que seus (suas) alunos (as) surdos (as) precisam dominar no momento?
18. Você deseja acrescentar alguma coisa que considere importante e que não comentamos em nossa conversa?

Meus sinceros agradecimentos por sua colaboração!

APÊNDICE C – Roteiro de entrevista semiestruturada: TILS

Ilhéus, ____ de março de 2014

Esta entrevista faz parte da Pesquisa “**Construção de conceitos matemáticos por alunos surdos: das experiências visuais à cognição**” a ser realizada na Sala de Recursos Multifuncionais do Colégio Estadual Rotary Renato Leite da Silveira, na cidade de Ilhéus-Bahia. Esta entrevista tem dois objetivos: a) Conhecer o perfil dos profissionais TILS que acompanham os alunos surdos, assim como as suas práticas de sucesso e dificuldades na tradução/interpretação dessa disciplina para alunos surdos e b) Conhecer pela perspectiva do profissional Tradutor/Intérprete as dificuldades e competências dos alunos nos conteúdos curriculares de matemática.

Prof^a Ms. Jurema Lindote Botelho Peixoto
Coordenação do Projeto

19. Nome completo, idade.
20. Qual a sua formação? E grau de escolaridade?
21. Considera que sua formação acadêmica a capacitou para o trabalho com estudantes surdos?
22. Onde fez a formação em Libras?
23. Os alunos (as) ouvintes se interessam em aprender Libras?
24. Há quanto tempo você trabalha como TILS? Sempre em Escolas Públicas?
25. Você já fez cursos de capacitação oferecidos pelo Governo do Estado? Quais? Como você avalia esses cursos?
26. Já adaptou algum tipo de material para trabalhar com alunos (as) surdos (as)?
27. Você acredita que os (as) alunos (as) com surdez que você acompanha atingem os mesmos objetivos que os ouvintes nos conteúdos que você trabalha? Justifique.
28. Como você interage com o(a) professor(a) de Matemática na sala de aula?
29. Quais são as suas dificuldades e “facilidades” na tradução/interpretação de conteúdos matemáticos para alunos (as) com surdez?
30. Cite os conteúdos curriculares de matemática (deste nível escolar ou de níveis anteriores) que seus alunos (as) surdos (as) sentem mais dificuldades ou são menos competentes. Em sua opinião qual o motivo dessas dificuldades nesses conteúdos?
31. Cite os conteúdos curriculares de matemática (deste nível escolar ou de níveis anteriores) que seus alunos (as) surdos (as) sentem mais facilidade ou são mais competentes. Em sua opinião qual o motivo dessas “facilidades” nesses conteúdos?
32. Em sua opinião quais destes conteúdos deviam ser trabalhados no Atendimento Educacional Especializado na sala de recursos multifuncionais para ajudar os alunos (as) surdos (as) na sala de aula regular? Justifique.
33. Você pode sugerir em ordem de prioridade os conteúdos curriculares de matemática (deste nível escolar ou de níveis anteriores) que os (as) alunos (as) surdos (as) que você acompanha ainda precisam dominar?
34. Você deseja acrescentar alguma coisa que considere relevante e que não comentamos em nossa conversa?

Meus sinceros agradecimentos por sua colaboração!

APÊNDICE D – Termo de Assentimento Livre e Esclarecido (Aluno surdo)

Prezado (a) aluno (a), você está sendo convidado (a) para participar de um estudo sobre **o ensino e a aprendizagem de matemática para alunos (as) com surdez** a ser realizado pela pesquisadora responsável, Jurema Lindote Botelho Peixoto, da Universidade Estadual de Santa Cruz (UESC), em Ilhéus-Bahia. Este estudo faz parte do projeto de doutorado com o título **“Construção de conhecimentos matemáticos por aprendizes surdos: das experiências visuais à cognição”**, vinculado ao Programa de Pós-Graduação em Difusão do Conhecimento da Universidade Federal da Bahia, Salvador-Bahia. O objetivo deste estudo é conhecer as suas dificuldades e as suas facilidades nos conteúdos de Matemática para que isso possa ajudar a sua aprendizagem nessa disciplina. . A sua participação será de grande valor, podendo ajudá-lo(a) a compreender melhor os assuntos de matemática e contribuir para o ensino e aprendizagem de matemática para alunos (as) com surdez.

Este estudo será realizado em duas etapas:

Na primeira etapa você responderá a uma entrevista com questões sobre seus dados pessoais (nome, idade, série, grau de surdez, tipo de surdez), sobre a escola, se você usa a Língua Brasileira de Sinais (Libras), o intérprete, as disciplinas, as dificuldades, interesses e facilidades em assuntos de Matemática. Esta entrevista será realizada no seu horário de atendimento na Sala de Recursos Multifuncionais da sua escola, em um horário combinado com a pesquisadora. A entrevista será gravada em vídeo com o objetivo de entender melhor as respostas em Libras.

Na segunda etapa, você participará de aulas de Matemática sobre os assuntos informados na entrevista e que deseja aprender mais. Você poderá utilizar materiais de ensino visuais ou computador com a ajuda da pesquisadora. Essas aulas ocorrerão duas vezes por semana, quando você será observado através da realização de exercícios matemáticos até completar 20 sessões de 02 horas/aula por dia. As aulas serão realizadas no seu horário de atendimento. Os dias serão combinados anteriormente com a pesquisadora, de modo que não prejudiquem os seus horários de aula. Algumas aulas serão filmadas e gravadas para observarmos melhor as respostas em Libras.

Se você não se sentir bem em responder a qualquer questão, tanto na entrevista como nas atividades de Matemática, fique livre para não responder. Ou, se quiser, podemos marcar outro horário, com antecedência, para continuarmos as atividades.

Se você não se sentir bem em responder a qualquer questão tanto na entrevista como nas atividades de matemática ficará livre para não responder. Ou se você sentir cansaço pode parar em qualquer momento, podemos marcar outro horário, com antecedência, para continuarmos as atividades.

Lembro, ainda, que os resultados deste estudo serão utilizados apenas nesta pesquisa e divulgados apenas em eventos e/ou revistas científicas. Além disso, garantimos que quando for necessário exemplificar determinada situação, seu nome não será citado, mas substituído por outro nome para preservar sua identidade.

Você tem o direito a quaisquer esclarecimentos, antes, durante e depois da pesquisa realizada. Você tem total liberdade para desistir em qualquer momento da pesquisa. Caso participe, você também terá a liberdade para pedir informações ou tirar qualquer dúvida que tiver.

Informamos que você não pagará nada nem receberá pagamento por sua participação. Você não é obrigado a participar da pesquisa e se não quiser participar sua decisão não trará nenhum prejuízo para você na escola.

Caso você tenha dúvidas ou necessite de maiores esclarecimentos pode procurar a **pesquisadora responsável** Jurema Lindote Botelho Peixoto, na Av. Nossa Senhora Aparecida, 2140, Barreira, Ilhéus-Bahia, CEP: 45659-100, no telefone (73) 3632-0652 ou no Email: peixotoju-

rema@gmail.com. Ou procurar o **Comitê de Ética em Pesquisa – CEP/UESC** no Campus Soane Nazaré de Andrade, Rodovia Jorge Amado, Km 16, Bairro: Salobrinho. Torre Administrativa - 3º andar CEP: 45662-900, Ilhéus-Bahia, no telefone (73) 3680-5319, no E-mail: cep_uesc@yahoo.com.br e cep_uesc@uesc.br. Horário de Funcionamento: Segunda a Sexta-feira de 8:00 às 12:00h e de 13:30 às 16:00h.

Este termo deverá ser preenchido em duas vias iguais, sendo uma delas, devidamente preenchida, assinada e entregue a você. Então, se está claro para você, peço que assine este documento.

(VERSO DA FOLHA)

Meus sinceros agradecimentos por sua colaboração,

Jurema Lindote Botelho Peixoto
Email: peixotojurema@gmail.com

Eu, _____, RG _____, aceito participar da pesquisa sobre **o ensino de conceitos matemáticos para alunos (as) com surdez**. Fui claramente informado que primeiro responderei a uma entrevista e em outro momento realizarei exercícios de Matemática, sendo observado no desenvolvimento dessas atividades. Foi-me garantido que posso desistir da pesquisa em qualquer momento que eu desejar e que as informações confidenciais serão mantidas em segredo. (Verso da folha)

Ilhéus, ____/____/____

Assinatura do (a) aluno (a).

