

Oswaldo Tominaga

**DIVERSIDADE DE CODIFICAÇÃO COM BITS VERDES PARA
SISTEMAS MIMO**

Trabalho de Conclusão de Curso
submetido ao Departamento de
Engenharia Elétrica e Eletrônica da
Universidade Federal de Santa
Catarina para a obtenção do título de
Bacharel em Engenharia Eletrônica.
Orientador: Prof. Dr. Bartolomeu
Ferreira Uchôa-Filho.

Florianópolis
2018

Ficha de identificação da obra elaborada pelo autor,
através do Programa de Geração Automática da Biblioteca Universitária da UFSC.

Tominaga, Osvaldo

Diversidade de codificação com bits verdes para
sistemas MIMO / Osvaldo Tominaga ; orientador,
Bartolomeu Ferreira Uchôa-Filho, 2018.
126 p.

Trabalho de Conclusão de Curso (graduação) -
Universidade Federal de Santa Catarina, Centro
Tecnológico, Graduação em Engenharia Eletrônica,
Florianópolis, 2018.

Inclui referências.

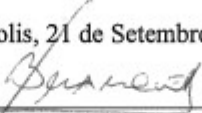
1. Engenharia Eletrônica. 2. Comunicação digital
sem fio. 3. Sistemas MIMO. 4. Codificação de canal.
I. Uchôa-Filho, Bartolomeu Ferreira. II.
Universidade Federal de Santa Catarina. Graduação
em Engenharia Eletrônica. III. Título.

Oswaldo Tominaga

**DIVERSIDADE DE CODIFICAÇÃO COM BITS VERDES PARA
SISTEMAS MIMO**

Este trabalho foi julgado adequado para obtenção do Título de Bacharel
em Engenharia Eletrônica e aprovada em sua forma final pela Banca
Examinadora.

Florianópolis, 21 de Setembro de 2018.


Prof. Jefferson Luiz Brum Marques, Dr.
Coordenador do Curso

Banca Examinadora:



Prof. Bartolomeu Ferreira Uchôa-Filho, Dr.
Orientador
Universidade Federal de Santa Catarina



Prof. Carlos Aurélio Faria da Rocha, Dr.
Universidade Federal de Santa Catarina



Prof. Richard Demo Souza, Dr.
Universidade Federal de Santa Catarina

Dedico este trabalho à minha mãe,
Ana Paula Tominaga; ao meu pai,
Oswaldo Noboro Tominaga e aos meus
irmãos, Eduardo e Rafael.

AGRADECIMENTOS

À Universidade Federal de Santa Catarina, por proporcionar a infraestrutura necessária para meu processo de aprendizado.

Agradeço também aos excelentes professores com os quais tive a honra de aprender ao longo da graduação e que certamente contribuíram para minha formação profissional.

Em especial, agradeço ao professor Bartolomeu F. Uchôa-Filho por todo o apoio e orientação ao longo do desenvolvimento deste trabalho.

Por fim, presto meus agradecimentos à minha família que me apoiou emocionalmente e financeiramente ao longo desses vários anos que compreendem minha formação.

Muito obrigado.

Transmita o que aprendeu. Força, mestria. Mas fraqueza, insensatez, fracasso também. Sim, fracasso acima de tudo. O maior professor, o fracasso é.

(Kathleen Kennedy, 2017)

RESUMO

O principal desafio na área de comunicação digital é a realização deste processo de forma viável e eficiente, mantendo esses dois princípios enquanto atende a um crescente número de usuários. Através dos anos, diversas técnicas foram desenvolvidas para melhorar os sistemas de comunicação, como, por exemplo, a aplicação de codificação de canal em mensagens e, mais recentemente, o uso de sistemas MIMO. Enquanto o primeiro consiste na inserção de redundâncias na mensagem transmitida, de tal maneira que o receptor admite perdas parciais de conteúdo ao longo da transmissão e ainda assim consegue reobter a mensagem; o segundo apresenta diversas aplicações. Uma delas trata-se da modulação espacial, onde a existência de múltiplas antenas tanto no transmissor quanto no receptor permitem que parte da mensagem possa ser codificada na seleção da antena transmissora, além de obter diversidade espacial devido aos múltiplos percursos possíveis que existem entre cada antena transmissora e todas as receptoras.

Palavras-chave: Comunicação digital. Sistemas MIMO. Codificação. Modulação espacial.

ABSTRACT

The main objective in the area of digital communication is to carry out this process in a viable and efficient way, keeping these two principles while attending a growing number of users. Over the years, several techniques have been developed to improve communication systems, such as the application of channel coding in messages and, recently, the use of MIMO systems. While the former consists on insertion of redundancies in the transmitted message, so that the receiver admits partial losses of content along the transmission and still can reobtain the message; the latter presents several applications. One of them is spatial modulation, where the existence of multiple antennas in both transmitter and receiver allows that part of the message can be encoded in the selection of the transmitting antenna, moreover the obtaining of spatial diversity due to the multiple possible paths that exist between each transmitting antenna and all the receivers.

Keywords: Digital communication. MIMO systems. Codification. Space modulation.

LISTA DE FIGURAS

Figura 1 – Linha de visada em links de comunicação.....	33
Figura 2 – Zona de Fresnel para delimitação de LOS	34
Figura 3 – Códigos de fonte e de canal	35
Figura 4 – Constituição de uma onda eletromagnética.....	36
Figura 5 – Modulações digitais ASK, FSK e PSK	37
Figura 6 – Constelação da modulação QAM	38
Figura 7 – Elementos de um sistema de comunicação digital.....	39
Figura 8 – Frequências para TV digital	39
Figura 9 – Versatilidade de antenas em sistemas MIMO	40
Figura 10 – Não sincronização de portadora	42
Figura 11 – Não sincronização de símbolo	42
Figura 12 – Modelo genérico do PLL	43
Figura 13 – Não sincronização de quadro.....	43
Figura 14 – Ruído AWGN no domínio do tempo	45
Figura 15 – Espectro do ruído AWGN.....	45
Figura 16 – Desvanecimento por multipercurso.....	46
Figura 17 – Modelo Rayleigh	47
Figura 18 – Modelo Rice.....	48
Figura 19 – Modelo Nakagami-M.....	49
Figura 20 – BER vs SNR média para os canais AWGN e Rayleigh	50
Figura 21 – ERB com diversidade espacial no receptor	52
Figura 22 – Espectro da modulação OFDM	54
Figura 23 – Antena log-periódica para TV digital	55
Figura 24 – Antena para diversidade de polarização.....	56
Figura 25 – Desvanecimento em canais lentos e rápidos	57
Figura 26 – Matriz de entrelaçamento	58
Figura 27 – MIMO para multiplexação espacial.....	60
Figura 28 – Multipercurso em sistemas MIMO	60
Figura 29 – Exemplos de modulação espacial.....	62
Figura 30 – Correção e detecção de erros	64
Figura 31 – Diagrama de códigos convolucionais.....	72
Figura 32 – Algoritmo de Viterbi.....	74
Figura 33 – Grafo de Tanner	76
Figura 34 – Codificador Turbo	77
Figura 35 – Decodificador Turbo.....	78
Figura 36 – Combinação de canal em códigos polares.....	79
Figura 37 – Progressão de desempenho dos códigos polares.....	79
Figura 38 – Constelação transmitida.....	89
Figura 39 – Desvanecimento do canal sem fio	90

Figura 40 – Constelação recebida.....	91
Figura 41 – Desempenho dos sistemas sem codificação.....	92
Figura 42 – Desempenho do código de repetição ($R = 1/3$).....	93
Figura 43 – Desempenho do código de repetição ($R = 1/5$).....	94
Figura 44 – Desempenho do código de paridade ($R = 4/5$).....	95
Figura 45 – Comparação código de paridade e sem codificação	95
Figura 46 – Desempenho do código Hamming ($R = 4/7$)	96
Figura 47 – Efeitos da codificação no desempenho.....	97
Figura 48 – Efeitos da modulação espacial no desempenho.....	98
Figura 49 – Desempenho da modulação total de 2 bits.....	99
Figura 50 – Desempenho da modulação total de 3 bits.....	100
Figura 51 – Desempenho da modulação total de 4 bits.....	101

LISTA DE QUADROS

Quadro 1 – Distância mínima de Hamming.....	66
Quadro 2 – Código de repetição.....	67
Quadro 3 – Código de paridade.....	68
Quadro 4 – Código de Hamming	70
Quadro 5 – Códigos convolucionais.....	73

LISTA DE ABREVIATURAS E SIGLAS

ASK – Amplitude-Shift Keying
AWGN – Additive White Gaussian Noise
BER – Bit Error Probability
dB – Decibel
EGC – Equal Gain Combining
ERB – Estação Rádio-Base
FSK – Frequency-Shift Keying
ICT – Information and Communication Technology
LDPC – Low-Density Parity Check
LLR – Log Likelihood Ratio
LMS – Least Mean Squared
LOS – Line Of Sight
MIMO – Multiple-Input Multiple-Output
MMSE – Minimum Mean Squared Error
MRC – Maximum Ratio Combining
MU-MIMO – Multi-User MIMO
mMTC – Massive Machine-Type Communication
NCC – Numerically Controlled Clock
NCO – Numerically Controlled Oscillator
NLOS – Non Line Of Sight
OFDM – Orthogonal Frequency-Division Multiplexing
PLL – Phase Locked Loop
PSK – Phase-Shift Keying
SM – Space Modulation
SNR – Signal-Noise Ratio
SPA – Sum and Product Algorithm
SU-MIMO – Single-User MIMO
QAM – Quadrature Amplitude Modulation
SC – Selection Combining
SIMO – Single-Input Multiple-Output
SISO – Single-Input Single-Output
UFSC – Universidade Federal de Santa Catarina
uMTC – Ultra-reliable Machine-Type Communication
xMBB – Extreme Mobile Broadband

SUMÁRIO

1	INTRODUÇÃO	29
1.1	MOTIVAÇÃO	29
1.2	OBJETIVOS	30
1.2.1	Objetivo geral	31
1.2.2	Objetivos específicos	31
2	REVISÃO DO ESTADO DA ARTE	33
2.1	COMUNICAÇÃO DIGITAL SEM FIO	36
2.1.1	Modulações Digitais	37
2.1.2	Sistemas de Comunicação Digital	38
2.1.3	Imperfeições do Canal Sem Fio.....	41
2.1.3.1	Imperfeições Sistemáticas	41
2.1.3.2	Imperfeições Aleatórias	44
2.1.4	Modelos de Canal Sem Fio	46
2.1.4.1	Modelo Rayleigh.....	47
2.1.4.2	Modelo Rice.....	48
2.1.4.3	Modelo Nakagami-M	49
2.1.5	Diversidade	50
2.1.5.1	Diversidade Temporal.....	51
2.1.5.2	Diversidade Espacial.....	52
2.1.5.3	Diversidade de Frequência	53
2.1.5.4	Diversidade de Polarização	54
2.1.5.5	Diversidade de Codificação	56
2.2	SISTEMAS MIMO	59
2.2.1	Aplicação como Multiplexação Espacial.....	59
2.2.2	Aplicação como Diversidade	61
2.2.3	Aplicação como Modulação Espacial	62
2.2.4	Estimativa do Canal pelo Receptor	63
2.3	CODIFICAÇÃO DE CANAL	64

2.3.1	Códigos de Bloco	65
2.3.1.1	Código de Repetição	66
2.3.1.2	Código de Paridade	68
2.3.1.3	Códigos de Hamming	69
2.3.1.4	Códigos Convolucionais	71
2.3.2	Códigos de Alta Eficiência.....	75
2.3.2.1	Códigos LDPC	75
2.3.2.2	Códigos Turbo	77
2.3.2.3	Códigos Polares	78
2.4	SIMULAÇÃO EM MATLAB	80
3	METODOLOGIA	81
4	DESCRIÇÃO DO PROGRAMA EM MATLAB.....	83
4.1	PROGRAMA PRINCIPAL	83
4.2	AVALIAÇÃO ÚNICA	84
4.3	CODIFICADOR	84
4.4	ENTRELAÇADOR NO TRANSMISSOR.....	85
4.5	MODULAÇÃO ESPACIAL E SIMBÓLICA	85
4.6	CANAL.....	86
4.7	DEMODULAÇÃO ESPACIAL E SIMBÓLICA	87
4.8	DECODIFICADOR.....	88
4.9	CONVERSOR DECIMAL-BINÁRIO	88
5	DISCUSSÃO DOS RESULTADOS	89
	CONCLUSÃO.....	103
	REFERÊNCIAS.....	105
	APÊNDICE A – Código MATLAB usado na Simulação	109

1 INTRODUÇÃO

O processo de comunicação compreende a transmissão de uma mensagem desde sua formação na fonte até sua recepção pelo destinatário. Quando se caracteriza esse processo como sendo digital e sem fio, o resultado é um sistema está submetido a diversos fatores que dificultam sua efetivação. Por essa razão, várias técnicas foram desenvolvidas ao longo da história dos sistemas de comunicação, como o fato da mesma se tornar majoritariamente digital, bem como o uso de recursos como modulações e codificações.

Considerando que a utilização deste processo pelas pessoas vem aumentando à medida que a tecnologia evolui, como foi o caso da disseminação dos aparelhos celulares e da internet; os sistemas de comunicação devem acompanhar esse avanço, se adaptando às novas demandas e desafios que surgem.

Devido ao aumento do número de dispositivos que se comunicam simultaneamente, há uma densificação dos sistemas de comunicação, bem como a necessidade de se melhorar o desempenho desse processo para que o mesmo seja viável em termos de eficiência energética e confiabilidade.

Um avanço que está relacionado a esses objetivos é o uso de sistemas MIMO, que consiste em dispositivos com múltiplas antenas. Esse recurso apresenta múltiplas aplicações, dentre elas a de comunicação multi-usuário, obtenção de diversidade e modulação espacial; que estão relacionados, respectivamente, com a densificação, a confiabilidade e a eficiência energética do sistema.

Por apresentar essas múltiplas funções, os sistemas MIMO são amplamente estudados, além de terem destaque na atual concepção das tecnologias 5G. A seguir é detalhado as razões pela qual os sistemas MIMO ganharam esse destaque, enfatizando sua aplicação na melhoria da eficiência energética através da modulação espacial, que é o tema deste trabalho de conclusão de curso.

1.1 MOTIVAÇÃO

Os objetivos das tecnologias 5G em desenvolvimento no cenário internacional podem ser agrupados em três grandes vertentes: obtenção de taxas de transmissão elevadas (com valores nominais na ordem de Gigabits por segundo), conectividade entre um número massivo de dispositivos, e alta confiabilidade em comunicações de baixa latência; ramos os quais Tullberg et al. (2016) agruparam, respectivamente, em

xMBB (Extreme Mobile Broadband), mMTC (Massive Machine-Type Communication) e uMTC (Ultra-reliable Machine-Type Communication).

Para alcançar alguns destes objetivos, estudos são desenvolvidos sobre a utilização de sistemas MIMO (Multiple-Input Multiple-Output), bem como em sua variante, Massive MIMO. Esses sistemas consistem na utilização de dispositivos (ou conjunto de dispositivos) que possuem múltiplas antenas para a realização das operações de transmissão e recepção.

Outra questão relevante quando se trata das expectativas das tecnologias 5G é a sua eficiência energética, visto que atualmente esse é um fator limitante da mobilidade dos dispositivos sem fio e o fato de que o consumo atual por ICT (Information and Communication Technology, Tecnologias de Informação e Comunicação) contribua significativamente para a degradação ambiental. De acordo com Di Renzo et al. (2014, p. 58), “the ICT sector represents around 2% of the global carbon emissions already, of which mobile networks contribute about 0,2%.”

Di Renzo et al. (2014) também aponta que uma das maneiras para melhorar a eficiência energética é a implementação de modulação espacial em sistemas MIMO, de tal forma que a economia de energia ocorra pela não transmissão de toda a informação por meio de ondas eletromagnéticas, i.e., através da utilização de parte da informação (os chamados bits verdes) como bits de controle da modulação em questão.

Assim, propõe-se este estudo para averiguar por meio de simulações a capacidade de obtenção de ganho de diversidade através de codificação, de tal maneira que os bits de paridade resultantes da aplicação de um código não sejam efetivamente transmitidos, mas sim utilizados como bits verdes de controle para a modulação espacial de um sistema MIMO e, conseqüentemente, levando ao aumento da confiabilidade (grau de diversidade) sem prejudicar a taxa de transmissão ou a eficiência energética do sistema, visto que, respectivamente, não há tempo gasto nem consumo de energia para transmitir os bits de paridade.

1.2 OBJETIVOS

A seguir é descrito o objetivo geral acerca do tema diversidade de codificação com bits verdes para sistemas MIMO, evidenciando as etapas necessárias para atingir-se o mesmo.

1.2.1 Objetivo geral

Demonstrar a utilização de sistemas MIMO para obter-se ganho de diversidade de codificação em sistemas de comunicação sem fio.

1.2.2 Objetivos específicos

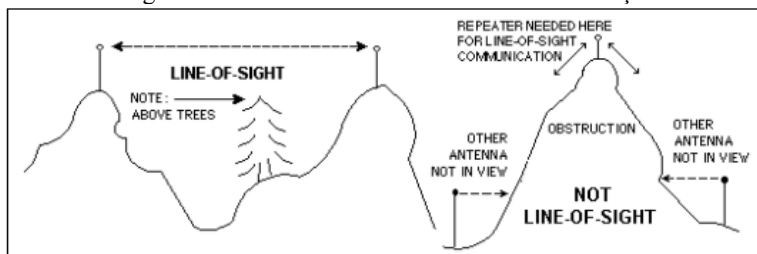
- Conceituar Diversidade de Codificação;
- Apresentar simulações que comprovem a obtenção de ganhos de diversidade com a utilização de códigos;
- Definir os Bits Verdes (Green Bits);
- Mostrar como é possível obter esses Bits Verdes num sistema MIMO com múltiplas antenas, via a chamada Modulação Espacial;
- Apresentar simulações que comprovem a possibilidade de utilizar os Bits Verdes como bits de paridade num código;
- Utilizar uma matriz de entrelaçamento (interleaver) para obter diversidade de codificação mesmo em canais cuja variabilidade temporal é lenta;
- Apresentar simulações que comprovem a obtenção de ganhos de diversidade num link de comunicação sem fio (modelo) com a utilização de Bits Verdes como bits de paridade da palavra-código.

2 REVISÃO DO ESTADO DA ARTE

A comunicação sem fio é utilizada pela humanidade antes mesmo da invenção dos dispositivos celulares. Segundo Goldsmith (2005), as primeiras formas de comunicação sem fio ocorriam através de sinais de fumaça, tochas, dentre outras formas de transmissão de sinais visuais.

Entre aquela época e os dias atuais, muitos avanços ocorreram nessa forma de comunicação. Tecnologias como as antenas e a modulação de ondas eletromagnéticas hoje permitem uma comunicação confiável de um maior volume de dados e sob adversidades do meio mais intensas, tais como distâncias maiores e objetos que bloqueiam a linha de visada direta entre o transmissor e o receptor. A figura 1 abaixo exemplifica um cenário de comunicação onde há linha de visada (à esquerda) e onde não há (à direita). No segundo caso, o link de comunicação é afetado pelos efeitos de difração e/ou reflexão.

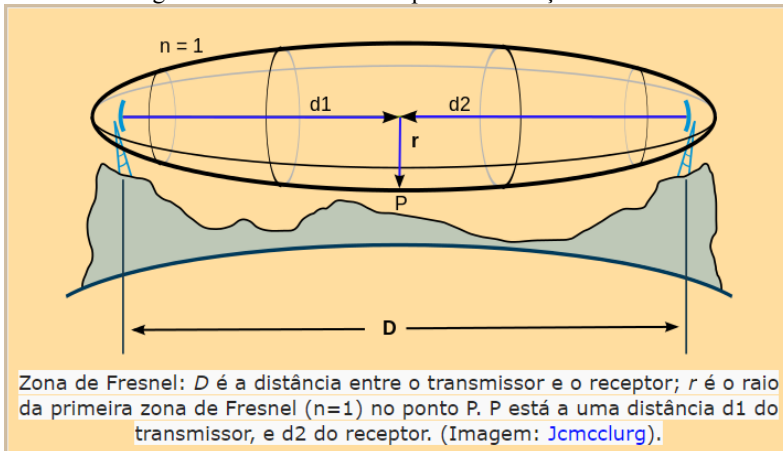
Figura 1 – Linha de visada em links de comunicação



Fonte: Mhoon (2018, online).

A LOS (line of sight, linha de visada) não é dada necessariamente por um segmento de reta em cujos extremos estão o transmissor e o receptor, mas sim por uma região (elipsoide) entre os dois elementos do link. Tal região, delimitada como uma fração da Primeira Zona de Fresnel, depende não só da distância e direção da reta que liga o transmissor e o receptor, como também do comprimento de onda da portadora do sinal transmitido, conforme presente na figura 2.

Figura 2 – Zona de Fresnel para delimitação de LOS



Fonte: Vieira (2018, online).

Embora haja dificuldades de se operar com um link sem LOS, essa tarefa não é impossível. Técnicas como multiplexação espacial, temporal, polarização, etc; e, mais recentemente, a exploração de sistemas MIMO; permitem ao receptor a recuperação da mensagem mesmo nesses cenários.

Neste, o uso de múltiplas antenas na transmissão e na recepção permite que várias “cópias” da mesma mensagem alcance o receptor, sendo que cada uma delas percorre um caminho diferente. Dessa forma, as parcelas de uma versão do sinal que não foram corretamente recebidas podem ser completadas pelas demais.

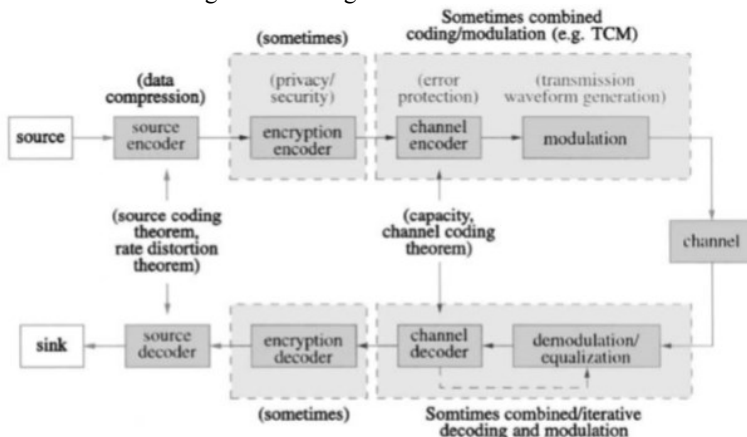
Contudo, sistemas MIMO não precisam, necessariamente, possuir múltiplas antenas no transmissor e no receptor. Suas configurações parciais SIMO e MISO também possuem benefícios em relação ao SISO tradicional e são utilizados na prática.

MIMO builds on Single-Input Multiple-Output (SIMO), also called receive diversity, as well as Multiple-Input Single-Output (MISO), also called transmit diversity. SIMO techniques have been around for decades, while MISO is used in most advanced cellular networks today. Both of these techniques seek to boost signal-to-noise ratio (SNR) in order to compensate for signal degradation. (STETLER, 2011, p. 3)

Outra maneira de se melhorar o desempenho de um sistema de comunicação sem fio que não envolva o uso de múltiplas antenas (portanto, aplicável à links ponto-a-ponto SIMO) é o uso de códigos de canal.

Ao contrário dos códigos de fonte utilizados nos formatos de arquivos digitais, tais como mp4, pdf, doc e jpeg; onde o objetivo é a abstração de informação para obter-se uma forma mais compacta de representar a mesma informação; os códigos de canal fazem a inclusão de redundância. A figura 3 a seguir apresenta um esquemático em blocos de um sistema de comunicação digital, evidenciando a aplicação de codificadores e decodificadores de fonte (source encoder e source decoder), bem como os de canal (channel encoder e channel decoder).

Figura 3 – Códigos de fonte e de canal



Fonte: Moon (2005, p. 6).

A seguir são apresentadas com maiores detalhes as dificuldades e soluções encontradas na operação de links de comunicação digital em canais sem fio, destacando-se as aplicações de sistemas MIMO e de códigos de canal nesse contexto. Além disso, reserva-se uma seção para apresentar ao leitor a ferramenta MATLAB, comumente utilizada para executar simulações e, assim, auxiliar a resolução de problemas de engenharia.

