KAUAN ESPÓSITO DA CONCEIÇÃO

# A CONSTRUÇÃO DE EXPRESSÕES ALGÉBRICAS POR ALUNOS SURDOS: AS CONTRIBUIÇÕES DO MICROMUNDO MATHSTICKS

MESTRADO EM EDUCAÇÃO MATEMÁTICA

UNIBAN

SÃO PAULO

2012

KAUAN ESPOSITO DA CONCEIÇÃO

# A CONSTRUÇÃO DE EXPRESSÕES ALGÉBRICAS POR ALUNOS SURDOS: AS CONTRIBUIÇÕES DO MICROMUNDO MATHSTICKS

Dissertação apresentada à Banca Examinadora da Universidade Bandeirante de São Paulo, como exigência parcial para obtenção do título de **MESTRE EM EDUCAÇÃO MATEMÁTICA**, sob a orientação da Profª. Dra. Lulu Healy (Siobhan Victoria Healy).

**UNIBAN**

**SÃO PAULO**

**2012**

Conceição, Kauan Espósito da

A construção de expressões algébricas por alunos surdos: as contribuições do Micromundo Mathsticks / Kauan Esposito da Conceição. – São Paulo: [s.n.], 2012.

128 f ; Il. ; 30 cm.

Dissertação de Mestrado para obtenção do título de Mestre em Educação Matemática. Programa de Pós Graduação em Educação Matemática da Universidade Bandeirante de São Paulo.

Orientadora: Profª Drª. Lulu Healy (Siobhan Victoria Healy).

1. Surdos 2. Educação matemática 3. Expressões algébricas I. Título.

Autorizo, exclusivamente para fins acadêmicos e científicos, a reprodução total ou parcial desta Dissertação por processos de fotocopiadoras ou eletrônicos.

Assinatura: ________________________________________ Local e Data:__________________

*“Tenha em mente que tudo que você aprende na escola é trabalho de muitas gerações. Receba essa herança, honre-a, acrescente a ela e, um dia, fielmente, deposite-a nas mãos de seus filhos”* (ALBERT EINSTEIN).

Dedico este trabalho primeiramente a Deus,
que esteve presente em todos
os momentos nessa trajetória.

Aos Mestres que acompanharam
esta jornada que agora termina.

Aos meus Pais, que me ensinaram a lutar e
nunca desistir de sonhar.

Aos meus amados Daniela e Pedro,
nue me apoiaram e incentivaram nos momentos
de dificuldade.

## AGRADECIMENTOS

À Deus, por me permitir seguir em frente e completar esta etapa da minha vida.

À minha amiga e orientadora Dra. Lulu Healy, por sua dedicação, suas orientações e contribuições que ajudaram a desenvolver o presente trabalho. Obrigado pela disposição, incentivo, compreensão, companheirismo e amizade que me ofereceu, existem poucas pessoas com um coração tão bom e tive a sorte e o prazer de encontrá-la em meu caminho.

Aos meus pais, por me permitirem uma ótima educação, que serviram como exemplo de força e dedicação, por compreenderem minha falta e apoiarem todo o tempo de construção e conclusão deste trabalho.

Aos meus amores Daniela e Pedro, pela paciência, compreensão, carinho e amor que me deram durante a realização deste trabalho.

Ao Prof. Dr. Alessandro Jacques Ribeiro que me apresentou ao maravilhoso mundo da pesquisa. Obrigado pelo apoio durante a graduação, aos conselhos e sua amizade.

À Prof. Dra. Solange Hassan Ahmad Ali Fernandes, pelas importantes contribuições, tanto em seus trabalhos como nas sugestões dadas na qualificação e defesa.

À Prof. Dra. Tania Margarida Lima Costa, que gentilmente não poupou esforços e esteve presente em minha qualificação e defesa da dissertação, pelas valiosas sugestões que contribuíram para a construção e consolidação deste trabalho.

À CAPES pela bolsa concedida, a qual tornou este sonho possível.

À todos os professores do Programa de Pós-Graduação da Uniban-Anhanguera que de alguma forma contribuíram para que este trabalho fosse concluído. Em especial, as professoras, Rosana Nogueira de Lima, Vera Giusti, Monica Karrer e Janete Bolite Frant.

Aos meus colegas da pós-graduação que compartilharam seus sonhos, suas dificuldades, que me apoiaram e me ajudaram a continuar. Em especial, alguns que participaram mais intimamente deste trabalho e que serei grato pela amizade e confiança: Gerciane Gercina da Silva, Fabiane Marcondes Guimarães e Heliel Ferreira dos Santos.

Aos alunos, que gentilmente concederam seu tempo contribuindo na concretização deste trabalho.

## RESUMO


Este trabalho tem como objetivo fornecer subsídios para a compreensão dos processos de aprendizagem matemática de alunos surdos. Visa também, investigar as interações de aprendizes surdos com situações de aprendizagem envolvendo a construção de expressões algébricas com uma ferramenta digital, o micromundo matemático *Mathsticks*, que possibilita a programação de sequências de padrões figurativas, utilizando uma tartaruga e seus movimentos. Planejamos uma sequência de atividades, apoiados na metodologia *Design Experiments,* que tem como base estudar os processos de ensino pelo qual aprendizes apropriam-se de ideias matemáticas, junto com práticas que sustentem esses processos. Como fundamentação teórica, escolhemos utilizar as ideais de Radford a respeito do pensamento algébrico e os diferentes tipos de generalização: algébricas, aritméticas e induções ingênuas. Participaram deste estudo, seis alunos do 9º ano com idades entre 18 e 31 anos e com diferentes domínios da língua brasileira de sinais. Os resultados indicam que a interação com o micromundo *Mathsticks* motivou os alunos para criar generalizações algébricas e para trabalhar com a noção de número indeterminado, que distingue pensamento algébrico do pensamento aritmético. Nos cenários de aprendizagem possibilitados pelo software, os alunos aproveitaram a oportunidade de expressar sistematicamente as suas ideias matemáticas em formas visuais-espaciais, usando a língua de sinais e as ferramentas do micromundo. O feedback, na forma do comportamento da tartaruga, ofereceu aos alunos uma forma independente de testar essas ideias e o uso de variáveis na programação da tartaruga serviu como um meio, quase concreto, de representar e discutir números indeterminados.



**Palavras-chave:** Educação Matemática, Inclusão, Micromundos, Pensamento Algébrico, Alunos Surdos, Generalização.

# ABSTRACT

This study aims to contribute to understanding the mathematics learning processes of deaf students. To this end, it investigates the interactions of deaf students within learning situations involving the construction of algebraic expressions, using a digital tool, the Mathsticks microworld, which enables the programming of a turtle to produce terms from a sequence of regular patterns. A series of activities were planned, based on the *Design Experiments* methodology, which has as its objective the study of students' learning processes, with a focus on how they create mathematical ideas and the practices that support this creation process. Radford's ideas concerning the characteristics of algebraic thinking and the different forms of generalization, algebraic, arithmetic and naïve inductions, was chosen as the theoretical base for the study. Six 8th grade students, all of whom were deaf, aged between 18 and 31 years and with different degree of proficiency with the Brazilian Sign Language, LIBRAS participated in the study. The results indicate that interaction with the Mathsticks microworld motivated the students to create algebraic generalizations and to work with the notion of indeterminate number, which distinguishes algebraic from arithmetic thinking. In the learning scenarios made available by the software, the students' took advantage of opportunities to systematically express their mathematical ideas in visual-spatial ways, using sign language along with the tools of the microworld. The feedback, composed of the turtles' onscreen behaviour, offered the students a means of testing their ideas and the use of variables in the programming of the turtle served as an almost concrete way to represent and discuss indeterminate numbers.

***Keywords***: Mathematics Education, Inclusion, Microwords, Algebraic thinking, Deaf Learners, Generalization.

# SUMÁRIO

# ÍNDICE DE FIGURAS

# ÍNDICE DE TABELAS

## LISTA DE SIGLAS E ABREVIATURAS

INES – Instituto Nacional de Educação de Surdos.

LIBRAS – Língua Brasileira de Sinais.

LDB – Lei de Diretrizes e Bases da Educação (Lei nº 9394/96).

MEC/INEP – Ministério da Educação e Cultura / Instituto Nacional de Estudos e Pesquisas Educacionais Anísio Teixeira.

NEE – Necessidades Educacionais Especiais.

PCN – Parâmetros Curriculares Nacionais.

PNLD – Programa Nacional do Livro Didático.

# CAPÍTULO 1

## Introdução

Neste capítulo abordaremos algumas questões sobre a aprendizagem matemática de alunos surdos ou que tenham algum grau de perda auditiva destacando as políticas brasileiras de inclusão desses alunos na rede regular de ensino e uma breve revisão das pesquisas já realizadas sobre sua aprendizagem matemática. Falaremos sobre os processos de aprendizagem segundo Radford (2006, 2008 e 2010) que nortearão nossas análises de dados.

### 1.1 Trajetória Pessoal.

Sou professor de Matemática desde 2008, ano em que cursava a licenciatura, trabalhei como professor eventual na rede estadual de São Paulo e atuei sempre na capital do estado.

Meu primeiro contato com tecnologia computacional no campo da Matemática somente aconteceu durante a licenciatura, quando terminei o Ensino Médio no ano de 2003. A escola em que estudei não dispunha de computadores. Nesse primeiro contato fiquei encantado de sair do ambiente “papel e lápis” e trabalhar matemática de uma forma mais dinâmica. Desde então tenho me interessado por tecnologias de aprendizagem.

No ano de 2009, último ano de minha Licenciatura em Matemática, tive a oportunidade de participar do programa de iniciação científica oferecido pela Universidade Bandeirante de São Paulo (UNIBAN), tendo como orientador o Prof. Dr. Alessandro Jacques Ribeiro me incluiu em seu projeto onde participavam mais dois alunos do curso de Licenciatura em Matemática e três alunos do curso de Mestrado em Educação Matemática.

Quero aqui deixar registrada a fundamental importância de ter participado do projeto de iniciação cientifica, esse meu primeiro contato com pesquisa me instigou, percebi como é importante estar a par das novidades no campo educacional no Brasil e no mundo para que possamos acompanhar as novas descobertas.

Uma questão que me preocupa bastante é que em meu curso de licenciatura em nenhum momento tivemos discussões ou matérias que nos permitissem estudar sobre os alunos com necessidades educacionais especiais (NEE). Em algumas escolas que atuei o relato dos professores era sempre de que não estavam preparados para trabalhar com esses alunos. Nas rodas de conversa era bastante comum ouvir os professores reclamarem da lei que trata da inclusão, diziam que só funcionava no papel, pois colocar esses alunos em sala de aulas regulares não era inclusão uma vez que os professores não tinham preparo para enfrentar tal situação e não sabiam como lidar com isso.

A Lei 9394/96, publicada pelo Diário Oficial da União, em 20 de dezembro de 1996, estabelece as Diretrizes e Bases da Educação Nacional (LDB) e dispõe sobre a inclusão escolar de alunos com necessidades educativas diferenciadas.

Apesar de a lei ser de 1996 em 2009, ano em que terminei minha licenciatura ainda não havia nada sobre inclusão no curso que viesse a me ajudar a lidar com alunos com NEE e somente no ano de 2011 as Universidades destinam em seus cursos de licenciatura destinando um espaço para a Língua Brasileira de Sinais (LIBRAS).

Refletindo sobre essas experiências percebo a importância das pesquisas no campo da Educação Inclusiva, uma vez que a lei de educação brasileira assegura o direito à inclusão, está deve ser feita com respaldo das pesquisas cientificas.

No ano de 2010 dei início a minha trajetória como pesquisador no campo da Educação Inclusiva. Entrei no curso de Mestrado em Educação Matemática sob a orientação da Profª. Drª. Lulu Healy.

Está pesquisa está inserida no projeto *Rumo À Educação Matemática Inclusiva* (Healy, 2009) sob coordenação da Professora Doutora Lulu Healy sendo desenvolvida no âmbito do Programa de Pós Graduação em Educação Matemática da Universidade Bandeirante de São Paulo – UNIBAN.

Em pesquisas anteriores, Fernandes e Healy (2007) observaram que apesar das várias leis que vem sendo criada com a intenção de normatizar a inclusão de alunos com necessidades educacionais especiais no sistema educacional, muitos profissionais ligados a educação ainda afirmam não se sentirem preparados para enfrentar tal desafio. Nessa perspectiva, o projeto propõe como objetivo central “preparar recursos humanos, teóricos, metodológicos, pedagógicos e materiais para sustentar práticas matemáticas de alunos portadores de necessidades educacionais especiais incluídos nas salas regulares” Healy (2009; p.01).

O trabalho apresentado neste texto visou contribuir para um aspecto deste objetivo central, ou seja, o desenvolvimento e adequação de materiais pedagógicos e intervenções de ensino para favorecer o acesso a conceitos matemáticos por alunos surdos.

Seguindo a perspectiva do projeto “Rumo À Educação Matemática Inclusiva” procuramos explorar o papel da percepção visual no desenvolvimento do pensamento matemático de alunos surdos, e para tal utilizaremos o computador como ferramenta para o ensino de Generalização de Padrões.

## 1.2 Considerações e problemática.

Observando ainda a legislação que trata da inserção de alunos com necessidades educativas especiais, as escolas públicas têm, desde 1997, adotado uma política de estímulo à inclusão desses estudantes no ensino regular. Segundo Sales (2009), a dificuldade de incluir os alunos surdos nas salas de aula regulares está relacionada à dificuldade comunicativa proveniente dos diferentes domínios que esses alunos têm de LIBRAS (Língua Brasileira de Sinais) e de Língua Portuguesa.

Segundo Fernandes e Healy (2007; p. 1).

> “Apesar das leis destinadas a normatizar o processo de inclusão de alunos com necessidades educacionais especiais, muitas pessoas ligadas a Educação afirmam não se sentirem preparadas para enfrentar tal desafio Mostrando assim a dificuldade dos professores em lidar com essa situação de Inclusão.”

No Brasil de acordo com os dados publicados no MEC/INEP (2010), Ministério da Educação e Cultura / Instituto Nacional de Estudos e Pesquisas Educacionais Anísio Teixeira, as escolas públicas são as mais procuradas e o número de alunos com necessidades educacionais especiais foi de 187.824 matrículas em escolas estaduais, 343.318 matrículas em escolas municipais do país e somente 702 em escolas federais que oferecem poucas vagas ao ensino básico. Totalizando 531.844 alunos com NEE em escolas públicas.

Observamos ainda um aumento gradativo no total de alunos com NEE matriculados na Educação Básica do país de 2007 a 2010. Em 2007 foram matriculados 557.531 alunos, em 2008 matricularam-se 596.904 alunos, em 2009 foram registradas 563.102 matrículas e em 2010 foram totalizadas 631.383 matrículas.

O aumento no número de alunos matriculados na rede pública de ensino pode ser consequência da Lei Federal 7.853, de 1989, que assegura à pessoa que tem algum tipo de necessidade especial o pleno exercício de seus direitos básicos, considerando entre estes o direito à educação. Pode ter relação também ao aumento do número de postos de trabalho que são criados pelas empresas públicas e privadas em cumprimento da Lei 7.853, de 1989, o artigo 93 da Lei n. 8.213, de 1991, o Decreto 3.298, de 1999, e o Decreto 5.296, de 2004, que tratam da inclusão dos deficientes no mercado de trabalho. Segundo essas leis as empresas devem reservar uma porcentagem de vagas, de 2% a 5%, dependendo do número total de funcionários.

As leis favorecem a inclusão de deficientes no mercado de trabalho, agora esse acesso dar-se-á medida que os estudantes forem terminando os níveis básicos de ensino, uma vez que em muitas empresas e também no serviço público é verificada através de avaliações ou concurso público a proficiência necessária daquele sujeito deficiente ao trabalho que está sendo requerido.

É necessário pensar como a inclusão será feita, se a lei beneficia essa inclusão, se há subsídios para que a mesma possa ocorrer de forma heterogênea em todo o país. As escolas precisam repensar suas práticas, considerando o perfil dos alunos.

De acordo com o MEC/INEP (2011, p.17)

> Os sistemas de ensino assegurarão aos educandos com necessidades especiais: I - currículos, métodos, técnicas, recursos educativos e organização específica, para atender às suas necessidades.

Os alunos com NEE precisam de outros recursos, outras formas de ensino, que privilegiem suas outras habilidades, levando em conta que cada indivíduo tem sua maneira particular de aprender. No caso dos alunos surdos, a audição poderá ser de alguma forma substituída por estímulos visuais, a exemplo disso temos a Libras, língua empregada na comunicação.

Acreditamos que se nosso olhar estiver direcionado para explorar outros sentidos do aluno com comprometimento sensorial, podemos favorecer a compreensão do que desejamos ensinar. Em nossa pesquisa com aprendizes surdos desejamos explorar como as interações com ambientes que privilegiam o sentido visual podem contribuir para a compreensão dos conteúdos relacionados à álgebra, mais especificamente, à generalização de padrões.

Nossa pesquisa tem como objetivo estudar o papel das representações visuais na emergência de pensamento algébrico de alunos surdos a fim de verificar se eles apropriam a noção de variável e atribuem significados algébricos para a generalização de padrões.

Mais especificamente pretendemos buscar respostas para as seguintes questões de pesquisa:

- *Quais estratégias e tipos de generalizações emergem quando alunos surdos interagem com um micromundo matemático?*
- *Há evidência de pensamento algébrico nas formas utilizadas para expressar suas generalizações?*

### 1.3 Surdez.

Neste trabalho o termo "surdo" será usado para representar indivíduos que tenham algum grau de perda auditiva. Para justificar a escolha citamos o artigo 2º do Decreto 5.626/2005 que designa um significado para a palavra "surdo".

Decreto nº 5.626, de 22 de Dezembro de 2005.

> Art. 2º Para os fins deste Decreto considera-se pessoa surda aquela que, por ter perda auditiva, compreende e interage com o mundo por meio de experiências visuais, manifestando sua cultura principalmente pelo uso da Língua Brasileira de Sinais – Libras.
>
> Parágrafo único, Considera-se deficiência auditiva a perda bilateral, parcial ou total, de quarenta e um decibéis (dB) ou mais, aferida por audiograma nas freqüências de 500Hz, 1.000 Hz, 2.000Hz e 3.000Hz.

Marchesi (2004) ajuda-nos a entender um pouco sobre os graus de perda auditiva. A perda auditiva é avaliada pela intensidade de diversas frequências. A intensidade do som é medida em decibéis (dB). A escala em que expressam essas diferenças é logarítmica. Isto quer dizer que, entre 30 dB e 40 dB, há, por exemplo, uma diferença menor que a que pode existir entre 80 dB e 90 dB. A frequência refere-se à velocidade de vibração de ondas sonoras, de graves e agudas, e é medida em Hertz (Hz). De acordo com Sassaki, R.K. (2002, p. 2):

> “Tecnicamente, consideramos a deficiência auditiva como sendo a categoria maior, dentro da qual encontramos diversos graus de perda auditiva, variando da surdez leve (25 a 40 db) à anacusia e tendo como níveis intermediários a surdez moderada (41 a 55 db), a surdez acentuada (56 a 70 db), a surdez severa (71 a 90 db) e a surdez profunda (acima de 91 db). Portanto, oficialmente, “deficiência auditiva” e “surdez” significam a mesma coisa. (Inciso II do art. 4º do Decreto nº 3.298, de 20/12/99, que regulamenta a Lei nº 7.853, de 24/10/89).”

Em seu texto, Sassaki comenta sobre o termo “portador” como substantivo e adjetivo. “A condição de se ter uma deficiência faz parte da pessoa e essa pessoa não porta sua deficiência. Ela tem uma deficiência. Tanto o verbo “portar” como o substantivo ou adjetivo “portadora” não se aplica a uma condição inata ou adquirida que está presente na pessoa.

Só é possível portar algo quando há essa possibilidade, por exemplo, em um dia de muito frio uma pessoa pode “portar” uma blusa ou uma jaqueta se preferir, já no caso de uma doença isso não é possível, independe da vontade do sujeito.

Com esse pensamento, apresentaremos ao longo do texto, “alunos surdos” para os nossos sujeitos de pesquisa e “pessoas com deficiência” ao invés de “portadores de deficiência” já que a deficiência não pode ser portada como dito acima.

## 1.4 Alunos surdos, inclusão e Educação Matemática.

A partir do momento que temos maior número de matrículas, leis destinadas a adaptar a educação as necessidades do aluno com NEE, estamos promovendo significativamente o acesso à inclusão?. Essas ações são importantes, mas não suficientes para que se tenha uma educação de qualidade. Pensando no aluno surdo, é necessário investigar as diferentes formas de que este interage com o mundo, considerando as linguagens utilizadas e especialmente a língua de sinais - Libras.

Nosso estudo busca compreender como pessoas surdas constroem significados matemáticos para generalização de padrões. Para fundamentar nosso trabalho buscamos em pesquisas já realizadas perspectivas de como esses sujeitos constroem o pensamento matemático.

Segundo Marschark e Hauser (2008), devemos observar a existência da heterogeneidade entre os alunos surdos, mesmo se considerarmos apenas os fatores relacionados a surdez, por exemplo, o momento do acesso (ou não) à Libras, o uso de aparelhos auditivos ou implantes cocleares e mesmo o grau de perda auditiva.

Embora seja necessária mais investigação nesta área, alguns estudos recentes sugerem que uma maneira de aumentar o acesso dos alunos surdos aos conceitos matemáticos é explorar o uso de representações visuais-espaciais (Bull, 2008; Nunes e Moreno, 2002; Kelly, 2008; Blatto-Vallee, Fonzi, Gaustad, Kelly, Porter, 2007).

Marschark (2006, p.84) ao discutir as diferenças cognitivas entre alunos surdos e alunos ouvintes destaca a importância da modalidade visual para alunos surdos e faz uma observação.

> “O fato de que os indivíduos surdos têm uma maior dependência de informação visual do que a de ouvir os colegas que lidam com informações visuais e verbais (também via modalidade visual) consecutivamente ao invés de simultaneamente, claramente resultará em diferentes estratégias perceptivas e cognitivas diferente daqueles que podem utilizar ambos os estímulos visuais e auditivos”.

Nunes (2004) sugere que os alunos surdos podem ser prejudicados se a eles não são dadas oportunidades de usar suas habilidades visuais-espaciais para representar e manipular informações sequenciais dentro de problemas matemáticos. Usamos a conjectura de Nunes para guiar as atividades desenvolvidas em nossa pesquisa.

O trabalho desenvolvido por Nunes envolveu alunos dos primeiros quatro anos de ensino, e como a maioria das pesquisas investigando a aprendizagem matemática de alunos com necessidades educacionais especiais concentrou-se na aprendizagem aritmética.

Em Blatto-Valley et al. (2007, p.434 - 435), reforçam a posição de Nunes, argumentando que:

> “ambos os professores e pesquisadores concordam que o uso de representações visuais é uma parte importante da Educação Matemática, porque tais representações parecem aumentar a intuição e compreensão em muitas áreas da matemática” (p.434-435).

Eles acreditam que representações visuais podem ser até mais importante para alunos surdos, particularmente porque seu contato informal com noções de matemática fora da sala de aula frequentemente é menor que o de alunos ouvintes, um ponto também observado por Nunes e Moreno (2002).

Para Blatto-Vallee *et al.* a compreensão intuitiva do estudante é um fator que influencia a capacidade do aprendiz ao representar mentalmente conceitos. Essa capacidade é associada, por sua vez, com a habilidade do aluno em aplicar estratégias já aprendidas para resolver novos problemas específicos.

Estes pesquisadores apontam para vários estudos que examinaram as habilidades visuais-espaciais, ou seja, a percepção das relações do espaço entre os objetos dentro do campo de visão, dos surdos e das pessoas com deficiência auditiva, em particular, alguns estudos mostram que pessoas ao utilizar a língua gestual demonstram ter uma vantagem em vários domínios visual-espaciais e concluem que “a capacidade visual-espacial dos usuários da língua de sinais, teoricamente, tem um potencial de influenciar positivamente os alunos surdos nas habilidade matemáticas”.

Usamos essa conjectura para guiar as atividades desenvolvidas em nossa pesquisa e decidimos tentar criar um cenário de aprendizagem, onde o aprendiz tem oportunidade de expressar sistematicamente as ideias matemáticas em formas visuais-espaciais.

Notamos também as tendências nos estudos com surdos e aprendizagem matemática em considerar o desempenho aritmético e “problemas descritos ortograficamente”. Nossa pesquisa vai para o campo algébrico e buscamos situações de aprendizagem em que a abordagem visual-espacial tem potencial na motivação do pensamento algébrico.

## 1.5 Pensamento Algébrico.

Segundo os Parâmetros Curriculares Nacionais do Ensino Fundamental – 6º ao 9º ano (1998, p.115).

> “O estudo da Álgebra constitui um espaço bastante significativo para que o aluno desenvolva e exercite sua capacidade de abstração e generalização, além de lhe possibilitar a aquisição de uma poderosa ferramenta para resolver problemas.”

De acordo com este documento, existe um consenso de que para garantir o desenvolvimento do pensamento algébrico o aluno deve estar necessariamente engajado em atividades que relacionam as quatro diferentes concepções de álgebra, são elas: aritmética generalizada, funcional, equações e estrutural. Em particular, o documento diz que é interessante propor atividades em que os alunos investiguem padrões, tanto em sucessões numéricas como em representações geométricas, para identificar suas estruturas e assim construir a linguagem algébrica para descrevê-los simbolicamente. Entretanto, para escrever a generalidade de sucessões numéricas e de representações geométricas, na forma simbólica, o aluno precisa ter oportunidade de desenvolver o pensamento algébrico e expressá-lo em sua língua natural – no caso de nossos alunos, Libras.

Encontramos em Radford (2006) apontamentos de que, por exemplo, os matemáticos chineses pensavam em formas algébricas sem usar letras e também que Euclides usou letras sem pensar algebricamente. Ele acredita que o pensamento algébrico é composto por três elementos relacionados: um sentimento de indeterminicidade, uma forma de agir analiticamente com objetos indeterminados e o uso de um sistema semiótico adequado de apoio aos dois primeiros elementos, Radford (2010).

Na mesma linha dos PCN, Parâmetros Curriculares Nacionais, encontramos em Radford que a generalização de padrões pode ser um caminho para o pensamento algébrico. Entretanto, ele faz uma diferenciação entre três formas de generalização: algébricas, aritméticas, e induções ingênuas (Radford, 2008). Consistente com a sua caracterização da álgebra, para Radford, apenas pensamos algebricamente quando identificamos uma regularidade em determinados elementos de uma sequência, generalizamos para todos os termos seguintes e por fim criamos uma regra ou esquema para representar esta regularidade, no qual, implicitamente, uma indeterminicidade é expressa. Na generalização aritmética, percebemos uma regularidade, mas ela não permite encontrar todo e qualquer elemento dentro da sequência em questão, normalmente uma generalização aritmética toma a forma de uma regra fundamentada na soma, que relaciona apenas alguns dos elementos da sequência.

Para ilustrar a diferença Radford utiliza este exemplo:


Figura 1 – Sequência de círculos apresentadas por Radford

A sequência numérica aqui é 3, 5, 7...

Um jeito para chegar à generalização algébrica, é perceber a regularidade de crescimento da sequência, 1º termo = 1 + 1 + 1 bolinhas, 2º termo = 2 + 2 + 1 bolinhas, 3º termo = 3 + 3 + 1 bolinhas, e dessa forma afirmar que os próximos termos serão n + n + 1 bolinhas, para qualquer posição da sequência.

Uma forma de generalização aritmética é perceber a regularidade de crescimento da sequência, ou seja, 1º termo = 3 bolinhas, 2º termo = 5 bolinhas, 3º termo = 7 bolinhas, então sempre somamos duas bolinhas à quantidade de bolinhas do termo anterior. Nesse caso há uma generalização, mas não permite encontrar o número de bolinhas para qualquer posição da sequência.

O terceiro tipo de generalização, a indução ingênua, está diretamente ligado a ideia de tentativa e erro, (adivinhação da regra), sem perceber a regularidade da sequência. Por exemplo, alguns dos alunos que participaram do estudo de Radford (2008) tentam uma regra ou uma fórmula "o número + 2" ou "n + 2", percebem que funciona para o primeiro, mas não para o segundo. Continuam tentando, agora arriscam "2n + 2" e "2n + 1" e percebem que a última fórmula funciona para os três termos que eles observaram então o grupo conclui que essa é a fórmula certa sem se preocupar com a estrutura dos termos da sequência.

Nesse capítulo apresentamos a fundamentação teórica de nosso estudo. Apresentamos também algumas pesquisas sobre o potencial das explorações visual-espacial dos alunos surdos na aprendizagem matemática, sobre o pensamento algébrico e seu destaque nos Parâmetros Curriculares Nacionais – PCN.

No próximo capítulo, trataremos da metodologia de pesquisa adotada e da ferramenta tecnológica que utilizamos nesse estudo.

## 2. Metodologia do Estudo e o Design das Atividades.

Neste capítulo apresentaremos a metodologia utilizada em nossa pesquisa. Para tentar compreender como as representações visuais podem auxiliar na aprendizagem matemática, especificamente de alunos surdos, escolhemos por uma pesquisa na perspectiva qualitativa, a metodologia que conduzirá nosso trabalho será o *Design Experiments.*

### 2.1 Abordagem metodológica: *Design Experiments.*

Com base na visão de uma pesquisa qualitativa, adotaremos os *Design Experiments* como metodologia do nosso estudo. Esta metodologia envolve tentativas para estimular certas formas de aprendizagem e ao mesmo tempo fazer um estudo desse processo, permitindo ao pesquisador desenvolver uma melhor compressão das formas pelas quais as noções matemáticas em questão são apropriadas (ou não) pelos aprendizes participantes. Cobb et al (2003).

Os experimentos de *design* visam contribuir para o desenvolvimento e compreensão de "ecologias de aprendizagem". A metáfora com a ecologia foi feita para enfatizar que um contexto de aprendizagem é descrito como um sistema interativo, ou seja, o foco principal são as interações dos elementos desse sistema. Estes elementos são as tarefas ou problemas passados para os alunos, o tipo de dinâmica na sala de aula, os tipos de discursos que são estimulados e os que são praticados, as ferramentas disponíveis utilizadas. Segundo Ribeiro (2007).

> “Um experimento de ensino envolve a avaliação da inovação. Para isso após cada sessão do projeto, deve-se refletir em cima das ações dos aprendizes para planejamento e aprimoramento do encontro seguinte, um processo cíclico chamado de *iterative design.”*

O *iterative design* ou design interativo nos remete a um processo cíclico onde as sessões do projeto de pesquisa passem por uma avaliação inicial, posteriormente a atividade desenvolvida, pode-se avaliar se, e quais objetivos foram atingidos e repensar o que não deu certo ou o que faltou de forma a privilegiar esses aspectos numa próxima atividade, aprimorando a mesma. Ainda em Ribeiro (2007, p.62).

> O objetivo, nesta perspectiva, deve analisar os motivos de uma determinada atividade ter dado certo ou não, e assim partir para modificação das atividades seguintes. Deve-se ficar atento para criar novas conjecturas à medida que o processo for se desenvolvendo. Sendo assim, durante todo o processo a reflexão deverá estar presente após cada encontro.

Esta pesquisa está sendo desenvolvida dentro do projeto Rumo À Educação Matemática Inclusiva, onde todas as ações foram pensadas e discutidas em grupo. A reflexão é o ponto forte desta metodologia, pois permite modificações nas atividades de modo a privilegiar novos olhares.

Nosso experimento contou com duas fases: a fase de desenvolvimento e a fase de experimentação:

Na fase de desenvolvimento, elaboramos os testes das ferramentas materiais e tecnológicas criadas e adaptadas para o processo empírico.

Na fase de experimentação as atividades concentram-se de fato nas experimentações das ferramentas criadas na fase de desenvolvimento.

Assim, como apontado por Vaz (2004), o processo de *design* conteve dois aspectos relacionados. O primeiro consiste no desenvolvimento instrucional e planejamento envolvendo as conjecturas e perspectivas teóricas que nortearam nossas atividades – e em particular a conjectura de que a capacidade visual-espacial dos usuários da língua de sinais tem um potencial de influenciar positivamente as habilidades matemáticas de alunos surdos. O segundo envolveu a análise das atividades por meio de uma estrutura interpretativa emergente, a qual, em nosso caso, foi fundamentada nas ideias de Radford referente ao pensamento algébrico.

## 2.2 Sujeitos da nossa pesquisa.

Os sujeitos dessa pesquisa são alunos de uma escola municipal de Barueri, localizada no Estado de São Paulo. Trabalhamos com três duplas de alunos, todos os seis estudantes cursavam o 9°ano do Ensino Fundamental no período noturno. Apesar de ser uma escola inclusiva, esse grupo era formado, apenas, por estudantes surdos. Todos os estudantes deste grupo são adultos, com idades entre 18 e 31 anos. Antes de iniciar o coletar de dado, todos os alunos leram e assinaram o Termo de Consentimento Livre e Esclarecido. Todas as sessões de pesquisa foram filmadas com duas filmadoras gravando as interações entre os alunos, intérprete, professor, pesquisadores e também as interações dos alunos com o micromundo, capturados por um gravador de telas, *Debut*, um *software* grátis. Também foi coletado todo o trabalho escrito.