APÊNDICE E – Termo de Consentimento Livre e Esclarecido (Pais)

Prezado (a) Senhor (a), seu filho (a) está sendo convidado (a) para participar de um estudo sobre **o ensino e a aprendizagem de matemática para alunos com surdez**, realizado pela pesquisadora responsável, Jurema Lindote Botelho Peixoto, da Universidade Estadual de Santa Cruz (UESC), em Ilhéus-Bahia. Este estudo faz parte de um projeto de doutorado “**Construção de conhecimentos matemáticos por alunos surdos: das experiências visuais à cognição**”, vinculado ao Programa de Pós-Graduação em Difusão do Conhecimento da Universidade Federal da Bahia, Salvador-Bahia. O objetivo deste estudo é conhecer as dificuldades e as facilidades dos (as) alunos (as) com surdez nos conteúdos de Matemática, para que isso possa ajudar a sua aprendizagem nessa disciplina. A participação de seu filho (a) será de grande valor, podendo ajudá-lo (a) a compreender melhor os assuntos de matemática e contribuir para o ensino e aprendizagem de matemática para alunos (as) com surdez. Este estudo será realizado em duas etapas:

Na primeira etapa seu filho (a) responderá a uma entrevista com questões sobre dados pessoais (nome, idade, série, grau de surdez, tipo de surdez), sobre a escola, uso da Língua Brasileira de Sinais (Libras), o intérprete, as disciplinas, as dificuldades, interesses e facilidades em assuntos de matemática. Essa entrevista será realizada no horário de atendimento de seu filho (a) em um horário combinado com a pesquisadora. A entrevista será gravada em vídeo com o objetivo de entender melhor as respostas em Libras.

Na segunda etapa, seu filho (a) participará de aulas de Matemática sobre os assuntos informados na entrevista e que deseja aprender mais. Ele poderá utilizar materiais de ensino visuais ou computador com a ajuda da pesquisadora. Essas aulas ocorrerão duas vezes por semana nas quais ele (a) será observado através da realização de exercícios matemáticos até completar 20 sessões de 02 horas/aula por dia. As aulas serão realizadas no horário de atendimento de seu filho. Os dias serão combinados anteriormente com a pesquisadora, de modo que não prejudique os seus horários de aula na escola. Algumas aulas serão filmadas e gravadas para observarmos melhor as respostas em Libras.

Se seu filho (a) não se sentir bem em responder a qualquer questão, tanto na entrevista como nas atividades de Matemática ficará livre para não responder. Ou se ele (a) sentir cansaço pode parar em qualquer momento e continuar em outro dia combinado com a pesquisadora.

Lembro, ainda, que os resultados desse estudo serão utilizados apenas nesta pesquisa e divulgados apenas em eventos e/ou revistas científicas. Além disso, garantimos que quando for necessário exemplificar determinada situação, o nome de seu filho (a) não será citado, mas substituído por outro nome para preservar a sua identidade.

Seu filho (a) tem o direito a quaisquer esclarecimentos, antes, durante e depois da pesquisa realizada. Tendo total liberdade para desistir em qualquer momento da pesquisa, caso participe, também terá a liberdade para pedir informações ou tirar qualquer dúvida que tiver.

Informamos que seu filho (a) não pagará nada nem receberá pagamento por sua participação. Seu filho (a) não é obrigado a participar da pesquisa e se não quiser participar sua decisão não trará nenhum prejuízo na escola.

Caso o (a) senhor(a) tenha dúvidas ou necessite de maiores esclarecimentos pode procurar a **pesquisadora responsável** Jurema Lindote Botelho Peixoto, na Av. Nossa Senhora Aparecida, 2140, Barreira, Ilhéus-Bahia, CEP: 45659-100, no telefone (73) 3632-0652 ou no Email: peixotojurema@gmail.com. Ou procurar o **Comitê de Ética em Pesquisa – CEP/UESC** no Campus Soane Nazaré de Andrade, Rodovia Jorge Amado, Km 16, Bairro: Salobrinho. Torre Administrativa - 3º andar CEP: 45662-900, Ilhéus-Bahia, no telefone (73) 3680-5319, no Email: cep_uesc@yahoo.com.br e cep_uesc@uesc.br. Horário de Funcionamento: Segunda a Sexta-feira de 8:00 às 12:00h e de 13:30 às 16:00h.

Este termo deverá ser preenchido em duas vias iguais, sendo uma delas, devidamente preenchida, assinada e entregue ao (a) senhor (a). Então, se está claro para o senhor (a), peço que assine este documento. O seu consentimento deve estar de acordo com o consentimento do seu filho (a), isto é, se seu filho (a) não concordar em participar, a opinião dele (a) será respeitada.

(VERSO DA FOLHA)

Meus sinceros agradecimentos por sua colaboração,

Jurema Lindote Botelho Peixoto
Email: peixotojurema@gmail.com

Eu, _____, RG _____, aceito que meu filho (a) participe das tarefas da pesquisa sobre **o ensino de conceitos matemáticos para alunos (as) com surdez**. Fui claramente informado de que primeiro ele responderá a uma entrevista e em outro momento realizará exercícios de matemática, sendo observado no desenvolvimento dessas atividades. Foi-me garantido que meu filho (a) poderá desistir da pesquisa a qualquer momento que desejar e que as informações confidenciais serão mantidas em segredo. (Verso da folha)

Ilhéus, ____/____/____

Assinatura do Pai/Mãe ou responsável legal.

A rogo do Senhor(a).....
assinam:

Marca do polegar

.....
Assinatura da Testemunha 1

.....
Assinatura da Testemunha 2



APÊNDICE F – Termo de Consentimento Livre e Esclarecido (professor de Matemática)

Prezado (a) Professor (a), você está sendo convidado (a) para participar de um estudo sobre **o ensino e a aprendizagem de matemática para alunos com surdez**, a ser realizado pela pesquisadora responsável, Jurema Lindote Botelho Peixoto, da Universidade Estadual de Santa Cruz (UESC), em Ilhéus-Bahia. Este estudo faz parte do projeto de doutorado intitulado **“Construção de conhecimentos matemáticos por aprendizes surdos: das experiências visuais à cognição”**, vinculado ao Programa de Pós-Graduação em Difusão do Conhecimento da Universidade Federal da Bahia, Salvador-Bahia. O objetivo deste estudo é compreender as dificuldades e as competências dos (as) alunos (as) com surdez nos conteúdos de Matemática para ajudar a melhorar o ensino e a aprendizagem de matemática para estes alunos (as). A sua participação será de grande valor, podendo contribuir para a melhoria do ensino e aprendizagem de matemática para alunos (as) com surdez.

Este estudo será realizado em duas etapas: 1) Entrevistas com professores de matemática, profissionais Tradutores/Intérpretes da Língua Brasileira de Sinais (TILS) e alunos surdos. 2) Intervenção de ensino dos conteúdos sugeridos na primeira etapa desenvolvida e ministrada pela pesquisadora com a participação do profissional TILS. O objetivo é identificar e elencar as dificuldades, interesses e competências dos alunos surdos em matemática. A segunda etapa será realizada no Atendimento Educacional Especializado na Sala de Recursos Multifuncionais do Colégio Estadual Rotary Renato Leite da Silveira.

Você está sendo convidado (a) para participar apenas da primeira etapa.

Na primeira etapa você responderá a uma entrevista com questões sobre dados pessoais (nome, idade, formação, escolaridade), a escola, formação continuada, o profissional TILS, o ensino de matemática para surdo: dificuldades, interesses e facilidades destes em assuntos de matemática. Esta entrevista será realizada na sua escola em um horário combinado com a pesquisadora. Esta entrevista será gravada em forma de áudio com o objetivo de capturar integralmente as informações.

Se você sentir alguma indisposição ao responder as perguntas informamos que pode interromper a entrevista no momento que desejar e continuar em outro dia previamente combinado. Ou se você sentir constrangimento em responder a qualquer questão da entrevista fique livre para não responder.

Os seus dados pessoais serão mantidos em sigilo. Quando for necessário exemplificar determinada situação, seu nome não será citado, mas será substituído por outro nome para preservar sua identidade. Os dados coletados serão utilizados apenas nesta pesquisa e os resultados divulgados em eventos e/ou revistas científicas.

