

Cristian Savoldi Righi

**DIMENSIONAMENTO DE TRANSFORMADORES  
MONOFÁSICOS DE BAIXA POTÊNCIA UTILIZANDO  
MÉTODO ANALÍTICO E ALGORITMO GENÉTICO**

Trabalho de Conclusão de Curso  
submetido ao Curso de Graduação em  
Engenharia Elétrica da Universidade  
Federal de Santa Catarina para a  
obtenção do título de Bacharel em  
Engenharia Elétrica.

Orientador: Prof. Dr. Mauricio  
Valencia Ferreira da Luz.

Florianópolis  
2018

Ficha de identificação da obra elaborada pelo autor  
através do Programa de Geração Automática da Biblioteca Universitária  
da UFSC.

Savoldi Righi, Cristian

DIMENSIONAMENTO DE TRANSFORMADORES MONOFÁSICOS  
DE BAIXA POTÊNCIA UTILIZANDO MÉTODO ANALÍTICO E  
ALGORITMO GENÉTICO / Cristian Savoldi Righi ;  
orientador, Mauricio Valencia Ferreira da Luz,  
2018.

85 p.

Trabalho de Conclusão de Curso (graduação) -  
Universidade Federal de Santa Catarina, Centro  
Tecnológico, Graduação em Engenharia Elétrica,  
Florianópolis, 2018.

Inclui referências.

1. Engenharia Elétrica. 2. Dimensionamento de  
transformadores. 3. Algoritmo genético. 4.  
Otimização mono-objetivo. I. Luz, Mauricio Valencia  
Ferreira da . II. Universidade Federal de Santa  
Catarina. Graduação em Engenharia Elétrica. III.  
Título.





Cristian Savoldi Righi

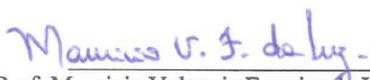
**DIMENSIONAMENTO DE TRANSFORMADORES  
MONOFÁSICOS DE BAIXA POTÊNCIA UTILIZANDO  
MÉTODO ANALÍTICO E ALGORITMO GENÉTICO**

Este Trabalho foi julgado adequado para obtenção do Título de Bacharel em Engenharia Elétrica e aprovado em sua forma final pela Banca Examinadora.

Florianópolis, 7 de novembro de 2018.

  
\_\_\_\_\_  
Prof. Jean Viane Leite, Dr.  
Coordenador do Curso

**Banca Examinadora:**

  
\_\_\_\_\_  
Prof. Mauricio Valencia Ferreira da Luz, Dr.  
Orientador  
Universidade Federal de Santa Catarina

  
\_\_\_\_\_  
Prof. Walter Pereira Carpes Júnior, Dr.  
Universidade Federal de Santa Catarina

  
\_\_\_\_\_  
Prof. Renato Lucas Pacheco, Dr.  
Universidade Federal de Santa Catarina



Este trabalho é dedicado a todos que me apoiaram nestes *longos* anos.



## AGRADECIMENTOS

Primeiramente, agradeço aos meus familiares pelo apoio e incentivo ao meu futuro.

Ao professor Mauricio pelo auxílio e orientação no desenvolvimento deste trabalho.

Ao professor Sérgio Luciano Ávila pelo desenvolvimento do algoritmo base que permitiu meu crescente interesse na área de otimização.

Aos meus colegas de curso pela presença ininterrupta nesses cinco longos anos de trabalho árduo.

Aos meus colegas do PET-MA por me fazer perceber o conceito de excelência na prática.

Fecho este agradecimento a todos os meus amigos, mas em especial aos seguintes: Caio Julius, Luiz Henrique, Marcelo, Marina, Marília, Carlos Eduardo, Lucas Augusto, Arthur, Mateus Andrade e Daltro. Vocês tornaram tudo isso possível.



“All we have to decide is what to do with the time  
that is given us.”  
(J. R. R. Tolkien, 1954)



## RESUMO

Este trabalho tem como objetivo comparar dois métodos de dimensionamento de transformadores monofásicos de baixa potência: um através de um modelo analítico padronizado e outro utilizando um modelo via otimização mono-objetivo através de um algoritmo genético. O modelo otimizado minimiza a massa total e as perdas totais do equipamento de acordo com a função objetivo definida no projeto. Ainda, o trabalho apresenta o desempenho do algoritmo genético utilizado em cada caso, bem como uma solução via simulação em software de elementos finitos em 2D dos problemas apresentados. Todas as saídas de cada método são apresentadas no fim do processo, sendo que o método via otimização se mostra mais eficiente em todas as respostas para análise do problema dinâmico apresentado.

**Palavras-chave:** transformadores monofásicos de baixa potência; projeto de transformadores; eletromagnetismo; otimização mono-objetivo; algoritmo genético.



## ABSTRACT

This work has as its main goal to compare two different design methods for low-power single-phase transformers: a standard analytical model and a mono-objective optimization model using a genetic algorithm. The optimization model minimizes the total mass or the total losses for the designed transformer, which depends on the select objective function. The present work also shows the genetic algorithm performance for each objective function, as well as a solution using 2D finite element software simulation for the presented problems. All the outputs of each method are presented at the end of the process, and the optimization method is more efficient in all the responses to the dynamic problem presented.

**Keywords:** low-power single-phase transformers; transformer design; electromagnetism; mono-objective optimization; genetic algorithm.



## LISTA DE FIGURAS

Figura 1 - Representação da curva de histerese para um material ferromagnético. ....	30
Figura 2- Exemplo de plotagem de curva B-H, com possibilidade de visualizar pontos de saturação para elevadores valores de campo magnético .....	31
Figura 3 - Disposição de lâminas metálicas para construção do núcleo de um transformador vista de um de seus pontos de junção.....	32
Figura 4 - Estrutura de um transformador de núcleo envolvido.	32
Figura 5 - Estrutura de um transformador de núcleo envolvente. ....	33
Figura 6 - Esquemático de representação de um transformador alimentando uma carga através de uma fonte de tensão variável no tempo. ....	34
Figura 7 - Esquema de enrolamento proposto, com lado maior tensão na parte mais interna e lado de menor tensão na parte mais externa .....	40
Figura 8 - Formato de lâminas E e I para construção de transformadores.....	40
Figura 9 - Relação entre diferentes comprimentos para lâminas padronizadas em função do comprimento $a$ da coluna central.....	41
Figura 10- Relação entre diferentes comprimentos para lâminas compridas em função do comprimento da largura $a$ da coluna central.	42
Figura 11- Formato de lâminas não-padronizadas para projeto de transformadores monofásicos de baixa potência. ....	43
Figura 12 - Estrutura tridimensional do núcleo metálico, com definição do comprimento $a$ e profundidade $b$ . ....	45
Figura 13 - Fluxograma genérico de operação de um algoritmo genético. ....	49
Figura 14 - Curva de indução magnética, em T, em função do campo magnético em A/m para o aço ISOVAC 470-50 A. ....	56
Figura 15 - Curva de perdas específicas, em W/kg, em função do campo magnético, em A/m, para o aço ISOVAC 470-50 A. ....	56
Figura 16 - Distribuição da indução magnética no núcleo do transformador utilizando o software EFCAD para a geometria calculada via método analítico. ....	65
Figura 17 - Distribuição da indução magnética no núcleo do transformador utilizando o software EFCAD para a geometria calculada via otimização mono-objetivo com minimização da massa total. ....	66

Figura 18 - Desvio-padrão da população avaliado no algoritmo para minimizar a massa total do equipamento ao longo de cada geração.

..... 66

Figura 19 - Distribuição da indução magnética no núcleo do transformador obtida com o software EFCAD para a geometria calculada via otimização mono-objetivo com minimização da massa total..... 67

Figura 20 - Representação do valor do melhor indivíduo de cada geração e da média da população em cada geração do algoritmo para minimizar perdas totais no equipamento..... 68

Figura 21 - Desvio-padrão da população avaliado no algoritmo para minimizar as perdas totais no equipamento ao longo de cada geração.

..... 68

Figura 22 - Distribuição da indução magnética no núcleo do transformador obtida com o software EFCAD para a geometria calculada via otimização mono-objetivo com minimização de perdas totais..... 69





## LISTA DE TABELAS

Tabela 1 – Grandezas de entrada para os projetos.....	57
Tabela 2 – Grandezas de saída para os projetos. ....	58
Tabela 3 – Variáveis de entrada para inicialização do AG.....	60
Tabela 4 - Limites inferiores e superiores das variáveis tratadas pelos operadores genéticos.....	60
Tabela 5 - Variáveis de entrada e seus valores nos dois tipos de projeto. ....	63
Tabela 6 – Valores de saída para cada um dos projetos. ....	70
Tabela 7 - Coeficientes de perda específica para diferentes tipos de lâminas. ....	83
Tabela 8 - Tipos de lâminas padronizadas e suas dimensões. ....	85
Tabela 9 - Tipos de lâminas longas e suas dimensões.....	85



## **LISTA DE ABREVIATURAS E SIGLAS**

AG – Algoritmo Genético



## LISTA DE SÍMBOLOS

$\vec{H}$	Vetor de campo magnético
$\vec{l}$	Vetor distância sobre linha
$L$	Contorno sobre uma superfície
$G$	Delimitação de superfície
$\vec{J}$	Vetor de densidade de corrente
$\vec{s}$	Vetor de superfície
$t$	Tempo
$\vec{B}$	Vetor de indução magnética
$\vec{E}$	Vetor de campo elétrico
$\mu$	Permeabilidade magnética do meio
$\Phi$	Fluxo magnético
$N$	Enrolamentos de uma bobina
$V$	Tensão senoidal no sistema
$v_1$	Tensão senoidal no primário do transformador
$v_2$	Tensão senoidal no secundário do transformador
$N_1$	Número de enrolamentos no primário do transformador
$N_2$	Número de enrolamentos no secundário do transformador
$\Phi_{max}$	Fluxo magnético máximo que passa pelo núcleo do transformador
$f$	Frequência da rede
$V_1$	Tensão RMS no primário do transformador
$V_2$	Tensão RMS no secundário do transformador
$A_c$	Seção transversal do núcleo do transformador
$B_{max}$	Máxima indução magnética utilizada no núcleo do transformador
$i_1$	Fasor de corrente no primário do transformador
$i_2$	Fasor de corrente no secundário do transformador
$I_1$	Corrente RMS no primário do transformador
$I_2$	Corrente RMS no secundário do transformador
$s$	Potência complexo do transformador
$w_{fe}$	Perdas específicas para o núcleo ferromagnético
$p_p$	Coefficiente intrínseco ao material devido a perdas por correntes parasitas

$\delta$	Espessura das lâminas metálicas
$p_h$	Coefficiente intrínseco ao material devido a perdas por histerese magnética
$k_f$	Coefficiente de empilhamento de lâminas
$M_{fe}$	Massa do núcleo metálico
$W_{feo}$	Perdas totais no núcleo metálico
$R$	Resistência ôhmica de um condutor de cobre
$I$	Corrente eficaz que passa por um condutor de cobre
$\rho_r$	Resistividade do cobre
$l$	Largura do condutor de cobre
$A_{cond}$	Área de um corte seccionado de um condutor de cobre
$M_{cu}$	Massa total de cobre nos condutores
$\rho_{cu}$	Massa específica do cobre
$w_{cu}$	Perdas específicas nos condutores de cobre
$W_{cu}$	Perdas totais nos condutores de cobre
$d$	Densidade de corrente nos condutores de cobre
$\eta$	Rendimento do transformador
$S$	Potência aparente total do transformador
$a$	Largura da coluna central de um transformador de núcleo envolvente
$b$	Profundidade das lâminas do transformador
$A_w$	Área de janela do transformador
$A_f$	Área frontal do transformador
$Vol_{ef}$	Volume efetivo do transformador
$M_{1cm}$	Massa de cada centímetro de profundidade da lâmina metálica
$\rho_{Nu}$	Densidade do material do núcleo
$c_w$	Comprimento de janela do transformador
$h_w$	Largura de janela do transformador
$A_{cond1}$	Seção transversal do condutor no primário
$A_{cond2}$	Seção transversal no condutor do secundário
$d_0$	Densidade de corrente base para o condutor de cobre
$d_1$	Densidade de corrente no primário
$d_2$	Densidade de corrente no secundário
$A_{cond1AWG}$	Seção transversal no primário convertida de AWG
$A_{cond2AWG}$	Seção transversal no secundário convertida de AWG

$A_g$	Área geométrica do transformador
$A_m$	Área magnética do transformador
$A_{Cu}$	Área total ocupada pelos enrolamentos de cobre
$R$	Razão para possibilidade de execução do transformador
$M_{Nu}$	Massa do núcleo metálico
$lm$	Comprimento média das espiras do transformador
$M_{Cu}$	Massa dos enrolamentos de cobre
$M_t$	Massa total do transformador
$\vec{X}$	Vetor de indivíduo de uma população dentro de uma das gerações do algoritmo genético utilizado
$n_{var}$	Número de variáveis de entrada dessa população
$n_{bpop}$	Número de indivíduos em uma população
$k$	População corrente
$\vec{p}^k$	Vetor de definição de uma população
$n_{bgen}$	Número de gerações
$p_{cross}$	Probabilidade de cruzamento
$p_{mut}$	Probabilidade de mutação



