

Ana Paula Ferreira

**O ESTUDO DA FUNÇÃO AFIM E A TEORIA DE REGISTROS  
DE REPRESENTAÇÃO SEMIÓTICA: UMA REVISÃO DE  
LITERATURA**

Trabalho de Conclusão de Curso  
submetido ao Curso de Licenciatura em  
Matemática da Universidade Federal de  
Santa Catarina para a obtenção do Grau  
de Licenciada em Matemática

Orientadora: Prof.<sup>a</sup> Dr.<sup>a</sup> Cintia Rosa da  
Silva de Oliveira

Blumenau  
2018

Ficha de identificação da obra elaborada pelo autor,  
através do Programa de Geração Automática da Biblioteca Universitária da UFSC.

Ferreira, Ana Paula  
O ESTUDO DA FUNÇÃO AFIM E A TEORIA DE REGISTROS  
DE REPRESENTAÇÃO SEMIÓTICA : UMA REVISÃO DE  
LITERATURA / Ana Paula Ferreira ; orientadora,  
Cintia Rosa da Silva de Oliveira, 2018.  
91 p.

Trabalho de Conclusão de Curso (graduação) -  
Universidade Federal de Santa Catarina, Campus  
Blumenau, Graduação em Matemática, Blumenau, 2018.

Inclui referências.

1. Matemática. 2. Estado da Arte. 3. Função Afim.  
4. Registros de Representação Semiótica. 5. Educação  
Matemática. I. Oliveira, Cintia Rosa da Silva de.  
II. Universidade Federal de Santa Catarina.  
Graduação em Matemática. III. Título.

Ana Paula Ferreira

**O ESTUDO DA FUNÇÃO AFIM E A TEORIA DE REGISTROS  
DE REPRESENTAÇÃO SEMIÓTICA: UMA REVISÃO DE  
LITERATURA**

Este Trabalho de Conclusão de Curso foi julgado adequado para obtenção do Título de Licenciada em Matemática e aprovado em sua forma final pelo Curso de Licenciatura em Matemática, Centro Blumenau da Universidade Federal de Santa Catarina.

Blumenau, 23 de novembro de 2018.

---

Prof. Dr. André Vanderlinde da Silva  
Coordenador do Curso de Licenciatura em Matemática

**Banca Examinadora:**

---

Prof.<sup>a</sup> Dr.<sup>a</sup> Cintia Rosa da Silva de Oliveira  
Orientadora  
Universidade Federal de Santa Catarina

---

Prof. Dr. Julio Faria Corrêa  
Universidade Federal de Santa Catarina

---

Prof. Dr. André Vanderlinde da Silva  
Universidade Federal de Santa Catarina

*Este trabalho é dedicado à minha querida família, especialmente aos meus pais Nivan e Raquel, e aos meus irmãos Renata e Jean.*

## AGRADECIMENTOS

Agradeço, primeiramente à Deus, por ter me ajudado a vencer todas as dificuldades me dando forças para continuar, não me deixando desistir naqueles momentos que achava que não conseguiria superar.

Aos meus amados pais, Nivan e Raquel, por toda atenção, incentivo e apoio. Por acreditarem em mim e por estarem ao meu lado em todos os momentos que precisei.

Aos meus amigos, que estiveram comigo na minha trajetória acadêmica, compartilhando momentos de alegrias e anseios

À minha querida professora e orientadora por compartilhar seus conhecimentos, por todo apoio, incentivo e orientação.

Aos membros da banca, professores André e Júlio, pelas contribuições a este trabalho na banca de qualificação.

Aos meus professores não por apenas me proporcionarem uma formação de qualidade, mas pela amizade que construímos nesses longos anos.

E a todos aqueles que contribuíram direta ou indiretamente para minha formação, o meu muito obrigado.



“Ensinar não é transferir conhecimento, mas criar as possibilidades para a sua própria produção ou a sua construção”. (Paulo Freire, 2003)



## RESUMO

Este trabalho objetiva verificar de que forma as pesquisas brasileiras abordam a Teoria de Registros de Representação Semiótica de Raymond Duval no estudo da Função Afim, em dissertações e teses publicadas nos anos de 2008 à 2018. Caracteriza-se como uma pesquisa qualitativa do tipo Estado da Arte. Utilizou-se como fonte de buscas o banco de dados on-line da CAPES (Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior) e da BNTD (Biblioteca Digital Brasileira de Teses e Dissertações) como também dois artigos. Dentre os principais resultados, destaca-se que a maior parte das pesquisas que abordam Função Afim sob os aspectos da Teoria de Registros de Representação Semiótica estão centradas numa perspectiva de investigação sobre o processo de ensino e aprendizagem, nos Anos Finais do Ensino Fundamental e Ensino Médio, principalmente através do desenvolvimento de sequencias didáticas ou estudos exploratórios com estudantes. Observou-se que as pesquisas abordam a teoria em questão, sobretudo, por meio do emprego de atividades que exploram o tratamento e a conversão.

**Palavras-chave:** Registros de Representação Semiótica. Função Afim. Estado da Arte. Educação Matemática.



## ABSTRACT

The goal of the paper is to verify in which way of Brazilian's research talk about Raymond Duval's semiotic representation records theory in the Afim's study foundation, in dissertations published from 2008 to 2018. Featured as a quality research like state of the art. Used as source searches the online data base from CAPES (Coordination of Superior Level Staff Improvement) and from BNTD (Brazilian Digital Library of Theses and Dissertations) also like to articles. Among the main results, it is highlighted that the majority of the researches that deal with Function Afim under the aspects of Semiotic Representation Records Theory are centered on a perspective of investigation about the process of teaching and learning, in the Final Years of Elementary Education and Teaching Mainly through the development of didactic sequences or exploratory studies with students. It was observed that the researches approach the theory in question, mainly, by the use of activities that explore the treatment and the conversion.

**Keywords:** Records of Semiotic Representation. Affine function. State of the Art. Mathematics Education.



## LISTA DE ILUSTRAÇÕES

Ilustração 1 - Atividades cognitivas ligadas a Semiose.....	26
Ilustração 2 - Exemplo de congruência .....	29
Ilustração 3 - Exemplo de não congruência .....	29
Ilustração 4 - Posições ligadas a noese.....	30
Ilustração 5 - Exemplo de economia de tratamento .....	31
Ilustração 6 - Exemplo da complementariedade dos registros .....	32
Ilustração 7 - Atividade proposta na pesquisa A que possibilita a conversão do registro em língua natural para o registro algébrico.....	67
Ilustração 8 - Atividade proposta na pesquisa E que possibilita a conversão do registro em língua natural para o registro algébrico.....	68
Ilustração 9 - Atividade proposta na pesquisa X que possibilita a conversão do registro em língua natural para o registro algébrico.....	69
Ilustração 10 - Atividade proposta na pesquisa F que possibilita a conversão do registro gráfico para o registro algébrico .....	70
Ilustração 11 - Atividade proposta na pesquisa I que possibilita a conversão do registro gráfico para o registro algébrico .....	71
Ilustração 12 - Atividade proposta na pesquisa H que aborda o conceito de domínio imagem.....	73
Ilustração 13 - Primeira atividade proposta na sequência didática da Pesquisa A.....	74
Ilustração 14 - Primeira atividade proposta na sequência didática da Pesquisa M.....	75
Ilustração 15- Atividade proposta pela Pesquisa L com auxílio de um <i>applet</i> .....	76
Ilustração 16 - Atividade proposta pela Pesquisa A que explora a apreensão global do gráfico de uma função afim.....	77



## LISTA DE QUADROS

Quadro 1 - Exemplo de tratamento no estudo de função afim .....	27
Quadro 2 - Exemplos de conversão.....	27
Quadro 3 - Lista das 23 pesquisas mapeadas .....	35
Quadro 4 - Classificações das pesquisas por temas comuns .....	40
Quadro 5 - Os aspectos abordados da Teoria de Registros de Representação Semiótica.....	65
Quadro 6 - Os elementos abordados sobre função afim.....	72
Quadro 7 - As dificuldades de conversão apresentadas pelos estudantes .....	78
Quadro 8 - Os resultados alcançados .....	81

## **LISTA DE GRÁFICOS**

Gráfico 1 - Quantidade de pesquisas publicadas nos anos de 2008 à 2018 .....	39
---	----

## LISTA DE ABREVIATURAS E SIGLAS

BNTD – Biblioteca Digital Brasileira de Teses e Dissertações  
CAPES – Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior  
CODAP/UFS – Colégio de Aplicação da Universidade Federal de Sergipe  
E.F. – Ensino Fundamental  
E.M. – Ensino Médio  
IFMA – Instituto Federal do Maranhão  
INEP – Instituto Nacional de Estudos e Pesquisas Educacionais Anísio  
PUC/SP – Pontifícia Universidade Católica de São Paulo  
SARESP – Sistema de Avaliação de Rendimento Escolar do Estado de São Paulo  
UECE – Universidade Estadual do Ceará  
UEL – Universidade Estadual de Londrina  
UEMA – Universidade Estadual do Maranhão  
UENF – Universidade Estadual do Norte Fluminense Darcy Ribeiro  
UEPA – Universidade do Estado do Pará  
UEPB – Universidade Estadual da Paraíba  
UEPG – Universidade Estadual de Ponta Grossa  
UFAL – Universidade Federal de Alagoas  
UFMS – Universidade Federal do Mato Grosso do Sul  
UFPE – Universidade Federal de Pernambuco  
UFRGS – Universidade Federal do Rio Grande do Sul  
UFS – Universidade Federal de Sergipe  
UFScar – Universidade Federal de São Carlos  
UFSM – Universidade Federal de Santa Maria  
UNIAN – Universidade Anhanguera de São Paulo  
UNIBAN – Universidade Bandeirante de São Paulo  
UNICAMP – Universidade Estadual de Campinas  
UNIGRANRIO – Universidade do Grande Rio



## SUMÁRIO

<b>1</b>	<b>INTRODUÇÃO</b> .....	<b>21</b>
<b>2</b>	<b>REFERENCIAL TEÓRICO</b> .....	<b>24</b>
2.1	REGISTROS DE REPRESENTAÇÃO SEMIÓTICA .....	24
<b>3</b>	<b>METODOLOGIA</b> .....	<b>33</b>
3.1	O ESTADO DA ARTE .....	33
3.2	PROCEDIMENTO DE COLETA DO MATERIAL DE PESQUISA .....	34
3.3	CLASSIFICAÇÃO E ESCOLHA DO MATERIAL DE ANÁLISE .....	39
<b>4</b>	<b>UM CENÁRIO GERAL DAS PESQUISAS SOBRE FUNÇÃO AFIM</b> .....	<b>41</b>
<b>5</b>	<b>A ANÁLISE</b> .....	<b>62</b>
5.1	ANÁLISE GERAL DAS PESQUISAS .....	62
5.2	ANÁLISE DAS PESQUISAS CATEGORIZADAS COMO “PESQUISAS QUE DESENVOLVERAM E APLICARAM SEQUÊNCIAS DIDÁTICAS COM ESTUDANTES DO ENSINO FUNDAMENTAL OU ENSINO MÉDIO” .....	65
5.2.1	Os aspectos abordados da Teoria de Registros de Representação Semiótica .....	65
5.2.2	Os elementos abordados da Função Afim .....	72
5.2.3	As dificuldades de conversão apresentadas pelos .....	78
5.2.4	Os resultados alcançados pelas pesquisas .....	81
<b>6</b>	<b>CONSIDERAÇÕES FINAIS</b> .....	<b>84</b>
	<b>REFERÊNCIAS</b> .....	<b>87</b>



## 1 INTRODUÇÃO

Na minha curta trajetória como professora de Matemática, me deparei com a constante dificuldade dos estudantes em compreenderem o conceito de função e, principalmente, as diversas formas que podemos representar uma função. Nesses três anos lecionando para o 1º ano do Ensino Médio, venho buscando, a cada ano, diferentes maneiras de apresentar as funções matemáticas para meus estudantes, procurando sempre minimizar suas dificuldades.

Durante a graduação em Licenciatura em Matemática, tive a oportunidade de conhecer e estudar a Teoria de Registros de Representação Semiótica de Raymond Duval e ter um olhar diferenciado sobre as múltiplas representações dos objetos matemáticos. Nesse estudo, percebi que as dificuldades apresentadas pelos estudantes poderiam estar relacionadas com o fato de não conseguirem coordenar os diferentes registros de representação semiótica das funções e, conseqüentemente, trabalhá-los isoladamente. Este fato me gerava inquietação e sentia a necessidade de fazer algo para mudar este cenário.

Foi a partir dessa inquietação que tive a ideia de desenvolver uma sequência didática sobre função afim, baseada na Teoria de Registros de Representação Semiótica de Duval. No entanto, ao realizar uma revisão bibliográfica, me deparei com várias pesquisas que já haviam proposto este tipo de pesquisa. Sendo assim, ao invés de desenvolver uma sequência didática, fui em busca dessas pesquisas para conhecer o que haviam produzido e verificar os resultados alcançados, com intuito de analisar o que ainda poderia ser feito.

Neste trabalho, apresentamos uma revisão de literatura, conhecida também como “Estado da Arte”, sobre pesquisas brasileiras que utilizaram como fundamentação teórica a Teoria de Registros de Representação Semiótica no estudo de função afim, publicadas no período de 2008 à 2018. Vale ressaltar que, nessa revisão de literatura, encontramos pesquisas que, além de estudar função afim, apresentam outros tipos de funções, como a função quadrática e exponencial. E, ainda, há pesquisas que se apoiaram em outras fundamentações teóricas, além da teoria de Raymond Duval.

Temos como objetivo geral verificar de que forma as pesquisas brasileiras abordam a Teoria de Registros de Representação Semiótica de Raymond Duval no estudo da Função Afim, em dissertações e teses publicadas nos anos de 2008 à 2018. Especificamente, temos por objetivo:

- Verificar a quantidade de pesquisas existente sobre a temática em questão, publicadas nos últimos 10 anos;
- Determinar o nível de abrangência, objetivos, a metodologia, e as abordagens da teoria predominantes;
- Verificar se o uso da teoria das representações semióticas contribuiu para alcançarem os resultados desejados;
- Realizar uma análise das pesquisas que desenvolveram e aplicaram sequências didáticas no Ensino Fundamental e/ou Ensino Médio.

Apresentaremos este trabalho em seis capítulos: Introdução; Referencial Teórico; Metodologia; Um cenário geral das pesquisas sobre Função Afim; A Análise; e Considerações Finais.

No segundo capítulo apresentamos o referencial teórico que fundamenta esta pesquisa, expondo seus principais aspectos bem como as múltiplas representações semióticas do objeto matemático função afim (registro em língua natural, registro algébrico, registro tabular e registro gráfico).

O terceiro capítulo vai tratar da metodologia desenvolvida na pesquisa, como se deu a escolha e classificação do material de pesquisa e a justificativa de escolher analisar pesquisas que desenvolveram e aplicaram sequências didáticas sobre função afim com estudantes do Ensino Fundamental e/ou Ensino Médio.

No quarto capítulo apresentamos um resumo das 23 pesquisas mapeadas em nosso levantamento, revelando seus principais objetivos e resultados alcançados.

No quinto capítulo apresentamos uma análise geral de todas as 23 pesquisas, por meio de dados quantitativos e qualitativos. Nesta análise, destacamos os níveis de abrangência que se encontram as pesquisas, suas principais abordagens, outros referências teóricas que subsidiaram as investigações, além da teoria de Duval, como também os recursos adotados.

Além disso, apresentamos também no quinto capítulo, uma análise detalhada de 10 pesquisas que foram categorizadas como “Pesquisas que desenvolveram e aplicaram sequências didáticas com estudantes do E.F. ou E.M.”. Analisamos em específico as sequências didáticas de cada pesquisa, destacando os aspectos abordados da Teoria de Registros de Representação Semiótica, os elementos abordados sobre função afim, as dificuldades de conversão apresentadas pelos estudantes e os resultados alcançados.

Optamos em fazer uma análise mais detalhada daquelas pesquisas que desenvolveram e aplicaram sequências didáticas pois, inicialmente a ideia deste trabalho era desenvolver e aplicar uma sequência didática sobre o estudo de função afim fundamentada na Teoria de Registros de Representação Semiótica.

Por último, encerramos com nossas considerações finais sobre este trabalho.