Destaco que você tem o direito a quaisquer esclarecimentos, antes, durante e depois da pesquisa realizada. Você tem total liberdade para desistir em qualquer momento da pesquisa, sua decisão não trará nenhum prejuízo para você na sua escola. A sua participação nesta pesquisa é de caráter voluntário, você não pagará nada nem receberá nenhuma remuneração por sua participação.

Caso o (a) senhor(a) tenha dúvidas ou necessite de maiores esclarecimentos pode procurar a **pesquisadora responsável** Jurema Lindote Botelho Peixoto, na Av. Nossa Senhora Aparecida, 2140, Barreira, Ilhéus-Bahia, CEP: 45659-100, no telefone (73) 3632-0652 ou no Email: peixotojurema@gmail.com. Ou procurar o **Comitê de Ética em Pesquisa – CEP/UESC** no Campus Soane Nazaré de Andrade, Rodovia Jorge Amado, Km 16, Bairro: Salobrinho. Torre

Administrativa - 3º andar CEP: 45662-900, Ilhéus-Bahia, no telefone (73) 3680-5319, no E-mail: cep_uesc@yahoo.com.br e cep_uesc@uesc.br. Horário de Funcionamento: Segunda a Sexta-feira de 8:00 às 12:00h e de 13:30 às 16:00h.

Este termo deverá ser preenchido em duas vias iguais, sendo uma delas, devidamente preenchida, assinada e entregue ao (a) senhor (a).Então, se está claro para o senhor (a), peço que assine este documento.

(VERSO DA FOLHA)

Meus sinceros agradecimentos por sua colaboração,

Jurema Lindote Botelho Peixoto
Email: peixotojurema@gmail.com

Eu, _____, RG _____, aceito participar da pesquisa sobre **o ensino de conceitos matemáticos para alunos (as) com surdez**. Fui claramente informado que responderei a uma entrevista. Foi-me garantido que poderei desistir da pesquisa a qualquer momento que desejar e que as informações confidenciais serão mantidas em segredo.

(Verso da folha)

Ilhéus, ____/____/____

Assinatura do professor.

APENDICE G – Termo de Consentimento Livre e Esclarecido (TILS)

Prezado (a) profissional Tradutor/Intérprete da Língua de Sinais, você está sendo convidado (a) para participar de um estudo sobre **o ensino e a aprendizagem de matemática para alunos com surdez**, a ser realizado pela pesquisadora responsável, Jurema Lindote Botelho Peixoto, da Universidade Estadual de Santa Cruz (UESC), em Ilhéus-Bahia. Este estudo faz parte do projeto de doutorado intitulado **“Construção de conhecimentos matemáticos por aprendizes surdos: das experiências visuais à cognição”**, vinculado ao Programa de Pós-Graduação em Difusão do Conhecimento da Universidade Federal da Bahia, Salvador-Bahia. O objetivo deste estudo é compreender as dificuldades e as competências dos (as) alunos (as) com surdez nos conteúdos de matemática para ajudar a melhorar o ensino e a aprendizagem de matemática para estes alunos (as).

A sua participação será de grande valor, podendo contribuir para a melhoria do ensino e aprendizagem de matemática para alunos (as) surdos (as).

Este estudo será realizado em duas etapas: 1) Entrevistas com professores de matemática, profissionais Tradutores/Intérpretes da Língua Brasileira de Sinais (TILS) e alunos surdos. O objetivo é identificar e elencar as dificuldades, interesses e competências dos alunos surdos em matemática 2) Intervenção de ensino dos conteúdos sugeridos na primeira etapa desenvolvida e ministrada pela pesquisadora com a participação do profissional TILS. Esta etapa será realizada no Atendimento Educacional Especializado na Sala de Recursos Multifuncionais do Colégio Estadual Rotary Renato Leite da Silveira.

Você está sendo convidado para participar das duas etapas:

Na primeira etapa você responderá a uma entrevista com questões sobre dados pessoais (nome, idade, formação, escolaridade), a escola, formação continuada, prática do profissional TILS na aula de matemática, as dificuldades e facilidades dos (as) alunos (as) surdos (as) em assuntos de matemática. Esta entrevista será realizada na sua escola em um horário combinado com a pesquisadora. Esta entrevista será gravada em áudio com o objetivo de capturar integralmente as informações.

Você pode se sentir cansado ao responder as perguntas, mas informamos que você pode interromper a entrevista no momento que desejar e continuar em outro dia previamente combinado. Os seus dados pessoais serão mantidos em sigilo. Quando for necessário exemplificar determinada situação, seu nome não será citado, mas será substituído por outro nome para preservar sua identidade. Se você se sentir constrangido em responder a qualquer questão da entrevista fique livre para não responder. Os dados coletados serão utilizados apenas nesta pesquisa e os resultados divulgados em eventos e/ou revistas científicas.

Na segunda etapa você traduzirá e interpretará aulas de matemática sobre os assuntos que os surdos informaram na entrevista que desejam aprender mais. Essas aulas ocorrerão com a duração de 02 horas/aula por dia, duas vezes por semana, onde o aluno surdo será observado através da realização de exercícios matemáticos, totalizando 20 sessões de 40 horas/aula. Os dias serão combinados anteriormente com a pesquisadora. Algumas aulas serão filmadas e gravadas para observarmos melhor os diálogos em Libras. As aulas serão realizadas no seu horário de atendimento na Sala de Recursos Multifuncionais do Colégio Estadual Renato Leite da Silveira. Nesta etapa você pode se sentir cansado enquanto traduz e interpreta conteúdos da matemática, mas caso sinta cansaço pode pedir para interromper as atividades em qualquer momento e continuamos em outro dia previamente combinado. Caso tenha alguma dúvida ou dificuldade sobre o conteúdo matemático pode solicitar esclarecimento à pesquisadora em qualquer momento da pesquisa.

Destaco que você tem o direito a quaisquer esclarecimentos, antes, durante e depois da pesquisa realizada. A sua participação nesta pesquisa é de caráter voluntário, você não pagará nada nem receberá nenhuma remuneração por sua participação. Você tem total liberdade para

desistir em qualquer momento da pesquisa, sua decisão não trará nenhum prejuízo para você na sua escola.

Caso você tenha dúvidas ou necessite de maiores esclarecimentos pode procurar a **pesquisadora responsável** Jurema Lindote Botelho Peixoto, na Av. Nossa Senhora Aparecida, 2140, Barreira, Ilhéus-Bahia, CEP: 45659-100, no telefone (73) 3632-0652 ou no Email: peixotojurema@gmail.com. Ou procurar o **Comitê de Ética em Pesquisa – CEP/UESC** no Campus Soane Nazaré de Andrade, Rodovia Jorge Amado, Km 16, Bairro: Salobrinho. Torre Administrativa - 3º andar CEP: 45662-900, Ilhéus-Bahia, no telefone (73) 3680-5319, no E-mail: cep_uesc@yahoo.com.br e cep_uesc@uesc.br. Horário de Funcionamento: Segunda a Sexta-feira de 8:00 às 12:00h e de 13:30 às 16:00h.

Este termo deverá ser preenchido em duas vias iguais, sendo uma delas, devidamente preenchida, assinada e entregue a você. Então, se está claro para você, peço que assine este documento.

(VERSO DA FOLHA)

Meus sinceros agradecimentos por sua colaboração,

Jurema Lindote Botelho Peixoto
Email: peixotojurema@gmail.com

Eu, _____, RG _____, aceito participar da pesquisa sobre **o ensino de conceitos matemáticos para alunos (as) com surdez**. Fui claramente informado que primeiro responderei a uma entrevista e em outro momento traduzirei e interpretarei exercícios de matemática. Foi-me garantido que posso desistir da pesquisa em qualquer momento que eu desejar e que as informações confidenciais serão mantidas em segredo. (Verso da folha)

Ilhéus, ____/____/____

Assinatura do profissional Tradutor/ Intérprete

APÊNDICE H– Diálogos interativos de Luísa (P3, P4, P5, P6)

P3. Rita comprou 2 cadernos e pagou R\$ 24,00. Se cada caderno custar o mesmo preço, quanto pagou por cada um? (Isomorfismo de medidas: partição (preço)).

