Escola Normal "Rio do Sul"

MATEMÁTICA - 1951

Professora: Ir. Mª Apparecida

Aluna: Alceste L. da Silva

Geometria

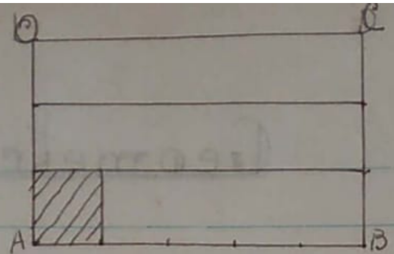
3-3-1951.

Noções preliminares: Superfície de uma figura plana é a parte do plano limitada pelo perímetro desta figura.
Duas figuras são iguais quando, aplicadas uma sôbre a outra coincidem em toda a sua extensão. Duas figuras são equivalentes quando tem mesma extensão, quaisquer que sejam as formas.
Um retângulo pode ser equivalente a um triângulo, mas não lhe pode ser igual.

Área

Retângulo:
Teorema: A área de um retângulo é igual ao produto da base pela altura. Para demonstrar êste teorema, admitamos que a base e a altura contenha um número exato de vezes.

Demonstração:



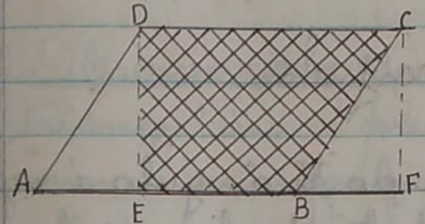
Seja o retângulo ABCD cuja base AB iguála 5 m. e a altura BC iguala 3 metros.
Êste ret. pode ser dividido em 3 ret. de 5 m. de comprimento e um metro de altura; e cada um dêstes retângulos podem ser subdivididos em 5 quadrados de 1 metro de lado. Portanto a sup., do retângulo é igual a $5 \times 3 = 15 m^2$. Designando por R as superfícies do retangulo e por b a sua base e por h a sua altura temos a formula: $R = bh$

Quadrado: A área de um quadrado é igual ao quadrado do lado. Com efeito, um quadrado é um retângulo cuja altura é iguál ~~ta~~ a base. Portanto sua superfície é igual ao produto de uma de suas dimensões por si mesmas, isto é, ao quadrado do lado.
Formula = l^2

sim

Paralelogramo.

Teorema: A área do paralelogramo é igual ao produto da base pela altura. (altura é a distância que existe entre duas bases)



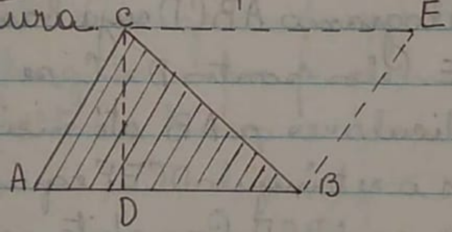
Seja o paralelogramo ABCD cuja base é AB e a altura DE. Pelos pontos D e C se traçarmos perpendiculares a AB até encontrarem AB, formamos o retângulo DCEF equivalente ao paralelogramo ABCD. Com efeito estas duas figuras constam de uma parte comum DCEB e de um dos dois triângulos ADE e BFC; ora, êstes dois triângulos são iguais, por serem retângulos e terem as hipotenuzas iguais como lados opostos de um paralelogramo, e um catéto igual, CF = DE, por serem paralelas compriendidas entre paralelas. A sup. do retângulo DCEF sendo igual ao produto da base pela altura, vemos que, a do paralelogramo iguá-la tambem o produto das mesmas dimensões.

Temos então:

$P = bh$

Triângulo

<u>Teorema</u>: A área do triângulo é igual a metade do produto da base pela altura.



Seja o triângulo ABC cuja base é AB e a altura CD. Pelo vértice C dêste triângulo si traçarmos uma paralela à base AB, e, pelo ponto B uma paralela ao lado AC formamos o paralelogramo ABEC, cuja superficie é o dôbro da do triangulo ABC. Ora a superficie do paralelogramo é igual ao produto da base AB pela altura CD; logo a sup. do triângulo é a metade do produto destas duas dimensões.

Temos pois:

$$T = \frac{bh}{2}.$$

não

<u>Observações</u>: Nas medidas dos terrenos triangulares é preciso muitas vezes determinar a superficie de um triângulo conhecendo os três lados. Para isso emprega-se o modo seguinte: Faz-se a semi-soma dos três lados do triângulo subtrae-se sucessivamente cada lado desta semi-soma; faz-se o produto da semi-soma e dos 3 restos obtidos e extrai-se a raiz quadrada dêste produto.