## 2 REFERENCIAL TEÓRICO

Raymond Duval é um pesquisador, filósofo e psicólogo francês responsável por desenvolver a Teoria de Registros de Representação Semiótica bem como estudos referentes à psicologia cognitiva. Em sua teoria, ele investiga a importância dos registros de representação semiótica para apreensão dos objetos matemáticos no processo de ensino e aprendizagem em matemática. Neste capítulo, apresentamos os aspectos da teoria de Duval que fundamentam esta pesquisa.

### 2.1 REGISTROS DE REPRESENTAÇÃO SEMIÓTICA

Em matemática, necessitamos de representações para que haja a apreensão dos objetos matemáticos pois, os mesmos são abstratos e não acessíveis à percepção sem o uso de representações. Sendo assim, um objeto matemático pode ser representado através de diferentes registros<sup>1</sup> de representação semiótica. Segundo Duval:

As representações semióticas são produções constituídas pelo emprego de signos pertencentes a um sistema de representações que tem inconvenientes próprios de significação e de funcionamento. Uma figura geométrica, um enunciado em língua natural, uma fórmula algébrica, um gráfico são representações semióticas que exibem sistemas semióticos diferentes. (DUVAL, tradução 2012, p.269)

Engana-se quem acredita que as representações semióticas são essenciais apenas para fins de comunicação, elas têm um papel importante em relação à atividade cognitiva do pensamento. Duval (2012) destaca as principais funções que as representações semióticas exercem na atividade matemática:

- a) **no desenvolvimento das representações mentais<sup>2</sup>:** as representações mentais necessitam de uma interiorização de representações semióticas, da mesma forma em que as

---

<sup>1</sup> Duval usa o termo “registro” de representação para denominar os diferentes tipos de representações semióticas.

<sup>2</sup> As representações mentais recobrem o conjunto de imagens e, mais globalmente, as conceitualizações que um indivíduo pode ter sobre um objeto, sobre uma situação e sobre o que lhe é associado. (Duval, tradução 2012, p.269)

representações mentais são uma interiorização das nossas percepções;

- b) **na realização de diferentes funções cognitivas:** a função de objetivação, que é uma expressão particular, independente daquela de comunicação, que é uma expressão para outro; e a função de tratamento “que não pode ser preenchida pelas representações mentais (algumas atividades de tratamento são diretamente ligadas à utilização de sistemas semióticos, por exemplo, o cálculo)”;
- (DUVAL, tradução 2012 p. 269)
- c) **na produção de conhecimentos:** as representações semióticas possibilitam representações completamente diferentes de um mesmo objeto, evidenciando os diferentes sistemas semióticos. Deste modo, o desenvolvimento das ciências está ligado ao desenvolvimento de sistemas semióticos, que apresentam cada vez mais suas especificidades e independência da língua natural.

No entanto, podemos dizer que as representações semióticas são fundamentais para a construção do conhecimento e é por meio delas que se torna possível desenvolver certas funções cognitivas do pensamento humano.

No processo de aprendizagem em matemática, é indispensável a distinção entre o objeto matemático e suas diferentes representações. Ao trabalharmos com função afim, por exemplo, nos deparamos com diferentes maneiras de representá-la, seja através de um gráfico, uma tabela, da sua forma algébrica ou até mesmo de uma situação problema na língua natural. Contudo, temos que compreender que o gráfico, por exemplo, é uma das diferentes formas de representar o objeto matemático em questão.

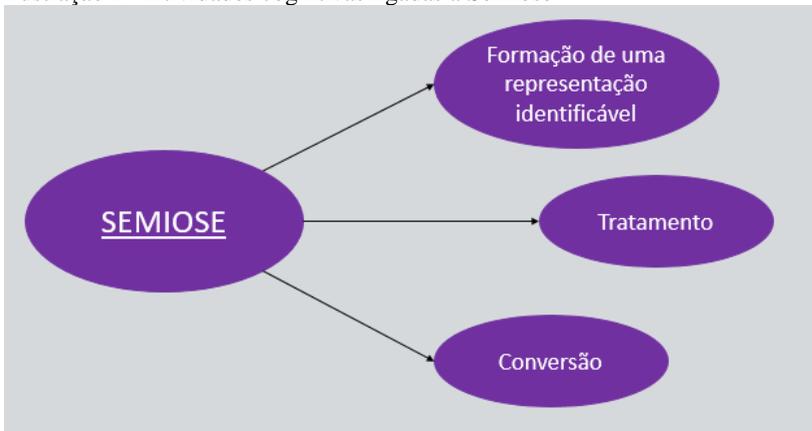
Duval chama de “semiose” a produção de uma representação semiótica e “noesis” a apreensão conceitual de um objeto. Entretanto, para que aconteça a apreensão do objeto matemático é necessário que a noesis (conceitualização) ocorra através de diferentes semioses (representações).

Para Duval, a capacidade de mobilizar os diferentes registros de representação semióticas (gráficos, tabelas, figuras, símbolos, língua natural, etc...) e conseguir coordenar esses diferentes registros é fundamental para a apreensão conceitual do objeto matemático. Portanto,

é necessário que o objeto não seja confundido com suas representações e que seja reconhecido em todas as suas representações possíveis.

Para que um sistema semiótico se configure num registro de representação em matemática, é necessário atender a três atividades cognitivas essenciais ligadas a semiose: a formação de uma representação identificável, o tratamento e a conversão.

Ilustração 1 - Atividades cognitivas ligadas a Semiose



Fonte: A autora.

**A formação de uma representação identificável** são regras de conformidade já impostas e conhecidas pela sociedade, utilizadas pelo sujeito para identificar e reconhecer uma representação. Essas regras de conformidade não são produzidas pelo sujeito e nem está associada às competências necessárias para produzir representações, ou seja, ele as utiliza somente para o reconhecimento de representações. A composição de um texto, o desenho de uma figura geométrica ou a expressão de uma fórmula matemática são alguns exemplos dessa representação identificável.

**O tratamento** de uma representação é a transformação dessa representação, realizada no interior de um mesmo registro. Ao realizar o tratamento, não alteramos o registro de representação, ou seja, é uma transformação interna a um registro. O cálculo é um exemplo de tratamento (cálculo numérico, cálculo algébrico, ...). A reconfiguração é um tratamento realizado em figuras geométricas e a paráfrase e a inferência são tratamentos realizados na língua natural, por exemplo.

No quadro a seguir podemos visualizar um exemplo de tratamento realizado no registro algébrico, no qual é apresentado uma função e calculado o valor de  $f(5)$  sem alterar o registro de representação:

Quadro 1 - Exemplo de tratamento no estudo de função afim

Forma algébrica da função	Tratamento realizado
$f(x) = 2x - 3$	$f(x) = 2x - 3$ $f(5) = 2.5 - 3$ $f(5) = 10 - 3$ $f(5) = 7$

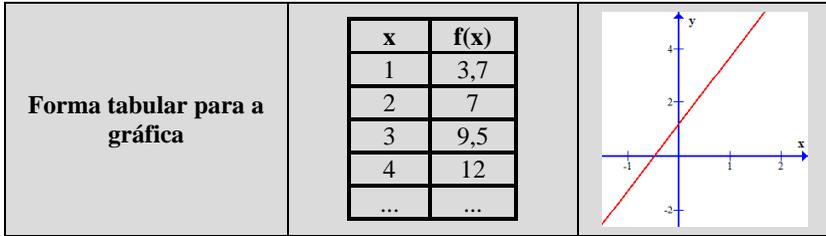
Fonte: A autora.

A **conversão** de uma representação, ao contrário do tratamento, é uma transformação que ocorre entre diferentes registros. É caracterizada por transformar uma representação, alterando seu registro inicial. Realizamos conversões, por exemplo, ao transformar um número decimal na sua forma fracionária, ou quando transformamos a expressão algébrica de uma função no gráfico correspondente.

Veja alguns exemplos de conversões que podem ser realizados no estudo de função afim:

Quadro 2 - Exemplos de conversão

Tipo de Conversão	Registro de partida	Registro de chegada												
Linguagem natural para a forma algébrica	Um motorista de táxi cobra por cada corrida R\$1,20 de bandeirada mais R\$2,50 por cada quilômetro rodado	$f(x) = 2,50.x + 1,20$												
Forma algébrica para a forma tabular	$f(x) = 2,50.x + 1,20$	<table border="1"> <thead> <tr> <th>x</th> <th>f(x)</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td>1</td> <td>3,7</td> </tr> <tr> <td>2</td> <td>7</td> </tr> <tr> <td>3</td> <td>9,5</td> </tr> <tr> <td>4</td> <td>12</td> </tr> <tr> <td>...</td> <td>...</td> </tr> </tbody> </table>	x	f(x)	1	3,7	2	7	3	9,5	4	12	...	...
x	f(x)													
1	3,7													
2	7													
3	9,5													
4	12													
...	...													



Fonte: A autora.

No Quadro 2, são apresentados três tipos de conversões da função afim  $f(x) = 2,50x + 1,20$ : da língua natural para a forma algébrica, da forma algébrica para a forma tabular e da forma tabular para a forma gráfica. O registro de partida é o registro inicial em que o objeto matemático está sendo representado. Já o registro de chegada é a representação do mesmo objeto em outro registro, após realizada a conversão.

É importante ressaltar que não devemos confundir a conversão com o tratamento pois, o tratamento ocorre no interior de um mesmo registro e a conversão entre registros distintos. Ainda, a conversão se distingue por ser uma atividade cognitiva independente do tratamento.

A congruência e a não congruência é um fenômeno característico que ocorre na conversão das representações. São elas que determinam se a conversão acontece de forma natural e arbitrária. Logo, se há congruência entre a representação de partida e a de chegada, a conversão é natural, podendo ser vista a priori como uma simples codificação. Isto é, quando a representação de partida é o mais transparente possível em relação a representação de chegada, faz com que o fenômeno de congruência seja satisfeito, caso contrário, temos a não congruência.

No esquema a seguir é apresentado um exemplo de congruência que ocorre na conversão de uma representação em língua natural falada para a representação algébrica da função:

## Ilustração 2 - Exemplo de congruência

$f$ de $x$	igual	um vírgula oito	vezes	$x$	mais	três vírgula seis
↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓
$f(x)$	=	1,8	•	$x$	+	3,6

$f$  de  $x$  igual um vírgula oito vezes  $x$  mais três vírgula seis.

$$f(x) = 1,8 \cdot x + 3,6$$

Fonte: Silva (2009).

Neste exemplo observa-se que a conversão é congruente pois, há uma palavra (registro de partida) para cada símbolo identificado na representação algébrica (registro de chegada). Ainda, cada palavra corresponde a um único símbolo na representação algébrica e, além disso, a ordem das palavras segue a mesma ordem dos símbolos na representação algébrica.

Quando a conversão é não congruente, não existe essas correspondências evidentes entre o registro de partida e o registro de chegada. No esquema a seguir temos um exemplo de não congruência:

## Ilustração 3 - Exemplo de não congruência

O valor pago pela corrida	depende da (é uma função da)	quantidade de quilômetros	multiplicada pelo	preço do quilômetro (R\$ 1,80)	mais	a bandeirada de (R\$ 3,60)
↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓
$f(x)$	$f(x)$	$x$	•	1,8	+	3,6

O valor pago pela corrida depende da (é uma função da) quantidade de quilômetros multiplicada pelo preço do quilômetro (R\$ 1,80) mais a bandeirada de (R\$ 3,60).

$$f(x) = 1,8 \cdot x + 3,6$$

Fonte: Silva (2009).

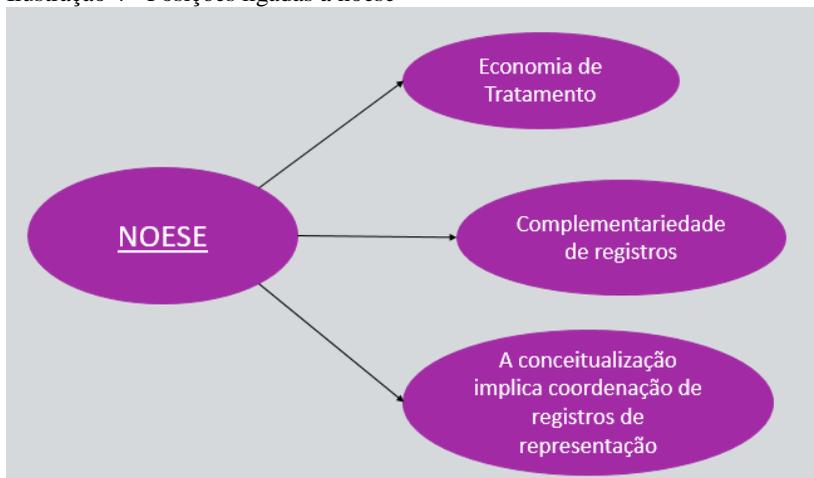
Neste caso de não congruência, observa-se que existe um conjunto de palavras (registro de partida) para cada símbolo identificado na

representação algébrica (registro de chegada), ou seja, cada palavra não corresponde a um símbolo na representação algébrica. Além disso, a ordem das palavras não segue a mesma ordem dos símbolos na representação algébrica, ou seja, a correspondência não é natural.

No ensino da matemática é imprescindível para a apreensão de um determinado objeto matemático que o sujeito realize, da forma mais espontânea possível, a coordenação entre os diferentes registros de representação. Isto significa dizer que: não adianta o sujeito representar de diferentes formas um mesmo objeto matemático se não consegue realizar a coordenação entre esses diferentes registros de representação. Por exemplo, no estudo de função, um estudante pode saber utilizar os diferentes registros de representação (gráficos, tabelas, língua natural, forma algébrica) individualmente, porém ter dificuldades em coordená-los.

Duval apresenta três posições ligadas a noese, que explicam a necessidade da diversidade de registros de representação para o funcionamento do pensamento humano, que são: economia de tratamento, complementariedade de registros e a conceitualização.

Ilustração 4 - Posições ligadas a noese



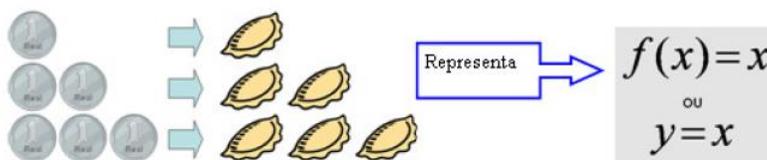
Fonte: A autora.

**A economia de tratamento:** quando temos a possibilidade de representar um objeto matemático em diferentes registros, isto nos permite mudar de um registro de representação para outro com o objetivo de realizar tratamentos de forma mais econômica e potencializada. Por

exemplo, se quisermos efetuar a multiplicação  $25 \times 18$ , poderíamos resolver adicionando  $25 + 25 + \dots + 25$ , 18 vezes, ou então, utilizar o algoritmo da multiplicação.

Nota-se que cada maneira citada acima apresenta registros distintos, com “custos” de tratamento totalmente diferentes. Portanto, podemos dizer que a economia de tratamento está associada a formas mais básicas e econômicas em relação aos métodos adotados.

Ilustração 5 - Exemplo de economia de tratamento



Fonte: Silva (2009)

A Ilustração 5 exemplifica a economia de tratamento em um problema de compra de pastéis, em que para cada moeda de R\$1,00 pode-se comprar um pastel. A função que modela esse problema é dada por  $f(x) = x$  e, como ilustrado acima, a figura está representando a lei de formação da função.