Abaixo uma tabela com o nome dos alunos, sujeitos de nossa pesquisa, e seu grau de surdez.

| **Nome do aluno** | **Grau de surdez** |
|---|---|
| Amanda | Surdez profunda |
| Breno | Surdez profunda |
| Elaine | Surdez profunda |
| Felipe | Surdez moderada |
| Nildo | Surdez profunda |
| Téo | Surdez profunda |

Tabela 1: Grau de surdez dos alunos

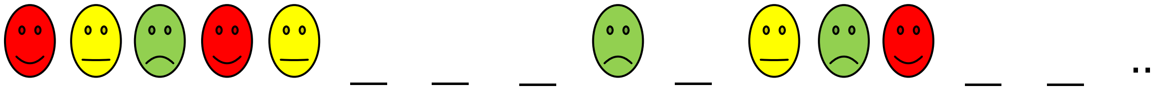
A primeira fase da pesquisa foi dedicada ao *design* do micromundo, MATHSTICKS, e elaboração das tarefas de generalização, como parte dessa fase, duas atividades de generalização foram apresentadas aos alunos utilizando o ambiente papel e lápis, que a partir desse momento vamos chamar de “ambiente escrito”.  A segunda fase, fase da experimentação, foi realizada em três sessões de pesquisa com 90 minutos de duração cada.

Em geral, os sujeitos trabalharam em duplas de modo a estimular o diálogo entre eles. Na segunda sessão da pesquisa a aluna Elaine faltou. A intérprete da escola nos auxiliou durante todo o processo de aplicação das atividades e quatro pesquisadores, incluindo o professor de matemática do grupo, estavam presentes. Todos os pesquisadores agiram como pesquisadores-professores.

## 2.3 Primeiros Passos – Atividade no Ambiente Escrito.

Concentramos nossas tentativas para oferecer atividades e ferramentas que os alunos surdos pudessem engajar pensamentos algébricos e particularmente ter contato com a noção de variável para expressar generalidades algébricas. O primeiro passo deste projeto foi investigar as interações dos alunos com algumas atividades no ambiente escrito. Apresentamos a seguir um breve retrospecto dos resultados obtidos nas atividades preliminares desenvolvida em nosso grupo de pesquisa, para mais detalhes, ver Marcondes e Santos (2010).

As duas atividades preliminares foram aplicadas em dois dias no período noturno. Na primeira atividade (Figura 2) os objetivos eram identificar se os alunos conseguiam perceber e continuar uma dada sequência e se eles podiam prever quais figuras estavam relacionadas às posições na sequência e como eles expressariam a regularidade.



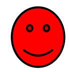
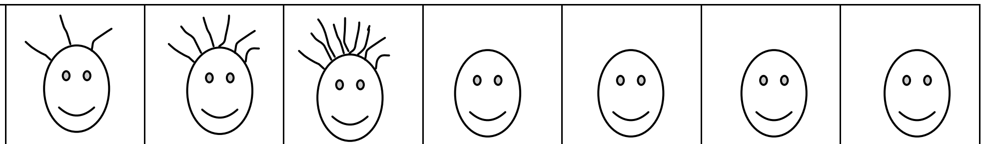
1) Complete as carinhas que faltam.
2) Qual carinha ocupa a posição 6? E a 11?
3) Qual carinha ocupa a posição 3? E a 6? E a 9? E a 15? O que você observa?
4) Qual carinha ocupa a posição 21? E a 30? Explique as suas respostas
5) Qual a regra para determinar todas as posições das carinhas infelizes  ?
6) Quais são as posições das carinhas felizes  ?
7) Quais são as posições das carinhas indiferentes  ?
8) Qual carinha ocupa a posição 40? E a 47?
9) Qual a carinha que ocupa a posição 3001? Como você descobriu?
10) Posso descobrir qual figura está em qualquer posição? Como?

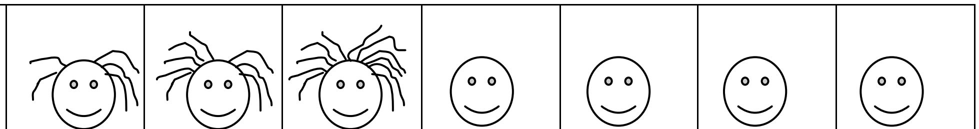
Figura 2: Sequência de “carinhas”.

Observamos que em suas interações os alunos utilizaram apenas estratégias aritméticas ou fizeram induções ingênuas. No nosso grupo de pesquisa, refletimos que talvez a sequência escolhida não favorecesse a observação de uma estrutura geral que os ajudassem a generalizar algebricamente e uma segunda atividade foi aplicada.

Com objetivo de levar os alunos a reconhecer regularidades em sequências algébricas a partir de representações visuais, a segunda atividade consistia em completar a sequência e produzir uma regra que pudesse determinar o número de fios de cabelo em cada dia.

Lulu tem dois filhos Heliel e Fabiane. Um dia Lulu observou que Heliel tinha 3 fios de cabelo e Fabiane 5. E que a cada dia nasciam três novos fios de cabelo em cada um dos seus filhos. Observe a tabela que Lulu fez e complete-a:

| HELIEL |  | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| DIA | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
| FIOS DE CABELO | 3 | 6 | 9 | | | | |

| FABIANE |  | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| DIA | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
| FIOS DE CABELO | 5 | 8 | 11 | | | | |

Como Lulu pode calcular a quantidade de fios de cabelo que Heliel tem em qualquer dia? E de Fabiane?

Figura 3: Os Cabelos de Heliel e Fabiane.

Novamente, nas análises dos dados obtidos ficou evidente que os alunos não estavam pensando na estrutura da sequência e sim em generalizações aritméticas e eventualmente em induções ingênuas. Entretanto, estas estratégias foram suficientes (embora não eficazes) para calcular o elemento da sequência a partir de um termo especificado. O que a atividade não motivou foi a consideração de um termo geral. Mesmo quando realizamos uma tentativa de modelar uma estratégia envolvendo uma generalização algébrica, para os alunos, a utilidade de uma expressão geral não ficou clara. Observamos em particular que, embora as atividades fossem elaboradas para privilegiar estratégias visuais-espaciais, talvez como resultado de algumas de nossas intervenções, em muitas das interações foram destacadas as representações numéricas. Mesmo com sua apresentação visual, a tendência na busca de resoluções não foi a de analisar a estrutura geral da sequência, mas de concentrar-se apenas nas relações numéricas.

Com estes resultados em mente, decidimos partir para uma nova abordagem. Nossa pretensão era privilegiar o pensamento algébrico e em particular motivar os alunos trabalhar com a noção de um número desconhecido, ou seja, nossa pretensão era de criar situações de aprendizagem que destacariam a noção de interdeminicidade, que, de acordo com Radford (2010) é um elemento que caracteriza o pensamento algébrico e o distingue do pensamento aritmético. Em particular, quisemos criar uma situação de aprendizagem na qual os alunos expressassem explicitamente números indeterminados - procuramos, assim, um ambiente de programação, com a ideia de estimular o uso de variáveis, escolhendo trabalhar com o micromundo MATHSTICKS*.*

Esse micromundo*,* originalmente criado por Noss, Healy e Hoyles em 1997 no Reino Unido, foi projetado para permitir a construções de padrões geométricos cujas estruturas poderiam ser descritas algebricamente. Ou seja, o micromundo envolve o aprendiz na construção de um procedimento variável que pode ser utilizada para gerar qualquer termo de uma sequência. O micromundo original não foi concebido para alunos surdos. Para utilizar o micromundo MATHSTICKS com alunos surdos e brasileiros foram necessárias algumas modificações. Foram feitos adaptações na linguagem da interface (traduzimos para o português), no tamanho de ícones e caracteres, e ainda introduzimos mais interações com as cores.

## 2.4 **Apresentando a visão de um micromundo.**

Segundo Healy e Kynigos, a primeira visão de micromundo criada e oferecida à comunidade matemática foi em 1972, na Grã-Bretanha, por Papert no segundo Congresso Internacional de Educação Matemática. Ao invés de usar as tecnologias digitais como uma ajuda para o ensino da matemática escolar a geometria da tartaruga foi apresentada originalmente como uma alternativa para aprender matemática. Em seu livro *Mindstorms* (Papert, 1980), o autor desenvolve a ideia da “reconstrução matemática” e seu anseio por usar o computador como um meio matemático expressivo e conceber uma matemática equipada apropriada para o aluno. O termo “micromundo” associado ao aparecimento do Logo nasceu a mais de 40 anos atrás e suas finalidades e funcionalidades evoluíram dentro da comunidade matemática ao longo dos anos. Para (Sarama e Clements, 2002), o micromundo é redescrito como um ambiente computacional que incorpora um conjunto de conceitos científicos e de relações, de modo que em uma série adequada de tarefas pedagógicas, os alunos podem participar na exploração e na construção de sentido.

Inicialmente os micromundo foram vistos, apenas, como ambientes programáveis onde sua principal característica era a possibilidade de construir modelos gráficos usando uma linguagem de programação. Para os alunos a principal característica foi a capacidade de fazer construções, mudar e estender essas regras e as relações do micromundo em si. A natureza editável e o fornecimento imediato de *feedback*, caracteriza um tipo de aprendizagem na perspectiva de Papert, chamada construcionista.

Ainda em Healy e Kynigos vemos que recentemente a programação reapareceu com a chegada de tecnologias que permitem ferramentas programáveis de simulação e os micromundos, através de professores e alunos, podem continuar trazendo novas possibilidades para a busca de formas alternativas de formalização, destinado a facilitar a geração de significado.

### 2.4.1 MATHSTICKS – um olhar sobre a estrutura.

O MATHSTICKS é um micromundo criado usando a linguagem de programação LOGO. É um micromundo no sentido de que é um mundo com suas próprias regras, onde o usuário do micromundo deve aprender a interagir com essas regras. Esse micromundo nos permite pensar sobre generalizações de padrões figurais, onde podemos ter ações (interações visuais dinâmicas) e representações simbólicas (linguagem de programação – LOGO). Segue uma breve descrição das funções do micromundo.


Figura 4 – Apresentação da interface inicial do micromundo MATHSTICKS.

Nesse micromundo, podemos trabalhar com sequências compostas por palitos e pontos. Para desenhar um palito na tela, basta clicar em qualquer um dos quatro palitos nos ícones no canto superior direito e o palito correspondente aparecerá na posição da tartaruga.

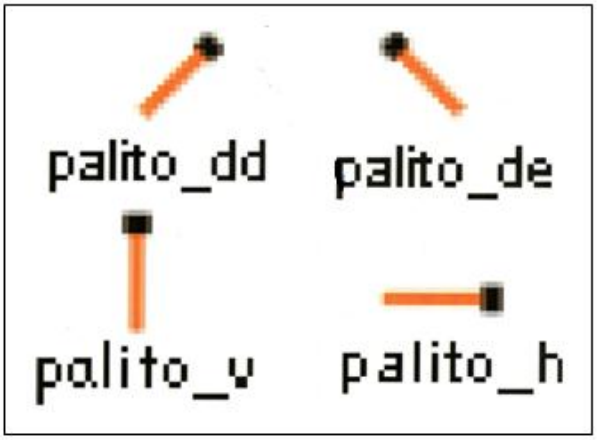



Figura 5 – comandos que constroem os palitos.

Pontos também podem ser desenhados na tela do MATHSTICKS pelo mesmo processo, embora os pontos não tenham sido utilizados nesta pesquisa. O nome de cada palito procurou seguir a abreviação de sua posição. Exemplificando: palito_dd (palito diagonal à direita), palito_de (palito diagonal à esquerda), palito_v (palito vertical) e palito_h (palito horizontal).

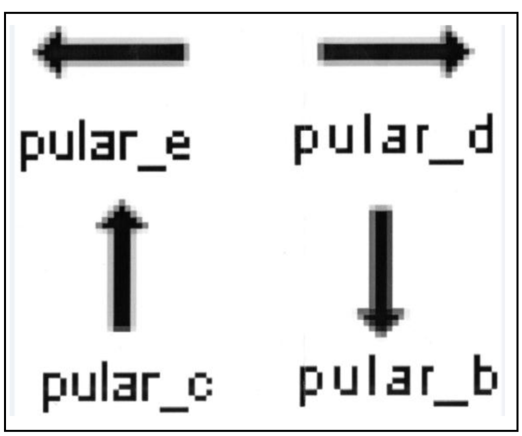



Figura 6 – comandos de movimentos da tartaruga.

As setas pretas determinam o movimento da tartaruga, elas envolvem direção e sentido, pode-se então criar palitos e pontos em diversos lugares da tela. As setas que controlam o movimento da figura também tiveram em sua descrição o nome abreviado do sentido em que movem a tartaruga. Exemplificando: pular_e (pular para esquerda), pular_d (pular para direita), pular_c (pular para cima) e pular_b (pular para baixo).

Logo abaixo das setas há um botão chamado “limpar tela”, apaga tudo que foi feito menos a história como mostra a figura 7.

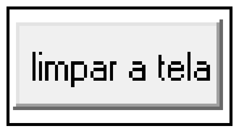



Figura 7 – comando limpar a tela.

No canto superior esquerdo, há uma barra onde podemos aumentar ou diminuir o tamanho dos palitos desenhados pela tartaruga como mostra a figura 8. O tamanho varia entre 0 e 120 unidades de medida do micromundo.

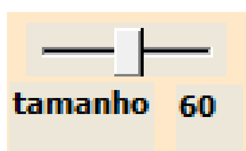



Figura 8 – comando que aumenta o tamanho dos objetos desenhados no micromundo.

No canto inferior esquerdo, podemos utilizar a caixa para determinar o número de palitos que estão na tela. Como mostra a figura 9.

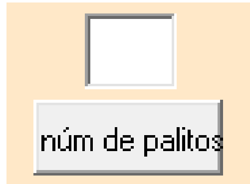



Figura 9 – comando que conta o número de palitos na tela do micromundo.

Uma ferramenta muito importante se localiza no canto inferior direito da tela: uma caixa maior, chamada “história”. Figura 10.

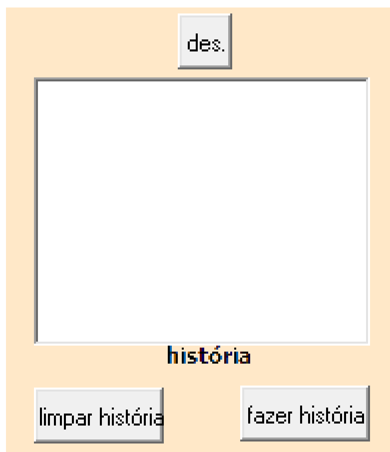



Figura 10 – caixa história desligada.

Nela é possível gravar, simbolicamente, ou seja, utilizando a linguagem do micromundo, todas as ações feitas com os palitos e os pulos. Para isso, basta clicar em “des.” (abreviação de desligado) e a as ações começarão a ser gravadas na caixa. O botão “des.” se tornará automaticamente “lig.” (abreviação de ligado) e a caixa história ficará laranja. Como mostra a figura 11.


Figura 11 – caixa história ligada.

Quando o individuo interagir com o micromundo, ao deixar a caixa história ligada, todas suas ações com pulos e construção de palitos será registrada dentro da caixa que agora está laranja. Para exemplificar, vamos construir um palito no sentido vertical, clicando em sua figura no canto superior direito, em um lugar qualquer dentro do micromundo, em seguida clicamos no comando para que a tartaruga pule para a direita, também clicando na figura, e novamente clicamos no comando que constrói o palito no sentido vertical. Vejamos como ficará na tela do micromundo.

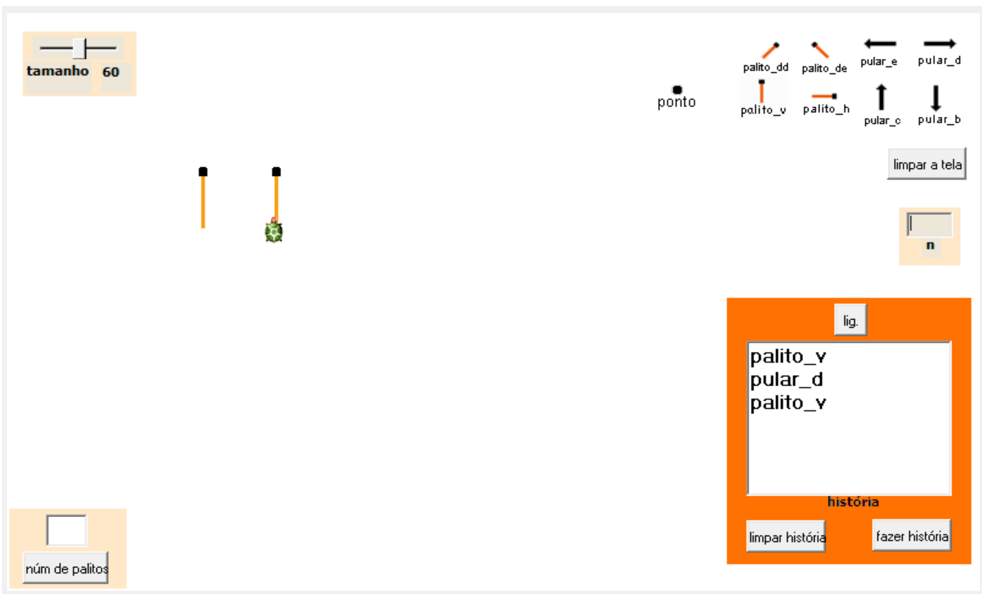



Figura 12 – construção de dois palitos no micromundo.

Dentro da caixa história há dois comandos, “limpar história” e “fazer história”.

O comando “limpar história” apaga todo o registro que está dentro da caixa história, ou seja, todos os comandos de pulos e construção de palitos que tiverem sido dados serão apagados. O desenho feito pela tartaruga não será apagado, para que isso ocorra é necessário dar o comando “limpar a tela”.

Há ainda a opção de ao invés de clicar nos comandos de pulos ou nos comandos que constroem os palitos, como fizemos no exemplo anterior, escrever os comandos dentro da caixa história. Como exemplo, com a tela limpa, vamos escrever alguns comandos dentro da caixa história, tanto faz ligada ou desligada.

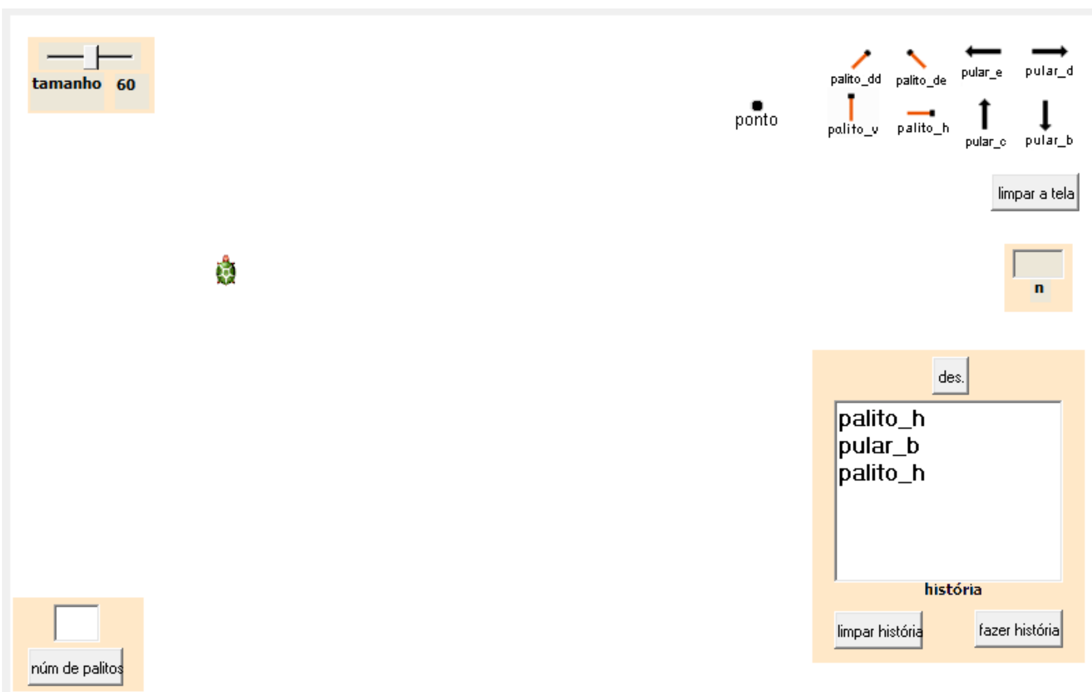



Figura 13 – comandos na caixa história.

Perceba, que nenhum palito foi construído ou pulo foi dado, a tartaruga manteve sua posição inicial. Ao dar o comando “fazer história”. Todos os comandos de construção de palitos e comando de pulos que escrevemos dentro da caixa história vão acontecer na sequência em que estão escritos.

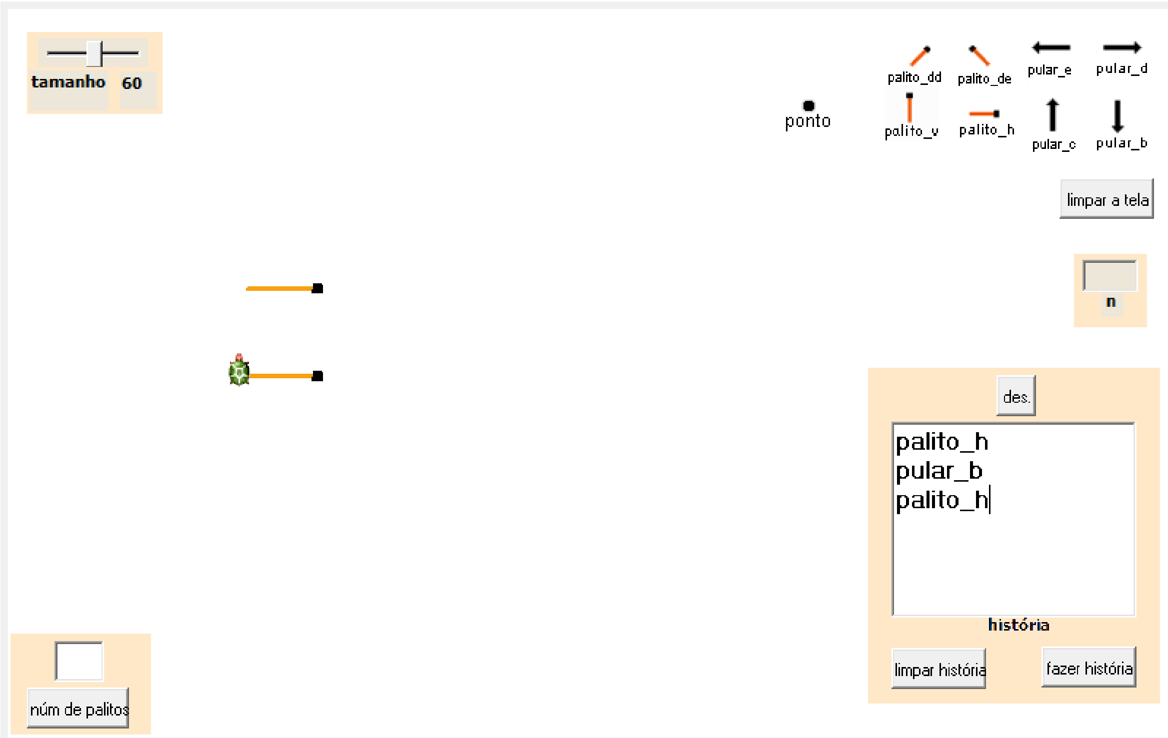



Figura 14 – comando “fazer história”.

O micromundo nos permite trabalhar ainda mais com a caixa história, até agora apresentamos as funcionalidades e os comandos que podem ser feitos. Podemos, por exemplo, dentro da caixa história, repetir conjuntos de comandos. Para isso escrevemos a palavras “repetir”. Em frente à palavra repetir, colocamos o número de repetições que desejamos, nesse exemplo usaremos cinco repetições, então temos: “repetir 5”. Agora precisamos escrever o que deverá ser repetido, ou seja, quais comandos serão repetidos cinco vezes, escolhemos para esse exemplo os comandos: “palito_h pular_d”. Esses dois comandos devem ser escritos em frente ao número 5, devem estar entre colchetes e devem ter um espaço de distância um do outro. Temos por fim o comando “repetir 5 [palito_h pular_d]”.

Para exemplificar vamos escrever esse comando dentro da caixa história e depois vamos clicar em fazer história.

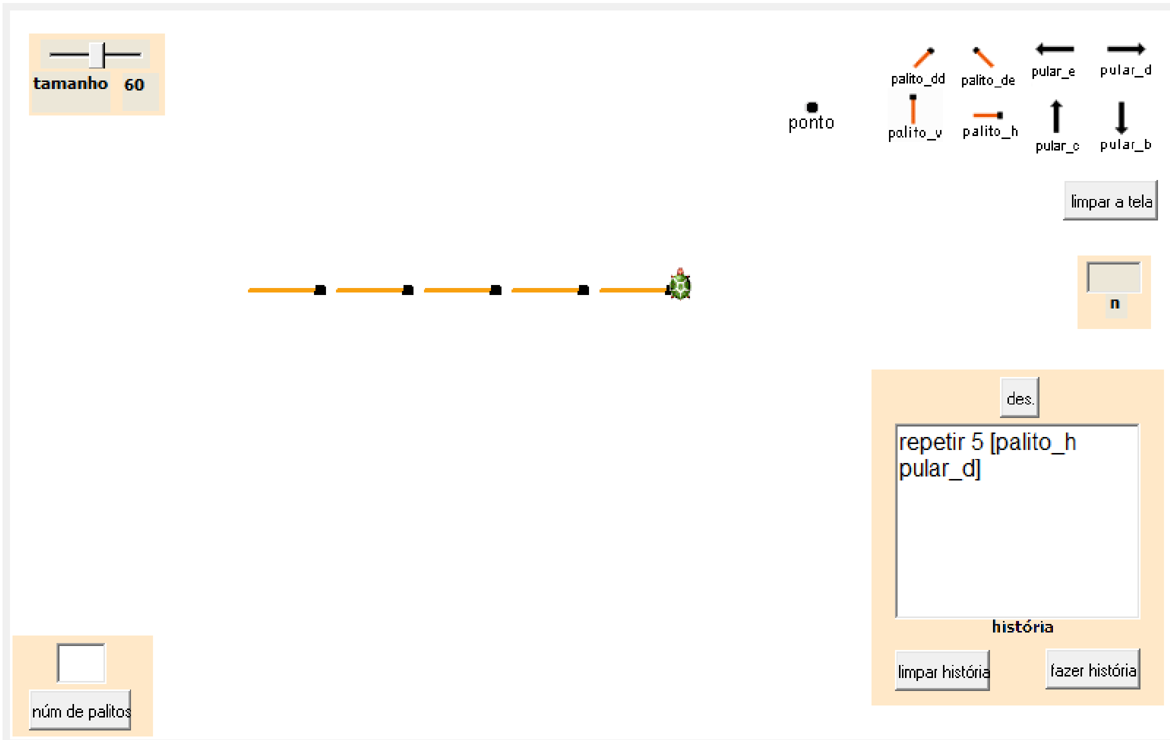



Figura 15 – Sequência de 5 palitos em posição horizontal.

Em nossa primeira atividade com os alunos, o objetivo inicial era apresentar uma sequência de figuras e pedir que eles construíssem na caixa história um procedimento, ou seja, uma lista de comandos que pudesse construir qualquer termo da sequência, apenas mudando o número de repetições.

Nossa ideia era a de apresentar alguns termos particulares aos alunos, (Figura 16), e apresentar os termos fora de sequência para evitar o uso de induções ingênuas e generalizações aritméticas.

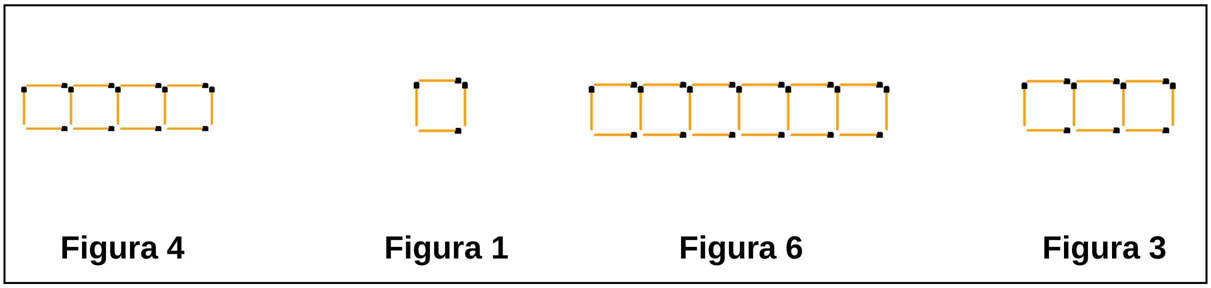



Figura 16: Quatro termos (figuras) de uma sequência.

Assim, os alunos precisariam investigar a estrutura de montagem das figuras para que conseguissem escrever um procedimento que ajudasse a desenhar qualquer figura da sequência.

Com o uso deste micromundo, a ideia é que ao aluno é dada a chance de participar da construção de uma sequência, bem como de perceber sua estrutura usando ferramentas que permitam a mobilização das suas capacidades visuais-espaciais.

Num primeiro momento, o aluno precisaria escolher um termo específico para construir. Enquanto este termo estivesse sendo produzido, uma observação crítica de quais sequências de comandos que estão sendo repetidas seria feita, ou seja, como a figura poderia ser decomposta. Feita esta observação o comando *repetir* poderia ser incorporado na formalização. Quando utilizassem o comando *repetir* já não seria mais necessária a construção dos elementos individualmente, podendo aproveitar a estrutura da figura já criada e repeti-la várias vezes, como mostra a (Figura 17).

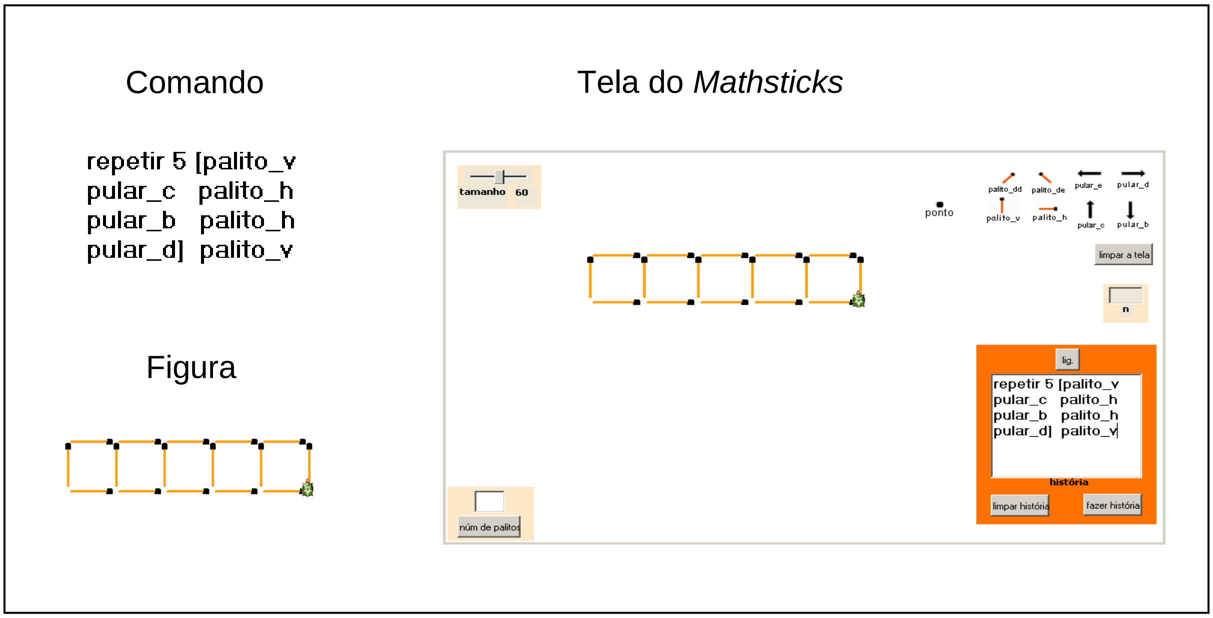



Figura 17 – Usando o comando repetir na construção do quinto termo.

Neste momento, a figura na tela representa um termo específico, apesar de que, é possível mudar o termo da sequência mudando o número de repetições.

Para que se tenha um “termo geral” é possível substituir o número de repetições pela letra “n”. Acima da caixa história existe a última caixa que faltava apresentar.

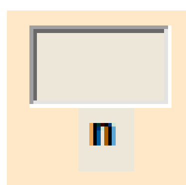



Figura 18 – caixa “n”.