Representando por T a sup. do triângulo por p o semi-perimetro, e por a, b, c, os lados temos a fórmula seguinte:

$$T = \sqrt{p(p-a)(p-b)(p-c)}$$

<u>Aplicação</u>: Achar a área de um Δ cujos lados medem 20, 22, 24 m.

$p = \frac{20+22+24}{2} = 33$ $\quad T = \sqrt{33-(33-20)(33-22)(33-24)}$

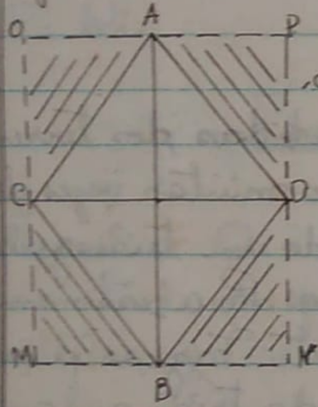
$T = \sqrt{33 \times 13 \times 11 \times 9}$ $\quad T = 206\ m^2.$

$T = \sqrt{42471}$

sim 3

Losango

Teorema: A superfície de um losango é igual à metade do produto das (base) diagonais.



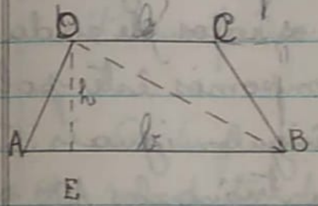
Seja o losango ABCD cujas diagonais AB e CD.

Pelos vértices dessas figuras se traçarmos paralelas às diagonais formamos o retângulo MNOP, cuja superfície é o dôbro da do losango. Ora a sup. do retangulo é igual ao produto de M N ou DC por AB; logo a do losango é igual à metade do produto destas duas retas. Designando por L a ~~B~~ sup do losango por D e d as diagonais temos a fórmula seguintes: $L = \frac{dd'}{2}$ ou $\frac{Dd}{2}$.

sim 4

Trapézio

Teorema: A superfície de um trapézio é igual à metade do produto da soma das duas bases pela altura.



Seja o trapézio ABCD cujas bases ~~B~~ b e b' e a altura h.

Traçando a diagonal DB decompomos este trapézio em dois triângulo ABD e BDC cuja soma das superfícies iguá-la a do trapézio.

Ora, observando que h é a altura comum dos dois triângulos ABD e BDC temos:

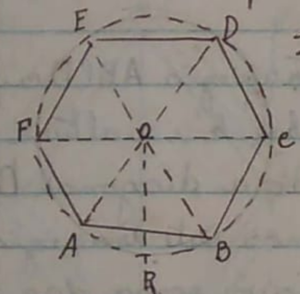
$$\text{Sup. } ABD = \frac{AB \times DE}{2} = \frac{bh}{2} +$$

$$\text{Sup. } BDC = \frac{DC \times ED}{2} = \frac{b'h}{2}.$$

Somando membro a membro estas igualdades temos: $\text{Sup. } ADCB = \frac{bh}{2} + \frac{b'h}{2} = \frac{(b+b')h}{2}$.

Polígono regular

A superfície do polígono regular é igual a metade do produto do perímetro pela apótema.



Seja o hescágono regular ABCDEF. Traçando os raios de cada vértice, decompomos êste polígono em 6 triângulos iguais. Ora, um dêsses triângulos AOB por escemplo tem por superfície:

$$\frac{AB \times OR}{2}$$

A superfície do hescágono iguá-la

$$\frac{6\,AB \times OR}{2} = \frac{Perim. \times OR}{2}$$

Designando por S a superfície do polígono regular, p o perímetro e a o apótema, temos: $S = \frac{pa}{2}$

Apótema = OR

Área do Círculo

V (Uma circunferência pode ser considerada como um polígono de um número infinito de lado)

(Circunferência dividido pelo diâmetro dá π)

A sup. de um círculo é igual á metade do produto da circunferência pelo raio.

Demonstração: Um círculo pode ser considerado como um polígono regular de um número infinito de lado.

Nêste polígono o perímetro vem a ser a circunferência do círculo e o apótema o raio.

Portanto designando por C a circunferência de um círculo e por R o raio temos:

$$\text{Área-C} = \frac{CR}{2}$$

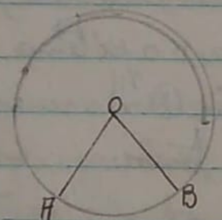
Corolário: Sabendo que ~~se~~ $C = 2\pi R$ e substituindo na fórmula precedende C por seu valor teremos. $\text{Círculo} = \frac{2\pi R \times R}{2} = \pi R^2$

Esta última expressão indica que a superfície de um circulo se obtem ainda multiplicando o quadrado do raio por π.