**A complementariedade dos registros:** quando escolhemos um registro semiótico para representar um objeto matemático, a natureza desse registro institui “uma seleção de elementos significativos ou informações do conteúdo que ele está representando”. (DAMM, 2008, p. 184)

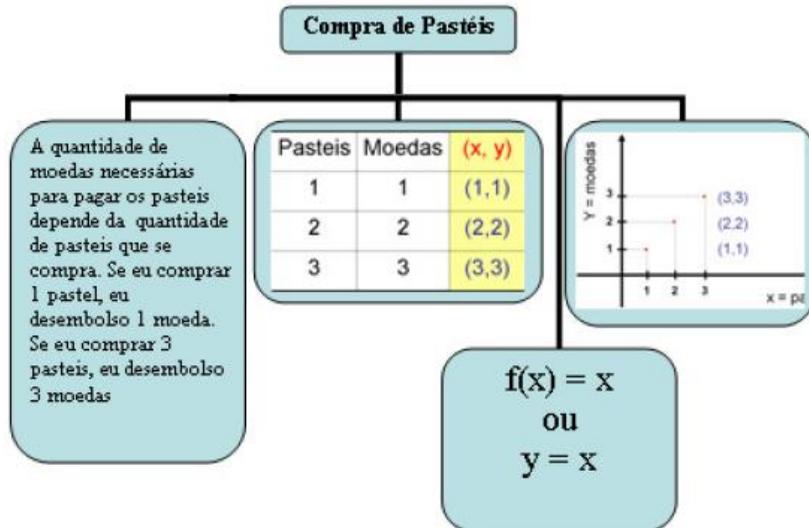
Logo, podemos ter limitações representativas específicas, surgindo a necessidade de complementariedade de registros. De acordo com Damm,

A complementariedade entre registros é fundamental, no sentido da sua parcialidade em relação ao objeto que pretendemos representar, sendo que a possibilidade de conversão entre os registros possibilita ao sujeito perceber outros aspectos da situação representada. (2008, p. 184)

Desse modo, quando um professor vai trabalhar com seus estudantes um determinado objeto matemático, a complementariedade

entre os registros requer que o mesmo utilize diferentes representações, possibilitando o entendimento do objeto em sua totalidade.

Ilustração 6 - Exemplo da complementariedade dos registros



Fonte: Adaptado de Silva (2009)

Na Ilustração 6, podemos observar que os diferentes registros de representação de um problema de compra de pastéis, possibilita uma compreensão mais ampla sobre o objeto matemático.

**A conceitualização implica coordenação de registros de representação:** Para Duval, saber coordenar diferentes registros de representação de um mesmo objeto matemático é o que fará com que o sujeito tenha a compreensão do objeto estudado. No entanto, essa coordenação entre os registros de representação não é uma condição espontânea. Observa-se, em vários níveis de ensino, que os estudantes encontram dificuldades em realizar a conversões, restringindo o objeto apenas a um registro de representação.

Diante do exposto, podemos observar a complexidade e importância dos registros de representação semiótica para a aprendizagem matemática.

No próximo capítulo apresentaremos os principais aspectos a respeito da metodologia da pesquisa.

### 3 METODOLOGIA

Neste capítulo, apresentamos a metodologia que caracteriza este trabalho, descrevendo como ocorreu o processo de coleta e classificação do material de pesquisa e a escolha das pesquisas a serem analisadas detalhadamente.

O capítulo está dividido em três tópicos: O Estado da Arte; Procedimento de Coleta do Material de Pesquisa; Classificação e Escolha do Material de Análise.

#### 3.1 O ESTADO DA ARTE

Nesta pesquisa qualitativa de caráter bibliográfico, buscou-se mapear e discutir teses e dissertações, publicadas no período de 2008 à 2018, referentes ao estudo de função afim que se basearam na Teoria de Registros de Representação Semiótica de Raymond Duval. Este tipo de pesquisa é conhecido como “Estado da Arte” pois, tem como objetivo conhecer o que já foi produzido dentro da temática em questão e destacar os principais resultados alcançados. Em relação às pesquisas de Estado da Arte, Ferreira (2002, p. 258) explica que:

Definidas como de caráter bibliográfico, elas parecem trazer em comum o desafio de mapear e de discutir uma certa produção acadêmica em diferentes campos do conhecimento, tentando responder que aspectos e dimensões vêm sendo destacados e privilegiados em diferentes épocas e lugares, de que formas e em que condições têm sido produzidas certas dissertações de mestrado, teses de doutorado, publicações em periódicos e comunicações em anais de congressos e de seminários.

Devemos destacar aqui que as pesquisas denominadas Estado da Arte não se limitam apenas em fazer os levantamentos das produções, mas analisá-las, categorizá-las e apresentar seus diferentes aspectos e perspectivas, proporcionando uma visão geral do que vem sendo produzido em determinada área de conhecimento.

De acordo com Romanowski e Ens (2006, p. 40) “a necessidade de realizar estados da arte já foi indicada por Lüdke (1984, p.80), no Seminário “A Didática em Questão”, pois, segundo ela, podem constituir

“um marco histórico”, de uma área de conhecimento possibilitando verificar sua evolução”.

### 3.2 PROCEDIMENTO DE COLETA DO MATERIAL DE PESQUISA

O material de pesquisa se restringiu a teses e dissertações publicadas nos anos de 2008 à 2018, disponíveis no banco de dados on-line da CAPES (Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior) e/ou da BNTD (Biblioteca Digital Brasileira de Teses e Dissertações). Inicialmente, buscou-se trabalhos com delineamento no Estado da Arte que abordavam o mesmo referencial teórico desta pesquisa: a Teoria de Registros de Representação Semiótica de Raymond Duval.

No artigo de Colombo, Flores e Moretti (2008), encontramos um panorama de pesquisas brasileiras em Educação Matemática publicadas no período de 1990 à 2005. Os autores levantaram um total de 6 publicações da década de 1990 e 24 publicações entre 2000 à 2005, dentre elas temos 27 dissertações de mestrado e 3 teses de doutorado. Utilizaram como fonte de suas buscas bancos on-line de dissertações e teses do Brasil, como o site da CAPES, do INEP e o banco de teses EduMat do Círculo de Estudo, Memória e Pesquisa em Educação Matemática (CEMPM) da Unicamp. Além desses, fizeram buscas em alguns sites de programas de pós-graduação brasileiras.

Ferreira, Santos e Curi (2013) apresentaram em seu artigo como, no Brasil, vem sendo abordado o uso da Teoria de Registros de Representação Semiótica nas pesquisas da área de Educação Matemática no período de 2002 à 2012. Suas fontes de busca foram o banco de dados da CAPES. Em seu levantamento, mapearam um total de 80 publicações, sendo 73 dissertações e 7 teses.

O artigo de Brandt e Moretti (2014) apresenta um cenário mais amplo sobre o uso da teoria de Duval em pesquisas existentes no campo da Educação Matemática pois, além de dissertações e teses, analisaram comunicações científicas apresentadas em eventos e artigos. Suas análises compreenderam trabalhos publicados no período de 2006 à 2009. Dos 56 trabalhos analisados por eles, encontram-se: 25 dissertações de mestrado, 4 teses de doutorado, 20 comunicações científicas e 7 artigos. Não especificaram a fonte de suas buscas.

Por fim, Pontes, Finck e Nunes (2017) apresentaram uma análise dos trabalhos publicados no período de 2010 à 2015. Fizeram buscas no banco de dados da CAPES e da BNTD, além de banco de dados de

algumas instituições específicas. Ao todo, localizaram 65 publicações, sendo 44 dissertações, 7 teses e 14 artigos.

Após essa pesquisa inicial, notou-se que os artigos publicados apresentam um cenário geral de como a Teoria de Registros de Representação Semiótica vem sendo utilizada e qual tem sido suas contribuições para o ensino de diferentes objetos matemáticos. Logo, em seus levantamentos encontramos pesquisas que abordaram outros objetos matemáticos e não somente função afim.

Neste trabalho, o foco é concentrar-se apenas em pesquisas (dissertações e teses) que abordam o objeto matemático função afim e que utilizaram a teoria de Duval como referencial teórico. Para iniciar o levantamento dessas pesquisas, utilizamos os resultados obtidos no levantamento realizado por dois dos quatro artigos citados. Desse modo, encontramos um total de 5 dissertações, publicadas no período de 2009 à 2014.

Além de utilizar o resultado do levantamento realizado pelos artigos, procuramos mais pesquisas no banco online de dados da BNTD e da CAPES, inserindo como termos de busca “Função Afim” e “Registros de Representação Semiótica”. Desse modo, conseguimos mapear outras pesquisas que não estavam contempladas na lista dos artigos citados anteriormente.

No término do levantamento, contabilizamos 23 pesquisas de mestrado que abordavam o tema em questão e que foram publicadas no período de 2008 à 2018. Entretanto, não foram encontradas pesquisas de doutorado tratando a respeito da temática em questão.

No Quadro 3, apresentamos uma lista das pesquisas supracitadas, identificadas por letras de A à X, de acordo com a ordem crescente do ano de publicação.

Quadro 3 - Lista das 23 pesquisas mapeadas

	<b>Ano</b>	<b>Título</b>	<b>Autor</b>	<b>Universidade</b>
<b>A</b>	2009	Função Afim: Uma sequência didática envolvendo atividades com o <i>GeoGebra</i>	Fabio Correa Scano	PUC/SP (Privada)
<b>B</b>	2009	Equações e Funções: Descontinuidades conceituais	Anderson Barros Lucas	PUC/SP (Privada)
<b>C</b>	2009	Funções em livros didáticos: relações	Luis Manuel Peliz Marques Bica	PUC/SP (Privada)

		entre aspectos visuais e textuais		
<b>D</b>	2009	Os contextos explorados no ensino de função afim nos livros de Matemática do Ensino Médio	Maria José Almeida do Nascimento	UFPE (Federal)
<b>E</b>	2010	O Ensino de Função Afim a partir dos Registros de Representação Semiótica	Carlos José Borges Delgado	UNIGRANRIO (Privada)
<b>F</b>	2011	Uma proposta dinâmica para o ensino de função afim a partir de erros dos alunos no primeiro ano do ensino médio	Adinilson Marques Reis	PUC/SP (Privada)
<b>G</b>	2011	Os registros de representação no ensino de função polinomial do 1º grau: Uma proposta para o Caderno do Aluno do Estado de São Paulo	Aislan Totti Bernardo	UNIBAN (Privada)
<b>H</b>	2013	Representações matemáticas nos processos de ensino e de aprendizagem da função afim com uso do Software GeoGebra	Dionara Freire de Almeida	UNIVATES (Privada)
<b>I</b>	2014	Representações mobilizadas nas turmas de 1º ano do Colégio de Aplicação da Universidade Federal de Sergipe no ensino de função afim e quadrática	Leonel Ricardo Machado Meneses	UFS (Federal)
<b>J</b>	2014	O aplicativo Winplot no ensino e aprendizagem de	Estefane Costa Rosa Domingues	UENF (Estadual)

		funções à luz da teoria de registros de representação semiótica		
<b>K</b>	2014	Matemática dinâmica: uma abordagem para o ensino de funções afim e quadrática a partir de situações geométricas	Eliana Bevilacqua Salin	UFRGS (Federal)
<b>L</b>	2014	Um experimento apoiado na teoria dos registros de representações semióticas sobre o ensino de função linear afim em um ambiente computacional	Cristiano Souza Ramos	UNIAN (Privada)
<b>M</b>	2015	Um estudo de representação de função afim em uma perspectiva de articulação entre Matemática e Física	Rogério Cardoso Batista	UFMS (Federal)
<b>N</b>	2015	Múltiplas representações semióticas no ensino de função afim: enfoque na formação inicial de professores de matemática	Mikaelle Barboza Cardoso	UECE (Estadual)
<b>O</b>	2015	Análise de registros de representação semiótica em uma atividade matemática com ribeirinhos muanenses	Tássia Cristina da Silva Pinheiro	UEPA (Estadual)
<b>P</b>	2016	Tarefas exploratórias-investigativas para a aprendizagem de função afim	Fábio Luiz Dias Tozo	UFSCar (Federal)

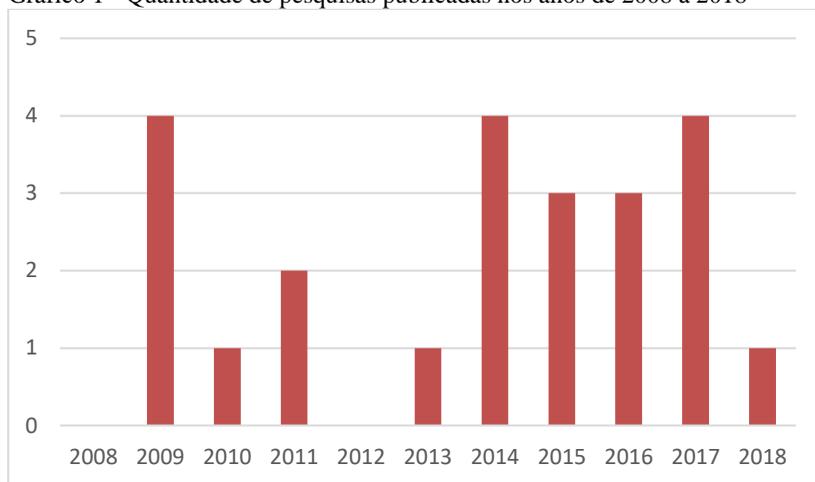
<b>Q</b>	2016	Análise discursiva das representações semióticas mobilizadas por licenciandos em matemática no ensino e na aprendizagem de funções	Shayene Vieira Mossi	UFSM (Federal)
<b>R</b>	2016	Considerações sobre o processo ensino-aprendizagem de funções	Luciano Roque Leite	UEPG (Estadual)
<b>S</b>	2017	A função afim através da resolução de problemas: um estudo de caso analisando os registros de representação semiótica	Gabriel dos Santos Gomes	UEPB (Estadual)
<b>T</b>	2017	Integração Multimodal e Coordenação de Representações Semióticas em Atividades de Função do 1º Grau	Renata Aparecida de Faria	UEL (Estadual)
<b>U</b>	2017	O Ensino de Função Polinomial do 1º e 2º grau por construção de aplicativos: uma Análise Semiótica	Antonio Cleyton da Silva Pinheiro	UEPA (Estadual)
<b>V</b>	2017	Modelagem matemática no estudo das funções afim e quadrática	Alex Gonçalves de Melo	UFAL (Federal)
<b>X</b>	2018	As contribuições dos registros de representação semiótica no processo de aprendizagem da função afim: um experimento com	Willanickson Jacksemuller Santos Lago	UEMA (Estadual)

		alunos do 1º ano do Ensino Médio do Instituto Federal do Maranhão/IFMA – Campus Avançado Rosário		
--	--	--	--	--

Fonte: A autora.

Com base nos dados do Quadro 3, representamos no Gráfico 1 a quantidade de pesquisas, sobre Função Afim e Registros de Representação Semiótica, publicadas nos anos de 2008 à 2018.

Gráfico 1 - Quantidade de pesquisas publicadas nos anos de 2008 à 2018



Fonte: A autora.

Observamos pelo Gráfico 1 que em 2008 e 2012 não houveram pesquisas publicadas sobre o tema em questão. Ainda, os anos de 2009, 2014 e 2017 foram os que tiveram mais pesquisas publicadas, totalizando 4 pesquisas em cada um desses anos.

### 3.3 CLASSIFICAÇÃO E ESCOLHA DO MATERIAL DE ANÁLISE

Após finalizar o levantamento das pesquisas, iniciamos o processo de classificação por temas comuns. Para que essa classificação pudesse ser feita, realizamos a leitura dos resumos e introdução de cada pesquisa

com o intuito de conhecer melhor que tipo de pesquisa se tratava e seus objetivos.

No Quadro 4 apresentamos as classificações juntamente com a identificação das pesquisas.

Quadro 4 - Classificações das pesquisas por temas comuns

<b>Temas comuns de pesquisa</b>	<b>Identificação da pesquisa</b>
Pesquisas que desenvolveram e aplicaram sequências didáticas com estudantes do E.F. ou E.M.	A – E – F – H – I – K – L – M – U – X
Pesquisas que analisaram livros didáticos de Matemática do Ensino Médio	C – D
Pesquisas que fizeram um estudo investigativo/exploratório sem aplicação de sequência didática	B – G – J – P – R – S – T
Pesquisas que trabalharam com licenciandos em Matemática	N – Q
Pesquisas que utilizaram a Modelagem Matemática sem aplicação de sequência didática	O – V

Fonte: Dados da pesquisa

Em nossa investigação, realizamos uma análise geral das 23 pesquisas mapeadas, porém nos restringimos em analisar detalhadamente àquelas pesquisas que desenvolveram e aplicaram sequências didáticas no processo de ensino e aprendizagem da função afim utilizando a teoria de Duval, nos Anos Finais do Ensino Fundamental ou no Ensino Médio.

Com esta análise detalhada, buscamos verificar quais os aspectos da teoria de Duval foram utilizados (formação de uma representação identificável, tratamento e conversão), os elementos de função afim mais abordados, as maiores dificuldades de conversão dos estudantes e os resultados alcançados.

