ALEXANDRE SCHWINDEN GARCIA

DISSECANDO ANOMALIAS COM O MODELO DE CINCO FATORES PARA O MERCADO ACIONÁRIO BRASILEIRO

Dissertação submetida ao Programa de Pós-Graduação em Economia da Universidade Federal de Santa Catarina para obtenção do grau de Mestre em Economia.

Orientador: Prof. Dr. André Alves Portela Santos

Ficha de identificação da obra elaborada pelo autor, através do Programa de Geração Automática da Biblioteca Universitária da UFSC.

Garcia, Alexandre Schwinden
Dissecando anomalias com o modelo de cinco
fatores para o mercado acionário brasileiro /
Alexandre Schwinden Garcia; orientador, André
Alves Portela Santos, 2018.
107 p.

Dissertação (mestrado) - Universidade Federal de Santa Catarina, Centro Sócio-Econômico, Programa de Pós-Graduação em Economia, Florianópolis, 2018.

Inclui referências.

1. Economia. 2. Anomalias. 3. Fatores de risco. 4. Modelos de apreçamento. I. Santos, André Alves Portela. II. Universidade Federal de Santa Catarina. Programa de Pós-Graduação em Economia. III. Título.

ALEXANDRE SCHWINDEN GARCIA

DISSECANDO ANOMALIAS COM O MODELO DE CINCO FATORES PARA O MERCADO ACIONÁRIO BRASILEIRO

Esta Dissertação foi julgada adequada para obtenção do grau de Mestre em Economia e aprovada em sua forma final pelo Programa de Pós-Graduação em Economia.

Florianópolis 27 de fevereiro de 2018.

Prof. Dr. Jaylson Jair da Silveira Coordenador do Curso

Banca Examinadora:

Prof. Dr. André Alves Portela Santos Orientador

Universidade Federal de Santa Catarina

Prof. Dr. Aureliano Angel Bressan Universidade Federal de Minas Gerais

Prof. Dr. Mauricio Simiano Nunes Universidade Federal de Santa Catarina

Prof. Dr. Guilherme Valle Moura Universidade Federal de Santa Catarina

AGRADECIMENTOS

Este trabalho é fruto de um período de imenso amadurecimento em termos pessoais e profissionais.

Sem dúvidas, durante esse período, o apoio de meus pais, Vilson Miguel e Maria Gorete, foi fundamental. Nunca deixaram de me apoiar nas decisões que tomei, nos diferentes rumos que decidi trilhar em minha vida. Não posso deixar de citar aqui a pessoa que sempre me estende a mão em qualquer momento, minha segunda mãe, Valdete. Também agradeço o apoio de minha irmã Carolina, pessoa que eu sempre tive como exemplo de responsabilidade.

Durante essa caminhada encontrei uma pessoa que me traz muita paz e alegria. Agradeço à Raiane, por sua paciência, carinho e companheirismo.

Agradeço imensamente ao meu orientador, professor André Alves Portela Santos, pelo apoio que me proporcionou durante esse período. Hoje completo um sonho que tive desde quando cursei Mercado de Capitais na graduação: ser orientado pelo professor.

Agradeço aos professores do Departamento de Economia da UFSC com quem tive o prazer de ter aulas durante minha graduação em Contabilidade e que me fizeram ter a certeza de que o meu caminho era a Economia: Carmen Gelinski, Francisco Gelinski, Mauricio Simiano, Eva Catela, Jaylson Jair da Silveira e André Alves Portela Santos.

Agradeço também às minhas amigas que conheci durante o mestrado: Jennifer "Jeni", Amanda e Daniela (companheira de conversa às sextas-feiras).

Se você não sabe para qual porto está navegando, nenhum vento é favorável. Sêneca

RESUMO

Este trabalho teve como objetivo replicar para o mercado brasileiro a análise proposta por Fama e French (2016) no artigo "Dissecting Anomalies with a Five-Factor Model". Buscou-se verificar e explicar através do modelo de cinco fatores de Fama e French (2015), estendido para seis fatores em algumas especificações, os retornos de 22 portfólios. Esses portfólios dividiram as empresas de acordo com o seu tamanho e cinco anomalias: beta, emissão líquida de ações, momento, volatilidade e accruals. Os fatores de risco considerados foram: mercado, tamanho, valor, rentabilidade, investimento e momento. A amostra de empresas se estende de 2001 a 2016, tendo sido observados critérios de liquidez e considerados retornos diários (3.962 observações) igualmente ponderados para a construção dos portfólios das anomalias e dos fatores de risco. Para verificar a robustez e a relevância dos modelos e explicar os retornos dos portfólios analisados, foram utilizados estatística GRS, p-valor (GRS), magnitude do intercepto médio e sua significância estatística. Analisando a significância estatística e média dos retornos dos fatores de risco individualmente, observou-se que os fatores rentabilidade e momento foram estatisticamente significantes e que o retorno médio anualizado de empresas com rentabilidade robusta foi em média 18% superior ao de empresas com rentabilidade fraca, e empresas vencedoras apresentaram em média um retorno 13,60% maior que empresas perdedoras. Quando analisadas as regressões dos portfólios tamanho-anomalia, destacou-se que a inclusão do fator rentabilidade foi o grande responsável por reduzir a magnitude dos interceptos médios e da estatística GRS para todos os portfólios tamanho-anomalia verificados, ou seja, foi o grande responsável por aumentar o poder explicativo do modelo. Além disso, o aumento do coeficiente de determinação foi maior para os portfólios de empresas pequenas quando comparado com o de grandes para todas as anomalias. Ressalta-se também que, para todos os portfólios estudados, o fator mercado foi estatisticamente significante, fazendo assim do CAPM um bom modelo para avaliação de ativos, mas incompleto. Quanto aos excessos de retornos dos portfólios tamanho-anomalia para o período analisado, apresentam-se alguns resultados: (i) portfólios com empresas vencedoras geraram maiores retornos e menores desvios-padrão; (ii) empresas que recompram apresentaram maiores retornos quando comparadas com empresas que emitem e neutras; (iii) menor volatilidade se traduziu em maiores retornos; (iv) beta alto se traduziu em maiores retornos apenas para empresas pequenas; e (v) retornos de

empresas com altos *accruals* foram maiores do que de empresas com baixos *accruals*. Através dos coeficientes gerados pelas regressões dos modelos, algumas inferências podem ser feitas quanto aos resultados citados: (i) o fator de risco momento é decisivo na explicação desses retornos; (ii) empresas que recompram são, em geral, empresas mais rentáveis e conservadoras em termos de investimento quando comparadas com empresas que emitem; (iii) portfólios de empresas com menor volatilidade apresentam menor beta, essas empresas comportam-se como empresas maiores, mais rentáveis e vencedoras; (iv) portfólios de empresas pequenas com alto beta são mais sensíveis ao retorno de mercado, essas empresas comportam-se como firmas de crescimento, são agressivas em termos de investimento e menos rentáveis; e (v) não foi possível verificar um padrão claro dos coeficientes para explicar os retornos dos portfólios tamanho-*accruals*.

Palavras-chave: Anomalias. Fatores de risco. Modelos de apreçamento.

ABSTRACT

This dissertation had as objective to replicate for the Brazilian stock market the analysis proposed by Fama and French (2016) in the article: "Dissecting Anomalies with a Five-Factor Model". It has sought to verify and explain through the five-factor model of Fama and French (2015) extended to six factors in some specifications the returns of twenty-two (22) portfolios. These portfolios divided the companies according to their size and five anomalies: beta, net share issues, momentum, volatility and accruals. The risk factor considered were: market, size, value, profitability, investment and momentum. The sample extends from 2001 to 2016 observing liquity criteria and daily returns (3962 observations) equally weighted for the construction of portfolios of anomalies and risk factors. In order to verify the robustness and relevance of the models to explain the returns of the analyzed portfolios were used: GRS statistics, p-value (GRS), average intercepts and their statistical significance. Analyzing the statistical significance and mean returns of the risk factors individually, it was observed that the profitability and momentum factors were statistically significant and that the average annual returns of companies with robust profitability was on average 18% higher than the companies with weak profitability. and winning companies averaged a return of 13,60% higher than losing companies. When analyzing the regressions of the size-anomaly portfolios it is worth noting that the inclusion of the profitability factor was the major responsible for reducing the magnitude of the average intercepts and GRS statistics for all analyzed size-anomaly portfolios, in other words, was largely responsible for increasing the explanatory power of the model. In addition, the increase in the coefficient of determination was greater for small firms' portfolios when compared to large, for all anomalies. It is also worth noting that for all the portfolios studied, the market factor was statistically significant, thus making CAPM a good model for asset valuation, but incomplete. As for the excess returns of the size-anomaly portfolios for the period analyzed some results are summarized: (i) portfolios with winning companies generated higher returns and lower standard deviation; (ii) companies that repurchase showed higher returns when compared to companies that issue shares and neutral; (iii) lower volatility result in higher returns; (iv) high beta result in higher returns only for small companies; (v) returns from companies with high accruals was higher than companies with low accruals. Through the coefficients generated by the regressions of the models some inferences can be made regarding the above results:

(i) the momentum risk factor is decisive in explaining these returns; (ii) companies that share repurchase are generally more profitable and conservative companies in terms of investment compared to issuers; (iii) portfolios of companies with lower volatility present lower beta, behave as larger, more profitable and winning companies; (iv) portfolios with small and high betas companies are more responsive to market returns, behave as growth firms, are aggressive in terms of investment and are less profitable; (v) it was not possible to verify a clear standard of the coefficients to explain the returns of the size-accruals portfolios.

Keywords: Anomalies. Risk factors. Pricing models.

LISTA DE TABELAS

Tabela 1 – Média, desvio-padrão e estatística <i>t</i> anualizados para os
retornos diários dos fatores de janeiro 2001 a dezembro 2016 (3.962
dias)
dias)
portfólios tamanho-anomalia71
Tabela 3 – Excesso de retorno e desvio-padrão diário anualizados dos
portfólios tamanho-β
Tabela 4 – Regressões e R-quadrado dos modelos CAPM e seis fatores
para quatro portfólios tamanho-β de janeiro de 2001 a dezembro de
2016 (3.962 dias)
Tabela 5 – Excesso de retorno e desvio-padrão diário anualizados dos
portfólios tamanho-momento
Tabela 6 – Regressões e R-quadrado dos modelos CAPM e seis fatores
de quatro portfólios tamanho-momento de janeiro de 2001 a dezembro
de 2016 (3.962 dias)
Tabela 7 - Excesso de retorno e desvio-padrão diário anualizados dos
portfólios tamanho-emissão líquida
Tabela 8 – Regressões e R-quadrado dos modelos CAPM e cinco fatores
de seis portfólios tamanho-emissão líquida de janeiro de 2001 a
dezembro de 2016 (3.962 dias)
Tabela 9 - Excesso de retorno e desvio-padrão anualizados dos
portfólios tamanho-volatilidade
Tabela 10 - Regressões e R-quadrado dos modelos CAPM e cinco
fatores de quatro portfólios tamanho-volatilidade de janeiro de 2001 a
dezembro de 2016 (3.962 dias)
Tabela 11 - Excesso de retorno e desvio-padrão anualizados dos
portfólios tamanho-accruals
Tabela 12 - Regressões e R-quadrado dos modelos CAPM e cinco
fatores de quatro portfólios tamanho-accruals de janeiro de 2001 a
dezembro de 2016 (3.962 dias)

SUMÁRIO

1 INTRODUÇAO	17
2 FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA	
2.1 MODELO BASEADO NO CONSUMO E EQUAC	
FUNDAMENTAL DE APREÇAMENTO	
2.2 MODELOS DE EQUILÍBRIO	
2.2.1 Eficiência no sentido média-variância	26
2.2.2 Carteiras eficientes	30
2.2.2.1 Risco beta	32
2.2.3 Modelos fatoriais de apreçamento	34
2.2.3.1 CAPM e o fator mercado	35
2.2.3.2 APT	37
2.2.4 Estratégias e retornos anormais: as origens dos novos fat de risco	
2.2.4.1 Fator tamanho	40
2.2.4.2 Fator valor	42
2.2.4.3 Modelo de dividendo descontado: derivando os fa investimento e rentabilidade	
2.2.4.3.1 Fator investimento	45
2.2.4.3.2 Fator rentabilidade	45
2.2.4.4 Fator momento	46
2.2.5 Além do CAPM: os modelos multifatoriais	47
2.2.6 Novas anomalias	50
2.2.6.1 Anomalia emissões líquidas	50
2.2.6.2 Anomalia volatilidade	52
2.2.6.3 Anomalia accruals	54
3 METODOLOGIA	57
3.1 CRITÉRIOS DE EXIGIBILIDADE E AMOSTRA	
3.2 CONSTRUÇÃO DOS FATORES	58
3.2.1 Fator mercado (Mkt)	59

3.2.2 Fator tamanho (SMB)	60
3.2.3 Fator valor (HML)	60
3.2.4 Fator investimento (CMA)	61
3.2.5 Fator rentabilidade (RMW)	61
3.2.6 Fator momento (WML)	62
3.3 ESTATÍSTICA DESCRITIVA DOS FATORES	62
3.4 CONSTRUÇÃO DE PORTFÓLIOS TAMANHO-ANOMALIA	64
3.4.1 Portfólios tamanho-beta	64
3.4.2 Portfólios tamanho-momento	65
3.4.3 Portfólios tamanho-emissões líquidas	65
3.4.4 Portfólios tamanho-volatilidade	66
3.4.5 Portfólios tamanho-accruals	67
3.5 REGRESSÕES	68
3.6 ESTATÍSTICA GRS	69
4 ANÁLISE DOS RESULTADOS	
4.2 MODELO DE CINCO FATORES: UM SIMPLE TESTE	74
4.3 ANOMALIAS	75
4.3.1 Anomalia beta	76
4.3.2 Anomalia momento	79
4.3.3 Anomalia emissões líquidas	83
4.3.4 Anomalia volatilidade	86
4.3.5 Anomalia accruals	90
5 CONSIDERAÇÕES FINAIS	

1 INTRODUÇÃO

Um dos modelos fartamente utilizados no apreçamento de ativos é o modelo Capital Asset Pricing Model (CAPM), proposto por Sharpe (1964), Lintner (1965) e Mossin (1966). Nesse modelo, os retornos dos ativos são especificados como uma relação linear positiva da sensibilidade dos seus retornos ante os retornos de uma carteira de mercado. Essa sensibilidade é determinada pelo coeficiente beta de cada ativo.

Porém, quando testado empiricamente, o CAPM apresenta alguns resultados controversos. Por exemplo, Fama e MacBeth (1973) foram um dos primeiros a questionar a relação entre retornos médios de ativos e o seu beta. Os autores encontraram uma relação essencialmente "flat" entre o retorno dos ativos e seus respectivos betas.

Fama e French (2008) destacam que existem padrões nos retornos médios das ações que são considerados "anomalias", pois não são explicados pelo CAPM. Schwert (2003) define anomalias como resultados empíricos que não são consistentes com as teorias de apreçamento de ativos, pois indicam a existência de ineficiências do mercado no apreçamento de ativos ou inadequações dos modelos que se propõem a apreçar ativos.

De fato, grande parte dos modelos de apreçamento de equilíbrio que tem no trabalho proposto por Markowitz (1952), *Portfolio Selection*, sua primeira geração e conceitos fundamentais utiliza a hipótese de não arbitragem, ou seja, a partir do momento em que são identificadas anomalias nos retornos, estratégias de negociação baseadas nessas anomalias gerariam lucros excepcionais aos agentes que as detectaram, posteriormente exaurindo as possibilidades de lucros, levando os preços dos ativos ao equilíbrio.

Porém, detectadas essas anomalias ou "enigmas emergentes", como descrito por Banz (1981), surgem então alguns questionamentos: existem realmente retornos anômalos e esses sobrevivem depois de detectados? Além disso, a partir de características intrínsecas das firmas que geram esses retornos anômalos, como, por exemplo, maior ou menor tamanho, maior ou menor variação no ativo total, ou maior ou menor lucro operacional, é possível explicar tais retornos anormais?

Van Dijk (2011), trinta anos após o que a literatura convencionou chamar de "size effect", isto é, o fato de empresas menores apresentarem maiores retornos quando comparadas com firmas maiores, verificou que esse efeito persistia mesmo após estar consolidado e amplamente

difundido entre acadêmicos e mercado, e que era prematuro concluir que esse efeito não existisse mais.

Tendo como alicerce esses e outros questionamentos, e sucedendo o modelo CAPM, em que os retornos dos ativos são apenas explicados pela sua sensibilidade em relação à carteira de mercado, ou seja, um modelo unifatorial, afloram na literatura de finanças os modelos multifatoriais questionando o fato de apenas um fator de risco explicar os retornos, dentre eles o Arbitrage Pricing Theory (APT), de Ross (1976), o modelo de três fatores, de Fama e French (1993), o modelo de quatro fatores, de Carhart (1997), e o modelo de cinco fatores, de Fama e French (2015), que se utilizam de características intrínsecas das firmas para explicar seus retornos ou fatores de risco.

Um argumento para que esses novos fatores de risco surjam e sejam úteis para explicar retornos é o fato de que suas séries temporais covariam de acordo com o fator de desconto estocástico, componente básico da equação fundamental de apreçamento (EFA), que é derivada de uma função utilidade de um consumidor que apresenta a escolha dual de quanto consumir ou poupar parte de sua riqueza. Na ótica do consumidor, o fator de desconto estocástico é a taxa marginal de substituição intertemporal do consumo. Catalão e Yoshino (2006) destacam que os prêmios exigidos nos investimentos em ativos de risco dependem dessa covariância.

O modelo de cinco fatores, por exemplo, traz o tamanho (fator tamanho), o índice *book-to-market* (fator valor), o investimento (fator investimento) e a rentabilidade (fator rentabilidade) como *proxies* do fator de desconto estocástico utilizado para apreçar ativos. Consolidamse, então, os modelos de apreçamento multifatoriais que vão além do CAPM. Fama e French (1992, p. 428, tradução nossa) descrevem em artigo que deu origem ao modelo de três fatores a seguinte afirmação: "[...] se os ativos são apreçados de maneira racional, nossos resultados sugerem que os riscos de uma ação são multidimensionais".

Assim, evidências empíricas de Fama e French (2016), buscando explicar retornos para cinco anomalias utilizando o modelo de cinco fatores, mostram que, por exemplo, uma menor variação no ativo representando assim menor investimento, e um maior lucro operacional representando assim maior rentabilidade ajudam a explicar por que firmas que recompram suas ações (anomalia emissão líquida) apresentam maiores retornos no longo prazo. Desse modo, o fato de firmas que recompram suas ações apresentarem retornos anômalos é explicado em parte pelo fato de serem mais conservadoras em termos de investimento e mais rentáveis.

O trabalho a seguir tem como objetivo verificar através dos fatores de risco propostos por Fama e French (2015) no modelo de cinco fatores, estendido para seis fatores em algumas oportunidades, cinco anomalias para o mercado brasileiro: anomalia beta, anomalia momento, anomalia emissão líquida de ações, anomalia volatilidade e anomalia accruals, para o período de 2001 a 2016. Este trabalho tem como base o proposto por Fama e French (2016): "Dissecting Anomalies with a Five-Factor Model", porém foram feitas algumas adaptações consideradas necessárias pelo autor para o mercado brasileiro devido a restrições de amostra e período, por exemplo.

Para atingir tal objetivo, foram criados 22 portfólios com retornos diários *ex-post* igualmente ponderados para as cinco anomalias estudadas, os quais foram anualmente rebalanceados, com exceção da anomalia momento, mensalmente rebalanceada. Os retornos diários dos portfólios dos seis fatores de risco utilizados para explicar essas anomalias também foram construídos e rebalanceados anualmente, excetuando-se o fator momento mensalmente rebalanceado. Também foram utilizados retornos igualmente ponderados na construção dos fatores, com exceção do fator mercado, que, por essência, considera o peso relativo de cada empresa de acordo com a sua participação ou tamanho na carteira de mercado.

O restante do trabalho está organizado da seguinte forma: Capítulo 2 apresentará a revisão de literatura, iniciando a abordagem dos modelos de apreçamento pelo modelo baseado no consumo de onde emerge a equação fundamental de apreçamento. Também serão exibidos novas anomalias, fatores e modelos de apreçamento multifatoriais na literatura. O Capítulo 3 apresentará a metodologia utilizada na pesquisa, tais como critérios de exigibilidade da amostra, construção dos fatores e anomalias, regressões utilizadas e estatística empregada para verificar a robustez dos modelos, estatística GRS. No Capítulo 4, cada anomalia será analisada de forma individualizada a partir do modelo mais adequado para tal. Por fim, o Capítulo 5 apresentará as conclusões obtidas no trabalho.

2 FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA

Esta seção iniciará utilizando-se do modelo baseado no consumo para derivar a equação fundamental de apreçamento (EFA). A escolha dual dos consumidores, entre consumir ou poupar parte de sua riqueza, é a base de onde diversos modelos de apreçamento surgiram. Posteriormente, serão demonstrados alguns resultados do trabalho de Markowitz (1952) para então derivarmos o modelo de apreçamento de equilíbrio com a carteira de mercado (CAPM) e o Arbitrage Pricing Theory (APT). Por fim, serão apresentados alguns fatores de risco, modelos de apreçamento multifatoriais e novas anomalias que pesquisas empíricas que demonstram ser relevantes para a determinação do risco e do retorno de ativos.

2.1 MODELO BASEADO NO CONSUMO E EQUAÇÃO FUNDAMENTAL DE APREÇAMENTO $^{\rm l}$

Um consumidor deve decidir entre consumir ou poupar parte de sua riqueza. Caso decida poupar parte dela, deve definir quais ativos deve ou não possuir em seu portfólio de investimento. Assim, caso decida poupar parte de sua riqueza, isso lhe gerará perda de utilidade no período t, mas lhe proporcionará maior consumo em t+1. A perda de utilidade marginal em consumir menos em t e comprar ativos que geram rendimentos em t+1 deve igualar a utilidade marginal de se consumir mais em t+1. Esse maior consumo no período t+1 dar-se-á a partir dos fluxos de recursos gerados (payoff) no ativo investido, ou seja, consumidores que compram ativos financeiros esperam que esses ativos gerem fluxos de dinheiro que lhes proporcionarão comprar consumo no futuro, devendo o preço de tal ativo ser o valor esperado descontado dos fluxos de recursos.

Os fluxos gerados pelos ativos são, porém, incertos. Determinar esses fluxos, portanto, passa a ser fundamental para apreçarmos um ativo. Para calcularmos o valor de qualquer fluxo de caixa incerto, podemos iniciar definindo uma função utilidade de um consumidor que se depara com o problema dual, consumir *versus* poupar, como:

¹ A derivação da equação fundamental de apreçamento através do modelo baseado no consumo utilizado nesta seção foi apresentado por Cochrane (2009) e tem como base o trabalho desse autor.

$$U(c_t, c_{t+1}) = u(c_t) + \beta E_t[u_t(c_{t+1})], \tag{1}$$

onde c_t é o consumo na data t.

Utilizando uma função utilidade isoelástica,

$$U(c_t) = \frac{1}{1 - \gamma} c_t^{1 - \gamma},$$
 (2)

o limite quando $\gamma \rightarrow \infty$ é:

$$u(c) = \ln(c). \tag{3}$$

Essa função utilidade é crescente, ou seja, consumidores desejam consumir mais, e côncava, refletindo utilidade marginal do consumo decrescente. Isso caracteriza o consumidor como impaciente e com aversão ao risco. Pode-se utilizar essas informações para quantificar risco e fluxos de caixa.