Multiplicando o diâmetro por π obtem-se a circunferência (isto é o arco)

Sector circular

A superficie de um sector circular é igual a metade do produto do arco pelo raio do circulo a que pertence.



Seja AOB o sector.

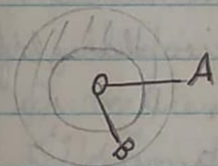
Pode-se considerar a superficie deste sector como constituida por grande número de pequenos triângulos tendo o raio por altura comum e por base cada um uma parte do arco AB. Por conseguinte, a superficie total ou do sector é igual à metade do produto do arco AB pelo raio do circulo. Temos pois a formula

$$\text{Sector} = \frac{\text{arco} \times \text{raio}}{2}$$

Coralário: Supondo a sup. do circulo dividida em 360 setores de um gráu cada um, a superficie de cada sector será: $\frac{\pi R^2}{360}$

E a área de um sector de n. gráus será: $\frac{\pi R^2 \times n}{360}$ ou $\pi R^2 \times \frac{n}{360}$

Pode-se dizer pois que a superficie de um sector é igual a superficie do circulo do mesmo raio multiplicado pela razão que existe entre o número de gráus do seu arco e 360.



Corôa

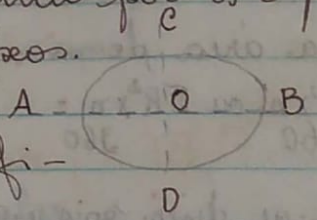
A superficie de uma corôa é igual a diferença dos quadrados dos raios dos circulos que a limitam, multiplicada por π.

Seja a corôa limitada pelos dois circulos ~~circuns~~ concêntricos de raios AO e OB. Representando êstes raios por R e r, temos: Corôa $= \pi R^2 - \pi r^2 = \pi(R^2 - r^2)$

Elipse

<u>Teorema</u>: Obtém-se a superfície da elipse multiplicando por π o produto dos seus semi-eixos.

Seja a elipse representada na figura.



Sua superfície é igual $= \pi \times AO \times OC$

Designa-se em geral o maior eixo de uma elipse por $2a$ e o menor eixo por $2b$.

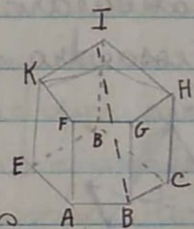
A fórmula da superfície da elipse é igual:

Sup. Elipse $= \pi ab$.

Poliedros

Poliedro é um corpo limitado por polígonos. Os polígonos que limitam os poliedros são suas <u>faces</u>.

ABGF, BCHG são faces



As faces são limitadas pelas <u>arestas</u> do poliedro. AF, BG, GH são arestas.

Reunindo-se, as arestas formam os ângulos sólidos ou vértices do poliedro. Ex.:

Os vértices A, B, C...

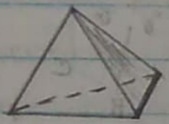
Diagonais são as retas que unem dois vértices, não situados na mesma face.

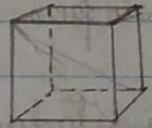
I-B é uma diagonal.

Um poliedro é regular quando as faces são polígonos regulares e os ângulos são iguais. Há cinco poliedros regulares:

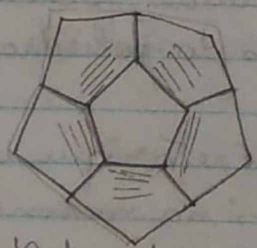
tetraedro, hexaedro, octaedro, dodecaedro, icosaedro.

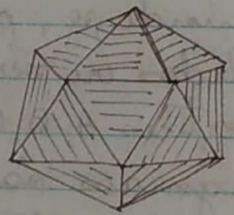
O tetraedro tem por faces 4 triângulos equilaterais
O hexaedro 6 quadrados
O octaedro 8 triângulos equilaterais
O dodedaedro 12 pentágonos regulares
O icosaedro 20 triângulos equilaterais


Tetraedro


Hexaedro


Octaedro


Dodecaedro


Icosaedro

Prisma

Prisma é um sólido cujas faces laterais são paralelogramos e as base polígonos iguais e paralelos.

As arestas das bases de um prima são iguais, duas a duas por serem lados opostos de um mesmo paralelogramo.

As arestas laterais são todas iguais

Um prisma pode ser reto ou obliquo

É reto quando as arestas laterais são perpendiculares aos planos das bases.

É obliquo no caso contrário. As faces de um prisma reto são retangulos

A altura de um prisma é a perpendicular baixada de um ponto da base superior sôbre um plano da base inferior. Num prisma reto, as alturas iguála as arestas.

Um prisma é triangular, quadrangular, pentagonal, hexagonal etc quando as bases são triângulos, quadriláteros pentágonos, hexagonos etc.