No próximo capítulo, apresentaremos um cenário geral das pesquisas mapeadas para que o leitor possa conhecer os trabalhos que foram realizados nos últimos dez anos sobre função afim e a Teoria de Registros de Representação Semiótica.

## 4 UM CENÁRIO GERAL DAS PESQUISAS SOBRE FUNÇÃO AFIM

Neste capítulo, apresentamos ao leitor um breve resumo das 23 pesquisas (identificadas de A à X) sobre Função Afim que se apoiaram na Teoria de Registros de Representação Semiótica de Raymond Duval, publicadas no período de 2008 à 2018.

*Pesquisa A - Função Afim: Uma sequência didática envolvendo atividades com o GeoGebra*

Pesquisa desenvolvida por Fabio Correa Scano, sob orientação de Maria José Ferreira da Silva, no Mestrado Profissional em Ensino de Matemática da Pontifícia Universidade Católica de São Paulo – PUC/SP.

Em sua pesquisa de mestrado, Scano (2009) teve como objetivo desenvolver uma sequência de ensino, mediada pelo uso do *software* GeoGebra, para iniciar o estudo de função afim com estudantes do 9º ano do Ensino Fundamental de uma escola particular de São Paulo. A justificativa da sua pesquisa se deu através da sua experiência em sala de aula ao observar que os estudantes não mobilizavam de forma satisfatória os conceitos de função afim. Além disso, analisou os resultados do SARESP (Sistema de Avaliação do Rendimento Escolar do Estado de São Paulo), que apontaram uma grande dificuldade dos estudantes em questões referentes a função afim.

À luz da Teoria das Situações Didáticas da Teoria dos Registros de Representação Semiótica e dos conceitos da Engenharia Didática, o autor desenvolveu uma sequência didática com intuito de contribuir para o desenvolvimento do estudante referente a capacidade de expressar algébrica e graficamente, a dependência de duas variáveis de uma função afim, e reconhecer que seu gráfico é uma reta, estabelecendo uma relação entre os coeficientes da equação da reta e o gráfico.

Os resultados mostraram que a sequência didática, desenvolvida e aplicada a partir das Situações Didáticas e da mudança de registros de representação, contribuiu para que os estudantes reconhecessem que o gráfico de uma função afim é uma reta, relacionando os coeficientes da equação da reta com a representação gráfica da função, e ainda, a maioria conseguiu expressar algébrica e graficamente a relação entre duas variáveis de uma função afim.

### *Pesquisa B - Equações e Funções: Descontinuidades conceituais*

Pesquisa desenvolvida por Anderson Barros Lucas, sob orientação de Sônia Pitta Coelho, no Mestrado Acadêmico em Educação Matemática da Pontifícia Universidade Católica de São Paulo – PUC/SP.

Lucas (2009) fez uma pesquisa em sua dissertação de mestrado a respeito das descontinuidades conceituais encontradas no estudo das funções afim e quadrática.

Seu objetivo foi investigar quais são as lacunas de conhecimento encontradas na passagem entre a resolução de equações de 1º e 2º grau e os estudos das funções afim e quadrática, com o intuito de descobrir porque ocorrem e as consequências que essas lacunas geram no processo de formação de conceitos relacionados às raízes dessas funções.

Para realizar essa investigação, o autor elaborou um questionário com base na Teoria de Registros de Representação Semiótica, dividido em duas etapas, e aplicou com uma turma do 2º ano do Ensino Médio. Para fazer a análise das respostas dos estudantes, o autor utilizou a metodologia Análise de Conteúdo de Bardin.

Na primeira etapa, o questionário trazia questões referentes ao entendimento geral de conceitos sobre equações e funções, a diferenciação das equações de 1º e 2º grau e de funções afim e quadrática, a soluções de equações e relações com os gráficos das funções, concepções a respeito das raízes de funções com os gráficos, e as relações entre soluções de equações e raízes de funções.

Na segunda etapa, as questões eram referentes a solução de equações de 1º e 2º grau a partir do gráfico e a relação entre o esboço de gráficos e solução de equações. O autor utilizou o *software* Graphmatica para aplicar as questões que envolviam gráficos.

Os resultados apontaram que os estudantes associaram as equações e funções as suas formas algébricas, permanecendo nesse registro, mesmo em questões que incentivaram a conversão para outros. Isso mostrou que a articulação entre as soluções de equações e as raízes de funções não ocorreu, pois reconheciam estes conceitos no registro algébrico, demonstrando dificuldades em lidar com eles em registros distintos. Além disso, verificou-se que ao tentar encontrar a raiz de uma função, os estudantes trataram-na como uma equação, tentando encontrar valores para a variável independente.

*Pesquisa C - Funções em livros didáticos: relações entre aspectos visuais e textuais*

Pesquisa desenvolvida por Luis Manuel Peliz Marques Bica, sob orientação de Sônia Pitta Coelho, no Mestrado Acadêmico em Educação Matemática da Pontifícia Universidade Católica de São Paulo – PUC/SP.

Bica (2009), apresentou em sua pesquisa de mestrado uma investigação sobre os aspectos visuais e textuais do tema função de forma geral, e função afim em específico, encontrados em livros didáticos de Matemática do 1º ano do Ensino Médio. Seu objetivo foi investigar de que modo o conceito de função afim é abordado nos livros didáticos, principalmente a sua representação gráfica, e como são feitas as articulações entre os parâmetros algébricos e seus correspondentes visuais.

O autor determinou alguns critérios de investigação para que pudesse ser realizada uma análise qualitativa de três livros didáticos, fundamentada na Teoria de Registros de Representação Semiótica. Esses critérios de investigação tinham como intuito verificar se a apreensão global defendida por Duval era proposta pelos livros.

Além disso, analisou os exercícios sobre função afim apresentados em cada livro para verificar se tinham coerência com o texto teórico e se promoviam atividades de conversões congruentes e não congruentes.

Sua investigação mostrou que a diversidade de registros de representação foi abordada em apenas dois livros, os mesmos que promoveram a apreensão global defendida por Duval. Ainda, nestes livros, os exercícios eram coerentes com o texto teórico e alguns deles promoviam conversões não congruentes.

*Pesquisa D - Os contextos explorados no ensino de função afim nos livros de Matemática do Ensino Médio*

Pesquisa desenvolvida por Maria José Almeida do Nascimento, sob orientação de Verônica Gitirana Gomes Ferreira, no Mestrado Acadêmico em Educação da Universidade Federal de Pernambuco – UFPE.

Na pesquisa de Nascimento (2009), a autora investigou os contextos explorados no ensino da função afim de 11 livros de Matemática do 1º ano do Ensino Médio. Sua investigação se concentrou em analisar os exercícios propostos por esses livros sob o viés de duas

perspectivas: os tipos de contextos e os papéis desempenhados por esses contextos.

Em sua investigação, ela analisou cinco tipos de contextos, sendo eles: os das práticas sociais, os de outras áreas do conhecimento e os da Matemática, dividindo-os em contextos históricos, de outros campos da Matemática e os da função afim. Já em relação aos papéis dos contextos, Nascimento (2009, p. 11) categorizou seis:

[...] ilustrar a interconexão da função afim com o contexto; utilizar o conhecimento da função afim na resolução de problemas; empregar os conhecimentos advindos do contexto para auxiliar o educando na compreensão dos conceitos e propriedades dessa função; explorar os conceitos e propriedades da função afim; utilizar o conhecimento dessa função na resolução de problemas e ao mesmo tempo empregar os conhecimentos advindos do contexto para auxiliar o educando na compreensão dos conceitos e propriedades da função afim; e contribuir para a formação da consciência crítica do educando.

Tentando compreender melhor os contextos adotados no processo de construção do conhecimento matemático, a autora recorreu a outras concepções teóricas além da Teoria de Registros de Representação Semiótica como, a Teoria das Situações Didáticas, a Teoria da Aprendizagem Significativa e a Teoria dos Campos Conceituais.

Como resultado de sua investigação, constatou-se predomínio de contextos da Matemática, essencialmente de contextos da função afim. O segundo contexto predominante é os das práticas sociais, evidenciando que os livros vêm desenvolvendo a contextualização com o cotidiano do estudante. Observou-se ainda ausência de contextos históricos, indicando a desconsideração da história da Matemática no ensino da função afim. Por fim, a autora concluiu que “as questões investigadas nos livros didáticos selecionados, em geral, não refletem as discussões atuais que defendem um ensino ancorado numa diversidade de contextos e no princípio da interdisciplinaridade”. (NASCIMENTO, 2009, p. 11)

*Pesquisa E - O Ensino de Função Afim a partir dos Registros de Representação Semiótica*

Pesquisa desenvolvida por Carlos José Borges Delgado, sob orientação de Clícia Valladares Peixoto Friedmann e Jacqueline de Cassia Pinheiro Lima, no Mestrado Acadêmico em Ensino das Ciências na Educação Básica da Universidade do Grande Rio “ Prof. José de Souza Herdy” – UNIGRANRIO.

Em sua pesquisa caracterizada como um estudo de caso, Delgado (2010) teve como objetivo avaliar quais as dificuldades enfrentadas pelos estudantes do 1º ano do Ensino Médio de uma escola da rede pública estadual da cidade do Rio de Janeiro, no processo de ensino e aprendizagem de função afim. Para isso, o autor desenvolveu uma sequência de atividades e aplicou com três turmas do 1º ano do Ensino Médio.

Sob os conceitos da Teoria de Registros de Representação Semiótica de Duval, o objetivo principal dessa pesquisa era verificar quais as transformações por conversão entre os diferentes registros de representação da função afim os estudantes apresentam maiores dificuldades e facilidades.

A justificativa da sua pesquisa se deu por sua experiência docente ao perceber que os estudantes vêm a cada ano apresentando uma certa resistência e insegurança ao trabalhar com as diferentes representações das funções matemáticas. Com isso, ele apresenta uma proposta de ensino sobre o tema função afim, com o propósito de minimizar essas dificuldades.

Os resultados da pesquisa mostraram que os estudantes têm mais dificuldades nas conversões que envolvem a forma algébrica da função pois, foram detectados erros graves de aritmética. Ainda, demonstraram dificuldades em realizar conversões relacionadas com o registro gráfico. No geral, realizaram a conversão do registro algébrico para o tabular e posteriormente para o gráfico, com certa facilidade, porém o caminho inverso se mostrou mais difícil. As conversões que envolveram a registro tabular trouxeram resultados positivos.

Por fim, o autor conclui que a utilização dos registros de representação semiótica facilitou o ensino da função afim e possibilitou detectar as maiores dificuldades e facilidades de conversão e tratamento apresentadas pelos estudantes.

*Pesquisa F - Uma proposta dinâmica para o ensino de função afim a partir de erros dos alunos no primeiro ano do ensino médio*

Pesquisa desenvolvida por Adinilson Marques Reis, sob orientação de Gerson Pastre de Oliveira, no Mestrado Profissional em Ensino de Matemática da Pontifícia Universidade Católica de São Paulo – PUC/SP.

Na pesquisa de Reis (2011), o autor elaborou e aplicou uma sequência diagnóstica de atividades sobre função afim com estudantes do 1º ano do Ensino Médio. Com o resultado obtido nessa sequência, em particular com os erros cometidos pelos estudantes, ele propôs uma sequência didática com o uso do *software* GeoGebra, planejada e estruturada a partir da análise desses erros.

O objetivo da pesquisa tinha como finalidade responder a seguinte questão: “como o uso reconstrutivo do erro pode auxiliar na elaboração de uma sequência de ensino sobre função afim entre estudantes do Ensino Médio, a partir de uma estratégia com uso do software GeoGebra?”. Sua investigação se fundamentou na teoria de Registros de Representação Semiótica, a fim de tentar compreender melhor o funcionamento cognitivo em relação às dificuldades dos estudantes.

A motivação para o tema veio através das suas experiências vividas em sala de aula, ao observar a dificuldade que os estudantes apresentam no estudo de função afim, principalmente na conversão da linguagem natural para a linguagem algébrica e na resolução de problemas. Segundo o autor, é muito comum os estudantes concluírem o 1º ano Ensino Médio não sabendo diferenciar equação do primeiro grau com função afim. Ainda, analisando os resultados das avaliações realizadas pelo SARESP, Saeb (Sistema de Avaliação da Educação Básica) e Prova Brasil, o autor constatou que essas dificuldades na aprendizagem de função afim não são casos pontuais e localizados.

Como resultado da sua pesquisa, Reis concluiu que:

[...] temos que considerar o erro como um processo fundamental na avaliação e quando o computador é usado como ferramenta na reconstrução desses erros este não pode ser o instrumento que ensina o aprendiz, mas somente como mediador do aprendizado. (2011, p. 135)

*Pesquisa G - Os registros de representação no ensino de função polinomial do 1º grau: Uma proposta para o Caderno do Aluno do Estado de São Paulo*

Pesquisa desenvolvida por Aislan Totti Bernardo, sob orientação de Solange Hassan Ahmad Ali Fernandes, no Mestrado Acadêmico em Educação Matemática da Universidade Bandeirante de São Paulo – UNIBAN.

Bernardo (2011) desenvolveu, em sua dissertação de mestrado, um estudo analisando as potencialidades do *software* GeoGebra, para favorecer a interação entre os registros de representação da função afim, nas questões apresentadas no Caderno do Aluno do Estado de São Paulo. Para tanto, seguindo os princípios da metodologia *Design Experiment* e a fundamentação teórica da teoria de Duval, o autor elaborou um experimento, dividido em duas fases, e aplicou com um grupo de estudantes do 1º ano do Ensino Médio.

Na primeira fase, chamada de Estudo Preliminar, aplicou-se uma atividade, que foi elaborada a partir de uma questão apresentada no Caderno do Aluno do Estado de São Paulo, com quatro duplas de estudantes do 1º ano do Ensino Médio.

A segunda fase, chamada de Fase Experimental, foi realizada em duas etapas com outro grupo de estudantes. Na primeira etapa, com o resultado obtido na atividade aplicada no Estudo Preliminar, foi feito o *redesign* dessa atividade, incluindo outras questões para que essa atividade privilegiasse os registros de representações da função afim. Na segunda etapa, aplicou-se duas novas atividades valorizando a utilização do *software* GeoGebra.

O objetivo da pesquisa de Bernardo (2011, p.16) era:

[...] estudar em que medida, trabalhando em ambiente computacional, o *software GeoGebra* pode ampliar significados para essas funções, proporcionando uma maior interação entre os registros algébrico, gráfico, língua materna e tabular desse objeto matemático.

A motivação para esse estudo se deu por sua prática docente ao verificar que os estudantes do Ensino Médio demonstravam dificuldades em interpretar, construir e relacionar o registro algébrico com o registro gráfico de uma função.

Os resultados das análises mostraram que a utilização de uma ferramenta computacional no planejamento de atividades, que conduz o estudante a observar e relacionar diferentes registros de representação dos objetos matemáticos, pode proporcioná-los a ter um controle sobre os diversos registros de representação.

*Pesquisa H - Representações matemáticas nos processos de ensino e de aprendizagem da função afim com uso do Software GeoGebra*

Pesquisa desenvolvida por Dionara Freire de Almeida, sob orientação de Maria Madalena Dullius, no Mestrado Profissional em Ensino de Ciências Exatas do Centro Universitário Univates.

Na pesquisa de Almeida (2013), a autora elaborou, aplicou e analisou uma sequência didática sobre o objeto matemático função afim, com estudantes do 1º ano do Ensino Médio, utilizando o *software* GeoGebra. A pesquisa está fundamentada nos princípios da Teoria dos Registros de Representação Semiótica e na metodologia da Engenharia Didática.

O objetivo principal da pesquisa é investigar como os estudantes do 1º ano do Ensino Médio utilizam os registros de representação semiótica de função afim durante suas atividades, mediadas pelo uso do *software* GeoGebra.

A autora fez uma análise *a priori* e *a posteriori* dos resultados obtidos em cada atividade proposta na sequência didática. As atividades estavam divididas por conteúdos referentes a função afim, sendo eles: propriedades e características da função afim; estudo do coeficiente angular; estudo do coeficiente linear; estudo do crescimento e decréscimo da função; estudo do coeficiente linear e angular; estudo da raiz da função; e estudo de casos particulares da função afim: linear e constante.