Definindo β como a taxa de desconto subjetiva que captura a impaciência do consumidor, x_{t+1} como os fluxos gerados por um ativo, que tem um preço p_t , e como o nível de consumo original, ξ como o total de ativos que ele decidir comprar e assumindo que os consumidores podem comprar e vender ativos livremente, deparamo-nos com o seguinte problema de otimização:

$$\max c_t + E_t \left[\beta u(c_{t+1}) \right], \tag{4}$$

$$s.t. \quad c_t = e_t + p_t \xi, \tag{5}$$

$$c_{t+1} = e_{t+1} + x_{t+1}\xi. (6)$$

Substituindo as restrições na função objetivo, derivando essa com relação a ξ e igualando a zero, chegamos às condições de primeira ordem para um consumo e portfólio ótimos:

$$p_t u'(c_t) = E_t [\beta u'(c_{t+1}) x_{t+1}]. \tag{7}$$

A igualdade anterior expressa a condição marginal para uma situação ótima ou de equilíbrio. O lado esquerdo representa a perda de utilidade marginal caso o investidor compre uma unidade de ativos; e o lado direito representa a utilidade descontada, obtida por um fluxo em t+1. Enquanto essa condição não for respeitada, os consumidores continuam a comprar ou vender ativos e o mercado de ativos não se encontra em equilíbrio.

Isolando p_t , encontramos a equação fundamental para o apreçamento de ativos:

$$p_t = E_t \left[\frac{\beta u'(c_{t+1})}{u'(c_t)} x_{t+1} \right].$$
 (8)

Em um contexto de incerteza, dado o fluxo de recursos gerado, x_{t+1} , e as escolhas de consumo em c_t e c_{t+1} , essa equação fornece o preço (p_t) de um ativo. Definindo o fator de desconto, $\frac{\beta u'(c_{t+1})}{u'(c_t)}$, como m_{t+1} , tem-se que o preço de um ativo no período t é:

$$p_t = E_t(m_{t+1}x_{t+1}). (9)$$

Considerando que os preços são sempre em t e os fluxos em t+1, e considerando que a esperança é condicionada por informações em t, podemos descrever a equação fundamental de apreçamento em termos de *payoff* como:

$$p = E(mx). (10)$$

A equação fundamental de apreçamento (10) também pode ser escrita em termos de retornos. Definindo o *payoff* como:

$$x_{t+1} = p_{t+1} + d_{t+1}, (11)$$

onde p_{t+1} é o preço em t+1, d_{t+1} são os dividendos em t+1 e, dividindo (11) pelo preço em $t(p_t)$, obtém-se o retorno bruto dado por:

$$R_{t+1} = \frac{x_{t+1}}{p_t}. (12)$$

Pensando no retorno de um ativo em t+1 com um payoff de 1 unidade no período futuro, obtém-se a equação fundamental em termos de retornos:

$$1 = E(mR). (13)$$

A partir desta equação é possível derivar o modelo de apreçamento base utilizado neste trabalho. A decomposição da covariância entre o fator de desconto e o retorno bruto é dada por:

$$cov(m, R^i) = E(mR^i) - E(m)E(R^i), \tag{14}$$

isolando $E(mR^i)$,

$$E(mR^{i}) = E(m)E(R^{i}) + cov(m, R^{i}), \tag{15}$$

considerando que o retorno esperado descontado $E(mR^i)$ é igual a 1,

$$1 = E(m)E(R^i) + cov(m, R^i), \tag{16}$$

substituindo a taxa livre de risco, $R_f = \frac{1}{E(m)}$, e organizando (16):

$$E(R^{i}) - R_{f} = -R_{f}cov(m, R^{i}).$$
(17)

O lado esquerdo representa o prêmio de risco ou o excesso de retorno de um ativo *i* sobre a taxa livre de risco. Ativos que os retornos covariam positivamente com o fator de desconto estocástico devem apresentar maiores prêmios de risco para que os investidores mantenham tais ativos. Ativos que os retornos covariam negativamente com o fator de desconto estocástico devem apresentar menores prêmios de risco, funcionando como um seguro e podendo apresentar retornos menores que a taxa livre de risco ou até retornos esperados negativos.

A partir da representação (17), pode-se decompor e organizá-la de maneira a encontrar a representação de um modelo básico de apreçamento em termos de coeficiente beta:

$$E(R^{i}) = R_{f} + \left(\frac{cov(R^{i}, m)}{var(m)}\right) \left(-\frac{var(m)}{E(m)}\right), \tag{18}$$

definindo
$$\left(\frac{cov(R^i,m)}{var(m)}\right) = \beta_{i,m} e\left(-\frac{var(m)}{E(m)}\right) = \lambda_m$$
, tem-se que:

$$E(R^i) = R_f + \beta_{i,m} \lambda_m. \tag{19}$$

Essa é a representação beta do modelo de apreçamento baseado na equação fundamental (13). O retorno esperado de um ativo é proporcional ao seu beta em uma regressão de retornos sobre o fator de desconto estocástico. O coeficiente λ_m é o mesmo para todos os ativos e representa o preço do risco. O coeficiente $\beta_{i,m}$ muda em cada ativo e representa a quantidade de risco que cada ativo carrega.

Grande parte dos modelos de apreçamento fatoriais tem como base essa equação. A diferença entre eles reside na escolha dos fatores de risco utilizados como *proxy* para o fator de desconto. Uma questão é, portanto, fundamental: quais fatores de risco utilizar? Certamente aqueles que são *proxies* adequadas para o crescimento da utilidade marginal dos consumidores.

Há, porém, como destacado por Cochrane (2009), dificuldades em determinar o fator de desconto pelo fato de ele muitas vezes não ser observado. O autor apresenta três abordagens para resolver esse problema: (i) *m*, especificado de acordo com pressuposições da utilidade do consumidor através de medidas de consumo; (ii) utilizar um vetor de fatores como uma representação do crescimento do consumo; e (iii) inferir o fator de desconto estocástico através do conjunto de retornos observados dos ativos.

A abordagem que se apresenta viável em termos de medidas é a terceira, que é utilizada por diversos modelos de apreçamento, tais como o empregado neste trabalho. Essa abordagem foi proposta por Hansen e Jagannathan (1991) e parte do fato de que, se o fator de desconto estocástico apreça todas as obrigações financeiras da economia, é possível observá-lo através dos retornos dos ativos.

Assim, quais são os fatores de risco observáveis e os fatores de risco que são *proxies* do fator de desconto estocástico? Antes de apresentar possíveis *proxies*, serão expostos alguns conceitos fundamentais derivados dos modelos de equilíbrio que serão a base da escolha dos fatores de desconto.

2.2 MODELOS DE EQUILÍBRIO

Modelos de equilíbrio têm como condição fundamental a não possibilidade de arbitragem, ou seja, todos os ativos idênticos negociados devem apresentar a mesma remuneração. Caso existam oportunidades de arbitragem, essa não poderá ocorrer de forma sistemática ou, logo que investidores percebem possibilidades de arbitragem, eles tomam posições para aproveitar essas oportunidades, fazendo com que os preços retornem ao equilíbrio. Destaca-se que, nesse contexto, todas as crenças ou expectativas dos investidores sobre rendimentos esperados, volatilidades e covariâncias sobre as oportunidades de investimento são homogêneas.

A partir daí, surge a possibilidade de avaliarmos um ativo com preço desconhecido por meio de uma carteira réplica de ativos com risco conhecido e igual ao risco do ativo desconhecido: conhece-se o risco e através dele mensura-se o retorno.

Considerando o fator de desconto, *m*, da equação fundamental de apreçamento (10) como a relação marginal de substituição intertemporal do consumo agregado dos agentes, podemos encontrar o modelo de apreçamento CAPM. Assim, é importante definirmos alguns conceitos que são a base para derivarmos tal modelo, tais como eficiência no sentido média-variância e carteiras eficientes. As demonstrações e as derivações que se seguem têm como base os trabalhos de Markowitz (1952) e Marín e Rubio (2001).

2.2.1 Eficiência no sentido média-variância

A abordagem que segue tem como pressuposto básico que os investidores somente se importam com o rendimento esperado e a variância dos rendimentos dos ativos que possuem em seus portfólios (média-variância). Os investidores valorizam positivamente o rendimento esperado e negativamente a variância. Isso simplifica a forma como apreçamos ativos em um contexto de incerteza. A partir desse contexto, pode-se encontrar o valor do ativo a avaliar, através da construção de uma carteira réplica com o ativo seguro e a carteira de mercado que tenha risco igual a esse ativo.

No contexto de média-variância, os investidores são capazes de diversificar suas carteiras de modo que o único risco a que estão sujeitos é o risco sistêmico, ou de mercado, sendo, assim, a única parte de incerteza que não pode ser eliminada.

O rendimento de uma carteira composta de N ativos é dado por:

$$R_c = \sum_{i=1}^{N} \omega_j R_j. \tag{20}$$

Ou seja, o rendimento esperado de uma carteira é a média ponderada dos rendimentos esperados dos ativos que fazem parte dela, dado que a ponderação de cada ativo na carteira é:

$$\omega_{j} = \frac{Valor\ de\ Mercado\ Ativo\ j}{Valor\ de\ Mercado\ Carteira\ Total\ de\ Ativos}. \tag{21}$$

Uma carteira réplica, por sua vez, é formada por um proporção ω_m na carteira de mercado e $(1-\omega)$ no ativo seguro, ou livre de risco. Podemos então representar o rendimento da carteira réplica como:

$$E(R_c) = \omega_m E(R_m) + (1 - \omega_m)r. \tag{22}$$

Avaliamos o risco de um ativo individual de acordo com a variância dos seus rendimentos. Assim, o risco de um ativo *j* mede o quão dispersos os rendimentos estão em torno da média e é dado por:

$$\sigma_j^2 = \sum_{s=1}^S \pi_s \left(R_j - E(R_j) \right)^2, \tag{23}$$

onde π_s representa a probabilidade de determinado estado ocorrer.

Caso possuamos diversos ativos incertos em uma carteira, podese calcular a variância total dessa carteira como:

$$\sigma_{mercado}^2 = \frac{1}{T} \sum_{t=1}^{T} \left(R_j - E(R_j) \right)^2, \tag{24}$$

onde T representa o total de anos da amostra.

Pressupomos na equação (22) a existência de um ativo seguro, sem risco. Caso esse ativo não exista na economia, é possível avaliar o rendimento esperado e a variância de uma carteira composta de dois ativos incertos. O rendimento esperado é dado por:

$$E(R_c) = \omega_1 E(R_1) + (1 - \omega_1) E(R_2), \tag{25}$$

e a variância pode ser encontrada a partir de:

$$\sigma_{carteira}^2 = \omega_1 \sigma_1^2 + \omega_2 \sigma_2^2 + 2\omega_1 \omega_2 Cov_{1,2}. \tag{26}$$

É importante destacar que a covariância entre dois ativos é a medida que determina como os rendimentos dos ativos de uma carteira tendem a andar conjuntamente. Pode-se escrever a covariância em termos de correlação:

$$Cov(R_1, R_2) = \rho_{12}\sigma_1\sigma_2. \tag{27}$$

A partir da equação (27), fica claro que a variância de uma carteira será menor quanto menor a covariância entre os rendimentos dos ativos dessa carteira. Um coeficiente de correlação baixo entre os ativos é capaz, portanto, de reduzir a variância e, assim, a volatilidade e o risco de uma carteira.

Assim, uma medida de extrema importância é a covariância entre o rendimento de um ativo individual, R_j , e o rendimento de uma carteira de ativos incertos, R_c . A contribuição do risco de um ativo individual para uma carteira é dada pela média ponderada das covariâncias dos rendimentos dos ativos da carteira com o ativo individual:

$$Cov(R_j, R_c) = \sum_{h=1}^{n} \omega_j \sigma_{jh}.$$
 (28)

Porém, em um contexto de média-variância, os investidores desejam minimizar a variância ou a volatilidade de suas carteiras. Para encontramos as ponderações ótimas, ou seja, aquelas que minimizam a variância ou a volatilidade de uma carteira formada por dois ativos incertos, utilizamos a expressão da variância de uma carteira de dois ativos (26), derivamos com relação às ponderações dos ativos (ω_1, ω_2) e igualamos a zero:

$$\frac{d\sigma^2}{d\omega_1} = 2\omega_1\sigma_1^2 - 2\sigma_2^2 + 2\rho\sigma_1\sigma_2 - 4\omega_1\rho_{1,2}\sigma_1\sigma_2 = 0,$$
 (29)

$$\omega_1(\sigma_1^2 + \sigma_2^2 - 2\rho\sigma_1\sigma_2) + \rho\sigma_1\sigma_2 - \sigma_2^2 = 0, \tag{30}$$

$$\omega_1^* = \sigma_2^2 - \frac{\rho_{1,2}\sigma_1\sigma_2}{\sigma_1^2 + \sigma_2^2 - 2\rho\sigma_1\sigma_2}.$$
 (31)

Encontram-se, assim, as ponderações ótimas dos ativos para a minimização da variância de uma carteira, onde $\omega_2^* = \omega_1^* - 1$. Essa carteira, composta da ponderação ótima de ativos incertos, é chamada de carteira de mínima variância.

Pode-se considerar a covariância entre o rendimento de um ativo financeiro e de uma carteira como variância marginal, isto é, a mudança causada na variância de uma carteira após um aumento infinitesimal da ponderação de certo ativo em uma carteira. Supondo uma carteira R_c antes de adicionar uma quantidade pequena de um ativo, R_j como o rendimento de tal ativo, R_c^* o rendimento da nova carteira, z a quantidade de dinheiro investido no ativo j e r o rendimento do ativo seguro, o rendimento dessa nova carteira é dado por:

$$R_c^* = R_c + z(R_i - r). (32)$$

Encontrando a variância dessa nova carteira, e considerando que o ativo seguro tem volatilidade nula, tem-se que:

$$\sigma_c^{2*} = \sigma_c^2 + z^2 \sigma_i^2 + 2z \sigma_{jc}. \tag{33}$$

Para encontrar a variância marginal, deve-se derivar a variância com relação à quantidade adicionada *z* e encontrar-se:

$$\frac{d\sigma_c^{2*}}{dz} = 2(z\sigma_j^2 + \sigma_{jc}),\tag{34}$$

avaliando em relação a z = 0,

$$\frac{d\sigma_c^{2*}}{dz} = 2\sigma_{jc}. (35)$$

A variância marginal é, assim, proporcional à covariância entre o rendimento do ativo j e o rendimento da carteira. Esse resultado é possível quando a carteira a que pertence o ativo é bem diversificada, não admitindo assim que um único ativo seja um componente que domina uma carteira.

2.2.2 Carteiras eficientes

Ao identificarmos as carteiras de menor variância, pode-se denominá-las carteiras eficientes, pois essas são aquelas carteiras compostas de ativos incertos que, para dado rendimento esperado, possuem a menor volatilidade e, para dada determinada volatilidade, possuem o maior rendimento esperado. A determinação dessas carteiras eficientes com menor volatilidade dado o rendimento é resultado do problema de otimização, que pode ser representado por:

$$\min \sigma_c^2 \tag{36}$$

$$s.t.\sum_{i=1}^{N}\omega_{j}E(R_{j})=E(R_{c}), \tag{37}$$

$$\sum_{j=1}^{N} \omega_j = 1. \tag{38}$$

Resolvendo o problema de minimização (36), chega-se a uma ponderação ótima de ativos ω_h , com menor variância dado um rendimento esperado, R_e :

$$\sum_{h=1}^{N} \omega_h \sigma_{jh} - \lambda_1 E(R_j) - \lambda_2 = 0 ; j = 1, 2, ..., N.$$
 (39)

Pode-se também formar uma carteira de menor variância combinando duas outras carteiras de menor variância. Assim, todas as carteiras de menor variância podem ser construídas a partir da média ponderada de duas carteiras de menor variância ou de dois ativos. O rendimento dessa carteira, formado por duas carteiras p e q, é dado por:

$$R_e = \omega_{ep} R_p + \omega_{eq} R_q. \tag{40}$$

Os rendimentos das duas carteiras de menor variância que formam uma carteira de menor variância são diferentes. O rendimento esperado dessa carteira encontrar-se-á dentro do conjunto de rendimentos esperados que cobre todas as carteiras de mínima variância. Deriva-se daí o teorema da separação de ativos, que afirma que todas as

carteiras que são eficientes no sentido média-variância podem ser construídas através da média ponderada de duas quaisquer carteiras eficientes. Esse teorema é fundamental em um contexto da inexistência de um ativo seguro.

Porém, quando os investidores se deparam com a possibilidade de investir em um ativo livre de risco, esse ativo pode ser incorporado as suas carteiras. Logo, é possível combinar investimento em ativos seguros e ativos incertos. Isso aumenta as possibilidades de investimento, porém implica que a carteira de menor variância possível será a carteira composta somente desse ativo.

Contudo, o interessante é combinar ativos seguros com ativos incertos e gerar carteiras eficientes de menor variância, as carteiras tangentes, T. Essa fronteira de carteiras eficientes é denominada linha do mercado de capitais (LMC) e, em um contexto de média-variância, os investidores irão escolher alguma carteira nessa linha. O rendimento dessa carteira eficiente é dado por:

$$E(R_c) = \omega_j E(R_t) + (1 - \omega_j) r. \tag{41}$$

A volatilidade de tal carteira, ressaltando que a variância do ativo seguro é zero, é dada por:

$$\sigma_c = \omega_i \sigma_T, \tag{42}$$

isolando a ponderação do ativo j (ω_j) , temos:

$$\omega_j = \frac{\sigma_c}{\sigma_T},\tag{43}$$

plugando a equação (43) na equação do rendimento da carteira (41), temos:

$$E(R_c) = \frac{\sigma_c}{\sigma_T} E(R_T) + \left(1 - \frac{\sigma_c}{\sigma_T}\right) r,\tag{44}$$

reorganizando (44):

$$E(R_c) = r + \frac{E(R_T) - r}{\sigma_T} \sigma_c. \tag{45}$$

Desta equação, destaca-se a inclinação da linha de mercado de capitais, que é dada por:

$$\theta_T = \frac{E(R_T) - r}{\sigma_T}. (46)$$

Essa inclinação é conhecida como Índice de Sharpe e é a compensação que o investidor deve ter de rendimento por investir em uma carteira de ativos incertos, ou seja, o prêmio dessa carteira. Se pensarmos essa medida como o rendimento extra sobre o ativo seguro por unidade de risco, chega-se à conclusão de que inclinações maiores são carteiras tangentes que oferecem aumentos marginais de seus rendimentos maiores para dados aumentos no risco. Quando não possuímos um ativo seguro, podemos encontrar a carteira de menor variância e utilizá-la de forma análoga a um ativo seguro e assim encontrar alguma carteira tangente T composta de ativos incertos.

Portanto, determinadas as combinações ótimas para a formação de carteiras eficientes, deve-se observar qual é o risco e então o retorno dessa carteira. A próxima seção traz detalhes sobre como mensurar e avaliar o risco de cada ativo individual quando alocado em uma carteira eficiente.

2.2.2.1 Risco beta

Sob expectativas homogêneas, existe apenas uma carteira eficiente de ativos incertos que será escolhida por todos os investidores. A variabilidade de rendimentos de tal carteira é o risco final dos investidores. Portanto, investidores estão interessados em verificar como o risco de cada ativo individual influencia uma carteira eficiente por ele escolhida. Quanto maior a contribuição de um ativo individual para a volatilidade de uma carteira eficiente, maior seu risco. Essa medida é estimada pela covariância dos rendimentos do ativo individual com a carteira:

$$Cov(R_j, R_c) = \sum_{h=1}^{N} \omega_h \sigma_{jh}.$$
 (47)

O desvio-padrão, considerado como medida de volatilidade da carteira c, é dado por:

$$\sigma_c = \sum_{j=1}^{N} \sum_{h=1}^{N} \left(\omega_j \omega_h \sigma_{jh}\right)^{\frac{1}{2}}.$$
 (48)

Para determinar quanto o ativo *j* colabora para a volatilidade da carteira, deriva-se o desvio-padrão da carteira pela ponderação do ativo *j* na carteira:

$$\frac{d\sigma_c}{d\omega_i} = \frac{\sum_{h=1}^{N} \omega_h \sigma_{jh}}{\sigma_c},\tag{49}$$

de (47) sabemos que:

$$\sum_{h=1}^{N} \omega_h \sigma_{jh} = Cov\left(R_j, R_c\right),\tag{50}$$

assim:

$$\frac{d\sigma_c}{d\omega_i} = \frac{Cov(R_j, R_c)}{\sigma_c},\tag{51}$$

medindo essa contribuição em termos proporcionais:

$$\frac{Cov(R_j, R_c)}{\sigma_c} = \frac{Cov(R_j, R_c)}{\sigma_c^2} = \beta_{jc}.$$
 (52)

O coeficiente beta (β) de um ativo individual mede a contribuição de risco desse ativo para a carteira eficiente. Intuitivamente, um ativo com beta igual a um implica que a variação do retorno esperado de um ativo andará em linha com os retornos esperados da carteira eficiente. Quanto maior for o beta de um ativo, maior será o prêmio pelo risco ou pela compensação exigida pelos investidores para comprar tal ativo, pois, caso não quisessem tomar risco, apenas replicariam a carteira eficiente com beta um, atingindo o retorno da carteira eficiente (estratégia passiva).

Pode-se então calcular o retorno esperado de um ativo incerto. Esse é calculado através do rendimento em excesso, ou prêmio de risco, ante o ativo seguro, sendo uma função linear e positiva do risco beta com relação à carteira tangente:

$$E(R_i) - r = [E(R_T) - r]\beta_{iM}. \tag{53}$$

O risco beta, portanto, é de fundamental importância para mensurar-se como um risco individual de um ativo pode influenciar uma carteira. A partir desse conceito, surgiu o modelo de apreçamento conhecido como Capital Asset Pricing Model (CAPM), que, conforme escreveram Fama e French (2007, p. 104), "marca o nascimento da teoria de apreçamento de ativos".

2.2.3 Modelos fatoriais de apreçamento²

Os modelos fatoriais de apreçamento são motivados em sua maioria pela busca de *proxies* para o fator de desconto estocástico derivado do modelo baseado no consumo. Isso decorre do fato, como já mencionado, da existência de dados que possam ser empiricamente testados, como a utilização de séries de retorno de ativos ou variáveis macroeconômicas, por exemplo.

Portanto, os modelos de apreçamento fatoriais lineares em sua forma básica podem ser descritos da seguinte maneira:

$$m_{t+1} = a + b' f_{t+1}. (20)$$

Essa especificação é equivalente a um modelo com múltiplos betas:

$$E(R_{t+1}) = \alpha + \beta' \lambda, \tag{21}$$

onde β são os múltiplos coeficientes da regressão dos retornos de determinado fator (f), α e β são os parâmetros livres.

Logo, o retorno esperado de um ativo é uma função linear dos retornos dos fatores utilizados na regressão. Surge a dúvida de quais fatores podem ser utilizados como *proxies* para o fator de desconto.

Para responder a essa questão, é importante lembrar que definimos na equação (9) o fator de desconto como a taxa de crescimento da utilidade marginal; assim, modelos fatoriais utilizam fatores variáveis que respeitem a seguinte relação:

$$\frac{\beta u'(c_{t+1})}{u'(c_t)} \approx a + b' f_{t+1}. \tag{22}$$

 $^{^{2}}$ As derivações utilizadas nesta seção foram retiradas de Cochrane (2009).

A partir desta relação, abre-se caminho para utilizar fatores variáveis que respondam a mudanças no consumo agregado que é sensível a mudanças em variáveis observáveis na economia, como retornos de portfólios de investidores, taxa de juros, crescimento do produto nacional ou outras variáveis macroeconômicas.

Além disso, mudanças no consumo agregado respondem a notícias, isto é, a sinalização de maior renda no futuro aumenta o consumo hoje. Assim, é possível utilizar variáveis que respondam a notícias, como retornos de ativos ou variáveis macroeconômicas, como fatores para a previsão de retornos de ativos.

A partir da premissa central de que *proxies* do fator de desconto estocástico podem ser observadas através de variáveis econômicas, surgem alguns modelos como o CAPM e o APT. As próximas subseções apresentam esses dois modelos.

2.2.3.1 CAPM e o fator mercado

O CAPM, proposto por Sharpe (1964), Lintner (1965) e Mossin (1966), vincula o fator de desconto ao retorno de um portfólio com todos os ativos da economia. Pressupõe a existência de um ativo seguro e considera que a carteira tangente eficiente, que é a única demandada por todos os indivíduos, será a carteira composta de todos os ativos da economia em que a participação de cada ativo é proporcional à capitalização.