Superfície lateral de um prisma é o total das superfícies dos paralelogramos laterais que o limitam. Superfície total é a soma da superfície lateral e da superfície das bases.

Avaliar o volume de um prisma e de qualquer sólido é achar quantas vezes contem outro volume tomado por unidade.

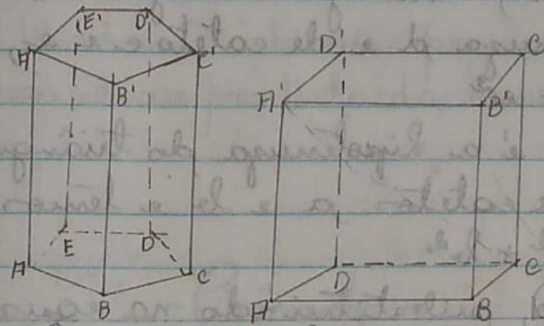
A unidade das medidas de volume é geralmente o metro cúbico, cubo de um metro de lado. x

Paralelepípedo.

O prisma que tem paralelogramos por bases chama-se paralelepípedo, são paralelogramos iguais a paralelos.

O paralelepípedo retangulo é reto e tem retângulos por bases. Uma caixa de giz, uma viga, uma regua são paralelepípedos retângulos.

Cubo ou hexaedro regular é um paralelepípedo retângulo cujas faces são quadrados.

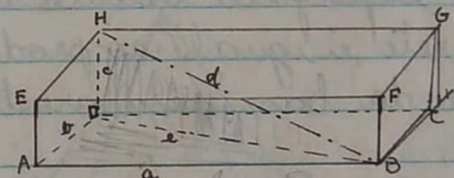


Prisma — Paralelogramo. x

sim 6

Prisma

Teorema:



O quadrado da diagonal de um paralelepípedo retângulo é igual a soma dos quadrados das três arestas

Sejam a, b, c, as três arestas e d a diagonal do paralelepípedo retângulo AG; devemos ter:

$d^2 = a^2 + b^2 + c^2$.

Com efeito, o triângulo retângulo ~~HB~~ HDB de hipotenuza d e de cateto c e e, dá:

$d^2 = c^2 + e^2$.

Ora, e é a hipotenuza do triângulo ret. DAB de catetos a e b e temos

$e^2 = a^2 + b^2$.

Donde, substituindo na equação acima vem: $d^2 = a^2 + b^2 + c^2$

$e^2 = a^2 + b^2$

$d^2 = c^2 + a^2 + b^2$

Teorema:

1) A superfície lateral de um prisma reto é igual ao produto do perímetro da base pela aresta lateral (altura)

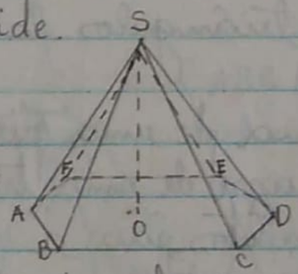
2) O volume de um paralelepípedo retangulo é igual ao produto das três dimensões

3) O cubo sendo um paralelepípedo retângulo de dimensões iguais entre si obtem-se o seu volume fazendo o cubo da aresta

4) O volume de um prisma qualquer é igual ao produto da base pela altura

Pirâmide

Pirâmide é um sólido limitado por um polígono que forma a base e por triângulos laterais cujos vértices se reunem em um mesmo ponto, o vertice da pirâmide.



ABCD é a base

S é o vértice

A altura de uma pirâmide é a perpendicular abaixada do vértice sôbre o plano da base. Ex. SO

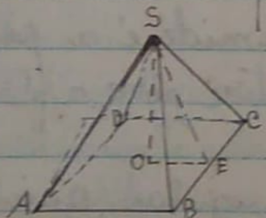
Uma pirâmide é triangular, quadragugular, pentagonal etc. quando o polígono da base é um triângulo, um quadrilátero um pentágono etc.

Uma pirâmide regular tem por base um polígono regular e a altura cai no centro deste polígono.

Numa pirâmide regular as arestas laterais são todas iguais. Por conseguinte as faces laterais são triângulos iguais.

A apótema de uma pirâmide regular é a reta que une o vértice ao meio de um dos lados da base. É a altura de um dos triângulos laterais da pirâmide.

O ápotema de uma pirâmide regular é a hipotenuza de um triângulo retangulo cujos catetos são: a altura da pirâmide e a reta que vai do pé dessa altura e ao pé do apótema.



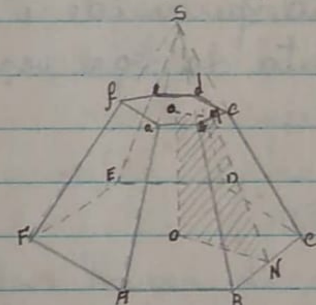
não

Tronco de pirâmide

Tronco de pirâmide é a parte de uma pirâmide compriendida entre a base e o plano secante paralelo à base.