- 1 **TILS1:** *Rita comprou dois cadernos pagou 24 reais. Se cada um custa tem preço, quanto custa cada caderno?*
 - 2 **Luísa:** *Repete.*
 - 3 **TILS1:** *Rita pagou 24 reais comprou dois cadernos. Se cada caderno tem o mesmo preço, quanto custa cada caderno?*
 - 4 **Luísa:** *24 e 2.*
 - 5 **TILS1:** *Pagou 24 reais.*
 - 6 **Luísa:** *Melhor escrever* [registrou vários rótulos 2 e duas bolinhas ao lado, contou sinalizando (ME) e apontando (MD) até o 24 (*gesto dêitico*). Recontou, registrou o rótulo 20, depois 24. Por último, contou os grupos de 2 sinalizando com a ME e apontando com a MD (*gesto dêitico*)] *12.*
 - 7 **PM:** [Explicou o algoritmo da divisão utilizando a tabuada (Figura 46)].
- Tempo total: (3min56s).

P4. Pedro tem R\$ 52,00 e quer comprar para sua festa de aniversário alguns pacotes de pratos descartáveis a R\$ 2,00 o pacote. Quantos pacotes ele pode comprar? (Isomorfismo de medidas: quota ou medida (preço)).

- 1 **TILS1:** *Pedro tem 52 reais e ele quer comprar para sua festa de aniversario pacotes de pratos descartáveis cada pacote custa R\$ 2,00. Quantos pacotes Pedro pode comprar?*
 - 2 **Luísa:** *2 reais, compro 4? De novo Pedro...*
 - 3 **TILS1:** [repetiu a pergunta da mesma maneira].
 - 4 **Luísa:** *É melhor dividir, é difícil vou pensar. Quanto?*
 - 5 **TILS1:** *52 reais.*
 - 6 **Luísa:** [Registrou novamente o rótulo 2 e duas bolinhas ao lado, fez esse procedimento 52 vezes. Depois contou de um em um até 52, foi rotulando alguns valores (Figura 42)] *26.*
 - 7 **PM:** [Explicou o algoritmo da divisão utilizando a tabuada (Figura 47)].
- Tempo total: (6min28s).

P5. Josefa tem 24 ovos, arrumados igualmente em 4 cartelas. Quantos são os ovos em cada cartela? (Isomorfismo de medidas: partição).

- 1 **TILS1:** *Josefa tem 24 ovos, arrumados igualmente em 4 cartelas. Quantos ovos tem cada cartela?*
 - 2 **Luísa:** *4 cartelas?*
 - 3 **TILS1:** *Sim e 24 ovos.*
 - 4 **Luísa:** *24 [desenhou duas bolinhas, registrou 2 ao lado, fez esse procedimento 17 vezes, contando de um em um (Figura 43)].*
 - 5 **TILS1:** *17? [repetiu a pergunta].*
 - 6 **Luísa:** *[apagou os rótulos (2) das bolinhas e desenhou grupos de 4 bolinhas, fez grupos excedentes, depois apagou. Contou de um em um, rotulou algumas bolinhas para lembrar a contagem (Figura 44)] 6.*
- Tempo total: (5min05s).

P6. Marcílio comprou várias cartelas de ovos e ficou com 48 ovos. Se cada cartela tem 6 ovos, quantas cartelas Marcílio comprou? (Isomorfismo de medidas: quota ou medida).

- 1 **TILS1:** *Alisson comprou várias cartelas de ovos, ficou com 48 ovos. Se cada cartela tem 6 ovos, quantas cartelas Alisson comprou? [TILS1 usou um nome de um amigo dela].*
 - 2 **Luísa:** *48, certo?*
 - 3 **TILS1:** *48 ovos e 6 ovos em cada cartela.*
 - 4 **Luísa:** *[fez oito carreiras de 6 bolinhas, contou de uma em uma, apontando com a MD e sinalizando com a ME, rotulou as bolinhas (10^a, 20^a, 30^a, 40^a e 48^a), registrou 6 ao lado de cada grupo de seis bolinhas, contou os grupos (Figura 45)] 8.*
- Tempo total: (3min21s).

APÊNDICE I– Diálogos interativos de Annie (P4 a P11)

P4. Pedro tem R\$ 52,00 e quer comprar para sua festa de aniversário alguns pacotes de pratos descartáveis a R\$ 2,00 o pacote. Quantos pacotes ele pode comprar? (Isomorfismo de medidas: quota ou medida (preço)).

- 1 **TILS2:** *Pedro tem 52 reais no bolso é a festa de aniversário dele, ele quer comprar prato de 2 reais, quantos pratos pode comprar com 52 reais?*
 - 2 **Annie:** *Dividir?*
 - 3 **TILS2:** *Sim.*
 - 4 **Annie:** [Registrou 25].
 - 5 **TILS2:** *Não 52 reais.*
 - 6 **Annie:** *Dividir por 2 né?*
 - 7 **TILS2:** *Sim.*
 - 8 **Annie:** [Registrou 52, fez 5 tracinhos, separou em grupos de 2, rotulou, registrou 2 no quociente e 1 no resto, fez 12 tracinhos, separou em grupos de 2, rotulou, registrou 6 no quociente e zero no resto (Figura 63)].
- Tempo total: (2min03s).

P5. Josefa tem 24 ovos, arrumados igualmente em 4 cartelas. Quantos são os ovos em cada cartela? (Isomorfismo de medidas: partição).

- 1 **TILS2:** *Josefa tem 24 ovos vai arrumar em 4 cartelas, quantos ovos em cada cartela? Em uma?*
- 2 **Annie:** *Uma?*
- 3 **TILS2:** *Uma cartela. Você tem 24 ovos...*
- 4 **Annie:** *24.*
- 5 **TILS2:** *... quer arrumar em 4 cartelas, quantos ovos em cada [fez sinal cada movendo 1, 1, 1, 1] cartela.*
- 6 **Annie:** *3?*
- 7 **TILS2:** *Não.*
- 8 **Annie:** *3 cartelas?*
- 9 **TILS2:** *4 cartelas.*
- 10 **Annie:** *Ah, 4 cartelas.*
- 11 **TILS2:** [Repetiu o problema da mesma maneira].
- 12 **Annie:** *4, 4, 4?[Apontou o sinal 4 três vezes no espaço onde TILS tinha sinalizado cartela (gesto dêitico/rítmico)] dividir?*
- 13 **TILS2:** *Sim.*

- 14 **Annie:** [Registrou 44].
- 15 **TILS2:** 24.
- 16 **Annie:** 42?
- 17 **TIL2:** *Você tem 24 ovos e tem 4 cartelas.*
- 18 **Annie:** [Registrou 24] *dividir?*
- 19 **TILS2:** *Tente.*
- 20 **Annie:** [Fez $24 \div 4$, fez 24 tracinhos, formou grupos de 4, rotulou os grupos 1, 2, 3, 4, 5 e 6. Registrou 6 no quociente e zero no resto (Figura 64)].
- 21 **TILS2:** *6 é o que?*
- 22 **Annie:** [Apontou para quociente e para os 6 grupos] *6, aqui não tem é zero [resto zero].*
- 23 **TILS2:** *6 ovos ou 6 cartelas?*
- 24 **Annie:** [Não soube responder].
- Tempo total: (3min).

P6. Marcílio comprou várias cartelas de ovos e ficou com 48 ovos. Se cada cartela tem 6 ovos, quantas cartelas Marcílio comprou? (Isomorfismo de medidas: quota ou medida).

- 1 **TILS2:** *Você comprou várias cartelas com ovos, você tem 48 ovos se uma cartela tem 6 ovos, quantas cartelas você tem?*
- 2 **Annie:** *48 dividido por 6.*
- 3 **TILS2:** *Tente.*
- 4 **Annie:** [Registrou $48 \div 6$, fez 48 tracinhos, separou de 6 em 6, errou na contagem dos grupos, apagou tudo, registrou 8 no quociente (Figura 65)] 8.
- Tempo total: (3min30s).

P7. Jurema andou 15 km em 5 horas. Se ela andar sempre à mesma velocidade, quantos quilômetros andará por hora? (Isomorfismo de medidas: partição (razão)).

- 1 **TILS2:** *Jurema andou a distância de 15 km. Demorou 5 horas para andar esta distância. Se ela anda sempre na mesma velocidade quantos quilômetros em uma hora? Entendeu?*
- 2 **Annie:** *Não.*
- 3 **TILS2:** [Repetiu o problema da mesma maneira].
- 4 **Annie:** *Horas?* [Registrou 15 dividido por cinco, fez 15 tracinhos, separou em grupos de 5, registrou 3 no quociente e zero no resto (Figura 66)].
- 5 **TILS2:** *Em uma hora andou quanto?*
- 6 **Annie:** *3 horas.*
- Tempo total: (2min10s).

