UNIVERSIDADE FEDERAL DE SANTA CATARINA
CURSO DE MATEMÁTICA

DAYANE TAVARES DA SILVA SOARES

UM ESTUDO SOBRE ALGORITMOS DE MULTIPLICAÇÃO: BUSCANDO UM SENTIDO PEDAGÓGICO AO SEU ENSINO

FLORIANÓPOLIS - SC
2018

DAYANE TAVARES DA SILVA SOARES

UM ESTUDO SOBRE ALGORITMOS DE MULTIPLICAÇÃO: BUSCANDO UM SENTIDO PEDAGÓGICO AO SEU ENSINO

Trabalho de Conclusão de Curso apresentado ao Curso de Graduação em Matemática do Centro de Ciências Físicas e Matemáticas da Universidade Federal de Santa Catarina como requisito para a obtenção do grau de Licenciada em Matemática.

Orientador(a): Profa. Dra. Regina Célia Grando

FLORIANÓPOLIS - SC
2018

Agradecimentos

Agradeço primeiramente a Deus, pelo amparo e proteção nessa caminhada.

Aos meus pais, Elma e Luiz, pelo exemplo de força e determinação. Obrigada mãe, pelas palavras de incentivo e pela preocupação em me ver realizada em todos os aspectos da minha vida.

Ao meu esposo, Israel, pelo cuidado, amor e companheirismo. Obrigada por me ajudar a superar meus medos.

Aos meus filhos, Israel Neto, Eduardo e Davi, por despertar em mim a vontade de querer levantar todos os dias e ir em busca de meus objetivos, na tentativa de ser um exemplo de fé, coragem e determinação e proporcioná-los uma vida melhor, mesmo que ainda nem se dão conta disso. Vocês são o que tenho de mais importante na vida.

À minha orientadora, Profa. Dra. Regina, pela atenção, carinho e compreensão. Não tenho palavras pra expressar a gratidão que sinto. Não teria melhor pessoa pra me orientar.

Enfim, a todos os colegas, professores, amigos e familiares que contribuíram de alguma forma pra que eu chegasse até aqui.

RESUMO

Este trabalho se insere no campo de educação matemática, onde serão explorados diferentes algoritmos da multiplicação com números naturais, visando uma abordagem pedagógica relacionada ao seu ensino. Também serão contemplados fatos históricos e características do sistema de numeração decimal, bem como as propriedades da multiplicação e as ideias relacionadas a essa operação. Para a apresentação dos algoritmos, será efetuado o cálculo escrito, em que consideramos suporte para o cálculo mental e ainda um forte aliado ao ensino do sistema de numeração decimal. Defende-se que um trabalho pedagógico envolvendo diferentes modos de resolver procedimentos de multiplicação, conhecidos historicamente e que estão presentes nas práticas escolares, possibilitam ampliar a compreensão dos estudantes acerca da compreensão do funcionamento do Sistema de Numeração Decimal.

Palavras chave: Algoritmos convencionais e não convencionais de multiplicação. Sistema de numeração decimal.

ABSTRACT

This study is inserted in the field of mathematical education, were they is explored will be different multiplication algorithms with natural numbers, while a pedagogical approach related to its teaching. There are a number of variables and features of the decimal numbering system as well as the multiplication properties and ideas related to this operation. For the presentation of the algorithms will be carried out the calculation written, in which we consider support for the mental assessment and still a strong allied to the teaching in the decimal decimal. The definition of a multidisciplinary teaching method, the understanding and practice of a method of segregation, the practice of a numbering system, the history and the accompaniment of the school practices, the understanding of the operation of the Decimal Number System.

Keywords: Conventional and Non-conventional Multiplication Algorithms. Decimal Number System.

SUMÁRIO

1. INTRODUÇÃO

No currículo do 6º ano do Ensino Fundamental, estão previstas atividades de retomada e aprofundamento dos algoritmos e estratégias de resolução de problemas envolvendo as quatro operações básicas (adição, subtração, multiplicação e divisão). Essa retomada geralmente é realizada de maneira única, utilizando, para cada uma delas, um método considerado convencional. Seguem-se regras obedecendo uma estrutura para chegar ao resultado correto sem compreender bem os mecanismos, ou também pode-se dizer, sem compreender o sistema de numeração decimal, já que o entendimento do funcionamento desse sistema é fundamental na compreensão dos algoritmos.

Neste trabalho exploraremos os diferentes algoritmos de uma das operações básicas, a multiplicação. Será possível ao leitor reconhecer as relações existentes entre o sistema de numeração decimal e as diferentes estratégias de resolução da multiplicação com números naturais, e ainda perceber as características desse sistema, que é o mais utilizado, considerando sua eficácia na realização de operações.

Examinando as regras e o modo como se procede na realização dos diferentes algoritmos, como a disposição dos números e a direção em que se opera os algarismos, evidenciaremos conceitos do sistema de numeração decimal, eliminando a ideia de que devemos seguir regras únicas e à risca para se efetuar as contas. Acredita-se que, a possibilidade pedagógica de exploração de diferentes algoritmos para uma operação possibilita uma compreensão mais ampla sobre o funcionamento do sistema de numeração decimal, bem como possibilita aos estudantes criarem seus próprios algoritmos.

Trata-se de um estudo teórico com vistas à análise dos algoritmos convencionais e não convencionais da multiplicação, resgatando as ideias de agrupamento e de sistema posicional. Para tanto, são analisados algoritmos tradicionalmente abordados na escola, algoritmos historicamente produzidos e algoritmos utilizados em outras culturas.

Esse estudo tem por objetivo pedagógico o conhecimento sobre uma variabilidade de algoritmos de multiplicação a fim de ampliar o conhecimento dos estudantes acerca do funcionamento e das características do sistema de numeração decimal. Se, historicamente o nosso sistema de numeração decimal demorou para ser construído e legitimado, também para os estudantes que ingressam no Ensino Fundamental II nem sempre há uma compreensão plena sobre seu funcionamento, o que pode vir a prejudicar a compreensão de outros conjuntos numéricos para além dos naturais e a introdução à álgebra simbólica.

1.1 MOTIVAÇÃO

Nas fases finais do curso de Licenciatura em Matemática, refleti sobre o que aprendi em relação aos conteúdos matemáticos escolares. Antes da escolha do tema, tive algumas propostas e ideias em relação ao assunto que poderia abordar no trabalho de conclusão de curso com toda a bagagem que dispunha até o momento. Mas através de uma experiência pessoal, sondando o conhecimento de meus colegas e principalmente o meu em relação ao sistema de numeração decimal e o funcionamento dos algoritmos de cada uma das quatro operações, fiquei intrigada com nossa falta de conhecimento em relação a isso.

Na disciplina de Metodologia do Ensino da Matemática, a professora nos solicitou que elaborássemos e apresentássemos uma aula sobre o sistema de numeração decimal e as quatro operações. No momento da apresentação eu deveria “ensinar” os algoritmos das operações. Planejei apenas mostrar a técnica convencional usada para fazer as contas. Senti-me desconfortável por não saber explicar o porquê dos procedimentos que utilizei para operar os números. E durante a apresentação, a professora fazia alguns questionamentos em relação a posição, a base, entre outras coisas, como operar da esquerda para a direita no caso da adição etc. Naquele momento percebemos que não sabíamos responder aquelas questões. Essa experiência me possibilitou, como aluna do curso de licenciatura em Matemática, buscar compreender sobre o assunto e eleger como temática de investigação do meu Trabalho de Conclusão de Curso a compreensão sobre o funcionamento dos algoritmos e sua relação com o funcionamento do sistema de numeração decimal.

Defendemos que a falta de entendimento referente aos procedimentos se deve a não saber a relação existente entre as operações fundamentais básicas e o sistema de numeração decimal. A respeito dessa relação, Costa (2015, p.7) declara:

> Realizar as operações aritméticas elementares é ir além da resolução correta do algoritmo numa sequência de passos ordenados, ao contrário, implica em compreender os procedimentos utilizados com base nas características do SND e ainda de forma mais global o que significa a operação em questão, para que o

> processo de checagem, seja pela utilização do cálculo mental ou da estimativa, seja utilizado.

O ensino de aritmética para realização dos algoritmos pelos estudantes necessita ser um processo bem elaborado, uma vez que, como afirma Batista (citado por Souza, 2004, p. 10):

> A solução dessas questões envolve o aprimoramento do planejamento pedagógico e a preparação dos professores, de forma a utilizar estratégias que favoreçam a compreensão do valor posicional e o sentido das operações aritméticas, e não apenas o ensino dos algoritmos padronizados, úteis em fases mais avançadas do processo.

Diante de tais inquietações, surge a motivação para as buscas de algoritmos das operações, em destaque os da multiplicação, levando a seguinte questão de investigação: Qual a dimensão pedagógica do uso de diferentes algoritmos da multiplicação para a compreensão do Sistema de Numeração Decimal pelos estudantes?

1.2 OBJETIVO

Investigar o funcionamento de diferentes algoritmos de multiplicação com vistas a uma abordagem pedagógica relacionada ao seu ensino.

1.3 METODOLOGIA

GODOY (1995) menciona a pesquisa documental como uma das possibilidades oferecidas pela abordagem qualitativa e também, entre as características principais de uma pesquisa desse tipo, apresenta o enfoque indutivo. O estudo baseia-se nessa abordagem, pois a característica predominante desse trabalho é justamente a análise documental.

Os documentos analisados nesta pesquisa constituem-se em: livros didáticos, vídeos e bibliografias que relatem algoritmos de multiplicação historicamente produzidos e/ou culturalmente disseminados, examinando-os e dando um enfoque diferenciado e indutivo em suas regras e o modo como se procede na realização deles quanto à: disposição dos números no algoritmo, direção em que se opera com os algarismos, os agrupamentos realizados, as trocas necessárias, as propriedades numéricas utilizadas e o que justifica seu funcionamento.