Assim, o fator de desconto (m) é dado por uma função linear:

$$m_{t+1} = a + bR_{t+1}^{w}, (23)$$

onde R^w representa o retorno da carteira de mercado (com todos os ativos), a e b são parâmetros livres.

O fato de considerar a carteira de mercado como a carteira eficiente deriva do pressuposto de equilíbrio no mercado de ativos: a demanda agregada de todos os ativos é a combinação de todas as demandas individuais. A carteira de mercado é, portanto, composta de todos os ativos existentes no mercado em que a participação de cada ativo é proporcional a sua capitalização.

Como se pressupõe equilíbrio de mercado, a demanda deve igualar-se à oferta de ativos e essa oferta de ativos deve se situar sobre a fronteira eficiente. Caso considerarmos a carteira de mercado como aquela que representa a oferta de todos os ativos da economia, essa

carteira situar-se-á sobre a fronteira eficiente, logo é uma carteira eficiente.

Há, porém, uma dificuldade prática em se observar a carteira de mercado como a que representa todos os ativos da economia. Convencionalmente, utilizam-se como *proxy* dessa carteira índices acionários compostos de diversos ativos, por exemplo, Ibovespa, NYSE, S&P 500, entre outros.

A ponderação de cada ativo *j* nesses índices é dada por:

$$\omega_{jm} = \frac{P_j n_{cj}}{\sum_{j=1}^{N} P_j n_{cj}},\tag{58}$$

onde ω_{jm} é a ponderação de cada ativo j na carteira de mercado, P_j é o preço do ativo j, n_{cj} é o número de títulos em circulação do ativo j e N é o total de ativos da carteira de ações do índice.

A contribuição de risco de cada ativo j para a carteira de mercado é dada pelo coeficiente β de cada ativo j:

$$\beta_{jm} = \frac{Cov(R_j, R_m)}{\sigma_m^2}. (59)$$

O termo $Cov(R_j, R_m)$ representa o risco sistemático e é a sensibilidade das variações de rendimento de um ativo j ante as variações de rendimento da carteira de mercado (m).

Definindo a carteira de mercado como eficiente, pode-se utilizar a equação do prêmio de risco (53) e encontrar o rendimento esperado de um ativo j no modelo CAPM, que é uma função linear e positiva do risco beta em relação à carteira de mercado:

$$E(R_i) = r + [E(R_m) - r]\beta_{im}. \tag{60}$$

De acordo com Fama e French (2004, p. 30), três são as implicações que surgem da relação entre risco e retorno para um ativo no modelo CAPM: (i) nenhuma outra variável além do beta possui poder explicativo para os retornos; (ii) ativos de risco apresentam prêmios de risco positivos, ou seja, retornos da carteira de mercado composta de ativos de risco possuem prêmio superior aos ativos livres de risco; e (iii) ativos não correlacionados com o mercado apresentam retornos iguais à taxa livre de risco.

Considerou-se nas demonstrações do CAPM de Sharpe (1964), Lintner (1965) e Mossin (1966) a existência de um ativo seguro. Porém, quando não há existência de um ativo seguro, investidores poderão ter diferentes carteiras eficientes, com diferentes proporções de ativos incertos. Para então determinarmos uma única carteira tangente para todos os investidores, consideramos como r (rendimento do ativo seguro) uma carteira de ativos incertos que não tem risco β , ou seja, covariância zero com relação à carteira de mercado eficiente. Esse é o modelo CAPM de beta-zero proposto por Black (1972). A partir daí, podemos calcular o retorno esperado de um ativo incerto j, dado por:

$$E(R_j) = E[R_{0c} + (E(R_e) - E(R_{0c}))]\beta_{je}.$$
 (61)

A interpretação para o coeficiente β é a mesma para as duas variações do modelo CAPM. A diferença reside no fato de considerarmos um ativo com covariância zero com relação à carteira de mercado como o ativo seguro. Assim, ativos incertos com β maior que 1 são considerados ativos agressivos, sensíveis ou pró-cíclicos. Apresentam aumentos ou quedas superiores aos da carteira de mercado. Quando o β for menor que 1, os ativos são considerados defensivos. Aumentos ou quedas nos seus preços são menores que os da carteira de mercado.

Contudo, é importante destacar que os modelos CAPM, propostos tanto por Sharpe, Lintner e Mossin, e o proposto por Black presumiam a existência de um horizonte unitário de decisão dos investidores. Essa hipótese, por vez irrealista em termos práticos, foi aprimorada por um novo modelo, o ICAPM, proposto por Merton (1973). Nesse modelo, os investidores rebalanceiam seus portfólios de maneira intertemporal, o que torna esse modelo próximo à prática de investidores.

Desse modo, o avanço em termos acadêmicos e da utilização prática foi grande e o próprio modelo CAPM foi aprimorado de forma que foram inseridas, por vezes, hipóteses mais realistas ao modelo. Porém, novos modelos surgiram explorando a hipótese simplista de que apenas o risco beta era o responsável por explicar o retorno dos ativos. As próximas seções abordam esses novos modelos e questionamentos que surgiram.

2.2.3.2 APT

O Arbitrage Pricing Theory (APT), proposto por Ross (1976), sugere que dois ativos idênticos (por exemplo, que apresentam mesmo

nível de risco) não podem ser negociados por diferentes preços de forma permanente, isto é, existindo possibilidades de arbitragem, investidores irão formar carteiras de maneira a aproveitar lucros extraordinários, levando os preços dos ativos ao equilíbrio.

O modelo tem como ideia central o fato de que os retornos esperados dos ativos são uma combinação linear de diversos fatores de risco. Cada ativo ou portfólio apresenta determinada sensibilidade com relação a determinado fator, sendo essa sensibilidade mensurada pelo coeficiente β .

Analogamente aos bens substitutos da economia, ativos ou portfólios com sensibilidades semelhantes a cada fator de risco sistemático devem apresentar preços semelhantes, sustentando, assim, a premissa de não arbitragem ou lei do preço único, característica do modelo.

Podem existir diferentes fontes de risco sistêmico, ou fatores de risco, afetando as empresas de diferentes formas. Isso refletir-se-á em maior ou menor sensibilidade de ativos ante esses fatores de risco, por exemplo, um fator de risco macroeconômico ou atributos de determinadas firmas.

Essa sensibilidade é representada pelo coeficiente β de cada fator. Assim, pode-se representar o rendimento de um ativo j como:

$$R_i = a_i + \beta_{i1}F_1 + \beta_{i2}F_2 + \dots + \beta_{ik}F_k + \varepsilon_i,$$
 (62)

 F_1, F_2, \dots, F_k são os diversos fatores de risco sistemático comum a todos os ativos existentes; $\beta_{j1}, \beta_{j2}, \dots, \beta_{jk}$ são as respectivas sensibilidades do ativo j aos fatores de risco sistêmico.

O retorno esperado de um ativo j (R_j) é resultado de uma combinação de k fatores, que podem ser interpretados como aproximações de novas informações que chegam ao mercado sobre variáveis macroeconômicas. Os coeficientes β medem a covariância entre os rendimentos do ativo j e os fatores de risco, ou seja, é possível incorporar diversos fatores de risco ao rendimento do ativo j.

O β de cada fator k é dado por:

$$\beta_{jk} = \frac{Cov\left(R_j, F_k\right)}{Var(F_k)}.$$
(63)

A utilização do modelo de mercado em um contexto de modelos fatoriais derivados do APT facilita a interpretação dos resultados que podem ser obtidos. Considerando como fator mercado o rendimento do grupo de empresas que fazem parte do índice da bolsa de valores e

também que todas as notícias macroeconômicas são refletidas por esse índice, é possível utilizar essa carteira de mercado como fonte de todo risco sistemático. O rendimento de um ativo j no modelo de mercado pode ser representado por:

$$R_i = a_i + \beta_{im} R_m + \varepsilon_i, \tag{64}$$

$$E(\varepsilon_i R_m) = E(\varepsilon_i \varepsilon_h) = E(\varepsilon_i) = 0. \tag{65}$$

Assim, a única razão pela qual os rendimentos dos ativos tendem a se mover de forma conjunta é pelo fato de experimentarem movimentos em comum com a carteira de mercado, que é a única fonte de risco sistemático. Por exemplo, empresas com β maior que 1 são mais sensíveis ao fator de risco mercado, enquanto empresas com β menor que 1 são menos sensíveis ao fator mercado.

Portanto, a partir do APT, percebe-se que a possibilidade de inclusão de novos fatores torna o apreçamento de ativos mais próximo da realidade e mais robusto. Os ativos podem e são atingidos por diferentes fatores de risco. Os modelos multifatoriais que terão sua seção própria neste capítulo e serão alvo de análises neste trabalho derivam-se das ideias de que existem múltiplos fatores explicando retornos, além do fator mercado. Fama e French (2007) destacam, por exemplo, que a abordagem proposta por Fama e French (1993) é feita ao estilo da teoria de apreçamento por arbitragem, proposta por Ross (1976).

2.2.4 Estratégias e retornos anormais: as origens dos novos fatores de risco

As subseções que se seguem apresentam algumas estratégias de investimento que, considerando características das firmas, apresentam retornos anormais que não são explicados de forma satisfatória pelo modelo CAPM e seu único fator, o mercado, que é representado pelo risco beta, anteriormente apresentado.

Portanto, as discussões a seguir apresentam os insumos necessários para chegar-se aos atuais modelos multifatoriais que consideram que os retornos dos ativos são impactados por diversos fatores de risco. Porém, antes de apresentar esse modelo, é necessário

demonstrar as origens desses fatores de risco e as razões econômicas para considerarmos tais fatores como *proxies* de risco para ações.

2.2.4.1 Fator tamanho

As discussões em torno do fator tamanho se iniciam com Banz (1981), que apresenta o efeito tamanho analisando os retornos de ações listadas na NYSE entre 1936 a 1975 e verificando que os retornos médios de firmas com baixo valor de mercado são grandes, dado seus betas estimados, quando comparados com os retornos de firmas com alto valor de mercado, isto é, empresas pequenas apresentam um prêmio em termos de retorno pelo tamanho. Esse efeito não é linear, o maior efeito ocorre em empresas muito pequenas, e também não é estável no tempo.

A hipótese de Banz (1981) de menor retorno para empresas pequenas está relacionada ao fato de que investidores não querem manter ações pequenas em seus portfólios devido ao fato de essas apresentarem informações insuficientes, o que é corroborado com o trabalho de Merton (1987) sobre a hipótese de reconhecimento do investidor, ou seja, empresas pequenas informam de forma insatisfatória seus prospectos e demonstrativos financeiros, de forma a impactar diretamente o risco e, assim, o retorno de seus acionistas.

Banz (1981) também chama atenção em sua conclusão que não está claro por que esse efeito existe, apesar da hipótese de informação insuficiente, e assim esse efeito deve ser interpretado com precaução. Chama atenção, por exemplo, que é tentador usar o efeito tamanho para a teoria das fusões, no sentido de que firmas grandes estariam dispostas a pagar um prêmio pelas pequenas, desde que continuem descontando o mesmo fluxo de caixa a uma taxa menor de desconto. O mais importante resultado, porém, destaca o autor, é que o tamanho é uma boa *proxy* de risco.

Outras hipóteses surgiram no decorrer do tempo para explicar o efeito tamanho. Van Dijk (2011) elenca as três principais hipóteses encontradas na literatura para explicar o fato de firmas menores apresentarem maiores retornos: (i) o risco sistemático é conduzido por múltiplos fatores de risco, sendo o tamanho um deles; (ii) o prêmio pelo tamanho é uma compensação pelos custos de transação e/ou risco de liquidez; e (iii) o prêmio de risco é debatido à luz de modelos de apreçamento que relaxam a hipótese de racionalidade completa dos agentes.

Destaca-se no primeiro grupo, que considera o tamanho como fonte de risco sistemático, o estudo de Fama e French (1995), que utilizam o comportamento dos lucros para tentar explicar o vazio econômico no fato de empresas menores apresentarem maiores retornos quando comparadas com empresas grandes. Para os autores, o efeito tamanho está relacionado à rentabilidade oferecida pelas empresas através de lucros: empresas pequenas são, em geral, menos rentáveis quando comparadas com empresas grandes, apresentando, portanto, maior retorno exigido pelos investidores.

A persistência do efeito tamanho foi verificada por Van Dijk (2011), que examinou a validade dos últimos trinta anos de estudos e evidências empíricas sobre o efeito tamanho nos retornos das ações, inicialmente proposto por Banz (1981). As conclusões apresentadas são de que o efeito tamanho persiste em diversos mercados, sendo muito prematuro concluir que o efeito tamanho não existe mais.

Alguns autores verificaram a existência ou não do efeito tamanho para o mercado brasileiro. Antunes, Lamounier e Bressan (2006) analisaram o efeito tamanho nos retornos de ações de empresas listadas na bolsa brasileira, a Bovespa, no período de 1998 até 2004. Os resultados apresentados pelos autores não corroboram com a hipótese de o tamanho ser uma *proxy* de risco para o mercado brasileiro. Romaro (2000), também estudando o efeito tamanho para o mercado brasileiro, verificou que existe prêmio pelo tamanho invertido no Brasil, ou seja, empresas maiores apresentam maiores retornos quando comparadas com empresas pequenas, mesmo resultado encontrado por Málaga e Securato (2004) e Rodrigues (2000). Braga e Leal (2002) também não encontraram desempenhos superiores das empresas menores diante das maiores em termos de retornos.

Alguns estudos apresentam questionamentos sobre o efeito tamanho encontrado por Banz (1981). Blume e Stambaugh (1983) questionam a utilização de retornos diários para estimar o efeito tamanho: retornos diários e utilização dos preços de fechamento de ações individuais criam um viés para cima. Os autores encontram evidências de que o mês de janeiro é o grande responsável pelo efeito tamanho e não um ano completo. Keim (1983) também apresenta resultados semelhantes: quase metade da diferença entre os retornos de empresas pequenas e grandes ocorre em janeiro.

2.2.4.2 Fator valor

Rosenberg, Reid e Lanstein (1985) apresentaram duas estratégias geradoras de retornos anormais baseadas no índice *book-to-market* (B/M, valor contábil/valor de mercado): compra de ações com altos índices B/M e venda de ações com baixos índices B/M, ou seja, há um prêmio de risco para empresas com alto B/M quando comparadas com as de baixo B/M.

Fama e French (1992) testaram o efeito valor para o mercado americano e os resultados encontrados pelos autores apontam que a relação B/M juntamente com o tamanho são boas *proxies* de risco para explicar os retornos das ações. Convencionou-se chamar as ações com alto B/M de ações de valor (*value stocks*), enquanto ações com baixo B/M são firmas de crescimento (*growth stocks*).

Destaca-se que as chamadas estratégias de valor (investimento em ações com alto B/M) foram primeiramente defendidas por Graham e Dodd (1934). Além de alto índice B/M, ações de valor também apresentam altos índices "earnings/price" (E/P) e "cash flow to price" (C/P).

Fama e French (1998) verificaram a existência desse prêmio de risco em 12 países desenvolvidos de 1975 a 1995 e em 16 países emergentes de 1987 a 1995. Observaram um prêmio de risco significativo nos mercados emergentes de aproximadamente 24,47% ao ano para ações de valor.

Detectados esses retornos anormais através de estratégias de valor, alguns autores estudaram as razões econômicas para tal. Chan e Chen (1991) apresentaram uma explicação para esses retornos anormais. Segundo os autores, firmas que o mercado julga ter prospectos ruins sinalizam preços baixos para as suas ações e, assim, altos índices B/M. Essas firmas têm retornos esperados maiores, pois são penalizadas com maior custo de capital e, assim, risco quando comparadas com firmas com baixos índices B/M que possuem bons prospectos.

Fama e French (1995) apresentam uma abordagem sob a ótica dos lucros. Maior B/M sinaliza menor rentabilidade quando comparadas as empresas com menor B/M que apresentam maiores lucros. Além disso, firmas tipicamente de valor têm baixos valores de mercado devido a "financial distress" ou dificuldades financeiras.

Lakonishok, Shleifer e Vishny (1994) apresentam algumas conclusões para explicar os motivos para que portfólios com alto índice B/M apresentem maiores retornos quando comparados com portfólios com baixa razão B/M. Argumentaram que ações menos arriscadas são,

de fato, menos arriscadas quando apresentam melhores resultados no momento mais necessário para os investidores: quando os mercados vão mal. Os autores verificaram que as ações com menor razão B/M não têm maiores retornos quando o mercado vai mal. Portanto, as ações com alta razão B/M e que apresentam maiores retornos não são uma compensação pelo risco tomado.

Heaton e Lucas (2000) chamam atenção para a importância do chamado risco empresarial, isto é, o típico acionista (*stockholder*) é proprietário de um pequeno negócio privado. A renda desses investidores é sensível a eventos financeiros que causam dificuldades entre ações de valor e pequenas, pois são as características de seu próprio negócio. Assim, eles enquanto investidores em ações no mercado irão demandar um prêmio de risco, ou retorno, substancial para manter essas ações em seus portfólios.

Quanto ao mercado brasileiro, alguns estudos verificaram a existência do efeito valor. Rodrigues (2000) analisou ações no mercado brasileiro de 1991 a 1999 e encontrou possibilidades de ganhos em estratégias de investimento baseadas em ações de valor, ou seja, ações com alto índice *book-to-market*.

Ribeiro de Almeida e Eid Jr. (2010) procuraram verificar se a evolução do índice B/M contém informações sobre fluxos de caixa esperados e assim melhorar as estimativas de retornos esperados para o mercado brasileiro. A hipótese nula dos autores é que somente o B/M mais recente é relevante para prever retornos dos ativos, sendo o B/M dividido em três defasagens: 12, 36 e 60 meses. Os resultados encontrados confirmam a hipótese de que apenas o B/M mais recente é relevante para explicar os retornos.

2.2.4.3 Modelo de dividendo descontado: derivando os fatores investimento e rentabilidade³

Fama e French (2006) utilizam o modelo de dividendo descontado, proposto por Miller e Modigliani (1961), para verificar o papel do investimento e da rentabilidade esperado para os retornos de ações. O modelo de dividendo descontado diz que o valor de mercado de uma ação é o valor descontado dos dividendos esperados por ação:

³ As derivações que seguem foram retiradas do artigo "Profitability, Investment and Average Returns", de Fama e French (2006).

$$m_t = \sum_{\tau=1}^{\infty} \frac{E(D_{t+\tau})}{(1+r)^{\tau}}.$$
 (66)

Nessa equação, m_t é o preço da ação no período t, $E(D_{t+\tau})$ é o valor esperado de dividendos por ação no período $t+\tau$ e r é aproximadamente a taxa interna de retorno dos fluxos de caixa para os acionistas, que é aproximadamente o retorno esperado de longo prazo. Algumas inferências podem ser feitas de acordo com a relação proposta na equação do valor de mercado (66): se duas ações têm o mesmo dividendo esperado mas apresentam diferentes preços, a ação com o menor preço tem o maior retorno esperado.

Definindo os dividendos em t, D_t , o lucro por ação, Y_t , menos a mudança no valor contábil por ação, $dB_{t+\tau} = B_{t+\tau} - B_{t+\tau-1}$, é possível extrair as relações entre retorno esperado, rentabilidade e investimento esperado e índice B/M. Miller e Modigliani (1961) mostram que o valor de mercado de uma firma é:

$$M_t = \sum_{\tau=1}^{\infty} \frac{E(Y_{t+\tau} - dB_{t+\tau})}{(1+r)^{\tau}}.$$
 (67)

Dividindo a equação (55) pelo valor contábil da empresa, B_t , temos:

$$\frac{M_t}{B_t} = \frac{\left[\sum_{\tau=1}^{\infty} E(Y_{t+\tau} - dB_{t+\tau})/(1+r)^{\tau}\right]}{B_t}.$$
 (68)

A partir desta equação, algumas inferências sobre os retornos esperados de uma ação podem ser feitas. Mantendo tudo constante, com exceção do valor de mercado corrente da ação, M_t , e o retorno esperado da ação, r, um menor valor de mercado, M_t , ou equivalentemente um maior índice B_t/M_t , implica um maior retorno esperado. Essa é a motivação para usar o índice book-to-market como uma proxy para os retornos esperados.

Mantendo constante M_t , B_t e o fluxo de investimentos futuros, $dB_{t+\tau}$, uma maior rentabilidade esperada $(Y_{t+\tau})$ implica maior fluxo de caixa esperado para os acionistas e, então, maior retorno esperado da ação. Mantendo fixos M_t , B_t e o fluxo de lucros futuros, um maior investimento esperado $(dB_{t+\tau})$ implica menor fluxo de caixa esperado e, assim, menor retorno esperado.

Portanto, a partir das derivações de Fama e French (2006) do modelo de Miller e Modigliani (1961), é possível afirmar que rentabilidade esperada (mensurada através dos lucros esperados) e investimento esperado (mensurado através da mudança no valor contábil de uma ação, *book equity*) representam variáveis que podem explicar os retornos esperados de uma ação. As subseções que se seguem apresentam os resultados alcançados pela literatura do que seriam *proxies* adequadas para determinar a rentabilidade e os investimentos esperados, e assim os retornos esperados.

2.2.4.3.1 Fator investimento

Titman, Wei e Xie (2004) documentam que firmas que apresentam maiores investimentos alcançam menores retornos. Essas firmas têm desempenho inferior aos seus *benchmarks* pelos próximos cinco anos. Essa relação é mais forte em empresas que apresentam histórico de maior prudência em termos de investimento, ou seja, apresentam altos fluxos de caixa e baixos índices de endividamento, pois essas são as que apresentam maior tendência a sobreinvestir.

Nesse sentido, Titman, Wei e Xie (2004) trazem uma abordagem interessante a fim de justificar esses menores retornos para firmas mais agressivas em termos de investimento: o custo ou o conflito de agência. Grande parte dos retornos anormais negativos ocorre próximo aos anúncios de lucros, podendo demonstrar, assim, que os investidores não acessam as tendências de "empire building" dos administradores, que podem estar investindo para o seu benefício próprio em vez de gerar riqueza para os seus acionistas. Isso é consistente com a hipótese de que os investidores tendem a não reagir ao que os autores chamam ao comportamento de "empire builders" por parte dos administradores.

2.2.4.3.2 Fator rentabilidade

Haugen e Baker (1996) testaram alguns fatores para determinar os retornos esperados de ações em diferentes países. Relataram diversos fatores relacionados ao potencial de crescimento (growth potential) de uma firma que indica a probabilidade de retornos mais rápidos ou demorados mensurados a partir do crescimento futuro de lucros e dividendos, ou seja, rentabilidade. Nesse sentido, firmas rentáveis tendem a crescer de forma mais rápida até a entrada de novos competidores, que acabam fazendo com que a rentabilidade retorne a níveis normais. Assim, partindo da premissa de que a rentabilidade

corrente de uma firma indica potencial de crescimento futuro e, então, dividendos e lucros, os autores utilizaram medidas de rentabilidade como um fator preditivo dos retornos, tais como renda operacional para os ativos totais, lucro operacional para vendas totais etc. Os autores concluem que os fatores relacionados ao potencial de crescimento das firmas se mostram precisos em prever retornos esperados.

Cohen, Gompers e Vuolteenaho (2002) examinaram o comportamento de negociações entre instituições e indivíduos baseados na hipótese de que investidores individuais não reagem ante notícias sobre retornos e fluxos de caixa. Os resultados encontrados evidenciam que instituições negociam no sentido "correto", explorando notícias sobre fluxos de caixa: elas compram (vendem) ações dos indivíduos em resposta a positivas (negativas) notícias sobre fluxos de caixa futuros. Assim, auferem um retorno médio de 1,44% superior ao ano diante dos indivíduos. Portanto, há evidências de que os preços das ações e, assim, seus retornos tendem a reagir a notícias sobre fluxos de caixa esperados. Nesse sentido, os fluxos de caixa estão diretamente relacionados à rentabilidade da firma e de lucros futuros.