## SUMÁRIO

<b>1</b>	<b>INTRODUÇÃO</b> .....	<b>27</b>
1.1	OBJETIVO.....	28
1.1.1	<b>Objetivos Geral</b> .....	<b>28</b>
1.1.2	<b>Objetivos Específicos</b> .....	<b>28</b>
<b>2</b>	<b>REVISÃO BIBLIOGRÁFICA</b> .....	<b>29</b>
2.1	PROPRIEDADES DE MATERIAIS MAGNÉTICOS	29
2.1.1	<b>Materiais Ferromagnéticos</b> .....	<b>29</b>
2.1.2	<b>Histerese Magnética</b> .....	<b>30</b>
2.1.3	<b>Curvas de Magnetização</b> .....	<b>30</b>
2.2	TRANSFORMADORES .....	31
2.2.1	<b>Definição de Tensão no Primário de um Transformador Monofásico Ideal</b> .....	<b>33</b>
2.2.2	<b>Tensão e Corrente no Secundário de um Transformador Ideal</b> .....	<b>35</b>
2.2.3	<b>Perdas em Transformadores</b> .....	<b>37</b>
2.2.3.1	Perdas no Núcleo.....	37
2.2.3.2	Perdas no Cobre .....	38
2.2.3.3	Rendimento de um Transformador.....	39
2.3	PROJETO DE TRANSFORMADORES MONOFÁSICOS DE BAIXA POTÊNCIA.....	39
2.3.1	<b>Dimensionamento de Lâminas Ferromagnéticas</b> ....	<b>40</b>
2.3.2	<b>Correntes nos Enrolamentos e Seções Transversais dos Condutores</b> .....	<b>43</b>
2.3.2.1	Seção dos Condutores .....	44
2.3.2.2	Seção Geométrica e Seção Magnética do Núcleo .....	44
2.3.3	<b>Número de Espiras</b> .....	<b>46</b>
2.3.4	<b>Secção do Cobre e Possibilidade de Execução</b> .....	<b>46</b>
2.3.5	<b>Massa Total do Transformador</b> .....	<b>47</b>
2.3.5.1	Massa do Núcleo Ferromagnético .....	47

2.3.5.2	Massa de Cobre.....	47
<b>2.3.6</b>	<b>Cálculo de Perdas e Eficiência .....</b>	<b>48</b>
2.4	OTIMIZAÇÃO MONO-OBJETIVO.....	48
2.5	ALGORITMO GENÉTICO.....	49
<b>2.5.1</b>	<b>Representação de Algoritmos Genéticos.....</b>	<b>50</b>
<b>2.5.2</b>	<b>Codificação Real.....</b>	<b>51</b>
<b>2.5.3</b>	<b>Operadores Genéticos.....</b>	<b>51</b>
2.5.3.1	Seleção .....	51
2.5.3.2	Cruzamento .....	51
2.5.3.3	Mutação .....	51
<b>2.5.4</b>	<b>Ferramentas de Melhoria para o Processo de Otimização .....</b>	<b>52</b>
2.5.4.1	Variação Dinâmica de Probabilidades .....	52
2.5.4.2	Elitismo Global .....	52
<b>3</b>	<b>METODOLOGIA.....</b>	<b>55</b>
3.1	ENTRADAS E SAÍDAS PARA OS PROJETOS .....	55
<b>3.1.1</b>	<b>Núcleo do transformador e suas características intrínsecas .....</b>	<b>55</b>
<b>3.1.2</b>	<b>Grandezas de Entrada para os Projetos .....</b>	<b>57</b>
<b>3.1.3</b>	<b>Grandezas de Saída para os Dois Projetos .....</b>	<b>57</b>
3.2	MÉTODO ANALÍTICO PARA DIMENSIONAMENTO DE TRANSFORMADORES MONOFÁSICOS DE BAIXA POTÊNCIA .....	58
3.3	MÉTODO VIA ALGORITMO GENÉTICO PARA OTIMIZAÇÃO MONO-OBJETIVO.....	59
<b>3.3.1</b>	<b>Entradas de Inicialização para o AG .....</b>	<b>59</b>
<b>3.3.2</b>	<b>Definição das Variáveis de Entrada para a Função Objetivo e Operadores Genéticos .....</b>	<b>60</b>
<b>3.3.3</b>	<b>Cálculo da Função Objetivo.....</b>	<b>60</b>
3.3.3.1	Largura de Janela .....	61
3.3.3.2	Massa do Núcleo Ferromagnético.....	61

3.3.4	Avaliação de <i>Fitness</i> e Operadores Genéticos.....	61
3.3.5	Apresentação de Resultados .....	62
4	<b>RESULTADOS</b> .....	63
4.1	AVALIAÇÃO DO MÉTODO ANALÍTICO.....	63
4.2	AVALIAÇÃO DO MÉTODO UTILIZANDO OTIMIZAÇÃO MONO-OBJETIVO COM ALGORITMO GENÉTICO .....	65
4.2.1	Minimização de Massa Total.....	65
4.2.2	Minimização de Perdas Totais .....	67
4.2.3	Comparação dos Tipos de Projetos .....	69
5	<b>CONCLUSÕES</b> .....	71
6	<b>REFERÊNCIAS</b> .....	73
	<b>APÊNDICE B – Algoritmo para cálculo do método analítico</b> .....	79
	<b>ANEXO A – Coeficientes para Cálculo de Perda Específica</b> .....	83
	<b>ANEXO B – Tabelas por Tipos de Lâminas</b> .....	85



# 1 INTRODUÇÃO

O dimensionamento de transformadores é uma importante área dentro da engenharia elétrica, sendo um equipamento presente em inúmeras aplicações, indo desde soluções em grandes sistemas de potência, até aplicações cotidianas.

Na definição de métodos para projetar transformadores, é comum sua subdivisão em seis áreas: métodos numéricos, como o de elementos finitos; versões aprimoradas do circuito elétrico equivalente de transformadores; métodos experimentais; métodos analíticos com projetos pré-definidos para determinados modelos; métodos estocásticos através de soluções em inteligência artificial, como algoritmo genético; e métodos híbridos, onde um ou mais dos métodos anteriores atuam em conjunto (AMOIRALIS, 2009).

Este trabalho de conclusão de curso tem como objetivo principal desenvolver uma solução em software que permita dimensionar transformadores monofásicos de baixa potência utilizando métodos de otimização via algoritmo genético para minimizar variáveis de saída, no caso, perdas totais ou massa total.

No primeiro tipo de projeto, há foco na possibilidade de execução física do transformador, atuando da maneira empírica em etapas de ajustes. Já no segundo, o objetivo, além de tornar o equipamento fisicamente realizável, o processo de otimização em si. Ali, dois subprojetos coexistem: um deles minimiza massa total do equipamento e, o outro, minimiza perdas totais. Todavia, não necessariamente um projeto de otimização para determinada grandeza irá afetar a outra.

O trabalho em questão inicia-se com uma Revisão Bibliográfica no capítulo 2. Na seção 2.1, há uma breve apresentação sobre materiais magnéticos e suas características não lineares. A seção 2.2 apresenta conceitos e equacionamento base para transformadores monofásicos, foco de análise do trabalho em questão. Em 2.3, há a apresentação do método analítico proposto, bem como suas grandezas de entrada e saída. As seções 2.4 e 2.5 fecham a Referência Bibliográfica, apresentando o conceito e estrutura de otimização mono-objetivo utilizando algoritmos genéticos para tal fim.

O capítulo 3 apresenta as duas estruturas de projetos citadas, sendo estas desenvolvidas através do software MATLAB®. Nesta etapa, todas as variáveis e condições do projeto são definidas, bem como são apresentadas as diferenças de implementação via algoritmo das soluções citadas em capítulos anteriores.

Por fim, nos capítulos 4 e 5, há apresentação de resultados e conclusões tiradas ao longo de todo o trabalho desenvolvido, apontando como a aplicação de algoritmos genéticos na solução problemas de engenharia elétrica pode ser realizada.

## 1.1 OBJETIVO

### 1.1.1 Objetivos Geral

O seguinte trabalho tem como objetivo desenvolver um modelo em software para dimensionamento de transformadores monofásicos de baixa potência utilizando otimização mono-objetivo via algoritmo genético. O modelo deve ser comparado ao um método analítico clássico (MARTIGNONI, 1991) para que seja possível avaliar sua aplicação em soluções reais.

### 1.1.2 Objetivos Específicos

- Desenvolvimento de um algoritmo capaz de realizar o projeto analítico em MATLAB®;
- Avaliação da massa total do equipamento respeitando as condições de realização física em todos os projetos;
- Avaliação das perdas totais do equipamento respeitando as condições de realização física em todos os projetos;
- Padronização de entradas e saídas para os dois tipos de projetos e seus respectivos subprojetos;
- Desenvolvimento de um algoritmo em MATLAB® que apresenta os resultados de todos os projetos realizados, bem como, permite uma análise comparativa por parte do projetista;
- Apresentação de resultados satisfatórios para o algoritmo genético testado para a função objetivo em questão, ou seja, resultados próximos ou melhores que aqueles encontrados pelo método analítico;
- Avaliação gráfica do desempenho do algoritmo genético para as condições de funcionamento avaliadas, tanto de sua função de *fitness*, quanto da dispersão de resultados.

## 2 REVISÃO BIBLIOGRÁFICA

Neste capítulo são apresentados os principais conceitos sobre Eletromagnetismo, transformadores e otimização de sistemas utilizando algoritmo genético, permitindo estruturar com clareza o problema a ser resolvido nos capítulos seguintes.

### 2.1 PROPRIEDADES DE MATERIAIS MAGNÉTICOS

Materiais magnéticos são amplamente utilizados para se obter grandes valores de fluxo magnético com níveis relativamente baixos de magnetização. Além disso, podem ser usados para direcionar ou conter campos magnéticos em caminhos pré-definidos (FITZGERALD et al, 2003).

Com base em sua permeabilidade relativa  $\mu_r$  pode-se classificar materiais magnéticos em diamagnéticos, paramagnéticos e ferromagnéticos. O primeiro tem permeabilidade relativa um pouco menor que 1; o segundo possui sua permeabilidade relativa um pouco maior que 1. Entende-se que, no primeiro caso, o fluxo magnético irá tender a passar pelo ar, devido à maior permeabilidade, ao passo que, no segundo, não se observam grandes diferenças, sendo considerado um  $\mu_r$  unitário para efeitos prático (BASTOS, 2012).

Por fim, o terceiro grupo merece atenção especial, pois é o material utilizado na estruturação do problema e solução apresentado neste trabalho.

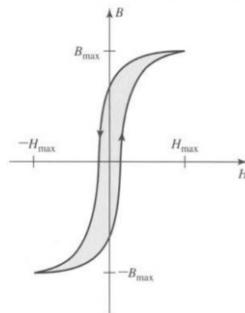
#### 2.1.1 Materiais Ferromagnéticos

Materiais ferromagnéticos são tipicamente compostos por ferro e suas ligas, podendo conter níquel, alumínio, cobalto, dentre outros. Estes materiais são compostos por domínios magnéticos que, quando magnetizados, tem os momentos magnéticos de todos os seus átomos alinhados, produzindo um momento magnético total que vem da soma de todos estes menores. Em materiais ferromagnéticos não magnetizados, estes momentos magnéticos possuem sentidos aleatórios. A força magnetizante externa que excita os domínios magnéticos irá atuar até que todos os momentos estejam alinhados. Nesta etapa, ocorre a chamada saturação. Assim, o restante do fluxo irá se dispersar pelo material de densidade relativa menor em volta daquele ferromagnético (FITZGERALD et al., 2003).

### 2.1.2 Histerese Magnética

Quando o campo magnético aplicado aos domínios citados anteriormente é reduzido a zero, uma magnetização remanescente continuará existindo. Isso deve ao fato que os momentos magnéticos tendem a se direcionar para a região de mais fácil magnetização e mais próxima ao campo aplicado. Assim, ao contrário da situação inicial, mesmo com valores nulos de indução, uma orientação de momentos de se mantém, permitindo o fenômeno denominado *histerese magnética* (FITZGERALD et al., 2003). Devido a este fenômeno, a relação entre o campo magnético  $\vec{H}$  e a indução magnética  $\vec{B}$  é não linear e multivariável, já que os valores para uma indução próxima atuam num intervalo de valores até que o valor seja efetivamente zerado. A Figura 1 apresenta o fenômeno graficamente.

Figura 1 - Representação da curva de histerese para um material ferromagnético.



Fonte: FITZGERALD et al. (2003).

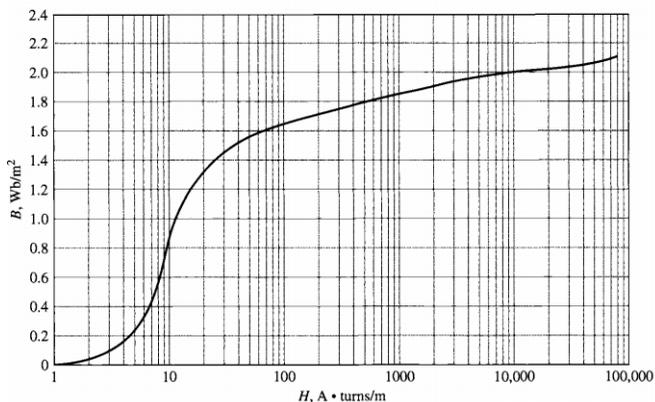
### 2.1.3 Curvas de Magnetização

Considerando o efeito de histerese magnética e outros impactos de não-linearidades, escolhem-se representações que permitam tornar prática a avaliação das duas grandezas estudadas.

É comum representar essas características na chamada curva B-H, onde se avalia diferentes relações entre os valores de indução eletromagnética B, em Tesla, e o campo magnético H, em Ampère/metro, indo desde excitação inicial, atingindo a etapa de saturação e, finalmente, retornando a zero, podendo avaliar diferentes resultados do chamado *loop* de histerese. (FITZGERALD et al, 2003)

A Figura 2 apresenta o traçado de uma curva B-H de um material ferromagnético, permitindo facilitar a análise por parte do projetista em questão.

Figura 2- Exemplo traçado de uma curva B-H, com possibilidade de visualizar pontos de saturação para elevadores valores de campo magnético



Fonte: FITZGERALD et al. (2003).

## 2.2 TRANSFORMADORES

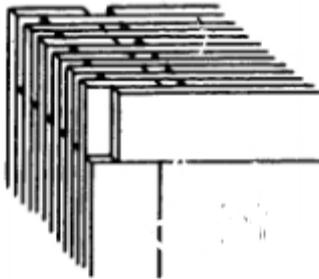
Transformadores são dispositivos de funcionamento simples, com aplicações variadas que vão desde o controle de níveis de tensão em grandes sistemas de alta potência, até auxílio no dimensionamento correto de equipamentos para eletrônica de potência.

Seu uso pode ser direcionado ao isolamento de circuitos, filtro de sinais em corrente contínua, medição de níveis elevados de tensão, dentre tantas outras aplicações diretas.