Para que haja generalidade dentro da linguagem de programação na caixa história, substituímos o número que estava representando a quantidade de repetições por n. Agora é necessário estabelecer um número para construir o termo desejado e esse número é escrito dentro da caixa “n”.  Para exemplificar utilizaremos a seguinte figura:

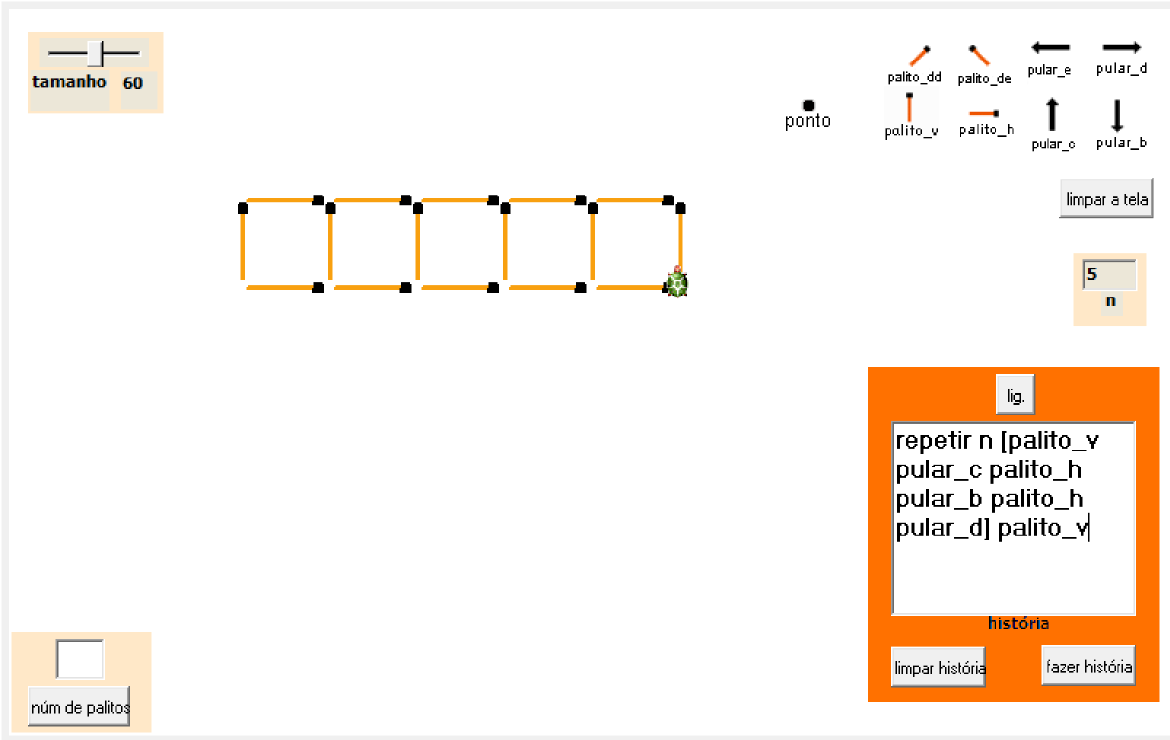



Figura 19 – usando a caixa “n”.

A formalização na caixa historia é para nós a representação de uma generalização algébrica.

## 2.5 Das atividades – nossa hipótese inicial

Após pesquisa bibliográfica sobre o tema escolhido, e discussões no nosso grupo de pesquisa, levando em consideração as atividades realizadas no ambiente escrito, desenvolvidas anteriormente em nosso grupo de pesquisa, nossa hipótese inicial era que os participantes envolvidos no experimento pudessem, auxiliados pelo micromundo escolhido, perceber as características da generalidade algébrica nos padrões figurais. Acreditamos que a capacidade visual-espacial possa ser privilegiada pela ferramenta computacional e possa desta forma, contribuir na aprendizagem desse conteúdo matemático.

## 2.6. Descrição das atividades.

Após diversas discussões sobre a atividade exploratória no ambiente escrito, pensamos em atividades que fossem realizadas com a ajuda do micromundo MATHSTICKS, que segundo nossas conjecturas, privilegiam os alunos surdos, potencializando as interações visuais-espacias, conforme nosso embasamento teórico e acreditamos que ao fazer parte da construção da sequência o aluno tenha um olhar diferente sobre sua estrutura, sendo isso feito de uma forma dinâmica diferente do ambiente escrito.

Seguindo a metodologia definida, antes e após a aplicação das atividades, nós nos reuníamos para discutir a respeito das atividades e discutíamos quais modificações eram necessárias, através das anotações pessoais e da visualização dos vídeos, percebíamos onde mudar. Essas mudanças serão discutidas na apresentação das atividades que preparamos. No total, cinco atividades foram realizadas com os alunos e isso ocorreu durante as três sessões. Para exemplificar, construímos uma tabela com a sequência da sessão, o número de atividades daquela sessão e as duplas envolvidas.

| Sessão | Nº de atividades | Dupla 1 | Dupla 2 | Dupla 3 |
|---|---|---|---|---|
| I | 2 | Breno e Amanda | Nildo e Elaine | Felipe e Téo |
| II | 2 | Breno e Amanda | Nildo e Felipe | Téo |
| III | 1 | Breno e Amanda | Nildo e Elaine | Felipe e Téo |

Tabela 2 – Organização das sessões.

### 2.6.1 Sessão I.

A primeira atividade aplicada na Sessão I tinha como objetivo inicial, familiarizar os alunos com o micromundo, apresentando as funções e as representações que poderiam ser feitas. Para facilitar a compreensão dos alunos, decidimos montar a representação da tela do micromundo na lousa, passo a passo, instruí-los a como efetuar a primeira atividade. Os alunos foram organizados inicialmente em duplas, deixamos que eles escolhessem seu par, de forma que eles ficariam com quem tivesse mais afinidade. Assim, um pouco mais a vontade, eles poderiam concentrar-se melhor nas atividades propostas.

As duplas foram organizadas de acordo com a tabela anterior (Tabela 2), a lembrar, Breno e Amanda, Nildo e Elaine, Felipe e Téo. Os alunos receberam atividades propostas em papel e orientávamos com o auxilio da intérprete. Todos foram realizando a atividades, sempre que necessário, parávamos a explicação, até que todos estivessem acompanhando novamente a atividade. Nessa primeira atividade, todos os alunos acertaram. Vale ressaltar que a intenção desta era a de criar um ambiente que favorecesse a familiarização com o micromundo.

Na descrição das atividades vamos nos restringir a apresentar as atividades e explicar o modo com que foram construídas. A coleta e a análise de dados serão apresentadas e discutidas no próximo capítulo.

Nessa primeira atividade montamos alguns termos de uma sequência e uma história deveria ser feita, nessa história haveria uma letra n, onde poderia ser feita qualquer um dos termos, apenas mudando o valor da variável “n”. A ideia era a de apresentar todas as funcionalidades do micromundo nesse primeiro contato com o MATHSTICKS.

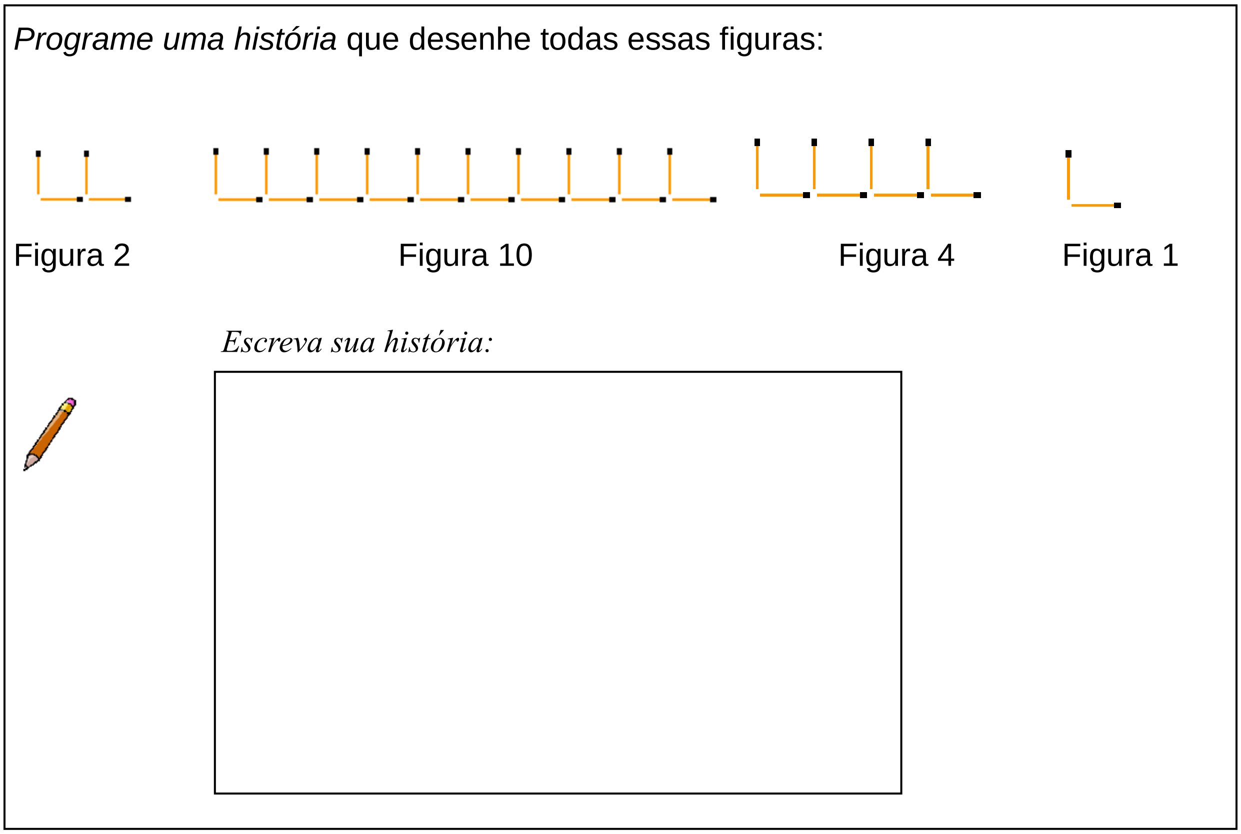



Figura 20 – Atividade I – história.

Na mesma folha de atividade, abaixo da caixa contendo a história que fosse capaz de produzir todos os termos apresentados, havia uma tabela com algumas células para ser completadas, nela, os alunos deveriam utilizar a história já construída no micromundo para testar com outros termos.

Utilizando a ferramenta que mostra o número de palitos que há na tela, esperávamos que os alunos registrassem no papel, tanto o termo da sequência quanto o número de palitos. Também havia na tabela um espaço para que desenhassem a figura que deveria aparecer na tela quando o "n", número do termo, fosse apresentado.

| | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|
| |  |  |  | | |
| Figura | 5 | 3 | | | *n* |
| Número de palitos | | | 16 | 14 | |

Figura 21 – Atividade I.

A finalidade principal desta tabela era verificar se o aluno associava o número de palitos com o termo da sequência e sua representação visual. Com a história já construída por nós, acreditamos inicialmente que os alunos poderiam completar a tabela com sua respectiva dupla e se houvesse necessidade, interviríamos. As respostas das duplas serão apresentadas no capítulo 3, podem também ser consultadas nos anexos desta pesquisa.

A segunda atividade, também aplicada na primeira sessão, é uma variação da primeira, nesta a representação figural mudou, mas a generalidade continuou sendo a mesma, 2n, onde n é a posição do termo da sequência. Pensamos que ao criá-la dessa forma, os alunos já familiarizados com o micromundo, poderiam por si só desenvolvê-la.

Assim como na primeira atividade, apresentamos alguns termos e o aluno deveria criar uma história que pudesse montar qualquer um deles, apenas mudando o valor da variável “n”.

*Programe uma história* que desenhe todas essas figuras:

Figura 4 Figura 7 Figura 3 Figura 5

*Escreva sua história:*

Figura 22 – Atividade II – história.

Similar à Atividade I, entregamos uma folha para cada aluno e pedimos que eles fizessem a atividade seguindo os passos da primeira.

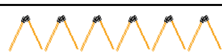
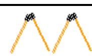
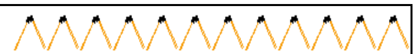
| |  |  | |  | |
|---|---|---|---|---|---|
| Figura | 6 | 2 | | 12 | *n* |
| Número de palitos | | | 16 | | |

Figura 23 – Atividade II.

Observamos após a realização das atividades, que o foco e a importância dada para a tabela, não privilegiou a construção do conhecimento matemático, qual estamos trabalhando. Para generalizar o aluno deve perceber como é construída a figura. Nas atividades I e II, completar a tabela tornou-se o objetivo principal, os alunos ficaram presos a contagens aritméticas sem dar atenção às figuras.

Durante a semana, discutindo sobre como os alunos procederam nas atividades, decidimos mudar o formato das atividades. Em nossas conjecturas, para o aluno conseguir montar uma generalização no micromundo, a tabela não ajudaria. O intuito da tabela das duas atividades anteriores foi o de oferecer alternativa para o aluno testar as sequências que desenvolvessem no micromundo e perceber a relação entre o termo da sequência e o número de palitos que aquele termo precisava para ser construído. Nessa perspectiva, montamos uma atividade que privilegiasse a construção das sequências de termos.

### 2.6.2 Sessão II.

No segundo dia de atividade, foram realizadas duas atividades. A contagem das atividades segue a ordem contando o primeiro dia de pesquisa também, ou seja, chamaremos aqui de atividade III, a primeira atividade aplicada no segundo dia e de atividade IV a segunda atividade aplicada no segundo dia.

Na terceira atividade em papel que entregamos aos alunos retiramos a tabela, deixando apenas a caixa “história”, onde eles deveriam registrar qual sequência de comandos, produziria qualquer uma das figuras que estavam no papel. A história produzida deveria ser capaz de montar todos os diferentes termos, apenas alterando o valor numérico de “n”, ou seja, o número de repetições. (Figura 24):

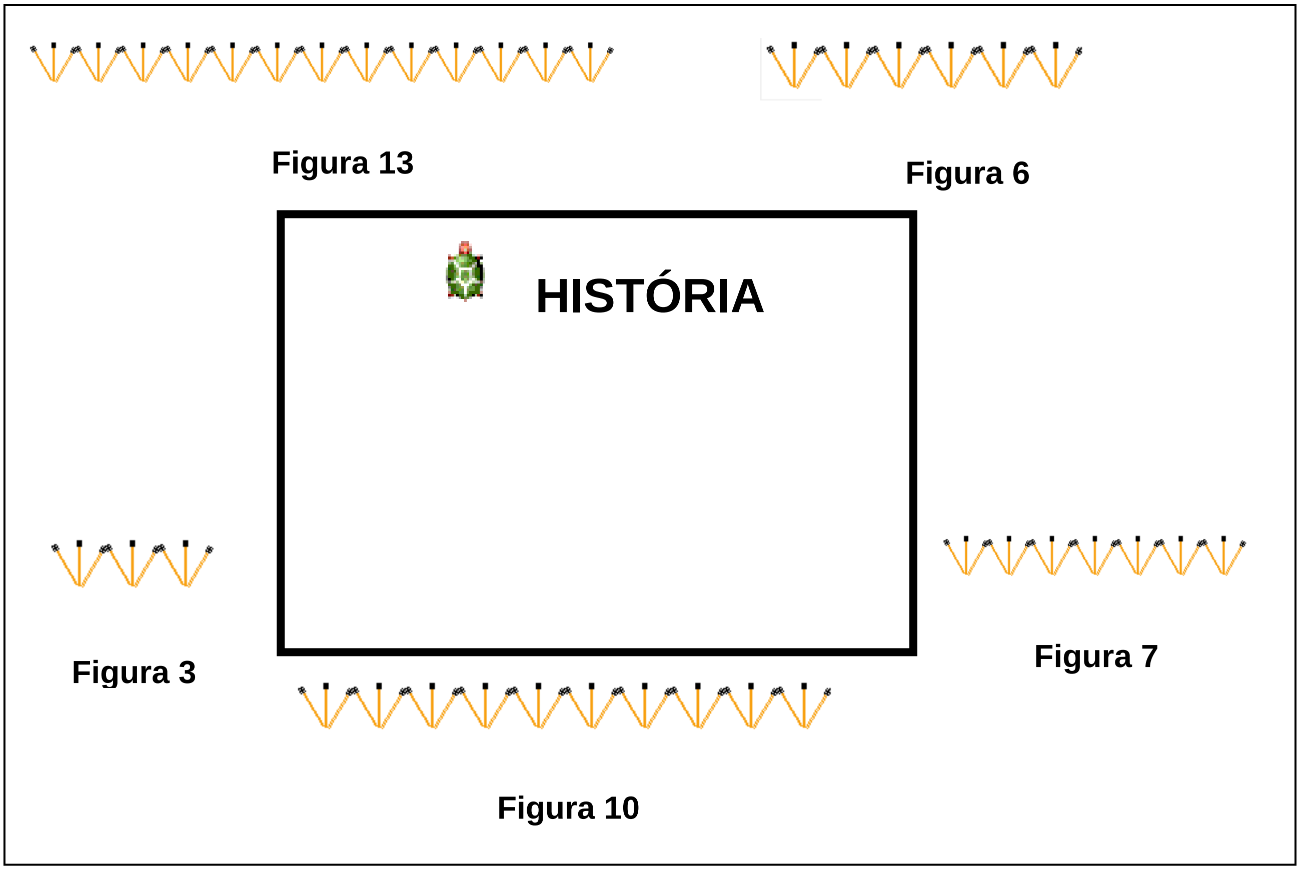



Figura 24 - Atividade III.

A atividade foi planejada de forma que o centro da atenção dos alunos fosse a construção da sequência. Os alunos não ficariam tão presos a resoluções aritméticas e teriam um tempo maior para trabalhar as construções no micromundo, discuti-las e se possível montar uma generalidade que no micromundo é representada na caixa história dentro da variável “n”.

Nas duas atividades anteriores as figuras são diferentes e a generalização algébrica é a mesma, (dois vezes “n”). As figuras da terceira atividade além de diferentes tem um palito a mais. Esperávamos que os alunos percebessem que a quantidade de palitos de cada figura mudou e também que conseguissem generalizar algebricamente. A generalização agora é (três vezes “n”), sendo n o número de repetições da figura que será construída.

A atividade IV apresenta uma sequência diferente das três anteriores. Nas figuras construídas com os diferentes números de repetições, esperávamos que os alunos percebessem que há sempre dois palitos verticais. E a variável “n” muda a quantidade de palitos horizontais. Sempre de dois em dois. Assim a generalização algébrica aqui é “2n+2”. Os alunos trabalharam com duas operações, além de perceberem o padrão de repetição, os alunos deveriam notar outros dois elementos que não variavam. Diferente das três atividades anteriores, o nível de dificuldade dessa atividade é um pouco maior, devido aos elementos que não variam, conforme a Figura 25:

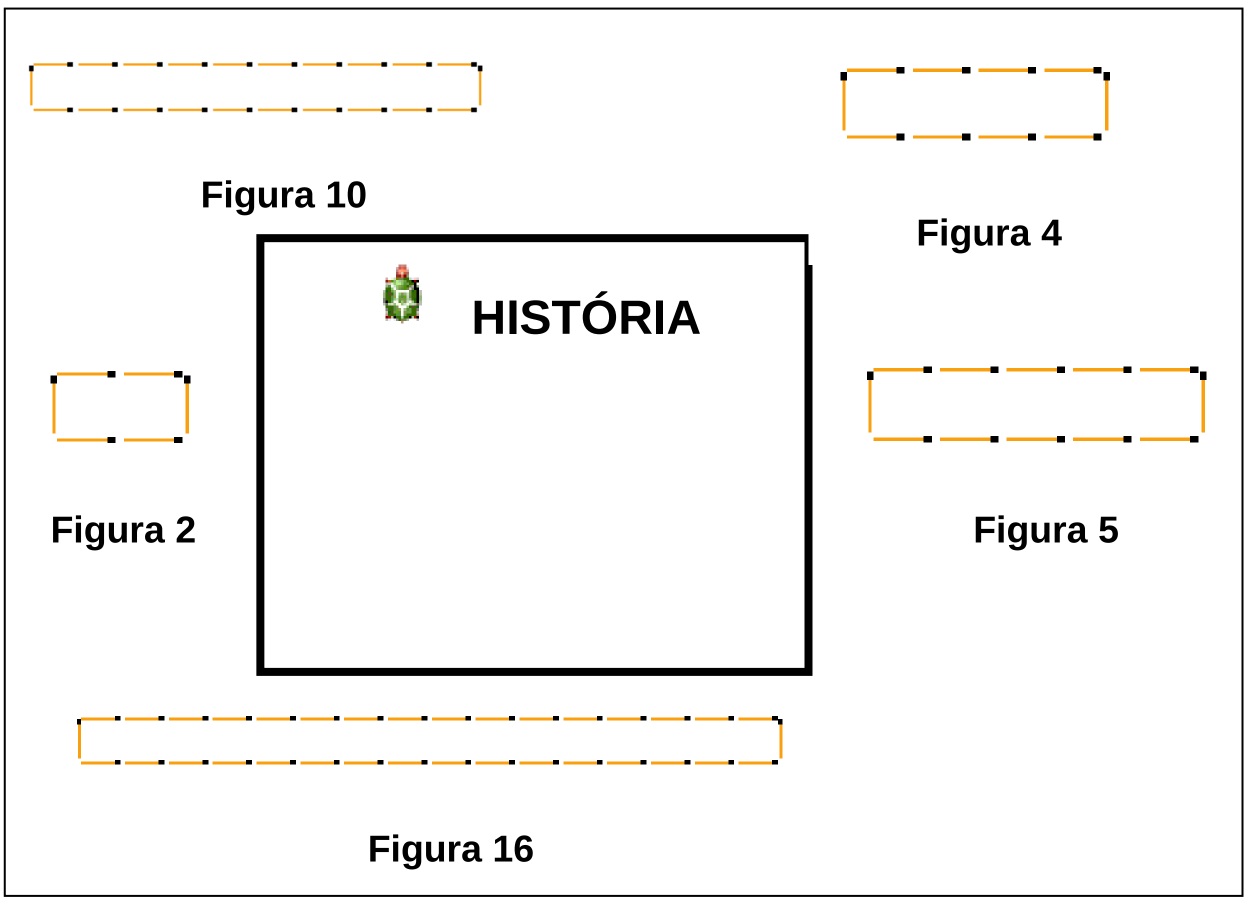



Figura 25 – Atividade IV.

### 2.6.3 Sessão III.

Assim como nas duas primeiras sessões de pesquisa, aplicaremos nesta Sessão III, duas atividades. A contagem das atividades segue a ordem contando o primeiro dia de pesquisa também, ou seja, chamaremos aqui de atividade V, a primeira atividade aplicada no terceiro dia e de atividade IV a segunda atividade aplicada no terceiro dia.

A atividade V teve por intuito, chamar a atenção deles para o que estava repetindo na história e quantas vezes estava repetindo, tentando introduzir a ideia do "n", que para nós é a representação de generalidade na linguagem de programação desse micromundo, o caminho nessa atividade foi o inverso das quatro primeiras. Na atividade V, a história já era dada, o aluno precisa montar as sequências figurais.

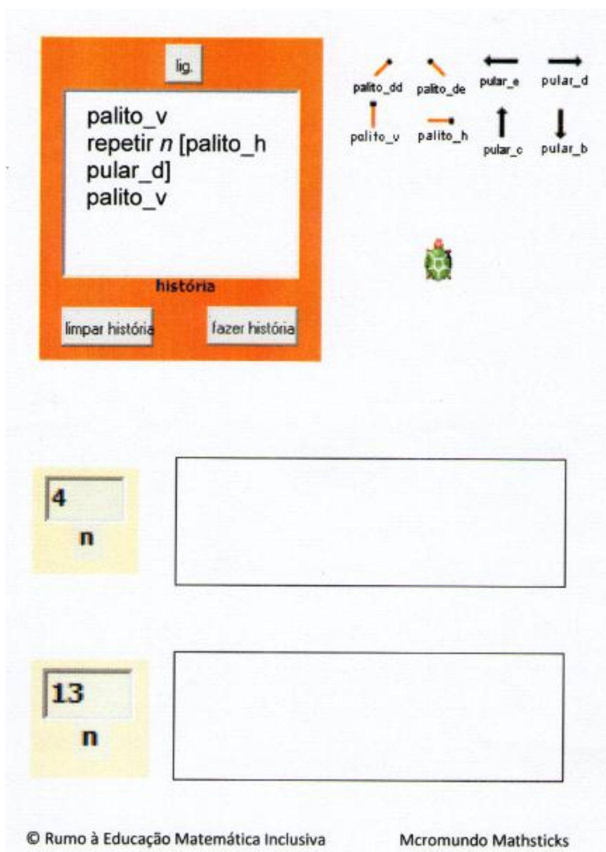



Figura 26 – Atividade V.

A atividade VI, tem quase o mesmo formato das atividades III e IV. É formada por várias sequências de palitos feitas no micromundo MATHSTICKS e no centro há uma caixa onde o aluno deve registrar a história que permite montar todas essas sequências.

A complexidade desta atividade é comparável a da Atividade IV, e a regra de generalização também envolve duas operações.

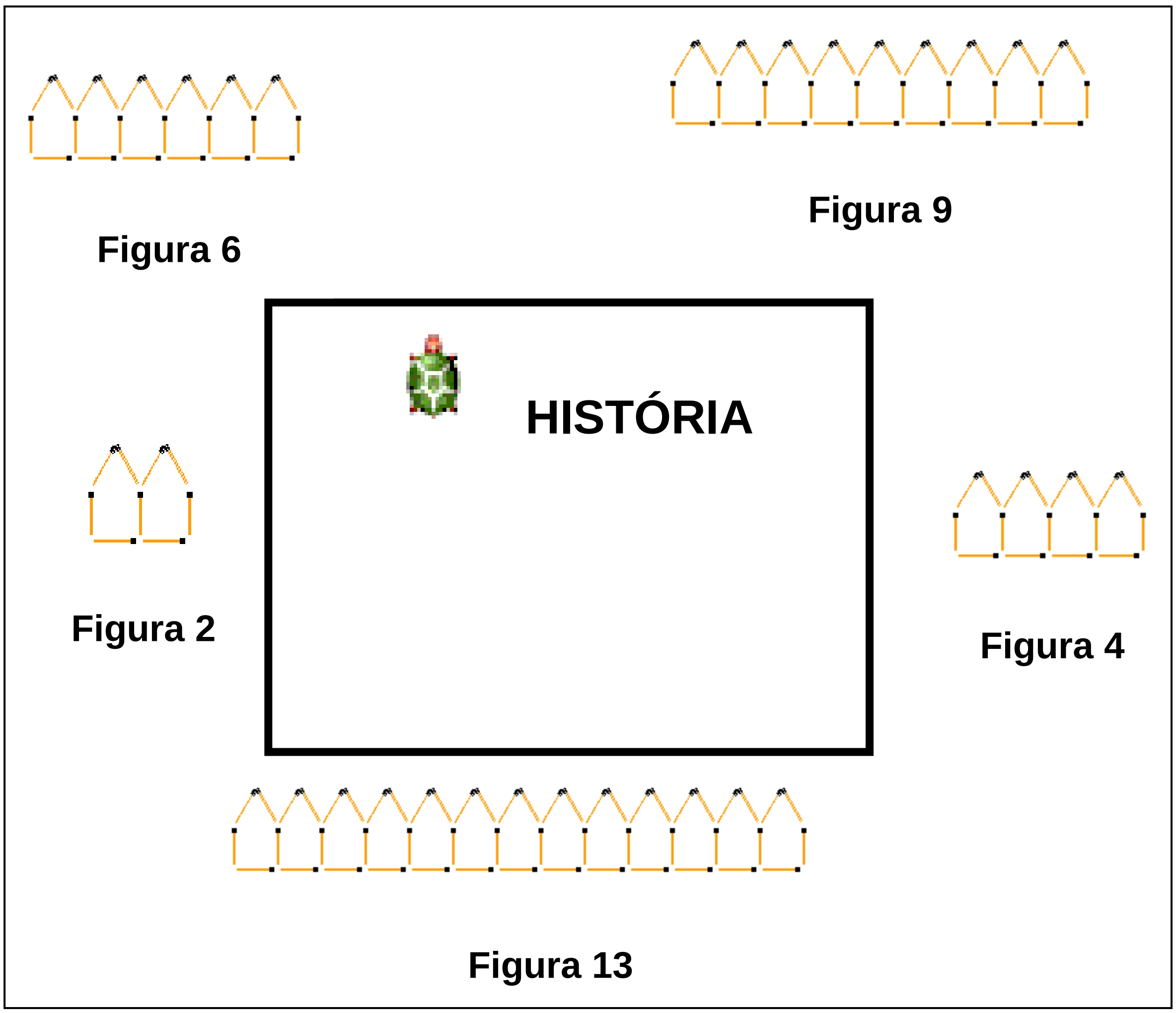



Figura 27 – Atividade VI.

## 2.7 Síntese.

Nesse capítulo descrevemos nossa metodologia de pesquisa, destacando as características e os elementos do *Design Experiments.*

Descrevemos também o desenvolvimento da ferramenta utilizada e as atividades desenvolvidas com a utilização da mesma nas sessões de ensino.

No próximo capítulo analisaremos as atividades realizadas nas três sessões, tentando identificar, entre outras coisas, características do pensamento algébrico e as estratégias adotadas pelos participantes na resolução das atividades.

# CAPÍTULO 3

Nesse capítulo apresentamos os dados coletados ao longo das sessões de pesquisa, com suas implicações, reflexões e interações. Serão analisados os três dias de coleta de dado com aproximadamente uma hora e meia cada sessão.

## 3.1 Análise dos dados.

As atividades de pesquisa desenvolvidas estruturaram-se em dois pontos principais. O primeiro era investigar se e como as interações com ambientes de aprendizagem que privilegiasse as habilidades visuais-espaciais dos alunos surdos poderiam auxiliar no processo de ensino-aprendizagem desses alunos. Por essa razão foi feita a escolha de trabalhar com um micromundo matemático e como estávamos interessados em estudar padrões algébricos o MATHSTICKS, que já havia sido feito para trabalhar com padrões figurativos nos auxiliou bastante. Após algumas modificações o micromundo ficou da forma como gostaríamos.

O segundo ponto desta pesquisa, foi tentar entender como e quais generalizações são feitas e ou aparecem nos diálogos, nas interações com o micromundo e nos registros. Baseamos nossos estudos nas conjecturas de Radford sobre as formas de generalizações. Nossas análises buscam elementos dessas generalizações para nos ajudar a responder as questões que nortearam essa pesquisa.

O volume de dados que coletamos foi grande. As três duplas participaram ativamente realizando todas as atividades. Gostaríamos de detalhar precisamente todos os resultados obtidos, mas o tempo disponível para a realização da pesquisa junto ao grande volume de informações tornou isso inviável. Tivemos que optar como faríamos nossas análises. Decidimos, narrar os acontecimentos e focar nossas análises no aluno Téo. O aluno Téo foi o único que teve oportunidade de trabalhar individualmente. Na segunda sessão a aluna Elaine não pode participar. O aluno Nildo, que fazia par com a aluna Elaine, fez par com o aluno Felipe. Escolhemos deixar o aluno Téo fazer as atividades da sessão II sozinho, pois foi o que demonstrou mais habilidade ao trabalhar com o micromundo no primeiro dia.

## 3.2 Análise da sessão I, dia 09/11/2010.

No início da sessão explicamos aos alunos que as novas sessões no computador são uma continuação das atividades já realizadas no ambiente papel e lápis, desenvolvidas pelo nosso grupo de pesquisa, e que continuaremos a trabalhar com álgebra através de um micromundo chamado MATHSTICKS.

Os alunos estão agrupados em pares, sendo eles: Breno e Amanda, Nildo e Elaine, Felipe e Téo. Cada par está trabalhando com um computador, para que seja feita uma apresentação das ferramentas do micromundo e sua utilização, na lousa construímos uma imagem semelhante a que eles têm na tela do computador, utilizamos essa estratégia para que seja feito um "passo a passo" das funções básicas do micromundo.

Nesse micromundo precisamos desenvolver um procedimento que poderá desenhar diferentes quantidades de elementos de uma sequência figural. Esse "procedimento" é escrito na caixa história, a tartaruga desenhará na tela os procedimentos escritos na caixa história.

Com os alunos, começamos a trabalhar as ferramentas do micromundo, primeiro trabalhamos a construção do palito vertical. Após construir o palito vertical, questionamos qual seria o próximo palito a ser desenhado. Todos disseram que era o palito horizontal.

O programa não permite que os palitos sejam sobrepostos, e avisa que algo esta errado.

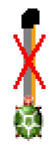


Figura 28 – Dois palitos sobrepostos.

Após ter feito um palito vertical e outro horizontal, para continuar a construção da sequência eles deveriam mudar a tartaruga de lugar.

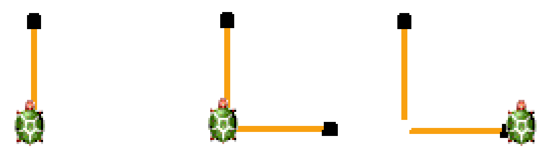


Figura 29 – Construção da figura na atividade I.

A reação dos alunos era de curiosidade, eles pareciam estar gostando dessa atividade e de estar utilizando o computador. Nesse início de atividade, nós representávamos na lousa a tela do micromundo, desenvolvíamos a atividade pouco a pouco e esperávamos que eles fizessem também em seus computadores.

Essa sequência foi construída na horizontal, a tartaruga deveria então pular para a direita. Todos construíram a sequência com seis elementos utilizando comando por comando, nesse caso, palito vertical, palito horizontal e pular direita, repetem-se novamente os comandos, palito vertical, palito horizontal e pular direita, até que completassem a sequência com seis elementos.