Através da sua experiência como professora de Informática e Matemática do Ensino Fundamental e Médio, a autora constatou as dificuldades que os alunos enfrentam na construção e interpretação de conceitos matemáticos, principalmente naquelas atividades que envolvem gráficos. Logo, isso motivou-a a fazer esse estudo das representações matemáticas, em especial sobre função afim.

Os resultados obtidos na análise das atividades propostas na sequência didática evidenciaram que os estudantes conseguiram reconhecer a função afim nos registros algébrico, tabular, gráfico e língua natural. Ainda, realizaram as transformações de tratamento e conversão

entre os diferentes registros. Assim, conclui-se que a utilização do *software* GeoGebra contribuiu para o aprendizado da função afim.

*Pesquisa I - Representações mobilizadas nas turmas de 1º ano do Colégio de Aplicação da Universidade Federal de Sergipe no ensino de função afim e quadrática*

Pesquisa desenvolvida por Leonel Ricardo Machado Meneses, sob orientação de Rita de Cássia Pistóia Mariani, no Mestrado Acadêmico em Ensino de Ciências Naturais e Matemática da Universidade Federal de Sergipe – UFS.

Meneses (2014) desenvolveu uma pesquisa, seguindo os princípios da Teoria de Registros de Representação Semiótica de Duval, com o objetivo de analisar a mobilização das representações matemáticas realizadas por estudantes do 1º ano do Ensino Médio, do Colégio de Aplicação da Universidade Federal de Sergipe (CODAP/UFS), durante o processo de ensino das funções afim e quadrática.

Com este objetivo, inicialmente o autor analisou o livro didático *Matemática: contexto & aplicações* (DANTE, 2010), adotado para as duas turmas participantes da pesquisa no ano letivo de 2012, com o intuito de verificar quais os registros de representação semiótica propostos pelo livro. Além disso, selecionou quatro cadernos de estudantes participantes da pesquisa para analisar quais eram os registros de representações mobilizados por eles. Para estas análises, o autor recorreu, além das orientações da pesquisa qualitativa, aos princípios da Análise de Conteúdo de Bardin.

Em seguida, elaborou e aplicou uma sequência de atividades com duas turmas do 1º ano do Ensino Médio referente às funções afim e quadrática. O autor selecionou as questões da sequência de atividades a partir da ideia de “eleger aquelas que mais contribuiriam para elencar subsídios que permitissem realizarmos uma abordagem cognitiva dos conceitos de função afim e quadrática”. (MENESES, 2014, p. 89)

A opção para esse estudo se deu por meio de suas recordações relativas as experiências vivenciadas em seu ensino básico, aos conhecimentos obtidos na graduação de Licenciatura em Matemática e, especialmente das experiências que teve no desenvolvimento de um Projeto de Iniciação Científica realizado durante sua graduação.

Como resultado da aplicação da sequência didática, destacou-se que a maioria dos estudantes não conseguem identificar e usar as variáveis visuais pertinentes no processo de conversão. Além disso, em

relação a mobilização do registro algébrico, utilizaram uma abordagem mecânica do conceito de função e a maioria demonstrou não saber identificar as variáveis dependente e independente.

*Pesquisa J - O aplicativo Winplot no ensino e aprendizagem de funções à luz da teoria de registros de representação semiótica*

Pesquisa desenvolvida por Estefane Costa Rosa Domingues, sob orientação de Nilson Sergio Peres Stahl, no Mestrado Acadêmico em Cognição em Linguagem da Universidade Estadual do Norte Fluminense Darcy Ribeiro – UENF.

Na pesquisa de Domingues (2014), a autora desenvolveu uma pesquisa-ação com estudantes do 1º ano do Ensino Médio, onde ministrou algumas aulas sobre função afim, função quadrática e função exponencial, inicialmente da forma tradicional, com uso do livro didático e quadro branco. Posteriormente, inseriu nas aulas o aplicativo Winplot, que serviu de complementação dos conteúdos já apresentados. Se preocupou em utilizar as diferentes representações semióticas incentivando os estudantes a realizar as transformações dos registros.

Após as aulas, aplicou um questionário com os estudantes, com perguntas abertas e fechadas, sobre a aula tradicional e a aula com o aplicativo Winplot.

Seu objetivo principal com essa pesquisa era:

Investigar se a utilização do aplicativo winplot, como complementação das aulas tradicionais, contribui para a construção do conhecimento dos alunos, sobre função polinomial do 1º e 2º grau e exponencial sob a perspectiva da Teoria dos Registros de Representação Semiótica [...]. (DOMINGUES, 2014, p. 15)

Finalizada a aplicação das aulas e do questionário, a autora analisou as respostas do questionário respondido pelos estudantes, bem como a interação dos estudantes com o aplicativo gráfico e os registros de representações semióticas realizados por eles.

Percebendo que os alunos têm a visão de que a matemática é “sem sentido” e que não possui uma aplicação direta com o seu cotidiano, levou a autora a buscar metodologias alternativas para as aulas de Matemática, com intuito de tornar as aulas mais interessantes, trazendo mais significado ao estudo.

Os resultados mostraram que os alunos se sentiram motivados com o uso de uma tecnologia computacional nas aulas de Matemática e que a utilização do aplicativo Winplot, como complementação às aulas expositivas, pode contribuir significativamente para o processo de ensino e aprendizagem de funções.

*Pesquisa K - Matemática dinâmica: uma abordagem para o ensino de funções afim e quadrática a partir de situações geométricas*

Pesquisa desenvolvida por Eliana Bevilacqua Salin, sob orientação de Maria Alice Gravina, no Mestrado Acadêmico em Ensino de Matemática da Universidade Federal do Rio Grande do Sul - UFRGS.

Em sua dissertação Salin (2014), desenvolveu e aplicou uma sequência didática com estudantes do 1º ano do ensino médio, com intuito de investigar o papel dos registros de representação semiótica na construção do conceito de funções, em particular das funções afim e quadrática. Além disso, a autora estava interessada em investigar também de que forma o uso de um *software* de matemática dinâmica, especialmente o GeoGebra, pode auxiliar no processo de aprendizagem dessas funções, dando enfoque à diversas atividades com situações geométricas.

A sequência didática foi desenvolvida seguindo os princípios da metodologia da Engenharia Didática e pela Teoria de Registros de Representação Semiótica.

A motivação para o tema surgiu da sua prática docente ao perceber as dificuldades dos estudantes, do 1º ano do Ensino Médio, em compreender o conceito de função.

Com essa investigação, pretendia-se responder a seguinte questão de pesquisa enunciada pela autora: “As articulações entre os diferentes registros de representação semiótica, aliadas as situações geométricas e ao *software* de matemática dinâmica, podem ajudar o processo de aprendizagem do conceito de função?”.

Segundo Salin (2014, p. 183), os resultados obtidos apontaram que ao articular os diferentes registros de representação semiótica, aliadas as situações geométricas e ao *software* de matemática dinâmica, contribui para o processo de aprendizagem do conceito de função.

*Pesquisa L - Um experimento apoiado na teoria dos registros de representações semióticas sobre o ensino de função linear afim em um ambiente computacional*

Pesquisa desenvolvida por Cristiano Souza Ramos, sob orientação de Luiz Gonzaga Xavier de Barros, no Mestrado Acadêmico em Educação Matemática da Universidade Anhanguera de São Paulo – UNIAN.

Ramos (2014), teve como objetivo de sua pesquisa investigar o processo de ensino e aprendizagem do objeto matemático função afim. Sendo assim, apoiado na Teoria de Registros de Representação Semiótica de Duval, o autor analisou alguns materiais didático-pedagógico, com intuito de verificar, sob o viés dos registros de representação semiótica, como o objeto matemático em questão é abordado.

Após essa análise prévia, elaborou e aplicou uma sequência de atividades com estudantes do 9º ano do Ensino Fundamental, utilizando o *software* GeoGebra. A partir da análise das respostas obtidas, o autor respondeu a seguinte questão de pesquisa enunciada por ele: “Em que medida a articulação entre registros de representações semióticas e ambientes computacionais favorece o processo de ensino e aprendizagem do tópico função linear afim?”.

A motivação para o tema veio através da sua experiência como professor de Matemática, em que presenciou diferentes debates e discussões acerca dos conteúdos abordados nas escolas e de que forma são abordados. Outro fator, veio das constantes indagações feitas pelos estudantes quanto a: “por que aprender certos conteúdos matemáticos? Por que aprender funções?”. Além disso, os resultados da Avaliação do Rendimento Escolar do Estado de São Paulo (SARESP), dos anos 2009, 2010 e 2011, evidenciaram as dificuldades dos estudantes ao representar diferentes registros de representação da função afim.

Utilizou como metodologia de pesquisa os princípios da Engenharia Didática, de Artigue.

Os resultados evidenciaram maior dificuldade dos estudantes em resolver atividades que dependiam das conversões do registro em língua natural/tabular para o registro algébrico. Entretanto, no geral não apresentaram grandes dificuldades ao transitar entre os diferentes registros. Ainda, os resultados das atividades apontaram para o fato do ambiente informatizado não parecer ser fundamental para o estudo de função linear afim. Porém, vale destacar que “os registros gráficos que permitiram a visualização dos problemas foram muito importantes para o experimento”. (RAMOS, 2014, p. 181)

*Pesquisa M - Um estudo de representação de função afim em uma perspectiva de articulação entre Matemática e Física*

Pesquisa desenvolvida por Rogério Cardoso Batista, sob orientação de José Luiz Magalhães de Freitas, no Mestrado Acadêmico em Educação Matemática da Universidade Federal do Mato Grosso do Sul – UFMS.

Batista (2015) realizou um estudo articulando a Matemática com a Física desenvolvendo e aplicando uma sequência didática sobre conteúdos de função afim e movimento uniforme, com uma turma do 1º ano do Ensino Médio, utilizando como metodologia os pressupostos da Engenharia Didática de Artigue

Seguindo os princípios da Teoria das Situações Didáticas e da Teoria de Registros de Representação Semiótica, o objetivo geral do seu estudo era “analisar a utilização de registros, por alunos do ensino médio, na inter-relação entre função afim e movimento uniforme”. (BATISTA, 2015, p. 15)

O que o motivou a realizar esse estudo foi a sua experiência docente, como professor de Matemática e Física do Ensino Médio, em que observou a dificuldade dos estudantes na realização de atividades envolvendo construção e interpretação de gráficos.

Os resultados mostraram maior dificuldade dos estudantes em trabalhar com o registro algébrico. A diversidade de registros inserida na exploração de situação-problema se mostrou eficiente. Além disso, na maioria das respostas escritas, notou-se associações coerentes entre elementos do movimento uniforme com suas representações equivalentes na função afim.

*Pesquisa N - Múltiplas representações semióticas no ensino de função afim: enfoque na formação inicial de professores de matemática*

Pesquisa desenvolvida por Mikaelle Barboza Cardoso, sob orientação de Marcília Chagas Barreto, no Mestrado Acadêmico em Educação da Universidade Estadual do Ceará – UECE.

O objetivo da pesquisa de Cardoso (2015) era analisar como os estudantes do curso de Licenciatura em Matemática utilizam os diferentes registros de representação semiótica ao se trabalhar com função afim. Para essa pesquisa, a autora se apoiou na Teoria de Registros de Representação Semiótica de Duval e baseou-se nos aspectos metodológicos da pesquisa-ação, proposto por Barbier.

A pesquisa elaborada pela autora constitui-se de um curso de formação composto por sete graduandos, do 6º e 7º semestres, do curso presencial de Licenciatura Plena em Matemática da Universidade Estadual do Ceará (UECE).

Nesse curso de formação, com duração de 40 horas/aula, discutiu-se as contribuições dos registros de representação no processo de formação de licenciandos em Matemática para o trabalho com função afim. Além disso, os estudantes tiveram o primeiro contato com a Teoria de Registros de Representação Semiótica de Duval, demonstrando inicialmente algumas dificuldades.

Os resultados da pesquisa apontaram que, após o curso de formação, os licenciandos começaram a compreender a importância das representações semióticas para a aprendizagem matemática. No entanto, foi um desafio para eles se apropriarem dos elementos teóricos da teoria aplicados à função afim. Após as intervenções, continuaram a apresentar dificuldades em realizar transformações em diferentes registros. Sendo assim, a autora salientou a importância de se fazer um contínuo trabalho de formação com futuros professores de Matemática referente a diversas teorias, especialmente à Teoria de Registros de Representação Semiótica.

*Pesquisa O - Análise de registros de representação semiótica em uma atividade matemática com ribeirinhos muanenses*

Pesquisa desenvolvida por Tássia Cristina da Silva Pinheiro, sob orientação de Fábio José da Costa Alves, no Mestrado Acadêmico em Educação da Universidade do Estado do Pará – UEPA.

Em sua pesquisa, Pinheiro (2015) aplicou uma atividade de Modelagem Matemática sobre função afim, com o objetivo de analisar os registros de representação semiótica empregados pelos estudantes na interpretação e transcrição do conceito de função afim. O estudo foi realizado com estudantes do 1º ano do Ensino Médio modular de uma escola pública estadual do município de Muaná (PA).

Com essa pesquisa, a autora estava interessada em responder o seguinte problema de pesquisa enunciado por ela: “Como a Modelagem Matemática influencia a capacidade de interpretação dos conceitos matemáticos relativos à função polinomial do 1º grau e na sua transcrição para a forma algébrica?”.

A temática escolhida para a elaboração da atividade de modelagem foi o manejo do açaí, pela presença da cultura do açaí no cotidiano dos estudantes.

Os resultados da atividade apontaram um avanço dos estudantes em relação aos seus conhecimentos de interpretação, escrita de expressões algébricas e percepção da matemática no cotidiano. O mesmo não ocorreu com o tratamento e conversão para o registro gráfico pois, notou-se certa estagnação. No entanto, a autora concluiu que, além de fazer com que o estudante se sinta inserido no processo de construção do conhecimento, “a Modelagem influencia positivamente a interpretação de conceitos matemáticos relativos à função afim e permite discussões de assuntos diversos”. (PINHEIRO, 2015, p. 5)

*Pesquisa P - Tarefas exploratórias-investigativas para a aprendizagem de função afim*

Pesquisa desenvolvida por Fábio Luiz Dias Tozo, sob orientação de Paulo César Oliveira, no Mestrado Acadêmico em Ensino de Ciências Exatas da Universidade Federal de São Carlos – UFSCar.

Na pesquisa qualitativa de Tozo (2016), o objetivo foi verificar as dificuldades de tratamentos e conversões apresentadas por estudantes do 1º ano do Ensino Médio, no processo de ensino e aprendizagem de função afim. Com este objetivo, o autor aplicou uma sequência de tarefas, divididas em três etapas, utilizando diferentes representações em cada uma delas, com uma turma do 1º ano do Ensino Médio de uma escola particular do Estado de São Paulo.

A análise das respostas obtidas pelos estudantes buscou responder a seguinte questão: “Como alunos da primeira série do Ensino Médio mobilizaram e coordenaram registros de representação semiótica na solução de tarefas exploratórias-investigativas envolvendo o conceito de função afim?”.

A motivação que levou o autor a esse estudo surgiu a partir da sua preocupação em lidar com a constante dificuldade demonstrada pelos estudantes na aprendizagem das funções matemáticas, especialmente as diversas representações semióticas da função afim.

As tarefas aplicadas com os estudantes foram apoiadas pela perspectiva de tarefas exploratório-investigativas de Ponte (2005).

Os resultados obtidos mostraram que a utilização dos registros, de forma ordenada, contribuiu para o entendimento do conceito de função afim e ajudou a detectar as maiores dificuldades e facilidades dos estudantes referente as transformações de registro (tratamento e conversão). Apresentaram dificuldades nos registros algébrico e gráfico, no entanto, o registro tabular foi o que retornou melhores resultados.

*Pesquisa Q - Análise discursiva das representações semióticas mobilizadas por licenciandos em matemática no ensino e na aprendizagem de funções*

Pesquisa desenvolvida por Shayene Vieira Mossi, sob orientação de Rita de Cássia Pistóia Mariani, no Mestrado Acadêmico em Educação Matemática e Ensino de Física da Universidade Federal de Santa Maria – UFSM.