P8. Jurema anda 3 km por hora. Em quantas horas andará 18 km? (Isomorfismo de medidas: quota ou medida (razão)).

- 1 **TILS2:** *Jurema andou 3 km em uma hora. Quantas horas demorou para andar 18 km?*
 - 2 **Annie:** [Registrou $18 \div 3$] *está correto?*
 - 3 **TILS2:** *Não sei, tenta.*
 - 4 **Annie:** [Apagou] *3 m? 18 m?*
 - 5 **TILS2:** *Não, 18 quilômetros, 3 quilômetros a distância.*
 - 6 **Annie:** [Registrou $18 \div 3$ novamente, fez 17 tracinhos, agrupou de 3 m 3, registrou 5 no quociente e 2 no resto].
 - 7 **TILS2:** *Quase, aqui está certo? [Apontou para seu registro].*
 - 8 **Annie:** [Fez 18 tracinhos, agrupou de 3 em 3, rotulou os grupos, registrou 6 no quociente e zero no resto (Figura 67)].
- Tempo total: (2min64s).

P9. A casa de Joana de dois andares tem 6 metros de altura e o muro ao redor mede 2 metros. Quantas vezes a casa é maior que o muro? (Comparação multiplicativa: busca de um escalar).

1. **TILS2:** *Minha casa de dois andares mede 6 metros de altura e tem um muro ao redor de 2 metros. Minha casa é maior que o muro quanto? [levantou o braço esquerdo para representar casa sinalizou “muro” com a outra mão embaixo]*
 2. **Annie:** [Registrou $6 \div 2$] *é?*
 3. **TILS2:** *Faça!*
 4. **Annie:** [Fez 6 pauzinhos e dividiu em grupos de 2, rotulou 1, 2, 3 e registrou 3 no dividendo e zero no resto (Figura 68)].
- Tempo total: (86s).

P10. O prédio onde moro mede 30 m de altura. Ele é três vezes maior que o prédio que minha amiga mora. Quanto mede o prédio da minha amiga? (Comparação multiplicativa: busca de uma medida).

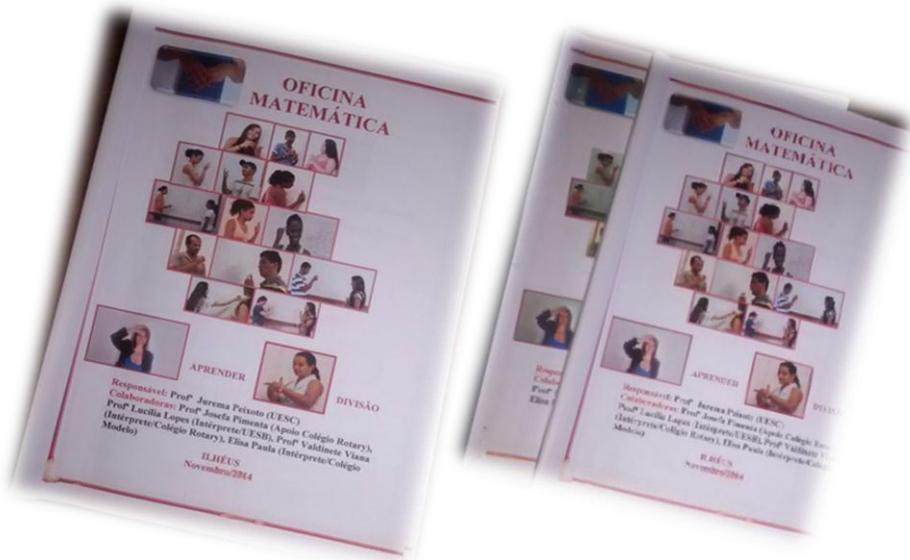
- 1 **TILS2:** *Eu moro num prédio que mede 30 m de altura, minha amiga mora em outro prédio menor, o meu prédio é o triplo. Você conhece o sinal de triplo?*
- 2 **Annie:** *3?*

- 3 **TILS2:** [Explicou o sinal e repetiu o problema] *A altura de meu prédio é o triplo que o da minha amiga, o da minha amiga mede quantos metros?* [Apontou para o lugar do espaço onde tinha sinalizado prédio da amiga antes].
- 4 **Annie:** [registrou $30 \div 3$, fez 29 pauzinhos, agrupou de 3 em 3, escreve 9 no quociente e 2 no resto (Figura 69)]
- 5 **TILS2:** *Está certo?*
- 6 **Annie:** [Contou novamente e registrou 10 no quociente e zero no resto].
- Tempo total: (2min11s).

P11. Num baile formaram-se 12 pares diferentes. Como os rapazes eram 4, quantas eram as moças? (Produto de medidas: combinatória).

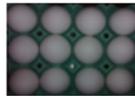
- 1 **TILS2:** *Num baile eram 12 pares diferentes, juntou e trocou, juntou e trocou. Tinha 4 rapazes, quantas mulheres?*
- 2 **Annie:** *De novo.*
- 3 **TILS2:** *Num baile tinha 12 pares, juntou, juntou, juntou, diferente, diferente, diferente. Tinha 4 rapazes, quantas mulheres?*
- 4 **Annie:** [Registrou $12 : 4$, fez 12 pauzinhos, agrupou de 4 em 4, registrou 3 no quociente e zero no resto (Figura 70)].
- Tempo total: (1min14s).

APÊNDICE J – Caderno de exercícios Oficina



SITUAÇÕES QUE ENVOLVEM DIVISÃO

1. Distribuir
Observe a figura.
Quantos ovos?.....



Desenhe e escreva a divisão correspondente em cada caso:

a) Se os ovos foram distribuídos igualmente em 2 cestas



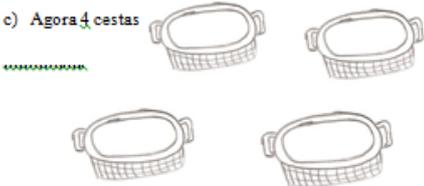
.....

b) Se os ovos foram distribuídos em 3 cestas



.....

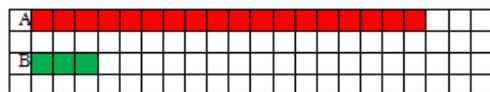
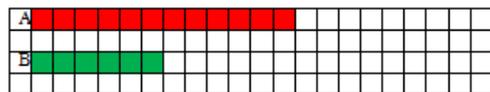
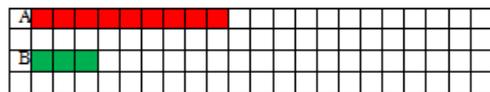
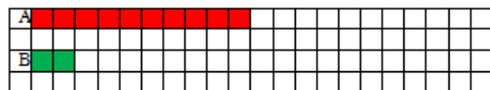
c) Agora 4 cestas



.....

2. Quantos cabem?

Descubra quantas vezes a figura B cabe na figura A



REVISANDO

Tabuadas de multiplicar...



x	1	2	3	4	5	6	7	8	9
1	1	2	3	4	5	6	7	8	9
2	2	4	6	8	10	12	14	16	18
3	3	6	9	12	15	18	21	24	27
4	4	8	12	16	20	24	28	32	36
5	5	10	15	20	25	30	35	40	45
6	6	12	18	24	30	36	42	48	54
7	7	14	21	28	35	42	49	56	63
8	8	16	24	32	40	48	56	64	72
9	9	18	27	36	45	54	63	72	81

1x1=1	2x1=2	3x1=3	4x1=4	5x1=5
1x2=2	2x2=4	3x2=6	4x2=8	5x2=10
1x3=3	2x3=6	3x3=9	4x3=12	5x3=15
1x4=4	2x4=8	3x4=12	4x4=16	5x4=20
1x5=5	2x5=10	3x5=15	4x5=20	5x5=25
1x6=6	2x6=12	3x6=18	4x6=24	5x6=30
1x7=7	2x7=14	3x7=21	4x7=28	5x7=35
1x8=8	2x8=16	3x8=24	4x8=32	5x8=40
1x9=9	2x9=18	3x9=27	4x9=36	5x9=45
1x10=10	2x10=20	3x10=30	4x10=40	5x10=50