As diferentes maneiras de se multiplicar serão abordadas cuidadosamente e por meio de constatações e resultados dos procedimentos. A análise consiste na apresentação do algoritmo, por meio de uma estratégia pedagógica bem elaborada e apresentação de uma possível justificativa por meio do funcionamento do sistema de numeração decimal.

1.4 ESTRUTURA DO TRABALHO

No capítulo 2, os textos trazem informações históricas e conceituais do sistema de numeração decimal e da operação de multiplicação. Na primeira etapa deste capítulo, em 2.1, destacamos fatos da origem desse sistema, como se deu a adoção do mesmo, relatos que impulsionaram a escolha da base dez e o princípio de posição, características dos primeiros sistemas e suas desvantagens, a evolução dos signos gráficos na representação de um número, o processo de contagem e o surgimento da operação de multiplicação. Em seguida, em 2.2, o texto define as características do Sistema de Numeração Decimal e as explica por meio da decomposição de um número.

Dando sequência ao capítulo, a próxima etapa (2.3) está dividida em quatro textos, cada um expondo uma ideia relacionada à multiplicação. Para tanto, nos apoiamos em situações de livros didáticos como documentos. São desenvolvidas as ideias da multiplicação relacionadas à: adição de parcelas iguais, disposição retangular, combinações e proporcionalidade. Continuando com as características desta operação, em 2.4 apresentamos, em um único texto, as propriedades da multiplicação (associativa, comutativa, elemento neutro e distributiva), explicando-as por meio de exemplos.

Em seguida, no capítulo 3, apresentamos os três meios de cálculo (mental, mecânico e escrito), a importância da abordagem dos três ao mesmo tempo e como o ensino do algoritmo como cálculo escrito leva à compreensão do Sistema de Numeração Decimal.

No capítulo 4, efetuamos contas utilizando seis algoritmos de multiplicação: algoritmo longo, convencional, maia, russo, chinês e gelosia. Em cada um deles explicamos o procedimento com base nas características do Sistema de Numeração Decimal.

Por fim, no capítulo 5, comentamos as ideias relacionadas ao ensino que cada algoritmo proporciona, confirmando a eficiência do cálculo escrito.

2 DESENVOLVIMENTO

2.1 UM POUCO DE HISTÓRIA

Para ilustrar o embrião de um sistema de numeração, Moretti (1999) nos apresenta uma situação hipotética, contando que na atividade pastoril existia a necessidade do controle sobre o rebanho, e portanto, ao entardecer, o pastor confinava os animais utilizando objetos, por exemplo pedrinhas e, a cada ovelha que entrava no cercado, colocava-se uma pedrinha dentro da sacola, constituindo para o pastor um primeiro sistema de representação do seu rebanho que permitia algumas operações simples, por exemplo separar o rebanho em dois grupos, não seria necessário fazer com o rebanho e sim com as pedrinhas.

Com o passar dos anos, as pedrinhas foram trocadas por signos gráficos e foi possível a criação de um novo sistema. Muitos povos criaram os seus próprios sistemas.

Em certas regiões da África Ocidental, os pastores tinham um método para avaliar seu rebanho. Ifrah (2004) relata uma situação relativamente não tão antiga:

> Eles(*os pastores*) faziam os animais passarem em fila um a um. Após a passagem do primeiro enfiavam uma concha num fio de lã branca, após o segundo uma outra concha, e assim por diante até dez. Nesse momento desmanchava-se o colar e se introduzia uma concha numa lã azul, associada às dezenas. E se recomeçava a enfiar conchas na lã branca até a passagem do vigésimo animal, quando se introduzia uma segunda concha no fio azul. Quando se tinha, por sua vez, dez conchas e cem animais haviam sido contados, desfazia-se o colar das dezenas e enfiava-se uma concha numa lã vermelha, reservada desta vez para as centenas. E assim por diante até o término da contagem dos animais.(pg. 53)

Percebe-se nesse procedimento o agrupamento por dezenas, por centenas, etc. Na linguagem dos matemáticos isso se chama “empregar a base dez”. Segundo Ifrah (2004), a base dez é a mais comum no curso da história e sua adoção é hoje quase universal e, esta preferência foi impulsionada pelos dedos das mãos, pois foram eles que impuseram ao homem a ideia de grupos por feixes de dez.

Ifrah (2004) conta que três povos conseguiram construir o princípio de posição: os babilônios, os chineses e os maias, que foram os primeiros a poder representar qualquer número por meio de uma quantidade limitada de algarismos de base, mas nenhum deles foram capazes de dar o passo decisivo quanto ao aperfeiçoamento da notação numérica. Ifrah (2004) afirma que: “Foi no norte da Índia que nasceu o ancestral de nosso sistema moderno e que foram estabelecidas as bases do cálculo escrito tal como é praticado hoje em dia.”

Os primeiros sistemas numéricos eram puramente aditivos e não posicionais. Estes apresentavam algumas desvantagens, pois precisam de uma quantidade grande de símbolos para representação de números muito grandes, além da dificuldade na realização de cálculos. Com a necessidade de se agilizar a escrita, surgiram os sistemas híbridos que se baseavam no sistema aditivo e também multiplicativo, eles evitavam repetições e a necessidade de memorizar uma grande quantidade de símbolos originais. Estes dois sistemas eram adequados para o registro de números, não para realizações de operações aritméticas, e, para superar essas dificuldades, os sistemas foram sendo aperfeiçoados, criando-se os primeiros sistemas de numeração posicionais.(DAMBROS, 2001)

De acordo com Dambros (2001), nos primeiros sistemas posicionais não havia representação para o zero, foram os hindus que criaram um símbolo para representar a casa vazia no sistema posicional e por volta do ano 650 d.C., eles criaram um sistema de numeração decimal posicional, tendo influência de vários povos. E obtendo grande mérito, segundo Ifrah(2004), eles reuniram características importantes para um sistema de numeração completo e coerente: uma base adequada, o valor posicional, um zero operacional e algarismos distintos e independentes de qualquer intuição visual direta (símbolos que não contém a quantidade).

Os algarismos foram evoluindo ao longo dos anos. A grafia própria dos árabes atingiu os povos cristãos da Europa medieval a partir da Espanha, durante a invasão moura na Península Ibérica, antes de dar origem aos que conhecemos hoje. Por chegarem num nível científico e cultural superior ao dos povos ocidentais, estes signos receberam o nome de “algarismos árabes”. (IFRAH, 2004)

O sistema de numeração que hoje utilizamos, conhecido como Sistema de numeração indo arábico decimal, apesar de ter sido criado pelos hindus, foram os árabes que o difundiram pelo mundo. (DAMBROS, 2001)

Um sábio muçulmano chamado Muhammad Al-khãrezmi teve grande influência na divulgação dessas áreas do conhecimento. Moretti (1999) afirma que:

> É através de Muhammad Al-khãrezmi (matemático de língua árabe do fim do século VIII e início do século IX), em seu tratado de aritmética, que a maneira de contar dos indianos, isto é, o sistema posicional decimal, é repassada ao mundo ocidental cristão que utilizava o velho sistema romano. O Papa Silvestre II (1938 a 1003), um dos primeiros frequentadores da escola árabe, na Espanha, deu início

> à utilização desse sistema Decimal que foi-se impondo progressivamente com algumas adaptações, mas que somente a partir do século XIX teve seu uso largamente difundido tal como o concebemos hoje.(pg.14)

Segundo Nehring (1996): "A operação de multiplicação aparece na história da humanidade como uma necessidade de simplificação de adições de parcelas iguais." Então, inicialmente, o que era feito na realidade era a operação de adição, o que era muito trabalhoso quando a quantidade de parcelas era grande.

Os povos egípcios procuraram resolver esse problema usando um processo de duplicação (o qual veremos no decorrer deste trabalho), porém continuava muito trabalhoso, pois apenas abreviava a adição de parcelas iguais.

A multiplicação, além da divisão, era considerada muito difícil de ser realizada. Tal dificuldade foi se superando com o surgimento do aspecto posicional do sistema, começando a ser desenvolvido técnicas que exploravam a lógica do sistema de numeração. Os hindus, árabes e posteriormente europeus começaram a desenvolver técnicas para a operação da multiplicação. (NEHRING, 1996).

2.2 AS CARACTERÍSTICAS DO SISTEMA DE NUMERAÇÃO DECIMAL

Uma das características do nosso sistema é que ele utiliza dez símbolos para escrever qualquer número, são eles: 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8 e 9. Dessa forma, podemos atribuir a característica econômica de símbolos ao Sistema de Numeração Decimal. Nogueira, Bellini e Pavanello (2013) descrevem outras características:

> 1) O sistema é decimal, isto é, funciona com agrupamentos de dez. Esse número dez é chamado de base do sistema; 2) O sistema é posicional, isto é, o valor de um algarismo é determinado pela posição que ocupa no numeral; 3) O sistema é multiplicativo, isto é, em um numeral cada algarismo representa um número que é múltiplo de uma potência da base dez. 4) O sistema é aditivo, isto é, o valor do numeral é dado pela soma dos valores individuais de cada símbolo de acordo com a regra anterior (p. 84-85).

Observe a decomposição do número abaixo:

$$748 = 7 \times 10^2 + 4 \times 10^1 + 8 \times 10^0$$

É possível ver que o número representa uma quantidade de sete grupos de dez dezenas mais quatro grupos de uma dezena mais oito unidades. Cada dezena equivale a dez unidades. Dessa forma, estamos empregando a base dez, isso caracteriza o sistema como decimal.

Percebe-se ainda que, o algarismo 8 ocupa a última posição da direita para esquerda no numeral, representando a ordem das unidades. O algarismo 4, o penúltimo, representa a ordem das dezenas e o algarismo que ocupa a primeira posição, o 7, representa a ordem das centenas. O número 748 conta com 7 centenas mais 4 dezenas mais 8 unidades. Assim, afirmamos que a posição que ocupa o algarismo determina seu valor, ou seja, o sistema é posicional.