Mossi (2016) desenvolveu uma pesquisa qualitativa, seguindo os princípios da Análise de Conteúdo de Bardin e da teoria de Duval, em que aplicou uma sequência de atividades com licenciandos em Matemática, com o apoio do *software* GeoGebra. Além do estudo da função afim, a autora abordou o estudo de outras funções: a função quadrática e a função exponencial.

As atividades propostas foram elaboradas dentro do contexto da criptografia, “mais precisamente pela cifra de substituição que permite fazer conexões com as diferentes funções e suas inversas”. (MOSSI, 2016, p. 6)

Com esta pesquisa a autora estava interessada em encontrar respostas para o seguinte problema exposto por ela: “Se e como, a partir da proposição de uma sequência de atividades utilizando o contexto da criptografia, os licenciandos em Matemática mobilizam o objeto matemático função?”.

Partindo deste questionamento, a pesquisa de Mossi teve como objetivo:

investigar a expansão discursiva dos registros de representação semiótica mobilizados por licenciandos em Matemática a partir de atividades envolvendo criptografia ao caracterizar funções afim, quadrática e exponencial. (2016, p. 10)

De acordo com Mossi (2016, p. 75), os resultados mostraram que os licenciandos “mobilizaram a expansão discursiva das representações semióticas para o objeto matemático função”. Além disso, em relação às operações de expansão discursiva, das 22 questões analisadas, apenas em 4 constatou-se o uso de narração/descrição. As operações discursivas de explicação e raciocinamento foram predominantes. Notou-se maior dificuldade na atividade relativa à caracterização da função exponencial.

*Pesquisa R - Considerações sobre o processo ensino-aprendizagem de funções*

Pesquisa desenvolvida por Luciano Roque Leite, sob orientação de Fabiane de Oliveira, no Mestrado Profissional em Matemática da Universidade Estadual de Ponta Grossa – UEPG.

Leite (2016) apresentou uma proposta pedagógica, fundamentada na Teoria de Registros de Representação Semiótica, com objetivo de propiciar maior entendimento dos conceitos de funções: afim e quadrática. O intuito dessa proposta é, através de diferentes metodologias, especialmente a utilização de recursos computacionais, dar mais significado aos conteúdos estudados, tornando as aulas mais dinâmicas e interessantes para o estudante.

Com essa proposta, Leite (2016, p. 19) pretende:

Identificar algumas dificuldades no processo de ensino-aprendizagem de funções; Apresentar atividades que envolvam observação e generalização de padrões; Modelar problemas usando a lei de formação das funções; Propor situações com o auxílio do Google sobre o gráfico das funções; Utilizar o GeoGebra enfatizando as diferentes representações para o estudo das funções; Identificar e interpretar as funções na sua forma gráfica e algébrica.

Como resultado do seu estudo, o autor destacou a importância de abordar as diferentes representações semióticas para a formalização do conceito de função. Segundo o autor, a utilização do *software* GeoGebra contribuiu para a compreensão dos conceitos associados às funções além de motivar os estudantes através de uma proposta de ensino diferenciada. As maiores dificuldades detectadas foram em relação ao registro algébrico.

*Pesquisa S - A função afim através da resolução de problemas: um estudo de caso analisando os registros de representação semiótica*

Pesquisa desenvolvida por Gabriel dos Santos Gomes, sob orientação de Kátia Maria de Medeiros, no Mestrado Acadêmico em Ensino de Ciências e Educação Matemática da Universidade Estadual da Paraíba - UEPB.

Gomes (2017) utilizou a metodologia de Resolução de Problemas de Polya, juntamente com a Teoria de Registros de Representação Semiótica de Duval, para desenvolver um estudo de caso com estudantes do 1º ano do Ensino Médio de uma escola pública estadual da Paraíba, referente ao estudo de função afim.

Com esta pesquisa, o autor estava interessado em responder a seguinte pergunta enunciada por ele: “Quais são as representações semióticas da Função Afim em que os discentes possuem habilidade em convertê-las e tratá-las identificadas através da proposição de problemas abertos considerando a resolução de problemas como metodologia e que dificuldades apresentam?”.

Partindo dessa questão que norteou sua pesquisa, ele tinha como objetivo principal “identificar as habilidades e dificuldades referentes à conversão e tratamento entre as múltiplas representações da Função Afim fazendo uso da Resolução de Problemas como metodologia”. (GOMES, 2017, p. 19)

Com este objetivo, no início, aplicou um questionário investigativo com os estudantes participantes da pesquisa, realizou uma entrevista informal com o professor da turma e também com os estudantes e por fim aplicou quatro atividades investigativas, em que propôs problemas abertos sobre função afim, possibilitando trabalhar com suas múltiplas representações.

Os resultados obtidos com este estudo mostraram que os estudantes apresentam maior habilidade em realizar o tratamento e a conversão das representações de função afim quando têm os registros em linguagem natural e tabular como representação de partida. Apresentaram dificuldades em realizar as transformações no registro gráfico.

### *Pesquisa T - Integração Multimodal e Coordenação de Representações Semióticas em Atividades de Função do 1º Grau*

Pesquisa desenvolvida por Renata Aparecida de Faria, sob orientação de Carlos Eduardo Laburú, no Mestrado Acadêmico em Ensino de Ciências e Educação Matemática da Universidade Estadual de Londrina – UEL.

Na pesquisa desenvolvida por Faria (2017), encontramos uma investigação sobre a coordenação dos diferentes registros de representação semiótica da função afim, a partir da elaboração e análise de atividades aplicadas com estudantes do 1º ano do Ensino Médio.

A autora elaborou e aplicou um conjunto de seis atividades sobre função afim com a intenção de:

[...] investigar a mobilização de representações em atividades que contemplem o objeto matemático Função do 1º Grau mediadas por interações dialógicas, e a integração de aspectos da Teoria dos Registros de Representação Semiótica de Raymond Duval, com as Funções Pedagógicas das Múltiplas Representações propostas por Ainsworth. (FARIA, 2017, p. 36)

Os resultados obtidos na investigação mostraram que a Teoria de Registros de Representação Semiótica e as Funções Pedagógicas das Múltiplas Representações ocorreram simultaneamente no processo de conversão. Ainda, os estudantes demonstraram ter mais facilidade em trabalhar com o registro tabular.

*Pesquisa U - O Ensino de Função Polinomial do 1º e 2º grau por construção de aplicativos: uma Análise Semiótica*

Pesquisa desenvolvida por Antonio Cleyton da Silva Pinheiro, sob orientação de Fábio José da Costa Alves, no Mestrado Profissional em Ensino de Matemática da Universidade do Estado do Pará – UEPA.

Pinheiro (2017) desenvolveu uma pesquisa com o objetivo de “analisar a construção de aplicativos, a partir da programação em bloco, no App Inventor, em uma sequência didática, para o entendimento e resolução de problemas envolvendo funções Polinomiais do 1º e 2º Grau”. (PINHEIRO, 2017, p. 19)

Sendo assim, elaborou uma sequência didática, de acordo com preceitos da Modelagem Matemática, e aplicou com uma turma do primeiro ano do Ensino Médio, em que foram propostas três atividades sobre função afim e três sobre função quadrática. Utilizou como metodologia de pesquisa os pressupostos da Engenharia Didática e analisou os dados coletados segundo a Teoria da Análise Microgenética e a Teoria de Registros de Representação Semiótica.

Com sua pesquisa, o autor estava interessado em responder a seguinte questão enunciada por ele “A utilização de uma sequência didática que faz uso de construção de aplicativos, melhora o ensino e aprendizagem de funções polinomiais do 1º e 2º grau?”.

Os resultados apontaram que, com o uso das tecnologias, os estudantes se mostraram mais motivados em aprender o conteúdo, compreendendo os assuntos com mais rapidez. Ainda, notou-se um

avanço na autonomia dos mesmos e, conseqüentemente, melhorou seus desempenhos nas resoluções das questões.

*Pesquisa V – Modelagem matemática no estudo das funções afim e quadrática*

Pesquisa desenvolvida por Alex Gonçalves de Melo, sob orientação de Amauri da Silva Barros, no Mestrado Profissional em Matemática da Universidade Federal de Alagoas - UFAL.

A pesquisa desenvolvida por Melo (2017) apresenta uma proposta para o uso da Modelagem Matemática, no estudo das funções afim e quadrática, por meio de uma sequência didática com problemas do cotidiano do estudante. O principal objetivo do autor com esta pesquisa era:

[...] apresentar a *modelagem matemática* atrelada à *teoria de registro de representação semiótica* como uma perspectiva de ensino que auxilia professores de Matemática em suas aulas. (MELO, 2017, p. 14)

Nessa perspectiva, o autor aplicou uma avaliação diagnóstica com estudantes do primeiro ano do Ensino Médio com intuito de verificar seus conhecimentos prévios sobre função, como também planejar outras atividades que pudessem diminuir possíveis dificuldades de aprendizagem.

Após analisar os resultados dessa avaliação, desenvolveu uma sequência didática, principalmente sobre o conceito de função afim, apoiado na Modelagem Matemática e na Teoria de Registros de Representação Semiótica.

Por fim, com os resultados obtidos, o autor considera que:

[...] a sequência didática proposta terá papel fundamental na construção do conhecimento desses estudantes, visto que o professor que opta por utilizar um material dessa natureza está buscando levar ao seu estudante um ensino de qualidade, com significância e utilidade para o seu cotidiano. (MELO, 2017, p. 59)

*Pesquisa X – As contribuições dos registros de representação semiótica no processo de aprendizagem da função afim: um experimento com alunos do 1º ano do Ensino Médio do Instituto Federal do Maranhão/IFMA – Campus Avançado Rosário*

Pesquisa desenvolvida por Willanickson Jacksemuller Santos Lago, sob orientação de Raimundo J. Barbosa Brandão, no Mestrado Profissional em Matemática da Universidade Estadual do Maranhão – UEMA.

Lago (2018) realizou um estudo investigativo, de caráter qualitativo, com estudantes do 1º ano do Ensino Médio do Instituto Federal do Maranhão no Campus Avançado da Cidade de Rosário. Com esse estudo, o autor pretendia analisar quais eram as contribuições dos registros de representação semiótica para o processo de ensino e aprendizagem da função afim.

Seguindo os procedimentos da Engenharia Didática e os conceitos da Teoria de Registros de Representação Semiótica, ele elaborou e aplicou uma sequência didática sobre função afim com três turmas do 1º ano do Ensino Médio. Segundo o autor, seu objetivo principal era:

[...] a verificação das contribuições das transformações por conversão entre os diferentes registros de representação da função afim (língua natural, expressões algébricas, tabelas de valores e forma gráfica) no ensino e aprendizagem deste objeto matemático. (LAGO, 2018, p. 51)

A motivação para esse estudo surgiu por meio das observações feitas pelo autor em sua prática docente, em que percebeu que muitos estudantes do Ensino Médio apresentavam dificuldades em compreender o conceito de função afim.

Os resultados obtidos na sequência didática revelaram as dificuldades dos estudantes em estabelecer relações entre as múltiplas representações da função afim. No entanto, concluiu-se que utilizar diferentes registros de representação da função afim possibilita aos estudantes a construção de uma nova maneira de interpretar e fixar o objeto matemático.

## 5 A ANÁLISE

Neste capítulo, dividido em dois tópicos, apresentamos uma análise geral das 23 pesquisas encontradas em nosso levantamento, como também uma análise detalhada de 10 pesquisas que se enquadram na categoria de “Pesquisas que desenvolveram e aplicaram sequências didáticas com estudantes do E.F. ou E.M.”.

### 5.1 ANÁLISE GERAL DAS PESQUISAS

Primeiramente, ressaltamos que, apesar de buscarmos teses tanto quanto dissertações brasileiras publicadas no período de 2008 à 2018, que abordaram a temática de interesse, em nosso levantamento encontramos apenas dissertações. Dentre elas, temos um total de 15 trabalhos oriundos de universidades públicas, sendo 8 estaduais e 7 federais, e 8 trabalhos de universidades privadas. A Pontifícia Universidade Católica de São Paulo (PUC/SP), de caráter privado, foi a universidade com o maior número de trabalhos, totalizando 4 pesquisas.

Observamos que a maioria das pesquisas abrangeram o nível da Educação Básica, trazendo um estudo com foco no ensino e na aprendizagem matemática dos Anos Finais do Ensino Fundamental e Ensino Médio. Apenas duas pesquisas se voltaram para o Ensino Superior, como é o caso do trabalho de Cardoso (2015) e Mossi (2016), e não encontramos nenhuma que abrangesse a Formação Continuada de professores.

A justificativa pela qual as investigações estejam voltadas predominantemente para Educação Básica, possivelmente pode ser entendida ao conhecer as motivações que levaram os autores aos seus estudos. No geral, a motivação partiu de suas experiências docentes no Ensino Básico, ao se depararem com as crescentes dificuldades dos estudantes em compreender o conceito de função afim e em lidar com as diferentes representações desse objeto matemático. Então, a partir disso, utilizaram como aporte teórico a Teoria de Registros de Representação Semiótica de Duval para tentar entender melhor o porquê desses obstáculos e estudar outras possibilidades de abordagem.

Como quase todas as pesquisas concentraram suas investigações para o Ensino Básico, notamos que aproximadamente metade delas, desenvolveram sequências didáticas que possibilitasse o estudante a realizar conversões e tratamentos em diferentes registros de representação. Porém, devemos destacar que além de conseguir realizar as transformações de tratamento e conversão, é preciso saber coordenar e

transitar entre os diferentes registros de representação e distinguir o objeto matemático de suas distintas representações.

Das 10 pesquisas que desenvolveram e aplicaram sequências didáticas com estudantes do Ensino Fundamental ou Ensino Médio, 7 optaram pela utilização da metodologia da Engenharia Didática<sup>3</sup> de Artigue. Esta metodologia é compreendida pelas seguintes fases: análises preliminares, análise *a priori* das situações didáticas, experimentação, análise *a posteriori* e validação. E ainda, de acordo com Almeida (2013, p. 15 *apud* PAIS, 2002)

a engenharia didática tem como finalidade analisar as situações didáticas, isto é, investigar as diferentes relações entre professor, alunos e conhecimento, no intuito de desencadear uma série de ações voltadas para o ensino e aprendizagem de um conteúdo específico.

Nas demais pesquisas, que não desenvolveram e aplicaram sequências didáticas, encontramos duas que analisaram livros didáticos de Matemática do Ensino Médio sob as concepções da teoria de Duval. Apesar do baixo número, não podemos desprezar a importância desse tipo de pesquisa, visto que o livro didático é um material de grande auxílio para os professores e comumente utilizado na sala de aula pelos estudantes. Ainda, temos também duas pesquisas que realizaram suas investigações com licenciandos em Matemática, e o restante fizeram um estudo investigativo e exploratório no Ensino Básico, porém sem recorrer ao desenvolvimento e aplicação de uma sequência didática.

Nos chamou a atenção o fato de aproximadamente metade das pesquisas direcionarem suas investigações para uma abordagem que contemplasse o uso das tecnologias em sala de aula. No total, 11 pesquisas fizeram o uso das tecnologias, sendo que 8 delas utilizaram os recursos do *software* GeoGebra, e as outras 3 o *software* Graphmatica, aplicativo Winplot e aplicativo Inventor.

Ao estudar os documentos oficiais que apontam o uso de recursos tecnológicos aplicados ao ensino de Matemática, Scano (2009) relata quais as posições expostas por eles, destacando que

[...] o uso de tecnologias pode ser um grande aliado do desenvolvimento cognitivo dos alunos,

---

<sup>3</sup> Os conceitos sobre a Engenharia Didática provêm de Artigue (1990).

favorecendo o desenvolvimento de um trabalho que se adapta a diferentes ritmos de aprendizagem que podem contribuir para que os alunos aprendam com seus próprios erros. No entanto, alertam para a escolha de *softwares*, ressaltando que o bom uso que se possa realizar com o computador, depende da escolha adequada, considerando os objetivos que se pretende atingir. (p. 48)

Desse modo, o autor ainda justifica que optou pela utilização do *software* GeoGebra por acreditar que este recurso “poderá contribuir para uma atividade mais rica e dinâmica, permitindo que os alunos compreendam o estudo da função afim, mediante investigação e exploração algébrica e gráfica, de forma simultânea. (Scano, 2009, p. 49)

Assim, temos que considerar que o uso de tecnologias nas aulas de matemática tem que ser planejado de acordo com os objetivos que se pretende alcançar, de modo que este recurso didático auxilie o processo de ensino e aprendizagem de forma significativa. Todavia, notamos que as pesquisas tiveram esse cuidado em propor atividades, por meio de *softwares* e aplicativos, que auxiliassem e contribuíssem positivamente para as aulas sobre função afim.