6x1=6	7x1=7	8x1=8	9x1=9	10x1=10
6x2=12	7x2=14	8x2=16	9x2=18	10x2=20
6x3=18	7x3=21	8x3=24	9x3=27	10x3=30
6x4=24	7x4=28	8x4=32	9x4=36	10x4=40
6x5=30	7x5=35	8x5=40	9x5=45	10x5=50
6x6=36	7x6=42	8x6=48	9x6=54	10x6=60
6x7=42	7x7=49	8x7=56	9x7=63	10x7=70
6x8=48	7x8=56	8x8=64	9x8=72	10x8=80
6x9=54	7x9=63	8x9=72	9x9=81	10x9=90
6x10=60	7x10=70	8x10=80	9x10=90	10x10=100

TERMOS DA DIVISÃO

1. Divisão exata

$$\begin{array}{r} \text{dividendo} \rightarrow 12 \quad | \quad 2 \leftarrow \text{divisor} \\ - 12 \quad 6 \leftarrow \text{quociente} \\ \hline 0 \\ \uparrow \\ \text{resto} \end{array}$$

$6 \times 2 = 12$

2. Divisão inexata

$$\begin{array}{r} \text{dividendo} \rightarrow 30 \quad | \quad 4 \leftarrow \text{divisor} \\ - 28 \quad 7 \leftarrow \\ \hline 02 \\ \text{resto} \end{array}$$

$7 \times 4 = 28$

SISTEMA DE NUMERAÇÃO DECIMAL

Unidade, dezena e centena

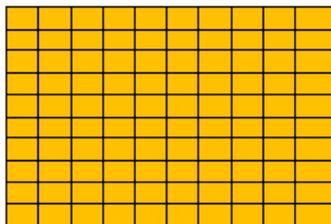
1 Unidade



10 unidades = 1 dezena



100 unidades = 10 dezenas = 1 centena



Exemplo: 234

Centena	Dezena	Unidade
200	30	4
200+30+4=234		

Complete:

Centena	Dezena	Unidade

Unidade, milhar	Centena	Dezena	Unidade

Dezena Milhar	Unidade Milhar	Centena	Dezena	Unidade

Coloque os numerais no quadro:

CLASSES	BILHOES			MLHOES			MLHARES			UNIDADES SIMPLS		
ORDENS	10 ²	10 ¹	10 ⁰	10 ⁵	10 ⁴	10 ³	10 ²	10 ¹	10 ⁰	10 ³	10 ²	10 ¹
	C	D	U	C	D	U	C	D	U	C	D	U
NUMERAIS												
8599												
2913												
80236												
5000300												
1001												

3. Quantos times?

Cada time de basquete tem 5 jogadores. Com 40 jogadores formam-se quantos times de basquete?



Fonte: <http://www.smartkids.com.br/colorir/desenho-esportes-basquete>

Cada time de futebol tem 11 jogadores. Com 44 jogadores formam-se quantos times de futebol?



Fonte: <http://www.smartkids.com.br/colorir/desenho-esportes-futebol>

Cada time de voleibol tem 6 jogadores. Com 42 jogadores formam-se quantos times de voleibol?



<http://www.smartkids.com.br/colorir/desenho-esportes-volei>

4. Completando Tabelas

a)



Caderno	Preço
1	R\$ 4,00
2	R\$
3	R\$
4	R\$

b)



Livro	Preço
1	R\$
2	46,00

c)



Refrigerante	Preço
1	R\$
2	R\$
3	R\$
4	R\$ 16,00
10	R\$

d)



Bola	Preço
3	R\$ 21,00
5	R\$

e)



Par de tênis	Preço
1	R\$ 15,00
	R\$ 60,00

Fonte: <http://www.espacoeducar.net/2009/06/desenhos-de-cinema-e-tv-para-colorir.html>

f)



Boneca	Preço
1	R\$
4	R\$ 80,00
5	R\$

5. Outras Situações

Problema 1

Paguei R\$12,00 por 3 refrigerantes. Quanto custa cada refrigerante?



Problema 2

Cada caderno custa R\$ 4,00. Quantos cadernos você pode comprar com R\$ 48,00?



Problema 3

Alisson tem R\$ 52,00 e quer comprar para sua festa de aniversário alguns pacotes de pratos descartáveis a R\$ 2,00 o pacote. Quantos pacotes ele pode comprar?



E se Alisson tivesse R\$ 96,00 quantos pratos descartáveis ele poderia comprar?

Problema 4

Brenda comprou 2 cadernos e pagou R\$ 24,00. Se cada caderno custar o mesmo preço, quanto pagou por cada um?

**Problema 5**

O dono de uma barraca da feira quer colocar 498 quilogramas de batatas em sacos de 4 quilogramas.



- a) Quantos sacos de 4 quilogramas ele conseguirá formar?
- b) Sobrarão batatas? Quantos quilogramas?

Problema 6

Josefa tem ao todo 24 ovos, arrumados igualmente em 4 cartelas. Quantos são os ovos em cada cartela?



E se ela tivesse 415 ovos para arrumar em 3 cartelas, quantos ovos ficariam em cada cartela?

E se fosse 798 ovos para arrumar em 4 cartelas?

Problema 7

Lindomar comprou várias cartelas de ovos e ficou com 48 ovos. Se cada cartela tem 6 ovos, quantas cartelas Lindomar comprou?

**Problema 8**

Quantos chicletes de R\$ 0,50 daria para comprar com R\$ 2,40?



Problema 9

Quantos colegas podem ir para o centro da cidade com R\$ 10,00 se a passagem custar R\$ 2,70?

**Problema 11**

A casa de Erica tem 6 metros de altura e o muro ao redor mede 2 metros. Quantas vezes a casa é maior que o muro?

**Problema 10**

Quantos vales-transportes no valor de R\$ 1,30 dá para comprar aproximadamente com R\$ 20,00?

**Problema 12**

O prédio onde moro mede 30 m de altura. Ele é três vezes maior que o prédio que minha amiga mora. Quanto mede o prédio da minha amiga?

**Problema 13**

O prédio onde moro tem 60 m. O de minha amiga tem 15 m. Quantas vezes meu prédio é maior que o dela?

**Problema 15**

Jurema anda 3 km por hora. Em quantas horas andará 15 km?

**Problema 14**

Jurema andou 15 km em 5 horas. Se ela andar sempre à mesma velocidade, quantos km andará por hora?

**Problema 16**

Um carro andou 252 Km em 2 horas. Se ele andar aproximadamente na mesma velocidade quantos quilômetros andará por hora?



Problema 17

Um carro está andando em média (aproximadamente) a 80 km por hora. Se permanecer com esta média em quantas horas andará 700 km?



Problema 18

39 crianças estão dispostas em filas. Sabendo que são 3 filas, quantas crianças estão em cada fila?



Problema 19

Num baile formaram-se 12 pares diferentes. Como os rapazes eram 4, quantas eram as moças?

6. Fazendo contas



Divida rápido:

a) $5 \div 5 =$	f) $0 \div 3 =$	l) $8888 \div 8 =$
b) $24 \div 24 =$	g) $0 \div 37 =$	
c) $87 \div 87 =$	h) $0 \div 1967 =$	
d) $98 \div 1 =$	i) $55 \div 5 =$	
e) $419 \div 1 =$	j) $777 \div 7 =$	

Complete os espaços:

Divisão	Quociente	Resto
16:5		
$12 \div 3$	4	0
11:		1

Divisão	Quociente	Resto
9356:4		

Divisão	Quociente	Resto
672:6		

Divisão	Quociente	Resto
238:16		

Divisão	Quociente	Resto
120:12		

Divisão	Quociente	Resto
3547:3		

Divisão	Quociente	Resto
627:3		

Bibliografia

- CARVALHO, A.; GONÇALVES, H. Multiplicação e divisão: conceitos em construção. *Educação e Matemática*, Lisboa, n. 75, p. 23-25, 2003. Disponível em: <<http://www.esv.ipv.pt/mat/ciclo/2007%202008/temas%20matematicos/Texto%20Multiplica%C3%A7%C3%A3o%20e%20divis%C3%A3o.pdf>>. Acesso em: 25 abr. 2014.
- DADA, Zanúbia. *Sinais de matemática em Libras*. Disponível em: <<https://www.youtube.com/watch?v=jLAqxylo23U>>. Acesso em: 12 de jul. de 2014.
- DANTE, Luiz Roberto. *Matemática*. São Paulo: Ática. (Coleção Vivência e Construção).
- NETO, Ernesto Rosa. *Matemática a partir da ação*. São Paulo: Ática, 1993. (Coleção 1ª a 4ª série).
- VERGNAUD, Gérard. *A criança, a matemática e a realidade: problemas do ensino da matemática na escola elementar*. Tradução de Maria Lucia Faria Moro; revisão técnica Maria Tereza Cameiro Soares. Curitiba: Ed. da UFPR, 2009.