Um transformador é, de modo geral, um equipamento composto por dois ou mais enrolamentos acoplados magneticamente por um fluxo magnético mútuo. Considerando um transformador monofásico de dois enrolamentos, pode-se alimentar um destes enrolamentos, comumente chamado de primário, com uma fonte de tensão variável no tempo. Isto ocasionará em um fluxo magnético variável no tempo. Como citado, este fluxo é mútuo e irá induzir uma tensão variável no tempo no enrolamento secundário. Os dois níveis de tensão dependem do número de voltas das bobinas em cada um dos enrolamentos. É possível definir a magnitude da tensão no secundário ajustando a proporção entre o número de voltas nos enrolamentos primário e secundário (FITZGERALD et al, 2003).

Visando diminuir as perdas causadas por Correntes de Foucault, é comum construir transformadores empilhados em lâminas metálicas. Estas lâminas podem ser agrupadas formando uma coluna, para as peças verticais do equipamento, ou travessas, para as peças horizontais. A Figura 3 apresenta esta disposição de peças. O coeficiente de enchimento,  $k_f$ , representa a proporção total da área do núcleo que realmente é ocupada pelo material ferromagnético em questão.

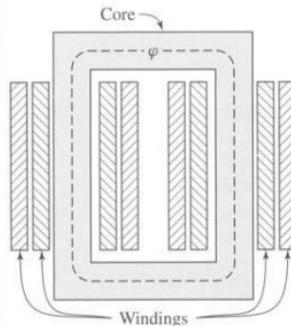
Figura 3 - Disposição de lâminas metálicas para construção do núcleo de um transformador vista de um de seus pontos de junção.



Fonte: MARTIGNONI (1991).

As lâminas geralmente são construídas visando montar duas estruturas de transformadores: de núcleo envolvido e de núcleo envolvente. Nos transformadores de núcleo envolvido, do inglês *core type*, os enrolamentos estão em volta de duas colunas de um núcleo retangular, como mostra a Figura 4.

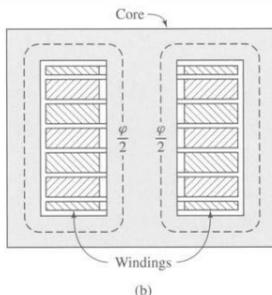
Figura 4 - Estrutura de um transformador de núcleo envolvido.



Fonte: FITZGERALD et al. (2003).

Nos transformadores de núcleo envolvente, do inglês *shell type*, seus enrolamentos concentram-se na coluna central de um núcleo metálico retangular com três pernas, como mostra a Figura 5.

Figura 5 - Estrutura de um transformador de núcleo envolvente.



Fonte: FITZGERALD et al. (2003).

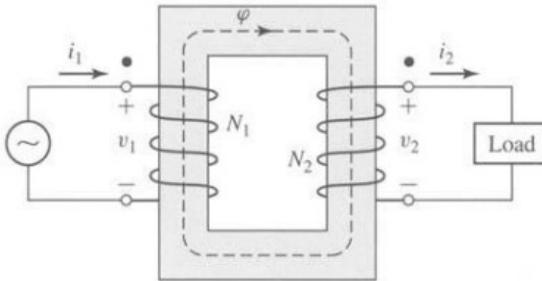
Buscando diminuir a dispersão do fluxo magnético, é comum subdividir os enrolamentos em formatos adequados a cada tipo de estrutura. Fitzgerald et al. (2003) aponta que, para transformadores de núcleo envolvido, cada enrolamento é dividido em duas partes, cada uma enrolada em uma de suas colunas, formando a estrutura de uma bobina concêntrica, como mostra a Figura 4.

Já nos de núcleo envolvente, é possível ter estruturas com bobinas concêntricas ou mesmo porções dos enrolamentos do primário e secundário empilhados de forma intercalada, como mostra a Figura 5.

### 2.2.1 Definição de Tensão no Primário de um Transformador Monofásico Ideal

Um transformador monofásico pode ser representado pela esquemático apresentando na Figura 6. É possível aproximar a tensão no primário em função de seu fluxo máximo. Para isso, deve-se dar um passo para trás e definir a tensão gerada por um fluxo magnético variável no tempo.

Figura 6 - Esquemático de representação de um transformador alimentando uma carga através de uma fonte de tensão variável no tempo.



Fonte: FITZGERALD et al. (2003).

Com base na Lei de Faraday (BASTOS, 2012), pode-se separar a parte de integração da derivação, bem como definir que o vetor campo elétrico  $\vec{E}$  que passa por uma região  $G$  delimitada pela linha  $L(G)$ , irá gerar uma força eletromotriz variável no tempo  $v$ , dada em *volts*. Já a indução magnética que atravessa a região  $G$  retorna um fluxo magnético  $\Phi$ , dado em *Webers*, de acordo com a Equação (1). É válido destacar que neste caso, o fluxo é por um fio com  $N$  enrolamentos, o que leva à Equação (2).

$$\oint_{L(G)} \vec{E} \cdot d\vec{l} = - \frac{d}{dt} \int_G \vec{B} \cdot d\vec{s} \quad (1)$$

$$v = N \cdot \frac{d\Phi}{dt} \quad (2)$$

Com base nas Equações (1) e (2), pode-se calcular o valor do fluxo magnético variável que aparece em um transformador após conectar uma tensão senoidal variável no tempo  $v_1$  no primário de  $N_1$ . O fluxo variável no tempo é dado pela Equação (3), onde  $\Phi_{max}$  é a amplitude do fluxo em questão e  $f$  é a frequência da rede conectada.

$$\Phi = \Phi_{max} \cdot \text{sen } 2 \cdot \pi \cdot f \cdot t \quad (3)$$

Deste modo, combinando as equações (2) e (3), a tensão no primário é dada pela Equação (4), que mostra uma cossenoide como resposta.

$$v_1 = N_1 \cdot \Phi_{max} \cdot 2 \cdot \pi \cdot f \cdot \cos 2\pi ft \quad (4)$$

Em seguida, define-se o valor eficaz  $V_1$  na tensão do primário como mostra a Equação (5). Este valor se mostra útil para análises completas de circuitos elétricos, bem como permite olhar mais coerente em cima de perdas.

$$V_1 = \sqrt{2} \cdot f \cdot N_1 \cdot \Phi_{max} \quad (5)$$

Pode-se definir o fluxo magnético de acordo com a Equação (6), onde  $B_{max}$  é o máximo valor de indução magnética que gera o fluxo mútuo e  $A_c$  é a secção transversal do núcleo metálico do transformador.

$$\Phi_{max} = B_{max} \cdot A_c \quad (6)$$

Assim, é possível reescrever a Equação (5) na forma da Equação (7).

$$V_1 = \sqrt{2} f N_1 B_{max} A_c \quad (7)$$

### 2.2.2 Tensão e Corrente no Secundário de um Transformador Ideal

Considera-se que o fluxo criado pela tensão alternada no primário é conservativo e o transformador é ideal, ou seja, sem perdas. Deste modo, o mesmo fluxo variável no tempo se manterá em sua totalidade ao induzir uma tensão variável no secundário. Assim, é possível definir as Equações (8) e (9).

$$V_1 = N_1 \cdot \frac{d\Phi}{dt} \quad (8)$$

$$V_2 = N_2 \cdot \frac{d\Phi}{dt} \quad (9)$$

Pode-se então definir a relação de transformação para o transformador em questão, através da razão entre o número de espiras de cada enrolamento, como mostra a Equação (10). Logo, é possível definir a tensão no secundário com base neste número de espiras.

$$\frac{V_1}{V_2} = \frac{N_1}{N_2} \quad (10)$$

Todavia, respeitando o princípio da conservação de energia do sistema, variações no nível de tensão retornam variações nos níveis de corrente. Para isso, é necessário inicialmente avaliar a força magnetomotriz no sistema, supondo que há uma carga conectada à saída do secundário.

Pela Lei de Ampère (BASTOS, 2012), sabe-se que o campo magnético que percorre o caminho fechado delimitado pela região ocupada pelo transformador retorna um somatório de forças magnetomotrizes igual a zero. Além disso, sabe-se que para um fio contendo uma série de  $N$  enrolamentos, sua força magnetomotriz final depende da multiplicação do número de espiras pelo valor da corrente efetiva ali presente (BASTOS, 2012). A Equação (11) apresenta o modelo proposto. É válido destacar que as forças magnetomotrizes estão em direções opostas para tornar possível o resultado lógico esperado. Ali, corrente  $I_1$  já representa o valor eficaz da corrente no primário, enquanto  $I_2$  é o mesmo para o secundário, ambas em ampère (FITZGERALD et al, 2003).

$$N_1 \cdot I_1 - N_2 \cdot I_2 = 0 \quad (11)$$

Logo, pode-se também definir a relação de transformação de acordo com a Equação (12). Deste modo, é possível avaliar como ocorre a compensação de variação em níveis de tensão e corrente na estrutura de um transformador monofásico ideal. Além disso, é possível avaliar que a potência instantânea no primário é igual à do secundário, como apresenta a Equação (13), onde  $i_1$  e  $i_2$  representam as correntes variáveis no tempo, em Ampère, e  $s$  é a potência complexa total do transformador ideal, em *volt-ampère*.

$$\frac{I_1}{I_2} = \frac{N_2}{N_1} \quad (12)$$

$$s = v_1 \cdot i_1 = v_2 \cdot i_2 \quad (13)$$

## 2.2.3 Perdas em Transformadores

Até o momento, apenas situações ideais foram consideradas para transformadores. Todavia, é necessário avaliar os dois tipos de perdas principais nestes equipamentos: perdas no núcleo e perdas nos enrolamentos de cobre.

### 2.2.3.1 Perdas no Núcleo

As perdas no núcleo ocorrem tanto por correntes parasitas quanto por histerese magnética.

A variação de fluxo que gera uma tensão nas lâminas do núcleo metálico que é responsável pela criação de correntes internas de caráter intenso. Tais correntes geram um fluxo magnético oposto, ocasionando em diminuição de potência. Para isso, é comum isolar-se cada uma das lâminas para evitar estas correntes danosas (MARTIGNONI, 1991).

Perdas por histerese ocorrem de acordo com a variação dos valores de indução magnética no material ao percorrer o ciclo de histerese.

Este tipo de perda geralmente é dado em perdas específicas em *watts* por *quilograma*. A Equação (14) apresenta estas perdas. Ali,  $\delta$  é a espessura em mm da lâmina,  $p_p$  é um coeficiente intrínseco ao material para perdas por correntes parasitas e  $p_h$  é outro coeficiente, porém para perdas por histerese. Estes dois coeficientes podem ser avaliados na Tabela 7 presente no Anexo A.

$$w_{fe} = \left[ p_p \cdot \delta \cdot \left( \frac{f}{50} \right) + p_h \cdot \left( \frac{f}{50} \right) \right] \cdot B_{max}^2 \quad (14)$$

Para as perdas totais, deve-se multiplicar o valor  $w_{fe}$  pela massa  $M_{fe}$ , em kg, de material ferromagnético. Assim, a Equação apresenta este resultado.

$$W_{fe0} = w_{fe} \cdot M_{fe} \quad (15)$$

Para transformadores pequenos deve-se considerar um aumento de 15% nas perdas devido a modificações específicas em seu processo de usinagem (MARTIGNONI, 1991). Assim, as perdas em *watts* ajustadas podem ser vistas na Equação (16).

$$W_{Nu} = 1,15. w_{fe}. M_{fe} \quad (16)$$

É comum fabricantes disponibilizarem valores de perdas específicas relacionados a diferentes valores de campo magnético e indução magnética. Assim, pode-se definir as melhores dimensões das chapas metálicas que compõe o núcleo, evitando avarias e permitindo melhor funcionamento do equipamento (MARTIGNONI, 1991).

### 2.2.3.2 Perdas no Cobre

Estas perdas ocorrem por efeito Joule devido à resistência elétrica dos condutores de cada enrolamento (MARTIGNONI, 1991). Estas perdas em um condutor qualquer podem ser vistas na Equação (17), onde  $\rho_r$  é a resistividade do cobre,  $S_{cond}$  a seção do condutor e  $l$  seu comprimento.

$$W_{Cu} = I^2 R = I^2 \cdot \frac{\rho_r \cdot l}{A_{cond}} \quad (17)$$

Sabe-se que massa de um condutor pode ser dado pela multiplicação de seu volume por sua massa específica, como mostra a Equação (18), onde  $\rho_{cu}$  é a densidade do material do condutor. Com isso, pode-se definir suas perdas específicas em  $W/kg$ .

$$W_{Cu} = \rho_{cu} \cdot l \cdot A_{cond} \quad (18)$$

Define-se as perdas específicas do cobre de acordo com a Equação (19),  $d$  representa a densidade de corrente ali presente, em  $A/mm^2$ .

$$w_{cu} = \frac{W_{cu}}{M_{cu}} = \frac{d^2 \cdot \rho_r}{\rho_{cu}} \quad (19)$$

Para o material cobre recozido a 75 °C,  $\rho_r$  resulta em 0,0216  $ohms/m/mm^2$ . Assim, a Equação (17) pode ser rescrita como a Equação (20), representando as perdas no cobre em  $watts$ .

$$W_{cu} = 2,43. d^2 \quad (20)$$

É válido destacar que o cálculo de perdas no condutor deve ser feito para cada enrolamento presente no equipamento avaliado.

### 2.2.3.3 Rendimento de um Transformador

Para avaliar o rendimento  $\eta$ , em porcentagem, basta avaliar a potência total de entrada  $S$  no transformador com aquela que é realmente efetiva, como mostra a Equação (21).

$$\eta = \left( 1 - \left( \frac{W_{cu} + W_{fe}}{S} \right) \right) 100\% \quad (21)$$

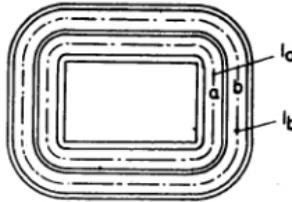
## 2.3 PROJETO DE TRANSFORMADORES MONOFÁSICOS DE BAIXA POTÊNCIA

Para projetos gerais de um transformador de baixa potência, deve-se definir os seguintes componentes: as dimensões de seu núcleo de lâminas metálicas, as dimensões ocupadas pelos condutores, a massa do equipamento e suas perdas. Isto toma como base os valores de tensão no primário, sua potência total esperada, a frequência da rede, dentre outras grandezas construtivas. Neste trabalho serão considerados condutores de cobre.