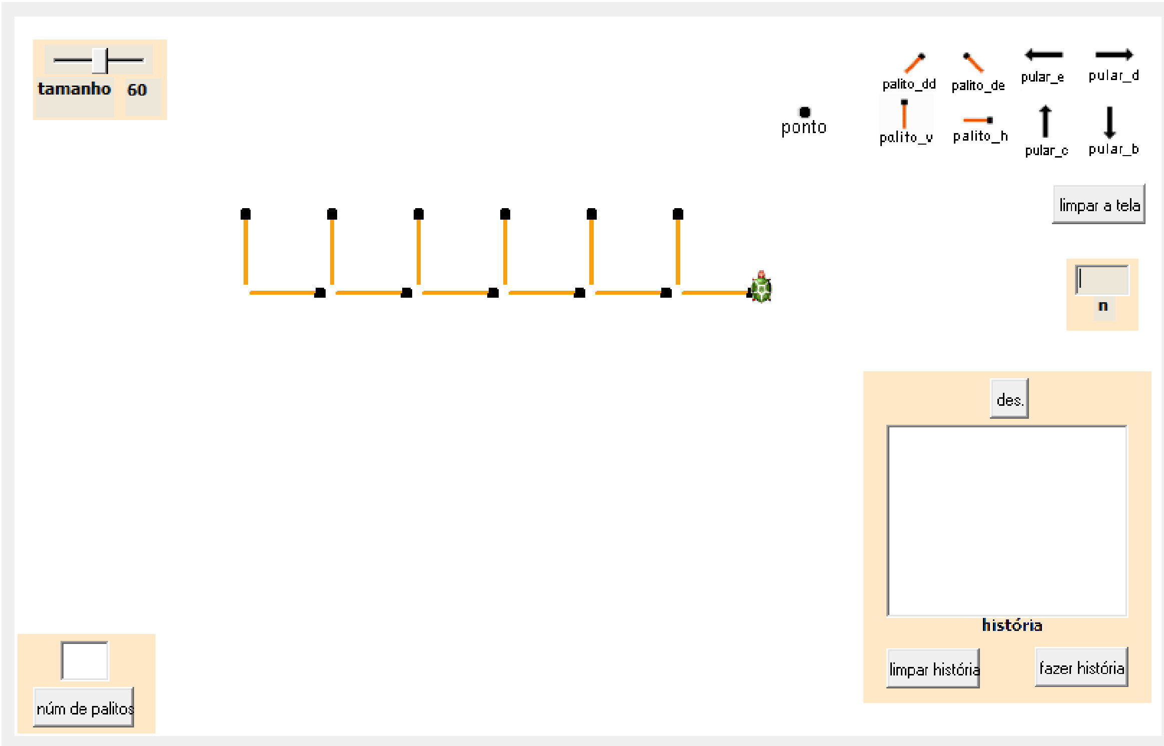



Figura 30: Sequência de seis elementos.

Após a construção da sequência de seis elementos, mostramos como ligar a caixa história, onde apenas clicando em "des." a própria caixa torna-se laranja e a palavra muda para “lig”.

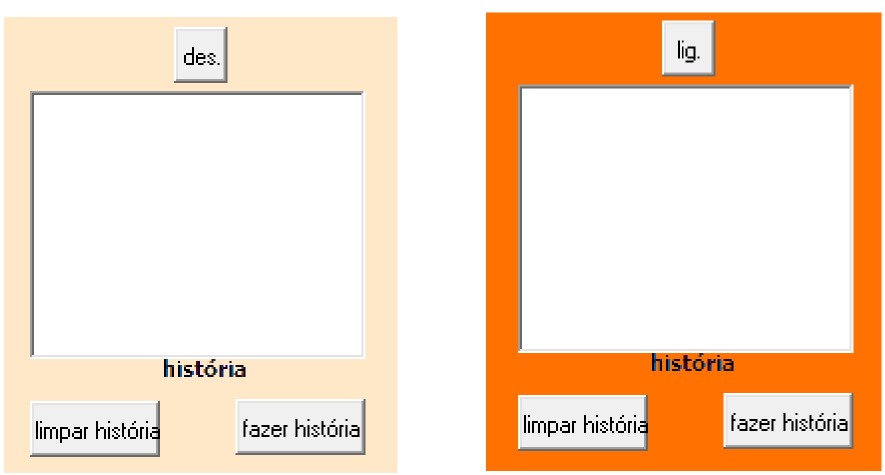



Figura 31 – caixa história desligada e ligada.

Pedimos que eles clicassem no comando "limpar a tela", e os pesquisadores, um com cada dupla, mostrou como fazer. Com isso as representações de palitos do micromundo sumiram, permitindo desta forma, começar uma nova sequência. Cada passo da atividade foi feita com bastante calma, quando os alunos tinham dificuldade, estávamos perto e conseguíamos auxilia-los.

Iniciamos, na lousa, a representação dos comandos feitos dentro da caixa história, já ligada, começando com palito vertical, palito horizontal e pular direita.

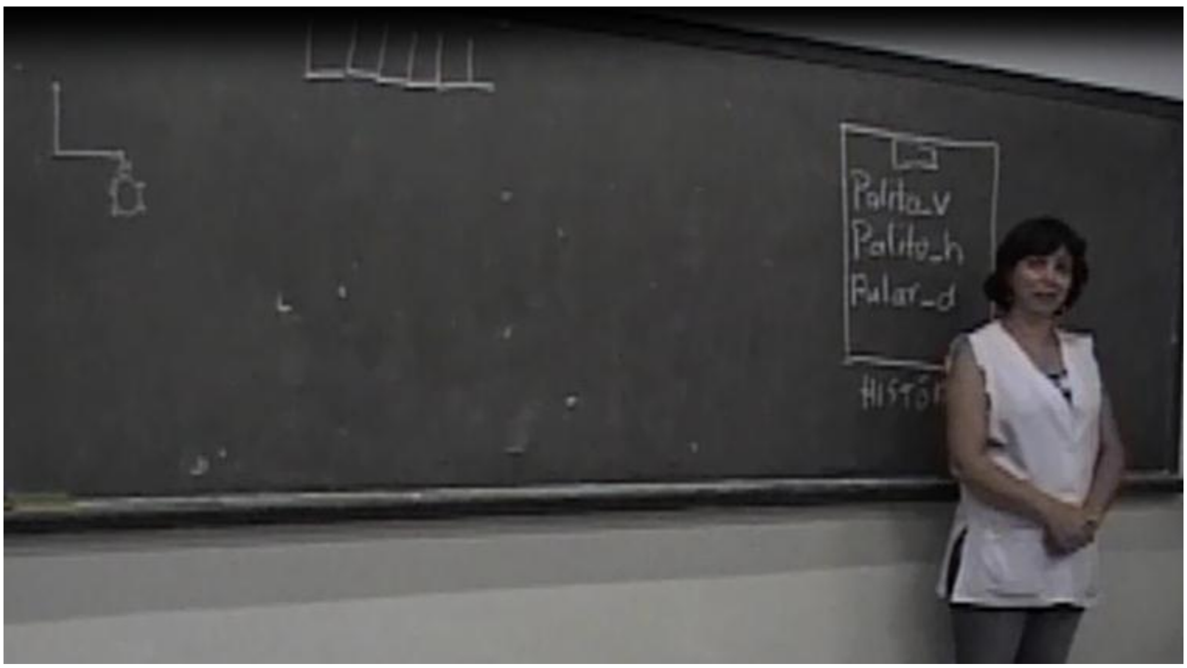



Figura 32 – Construção da sequência na lousa.

Na lousa apresentamos como utilizar o comando "repetir". Na primeira linha, antes dos comandos de movimentos e palitos escrevemos a palavra "repetir" pulamos um espaço e colocamos a quantidade de repetições desejadas, os comandos que irão repetir devem ficar sempre entre colchetes.


Figura 33 – Comando repetir dentro da história.

Abaixo tela de Felipe e Téo, capturada com o *software debut,* a tela dos três computadores estão sendo gravadas integralmente, até aqui a dupla tem acompanhado bem a atividade.

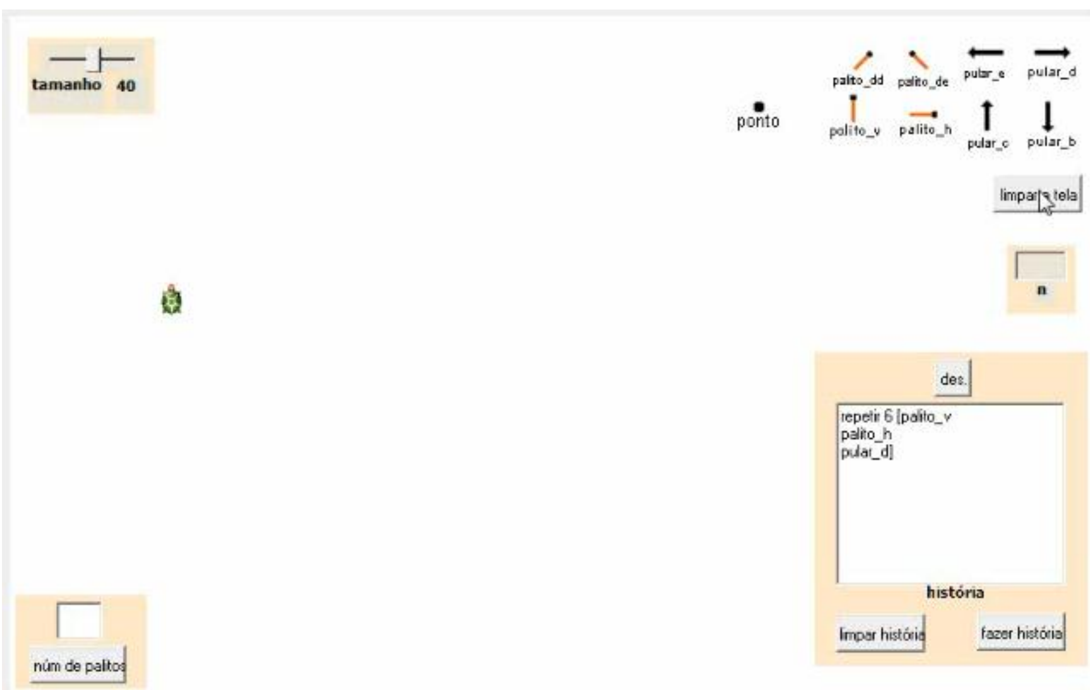



Figura 34 – Tela do computador da dupla Felipe e Téo

Montamos a sequência utilizando um comando localizado na parte de baixo da caixa história, “fazer história” a sequência de palitos é então construída na tela.

Primeiro montamos a sequência com seis elementos, depois pedimos que eles mudassem na história a quantidade de elementos na sequência, pedimos então que eles construíssem uma sequência com quinze elementos.

Pedimos ao aluno Felipe que fosse a lousa mostrar como fez em seu computador, ele muda o número de elementos da sequência que antes era seis, ele apaga e coloca o número quinze. Depois ele monta a representação feita no computador na lousa. Inicialmente ele erra na contagem, conta novamente e acerta.

Figura 35 – Felipe construindo sequência na lousa.

A aluna Elaine perguntou o que acontece se no lugar de quinze fosse colocado o número 50. Pedimos que eles limpassem a tela e construíssem uma sequência com cinquenta elementos. Como o número de palitos é grande, ele tem que diminuir o tamanho dos palitos para que caibam na tela, conseguem fazer.

Após todos esses passos, explicamos que se pode mudar constantemente o número de elementos na sequência apenas alterando o valor numérico dentro da caixa história. É possível colocar quinze, como fez o aluno Felipe, pode-se colocar cinquenta como eles haviam acabado de fazer, ou qualquer outro número que quisessem.

Pedimos que eles escolhessem um número para colocar dentro da caixa "n". Dentro da caixa história no lugar do valor numérico, colocamos a letra n. Isso é importante, pois é queremos que eles identifiquem que o elemento muda.

Cada dupla escolhe um número para colocar dentro da caixa "n" e começam a testar. Perguntamos aos alunos, quando escolhemos o número treze para colocar na caixa "n" quantos palitos eram desenhados.

O aluno Felipe, na lousa, constrói uma sequência com treze elementos e começa a contar, primeiro ele conta treze, então lembramos a ele que temos palitos verticais e horizontais, ele então recomeça a contagem e conta vinte e quatro palitos. Ajudamos Felipe a fazer a contagem chegando à quantidade de vinte e seis palitos.

A dupla Elaine e Nildo havia montado uma sequência com cinquenta elementos.

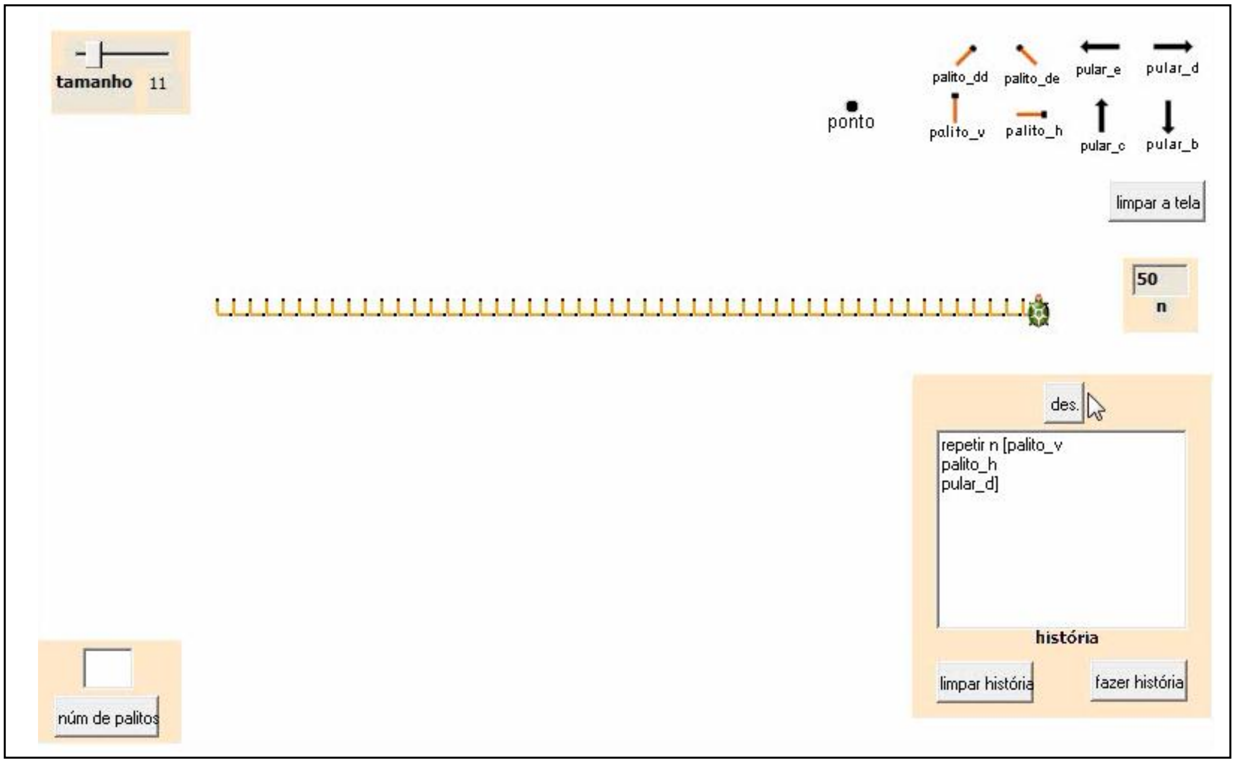



Figura 36 – Sequência de 50 elementos.

Perguntamos agora quantos palitos foram desenhados nessa sequência? A aluna Elaine logo respondeu que havia muitos palitos, perguntamos quantos. Ela disse que havia cem palitos, ao questionarmos como ela chegou nessa quantidade, respondeu que fez cinquenta vezes dez, então dissemos que cinquenta vezes dez não tinha como resultado o número cem, então os outros começaram a fazer algumas tentativas como cinquenta vezes cinco, cinco vezes dez e depois arriscaram dez vezes dez.

A resposta cem está certa, mas procurávamos entender como foi feito o raciocínio dessa contagem, chamamos a atenção deles para a história, perguntamos quantos palitos havia na caixa história, após algumas discussões o grupo concordou que havia dois palitos e um pulo. Os alunos arriscaram alguns palpites como cinquenta vezes quatro, por exemplo, a aluna Elaine depois disse que fazendo cinquenta vezes dois chegaria ao resultado, quando questionada disse que cinquenta mais cinquenta eram cem.

Quando chamamos a atenção para o número de palitos na história (dois palitos), sabendo o número de repetições (cinquenta) e sabendo a quantidade de palitos na sequência (cem) ela tentou pensar em uma forma de unir esses números, após muitas tentativas e erros ela conseguiu acertar, mas ainda estavam pensando de uma forma intuitiva, elementos que Radford considera como induções ingênuas, na maioria das vezes não estavam convictos em suas respostas.

Perguntamos a Téo e Felipe que número eles tinham colocado na caixa “n”, eles haviam montado uma sequência com dez elementos, quando questionados sobre a quantidade de palitos na sequência, rapidamente o aluno Felipe respondeu que havia vinte palitos, enquanto ele respondia, fez um gesto no ar simbolizando a sequência como se estivesse contando os palitos naquele momento. Enquanto a dupla anterior, Nildo e Elaine tentavam justificar sua resposta, o aluno Felipe construiu a sequência dele com dez elementos em uma folha de rascunho depois contou a quantidade de palitos desenhados por ele.

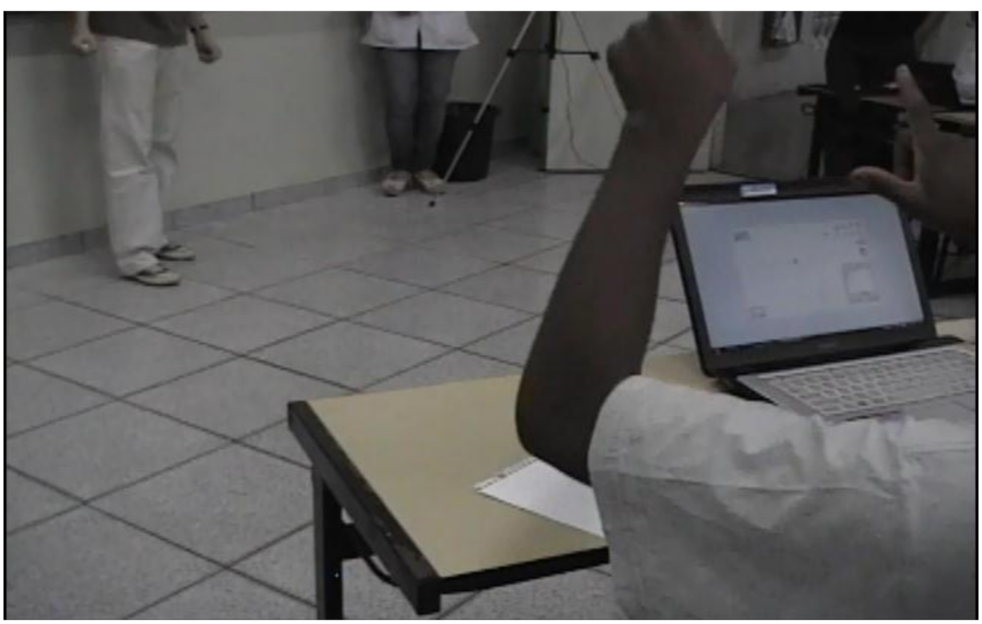


Figura 37 – Felipe contando.

Felipe quando foi explicar que tinha palitos, com a mão direita fez o sinal que parecia um “L”, então apontava com o dedo indicador da mão esquerda para o dedo polegar da mão direita, depois para o dedo indicador da mão direita, repetindo o movimento algumas vezes. Enquanto fazia o gesto era possível o ouvir dizer um, dois, pula.

Perguntamos se ele havia feito duas vezes dez, ele disse que não, que havia contado e mostrou a folha onde ele fez o rascunho. Ficou evidente para nós durante o discurso do aluno Felipe que ele sabia que a figura era construída por dois palitos, um vertical e outro horizontal, e para determinar o número de palitos, ele somou de dois em dois, dez vezes. O aluno percebeu a regularidade da sequência, mas não criou uma estratégia que o permitisse saber a quantidade de palitos em qualquer sequência de figuras.

Felipe mostrou traços do que Radford chama generalização aritmética, ele conseguiu criar uma estratégia para solucionar aquele problema específico, em outro problema com muito mais elementos, tornaria a estratégia que ele criou ineficaz. Se ele tivesse feito duas vezes dez, então haveria uma generalização algébrica, pois sabendo que a figura possui dois palitos, qualquer que fosse o número da sequência, bastaria multiplicar por dois, mas esse não foi o caso.

Chamamos a atenção deles para o número de palitos na história, dois, depois para a multiplicação pelo número de elementos escolhidos. Nesse momento houve uma pequena confusão com os sinais. Primeiro, o sinal de multiplicação foi confundido com o sinal de soma, então o aluno Felipe somou dois com dez, chegando ao resultado doze, a intérprete o corrigiu, sinalizando (dez vezes dois).

O terceiro grupo a responder (Amanda e Breno), escolheu montar uma sequência com vinte elementos, questionados sobre a quantidade de palitos na sequência, a aluna Amanda respondeu cento e vinte, uma das pesquisadoras percebeu que ela havia errado na multiplicação, o aluno Breno disse que era necessário subtrair, a intérprete respondeu a Breno que subtrair não podia. Para nós Breno não conseguiu criar nenhuma estratégia para começar a resolver o problema, então fazia tentativas aleatórias. Passado algum tempo, o aluno Téo disse que o resultado era quarenta, perguntamos se ele havia somado e ele disse que sim, ele construiu a sequência no micromundo e contou o número de palitos da tela, o aluno Felipe chamou nossa atenção e disse que a resposta era quarenta, pois fez vinte vezes dois.

Após esse início de discussão sobre o micromundo e sobre a sequência, pedimos que eles respondessem a atividade que entregamos a cada dupla e que se quisessem poderiam utilizar o computador para ajudar.

O aluno Felipe perguntou se poderiam somar um por um os palitos da sequência para descobrir a quantidade total. A aluna Elaine respondeu: “Demora demais contar, demora muito, vezes é mais rápido”.

Explicamos o que era para ser feito na folha de atividade que eles já estavam com eles e que estava sendo usada, nos exemplos e na familiarização do micromundo. A atividade consistia em primeiro completar uma tabela.

Após determinarem o número de palitos eles deveriam construir, na caixa história, os procedimentos para desenhar qualquer quantidade de elementos.

Acreditamos que a representação simbólica no processo de generalização de padrões algébricos não está apenas na descrição final da sequência - a variável faz parte da construção da sequência. Normalmente a ação de criar a sequência é feita separadamente da expressão algébrica, o diferencial do MATHSTICKS é justamente esse, fazer com que a ação de criar a sequência ocorra simultaneamente com a expressão algébrica. Abaixo a folha da atividade I feita por Felipe e Téo. Na folha que eles entregaram, ainda não tinham conseguido generalizar todos os números de palitos, deixando um campo em branco. Na história faltou a direção do pulo e fechar o colchete.

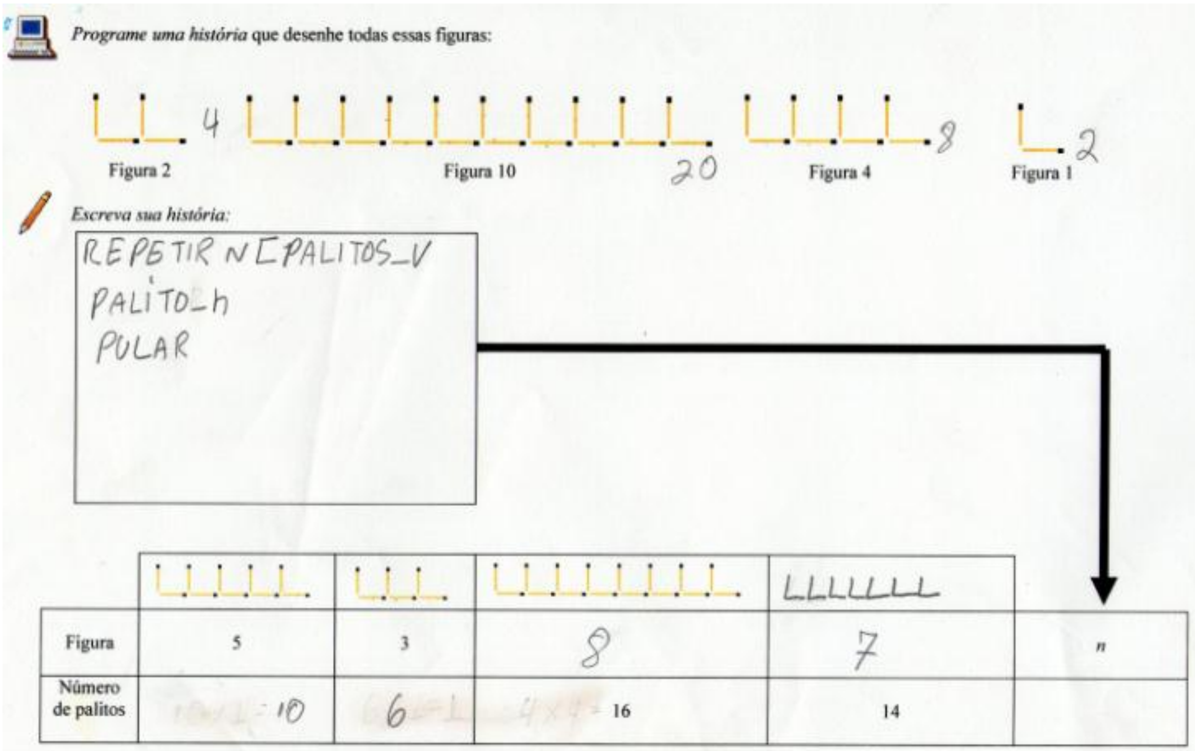



Figura 38 – Atividade I de Felipe e Téo.

A análise descrita a seguir refere-se à dupla (Felipe e Téo).

Ao iniciarem a resolução das atividades o aluno Felipe ficou exclusivamente com a folha de atividade. Nossa primeira observação geral do grupo é a dificuldade na leitura, são bastante dependentes de explicações e leem pouco, outra dificuldade apresentada durante a primeira atividade foi na multiplicação, pudemos observar que esse grupo sempre fazia a contagem numérica de forma gestual, muitas vezes atrapalhando-se durante a contagem.

Na atividade I, a dupla Felipe e Téo, inicialmente fizeram a contagem dos palitos já representados na folha, os que não estavam representados na folha eles fizeram no MATHSTICKS.

Todos os alunos já tinham a atividade I em mãos, a história que foi feita na lousa durante nossa apresentação do micromundo.


Figura 39 – Atividade I na lousa.

Construíram no micromundo as sequências que faltavam, sem grandes dificuldades terminaram de construir a tabela e a história. Após todas as duplas terminaram a primeira atividade, fizemos uma representação da mesma na lousa.

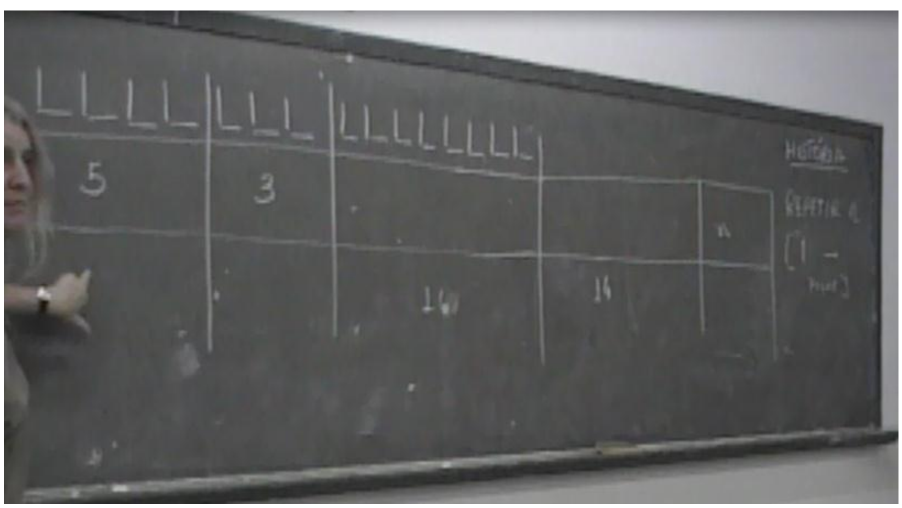



Figura 40 – Tabela da Atividade I na lousa.

Completamos a tabela junto com as informações que eles tinham, interagindo, tentamos introduzir no final da tabela a ideia do comando repetir, frisando bem que o que deve ser repetido tem que estar entre os colchetes.

A primeira parte da tabela foi preenchida com as respostas deles sem problemas, a última coluna foi a mais difícil. A primeira sugestão dada pela dupla, Breno e Amanda, para o valor a ser colocado na caixa “n” foi o número vinte. Decidimos tentar explicitar as relações entre as várias representações.

Começando com a programação, trocamos n por cinco (primeira coluna) e explicamos que havia cinco vezes os dois palitos que estavam entre os colchetes. Tentamos tirar os comando do micromundo e representar na lousa as figuras dos palitos (canto direito da imagem abaixo).

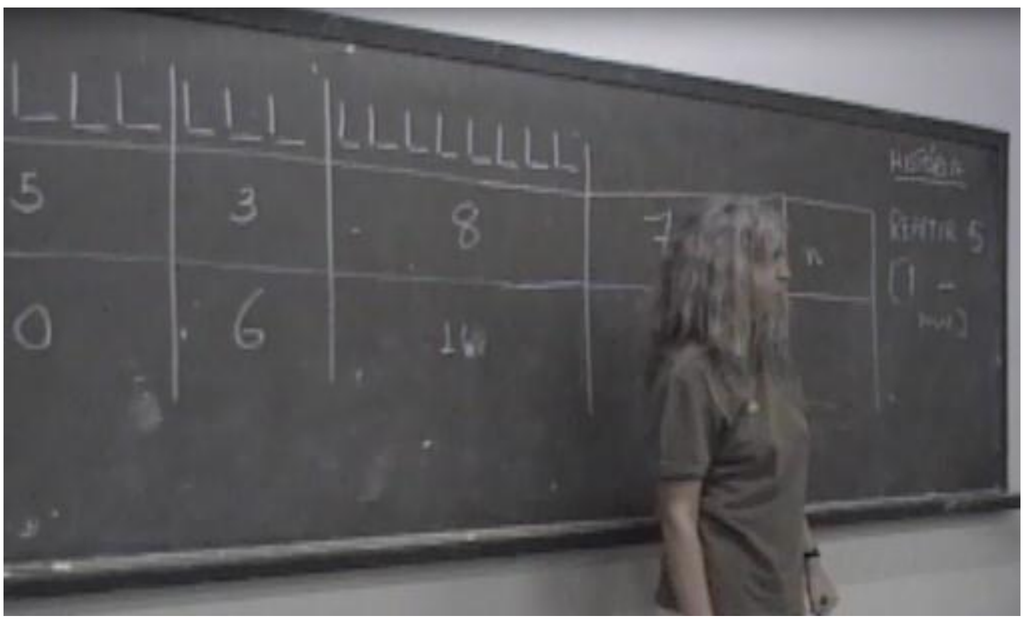



Figura 41 – Repetir “5”.

Num primeiro momento, pareceu que os alunos haviam concordado, mas quando começamos o segundo exemplo trocando o número 5 pelo número 3, ficou evidente que eles estavam confusos a respeito do número de palitos. Esta confusão pode estar relacionada com o sinal do palito, que visualmente envolve um movimento vertical. Estávamos envolvidos tentando explicar a eles, por exemplo, a primeira coluna. Em linguagem gestual fizemos o sinal de cinco, o de vezes, o de dois e por último o sinal de palito. Esse último, fizemos o sinal do palito vertical para representar tanto o palito vertical quanto o horizontal. Assim, pelo menos alguns dos alunos estavam associando este sinal apenas com o palito vertical. Depois de uma breve discussão a maioria demonstrou que havia entendido que o sinal refere-se a um palito geral.

Figura 42 - Amanda fazendo o sinal do palito vertical.

Figura 43 – Amanda fazendo sinal do palito horizontal.

Breno disse que ao menos cada item da sequência, ou seja, cada figura tem dois elementos.

Figura 44 - Breno demonstrando que cada item (figura) tem dois elementos.

Portanto como tinham dois elementos, o total de palitos era obtido multiplicando o número de repetições por dois. Na discussão do terceiro caso, na tabela estava preenchido o número de palitos, que é dezesseis. A generalização foi explicitada por eles de forma mais enfática durante uma troca entre Amanda, Téo e Felipe.

Figura 45 - Bruno mostrando n é igual a oito.