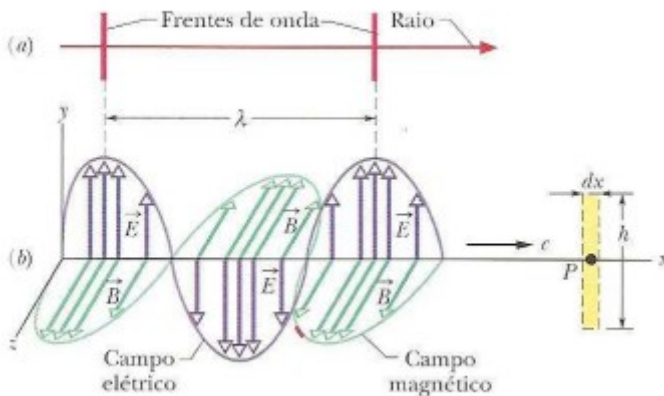
Para as subseções seguintes, recomenda-se que o leitor verifique o sumário e faça a leitura apenas dos tópicos que não lhe são familiares.

2.1 COMUNICAÇÃO DIGITAL SEM FIO

Conforme apresentado anteriormente, as primeiras formas de comunicações sem fio baseavam-se em sinais visuais e precisavam de uma linha de visão livre de obstáculos para funcionar. Os estudos e respectivos avanços tecnológicos nas áreas elétrica e eletrônica, principalmente relacionados à propagação de ondas eletromagnéticas, permitiram que esses limitantes fossem superados.

Essas ondas são constituídas de duas componentes: um campo elétrico e outro magnético com direção ortogonal entre si, conforme ilustrado na figura 4 a seguir.

Figura 4 – Constituição de uma onda eletromagnética



Fonte: Halliday, Resnick e Walker (2009, p. 5).

Uma das vantagens de se utilizar ondas eletromagnéticas para transportar a mensagem desejada é que a mesma pode ter seus parâmetros ajustados (como amplitude, mas principalmente a frequência) para permitir multiplexação de usuários (vários links operando simultaneamente sem interferência de canais adjacentes).

Contudo, para que a informação seja embutida na onda eletromagnética e, assim, transmitida até seu destino, é necessário um processo fundamental chamado de modulação.

Ao processo pelo qual colocamos um sinal “em cima” de uma portadora, chamamos modulação e praticamente todos os sinais que hoje utilizamos na transmissão à distância, são modulados. Todas

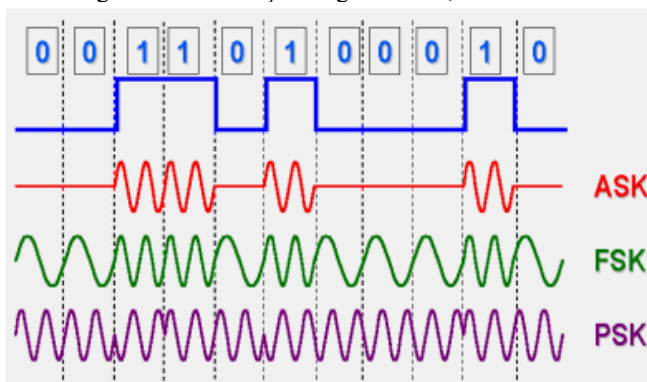
as técnicas de modulação resultam no deslocamento de um sinal, da sua gama de frequência original para uma outra gama de frequência. (AZEVEDO, 20--, p. 10)

Há muitos tipos de modulação que podem ser aplicados. Eles dependem necessariamente do tipo de informação que se deseja transmitir (analógico ou digital) e das características do link que se deseja priorizar, como simplicidade de construção do receptor, ocupação espectral, etc. A próxima seção aborda resumidamente as características dos principais tipos de modulações digitais empregadas em sistemas de comunicação.

2.1.1 Modulações Digitais

Para sistemas onde a informação transmitida é digital, as modulações mais conhecidas são a ASK (Amplitude-Shift Keying, Modulação de Amplitude), a FSK (Frequency-Shift Keying, Modulação de Frequência) e PSK (Phase-Shift Keying, Modulação de Fase). A figura 5 a seguir apresenta a diferença no domínio do tempo dos sinais submetidos a cada uma dessas modulações.

Figura 5 – Modulações digitais ASK, FSK e PSK

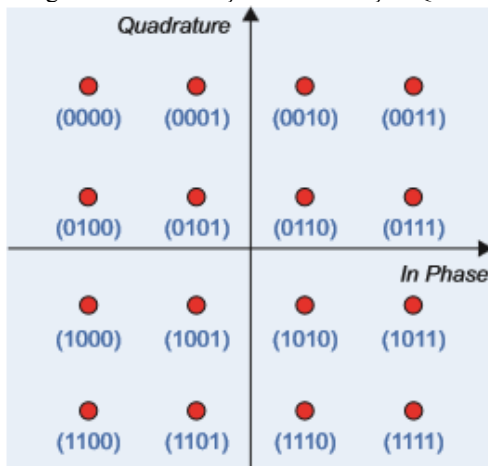


Fonte: Azevedo (20--, p. 53).

Além dessas três modulações, há também a QAM (Quadrature Amplitude Modulation, Modulação de Amplitude em Quadratura). Essa modulação consiste em alterar as amplitudes dos campos elétrico e magnético de maneira diferente (ao contrário do que ocorre na

modulação ASK). Abaixo na figura 6 encontra-se um exemplo de modulação 16-QAM, onde as amplitudes dos campos elétrico e magnético são apresentados em coordenadas de pontos num plano, forma conhecida como diagrama de constelação.

Figura 6 – Constelação da modulação QAM



Fonte: Stewart (2015, p. 430).

O resultado do processo de modulação é a conversão de conjuntos de bits em símbolos (pontos do plano complexo), onde as coordenadas de cada símbolo representa a intensidade dos campos elétrico e magnético da onda eletromagnética que é emitida pela antena no dado instante.

Explicado o papel das ondas eletromagnéticas num sistema de comunicação, bem como o procedimento pelo qual a informação é inserida na portadora; descrevem-se, a seguir, os elementos de um sistema de comunicação digital.

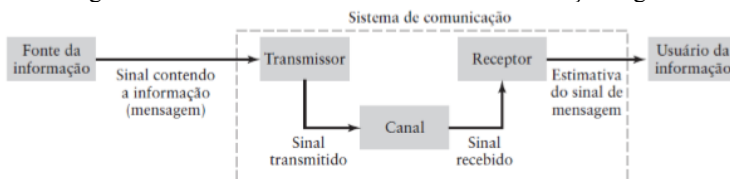
2.1.2 Sistemas de Comunicação Digital

Em termos gerais, um sistema de comunicação é constituído por um transmissor, um canal e um receptor. O primeiro é responsável por aplicar processos sobre a mensagem de tal maneira a melhor adequá-la ao canal e, dessa forma, maximizar a probabilidade de que a mensagem seja recebida corretamente pelo último. Este, por sua vez, aplica

processos inversos aos utilizados no transmissor, obtendo, na ausência de erros, a mensagem original.

A seguir encontra-se na figura 7 um diagrama de blocos que evidencia a relação entre os três elementos previamente mencionados.

Figura 7 – Elementos de um sistema de comunicação digital



Fonte: Haykin e Moher (2007, p. 22).

Embora haja o conhecimento comum de que na maioria das vezes o transmissor e o receptor são construídos com os mesmos parâmetros, como por exemplo a modulação e a banda espectral, o que é conhecido na área técnica como enlaces ponto-a-ponto; há muitos casos em que ambos possuem parâmetros ajustáveis.

Rádios e televisões são exemplos de aplicações onde o receptor possui parâmetros ajustáveis, permitindo ao usuário a seleção da rádio que se quer ouvir e do canal que se deseja assistir, respectivamente. A figura 8 a seguir mostra algumas frequências utilizadas para TV Digital em Florianópolis.

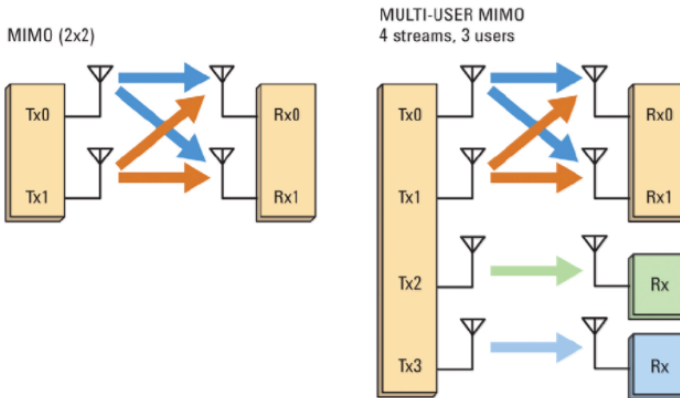
Figura 8 – Frequências para TV digital

LEGENDA			HDTV	Standard	Analogico	
CANAL VIRTUAL	CANAL RF	LOGO	EMISSORA (REDE)	VIDEO	AUDIO	COLABORADOR ATUALIZADO
15.1	16 UHF		TV Gazeta (Rede Gazeta)	HD	Estéreo	Fedaco 25/10/2017
18.1	17 UHF		Rede TV! (Rede)	HD	Estéreo	Sogeraltv 25/01/2018
20.1	21 UHF		Rede Vida (Rede Vida)	HD	Estéreo	Vagner Thomaz 01/07/2011
23.1	22 UHF		TV Canção Nova (Rede)	HD	Estéreo	Marion Medeiros 01/08/2014
25.1	26 UHF		CNT (CNT)	HD	Estéreo	Fábio 09/04/2016
4.1	30 UHF		RICTV Florianópolis (Record)	HD	Estéreo	Gabriel Becker 01/07/2011
6.1	31 UHF		Record News (Record News)	HD	Estéreo	FelipeB4 28/01/2012
9.1	32 UHF		TV Catarina (Band)	HD	Estéreo	TVHD 27/03/2014
12.1	33 UHF		NSC TV (Globo)	HD	Estéreo	Fábio Casol 28/11/2011

Fonte: Rodrigues (2018, online).

Para os transmissores, os sistemas MIMO, conforme é abordado na seção 2.2 adiante, é um exemplo de tecnologia onde o transmissor possui parâmetros ajustáveis, podendo variar desde a banda espectral utilizada em determinado link (como no caso dos rádios e televisores) até o número de antenas dedicadas ao mesmo, exemplificado na figura 9 abaixo.

Figura 9 – Versatilidade de antenas em sistemas MIMO



Fonte: Shapiro (2018, online).

A figura anterior apresenta dois tipos distintos de MIMO, sendo o da esquerda um sistema de usuário único (SU-MIMO, Single-User MIMO) e o outro, um multiusuário (MU-MIMO, Multi-User MIMO); sendo que, de acordo com Kusumoto et. al. (2012, p. 202), o segundo é tecnicamente superior por permitir o uso de multiplexação espacial para o ganho de capacidade.

Como apontado no início desta seção, todos esses recursos que os sistemas MIMO fornecem, inclusive as técnicas de modulação e transmissão em alta frequência aplicados em enlaces ponto-a-ponto, possuem o objetivo de superar as imperfeições do canal (neste trabalho referindo-se ao canal sem fio) e aperfeiçoar a comunicação entre o transmissor e o receptor.

Na próxima seção é detalhado quais são esses obstáculos, bem como as medidas adotadas para minimizá-los quando possível.

2.1.3 Imperfeições do Canal Sem Fio

Quando se tratando de um sistema de comunicação cujo transmissor e receptor não são conectados via cabo, o meio utilizado para que a informação trafegue de um para o outro é o ar, também referenciado como espaço livre.

Embora a comunicação não cabeada apresente muitas vantagens para o usuário, dentre elas a mobilidade e o maior alcance; ela acaba por incluir obstáculos, como por exemplo, a durabilidade das baterias e variabilidade do canal.

Com intuito de discutir a natureza das imperfeições do canal sem fio responsáveis por essa variabilidade, propõe-se uma classificação em duas categorias. A primeira delas envolve imperfeições chamadas de sistemáticas, que podem ser estimadas e “corrigidas” utilizando-se de técnicas adequadas; e outra de imperfeições aleatórias, que não podem ser estimadas com precisão e, assim, são melhor representadas como distribuições de probabilidade.

2.1.3.1 Imperfeições Sistemáticas

São incluídos na classe de imperfeições sistemáticas os fenômenos que influenciam na comunicação sem fio, mas que podem ter seus efeitos estimados em tempo de execução e compensados, ou reduzidos, por meio de procedimentos adequados.

Exemplos de imperfeições desse tipo são a não sincronia das frequências de portadora entre os extremos do link, a não idealidade do tempo de amostragem e o não alinhamento dos pacotes ou quadros.

De acordo com Stewart et. al. (2015, p. 449), a falta de sincronia entre as portadoras do transmissor e do receptor faz com que os símbolos recebidos não estejam na posição correta, dificultando a decisão dos bits que foram efetivamente transmitidos. A figura 10 exemplifica casos em que há o erro de sincronia, que pode ser desde um desvio de fase constante até um desvio de frequência propriamente dito.

Figura 10 – Não sincronização de portadora

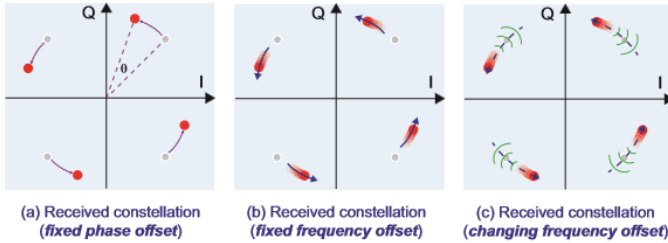
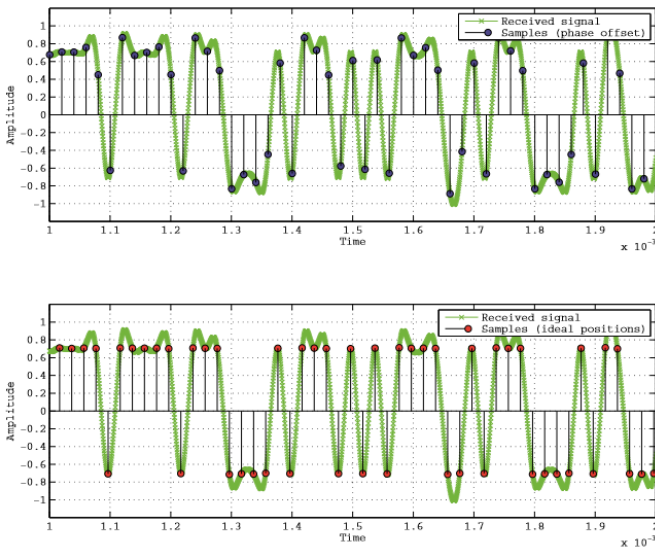


Figure 11.15: Received constellations for different phase and frequency errors (without carrier synchronisation)

Fonte: Stewart et. al. (2015, p.450).

Ainda segundo Stewart et. al. (2015, p. 459), “Sampling of the signal at the receiver is subject to timing imperfections that can result in the samples not being taken at the optimum time instants, i.e. the maximum effect points”, caracterizando a não idealidade do tempo de amostragem ou não sincronização de símbolo. A figura 11 a seguir mostra dois gráficos no domínio do tempo, um onde a amostragem não ocorre no melhor instante e, portanto, é mais suscetível a erros sob a presença de ruído; e outro onde o instante da amostragem é o ideal.

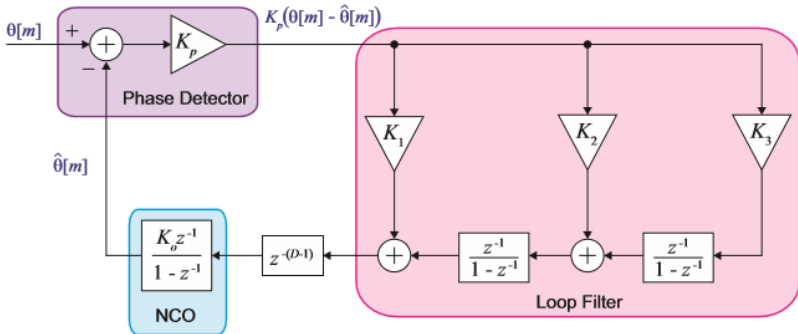
Figura 11 – Não sincronização de símbolo



Fonte: Stewart et. al. (2015, p. 460).

Para ambas as imperfeições apresentadas, o procedimento de minimização ou correção dos efeitos envolve a aplicação de uma variação do PLL (Phase Locked Loop), como apresentado na figura 12.

Figura 12 – Modelo genérico do PLL

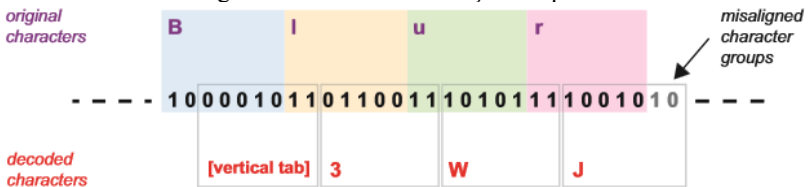


Fonte: Stewart et. al. (2015, p. 258).

No sincronizador de portadora, utiliza-se o PLL conforme a figura acima. Para o sincronizador de símbolo, o detector de fase é substituído por um detector de erro de temporização e o NCO (Numerically Controlled Oscillator) por um NCC (Numerically Controlled Clock), uma vez que a grandeza controlada passa a ser o instante de tempo ao invés da fase.

O não alinhamento, ou não sincronização, de quadro, por sua vez, ocorre devido ao agrupamento de bits em conjuntos maiores. Como os procedimentos abordados até aqui envolvem apenas a detecção correta do símbolo transmitido e, conseqüentemente, dos bits; ainda não há garantias de que esses grupos mantiveram-se após a recepção. A figura 13 demonstra esse problema de maneira gráfica.

Figura 13 – Não sincronização de quadro



Fonte: Stewart et. al. (2015, p. 529).

A correção dessa imperfeição é realizada pela inclusão de uma sequência de bits conhecida pelo receptor no início do pacote de dados. Dessa forma, o receptor identifica onde cada grupo começa e agrupa os bits adequadamente.

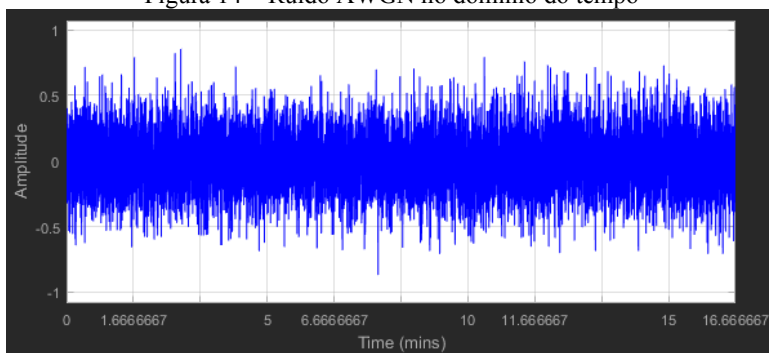
Essa imperfeição, juntamente com as duas anteriores, são similares pelo fato de haver uma técnica adequada para se contornar seus efeitos e obter-se os bits devidamente. Contudo, outros fatores importantes não foram considerados ainda. São eles o ruído, presente mesmo em enlaces cabeados, e o ambiente (obstáculos) que se apresentam entre o transmissor e o receptor, este último sendo uma exclusividade dos canais sem fio. Esses fatores, de natureza aleatória, são o foco da próxima seção.

2.1.3.2 Imperfeições Aleatórias

Correa (2003, p. 66) explica que “Os fenômenos aleatórios podem conduzir a diferentes resultados e mesmo quando as condições iniciais são as mesmas, existe a imprevisibilidade do resultado.” Devido a essa imprevisibilidade, esses fenômenos são representados pela frequência com que cada resultado ocorre por meio de distribuições de probabilidade. Logo, o ruído e o desvanecimento, efeito dos obstáculos do canal no sinal recebido; possuindo natureza aleatória, também possuem suas respectivas distribuições de probabilidade.

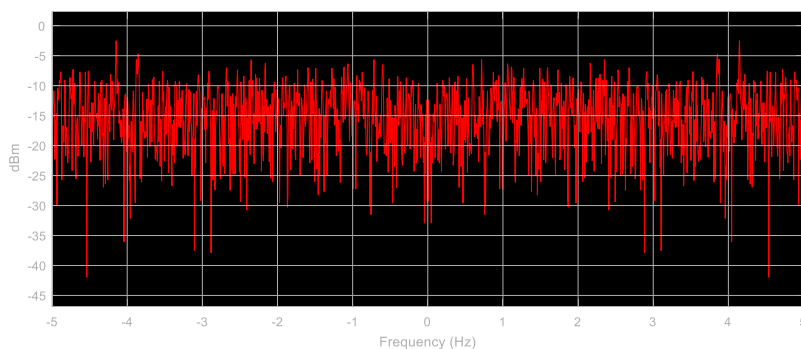
No caso do ruído, a distribuição de probabilidade aplicada é, normalmente, a gaussiana; e o tipo de ruído é modelado como branco (ruído que possui componentes de frequência normalmente distribuídas por todo o espectro); caracterizando o ruído AWGN (Additive White Gaussian Noise). As figuras 14 e 15 mostram o valor numérico e espectro de um ruído AWGN característico com média nula e variância 0,05; gerado a partir do MATLAB Simulink.

Figura 14 – Ruído AWGN no domínio do tempo



Fonte: O autor (2018).

Figura 15 – Espectro do ruído AWGN



RBW=9.77 mHz

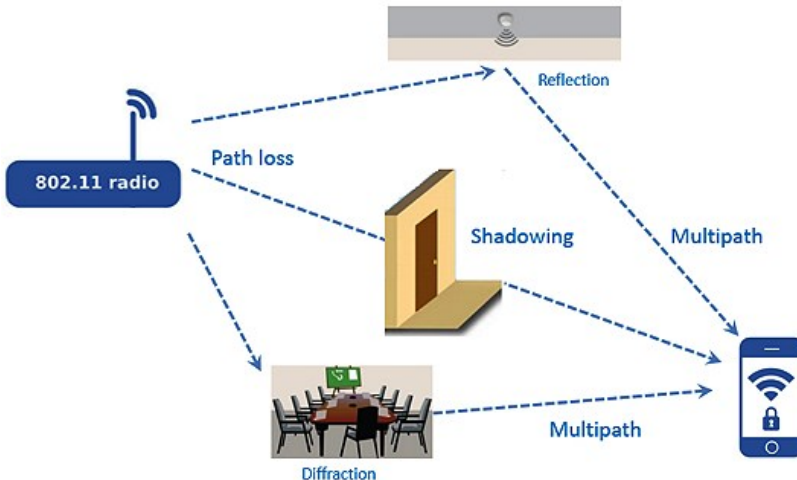
Fonte: O autor (2018).

Enquanto o ruído é normalmente representado por uma única distribuição, variando-se apenas o valor da variância; o desvanecimento pode ser representado estatisticamente por diversas distribuições. Dependendo de fatores como existência ou não de linha de visada e distância entre o transmissor e o receptor, uma distribuição torna-se mais adequada do que outra para representar o desvanecimento, levando, dessa maneira, da distinção de diferentes modelos de canal sem fio, abordados a seguir.

2.1.4 Modelos de Canal Sem Fio

Conforme mencionado anteriormente, há uma série de fatores que devem ser considerados quando se trabalha com enlaces de comunicação não cabeados. Os obstáculos presentes no espaço entre o transmissor e o receptor, bem como suas variações de posição ao longo do tempo, fazem com que a onda eletromagnética, portadora da mensagem transmitida e que se propaga para todas as direções, sofra ações de refração e reflexão, resultando em múltiplas cópias da mensagem que chegam ao receptor em instantes de tempo e fase distintos, como mostra a figura 16.

Figura 16 – Desvanecimento por multipercurso



Fonte: Wu (2018, online).

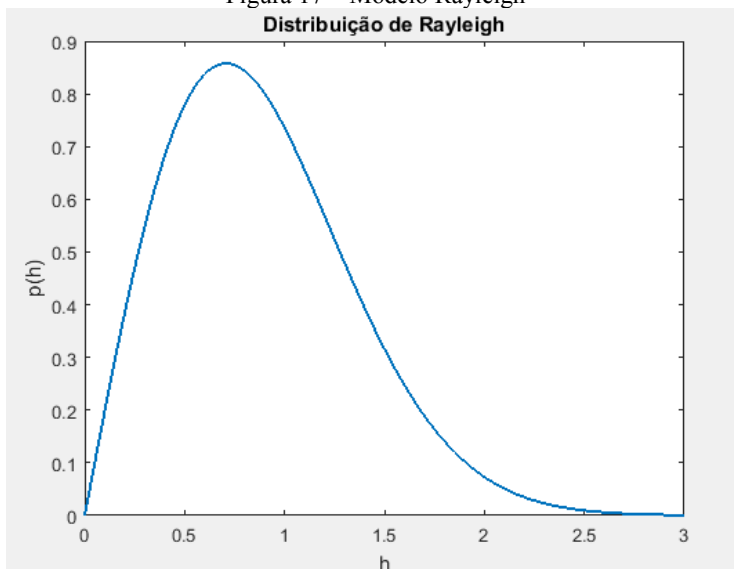
Essas réplicas da mensagem que chegam ao receptor podem se sobrepor de maneira construtiva ou destrutiva, o que faz a potência instantânea recebida variar. Para estudar e prever essa variação na potência nos projetos de sistemas de comunicação usa-se distribuições de probabilidade. Dentre os modelos mais utilizados, estão os modelos Rayleigh, Rice e Nakagami, cujas distribuições e aplicações são apontadas a seguir.