Os algarismos que compõem o numeral são múltiplos de uma potência de base dez. Nota-se que o algarismo sete é multiplicado por dez ao quadrado, o quatro é multiplicado por 10 elevado a primeira potência e o oito é multiplicado por dez elevado a zero. Isso implica o sistema ser multiplicativo.

No exemplo, veja que somam-se os valores de cada símbolo, ou seja, somamos sete centenas (7×10^2) mais 4 dezenas (4×10^1) mais oito unidades (8×10^0), caracterizando o sistema como aditivo.

2.3 IDEIAS RELACIONADAS A MULTIPLICAÇÃO

As ideias relacionadas à multiplicação estão presentes em muitas situações cotidianas. No geral, simplificamos um trabalho de contagem ao fazermos o uso dessas ideias.

Por exemplo, para efetuar contagens através da formação de grupos com a mesma quantidade, calcular a quantidade de elementos que estão em disposição retangular, saber o número de combinações envolvendo um elemento de cada conjunto que se queira e aumentar duas grandezas proporcionalmente, podemos simplificar o processo e o registro das operações envolvidas com o uso da multiplicação.

Saber as aplicações da multiplicação, bem como sua importância, leva o estudante a entender o sentido dessa operação básica, assim como o motiva no aprendizado dos algoritmos. Portanto, é importante que essas ideias fiquem claras aos estudantes, pois não seria interessante ensinar métodos de se multiplicar sem que os alunos entendam sobre o seu uso.

Apresentaremos, a seguir, as ideias relacionadas à multiplicação: Adição de parcelas iguais; Disposição retangular; Combinações; Proporcionalidade.

2.3.1 Adição de parcelas iguais

Essa é uma primeira ideia normalmente apresentada nas escolas, quando se quer conceituar a multiplicação. Após os alunos passarem por um processo bem elaborado de aprendizagem da adição, fica mais fácil o aluno compreender a multiplicação nesse contexto.

Veja abaixo duas situações extraídas de livros didáticos de 6º ano do Ensino Fundamental:

Situação 1

(livro: "A conquista da Matemática", autores: Giovanni Castrucci e Giovanni Jr, ano: 2002)

Um edifício tem 6 andares. Em cada andar há 4 apartamentos. Quantos apartamentos têm o edifício todo?

Para resolver essa situação, podemos fazer:

$4 + 4 + 4 + 4 + 4 + 4 = 24$ ou $6 \times 4 = 24$

Situação 2

(livro: "Praticando Matemática", autores: Álvaro Andrini e Maria José Vasconcelos, ano: 2002)

A turma da 5ª série de certa escola mandou confeccionar camisetas e pretende, com a venda, conseguir dinheiro para uma excursão. Foram vendidas 78 camisetas por R$ 12,00 cada uma. Quanto foi arrecadado?

Acompanhe:

Temos 78 camisetas vendidas por R$ 12,00 cada:

$12 + 12 + 12 + \ldots + 12$ (78 parcelas iguais a 12)

Para simplificar o registro dessa operação, utilizamos a multiplicação 78×12

Percebe-se que nos exemplos apresentados, a multiplicação fundamenta-se na adição repetida, definida, entretanto, da seguinte forma:

Dados dois números naturais *a* e *b*, definimos o produto de *a* por *b* ($a \times b = p$) como sendo a soma de *a* parcelas iguais a *b*, onde *a* e *b* são fatores.

2.3.2 Disposição retangular

Essa ideia nos proporciona uma maneira rápida de calcular uma quantidade de objetos que estão em disposição retangular. Não há necessidade de contá-los um a um, para descobrirmos a quantidade de objetos assim organizados basta observarmos o número de fileiras verticais e horizontais.

Veja abaixo situações extraídas de livros didáticos de 3º ano do Ensino Fundamental:

Situação 1

(livro: "A conquista da Matemática", autores: Giovanni Castrucci e Giovanni Jr, ano: 2005)

Veja como está organizada a sala de aula abaixo:

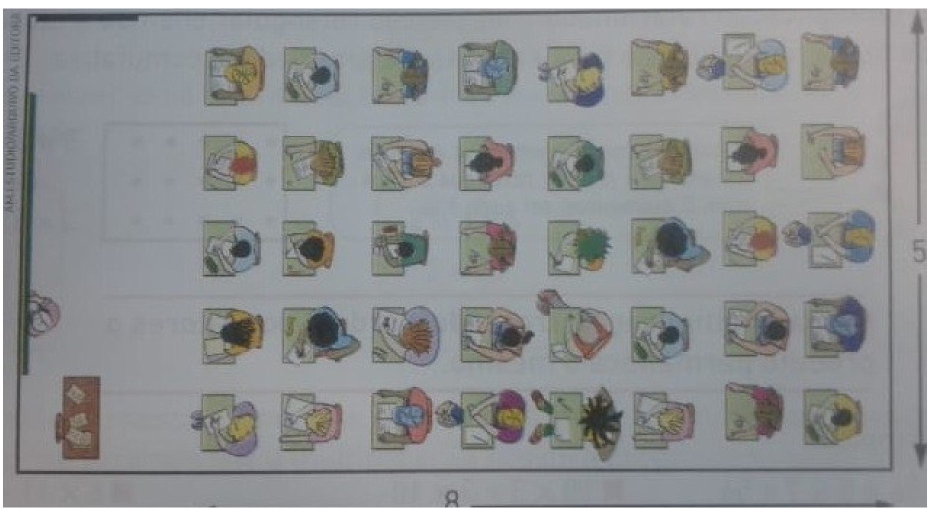


Imagem do livro

Quantos alunos há nessa sala, ao todo?

Acompanhe:

- Já que as carteiras estão em disposição retangular e são 5 fileiras com 8 alunos em cada fileira.

Então há $5 \times 8 = 40$ alunos nessa sala.

Situação 2

(livro: “Matemática”. Organizadora: Editora Moderna. Editora responsável: Mara Regina Garcia Gay. Ano: 2007)

Veja como Celina contou as peças do seu quebra-cabeça:

Imagem do livro

Quantas peças contêm o quebra-cabeça?

Acompanhe:

- Cada fileira horizontal contém 3 peças e cada fileira vertical contém 4 peças.

Então há 4 x 3 = 12 peças no total.

Percebe-se que, podemos obter a quantidade de objetos postos em forma retangular calculando o produto de *m* linhas por *n* colunas (*m x n = p*).

Veja abaixo um retângulo dividido em vários quadradinhos com o mesmo tamanho, em seguida, como podemos obter a quantidade total desses quadradinhos:

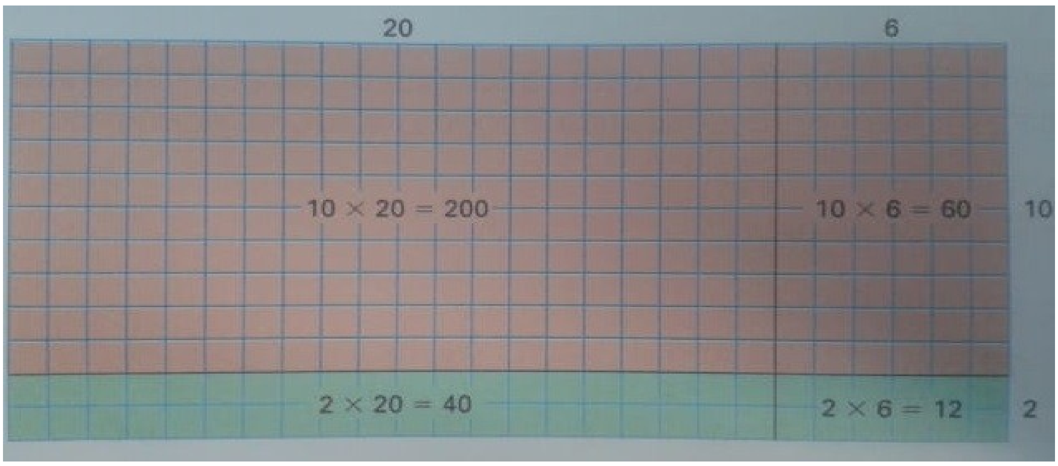


Imagem do livro: Editora Moderna

Observe, pela disposição que o retângulo:

- 10 x 20 (10 por 20) tem 200 quadradinhos
- 10 x 6 (10 por 6) tem 60 quadradinhos
- 2 x 20 (2 por 20) tem 40 quadradinhos
- 2 x 6 (2 por 6) tem 12 quadradinhos

O encaixe dos retângulos formam um retângulo maior e somando esses produtos, ou seja, somando a quantidade de quadradinhos de cada retângulo, obtemos a quantidade total de quadradinhos do retângulo maior. Veja ainda que temos (20 + 6) quadradinhos na horizontal e (10 + 2) quadradinhos na vertical. Assim, obtemos no total 12 x 26 = 312 quadradinhos.

Essa ideia proporciona o conhecimento à comutatividade e à distributividade da multiplicação, pois é possível perceber que a quantidade de elementos não se altera ao trocar a ordem dos fatores e também que temos a mesma quantidade fazendo (10 + 2) x (20 + 6) e (10 x 20) + (10 x 6) + (2 x 20) + (2 x 6). Assim, ela pode servir de base para um entendimento mais amplo da operação de multiplicação.

2.3.3 Combinações

Podemos determinar o número de combinações entre objetos também fazendo o uso da multiplicação.

Veja situações de livro do 3º ano do Ensino Fundamental:

Situação 1

(livro: "Matemática". Organizadora: Editora Moderna. Editora Responsável: Mara Regina Garcia Gay. Ano: 2007)

Caio foi comprar sorvete com cobertura. Ele pode escolher sorvete de creme ou de chocolate, e a cobertura pode ser de caramelo, de baunilha, de morango ou de framboesa.