Os condutores de cobre são geralmente esmaltados para permitir isolamento entre si na construção das bobinas. O esmalte permite resistência ao calor de até 80 °C, bem como elasticidade para o tipo de instalação (MARTIGNONI, 1991).

Ao se executar o enrolamento das bobinas, aconselha-se enrolar o fio do lado de maior tensão na parte mais interna, já que a corrente é menor, o que exige um fio mais fino. Isto facilita na construção mecânica do equipamento, principalmente em cantos com dobras abruptas. Na parte externa, coloca-se a bobina de baixa tensão e maior corrente. A Figura 7 representa o esquema de enrolamento proposto (MARTIGNONI, 1991).

Figura 7 - Esquema de enrolamento proposto, com lado maior tensão na parte mais interna e lado de menor tensão na parte mais externa

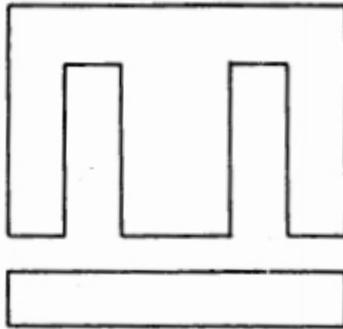


Fonte: MARTIGNONI (1991).

### 2.3.1 Dimensionamento de Lâminas Ferromagnéticas

Em geral, para aspectos construtivos de transformadores de baixa potência, é comum que dois tipos de lâminas padronizadas existam: tipo E e tipo I. Isto vem de seu formato semelhante às letras que as caracterizam. A Figura 8 apresenta o formato destas lâminas.

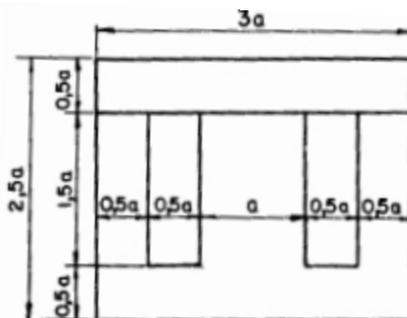
Figura 8 - Formato de lâminas E e I para construção de transformadores.



Fonte: MARTIGNONI (1991).

Nesta montagem com lâminas I e E é comum a construção de transformadores com núcleo envolvente. Ali, metade do fluxo magnético é dividido para cada lado do circuito magnético formado. Desta condição, entende-se que todas as outras dimensões de travessas e colunas possuem espessura igual a metade da coluna central (MARTIGNONI, 1991). A Figura 9 apresenta as espessuras de colunas e travessas em função do comprimento  $a$  da coluna central.

Figura 9 - Relação entre diferentes comprimentos para lâminas padronizadas em função do comprimento  $a$  da coluna central.



Fonte: MARTIGNONI (1991).

Assim, é possível definir a área de janela  $A_w$ , que representa a seção ocupada pelos condutores de cobre em cada uma das espiras. Esta grandeza é calculada pela Equação (22).

$$A_w = 0,75 \cdot a^2 \quad (22)$$

Como o objetivo é cálculo de massa, outra grandeza relevante é o peso por cada centímetro de profundidade deste núcleo. Para isto, avalia-se a área frontal da lâmina,  $A_f$ , que após retirar as porções vazias da área de janela, é dada pela Equação (23).

$$A_f = 6 \cdot a^2 \quad (23)$$

Sabe-se que a espessura real do núcleo é 10% menor que seu valor final devido a uma camada de óxido presente. Logo a profundidade de 1 cm acaba sendo aproximado para 0,9 cm (MARTIGNONI, 1991). Assim, define-se o volume efetivo do material,  $Vol_{ef}$ , com base na Equação (24).

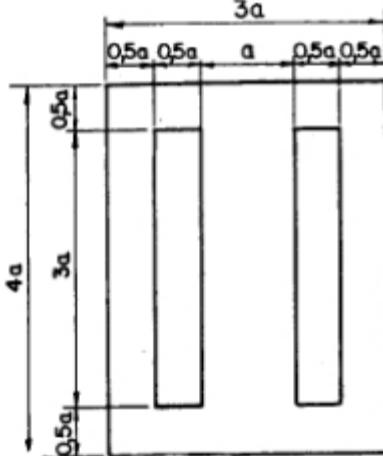
$$Vol_{ef} = 6 \cdot a^2 \cdot 0,9 = 5,4 \cdot a^2 \quad (24)$$

Com isso, é possível definir a massa de 1 cm de espessura  $M_{1cm}$ , em gramas, com base na Equação (25), onde  $\rho_{Nu}$  é a densidade do material do núcleo.

$$M_{1cm} = 5,4 \cdot a^2 \cdot \rho_{Nu} \quad (25)$$

Com base no comprimento da coluna central, seção de janela do transformador e peso por centímetro do núcleo, é possível classificar as lâminas padronizadas em diferentes números. A Tabela 8 presente no Anexo B, mostra essa variação padronizada de 0 a 6. Para valores de potência superiores a 800 VA, outros tipos de lâminas devem ser adotados como aqueles apresentados na Tabela 9 do mesmo Anexo B, sendo estas chamadas de lâminas compridas (MARTIGNONI, 1991). A Figura 10 mostra a relação de proporção entre o comprimento  $a$  da coluna central e as demais dimensões para lâminas compridas.

Figura 10- Relação entre diferentes comprimentos para lâminas compridas em função do comprimento da largura  $a$  da coluna central.



Fonte: MARTIGNONI (1991).

Duas grandezas cabem destaque neste dimensionamento: o comprimento de janela  $c_w$  e a altura de janela  $h_w$ . Tanto para lâminas longas quanto padronizadas, seu cálculo se dá através das Equações (26) e (27), respectivamente.

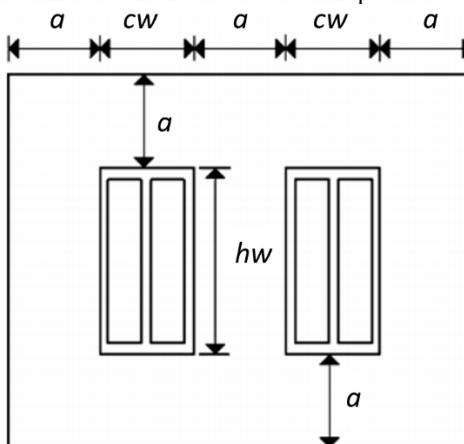
$$c_w = 0,5 \cdot a \quad (26)$$

$$h_w = 3 \cdot a \quad (27)$$

Caso nenhuma dos tipos possa suprir a necessidade do projeto, é possível definir lâminas retangulares não-padronizadas, respeitando

outras limitações técnicas existentes. A Figura 11 apresenta o formato de uma lâmina não-padroneada. Ao contrário de lâminas longas ou padroneadas, nas não padroneadas é necessário definir diretamente estes valores em cada projeto.

Figura 11- Formato de lâminas não-padroneadas para projeto de transformadores monofásicos de baixa potência.



Fonte: Autor e AYALA (2015).

### 2.3.2 Correntes nos Enrolamentos e Seções Transversais dos Condutores

O projeto de transformadores monofásicos tem as seguintes variáveis de entrada: tensão  $V_1$  em volts no primário, tensão  $V_2$  em volts no secundário, potência nominal  $S$  em VA, frequência nominal da rede em Hz e máxima indução magnética do material do núcleo em T.

Com estes valores, pode-se definir as correntes em cada enrolamento. A corrente  $I_1$  no primário é dada pela Equação (28), ao passo que a corrente  $I_2$  no secundário é dada pela Equação (29). O valor de  $I_2$  considera as perdas presentes no equipamento, necessitando um acréscimo de 10% em potência em relação nominal para o cálculo.

$$I_1 = \frac{S}{V_1} \quad (28)$$

$$I_2 = 1,1 \cdot \frac{S}{V_2} \quad (29)$$

### 2.3.2.1 Seção dos Condutores

Para potências inferiores a 400 VA, fixa-se o valor de densidade corrente  $d_0$  em 3 A/mm<sup>2</sup>. Com a densidade de corrente definida, encontra-se a seção em mm<sup>2</sup> de cada condutor de acordo com as Equações (30) e (31).

$$A_{cond1} = \frac{I_1}{d_0} \quad (30)$$

$$A_{cond2} = \frac{I_2}{d_0} \quad (31)$$

Com estes valores de área, considera-se o valor imediatamente maior no formato AWG, definindo as áreas  $A_{cond1AWG}$  e  $A_{cond2AWG}$  como efetivas para o projeto.

Destas duas seções transversais, é possível obter o valor mais coerente para a densidade de corrente  $d$ , que será utilizada no Item 2.3.6 para cálculo de perdas no cobre. As Equações (32) e (33) apresentam os valores de cada nova densidade de corrente, ao passo que a densidade final é retirada da média destas duas, apresentada na Equação (34).

$$d_1 = \frac{I_1}{A_{cond1AWG}} \quad (32)$$

$$d_2 = \frac{I_2}{A_{cond2AWG}} \quad (33)$$

$$d = \frac{d_1 + d_2}{2} \quad (34)$$

### 2.3.2.2 Seção Geométrica e Seção Magnética do Núcleo

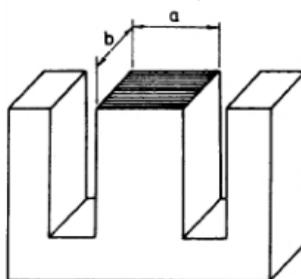
A seção geométrica  $A_g$  refere-se a área dada pelo comprimento  $a$  da coluna central do transformador e sua profundidade  $b$ . A Equação (35) apresenta este cálculo.

$$A_g = a \cdot b \quad (35)$$

Porém, devido à existência de material isolante entre as lâminas que formam o núcleo, é necessário calcular a seção magnética que representa a área verdadeira do material ferromagnético no equipamento. Esta diferença de material é cerca de 10%, o que deriva a Equação (36). A Figura 12 apresenta o formato de área da seção geométrica e magnética.

$$A_m = \frac{A_g}{1,1} \quad (36)$$

Figura 12 - Estrutura tridimensional do núcleo metálico, com definição do comprimento a e profundidade b.



Fonte: MARTIGNONI (1991).

Entende-se que há uma dependência entre a seção do núcleo magnético e o número de espiras ali presente. Um núcleo muito grande retorna maior desperdício de material, enquanto muitas espiras tornam o projeto de engenharia inviável por não permitir sua entrada na janela do transformador (MARTIGNONI, 1991).

Considerando um transformador monofásico composto por lâminas padronizadas e dois circuitos apenas, o cálculo de sua seção magnética teórica  $A_{m0}$  é dado pela Equação (37).

$$A_{m0} = 7,5 \sqrt{\frac{S}{f}} \quad (37)$$

Utilizando uma relação inversa, a Equação (36) pode ser reescrita na forma da Equação (38).

$$A_{g0} = 1,1A_{m0} \quad (38)$$

É possível aproximar o comprimento da coluna central de acordo com a Equação (39).

$$a_0 \cong \sqrt{A_{g0}} \quad (39)$$

De  $a_0$ , é possível obter o valor efetivo de  $a$  com base nas tabelas presentes no Anexo B. Com o valor  $a$ , busca-se um valor  $b$  que se aproxime do novo valor da seção geométrica. Deste modo, define-se um  $b$  arbitrário e um novo valor de  $A_g$  é calculado. Da Equação (36), o valor da seção magnética  $A_m$  é finalmente definido.

### 2.3.3 Número de Espiras

Da Equação (7), é possível obter o número de espiras de um transformador, considerando a seção transversal do circuito magnético avaliado igual a seção geométrica. Assim, deriva-se a Equação (40), que define o número de espiras no primário.

$$N_1 = \frac{V_1}{\sqrt{2} \cdot \pi \cdot B_{max} \cdot A_g \cdot f} \quad (40)$$

Pela relação de transformação e considerando a queda de tensão, o número de espiras no secundário é dado pela Equação (41).

$$N_2 = 1,1 \cdot N_1 \cdot \frac{V_2}{V_1} \quad (41)$$

### 2.3.4 Seção do Cobre e Possibilidade de Execução

Considerando a região ocupada por todas as espiras enroladas, é possível definir a área ocupada pelo cobre  $A_{cu}$ , em  $\text{mm}^2$ , com base na Equação (42).

$$A_{Cu} = N_1 \cdot A_{cond1} + N_2 \cdot A_{cond2} \quad (42)$$

Com este valor, é possível definir a Possibilidade de Execução  $R$  de um transformador, que representa a razão entre sua área de janela  $A_w$

e a área ocupada pelo cobre. Entende-se que  $A_{Cu}$  não pode ser maior que a área de janela, o que tornaria o projeto fisicamente inviável. Esta razão é dada pela Equação (43), onde o valor 3 é utilizado como mínima relação para tornar possível o projeto em questão (MARTIGNONI, 1991).

$$R = \frac{A_w}{A_{Cu}} \leq 3 \quad (43)$$

Em caso de uma razão inferior a 3, deve-se recalcular o transformador desejado com valores diferentes em suas grandezas construtivas (MARTIGNONI, 1991).

### 2.3.5 Massa Total do Transformador

Considerando o núcleo ferromagnético e os enrolamentos de cobre, cada material contribui individualmente para a massa total do equipamento.