Um tronco de pirâmide é regular quando pertence a uma pirâmide regular e é determinado por um plano paralelo à base da pirâmide.

A superficie lateral compõe-se então de trapesios isósceles cuja altura é o apótema das faces do tronco de pirâmide.



ABCDEF { tronco de
abcdef { pirâmide
m n - apótema das faces do tronco da pirâmide.

Teorema: A superficie lateral de uma pirâmide regular é igual à metade do produto do perimetro da base pela ~~altura~~ apotema (ou alt. do triângulo).

Seja a pirâmide quadrangular S. ABCD.
Sendo regular, esta pirâmide tem faces laterais iguais, portanto:

$$\text{Sup. lat} = 4 \times \frac{BC \times SE}{2} = \frac{4BC \times SE}{2} = \frac{\text{Perim.} \times SE}{2}$$

Observação: Obtem-se a sup. lateral de uma pirâmide irregular, avaliando separadamente cada um dos triângulos que a formam e somando os resultados. Êstes triângulos têm alturas diferentes.

Nota:
O volume de uma pirâmide é igual ao terço do produto da base veses altura.

$$V = \frac{\text{Base} \times h}{3}$$

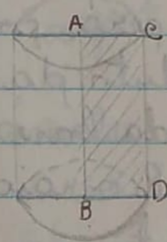
sim 8

Corpos redondos.

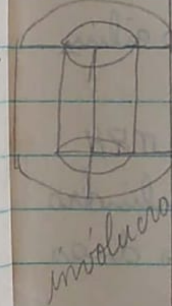
22-8-1951

Os corpos redondos estudados em geometria elementar são: o cilindro, cône e esfera tambem chamados sólidos de revolução.

Cilindro de revolução é o sólido gerado pela revolução completa de um retângulo ao redor de um lado.



O lado AB ao redor do qual gira o retângulo gerador, chama-se eixo ou altura do cilindo; e o lado CD que gera a superfície lateral chama-se geratriz. Os lados AC e BD são os raios das bases do cilindro.



Dois cilindros são semelhantes qdo são gerados por dois retangulos semelhantes.
Invólucro cilindrico é o sólido limitado por dois cilindros de mesmo

eixo mas de raios diferentes.

Teorema: A sup. lateral de um cilindro reto é igual ao produto da altura pela circunferência da base.

Com efeito: Um cilindro pode ser considerado como o limite de um prisma regular tendo um número infinito de bases. Portanto a sua superfície lateral será como a do prisma o produto da altura pela circunferência da base.

Designando por R o raio do cilindro e h a altura

temos: superfície lateral $= 2\pi RH$

Coralário: Obtem-se a superfície total do cilindro acrescentando a superfície das duas bases à sup. lateral temos:

$$\text{Sup. total} = 2\pi RH + 2\pi R^2 = 2\pi R(H+R)$$

$2\pi R^2$

Teorema: Volume

O volume de um cilindro é igual ao produto da base pela altura.

Com efeito o cilindro pode ser considerado como um prisma; o seu volume assim como o do prisma será igual ao produto da base pela altura.

Por conseguinte: Volume $= \pi R^2 H$

aqui **Densidade**

Fórmulas: $D = \frac{P}{V}$ $\quad$ m^3 corresponde tonelada

dm^3 " quilos

$V = \frac{P}{D}$ $\quad$ cm^3 " grama

$P = D \times V$

Densidade de um corpo é um número que exprime quantas vezes o peso dêste corpo contem o pêso de um igual volume de água distilada à temperatura a temperatura de 4° graus centigrado

Quando se diz que um corpo é 3 vezes mais denso significa que é 3 vezes mais pesado

Corpo	Densidade
Platina	22,06 g (peso quilos)
Ouro	19,26
Prata	10,47
Cobre	8,85
Ferro	7,78
Sal	2,21
Cortiça	0,24
Mercúrio	13,60
Leite	1,03
Vinho	0,993
Azeite	0,91
Eter	0,73

Modêlos de exercicios

Calcular o pêso de 37 dm^3 de platina

$P = D \times V$

$P = 22{,}06 \times 37 = 816{,}22$ quilos

Calcular o pêso de 47,8 dal de vinho (Dens. = 0,993)

Solução:

$P = D \times V$

Redução = 47,8 dal = 478 l. = 478 dm^3

$P = 0{,}993 \times 478 =$

$P = 474{,}654$ quilos

Calcular o volume de 250 quilogramas de cortiça (dens. 0,24)

Solução: $V = \frac{P}{D}$

$V = \frac{250}{0{,}24} = 1.041\ dm^3$

$V = 1.041\ dm^3$

Qual é o pêso de uma viga de peroba de de 2,30 x 18cm x 0,07 sendo a densidade da peroba igual a 1,4.