Imagem do livro

a) Caio tem quantas opções de escolha para sabor de sorvete? *Resposta: 2 opções*

b) E para sabor de cobertura? *Resposta: 4 opções*

c) Quantas opções diferentes com 1 sabor de sorvete e 1 sabor de cobertura Caio tem para escolher? *Resposta: 8 opções*

Note que temos 2 opções para sabor de sorvete, para cada uma pode-se escolher 4 opções de sabor de cobertura. Assim, podemos responder ao item *c* calculando 2 x 4 = 8.

Situação 2

(livro: "Matemática". Organizadora: Editora Moderna. Editora Responsável: Mara Regina Garcia Gay. Ano: 2007)

Clara ganhou uma boneca de presente. Acompanham a boneca 2 vestidos e 3 pares de sapatos.

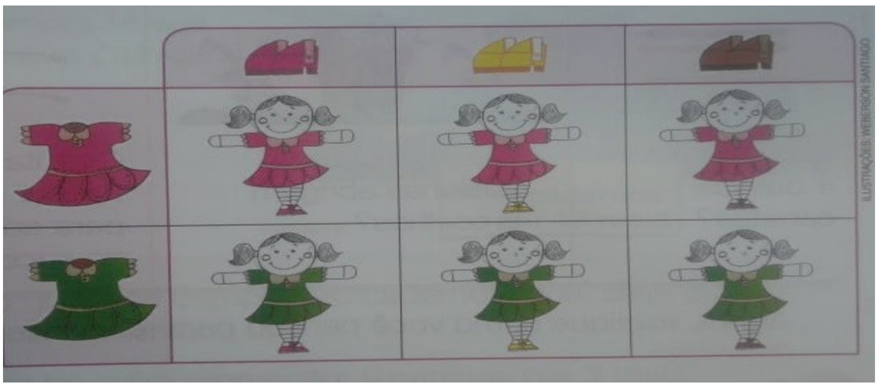


Imagem do livro

a) De quantas formas é possível vestir a boneca de Clara? *Resposta: 6 formas*

b) Que multiplicação está associada ao número de possibilidades para vestir a boneca de Clara com 1 vestido e 1 par de sapatos? *Resposta: 2 x 3 ou 3 x 2*

Observe que, no primeiro exemplo a combinação envolve 1 sorvete e 1 cobertura. No segundo, a combinação envolve 1 vestido e 1 sapato. Para descobrirmos o número de opções possíveis, devemos multiplicar as quantidades de cada item.

Generalizando, dados conjuntos, podemos fazer combinações envolvendo 1 elemento de cada conjunto. Obtém-se o número de combinações multiplicando-se as quantidades de elementos de cada conjunto.

2.3.4 PROPORCIONALIDADE

Veja situações abaixo extraídas do livro de 6º ano do ensino Fundamental:

Situação 1

(livro: "Tudo é matemática". Autor: Luiz Roberto Dante. Ano: 2012)

Cada rolo de arame contém 50 metros (m). Veja como descobrir a "metragem" de 2 rolos, 3 rolos e 15 rolos:

1 rolo → 50 m

2 rolos → 50 x 2 = 100 m

3 rolos → 50 x 3 = 150 m

15 rolos → 50 x 15 = 750 m

Situação 2

(livro: "A conquista da Matemática", autores: Giovanni Castrucci e Giovanni Jr, ano: 2002)

Para fazer refresco de uva, utilizam-se 4 copos de água para cada copo de suco concentrado. Quantos copos de água são necessários para refresco usando 2 copos de sucos concentrados? E usando 3? E 4 copos?

1 copo de suco → 4 x 1 = 4 copos de água

2 copos de suco → 4 x 2 = 8 copos de água

3 copos de suco → 4 x 3 = 12 copos de água

4 copos de suco → 4 x 4 = 16 copos de água

Percebe-se que a variação da quantidade de rolos provoca a variação da "metragem" de arame e a variação da quantidade de copos de suco provoca a variação da quantidade de copos de água. Observe que a variação provocada é dada fazendo-se o uso da multiplicação.

2.4. PROPRIEDADES DA MULTIPLICAÇÃO

As propriedades da multiplicação estão presentes em situações que envolvam esta operação, como as que citamos até agora, e também no desenvolvimento dos algoritmos será possível reconhecê-las.

Para quaisquer números naturais, temos as seguintes propriedades da multiplicação:

- Comutativa, ou seja, a ordem dos fatores não altera o produto
  Exemplo: 5 x 3 = 3 x 5 = 15
- Associativa, ou seja, podemos escolher a ordem para multiplicar três ou mais fatores. Por exemplo, o produto em que 3, 2 e 4 são fatores pode ser encontrado das seguintes formas:

  (3 x 2) x 4 = 6 x 4 = 24

  3 x (2 x 4) = 3 x 8 = 24

  (3 x 4) x 2 = 12 x 2 = 24
- Elemento Neutro: Existe um número em que ao ser multiplicado por qualquer outro número, não o altera. Este número é o 1, pois veja que:

  1 x 5 = 5

  1 x 24 = 24
- Distributiva, ou seja, o produto de um número por uma soma é igual a soma dos produtos em que se tem como fatores esse número e cada parcela da soma.

  Exemplos:

  2 x (5 + 4) = 2 x 5 + 2 x 4

  (3 + 2) x 7 = 3 x 7 + 2 x 7

3. O ENSINO DE ALGORITMOS DE MULTIPLICAÇÃO

No aprendizado de muitos conteúdos da matemática, é possível perceber a falta de entendimento dos alunos, e, entre tantos motivos que podem causar essa escassez de conhecimento, podemos pensar na eximição de propostas diversas para um mesmo conteúdo. Os diversos procedimentos na realização de um exercício de matemática, além de motivar aos estudantes pela sua identificação por alguma estratégia de resolução, podem estar interligados, um complementando o outro ou um justificando o outro, levando, assim, a uma aprendizagem significativa. Pensando nisso, trataremos aqui de três diferentes meios de cálculos: mecânico, escrito e mental e a importância de suas abordagens na prática do ensino.

Abelló (1992) conceitua o cálculo mecânico como o cálculo que se realiza por meios que se proporcionam os resultados direta e indiretamente, é dizer sem necessidade de passos intermediários que requerem memorização ou anotação. Também caracteriza o cálculo escrito como a parte do cálculo mental e mecânico que anotamos no papel para suporte de nossa memória. Afirma, ainda que, enquanto o cálculo escrito segue sendo preferível para a resolução de problemas um pouco complexos, o cálculo mental, que obriga o aluno a pensar para alcançar seu objetivo, combate o hábito de calcular mecanicamente, sem tentar ver o significado dos resultados obtidos.

No intuito de se obter o resultado de um cálculo de maneira rápida e eficaz, calculadoras e computadores são instrumentos eficientes e, para resolvermos alguma situação que envolve cálculo, mesmo que se busque agilidade, Abelló (1992) destaca que antes de calcular precisamos pensar no cálculo e depois interpretar o resultado e mesmo que se restrinja ao momento do cálculo, devemos desenvolver em fases: codificação dos operandos e operadores, execução do cálculo e leitura dos resultados. Segundo Abelló (1992), na inserção desse meio de cálculo nas escolas, dois momentos não podem ficar de fora: o planejamento da estratégia de cálculo e a leitura dos resultados.

Diferentemente do cálculo mecânico, o cálculo escrito apresenta lentidão. Muitas pessoas o utilizam constantemente nas escolas e quase nunca ao sair dela e infelizmente, como afirma Abelló (1992, p.57): “As muitas horas dedicadas ao cálculo não conseguem que os alunos tenham entendido as características essenciais dos processos operatórios.” Entretanto, o cálculo escrito não é o meio ao qual esperamos que os alunos usem para calcular realmente, apresentaremos mais adiante a sua importância.

Sobre o cálculo mental, se em uma escola não se instiga o hábito desse meio de cálculo e não se reserva a este parte da atividade, então é melhor que a calculadora não entre pela porta da sala. (ABELLÓ, 1992, p. 59)

Para o cálculo mental, não podemos deixar de fora certos momentos no desenvolvimento, são eles: compreensão da situação, retenção dos dados, eleição das operações a realizar, realização das operações, comparação posterior dos resultados. Essas fases são úteis para uma boa proposta de ensino em que se pretende estimular as habilidades de cálculo mental. (ABELLÓ, 1992, p. 59)

De acordo com Abelló (1992), na realização das operações, se aplicam habitualmente uma série de truques que consistem essencialmente na decomposição de cada operação. Por exemplo, na multiplicação podemos aplicar a distributividade (será possível perceber nos algoritmos), ou ainda, ao realizar mentalmente a multiplicação de um número por cinco, pode-se multiplicar por dez e dividir por dois. Enfim, podemos afirmar que é difícil a realização do cálculo mental sem conhecer as possibilidades, e, a decomposição e composição das operações ensina muito sobre a estrutura dos números e as operações.

O autor define elementos necessários para um bom cálculo: aplicação de campo de consciência matemática, o domínio da estrutura dos números e possibilidade de aplicações às realidades do mundo material. Observe que, os elementos, bem como as fases que já mencionamos para o cálculo mental, estão ligados ao processo mecânico e escrito.

Agora, quanto ao cálculo escrito, Abelló (1992) afirma que:

> O cálculo escrito é necessário como suporte para maior desenvolvimento do cálculo mental. Por outro lado, é um bom caminho para entender uma boa série de mecanismos que afetam ao cálculo em geral e ao sistema posicional decimal que utilizamos. (p.64)

Se alguns alunos mostram prática de algoritmos, devem ser apreciados e incentivados, tal passatempo indica uma boa aprendizagem e habilidades naturais do aluno. Existe uma vantagem clara ao ensinar diferentes algoritmos, por exemplo todas os métodos possíveis para subtrair devem ser utilizados. (ABELLÓ, 1992)

Abelló (1992, p.66) conta que se lhe pedirem para calcular 320 x 4, ele efetuará na seguinte ordem: (300 x 4) + (20 x 4). Para tanto, considera importante a preferência para algoritmos que se opera da esquerda para a direita. Também menciona a preferência por algoritmos flexíveis e afirma que não seria difícil flexibilizar o algoritmo para a multiplicação. Na próxima etapa deste trabalho será possível perceber a flexibilidade do algoritmo usual.