Novy-Marx (2013) apresenta evidências de que firmas com maior rentabilidade (receitas menos os custos dos produtos vendidos) apresentam maiores retornos, mesmo apresentando menores índices B/M e maior capitalização de mercado. Esse é um resultado interessante, pois permite ao investidor baseado em valor (alto índice B/M), por exemplo, montar estratégias de *hedge* para os seus portfólios, pois estratégias em valor e rentabilidade são negativamente correlacionadas; e, considerando que estratégias de investimento em firmas mais rentáveis são de crescimento e menos voláteis, adicionar a estratégia de rentabilidade a uma estratégia de valor existente reduz a volatilidade total do portfólio do investidor.

2.2.4.4 Fator momento

Bondt e Thaler (1985) analisaram o comportamento dos investidores em reagir de forma exagerada diante de notícias e eventos negativos. Encontraram evidências de que esse comportamento é observado. Os autores também identificaram as chamadas reversões de longo prazo, em que os retornos dos meses t-12 até t-2 são negativamente relacionados com os retornos de longo prazo, ou seja, em um horizonte de investimentos de três a cinco anos, ações com fraco desempenho no passado tendem a reverter o sinal dos retornos e apresentar maiores retornos quando comparadas com as ações com alto

retorno passado. Esse comportamento também foi observado por Jegadeesh e Titman (1993), tendendo os retornos positivos das vencedoras nos últimos 12 meses a se dissipar a partir dos meses 13 e 36 após a formação das carteiras.

Jegadeesh e Titman (1993) documentaram resultados de estratégias baseadas em comprar ações com altos retornos passados e vender ações que apresentam baixos retornos passados. Essa estratégia gerou retornos positivamente significantes durante os próximos 3 a 12 meses desde a formação desses portfólios. Assim, ações com baixos retornos no último ano tendem a ter baixos retornos para os próximos meses e ações com altos retornos no último ano tendem a ter altos retornos nos próximos meses. As estratégias descritas por Jegadeesh e Titman (1993) deram origem ao chamado efeito-ímpeto ou momento. Haugen e Baker (1996) destacam, assim, que o retorno de histórico de uma ação é útil em prever retornos relativos.

Carhart (1997) também confirmou a existência de reversões de longo prazo analisando o comportamento em termos de retornos de fundos de investimento mútuos e verificou que a estratégia baseada no momento gera retornos superiores, porém também é dissipada a partir do segundo ano.

Alguns autores apresentaram estudos a fim de justificar o efeito momento. Considerando que informações relacionadas às firmas podem apresentar velocidades diferentes de difusão entre os investidores, Hong e Stein (1999) propuseram o "gradual-information-diffusion model" e encontraram evidências de que ações em que a difusão de informações é mais lenta apresentam estratégias de momento mais significativas em termos de retorno. Nesse sentido, Hong, Lim e Stein (2000) verificaram que a rentabilidade de estratégias de investimento baseadas no momento declina de acordo com o tamanho, excetuando-se as ações muito pequenas.

2.2.5 Além do CAPM: os modelos multifatoriais

Apesar de sua fácil aplicação e interpretação para diversos mercados acionários, e assim grande difusão, alguns estudos demonstraram controvérsias em termos de resultado para o modelo CAPM. Black, Jensen e Scholes (1972) e Fama e MacBeth (1973) foram um dos primeiros a demonstrar que a relação entre risco e retorno, sendo o risco mensurado pelo beta, é essencialmente "flat". Fama e French (1992) demonstraram que o beta utilizado pelo CAPM não prediz retornos de ações, especialmente se esses forem controlados por

tamanho, confirmando a relação "flat" entre risco (medido pelo beta) e retorno.

Utilizando-se de evidências que se avolumaram em termos de estratégias de retornos anormais e considerando que variáveis relacionadas intrinsecamente às empresas possuem poder explicativo para os seus retornos, Fama e French (1992) aglutinaram anomalias e efeitos (como os citados nas seções anteriores) e as testaram como fatores de risco. Verificaram, por exemplo, que o efeito tamanho e o efeito valor são boas *proxies* de risco. Por exemplo, do efeito tamanho, os autores formaram o fator tamanho, Small Minus Big (SMB), ou seja, a variável tamanho da empresa surge como um novo fator de risco e apresenta-se como relevante para explicar os retornos.

Inicialmente, o objetivo desses autores era avaliar o papel conjunto do beta de mercado, tamanho, índice lucro/preço, alavancagem e índice *book-to-market* para explicar os retornos médios das ações americanas entre 1963 a 1990. As variáveis "vencedoras" e que são parte do modelo de três fatores foram beta, tamanho e valor. A regressão do modelo de três fatores é dada por:

$$R_{it} - R_{Ft} = a_i + b_i (R_{Mt} - R_{Ft}) + s_i SMB_t + h_i HML_t + e_{it}.$$
 (69)

Nesta regressão, R_{it} representa o portfólio de ações i para o período t, R_{Ft} é a taxa livre de risco, R_{Mt} é o retorno do portfólio de mercado em t, SMB_t é o retorno do portfólio de ações pequenas menos o retorno de portfólio de ações grandes (fator tamanho), HML_t é a diferença entre o retorno do portfólio de ações com alto índice B/M menos o portfólio de ações com baixo índice B/M (fator valor) e e_{it} é o resíduo.

Quanto ao fator tamanho, SMB_t , Fama e French (1992) encontraram uma relação negativa entre tamanho e retorno. Quanto ao fator valor, HML_t , foi encontrada uma relação positiva entre índice B/M e retorno. Com relação aos portfólios formados de acordo com os seus betas, verificaram, então, que não há uma relação positiva consistente entre beta e retorno. Por fim, as variáveis tamanho e a relação B/M absorvem os papéis da alavancagem e da relação lucros/preços.

Carhart (1997) propôs uma extensão ao modelo de três fatores adicionando o fator momento (WML_t) a esse modelo. O fator momento é calculado a partir da formação de retornos dos portfólios de empresas vencedoras no passado, último ano (winners), menos os retornos de empresas perdedoras no passado (losers).

Santos, Famá e Mussa (2012) encontraram evidências de superioridade do modelo de quatro fatores para o mercado brasileiro diante do CAPM e do modelo de três fatores. Mussa, Rogers e Securato (2009) confirmaram a superioridade desse modelo, mas estes não foram suficientes na explicação dos retornos das ações brasileiras devido à persistência de significância estatística pelos interceptos das regressões, mesmo quando adicionados novos fatores.

Chen e Zhang (2010) propuseram um novo modelo de três fatores considerando o fator mercado, o fator investimento e o fator de rentabilidade, o qual é calculado através da rentabilidade dos ativos (*return-on-assets*, ROA). O modelo é dado por:

$$E(R_{j}) - r_{f} = \beta_{MKT}^{j} E(r_{MKT}) + \beta_{INV}^{j} E(r_{INV}) + \beta_{ROA}^{j} E(r_{ROA}).$$
 (70)

Para o período de 1972 a 2006, Chen e Zhang (2010) encontraram um retorno médio de 0,43% ao mês para o fator investimento e 0,96% ao mês para o fator rentabilidade dos ativos. Segundo esses autores, o modelo performa de maneira superior ao de três fatores de Fama e French (1993) em anomalias, como momento, emissões líquidas, crescimento de ativos e lucros surpresas.

Fama e French (2006), utilizando como base o modelo de dividendo descontado, demonstraram como o índice B/M, a rentabilidade e o investimento das empresas estão relacionados aos seus retornos. Dado o índice B/M e a rentabilidade esperada, maiores taxas de investimento esperado se traduzem em menores retornos; e, mantendo constantes o índice B/M e o investimento esperado, firmas com maior rentabilidade esperada apresentaram maiores retornos, assim como firmas com maior B/M.

Considerando investimento e rentabilidade como anomalias (portfólios explicados) e utilizando o modelo de três fatores, Fama e French (2008) encontraram uma relação positiva entre retorno e rentabilidade e uma relação negativa entre retorno e investimento.

Assim, Fama e French (2015), utilizando-se de evidências disponíveis de que os retornos médios relacionados a rentabilidade e investimento não são explicados pelo modelo de três fatores, apresentam um novo modelo de apreçamento, considerando essas variáveis como fatores de risco. Portanto, foram adicionados dois novos fatores ao modelo de três fatores de Fama e French (1993). A regressão desse modelo é dada por:

$$R_{it} - R_{Ft} = a_i + b_i (R_{Mt} - R_{Ft}) + s_i SMB_t + h_i HML_t + CMA_t + RMW_t + e_{it}.$$
(71)

Os autores verificaram que o modelo é superior ao modelo de três fatores na tentativa de explicar os retornos de ações e que, quando adicionados tais fatores, o fator valor (B/M) do modelo de três fatores (FAMA; FRENCH, 1992) se torna redundante para descrever o retorno médio das ações.

A literatura em finanças é abundante e apresenta diversos modelos utilizando-se de diferentes fatores de risco que surgiram na tentativa de complementar ou substituir o modelo CAPM na explicação dos retornos de portfólios de ações.

2.2.6 Novas anomalias

As subseções a seguir apresentarão as anomalias que serão alvo de análise no capítulo referente aos resultados deste trabalho: emissão líquida de ações, volatilidade e *accruals*. Não serão apresentadas nas subseções que se seguem as anomalias beta e momento, que foram alvo de análise neste trabalho, pois já foram apresentadas nas subseções 2.2.2.1, 2.2.3.1 para a anomalia beta e 2.2.5.4 para a anomalia momento. As cinco anomalias foram as mesmas propostas e estudadas por Fama e French (2016) no artigo: "Dissecting Anomalies with a Five-Factor Model".

2.2.6.1 Anomalia emissões líquidas

Recompras de ações podem representar grandes somas de riquezas distribuídas para os seus acionistas. Esses resultados foram encontrados por Ikenberry, Lakonishok e Vermaelen (1995), que examinaram os retornos de longo prazo de firmas que anunciaram recompras de ações no mercado aberto norte-americano para o período de 1980 a 1990. Os resultados encontrados demonstram que estratégias de manter em carteira ações que recompram durante quatro anos geraram um retorno anormal de aproximadamente 12,1% para o período. Esse resultado é maior para firmas de valor (alto índice B/M), em que os retornos anormais se aproximam de 45,3% no período. Esses retornos são percebidos de maneira muito mais fraca para ações de crescimento (baixo índice B/M).

Os autores citam alguns motivos para que existam recompras de ações por parte das empresas, mas destacam a sinalização como um

fator relevante. Nesse sentido, a assimetria informacional entre os agentes de mercado e os administradores da empresa é a base para a decisão de recompra ou não. No caso de os administradores avaliarem as ações da firma como subavaliadas, tendem a recomprar ações. Assim, os novos preços serão os verdadeiros preços e as ações não estarão mais subavaliadas. Porém, os agentes do mercado podem tratar os anúncios de recompras com ceticismo, ajustando os preços apenas lentamente, ou seja, uma falta de reação aos anúncios. Nesse sentido, o fato de empresas de valor, que são mais penalizadas em termos de valor de mercado, serem as que apresentam maiores retornos anormais converge para o fato de os administradores acreditarem que suas empresas estão subavaliadas e, assim, efetuar recompras de ações levando aos preços justos.

Outra motivação para recompras de ações por parte de suas empresas é a distribuição de excesso de caixa, proposta por Jensen (1986). Corrobora com essa constatação o estudo de Stephens e Weisbach (1998), que encontraram relação positiva entre recompras e fluxos de caixa. Dittmar (2000), estudando os motivos das firmas recomprarem suas ações, encontrou que esse comportamento é motivado pelo fato de as firmas ansiarem por tirar vantagens de uma potencial subavaliação e, em muitos períodos, distribuir excesso de capital.

Loughran e Ritter (1995) apresentam o artigo "The New Issues Puzzle", em que demonstram que firmas que emitiram ações entre 1970 e 1990 apresentaram pobres retornos de longo prazo para os investidores de três a quatro anos após a emissão. Também mostram que apenas uma pequena parte desses baixos retornos pode ser explicada pelo fato de serem empresas de valor (alto *book-to-market*). Quanto ao fator de risco beta, esse é maior para firmas que emitem, implicando que deveriam apresentar maiores retornos, e não menores. Por fim, os autores deixam em aberto por que firmas que emitem apresentam pequenos retornos, o que os autores chamaram de "*puzzle*".

Nesse sentido, Eckbo, Masulis e Norli (2000) apresentaram uma explicação para maiores emissões se traduzirem em menores retornos. Segundo os autores, esses retornos covariaram com um conjunto de fatores de risco macroeconômicos. Firmas que emitem geralmente reduzem suas alavancagens e, assim, suas exposições a inflação inesperada e riscos de "default". A liquidez também é fundamental na explicação dos menores retornos: firmas emissoras aumentam significativamente sua liquidez, contrariamente a firmas que não emitem; assim, considerando um prêmio de risco positivo pela falta de liquidez, firmas que não emitem devem apresentar maiores retornos.

Shivakumar (2000) apresentou uma interessante relação entre gerenciamento de resultados por parte dos administradores próximos a emissões de ações. A hipótese do autor é de que os administradores aumentam os ganhos através do gerenciamento de resultados antes dos anúncios das ofertas. As evidências encontradas são positivas: empresas gerenciam resultados em momentos próximos a emissões na tentativa de aumentar os preços de suas ações. Porém, os investidores racionalmente precificam esse gerenciamento e desfazem seus efeitos quando ocorrem as emissões.

Com relação ao mercado brasileiro, poucos estudos demonstraram a relação entre emissões líquidas e retornos. Ribeiro de Almeida e Eid Jr. (2010) destacam que, apesar de emissões e recompras estarem relacionadas a fluxos de caixa futuros e, assim, esperar-se que possam melhorar as estimativas dos retornos esperados das ações, as evidências para o mercado brasileiro não confirmam essas expectativas. Para isso, os autores consideraram como variável explicativa em um dos testes as emissões líquidas não encontrando significância estatística para estimar os retornos.

2.2.6.2 Anomalia volatilidade

Ang et al. (2006) verificaram a existência de retornos anômalos considerando a volatilidade das firmas para o mercado americano no período de 1963 a 2000. Notaram que empresas com maior volatilidade idiossincrática, como a variância dos retornos diários ou a variância dos resíduos do modelo de três fatores de Fama e French (1993), apresentaram menores retornos, ou seja, ações mais voláteis apresentam menores retornos. Para os autores, o baixo retorno de ações com alta volatilidade idiossincrática acontece devido ao fato de essas firmas apresentarem maior exposição ao risco de volatilidade agregada. Porém, essa parece não ser a única razão para os autores, o que acaba representando um "puzzle". Os autores também mostraram que essa anomalia não pode ser explicada devido às fricções de negociação ou assimetria informacional entre os investidores.

Blitz e Van Vliet (2007) também demonstraram que existe uma clara relação entre volatilidade e retorno: menor volatilidade se traduz em maiores retornos ajustados nos mercados acionários americano, japonês e europeu. Os autores compararam o efeito volatilidade com os efeitos tamanho, valor e momento procurando verificar se a volatilidade é um efeito separado. Os resultados foram positivos, ou seja, o efeito

volatilidade é um efeito separado e tem magnitude comparável ao tamanho, ao valor e ao momento.

Jiang, Xu e Yao (2009) documentam que a volatilidade idiossincrática é inversamente relacionada aos lucros futuros e aos retornos de ações; portanto, há uma relação triangular entre volatilidade, lucros futuros e retornos. O poder preditivo da volatilidade para os retornos é induzido principalmente por informações sobre os lucros futuros; assim, a volatilidade contém informação sobre os lucros futuros. Os autores então encontram evidências de que a anomalia volatilidade está relacionada ao nível de "disclosure" ou evidenciação das informações financeiras por parte das empresas.

Chen e Petkova (2012), analisando a anomalia volatilidade idiossincrática, encontraram alguns resultados interessantes, como (i) a anomalia é encontrada em diversas amostras de empresas, mesmo excluindo as "microcaps" ou "pennystocks" sem nenhuma negociação durante diversos dias do ano; (ii) ela é robusta em todos os meses do ano, mesmo excluindo o mês de janeiro; e (iii) a anomalia não é devido às microestruturas do mercado e não pode ser explicada pelas reversões de curto prazo das ações.

Malagon, Moreno e Rodríguez (2015) basearam seus estudos na ideia de que o risco idiossincrático e os retornos esperados podem estar negativamente relacionados se a medida de mensuração do risco capturar características relacionadas às empresas. Concluem que componentes como investimento e rentabilidade das firmas juntos podem afetar a sua volatilidade; assim, a volatilidade está relacionada às decisões gerenciais das firmas que afetam tanto o investimento quanto a rentabilidade. Portanto, variáveis estão sobre influência dessas decisões, como estoques e contas a receber, juntamente com a rotatividade dos ativos, que são peças fundamentais na explicação da relação entre risco idiossincrático e retornos.

Quanto aos mercados emergentes, Blitz e Van Vliet (2013) procuraram verificar a relação entre retorno e volatilidade, e, além disso, se os retornos são conduzidos por fatores em comum entre mercados emergentes e desenvolvidos. Os resultados encontrados apresentam uma relação negativa entre retorno e volatilidade, e ainda mais robustos quando utilizada a volatilidade em vez do beta como medida de risco. Os autores também controlaram a volatilidade pelo tamanho, pelo valor e pelo momento, e continuaram encontrando relação robusta. Por fim, a baixa correlação entre o efeito volatilidade entre mercados emergentes e desenvolvidos apresenta um argumento favorável à não existência de

um fator de risco em comum para esses mercados, descartando, assim, a possibilidade de o efeito volatilidade ser um fator global de risco.

2.2.6.3 Anomalia accruals

Uma das informações mais relevantes para a avaliação de ativos a partir das demonstrações financeiras é o lucro contábil. Diversos estudos, como os dos precursores Ball e Brown (1968) e posteriormente de Ang e Liu (1998), Datta e Dhillon (1993) e Ohlson (1995), demonstram a importância desse para a determinação do preço de ações. A partir da avaliação dessa informação, é possível projetar lucros futuros e, assim, retornos esperados para determinadas ações.

Porém, o lucro contábil extraído das demonstrações financeiras é composto de itens monetários, por exemplo, fluxo de caixas, e itens não monetários dos lucros, como despesas apropriadas por competência, ou seja, sem a efetiva realização de caixa. Isto são *accruals*, como define Lopo Martinez (2008, p. 8): "[...] são contas de resultado que entraram no cômputo do lucro, mas que não implicam em necessária movimentação de disponibilidades". Esses estão sujeitos a apresentar certo nível de subjetividade por parte das empresas e podem criar vieses.

O exemplo apresentado por Cupertino, Costa Jr. e Martinez (2010) demonstra como pode se dar esse viés. Os autores dão o exemplo de uma venda a prazo no valor de \$110 que terá resgate antecipado de \$100 com certeza no exercício seguinte. Essa compra pode ser registrada por \$90 em uma perspectiva conservadora ou \$110 em um enfoque agressivo, gerando um viés de \$10 em ambas as situações.

Assim, é possível que ocorram dentro de um exercício financeiro eventos contábeis que possam impactar o lucro, mas não o fluxo de caixa da empresa. Um exemplo é a despesa por depreciação ou amortização: é reconhecida uma despesa que impacta negativamente o lucro, mas não há uma efetiva saída de caixa. Outro exemplo é a venda de uma mercadoria a prazo: é registrada uma receita no momento da venda que impacta de forma positiva o lucro, mesmo que a efetiva realização financeira (entrada de caixa) se dê em outro exercício financeiro.

Uma das motivações para a utilização do regime de competência em detrimento do de caixa é destacada por Dechow (1994): fluxos de caixa podem ser uma medida viesada por não antecipar problemas temporais, papel assumido, por exemplo, pelas provisões nas demonstrações financeiras.

Sloan (1996), em artigo seminal sobre *accruals*, questiona se os preços das ações refletem de forma completa as informações relacionadas aos *accruals* e aos fluxos de caixas, e assim lucros futuros. O autor examina a natureza da informação contida nos lucros e apresenta alguns resultados: (i) lucros de empresas em que o componente de *accruals* é grande apresentam menor persistência do que lucros de empresas em que o componente de fluxo de caixa é maior; e (ii) investidores olham de maneira fixa para os lucros, não utilizando de maneira completa as informações ou distinguindo os componentes de *accruals* e fluxos de caixa dos lucros. O autor conclui que a estratégia de vender (comprar) firmas que apresentam altos (baixos) níveis de *accruals* proporciona retornos negativos (positivos) anormais e, assim, os preços das ações não refletem todas as informações públicas disponíveis.

Cupertino, Costa Jr. e Martinez (2010) apresentam um relevante estudo com relação à anomalia *accruals* para o mercado brasileiro entre 1990 e 2008. Os autores constataram, entre outras, que a análise dos lucros correntes apresenta poder explicativo para o lucro futuro, porém, quando os *accruals* são divididos em "esperados" e "anormais", apenas os anormais, ou discricionários, apresentam capacidade de explicar os lucros futuros e são corretamente apreçados pelo mercado. Verificaram também que o mercado utiliza de forma "exagerada" o componente fluxo de caixa para o apreçamento e apreça de forma correta o componente *accrual*. Assim, de acordo com os resultados encontrados pelos autores, estratégias baseadas nos *accruals* não proporcionam retornos positivos e consistentes.

Das hipóteses que a literatura atribui entre a baixa persistência de lucros e os componentes de *accruals* está o gerenciamento de resultados. O fato de os *accruals* serem apropriados por competência, e não por efetiva realização de caixa, abre caminho para possíveis manipulações nas demonstrações financeiras.

Bernstein (1993 apud SLOAN, 1996, p. 291) advoga que o fluxo de caixa das operações é menos sujeito a distorções quando comparado com os *accruals*, como receitas reconhecidas por competência. As receitas podem envolver alto grau de subjetividade. Empresas com alto nível de receita líquida e baixo nível de fluxo de caixa, por exemplo, podem estar reconhecendo receitas ou *accruals* de forma suspeita na tentativa de gerenciar resultados.

Dechow, Sloan e Sweeney (1995) analisaram a existência de gerenciamento de resultados a partir de ações sobre manipulação de lucros pela Securities and Exchange Commission (SEC) e verificaram

que essas são geralmente atribuíveis a *accruals* que são revertidos de um ano para outro (do ano manipulado para o ano não manipulado). Cupertino, Costa Jr. e Martinez (2010) destacam que o lucro contábil não é uma medida com uma formulação padrão e isenta de viés.

Rangan (1995) verificou que o gerenciamento de resultados é significante próximo a ofertas de capital/ações na intenção de aumentar preços das ações e então diminuir o custo de capital para as emissoras. Firmas emissores, então, apresentam baixas performances em termos de preços e lucros nos três anos subsequentes às ofertas. Assim, segundo o autor, os retornos anômalos após as emissões refletem a falta de habilidade do mercado em detectar o gerenciamento dos *accruals* e, assim, de resultados no momento da oferta. Outros motivos como influenciar o mercado de ações, aumentar bonificações para administradores das firmas, obter empréstimos e financiamentos e evitar intervenção são pontuados por Healy e Wahlen (1999) como potenciais fatores para o gerenciamento de resultados.

Pode-se, por exemplo, utilizar a qualidade dos *accruals* como uma *proxy* de risco dos lucros. Francis et al. (2005) encontraram que baixa qualidade de *accruals* (qualidade medida como o desvio-padrão dos resíduos da regressão relacionando *accruals* correntes a fluxos de caixas) está associada a maiores custos de capital próprio e terceiros. Os autores também fizeram distinção entre *accruals* derivados de fundamentos econômicos e *accruals* relacionados a escolhas gerenciais. Ambos os componentes apresentam impactos significativos para os custos de capital, mas os derivados de fundamentos econômicos apresentam maior significância quando comparados com os relacionados a escolhas gerenciais.

A relação entre gerenciamento de resultados a partir dos *accruals* para o mercado brasileiro é estudada por Lopo Martinez (2008). O autor utiliza os *accruals* discricionários como uma *proxy* para o gerenciamento de resultados e verifica que as companhias brasileiras gerenciam seus resultados para, por exemplo, evitar reportar perdas, sustentar desempenho recente e piorar o resultado presente para melhorar os futuros.