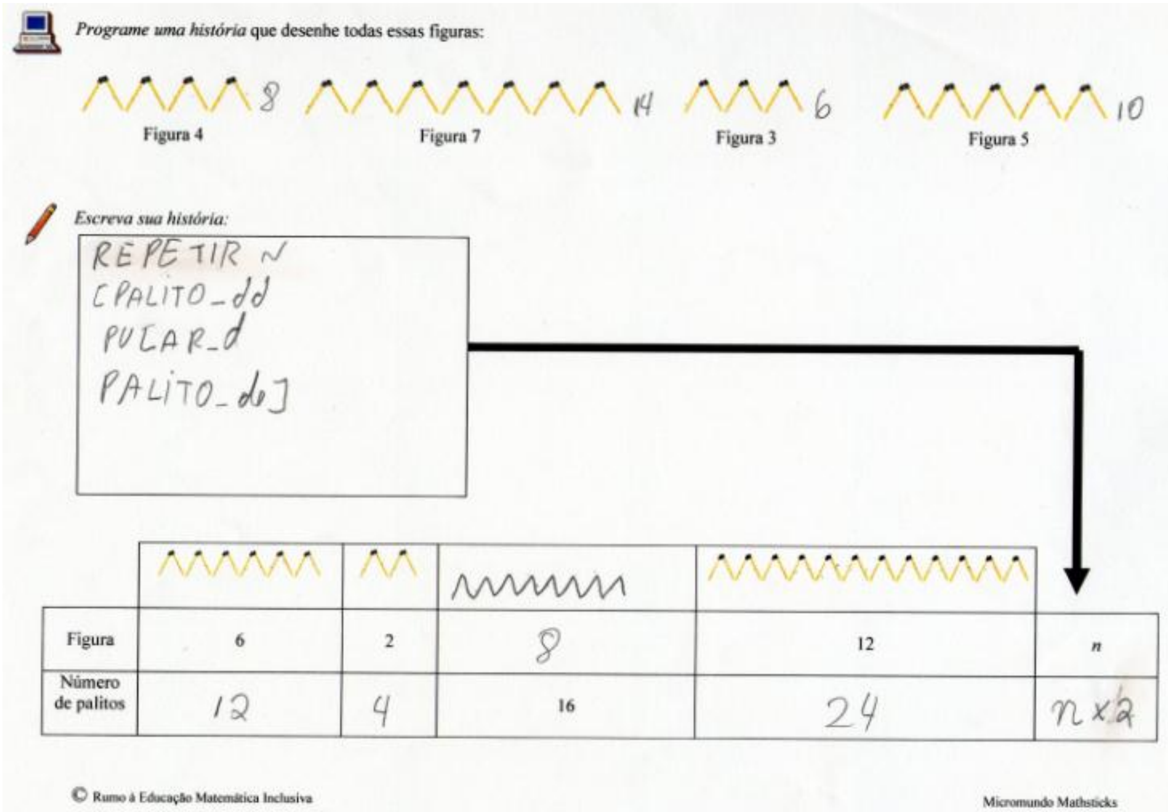
Entretanto quando chegamos à coluna do n, embora agora seguros com a generalização, embora de acordo com nosso quadro teórico, ainda é uma generalização aritmética, pois em suas falas ficou evidente que eles perceberam que o a figura tinha dois palitos, um vertical e outro horizontal e era isso que estava repetindo. Conseguiam resolver casos isolados, mas quando tentávamos generalizar, ou seja, registrar uma forma que resolvesse qualquer caso, eles não conseguiam. Os alunos tentavam sempre atribuir um valor numérico para a variável.

Decidimos escrever a resposta para eles e no momento em que escrevemos n x 2 na tabela, Elaine fez uma observação interessante. Ela descreveu n como “um numero escondido, segredo” usando um sinal como se estivesse guardando o “n” numa caixa. Foi o primeiro momento que um dos alunos faz uma expressão que sugeriu que ela estava desenvolvendo o que Radford (2010) tem chamado “um senso de *indeterminicidad*e”, isto é, a possibilidade de trabalhar analiticamente com um número mesmo sem determinar o seu valor.

Todos programaram corretamente, recolhemos a primeira atividade e entregamos a segunda, dissemos que eles deveriam limpar os comandos que haviam na caixa história e as representações feitas na tela. E que poderiam começar a fazer a segunda atividade.

Nesse momento nossa expectativa era verificar se e como os alunos utilizariam o micromundo para ajudar na construção da sequência. Em nossa visão o micromundo MATHSITCKS influi positivamente na construção da sequência, por ser um micromundo dinâmico, permite que a resposta às tentativas dos alunos aconteça mais rápido do que usualmente é feito no ambiente escrito. Na caixa história a linguagem do micromundo ao usar o comando repetir deixa evidente o que está sendo repetido na sequência permitindo construir mais facilmente qualquer elemento dentro dessa sequência.

A dupla, Felipe e Téo, iniciaram a atividade II da mesma forma que atividade I, com a contagem dos palitos nas colunas onde já havia representações figurais. Enquanto o aluno Felipe trabalhava na contagem, o aluno Téo ficou explorando o micromundo e criando representações figurais que não foram, propositalmente, colocadas na atividade escrita.



Programe uma história que desenhe todas essas figuras:

8 Figura 4 — 14 Figura 7 — 6 Figura 3 — 10 Figura 5

Escreva sua história:

REPETIR n
[PALITO_dd
PULAR_d
PALITO_do]

| Figura | 6 | 2 | 8 | 12 | n |
|---|---|---|---|---|---|
| Número de palitos | 12 | 4 | 16 | 24 | n x 2 |

© Rumo à Educação Matemática Inclusiva — Micromundo Mathsticks

Figura 46 – Atividade II, Felipe e Téo.

Na primeira coluna, o aluno Felipe perguntou aos pesquisadores se o elemento da figura, no caso seis, a quantidade de palitos era igual ao elemento da figura. Assim que terminou de perguntar o aluno Téo chamou a atenção dele, dizendo que era seis vezes dois. Repetiu isso para Felipe duas vezes.

O aluno Téo construiu uma sequência com dois elementos utilizando os comandos do micromundo acionados pelo *mouse.*

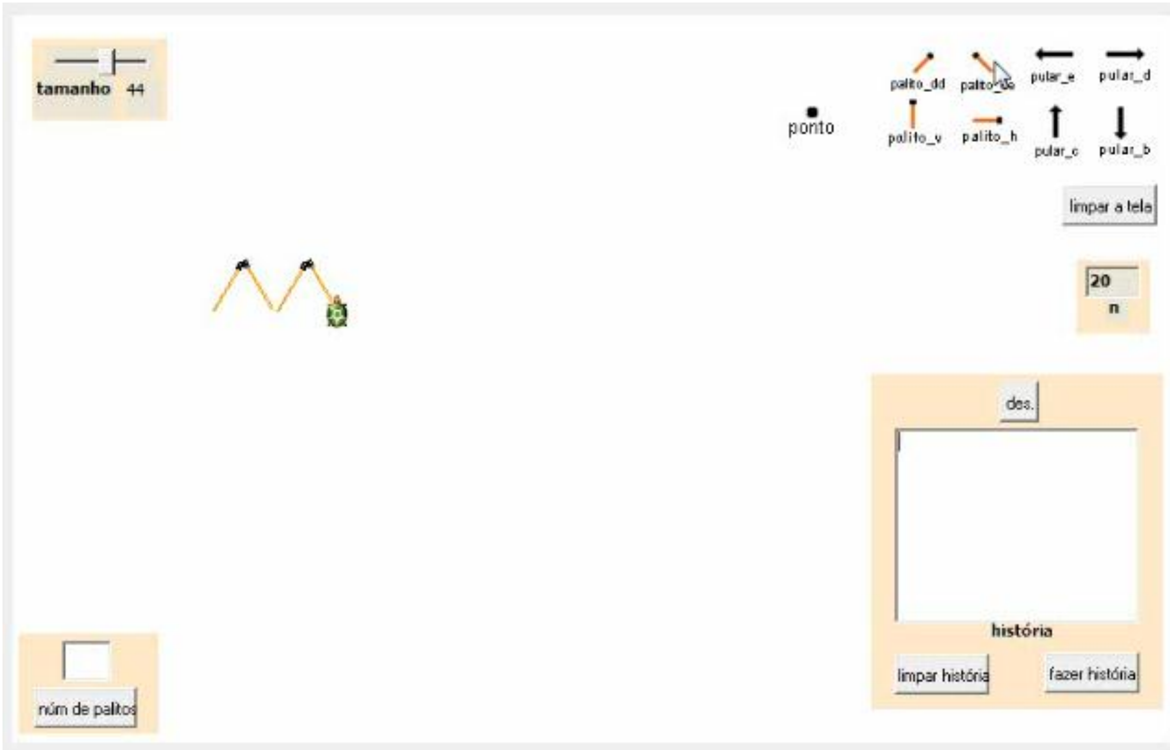



Figura 47 – Dois elementos construídos pelo aluno Téo.

Após Téo conseguir criar os elementos da sequência, limpou a tela, ligou a caixa história e fez um em elemento da sequência, clicando nos ícones dos palitos e do pulo e com a caixa história ligada, todas suas ações foram registradas.

Na hora de representar qualquer quantidade de elementos na sequência, a dupla Felipe e Téo, teve um pouco de dificuldade. O comando (repetir), não tem nenhuma imagem na tela que o represente, dessa forma o aluno só consegue fazer com que as repetições ocorram, digitando o comando dentro da caixa história. Eles anteciparam um comando, dentro da caixa (n) colocaram o número dez e depois colocaram o comando repetir dentro da caixa história, passado algum tempo, com nossa intervenção, lembramos que a caixa (n) representava o “n” escrito dentro da caixa história na frente do comando “repetir”.

Esperamos todos terminarem a atividade II, logo em seguida, pedimos aos alunos

Felipe e Téo que algum dos dois completasse a atividade na lousa, o aluno Téo gentilmente aceitou completar o quadro na lousa.

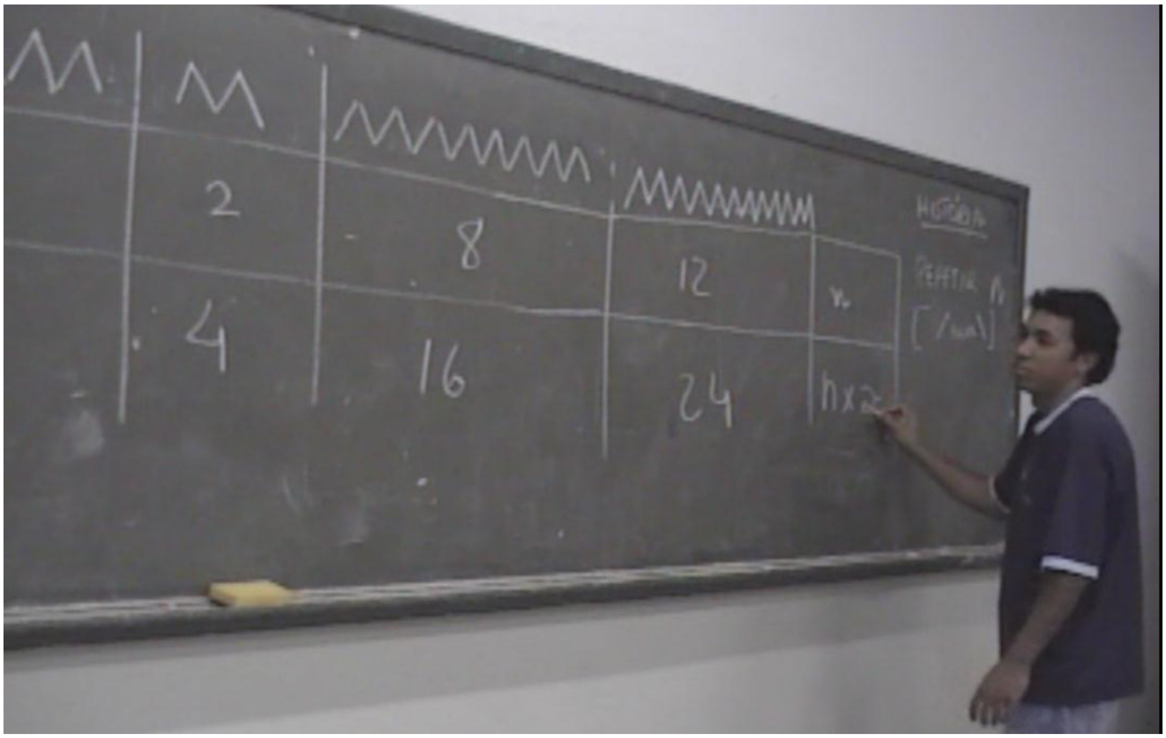



Figura 48 – Téo sequência n x 2.

Enquanto o aluno Téo preenchia as informações na lousa, analisamos alguns eventos interessantes.

Na primeira coluna, ele contou a quantidade de palitos já desenhados, não relacionando necessariamente com a quantidade de elementos na sequência (seis). Repetiu o mesmo na segunda coluna, contando quantos palitos ali estavam representados (quatro). Na terceira coluna, Téo tinha como única informação a quantidade de palitos (dezesseis), então precisou pensar na quantidade de elementos que repetiam e desenhá-los.

Primeiro construiu a representação figural, sempre contando a quantidade de palitos desenhados, quando ele percebeu que tinha dezesseis palitos parou a representação figural, depois começou a contar os vértices, percebemos que enquanto ele fazia a contagem dos palitos apresentava um “ritmo” em sua contagem, sempre: um, dois, um, dois. Prosseguiu até completar a tabela. Para representar a generalidade da sequência, última coluna, Téo observou a caixa história, ao lado direito dele, e então marcou (n x 2). O fato de ele ter observado a caixa história, nos faz pensar que ele percebeu que as figuras eram feitas por dois palitos, na caixa história os palitos estavam sendo representados por desenho ao invés dos comandos, ver (figura 48). O aluno Téo ter observado os palitos na caixa história nos faz acreditar que a ação de construir a sequência ocorreu juntamente com a de construir a expressão algébrica.

Agradecemos a todos, recolhemos as atividades e nos despedimos.

## 3.3 Análise da sessão II, dia 16/11/2010.

No segundo dia a aluna Elaine não pode estar presente, decidimos colocar seu parceiro da atividade anterior, aluno Nildo, junto ao aluno Felipe. A outra dupla foi formada pela aluna Amanda e Breno, e o aluno Téo ficou sem dupla. A decisão de deixar o aluno Téo sozinho decorreu de nossa observação durante a atividade anterior, onde ele aparentemente havia percebido como fazer a construção da sequência e como trabalhar com o micromundo.

Os alunos foram dispostos, assim como no primeiro dia, em forma de semicírculo. Durante as interações todos poderiam ser observados. Nossa análise nessa segunda atividade será concentrada no aluno Téo.

Decidimos começar a atividade lembrando aos alunos como interagir com as ferramentas do micromundo. Inicialmente lembramos aos alunos que havia uma caixa chamada “história” que servia para desenhar uma classe de sequências. Dissemos ainda que deveriam criar na história o “n” que pode representar qualquer número de elementos dentro da sequência.

Para ajudar de forma mais dinâmica, levamos um projetor de vídeo para compartilhar as construções feitas no micromundo com os todos os alunos. Primeiro, ligamos a caixa história, construímos um palito horizontal, depois pular para cima (lembrando que há uma tartaruga na tela que faz as representações visuais, o comando pular para cima refere-se ao movimento vertical que a tartaruga faz), após isso fizemos outro palito na horizontal, temos agora dois palitos dispostos paralelamente.

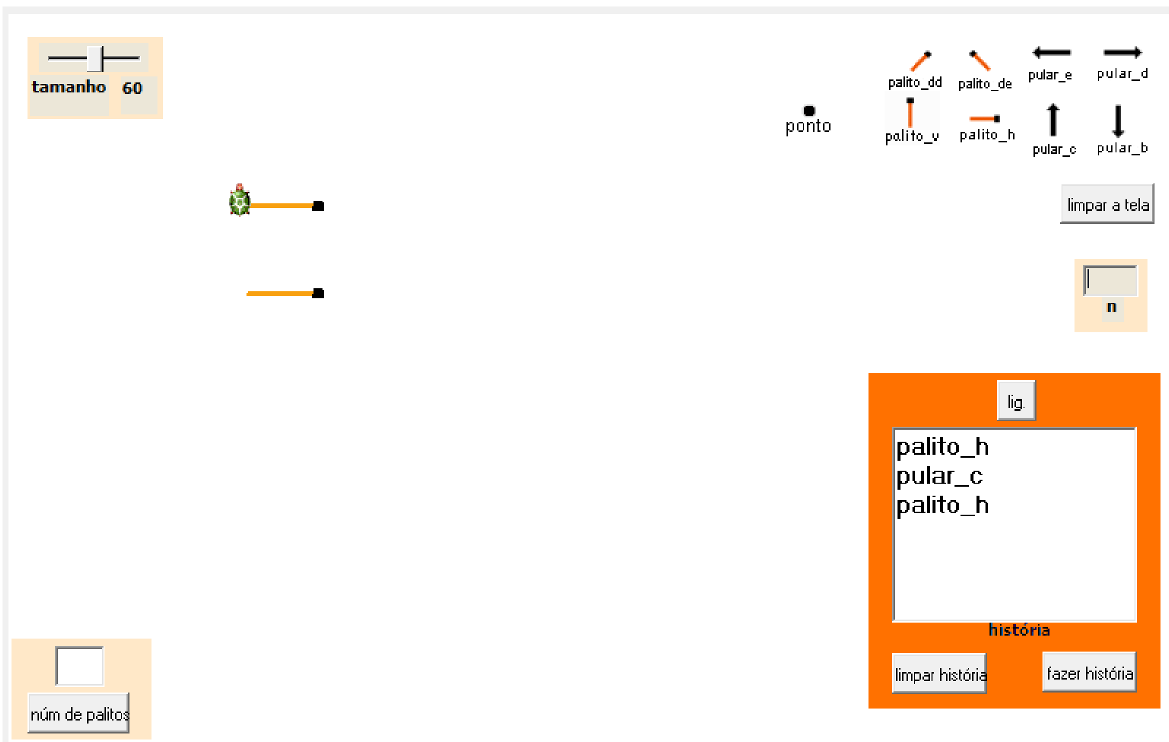



Figura 49 – Palitos paralelos.

Para as próximas sequências dissemos que eles deveriam escolher os números para colocar na caixa “n”, ou número segredo como disse na aula anterior a aluna Elaine. Depois disso, que eles testassem se a história funcionaria para todos os “n(s)”, seus e de seus colegas.

Na atividade da semana anterior nós, discutindo em nosso grupo de pesquisa, percebemos que os alunos focaram muito sua atenção em completar a tabela, dessa forma fizeram muitas contagens e menos montagens de sequências no micromundo, lembrando que estamos defendendo a ideia de que a construção da sequência ajuda a entender o que o valor de “n” representa, sendo “n” nossa variável na representação figural e também na história.

Mudamos a atividade deixando-a mais dinâmica onde o foco era perceber a construção das figuras e determinar uma “história” que desenhasse qualquer uma das variações da sequência apenas mudando o valor de “n”. Na atividade III a folha para eles estava disposta na seguinte forma:

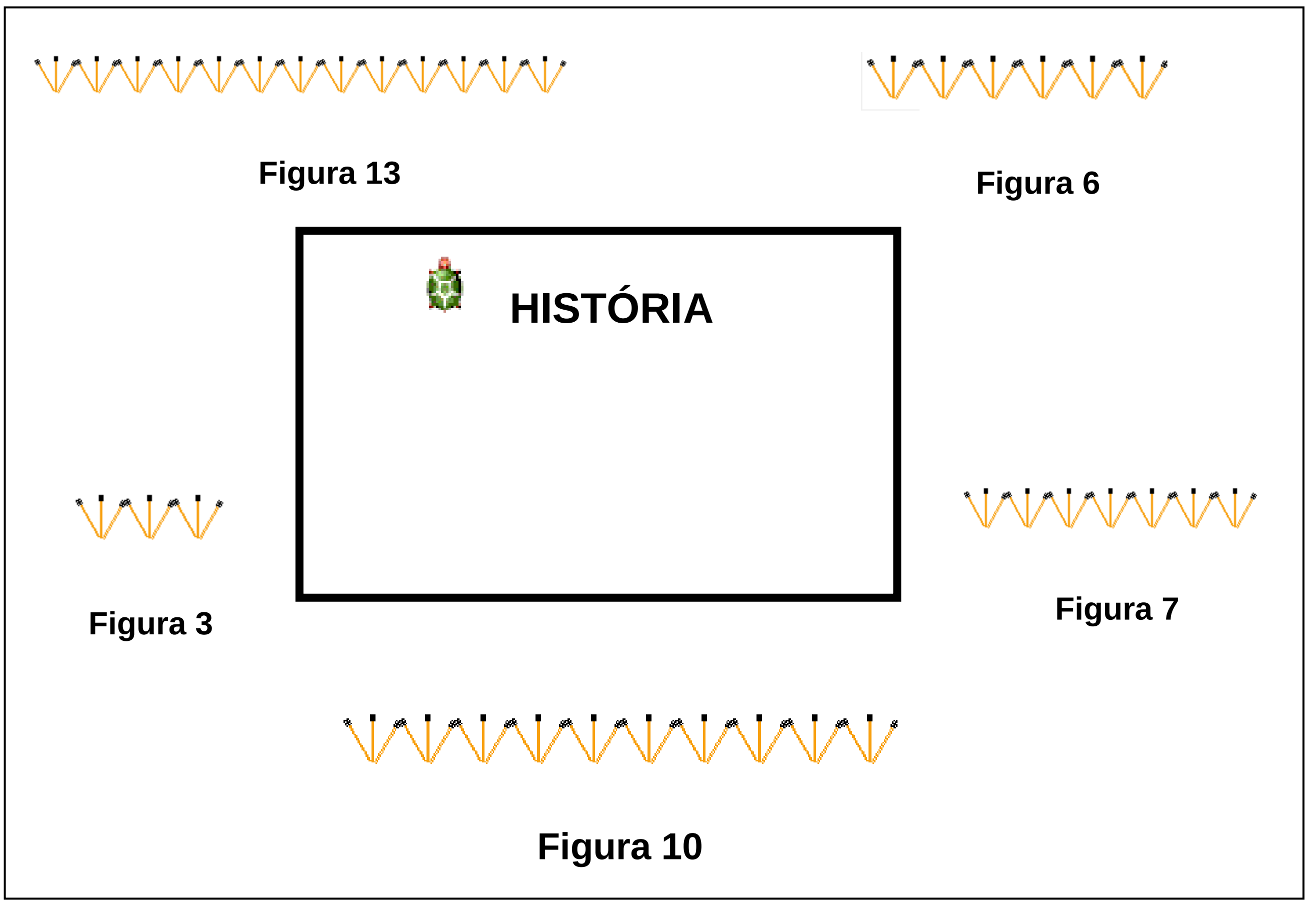



Figura 50 - Atividade III.

Explicamos a atividade para os alunos e dissemos que deveriam construir uma única história para desenhar qualquer uma dessas figuras. O aluno Felipe perguntou: “é uma história para cada uma dessas sequências?“ Respondemos que não, apenas uma história é necessária. Essa história deve ser capaz de desenhar qualquer uma dessas figuras bastando trocar o valor númerico da caixa “n“. Eles deveriam montar uma das sequências e perceber quais os comandos eram necessários para montar a história.

Nós tivemos menos recursos para ánalise dos dados no segundo dia de atividade. O programa que grava a tela dos computadores,*Debut,* não funcionou. Fizemos as análises utilizando a atividade impressa que eles devolveram ao fim da sessão e também através das imagens gravadas pelas filmadoras.

Após entregar a atividade III aos alunos, explicamos a atividade e deixamos que trabalhassem, apenas fazendo intervenções quando fosse necessário. O aluno Téo na maior parte do tempo atuou no computador. As atividades foram desenvolvidas com esse objetivo, fugir das contagens numéricas.

A atividade III diferenciava pouco das duas anteriores, entendemos que não houve muita dificuldade na construção dessa história, já familiarizados com o micromundo, e também tendo feito sequências de figuras com dois comandos, ou seja, de generalização “2n“.

O aluno Téo apresentou um pouco de dificuldade no momento de escrever a história no computador, não lembrava alguns comandos, como limpar tela e limpar história, por exemplo, aos quais sempre um dos pesquisadores do grupo ajudava-o a lembrar-se.

Téo terminou a atividade III, pedimos então que ele testasse sua “história“ e que fizesse uma sequência com trinta e quatro elementos. Primeiro a sequência saiu do espaço delimitado da tela, Téo diminuiu um pouco o tamanho dos palitos e fez a sequência, que ficou certa. Pedimos que ele escrevesse a “história“ registrada no micromundo na folha de atividade que lhe havia sido entregue.

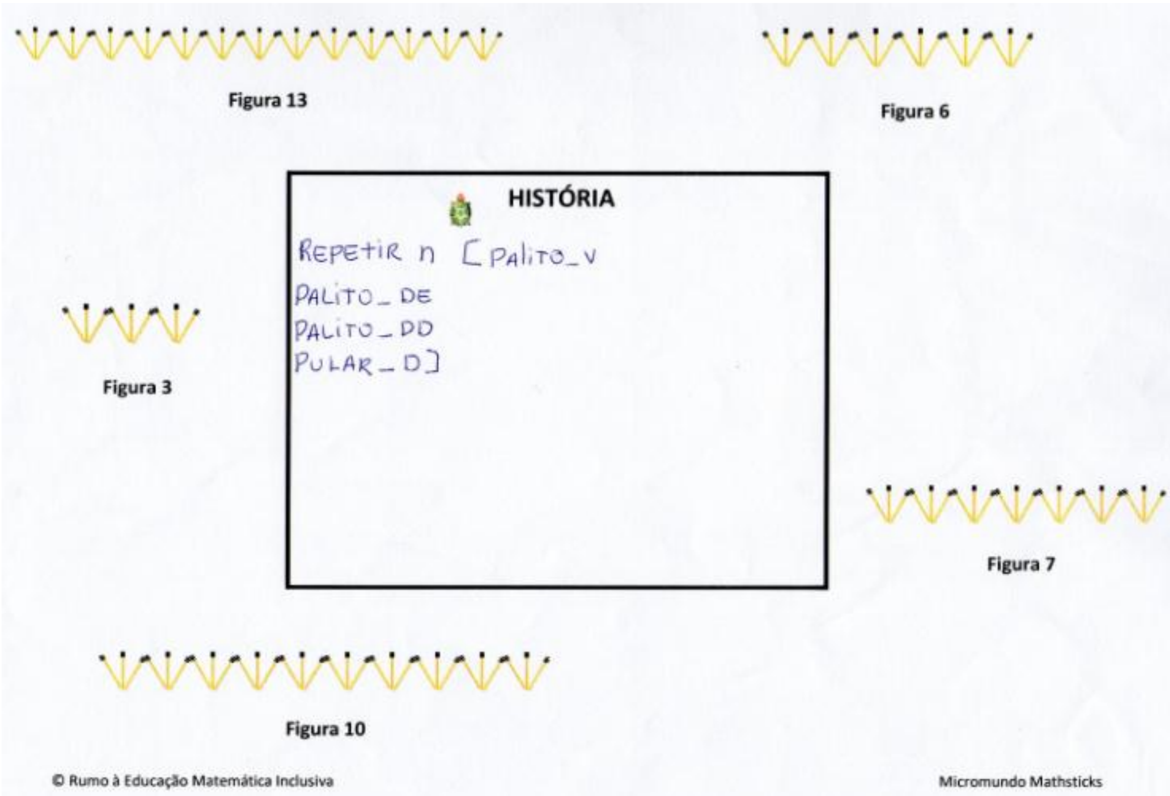



Figura 51 – Resultado da atividade III feita por Téo.

A atividade IV foi mais difícil que a atividade III e não esperávamos que o aluno Téo terminasse tão rápido a terceira atividade. Resolvemos analisar as contribuições do aluno Téo, gostariámos de entender do por que o aluno ter mais facilidade de trabalhar com o micromundo em relação aos demais alunos participantes da pesquisa e esperar para ver quais contribuições emergeriam de seu discurso e de suas atividades no micromundo.

Entregamos a atividade IV para o aluno Téo.

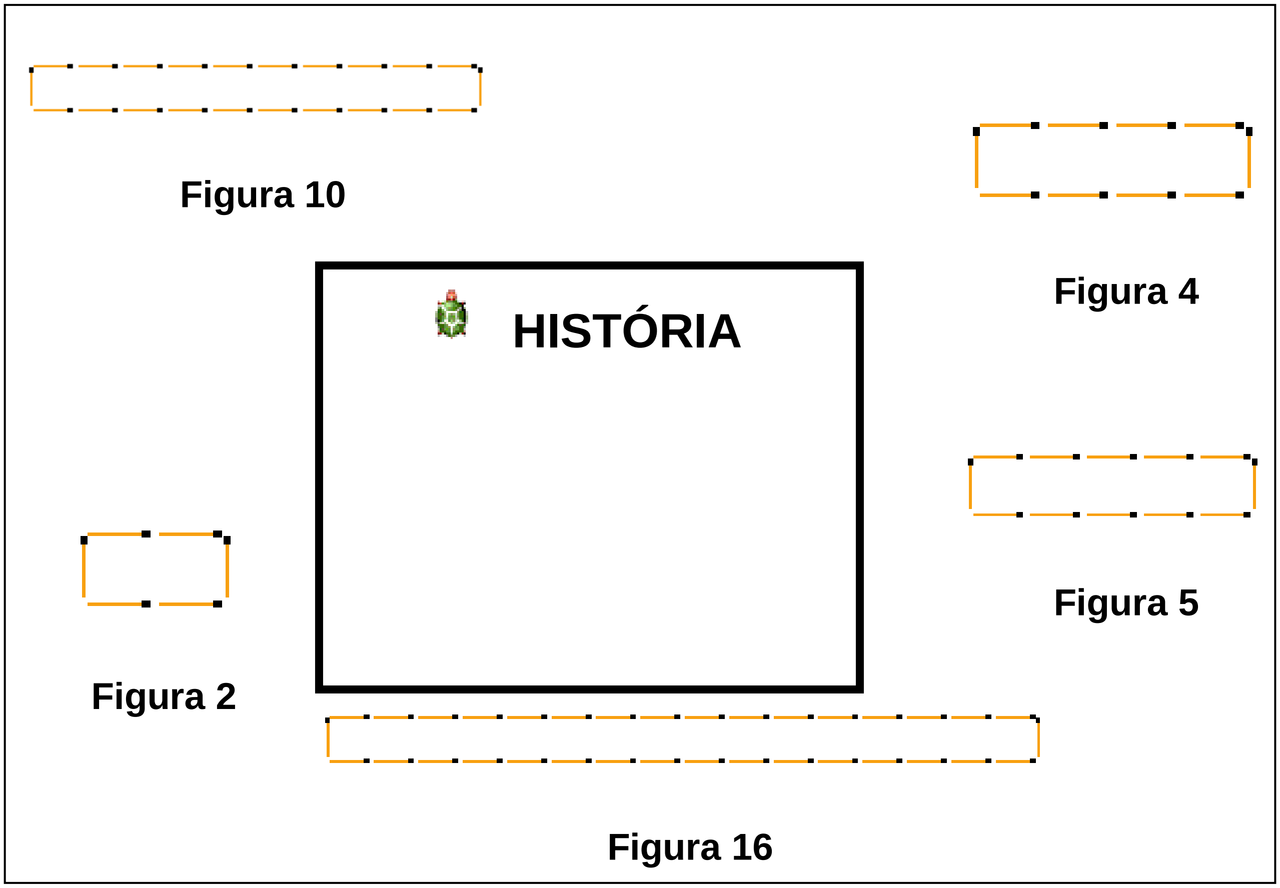



Figura 52 – Atividade IV.

Essa atividade apresentava um desafio maior, os alunos tinham que construir uma sequência de palitos na horizontal de dois em dois, no início e no fim, deveriam ter palitos verticais. Na generalização das atividades anteriores, todos os palitos que formavam a figura, repetiam, ficando dentro do colchetes no comando repetir. Na atividade IV não são todos os palitos da história que repetem, portanto o aluno tem de diferenciar o que repete dos outros. O intuito dessa atividade é verificar se os alunos realmente identificam quais elementos estão repetindo. Para nossa análise, essa atividade é importante para entender se é claro aos alunos a diferença das repetições dentro do micromundo, que tem sua linguagem própria de generalização.

A atividade IV é modelada similar a atividade III. Há várias sequências ao redor da caixa onde deve ser montada a história que pode desenhá-las. Aos alunos dissemos que atividade era parecida com a atividade III, a sequência mudou e precisavamos de uma história que desenhasse “essas“ novas figuras.

Nas três primeiras atividades, os alunos descobriam o que repetia mais facilmente pois não havia elementos que não repetiam, ou seja, a figura qualquer que fosse, quando descoberto os palitos que a montava, bastava colocar dentro do comando que faz a repetição. Tentamos ao máximo não intervir na construção da história, ajudando somente quando a dúvida era quanto a funcionalidade do micromundo ou de seus comandos.

Na resolução da atividade, o aluno Téo tabalhou de uma forma intuitiva e criou uma estratégia diferente do que havíamos imaginado. Conseguiu perceber quais elementos que estavam sendo repetidos, nesse caso, os palitos horizontais que estavam dispostos paralelamente.

Assim que terminou a atividade pedimos a Téo que explicasse para seu colegas de classe, como ele havia solucionado a atividade. Conectamos o computador no qual ele estava trabalhando ao projeção para que todos pudessem ver o que ele fez.

Téo criou o comando repetir, utilizando o “n“ em frente ao comando. Dentro do colchetes colocou os comandos que deveriam repetir e assim criar os palitos paralelos. Dentro da caixa “n“ colocou o número doze.