2.1.4.1 Modelo Rayleigh

O modelo Rayleigh considera que o desvanecimento sofrido pelo sinal recebido possui distribuição de probabilidade na forma exponencial, conforme mostram o gráfico da figura 17 e a equação abaixo, onde $p(h)$ é a distribuição da probabilidade do desvanecimento instantâneo possuir amplitude h e P_R é a potência média.

$$p(h) = \frac{2 \cdot h}{P_R} \cdot \exp\left(-\frac{h^2}{P_R}\right) \quad (1)$$

Figura 17 – Modelo Rayleigh
Distribuição de Rayleigh



Fonte: O autor (2018).

O modelo em questão, de acordo com Cañete et. al. (2016, online), é melhor aplicado em situações onde o sinal que chega ao receptor é constituído majoritariamente pela sobreposição das réplicas da mensagem devido ao multipercurso, não havendo linha de visada direta entre as extremidades do enlace (NLOS).

Embora o modelo de canal Rayleigh seja aplicado na maioria dos casos, visto que o mesmo representa um cenário urbano NLOS característico de grandes cidades, há a necessidade de meios para caracterizarem-se os demais casos.

Para tal, costuma-se recorrer às distribuições dos modelos Rice e Nakagami, que são generalizações parametrizáveis do modelo Rayleigh.

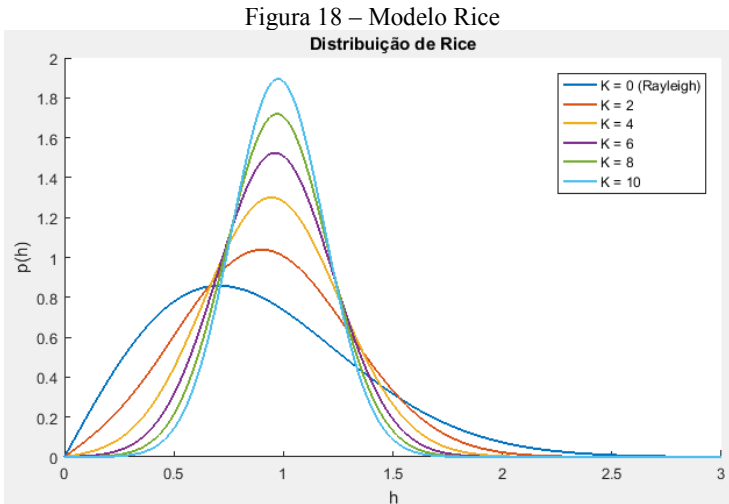
2.1.4.2 Modelo Rice

O modelo Rice, ainda segundo Cañete et. al. (2016, online), é aplicado em situações onde há não somente as componentes de multipercurso, como também a componente principal da linha de visada direta (LOS). A expressão da distribuição de probabilidade do desvanecimento encontra-se a seguir.

$$p(h) = \frac{2 \cdot h \cdot (K+1)}{P_R} \cdot \exp\left(-K - \frac{(K+1) \cdot h^2}{P_R}\right) \cdot I_0\left(2 \cdot h \cdot \sqrt{\frac{K \cdot (K+1)}{P_R}}\right) \quad (2)$$

Na expressão acima, $p(h)$ é a distribuição da probabilidade do desvanecimento instantâneo no sinal recebido ser h , P_R é a potência média recebida, I_0 é a função de Bessel modificada de ordem zero e K é um parâmetro do modelo para ajustá-lo a diferentes cenários, sendo um deles o cenário do modelo Rayleigh, onde K é igual a 0.

A figura 18 mostra graficamente a distribuição de probabilidade desse modelo para diferentes valores de K , incluindo o caso onde a distribuição encontra o modelo Rayleigh ($K = 0$).



Fonte: O autor (2018).

2.1.4.3 Modelo Nakagami-M

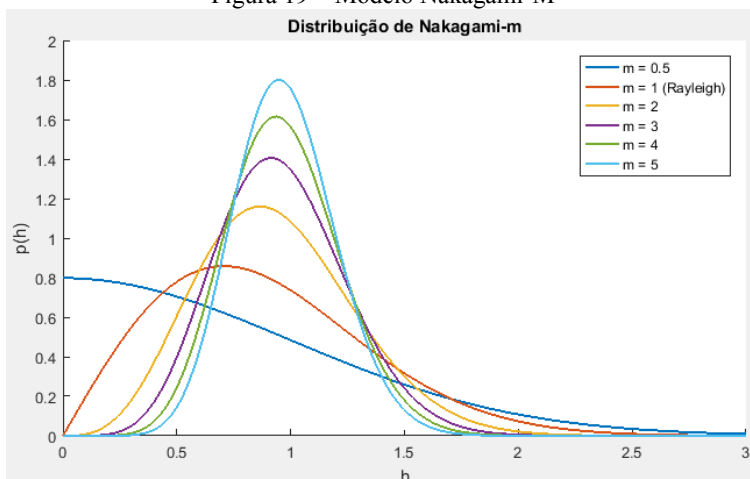
O último modelo a ser abordado neste trabalho é o modelo Nakagami-M. Assim como o modelo Rice, este é uma generalização do caso Rayleigh ajustada para situações onde a potência recebida é constituída por várias componentes menores devido ao multipercurso e uma componente principal, podendo essa ser devido ao multipercurso também ou a linha de visada direta LOS.

A expressão da distribuição de probabilidade, expressa abaixo, utiliza os mesmos parâmetros do modelo Rayleigh, porém com a adição de um fator da função Gama “ $\Gamma(m)$ ” e do próprio parâmetro “ m ”.

$$p(h) = \frac{2 \cdot m^m \cdot h^{2m-1}}{\Gamma(m) \cdot P_R^m} \cdot \exp\left(-\frac{m \cdot h^2}{P_R}\right) \quad (3)$$

Sendo uma generalização do modelo Rayleigh, a distribuição Nakagami também inclui o primeiro. Para tal, o valor do parâmetro m deve ser 1, como mostra a figura 19 abaixo.

Figura 19 – Modelo Nakagami-M



Fonte: O autor (2018).

O modelo Nakagami, como os modelos Rayleigh e Rice apresentados, representa o desvanecimento sofrido pelo sinal recebido devido às possibilidades de caminho da onda eletromagnética que se propaga em todas as direções.

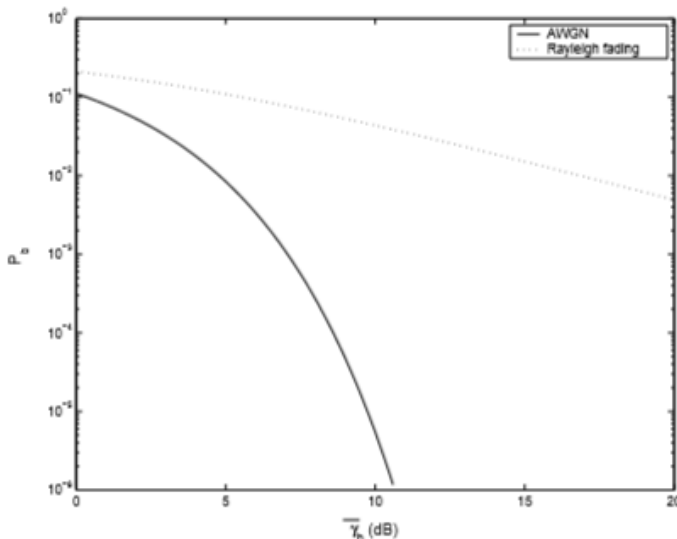
As figuras mostram que a sobreposição das componentes de multipercurso pode resultar em interferência construtiva no receptor ($h > 1$) ou destrutiva ($h < 1$). No pior dos casos, o sinal resultante dessa sobreposição pode ser nula ou abaixo de um nível mínimo para que haja a recepção correta da mensagem, caracterizando o chamado desvanecimento profundo, ou Deep Fading.

Para contornar essa adversidade e garantir que na grande maioria dos casos o sinal recebido esteja acima do nível mínimo para comunicação, utilizam-se técnicas de diversidade, conforme é abordado na próxima seção.

2.1.5 Diversidade

Na seção 2.1.3 é abordado que os sistemas de comunicação de canal sem fio são submetidos a várias imperfeições que não influenciavam de maneira significativa os sistemas cabeados. Esses “problemas” adicionais são responsáveis pelo fato do desempenho no primeiro, em termos de BER (Bit Error Probability, Probabilidade de Erro de Bit), ser pior que no segundo. A figura 20 mostra a BER em função da SNR no receptor para sistemas cabeados (canal AWGN) e sem fio (no caso, utilizando um modelo Rayleigh).

Figura 20 – BER vs SNR média para os canais AWGN e Rayleigh



Fonte: Goldsmith (2015, p. 172).

Pelo gráfico, percebe-se que o desempenho do canal AWGN é superior ao do canal sem fio, e que a diferença entre ambos aumenta proporcionalmente à rigorosidade dos parâmetros do sistema. Por exemplo, para um sistema em que a probabilidade de erro deve ficar abaixo de 1%, o sistema AWGN aceita que a SNR média no receptor esteja próximo a 5 dB, enquanto o canal Rayleigh precisaria de uma SNR acima de 15 dB, implicando que este último possui um alcance menor ou um consumo energético superior ao primeiro para atender aos requisitos de BER.

Com o objetivo de melhorar o desempenho dos sistemas sem fio e aproximá-los do desempenho do canal AWGN, utilizam-se técnicas de diversidade.

“Diversity-combining uses the fact that independent signal paths have a low probability of experiencing deep fades simultaneously. Thus, the idea behind diversity is to send the same data over independent fading paths. These independent paths are combined in some way such that the fading of the resultant signal is reduced.”
(GOLDSMITH, 2005, p. 190)

Conforme Goldsmith, a diversidade baseia-se fundamentalmente em fazer com que várias réplicas da mensagem cheguem ao receptor, cada uma influenciada de forma diferente pelo canal. Para isso, há diferentes formas de se obter essas réplicas no receptor. A seguir é apresentado algumas dessas técnicas e apontado suas vantagens e desvantagens.

2.1.5.1 Diversidade Temporal

A diversidade temporal é, possivelmente, a forma mais simples de se obter diversidade num sistema de comunicação móvel. A técnica consiste em retransmitir a mesma mensagem caso o receptor não tenha recebido corretamente pela primeira vez.

Como o canal é variante no tempo, espera-se que a mensagem retransmitida seja submetida a um canal efetivo diferente de sua predecessora (que não chegou com potência suficiente para ser entendida pelo receptor).

Embora haja o ganho de diversidade, a retransmissão da mesma mensagem leva a um aumento do consumo energético e à redução da

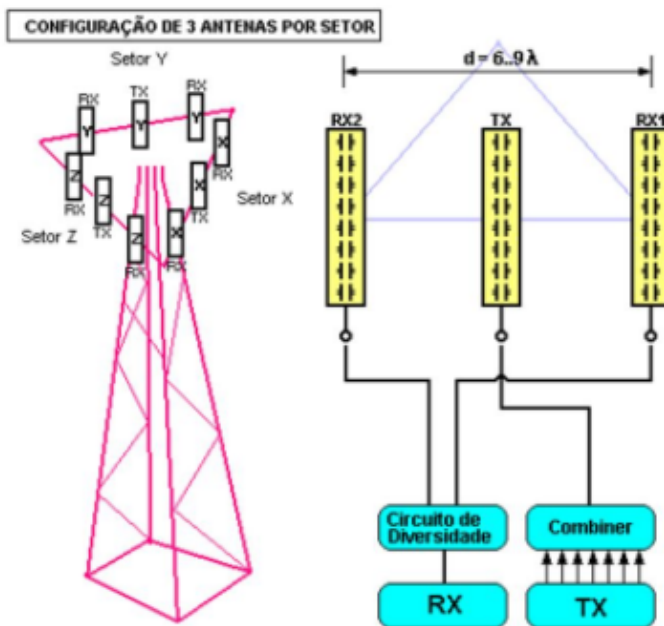
taxa efetiva de transmissão. Por essa razão essa técnica é empregada com um número limite de tentativas de retransmissão, para evitar o consumo excessivo de energia e a latência do link.

2.1.5.2 Diversidade Espacial

Enquanto a diversidade temporal envolve majoritariamente uma mudança do transmissor para verificar se o elemento destinatário recebeu corretamente a mensagem e retransmiti-la se necessário, a diversidade temporal é associada com uma alteração no receptor.

A alteração é a presença de mais de uma antena receptora. Uma vez que as antenas estão separadas fisicamente, o canal que a mensagem percorre do transmissor a cada uma delas é diferente, e as réplicas recebidas são descorrelacionadas entre si. Essa técnica é muito empregada em situações onde o receptor opera com vários elementos transmissores, como por exemplo nas ERBs (Estações Rádio-Base) dos sistemas de telefonia celular, como presente na figura 21.

Figura 21 – ERB com diversidade espacial no receptor



Fonte: Duque (2016, online).

No exemplo da figura 21, cada setor de 120° coberto pela ERB possui duas antenas receptoras separadas numa distância de $6,9\lambda$ (onde λ é o comprimento de onda da portadora, também vista como frequência central da banda). Essa distância é calculada para garantir a decorrelação entre as duas réplicas da mensagem.

Com a obtenção das duas réplicas, há a possibilidade de optar-se por aquela que possui SNR mais elevada (técnica de Selection Combining - SC) ou fazer a combinação de ambos os sinais recebidos (técnicas de Equal Gain Combining - EGC e Maximal Ratio Combining - MRC).

A desvantagem dessa técnica de diversidade é o aumento do custo de receptor, uma vez que o mesmo precisa de mais antenas e computação para implementar SC, EGC ou MRC. Por essa razão a diversidade espacial é mais aplicada nos sistemas com receptores que são amplamente utilizados, como o caso da figura 21.

2.1.5.3 Diversidade de Frequência

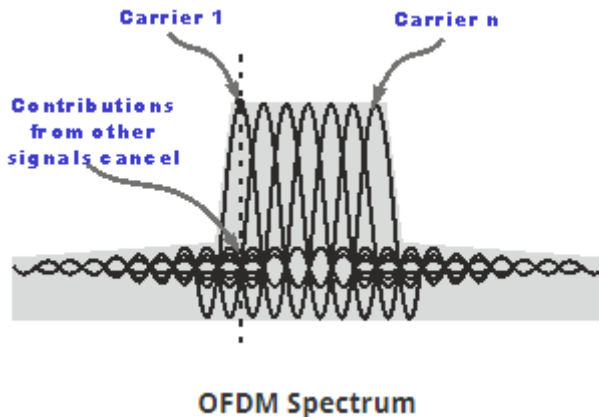
A diversidade de frequência se assemelha ao caso da diversidade temporal. Enquanto este possui como desvantagem o atraso (perda temporal) devido à retransmissão da mensagem, aquele apresenta uma perda espectral, pois, embora a transmissão das mensagens seja simultânea, as diferentes réplicas ocupam, cada uma, uma banda diferente.

No cenário de telecomunicações mundial atual, onde há uma grande limitação do espectro disponível ao ponto de motivar pesquisas com tecnologias 5G que consigam operar em frequências da ordem de GHz, esta técnica é limitada.

Uma possível aplicação cotidiana da diversidade em questão é para redes internas de baixa potência, de tal forma que, embora o aproveitamento espectral seja baixo, a baixa potência – e consequentemente o baixo alcance - permite ao usuário utilizar muitos canais sem interferir com as redes externas de longo alcance.

Além dessa aplicação em redes internas, como as redes sensores de empresas, há o OFDM (Orthogonal Frequency-Division Multiplexing) empregado na telefonia celular. A diferença do OFDM para a técnica pura de diversidade espectral é que, enquanto a segunda ocupa uma banda mais larga, a primeira ocupa a mesma banda, porém subdividindo-a em canais mais estreitos. A figura 22 mostra didaticamente como ocorre essa divisão da banda em canais menores.

Figura 22 – Espectro da modulação OFDM



Fonte: Poole (2018, online).

Embora não seja explicitamente uma técnica de diversidade, mas sim de modulação, o OFDM resulta num desempenho melhor em canais seletivos em frequência.

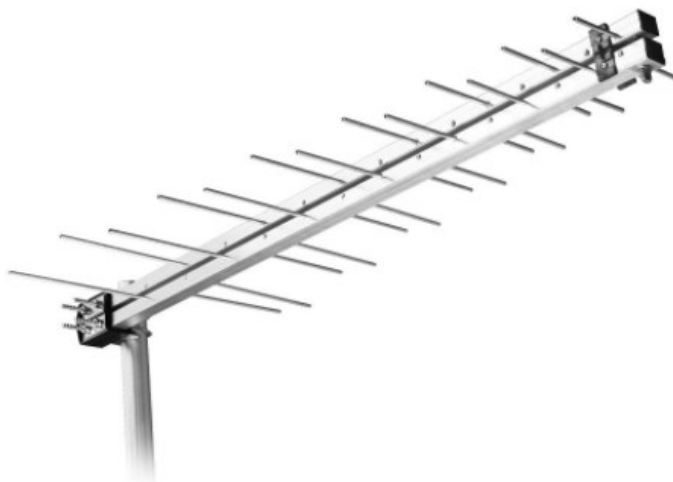
2.1.5.4 Diversidade de Polarização

A diversidade de polarização é uma técnica associada ao receptor e está relacionado com a alteração que o canal faz sobre a polarização das ondas eletromagnéticas que se propagam do transmissor ao receptor.

“Em meios dielétricos, costuma-se definir a polarização de uma onda eletromagnética pela orientação do vetor campo elétrico instantâneo (ou do fasor) à medida que esta se propaga num meio material.” (KITANO, 2017, online).

Uma onda pode ser polarizada de diferentes maneiras: linear horizontal, linear vertical, circular direita, circular esquerda, etc. Diferentes antenas emitem e recebem ondas de certa polarização. Por exemplo, uma antena Log Periódica como a da figura 23, utilizada para recepção de TV Digital, emite e recebe ondas de polarização linear.

Figura 23 – Antena log-periódica para TV digital

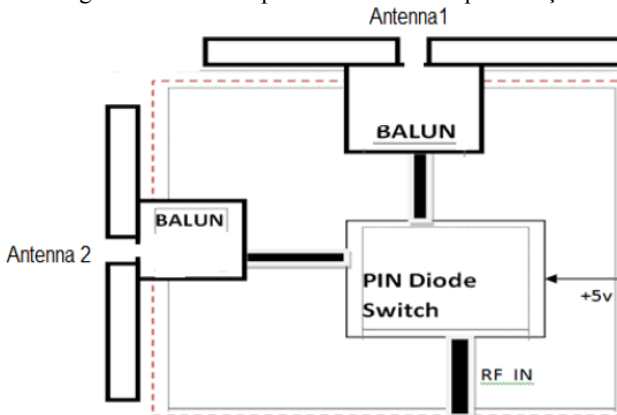


Fonte: Aquário (2018, online).

Como as réplicas da onda transmitida, ao se propagar pelo ar até o receptor, sofrem diferentes efeitos de difração, reflexão, dentre outros; a onda resultante que atinge o destino pode ter uma polarização diferente da esperada. Em casos extremos, a onda que chega ao receptor pode ser ortogonal à onda esperada e, neste caso, o receptor não consegue extrair potência do sinal recebido, levando à falha na recepção.

Atuando sobre esta questão, a diversidade de polarização consiste na presença de duas antenas receptoras de polarizações distintas, de tal forma que a ocorrência do Deep Fading (desvanecimento profundo) em uma antena é compensado pelo sinal recebido pela outra. Um exemplo de antena que se beneficia da diversidade de polarização encontra-se na figura 24.

Figura 24 – Antena para diversidade de polarização



Fonte: Kulkarni e Navale (2013, online).

A antena consiste em dois dipolos de polarização linear posicionados de maneira a proporcionarem polarizações ortogonais e complementares.

2.1.5.5 Diversidade de Codificação

Ao contrário das técnicas de diversidade apresentadas anteriormente, onde o objetivo, simplificado, é a redução da BER para que cada bit tenha melhores condições de ser recebido corretamente, a diversidade de codificação aceita o fato de que alguns bits são perdidos devido aos efeitos do canal sem fio.

Nessa linha de pensamento, a proposta da técnica em questão não é receber todos os bits corretamente, mas sim incluir na mensagem redundâncias por meio de codificadores de canal que compensem os bits perdidos na recepção por meio de códigos corretores de erro.

“Error correction coding is the means whereby errors which may be introduced into digital data as a result of transmission through a communication channel can be corrected based upon received data.” (MOON, 2005, p.2).

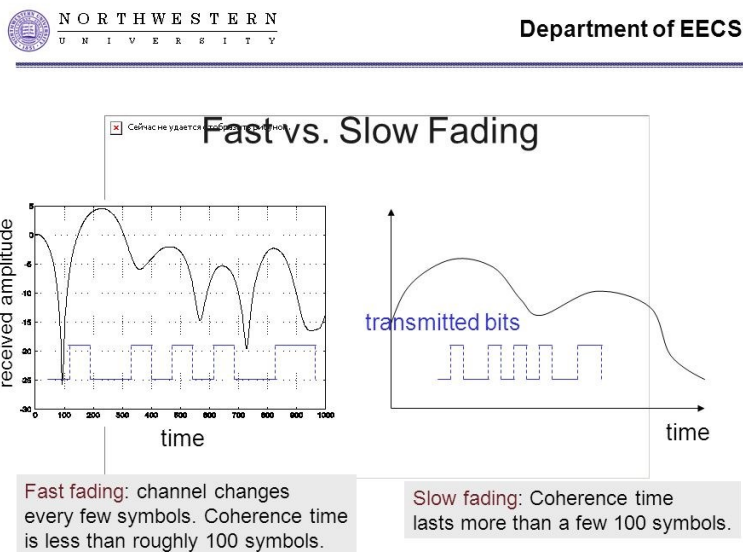
Seguindo o que disse Moon, a utilização de códigos permite ao receptor adquirir corretamente toda a mensagem, mesmo havendo perda de fragmentos – alguns poucos bits, dependendo do código utilizado – da mesma durante a transmissão.

Para situações onde o canal possui variação temporal rápida isso não apresenta problemas, uma vez que, se poucos bits consecutivos são

perdidos devido a um desvanecimento instantâneo profundo, os demais – que não enxergam esse mesmo desvanecimento – são provavelmente recebidos corretamente e, por meio do código de correção, recuperam os bits perdidos.

Contudo, em situações onde a variação do canal é lenta, a perda de um bit leva também a perda de muitos bits adjacentes, impedindo que o código corretor de erro desempenhe seu papel e, conseqüentemente, negando o ganho de desempenho por diversidade. A figura 25 ilustra os efeitos de um desvanecimento profundo num canal com variação temporal lenta e rápida.

Figura 25 – Desvanecimento em canais lentos e rápidos



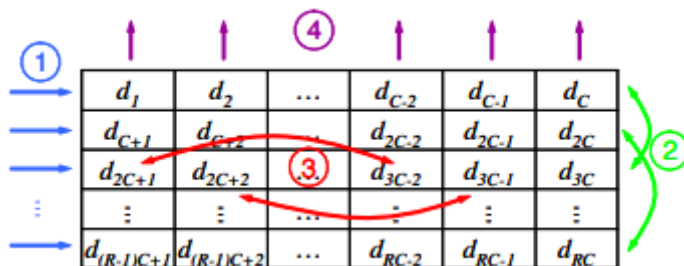
Fonte: Honing (2009, p. 61).

Para as situações de canal lento, então, é necessário aplicar uma técnica adicional para fazer com que os bits adjacentes sejam submetidos a desvanecimentos distintos e o receptor enxergue o canal como de desvanecimento rápido. Essa técnica é conhecida como matriz de entrelaçamento (Interleaver).

“Interleaving is a periodic and reversible reordering of blocks of L transmitted symbols. Symbols (or bits) are correspondingly reordered by de-interleaving in the receiver. Interleaving is used to disperse error bursts that may occur because of nonstationary channel noise that may be localized to a few dimensions such as an impulse noise burst in time or a loss of a narrow frequency band in OFDM.” (CIOFFI, [2005-2006], p. 258).

O procedimento do entrelaçamento (Interleaving) consiste no preenchimento de uma matriz numa direção – por exemplo, horizontalmente – e na leitura dessa matriz em outra – verticalmente, seguindo o mesmo exemplo. A figura 26 mostra um exemplo de matriz de entrelaçamento.

Figura 26 – Matriz de entrelaçamento



Fonte: Bauch e Kusume (2007, online).