3 METODOLOGIA

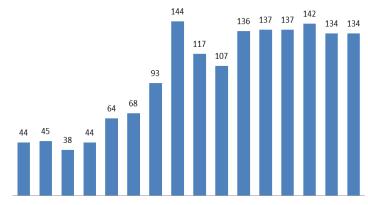
As seções a seguir apresentarão a metodologia que se propôs utilizar no decorrer da pesquisa. Inicialmente, serão exibidos os critérios de exigibilidade e amostra. Após será exposta a forma como cada fator e anomalia foi construído. Superada essa etapa, será apresentada a regressão do modelo de cinco fatores e seis fatores. Por fim, será abordada a estatística GRS, utilizada para verificar a robustez dos modelos empregados para explicar as anomalias. Os dados utilizados na pesquisa foram extraídos do *software* Economática e de algumas bases disponibilizadas pelo Núcleo de Pesquisa em Economia Financeira (Nefin) da Faculdade de Economia, Administração e Contabilidade da Universidade de São Paulo (FEA-USP).

3.1 CRITÉRIOS DE EXIGIBILIDADE E AMOSTRA

Os critérios de exigibilidade para que as ações façam parte dos portfólios seguem os mesmos padrões definidos pelo Nefin da FEA-USP. Esses padrões refletem a condição de que as empresas que fazem parte da amostra possuem uma liquidez mínima para serem consideradas elegíveis, evitando ações ilíquidas pelas quais os retornos diários podem apresentar grandes variações devido à baixa quantidade e ao baixo volume de negociação. São também consideradas as ações canceladas, ou seja, aquelas que saíram de circulação da bolsa no período, evitando o viés de sobrevivência. Portanto, uma ação será considerada elegível para o ano *t* quando forem encontrados os seguintes critérios:

- a ação mais negociada da empresa (aquela com maior negociação no último ano);
- a ação foi negociada em mais de 80% dos dias no ano t 1 com um volume superior a R\$ 500 mil reais por dia. Caso a empresa tenha sido listada em bolsa no ano t 1, o período é considerado a partir do dia da listagem até o último dia do ano; e
- a ação foi inicialmente listada antes de dezembro do ano t - 1.

A figura a seguir representa o total de empresas que respeitam os critérios de exigibilidade para os anos estudados.



2001 2002 2003 2004 2005 2006 2007 2008 2009 2010 2011 2012 2013 2014 2015 2016

Fonte: Dados de pesquisa.

Observa-se, portanto, que o número de empresas elegíveis na amostra cresce, de maneira geral, no decorrer dos anos. Considerando uma amostra de 2001 a 2016, foram obtidas 3.962 observações de retornos diários.

3.2 CONSTRUÇÃO DOS FATORES

Será apresentado a seguir como foram calculados os fatores utilizados na pesquisa. Em ambos os casos, tentou-se replicar os padrões observados em Fama e French (1992, 2015, 2016). Importante ressaltar que os retornos dos portfólios foram igualmente ponderados (*equally-weighted*), com exceção do fator mercado, que intrinsecamente pondera os retornos de acordo com o valor de mercado (*value-weighted*) de cada empresa que compõe o portfólio de mercado.

Os retornos dos portfólios igualmente ponderados (equally-weighted) são dados por:

$$R_t = \frac{1}{N} \sum_{i} r_{i,t} \,, \tag{72}$$

onde:

• N é o número total de ações no portfólio; e

• $r_{i,t}$ é o retorno diário da ação i, dado por: $r_{i,t} = 0$ caso não haja negociação e $r_{i,t} = \frac{P_t^i}{P_{t-1}^i} - 1$ se houver negociação. P_t^i é o preço da ação i no dia t ajustado por dividendos e desdobramentos.

Quando o portfólio for ponderado pelo valor de mercado (*value-weighted*), como no caso do fator mercado, os retornos são dados por:

$$R_t = \sum_i \omega_{i,t} r_{i,t} , \qquad (73)$$

onde:

- $\omega_{i,t}$ é o peso da ação i no dia t. É a razão entre o valor de mercado da ação i em t-1 e o valor de mercado total do portfólio P em t-1; e
- r_{i,t} é o retorno da ação i no dia t, que é computada como: r_{i,t} = 0 se não houver negociação e r_{i,t} = P_tⁱ / P_{t-1}ⁱ 1 se houver negociação. P_tⁱ é o preço da ação i no dia t ajustado por dividendos e desdobramentos.

Definidos como foram calculados os retornos diários dos portfólios dos fatores, pode-se demonstrar como foram encontrados os fatores estudados.

3.2.1 Fator mercado (Mkt)

O fator mercado é calculado através da diferença entre os retornos diários do portfólio de mercado, ponderando os retornos das empresas que fazem parte desse portfólio de acordo com o seu valor de mercado (*value-weighted*) e a taxa livre de risco, que é computada pela taxa do swap DI-pré de 30 dias. O portfólio de mercado é anualmente rebalanceado.

3.2.2 Fator tamanho (SMB)

Em todo janeiro do ano t, as empresas são divididas de acordo com a sua capitalização de mercado (valor de mercado) em dezembro do ano t-1, dado que o valor de mercado é:

$$Valor\ de\ mercado_{i,t} = P_{i,t-1} * QA_{i,t-1},\tag{74}$$

onde:

- $P_{i,t-1}$ é o preço de fechamento da ação i no período t-1; e
- $QA_{i,t-1}$ é a quantidade de ações da empresa i no período t-1.

Após determinado o valor de mercado de cada empresa, essas são ordenadas e ranqueadas em três intervalos de 0 a 100 entre pequenas (0 a 30], neutras (30 a 70] e grandes (70 a 100]. O fator tamanho é resultado dos retornos diários dos portfólios de empresas pequenas (*small*) menos o portfólio de empresas grandes (*big*), ou seja, Small Minus Big (SMB). Não se consideram, portanto, os retornos das empresas neutras. Os portfólios de acordo com o tamanho são anualmente rebalanceados.

3.2.3 Fator valor (HML)

Em todo janeiro do ano t, as empresas elegíveis são divididas em três quantiles (crescimento, neutras e valor) de acordo com o índice book-to-market (B/M). As empresas de crescimento são as que apresentam menor índice B/M (low) e as de valor apresentam maior índice B/M (hig) de acordo com o seu índice book-to-market (B/M) em junho do ano t-1. O índice B/M é calculado da seguinte maneira:

$$\left(\frac{B}{M}\right)_t = \frac{Valor\ contábil\ da\ empresa}{Valor\ de\ mercado\ da\ empresa}. \tag{75}$$

As empresas são divididas e ranqueadas em três portfólios de acordo com um intervalo de 0 a 100: alto B/M (0 a 30], neutro B/M (30 a 70] e baixo B/M (70 a 100]. O fator valor é calculado diminuindo os retornos diários igualmente ponderados do portfólio de empresas com

alto B/M menos o portfólio de empresas com baixo B/M, High Minus Low (HML). Os portfólios são anualmente balanceados.

3.2.4 Fator investimento (CMA)

Em todo janeiro do ano t, cada empresa elegível i é classificada de acordo com o seu investimento, sendo o investimento em t calculado de acordo com a variação do ativo total de t-2 para t-1, mensurado da seguinte forma:

$$Investimento_{i,t} = \frac{Ativo\ total_{i,t-1} - Ativo\ total_{i,t-2}}{Ativo\ total_{i,t-1}}.$$
 76)

Após determinado o investimento de cada empresa elegível, essas são agrupadas e ranqueadas em três portfólios em um intervalo de 0 a 100: conservadoras (0 a 30], neutras (30 a 70] e agressivas (70 a 100]. O fator investimento é calculado diminuindo os retornos diários igualmente ponderados do portfólio de empresas conversadoras menos o retorno do portfólio de empresas agressivas, Conservative Minus Agressive (CMA). Os portfólios são anualmente balanceados.

3.2.5 Fator rentabilidade (RMW)

Em todo janeiro do ano t, cada empresa elegível i é dividida de acordo com a sua rentabilidade, que é calculada da seguinte forma:

$$Rentabilidade_{i,t} = \frac{EBIT_{i,t-1}}{PL_{i,t-1}},$$
(77)

onde:

- $EBIT_{i,t-1}$ é o lucro antes de impostos e taxas da empresa i no período t-1; e
- $PL_{i,t-1}$ é o patrimônio líquido da empresa i no período t-1.

Após calcular a rentabilidade de todas as empresas elegíveis, essas são ranqueadas em três portfólios a partir de três intervalos: robustas (0 a 30], neutras (30 a 70] e fracas (70 a 100]. O fator rentabilidade é calculado diminuindo o retorno diário igualmente

ponderado do portfólio de empresas com rentabilidade robusta menos o retorno diário de empresas com rentabilidade fraca, Robust Minus Weak (RMW). Os portfólios são anualmente balanceados.

3.2.6 Fator momento (WML)

Todo mês t, as empresas elegíveis são divididas de acordo com os seus retornos acumulados entre os meses t-12 e t-2 e são formados três portfólios a partir de três intervalos: empresas ganhadoras (0 a 30], neutras (30 a 70] e perdedoras (70 a 100]. Então, são calculados os retornos igualmente ponderados do portfólio de empresas ganhadoras menos os retornos do portfólio de empresas perdedoras. O fator momento é a diferença do portfólio de ganhadoras menos o das perdedoras, Winners Minus Losers (WML). Os portfólios são mensalmente balanceados.

3.3 ESTATÍSTICA DESCRITIVA DOS FATORES

A Tabela 1 apresenta a média, o desvio-padrão e a estatística *t* anualizados para os fatores no período de janeiro de 2001 até dezembro de 2016 com observações diárias, totalizando 3.962 dias. Os fatores mercado (Mkt), tamanho (SMB), valor (HML), investimento (CMA), rentabilidade (RWM) e seus respectivos portfólios para a sua construção foram rebalanceados anualmente, com exceção do fator momento (WML), que foi mensalmente atualizado. Esses fatores representam as variáveis explanatórias do modelo. Os valores médios e os desviospadrão estão expressos em termos percentuais.

Tabela 1 – Média, desvio-padrão e estatística *t* anualizados para os retornos diários dos fatores de janeiro 2001 a dezembro 2016 (3.962 dias)

	Mkt	SMB	HML	CMA	RMW	WML
Média	3,276	-1,764	5,292	6,048	17,892	13,608
Desvio-padrão	25,065	15,572	14,620	14,318	17,70	17,461
Estatística t	0,501	-0,449	1,464	1,664	4,013	3,081

Pode-se observar que portfólios formados por empresas que apresentam rentabilidade robusta têm em média um retorno anualizado 17,892% superior ao das empresas com rentabilidade fraca. Empresas classificadas como vencedoras apresentam um retorno anualizado médio 13,608% superior ao das empresas perdedoras. Esses são os dois fatores (RMW e WML) com estatísticas significantes, apresentam o segundo e

o terceiro maior desvio-padrão dentre os fatores e são os maiores valores em termos absolutos.

Os resultados encontrados corroboram com a literatura. Haugen e Baker (1996), Cohen, Gompers e Vuolteenaho (2002), Novy-Marx (2013) e Fama e French (2016) observaram que a rentabilidade tem um importante papel no poder de predição de retornos, e firmas rentáveis geram retornos significativamente maiores do que firmas não rentáveis. Quanto ao fator momento, os resultados estão em linha com Jegadeesh e Titman (1993) e Fama e French (2016): firmas vencedoras (aquelas com retornos positivos no último ano) apresentam maior retorno quando comparadas com firmas perdedoras (aquelas com retornos negativos no último ano).

Apesar de não apresentarem significância estatística, as médias dos retornos dos outros fatores estudados apresentam resultados interessantes. Para o fator mercado (Mkt), percebe-se que a carteira de mercado apresentou um prêmio anualizado médio de aproximadamente 3,726% ante a *proxy* da taxa livre de risco para o período analisado e o maior desvio-padrão dentre todos os fatores. O retorno do portfólio de empresas pequenas é em média 1,764% menor que o retorno de portfólios de empresas grandes, fator tamanho (SMB). Empresas com maior indicador *book-to-market* (ações de valor) apresentam um retorno anualizado médio 5,292% maior que empresas com menor *book-to-market* (ações de crescimento), fator valor (HML). Já o portfólio de empresas que investem de forma conservadora exibe um retorno anualizado médio 6,048% maior que o portfólio de empresas que investem de forma agressiva, fator investimento (CMA).

Esse resultado também está em linha com a literatura: Titman, Wei e Xie (2004) mostraram que firmas que investem mais apresentam menores retornos. Rosenberg, Reid e Lanstein (1985), Chan e Chen (1991) e Fama e French (1992) observaram que firmas com altos índices *book-to-market* apresentam maiores retornos. Banz (1981) iniciou os estudos relacionados ao chamado fator tamanho: firmas menores apresentam menores retornos. Este último é a exceção com relação aos resultados deste trabalho.

Algumas pesquisas feitas para o mercado brasileiro com diferentes metodologias e amostras destoam do padrão de Fama e French (2016) e do padrão encontrado neste trabalho. Martinsa e Eid Jr. (2015), reproduzindo o modelo de cinco fatores para o mercado brasileiro, não encontraram fatores estatisticamente significantes. Quanto aos prêmios de risco dos fatores, apenas o fator valor apresentou valor negativo. Ruiz (2015), também replicando o modelo de cinco

fatores para o Brasil e dividindo a amostra de empresas ao ponderar pelo valor de mercado e por critérios de liquidez, encontrou significância estatística para o fator rentabilidade em dois dos quatro portfólios e significância estatística para o fator tamanho em um dos portfólios. O mesmo autor encontrou prêmios de risco positivos de forma geral, percebendo prêmios de risco negativos em dois dos quatro portfólios para o fator valor e prêmio de risco negativo para o fator investimento em um dos portfólios.

Portanto, ainda não é possível identificar um padrão definido em termos de estudos para o Brasil do comportamento dos novos fatores propostos por Fama e French (2015). Porém, é importante destacar a convergência deste trabalho e dos autores quanto ao prêmio de risco desses novos fatores: firmas mais conservadoras e firmas com rentabilidades mais robustas apresentam maiores retornos ante as agressivas e com rentabilidade fraca, além de o fator rentabilidade apresentar significância estatística.

3.4 CONSTRUÇÃO DE PORTFÓLIOS TAMANHO-ANOMALIA

Primeiramente, os portfólios foram construídos dividindo as empresas elegíveis em cada janeiro do ano t pela mediana de seus valores de mercado em dezembro de t-1 em dois grupos, utilizando a mediana dos resultados entre pequenas e grandes. Esse padrão é seguido para todos os portfólios tamanho-anomalia, com exceção dos portfólios tamanho-momento, que são mensalmente rebalanceados. O valor de mercado das empresas em cada ano t é dado pela equação (74).

Quanto às anomalias, em cada ano t as empresas elegíveis foram divididas de acordo com a variável utilizada para mensurar a anomalia em t-1 em dois grupos segundo a mediana dos valores em questão.

Assim, ao final do processo existem quatro portfólios (2x2) obtidos através da interseção dos retornos igualmente ponderados de acordo com o tamanho-anomalia. A anomalia emissão líquida apresenta seis portfólios (2x3). Os portfólios foram anualmente balanceados, a exceção fica por conta da anomalia momento, que foi mensalmente balanceada.

3.4.1 Portfólios tamanho-beta

Após a divisão das empresas de acordo com o valor de mercado, essas foram divididas de acordo com o beta calculado com 60 meses de retornos, precedendo dezembro de t-1 entre empresas com alto beta e

baixo beta. Para os dois casos, foi utilizada a mediana dos valores como *breakpoint*. O beta de cada ação *i* foi calculado da seguinte maneira:

$$\beta_{im} = \frac{Cov(R_i, R_m)}{\sigma_m^2},\tag{78}$$

onde:

- $Cov(R_i, R_m)$ é a covariância entre a ação i e a carteira de mercado dada pelo índice Ibovespa; e
- σ_m^2 é o desvio-padrão da carteira de mercado.

Após a divisão das empresas, formaram-se dois portfólios de empresas com alto e baixo beta e dois portfólios de empresas grandes e pequenas. Foram calculados os retornos diários igualmente ponderados desses portfólios. A partir da interseção dos retornos desses portfólios, foram produzidos os portfólios: pequena-alto beta, pequena-baixo beta, grande-alto beta e grande-baixo beta, totalizando, assim, quatro portfólios (2x2).

3.4.2 Portfólios tamanho-momento

Todo mês t, as ações elegíveis foram divididas de acordo com o valor de mercado no mês t-1 entre pequenas e grandes. Também foram divididas de acordo com os seus retornos acumulados entre o mês t-12 e t-2 entre vencedoras e perdedoras. Para ambos os casos, foi utilizada a mediana desses valores como *breakpoint*.

Após a divisão das empresas, foram calculados os retornos diários igualmente ponderados das empresas pequenas e grandes, e vencedoras e perdedoras. A partir da interseção dos retornos dos quatro portfólios, foram produzidos os seguintes portfólios: pequenas-vencedoras, pequenas-perdedoras, grandes-vencedoras e grandes-perdedoras, formando, assim, quatro portfólios no total (2x2).

3.4.3 Portfólios tamanho-emissões líquidas

Todo ano t, as ações elegíveis foram divididas de acordo com o valor de mercado em dezembro de t-1 entre pequenas e grandes, utilizando a mediana do valor de mercado como breakpoint.

Quanto à emissão líquida, as empresas foram divididas de acordo com a emissão líquida entre empresas que emitem, neutras e

recompram. Para emissões líquidas, a divisão foi considerada o fato de aumentar ou diminuir a quantidade de ações em circulação entre um ano e outro, ajustando essa medida pelos desdobramentos de ações. A emissão líquida em t é dada por:

$$Emiss\~ao \ l\'iquida_t = \left(\frac{Quantidade \ a\~ções \ em \ circula\~x\~ao_{t-1}}{Quantidade \ a\~ções \ em \ circula\~x\~ao_{t-2}}\right) - 1. \tag{79}$$

- Emissão líquida em t maior que 0: empresa emitiu ações;
- emissão líquida em *t* igual a 0: empresa neutra, não emitiu nem recomprou; e
- emissão líquida em *t* menor que 0: empresa recomprou ações.

Após a divisão das empresas entre emissoras, neutras e que recompram em três portfólios, foram calculados os retornos diários igualmente ponderados. A partir da interseção desses portfólios, foram produzidos os seguintes portfólios: pequena-emite, pequena-neutra, pequena-recompra, grande-emite, grande-neutra e grande-recompra, sendo totalizados seis portfólios (2x3).

3.4.4 Portfólios tamanho-volatilidade

Todo ano t, as ações elegíveis foram divididas de acordo com o tamanho de mercado em dezembro de t-1 entre pequenas e grandes.

Após, foram divididas de acordo com a volatilidade acumulada em base anual de dezembro de t-1 entre empresas com alta e baixa volatilidade, utilizando série de cotações diárias. Em ambos os casos, a mediana foi utilizada como *breakpoint*. A volatilidade foi calculada através do desvio-padrão, dada por:

$$Volatilidade_{t} = \sqrt{\sum_{i}^{n} \frac{(r_{i} - r_{m})^{2}}{n}},$$
(80)

onde:

• r_i é o retorno diário do ativo i;

- r_m é o retorno médio diário do ativo i; e
- n é o número de observações.

Após serem divididas de acordo com o seu tamanho e volatilidade, foram calculados os retornos diários igualmente ponderados das empresas divididas em quatro portfólios: grandes, pequenas, alta e baixa volatilidade. A partir da interseção dos retornos, foram construídos os portfólios: pequena-alta volatilidade, pequena-baixa volatilidade, grande-alta volatilidade e grande-baixa volatilidade, totalizando quatro portfólios (2x2).

3.4.5 Portfólios tamanho-accruals

Em todo ano t, as ações elegíveis foram divididas de acordo com o valor de mercado em dezembro de t-1 entre pequenas e grandes. Também foram divididas de acordo com os *accruals* calculados com dados de t-1 e t-2 entre empresas com altos *accruals* e baixos *accruals*. Para os dois casos, foi utilizada a mediana dos valores como *breakpoint*. Os *accruals* de cada ação i foram para o período t calculados da seguinte maneira:

$$Accruals_{t} = \frac{CGOA_{t-2} - CGOA_{t-1}}{Patrimônio Líquido Ajustado_{t-1}},$$
 (81)

 $CGOA_t$ é o capital de giro operacional ajustado em t. Esse é calculado da seguinte maneira:

$$CGOA_{t} = \frac{AC_{t} - CX_{t} - AF_{t} - PC_{t} + Emp_{t}}{A\tilde{\varsigma}oes\ em\ Circula},$$
(82)

- AC_t é o ativo circulante em t;
- CX_t é o caixa e equivalente em t;
- AF_t são as aplicações financeiras em t;
- PC_t é o passivo circulante em t; e
- Emp_t são os empréstimos e os financiamentos em t.

Após a divisão das empresas, foram calculados os retornos diários igualmente ponderados das empresas divididas em quatro portfólios: pequenas, grandes, altos *accruals* e baixos *accruals*. A partir

da interseção dos portfólios, foram produzidos os seguintes portfólios: pequena-altos *accruals*, pequena-baixos *accruals*, grande-altos *accruals*, grande-baixos *accruals*, totalizando quatro portfólios (2x2).

3.5 REGRESSÕES

A regressão a seguir mostra o modelo considerando seis fatores de risco. Para analisar algumas anomalias, foi utilizado o modelo de cinco fatores e, para outras anomalias, o modelo de seis fatores. Os critérios estabelecidos para a definição de qual modelo utilizar foram a redução do intercepto médio e da significância estatística do intercepto de acordo com a adição dos fatores, a estatística GRS e o seu *p*-valor (GRS). A regressão é dada por:

$$R_{it} - R_{Ft} = a_i + b_i (R_{Mt} - R_{Ft}) + s_i SMB_t + h_i HML_t + r_i RMW_t + c_i CMA_t + w_i WML_t + e_{it},$$
 (83)

onde:

- R_{it} é o retorno dia t em portfólios, combinando empresas a partir do tamanho e uma variável anômala;
- R_{Ft} é a taxa livre de risco diária que tem como *proxy* a 30-day DI Swap;
- $(R_{Mt} R_{Ft})$ é o fator mercado;
- SMB_t é o fator tamanho (*small minus big*);
- HML_t é o fator valor (hig minus low);
- RMW_t é o fator rentabilidade (*robust minus weak*);
- CMA_t é o fator investimento (*conservative minus agressive*); e
- WML_t é o fator momento (*winners minus losers*).

Portanto, a variável explicada da regressão é o retorno diário dos portfólios, considerando tamanho-anomalia menos a *proxy* da taxa livre de risco (30-*day* DI *Swap*). Uma das formas de verificar a robustez de cada modelo e seus respectivos fatores na explicação dos retornos foi utilizando a estatística GRS.

3.6 ESTATÍSTICA GRS⁴

Analisar a significância estatística dos parâmetros derivados das regressões de modelos fatoriais de apreçamento fornece insumos essenciais para verificar sua robustez e qualidade no apreçamento de ativos.

Assim, supondo um modelo de apreçamento com um único fator, por exemplo, o CAPM, em que o fator de mercado é o excesso de retorno de uma carteira de mercado menos a taxa livre de risco, surge uma implicação essencial que será derivada a seguir.

Expressando um modelo de um único fator beta:

$$R_t^{ei} = \alpha_i + \beta_i f_t + \varepsilon_t^i, \tag{84}$$

e os retornos esperados como:

$$E(R^{ei}) = \beta_i E(f), \tag{85}$$

como os fatores são excessos de retornos, $E(f) = 1 * \lambda$.

A partir da comparação entre (84) e (85), há uma implicação para as regressões com modelos de apreçamento fatorais: os interceptos (α_i) das regressões devem ser zero. Esses interceptos são os erros de apreçamento dos modelos e, caso forem diferentes de zero, demonstram erros de apreçamento nos modelos. Portanto, é possível utilizar um teste t para verificar a significância quando os erros da regressão (84) não são correlacionados e homocedásticos.

Porém, quando se analisam os parâmetros das regressões de modelos multifatoriais, é necessário determinar a distribuição conjunta dos parâmetros estimados nas regressões, verificando, assim, se os parâmetros são conjuntamente iguais a zero.