#### 2.3.5.1 Massa do Núcleo Ferromagnético

A massa total do núcleo, em gramas, pode ser dada ao multiplicar-se a massa do núcleo por centímetro, dada na Equação (25), pela profundidade  $b$  do material, como mostra a Equação (44).

$$M_{Nu} = M_{1cm} \cdot b \quad (44)$$

#### 2.3.5.2 Massa de Cobre

Primeiramente, define-se o comprimento médio  $lm$  de cada espira, em centímetros, com base na Equação (45).

$$lm = 2 \cdot a + 2 \cdot b + c_w \cdot \pi \quad (45)$$

Com a densidade do cobre  $\rho_{Cu}$ , em  $\text{g/cm}^3$ , pode-se definir a massa de cobre  $M_{Cu}$ , em gramas, considerando também a área ocupada pelas espiras  $A_{Cu}$ . A Equação (46) apresenta esta relação.

$$M_{Cu} = \frac{A_{Cu}}{100} \cdot lm \cdot \rho_{Cu} \quad (46)$$

A massa total  $M_t$  do transformador é dada pela soma das duas massas, como mostra a Equação (47).

$$M_t = M_{Cu} + M_{Nu} \quad (47)$$

### 2.3.6 Cálculo de Perdas e Eficiência

O procedimento de cálculo já foi apresentado no Item 2.2.3, porém aqui valem as seguintes observações:

1. Todas as massas devem ser convertidas para quilogramas;
2. A densidade de corrente a ser utilizada para perdas no cobre na Equação (20) é dada pela Equação (34), ou seja, a média das densidades calculadas para cada enrolamento.

## 2.4 OTIMIZAÇÃO MONO-OBJETIVO

A otimização mono-objetivo tem como pretensão obter uma solução ótima com base em critérios de entrada e limites pré-definidos (ÁVILA, 2006).

O objetivo em si é definido pela função objetivo, uma equação matemática que representa aquilo a ser otimizado. As variáveis dessa função são chamadas de parâmetros.

Estes parâmetros estão contidos no chamado domínio de busca, onde todas as entradas possíveis para o problema são encontradas. Já os objetivos encontram-se no espaço de objetivos.

Para aplicações reais, estes problemas contam com restrições, sendo que o espaço onde estas são respeitadas é chamado de domínio realizável. O domínio não-viável é onde as restrições não são respeitadas.

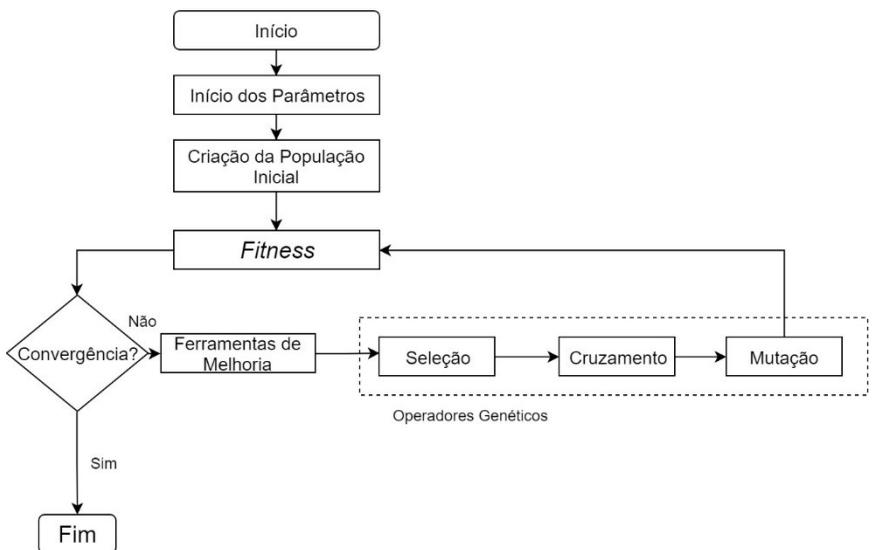
Como apresentado em Ávila et al. (2002), um problema de otimização mono-objetivo torna a função objetivo em uma função com imagem escalar. Seja  $\vec{x} \in \mathbb{R}^k$ , que devem ser ajustados, e  $f(\cdot): \mathbb{R}^k \mapsto \mathbb{R}$  que quantifica cada solução de  $\vec{x}$ , pode-se definir um vetor  $\vec{x}^*$  que minimiza  $f(\cdot)$  como mostra a Equação (48). Nesta equação, os limites de  $\vec{x}$ , são definidos como  $x_1$  e  $x_2$ .

$$\vec{x}^* = \arg \min_{x_1 \leq x \leq x_2} f(\vec{x}) \quad (48)$$

## 2.5 ALGORITMO GENÉTICO

O algoritmo genético, ou AG, é uma técnica de otimização estocástica baseada no conceito de seleção natural e genética (ÁVILA, 2006). Suas primeiras abordagens ocorreram na publicação do engenheiro electricista *John H. Holland*, denominada *Adaptation in Natural and Artificial Systems*, em 1975. A Figura 13 mostra um fluxograma de um algoritmo genético genérico.

Figura 13 - Fluxograma genérico de operação de um algoritmo genético.



Fonte: Autor (2018).

Este algoritmo é iniciado com um conjunto de parâmetros de entrada, denominado população inicial, escolhidos de maneira aleatória dentro dos limites do problema imposto.

Cada indivíduo é um destes parâmetros, os quais são as variáveis utilizadas para a otimização do problema. Através de operadores genéticos, é possível selecionar os melhores indivíduos e buscar novos

que cada vez mais se aproximem da resposta ideal, dentro do problema proposto, em geração futuras.

Dentro desta gama de opções, selecionam-se aqueles com melhor *fitness*, ou seja, com sua função objetivo mais adequada ao objetivo proposto, tanto de minimização quanto de maximização, para sua reprodução em gerações futuras. Esta repetição ocorre até que algum critério limitante do algoritmo seja alcançado, como o número máximo de gerações, por exemplo.

De modo geral, os AGs podem trabalhar com uma quantidade alta de variáveis, evitando ficar presos em locais ótimos, bem como podem entregar uma gama de soluções semi-ótimas para análise por parte do projetista (ÁVILA, 2006). Todavia, a natureza probabilística do problema pode tornar necessária a repetição do processo de otimização para comprovar que aquele indivíduo é o melhor encontrado dentro daquela população geral (ÁVILA, 2002).

### 2.5.1 Representação de Algoritmos Genéticos

De acordo Ávila (2002), um indivíduo  $\vec{X}$  de uma geração pode ser representado de acordo com a Equação (49), onde  $X_1, X_2, \dots, X_{nvar}$  representam os parâmetros que foram este indivíduo e  $nvar$  é o número máximo destas variáveis.

$$\vec{X} = [ X_1 \ X_2 \ \dots \ X_{nvar} ] \quad (49)$$

Um conjunto de indivíduos forma uma população  $\vec{P}^k$ . A Equação (50) apresenta  $\vec{P}^k$ , onde  $nbpop$  representa o número de indivíduos desta população e  $k$  é a população corrente.

$$\vec{P}^k = \begin{bmatrix} X_1^{k,1} & \dots & X_{nvar}^{k,1} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ X_1^{k,nbpop} & \dots & X_{nvar}^{k,nbpop} \end{bmatrix} \quad (50)$$

O número de indivíduos deve ser escolhido de acordo com o perfil de problema. Prezando pelo equilíbrio, poucos indivíduos podem apresentar resultados não convergentes, ao passo que muitos deles ocasionam um custo computacional elevado (ÁVILA et al, 2004).

## 2.5.2 Codificação Real

É comum em AGs o uso de codificação para facilitar o trato com operadores genéticos. Nesta codificação, os valores das variáveis são os mesmos utilizados em operações, exigindo maior complexidade matemática, porém sem ações de codificação mais complexas.

Sua aplicação direta é mais prática, todavia, quando comparada a codificações mais robustas, suas relações matemáticas se tornam mais complexas já que o processo padrão de tratamento genético torna-se mais complexo.

## 2.5.3 Operadores Genéticos

Para que a variabilidade genética ocorra, ou seja, que uma gama de resultados diferentes seja observada e os melhores possam ser escolhidos, uma série de operadores matemáticos devem ser utilizados. Os principais utilizados neste trabalho serão tratados nesta seção.

### 2.5.3.1 Seleção

Este método atua selecionando características probabilísticas as quais favorecem os resultados com maior índice de qualificação, ou seja, que retorna uma função objetivo mais adequada, como por exemplo, o Método de Torneio (GOLDBERG; 1989).

### 2.5.3.2 Cruzamento

Após métodos de seleção definidos, os passos seguintes vão em direção das ações de cruzamento e mutação. Enquanto a Seleção preza pela vantagem daqueles mais condicionados a vitória, estes dois métodos focam em diversificar a possibilidade de respostas.

O cruzamento permite a troca de material genético entre indivíduos, segundo Ávila (2006). Sua ocorrência depende de uma probabilidade definida pelo usuário. Esta probabilidade deve ser alta, pois este operador é o maior responsável pela criação de novos indivíduos.

Devido às características da codificação real, existem equações matemáticas que apresentam a formação destes indivíduos e podem ser avaliadas em Ávila (2006).

### 2.5.3.3 Mutação

A Mutação atua com a adição de material genético aleatório na população como um todo. Assim como no Cruzamento, depende de uma probabilidade para que ocorra, porém ocasionando em uma parcela menor de novos indivíduos se comparado ao operador anterior (ÁVILA, 2006).

### **2.5.4 Ferramentas de Melhoria para o Processo de Otimização**

Considerando a robustez de AGs e a carga computacional necessária, algumas ferramentas podem evitar problemas de mal direcionamento de resultados.

Segundo Ávila (2002), há problemas como a convergência prematura, onde a função objetivo encontra-se em mínimo local e acaba por estagnar ali. Assim, há ferramentas que podem evitar a extrema semelhança de indivíduos em casos de baixa variabilidade genética no começo do processo.

Além disso, há operadores que permitem acelerar a busca por resultados ótimos, considerando a carga computacional já citada.

Explicações detalhadas destes métodos fogem do escopo deste trabalho, mas dois deles serão citados por seu uso posterior: Variação Dinâmica de Probabilidades e Elitismo Global.

#### **2.5.4.1 Variação Dinâmica de Probabilidades**

Segundo Ávila (2002), para evitar a convergência prematura de resultados, pode-se variar dinamicamente as probabilidades de cruzamento e mutação. A robustez da ferramenta é tanta que consegue identificar casos de muita semelhança, envolvendo a necessidade de aumentar a ocorrência de mutações e diminuir os cruzamentos. Ao mesmo tempo, é capaz de fazer o oposto em situações de alta dispersão: diminuir a ocorrência de mutações, o que evita falsos positivos (JOHNSON; RAHMAT-SAMII, 1997).

#### **2.5.4.2 Elitismo Global**

O Elitismo Global busca evitar a perda de melhores indivíduos por processos orgânicos que ocorrem via uso dos AGs (ÁVILA et al, 2004).

Basicamente, no momento de realizar a ação de substituição, avalia-se o *fitness* de cada indivíduo, passando adiante apenas aqueles que melhoram a média geral daquela geração de parâmetros (ÁVILA, 2002).



## 3 METODOLOGIA

Este capítulo apresenta a metodologia de solução do problema proposto.

Para análise, são comparados dois métodos: o método analítico introduzido na Seção 2.3 e o método que utiliza otimização mono-objetivo através de um algoritmo genético, tomando como base conceitos vistos nas Seções 2.4 e 2.5.

Assim, definem-se não só as especificações de cada método, bem como, as variáveis de entrada que estruturam as duas abordagens. Ao fim, as soluções encontradas devem ser avaliadas, buscando entender qual das situações apresentam melhor desempenho.

### 3.1 ENTRADAS E SAÍDAS PARA OS PROJETOS

Os dois tipos de projeto contam com as mesmas variáveis de entrada, sendo que as predefinições que correspondem ao método específico serão apresentado nas Seções 3.2 e 3.3.

Nos casos, há limitação pela capacidade de construção do equipamento, apresentada pela Equação (43). Logo, se a condição não for factível, não é possível construir o transformador em questão.

#### **3.1.1 Núcleo do transformador e suas características intrínsecas**

O material do núcleo escolhido foi o aço ISOVAC 470-50, da *voestalpine Steel Divison* (2015), voltado a projetos de engenharia elétrica, como design de transformadores e motores, por exemplo.

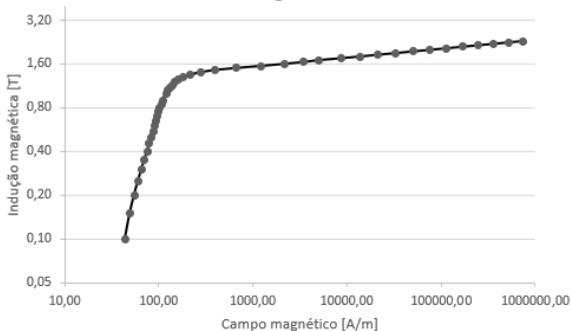
Dentre as vantagens do uso deste material, cabe comentar a facilidade em empilhamento de lâminas metálicas, alto nível de isolamento elétrico e potencial alta eficiência energética.

Como característica direta do material, o fabricante fornece a relação de valores de indução magnética e perdas específicas em função do campo magnético. Considerando o perfil de projeto de transformadores, encontra-se os valores de pré-saturação da indução magnética para o projeto em questão das duas primeiras grandezas.

A Figura 14 apresenta a curva de indução magnética em função do campo magnético, enquanto a Figura 15 apresenta a curva de perdas específicas em função do campo magnético. Nos dois casos, os dados foram fornecidos pelo fabricante para a frequência de 60 Hz. A curva com

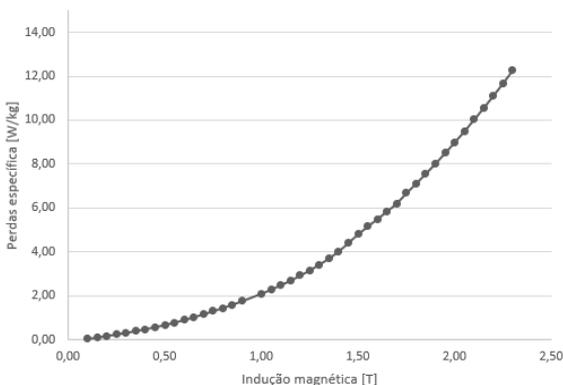
estes valores discretos foi construída com auxílio do software Microsoft Excel 2016®.

Figura 14 - Curva de indução magnética, em T, em função do campo magnético em A/m para o aço ISOVAC 470-50 A.



Fonte: Autor e voestalpine Steel Division (2015).

Figura 15 - Curva de perdas específicas, em W/kg, em função do campo magnético, em A/m, para o aço ISOVAC 470-50 A.



Fonte: Autor e voestalpine Steel Division (2015).