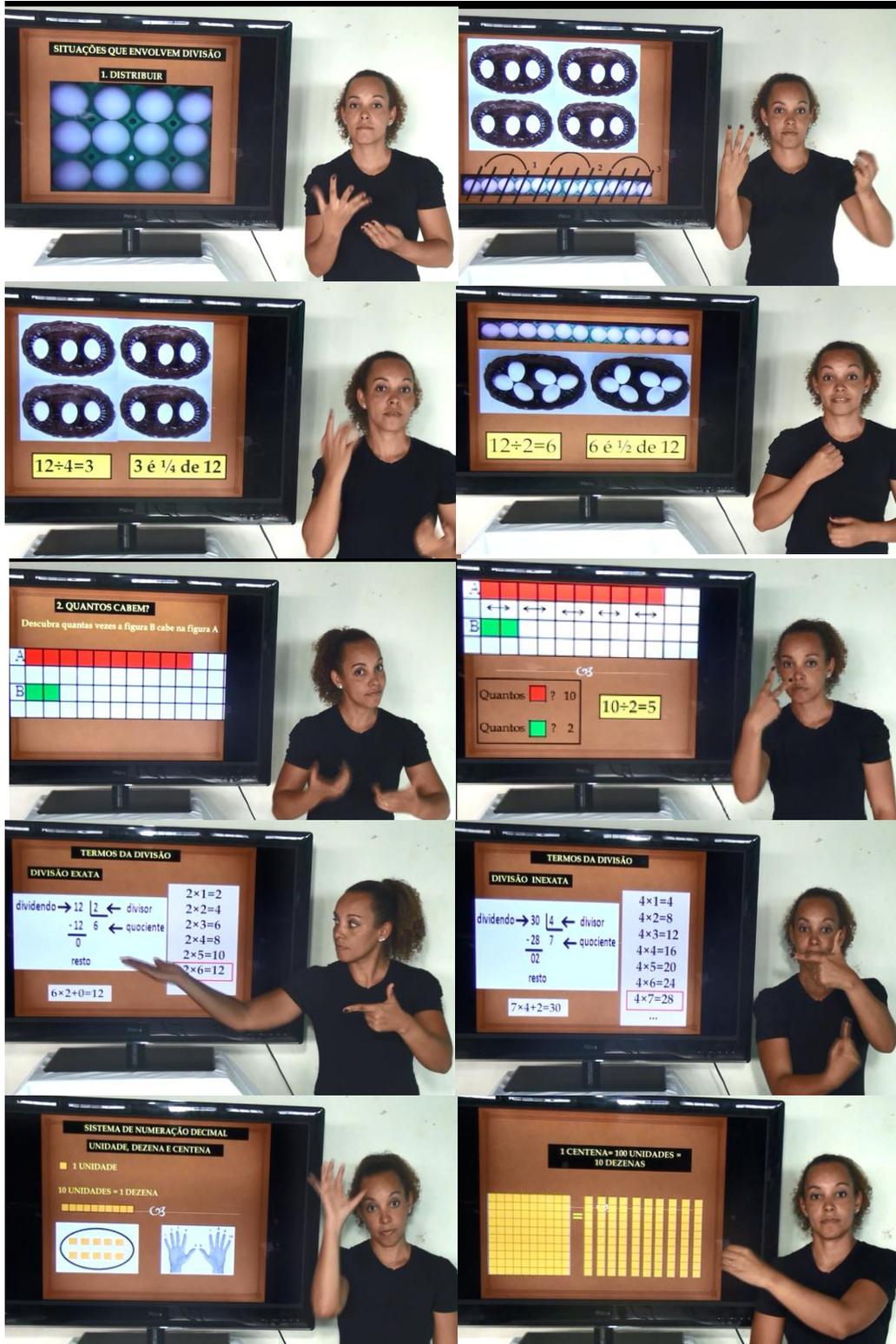
Elaboração:

- Jurema Lindote Botelho Peixoto.
Doutoranda em Difusão do Conhecimento pela Faculdade de Educação da Universidade Federal da Bahia (DMMD/FAED-UFBA); Mestre em Matemática pela Universidade Federal da Bahia (UFBA). Professora assistente do Departamento de Ciências Exatas e Tecnológicas da Universidade Estadual de Santa Cruz – UESC.

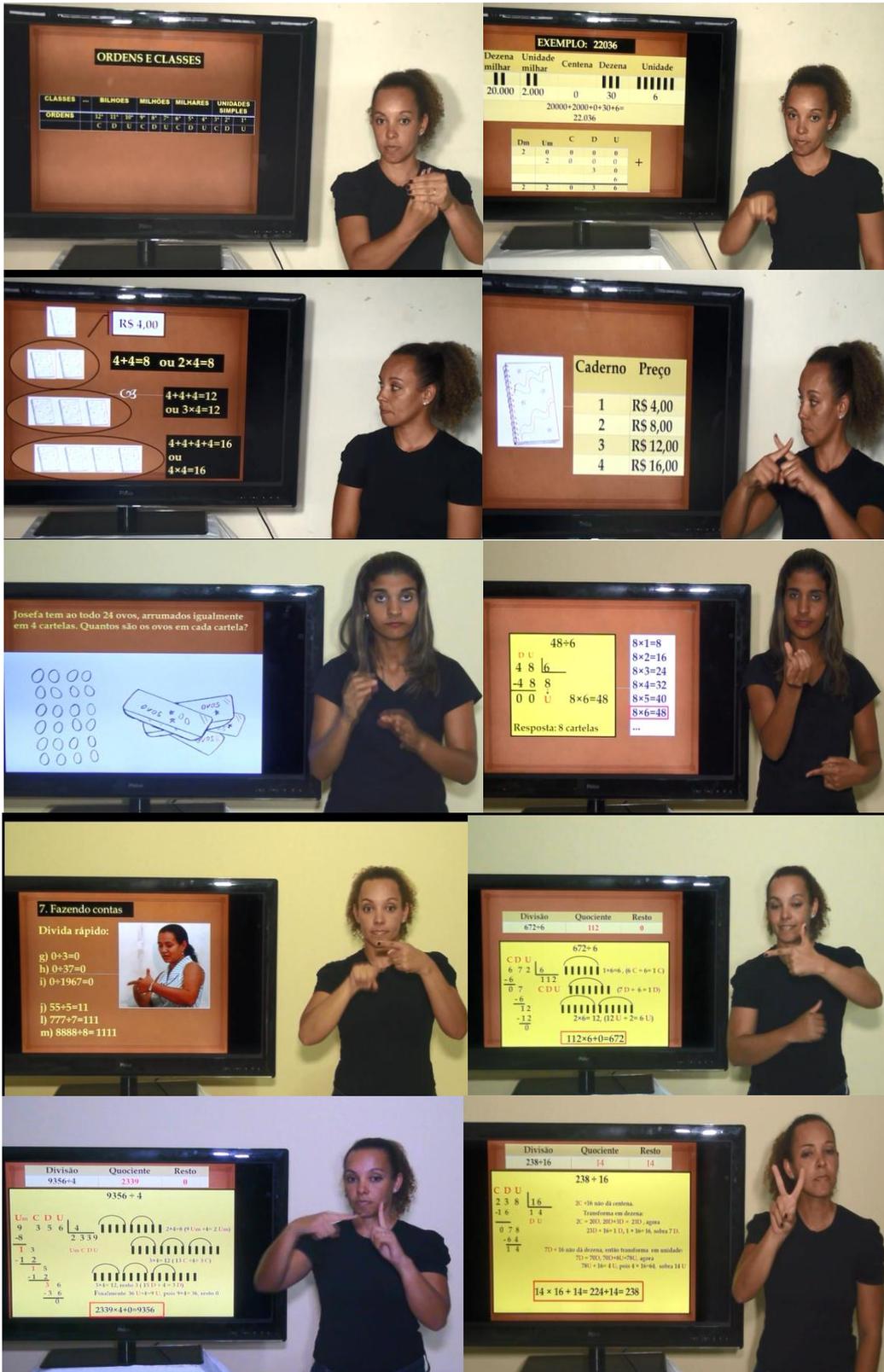
Agradecimentos: CAPES



APÊNDICE L- Extratos da videoaula



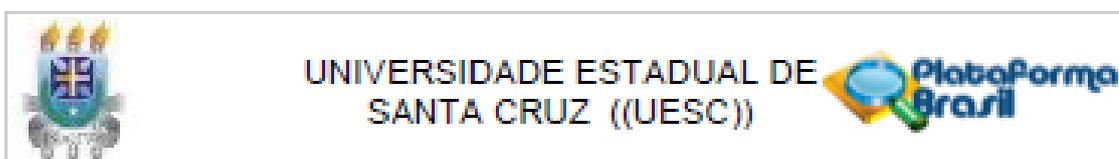
APÊNDICE L- Extratos da videoaula



APÊNDICE M– Fotos da oficina no AEE da escola A.