Na figura, os bits originais são escritos na horizontal (direção 1), há um processamento de rearranjo sobre algumas linhas e colunas da matriz preenchida (representado por 2 e 3) e, por fim, transmitem-se os bits na direção vertical apontada por 4.

Os processos indicados por 3 e 4 variam dependendo da complexidade do entrelaçador. O importante é separar bits adjacentes para a transmissão e desfazer todos os processos (de 1 a 4) no receptor; de forma a obter-se uma mensagem recebida equivalente à esperada no caso em que o canal varia rapidamente.

Após isso, os bits recebidos são processados pelos devidos decodificadores, onde há a detecção e correção dos bits perdidos, e obtém-se um desempenho em termos de BER com benefício da diversidade de codificação.

A melhoria de desempenho varia com a capacidade de correção do código aplicado, conforme é explicado na seção 2.3.

2.2 SISTEMAS MIMO

Conforme mencionado nas seções anteriores, os sistemas MIMO (Multiple-Input Multiple-Output) são enlaces de comunicação que utilizam de mais de uma antena no transmissor e no receptor.

A motivação para o uso de sistemas MIMO é a alta demanda de taxa e confiabilidade pelos sistemas e a escassez de banda espectral que, até então, era o principal recurso que se tinha para atender a esses requisitos.

De acordo com Stetler (2011, p. 5), a tecnologia MIMO não resolve simultaneamente todos os obstáculos existentes. Há diversos modos de operação na qual o sistema MIMO pode ser empregado, dentre eles estão os modos de multiplexação espacial, onde as múltiplas antenas são utilizadas para aumentar a capacidade total do sistema; e de diversidade, onde o objetivo é maximizar a SNR no receptor e, assim, aumentar a confiabilidade do sistema.

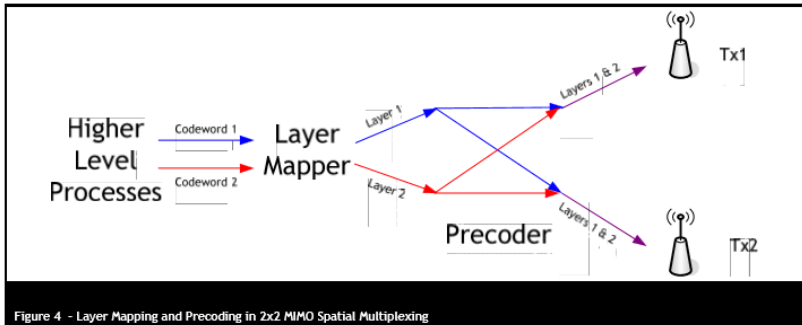
Uma terceira aplicação a ser abordada trata-se da modulação espacial, onde o MIMO atua não apenas como um catalisador que melhora as características do enlace, mas também como parte do processo de modulação da mensagem a ser transmitida.

2.2.1 Aplicação como Multiplexação Espacial

A aplicação de sistemas MIMO na multiplexação espacial é recomendada em situações onde a SNR no receptor é elevada mais do que o suficiente e, portanto, deseja-se aumentar a taxa de transmissão, considerando que a taxa de transmissão atual já atingiu seu limitante superior estipulado pela capacidade do canal.

Logo, a técnica consiste em utilizar a potência de transmissão, antes empregada numa única antena (enlace), para transmitir por duas ou mais antenas. A figura 27 mostra um esquema de multiplexação espacial com duas antenas.

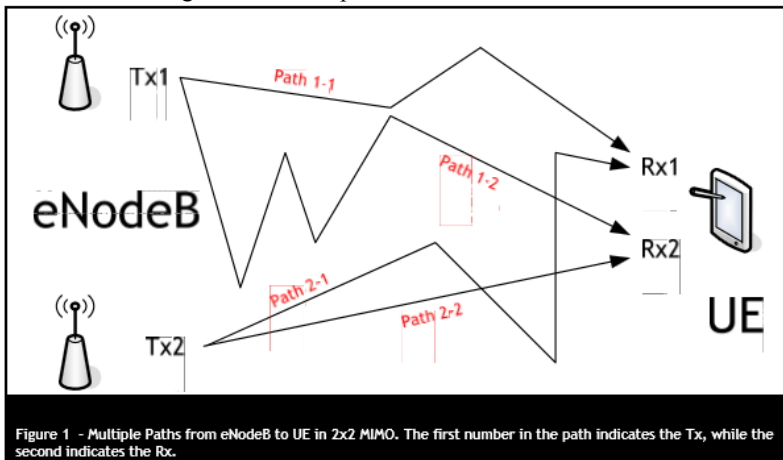
Figura 27 – MIMO para multiplexação espacial



Fonte: Stetler (2011, p. 9).

Na figura, um esquema de Precoder é empregado – para compensar os efeitos de multipercurso do canal – antes dos sinais serem transmitidos pelas antenas. Nesse caso, é necessário que o transmissor conheça o canal entre ele e o receptor, como exemplificado na figura 28.

Figura 28 – Multipercurso em sistemas MIMO



Fonte: Stetler (2011, p. 2).

Continuando com o exemplo de duas antenas transmissoras, os sinais que chegam nas antenas receptoras são compostas por ambas as mensagens transmitidas. Contudo, o receptor, que assim como o transmissor conhece o canal, desfaz os processos do Precoder realizados anteriormente e, dessa forma, consegue discriminar as duas mensagens

transmitidas simultaneamente, entregando ao usuário apenas aquela destinada a ele.

É importante destacar que a taxa de transmissão de cada enlace continua a mesma, podendo até ser um pouco inferior para atender aos requisitos de SNR mínima no receptor. O aumento da capacidade e da taxa de dados transmitidos dá-se a nível global, uma vez que, considerando a manutenção da taxa de transmissão, a capacidade do sistema passa a operar com o dobro da taxa por haver o dobro de enlaces operando em paralelo.

2.2.2 Aplicação como Diversidade

Além da multiplexação espacial, os sistemas MIMO também podem ser utilizados na obtenção de diversidade. Neste caso, como apresentado na seção 2.1.5, a diversidade é de tipo espacial com a presença de múltiplas antenas no transmissor e no receptor.

O esquema de como essa técnica é empregada é similar ao mostrado na figura 27 da multiplexação espacial. A diferença é que a informação transmitida é a mesma, assim como os receptores são antenas de um único dispositivo.

“In Transmit Diversity mode, MIMO functions much like a MISO system. The same data are sent from both Tx, coded to minimize cochannel interference. The use of multiple spatially differentiated signals increases the chances that data lost due to poor SNR will be different from each channel.” (STETLER, 2011, p. 8)

Num exemplo de sistema com duas antenas transmitindo e duas recebendo, o receptor obteria efetivamente 4 réplicas da mensagem, similar ao apresentado na figura 28, considerando Tx1 e Tx2 como antenas de um único transmissor, e o mesmo para Rx1 e Rx2.

Após a obtenção das quatro versões da mesma mensagem, há a liberdade para se realizar a combinação delas para obter-se uma melhor SNR efetiva ou simplesmente escolher-se por aquela com maior SNR individual, conforme explicado na seção 2.1.5.2.

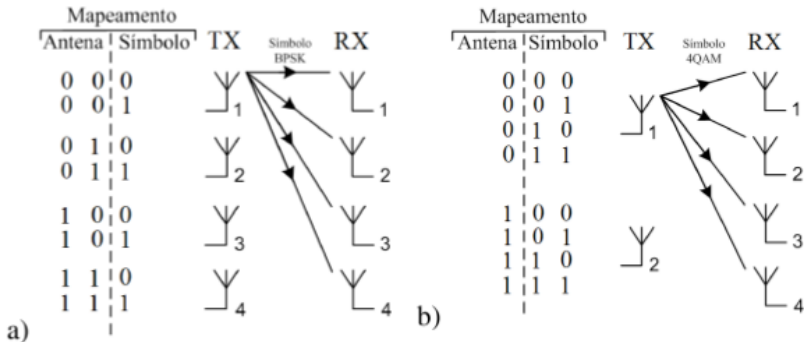
2.2.3 Aplicação como Modulação Espacial

A terceira aplicação de sistemas MIMO a ser abordada é a modulação espacial. Enquanto as aplicações anteriores voltavam-se para o aprimoramento do sistema, seja no aumento da capacidade pela multiplexação espacial ou da SNR no receptor pela diversidade; a modulação espacial busca a economia de recursos através do aumento da eficiência energética e espectral.

Souza e Abrão (2012, p. 198) afirmam que dois mapeamentos são realizados sobre os bits a serem transmitidos. Um mapeamento no domínio do sinal, onde parte dos bits é agrupada em símbolos de acordo com uma modulação digital; e outro mapeamento no domínio espacial, onde o restante dos bits é utilizado como bits de controle, selecionando uma das múltiplas antenas pelo qual a parte simbólica é transmitida.

A figura 29 mostra dois exemplos de modulação espacial. No caso “a” o mapeamento espacial utiliza 2 bits, enquanto o simbólico 1; já no exemplo “b” tem há a inversão, sendo 2 bits dedicados ao mapeamento espacial e 1 ao simbólico.

Figura 29 – Exemplos de modulação espacial



Fonte: Souza e Abrão apud Mesleh (2006) (2012, p. 201).

Note que há uma relação exponencial de base 2 entre o número de antenas no transmissor e o número de bits usados no mapeamento espacial; bem como o grau da modulação digital e o número de bits que sofrem mapeamento simbólico.

A figura também justifica o aumento da eficiência energética que é um dos benefícios de se utilizar modulação espacial. Como parte dos bits são utilizados no controle para a seleção da antena transmissora, a energia que seria necessária para a transmissão dos mesmos deixa de ser

consumida. Daí o nome de Bits Verdes aos bits dedicados à modulação espacial.

Contudo, a economia de energia obtida com a não transmissão de uma parcela dos bits deve ser acompanhada de uma forma de se identificar, no receptor, por qual antena a mensagem é transmitida. Caso contrário, os erros decorridos da ausência desses bits não compensariam o aumento da eficiência energética.

Para tal, Souza e Abrão (2012, p. 201-203) apontam duas formas de detecção dos bits transmitidos, i.e., identificar-se a antena utilizada na transmissão e o respectivo símbolo transmitido. Uma detecção sub-ótima, que trata a decodificação do símbolo e a identificação da antena de maneira separada; e uma detecção dita ótima, que baseia-se na máxima verossimilhança conjunta para identificar a antena e o símbolo simultaneamente.

Sem adentrar afundo nos processos de detecção mencionados, aponta-se que, independente do método escolhido, é necessário que o receptor tenha conhecimento do canal entre ele e o receptor. Esse ponto, importante não só na modulação espacial como também em outras aplicações de sistemas MIMO, é abordado na seção a seguir.

2.2.4 Estimativa do Canal pelo Receptor

Em muitos casos em comunicações sem fio com sistemas MIMO é necessário conhecer-se o efeito do canal sobre cada caminho entre determinadas antenas transmissora e receptora. Alguns desses casos são a detecção da antena transmissora na modulação espacial e a discriminação entre as réplicas da mensagem nas aplicações de MIMO para ganho de diversidade.

Assumindo um sistema MIMO com “ N_t ” antenas no transmissor e “ N_r ” no receptor, o objetivo da estimativa do canal é a obtenção de uma matriz $M \times N$ onde cada elemento $h_{m,n}$ representa o desvanecimento que o canal aplica ao sinal resultante que é transmitido pela antena “ m ” à antena receptora “ n ”.

De acordo com Valduga (2014, p. 61), para sistemas em que o canal varia rapidamente com o tempo, o usual é a utilização de algoritmos LMS (Least Mean Squared, Mínimo Médio Quadrático), formando os chamados receptores adaptativos. Neles, os coeficientes da matriz H são ajustados iterativamente em tempo de execução a cada sinal que é recebido pelas antenas.

Já em situações em que o canal varia lentamente, utiliza-se da técnica MMSE (Minimum Mean Squared Error, Mínimo Erro

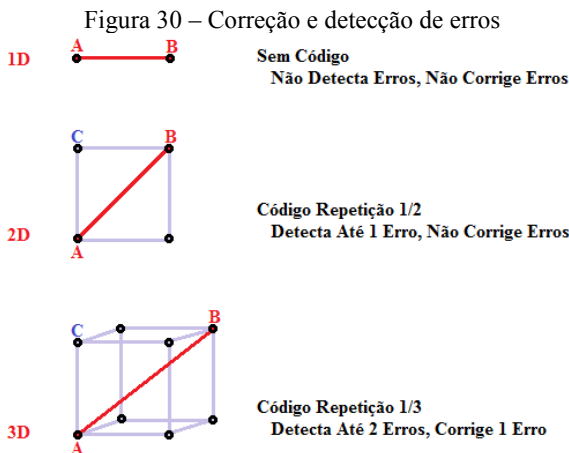
Quadrático Médio). Ainda segundo Valduga (2014, p. 61), essa técnica consiste em “minimizar o erro quadrático médio entre o sinal observado e aquele que deveria ser recebido num canal sem ruído”. Para tal, há a transmissão de símbolos de treinamento conhecidos pelo receptor em intervalos regulares (condizentes com o tempo de coerência do canal – intervalo de tempo o qual o desvanecimento do canal é constante).

Independente da situação (canal com variação temporal rápida com receptor adaptativo LMS ou canal lento com estimativa via sequência de treinamento), a matriz H resultante é uma aproximação suficiente para que a comunicação entre o transmissor e o receptor em sistemas MIMO dê-se de maneira eficaz.

2.3 CODIFICAÇÃO DE CANAL

Os códigos e seus respectivos codificadores podem ser classificados em dois tipos: códigos de fonte e códigos de canal. Enquanto, no primeiro, o objetivo é a remoção de redundâncias, sendo utilizado, por exemplo, na compressão de arquivos de vídeo e imagem; o segundo tem o objetivo oposto, a inclusão de redundâncias, sendo utilizados na detecção e correção de erros em sistemas de comunicação.

A ideia de acrescentarem-se redundâncias está ligada ao aumento do espaço vetorial binário da mensagem e, conseqüentemente, das palavras binárias representáveis; porém mantendo-se o número de palavras possíveis. A figura 30 exemplifica como o aumento do espaço permite a detecção e correção de erros.



Aumentando-se em uma dimensão o espaço (caso 2D), percebe-se que é possível detectar-se 1 erro, não podendo corrigi-lo. Supondo que C seja recebido, não é possível determinar se a palavra originalmente transmitida foi A ou B. Por outro lado, no caso 3D, nota-se que a distância entre C e A é menor que entre C e B; logo, é mais provável que A seja a palavra correta e a correção é realizada

Essa distância entre duas palavras é chamada de distância de hamming, e é utilizada na definição das capacidades de detecção e correção de códigos de bloco, foco da próxima seção.

2.3.1 Códigos de Bloco

Códigos de Bloco são códigos lineares na qual o codificador pode ser completamente representado pela Matriz Geradora ou pela Matriz de Paridade; a primeira sendo a matriz cuja multiplicação com o vetor de mensagem resulta na palavra-código correspondente; e a segunda sendo a matriz cuja transposta, multiplicada pela palavra-código recebida, resulta num vetor síndrome que é utilizado na correção de erros.

Além dessas matrizes, um código de bloco pode ser identificado pela sua taxa, na notação $R = k/n$ ou $C_b(n,k)$. De acordo com Moreira e Farrell (2006, p. 61), cada um dos 2^k vetores de mensagem são mapeados em vetores do espaço 2^n denominados palavras-código.

As capacidades de detecção e correção dos códigos de bloco, na sequência do raciocínio apresentado na seção anterior, são determinadas pela distância mínima de hamming entre as palavras código possíveis (que possuem mapeamento em um dos 2^k vetores de mensagem).

Moreira e Farrell (2006, p. 58) ainda apontam que a propriedade da linearidade dos códigos de bloco permite a determinação da distância mínima de hamming (d_{\min}) pelo peso de hamming mínimo (w_{\min}) das possíveis palavras-código (excluindo o vetor nulo), onde, para dada palavra c_i , seu peso é dado pelo número de elementos não nulos. No caso de uma palavra binária, isso corresponde ao número de “1”s da palavra. O quadro 1 exemplifica um código de repetição de taxa $R = 1/3$ e a determinação da distância mínima de hamming.

Quadro 1 – Distância mínima de Hamming

CÓDIGO DE REPETIÇÃO $R = 1/3$			
Mensagens Possíveis	Palavras-Código Correspondentes	Peso de Hamming w_H	d_{\min}
0	000	0	3
1	111	3	

Fonte: O autor (2018).

Com a determinação de d_{\min} , definem-se as capacidades de detecção C_d e de correção C_c como:

$$C_d = d_{\min} - 1 \quad (4)$$

$$C_c = \left\lfloor \frac{d_{\min} - 1}{2} \right\rfloor \quad (5)$$

A seguir são apresentados alguns códigos de bloco, destacando-se suas taxas, matrizes geradoras e de paridade, capacidades de detecção e correção; além de exemplificar o processo correção de erro pela detecção da síndrome.

2.3.1.1 Código de Repetição

Os códigos de repetição possuem taxa na forma $R = 1/n$. Consistem, basicamente, em repetir cada bit da mensagem original n vezes. A distância mínima de hamming é dada por $d_{\min} = n$, uma vez que o código contém apenas duas palavras-código disponíveis, o vetor nulo e o vetor cheio com n “1”s.

Seguindo essa linha, as capacidades de detecção e de correção é dada por:

$$C_d = n - 1 \quad (6)$$

$$C_c = \left\lfloor \frac{n - 1}{2} \right\rfloor \quad (7)$$

Para o caso particular $R = 1/5$, as matrizes geradora G e de paridade H são dadas por:

$$G = [1 \ 1 \ 1 \ 1 \ 1] \quad (8)$$

$$H = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (9)$$

De acordo com Moon (2005, p. 85-87), uma matriz pode ser obtida através da outra, sendo, dessa forma redundantes. A partir de uma matriz G sistemática (que contém uma submatriz identidade) dada pela composição das submatrizes de paridade P e identidade I_k pode-se obter a matriz H da maneira expressa a seguir; onde I_k é a matriz identidade $(k) \times (k)$, I_{n-k} é a identidade de dimensões $(n-k) \times (n-k)$, P é a submatriz de paridade e P_t é sua transposta.

$$G = [P \ I_k] \leftrightarrow [I_{n-k} \ P_t] = H \quad (10)$$

Para concluir o exemplo, apresenta-se o quadro 2 a seguir, que sintetiza algumas características dos códigos de bloco discutidos na seção 2.3.1 para o caso do código de repetição $R = 1/5$.

Quadro 2 – Código de repetição

CÓDIGO DE REPETIÇÃO $R = 1/5$		
Mensagens Possíveis	Palavras-Código Correspondentes	Peso de Hamming w_H
0	00000	0
1	11111	5
d_{\min}	Capacidade de Detecção	Capacidade de Correção
5	4	2
Matriz Geradora G		
$G = [1 \ 1 \ 1 \ 1 \ 1]$		
Matriz de Paridade H		
$H = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$		

Exemplo de Correção de Erro			
Vetor Recebido	Síndrome ($s = r * H_t$)	Erro (e) associado à síndrome (linha de H_t)	Vetor Corrigido ($v = r + s$)
11101	0010	00010	11111

Fonte: O autor (2018).

2.3.1.2 Código de Paridade

O segundo código de bloco a ser abordado é o código de paridade. Esse código é complementar ao código de repetição estudado na seção anterior. Neste matriz G é dada pela H do código de repetição, assim como a matriz H é dada pela G da de repetição.

O princípio deste codificador é a inclusão de um bit à mensagem de modo a tornar a palavra par, i. e., com peso de hamming par. O quadro 3 retoma as características abordadas no quadro 2, porém para o código de paridade $R = 4/5$.

Quadro 3 – Código de paridade

CÓDIGO DE PARIDADE $R = 4/5$		
Mensagens Possíveis	Palavras-Código Correspondentes	Peso de Hamming w_H
0000	00000	0
0001	10001	2
0010	10010	2
0011	00011	2
0100	10100	2
0101	00101	2
0110	00110	2
0111	10111	4
1000	11000	2
1001	01001	2
1010	01010	2
1011	11011	4
1100	01100	2

1101	11101	4	
1110	11110	4	
1111	01111	4	
d_{\min}	Capacidade de Detecção	Capacidade de Correção	
2	1	0	
Matriz Geradora G			
$G = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$			
Matriz de Paridade H			
$H = [1 \quad 1 \quad 1 \quad 1 \quad 1]$			
Exemplo de Correção de Erro			
Vetor Recebido	Síndrome ($s = r^*H_t$)	Erro (e) associado à síndrome (linha de H_t)	Vetor Corrigido ($v = r + s$)
11111	1 (erro detectado)	não corrige erros	---

Fonte: O autor (2018).

Note que para os códigos de paridade a distância mínima de hamming é 2. Isso implica que esses códigos podem detectar um único erro por vetor recebido, não podendo corrigi-lo. No exemplo acima, por exemplo, o vetor recebido “11111” é igualmente distante das palavras “01111”, “10111”, “11011”, “11101” e “11110”, e o decodificador não identifica em qual dos bits houve o erro.

2.3.1.3 Códigos de Hamming

Os códigos de Hamming são uma família de códigos cuja taxa possui forma $C_b(2^m-1, 2^m-m-1)$ e distância mínima de hamming é fixa em $d_{\min} = 3$. Esses códigos podem ser construídos da seguinte maneira, nas palavras de Moon:

“For any integer $m \geq 2$, a $(2^m - 1, 2^m - m - 1, 3)$ binary code may be defined by its $m \times n$ parity check matrix H , which is obtained by writing all possible binary m -tuples, except the all-zero tuple, as the columns of H .” (MOON, 2005, p. 97)

Alguns exemplos típicos de códigos de hamming utilizados pelas referências são os códigos $C_b(7,4)$ e $C_b(15,11)$. A seguir é apresentado o quadro 4 com as características de um dos possíveis códigos de hamming $R = 4/7$. No caso em questão, optou-se por uma configuração com matriz geradora sistemática.

Quadro 4 – Código de Hamming

CÓDIGO DE HAMMING $R = 4/7$		
Mensagens Possíveis	Palavras-Código Correspondentes	Peso de Hamming w_H
0000	0000000	0
0001	1100001	3
0010	1010010	3
0011	0110011	4
0100	0110100	3
0101	1010101	4
0110	1100110	4
0111	0000111	3
1000	1111000	4
1001	0011001	3
1010	0101010	3
1011	1001011	4
1100	1001100	3
1101	0101101	4
1110	0011110	4
1111	1111111	7
d_{\min}	Capacidade de Detecção	Capacidade de Correção
3	2	1

Matriz Geradora G			
$G = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$			
Matriz de Paridade H			
$H = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 1 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 1 & 1 & 1 & 0 \end{bmatrix}$			
Exemplo de Correção de Erro			
Vetor Recebido	Síndrome ($s = r^*H_t$)	Erro (e) associado à síndrome (linha de H_t)	Vetor Corrigido ($v = r + s$)
1100010	001	0000100	1100110

Fonte: O autor (2018).

Para o exemplo do vetor recebido “1100010”, note que a correção aponta que a palavra-código provavelmente transmitida é “1100110”, correspondente ao vetor de mensagem “0110”.

O próximo e último código de bloco a ser abordado são os códigos convolucionais. Embora haja discussão entre autores quanto aos códigos convolucionais serem um caso particular dos códigos de bloco ou vice-versa, aqui se opta pela primeira abordagem.

2.3.1.4 Códigos Convolucionais

Os códigos convolucionais diferem dos outros apresentados até então pelo fato de que, neles, a palavra-código depende não somente da mensagem atual quanto também das mensagens que a precederam.

“Em códigos convolucionais, temos que v_k depende do vetor de informação u_k , no instante k , e também dos vetores de informação u_{k-j} , $1 \leq j \leq m$, nos m instantes anteriores, onde $m \geq 1$ é a memória do código”. (UCHÔA FILHO, 2005, p. 90)

Embora possuam a singularidade de serem códigos com memória, os códigos convolucionais ainda podem ser descritos como códigos de bloco. A seguir é descrito um código convolucional de taxa $R = 1/2$ e memória $m = 1$, através da apresentação das m matrizes geradoras (onde cada matriz G_j compreende a dependência da saída/palavra-código com a entrada/mensagem no instante $k-j$) e da matriz geradora global. Esse exemplo é utilizado por Uchôa Filho (2005, p. 91).

$$G_0 = [1 \ 1] \quad G_1 = [0 \ 1] \quad (11)$$

$$G = [1 \ 1 + D] \quad (12)$$

Pela razão desses códigos possuírem memória e serem aplicados normalmente sobre vetores no espaço binário, é usual a representação dos codificadores e decodificadores convolucionais por máquinas de estado digitais. As figuras 31 mostra a máquina e o diagrama de estados do mesmo exemplo de taxa $R = 1/2$.