Outra ideia importante no ensinamento do cálculo escrito é deixar que o aluno investigue e crie seu próprio algoritmo, seguido de perto pelo professor e colocado a prova coletivamente, criando uma interação entre os colegas na tentativa de melhoria do próprio algoritmo.(ABELLÓ, 1992)

4 ALGORITMOS DA MULTIPLICAÇÃO

4.1 LONGO

No dia a dia, as pessoas costumam fazer contas mentalmente e em muitos casos, mentalizam da seguinte forma, por exemplo, para a conta 23 x 5 : "*20 x 5 é igual a 100 e 3 x 5 é igual a 15, assim 100 + 15 = 115*". Dessa forma, chegam ao resultado correto.

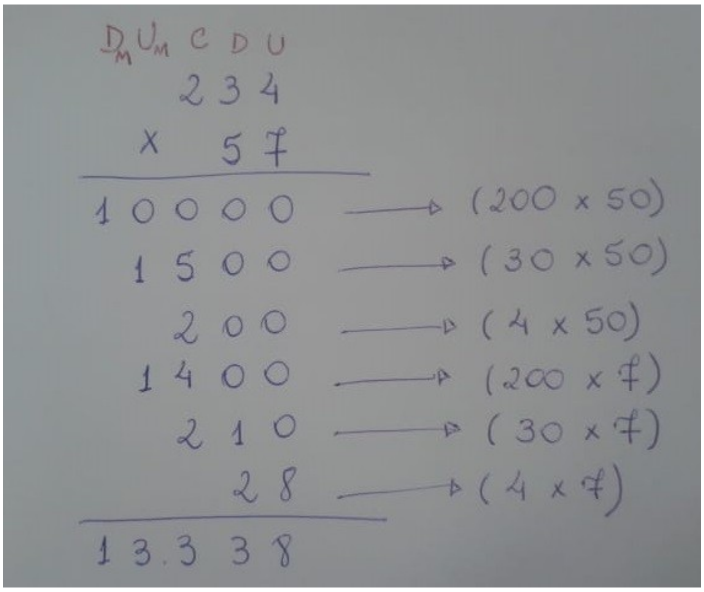
Observe que, para a realização desse cálculo, foi necessário, mesmo sem que a pessoa se dê conta disso, o uso da decomposição dos fatores e também da distributividade da multiplicação, fazendo-se da seguinte forma:

$$(20 + 5) \times 5 = 20 \times 5 + 5 \times 5 = 100 + 15 = 115$$

Verifique que, pela comutatividade da multiplicação e da soma, o indivíduo poderia iniciar o processo por 3 x 5 = 15 (ou 5 x 3) e depois adicionar 20 x 5 = 100 (ou 5 x 20).

O processo longo consiste nessa perspectiva, sem se importar por qual algarismo do numeral (ou por qual numeral) iniciar. Veja abaixo um esquema do processo longo para o cálculo de 234 x 57:

fig. 1: Algoritmo longo



Fonte: arquivo da autora

Observe a disposição dos algarismos: cada qual está na coluna referente à sua classe. Veja que para o numeral 234, o algarismo 2 está na coluna das centenas, o 5 na coluna das dezenas e o 4 das unidades, assim também está organizado o fator 57, os produtos encontrados e o resultado final. O “x” indica a multiplicação e o primeiro “traço” separa os fatores, que são colocados um abaixo do outro, dos produtos parciais.

Percebe-se que na realização desse algoritmo utiliza-se também o algoritmo usual para a adição (normalmente a primeira operação básica, ensinada antes do processo de ensino da multiplicação), já que após fazermos as multiplicações somamos os resultados obtidos.

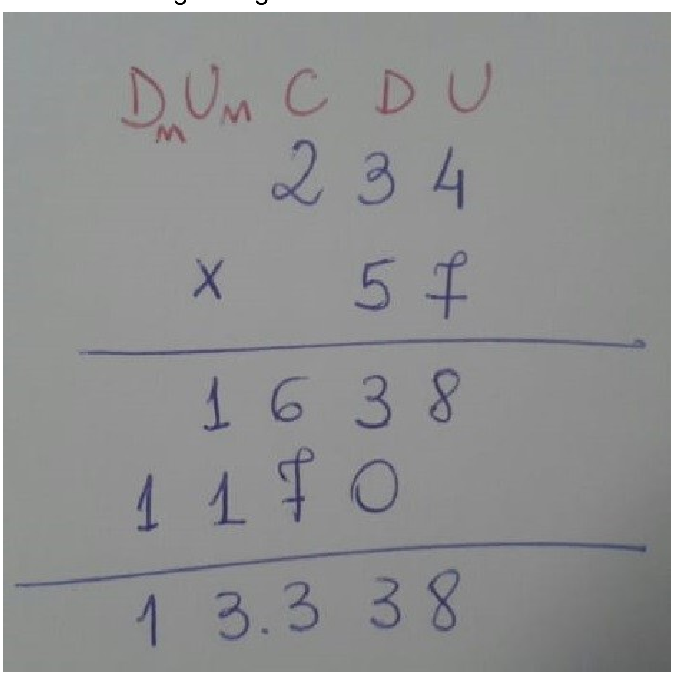
O algoritmo longo assemelha-se ao algoritmo normalmente ensinado nas escolas, apresentado em seguida.

4.2 CONVENCIONAL

Esse método de multiplicar é oficialmente utilizado nas escolas por ser considerado mais simples. A diferença entre esse e o longo é que anotamos os produtos de forma simplificada.

Veja abaixo a conta armada e efetuada pelo método convencional:

Fig. 2: Algoritmo Convencional



Fonte: Arquivo da Autora

Como é de se esperar, chegamos ao mesmo resultado, mas veja que, diferente do método anterior, utilizamos apenas duas linhas abaixo do primeiro traço para realizar a adição.

Mecanicamente, seguimos os seguintes passos:

1. Organizamos os fatores 234 e 57 da mesma maneira do método anterior, com o sinal "x" e um traço abaixo do segundo fator.

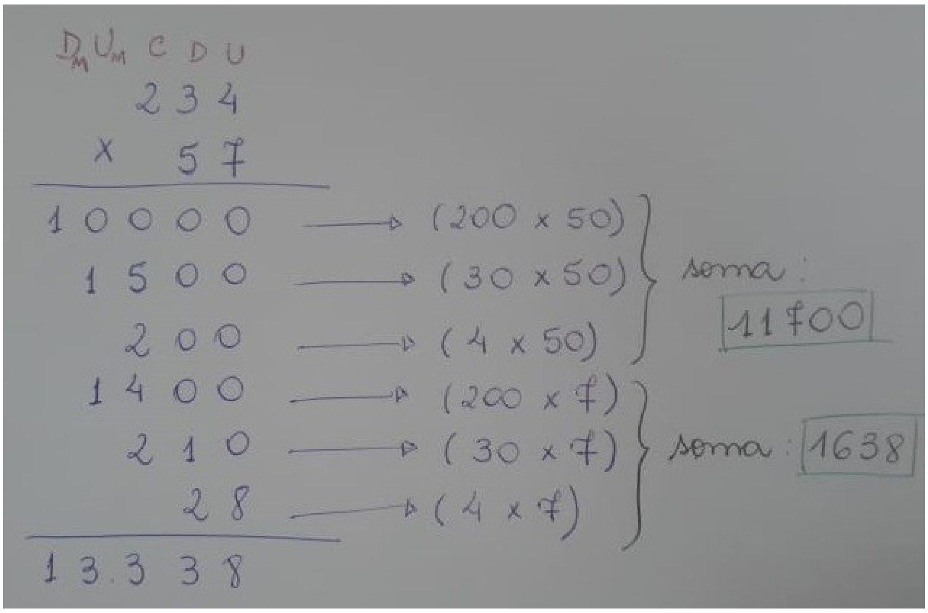
2. O último algarismo da direita para a esquerda do segundo fator é multiplicado por todos os algarismos do primeiro fator começando de trás pra frente. Assim, fazemos 7 x 4 (ou 4 x 7), que resulta em 28. O algarismo 8 é colocado abaixo do "traço" na última coluna (das unidades) e o 2 na penúltima coluna (das dezenas), acima do primeiro fator. Assim também procedemos em 7 x 3 (ou 3 x 7), mas adicionamos o algarismo 2, colocado do produto anterior, a esse produto e do resultado obtido, que nesse caso é 23, o algarismo 3 é colocado na penúltima coluna (das dezenas) abaixo do traço e o 2 na antepenúltima coluna (das centenas), acima do primeiro fator. Depois, multiplicamos 7 x 2 (ou 2 x 7) e adicionamos a esse produto o algarismo 2 colocado do produto anterior, do número 16 obtido, não havendo mais outro algarismo a ser multiplicado por 7, o algarismo 6 é colocado na antepenúltima coluna (das centenas) e o 1 na coluna anterior a essa, da classe do milhar, ocupando a ordem das unidades do milhar.

3. Multiplicamos o algarismo 5 do segundo fator por todos os algarismos do primeiro fator novamente iniciando de trás pra frente. Assim, calculamos 5 x 4, que resulta 20, o zero colocamos na mesma coluna do algarismo 5. "Reservamos" o algarismo 2 para ser adicionado ao próximo produto, que neste caso é 15, obtemos, dessa forma, o número 17, em que 7 é colocado na coluna anterior e 1 é "reservado". Em seguida, calculamos 2 x 5, somamos o 1 "reservado" a este produto e obtemos 11. Não havendo mais algarismos a ser multiplicado por 7, distribuímos os algarismos do numeral 11 colocando-os nas colunas anteriores.