Nesse sentido, o teste GRS, proposto por Gibbons, Ross e Shanken (1989), visa verificar se conjuntamente os parâmetros são iguais a zero, validando determinado modelo fatorial de apreçamento. Assim, utiliza-se uma distribuição F para aceitar ou não a hipótese de que o conjunto de parâmetros das regressões é igual a zero.

Assumindo erros independente e identicamente distribuídos (i.i.d), a forma quadrática dos erros de apreçamento, $\hat{\alpha}' \, \hat{\Sigma}^{-1} \hat{\alpha}$, tem a seguinte distribuição:

⁴ Derivações desta seção foram retiradas de Cochrane (2009) e de Gibbons, Ross e Shanken (1989).

$$\frac{T-N-K}{N} \left[1 + E_t(f)' \hat{\Omega}^{-1} E_T(f) \right]^{-1} \hat{\alpha}' \hat{\Sigma}^{-1} \hat{\alpha} \sim F_{N,T-N-K}, \tag{86}$$

onde:

- N é o número de ativos;
- *K* é o número de fatores; e
- $\bullet \quad \widehat{\Omega} = \frac{1}{T} \sum_{t=1}^{T} [f_t E_T(f)] [f_t E_{T(f)}]'.$

Portanto, partindo-se da implicação básica de que modelos robustos de apreçamento apresentam interceptos estatisticamente iguais a zero (ausência de erros de apreçamento), a estatística GRS testa a hipótese de que os interceptos são conjuntamente iguais a zero.

Assim, a interpretação para a estatística GRS é a de que valores próximos a zero para a estatística GRS e *p*-valores maiores que 0,05 (para um nível de significância de 5%) indicam modelos robustos para apreçamento de ativos.

4 ANÁLISE DOS RESULTADOS

A análise dos resultados iniciar-se-á a partir dos testes estatísticos utilizados para cada portfólio tamanho-anomalia. A Tabela 2 apresentará os resultados encontrados para os interceptos médios (α), a estatística GRS e o p-valor (GRS), que fornecerão insumos na tomada de decisão de qual modelo usar para analisar determinada anomalia. Superada essa etapa, um simples teste regredirá os retornos dos fatores rentabilidade e investimento sobre os fatores mercado, tamanho e valor. Isso permitirá identificar se os dois fatores regredidos adicionam informação na explicação dos retornos esperados diante do modelo de três fatores de Fama e French (1992).

A segunda parte das análises terá como foco as anomalias e seus respectivos portfólios. Inicialmente, serão apresentados os retornos médios diários de todos os portfólios formados de acordo com o tamanho e a anomalia, bem como seus desvios-padrão. Em seguida serão apresentadas e analisadas as regressões para cada anomalia.

4.1 RESUMO DOS TESTES ESTATÍSTICOS

A partir da Tabela 2, que apresenta os interceptos médios (α), a estatística GRS e o *p*-valor (GRS), é possível inferir qual modelo e seus respectivos fatores melhor explicam os retornos médios dos portfólios formados de acordo com o tamanho e a anomalia. Como destacam Fama e French (2016), modelos de apreçamento de ativos são proposições simplificadoras sobre os retornos esperados, buscando-se assim o modelo que melhor explica os retornos médios, mesmo que imperfeitos. Portanto, procuram-se modelos que reduzam o intercepto médio, tenham a menor estatística GRS e *p*-valor (GRS) acima de 5%.

As análises serão feitas de acordo com a ordem dos portfólios apresentados na tabela e servirão de insumo para definir quais modelos serão utilizados para dissecar as anomalias.

Tabela 2 – Intercepto médio, estatística GRS e *p*-valor (GRS) dos portfólios tamanho-anomalia

Portfólios tamanho-β							
Fatores	Intercepto médio	GRS	p-valor (GRS)				
Market	0,0061	5,3485	0				
Market; SMB	0,007	6,0808	0				
Market; SMB; HML	0,0067	6,2889	0				

M. I. CAMP. HIM. CMA	0.0060	c 2022	0						
Market; SMB; HML; CMA	0,0069	6,2023	0						
Market; SMB; HML; CMA; RMW	0,0048	4,3684	0,002						
Market; SMB; HML; CMA; RMW; WML	0,005	4,3476	0,002						
Portfólios tamanho-momento									
Fatores	Intercepto	GRS	<i>p</i> -valor						
ratores	médio	GKS	(GRS)						
Market	0,0178	1,7493	0,1372						
Market; SMB	0,0174	1,7207	0,1434						
Market; SMB; HML	0,0179	1,7557	0,1359						
Market; SMB; HML; CMA	0,0183	1,881	0,1118						
Market; SMB; HML; CMA; RMW	0,0087	0,8374	0,5015						
Market; SMB; HML; CMA; RMW; WML		0,8556	0,4903						
	nanho-emissão l	íguida							
	Intercepto		<i>p</i> -valor						
Fatores	médio	GRS	(GRS)						
Market	0,0062	3,1121	0,0051						
Market; SMB	0,0059	3,1416	0,0048						
Market; SMB; HML	0,0058	2,8218	0,0101						
Market; SMB; HML; CMA	0,0059	2,6202	0,016						
Market; SMB; HML; CMA; RMW	0,0031	1,9122	0,073						
Market; SMB; HML; CMA; RMW; WML	0,0035	2,0468	0,053						
	amanho-volatili	dade							
TO 4	Intercepto	CDC	<i>p</i> -valor						
Fatores	médio	GRS	(GRS)						
Market	0,01104	4,50828	0,00132						
Market; SMB	0,01043	4,65715	0,00101						
Market; SMB; HML	0,01095	5,18428	0,0004						
Market; SMB; HML; CMA	0,01102	5,03205	0,00052						
Market; SMB; HML; CMA; RMW	0,00727	2,76753	0,02649						
Market; SMB; HML; CMA; RMW; WML		2,2677	0,06035						
	Portfólios tamanho-accruals								
TE 4	Intercepto	CDC	<i>p</i> -valor						
Fatores	médio ¹	GRS	(GRS)						
Market	0,0062	0,7443	0,5619						
Market; SMB	0,0059	0,7544	0,5552						
Market; SMB; HML	0,0058	0,6469	0,6292						
Market; SMB; HML; CMA	0,0059	0,5413	0,7054						
Market; SMB; HML; CMA; RMW	0,0031	0,6928	0,597						

Os modelos de melhor desempenho para os portfólios tamanhobeta são os de cinco e seis fatores. Quando se adiciona o fator rentabilidade (RMW), há um ganho expressivo, seja em termos de redução do intercepto, como estatística GRS. Todos os modelos são rejeitados para os portfólios tamanho-beta (*p*-valor menor que 0,05), mas a rejeição ao modelo é mais fraca quando adicionamos os fatores rentabilidade e momento (*p*-valor maior). Quando incluímos o fator momento, há um ganho pequeno em relação à estatística GRS, mas há um aumento do intercepto médio. Essa rejeição mais fraca para os modelos também é encontrada por Fama e French (2016), principalmente quando da adição do fator investimento.

Para os portfólios tamanho-momento, a estatística GRS valida todos os modelos na explicação dos portfólios a um nível de significância de 5% (*p*-valor acima de 0,05). Há um ganho relevante em termos de redução de intercepto quando se adiciona o fator momento. Porém, o grande salto em termos de intercepto médio e estatística GRS é feito quando se adiciona o fator rentabilidade (RMW) ao modelo de quatro fatores.

O modelo que melhor apresenta resultados em termos de intercepto médio e estatística GRS para os portfólios tamanho-emissão líquida é o modelo de cinco fatores. A estatística GRS também valida os modelos de cinco e seis fatores na explicação desses portfólios a um nível de significância de 5%. Novamente, a grande diferença em termos de intercepto e estatística GRS pode ser observada quando adicionamos o fator rentabilidade ao modelo.

Para os portfólios tamanho-volatilidade, percebe-se que a estatística GRS valida o modelo de seis fatores com um nível de significância de 5%. É também o melhor modelo em termos de intercepto médio, estatística GRS e *p*-valor (GRS). Há um ganho expressivo quando se adiciona o fator rentabilidade em termos de intercepto e estatística GRS.

Nos portfólios formados a partir da seleção tamanho-accruals, os modelos de cinco e seis fatores apresentam os menores interceptos médios quando comparados com os outros modelos. Há, porém, um aumento na estatística GRS quando adicionamos os fatores rentabilidade e momento. Fama e French (2016) encontraram no modelo de quatro fatores, que não adiciona o fator rentabilidade, o melhor modelo para explicar esses portfólios. Sob a perspectiva de menor estatística GRS, esse também parece ser o melhor modelo encontrado neste trabalho. Optou-se por utilizar o modelo de cinco fatores neste caso, levando-se em consideração o menor intercepto médio e pelo fato de o modelo de

apenas quatro fatores apresentar coeficientes não estatisticamente significantes para três dos quatro portfólios para o fator investimento.

Há, portanto, um padrão importante percebido através da análise desses resultados: grande parte do trabalho em termos de redução do intercepto médio e estatística GRS para quatro das cinco anomalias estudadas é feita pelo fator rentabilidade (RMW).

4.2 MODELO DE CINCO FATORES: UM SIMPLE TESTE

Nesta etapa, assumindo que os retornos esperados são descritos por um modelo de fatores linear e algumas ações possuem exposições não nulas aos fatores rentabilidade e investimento, Fama e French (2016) propõem regredir os fatores RMW e CMA contra o modelo de três fatores e analisar os interceptos, a estatística GRS e o *p*-valor (GRS) na tentativa de verificar se juntos os fatores rentabilidade e investimento adicionam informações ao modelo de três fatores. A seguir, são apresentadas as regressões e as estatísticas *t*, que estão entre parênteses.

$$CMA_t = 0.01 - 0.05(R_{Mt} - R_{Ft}) + 0.01SMB_t + 0.45HML_t + e_t.$$

(1,17) (-5,53) (0,93) (30,82) $R^2 = 0.21$

Caso os retornos médios de um fator sejam capturados por exposição a outros fatores do modelo, esse fator não adiciona nada em termos de explicação do retorno médio do modelo. Nesse caso, possivelmente pode estar havendo multicolinearidade, fazendo com que, por exemplo, as estatísticas t não sejam confiáveis. Caso os retornos médios de um fator não sejam capturados por exposição a outros fatores, esse fator adiciona explicação aos retornos médios.

A estatística GRS para os interceptos das regressões de três fatores acima, considerando os portfólios dos fatores rentabilidade e investimento, gera um valor de 11,25 com um *p*-valor de 0,000013. Assim, os valores esperados para os interceptos dos portfólios desses fatores não são estatisticamente iguais a zero e a probabilidade de aceitarmos a hipótese nula, em que os interceptos são iguais a zero de forma conjunta, é muito baixa. A partir desse resultado, é possível afirmar que, juntos, os fatores investimento e rentabilidade adicionam informação sobre os retornos esperados nos fatores mercado, tamanho e

valor. Esses resultados seguem o mesmo padrão encontrado por Fama e French (2016).

Por outro lado, observa-se que o intercepto da primeira regressão é estatisticamente significante, sugerindo que os fatores de risco utilizados para explicar os retornos do fator rentabilidade não são boas *proxies* de risco, o que validaria a utilização desse fator. O coeficiente de determinação também é baixo para os padrões que foram encontrados na explicação dos portfólios tamanho-anomalia. Portanto, o fator rentabilidade adiciona poder explicativo ao modelo de três fatores.

Quanto à segunda regressão, o intercepto não é estatisticamente significante; assim, não é possível rejeitar a hipótese nula de que o intercepto é igual a zero. Dessa forma, essa análise indica que os fatores de risco são boas *proxies* de risco para explicar os retornos médios do fator investimento. Sob essa ótica, o fator investimento não adiciona poder explicativo ao modelo de três fatores.

Por fim, comparando o coeficiente de determinação da segunda e da primeira regressão, é possível perceber um aumento do poder explicativo do modelo, mas ainda baixo quando comparado com os encontrados para os portfólios tamanho-anomalia. Aufere-se, então, que os dois fatores conjuntamente adicionam poder explicativo aos retornos.

4.3 ANOMALIAS

Nesta etapa as anomalias serão analisadas de forma individualizada, seguindo o padrão exposto por Fama e French (2016): seus respectivos portfólios e retorno médios diários, regressões e inferências. Intuitivamente, a análise dos coeficientes da regressão é feita da seguinte forma: um sinal positivo para o coeficiente c, do fator investimento, significa que o portfólio de empresas estudado (por exemplo, grandes e com baixa volatilidade) se comporta de forma conservadora em termos de investimento, decorrente do fato de que o fator é construído pela diferença entre o retorno das empresas conversadoras menos agressivas. Um sinal negativo para o coeficiente rdo fator rentabilidade significa que as empresas que fazem parte do portfólio (por exemplo, pequenas e que emitem) se comportam como empresas não rentáveis, dado que o fator rentabilidade é construído através da diferença entre o retorno do portfólio de empresas com rentabilidade robusta menos fraca.

4.3.1 Anomalia beta

A Tabela 3 apresenta o retorno médio em excesso e o desviopadrão anualizados dos portfólios formados com empresas classificadas entre pequenas e grandes de acordo com o seu valor de mercado, e empresas com baixo e alto beta.

Tabela 3 – Excesso de retorno e desvio-padrão diário anualizados dos portfólios tamanho-β

	Baixo β	Alto β	Baixo β	Alto β
Pequenas (P)	5,040	31,172	20,313	25,167
Grandes (G)	3,956	1,4112	20,811	25,296

Percebe-se que há um efeito tamanho que pode ser observado quando comparados com os retornos médios das empresas pequenas e grandes: mantendo o beta fixo, o retorno médio das empresas pequenas é maior do que o das grandes, padrão também encontrado por Fama e French (2016).

Quanto ao coeficiente beta, pode ser percebido apenas nas empresas pequenas, ou seja, para essas empresas, maior beta se traduziu em maior retorno médio. Destaca-se que empresas pequenas e com alto beta apresentam um retorno médio quase 29,76% superior ao das empresas grandes e com alto beta. Esses são os portfólios com maiores retornos médios dentre todos os portfólios estudados. Fama e French (2016) não encontraram evidências que confirmam a relação entre beta e retorno médio.

Os portfólios de empresas com alto beta apresentaram os maiores desvios-padrão quando comparados com os das empresas com baixo beta, corroborando com os resultados encontrados por Fama e French (2016).

A partir das informações apresentadas na Tabela 2, apresentam-se na Tabela 4 as regressões dos modelos CAPM e de seis fatores e suas respectivas inferências para os portfólios tamanho-beta.

Tabela 4 – Regressões e R-quadrado dos modelos CAPM e seis fatores para quatro portfólios tamanho-β de janeiro de 2001 a dezembro de 2016 (3.962 dias)

			dias)							
$R_{it}-R_{Ft}=a_i+b_i(R_{Mt}-R_{Ft})+e_{it}.$										
	а		t(a)	R-Qu	adrado				
	Baixo β	Alto β	Baixo β	Alto β	Baixo β	Alto β				
P	0,011	0,001	1,132	0,098	0,786	0,789				
G	0,006	-0,006	0,848	-0,797	0,894	0,904				
	b		t(b)						
	Baixo β	Alto β	Baixo β	Alto β						
P	0,718	0,892	55,350	72,697						
G	0,785	0,959	101,642	125,150						
	Rit	$R_{Ft} = a_i$	$+b_i(R_{Mt}-$	R_{Ft}) + $s_i SM$	$B_t + h_i HML$	_{'t} +				
				$-w_iWML_t +$						
	а		t(a	2)	R-Qu	adrado				
	Baixo β	Alto β	Baixo β	Alto β	Baixo β	Alto β				
P	0,009	0,003	1,095	0,393	0,859	0,898				
P G						,				
	0,009 0,005 Baixo β	0,003 -0,003 Alto β	1,095 0,745 Baixo β	0,393 -0,391 Alto β	0,859 0,895	0,898 0,928				
	0,005	-0,003	0,745	-0,391		,				
G	0,005 Baixo β 0,759	-0,003 Alto β	0,745 Baixo β 74,118	-0,391 Alto β		,				
G P	0,005 Baixo β	-0,003 Alto β 0,916	0,745 Baixo β	-0,391 Alto β 100,126 115,832		,				
G P	0,005 Baixo β 0,759 0,783	-0,003 Alto β 0,916	0,745 Baixo β 74,118 90,841	-0,391 Alto β 100,126 115,832		,				
G P	0,005 Baixo β 0,759 0,783 s	-0,003 Alto β 0,916 0,940	0,745 Baixo β 74,118 90,841 t(s)	-0,391 Alto β 100,126 115,832		,				
G P G	0,005 Baixo β 0,759 0,783 s Baixo β 0,330 0,009	-0,003 Alto β 0,916 0,940 Alto β	0,745 Baixo β 74,118 90,841 <i>t(s</i> Baixo β 24,384 0,818	-0,391 Alto β 100,126 115,832) Alto β 25,217 4,918		,				
G P G	0,005 Baixo β 0,759 0,783 S Baixo β 0,330 0,009 h	-0,003 Alto β 0,916 0,940 Alto β 0,391 0,071	0,745 Baixo β 74,118 90,841 t(s) Baixo β 24,384 0,818 t(h)	-0,391 Alto β 100,126 115,832) Alto β 25,217 4,918		,				
G P G	0,005 Baixo β 0,759 0,783 s Baixo β 0,330 0,009	-0,003 Alto β 0,916 0,940 Alto β 0,391	0,745 Baixo β 74,118 90,841 <i>t(s</i> Baixo β 24,384 0,818	-0,391 Alto β 100,126 115,832) Alto β 25,217 4,918		,				

G	0,028	0,156	2,596	12,550	
	\boldsymbol{c}		t(c)		
	Baixo β	Alto β	Baixo β	Alto β	
P	0,053	0,065	4,381	5,142	
G	0,020	0,032	1,847	2,987	
	Baixo β	Alto β	Baixo β	Alto β	
P	0,024	-0,023	2,145	-2,289	
G	-0,001	-0,049	-0,156	-6,272	
	w		t(w	<i>'</i>)	
	Baixo ß	Alto β	Baixo β	Alto β	
P	-0,009	-0,073	-0,709	-6,310	
\mathbf{G}	-0,004	-0,067	-0,371	-6,602	

Fonte: Dados de pesquisa (2017).

Dentre as empresas pequenas, todos os fatores parecem auxiliar na explicação dos retornos médios de empresas desses portfólios, com exceção do fator momento para pequenas e baixo beta. O fator que apresenta os maiores coeficientes é o mercado. Aqui, fica clara a relação entre portfólio com baixo beta e menor retorno, e alto beta e maior retorno, dada pelo valor dos coeficientes do fator, o que corrobora com a relação entre retorno médio e beta, representada pelo coeficiente do fator mercado.

Comparando o portfólio de empresas pequenas com baixo beta (menor retorno) e alto beta (maior retorno), percebe-se que as primeiras são: (i) menos sensíveis aos retornos do mercado (b = 0.759; t = 74,118); (ii) firmas de valor (h = 0.075; t = 5.917); e (iii) menos conservadoras nos investimentos (c = 0.053; t = 4.381), mas apresentam rentabilidade robusta (r = 0.024; t = 2.145).

As firmas pequenas e com alto beta (i) têm características de *value stocks* quando comparadas com as de baixo beta (h = 0,205; t = 14,968); (ii) se comportam como firmas perdedoras (m = -0,073; t = -6,310) e menores (s = 0,391; t = 25,217); e (iii) são mais conservadoras em termos de investimentos do que as com baixo beta (c = 0,065; t = 5,142). Portanto, a primeira característica parece estar explicando o

maior retorno desse portfólio de empresas, isto é, o efeito valor. Maior índice *book-to-market* se traduziu em maior retorno.

A Tabela 4 também indica que a média dos retornos das empresas grandes com baixo beta é maior do que as de alto beta. Para as empresas grandes e baixo beta, apenas dois fatores são estatisticamente significantes: fator mercado (b=0.783; t=90.841) e fator valor (h=0.025; t=2.596). Percebe-se que o coeficiente de determinação desse portfólio teve um aumento muito pequeno quando comparado com o CAPM e o modelo de seis fatores, de 89.4% para 89.5%.

As empresas que fazem parte do portfólio alta capitalização e alto beta são mais sensíveis aos retornos de mercado (b=0.940; t=115.832), comportam-se como *value stocks* (h=0.156; t=12.550) e são as menos rentáveis quando comparadas com os três outros portfólios (r=-0.049; t=-6.272), além de serem perdedoras (w=-0.067; t=-6.602). O menor retorno deste último portfólio parece estar sendo explicado pelo fato de serem menos rentáveis e perdedoras.

Em termos de coeficiente de determinação, há um ganho expressivo no poder explicativo quando da utilização do modelo de seis fatores para os portfólios de empresas pequenas, principalmente para o portfólio de pequenas e com alto beta: aproximadamente 89,8% dos retornos médios diários são explicados pelo modelo de seis fatores, enquanto o modelo CAPM apresentava um resultado de 78,9%. Quanto aos portfólios de empresas grandes, existem ganhos em termos de coeficiente de determinação, mas são menos expressivos tendo em vista que o modelo CAPM já parece explicar grande parte dos retornos.

4.3.2 Anomalia momento

A Tabela 5 apresenta os retornos médios e os desvios-padrão anualizados dos portfólios com empresas divididas em tamanho e momento.

Tabela 5 – Excesso de retorno e desvio-padrão diário anualizados dos portfólios tamanho-momento

	Perdedoras	Vencedoras	Perdedoras	Vencedoras
Pequenas (P)	-3,8808	7,6104	27,747	23,653
Grandes (G)	-0,5796	5,2416	27,302	23,943

Percebe-se que há um efeito momento para os portfólios analisados, isto é, dado o tamanho, as empresas vencedoras apresentam

um retorno médio superior ao das empresas perdedoras para ambos os tamanhos. Esses resultados também foram encontrados por Fama e French (2016). As empresas perdedoras apresentam um retorno médio negativo, ou seja, o retorno dos portfólios de empresas perdedoras é menor que a *proxy* da taxa livre de risco. Esse grupo de empresas também apresenta maior desvio-padrão se comparado com o das empresas vencedoras.

Chama atenção a diferença de retorno médio das empresas pequenas-vencedoras e pequenas-perdedoras de cerca de 11,50%, e das empresas grandes-vencedoras e grandes-perdedoras de 5,82%, aproximadamente duas vezes menor. O portfólio de empresas com o maior retorno médio é o de pequenas e vencedoras. Fama e French (2016) também encontraram padrão semelhante.

O modelo escolhido a partir da Tabela 2 para explicar os retornos médios dos portfólios tamanho-momento é o modelo de seis fatores, apresentado na Tabela 6 a seguir.

Tabela 6 – Regressões e R-quadrado dos modelos CAPM e seis fatores de quatro portfólios tamanho-momento de janeiro de 2001 a dezembro de 2016 (3.962 dias)

	$R_{it} - R_{Ft} = a_i + b_i (R_{Mt} - R_{Ft}) + e_{it}.$								
	а		t(c	<i>a</i>)	R-Qua	drado			
	Perd.	Venc.	Perd.	Venc.	Perd.	Venc.			
P	-0,027	0,020	-1,537	1,490	0,628	0,679			
\mathbf{G}	-0,015	0,010	-1,156	1,035	0,811	0,869			
	b		t(l	b)					
	Perd.	Venc.	Perd.	Venc.					
P	0,877	0,778	45,435	64,476					
G	0,981	0,891	80,604	78,641					

 $R_{it} - R_{Ft} = a_i + b_i(R_{Mt} - R_{Ft}) + s_i SMB_t + h_i HML_t +$ $c_i CMA_t + r_i RMW_t + w_i WML_t + e_{it}$ t(a)a R-Quadrado Perd. Venc. Perd. Venc. Perd. Venc. P 0.004 0.012 0.475 1.210 0.897 0.833

G	0,009	-0,002	0,929	-0,232	0,872	0,893
	b		t(b)			
	Perd.	Venc.	Perd.	Venc.		
P	0,906	0,876	81,944	89,984		
G	0,908	0,916	85,966	93,233		
	S		t(s)			
	Perd.	Venc.	Perd.	Venc.		
P	0,592	0,615	34,759	35,837		
G	-0,180	0,056	-9,141	4,080		
	h		t(h)			
	Perd.	Venc.	Perd.	Venc.		
_						
P	0,027	0,052	0,970	2,964		
G	0,048	0,016	2,582	1,142		
	c			t(c)		
	Perd.	Venc.	Perd.	Venc.		
P	0,020	-0,051	1,044	-2,586		
G	-0,028	0,018	-1,404	1,276		
	r		t(r)			
	Perd.	Venc.	Perd.	Venc.		
P	-0,067	-0,087	-5,089	-6,776		
G	-0,047	-0,027	-3,006	-2,692		
	W DJ		<i>t(w)</i>	▼ 7		
	Perd.	Venc.	Perd.	Venc.		
P	-0,431	0,329	-27,610	21,606		
G	-0,398	0,238	-26,593	18,613		

Fonte: Dados de pesquisa (2017).