Figura 31 – Diagrama de códigos convolucionais

Máquina de estados (codificador):

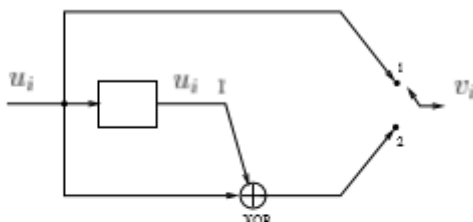
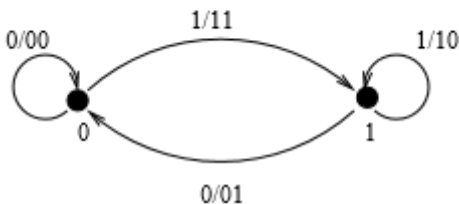


Diagrama de Estados:



Fonte: Uchôa Filho (2005, p. 92), adaptado pelo autor (2018).

A máquina de estados é utilizada para implementação do codificador por métodos computacionais, enquanto o diagrama é uma

representação mais adequada para análise por parte do usuário. Nesta última, a codificação dá-se pelo acompanhamento das linhas enquanto os estados da máquina são alterados. O número que precede a barra é a entrada (ou vetor de mensagem atual), que decide qual caminho a máquina segue (para qual estado ela vai); enquanto o número após a barra indica a saída correspondente, i.e., a palavra-código resultante daquela entrada atual. Um exemplo é apresentado posteriormente no quadro 5.

Novamente pelo motivo do codificador possuir memória, a decodificação não pode ser implementada por meio de detecção de síndrome. Para tal tarefa, usam-se algoritmos de Viterbi para identificar, numa dada sequência de palavras-código recebida, qual é a sequência correta mais provável (a que apresenta a menor quantidade de erros em relação à recebida). O quadro abaixo utiliza do exemplo de código convolucional abordado na figura 31 para demonstrar os processos de codificação e decodificação de uma mensagem de 5 bits.

Quadro 5 – Códigos convolucionais

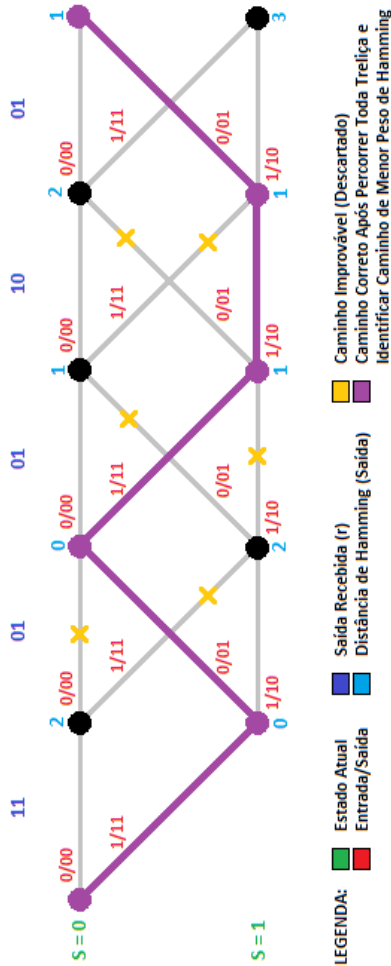
Sequência de Mensagem (u)
10110
Diagrama de Estados do Codificador
Sequência Codificada (v)
1101111001
Possível Sequência Recebida (r)
1101011001
Treliça para Algoritmo de Viterbi
Ver Figura 32
Sequência Corrigida
1101111001

Mensagem Decodificada
10110

Fonte: O autor (2018).

Para a determinação da sequência corrigida e a respectiva mensagem decodificada do quadro 5, executa-se o algoritmo de Viterbi conforme mostrado na figura 32 abaixo.

Figura 32 – Algoritmo de Viterbi



Fonte: O autor (2018).

O exemplo do quadro 5 e da figura 32 mostra a capacidade de se corrigir erros quando utilizado códigos convolucionais. Percebe-se a diferença de que, enquanto nos códigos anteriores a correção ocorre em cada palavra-código independentemente; aqui a correção só ocorre na presença de uma sequência de palavras-código.

Após a apresentação de alguns códigos de baixa complexidade, segue-se com a abordagem de alguns dos códigos de alta eficiência e complexidade relativamente elevada.

2.3.2 Códigos de Alta Eficiência

Os códigos com maior eficiência, i.e., cujo desempenho em termos de probabilidade de erro operam próximo aos limites de Shannon, que são mais utilizados em sistemas complexos não são resultados da aplicação simples dos códigos apresentados até então, mas sim de alguma derivação desses códigos.

Alguns, como os LDPC, são códigos de bloco cuja matriz de paridade possui uma dimensão elevada. Outros, como os códigos Turbo, possuem mais de um codificador atuando em paralelo sobre um mesmo conjunto de dados; e há ainda os códigos polares, que são, nas palavras de Oliveira e Lamare (2017), “são baseados no fenômeno conhecido como polarização de canal, onde um canal W é transformado em dois tipos de canais sintetizados”.

A seguir são explicados os princípios por trás desses três códigos “especiais”, destacando-se a como esses apresentam desempenho superior aos códigos da seção 2.3.1.

2.3.2.1 Códigos LDPC

Conforme mencionado anteriormente, os códigos LDPC (Low-Density Parity Check – Códigos de Paridade de Baixa Densidade) são códigos de bloco com matrizes de paridade muito grandes.

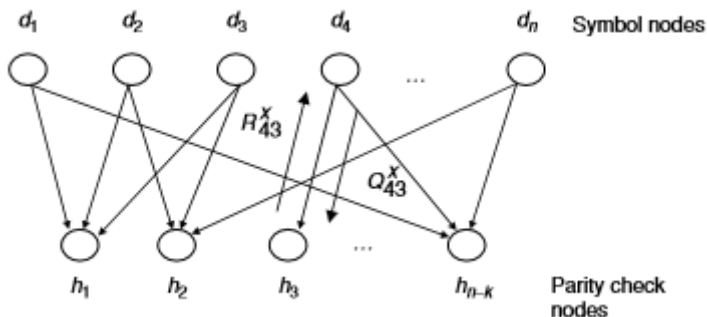
“low-density parity check (LDPC) codes, are linear block codes that are constructed by designing a sparse parity check matrix H , that is, for the binary case, a matrix that contains relatively few ‘1’s spread among many ‘0’s” (MOREIRA e FARRELL, 2006, p. 277)

Assim, os códigos LDPC possuem matrizes de paridade grandes para se beneficiar de uma alta capacidade de correção do código. Um exemplo de taxa de um código LDPC é $R = 1/2$ ($K = 324$, $N = 648$); que possui 324 bits dedicados à inclusão de redundâncias na mensagem.

Como o elevado tamanho da matriz implica num maior número de operações algébricas durante os processos de codificação e decodificação e, conseqüentemente, à atrasos e queda do desempenho; há a necessidade de uma compensação que, no caso dos códigos LDPC, dá-se pela densidade baixa da matriz de paridade.

A baixa densidade permite métodos alternativos de decodificação da mensagem. Um método comumente utilizado é o grafo de Tanner – figura 33 – por meio da execução de algoritmos SPA (Sum and Product Algorithm – Algoritmo de Soma e Produto) ou LLR (Log Likelihood Ratio – Decodificador Logarítmico).

Figura 33 – Grafo de Tanner



Fonte: Moreira e Farrell (2006, p.282).

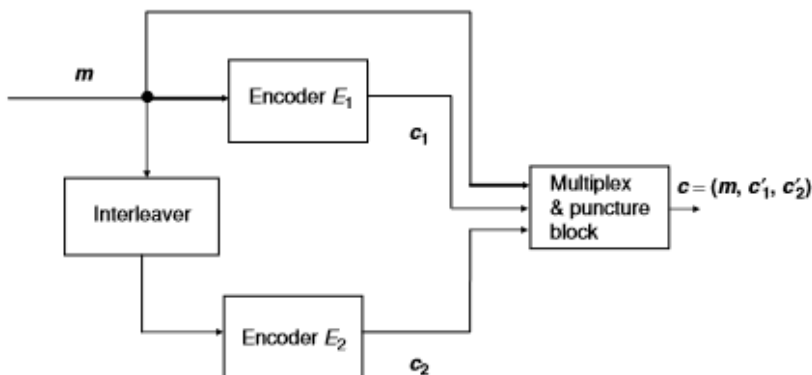
Esse método de decodificação iterativa considera dois conjuntos de nós, os nós de paridade e os nós de símbolo. Através de um algoritmo de iteração (como o SPA ou o LLR) os nós de símbolo, inicialmente carregados com a mensagem codificada recebida, atualizam os valores dos nós de paridade e esses, por sua vez, atualizam os valores dos nós de símbolo; de tal forma que, ao final de algumas iterações, os nós de símbolo contêm a palavra-código corrigida e, considerando a sistematicidade do código, obtém-se a mensagem presente nessa.

2.3.2.2 Códigos Turbo

Os códigos turbo são outro exemplo de código de alto desempenho cuja decodificação é realizada de maneira iterativa, assim como os códigos LDPC apresentados anteriormente.

Nestes, a característica principal – responsável pela alta eficiência – não encontra-se no tamanho da matriz de paridade, mas sim em sua quantidade. Segundo Moon (2005, p. 582), “The turbo code encoder consists of two (or more) systematic block codes which share message data via interleavers.” A figura 34 abaixo mostra um esquema básico de um codificador turbo.

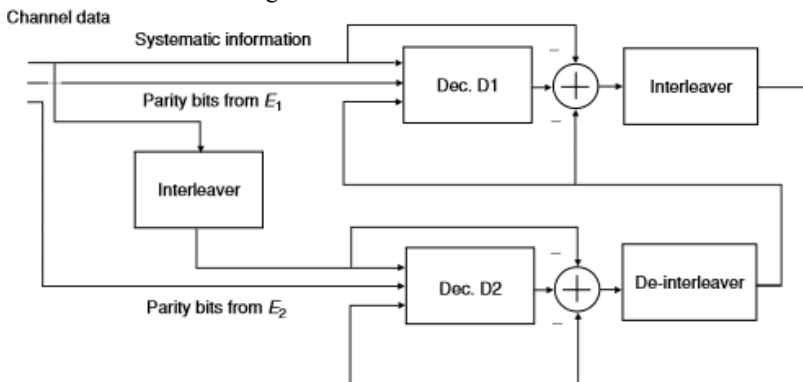
Figura 34 – Codificador Turbo



Fonte: Moreira e Farrell (2006, p. 210).

O bloco interleaver da figura refere-se a matriz de entrelaçamento, similar ao apresentado na seção 2.1.5.5, sobre diversidade de codificação. A função dessa matriz é rearranjar os bits da mensagem de tal forma que, após a codificação de ambas as sequências original e rearranjada e sua transmissão pelo canal, o receptor obtenha réplicas de cada bit que sofreram desvanecimentos distintos. A figura 35 mostra um esquema de decodificador turbo para auxiliar o entendimento desse princípio.

Figura 35 – Decodificador Turbo



Fonte: Moreira e Farrell (2006, p. 211).

Note que, pela figura, cada decodificador identifica os bits transmitidos levando em consideração o sinal recebido correspondente (original ou rearranjado) e a estimativa do outro decodificador.

Essa complementação entre os decodificadores torna a estimativa do conjunto menos suscetível à desvanecimentos profundos momentâneos de canal, uma vez que os bits de cada par codificador-decodificador são submetidos à códigos distintos e transmitidos em instantes diferentes (devido à matriz de entrelaçamento); justificando o alto desempenho dos códigos turbo.

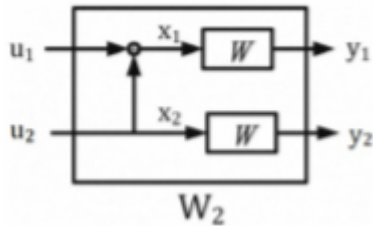
2.3.2.3 Códigos Polares

Enquanto nos códigos LDPC e turbo a codificação é realizada com intuito de acrescentar redundâncias à mensagem, i.e., adequando a mensagem ao canal sem fio ruidoso; nos códigos polares o objetivo é obter-se um canal efetivo melhor para a transmissão da mensagem, adequando o canal à mensagem a ser transmitida.

De acordo com Arikan (2009) apud Oliveira e Lamare (2017, p. 630), os códigos polares usufruem do efeito de polarização de canal, “onde um canal W é transformado em dois tipos de canais sintetizados, mas com diferentes confiabilidades: o bom (W_+) e o ruim (W_-).”

A figura 36 a seguir mostra um canal W_2 obtido pela combinação de dois canais W distintos. Note que o canal W_2 possui duas entradas e duas saídas, resultando em dois pares entrada-saída: um bom (W_+) e outro ruim (W_-).

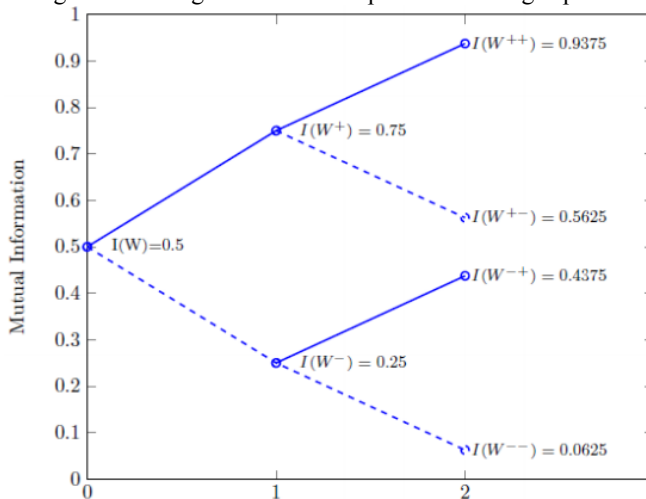
Figura 36 – Combinação de canal em códigos polares



Fonte: Oliveira e Lamare (2017, p. 630).

Se a partir de um canal pode-se obter um canal melhor (e outro pior), a aplicação recursiva da polarização de canal permite a obtenção de ao menos um canal que seja tão bom quanto desejado. A figura 37, por exemplo, mostra a progressão da informação mútua dos canais resultantes da aplicação dessa técnica de polarização.

Figura 37 – Progressão de desempenho dos códigos polares



Fonte: Dias (2018, p. 37).

Lembrando que a informação mútua de um canal é uma medida da probabilidade de transição do estado de sua entrada, sendo um valor que varia de 0 (canal muito ruidoso, ruim) a 1 (canal sem ruído, bom); percebe-se a evolução de desempenho dos canais obtidos via polarização, considerando o canal original como um canal BEC (Canal Binário Simétrico), cuja informação mútua original é 0,5.

Devido a essa capacidade ilimitada de melhoria do canal, os códigos polares foram, nas palavras de Dias (2018), os primeiros códigos a alcançar o desempenho máximo estabelecido por Shannon.

Agora que o leitor está informado sobre códigos e seu benefício para a comunicação sem fio, dedica-se a próxima seção para a apresentação do software de simulação MATLAB, ferramenta utilizada para o desenvolvimento deste trabalho de conclusão de curso, no qual os fundamentos teóricos apresentados até então são aplicados para atingirem-se os objetivos específicos estabelecidos.

2.4 SIMULAÇÃO EM MATLAB

O MATLAB é um software-proprietário da Mathworks para realização de simulações que, por meio de operações matriciais e programação em linguagem de alto nível (similar a linguagem C), auxiliam a solução de problemas de engenharia.

A Mathworks (2018, online) apresenta em sua página que o software em questão é adequado para simulações em diversas áreas científicas e de engenharia. As bibliotecas dedicadas, como, por exemplo, as de processamento de sinais e de comunicações Wireless, fornecem ao usuário recursos que facilitam os projetos desses temas; o que torna o MATLAB muito difundido entre as universidades (na versão estudante) e na indústria tecnológica.

Além das bibliotecas, outro recurso importante do software é a sua capacidade de apresentação de resultados gráficos. Por meio de comandos simples é possível exibir os resultados em gráficos de diferentes tipos, inclusive os tridimensionais; o que seria complexo de se fazer utilizando outra ferramenta.

É com este recurso e com os conhecimentos sobre os demais temas abordados ao longo desta revisão do estado da arte que é desenvolvido este trabalho de conclusão de curso, cujo tema é a diversidade de codificação com bits verdes para sistemas MIMO.

3 METODOLOGIA

Este trabalho consiste numa pesquisa descritiva que, de acordo com Gil (2010), é assim denominado as pesquisas cujas atividades realizadas durante a elaboração do projeto são relatadas num documento final.

A abordagem escolhida consiste numa revisão bibliográfica sobre comunicação digital sem fio, sistemas MIMO e codificação; limitando-se a artigos científicos, livros sobre os temas e manuais técnicos como as principais fontes de informação utilizadas.

Uma vez que a abordagem bibliográfica tenha atingido um desenvolvimento razoável, inicia-se com uma segunda abordagem experimental, justificada por Gil (2010), pois envolve a aplicação de experimentos (testes) que vão sendo alterados até atingir-se o objetivo ou determinar-se a impossibilidade de alcançá-lo.

Essa etapa experimental consiste na elaboração de um programa em MATLAB para simular e obter-se resultados quantitativos a respeito do ganho de diversidade devido à codificação, bem como a viabilidade do uso dos bits de paridade do código na modulação espacial de um sistema MIMO.

4 DESCRIÇÃO DO PROGRAMA EM MATLAB

Esta seção é dedicada para a apresentação e explicação dos arquivos de simulação utilizados para avaliar o desempenho do enlace de comunicação submetido a uma modulação mista, constituída por uma parcela espacial e outra simbólica.

As subseções seguintes descrevem os códigos do programa principal, bem como das funções desenvolvidas pelo autor para simular os procedimentos envolvidos na transmissão de uma mensagem binária com modulação espacial e simbólica. Apenas os conceitos utilizados em cada código é abordado neste momento. Para obter maiores detalhes de como cada função aqui descrita é implementada, favor consultar o apêndice A ao final deste trabalho.

4.1 PROGRAMA PRINCIPAL

O programa principal, intitulado *main.m*, é uma interface pela qual o usuário define os parâmetros de simulação, tais como tamanho da mensagem binária a ser transmitida, a taxa de bits e a coerência do canal – relacionado ao intervalo a cada qual o modelo de canal quasi-estático se remodela.

Dois tipos de simulação são requisitadas por este programa: uma simulação chamada única e uma bateria de simulações.

Na primeira, a função *Modulacao_Espacial.m* avalia o desempenho do programa para uma *SNR* específica e retorna as figuras 1 a 3, referentes à constelação transmitida, o desvanecimento do canal sem fio para o enlace constituído pela antena 1 no transmissor e 2 no receptor, e a constelação recebida pelo receptor.

A segunda, por sua vez, avalia todas as combinações possíveis das variáveis de entrada para diferentes valores de *SNR*, que varia de 0 a 20 dB. O objetivo desta bateria encontra-se na formação das figuras 4 a 13, que compara o desempenho em termos de *BER* do sistema em função da modulação espacial, simbólica e do código utilizado.

Note que, para as implementações deste trabalho, a *SNR* é definida como a razão entre a energia de símbolo e a variância de ruído, sendo a primeira fixada no valor unitário e permanecendo invariante independentemente do número de bits por símbolo utilizado.

A descrição de cada uma das figuras está reservada para a seção 5, que apresenta os resultados obtidos com a simulação deste programa principal.

4.2 AVALIAÇÃO ÚNICA

A essência deste trabalho consiste em modelar um sistema de comunicação digital com uma modelação mista (espacial e simbólica) e com uso de códigos corretores de erro. Para tal, a função *Modulacao_Espacial.m* foi desenvolvida.

Esta função possui como parâmetros de entrada o tamanho da mensagem binária, o código a ser utilizado, quantos bits são destinados à modulação espacial, quantos à modulação simbólica, a *SNR* no receptor, a taxa de bits, a coerência do canal e um sinal de enable, cuja função é apenas distinguir a simulação única da bateria de simulações, conforme discutido na seção 4.1.

Com todos esses parâmetros, a função procede com uma arquitetura sistemática de um sistema de comunicação genérico, chamando diversas funções para realizar cada etapa deste processo.

No caso do trabalho em questão, os passos que envolvem o transmissor são: a geração da mensagem binária, a codificação da mesma (função *codificador.m*), entrelaçamento no transmissor – necessária para obter-se a diversidade de codificação num sistema com canal lento e palavras-código curtas (função *entrelaca_tx.m*) e a modulação espacial e simbólica (função *modulacao.m*).

Após a transmissão dos símbolos por um canal $N \times N$ (função *canal.m*), o receptor desfaz os procedimentos do transmissor por meio da demodulação (função *demodulacao.m*), do desentrelaçamento dos bits (função *entrelaca_rx.m*) e da decodificação (função *decodificador.m*).

Por fim, a função em questão compara a mensagem binária original com a obtida na saída do receptor, estimando, dessa forma, a taxa de erro de bit (*BER*) do sistema para dada *SNR*.

4.3 CODIFICADOR

A função *codificador.m* recebe como parâmetros a mensagem binária e a codificação que se deseja aplicar sobre a mesma. Por meio de uma estrutura de escolha de caso, a função gera como saída um vetor binário codificado por meio do produto entre a mensagem binária e a matriz geradora do código, conforme foi apresentado na seção 2.3.1, sobre os códigos do bloco.

Para este projeto, é implementado os códigos de repetição ($R = 1/3$), repetição ($R = 1/5$), paridade ($R = 4/5$) e Hamming ($R = 4/7$); como opções ao usuário.

4.4 ENTRELAÇADOR NO TRANSMISSOR

Como mencionado anteriormente, o uso de um entrelaçador faz-se necessário devido a variabilidade lenta do canal em relação ao tamanho pequeno das palavras-código.

Se, por exemplo, considerarmos que a coerência do canal envolve 20 bits consecutivos e as palavras-código possuem comprimento de 5 bits, a palavra inteira seria submetida à um mesmo desvanecimento do canal. Logo, se um desvanecimento profundo levar a perda total dos 5 bits, não será possível ao receptor a obtenção da mensagem, independentemente do código corretor de erro utilizado.

Por outro lado, se os bits forem logisticamente embaralhados de tal forma que bits de uma mesma palavra-código fiquem 20 ou mais bits distantes um do outro, um desvanecimento profundo afetaria apenas um desses bits e, conseqüentemente, um código que corrige ao menos 1 bit permitiria a obtenção correta da mensagem.

Para implementar esta ideia, a função *entrelaca_tx.m* recebe o vetor de mensagem e o utiliza para preencher, linha a linha, uma matriz aproximadamente quadrada. Posteriormente, a matriz é lida coluna a coluna para formar o vetor de saída.

Note que se, por exemplo, a matriz entrelaçadora possuir dimensão de 100x100, os bits da palavra-código ficarão espaçados 99 bits uns dos outros.

4.5 MODULAÇÃO ESPACIAL E SIMBÓLICA

A modulação é executada por meio da função *modulacao.m*, cujos parâmetros de entrada são a mensagem binária entrelaçada, o número de bits dedicados à modulação espacial e o número de bits da modulação simbólica.

O programa consiste em reorganizar o vetor de mensagem em novas palavras-código de tamanho $M+N$, onde M é o número de bits da modulação espacial e N , da modulação simbólica.

Feito isso, os M primeiros bits da palavra-código é convertida para um número decimal que indica a antena pela qual o símbolo será transmitido e o restante dos bits são aplicados na função *pskmod* da biblioteca de comunicação digital do próprio MATLAB.

Para reduzir a *BER* do sistema no caso em que o receptor decida não pelo símbolo correto, mas por um adjacente ao mesmo, utiliza-se o código Gray para mapear os M bits ao símbolo correspondente.

Como resultado de todas essas etapas, a função *modulacao.m* retorna dois vetores de mesmo tamanho: um contendo o índice da antena pela qual o símbolo é transmitido e outro contendo o próprio símbolo (um número complexo pertencente à constelação *M-PSK* estabelecida por N).

Para este projeto é possível a designação de até 2 bits para a modulação espacial e até 3 para a modulação simbólica, sendo implementados as modulações *BPSK*, *QPSK* e *8-PSK*.

4.6 CANAL

O modelo de canal utilizado para modelar o sistema de comunicação consiste num desvanecimento Rayleigh e da adição de um ruído *AWGN* aos símbolos transmitidos. Para tal, a função *canal.m* possui os vetores de índice de antena e símbolo como entrada, bem como o número de bits da modulação espacial, a *SNR* e a variável N_c , sendo esta última relacionada à coerência do canal e previamente calculada por meio das variáveis T_c , R_b , dentre outras.

Em primeiro lugar, a função *canal.m* cria uma matriz de desvanecimento usando a distribuição Rayleigh e com coerência estabelecida por N_c .