Solução: $P = V \times D$

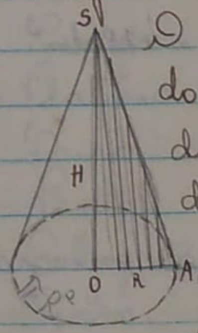
Volume da viga:

$2{,}3 \times 0{,}18 \times 0{,}07 = 0{,}034\,980$ reduzindo a dm^3 34,938 dm^3

$34{,}938 \times 1{,}4 = 48{,}972$ kg

9 Cone

Definição: Cone é o sólido gerado pela revolução completa de um triângulo-retângulo ao redor de um cateto



O cateto SO, ao redor do qual do qual gira o triângulo gerador é o eixo ou a altura do cône e o lado SA que gira a sup. lateral é a geratriz ou o apótema do cone

$S = \frac{CR}{2}$

O cateto OA o triângulo é o raio do cone e o círculo que descreve na sua rotação é a base deste mesmo sólido
Dois cones quando são gerados por dois triângulos semelhantes, são semelhantes

Formulas: a sup. lateral de um cone é igual a metade do produto da geratriz pela circunferência da base.

Temos pois: $S.L = \frac{2\pi R \times A}{2} = \pi R A$

R = raio

a = apótema ou geratriz

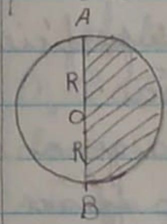
Estereoscópio - vê as paisagens em alto relevo

O volume de um cone é igual ao produto da base pelo terço da altura.

Temos: $V = \frac{\pi R^2 H}{\cancel{2}3}$.

10 Esfera

Esfera é o sólido gerado pela revolução de um semi-círculo ao redor do diâmetro.



Raio de uma esfera é qualquer reta que une o centro a um dos pontos da superfície; diâmetro é qualquer reta que passa pelo centro e termina à superfície da esfera.

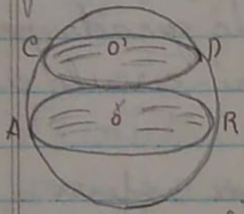
Os raios de uma esfera são todos iguais; todos os diâmetros são também iguais e valem dois raios

Qualquer secção feita por um plano numa esfera é um círculo.

Os secções planas da esfera são cir-
culos maiores ou menores conforme sua
distancia do centro

Grande circulo- de uma esfera é a
secção determinada por um plano pas-
sando pelo centro.

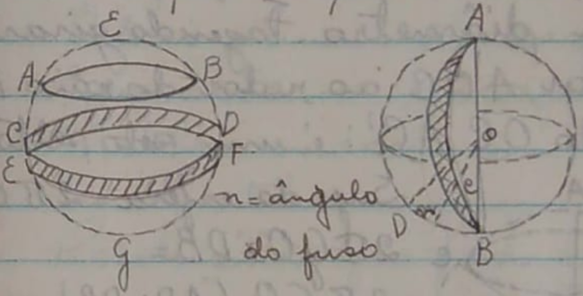
Pequenos circulos- são os determina-
dos por planos secantes não passando
pelo centro. xx



C O' D= pequeno círculo
A O R= grande circulo

As diferentes superfícies consi-
deradas sôbre a esfera são:
A zona de duas bases, a zona de
uma base ou calota e o fuso
Zona de duas bases é a parte da su-
perficie da esfera compreendida entre
dois plano paralelos, CD EF por exemplo
Os circulos CD e EF são bases da zona
a sua distancia é a altura.
Calota esférica é uma zona que tem
apenas uma base; como

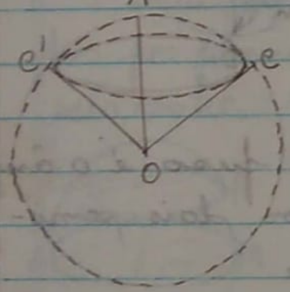
Fuso é a parte compreendida entre
dois semi-circulos grandes de mesmo diâmetro
AD BC por exemplo.



O ângulo de um fuso é o ângulo
diedro formado pelos dois semi-circu-
los que o determinam
Este diedro tem por medida o arco
D C compriendido entre êsses gran-
des circulos e pertencentes a circunfe-
rência de um terceiro grande circulo,
cujo plano é perpendicular aos planos
dos dois primeiros. Os principais
volumes considerados na esfera
a cunha e o setor ~~circular~~ esférico
Cunha esférica é a parte do volume
da esfera compriendido entre um
fuso e os dois semi-grandes circulos

que o formam. Ex: G D B O G.