Considerando o perfil da curva, avaliou-se que a partir de 1,70 T grandes variações no campo magnético alteram muito pouco a indução magnética. Logo, 1,70 T é o valor considerado como base para máxima indução magnética,  $B_{max}$  no projeto em questão. Com isso, é possível extrapolar o valor citado e obter a máxima perda específica,  $w_{Nu}$ , que é 6,21 W/kg. Ainda do fabricante, tira-se que sua massa específica é de 7760 kg/m<sup>3</sup>.

### 3.1.2 Grandezas de Entrada para os Projetos

As grandezas de entrada são as mesmas nos dois projetos, exceto no que se refere aos valores retirados de tabelas padronizadas ou especificidades do algoritmo utilizado no cálculo. A Tabela 1 apresenta as variáveis padrão de entrada e suas unidades.

Tabela 1 – Grandezas de entrada para os projetos.

Grandeza	Símbolo	Valor
Tensão nominal no primário (V)	$V_1$	120 V
Tensão nominal no secundário (V)	$V_2$	220 V
Potência nominal do transformador (VA)	$S$	300 VA
Frequência da rede (Hz)	$f$	60 Hz
Massa específica dos condutores de cobre (kg/m <sup>3</sup> )	$\rho_{Cu}$	8890 kg/m <sup>3</sup>
Massa específica do núcleo metálico (kg/m <sup>3</sup> )	$\rho_{Nu}$	7760 kg/m <sup>3</sup>
Densidade de corrente nos condutores de cobre (A/mm <sup>2</sup> )	$d$	3 A/mm <sup>2</sup>
Indução magnética de saturação do núcleo (T)	$B_{max}$	1,70 T
Coefficiente de preenchimento	$k_f$	0,9
Perdas específicas no núcleo metálico (W/kg)	$w_{Nu}$	6,21 W/kg

Fonte: Autor (2018).

### 3.1.3 Grandezas de Saída para os Dois Projetos

Em ambos os projetos são encontradas as mesmas grandezas de saída devido ao caráter comparativo.

Buscando facilitar a representação dimensional do transformador, é possível definir suas funções geométricas não em função apenas da largura  $a$  da coluna central e sua profundidade  $b$ , mas também em função da largura de janela do transformador,  $c_w$ , e altura da janela do transformador,  $h_w$ , todas em centímetros.

A Tabela 2 mostra as saídas padronizadas encontradas nos dois projetos.

Tabela 2 – Grandezas de saída para os projetos.

Grandeza	Símbolo
Largura da coluna central (cm)	$a$
Profundidade do núcleo (cm)	$b$
Largura de janela (cm)	$c_w$
Altura de janela (cm)	$h_w$
Número de espiras no primário	$N_1$
Número de espiras no secundário	$N_2$
Diâmetro do condutor no primário (AWG)	$A_{cond1}$
Diâmetro do condutor no secundário (AWG)	$A_{cond2}$
Perdas no cobre (W)	$W_{Cu}$
Perdas no núcleo metálico (W)	$W_{Nu}$
Perdas totais (W)	$W_t$
Rendimento (%)	$\eta$
Massa total de cobre (kg)	$M_{Cu}$
Massa total do núcleo metálico (kg)	$M_{Nu}$
Massa total (kg)	$M_t$

Fonte: Autor (2018).

### 3.2 MÉTODO ANALÍTICO PARA DIMENSIONAMENTO DE TRANSFORMADORES MONOFÁSICOS DE BAIXA POTÊNCIA

Para o dimensionamento analítico, o modelo proposto na Seção 2.3 serve como base principal, utilizando também os conceitos de dimensionamento de transformadores para otimização multi-objetivo apresentados por Coelho et al (2013).

Sua limitação se dá pelo empirismo ali presente, já que caso o projeto em questão não obedeça a possibilidade de execução, é necessário recalcular este valor com diferentes tipos de lâminas até que o projeto possa ser finalizado. Esta mudança não está necessariamente comprometida a diminuição de perdas ou massa total, apenas com a viabilidade de construção física do material.

O desenvolvimento da solução via método analítico se deu por meio do software MATLAB® e pode ser avaliado no ANEXO B.

Para lâminas padronizadas e longas, os valores adicionais de entrada ao projeto são retirados das Tabela 8 e Tabela 9 durante o cálculo. Para lâminas não-padronizadas, considera-se uma razão de possibilidade de execução igual a 3.

### 3.3 MÉTODO VIA ALGORITMO GENÉTICO PARA OTIMIZAÇÃO MONO-OBJETIVO

A solução via otimização mono-objetivo utiliza-se dos conceitos de AGs, apresentados na Seção 2.5, para encontrar todas as grandezas de saída apresentadas na Tabela 2.

Em paralelo, busca-se minimizar saídas específicas de modo a comparar com o método analítico. Assim, o algoritmo é usado duas vezes buscando dois cenários:

1. Minimizar a massa total do transformador;
2. Minimizar as perdas totais do transformador, maximizando sua eficiência;

Os cenários não ocorrem em conjunto. Este tipo de caso ocorre usando métodos de otimização multi-objetivo, com mais de uma saída sendo otimizada (AYALA, 2015).

O algoritmo utilizado foi desenvolvido previamente por Ávila (2006) sendo que, neste trabalho, houve apenas o trato com variáveis de controle do AG em questão.

A algoritmo conta com as seguintes etapas principais: definição da função objetivo, entradas de inicialização para o AG, cálculo da função objetivo, avaliação de *fitness*, operadores genéticos e apresentação de resultados, no caso de convergência.

Como citado, há duas funções objetivo que podem ser avaliadas neste projeto: minimizar a massa total,  $M_t$ , e minimizar as perdas totais,  $P_t$ . As funções desenvolvidas no software MATLAB® que definem estas duas grandezas são praticamente idênticas, apenas com saídas diferentes.

#### 3.3.1 Entradas de Inicialização para o AG

Como citado, um algoritmo genético necessita de algumas variáveis que irão dimensionar sua estrutura de ação. A Tabela 3 apresenta cada uma destas variáveis e seus valores. Já a Tabela 4 apresenta os limites das grandezas que dimensionam a função objetivo.

Tabela 3 – Variáveis de entrada para inicialização do AG.

Variável	Símbolo	Valor
Número de indivíduos	$n_{bind}$	500
Número de gerações	$n_{bgen}$	100
Probabilidade de cruzamento	$p_{cross}$	0,8
Probabilidade de mutação	$p_{mut}$	0,15
Número de variáveis de entrada	$n_{var}$	3

Fonte: Autor (2018).

Tabela 4 - Limites inferiores e superiores das variáveis tratadas pelos operadores genéticos.

Grandeza	Limite inferior (cm)	Limite Superior (cm)
$a$	1,00	6,00
$b$	3,00	15,00
$h_w$	1,5	7,5

Fonte: Autor (2018).

### 3.3.2 Definição das Variáveis de Entrada para a Função Objetivo e Operadores Genéticos

As variáveis de entrada das duas funções objetivo são a largura  $a$  da coluna central, a profundidade  $b$  do núcleo e a largura de janela  $h_w$ . Estas variáveis sofrerão alterações ao longo do processo iterativo de cálculo do algoritmo genético. Todas as outras são exatamente iguais às do método analítico, atuando como limitações ou saídas.

Estas variáveis são inicialmente definidas de maneira aleatória num espaço especificado pelo projetista. Todavia, em iterações futuras elas são retiradas daquelas funções com maior *fitness* e passam por operadores genéticos para retornar o melhor resultado em gerações futuras.

### 3.3.3 Cálculo da Função Objetivo

Nesta etapa, as variáveis definidas anteriormente são colocadas na função para que sua resposta possa ser avaliada no passo seguinte. O cálculo das variáveis de saída é bastante semelhante ao do método analítico, considerando que quem define as grandezas dimensionais  $a$ ,  $b$  e  $h_w$  é o próprio algoritmo.

A diferença pontual se dá no cálculo da massa total, já que há diferenças específicas no cálculo de massa do núcleo e da largura de janela, o que afeta seu equacionamento geral.

Vale destacar que o formato de lâmina escolhida neste projeto foi o não-padronizado, visando a maior autonomia na varredura por resultados ideais. O restante dos cálculos são os mesmos apresentados no capítulo 2.

### 3.3.3.1 Largura de Janela

A maior diferença aqui é a não definição inicial da largura de janela  $c_w$  pelo algoritmo. Deste modo, calcula-se a seção ocupada pelos condutores através da Equação (42). Ao definir a razão de possibilidade de execução igual a 3 (MARTIGNONI, 1991), é possível obter o valor da área de janela pela Equação (51). Finalmente, obtêm-se  $c_w$  através da Equação (52), permitindo seu uso ao longo do projeto.

$$A_w = 3 \cdot A_{Cu} \quad (51)$$

$$c_w = \frac{A_w}{h_w} \quad (52)$$

### 3.3.3.2 Massa do Núcleo Ferromagnético

O cálculo de massa no núcleo ferromagnético toma como base a Equação (44). Neste caso, inicialmente se calcula o volume do núcleo,  $Vol_{Nu}$ , com base na Equação (53). Finalmente, com a densidade do núcleo ferromagnético, se obtém a massa total, como mostra a Equação (54).

$$Vol_{Nu} = A_c \cdot (2 \cdot h_w + 2 \cdot c_w + 2 \cdot a) \quad (53)$$

$$M_{Nu} = Vol_{Nu} \rho_{Nu} \quad (54)$$

## 3.3.4 Avaliação de *Fitness* e Operadores Genéticos

A cada passagem de geração, o algoritmo avalia o quão melhor a função objetivo está em relação aos resultados calculados anteriormente. Deste modo, o algoritmo pode direcionar grupos de entradas que

apresentam o melhor desempenho em detrimento de outras (AVILA et al, 2004). Isto é feito através de operadores genéticos e outras ferramentas citadas na Seção 2.5.3.

### **3.3.5 Apresentação de Resultados**

Ao passar por todas as gerações, os melhores resultados são apresentados, tanto de entradas como saídas. A dispersão de resultados de saída também pode ser avaliada pelo projetista, principalmente para observar o uso de técnicas que tornam o algoritmo mais eficiente (JOHNSON; RAHMAT-SAMII, 1997).

## 4 RESULTADOS

Este capítulo compara os resultados dos dois tipos de projetos, considerando todas as variáveis de entrada e suas respostas. Todo sistema foi desenvolvido em MATLAB®, buscando o máximo de coerência e praticidade para os dois métodos. O APÊNDICE A apresenta as linhas de código do programa elaborado pelo autor que retornam os dois tipos de projetos.

As entradas do sistema foram apresentadas na Tabela 5, enquanto as particularidades de cada projeto foram definidas ao longo da Seção 3.

Deste modo, este capítulo apresenta o aglomerado de referências teóricas e metodologias de dimensionamento de transformadores que justificam o trabalho em questão. Apenas o método de otimização mono-objetivo busca ativamente minimizar alguma das saídas do projeto, de acordo com a função objetivo definida. Por fim, os resultados são comparados para que uma análise coerente possa ser apresentada.

Tabela 5 - Variáveis de entrada e seus valores nos dois tipos de projeto.

Grandeza	Valor
$V_1$	120 V
$V_2$	220 V
$S$	300 VA
$f$	60 Hz
$\rho_{Cu}$	8890 kg/m <sup>3</sup>
$\rho_{Al}$	2700 kg/m <sup>3</sup>
$d$	3 A/mm <sup>2</sup>
$B_{max}$	1,70 T
$k_f$	0,9
$w_{Al}$	6,21 W/kg

Fonte: Autor (2018).

### 4.1 AVALIAÇÃO DO MÉTODO ANALÍTICO

A metodologia para esta abordagem foi apresentada na Seção 3.2, seguindo o modelo apresentado na Seção 2.3.

Por meio das entradas na Tabela 5, definem-se os valores diretos deste tipo de projeto, com base na Seção 2.3.2. As Equações (28) e (29) definem as correntes no primário, com valor de 3,67 A, e no secundário, com valor de 1,82 A. Já as Equações (30) e (31) retornam as seções transversais nos condutores no primário, igual a 16 AWG, e no secundário, igual a 19 AWG, respectivamente. Com os valores em

questão, define-se a densidade de corrente  $d$  utilizada para definição de perdas totais com o valor de  $2,79 \text{ A/mm}^2$ .

Com base na Seção 2.3.2.2, define-se o valor da largura da coluna central  $a$  igual a 5,00 cm. Empiricamente, o valor da profundidade  $b$  é definido como 4,00 cm. Nesta condição, utilizam-se lâminas padronizadas número 6, com base na Tabela 8.

Da Seção 2.3.3 define-se o número de espiras no primário e secundário como 152 e 279, respectivamente. Com o número de espiras de cada enrolamento e suas secções transversais, é possível definir a área ocupada pelos condutores de cobre, com base na Equação (42). O valor encontrado foi de  $349,86 \text{ mm}^2$ .

A área de janela  $A_w$  é dada pela Equação (22) para lâminas padrões, seu valor é de  $1880,00 \text{ mm}^2$ . Através da Equação (43) encontra-se que a relação que torna possível o projeto é maior que 3, logo, não há necessidade de recalcular valores anteriores.

Definem-se os valores de largura de janela  $c_w$  e altura de janela  $h_w$  com base nas Equações (26) e (27), respectivamente. O valor de  $c_w$  é de 2,50 cm e o de  $h_w$  é de 7,50 cm.

A massa do núcleo ferromagnético é dada pela Equação (44), com os valores de  $a$  e  $b$  já definidos. O núcleo tem massa de 4,21 kg.

Para o cálculo da massa de cobre, define-se inicialmente o comprimento médio  $lm$  com base na Equação (45). O comprimento médio encontrado foi de 33,70 cm, ao passo que a massa de cobre encontrada foi de 1,14 kg.

A massa total é encontrada ao somar os dois valores parciais anteriores, com base na Equação (47), e vale 5,35 kg.