Além das tecnologias, detectamos a abordagem de outras duas tendências da Educação Matemática: a Modelagem Matemática e a Resolução de Problemas. E também a utilização das metodologias Análise de Conteúdo, Pesquisa-ação e *Design Experiment*.

A respeito do referencial teórico, embora a Teoria de Registros de Representação Semiótica fosse a principal, encontramos 4 pesquisas que, além da teoria de Duval, se apoiaram em outras concepções teóricas em seus estudos: Teoria das Situações Didáticas, Teoria da Aprendizagem Significativa, Teoria dos Campos Conceituais e Teoria da Análise Microgenética<sup>4</sup>.

Ademais, constatamos que há por parte dos autores uma preocupação geral em estabelecer as maiores dificuldades dos estudantes no processo de ensino e aprendizagem matemática, especificamente da

---

<sup>4</sup> Os conceitos sobre a Modelagem Matemática, Resolução de Problemas, Análise de Conteúdo, Pesquisa-ação, *Design Experiment*, Teoria das Situações Didáticas, Teoria da Aprendizagem Significativa, Teoria dos Campos Conceituais e da Teoria da Análise Microgenética provêm, respectivamente, de: Bicudo (1985), Polya (1995), Bardin (1977), Barbier (2002), Cobb et al. (2003), Brousseau (1996), Ausubel (1982), Vergnaud (1996), e Goés (2000).

função afim, e encontrar maneiras para dar significado aos conceitos matemáticos.

## 5.2 ANÁLISE DAS PESQUISAS CATEGORIZADAS COMO “PESQUISAS QUE DESENVOLVERAM E APLICARAM SEQUÊNCIAS DIDÁTICAS COM ESTUDANTES DO ENSINO FUNDAMENTAL OU ENSINO MÉDIO”

Nesta análise, nos preocuparemos em verificar os seguintes tópicos: (i) os aspectos abordados da Teoria de Registros de Representação Semiótica; (ii) os elementos abordados sobre função afim; (iii) as dificuldades de conversão apresentadas pelos estudantes; (iv) os resultados alcançados.

### 5.2.1 Os aspectos abordados da Teoria de Registros de Representação Semiótica

Neste tópico, apresentamos nossa análise referente aos aspectos abordados da Teoria de Registros de Representação Semiótica, especificamente, sobre as transformações de tratamento e conversão e a formação de uma representação identificável, identificadas nas atividades propostas pelas sequências didáticas de cada pesquisa.

Quadro 5 - Os aspectos abordados da Teoria de Registros de Representação Semiótica

Identificação da pesquisa	Aspectos abordados da teoria
A	Tratamento; Conversão do registro em língua natural para o registro algébrico; Conversão do registro algébrico para o registro gráfico; Conversão do registro gráfico para o registro algébrico; e Formação de uma Representação Identificável.
E	Tratamento; Conversão do registro em língua natural para os registros algébrico, tabular e gráfico; Conversão do registro algébrico para os registros tabular e gráfico; Conversão do registro tabular para os registros gráfico e algébrico; Conversão do registro gráfico para os registros algébrico e tabular; e Formação de uma Representação Identificável.
F	Tratamento; Conversão do registro em língua natural para o registro algébrico e gráfico; Conversão do registro algébrico para o registro gráfico; Conversão do registro

	gráfico para o registro algébrico; e Formação de uma Representação Identificável.
H	Tratamento; Conversão do registro em língua natural para o registro algébrico; Conversão do registro algébrico para o registro tabular; Conversão do registro tabular para o registro gráfico; e Formação de uma Representação Identificável.
I	Tratamento; Conversão do registro em língua natural para o registro algébrico e gráfico; Conversão do registro gráfico para o registro algébrico e língua natural; Conversão do registro algébrico para o registro gráfico e língua natural; Conversão do registro tabular para o registro gráfico; e Formação de uma Representação Identificável.
K	Tratamento; Conversão do registro em língua natural para o registro algébrico e gráfico; Conversão do registro algébrico para o registro gráfico; Conversão do registro gráfico para o registro algébrico; e Formação de uma Representação Identificável.
L	Tratamento; Conversão do registro em língua natural para o registro algébrico e tabular; Conversão do registro tabular para o algébrico; e Formação de uma Representação Identificável.
M	Tratamento; Conversão do registro em língua natural para o registro algébrico; Conversão do registro algébrico para o registro tabular e gráfico; Conversão do registro tabular para o gráfico e algébrico; e Formação de uma Representação Identificável.
U	Tratamento; Conversão do registro em língua natural para o registro algébrico e gráfico; Conversão do registro gráfico para o registro algébrico e tabular; Conversão do registro algébrico para o gráfico; e Formação de uma Representação Identificável.
X	Tratamento; Conversão do registro em língua natural para o registro algébrico e gráfico; Conversão do registro gráfico para o registro tabular, algébrico e em língua materna; Conversão do registro tabular para o registro gráfico; e Formação de uma Representação Identificável.

Fonte: Dados da pesquisa

No quadro 5, mostramos dois aspectos abordados da Teoria de Registros de Representação Semiótica nas atividades propostas das sequências didáticas: a formação de uma representação identificável e os tipos de transformações de registros (tratamento e conversão).

Apesar das pesquisas não especificarem, a formação de uma representação identificável está presente nas atividades de todas elas, seja na enunciação de um problema em linguagem natural, nos elementos que caracterizam um gráfico ou uma tabela, até mesmo na expressão de uma lei de formação da função. Esta formação é necessária pois possibilita aos estudantes identificarem as representações.

Observamos que a maioria das pesquisas não abordaram dois aspectos da teoria que, para Duval, são possíveis, coordenando diversos registros de representação semiótica: a economia de tratamento e a complementariedade de registros. No entanto, mencionam que a coordenação entre os registros possibilita a conceitualização do objeto matemático.

Em relação à transformação de tratamento, observamos predominância no tratamento realizado nos registros algébrico e tabular. Já as possibilidades de conversões foram variadas.

Todas as pesquisas propuseram diferentes modos de conversões, no entanto, a conversão partindo do registro em língua natural para o algébrico foi unânime. Neste tipo de conversão, geralmente é exposta uma situação problema e com base no texto o estudante precisa interpretar e extrair as informações necessárias para convertê-lo na lei da função que o modela.

A seguir, exibimos algumas das atividades propostas pelas pesquisas que possibilitaram a conversão do registro em língua natural para o registro algébrico:

Ilustração 7 - Atividade proposta na pesquisa A que possibilita a conversão do registro em língua natural para o registro algébrico

**Atividade 3**

A locadora de veículos *Aluga Fácil*, oferece as seguintes condições para aluguel de carros: uma taxa fixa de R\$ 90,00, mais R\$ 1,50 por quilômetro rodado. Nessas condições responda:

- a) Qual é o preço a ser pago por uma pessoa que alugue um carro e percorra 100 km?
- b) E para 200 km?
- c) Uma pessoa que pagou R\$ 540,00 percorreu quantos quilômetros?
- d) Escreva uma sentença matemática que represente o valor a ser pago a partir da quantidade de quilômetros rodados. Justifique.

Fonte: Scano (2009)

A atividade proposta por Scano (Ilustração 7) apresenta um texto com informações de valores para locação de veículos numa determinada

locadora e na sequência solicita que responda algumas questões. Nas questões a, b e c, o estudante pode conseguir respondê-las sem fazer associação com a função afim, pois não é pedido de início a lei de formação ou a sentença matemática que representa o problema proposto. Já na questão d, o autor espera que o estudante generalize a situação problema, representando-a numa sentença matemática. Para isso, é necessário identificar que  $f(x)$  representa o valor total a ser pago no aluguel do carro dependendo da quantidade de quilômetros rodados, que a variável  $x$  é a quantidade de quilômetros rodados, o coeficiente  $a$  da função é o valor de R\$1,50, e também que a taxa fixa de R\$90,00 representa o coeficiente  $b$ .

Ilustração 8 - Atividade proposta na pesquisa E que possibilita a conversão do registro em língua natural para o registro algébrico

Enunciado (Turma 1 e Turma 3): Um vendedor de autopeças recebe como salário uma quantia fixa de R\$400,00 mais R\$2,00 por peça vendida.

- Escreva a lei de formação  $f(x)$  que traduz o salário mensal deste vendedor em função das peças vendidas.
- Se ele vender 380 peças, qual será seu salário ?
- Para receber R\$1 500,00 de salário, quantas peças ele terá de vender ?
- Este vendedor receberá algum salário se não vender nenhuma peça ? Se sim, qual será seu salário ? Se não, justifique sua resposta.

Fonte: Delgado (2010)

Na atividade proposta por Delgado (Ilustração 8), o autor apresenta um texto com informações sobre o salário de um vendedor seguido de algumas questões. No entanto, diferente da atividade anterior (Ilustração 7), é solicitado já na primeira questão a lei de formação que modela a situação problema, e posteriormente o desenvolvimento de alguns cálculos.

Entendemos que neste tipo de atividade, o estudante pode encontrar maiores dificuldades em determinar a lei de formação da função, pelo fato de ainda não ter realizado nenhum cálculo que o possibilitasse responder qual seria o salário do vendedor, ou até mesmo a quantidade de peças necessárias para obter um salário escolhido, sem a utilização de uma “fórmula matemática” para isto.

Ilustração 9 - Atividade proposta na pesquisa X que possibilita a conversão do registro em língua natural para o registro algébrico

**Problema da sessão III:**

A produção de peças de uma fábrica tem um custo fixo de R\$ 200,00 mais um custo variável de R\$ 1,20 por peça produzida.

- a) Qual o custo de produção de 10 000 peças?
- b) Quantas peças podem ser produzidas com R\$ 20 000,00?

Fonte: Lago (2018)

A atividade proposta na sequência didática de Lago (Ilustração 9), não exige que o estudante encontre a lei da função que determina o custo de produção de uma fábrica dependendo da quantidade de peças produzidas. Porém, para responder as questões a e b, é necessário interpretar as informações fornecidas pelo enunciado e converter essas informações para um outro registro que possibilite-o a efetuar os cálculos.

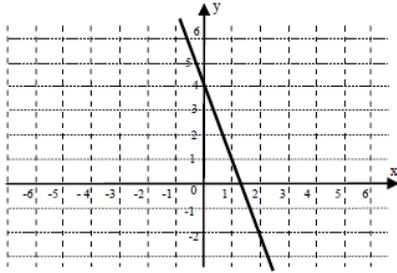
Embora grande parte das pesquisas não especifiquem, aos termos de Duval, conversões congruentes e não congruentes, podemos observar que a maioria das conversões propostas por elas, no sentido registro em língua natural para o algébrico, se caracterizam como conversões não congruentes, logo, não são transformações simples e arbitrárias, necessitando por parte dos estudantes um gasto cognitivo maior.

Além desta, outra conversão não congruente apresentada, e pouco explorada pelos professores do ensino básico, é a conversão partindo do registro gráfico para o registro algébrico, em que os estudantes precisam interpretar as variáveis visuais pertinentes do registro gráfico (inclinação da reta, interseção com os eixos, pares ordenados) e a partir disso representar a lei da função que o descreve.

Vejamos nas Ilustrações 10 e 11, duas das atividades propostas pelas pesquisas que possibilitaram a conversão do registro gráfico para o registro algébrico:

Ilustração 10 - Atividade proposta na pesquisa F que possibilita a conversão do registro gráfico para o registro algébrico

5) Escreva a função  $f(x) = ax + b$  cujo gráfico, num sistema cartesiano ortogonal, é dado por:

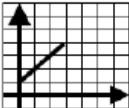


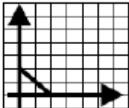
Fonte: Reis (2011)

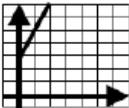
Para responder a atividade proposta por Reis (Ilustração 10), o estudante precisa determinar a lei de formação da função afim que representa o gráfico ilustrado. Logo, para isso é necessário interpretar as informações que o gráfico fornece em relação à interseção com os eixos e inclinação da reta, por exemplo, a fim de responder o que se pede; neste processo, o estudante acaba alterando a representação do objeto matemático do registro gráfico para o registro algébrico, isto é, realizando a conversão.

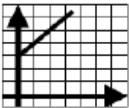
Ilustração 11 - Atividade proposta na pesquisa I que possibilita a conversão do registro gráfico para o registro algébrico

**2. Relacione os gráficos a seguir com os seus textos correspondentes, descreva os procedimentos utilizados para tal associação e construa a expressão algébrica correspondente aos textos e seus respectivos gráficos.**

(I)  


(II)  


(III)  


(IV)  


**Texto 1:** Uma *lan house* do shopping Jardim decidiu fazer a seguinte promoção, na entrada é cobrada uma taxa fixa obrigatória de R\$ 3,00 que dá direito ao consumo de um salgado e um suco. A cada hora de uso da internet é cobrado R\$ 2,00. Encontre a representação gráfica da função que indica a quantia a ser paga por uma pessoa que deseja acessar  $x$  horas? ( )

**Expressão Algébrica:**

**Texto 2:** A altura da água em uma piscina é de 2 m. O nível de água está abaixando na razão de 1 metro por hora. A altura da água na piscina em função do tempo. ( )

**Expressão algébrica:**

**Texto 3:** João foi contratado pelo vizinho para molhar seu jardim enquanto este viajava. Ele cobrou uma taxa fixa de R\$ 1,00 pelo serviço, mais R\$ 1,00 por hora trabalhada até ele voltar. O valor que seu vizinho lhe pagou, quando retornou, foi em função do número de horas trabalhadas. ( )

**Expressão algébrica:**

**Texto 4:** Quando Paulo nasceu seu irmão Marcos tinha 3 anos de idade. A relação que expressa a idade de Marcos em função de Paulo, em anos é: ( )

**Expressão algébrica:**

Fonte: Meneses (2014)

Na Ilustração 11, temos o exemplo de uma atividade diferenciada, pois exige que o estudante realize conversões entre os registros algébrico, gráfico e em língua natural.

Compreendemos que o processo de converter uma representação de um registro para outro não é considerada uma tarefa fácil para a maioria e ainda quando se trata de uma conversão não congruente, as dificuldades são praticamente inevitáveis, assim como alega Duval (2003, p. 21) que “no caso de as conversões requeridas serem não-congruentes, essas dificuldades e/ou bloqueios são mais fortes”.

Dentro do fenômeno das conversões congruentes e não congruentes, verificamos que as atividades propostas nas pesquisas exigiam que os estudantes realizassem essa transformação partindo e chegando em registros distintos: do registro em língua natural para o registro tabular, do registro tabular para o registro gráfico, do registro

gráfico para o registro tabular, do registro algébrico para o registro tabular e gráfico, entre outros. No entanto, isto era de se esperar, visto que na concepção de Duval, a transformação que mais contribui para a aprendizagem de um determinado objeto matemático é a conversão. O autor afirma que:

A compreensão (integrativa) de um conteúdo conceitual repousa sobre a coordenação de ao menos dois registros de representação e esta coordenação manifesta-se pela rapidez e espontaneidade da atividade cognitiva de conversão. (DUVAL, 1993, p. 51)

Dessa forma, podemos concluir que todas as pesquisas foram de acordo com a concepção de Duval em relação a compreensão do objeto matemático, pois proporcionaram atividades que contemplassem a coordenação de ao menos dois registros de representação.

### 5.2.2 Os elementos abordados da Função Afim

Neste tópico, apresentamos nossa análise referente aos elementos abordados da função afim nas atividades propostas pelas sequências didáticas de cada pesquisa.

Quadro 6 - Os elementos abordados sobre função afim

<b>Identificação da pesquisa</b>	<b>Elementos da função afim</b>
A	Relação de dependência entre duas variáveis; Lei de formação; Domínio e Imagem; Coeficientes angular e linear; Zero da função; Gráfico.
E	Lei de formação; Domínio e Imagem; Gráfico.
F	Relação de dependência entre duas variáveis; Lei de Formação; Domínio e Imagem; Coeficientes angular e linear; Função crescente, decrescente e constante; Zero da função; Gráfico.
H	Lei de formação; Domínio e Imagem; Coeficientes angular e linear; Função crescente, decrescente, constante e linear; Zero da função; Gráfico.
I	Relação de dependência entre duas variáveis; Lei de formação; Domínio e Imagem; Coeficientes angular e linear; Função crescente e decrescente; Zero da função; Gráfico.