APÊNDICE N– Fotos da oficina na escola C.

ANEXO A– Parecer Consubstanciado do Comitê de Ética em Pesquisa



PARECER CONSUBSTANCIADO DO CEP

DADOS DO PROJETO DE PESQUISA

Título da Pesquisa: Construção de conceitos matemáticos por aprendizes surdos: das experiências visuais à cognição

Pesquisador: Jurema Lindote Botelho Peixoto

Área Temática:

Versão: 2

CAAE: 25500713.5.0000.5526

Instituição Proponente: Universidade Estadual de Santa Cruz

Patrocinador Principal: Financiamento Próprio

DADOS DO PARECER

Número do Parecer: 537.685

Data da Relatório: 19/02/2014

Apresentação do Projeto:

O reconhecimento de esquemas que sustentam a ação cognitiva dos alunos podem auxiliar o professor na análise das práticas matemáticas. Esta pesquisa visa compreender os processos cognitivos envolvidos na construção de conceitos matemáticos por aprendizes surdos sinalizadores que frequentam o Atendimento Educacional Especializado (AEE) na sala de recursos multifuncionais (SRM) de uma escola da cidade de Ilhéus-Bahia.

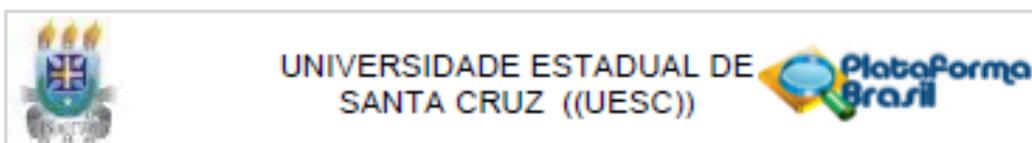
As populações em estudo será aprendizes surdos sinalizadores frequentadores do AEE na SRM do Colégio Estadual Rotary Renato Leite da Silveira, em Ilhéus-BA que atende alunos do Ensino Fundamental II e Educação de Jovens e Adultos- Ensino Médio. Sendo 8 aprendizes surdos usuários de Libras que frequentam o AEE na SRM do Colégio Estadual Rotary Renato Leite da Silveira, 3 professores de matemática e 1 profissional TILS.

Para tanto, serão selecionados conteúdos curriculares a partir das sugestões dos aprendizes surdos, dos seus professores de matemática e dos profissionais Tradutores/Intérpretes da Língua (TILS).

Este estudo será realizado em duas etapas:

Na primeira etapa será realizado uma entrevista com questões sobre dados pessoais (nome, Idade, série, grau de surdez, tipo de surdez), sobre a escola, se você usa a Língua Brasileira de Sinais

Endereço: Campus Soane Nazaré de Andrade, Rodovia Jorge Amado, Km 16, Bairro Salobrinho
 Bairro: CENTRO CEP: 45.662-000
 UF: BA Município: ILHEUS
 Telefone: (73)3680-5319 Fax: (73)3680-5319 E-mail: cep_uesc@uesc.br



Continuação do Parecer: 537.685

(Libras), o intérprete, as disciplinas, as dificuldades, interesses e facilidades em assuntos de matemática. Esta entrevista será realizada no horário de atendimento na Sala de Recursos Multifuncionais do Colégio Estadual Renato Leite da Silveira em um horário combinado com a pesquisadora. A entrevista será gravada em vídeo com o objetivo de entender melhor as respostas em Libras.

Na segunda etapa, você participará de aulas de matemática sobre os assuntos com dificuldades informados na entrevista e que deseja aprender mais. Você poderá utilizar recursos didáticos, visuais ou computador com a ajuda da pesquisadora. Essas aulas ocorrerão com a duração de 02 horas/aula por dia, duas vezes por semana, onde você será observado através da realização de exercícios matemáticos, totalizando no final 40 horas/aula. Os dias serão combinados anteriormente com a pesquisadora. Algumas aulas serão filmadas e gravadas para observarmos melhor as suas respostas em Libras: as gravações em vídeo permitem rever e visualizar as gravações quando necessário, em tempo real, em câmera lenta ou quadro a quadro. As aulas serão realizadas no seu horário de atendimento na Sala de Recursos Multifuncionais do Colégio Estadual Renato Leite da Silveira.

Objetivo da Pesquisa:

Compreender os processos cognitivos envolvidos na construção de conceitos matemáticos por alunos surdos sinalizadores.

Avaliação dos Riscos e Benefícios:

Riscos: A realização desta pesquisa implica ao participante o risco de perda de confidencialidade, de acarretar cansaço ou de constrangimento por alguma

pergunta que o participante não deseje ou não saiba responder nas entrevistas e nas entrevistas baseadas em tarefas de matemática.

Os autores devem prever os constrangimentos também no que concerne ao procedimento de filmagem e incluir no TCLE, junto com a informação do que do que será feito com o material de filmagem após a pesquisa.

Benefícios: - Compreensão dos processos cognitivos de estudantes surdos sinalizadores na apropriação de conceitos matemáticos mediados pela Língua de

Endereço: Campus Soane Nazaré de Andrade, Rodovia Jorge Amado, Km 16, Bairro Salobrinho
 Bairro: CENTRO CEP: 45.982-900
 UF: BA Município: ILHEUS
 Telefone: (73)3680-5319 Fax: (73)3680-5319 E-mail: cep_uesc@uesc.br



UNIVERSIDADE ESTADUAL DE
SANTA CRUZ ((UESC))



Continuação do Parecer: 537.605

Sinais (Libras). - Contribuir para a melhoria do ensino e aprendizagem de Matemática para estudantes surdos incluídos no ensino regular. -Contribuir para estreitar a relação entre universidade e escola, do desenvolvimento de uma colaboração mútua em prol da aprendizagem de estudantes surdos, e os benefícios para os que nela se envolverem.

Comentários e Considerações sobre a Pesquisa:

A pesquisa é relevante e extremamente importante para a população em estudo.

Considerações sobre os Termos de apresentação obrigatória:

Os termos obrigatórios foram ajustados e estão conforme rege a resolução de 466/2012

Recomendações:

Sem recomendações.

Conclusões ou Pendências e Lista de Inadequações:

Lista de Inadequações do parecer anterior:

Refazer os TCLEs segundo 466/2012: Os autores revisaram todos os TCLEs conforme rege a resolução 466/2012.

Os autores devem informar o que será feito com o material de filmagem após o término da pesquisa na autorização de uso de imagem. Os autores informaram que material audiovisual produzido será guardado por cinco anos após o término desta pesquisa, após o qual será destruído.

Situação do Parecer:

Aprovado

Necessita Apreciação da CONEP:

Não

Considerações Finais a critério do CEP:

O Comitê de Ética em Pesquisa da UESC avaliou as respostas ao parecer com pendências de número 503712 e considerou que todos os aspectos atinentes foram respondidos. A decisão final para este protocolo é portanto favorável a APROVAÇÃO.

Endereço: Campus Soane Nazaré de Andrade, Rodovia Jorge Amado, Km 16, Bairro Salobrinho
Bairro: CENTRO CEP: 45.902-900
UF: BA Município: ILHEUS
Telefone: (73)3680-5319 Fax: (73)3680-5319 E-mail: cep_uesc@uesc.br



UNIVERSIDADE ESTADUAL DE
SANTA CRUZ ((UESC))



Continuação do Parecer: 537.605

ILHEUS, 21 de Fevereiro de 2014

Assinador por:
Aline Oliveira da Conceição
(Coordenador)