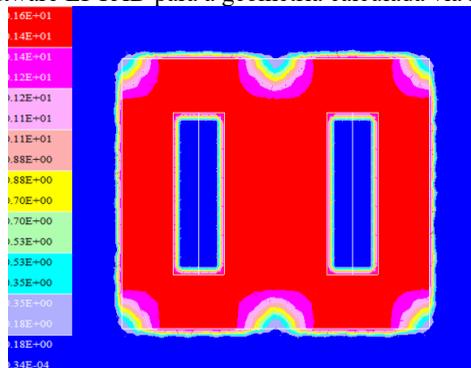
Para as perdas no núcleo ferromagnético utiliza-se a Equação (16), com base na massa do núcleo e o valor e perdas específicas previamente definido. As perdas no núcleo ferromagnético são 30,08 W.

As perdas no cobre são dadas pela Equação (17). Utilizando o valor de densidade de corrente  $d$  antes encontrado, é possível obter as perdas no cobre iguais a 21,65 W.

As perdas totais são 51,73 W. Já eficiência é dada pela Equação (21). O valor encontrado é de 87,07%.

A Figura 16 apresenta os resultados da simulação de indução magnética utilizando o software EFCAD (BASTOS; SADOWSKI, 2008). Para a simulação, foi utilizada uma densidade de corrente igual a  $0,296 \text{ A/mm}^2$ . É possível observar as regiões de saturação próximas ao valor de projeto de 1,7 T, indicando que este método retorna um resultado coerente.

Figura 16 - Distribuição da indução magnética no núcleo do transformador utilizando o software EFCAD para a geometria calculada via método analítico.



Fonte: Autor (2018).

## 4.2 AVALIAÇÃO DO MÉTODO UTILIZANDO OTIMIZAÇÃO MONO-OBJETIVO COM ALGORITMO GENÉTICO

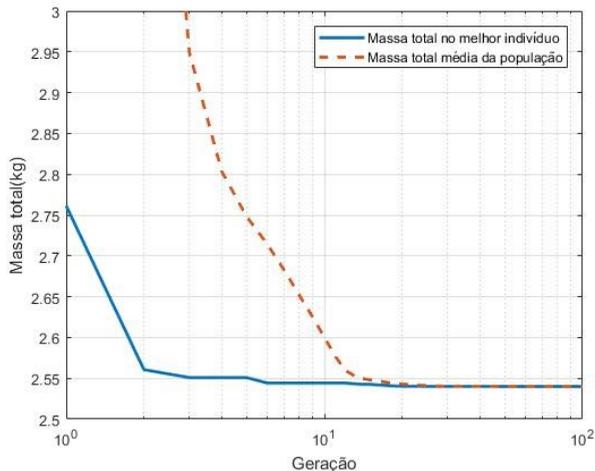
Este método foi apresentado na Seção 3.3 e, devido ao caráter mono-objetivo, somente uma saída pode ser otimizada. Logo, dois subprojetos foram desenvolvidos. Todavia, sua estrutura de cálculo é a mesma, já que equações de cálculo de massa e perdas possuem variáveis em comum, como visto nas Seções 2.2 e 2.3.

Além de análise de saídas gerais, avalia-se aqui o desempenho do algoritmo genético como um todo. Para isso, em cada subprojeto também é apresentada a massa total ou as perdas totais do melhor indivíduo da população, bem como a média geral destas grandezas minimizadas, ambas as representações em função do número de gerações. Também, é apresentada a análise de dispersão de respostas do algoritmo através do desvio padrão da função otimizada em cada geração.

### 4.2.1 Minimização de Massa Total

Ao minimizar a massa total do transformador encontra-se o desempenho dos melhores indivíduos e sua média, conforme a Figura 17. É possível avaliar que após 10 gerações, não há variações bruscas nos resultados encontrados para o melhor indivíduo e sua média, mostrando o quão rápido o resultado é encontrado.

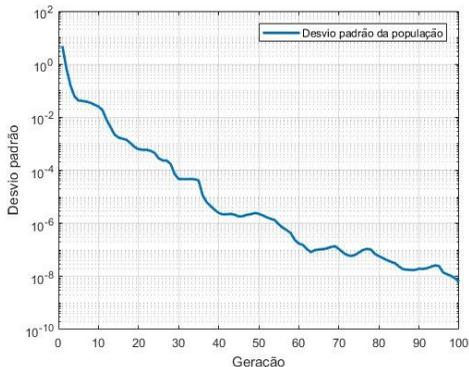
Figura 17 - Representação do valor do melhor indivíduo de cada geração e da média da população em cada geração do algoritmo para minimizar massa total no equipamento.



Fonte: Autor (2018).

Já o desvio-padrão da população tende a cair cada vez mais com o avanço do algoritmo, sendo que após 20 gerações, é possível notar valores bastante baixos em sua distribuição, indicando uma convergência de resultados, como mostra a Figura 18.

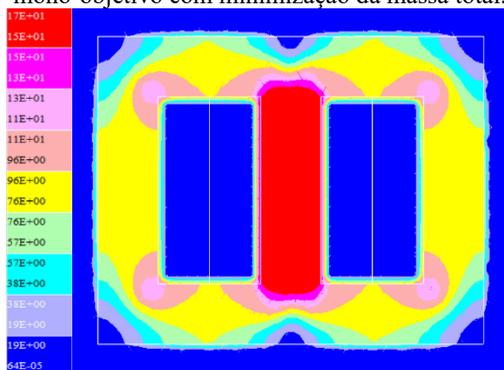
Figura 18 - Desvio-padrão da população avaliado no algoritmo para minimizar a massa total do equipamento ao longo de cada geração.



Fonte: Autor (2018).

A Figura 19 apresenta os resultados da simulação de indução magnética utilizando o software EFCAD (BASTOS; SADOWSKI, 2008). Para a simulação, foi utilizada uma densidade de corrente igual a  $0,419 \text{ A/mm}^2$ . Pode-se avaliar que na região central o valor de indução atingiu o limiar esperado, de cerca de  $1,7 \text{ T}$ .

Figura 19 - Distribuição da indução magnética no núcleo do transformador obtida com o software EFCAD para a geometria calculada via otimização mono-objetivo com minimização da massa total.

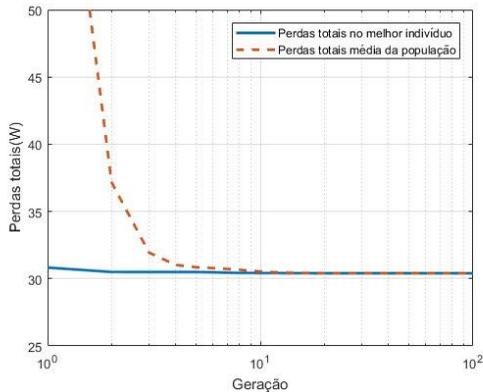


Fonte: Autor (2018).

#### 4.2.2 Minimização de Perdas Totais

A minimização de perdas pode ser avaliada ao longo das 100 gerações simuladas, tanto na média da população quanto nos resultados do melhor indivíduo, conforme pode ser observado na Figura 20. A partir da décima geração, em média, é possível notar uma estabilidade de resultados, assim como ocorre para a massa total.

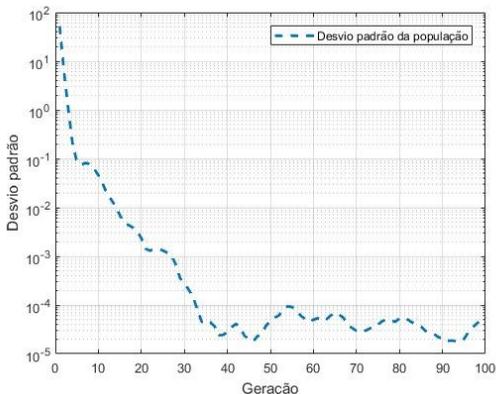
Figura 20 - Representação do valor do melhor indivíduo de cada geração e da média da população em cada geração do algoritmo para minimizar perdas totais no equipamento.



Fonte: Autor (2018).

Para a dispersão, nota-se que antes da décima geração já há valores pequenos do desvio-padrão das respostas de cada população, indicando também uma convergência de resultados, como mostra a Figura 21.

Figura 21 - Desvio-padrão da população avaliado no algoritmo para minimizar as perdas totais no equipamento ao longo de cada geração.

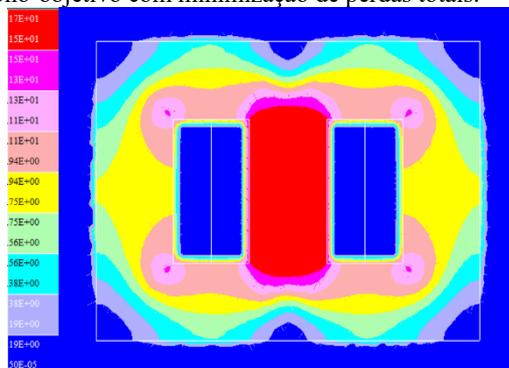


Fonte: Autor (2018).

A Figura 22 apresenta os resultados da simulação de indução magnética utilizando o software EFCAD (BASTOS; SADOWSKI,

2008). Para a simulação, foi utilizada uma densidade de corrente igual a  $0,419 \text{ A/mm}^2$ , assim como no processo de minimização da massa total. Novamente, observa-se que na região central do transformador o valor de indução atingiu o limiar esperado de cerca de  $1,7 \text{ T}$ .

Figura 22 - Distribuição da indução magnética no núcleo do transformador obtida com o software EFCAD para a geometria calculada via otimização mono-objetivo com minimização de perdas totais.



Fonte: Autor (2018).

### 4.2.3 Comparação dos Tipos de Projetos

A Tabela 6 apresenta a resposta de cada método avaliado, bem como as variáveis de saída com base no melhor indivíduo de todos os projetos. Para o método analítico, adotou-se lâminas padronizadas número 6, devido ao valor de  $a$  definido com base na Tabela 8.

Tabela 6 – Valores de saída para cada um dos projetos.

Saídas	Método Analítico	AG para minimizar massa total	AG para minimizar perdas
$a$	5,00 cm	1,93 cm	2,55 cm
$b$	4,00 cm	4,50 cm	5,77 cm
$c_w$	2,50 cm	3,35 cm	2,53 cm
$h_w$	7,50 cm	6,07 cm	4,74 cm
$N_1$	152	407	240
$N_2$	279	747	440
$I_1$	3,67 A	2,50 A	2,50 A
$I_2$	1,82 A	1,36 A	1,36 A
$A_{cond1}$	16 AWG	17 AWG	17 AWG
$A_{cond2}$	19 AWG	20 AWG	20 AWG
$W_{Cu}$	21,65 W	30,86 W	19,11 W
$W_{Nu}$	30,08 W	10,91 W	16,02 W
$W_t$	51,73 W	41,77 W	35,13 W
$\eta$	87,07%	90,06%	92,22%
$M_{Cu}$	1,14 kg	1,41 kg	0,87 kg
$M_{Nu}$	4,21 kg	1,53 kg	2,24 kg
$M_t$	5,35 kg	2,94 kg	3,12 kg

Fonte: Autor (2018).

Dos resultados, conclui-se que para o fim de otimizar a saída definida pelo subprojeto, o algoritmo genético atua de maneira coerente. É válido destacar que mesmo a variável não otimizada teve resultados superiores ao método analítico para cada um dos modelos de otimização.

## 5 CONCLUSÕES

Este trabalho apresentou uma solução em software utilizando um método estocástico como proposta de comparação a um método analítico para dimensionamento de transformadores monofásicos de baixa potência. O método otimizado deveria minimizar as perdas totais ou a massa total do projeto, de acordo com o tipo de projeto.

No Capítulo 2 houve a apresentação de todo o material teórico base para o desenvolvimento do trabalho em questão. Isto inclui conceitos introdutórios sobre eletromagnetismo, dimensionamento de transformadores e o uso de um algoritmo genético para otimização mono-objetivo.

O Capítulo 3 introduziu os métodos de projeto, tanto o analítico quanto o otimizado. Foi possível perceber as diferenças e compromissos de cada aplicação.

Finalmente, no Capítulo 4 os resultados dos métodos foram apresentados e comparados, mostrando que o método via algoritmo genético possui melhor desempenho que aquele apresentado por Martingnoni (1991). As comparações ocorrem tanto na avaliação dimensional das grandezas de entrada e saída, como na análise gráfica dos resultados de simulações da indução magnética nos transformadores dimensionados. Essas simulações foram realizadas usando o método de elementos finitos em 2D e o software EFCAD do GRUCAD da UFSC.

Deste modo, conclui-se o trabalho com seus objetivos alcançados. Como proposta de trabalhos futuros, as seguintes indicações podem direcionar outras pesquisas:

- Uso de um algoritmo genético multi-objetivo para minimizar perdas totais e a massa total do equipamento em paralelo;
- Exploração de mais casos utilizando a mesma metodologia de comparação de resultados.
- Desenvolvimento de um algoritmo próprio com condições mais direcionadas para os métodos em questão;
- Comparação com diferentes métodos de projetos para transformadores monofásicos.



## 6 REFERÊNCIAS

AMOIRALIS, Eleftherios I.; TSILI, Marina A.; KLADAS, Antonios G.. Transformer Design and Optimization: A Literature Survey. **IEEE Transactions On Power Delivery**, [s.l.], v. 24, n. 4, p.1999-2024, out. 2009. Institute of Electrical and Electronics Engineers (IEEE). <http://dx.doi.org/10.1109/tpwr.2009.2028763>.

ÁVILA, Sérgio Luciano; CARPES JÚNIOR, Walter Pereira; VASCONCELOS, João Antonio de. Optimization of an Offset Reflector Antenna Using Genetic Algorithms. **IEEE Transactions On Magnetics**, [s.l.], v. 40, n. 2, p.1256-1259, mar. 2004. Institute of Electrical and Electronics Engineers (IEEE). <http://dx.doi.org/10.1109/tmag.2004.825313>.

ÁVILA, Sérgio Luciano. **Algoritmos Genéticos Aplicados na Otimização de Antenas Refletoras**. 2002. 98 p. Dissertação (Mestrado) - Curso de Engenharia Elétrica, Centro Tecnológico, Universidade Federal de Santa Catarina, Florianópolis, 2002.

ÁVILA, Sérgio Luciano. **Otimização Multiobjetivo e Análise de Sensibilidade para Concepção de Dispositivos**: Aplicação: Síntese de Antenas Refletoras para Comunicação via Satélite. 2006. 148 p. Tese (Doutorado) - Curso de Engenharia Elétrica, Centro Tecnológico, Universidade Federal de Santa Catarina, Florianópolis, 2006.