4. Somamos os algarismos abaixo do primeiro "traço" que estão situados na mesma coluna, utilizando o algoritmo usual. O espaço em branco abaixo do algarismo 8 é preenchido com zero. Em muitos casos, há professor que não preenche esse espaço, ao realizar a soma, apenas diz: "abaixa o oito".

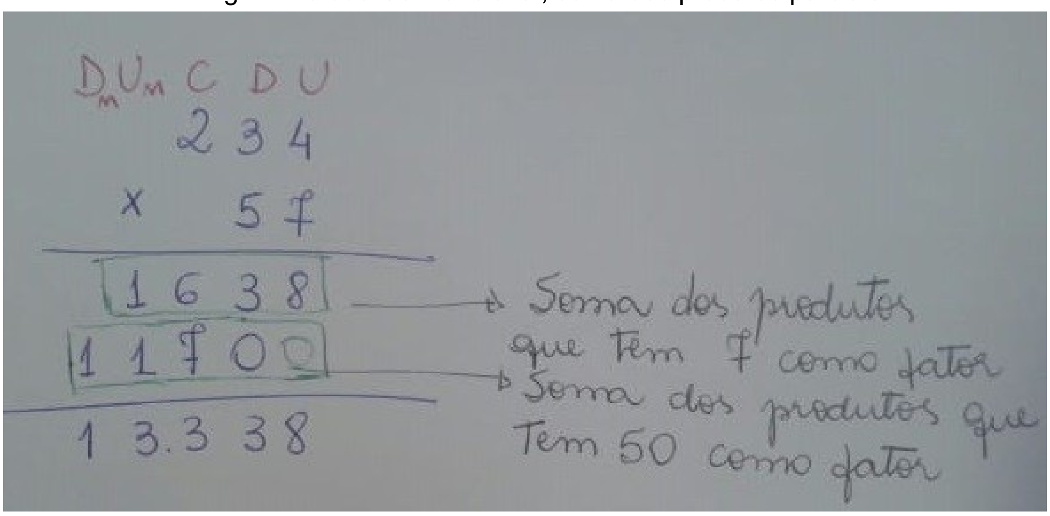
Observe abaixo a mesma conta armada e efetuada, respectivamente pelos algoritmos longo e convencional.

Fig. 3: Algoritmo Longo, soma dos produtos parciais



Fonte: Arquivo da autora

fig. 4: Método Convencional, soma dos produtos parciais



Fonte: arquivo da autora

Perceba que no método convencional, simplificamos a escrita, porém seguimos a mesma ideia.

Considerando o valor posicional de cada algarismo nos fatores, no passo 2, quando mencionamos 3 x 7, nos referimos a 30 x 7, que resulta em 210, a esse valor adicionamos 2 dezenas que se refere ao numeral 28, obtido de 4 x 7 (veja exposto no método longo e note a omissão no método convencional). Assim também quando falamos em 2 x 7, nos referimos a 200 x 7, que resulta em 1400, a esse valor adicionamos as duas centenas do produto anterior. Veja isso exposto no método longo e note a omissão no método convencional.

Também podemos fazer a observação acima para os produtos em que se tem o 5 como fator, e neste caso considerando que o 5 ocupa a ordem das dezenas no numeral 57. Como o numeral 50 possui o algarismo zero na unidade, com todos os algarismos que ele for multiplicado, respeitando o valor posicional de cada um, em todos os casos (50 x 4, 50 x 30 e 50 x 200), a ordem das unidades será ocupada com zero. Observe isso também exposto no método longo e omitido no convencional. Como o zero é neutro da soma, não há necessidade de colocá-lo ali, isso fica a encargo do professor, como mencionado no passo 4.

Perceba que é interessante o ensino dos dois métodos nessa sequência e para o ensino e a aprendizagem do algoritmo convencional podemos fazer comparações, visto que o primeiro método auxilia na explicação do segundo.

4.3 EGÍPCIO

Para multiplicar, os egípcios faziam sucessivas duplicações. Vamos conhecer os passos para efetuar, por exemplo, o produto de 23 por 37:

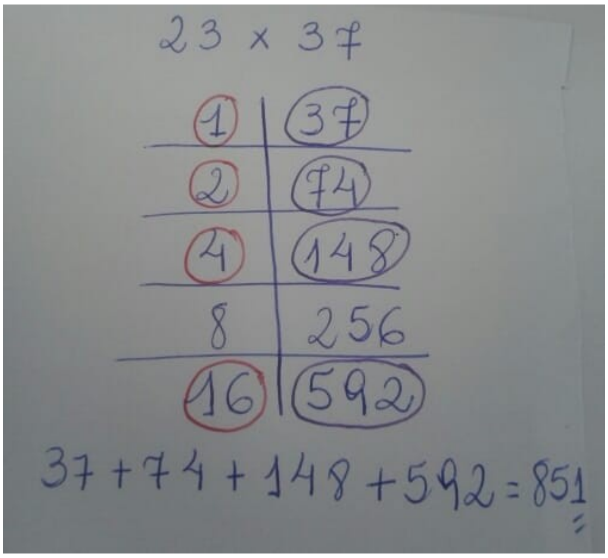
1. Formamos duas colunas, iniciando com o número 1 à esquerda e o número 37 à direita na primeira linha.

2. Cada linha seguinte é preenchida colocando-se o valor do dobro da anterior até que na coluna à esquerda se chegue a um valor que não ultrapasse a 23, que é o valor do primeiro fator.

3. Somamos os valores da coluna à direita que correspondem aos valores da coluna à esquerda cuja soma é 23.

Veja a efetuação desse método:

Fig.5: Algoritmo Egípcio

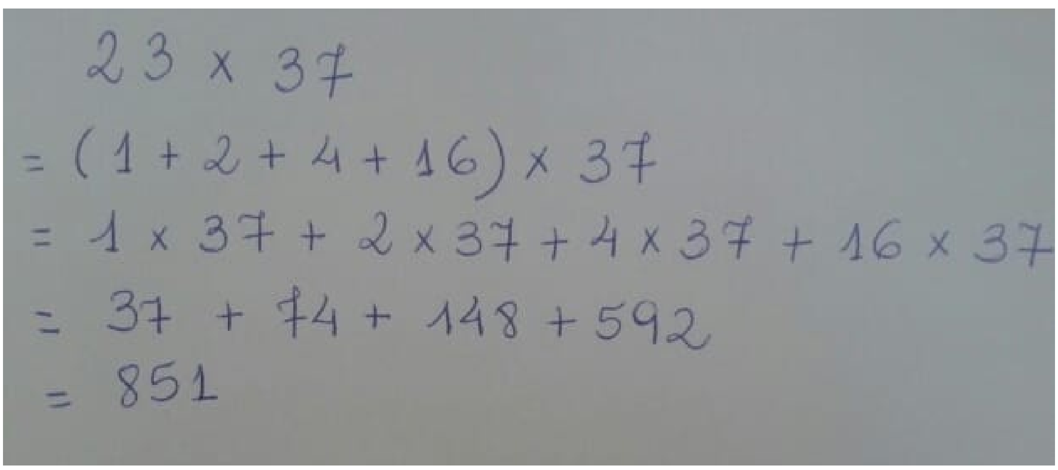


Fonte: Arquivo autora

Um número pode ser escrito como uma soma. Neste caso, por exemplo, o número 23 pode ser escrito como (1 + 2 + 4 + 16), em que as parcelas são os valores destacados na imagem. Note que essas parcelas são resultados de potências de base 2, e, para qualquer fator que se escolha, elas sempre serão, uma vez que os valores são duplicados sucessivamente. Essa questão pode ser instigada pelo professor em sala de aula, reescrevendo o número como soma de múltiplos de potência de base 2, ou seja, exemplificando um sistema binário e comparando com a base decimal.

Já que, então, 23 = 1 + 2 + 4 + 16, usando a distributividade da soma em relação ao produto, temos:

Fig. 6: Distributividade da soma em relação ao produto



Fonte: Arquivo da autora

Perceba que, com números maiores, o processo se torna trabalhoso, portanto este não é um método convencional, mas, ainda assim, consideramos também ser um processo construtivo. Ele pode ser inserido na sala de aula, por exemplo, antes do método longo, quando os alunos já passaram pela aprendizagem da adição e entrarão em contato com as ideias relacionadas à multiplicação, como a proporcionalidade (neste caso, o dobro) e adição de parcelas iguais, além das abordagens de aspectos históricos, já que esta foi uma das primeiras tentativas de simplificar o processo de adição de parcelas iguais.

4.4 RUSSO

Nesse método, utiliza-se a noção de dobro e metade. Veja abaixo o procedimento para calcular 23 x 37, pelo método russo:

1. Formamos duas colunas, iniciando com o número 23 à esquerda e o número 37 à direita na primeira linha.

2. Dividimos o número da coluna à esquerda sucessivamente por dois, ignorando o resto, até que se chegue a 1.

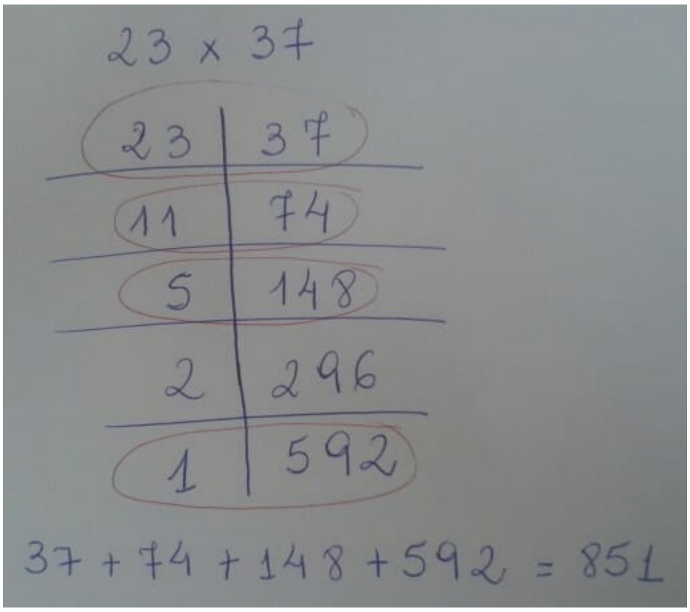
3. Multiplicamos o número da coluna à direita sucessivamente até que a linha coincida com a do número 1.