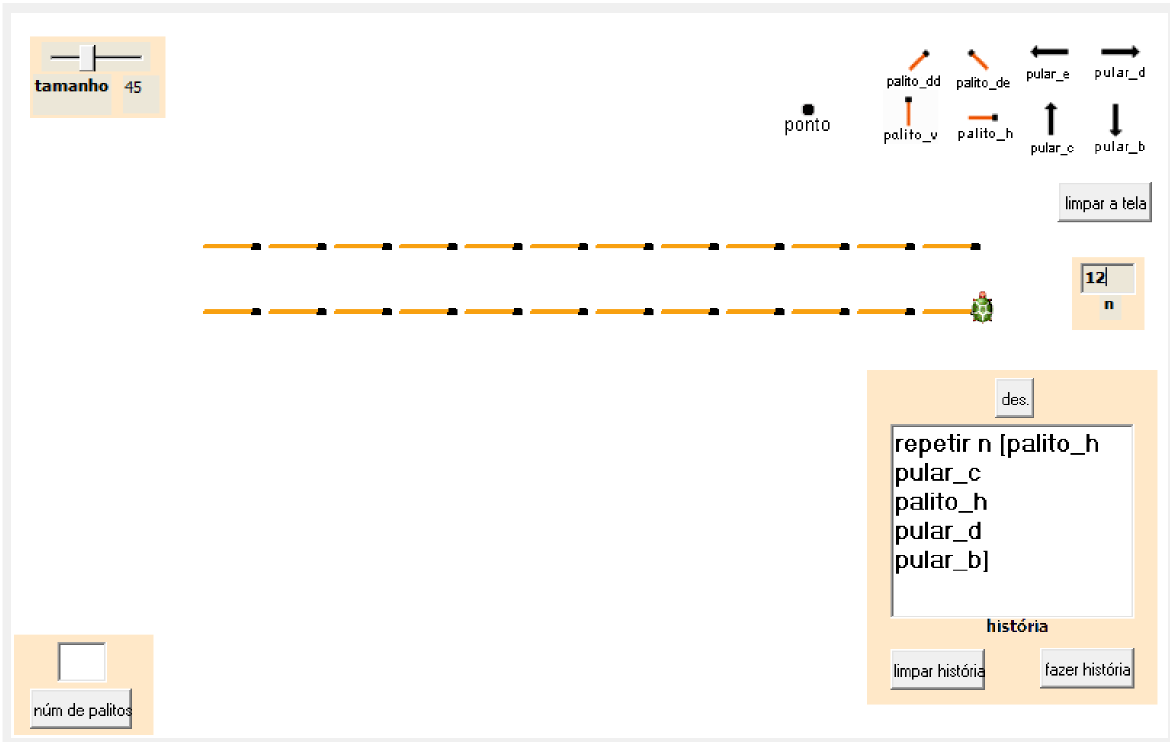



Figura 53 – palitos paralelos, atividade IV

A figura ainda estava incompleta. Uma forma de solucionar o problema é colocar um palito vertical antes do comando repetir e um palito vertical na última linha da história, fora do colchetes. Acreditavámos ao desenvolver a atividade em nosso grupo de pesquisa que os alunos procederiam dessa maneira.

Téo para solucionar o problema dos palitos que estavam faltando, na última linha da história, colocou um palito vertical, fora dos colchetes. E resolveu o problema do lado direito, ficando com um palito no fim. Feito isso, com o *mouse,* ele clicou e segurou a tartaruga arrastando-a até o início, como a caixa história estava ligada, esse procedimento ficou registrado, ou seja, o número de pulos que a tartaruga teve que fazer ao se movimentar. Colocou no início um palito vertical, fechando os dois lados da figura. Ilustramos esses eventos na (Figura 54).

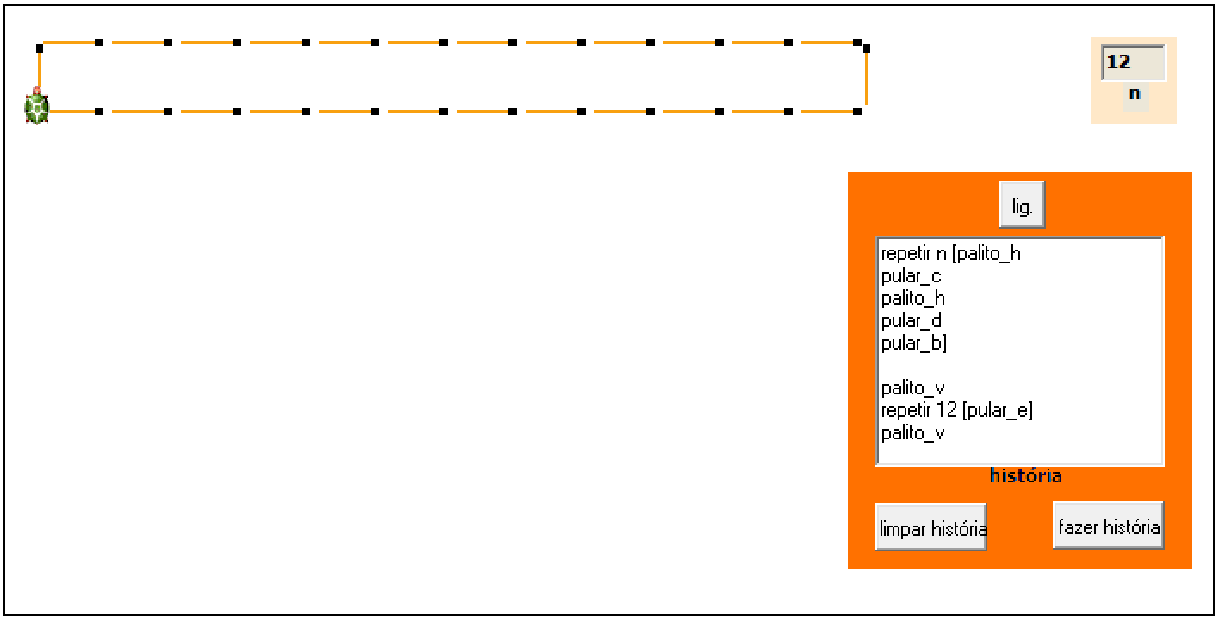



Figura 54 : Resolução parcial da atividade IV.

Então notamos que o número de repetições de palitos estava representada na caixa “n“ sendo esse igual a doze. E o número de pulos para à esquerda também igual a doze só que não na caixa “n“ e sim dentro da caixa história.

Os procedimentos feitos na caixa história devem valer para qualquer quantidade de elementos que se queira representar, desde que não alteremos mais a história. Para isso, colocamos “n“ dentro da história no lugar dos números e mudamos apenas o número que está dentro da caixa “n“.

Afim de testar se a história estava certa, alteramos o número da sequência. Dentro da caixa “n“, antes doze, colocamos vinte, limpamos a tela e testamos. Imediatamente a repetição de palitos paralelos e horizontais mudou, os palitos verticais foram desenhados na mesma posição, sendo que o número dentro da caixa “história“ era doze.

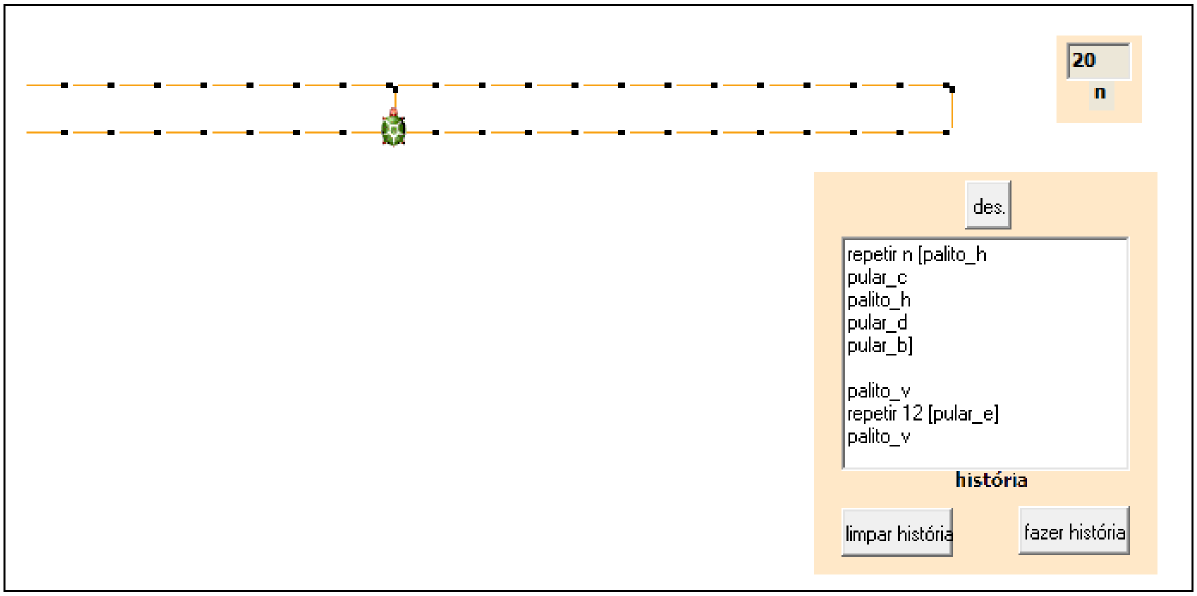



Figura 55 – Palitos horizontais e verticais diferentes.

Quando indagado, o aluno Téo disse que se deixassemos o número doze dentro da caixa história ficaria errado, perguntamos por que estava errado, ele disse que era por que o “n“ estava diferente. Na caixa “n“ estava vinte e na história estava doze, tinha que ser vinte na caixa “n“ e vinte na caixa “história“. Perguntamos a ele se podíamos ao invés de mudar sempre os dois número já que eles eram iguais, colocar o “n“ no lugar do número dentro da caixa “história“, ficando as duas repetições com “n“ e mudando apenas uma vez na caixa “n“. Téo respondeu que podia.

Testamos a nova história colocando 5 dentro da caixa “n“, deu certo. Téo apontou para a projeção, chamando a atenção para o “n“, dizendo que deu certo por que era igual nas duas repetições.

Terminamos assim o segundo dia de atividade com os alunos. Dissemos que havia ainda mais uma atividade a ser feita e perguntamos se podíamos voltar na outra semana para fazê-la, eles disseram que sim. Recolhemos as folhas de atividades e nos despedimos.

## 3.4 Análise da sessão III, dia 23/11/2010.

Iniciamos a sessão retomando alguns comandos básicos do micromundo e tentando introduzir a atividade que iríamos trabalhar. No canto esquerdo da lousa, desenhamos a caixa história, e dentro, colocamos a seguinte história:


Figura 56 – história dada no início da terceira sessão.

Com essa imagem na lousa, gostaríamos que eles representassem na lousa qual figura aparece quando colocarmos o número 4 dentro da caixa “n”.

Téo foi o primeiro que foi a lousa, fez um palito vertical e então voltou ao seu lugar, Felipe também quis participar e tentou fazer, chamamos a atenção dele para que notasse no que é que estava dentro dos colchetes, aqueles comandos é que deveriam repetir. Felipe construiu mais três palitos na horizontal e um na vertical.

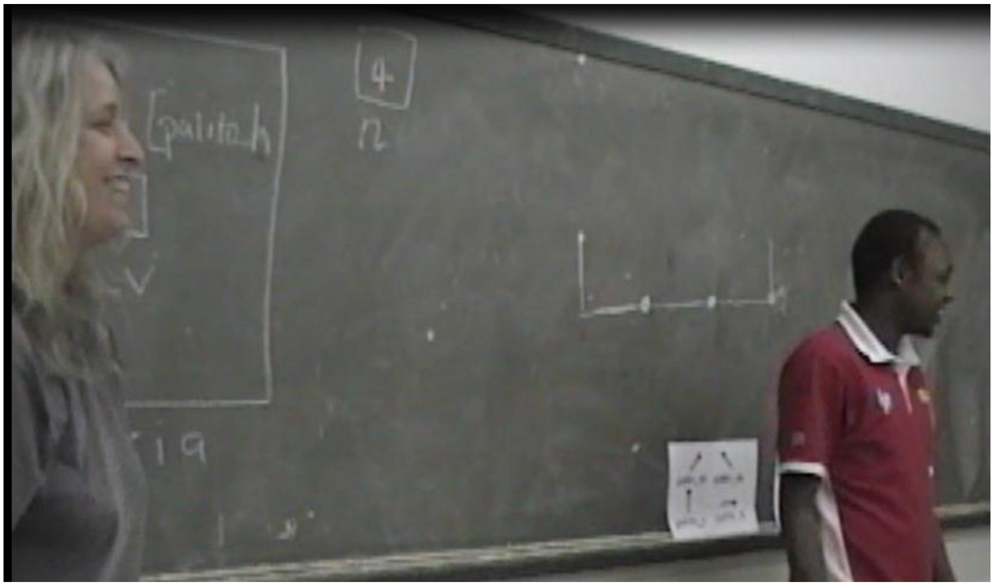



Figura 57 – Felipe construindo n é igual a quatro.

Felipe estava errado, não estava percebendo que o palito que deveria repetir 4 vezes era o palito horizontal. Elaine chamou sua atenção e disse que ele estava errado, ele devia olhar pra lousa e ver quantos palitos faltavam. Elaine veio para a lousa e fez a figura com dois palitos horizontais, ficando então com dois palitos horizontais e dois palitos verticais.


Figura 58 – Elaine durante construção de n é igual a quatro.

Depois disso, chamamos a atenção dela para os procedimentos escritos dentro da caixa história, o que está repetindo quatro vezes é o palito horizontal, dissemos a ela, então ela mudou a figura, deixando da forma correta.


Figura 59 – Elaine fez n é igual a quatro de forma correta.

Entregamos para eles a folha com a atividade proposta. Continumos a analisar a dupla Felipe e Téo. Atividade que os dois fizeram no ambiente escrito, está na (Figura 60).

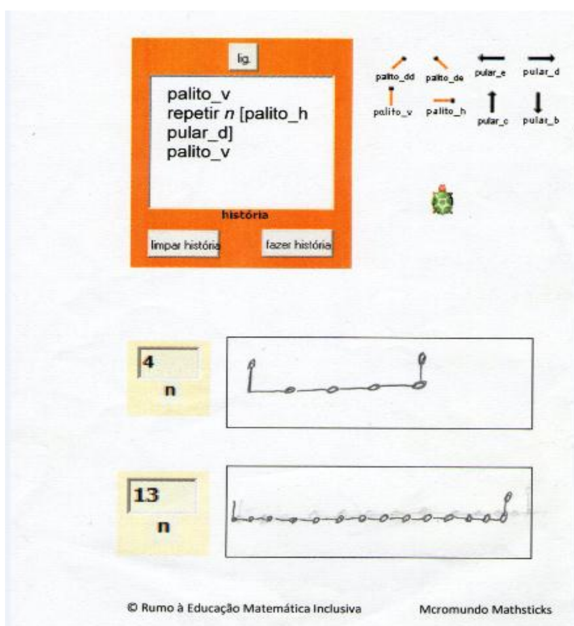



Figura 60 – Atividade feita por Felipe e Téo.

A atividade com n igual a quatro ficou na lousa, então eles copiaram no ambiente escrito a representação que estava na lousa. Depois eles tiveram que montar com sequência com 13 elementos, Téo fez a história no MATHSTICKS e Fernando copiou o resultado da tela no ambiente escrito. Téo também contou para ver se a quantidade de palitos estava certa.

Elaboramos esta atividade com intuito de chamar a atenção deles, para o que estava repetindo na história e quantas vezes estavam repetindo, tentando introduzir a ideia do "n", que para nós é a representação de generalidade na linguagem de programação do micromundo.

Depois mostramos a segunda atividade do dia, eles deviam primeiro completar no ambiente escrito as sequências que estavam faltando e por fim escrever uma história, que pudesse desenhar todas aquelas sequências, o que eles fizeram pode ser visto na (Figura 61).

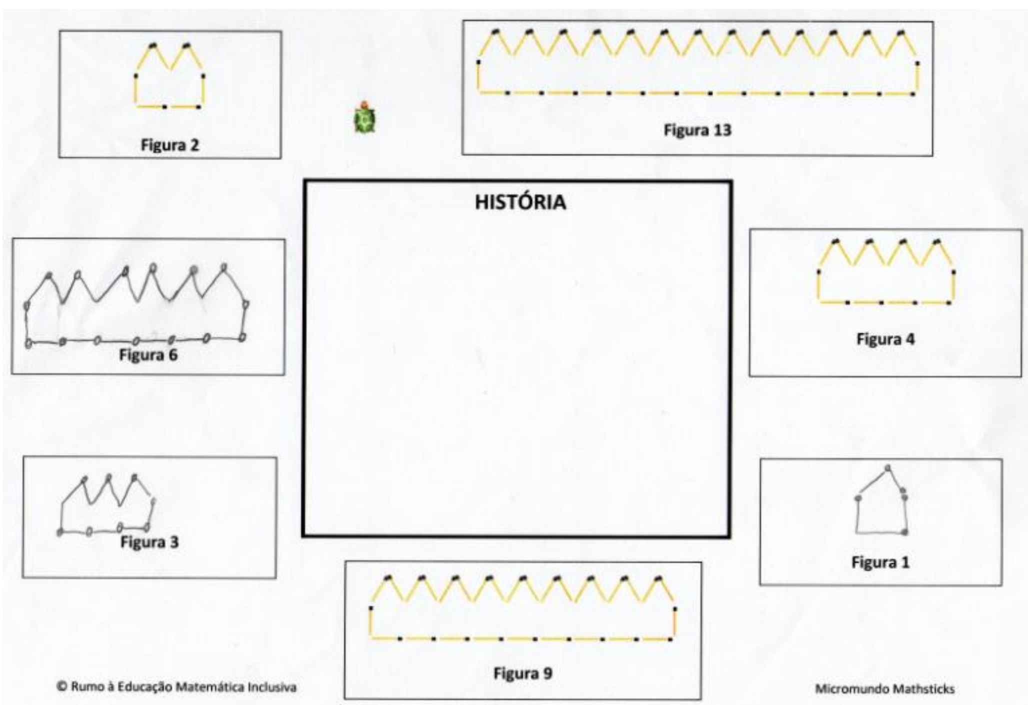



Figura 61 – 2ª atividade da sessão III, feita por Felipe e Téo

Todas as duplas ficaram um tempo com as atividades, fazendo suas construções no micromundo. Depois de algum tempo, os alunos Breno, Amanda, Nildo e Felipe foram à lousa e cada um desenhou uma das figuras que estava faltando na atividade do papel. Amanda foi depois para ajudar o aluno Breno. Todos fizeram as figuras corretamente na lousa, então pedimos que eles terminassem a atividade e que escrevessem a história no ambiente escrito.

A verdade é que o tempo não foi suficiente para que Téo e Felipe passassem a atividade que eles realizaram no micromundo para o ambiente escrito, eles conseguiram fazer, capturamos a tela que eles estavam trabalhando e identificamos o sucesso dos dois, como pode ser visto na (Figura 62).

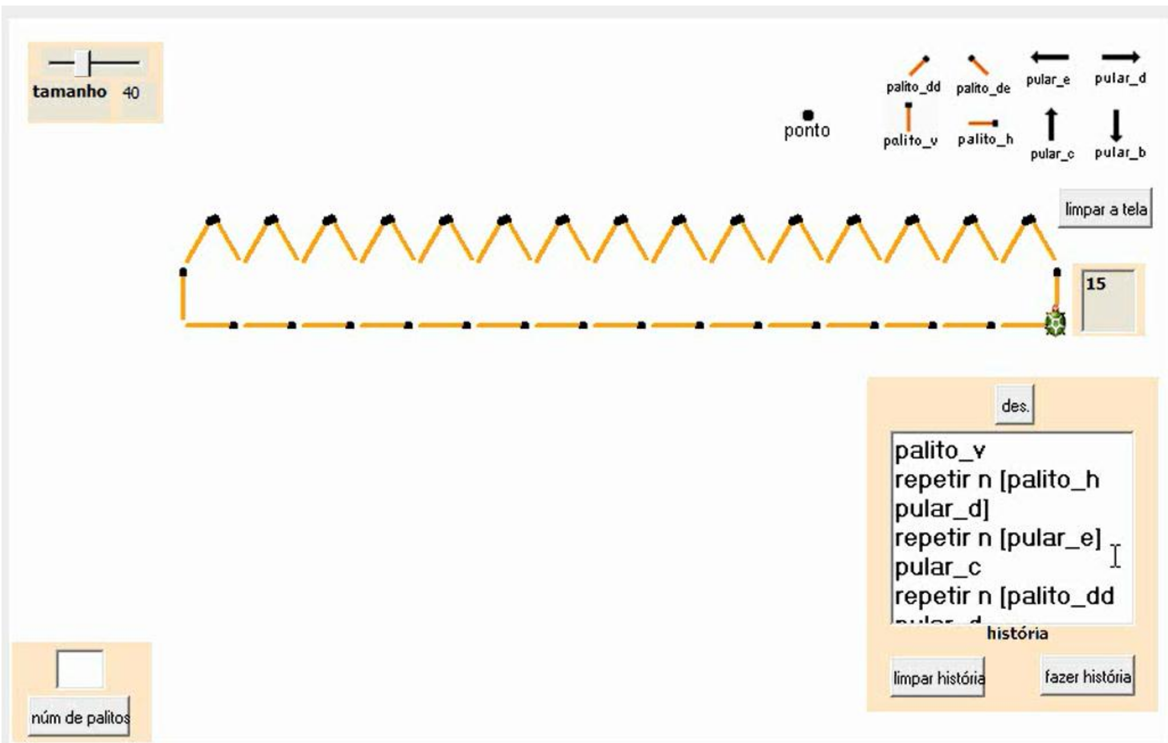



Figura 62 – História feita por Felipe e Téo.

Eles tiveram sucesso ao fazer a atividade, depois de algumas intervenções, explicações, sempre chamando a atenção deles para o “n”, ou seja, o que deveria ser repetido. Essa atividade era relativamente complexa. As outras duas duplas também tiveram êxito em suas atividades.

Agradecemos a importante participação deles nessa pesquisa, o engajamento deles com a atividade foi excelente, o que facilitou muito a interação entre os pesquisadores e os alunos. E assim terminou o 3º dia de atividade.

Neste capítulo descrevemos as sessões de pesquisa realizada com seis alunos surdos em três dias diferentes, com intervalo de uma semana e duração média de 90 minutos por atividade, bem como os resultados e os comentários dos alunos durante o desenvolvimento das sequências de atividades propostas de acordo com nosso *design.* Acreditamos que o micromundo que utilizamos neste trabalho foi adequado a nossas expectativas uma vez que os alunos mostraram-se interessados e participativos durante a construção de seus modelos matemáticos.

A partir de nossas reflexões, apresentaremos no próximo capítulo as considerações finais desta pesquisa, procurando responder as questões que nortearam nossos estudos.

# CAPÍTULO 4

## 4.1 Resultados

Inicialmente o objetivo deste trabalho foi explorar como as representações visuais poderiam contribuir para a aprendizagem matemática de alunos surdos. Procuramos analisar como um micromundo matemático interativo auxiliaria os alunos surdos durante suas estratégias para resolver os problemas propostos e quais pensamentos algébricos surgiriam durante as atividades.

Acreditamos nas ideias de Papert (1986), ele diz que se colocarmos os alunos em situações que faça com que reflitam, criem e testem suas conjecturas em relação aos seus conhecimentos, estaremos possibilitando a construção ou a reconstrução de seus modelos pessoais. Essa é a ideia do *construcionismo*. Papert acredita que esses modelos pessoais têm características cognitivas e características afetivas que são essências para a aprendizagem. Ele defende a ideia de um ambiente de aprendizagem pré-elaborado que possibilite um pensamento reflexivo e autoconsciente, aonde o aluno vai testando suas conjecturas, essa é a ideia de um *micromundo,* o aluno interage com o computador testando suas ideias, isso cria uma metáfora para ensinar comportamentos matemáticos.

A metodologia *Design Experiments* norteou nossas decisões metodológicas nesse trabalho. A escolha da metodologia se deu pelo fato das possibilidades de reestruturação ou reelaboração do projeto e de suas atividades durante o desenvolvimento do mesmo, essa metodologia nos permite tentar entender como as ideias matemáticas são exploradas pelos alunos surdos, uma vez que as ações dos alunos na interação com o meio faz parte dessa ecologia de aprendizagem.

Nosso objeto matemático de estudo são as expressões algébricas, para fazer nossas análises, seguimos as conjecturas de Radford (2006, 2008 e 2010) sobre pensamento algébrico e os tipos de generalização que emergem durante interação dos alunos com sequência de figuras que seguem um padrão.

Com nossos alunos utilizamos diferentes métodos para a coleta de dados para construir nossa análise. Utilizamos filmagem dos alunos para capturar seus diálogos em LIBRAS, primeira linguagem de todos nossos sujeitos de pesquisa. Separamos os alunos em duplas para instigar e privilegiar o diálogo entre eles. A sala estava disposta em semicírculo, assim nos momentos de explicação das atividades todos podiam ver uns aos outros. Nós, pesquisadores, durante as atividades ficamos um pouco dependentes, pois não dominávamos a LIBRAS e estávamos sempre solicitando ajuda do professor da classe ou da intérprete. Utilizamos ainda registros no ambiente escrito que estão colocados em anexo e utilizamos também registro das telas dos computadores onde nossos sujeitos de pesquisa construíam suas sequências.

Um dos pontos que discutimos bastante em nosso grupo, era a passividade que os alunos assumiram durante o inicio das atividades, a cada atividade que propúnhamos, eles esperavam nossa explicação para que soubessem o que deveriam fazer. Mesmo ao encorajar os alunos para que lessem os enunciado das questões, que eram bem curtos, eles continuavam inseguros e não iniciavam a atividade enquanto a intérprete não lhes explicava o enunciado. Outra questão que nos preocupou no início do trabalho foi a pequena quantidade de pesquisas que abordavam aprendizagem matemática e alunos surdos.

As primeiras atividades aplicadas por nosso grupo foram de suma importância, tanto para modelar o micromundo quanto para permitir nosso primeiro contato com os alunos surdos.

## 4.2 Questões de pesquisa.

Voltaremos agora nas questões de pesquisa formuladas no primeiro capítulo com fim de tentar respondê-las.

- *Quais estratégias e tipos de generalizações emergem quando alunos surdos interagem com um micromundo matemático?*

O micromundo permitiu diversas estratégias por parte dos alunos. As representações figurais das sequências, sua facilidade de construção e a dinâmica que as figuras podiam ser feitas ou desfeitas no micromundo, agilizaram as tentativas, consequentemente os erros e acertos.

Nossos sujeitos de pesquisa em grande parte das atividades sentiam dificuldade em entender o que era proposto, isso se deu devido aos diferentes níveis de domínio da Libras, e ao baixo domínio de Língua Portuguesa, isso talvez tenha atrapalhado em suas estratégias no sentido de que, as vezes, perdiam-se no que tinha que ser feito, e então tinham que esperar a intérprete para ajudá-los de onde pararam. O problema é que havia 3 duplas e uma intérprete, os alunos quando precisam dela, tinham que esperar ela terminar de ajudar as outras duplas, para poder retomar suas atividades, ficando as vezes alguns minutos parados.

A estratégia mais utilizada nas primeiras atividades, embora mais fáceis, foi de tentativa e erro, os alunos fizeram, como é caracterizada por Radford (2008), induções ingênuas. As primeiras atividades escritas acabaram privilegiando a contagem dos palitos, os alunos utilizaram o micromundo apenas para fazer as sequências que não estavam na atividade escrita e assim poder contar o número de palitos na tela, na hora de generalizar sentiam muita dificuldade. A metodologia foi fundamental na hora de mudar o *design* das atividades e não apresentamos mais atividades onde era necessário contar palitos ou completar figuras. As atividades tiveram seu foco na “história”, linguagem de programação onde acreditamos acontecer as generalizações. Os alunos concentraram-se mais na estrutura das sequências, conseguindo fazer generalizações aritméticas e por vezes generalizações algébricas.

- *Há evidência de pensamento algébrico nas formas utilizadas para expressar suas generalizações?*

Para Radford (2008) o pensamento algébrico acontece quando identificamos alguma regularidade em determinados elementos de uma sequência, generalizamos para todos os termos seguintes e por fim é criamos uma regra ou um esquema que represente esta regularidade. Ele acredita que o pensamento algébrico é composto por três elementos inter-relacionados: Um sentimento de indeterminicidade, uma forma de agir analiticamente com objetos indeterminados e o uso de um sistema semiótico adequado de apoio aos dois primeiros elementos.

Nas generalizações ingênuas, o aluno não percebe regularidade na sequência, ficam presos à ideia de tentativa e erro. Na generalização aritmética, é percebida a regularidade, mas ela não permite encontrar todo e qualquer elemento dentro da sequência, geralmente toma a forma de uma regra fundamentada na soma, que relaciona apenas alguns elementos da sequência. Essas duas não caracterizam, em nossa visão, o pensamento algébrico.

Acreditamos que durante a remodelagem das atividades, conseguimos inclinar o olhar dos alunos para a estrutura da construção da sequência, dessa forma eles conseguiram identificar os elementos que repetiam, e assim fazer suas conjecturas. Nas últimas atividades, os alunos conseguiram fazer as generalizações algébricas utilizando a caixa “n”. Para nós o pensamento algébrico, aconteceu durante a construção da “história”, na linguagem de programação do micromundo, e ao perceber que no lugar do “n” eles podiam colocar qualquer valor e assim determinar qualquer elemento da sequência, nessa hora, eles pensaram algebricamente.

## 4.3 Considerações finais.

Nas sessões percebemos os diferentes tipos de pensamento algébricos apontados por Radford, as diferentes estratégias na resolução dos problemas e as dificuldades na comunicação, provenientes dos diferentes níveis de domínio de Libras por nossos sujeitos de pesquisa. Acreditamos que, diferente de quando o ambiente escrito é utilizado, no processo de generalização de padrões algébricos no micromundo MATHSTICKS, a representação simbólica não esta apenas na descrição final da sequência – a variável faz parte da construção da sequência. Normalmente, a ação de criar a sequência é feita separadamente da expressão algébrica, no MATHSTICKS tentamos fazer com que a ação de criar a sequência ocorra simultaneamente com a expressão algébrica. Esperamos que esta característica promova um novo olhar sobre a aprendizagem de generalização de padrões que é feita tradicionalmente no ambiente escrito.

Considerando as limitações de tempo e de quantidade de alunos que uma pesquisa de mestrado tem, essa nos possibilitou entender que quando os alunos surdos apresentam dificuldade em conteúdos relacionados à Matemática, uma ecologia de aprendizagem onde um micromundo está propício a utilizar suas habilidades visuais-espaciais, pode favorecer e criar situações que desenvolvam a aprendizagem desses alunos. Nesse campo de pesquisa tão pouco explorado, esperamos ter contribuído para novos olhares em relação aos processos de ensino-aprendizagem que é feito tradicionalmente no ambiente escrito e que ao utilizar os benefícios das ferramentas tecnológicas nossos alunos possam, com mais facilidade, desenvolver-se educacionalmente.

Para futuros trabalhos deixamos aqui a sugestão de que o micromundo MATHSTICKS possa ser trabalhado utilizando pontos, construindo padrões com cores e verificando suas regularidades, fazendo um trabalho comparativo com este a fim de verificar se as dificuldades são as mesmas, ou fazer o mesmo trabalho com alunos ouvintes, para verificar se eles também tem dificuldade com a linguagem de programação ou em construir generalidades e se as interações visuais-espaciais poderiam também ser estimuladas através do micromundo.

BLATTO-VALLEE, G., KELLY, R. R., GAUSTAD, M. G., PORTER, J. & FONZI, J. (2007). Visual-spatial representation in mathematical problem solving by deaf and hearing students. *Journal of Deaf Studies and Deaf Education*, 12(4), 432-448.

BRASIL (2007). Ministério da Educação. *Evolução da Educação Especial no Brasil*. Secretaria da Educação Especial. Brasília: MEC/SEESP, 11 p. Disponível em: http://portal.mec.gov.br/seesp/arquivos/pdf/brasil.pdf. Acesso em: 08 de junho 2010.

BRASIL (2010). Ministério da Educação. Instituto Nacional de Estudos e Pesquisas Educacionais Anísio Teixeira*. Resumo Técnico – Censo Escolar 2010.* Brasília: MEC/INEP/DEED. Disponível em: http://download.inep.gov.br/educacao_basica/censo_escolar/resumos_tecnicos/divulgacao_censo2010_revisao_04022011.pdf. Acesso em: 27 de Julho de 2012.

BRASIL, Secretaria de Educação Fundamental (1997). *Parâmetros curriculares nacionais: Matemática/Secretaria da Educação Fundamental*. Brasília: MEC / SEF/SEF.

BULL, R. (2008). Deafness, numerical cognition, and mathematics**.** In M. MARSCHARK and P. HAUSER (Eds.), *Deaf Cognition: Foundations and Outcomes.* New York: Oxford. pp. 170-200.

CLEMENTS, D., e SARAMA, J. (1997). Research on Logo: a Decade of Progress. *Computers in the Schools*, *14* (1-2), 9-46.

COBB, Paul; CONFREY, Jere; diSESSA, Andrea; SCHAUBLE, Leona. (2003). Design Experiments in Education Research. *Educational Researcher*, v.32.1.

COLE, M.; SCRIBNER, S. (1998). Introdução. In: VYGOTSKY, L. S. *A formação social da mente.* Org. Michael Cole, et al. Tradução José Cipolla Neto, Luís Silveira Menna Barreto, Solange Castro Afeche. 6ª ed. São Paulo: Martins Fontes.

DRISOSTES, Carlos A. T. (2005). *Design iterativo de um micromundo com professores de matemática do Ensino Fundamental*. São Paulo. 300 f. Dissertação de Mestrado em Educação Matemática. Pontifícia Universidade Católica de São Paulo.

FERNANDES, S.H.A.A & HEALY, L. (2007). Ensaios sobre a inclusão na Educação Matemática, *UNION*, 10, p. 59-79. ISSN: 1815-0640.

HEALY, L. (2009). *Rumo à Educação Matemática Inclusiva.* Projeto de pesquisa realizado no âmbito da Universidade Bandeirante de São Paulo.

HEALY, L., e KYNIGOS, C. (2010). Charting the microworld territory over time: Design and construction in mathematics education**.** *ZDM—The International Journal on Mathematics Education*, 42(1), 63–76.