Setor esférico é o sólido gerado pela revolução de um setor circular ao redor de um diâmetro. Fazendo girar o setor circular A O C ao redor do raio A O vem o sólido O C A C': é um ~~seto~~ sector esférico



Sup. da esfera = $2\pi\, GO \times AD +$
$2\pi\, GO \times DB =$
$2\pi\, GO\, (AD + DB)$,
$2\pi\, GO \times GB$
designando por R o raio da esfera e por D o seu diâmetro temos:

Sup da esfera $2\pi R \times 2R$ porque $GO = R$ e $GB = 2R$

Sup $= 4\pi R^2$

" $= \pi D^2$ porque $4R^2 = D^2$

Vol $= \frac{3}{4}\left(\frac{D}{2}\right)^3 = \frac{\pi D^3}{6}$

pg 99 - Num. irracionais - radicais - frações irracionais

Raiz m-ésima de um num.

Valores e sinais das raízes

Equações - inequações

Problemas com uma ou duas incógnitas

Resolução gráfica

1 Teorema - pg - 168.

2 Teorema - Pitágoras

3 " Soma dos ang de um polígono

4 " Relações métricas do tri. ret.

~~5 Achar a relação que existe entre a altura e o lado de um triângulo equilátero~~

~~6~~ 5 Achar a rel. q. existe entre o lado de um tri. eq. e o raio do circ circunscrito

~~6~~ 6 Achar a relação que existe entre o lado de um quadrado e o raio do c. circunscrito

7 - Relações métricas no círculo

8 - Medida da circunferência - Teorema

Consequências.

Area do retangulo - ~~Paralelogramo~~ Triângulo

Construções geométricas

Traçar um ângulo de 126° e dividi-lo em três partes iguais

Qual é o número que se deve subtrai do numerador da fração $\frac{11}{6}$ para se obter outra igual a $\frac{5}{3}$?

A soma de dois números ~~e~~ consecutivos é 171. Quais são êsses números?

Tenhos frangos e lebres. Ao todo 23 cabeças e 56 pés. Determinar o número de lebre e de frangos.

Aritmética

Frações ordinárias

Definição: É uma ou várias partes da unidade divididas em partes iguais.

Comparação
- unidade
  - maior - ($\frac{6}{5}$) imprópria
  - igual - ($\frac{4}{4}$) "
  - menor ($\frac{1}{5}$) própria
- entre si
  - mesmo denominador $\frac{4}{8} < \frac{5}{8}$
  - mesmo numerador $\frac{1}{2} > \frac{1}{5}$
  - dif. igual entre os 2 termos ($\frac{11}{13} > \frac{5}{7}$)

$\frac{11}{13}$ dif. 2 $\frac{5}{7}$ dif 2. é maior o que tem os termos maiores.

Consequências:

1ª - A grandeza de uma fração depende unicamente da razão que existe entre o seu numerador e o seu denominador e não do valor dos seus termos.

2ª - Com denominador constante, uma fração é tanto maior qto maior fôr o numerador.

3ª Com o numerador constante uma fração é tanto maior quanto menor for o denominador.

Teoremas relativos ás frações ordinárias

1º) Uma fração representa o quociente do numerador pelo denominador.

Consequências:

1ª - Quando uma divisão deixa um resto pode-se completar o quociente por uma fração que tem como numerador o resto, e como denominador o divisor.

2ª - O teorema 1º permite tambem converter uma fração ordinária em decimal.

Teorema 2º.

Multiplicando-se ou dividindo-se o numerador de uma fração por um número qualquer, esta fração é multiplicada ou dividida por êsse número.

Teorema 3º

Multiplicando-se o denominador de uma fração por um número qualquer, essa fração é dividida ou multiplicada por êsse número. $\frac{5}{2 \times 6} = \frac{5}{12}$

Consequências:

Dos dois teoremas precedentes resulta que:

1º ~~Multip~~ Há dois meios de multiplicar uma fração por um número qualquer: Multiplicar o numerador sem tocar no denominador ou dividir o denominador sem tocar no numerador;

2ª - Há dois meios de dividir uma fração por um número qualquer: dividir o numerador sem tocar no denominador ou multiplicar o denominador sem tocar no numerador.

Teorema 2º

Multiplicando-se ou dividindo-se os dois termos de uma fração por um mesmo número, esta fração não muda de valor.

Raiz cúbica

1º caso- O número proposto é menor do que mil.

~~2º caso~~- Para extrair a raiz cúbica com a aproximação de unidade de um número menor do que mil, basta saber o cubo dos nove primeiros números e procurar a raiz do maior cubo contido no número dado.