4. Descartamos as linhas em que os números à esquerda sejam pares.

5. Somamos os números à direita que restaram.

Abaixo, a realização do procedimento:

Fig. 7: Algoritmo Russo



Fonte: Arquivo da autora

A técnica consiste em dividirmos sucessivamente o valor à esquerda por dois e multiplicar sucessivamente o valor à direita por dois. O exemplo abaixo é a realização do procedimento para o cálculo de 8 x 3. Acompanhe:

8	3
4	6
2	12
1	24

O exemplo acima nos fornece uma ideia de proporcionalidade, e neste caso se trata de grandezas inversamente proporcionais, pois de um lado os valores se reduzem à metade e do outro, dobram. Pense que as grandezas sejam a quantidade de jarras (linha à esquerda) e a quantidade de suco em litros (linha à direita), perceba que em 8 jarras de 3 litros cada uma temos a mesma quantidade de suco que em 4 jarras de 6 litros cada, assim também em 2 jarras de 12 litros. Veja que se colocarmos mais uma linha no exemplo acima, teríamos 1 jarra de 24 litros, que é a mesma quantidade de 8 jarras de 3 litros cada. Ou poderíamos dizer 8 x 3 é o mesmo que 1 x 24. Note que os produtos nas horizontais são iguais: 8 x 3 = 4 x 6 = 2 x 12 = 1 x 24.

Mas então, o que ocorre no caso de 23 x 37?

Veja que realizamos o mesmo procedimento, com a diferença de que na divisão de alguns números por 2 desprezamos o resto 1. Verifique que:

1. No caso do número 23, obtemos o quociente de 22 por 2 na linha seguinte (a segunda), assim, nessa linha (a primeira) temos o produto 22 x 37.

2. No caso do número 11, obtemos o quociente de 10 por 2 na linha seguinte (terceira), assim, nessa linha (segunda) temos o produto 10 x 74.

3. No caso do 5, obtemos o quociente de 4 por 2 na linha seguinte (quarta), assim, nessa linha (terceira) temos o produto 4 x 148.

4. O valor do produto 23 x 37 (primeira linha) não poderia ser igual ao valor de 1 x 592 (última linha), como no caso das jarras de suco. Precisamos, para obter o resultado desejado, resgatar o que foi desprezado, no caso (1 x 37), (1 x 74) e (1 x 148), em que para qualquer produto que se deseja calcular, os que desprezados sempre serão os da linha correspondentes aos números ímpares, já que estes não são divisíveis por 2 e sempre deixarão resto 1 na divisão por 2. Assim, o resultado desejado é a soma de 592 + 37 + 74 + 148.

Assim como no caso do método egípcio, a explicação do funcionamento desse método destaca ideias relacionadas à multiplicação sem envolver tanto a ideia de sistema de numeração, apesar de usarmos para a explicação, os símbolos de “nosso” sistema, pois essas são técnicas historicamente produzidas, em que não se levava em consideração posição e base, ou seja, não se tinha ainda um sistema definido.

Tanto o procedimento russo quanto o egípcio trabalham com a ideia de calcular dobros e metades, que são estratégias simples para o cálculo mental. Dessa forma, entende-se que, pedagogicamente, o conhecimento sobre tais procedimentos contribuem para o cálculo mental dos estudantes, mais que o cálculo escrito.

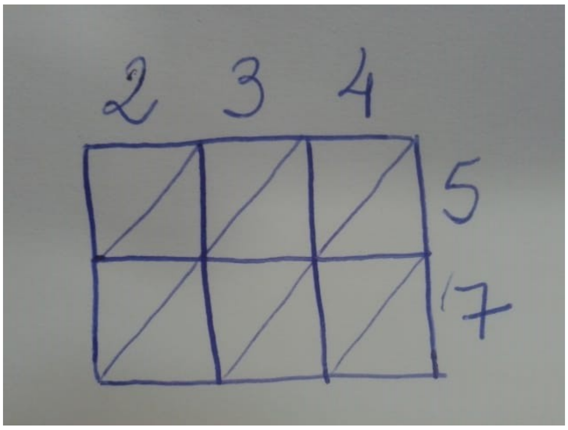
4.5 GELOSIA

Esse algoritmo assemelha-se aos algoritmos longo e convencional, uma vez que encontramos produtos de *a* por *b,* em que *a* é algarismo do primeiro fator e *b* é algarismo do segundo fator e depois somamos esses produtos e, além disso, considera-se o valor posicional dos algarismos dos numerais envolvidos.

Seguimos os seguintes passos para encontrarmos o produto de 234 x 57

1. Já que o primeiro fator é composto por três algarismos e o segundo é composto por dois algarismos, desenhamos uma tabela, respectivamente, com três colunas e duas linhas e, em cada retângulo formado, traçamos uma diagonal, como mostra o exemplo abaixo:

Fig. 8: Iniciação ao processo do método Gelosia



Fonte: Arquivo da autora

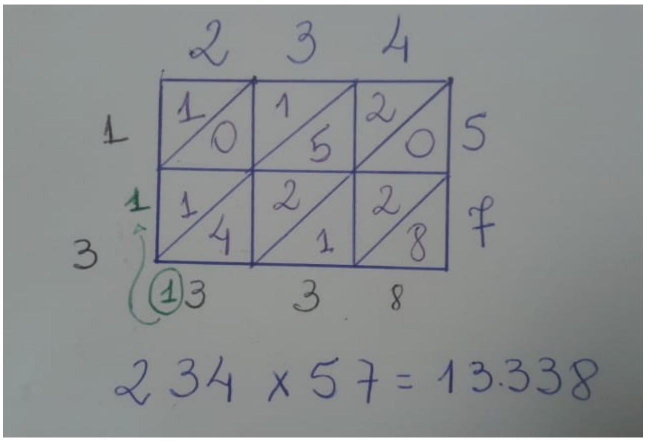
2. Em cada quadrado colocamos o produto dos fatores de sua respectiva coluna e linha, sendo que, do resultado, o primeiro algarismo da esquerda para a direita é colocado acima da diagonal e o segundo é colocado abaixo da diagonal. Pode-se iniciar o processo por qualquer quadrado.

3. Somamos os números em cada diagonal a partir do canto inferior direito da grade. No caso de a soma ser maior ou igual a dez, o algarismo da dezena é adicionado ao resultado da soma da diagonal seguinte.

4. O resultado do produto 234 x 57 será a junção dos algarismos que foram obtidos à esquerda e abaixo da tabela.

Veja a conta efetuada:

Fig. 9: Algoritmo Gelosia

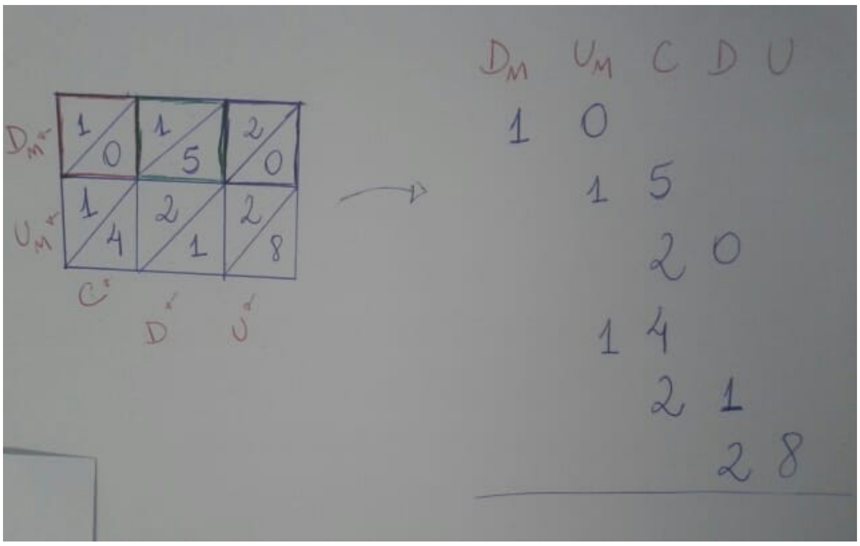


Fonte: Arquivo da autora

Observe que os resultados dos produtos em cada quadrado estão, assim como no método convencional e longo, organizados pelo valor posicional de seus algarismos. Por exemplo, o algarismo 3 do fator 234 tem valor posicional 30 e o algarismo 5 do fator 57 tem valor posicional 50. Dessa forma, obtemos 30 x 50 = 1 500, que equivalem a uma unidade de milhar mais 5 centenas, note que os algarismos 1 e 5 estão em suas respectivas diagonais.

Se organizarmos os algarismos de cada quadradinho em colunas de acordo com a sua posição, é possível perceber que os produtos parciais são os mesmos do método longo. Compare com o método longo:

Fig. 10: Algarismos organizados em diagonais e em colunas de acordo com a posição



Fonte: Arquivo da autora

Assim como foi explicado no método longo, podemos iniciar o método gelosia por qualquer “quadradinho”, pela distributividade da multiplicação e pela comutatividade da soma.