AYALA, Helon Vicente Hultmann et al. Harmony Search Approach Based on Ricker Map for Multi-Objective Transformer Design Optimization. **IEEE Transactions On Magnetics**, [s.l.], v. 51, n. 3, p.1-4, mar. 2015. Institute of Electrical and Electronics Engineers (IEEE). <http://dx.doi.org/10.1109/tmag.2014.2372332>.

BASTOS, João Pedro Assumpção; SADOWSKI, Nelson. Finite Element 2D System for Electromagnetic and Thermal Field Analysis: Electromagnetic Fields Computer Aided Design Manual. Florianópolis, v. 8, n. 121, p.2-76, 2008.

BASTOS, João Pedro Assumpção. **Eletromagnetismo para Engenharia Estática e Quase Estática**. 3. ed. Florianópolis: Editora da Ufsc, 2012. 398 p.

COELHO, Leandro dos Santos et al. Novel Gamma Differential Evolution Approach for Multiobjective Transformer Design Optimization. **IEEE Transactions On Magnetics**, [s.l.], v. 49, n. 5, p.2121-2124, maio 2013. Institute of Electrical and Electronics Engineers (IEEE). <http://dx.doi.org/10.1109/tmag.2013.2243134>.

FITZGERALD, Arthur E.; KINGSLEY JUNIOR, Charles; UMANS, Stephen D.. **Electric Machinery**. 6. ed. Nova Iorque: Mcgraw-Hill, 2003. 688 p. (McGraw-Hill series in electrical engineering. Power and energy).

GOLDBERG, David Edward. **Genetic Algorithms in Search, Optimization, and Machine Learning**. Nova Iorque: Addison-Wesley Professional, 1989. 432 p.

JOHNSON, J. Michael.; RAHMAT-SAMII, Yahya.. Genetic algorithms in engineering electromagnetics. **IEEE Antennas And Propagation Magazine**, [s.l.], v. 39, n. 4, p.7-21, 1997. Institute of Electrical and Electronics Engineers (IEEE). <http://dx.doi.org/10.1109/74.632992>.

MARTIGNONI, Alfonso. **Transformadores**. 8. ed. São Paulo: Editora Globo, 1991. 307 p.

Voestalpine Steel Division (Austria). **Isovac 470-50 A**: Datasheet. Linz: 2015. 7 p

## APÊNDICE A – Algoritmo para cálculo e apresentação de resultados

%Cálculo comparando método analítico e otimizado  
 %Para dimensionar transformadores

%Desenvolvido por Cristian Savoldi Righi  
 %UFSC - Julho/2018  
 clear all; close all; clc;

```
formatSpec_agmono_custo = '\n\n\n Utilizando o algoritmo genético para
minimizar custo:\n a = %4.4f cm\n b = %4.2f cm\n bw = %4.2f cm\n hw =
%4.2f cm\n B = %4.2f T\n N1 = %4.f\n N2 = %4.f\n Acond1 = %4.f
AWG\n Acond2 = %4.fAWG\n Massa núcleo = %4.2f kg\n Massa cobre =
%4.2f kg\n Massa total = %4.2f kg\n Perdas núcleo = %4.2f W\n Perdas
cobre = %4.2f W\n Perdas totais = %4.2f W\n Rendimento = %4.2f%%\n
Corrente no primário = %4.2f\n Área de janela no primário = %4.2f\n
Densidade de corrente no primário = %4.4f\n\n';
```

```
formatSpec_agmono_perdas = '\n\n\n Utilizando o algoritmo genético para
minimizar perdas:\n a = %4.4f cm\n b = %4.2f cm\n bw = %4.2f cm\n hw =
%4.2f cm\n B = %4.2f T\n N1 = %4.f\n N2 = %4.f\n Acond1 = %4.f
AWG\n Acond2 = %4.f AWG\n Massa núcleo = %4.2f kg\n Massa cobre =
%4.2f kg\n Massa total = %4.2f kg\n Perdas núcleo = %4.2f W\n Perdas
cobre = %4.2f W\n Perdas totais = %4.2f W\n Rendimento = %4.2f%% \n
Corrente no primário = %4.2f\n \n Área de janela no primário = %4.2f\n
Densidade de corrente no primário = %4.4f\n\n';
```

```
formatSpec_analitico = '\n\n\n Utilizando o modelo analítico:\n a = %4.2f
cm\n b = %4.2f cm\n bw = %4.4f cm\n hw = %4.2f cm\n B = %4.2f T\n N1
= %4.f\n N2 = %4.f\n Acond1 = %4.f AWG\n Acond2 = %4.f AWG\n
Massa núcleo = %4.2f kg\n Massa cobre = %4.2f kg\n Massa total = %4.2f
kg\n Perdas núcleo = %4.2f W\n Perdas cobre = %4.2f W\n Perdas totais =
%4.2f W\n Rendimento = %4.2f%% \n Corrente no primário = %4.2f\n \n
Área de janela no primário = %4.2f\n Densidade de corrente no primário =
%4.4f\n\n';
```

```
fileID = fopen('Otm_outputs.txt','w+t');
```

AGMONO\_custo;%algoritmo genético para minimizar custos  
 calculo\_dim; %função para cálculo de valores

```

A1 =
[100*a,100*b,100*cw,100*hw,B,N1,N2,n1,n2,mc,mcu,Mt,Pc,Pcu,Pt,Eff,I1,
Wa*1e6,N1*I1/(Wa*1e6)];
J_custo = J1;
fprintf(fileID,formatSpec_agmono_custo,A1);
gc = size(Min,2);
gen = linspace(1,gc,100);
best_custo = Min;
med_custo = Average;
disp_custo = D;

```

```

figure
plot(gen,best_custo,'-',gen,Average,'--')
axis([0 gc 2.5 3])
xlabel('Geração')
ylabel('Massa total(kg)')
legend('Massa total no melhor indivíduo','Massa total média da população')
grid on

```

```

figure
semilogy(gen,disp_custo,'-')
xlabel('Geração')
ylabel('Desvio padrão')
legend('Desvio padrão da população')
grid on

```

```
%--
```

```

AGMONO_perdas:%algoritmo genético para minimizar custos
calculo_dim; %função para cálculo de valores
A2 =
[100*a,100*b,100*cw,100*hw,B,N1,N2,n1,n2,mc,mcu,Mt,Pc,Pcu,Pt,Eff,I1,
Wa*1e6,N1*I1/(Wa*1e6)];
J_perdas = J1;
fprintf(fileID,formatSpec_agmono_perdas,A2);
best_perdas = Min;

```

```

figure
plot(gen,best_perdas,'-',gen,Average,'--')

```

```

axis([0 gc 25 50])
xlabel('Geração')
ylabel('Perdas totais(W)')
legend('Perdas totais no melhor indivíduo','Perdas totais média da
população')
grid on

figure
semilogy(gen,D,'--')
xlabel('Geração')
ylabel('Desvio padrão')
legend('Desvio padrão da população')
grid on

%--

calculo_analitico;%modelo matemático padrão para transformadores
A3 =
[a,b,cw,hw,B,N1,N2,n1,n2,mc,mcu,Mt,Pfe,Pcu,Pt,Eff,I1,Wa,N1*I1/(Wa)];
fprintf(fileID,formatSpec_analitico,A3);
J_analitico = J1;

%--

fclose(fileID);

```



## APÊNDICE B – Algoritmo para cálculo do método analítico

%Desenvolvido por Cristian Savoldi Righi  
%UFSC - Julho/2018

%%Variáveis estruturais%%

V1 = 120; %Tensão nominal no primário [V]  
V2 = 220; %Tensão nominal no secundário [V]  
S2 = 400; %Potência do motor [VA]  
f = 60; %Frequência de operação [f]

S1 = 1.1\*S2;  
d = 3; %densidade de corrente em mm  
I1 = S1/V1; %Corrente no primário [A]  
I2 = S2/V2; %Corrente no secundário [A]  
kf = 0.9; %fator de empilhamento do núcleo  
B = 1.7; %densidade de fluxo magnético [T]  
pc = 7760 ; %densidade do núcleo de ferro [kg/m³]

Acd1 = I1/d;  
Acd2 = I2/d;

d1 = sqrt(4\*Acd1/pi); %diâmetro do fio de cobre no primário  
n1 = floor(-39\*log(d1/0.127)/log(92))+36); %cálculo do número AWG  
Acd1\_perdas = 0.012668\*92^((36-n1)/19.5); %cálculo da área em mm²  
d1\_perdas = I1/Acd1\_perdas; %densidade de corrente média real

d2 = sqrt(4\*Acd2/pi); %diâmetro do fio de cobre no secundário  
n2 = floor(-39\*log(d2/0.127)/log(92))+36); %cálculo do número AWG  
Acd2\_perdas = 0.012668\*92^((36-n2)/19.5);  
d2\_perdas = I2/Acd2\_perdas;

d\_perdas = (d1\_perdas+d2\_perdas)/2; %densidade de corrente média para  
perdas no cobre

Sm = 7.5\*sqrt(S2/f);  
Sg = 1.1\*Sm;

a = ceil(sqrt(Sg));

```
b = round(Sg/a);
```

```
Sg_def = a*b;
```

```
Sm_def = Sg/1.1;
```

```
N1 = ceil(V1*1e4/(sqrt(2)*pi*kf*B*Sm_def*f)); %número de  
enrolamentos no primário
```

```
N2 = ceil(N1*V2/V1);
```

```
%
```

---

```
a0 = a;
```

```
if a0 <= 5
```

```
    [Wa,Mf] = lamina_padrao(a);
```

```
    Scu = N1*Acd1_perdas + N2*Acd2_perdas;
```

```
    R = Wa/Scu;
```

```
    if R < 3
```

```
        a = ceil(a);
```

```
        for a = a : 5
```

```
            b = a;
```

```
            Sg_def = a*b;
```

```
            Sm_def = Sg/1.1;
```

```
            N1 = ceil(V1*1e4/(sqrt(2)*pi*kf*B*Sm_def*f)); %número de  
enrolamentos no primário
```

```
            N2 = ceil(N1*V2/V1);
```

```
            [Wa,Mf] = lamina_padrao(a);
```

```
            Scu = N1*Acd1_perdas + N2*Acd2_perdas;
```

```
            R = Wa/Scu;
```

```
            if R > 3
```

```
                break
```

```
            end
```

```
                end
```

```
            end
```

```
if R < 3
```

```
    [Wa,Mf] = lamina_longa(a0);
```

```
    Scu = N1*Acd1_perdas + N2*Acd2_perdas;
```

```
    R = Wa/Scu;
```

```
    if R < 3
```

```
        a = ceil(a0)+1;
```

```
        b = a+1.5;
```

```
        Sg_def = a*b;
```

```
        Sm_def = Sg/1.1;
```

```

    N1 = ceil(V1*1e4/(sqrt(2)*pi*kf*B*Sm_def*f)); %número de
enrolamentos no primário
    N2 = ceil(N1*V2/V1);
    [Wa,Mf] = lamina_padrao(a);
    Scu = N1*Acid1_perdas + N2*Acid2_perdas;
    R = Wa/Scu;
    end
end

else
    a = a0;
    b = a;
    R = 3.3;
    Sg_def = a*b;
    Sm_def = Sg/1.1;
    N1 = ceil(V1*1e4/(sqrt(2)*pi*kf*B*Sm_def*f)); %número de
enrolamentos no primário
    N2 = ceil(N1*V2/V1);
    Scu = N1*Acid1_perdas + N2*Acid2_perdas;
    Wa = Scu*R/100;
    hw = 22*a/8;
    cw = Wa/hw;

    base = 2*a+2*cw;
    altura = hw+a;

    Ar_nuc = base*altura - 2*cw*hw;
    Vol_nuc = Ar_nuc*a*0.9;
    Mf = (Vol_nuc*pc/1000)/1000;

end
%


---


J1 = I1/(Acid1_perdas*N1);

mc = Mf*b;

%mc = Mf*b/1000;
lm = 2*a+2*b+a*pi;

%pcu = 8890; %denside do cobre [kg/m³]

```

$$m_{cu} = (S_{cu} \cdot l_m \cdot 8.889 / 100) / 1000;$$

$$w_{fe} = 6.21;$$

$$P_{fe} = 1.15 \cdot w_{fe} \cdot m_c;$$

$$w_{cu} = 2.43 \cdot d_{perdas}^2;$$

$$P_{cu} = w_{cu} \cdot m_{cu};$$

$$P_t = P_{fe} + P_{cu};$$

$$M_t = m_{cu} + m_c;$$

$$Eff = (1 - P_t / S_2) \cdot 100;$$

$$c = 0.5 \cdot a; \text{ \%a em cm}$$

$$c_w = 0.5 \cdot a;$$

$$h_w = 1.5 \cdot a;$$

## ANEXO A – Coeficientes para Cálculo de Perda Específica

Tabela 7 - Coeficientes de perda específica para diferentes tipos de lâminas.

<b>Qualidade da lâmina</b>	<b><math>P_p</math></b>	<b><math>P_h</math></b>
Lâminas normais	4,8	2,4
Lâminas com pouco silício	2,6	2,3
Lâminas com silício	1,1	1,4

Fonte: MARTIGNONI (1991)



## ANEXO B – Tabelas por Tipos de Lâminas

Tabela 8 - Tipos de lâminas padronizadas e suas dimensões.

Número da Lâmina Padronizada	$a$ (cm)	Seção da Janela (mm <sup>2</sup> )	Massa do núcleo (kg/cm)
0	1,5	168	0,095
1	2,0	300	0,170
2	2,5	468	0,273
3	3,0	675	0,380
4	3,5	900	0,516
5	4,5	1 200	0,674
6	5	1 880	1,053

Fonte: MARTIGNONI (1991).

Tabela 9 - Tipos de lâminas longas e suas dimensões.

Número da Lâmina Comprida	$a$ (cm)	Seção da Janela (mm <sup>2</sup> )	Massa do núcleo (kg/cm)
5	4	2 400	1 000
6	5	3 750	1 580

Fonte: MARTIGNONI (1991).