Números: ~~1 2 3~~

1 2 3 4 5 6 7 8 9

1 - 8 - 27 - 64 - 125 - 216 - 343 - 512 - 729

2º caso: O número proposto é maior que 1.000.000 (um milhão)

Para se extrair, com a aproximação de uma unidade a raiz cúbica de um número inteiro, é preciso:

1º - Dividir êsse número em classes de 3 algarismos a começar pela direita; a última classe pode ter apenas um ou dois algarismos.

2º - Procurar a raiz do maior cubo contido na última classe à esquerda; escrever esta raiz à direita do número proposto, separando-a por um traço vertical, subtrair o seu cubo da classe em que se opera, e, ao lado do resto abaixar a classe seguinte.

3º - Separar por um ponto os dois primeiros algarismos à direita do número assim formado, e dividir a parte restante à esquerda pelo triplo do quadrado da raiz encontrada; escrever êste quociente à direita da raiz já obtida; formar o cubo do número resultante e, subtraí-lo das classes já empregadas

Si a subtração fôr possivel, o quociente é o 2º algarismo da raiz; no caso contrário é preciso diminui-lo de uma ou várias unidades.

4º - abaixar a classe seguinte ao lado do resto da última subtração e operar sôbre o numero resultante como o precedente.

Ex.: 33.078.561 | 321

27

60.78

32.768

00 3,10 56,1

33076161

2400

9 x 27

$32^3 = 1024 \times 3 = 3072$

Frações

Reduções - São modificações que sofrem as frações sem alterar o próprio valor.

Reduções
- 1º - Red. de nºs inteiros a fr. imprópria
- 2º - Extração de inteiros de fr. improp.
- 3º - Simplificação de frações
- 4º - Red. de fraçoes

Exemplo:

1º - $6 = \frac{18}{3}$ multiplica-se o inteiro pelo denominador dado.

$6\frac{1}{5} = \frac{31}{5}$.

2º - Extrair inteiros $\frac{32}{4} = 8$ ... $\frac{42}{5} = 8\frac{2}{5}$

(divide-se o num. pelo denominador)

3º - Simplicação de frações:

$\frac{16 \div 2}{64 \div 2}$ divisão sucessiva

cancelamento

máximo divisor comum

Qdo a fração não se pode simplicar chama-se fração irredutível.

Operações com as frações ordinárias

Adição - Só se adicionam frações homogêneas.

1º caso: Somar frações homogêneas:

$\frac{2}{5} + \frac{3}{5} + \frac{1}{5} = \frac{2+3+1}{5} = \frac{6}{5} = 1\frac{1}{5}$

2º caso - Frações heterogêneas

$\frac{3}{4} + \frac{5}{6} + \frac{7}{8}$

Reduzem-se ao mesmo denominador.

Resulta: $\frac{18}{24} + \frac{20}{24} + \frac{21}{24} = \frac{18+20+21}{24} = \frac{59}{24} = 2\frac{11}{24}$

3º caso - Adicionar números mistos

$x = n^o$

$x+1$

$x+3$

101
103
105

$x + x+1 + x+3 = 909$

$3x = 909-4$

$3x = 905$

906 | 3
00 | 302
30

$x+1 + x+3 + x+\cancel{4} = 909$

903 | 3
301
3

301 - 303 - 305

1028.

x
$x+2$
$x+4$
$x+6$

1028
12
1016 | 4
21 | 254
16

254
256
258
260
1.028

x =
$x+2$ =
$x+4$ =

65
66
67
198

x
$x+2$
$x+4$
$x+6$

x

x = nº de anos

$\frac{1}{6}x$ = nº

não sei o volume da $\frac{2}{3}x$ = nº ...

pirâmide

altura da pirâmide + 9 = x

x = nº de anos que viveu

$$\frac{1}{6}x + \frac{2}{3}x + \frac{9}{1} = \frac{x}{1} \qquad \boxed{x-9}$$

$$\cancel{6}x + 4x + 54 = 6x \qquad 6x + 4x - 54$$

$$\cancel{6}x + 4x + 6x = -54 \qquad x = nº$$

$$4 \cdot x = 54 \qquad 2x = \text{dôbro}$$

$$x = \frac{54}{4}$$

$x = 54$ anos $\qquad 2x + 5 = 3x - 19$

x = nº de anos. $\qquad 2x - 3x = -5 - 19$

$$-x = -24 \ (-1)$$

$$\frac{1}{6}x + \frac{2}{3}x + \cancel{9} = x - 9 \qquad x = 24$$

$$\cancel{6}x + 4x = 6x - 54$$

$$\begin{array}{r} 48 \\ +5 \\ \hline 53 \end{array} \qquad \begin{array}{r} 72 \\ -19 \\ \hline 53 \end{array}$$