Essa matriz possui N^2 linhas, onde N é o número de antenas no transmissor e no receptor. Logo, cada linha representa um enlace entre uma antena no transmissor e uma no receptor, de tal forma que é definido pelo autor que as N primeiras linhas correspondem aos enlaces entre a antena 1 no transmissor e todas as receptoras (em ordem crescente); as próximas N linhas correspondem aos enlaces entre a antena 2 do transmissor e as receptoras; e assim por diante.

Feito isso, é aplicado o desvanecimento indicado pelo vetor de índice aos símbolos do vetor correspondente e, posteriormente, é somado ao resultado um ruído *AWGN* cuja variância é definida pela variável de *SNR*.

O resultado da função *canal.m* é uma matriz de N linhas, onde as linhas representam os símbolos que entregues a cada antena receptora, com os devidos desvanecimentos e ruídos aplicados.

4.7 DEMODULAÇÃO ESPACIAL E SIMBÓLICA

A partir desta seção, as funções tem o objetivo de desfazer os procedimentos descritos até então e reobter a mensagem binária original. Em primeiro lugar, a função *demodulacao.m* obtém, a partir dos símbolos recebidos pelas antenas receptoras os bits codificados e entrelaçados.

Note que para esta etapa assume-se que o receptor obtém, por meio de sequências bits de treinamento ou outro método, o conhecimento da matriz H que representa o canal sem fio entre o transmissor e o receptor. Além disso, o mesmo também possui recursos para estimar a SNR dos símbolos que alcançam cada uma das antenas receptoras.

Com esta estimativa de SNR e por meio de um algoritmo MRC , como mencionado na seção 2.1.5.2, o receptor combina os símbolos das N antenas para obter o símbolo que, provavelmente, foi transmitido. Após isso, tendo conhecimento do canal por meio da estimativa da matriz H , o receptor refaz a transmissão do símbolo provável pela matriz H .

O resultado é comparado com os N símbolos recebidos pelas antenas e, por meio da máxima verossimilhança, infere-se qual o conjunto símbolo e índice de antena que provavelmente foram os transmitidos.

Por fim, a função retorna um vetor binário que, nas condições ideais, é idêntico à saída do entrelaçador do transmissor.

ENTRELAÇADOR NO RECEPTOR

Para desembaralhar os bits e ordená-los numa sequência de palavras-código, é necessário desfazer o entrelaçador, ou seja, escrever os bits coluna a coluna e lê-los linha a linha.

O uso da função *entrelaca_rx.m* ao invés da reaplicação da função utilizada no transmissor é necessária pelo fato das matrizes de entrelaçamento não serem exatamente quadradas. Caso fossem, repetir a função *entrelaca_tx.m* resultaria no mesmo que aplicar a função tópico desta seção: um vetor correspondente a uma sequência de palavras-código.

4.8 DECODIFICADOR

Por fim, a última etapa do sistema consiste na aplicação do código corretor de erro para obtenção da mensagem originalmente transmitida.

A função *decodificador.m* recebe o vetor binário resultante de seção anterior e a variável que indica o código utilizado. Assim, novamente por meio de uma estrutura de escolha de caso, a função utiliza da matriz de paridade H para detectar a síndrome da palavra-código recebida e corrigir os erros quando necessário e possível (nem todos os códigos corrigem erros).

Uma exceção é feita no caso dos códigos de repetição, onde a simples contagem do número de 1's e 0's e a escolha pelo maior é uma maneira mais eficiente de se decodificar a mensagem.

Ao final desta função um vetor de mensagem recebida é formado. Através de sua comparação com a mensagem original a *BER* do sistema é estimada e, posteriormente, apresentada por meio de gráficos de desempenho.

4.9 CONVERSOR DECIMAL-BINÁRIO

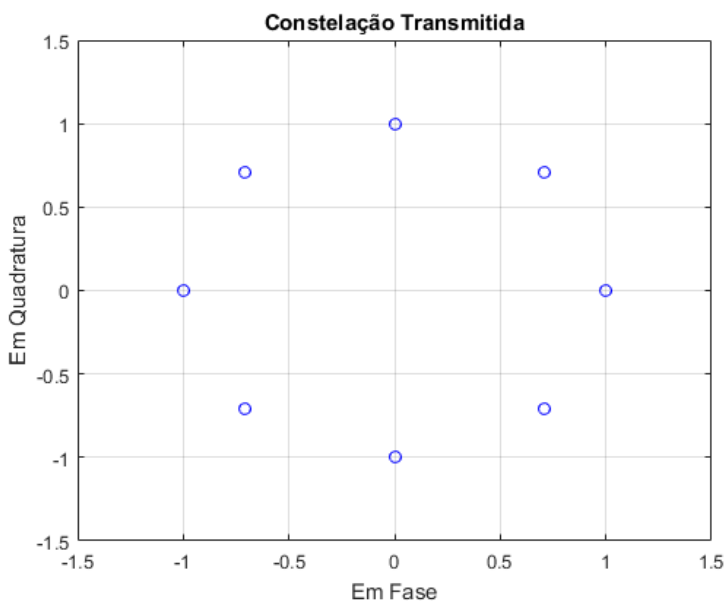
Uma função adicional chamada *binario.m* foi desenvolvida para converter números decimais para binário. Como as funções próprias do MATLAB retornam o vetor binário numa variável do tipo *char*, o autor opta por implementar a própria função para que o vetor binário resultante apresente-se na forma de um vetor numérico cujo elementos podem assumir apenas os valores 1 e 0.

5 DISCUSSÃO DOS RESULTADOS

Continuando com a ideia iniciada na seção 4.1, aqui são apresentadas e discutidas as figuras resultantes da simulação do programa principal, sendo as três primeiras referentes à simulação única, e as demais à bateria de simulações.

As figura 38 a 40, correspondente às figuras 1 a 3 da simulação única, consideram uma simulação com 2 bits destinados à modulação espacial e 3 à modulação simbólica. Além disso, a SNR é avaliada em 10 dB. A seguir, a figura 38 mostra a constelação de símbolos que é transmitida ao receptor.

Figura 38 – Constelação transmitida



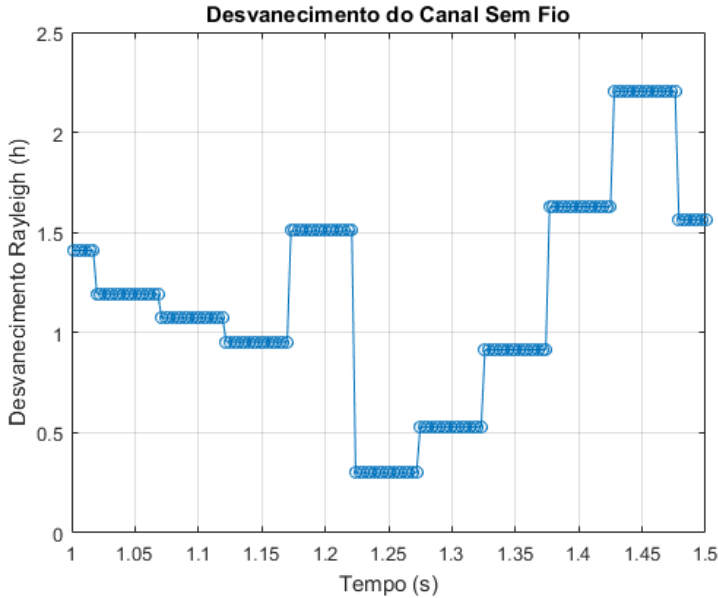
Fonte: O autor (2018).

Note que a constelação transmitida, resultante da aplicação do vetor binário da mensagem codificada e entrelaçada na função *pskmod*, possui energia por símbolo unitária (raio igual a 1) e corresponde à modulação 8-PSK.

Esses símbolos são, em seguida, transmitidos pelo canal, onde são lhe aplicados o desvanecimento Rayleigh e o ruído *AWGN*. A figura

39 mostra o desvanecimento do primeiro enlace da matriz de canal H , ou seja, o enlace entre as primeiras antenas do transmissor e do receptor.

Figura 39 – Desvanecimento do canal sem fio



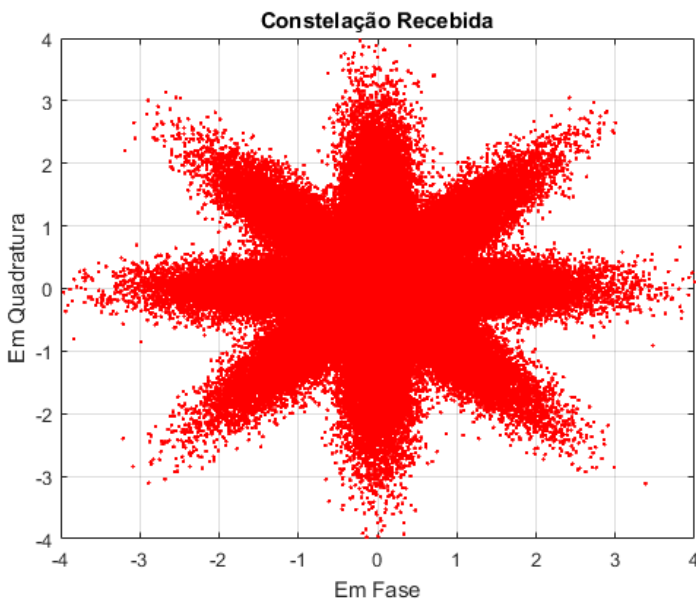
Fonte: O autor (2018).

O objetivo da figura acima é demonstrar que o modelo de canal utilizado é o quasi-estático, onde o desvanecimento aplicado aos símbolos é constante durante certo intervalo de coerência que se altera periodicamente.

É oportuno explicar novamente que se todos os bits de uma palavra-código estivessem submetidos, por exemplo, ao desvanecimento da figura em 1,25 segundos, a probabilidade de se perder toda a mensagem desta palavra seria superior ao caso em que os bits estão sob desvanecimentos distintos (no exemplo, melhores que o de 1,25 segundos).

Após a transmissão dos símbolos pelo canal acima, onde há a aplicação do desvanecimento Rayleigh e do ruído *AWGN*, a figura 40 rerepresenta a constelação do ponto de vista do receptor. Na figura, é apresentada a constelação observada pela primeira antena do receptor.

Figura 40 – Constelação recebida



Fonte: O autor (2018).

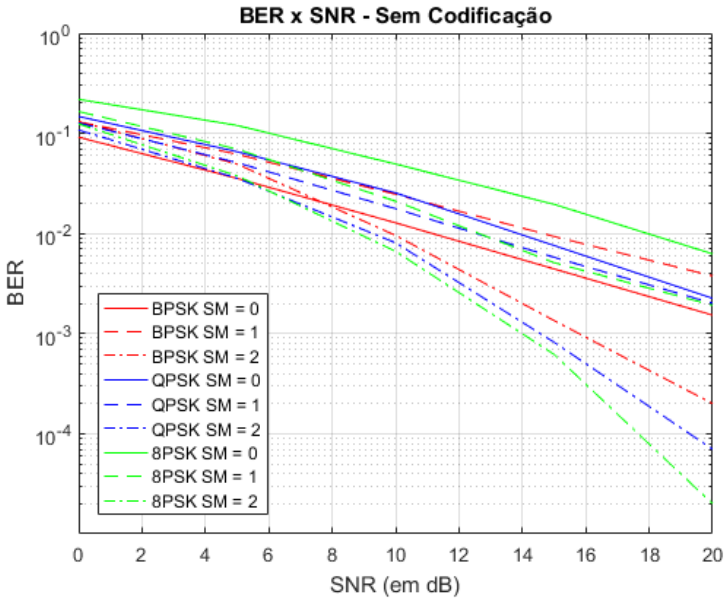
Pela figura percebem-se os dois efeitos incluídos pelo canal aos símbolos transmitidos: a variação radial está relacionada ao desvanecimento, enquanto o efeito de espalhamento é devido ao ruído *AWGN*.

É através desses símbolos que o receptor (no projeto, as funções que desempenham seu papel) trabalha para reobter a mensagem original.

As figuras a seguir estão relacionadas à bateria de simulações, onde a simulação única é repetida diversas vezes para formar os gráficos de desempenho dos sistemas de comunicação em função da *SNR* e tendo como parâmetros o código e os bits destinados a cada uma das modulações – espacial e simbólica – envolvidas.

Tomando como referência a codificação utilizada, as figuras 41 a 46 mostram o desempenho dos sistemas para diferentes códigos, dentre elas os de repetição, paridade, Hamming e o caso de nenhuma codificação.

Figura 41 – Desempenho dos sistemas sem codificação



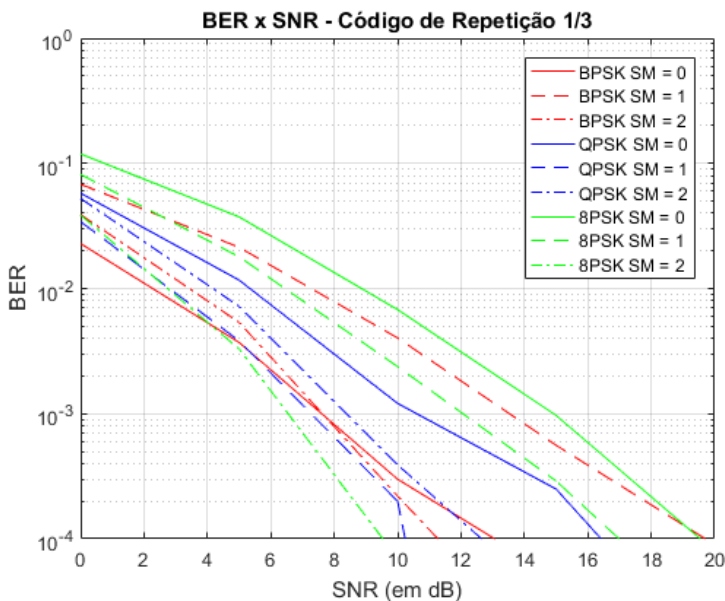
Fonte: O autor (2018).

Na figura acima, as cores vermelho, azul e verde diferenciam a modulação simbólica utilizada como sendo a *BPSK*, a *QPSK* e a *8-PSK*, respectivamente. Complementarmente, as linhas contínuas, tracejadas e traço e ponto diferenciam a modulação espacial aplicada, sendo $SM = 0$ uma antena transmitindo e uma recebendo; $SM = 1$ duas antenas no transmissor e no receptor; e $SM = 2$ como quatro antenas. Esse padrão de diferenciação com linha e cor também é aplicado nas figuras 42 a 46.

Para a figura 41 em específico, note que a *BER* começa a partir de aproximadamente 10% para *SNR* de 0 dB (nível de energia de sinal de mensagem igual ao de ruído) e decai com o aumento da *SNR*. Percebe-se que para modulação espacial com 2 bits há a melhora do desempenho do sistema através do ganho de grau de diversidade, representado pelo aumento da inclinação de decaimento da curva de *BER*.

Para as modulações espaciais de 1 bit, não houve melhora de grau de diversidade em relação a nenhum bit, apenas ganhos lineares devido à combinação das múltiplas entradas no receptor via *MRC*.

A figura 42 mostra o mesmo comportamento. Contudo, com a utilização de um código de repetição de taxa $R = 1/3$, há uma melhora no desempenho devido à capacidade de correção de 1 bit.

Figura 42 – Desempenho do código de repetição ($R = 1/3$)

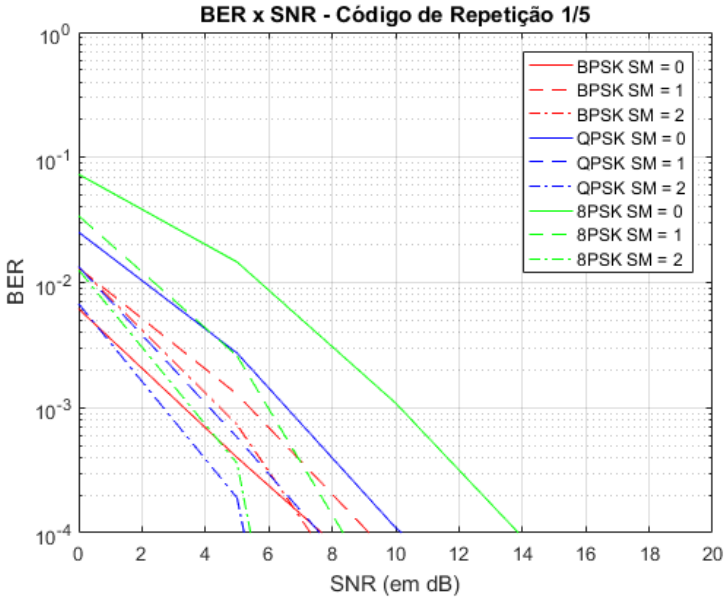
Fonte: O autor (2018).

É perceptível pela figura a melhora de todas as curvas devido à aplicação de um código corretor de erro. Uma observação interessante é que o desempenho da curva *BPSK* com $SM = 0$ é próximo ao das modulações espaciais com 2 bits.

O autor infere que a capacidade de correção de 1 bit em conjunto com uma transmissão de símbolos de um bit (símbolos com apenas dois níveis lógicos) faz com que o desempenho seja tão alto quanto com a utilização das técnicas mais avançadas de modulação espacial e constelações com mais bits.

Destaca-se que, embora o desempenho seja equivalente, a eficiência energética e o tempo total para transmitir a mensagem são bastante inferiores ao das alternativas.

Primeiramente, a não utilização de bits verdes pela modulação espacial e, além disso, o próprio código de repetição implica que será necessário o triplo da energia para transmitir efetivamente um bit de mensagem. Consequentemente, transmitir o triplo de símbolos também implica no triplo de tempo para transmitir toda a mensagem.

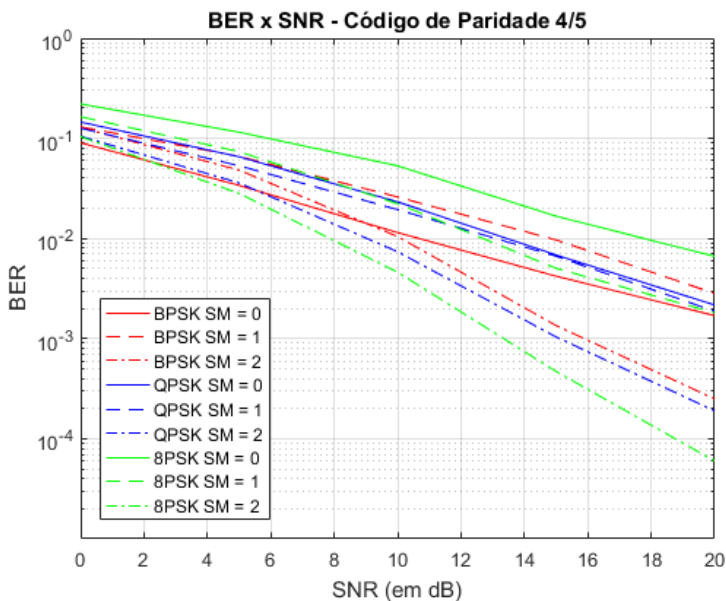
Figura 43 – Desempenho do código de repetição ($R = 1/5$)

Fonte: O autor (2018).

O mesmo vale para a figura 43 acima, onde o código de repetição utilizado é de taxa $R = 1/5$. A diferença do caso anterior é que o desempenho é maior, com uma capacidade de correção de 2 bits; mas a eficiência é pior, com o gasto de cinco vezes mais energia e tempo para transmitir a mensagem.

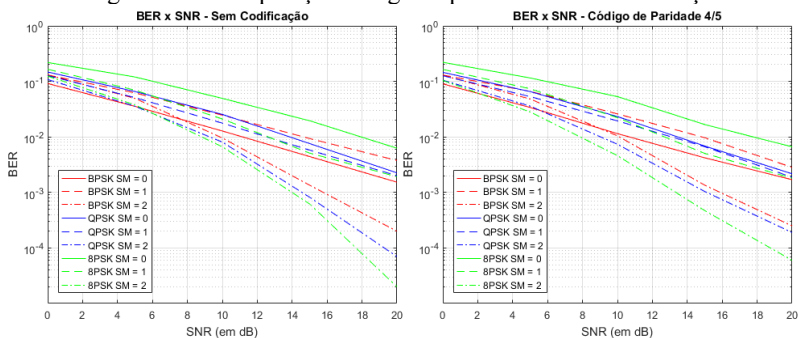
A seguir, a figura 44 mostra o desempenho para o código de paridade. Para esta situação, as curvas de desempenho são semelhantes ao caso sem codificação. A razão disso é que o código de paridade, de acordo com o explicado na seção 2.3.1.2, não corrige erros, apenas detecta os mesmos.

Figura 44 – Desempenho do código de paridade (R = 4/5)



Para permitir uma comparação entre os desempenhos do código de paridade e o caso sem o uso de codificação, propõe-se a figura 45, que reapresenta as figuras 41 e 44 lado a lado.

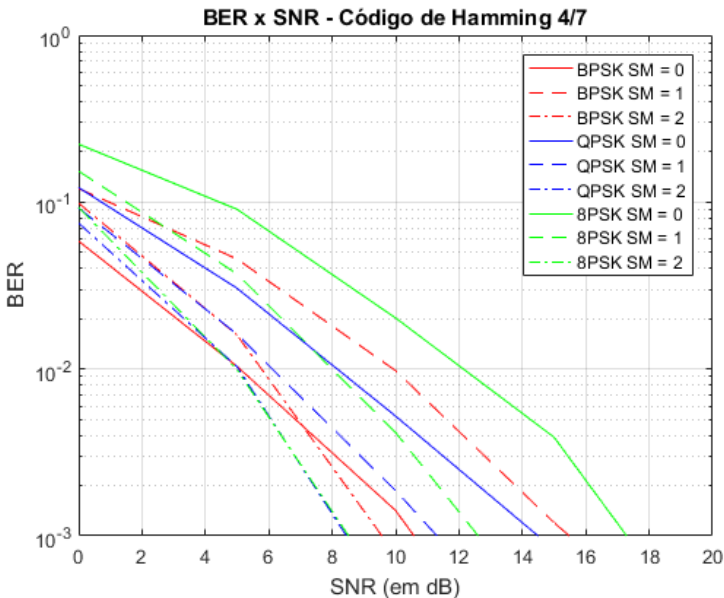
Figura 45 – Comparação código de paridade e sem codificação



Com exceção das diferenças devido a aleatoriedade da simulação, o desempenho dos sistemas com código de paridade e sem codificação são equivalentes.

Abaixo, a figura 46 mostra o desempenho dos sistemas para o último código implementado neste projeto: o código Hamming de taxa $R = 4/7$.

Figura 46 – Desempenho do código Hamming ($R = 4/7$)



Fonte: O autor (2018).

O código da figura acima possui uma taxa de aproximadamente 0,5 e capacidade de correção de 1 bit. Logo, o desempenho tende a ser tão bom quanto ao do código de repetição de taxa $R = 1/3$, porém com uma eficiência energética superior.

Pela figura nota-se que as modulações simbólicas *QPSK* e *8-PSK* possuem desempenho que melhora com o aumento dos bits de modulação espacial. Essa melhora, como mencionado anteriormente, deve-se ao conjunto *MRC* e correção de erros que ocorrem no receptor.

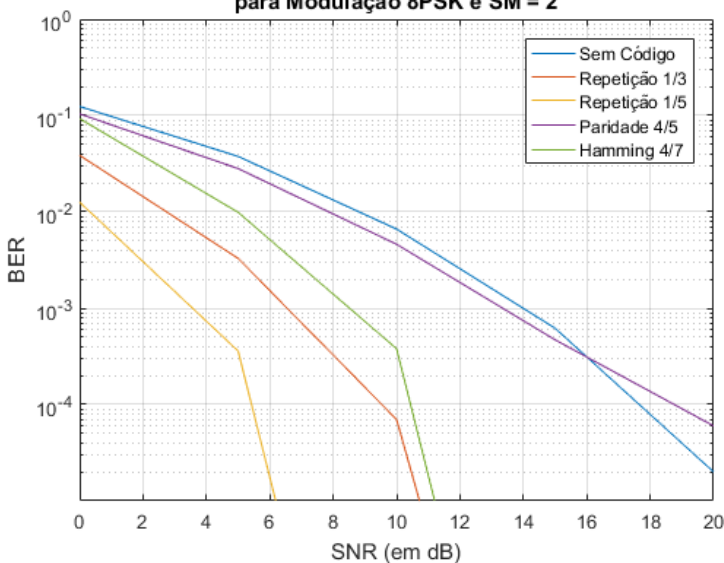
Por outro lado, na modulação *BPSK* o desempenho do sistema sem a modulação espacial supera ao desempenho do sistema com $SM = 1$ e se compara com o desempenho de $SM = 2$.