IBGE – Instituto Brasileiro de Geografia e Estatística (2005). Disponível em: http://www.ibge.gov.br/home/presidencia/noticias/noticia_visualiza.php?id_noticia=438&id_pagina=1. Acesso em 3 de Outubro de 2010.

KARRER, Mônica. (2006). *Articulação entre Álgebra Linear e Geometria: um estudo sobre as transformações lineares na perspectiva dos registros de representação semiótica.* Tese de Doutorado. São Paulo: PUC, 2006.

KELLY, R. R. (2008). Deaf learners and mathematical problem solving**.** In M. MARSCHARK & P. HAUSER(Eds.), *Deaf cognition: Foundations and outcomes* (pp. 226-249). New York: Oxford University Press.

MARCHESI, A. (1995). Comunicação Linguagem,e Pensamento das Crianças Surdas**.** In: COLL, C. PALACIOS, J. MARCHESI, A., Colaboradores. *Desenvolvimento Psicológico e Educação:* Necessidades Educativas Especiais e Aprendizagem Escolar*.* Vol.3. Artes Médicas, 1995. p.198-214.

MARCHESI, A. (2004). Desenvolvimento e educação das crianças surdas. In: COLL, C. PALACIOS, J. MARCHESI, A., Colaboradores. *Desenvolvimento Psicológico e Educação: Transtornos de desenvolvimento e necessidades educativas especiais.* Vol.3. Artmed, 2004. p.171-192.

MARCHESI, A. A (1995) Educação da Criança Surda na Escola Integradora. In: COLL, C. PALACIOS, J. MARCHESI, A., Colaboradores. *Desenvolvimento Psicológico e Educação:* Necessidades Educativas Especiais e Aprendizagem Escolar*.* Vol.3. Artes Médicas, 1995. p.215-231.

MARCONDES, F & SANTOS, H. (2010). Alunos Surdos Discutindo Sequências: Rumo ao Pensamento Algébrico. *Anais do X Encontro Paulista de Educação Matemática*: X EPEM. (pp.1-14).São Carlos: SBEM/SBEM-SP.

MARSCHARK, M. WAUTERS, L. (2008) Language Comprehension and Learning by Deaf Students. In: MARSCHARK, M. HAUSER, P. C. *Deaf Cognition: Foundations and Outcomes. Perspectives on Deafness*. Oxford University Press, 2008. p.309-341.

NUNES, T. & MORENO, C. (2002). An Intervention Program for Promoting Deaf Pupils' Achievement in Mathematics. *Journal of Deaf Studies and Deaf Education*, 7:2, 120-133.

NUNES, T. (2004). *Teaching mathematics to deaf children.* London: Whurr. pp. 1-21.

PAPERT, S. (1980**).** *Mindstorms: Children, Computers and Powerful Ideas*. London: Harvester Press.

PAPERT, S.: (1986). *Logo: Computadores e educação*. Trad.: Valente, J. A.; Bitelman, B. e Ripper, A. V. 2ª ed. São Paulo: Editora Brasiliense, 1986.

RADFORD, L. (2006). Elementos de uma teoria de la objetivación. *Relime – Revista Latinoamericana de Investigación en Matemática Educativa*, Publicación Oficial de Investigación del Comité Latinoamericano de Matemática Educativa. Número Especial.

RADFORD, L. (2008). Iconicity and Contraction: A Semiotic Investigation of Forms of Algebraic Generalizations of Patterns*. ZDM - The International Journal on Mathematics Education*.

RADFORD, L. (2010). Signs, gestures, meanings: Algebraic thinking from a cultural semiotic perspective. In V. Durand-Guerrier, S. Soury-Lavergne, & F. Arzarello, F. (Eds.), *Proceedings of the Sixth Conference of European Research in Mathematics Education (CERME 6)* (pp. XXXIII - LIII). Université Claude Bernard, Lyon, France.

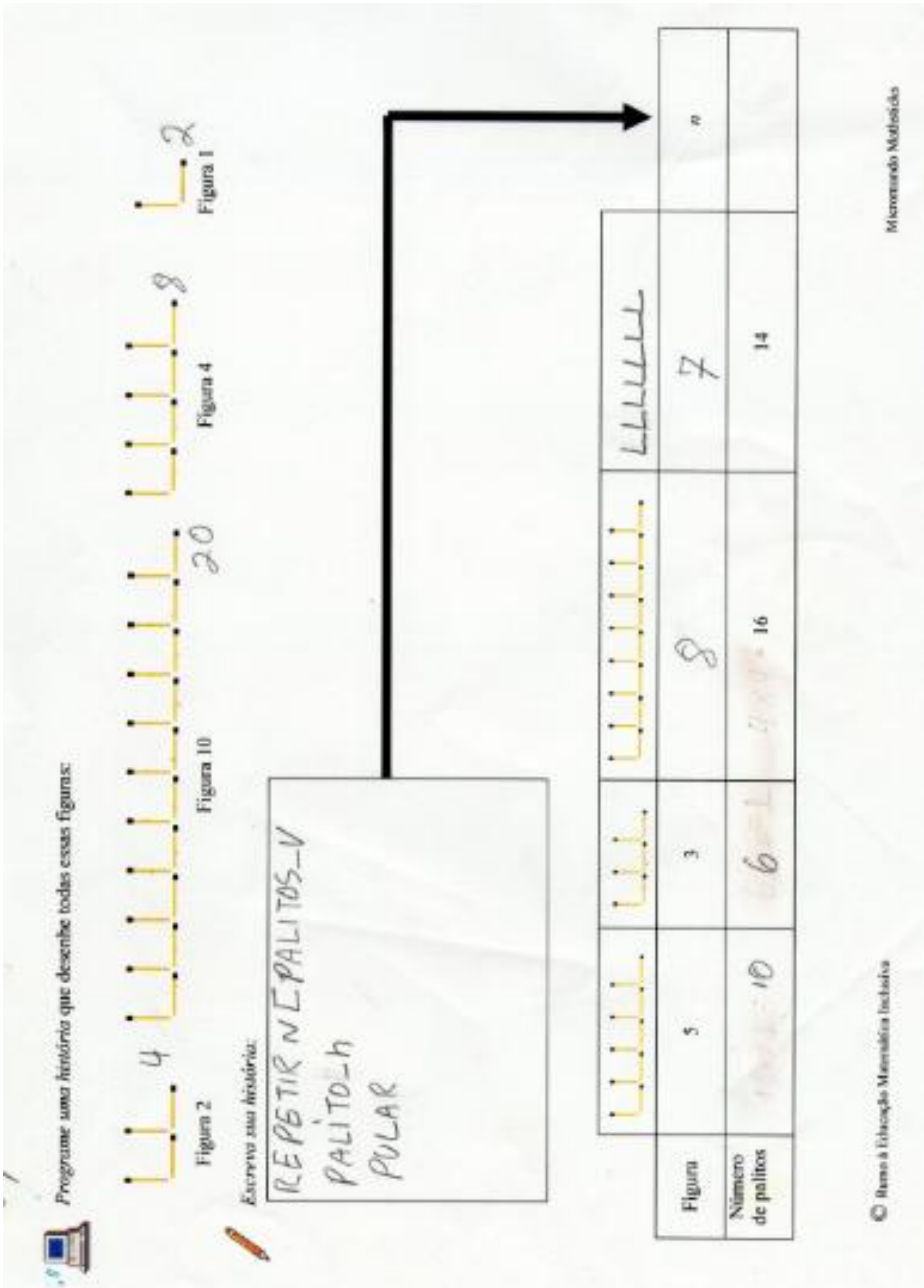
RIBEIRO, E. V. C. (2007). *O design e o uso de um micromundo musical para explorar relações multiplicativas*. Dissertação de Mestrado. São Paulo: PUC, 2007.

SALES, L. M. (2009). *Tecnologias Digitais na Educação Matemática de surdos em uma escola pública regular*: possibilidades e limites. Dissertação de Mestrado. Belo Horizonte: PUC, 2009.

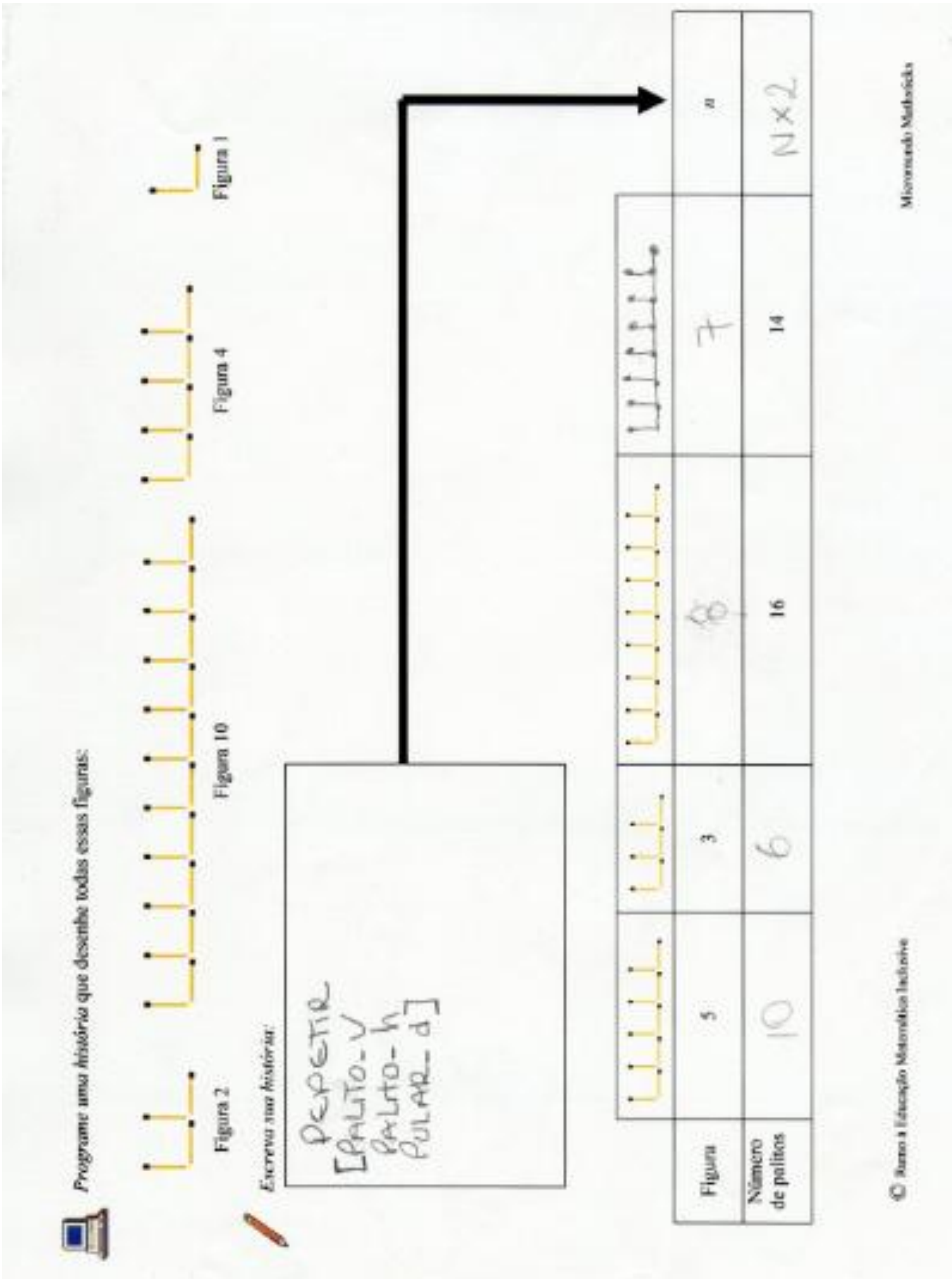
SASSAKI, R. K.. (2002) *Terminologia sobre deficiência na era da inclusão*. In: Revista Nacional de Reabilitação, ano V, n. 24, jan./fev. 2002, pp. 6-9. http://www.prefeitura.sp.gov.br/cidade/secretarias/upload/saude/arquivos/deficiencia/Nomenclatura_na_area_da_surdez.pdf acesso em 02/11/2011.

SOUZA, F. R. (2010**).** *Explorações De Frações Equivalentes Por Alunos Surdos: Uma Investigação Das Contribuições Da MusiCALcolorida***.** Dissertação de Mestrado, Universidade Bandeirante de São Paulo, SP, Brasil.

## Anexo I – Atividade I, Felipe e Téo.



**Anexo II – Atividade I, Breno e Amanda.**



*Programe uma história que desenhe todas essas figuras:*

Figura 2 Figura 10 Figura 4 Figura 1

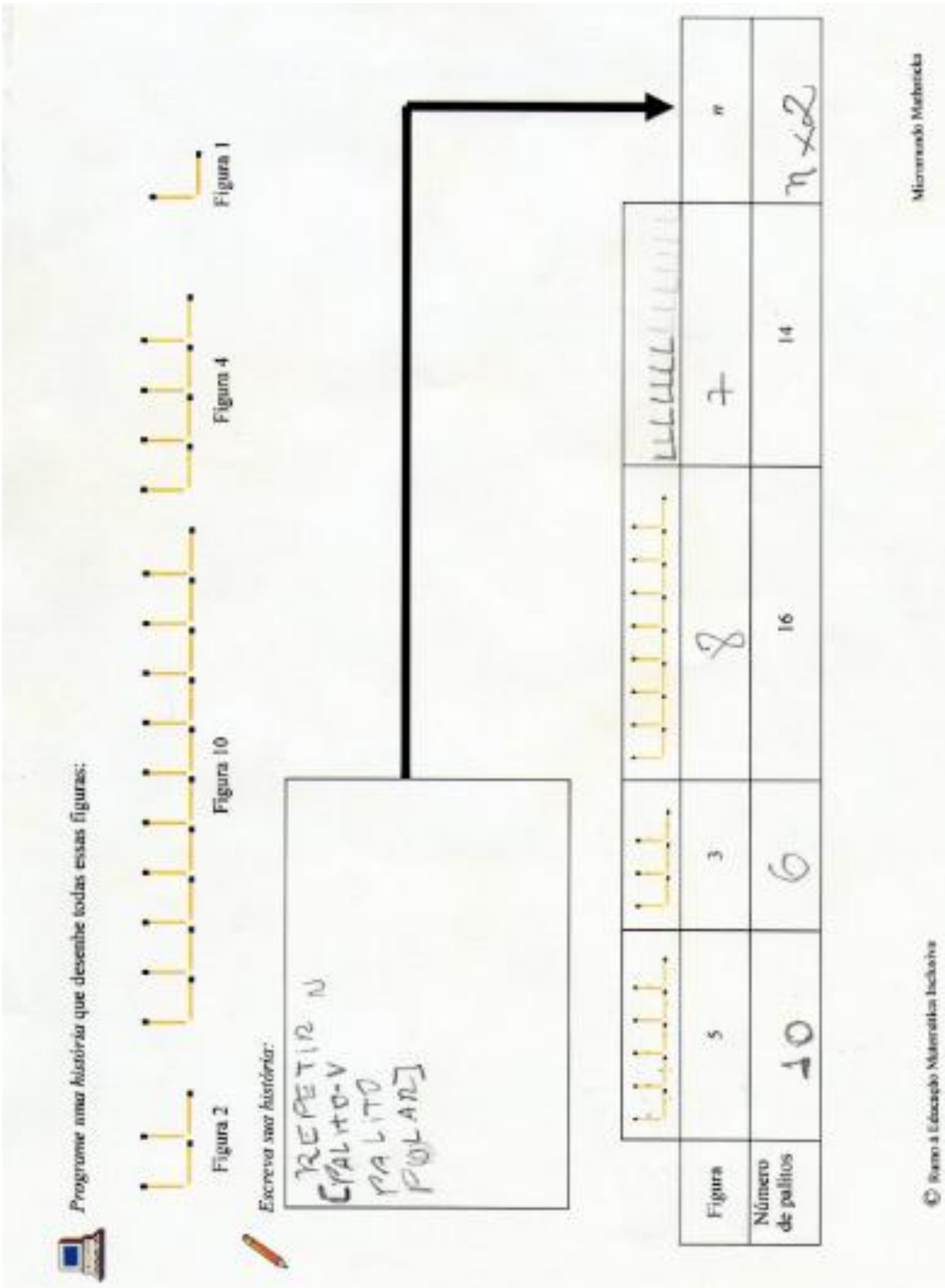
*Escreva sua história:*

REPETIR [PALITO-V PALITO-H PULAR-d]

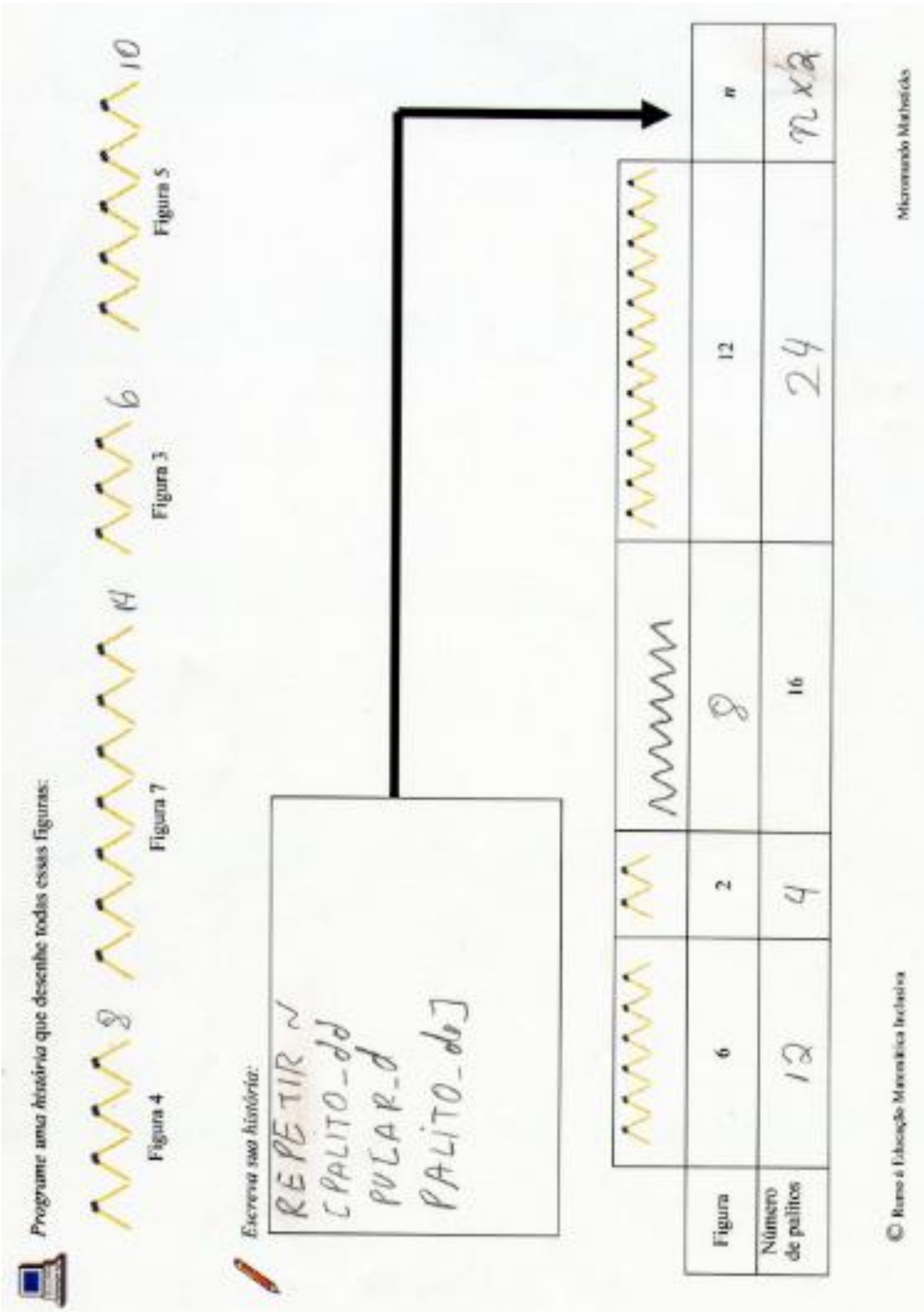
| Figura | 5 | 3 | 8 | 7 | n |
|---|---|---|---|---|---|
| Número de palitos | 10 | 6 | 16 | 14 | N×2 |

© Rumo à Educação Matemática Inclusiva

**Anexo III – Atividade I, Nildo e Elaine.**



**Anexo IV – Atividade II, Felipe e Téo.**




**Anexo V – Atividade II, Breno e Amanda.**

*Programe uma história* que desenhe todas essas figuras:

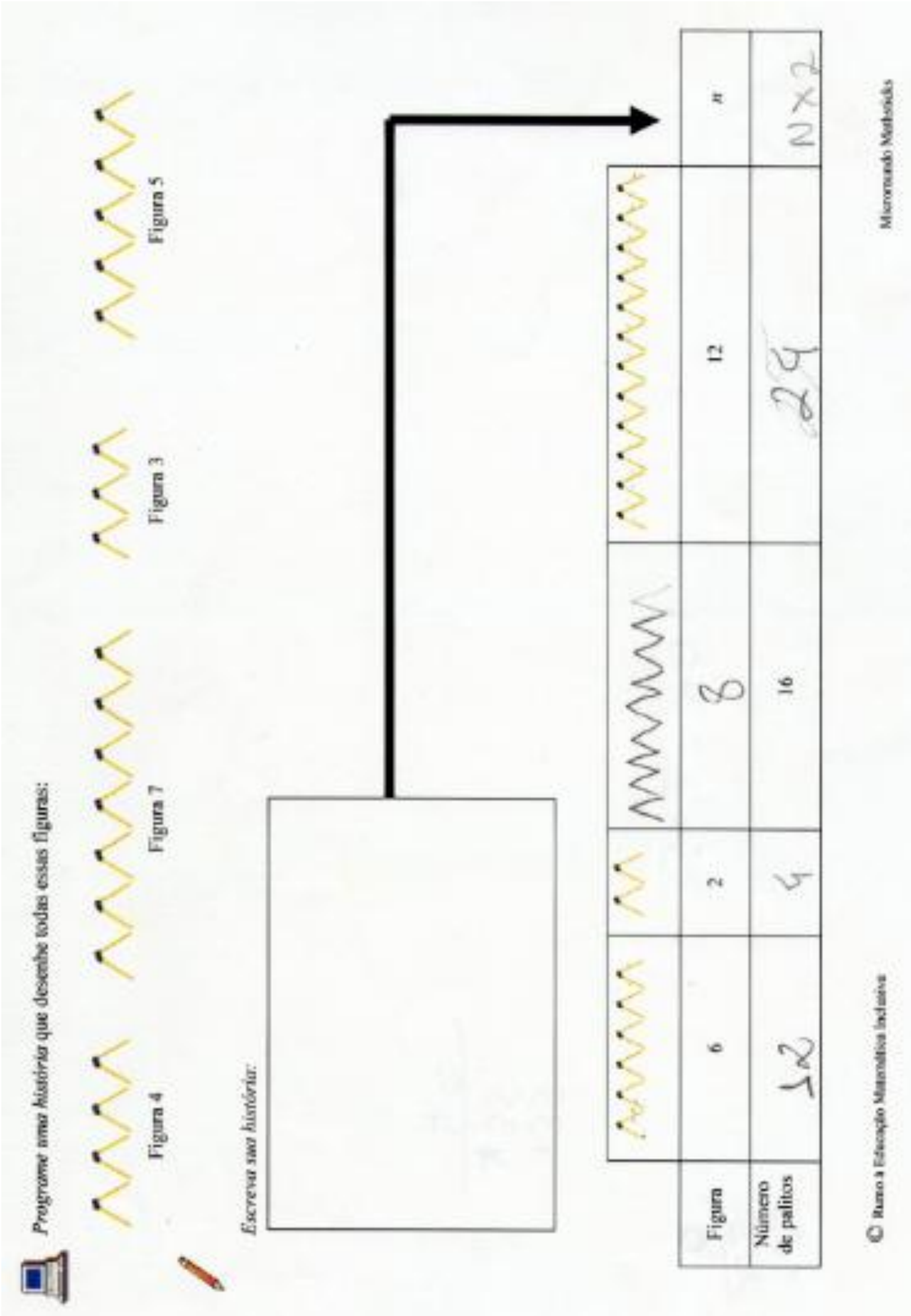
Figura 4 | Figura 7 | Figura 3 | Figura 5

*Escreva sua história:*

REPETIR N
[PALITO_dd
PULAR_d
PALITO_de]

| | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|
| Figura | 6 | 2 | 8 | 12 | *n* |
| Número de palitos | 12 | 4 | 16 | 24 | N x 2 |

## Anexo VI – Atividade II, Nildo e Elaine.



*Programe uma história que desenhe todas essas figuras:*

Figura 4

Figura 7

Figura 3

Figura 5

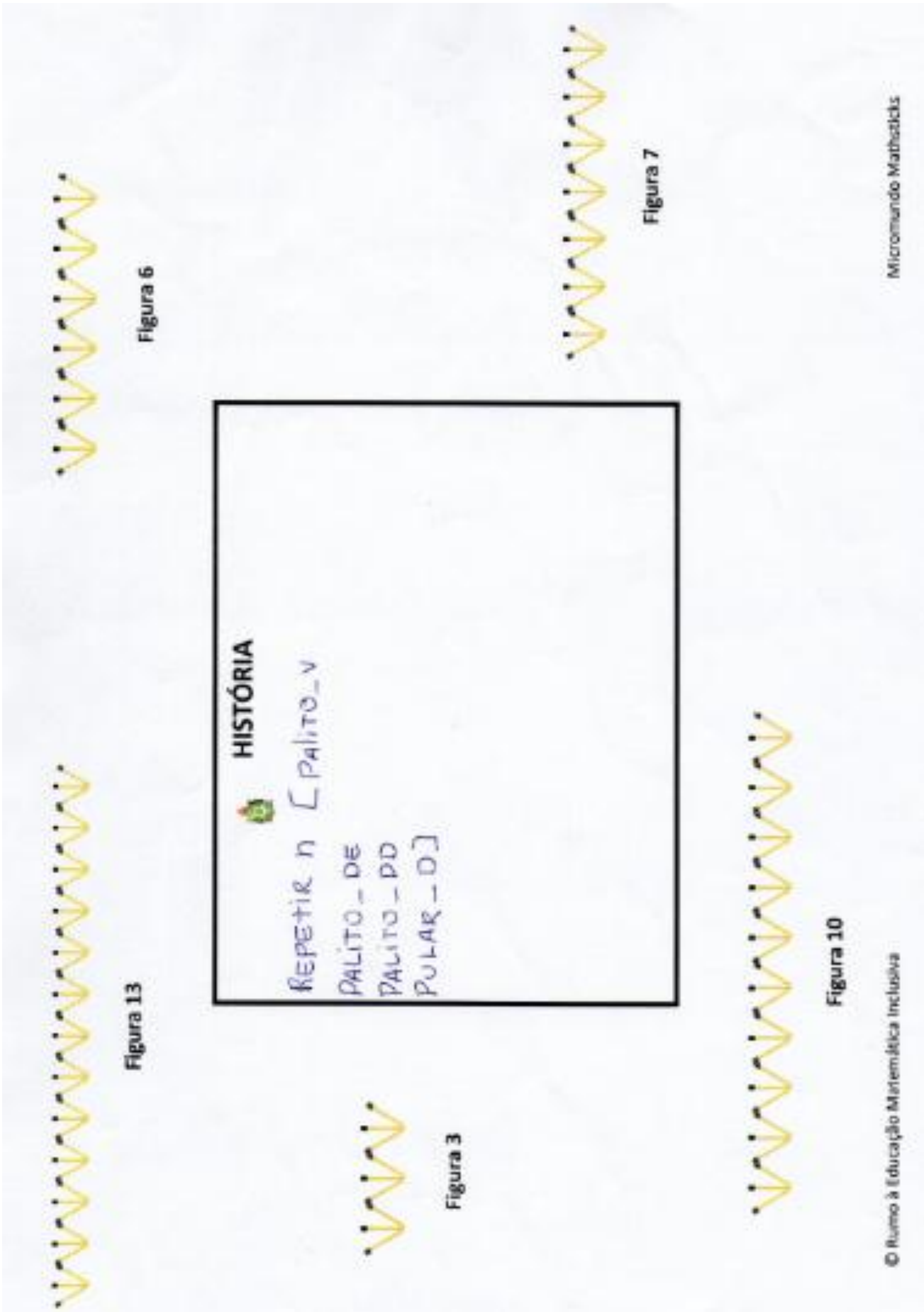
*Escreva sua história:*

| Figura | 6 | 2 | 8 | 12 | n |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| Número de palitos | 12 | 4 | 16 | 24 | N×2 |