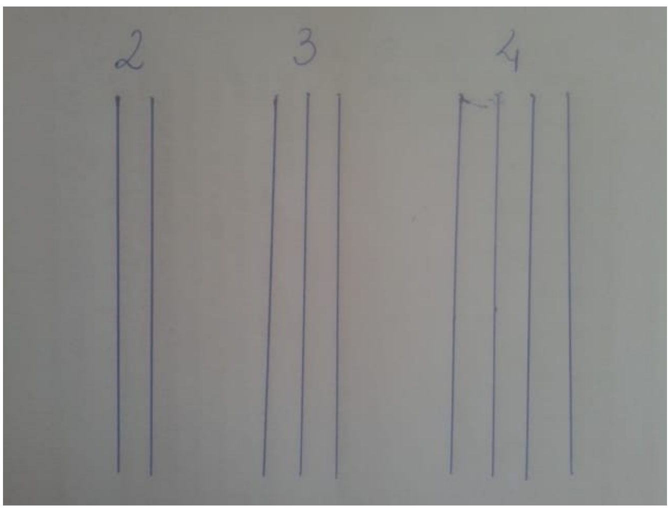
Assim como no procedimento longo e convencional, a explicação do funcionamento desse método também se baseia no sistema de numeração decimal. Mas se em certo momento o objetivo é o cálculo mecânico, ela pode ser a preferida de alguns alunos, pois diferente do método longo, a técnica não exige que se saiba o valor posicional, a ideia é multiplicar e adicionar números de 0 a 9, assim como o método convencional. Apesar de no desenvolvimento da escrita do método convencional fazermos uso de menos algarismos, o método gelosia também demonstra praticidade.

4.6 CHINÊS

Para calcular o produto 234 x 57, seguimos os seguintes passos:

1. Como o primeiro fator é formado pelos algarismos 2, 3 e 4 nessa ordem, traçamos 2 + 3 + 4 = 11 retas verticais, da seguinte forma:

Figura 11: Iniciação ao processo do método Chinês



Fonte: arquivo da autora

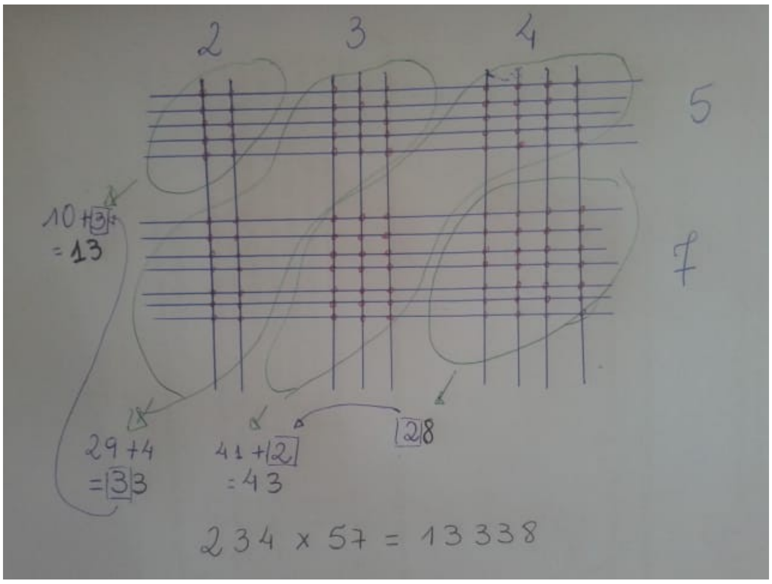
2. Para o segundo fator, desenhamos 5 + 7 = 12 retas na horizontal sobrepostas às retas verticais, da seguinte forma:

3. Somamos os cruzamentos das retas em cada diagonal, iniciando pelo canto inferior à direita.

4. Em cada soma, o algarismo das dezenas é adicionado à próxima contagem.

Veja a conta efetuada:

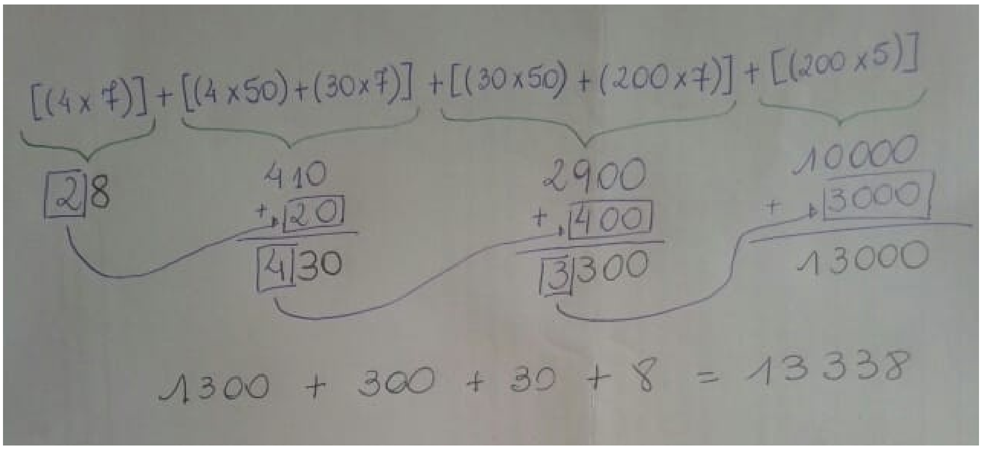
Fig. 12: Algoritmo Chinês



Fonte: Arquivo da autora

Considerando o valor posicional de cada algarismo dos fatores, observe abaixo como se deu o método desenvolvido acima:

Fig. 13: Explicação do procedimento do algoritmo chinês



Fonte: Arquivo da autora

Observe que, por comutatividade e associatividade da soma, somamos os produtos por ordem diferente do processo longo.

Além de resgatar propriedades de soma, este método também reforça a ideia da disposição retangular, quando contamos os pontos de cruzamento das retas não precisamos contar um por um, basta fazermos o produto de linha por coluna.

É um procedimento que também está baseado em valor posicional, e, apesar de uma escrita um pouco trabalhosa, é também um algoritmo mecanicamente prático, visto que, assim como no método usual, para a técnica não se considera o valor posicional, fazendo, entretanto, produtos e somas de números de 0 a 9. Assim, é possível que este também seja preferível pelos alunos.

5 CONSIDERAÇÕES FINAIS

Sabe-se que, para os estudantes em geral, muitos conteúdos matemáticos ensinados nas escolas não apresentam significado, são desenvolvidas técnicas sem que entendam seu sentido, e no caso da multiplicação, realizam o processo sem entender o porquê se dispõe os números de certa maneira, as trocas que se fizeram, a soma envolvida, etc.

Na tentativa de uma boa elaboração de ensino dos algoritmos, na busca pelo sentido pedagógico, tive uma experiência incrível. Eu conhecia apenas o método convencional, e ainda este, não obtinha um conhecimento amplo de seu procedimento. Este trabalho me possibilitou, além de compreender o sistema de numeração decimal e as operações básicas convencionais, conhecer e entender o funcionamento de outras técnicas de se multiplicar e ainda encontrar nelas uma perspectiva de aprendizagem.

Em cada algoritmo, foram apresentados passos para as técnicas, a explicação da ocorrência desses passos e, em seguida, apresentamos suas vertentes relacionadas ao ensino-aprendizagem. Foi possível, dessa forma, esclarecer que o método de multiplicar longo destaca valores posicionais e o procedimento é admissível pela distributividade da multiplicação e, este auxilia na explicação do funcionamento dos métodos convencional, gelosia e chinês que também são baseados no sistema de numeração decimal, e são mais práticos, sendo assim, úteis para os objetivos do cálculo mecânico. Os métodos russo e egípcio consiste em calcular dobros e metades, contribuindo para mais para o cálculo mental. Em todos eles, resgatam-se ideias que podem não ter ficado claras em processos de aprendizagem anteriores. Contudo, confirmamos a eficiência do cálculo escrito.

Apesar de trabalharmos apenas uma operação básica, consideramos que este trabalho pode ser útil para instigar professores a trabalhar com os alunos as outras operações cuidadosamente e utilizando também diferentes maneiras de se calcular. Além disso, outros trabalhos de pesquisa podem ser feitos utilizando essa ideia.

Considero que cada etapa da construção deste trabalho foi útil ao meu desempenho como aluna do curso de graduação de Matemática, pois a motivação por esse trabalho me incentivou a buscar conhecer melhor um conteúdo da matemática que poderia passar despercebido ao final do curso.

REFERÊNCIAS

ABELLÓ, F. U., **Aritmetica y calculadoras**. Madrid: Ed. Sínteses, 1992.

DA COSTA, Leila Pessôa. **Números e operações: as contribuições de um processo de reflexão sobre a prática docente com professoras dos 4ºs e 5ºs anos do ensino fundamental**. In: ENCONTRO NACIONAL DE EDUCAÇÃO MATEMÁTICA. Maringá, 2015.

DAMBROS, Adriana Aparecida; DAMM, Regina Flemming. **A história da matemática e o professor das séries iniciais** a importância dos estudos históricos no trabalho com o sistema de numeração decimal /. Florianópolis, 2001. 270 f. + Dissertação (Mestrado) - Universidade Federal de Santa Catarina, Centro de Ciências da Educação.

GODOY, Arilda S., Pesquisa qualitativa – tipos fundamentais, In Revista de Administração de Empresas, v. 35, n. 3, Mai./Jun., 1995b, p. 20-29.

SOUZA, Eliana da Silva. **A prática social do cálculo escrito na formação de professores: a história como possibilidade de pensar questões do presente**. 2004. 284 f. Tese (doutorado em educação) – Faculdade de Educação, Universidade Estadual de Campinas.

IFRAH, Georges. **Os números: a história de uma grande invenção**. Tradução: Stella Maria de Freitas Senra. 10. ed. São Paulo: Globo, 2004.

MORETTI, P. T., **Dos sistemas de numeração às operações básicas com números naturais**. Florianópolis: Ed. da UFSC, 1999.

NOGUEIRA, Clélia Maria Ignatius; BELLINI, Marta; PAVANELLO, Regina Maria. **O ensino de Matemática e das Ciências Naturais nos anos iniciais na perspectiva da epistemologia genética**. Curitiba: CRV, 2013.

NEHRING, Catia Maria; DAMM, Regina Flemming. **A Multiplicação e seus registros de representação nas series iniciais.** 1996. xii, 138f. Dissertação (Mestrado) - Universidade Federal de Santa Catarina, Centro de Ciencias da Educação Disponível em: <http://www.bu.ufsc.br/teses/PEED0126-D.pdf>