As empresas pequenas e vencedoras (com maior retorno médio entre os portfólios) possuem menor sensibilidade aos retornos do

mercado quando comparadas com os outros três portfólios (b = 0,876; t = 89,984), comportam-se como *value stocks* (h = 0,052; t = 2,964), são mais agressivas nos investimentos (c = -0,051; t = -2,586) e são as menos rentáveis (r = -0,087; t = -6,776). Porém, o que parece justificar esse maior retorno médio é o fato de apresentarem um coeficiente grande e positivo para o fator momento (w = 0,329; t = 21,606), sendo assim fortes vencedoras. Para o portfólio de firmas pequenas e perdedoras (menor retorno médio), grande parte do trabalho em termos de coeficiente é feita pelo fator momento (w = -0,431; t = -27,610), sendo assim firmas muito perdedoras.

Por outro lado, vale observar que as empresas grandes e vencedoras são as mais rentáveis entre os portfólios. Entretanto, ainda assim apresentam rentabilidade fraca (r = -0.027; t = -2.692) e se comportam como vencedoras (w = 0.238; t = 18,613). Firmas grandes e perdedoras se comportam como pequenas (s = -0.180; t = -9.141) e são perdedoras, apresentando um coeficiente grande e negativo para o fator momento (w = -0.398; t = -26.593). Esses dois comportamentos parecem estar explicando o baixo retorno médio desses portfólios.

Para explicar os retornos desses portfólios, o fator momento é fundamental, o que corrobora com o trabalho de Fama e French (2016). Os coeficientes são elevados e estatisticamente significantes, diferentemente de outros portfólios em que esse fator algumas vezes apresenta coeficientes pequenos ou não estatisticamente significantes.

Quanto aos fatores rentabilidade e investimento, o primeiro emite sinais contraditórios. Por exemplo, chama atenção o fato de o portfólio com maior retorno médio (pequenas-vencedoras) apresentar o menor coeficiente dentre os outros, ou seja, são firmas menos rentáveis. Para o fator investimento, esse produz coeficientes estatisticamente significantes em apenas um dos quatro portfólios e, da mesma forma que o fator rentabilidade, emite sinais contraditórios: as firmas vencedoras e pequenas se comportam como agressivas em termos de investimento (c = -0.051; t = -2.586).

Fama e French (2016) apresentam uma discussão interessante a respeito dos resultados contraditórios e do baixo poder explicativo que os fatores rentabilidade e investimento fornecem a esses portfólios. Para os autores, o modelo de dividendo descontado, que motiva a inserção desses fatores, tem a premissa de usar uma taxa interna de desconto (r), que é aproximadamente o retorno de uma ação no longo prazo. Porém, a anomalia momento é considerada de curto prazo.

Quando se comparam os coeficientes de determinação dos modelos CAPM e seis fatores, o ganho de poder explicativo é o maior

entre todas as anomalias estudadas, principalmente entre os portfólios de empresas pequenas: de 62,8% para 89,7% para o portfólio pequenas-perdedoras.

4.3.3 Anomalia emissões líquidas

A Tabela 7 mostra o retorno médio em excesso e os desviospadrão anualizados dos portfólios formados de acordo com tamanho e emissões líquidas de ações.

Tabela 7 – Excesso de retorno e desvio-padrão diário anualizados dos portfólios tamanho-emissão líquida

	Emite	Neutra	Recompra	Emite	Neutra	Recompra
P	-1,2096	1,9656	2,9736	23,521	22,009	22,907
G	-1,1088	2,0664	3,0744	25,559	21,786	23,087

O retorno médio das empresas que emitem é menor quando comparado com o das empresas neutras e das empresas que recompram, há, portanto, um efeito emissão líquida, mesmo padrão encontrado por Fama e French (2016), que também corroboram com os trabalhos de Ikenberry, Lakonishok e Vermaelen (1995) e Loughran e Ritter (1995), para quem as recompras tendem a ser seguidas por maiores retornos médios e as emissões tendem a ser seguidas por baixos retornos médios. Chama atenção no trabalho de Loughran e Ritter (1995), que investigaram emissões de empresas entre 1970 e 1990, o fato de que o investidor deveria ter investido 44% mais dinheiro em firmas emissoras em comparação com as não emissoras para ter a mesma riqueza cinco anos após a emissão.

Para os portfólios tamanho-emissão líquida, não pode ser percebido o efeito tamanho: mantendo fixa a emissão líquida, as empresas de menor porte apresentam menor retorno médio do que as de maior porte. Fama e French (2008) destacam que a relação entre emissões e retornos é a mesma para empresas muito pequenas (*microcaps*), pequenas (*small stocks*) e grandes (*big stocks*).

As informações da Tabela 2 auxiliam na avaliação do modelo que melhor explica os retornos médios dos portfólios com empresas formadas de acordo com o tamanho e a emissão líquida de ações. Dessa forma, a Tabela 8 apresenta os resultados das regressões para os modelos CAPM e cinco fatores, em que empresas que emitem são representadas por "E", neutras por "N" e as que recompram por "R".

Tabela 8 – Regressões e R-quadrado dos modelos CAPM e cinco fatores de seis portfólios tamanho-emissão líquida de janeiro de 2001 a dezembro de 2016 (3.962 dias)

					2 dias)				
			$R_{it}-F$	$R_{Ft}=a_i$	$+b_i(R_N)$	$(R_{Ft}-R_{Ft})$	$)+e_{it}.$		
	а				t(a)			drado	
	E	N	R	E	N	R	E	N	R
P	-0,015	-0,002	0,002	-1,362	-0,153	0,145	0,786	0,746	0,801
\mathbf{G}	-0,016	-0,002	0,001	-1,860	-0,259	0,170	0,887	0,873	0,895
		b			<i>t</i> (<i>b</i>)				
	E	N	R	E	N	R			
P	0,832	0,759	0,818	71,691	47,439	75,412			
G	0,885	0,812	0,871	103,07	70,343	112,80			
	R _{it} -	$R_{Ft}=a$	$b_i + b_i (R_{Mt})$		$s_i SMB_t + t$	$+ h_i HML_t$	$+ c_i CMA_t$	$+ r_i RM$	$W_t +$
		a		t(a)				R-Qua	drado
	E	N	R	E	N	R	E	N	R
P	-0,001	0,003	0,007	-0,139	0,395	0,887	0,904	0,895	0,896
\mathbf{G}	-0,003	0,001	0,004	-0,438	0,076	0,601	0,907	0,900	0,902
		b			<i>t</i> (<i>b</i>)				
	E	N	R	E	N	R			
P	0,882	0,812	0,871	105,24 6	75,064	110,40 5			
\mathbf{G}	0,888	0,817	0,877	103,35 7	77,652	107,36 9			
		s			t(s)				
	E	N	R	E	N	R			
P	0,472	0,492	0,437	37,187	38,331	34,165			
\mathbf{G}	0,123	0,144	0,089	9,493	11,362	6,892			

		h			t(h)	
	E	N	R	E	N	R
P	-0,046	0,057	-0,002	-3,248	3,840	-0,203
G	-0,041	0,062	0,003	-3,066	4,616	0,231
		c			t(c)	
	E	N	R	E	N	R
P	-0,028	0,080	0,040	-2,103	5,852	3,301
G	-0,036	0,072	0,032	-2,703	5,659	2,723
		r			t(r)	
	E	N	R	E	N	R
P	-0,140	-0,068	-0,052	-13,115	-6,424	-5,721
G	-0,137	-0,064	-0,049	-13,582	-7,031	-5,921

Fonte: Dados de pesquisa (2017).

Os portfólios de empresas que emitem (pequenas e grandes) apresentam maior sensibilidade aos retornos de mercado, porém essa diferença é pequena quando comparada com a de empresas neutras ou que recompram. Os coeficientes do fator tamanho apresentam resultados em linha com o esperado quando comparados com o tamanho: firmas pequenas se comportam como pequenas e firmas grandes como grandes. Os coeficientes do fator valor não apresentam significância estatística para os portfólios de empresas que recompram; porém, as empresas que emitem se comportam como firmas de crescimento (h = -0.046; t = -3.248; h = -0.041; t = -3.066) e as empresas neutras são firmas de valor (h = 0.057; t = 3.840; h = 0.062; t = 4.616).

Resultados importantes para a explicação dos retornos desses portfólios são observados nos coeficientes dos fatores investimento e rentabilidade. Todos são estatisticamente significantes e apresentam resultados que convergem para um padrão: as empresas que emitem (menores retornos) são as mais agressivas em termos de investimento (c = -0.028; t = -2.103; c = -0.036; t = -2.703) e são não rentáveis (r = -0.140; t = -13.115; r = -0.137; t = -13.582). As neutras são as mais conservadoras quanto aos investimentos comparativamente com os outros portfólios (c = 0.080); t = 5.852; c = 0.072; t = 5.659) e também são não rentáveis (r = -0.068; t = -6.424; t = -0.064; t = -7.301). Já as

que recompram (maiores retornos) são conservadoras em termos de investimento (c=0.040; t=3.301; c=0.032; t=2.723) e são não rentáveis, mas as mais rentáveis dentre todos os outros portfólios (r=-0.052; t=-5.721; r=-0.049; t=-5.921).

Esses resultados seguem o mesmo padrão encontrado por Fama e French (2016): firmas que recompram se comportam como aquelas conservadoras em termos de investimento e mais rentáveis (apesar da rentabilidade fraca), e firmas que emitem se comportam como aquelas agressivas em termos de investimento e menos rentáveis.

Quanto ao coeficiente de determinação, esse aumenta substancialmente os resultados para os portfólios de empresas pequenas quanto da utilização do modelo de cinco fatores em detrimento do CAPM. Cerca de 89,5% dos retornos médios dos portfólios de empresas pequenas e neutras são explicados pelo modelo de cinco fatores, por exemplo.

4.3.4 Anomalia volatilidade

A Tabela 9 exibe os retornos médios e os desvios-padrão dos portfólios formados de acordo com o tamanho e a volatilidade.

Tabela 9 – Excesso de retorno e desvio-padrão anualizados dos	os portfólios
tamanho-volatilidade	

	Baixa Vol.	Alta Vol.	Baixa Vol.	Alta Vol.
Pequenas (P)	3,8556	-1,3104	21,182	25,761
Grandes (G)	3,6288	-1,5372	21,679	25,505

Quando se analisam os portfólios formados em tamanhovolatilidade, percebe-se que empresas com alta volatilidade apresentam menores retornos médios quando comparados com os de empresas com baixa volatilidade. A magnitude da diferença também chama atenção: para as empresas pequenas e grandes é de cerca de 5,16%. Os portfólios de empresas com alta volatilidade dos retornos também apresentam os maiores desvios-padrão quando comparados com os de empresas de baixa volatilidade.

Baker e Haugen (2012) destacam que esse comportamento (maior volatilidade, menor retorno) pode ser observado em diversos mercados do mundo. Os autores afirmam que esses resultados contradizem uma máxima das finanças: que o risco pode produzir uma recompensa maior. Também corroboram com os apresentados por Ang et al. (2006), que

observaram que a alta volatilidade tende a se traduzir em menores retornos quando a volatilidade é mensurada como a variância dos retornos diários. Fama e French (2016) perceberam que maior volatilidade se traduz em menor retorno apenas nos portfólios de empresas muito pequenas. Quanto aos mercados emergentes, Blitz, Pang e Van Vliet (2013) examinaram a relação entre volatilidade e retornos: encontraram que, para esses mercados, essa relação é *flat* ou até mesmo negativa, o que corrobora com os resultados aqui encontrados.

Na tentativa de explicar os retornos médios dos portfólios tamanho-volatilidade, utilizou-se como insumo a Tabela 2 para definir o modelo que apresenta o melhor desempenho. A Tabela 10 apresenta as regressões dos modelos CAPM e cinco fatores para esses portfólios.

Tabela 10 – Regressões e R-quadrado dos modelos CAPM e cinco fatores de quatro portfólios tamanho-volatilidade de janeiro de 2001 a dezembro de 2016 (3.962 dias)

			(3.702 (nas)		
		$R_{it} - R_{Ft} =$	$= a_i + b_i(R_i)$	$M_t - R_{Ft} +$	e_{it} .	
	Baixa Vol.	a Alta Vol.	Baixa Vol.	t(a) Alta Vol.	Baixa Vol.	R-Quadrado Alta Vol.
P	0,006	-0,016	0,627	-1,261	0,830	0,751
G	0,004	-0,018	0,605	-1,913	0,914	0,867
	\boldsymbol{b}		t(b)		
	Baixa Vol.	Alta Vol.	Baixa Vol.	Alta Vol.		
P	0,770	0,891	70,198	59,970		
G	0,827	0,948	107,218	93,959		

 $R_{it} - R_{Ft} = \overline{a_i + b_i(R_{Mt} - R_{Ft})} + s_i SMB_t + h_i HML_t + c_i CMA_t + r_i RMW_t + w_i WML_t + e_{it}.$

	а		t(c	a)	R	R-Quadrado		
	Baixa Vol.	Alta Vol.	Baixa Vol.	Alta Vol.	Baixa Vol.	Alta Vol.		
P	0,010	-0,002	1,472	-0,192	0,910	0,901		
G	0,006	-0,005	0,918	-0,667	0,916	0,910		

	\boldsymbol{b}		t(b)		
	Baixa Vol.	Alta Vol.	Baixa Vol.	Alta Vol.	
P	0,817	0,937	95,941	93,952	
G	0,826	0,946	98,643	98,444	
	Baixa Vol.	Alta Vol.	Baixa Vol.	Alta Vol.	
P	0,371	0,526	31,808	32,649	
G	0,026	0,180	2,121	10,971	
	h		t(h)		
	Baixa Vol.	Alta Vol.	Baixa Vol.	Alta Vol.	
P	-0,009	0,021	-0,828	1,317	
G	0,003	0,033	0,267	2,304	
	c Baixa Vol.	Alta Vol.	Baixa Vol.	Alta Vol.	
P	0,042	0,045	4,163	3,317	
G	0,027	0,030	2,561	2,253	
	r Baixa Alta Vol. Vol.		t(r) Baixa Alta Vol. Vol.		
P	-0,036	-0,093	-4,179	-8,143	
G	-0,027	-0,084	-3,505	-8,160	

	w		t(w)		
	Baixa Alta Vol. Vol.		Baixa Vol.	Alta Vol.	
P	-0,006	-0,125	-0,646	-9,329	
G	-0,013	-0,131	-1,252	-10,201	

Fonte: Dados de pesquisa (2017).

Comparando o portfólio de empresas pequenas de baixa volatilidade (maior retorno médio) e alta volatilidade (menor retorno médio), percebe-se que as primeiras são menos sensíveis aos retornos do mercado ($b=0,817;\ t=95,941$). Quando comparados os betas das empresas com baixa e alta volatilidade, percebe-se que as primeiras apresentam menores betas quando comparadas com as empresas com alta volatilidade. Esses resultados estão em linha com os de Blitz e Van Vliet (2007), que demonstram que menor (maior) volatilidade se traduz em menor (maior) beta.

O portfólio de empresas com alta volatilidade apresenta os maiores coeficientes para o fator tamanho (s=0,526; t=32,649): elas se comportam como empresas muito pequenas quando comparadas com as empresas com baixa volatilidade (s=0,371; t=31,808). Esse resultado também pode ser encontrado entre as empresas grandes: alta volatilidade (s=0,180; t=10,971) e baixa volatilidade (s=0,026; t=2,121), ou seja, as empresas grandes e com alta volatilidade se comportam como pequenas quando comparadas com as empresas com baixa volatilidade.

Com relação ao fator investimento, não é possível auferir algum tipo de padrão: todos os coeficientes são estatisticamente significantes, mas apresentam valores muito próximos para todos os portfólios. Quanto ao fator rentabilidade, percebe-se que os portfólios contendo empresas com baixa volatilidade são mais rentáveis quando comparados com os portfólios das empresas com alta volatilidade (r = -0.036; t = -4.179; r = -0.027; t = -3.505), porém também apresentam rentabilidade fraca.

Os resultados apresentados são semelhantes aos encontrados por Fama e French (2016) e Novy-Marx (2013): quanto menor a rentabilidade do portfólio (r), menores os retornos a eles associados para portfólios com alta volatilidade. Dutt e Humphery-Jenner (2013), procurando evidências sobre a relação entre volatilidade, desempenho operacional e retornos nos mercados internacionais, concluem que empresas com baixa volatilidade têm melhores desempenhos

operacionais; e isso pode explicar por que empresas menos voláteis apresentam maiores retornos.

Por outro lado, os grandes coeficientes do fator momento deixam claro sua grande influência: empresas mais voláteis se comportam como empresas perdedoras (w = -0,125; t = -9,329; w = -0,131; t = -10,201). Analisando a Tabela 5, que apresenta os retornos médios e desviospadrão dos portfólios tamanho-momento, é possível fazer algumas inferências e traçar uma relação entre volatilidade e momento: os portfólios de empresas perdedoras apresentam os maiores desviospadrão diários quando comparados com todos os outros portfólios tamanho-anomalia estudados — de 27,74% para pequenas e perdedoras e 27,30% para grandes e perdedoras. Assim, considerando o desviopadrão como uma medida de volatilidade e risco, perdedoras são mais voláteis, o que pode explicar os sinais negativos para os coeficientes do fator momento.

Comparando-se os coeficientes de determinação para os dois modelos, percebe-se que a grande mudança em termos de poder explicativo acontece para os portfólios de empresas pequenas, em especial empresas pequenas e com alta volatilidade: de 75,1% para 90,1% dos retornos são explicados pelos seis fatores.

4.3.5 Anomalia accruals

A Tabela 11 apresenta os retornos médios em excesso e desviospadrão anualizados dos portfólios de empresas divididas por tamanho e accruals.

Tabela 11 – Excesso de retorno e desvio-padrão anualizados dos portfólios tamanho-*accruals*

	Baixo Acc	Alto Acc	Baixo Acc	Alto Acc
Pequenas (P)	0,352	1,260	25,503	23,108
Grandes (G)	0,630	1,537	23,559	23,045

A partir da análise do retorno médio dos portfólios tamanhoaccruals, percebe-se que o retorno para as empresas com altos accruals é maior do que o das empresas com baixos accruals, tanto em empresas pequenas quanto em grandes. Comparativamente com outros portfólios tamanho-anomalia, a anomalia accrual apresenta as menores diferenças em termos de retorno médio, bem como desvios-padrão muito próximos (baixo e alto accrual). Sloan (1996), investigando se o preço das ações reflete informações sobre os lucros futuros contidos nos componentes de *accruals* e fluxo de caixa dos lucros atuais, encontrou um padrão inverso aos descobertos neste trabalho: baixos retornos estão associados a altos *accruals*. Lev e Nissim (2006) destacam que estratégias de investimento baseadas em *accruals* produzem retornos anormais e são exploradas principalmente por investidores institucionais, devido aos altos custos de informação e transação associados a essas estratégias. Porém, os autores concluem que, apesar de uma estratégia conhecida, essa anomalia continua a persistir.

Quanto ao mercado brasileiro, Cupertino, Costa Jr. e Martinez (2010) testaram a hipótese de associação entre *accruals* e retornos anormais para o mercado acionário brasileiro. Para isso, foram construídas carteiras tomando posição comprada (vendida) em ativos com baixos (altos) *accruals*, ou seja, uma estratégia baseada na premissa de que menores *accruals* se traduzem em maiores retornos. Os resultados demonstraram que a estratégia de negociação baseada nos *accruals* não proporcionou retornos positivos e consistentes para o mercado brasileiro.

A tabela a seguir apresenta as regressões para os modelos CAPM e cinco fatores para os portfólios formados a partir do tamanho e dos *accruals*.

Tabela 12 – Regressões e R-quadrado dos modelos CAPM e cinco fatores de quatro portfólios tamanho-*accruals* de janeiro de 2001 a dezembro de 2016 (3.962 dias)

$R_{it} - R_{Ft} = a_i + b_i (R_{Mt} - R_{Ft}) + e_{it}.$							
	а		t(a)		R-Quadrado		
	Baixo Acc	Alto Acc	Baixo Acc	Alto Acc	Baixo Acc	Alto Acc	
P	-0,009	-0,005	-0,787	-0,486	0,779	0,794	
G	-0,009	-0,005	-1,033	-0,656	0,887	0,904	
	b		t(b)				
	Baixo Acc	Alto Acc	Baixo Acc	Alto Acc			
P	0,833	0,822	61,298	67,504			
G	0,886	0,875	93,040	105,834			

$R_{it} - R_{Ft} = a_i + b_i(R_{Mt} - R_{Ft}) + s_iSMB_t + h_iHML_t + c_iCMA_t + r_iRMW_t + e_{it}.$							
	$a \qquad t(a)$			R-Quadrado			
	Baixo Acc	Alto Acc	Baixo Acc	Alto Acc	Baixo Acc	Alto Acc	
P	0,002	0,002	0,267	0,340	0,899	0,912	
G	0,000 Baixo Acc	0,000 Alto Acc	-0,026 Baixo Acc	0,018 Alto Acc	0,905	0,919	
ъ							
P	0,887	0,872	93,918	102,154			
G	0,892	0,878	94,759	102,388			
	S		t(s)				
	Baixo Acc	Alto Acc	Baixo Acc	Alto Acc			
P	0,489	0,469	38,481	40,048			
G	0,141	0,121	10,814	9,907			
	Baixo Acc	Alto Acc	Baixo Acc	Alto Acc			
P	-0,019	0,021	-1,327	1,663			
G	-0,004	0,036	-0,273	3,260			
	Baixo Acc	Alto Acc	Baixo Acc	Alto Acc			
P	-0,004	0,035	-0,286	2,814			
G	-0,019	0,020	-1,567	1,686			
r $t(r)$							
	Baixo Acc	Alto Acc	Baixo Acc	Alto Acc			
P	-0,111	-0,089	-9,370	-9,079			
G	-0,097	-0,075	-9,853	-9,681			

Fonte: Dados de pesquisa (2017).

Para os portfólios formados de acordo com o tamanho e os *accruals*, os coeficientes dos fatores mercado e tamanho são bem semelhantes. Dessa forma, não é possível extrair algum tipo de padrão de comportamento das empresas para esses portfólios. Há, porém, de se

destacar que os coeficientes para o fator tamanho são elevados e estatisticamente significantes e revelam que empresas pequenas e com baixos *accruals* (menor retorno médio) são empresas que se comportam como as menores dentre todos os portfólios e empresas grandes e baixos *accruals* se comportam como menores quando comparadas com as grandes e com altos *accruals*.

Quanto aos fatores valor e investimento, três dos quatro portfólios não apresentam significância estatística para os coeficientes. Para o fator valor, as empresas grandes e com altos *accruals* se comportam como empresas de valor (h = 0.036; t = 3.260).

Em relação ao fator rentabilidade, todos os portfólios apresentam empresas que possuem rentabilidade fraca e semelhantes, porém para os portfólios com altos *accruals* (maior retorno médio) as firmas são mais rentáveis (r = -0.089; t = -9.079; r = -0.075; t = -9.681), apesar de apresentarem rentabilidade fraca. O portfólio de firmas com maior retorno médio (grandes e altos *accruals*) é o mais rentável dentre todos os portfólios, apesar de também apresentar rentabilidade fraca (r = -0.075; t = -9.681).