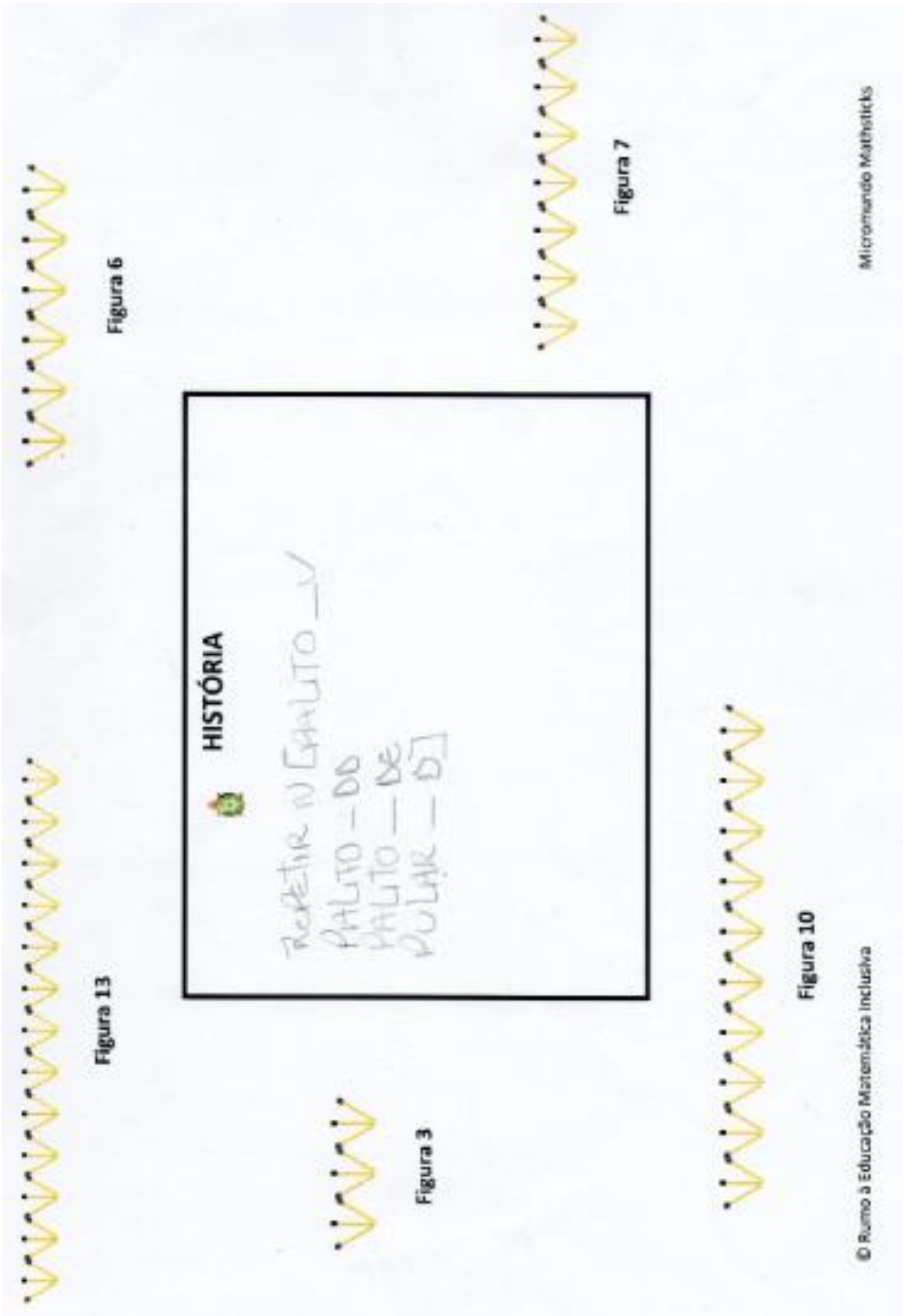
© Rumo à Educação Matemática Inclusiva

Micromundo Matchsticks

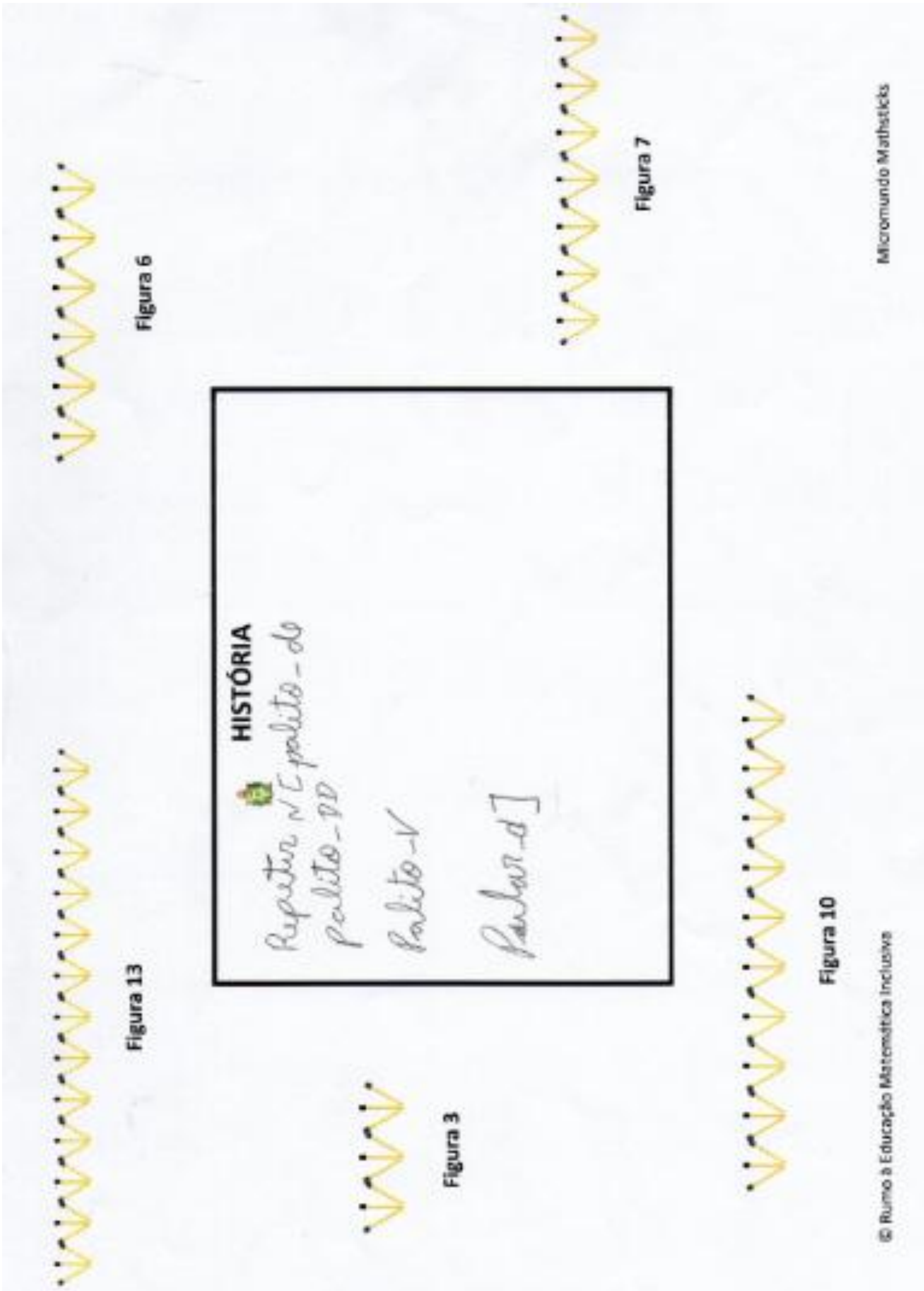
**Anexo VII – Atividade III, Téo.**



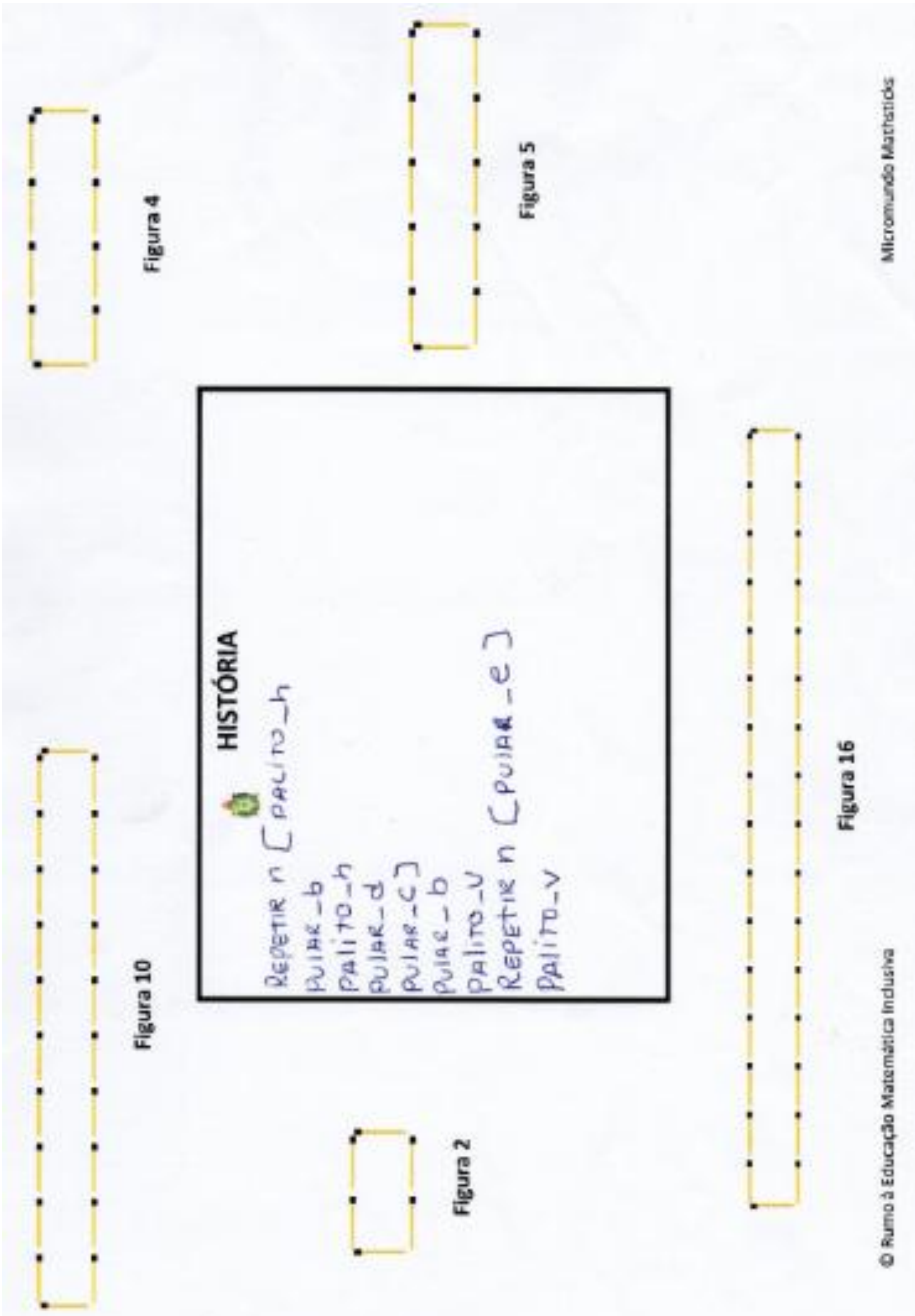
## Anexo VIII – Atividade III, Breno e Amanda.



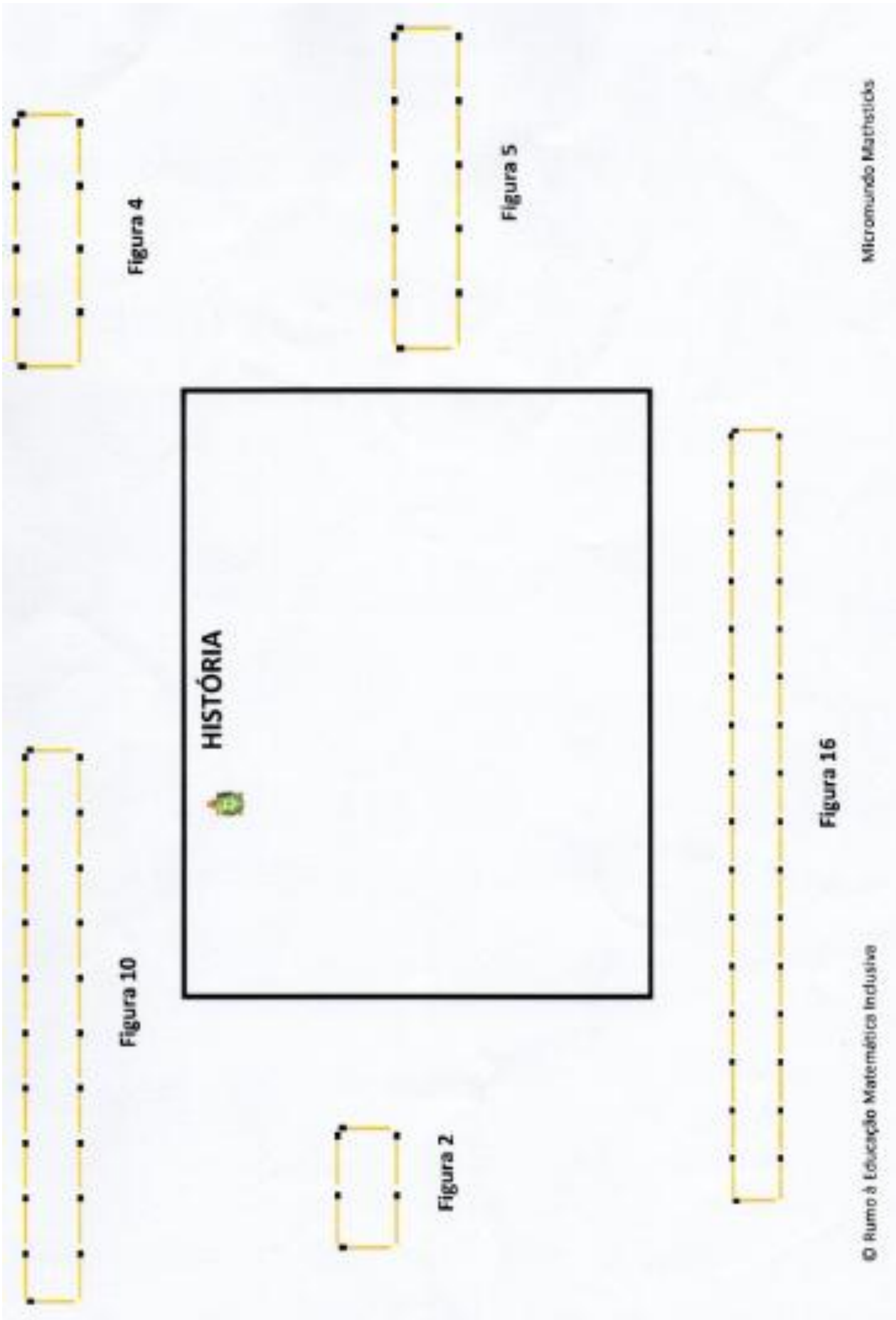
**Anexo IX – Atividade III, Nildo e Felipe.**



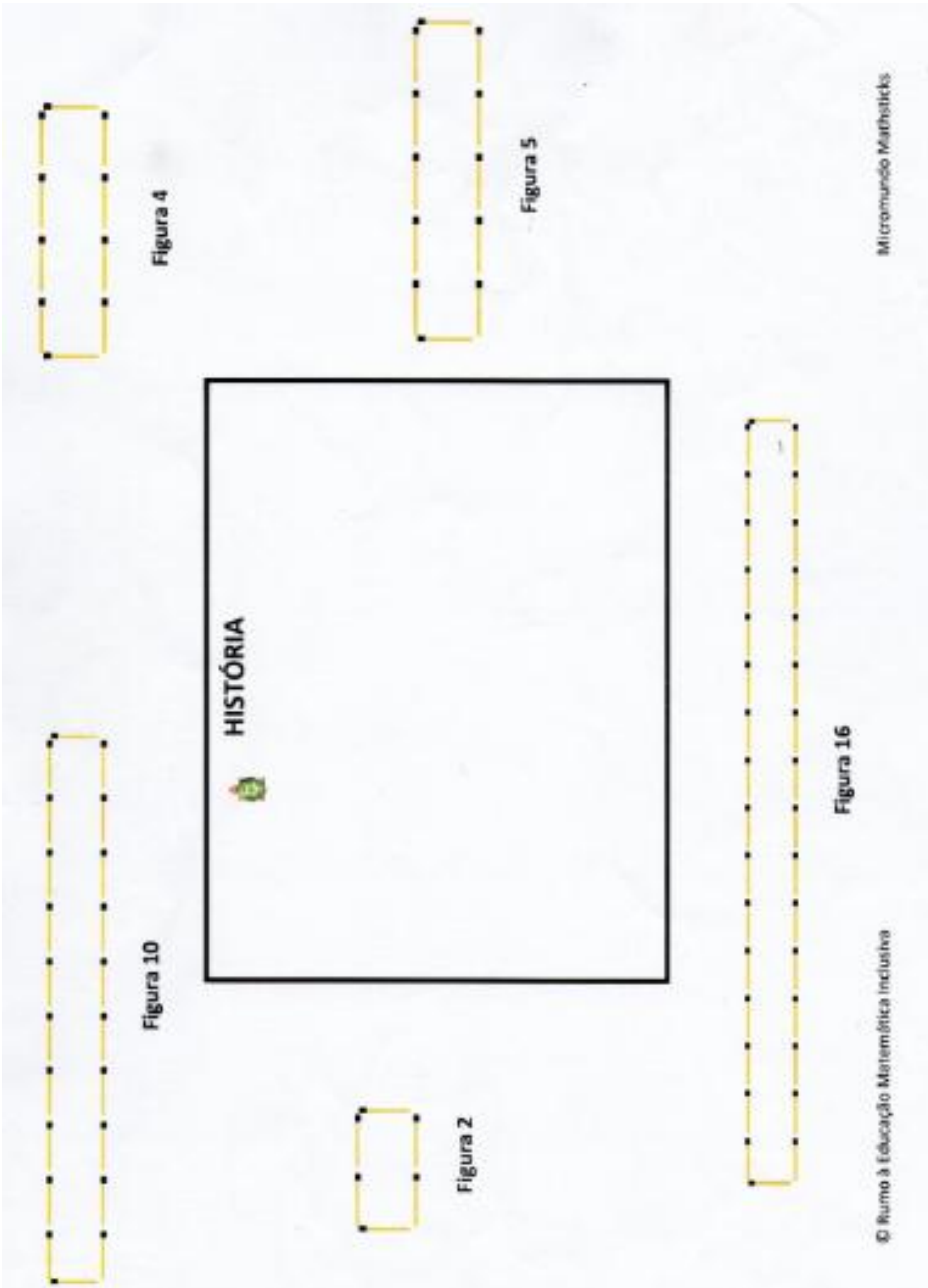
## Anexo X – Atividade IV, Téo.



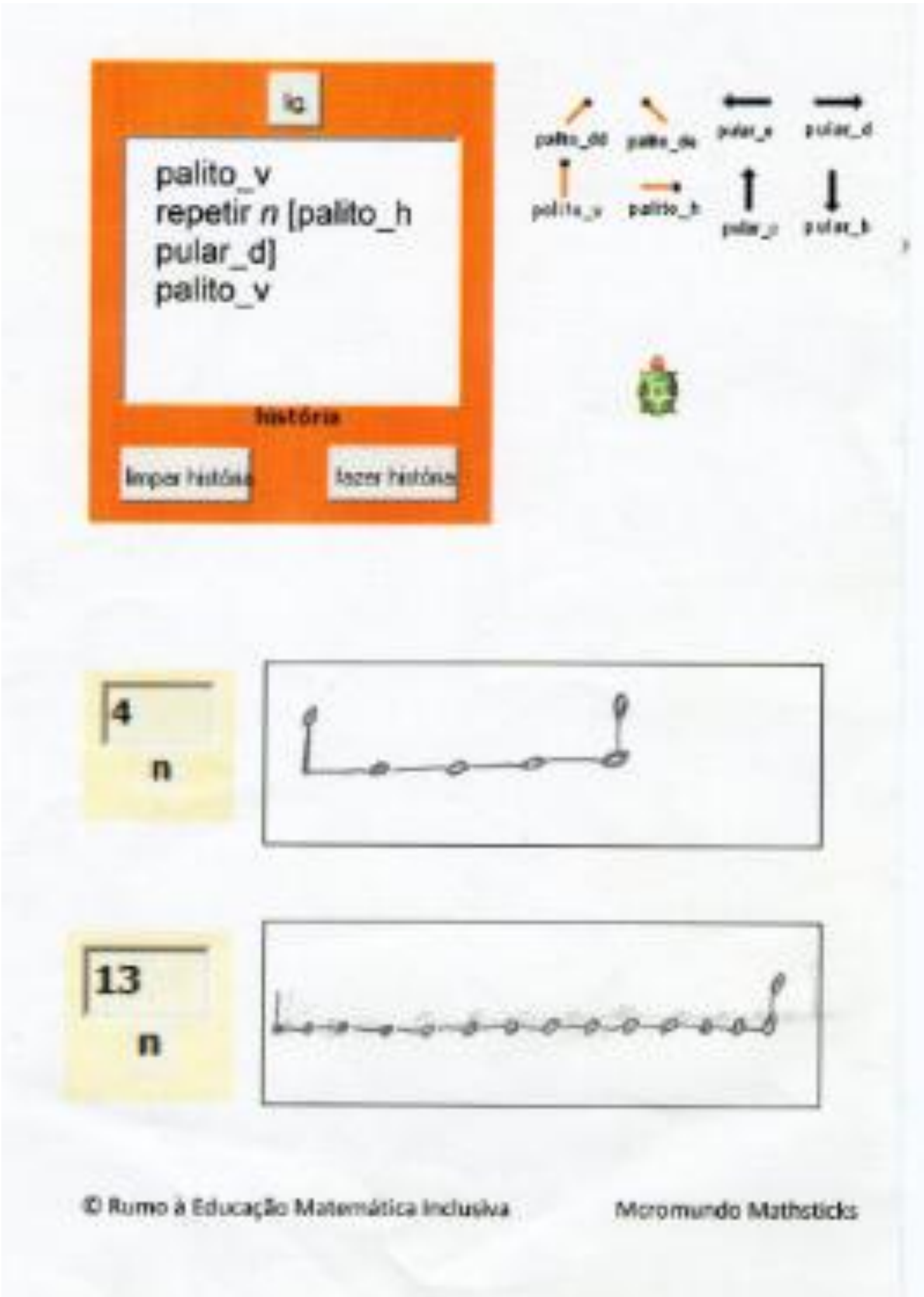
## Anexo XI – Atividade IV, Breno e Amanda.



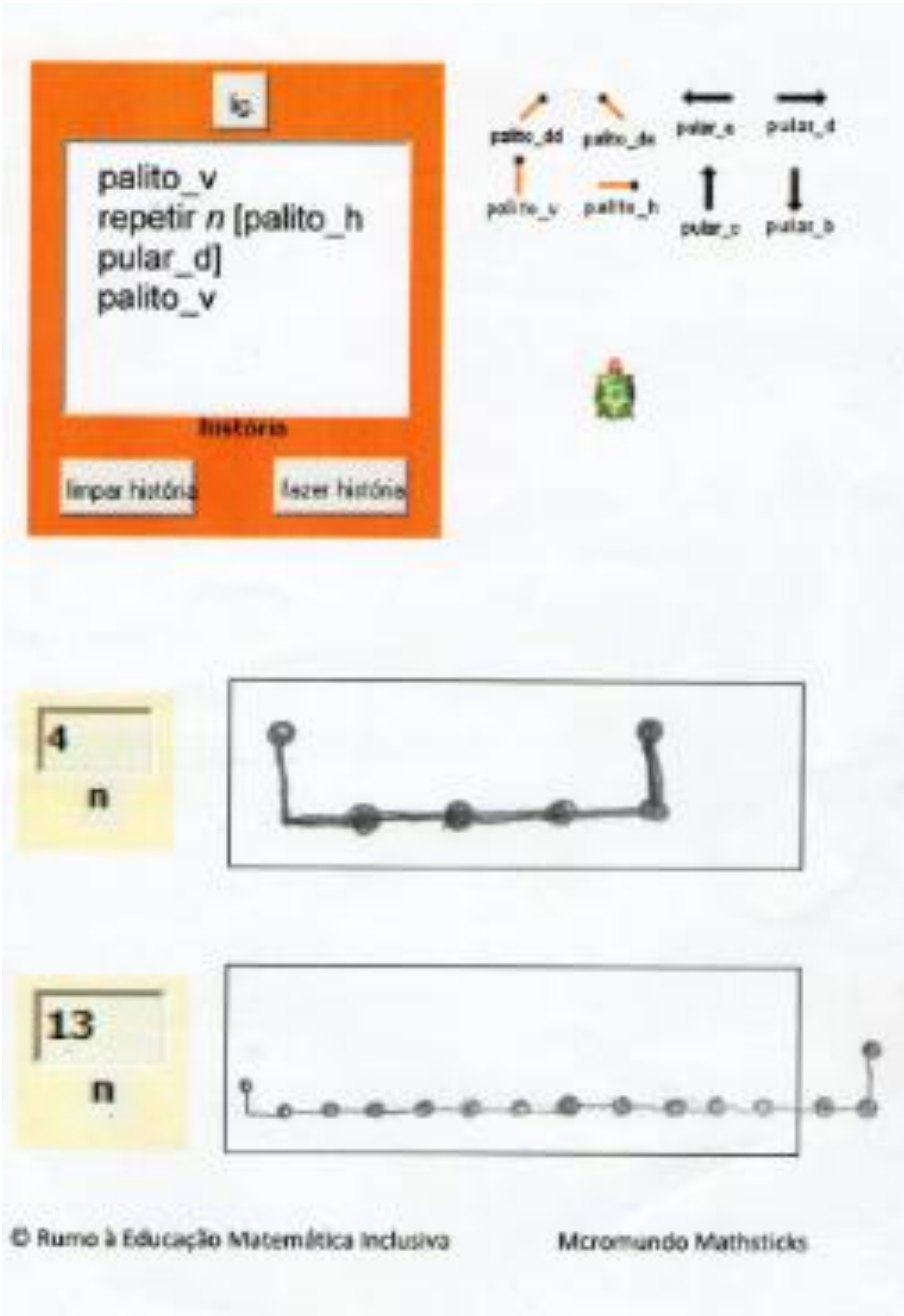
**Anexo XII – Atividade IV, Nildo e Felipe.**



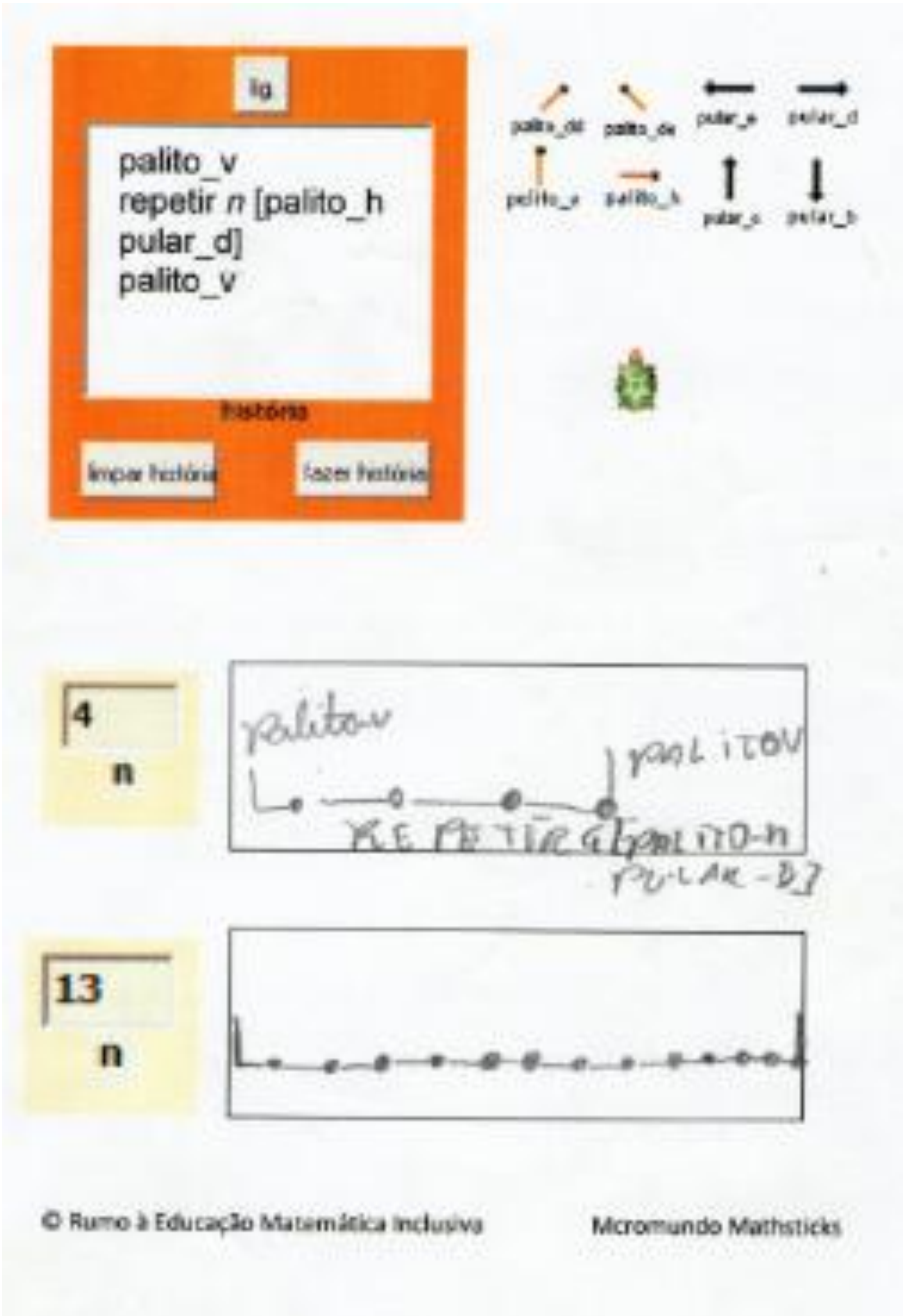
**Anexo XIII – Atividade V, Felipe e Téo.**



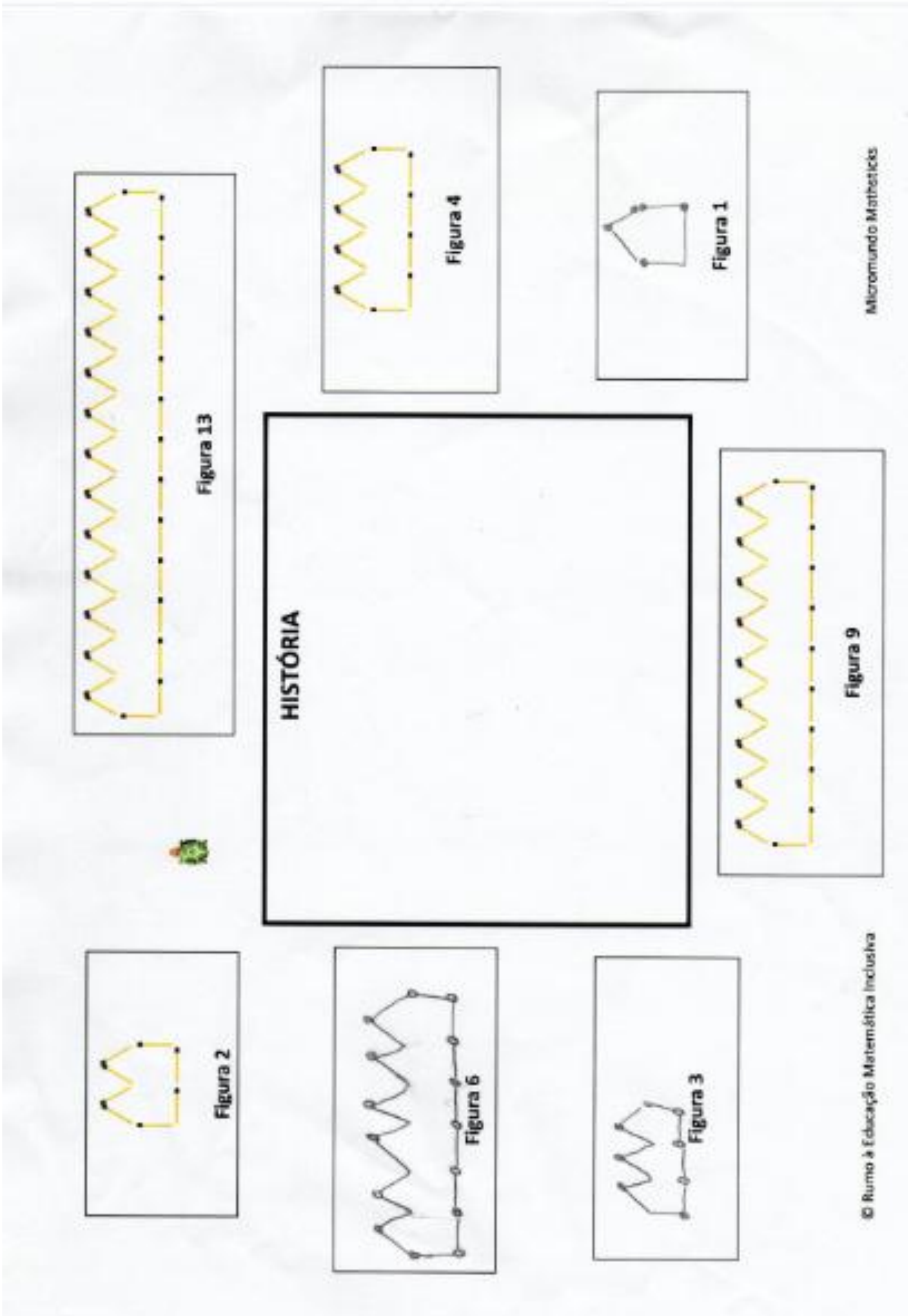
**Anexo XIV – Atividade V, Breno e Amanda.**



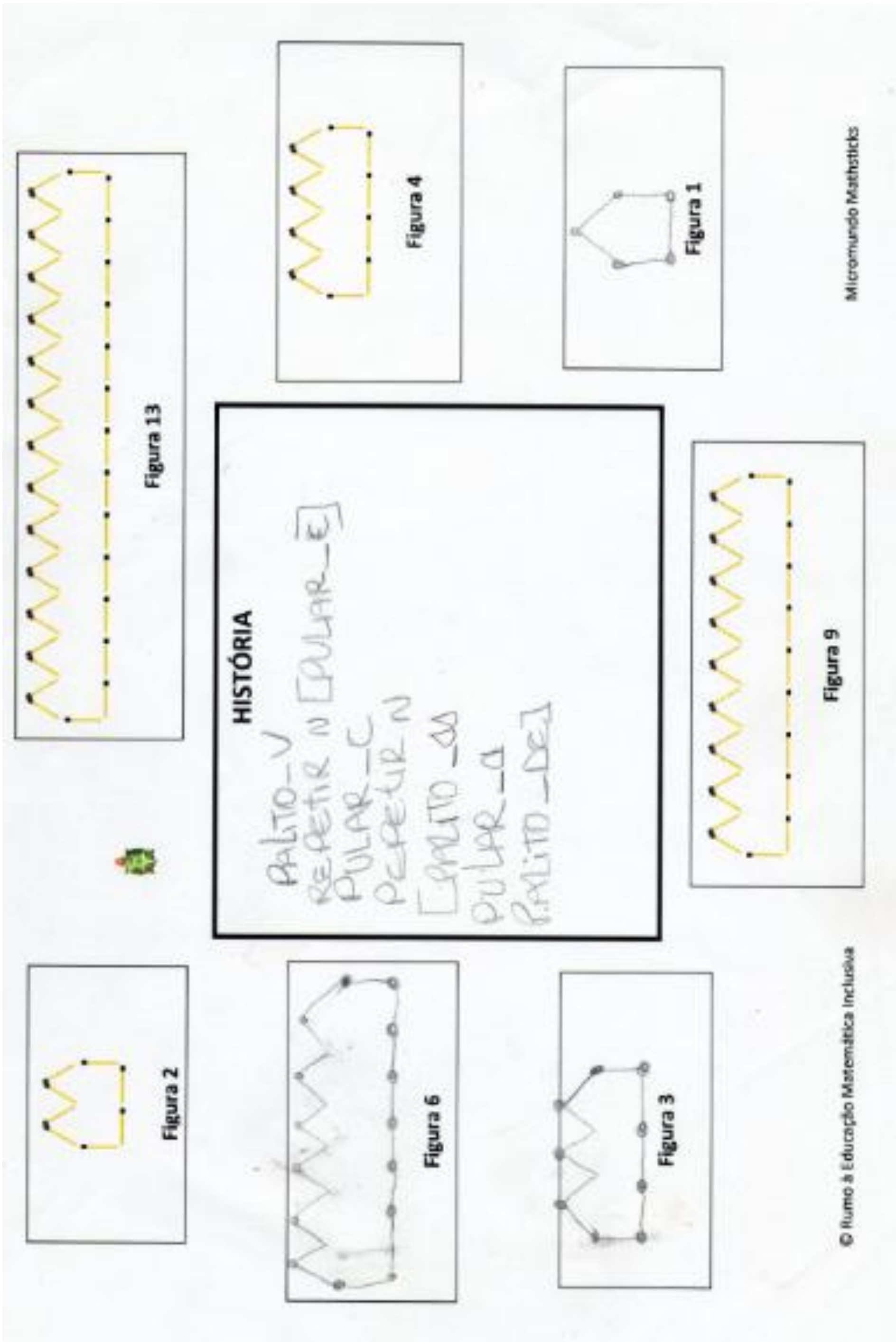
**Anexo XV – Atividade V, Nildo e Elaine.**



**Anexo XVI – Atividade VI, Felipe e Téo.**



**Anexo XVII – Atividade VI, Breno e Amanda.**



**Anexo XVIII – Atividade VI, Nildo e Elaine.**