A razão para esse efeito é que a modulação *BPSK* já possui, por si só, um desempenho elevado devido à baixa eficiência da transmissão de símbolos com apenas dois níveis lógicos. Neste cenário, a utilização de modulação espacial de 1 bit faz com que parte da informação seja incluída no índice da antena de transmissão e, por meio da observação das figuras, infere-se que a demodulação espacial de 1 bit, mesmo com o benefício do *MRC* de duas antenas, apresenta maiores dificuldades ao receptor do que a simples demodulação simbólica *BPSK*.

Contudo, o uso de 2 bits na modulação espacial faz com que os benefícios da combinação dos sinais recebidos pelas antenas supere essa dificuldade, e o desempenho das duas situações sejam próximos.

Para complementar os resultados demonstrados até então, evidenciando alguns pontos já discutidos, são propostas as figuras 47 e 48 a seguir. Enquanto a primeira destaca os efeitos dos códigos corretores de erro, fixando-se a modulação simbólica e espacial; a segunda mostra os benefícios da modulação espacial, fixando-se o código e a modulação simbólica.

Figura 47 – Efeitos da codificação no desempenho
**Efeito dos Códigos Corretores de Erro no Desempenho
 para Modulação 8PSK e SM = 2**

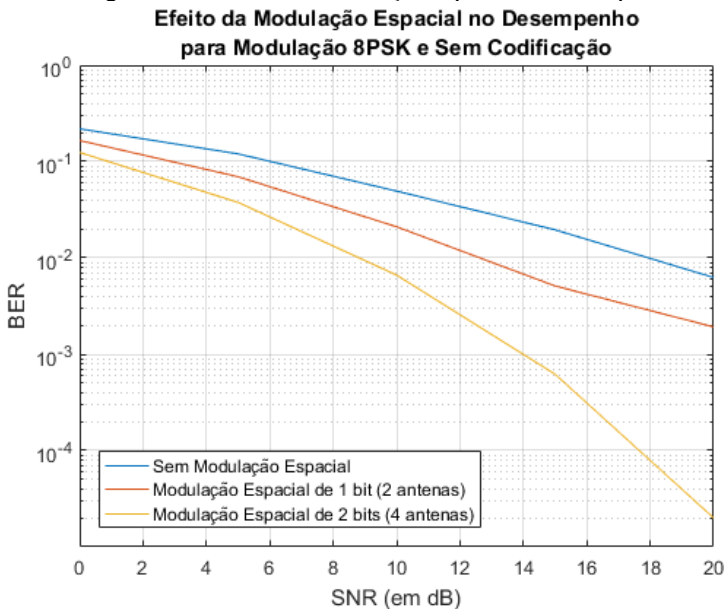


Fonte: O autor (2018).

A figura 47 acima possui como parâmetros fixos a energia de símbolo e as modulações simbólica e espacial. Note que, através da mesma, mostra-se que o desempenho do sistema é inversamente proporcional à taxa do código utilizado, de tal maneira que códigos com piores taxas trazem mais benefícios ao desempenho do sistema.

Além disso, a figura mostra a proximidade do desempenho dos sistemas com código repetição com taxa $R = 1/3$ e código Hamming de taxa $R = 4/7$, cujas capacidades de correção de erro é de 1 bit. O mesmo se aplica para o código de paridade, que não corrige erros – apenas os detecta – e possui desempenho semelhante ao cenário sem codificação.

Figura 48 – Efeitos da modulação espacial no desempenho



Fonte: O autor (2018).

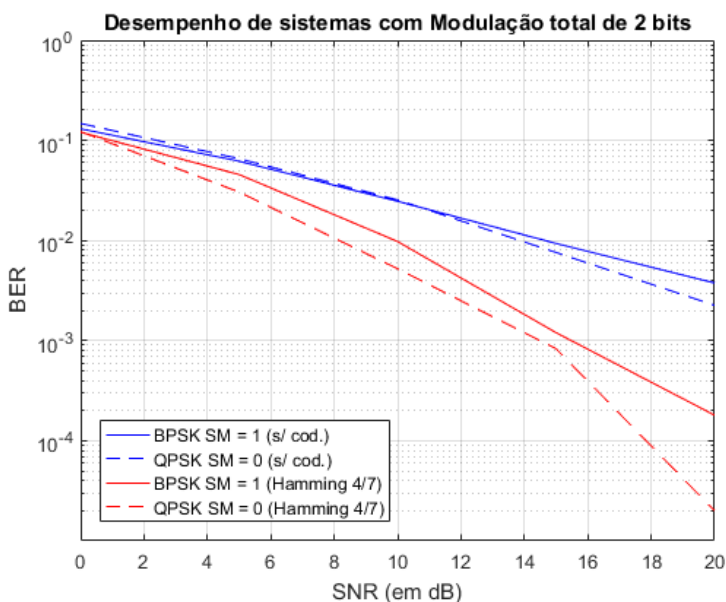
Similar à figura 47, a figura acima fixa o código utilizado ao invés dos bits de modulação espacial. Através da mesma observa-se que o desempenho do sistema melhora com o aumento do número de bits destinada do à modulação espacial, devido ao ganho de grau de diversidade de codificação proporcionado pelo entrelaçamento dos bits no transmissor e pela combinação das entradas do receptor via *MRC*.

Para finalizar a análise dos resultados obtidos, propõem as figuras 49 a 51, que reúnem cenários com o mesmo número total de bits

envolvidos na transmissão de um símbolo, ou seja, casos onde o número de bits usados na modulação espacial, somados aos bits da modulação simbólica, é o mesmo.

A figura 49 abaixo concentra quatro curvas onde a modulação total empregada é de 2 bits por símbolo. Neste contexto, os casos envolvidos incluem as modulações *BPSK* com $SM = 1$ e *QPSK* com $SM = 0$.

Figura 49 – Desempenho da modulação total de 2 bits



Fonte: O autor (2018).

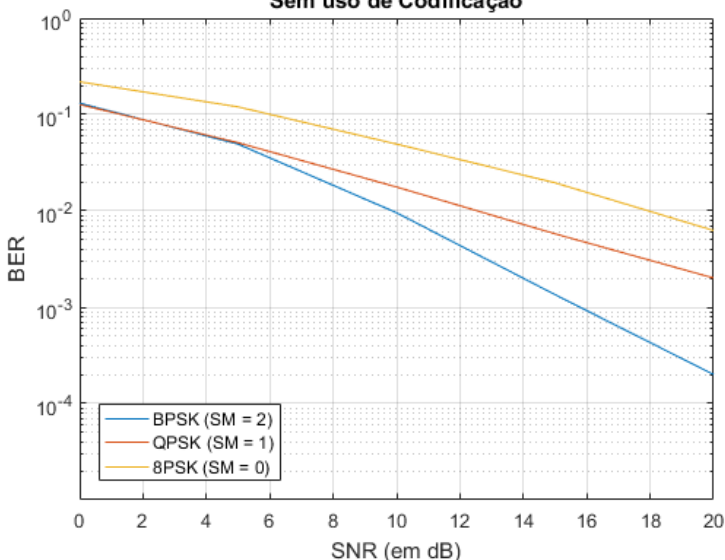
A figura mostra que o desempenho da modulação *QPSK* supera ao do *BPSK*. A razão disso é que, como explicado anteriormente, a modulação *BPSK* pura já é de alto desempenho e que a melhoria de desempenho esperada da inclusão da modulação espacial e, conseqüentemente, da diversidade e da combinação *MRC*, não se manifesta devido à maior dificuldade de se executar esses processos em relação à demodulação *BPSK* convencional.

Essa dificuldade acaba por piorar, inicialmente, o desempenho da modulação *BPSK* sem modulação espacial. Apenas quando 2 bits são utilizados na modulação espacial o desempenho do *BPSK* começa a melhorar proporcionalmente ao número de bits, o que é observado nas

figuras 41 a 46, onde a ordem de desempenho da modulação *BPSK*, do melhor para o pior, vai de $(SM = 2) > (SM = 0) > (SM = 1)$, considerando valores de *SNR* elevados.

A figura 50, por sua vez, resume casos onde a modulação total utiliza 3 bits. Nela, o desempenho é melhor nas modulações que utilizam mais bits para a modulação espacial.

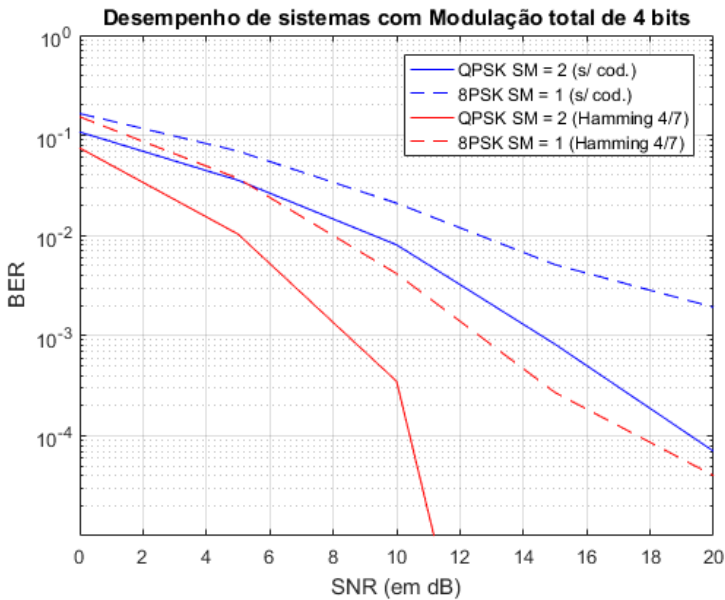
Figura 50 – Desempenho da modulação total de 3 bits
Desempenho de sistemas com Modulação total de 3 bits
Sem uso de Codificação



Fonte: O autor (2018).

É lógico pensar que, enquanto dedicar mais bits numa modulação simbólica cuja energia por símbolo é unitária implica numa distância menor entre os símbolos da constelação e, conseqüentemente, a uma piora do desempenho; mais bits para a modulação espacial resultam em mais entradas para a combinação via *MRC* no receptor, o que leva a um desempenho melhor. Isso é observado tanto na figura acima quanto na figura 51, onde sistemas com modulação total de 4 bits são reunidos.

Figura 51 – Desempenho da modulação total de 4 bits



Fonte: O autor (2018).

Nesta última figura, reúnem-se as modulações *QPSK* com $SM = 2$ e *8-PSK* com $SM = 1$. Novamente, o uso de mais bits na modulação espacial resulta em maiores benefícios para o desempenho do sistema.

Com isso encerra-se a apresentação dos resultados. A próxima seção é dedicada para sintetizar os principais pontos do desenvolvimento deste projeto, destacando as dificuldades que ocorreram bem como o significado dos resultados aqui discutidos. Além disso, o autor apresenta pareceres que podem inspirar futuros trabalhos na área de comunicações digitais e possíveis melhorias que podem ser implementadas para complementar esta obra.

CONCLUSÃO

A utilização das técnicas de codificação e modulação espacial mostram-se promissoras na melhora do desempenho dos sistemas de comunicação digital.

Os resultados obtidos apontam que há melhora do desempenho quando utilizado mais bits na modulação espacial, devido ao ganho de grau de diversidade e combinação das entradas no receptor via *MRC*; e códigos com taxas menores, significando a transmissão de mais redundâncias para a correção de erros.

A exceção dessa melhoria de desempenho encontra-se nas modulações simbólicas de poucos bits, como é o caso da *BPSK*. Nessa, a demodulação simbólica possui menor probabilidade de erro do que a demodulação espacial, o que leva, num primeiro momento, a uma piora do desempenho quando utilizado um bit de modulação espacial.

Com o uso de dois bits, as vantagens da diversidade e da combinação *MRC* no receptor compensam essa piora inicial, e o desempenho volta a melhorar proporcionalmente à modulação espacial aplicada. Neste ponto, uma sugestão para futuros trabalhos na área seria explorar com maiores detalhes essa relação entre a modulação espacial e o desempenho da modulação *BPSK*.

Outra sugestão para pesquisas futuras é a complementação da pesquisa iniciada por este trabalho, com a implementação, por exemplo, de outras modulações simbólicas diferentes da *M-PSK*. A *M-PSK*, implementada neste, apresenta a vantagem de que o desvanecimento não interfere significativamente na decisão de símbolos pelo receptor, visto que o desvanecimento inclui uma variância radial e a demodulação *M-PSK* é realizada com o critério angular do símbolo.

Retomando aos benefícios da utilização de modulação espacial e códigos corretores de erro, tem-se que, enquanto o primeiro recurso requer um sistema mais denso com dispositivos com múltiplas antenas; o segundo leva a uma menor eficiência energética e maior tempo para transmissão da mensagem.

Por essa razão, um equilíbrio entre a taxa do código utilizado e os bits aplicados à modulação espacial deve ser ponderado para obter-se um sistema com desempenho e eficiência suficientes.

REFERÊNCIAS

- AQUÁRIO. **Antena Log Externa TV 2 em 1 – 14 elementos**. Disponível em: <<http://www.aquario.com.br/tv/antena-log-externa-tv-2-em-1-14-elementos-lu-14.html>>. Acesso em: 14 mar. 2018.
- AZEVEDO, Paulo. **Manual de FTL: Modulações Analógicas e Digitais**. [20--]. Disponível em: <<http://opac.iefp.pt:8080/images/winlibimg.aspx?skey=&doc=73175&img=1181>>. Acesso em: 5 jan. 2018.
- BAUCH, Gerhard; KUSUME, Katsutoshi. **Simple Construction of Multiple Interleavers for Concatenated Zigzag Codes**. Hawaii, USA: Ago. 2017. Disponível em: <<http://citeseerx.ist.psu.edu/viewdoc/download?doi=10.1.1.190.1926&rep=rep1&type=pdf>>. Acesso em: 15 mar. 2018.
- CAÑETE, Francisco J.; et. al. **Measurement and Modeling of Narrowband Channels for Ultrasonic Underwater Communications**. Fev. 2016. Disponível em: <<https://www.ncbi.nlm.nih.gov/pmc/articles/PMC4801632/>>. Acesso em: 13 mar. 2018.
- CIOFFI, John M. **Digital Communications: Coding**. Stanford, US: [2005-2006]. Disponível em: <<https://web.stanford.edu/group/cioffi/doc/book/chap11.pdf>>. Acesso em: 15 mar. 2018.
- CORREA, Sonia M. B. B. **Probabilidade e Estatística**. 2. ed. Belo Horizonte, MG: PUC Minas Virtual, 2003.
- DIAS, Lorenzo A. **Polarização de Canal e Códigos Polares**. 2018. 59 p. Trabalho de Conclusão de Curso (Bacharelado em Engenharia Eletrônica) – Universidade Federal de Santa Catarina, Florianópolis, SC, 2018. [Orientador: Prof. Dr. Bartolomeu Ferreira Uchôa Filho]. Disponível em: <<https://repositorio.ufsc.br/handle/123456789/183347?show=full>>. Acesso em: 4 abr. 2018.
- DI RENZO, Marco et al. **Spatial Modulation for Generalized MIMO: Challenges, Opportunities, and Implementation**. Proceedings of the

IEEE, Institute of Electrical and Electronics Engineers. Vol 102, no. 1, p. 56-103, Jan. 2014.

DUQUE, Welton. **Introdução Os sistemas de Comunicação sem fio são os mais promissores no mercado brasileiro atual. A inserção de novas tecnologias como o WLL e o sistema.** [2016]. Disponível em: <<http://slideplayer.com.br/slide/9788323/>>. Acesso em: 14 mar. 2018.

GIL, Antonio Carlos. **Como elaborar projetos de pesquisa.** 5. ed. São Paulo, SP: Atlas, 2010.

GOLDSMITH, Andrea. **Wireless Communications.** Cambridge University Press, 2005.

HALLIDAY, David; RESNICK, Robert, WALKER, Jearl. **Fundamentos de Física: Óptica e Física Moderna.** 8 ed. Rio de Janeiro, RJ. LTC, 2009.

HAYKIN, Simon; MOHER, Michael. **Introdução aos Sistemas de Comunicação.** 2. ed. São Paulo, SP: Bookman, 2007.

HONING, Michael L. **EECS 380: Wireless Communications.** Out. 2009. Disponível em: <<http://slideplayer.com/slide/6361041/>>. Acesso em: 15 mar. 2018.

KITANO, Cláudio. **Polarização de Ondas, Polarizadores e Aplicações.** Jun. 2017. Disponível em: <<http://www.feis.unesp.br/Home/departamentos/engenhariaeletrica/optoeletronica/polarizacao-de-ondas-e-aplicacoes.pdf>>. Acesso em: 14 mar. 2018.

KULKARNI, Vishakha A.; NAVALE, V. S. **Performance Measurement of Polarization Diversity Printed Dipole Antenna using High Frequency Pin Diode for WLAN.** International Journal of Advanced Research in Electrical, Electronics and Instrumentation Engineering. Vol. 2. p. 1917-1923. Mai. 2013.

KUSUMOTO, Hironori et al. **Performance comparison between Single-User MIMO and Multi-User MIMO in wireless mesh networks.** The 15th International Symposium on Wireless Personal Multimedia Communications. p. 202-206, 2012. Disponível em:

<<http://ieeexplore.ieee.org/search/searchresult.jsp?searchWithin=%22Authors%22:QT.Hironori%20Kusumoto.QT.&newsearch=true>>. Acesso em: 6 mar. 2018.

THE MATHWORKS INC. **MATLAB**. Disponível em: <<https://www.mathworks.com/products/matlab.html>>. Acesso em: 9 abr. 2018.

MHOON, David. **License Free Ethernet Radio Modems: The Only Wireless Ethernet Modem Designed for Industrial Enviroments**. Abr. 1999. Disponível em: <<http://dlgweb.pairsite.com/articles/indcom99.htm>>. Acesso em: 4 jan. 2018.

MOREIRA, Jorge Castiñeira; FARRELL, Patrick Guy. **Essentials of Error-Control Coding**. John Wiley & Sons, Ltd: 2006.

MOON, Todd K. **Error Correction Coding: Mathematical Methods and Algorithms**. Wiley-Interscience: 2005.

OLIVEIRA, Roberto M.; LAMARE, Rodrigo C. **Códigos Polares e Puncionamento Baseado em Polarização para Sistemas 5G**. XXXV Simpório Brasileiro de Telecomunicações e Processamento de Sinais. p. 629-633. São Pedro, SP: Set. 2017. Disponível em: <<http://www.sbrt.org.br/sbrt2017/anais/1570359109.pdf>>. Acesso em: 2 abr. 2017.

POOLE, Ian. **OFDM Orthogonal Frequency Division Multiplexing Tutorial**. Disponível em: <<http://www.radio-electronics.com/info/rf-technology-design/ofdm/ofdm-basics-tutorial.php>>. Acesso em: 14 mar. 2018.

RODRIGUES, Danilo. **Lista de Canais Terrestres: Listando Canais de Florianópolis - SC**. [2018]. Disponível em: <http://www.portalbsd.com.br/terrestres_channels.php?channels=185>. Acesso em: 6 mar. 2018.

SHAPIRO, Olga. **MIMO & 802.11ac: Challenge or Opportunity?**. Fev. 2014. Disponível em: <https://www.eetimes.com/author.asp?section_id=36&doc_id=1321150>. Acesso em: 6 mar. 2018.

SOUZA, Reginaldo Nunes de; ABRÃO, Taufik. **Modulação Espacial para Sistemas de Comunicação MIMO**. Semina: Ciências Exatas e Tecnológicas. Vol. 33, no 2, p. 197-214, Dez. 2012.

STETLER, Brian. **Maximizing LTE Performance Through MIMO Optimization**. PCTEL, 2011.

STEWART, Bob et al. **Software Defined Radio: using MATLAB & Simulink and the RTL-SDR**. 1 ed. University of Strathclyde, 2015.

TULLBERG, Hugo et al. **The METIS 5G system concept: Meeting the 5G requirements**. *IEEE Commun. Mag.* Vol. 54, no. 12, p. 132-139, Dec. 2016.

UCHÔA FILHO, Bartolomeu F. **Probabilidade e Teoria da Informação**. Curso de Especialização em Processamento de Sinais para Telecomunicações: Agosto, 2005.

VALDUGA, Samuel Tumelero. **Esquema de Comunicação MIMO para Quatro Antenas Transmissoras e Taxa de Transmissão Unitária**: 2014. 84 p. Dissertação (Mestrado em Ciências da Computação) – Universidade Federal de Santa Maria, Santa Maria, RS, 2014. [Orientador: Prof. Dr. Renato Machado; Prof. Dr. Andrei Piccinini Legg]. Disponível em: <<https://www.tecmundo.com.br/educacao/897-elaboracao-de-referencias-em-trabalhos-academicos-3-de-4-.htm>>. Acesso em: 20 mar. 2018.

VIEIRA, Eziel. **Biografia de Augustin-Jean Fresnel**. Out. 2015. Disponível em: <<http://biografiaecuriosidade.blogspot.com.br/2015/10/biografia-de-augustin-jean-fresnel.html>>. Acesso em: 4 jan. 2018.

WU, Jean-Daniel. **Future Electronics – MIMO: HOW DOES 802.11 BENEFIT FROM MULTIPLE-ANTENNA TECHNIQUES?**. Nov. 2016. Disponível em: <<http://fcs.futureelectronics.com/2016/11/future-electronics-mimo-how-does-802-11-benefit-from-multiple-antenna-techniques/>>. Acesso em: 13 mar. 2018.