Assim como no trabalho de Fama e French (2016), os modelos que tentam explicar os retornos dos portfólios tamanho-accruals apresentam respostas não triviais, com o modelo de cinco fatores demonstrando em alguns casos resultados piores do que outros modelos. A partir dos resultados encontrados neste trabalho para esses portfólios, é possível fazer inferências limitadas sobre esses portfólios, pois os coeficientes dos fatores são muito próximos em termos absolutos e de sinal, e muitas vezes estatisticamente iguais a zero.

Não obstante a essa constatação, o coeficiente de determinação apresenta melhora quando da utilização do modelo de cinco fatores para explicar os retornos. Por exemplo, para o portfólio pequena-alto *accrual*, cerca de 91,2% dos retornos são explicados pelos cinco fatores ante 79.4% do CAPM.

Por fim, percebe-se que alguns padrões podem ser percebidos para todas as anomalias estudadas: os interceptos de todos os portfólios estudados para ambos os modelos apresentados nas regressões são estatisticamente iguais a zero. Isso sugere que todos os fatores são boas *proxies* de risco para explicar os retornos médios desses portfólios.

Além disso, para todos os portfólios analisados, os coeficientes do fator mercado são estatisticamente significantes para os modelos CAPM, cinco ou seis fatores. Quanto ao coeficiente de determinação, para todos os portfólios há ganhos em termos de poder explicativo quando utilizamos o modelo de cinco ou seis fatores em detrimento do

CAPM, mas esses ganhos são observados de forma mais intensa para os portfólios de empresas pequenas.

5 CONSIDERAÇÕES FINAIS

A literatura relacionada a modelos de apreçamento de ativos através de modelos multifatoriais apresenta uma gama de possíveis fatores de risco para explicar retornos de diversos portfólios de ações. De um lado, modelos que utilizam características das firmas que fazem parte de determinados portfólios para explicar seus retornos e, de outro, modelos que utilizam variáveis macroeconômicas. A convergência desses está no fato de que fatores de risco, seja por características das firmas ou por variáveis macroeconômicas, são considerados boas *proxies* do fator de desconto estocástico, que é essencial para apreçarmos ativos em um contexto de modelos de equilíbrio.

Os resultados encontrados neste trabalho, que dividiu as firmas em portfólios utilizando-se de suas características intrínsecas para explicar seus retornos, trazem evidências de que, ao adicionarmos novos fatores de risco ao tradicional modelo CAPM, o fator de risco com maior impacto, dentre os considerados para auxiliar na explicação dos retornos dos portfólios que foram alvo de análises neste trabalho, foi o rentabilidade. Há uma redução significativa em termos de intercepto médio, estatística GRS e aumento do *p*-valor da estatística GRS quando adicionamos esse fator para praticamente todos os portfólios estudados.

Reforçando a importância encontrada para o fator rentabilidade neste trabalho, quando se regrediram os retornos do fator rentabilidade no modelo de três fatores, percebeu-se que o intercepto da regressão foi estatisticamente significante, o que significa que os fatores mercado, valor e tamanho não são boas *proxies* para explicar os retornos do fator rentabilidade, trazendo evidências de ausência de colinearidade entre esses fatores.

Quando analisados de forma conjunta os fatores investimento e rentabilidade, foi possível verificar que os dois fatores conjuntamente adicionam informação ao modelo de três fatores: a estatística GRS e seu *p*-valor invalidam o modelo de três fatores como bom previsor dos retornos dos fatores investimento e rentabilidade, isto é, os interceptos gerados por essa regressão não são estatisticamente iguais a zero de forma conjunta.

Quanto aos resultados encontrados para os portfólios tamanhoanomalia estudados, comparando o modelo de três com o de cinco fatores, verificou-se que nenhum portfólio foi mais bem explicado pelo primeiro em relação ao segundo quanto aos critérios de redução do intercepto médio, da estatística GRS e do *p*-valor (GRS), demonstrando, assim, sua superioridade na análise das anomalias estudadas. Para os portfólios tamanho-momento, tamanho-volatilidade e tamanho-beta, o modelo considerando seis fatores foi o mais adequado.

Com relação aos demais fatores (valor, tamanho, investimento e momento), os resultados indicaram apenas ganhos marginais em relação à redução do intercepto médio, da estatística GRS e do *p*-valor. Porém, é inegável o papel explicativo e intuitivo desses fatores para retornos de alguns portfólios estudados. Por exemplo, quanto aos portfólios tamanho-emissão líquida, quando adicionamos o fator investimento, houve uma redução pequena de intercepto médio e estatística GRS, mas o coeficiente desse fator foi significativo para todos os portfólios e apresentou uma importante interpretação: empresas que emitem (menores retornos) são mais agressivas em termos de investimento, enquanto empresas que recompram (maiores retornos) são mais conservadoras.

É importante destacar também que os resultados apresentados indicam que a importância explicativa do fator mercado para os portfólios estudados não deve ser ignorada: para todos os portfólios o coeficiente desse fator apresentou significância estatística. O CAPM, portanto, apresenta-se como um bom modelo de avaliação de ativos, mas incompleto.

Quanto aos retornos médios diários dos portfólios formados a partir do tamanho-anomalia, alguns resultados puderam ser observados através desta pesquisa, como, por exemplo, (i) portfólios de empresas vencedoras geraram retornos diários maiores para todo o período analisado com menor desvio-padrão quando comparados com os de empresas perdedoras; (ii) retornos de empresas que recompram ações foram maiores quando comparados com os retornos de empresas neutras e que emitem ações; (iii) empresas com menor volatilidade apresentaram maiores retornos quando comparadas com empresas com maior volatilidade; (iv) beta grande se traduziu em maiores retornos apenas para empresas pequenas; e (v) retornos médios de empresas com altos *accruals* superaram retornos médios de empresas com baixos *accruals*.

A partir das regressões, podem ser feitas algumas inferências quanto aos resultados citados: (i) o fator de risco momento é decisivo na explicação desses retornos; (ii) empresas que recompram são, em geral, empresas mais rentáveis e conservadoras em termos de investimento quando comparadas com empresas que emitem; (iii) portfólios de empresas com menor volatilidade apresentam menor beta, comportamse como empresas maiores, são mais rentáveis e vencedoras; (iv) portfólios de empresas pequenas com alto beta são mais sensíveis ao

retorno de mercado, essas empresas se comportam como firmas de crescimento, são mais agressivas em termos de investimento e menos rentáveis; e (v) não foi possível verificar um padrão claro dos coeficientes para explicar os retornos dos portfólios tamanho-accruals.

Ressalta-se também, considerando um aumento do coeficiente de determinação como indicador de maior poder explicativo por parte dos modelos, que para os portfólios de empresas pequenas esses aumentos foram mais expressivos quando comparados com portfólios de empresas grandes para todas as anomalias estudadas.

Por fim, Cochrane (2000), em trabalho intitulado "New Facts in Finance", escreveu que nos últimos 15 anos as finanças haviam passado por uma grande revolução. Segundo ele, pensava-se que os retornos de ações e títulos, por exemplo, eram imprevisíveis e que os estudos que se avolumaram de modelos de apreçamento os tornaram mais previsíveis ou mais bem explicados. Nesse sentido, os resultados apresentados por este trabalho (18 anos passados do texto do autor citado) adicionam insumos à literatura de modelos multifatoriais de apreçamento aplicados ao mercado brasileiro, de quais fatores e, assim, de quais modelos devese utilizar para explicar os retornos de determinados portfólios formados de acordo com as cinco anomalias estudadas, atingindo, portanto, os objetivos de verificar a existência de retornos anômalos e, caso verificados, quais os melhores modelos e fatores de risco que melhor se adequam na tentativa de explicar esses retornos.

REFERÊNCIAS

ANG, Andrew et al. The Cross-section of Volatility and Expected Returns. **The Journal of finance**, v. 61, n. 1, p. 259-299, 2006.

ANG, Andrew; LIU, Jun. A Generalized Earnings Model of Stock Valuation. Working Paper. Stanford University, 1998.

ANTUNES, Gustavo Amorim; LAMOUNIER, Wagner Moura; BRESSAN, Aureliano Angel. Análise do "efeito tamanho" nos retornos das ações de empresas listadas na Bovespa. **Revista Contabilidade & Finanças**, v. 17, n. 40, p. 87-101, 2006.

BAKER, Nardin L.; HAUGEN, Robert A. Low Risk Stocks Outperform within all Observable Markets of the World. 2012.

BALL, Ray; BROWN, Philip. An Empirical Evaluation of Accounting Income Numbers. **Journal of accounting research**, p. 159-178, 1968.

BANZ, Rolf W. The Relationship between Return and Market Value of Common Stocks. **Journal of Financial Economics**, v. 9, n. 1, p. 3-18, 1981.

BLACK, Fischer. Capital Market Equilibrium with Restricted Borrowing. **The journal of business**, v. 45, n. 3, p. 444-455, 1972.

BLACK, Fischer; JENSEN, Michael C.; SCHOLES, Myron S. **The Capital Asset Pricing Model**: Some Empirical Tests. 1972.

BLITZ, David; PANG, Juan; VAN VLIET, Pim. The Volatility Effect in Emerging Markets. **Emerging Markets Review**, v. 16, p. 31-45, 2013.

BLITZ, David C.; VAN VLIET, Pim. The Volatility Effect. **The Journal of Portfolio Management**, v. 34, n. 1, p. 102-113, 2007.

BLUME, Marshall E.; STAMBAUGH, Robert F. Biases in Computed Returns: An Application to the Size Effect. **Journal of Financial Economics**, v. 12, n. 3, p. 387-404, 1983.

BONDT, Werner F. M.; THALER, Richard. Does the Stock Market Overreact? **The Journal of finance**, v. 40, n. 3, p. 793-805, 1985.

BRAGA, Claudio; LEAL, Ricardo. **Ações de valor e de crescimento nos anos 90**. Rio de Janeiro: FGV, 2002.

CARHART, Mark M. On Persistence in Mutual Fund Performance. **The Journal of finance**, v. 52, n. 1, p. 57-82, 1997.

CATALÃO, André Borges; YOSHINO, Joe Akira. Fator de desconto estocástico no mercado acionário brasileiro. **Estudos Econômicos**, São Paulo, v. 36, n. 3, p. 435-463, 2006.

CHAN, K. C.; CHEN, Nai-Fu. Structural and Return Characteristics of Small and Large Firms. **The Journal of finance**, v. 46, n. 4, p. 1467-1484, 1991.

CHEN, Long; ZHANG, Lu. A Better Three-factor Model that explains more Anomalies. **The Journal of finance**, v. 65, n. 2, p. 563-595, 2010.

CHEN, Zhanhui; PETKOVA, Ralitsa. Does Idiosyncratic Volatility Proxy for Risk Exposure? **The Review of Financial Studies**, v. 25, n. 9, p. 2745-2787, 2012.

COCHRANE, John H. New Facts in Finance Economic Perspectives. **Federal Reserve Bank of Chicago**, 2000.

COCHRANE, John H. **Asset Pricing**. Revised Edition. Princeton University Press, 2009.

COHEN, Randolph B.; GOMPERS, Paul A.; VUOLTEENAHO, Tuomo. Who Underreacts to Cash-flow News? Evidence from Trading between Individuals and Institutions. **Journal of Financial Economics**, v. 66, n. 2, p. 409-462, 2002.

CUPERTINO, César Medeiros; COSTA Jr., Newton C. A.; MARTINEZ, Antônio L. **Anomalia dos accruals no mercado brasileiro de capitais**. 2010. Tese (Doutorado em Engenharia de Produção) – Centro Tecnológico, Programa de Pós-Graduação em Engenharia de Produção, Universidade Federal de Santa Catarina, Florianópolis, 2010.

DATTA, Sudip; DHILLON, Upinder S. Bond and Stock Market Response to Unexpected Earnings Announcements. **Journal of Financial and Quantitative Analysis**, v. 28, n. 4, p. 565-577, 1993.

DECHOW, Patricia M. Accounting Earnings and Cash Flows as Measures of Firm Performance: The Role of Accounting *Accruals*. **Journal of accounting and economics**, v. 18, n. 1, p. 3-42, 1994.

DECHOW, Patricia M.; SLOAN, Richard G.; SWEENEY, Amy P. Detecting Earnings Management. **Accounting review**, p. 193-225, 1995.

DITTMAR, Amy K. Why do Firms Repurchase Stock. **The Journal of Business**, v. 73, n. 3, p. 331-355, 2000.

DUTT, Tanuj; HUMPHERY-JENNER, Mark. Stock Return Volatility, Operating Performance and Stock Returns: International Evidence on Drivers of the 'Low Volatility' Anomaly. **Journal of Banking & Finance**, v. 37, n. 3, p. 999-1017, 2013.

ECKBO, B. Espen; MASULIS, Ronald W.; NORLI, Øyvind. Seasoned Public Offerings: Resolution of the 'New Issues Puzzle'. **Journal of Financial Economics**, v. 56, n. 2, p. 251-291, 2000.

FAMA, Eugene F.; FRENCH, Kenneth R. The Cross-section of Expected Stock Returns. **The Journal of finance**, v. 47, n. 2, p. 427-465, 1992.

FAMA, Eugene F.; FRENCH, Kenneth R. Common Risk Factors in the Returns on Stocks and Bonds. **Journal of Financial Economics**, v. 33, n. 1, p. 3-56, 1993.

FAMA, Eugene F.; FRENCH, Kenneth R. Size and book-to-market Factors in Earnings and Returns. **The Journal of finance**, v. 50, n. 1, p. 131-155, 1995.

FAMA, Eugene F.; FRENCH, Kenneth R. Value versus Growth: The International Evidence. **The Journal of finance**, v. 53, n. 6, p. 1975-1999, 1998.

FAMA, Eugene F.; FRENCH, Kenneth R. The Capital Asset Pricing Model: Theory and Evidence. **The Journal of Economic Perspectives**, v. 18, n. 3, p. 25-46, 2004.

FAMA, Eugene F.; FRENCH, Kenneth R. Profitability, Investment and Average Returns. **Journal of Financial Economics**, v. 82, n. 3, p. 491-518, 2006.

FAMA, Eugene F.; FRENCH, Kenneth R. O modelo de precificação de ativos de capital: teoria e evidências. **Revista de Administração de Empresas**, v. 47, n. 2, p. 103-118, 2007.

FAMA, Eugene F.; FRENCH, Kenneth R. Dissecting Anomalies. **The Journal of finance**, v. 63, n. 4, p. 1653-1678, 2008.

FAMA, Eugene F.; FRENCH, Kenneth R. A Five-factor Asset Pricing Model. **Journal of Financial Economics**, v. 116, n. 1, p. 1-22, 2015.

FAMA, Eugene F.; FRENCH, Kenneth R. Dissecting Anomalies with a Five-factor Model. **The Review of Financial Studies**, v. 29, n. 1, p. 69-103, 2016.

FAMA, Eugene F.; MacBETH, James D. Risk, Return, and Equilibrium: Empirical Tests. **Journal of political economy**, v. 81, n. 3, p. 607-636, 1973.

FRANCIS, Jennifer et al. The Market Pricing of *Accruals* Quality. **Journal of accounting and economics**, v. 39, n. 2, p. 295-327, 2005.

GIBBONS, Michael R.; ROSS, Stephen A.; SHANKEN, Jay. A Test of the Efficiency of a Given Portfolio. **Econometrica: Journal of the Econometric Society**, p. 1121-1152, 1989.

GRAHAM, Benjamin; DODD, David L. **Security Analysis**: Principles and Technique. McGraw-Hill, 1934.

HANSEN, Lars Peter; JAGANNATHAN, Ravi. Implications of Security Market Data for Models of Dynamic Economies. **Journal of political economy**, v. 99, n. 2, p. 225-262, 1991.

HAUGEN, Robert A.; BAKER, Nardin L. Commonality in the Determinants of Expected Stock Returns. **Journal of Financial Economics**, v. 41, n. 3, p. 401-439, 1996.

HEALY, Paul M.; WAHLEN, James M. A Review of the Earnings Management Literature and its Implications for Standard Setting. **Accounting horizons**, v. 13, n. 4, p. 365-383, 1999.

HEATON, John; LUCAS, Deborah. Portfolio Choice and Asset Prices: The Importance of Entrepreneurial Risk. **The Journal of finance**, v. 55, n. 3, p. 1163-1198, 2000.

HONG, Harrison; LIM, Terence; STEIN, Jeremy C. Bad News Travels Slowly: Size, Analyst Coverage, and the Profitability of Momentum Strategies. **The Journal of finance**, v. 55, n. 1, p. 265-295, 2000.

HONG, Harrison; STEIN, Jeremy C. A Unified Theory of Underreaction, Momentum Trading, and Overreaction in Asset Markets. **The Journal of finance**, v. 54, n. 6, p. 2143-2184, 1999.

IKENBERRY, David; LAKONISHOK, Josef; VERMAELEN, Theo. Market Underreaction to Open Market Share Repurchases. **Journal of financial economics**, v. 39, n. 2, p. 181-208, 1995.

JEGADEESH, Narasimhan; TITMAN, Sheridan. Returns to Buying Winners and Selling Losers: Implications for Stock Market Efficiency. **The Journal of finance**, v. 48, n. 1, p. 65-91, 1993.

JENSEN, Michael C. Agency Costs of Free Cash Flow, Corporate Finance, and Takeovers. **The American economic review**, v. 76, n. 2, p. 323-329, 1986.

JENSEN, Michael C.; BLACK, Fischer; SCHOLES, Myron S. The **Capital Asset Pricing Model**: Some Empirical Tests. 1972.

JIANG, George J.; XU, Danielle; YAO, Tong. The Information Content of Idiosyncratic Volatility. **Journal of Financial and Quantitative Analysis**, v. 44, n. 1, p. 1-28, 2009.

KEIM, Donald B. Size-related Anomalies and Stock Return Seasonality: Further Empirical Evidence. **Journal of financial economics**, v. 12, n. 1, p. 13-32, 1983.

LAKONISHOK, Josef; SHLEIFER, Andrei; VISHNY, Robert W. Contrarian Investment, Extrapolation, and Risk. **The Journal of finance**, v. 49, n. 5, p. 1541-1578, 1994.

LEV, Baruch; NISSIM, Doron. The Persistence of the *Accruals* Anomaly. **Contemporary Accounting Research**, v. 23, n. 1, p. 193-226, 2006.

LINTNER, John. Security Prices, Risk, and Maximal Gains from Diversification. **The Journal of finance**, v. 20, n. 4, p. 587-615, 1965.

LOPO MARTINEZ, Antonio. Detectando Earnings Management no Brasil: estimando os *accruals* discricionários. **Revista Contabilidade & Finanças**, São Paulo: USP, v. 19, n. 46, 2008.

LOUGHRAN, Tim; RITTER, Jay R. The New Issues Puzzle. **The Journal of finance**, v. 50, n. 1, p. 23-51, 1995.

MÁLAGA, Flávio K.; SECURATO, José R. Aplicação do modelo de três fatores de Fama e French no mercado acionário brasileiro: um estudo empírico do período 1995-2003. In: ENCONTRO ANUAL DA ASSOCIAÇÃO NACIONAL DOS PROGRAMAS DE PÓSGRADUAÇÃO EM ADMINISTRAÇÃO, 2004, v. 28.

MALAGON, Juliana; MORENO, David; RODRÍGUEZ, Rosa. The Idiosyncratic Volatility Anomaly: Corporate Investment or Investor Mispricing? **Journal of Banking & Finance**, v. 60, p. 224-238, 2015.

MARÍN, José M.; RUBIO, Gonzalo. **Economía financiera**. Antoni Bosch Editor. 2001.

MARKOWITZ, Harry. Portfolio Selection. **The Journal of finance**, v. 7, n. 1, p. 77-91, 1952.

MARTINSA, Clarice Carneiro; EID Jr., William. Pricing Assets with Fama and French 5–Factor Model: A Brazilian Market Novelty. In: XV ENCONTRO BRASILEIRO DE FINANÇAS, 2015.

MERTON, Robert C. Theory of Rational Option Pricing. **The Bell Journal of economics and management science**, p. 141-183, 1973.

MERTON, Robert C. A Simple Model of Capital Market Equilibrium with Incomplete Information. **The Journal of finance**, v. 42, n. 3, p. 483-510, 1987.

MILLER, Merton H.; MODIGLIANI, Franco. Dividend Policy, Growth, and the Valuation of Shares. **The Journal of Business**, v. 34, n. 4, p. 411-433, 1961.

MOSSIN, Jan. Equilibrium in a Capital Asset Market. **Econometrica: Journal of the econometric society**, p. 768-783, 1966.

MUSSA, Adriano; ROGERS, Pablo; SECURATO, José Roberto. Modelos de retornos esperados no mercado brasileiro: testes empíricos utilizando metodologia preditiva. **Revista de Ciências da Administração**, v. 11, n. 23, p. 192, 2009.

NOVY-MARX, Robert. The Other Side of Value: The Gross Profitability Premium. **Journal of Financial Economics**, v. 108, n. 1, p. 1-28, 2013.

OHLSON, James A. Earnings, Book Values, and Dividends in Equity Valuation. **Contemporary accounting research**, v. 11, n. 2, p. 661-687, 1995.

RANGAN, Srinivasan. **Earnings around Seasoned Equity Offerings**: Are they overstated? 1995.

RIBEIRO DE ALMEIDA, Juliano; EID Jr., William. Estimando o retorno das ações com decomposição do índice *book-to-market*: evidências na Bovespa. **Revista Brasileira de Finanças**, v. 8, n. 4, 2010.

RODRIGUES, Murilo R. A. O efeito valor, o efeito tamanho e o modelo multifatorial: evidências do caso brasileiro. In: XXIV ENANPAD, 2000, Florianópolis. **Anais...** Florianópolis, 2000.

ROMARO, Paulo. **O efeito tamanho na BOVESPA**: um estudo sobre os retornos e a volatilidade dos retornos dos portfólios de ações. 2000. Dissertação (Mestrado em Administração de Empresas) – Fundação Getúlio Vargas, São Paulo, 2000.

ROSENBERG, Barr; REID, Kenneth; LANSTEIN, Ronald. Persuasive Evidence of Market Inefficiency. **The Journal of Portfolio Management**, v. 11, n. 3, p. 9-16, 1985.

ROSS, Stephen. The Arbitrage Theory of Capital Asset Pricing. **Journal of Economic Theory**, v. 13, p. 341-360, 1976.

RUIZ, Rodrigo Hernandes. **Modelo de cinco fatores de Fama e French**: o caso do mercado brasileiro. 2015.

SANTOS, José Odálio dos; FAMÁ, Rubens; MUSSA, Adriano. A adição do fator de risco momento ao modelo de precificação de ativos dos três fatores de Fama & French aplicado ao mercado acionário brasileiro. **REGE-Revista de Gestão**, v. 19, n. 3, p. 453-471, 2012.

SCHWERT, G. William. Anomalies and Market Efficiency. **Handbook of the Economics of Finance**, v. 1, p. 939-974, 2003.

SHARPE, William F. Capital Asset Prices: A Theory of Market Equilibrium under Conditions of Risk. **The Journal of finance**, v. 19, n. 3, p. 425-442, 1964.

SHIVAKUMAR, Lakshmanan. Do Firms Mislead Investors by Overstating Earnings before Seasoned Equity Offerings? **Journal of Accounting and Economics**, v. 29, n. 3, p. 339-371, 2000.

SLOAN, Richard. G. Do Stock Prices Fully Reflect Information in *Accruals* and Cash Flows about Future Earnings? **The Accounting Review**, v. 71, p. 289-315, 1996.

STEPHENS, Clifford P.; WEISBACH, Michael S. Actual Share Reacquisitions in Open-market Repurchase Programs. **The Journal of finance**, v. 53, n. 1, p. 313-333, 1998.

TITMAN, Sheridan; WEI, K. C. John; XIE, Feixue. Capital Investments and Stock Returns. **Journal of financial and Quantitative Analysis**, v. 39, n. 4, p. 677-700, 2004.

VAN DIJK, Mathijs A. Is Size Dead? A Review of the Size Effect in Equity Returns. **Journal of Banking & Finance**, v. 35, n. 12, p. 3263-3274, 2011.