APÊNDICE A – Código MATLAB usado na Simulação

- Programa Principal: *main.m*

```

% UNIVERSIDADE FEDERAL DE SANTA CATARINA
% CTC - DEPARTAMENTO DE ENGENHARIA ELÉTRICA E
ELETRÔNICA
% CURSO DE GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA ELETRÔNICA
% TRABALHO DE CONCLUSÃO DE CURSO

% ORIENTADOR: PROF. DR. BARTOLOMEU F. UCHÔA-FILHO
% ALUNO: OSVALDO TOMINAGA

% TEMA: DIVERSIDADE DE CODIFICAÇÃO COM BITS VERDES
PARA SISTEMAS MIMO
%%
% LIMPAR DADOS DA SIMULAÇÃO ANTERIOR
clear all;
clc;
close all;

%%
% DESCRIÇÃO DAS VARIÁVEIS DE SIMULAÇÃO
% tam_mens          tamanho da mensagem binária (em
bits)
% cod              código a ser utilizado
%   1 -> repetição (1/3)
%   2 -> repetição (1/5)
%   3 -> paridade (4/5)
%   4 -> hamming (4/7)
%   outros -> sem codificação
% bits_Mod_Esp     número de bits usados na
modulação espacial
%   0 -> sem modulação espacial
%   1 -> duas antenas no Tx e Rx
%   2 -> quatro antenas no Tx e
Rx
% Mod_Sinal        modulação de sinal a ser
utilizado
%   1 -> BPSK
%   2 -> QPSK
%   outros -> 8-PSK
% SNR_dB           razão sinal ruído no receptor (em
dB)
% Rb               taxa de bits (em bps)

```

```

% Tc                                tempo de coerência do canal (em
segundos)

%%
% PARÂMETROS GERAIS
Rb = 1000;
Tc = 0.05;
tam_mens = 100000;

%%
% 1) SIMULAÇÃO ÚNICA
cod = 1;    bits_Mod_Esp = 0;    Mod_Sinal = 3;
SNR_dB = 10;
BER =
Modulacao_Espacial(tam_mens,cod,bits_Mod_Esp,Mod_Sina
l,SNR_dB,Rb,Tc,1);

%%
% 2) BATERIA DE SIMULAÇÕES
SNR_dB = 0:5:20; % resolução da SNR (em dB)
Resultados = [];
for cod = 0:4
    for Mod_Sinal = 1:3
        for bits_Mod_Esp = 0:2
            for q = 1:length(SNR_dB)
BER(q) =
Modulacao_Espacial(tam_mens,cod,bits_Mod_Esp,Mod_Sina
l,SNR_dB(q),Rb,Tc,0);
                end
                Resultado = [cod, bits_Mod_Esp,
Mod_Sinal, BER];
                Resultados = [Resultados; Resultado];
            end
        end
    end
end

%%
% FIGURA 1 - CONSTELAÇÃO TRANSMITIDA (SIMULAÇÃO
ÚNICA)
% FIGURA 2 - DESVANECIMENTO DO CANAL SEM FIO (TX1 -
RX1)
% FIGURA 3 - CONSTELAÇÃO RECEBIDA (SIMULAÇÃO ÚNICA)

%%
% FIGURA 4 - BER x SNR (SEM CODIFICAÇÃO)
figure(4)

```

```

        semilogy(SNR_dB,Resultados(1,4:end),'r-'); % 1
antena TxRx
        hold on;
        semilogy(SNR_dB,Resultados(2,4:end),'r--'); % 2
antenas TxRx
        semilogy(SNR_dB,Resultados(3,4:end),'r-.'); % 4
antenas TxRx
        semilogy(SNR_dB,Resultados(4,4:end),'b-'); % 1
antena TxRx
        semilogy(SNR_dB,Resultados(5,4:end),'b--'); % 2
antenas TxRx
        semilogy(SNR_dB,Resultados(6,4:end),'b-.'); % 4
antenas TxRx
        semilogy(SNR_dB,Resultados(7,4:end),'g-'); % 1
antena TxRx
        semilogy(SNR_dB,Resultados(8,4:end),'g--'); % 2
antenas TxRx
        semilogy(SNR_dB,Resultados(9,4:end),'g-.'); % 4
antenas TxRx
        title('BER x SNR - Sem Codificação');
        legend('BPSK SM = 0','BPSK SM = 1','BPSK SM =
2',...
                'QPSK SM = 0','QPSK SM = 1','QPSK SM =
2',...
                '8PSK SM = 0','8PSK SM = 1','8PSK SM =
2',...
                'Location','Southwest');
        xlabel('SNR (em dB)');
        ylabel('BER');
        xlim([min(SNR_dB) max(SNR_dB)]);
        ylim([1e-5 1]);
        grid;
        hold off;
%%
% FIGURA 5 - BER x SNR (REPETIÇÃO 1/3)
figure(5)
        semilogy(SNR_dB,Resultados(10,4:end),'r-'); % 1
antena TxRx
        hold on;
        semilogy(SNR_dB,Resultados(11,4:end),'r--'); % 2
antenas TxRx
        semilogy(SNR_dB,Resultados(12,4:end),'r-.'); % 4
antenas TxRx
        semilogy(SNR_dB,Resultados(13,4:end),'b-'); % 1
antena TxRx

```

```

semilogy(SNR_dB,Resultados(14,4:end),'b--'); % 2
antenas TxRx
semilogy(SNR_dB,Resultados(15,4:end),'b-.'); % 4
antenas TxRx
semilogy(SNR_dB,Resultados(16,4:end),'g-'); % 1
antena TxRx
semilogy(SNR_dB,Resultados(17,4:end),'g--'); % 2
antenas TxRx
semilogy(SNR_dB,Resultados(18,4:end),'g-.'); % 4
antenas TxRx
title('BER x SNR - Código de Repetição 1/3');
legend('BPSK SM = 0','BPSK SM = 1','BPSK SM =
2',...
'QPSK SM = 0','QPSK SM = 1','QPSK SM =
2',...
'8PSK SM = 0','8PSK SM = 1','8PSK SM =
2');
xlabel('SNR (em dB)');
ylabel('BER');
xlim([min(SNR_dB) max(SNR_dB)]);
ylim([1e-4 1]);
grid;
hold off;

%%
% FIGURA 6 - BER x SNR (REPETIÇÃO 1/5)
figure(6)
semilogy(SNR_dB,Resultados(19,4:end),'r-'); % 1
antena TxRx
hold on;
semilogy(SNR_dB,Resultados(20,4:end),'r--'); % 2
antenas TxRx
semilogy(SNR_dB,Resultados(21,4:end),'r-.'); % 4
antenas TxRx
semilogy(SNR_dB,Resultados(22,4:end),'b-'); % 1
antena TxRx
semilogy(SNR_dB,Resultados(23,4:end),'b--'); % 2
antenas TxRx
semilogy(SNR_dB,Resultados(24,4:end),'b-.'); % 4
antenas TxRx
semilogy(SNR_dB,Resultados(25,4:end),'g-'); % 1
antena TxRx
semilogy(SNR_dB,Resultados(26,4:end),'g--'); % 2
antenas TxRx
semilogy(SNR_dB,Resultados(27,4:end),'g-.'); % 4
antenas TxRx
title('BER x SNR - Código de Repetição 1/5');

```

```

        legend('BPSK SM = 0', 'BPSK SM = 1', 'BPSK SM =
2', ...
            'QPSK SM = 0', 'QPSK SM = 1', 'QPSK SM =
2', ...
            '8PSK SM = 0', '8PSK SM = 1', '8PSK SM =
2');
    xlabel('SNR (em dB)');
    ylabel('BER');
    xlim([min(SNR_dB) max(SNR_dB)]);
    ylim([1e-4 1]);
    grid;
    hold off;
%%
% FIGURA 7 - BER x SNR (PARIDADE 4/5)
figure(7)
    semilogy(SNR_dB, Resultados(28,4:end), 'r-'); % 1
antena TxRx
    hold on;
    semilogy(SNR_dB, Resultados(29,4:end), 'r--'); % 2
antenas TxRx
    semilogy(SNR_dB, Resultados(30,4:end), 'r-.'); % 4
antenas TxRx
    semilogy(SNR_dB, Resultados(31,4:end), 'b-'); % 1
antena TxRx
    semilogy(SNR_dB, Resultados(32,4:end), 'b--'); % 2
antenas TxRx
    semilogy(SNR_dB, Resultados(33,4:end), 'b-.'); % 4
antenas TxRx
    semilogy(SNR_dB, Resultados(34,4:end), 'g-'); % 1
antena TxRx
    semilogy(SNR_dB, Resultados(35,4:end), 'g--'); % 2
antenas TxRx
    semilogy(SNR_dB, Resultados(36,4:end), 'g-.'); % 4
antenas TxRx
    title('BER x SNR - Código de Paridade 4/5');
    legend('BPSK SM = 0', 'BPSK SM = 1', 'BPSK SM =
2', ...
        'QPSK SM = 0', 'QPSK SM = 1', 'QPSK SM =
2', ...
        '8PSK SM = 0', '8PSK SM = 1', '8PSK SM =
2', ...
        'Location', 'Southwest');
    xlabel('SNR (em dB)');
    ylabel('BER');
    xlim([min(SNR_dB) max(SNR_dB)]);
    ylim([1e-5 1]);

```

```

    grid;
    hold off;
%%
% FIGURA 8 - BER x SNR (HAMMING 4/7)
figure(8)
    semilogy(SNR_dB,Resultados(37,4:end),'r-'); % 1
antena TxRx
    hold on;
    semilogy(SNR_dB,Resultados(38,4:end),'r--'); % 2
antenas TxRx
    semilogy(SNR_dB,Resultados(39,4:end),'r-.'); % 4
antenas TxRx
    semilogy(SNR_dB,Resultados(40,4:end),'b-'); % 1
antena TxRx
    semilogy(SNR_dB,Resultados(41,4:end),'b--'); % 2
antenas TxRx
    semilogy(SNR_dB,Resultados(42,4:end),'b-.'); % 4
antenas TxRx
    semilogy(SNR_dB,Resultados(43,4:end),'g-'); % 1
antena TxRx
    semilogy(SNR_dB,Resultados(44,4:end),'g--'); % 2
antenas TxRx
    semilogy(SNR_dB,Resultados(45,4:end),'g-.'); % 4
antenas TxRx
    title('BER x SNR - Código de Hamming 4/7');
    legend('BPSK SM = 0','BPSK SM = 1','BPSK SM =
2',...
          'QPSK SM = 0','QPSK SM = 1','QPSK SM =
2',...
          '8PSK SM = 0','8PSK SM = 1','8PSK SM =
2',...
          'Location','Northeast');
    xlabel('SNR (em dB)');
    ylabel('BER');
    xlim([min(SNR_dB) max(SNR_dB)]);
    ylim([1e-3 1]);
    grid;
    hold off;
%%
% FIGURA 9 - EFEITO DOS CÓDIGOS CORRETORES DE ERRO
figure(9)
    semilogy(SNR_dB,Resultados(9,4:end)); % sem
código
    hold on;
    semilogy(SNR_dB,Resultados(18,4:end)); %
repetição 1/3

```

```

    semilogy(SNR_dB,Resultados(27,4:end)); %
repetição 1/5
    semilogy(SNR_dB,Resultados(36,4:end)); % paridade
4/5
    semilogy(SNR_dB,Resultados(45,4:end)); % hamming
4/7
    title({'Efeito dos Códigos Corretores de Erro no
Desempenho'; 'para Modulação 8PSK e SM = 2'});
    legend('Sem Código', 'Repetição 1/3', 'Repetição
1/5', 'Paridade 4/5', 'Hamming 4/7');
    xlabel('SNR (em dB)');
    ylabel('BER');
    xlim([min(SNR_dB) max(SNR_dB)]);
    ylim([1e-5 1]);
    grid;
    hold off;

%%
% FIGURA 10 - EFEITO DA MODULAÇÃO ESPACIAL
figure(10)
    semilogy(SNR_dB,Resultados(7,4:end)); % SM = 0
    hold on;
    semilogy(SNR_dB,Resultados(8,4:end)); % SM = 1
    semilogy(SNR_dB,Resultados(9,4:end)); % SM = 2
    title({'Efeito da Modulação Espacial no
Desempenho'; 'para Modulação 8PSK e Sem
Codificação'});
    legend('Sem Modulação Espacial', 'Modulação
Espacial de 1 bit (2 antenas)', ...
'Modulação Espacial de 2 bits (4
antenas)', 'Location', 'Southwest');
    xlabel('SNR (em dB)');
    ylabel('BER');
    xlim([min(SNR_dB) max(SNR_dB)]);
    ylim([1e-5 1]);
    grid;
    hold off;

%%
% FIGURA 11 - COMPARAÇÃO DE CONFIGURAÇÕES COM 2 BITS
figure(11)
    semilogy(SNR_dB,Resultados(2,4:end), 'b-'); %
BPSK com SM = 1 (Sem codificação)
    hold on;
    semilogy(SNR_dB,Resultados(4,4:end), 'b--'); %
QPSK com SM = 0 (Sem codificação)
    semilogy(SNR_dB,Resultados(38,4:end), 'r-'); %
BPSK com SM = 1 (Hamming 4/7)

```

```

semilogy(SNR_dB,Resultados(40,4:end),'r--'); %
QPSK com SM = 0 (Hamming 4/7)
title('Desempenho de sistemas com Modulação total
de 2 bits');
legend('BPSK SM = 1 (s/ cod.)','QPSK SM = 0 (s/
cod.)',...
       'BPSK SM = 1 (Hamming 4/7)','QPSK SM = 0
(Hamming 4/7)',...
       'Location','Southwest');
xlabel('SNR (em dB)');
ylabel('BER');
xlim([min(SNR_dB) max(SNR_dB)]);
ylim([1e-5 1]);
grid;
hold off;

%%
% FIGURA 12 - COMPARAÇÃO DE CONFIGURAÇÕES COM 3 BITS
figure(12)
semilogy(SNR_dB,Resultados(3,4:end)); % BPSK (SM
= 2)
hold on;
semilogy(SNR_dB,Resultados(5,4:end)); % QPSK (SM
= 1)
semilogy(SNR_dB,Resultados(7,4:end)); % 8PSK (SM
= 0)
title({'Desempenho de sistemas com Modulação
total de 3 bits';...
       'Sem uso de Codificação'});
legend('BPSK (SM = 2)','QPSK (SM = 1)','8PSK (SM
= 0)',...
       'Location','Southwest');
xlabel('SNR (em dB)');
ylabel('BER');
xlim([min(SNR_dB) max(SNR_dB)]);
ylim([1e-5 1]);
grid;
hold off;

%%
% FIGURA 13 - COMPARAÇÃO DE CONFIGURAÇÕES COM 4 BITS
figure(13)
semilogy(SNR_dB,Resultados(6,4:end),'b-'); %
QPSK com SM = 2 (Sem codificação)
hold on;
semilogy(SNR_dB,Resultados(8,4:end),'b--'); %
8PSK com SM = 1 (Sem codificação)

```



```

semilogy(SNR_dB,Resultados(42,4:end),'r-'); %
QPSK com SM = 2 (Hamming 4/7)
semilogy(SNR_dB,Resultados(44,4:end),'r--'); %
8PSK com SM = 1 (Hamming 4/7)
title('Desempenho de sistemas com Modulação total
de 4 bits');
legend('QPSK SM = 2 (s/ cod.)','8PSK SM = 1 (s/
cod.)',...
'QPSK SM = 2 (Hamming 4/7)','8PSK SM = 1
(Hamming 4/7)');
xlabel('SNR (em dB)');
ylabel('BER');
xlim([min(SNR_dB) max(SNR_dB)]);
ylim([1e-5 1]);
grid;
hold off;

```

- Funções:

- ***Modulacao_Espacial.m***

```

function BER =
Modulacao_Espacial(tam_mens,cod,bits_Mod_Esp,Mod_Sinal,
SNR_dB,Rb,Tc,en)

% GERAÇÃO DA MENSAGEM BINÁRIA
m = round(rand(1,tam_mens));

% CODIFICAÇÃO DA MENSAGEM
u = codificador(m,cod);

% ENTRELACEMENTO NO TRANSMISSOR
u_ent = entrelaca_tx(u);

% MODULAÇÃO ESPACIAL E DE SINAL
% Antena_Tx -> vetor de índices da antena (a
partir do 1)
% Simbolo -> vetor com símbolos M-PSK (número
complexo de módulo 1)
[Antena_Tx,Simbolo] =
modulacao(u_ent,bits_Mod_Esp,Mod_Sinal);
% Figura 1
if(en==1)
figure(1)

```

```

plot(Simbolo, 'LineStyle', 'none', 'Marker', 'o', 'Color',
'Blue');
    title('Constelação Transmitida');
    xlim([-1.5 1.5]);
    ylim([-1.5 1.5]);
    xlabel('Em Fase');
    ylabel('Em Quadratura');
    grid;

end

% TRANSMISSÃO PELO CANAL
Rs = Rb/(bits_Mod_Esp + Mod_Sinal); %
Taxa de Símbolos
Nc = Tc*Rs; %
Coerência do canal (em símbolos por execução de
canal)
[v,H] =
canal(Simbolo,Antena_Tx,bits_Mod_Esp,SNR_dB,Nc);
if(en==1)
    figure(2)
        tempo = 1:size(H,2);
        tempo = tempo/Rs;
        plot(tempo,H(1,:), '-o');
        title('Desvanecimento do Canal Sem Fio');
        xlim([1 1+10*Tc]);
        ylabel('Desvanecimento Rayleigh (h)');
        xlabel('Tempo (s)');
        grid;
    figure(3)

plot(v, 'LineStyle', 'none', 'Marker', '.', 'Color', 'Red')
;
    title('Constelação Recebida');
    xlim([-4 4]);
    ylim([-4 4]);
    xlabel('Em Fase');
    ylabel('Em Quadratura');
    grid;

end

% DEMODULAÇÃO
% Considerando que o receptor conhece o canal
(matriz H)
[r_ent,symb,r_symb_bits,r_antena_bits] =
demodulacao(v,H,bits_Mod_Esp,Mod_Sinal);

```

```

r_ent = r_ent(1,1:length(u_ent)); % remover os 0s
acrescentados na etapa de modulação

% DESENTRELAÇAMENTO NO RECEPTOR
r = entrelaca_rx(r_ent);
r = r(1,1:length(u));

% DECODIFICAÇÃO
[m_rec] = decodificador(r,cod);

% CÁLCULO DA BER
BER = norm(m-m_rec,1)/length(m);
if BER == 0
    BER = 1e-10; % para traçar
    curva no gráfico
end

```

▪ ***codificador.m***

```

function u = codificador(m,cod)

switch cod
    case 1 % repetição (1/3)
        u = (m')*[1 1 1];
        u = reshape(u',1,3*length(m));
    case 2 % repetição (1/5)
        u = (m')*[1 1 1 1 1];
        u = reshape(u',1,5*length(m));
    case 3 % paridade (4/5)
        u = [];
        G = [1 1 0 0 0; 1 0 1 0 0; 1 0 0 1 0; 1 0 0 0
1];
        for i = 1:length(m)/4
            mens = m(4*i-3:4*i);
            mens = mens*G;
            mens = mod(mens,2);
            u = [u mens];
        end
    case 4 % hamming (4/7)
        u = [];
        G = [1 1 1 1 0 0 0; 0 1 1 0 1 0 0; 1 0 1 0 0
1 0; 1 1 0 0 0 0 1];
        for i = 1:length(m)/4
            mens = m(4*i-3:4*i);
            mens = mens*G;

```

```

        mens = mod(mens,2);
        u = [u mens];
    end
    otherwise % sem codificação
        u = m;
end

```

- ***entrelaca_tx.m***

```

function v = entrelaca_tx(u)

% determinar as dimensões da matriz de entrelaçamento
L = length(u);
l = floor(sqrt(L));
lin = 1;
col = 1;
if L - l.*l > 0
    lin = lin + 1;
end
if L - l*(l+1) > 0
    col = col + 1;
end
% realização do entrelaçamento
u = [u zeros(1,lin*col-length(u))];
v = reshape(u,lin,col);
v = reshape(v',1,lin*col);

```

- ***modulacao.m***

```

function [antena,simbolo] =
modulacao(u,mod_esp,mod_sinal)

antena = [];
simbolo = [];
switch mod_sinal % faz-se o switch caso sejam
adicionados mais modulações
    case 1 % BPSK
        bits_simbolo = 1;
        defasagem = 0;
    case 2 % QPSK
        bits_simbolo = 2;
        defasagem = pi/4;
    otherwise % 8-PSK
        bits_simbolo = 3;
        defasagem = 0;

```

```

end
L = mod_esp + bits_simbolo; % número total de bits
transmitido em dado t
sobra = mod(length(u),L); % ajuste da mensagem
codificada à L ...
u = [u zeros(1,L-sobra)]; % ... completando o vetor
com 0's

base_space = 0:mod_esp-1; % base para converter
bits da modulação
base_space = 2.^base_space; % espacial para
índice de antena
base_symb = 0:bits_simbolo-1; % base para converter
bits da modulação
base_symb = 2.^base_symb; % simbólica para
índice de símbolos

for i = 1:length(u)/L
    pal = u((L*(i-1)+1):L*i); % palavra-código por
transmissão
    space = pal(1:mod_esp); % parte para
modulação espacial (bits)
    symb = pal(mod_esp + 1:L); % parte para
modulação simbólica (bits)

    % Modulação Espacial
    space = fliplr(space);
    space = sum(space.*base_space); % índice da
antena transmissora (com 0)
    antena = [antena, space+1]; % vetor com todos
os índices de antena

    % Modulação Simbólica
    symb = fliplr(symb);
    symb = sum(symb.*base_symb); % índice do
símbolo (com 0)
    if (bits_simbolo <= 3) % ser for
Modulação M-PSK
        symb =
pskmod(symb,2^bits_simbolo,defasagem,'gray');
    end
    simbolo = [simbolo, symb]; % vetor com todos
os símbolos
end

```

- *canal.m*

```
function [v,H] =
canal(Simbolo,Antena_Tx,bits_Mod_Esp,SNR_dB,Nc)

% Geração do Desvanecimento:
pd = makedist('Rayleigh');
h = random(pd,1,(2^bits_Mod_Esp)^2);
H = [];
for i = 1:length(Simbolo)
    if mod(i,round(Nc))==0
        h = random(pd,1,(2^bits_Mod_Esp)^2);
    end
    H = [H,h'];
end

% Aplicação do Desvanecimento:
v = zeros(2^bits_Mod_Esp,length(Simbolo)); % Uma
linha por antena receptora
for k = 1:2^bits_Mod_Esp % Para cada
antena receptora ...
    for i = 1:length(Simbolo) % Para cada
símbolo transmitido ...
        ind = (2^bits_Mod_Esp)*(k-1) + Antena_Tx(i);
% determinar o desvanecimento
        v(k,i) = Simbolo(i)*H(ind,i); % aplicar
desvanecimento
    end
end

% Aplicação do AWGN:
SNR = 10^(SNR_dB/10);
Eb = 1;
N0 = Eb/SNR; % Variância do Ruído AWGN
Noise =
randn(2^bits_Mod_Esp,length(Simbolo))*sqrt(N0/2) +
...

j*randn(2^bits_Mod_Esp,length(Simbolo))*sqrt(N0/2);
v = v + Noise;
```

- *demodulacao.m*

```

function [r,symb,r_symb_bits,r_antena_bits] =
demodulacao(v,H,bits_Mod_Esp,Mod_Sinal)

% MRC das antenas receptoras:
if (bits_Mod_Esp)==0
    escala = 1; % 1 antena receptora
    v_MRC = v;
else
    escala = sum(abs(v)); % vetor ponderação na
MRC das entradas
    v_MRC = sum(v)./escala; % símbolos recebidos
via MRC
end

% Demodulação Simbólica:
switch Mod_Sinal % faz-se o switch caso sejam
adicionados mais modulações
    case 1 % BPSK
        bits_simbolo = 1;
        defasagem = 0;
    case 2 % QPSK
        bits_simbolo = 2;
        defasagem = pi/4;
    otherwise % 8-PSK
        bits_simbolo = 3;
        defasagem = 0;
end
if (bits_simbolo <= 3)
    r =
pskdemod(v_MRC,2^bits_simbolo,defasagem,'gray'); %
demodulação simbólica
end
r_symb_bits = binario(r,bits_simbolo); % bits
correspondentes à modulação simbólica

% Demodulação Espacial:
symb = pskmod(r,2^bits_simbolo,defasagem,'gray'); %
símbolos recebidos ideais
v_estim = [];
for i = 1:size(H,1)
    temp = symb.*H(i,:);
    v_estim = [v_estim; temp]; % possíveis versões
recebidas de cada símbolo em Rx

```

```

end
M_esp = 2^bits_Mod_Esp;           % possibilidades de
antena
r_antena = [];
for i = 1:size(v_estim,2)         % para cada símbolo
...
    verossim = inf;
    for j = 1:(M_esp)             % para cada possibilidade
de antenna ...
        v_est = [];
        for k = 1:(M_esp)
            v_est = [v_est;v_estim(M_esp*(k-1)+j,i)];
        end
        metrica = norm(v_est - v(:,i),2); % distancia
entre o estimado e recebido pelas antenas receptoras
        if (metrica<verossim)
            verossim = metrica;
            antenna = j;
        end
    end
    r_antena = [r_antena antenna]; % demodulação
espacial
end
r_antena_bits = binario(r_antena-1,bits_Mod_Esp);

% Composição da mensagem binária recebida:
if bits_Mod_Esp == 0
    r = r_symb_bits;
else
    r = [r_antena_bits r_symb_bits];
end
r =
reshape(r',1,(bits_simbolo+bits_Mod_Esp)*length(r));

```

- ***entrelaca_rx.m***

```

function v = entrelaca_rx(u)

% determinar as dimensões da matriz de
desentrelaçamento
L = length(u);
l = floor(sqrt(L));
lin = l;
col = l;
if L - l.*l > 0

```



```

        col = col + 1;
    end
    if L - 1*(1+1) > 0
        lin = lin + 1;
    end
    % realização do desentrelaçamento
    u = [u zeros(1,lin*col-length(u))];
    v = reshape(u,lin,col);
    v = reshape(v',1,lin*col);

```

▪ ***decodificador.m***

```

function [m_rec,err] = decodificador(r,cod)

switch cod
    case 1 % repetição (1/3)
        m_rec = reshape(r,3,length(r)/3);
        m_rec = sum(m_rec);
        m_rec = (1+sign(m_rec-1.5))./2;
    case 2 % repetição (1/5)
        m_rec = reshape(r,5,length(r)/5);
        m_rec = sum(m_rec);
        m_rec = (1+sign(m_rec-2.5))./2;
    case 3 % paridade (4/5)
        r = reshape(r,5,length(r)/5)'; % cada linha
= 1 pal. código
        H = [1 1 1 1 1]; % matriz de
paridade
        m_rec = [];
        err = 0;
        for i = 1:size(r,1) % para cada pal. código
        ...
            s = mod(r(i,:)*H',2); % síndrome
            if s==1
                err = err + 1; % erro
detectado
            end
            m_rec = [m_rec r(i,2:end)]; % código não
corrige erros
            % no máximo,
            haverá 1 bit errado
            % por
            palavra-código
        end
    case 4 % hamming (4/7)

```

```

        r = reshape(r,7,length(r)/7)'; % cada linha
= 1 pal. código
        H = [1 0 0 1 0 1 1; % matriz de
paridade
            0 1 0 1 1 0 1;
            0 0 1 1 1 1 0];
        m_rec = [];
        for i = 1:size(r,1)
            s = mod(r(i,:)*H',2); % síndrome
            cor = zeros(1,7); % vetor de
correção
                for j = 1:length(H)
                    if (H(:,j)')==s
bit a ser corrigido
                        cor(j) = 1; % determinar
                    end
                end
                cor = mod(cor+r(i,:),2); % correção da
pal. código
            m_rec = [m_rec cor(1,4:7)]; % extração da
mensagem
        end
        otherwise % sem codificação
            m_rec = r;
end

```

- ***binario.m***

```

function r = binario(u,n)
% converter vetor u (em decimal) para vetor binario r
(em bits)
% onde cada u é representado por n bits

r = [];

for i = 1:length(u)
    a = [];
    b = u(i);
    for j = 1:n
        a = [a mod(b,2)];
        b = floor(b/2);
    end
    a = fliplr(a);
    r = [r; a];
end

```