K	Lei de formação; Domínio e Imagem; Função crescente e decrescente; Coeficientes angular e linear; Gráfico.
L	Relação de dependência entre duas variáveis; Lei de formação; Domínio e Imagem.
M	Lei de formação; Domínio e Imagem; Coeficientes angular e linear; Função crescente e decrescente; Gráfico.
U	Lei de formação; Domínio e Imagem; Coeficientes angular e linear; Zero da função; Gráfico.
X	Lei de formação; Domínio e Imagem; Gráfico.

Fonte: Dados da pesquisa

Verificamos que, no geral, as pesquisas se concentraram em propor atividades que contemplassem conceitos iniciais da função afim: lei de formação, domínio, imagem, estudo dos coeficientes e gráfico.

Com base nas atividades, observamos que os autores abordaram os conceitos de domínio e imagem, porém não explicitaram o emprego desses termos claramente. Em relação ao contradomínio, não encontramos nenhuma atividade que explorasse esse conceito de uma forma explícita.

Ilustração 12 - Atividade proposta na pesquisa H que aborda o conceito de domínio imagem

b) Complete a tabela abaixo com os valores que estão faltando e encontre a função afim correspondente:

x	y	(x,y)	
-2	-9	(-2, -9)	
-1	-4	(-1, -4)	
0	1	(0,1)	
2	11		
3	16		
4	21		
5	26		

Fonte: Almeida (2013)

Na atividade proposta por Almeida (Ilustração 12), com base nos valores dados na tabela, o estudante deve completar o que falta e determinar a lei da função afim correspondente. Podemos observar que nesta atividade os conceitos de domínio, imagem e contradomínio são abordados implicitamente, pois em nenhum momento do enunciado se referem à esses conceitos.

Observamos que apenas metade das pesquisas abordaram o conceito do zero da função e o estudo do crescimento e decréscimo. Este fato pode ser justificado levando em consideração que algumas delas desenvolveram a sequência didática não especificamente sobre função afim, mas também abordaram aspectos das funções quadrática e exponencial.

Algumas pesquisas optaram em iniciar a sequência didática a partir de atividades que contemplassem a relação de dependência entre duas variáveis para posteriormente introduzir a lei de formação da função afim. Para exemplificar, apresentamos a seguir a Atividade 1 que foi proposta na sequência didática da Pesquisa A.

#### Ilustração 13 - Primeira atividade proposta na sequência didática da Pesquisa A

##### Atividade 1

O perímetro de um quadrado é determinado a partir da medida de seu lado. Nessas condições, responda:

- a) Qual é o perímetro de um quadrado, medindo 1 cm de lado?
- b) Qual é o perímetro de um quadrado, medindo 2 cm de lado?
- c) Qual é o perímetro de um quadrado, medindo 3,5 cm de lado?
- d) Qual é o perímetro de um quadrado, medindo 5,5 cm de lado?
- e) Qual é a medida de cada lado de um quadrado que tem 24 cm de perímetro?
- f) Escreva uma sentença matemática que represente o perímetro de qualquer quadrado. Justifique.

Fonte: Scano (2009)

Na ilustração 13, observamos que Scano inicia a sequência didática a partir de uma atividade que aborda a relação de dependência da medida do lado de um quadrado com o seu perímetro, sem mencionar conexão com a função afim. Entretanto, notamos que a maioria das pesquisas optaram em iniciar com atividades que já abordassem a lei de formação da função afim, como mostra na Ilustração 14 abaixo.

Ilustração 14 - Primeira atividade proposta na sequência didática da Pesquisa M

**01.** Para entendermos o movimento de um carro devemos saber como a Posição “ $P$ ” vai mudando com o passar do Tempo “ $t$ ”. A velocidade está relacionada à rapidez de mudanças das Posições. Vamos supor que  $P(t) = 200 + 80 \cdot t$  seja a “fórmula” que representa a Função que fornece informações sobre as alterações das Posições com o passar do tempo, sendo  $km$  (quilômetro) a unidade de  $P$  e  $h$  (hora) a unidade de  $t$ . Chamamos por  $P_0$  a Posição inicial que o carro ocupa na estrada quando o cronômetro é zerado, ou seja, em  $t_0 = 0$  (instante inicial, quando o movimento começa a ser estudado). Com base nestas informações:

Fonte: Batista (2015)

A Ilustração 14 apresenta o enunciado da primeira atividade proposta pela Pesquisa M e, neste caso, podemos observar que o autor optou em iniciar a sequência didática já introduzindo a lei de formação da função afim a partir de uma situação problema.

A respeito da exploração do registro gráfico, das 10 pesquisas analisadas, encontramos uma (Pesquisa L) que não abordou este conceito nas atividades propostas em sua sequência didática, contudo cita a representação gráfica no desenvolvimento do seu estudo.

Este fato nos gera certa estranheza, por sabermos que para Duval a “aquisição do conhecimento humano é inseparável da existência de vários registros semióticos” (Silva, 2009, p. 141). Logo, a coordenação de diferentes registros de representação semiótica é primordial para que aconteça a apreensão conceitual dos objetos matemáticos e para isso, necessitamos conhecer e trabalhar com as várias representações possíveis.

Corroborando com Duval, Scano (2009, p. 44) indica

a importância de explorar o estudo de funções, mediante diferentes representações, como a gráfica, a algébrica e a língua materna, bem como as implicações decorrentes no gráfico de uma função quando se alteram seus parâmetros, identificando os movimentos realizados pelo gráfico quando se modificam os coeficientes da função. (*apud* BRASIL, 2006)

Apesar de não apresentar nenhuma atividade que explorasse o conceito do gráfico da função afim, temos que considerar que o autor da Pesquisa L utilizou o recurso de um *applet*<sup>5</sup> através do *software* GeoGebra

---

<sup>5</sup> *Applet* é um *software* pequeno que executa especificamente uma atividade em um programa maior.

para explorar intuitivamente o conceito de função afim por meio do movimento percorrido pelo carro conforme a variação do tempo.

Ilustração 15- Atividade proposta pela Pesquisa L com auxílio de um *applet*



Fonte: Ramos (2014)

A atividade proposta pela Pesquisa L, ilustrada acima, solicita que o aluno mova o controle deslizante do tempo em horas e observe o que acontece com a posição do veículo.

Daquelas pesquisas que abordaram o conceito do gráfico da função afim, vale destacar que algumas utilizaram a estratégia da apreensão global defendida por Duval.

Para Duval, existem três procedimentos para a construção de gráficos no plano cartesiano: o procedimento de pontuar, o procedimento de extensão do traço e o procedimento da interpretação global das propriedades figurais.

Segundo Bica (2009, p. 44-45), Duval (1988) explica que no procedimento de interpretação global das propriedades figurais

[...] o conjunto traçado/eixos forma uma imagem que representa um objeto matemático descrito por uma expressão algébrica. Qualquer modificação dessa imagem implica em mudança na expressão algébrica. Dessa forma, é possível perceber uma correspondência entre os dois registros de representação, pois permite identificar todas as modificações relevantes e conjuntas da imagem e da escrita algébrica. Para Duval, “não estamos mais

na presença da associação de um ponto – um par de números, mas da associação variável visual da representação – unidade significativa da escrita algébrica”. (*apud* DUVAL, 1988, p. 237, tradução 2009)

Contudo, observamos que o procedimento de pontuar é aquele comumente utilizado na construção de gráficos no Ensino Básico. Nesse procedimento, o estudante é conduzido a construir uma tabela e a partir de alguns valores determinados para a variável  $x$ , encontrar o valor correspondente de  $y$ , formando pares ordenados. Com esses pares ordenados ele realiza a marcação de pontos no plano cartesiano e, posteriormente, liga-os formando a reta que representa o gráfico em questão.

Com base nas ideias de Duval, este procedimento é limitado por possibilitar apenas uma leitura pontual das representações gráficas e não a apreensão global do objeto matemático em questão. O autor afirma que na conversão do registro gráfico para o registro algébrico, e vice-versa, o procedimento da interpretação global das propriedades visuais é o mais conveniente e necessário para “extrapolar, interpolar, ou para utilizar os gráficos para fins de controle, ou de exploração relacionados aos tratamentos algébricos. (DUVAL, 2003, p. 17)

Ilustração 16 - Atividade proposta pela Pesquisa A que explora a apreensão global do gráfico de uma função afim

Atividade 13

No *Geogebra*, abra o arquivo *atv13.ggb*. Faça algumas simulações movimentando os seletores  $a$  e  $b$ , observe o que acontece com o gráfico da função em relação ao ângulo formado com o eixo  $x$  e a intersecção com o eixo  $y$ , em seguida, responda:

- a) Se fixarmos  $a = 0$  e modificarmos os valores de  $b$ , o que acontece com o gráfico da função?
- b) Se fixarmos  $a > 0$  e modificarmos os valores de  $b$ , o que acontece com o gráfico da função?
- c) Se fixarmos  $a < 0$  e modificarmos os valores de  $b$ , o que acontece com o gráfico da função?
- d) Se fixarmos  $b = 0$  e modificarmos os valores de  $a$ , o que acontece com o gráfico da função?
- e) Se fixarmos  $b > 0$  e modificarmos os valores de  $a$ , o que acontece com o gráfico da função?
- f) Se fixarmos  $b < 0$  e modificarmos os valores de  $a$ , o que acontece com o gráfico da função?

Fonte: Scano (2009)

Na ilustração 16, temos um exemplo de atividade que trata da apreensão global do gráfico de uma função afim, proposta na sequência didática da Pesquisa A, que possibilita o estudante explorar as variáveis visuais do gráfico ao alterar os valores dos coeficientes **a** e **b** da função afim, através do *software* GeoGebra.

### 5.2.3 As dificuldades de conversão apresentadas pelos

Neste tópico, apresentamos nossa análise, especificamente, sobre as maiores dificuldades de conversão apresentadas pelos estudantes no desenvolvimento das atividades.

Quadro 7 - As dificuldades de conversão apresentadas pelos estudantes

<b>Identificação da pesquisa</b>	<b>Dificuldades de conversão</b>
A	Nenhuma dificuldade em específico foi apresentada.
E	Apresentaram dificuldades em fazer as conversões do registro em língua natural para o registro algébrico, do registro algébrico para o registro gráfico, do registro tabular para o registro algébrico, do registro gráfico para o registro algébrico e tabular.
F	Apresentaram dificuldades em fazer a conversão para o registro algébrico partindo de outros registros de representação.
H	Nenhuma dificuldade em específico foi apresentada.
I	Apresentaram dificuldade em fazer a conversão do registro algébrico para o gráfico, e em identificar qual grandeza está em função da outra.
K	Apresentaram dificuldade em fazer a conversão do registro gráfico para o registro algébrico.
L	Apresentaram dificuldades em fazer conversão para o registro algébrico.
M	Apresentaram dificuldades em relação ao registro algébrico (ida e volta).
U	Nenhuma dificuldade em específico foi apresentada.
X	Apresentaram dificuldades em fazer a conversão do registro gráfico para o tabular e do registro gráfico para o algébrico.

Fonte: Dados da pesquisa

Após a aplicação da sequência didática, os autores detectaram quais foram as maiores dificuldades que os estudantes apresentaram. Em nossa análise, optamos em dar ênfase para as dificuldades dos estudantes

no processo de conversão entre os registros, pois, para Duval, a conversão é a atividade que promove a distinção do objeto matemático de suas representações. No entanto, não podemos deixar de mencionar as dificuldades detectadas na realização de tratamentos.

Quase todas as pesquisas chamaram a atenção para as dificuldades que os estudantes apresentam ao realizar operações básicas de aritmética e geometria. Como afirma Salin (2014, p. 126), “percebeu-se que alguns alunos tinham muita dificuldade em operações algébricas, resolução de equações, conceitos geométricos, e que isso poderia comprometer a aprendizagem de novos conceitos”.

Inevitavelmente, os reflexos dessas dificuldades podem ser observados nas resoluções das atividades desenvolvidas pelos estudantes ao notar que, na maior parte, os erros cometidos no processo de tratamento é consequência da deficiência de uma base matemática consolidada. E isso, afeta diretamente a aprendizagem matemática pois são conceitos necessários para dar continuidade aos estudos nessa área, concordando com Delgado (2010) ao declarar que:

A cada ano, os alunos têm chegado ao Ensino Médio com crescente deficiência de leitura, escrita e interpretação, além das operações básicas em matemática. Estas deficiências afetam o processo de aprendizagem, pois reduzem a capacidade de raciocínio, de abstração e de expressão desses alunos, o que ocasiona um enorme abismo em todo esse processo. (p. 84)

Apesar disso, a respeito das dificuldades provenientes do processo de conversão das representações (Quadro 8), observamos, pelos resultados apresentados nas pesquisas, que essas são mais evidentes e constantes, com exceção das pesquisas A, H e U que não explicitaram quais foram essas dificuldades.

A conversão partindo do registro algébrico para o registro tabular é a que os estudantes conseguem realizar com mais facilidade. Os erros detectados no processo dessa conversão, normalmente são consequências de erros cometidos em operações básicas. Em contrapartida, no geral, os estudantes apresentam maiores dificuldades em realizar a conversão das representações partindo do registro em língua natural para o registro algébrico e do registro gráfico para o registro algébrico.

A dificuldade enfrentada pelos estudantes na conversão de uma representação, partindo do registro em língua natural para o registro

algébrico, pode ser pelo fato de se caracterizar como uma conversão não congruente, como já mencionamos anteriormente. Ainda, essa dificuldade pode estar relacionada com a falta de percepção dos estudantes referentes às informações promovidas pela representação algébrica, pois esta envolve uma linguagem particular da matemática. Segundo Delgado (2010, p. 87-88), para a maioria dos estudantes “[...] esta representação possui apenas letras e números com pouco ou nenhum significado. [...] dificilmente os alunos observam que a língua natural e a forma algébrica representam o mesmo objeto matemático”.

Percebemos que a falta de uma base matemática satisfatória, compromete tanto a realização de tratamentos como também a conversão, principalmente relacionadas com o registro algébrico. Como observou Pinheiro (2017),

[...] no término da pesquisa os alunos ainda apresentaram dificuldades e erros expressivos relacionados à representação algébrica, porque dependiam de maturidade e conhecimentos dos conteúdos abordados em anos anteriores. (p. 26)

Já as dificuldades apresentadas pelos estudantes no processo de conversão partindo do registro gráfico para o registro algébrico, podem ser justificadas também por se tratar de uma conversão não congruente. Além disso, o estudante pode até conseguir realizar a conversão do registro algébrico para o registro gráfico utilizando o procedimento de pontuar, porém este procedimento não é conveniente se aplicado no sentido contrário dessa conversão.

Duval salienta que para sair do registro gráfico e chegar no registro algébrico, é necessário que o estudante

[...] consiga levar em conta, de um lado, as variáveis visuais próprias dos gráficos (inclinação, intersecção com os eixos etc.) e, de outro, os valores escalares das equações (coeficientes positivos ou negativos, maior, menor ou igual a 1 etc.). (DUVAL, 2003, p. 17)

Logo, como esses aspectos são dificilmente abordados no ensino de função, acaba resultando, por parte dos estudantes, essas crescentes dificuldades já mencionadas.

## 5.2.4 Os resultados alcançados pelas pesquisas

Neste tópico, apresentamos nossa análise referente aos resultados obtidos por cada pesquisa após a aplicação e análise das sequências didáticas.

Quadro 8 - Os resultados alcançados

Identificação da pesquisa	Resultados
A	“[...] a análise <i>a posteriori</i> mostrou que nossa hipótese foi confirmada, isto é, que uma sequência desenvolvida e aplicada com base na Teoria das Situações Didáticas e na mudança de registros de representação conduz alunos do 9º ano a reconhecer que o gráfico de uma função afim é uma reta e a maioria a expressar algébrica e graficamente a relação entre duas variáveis de uma função afim, além de relacionar os coeficientes da equação da reta com a representação gráfica da função afim”. (SCANO, 2009, p.7)
E	“Os resultados apresentados pelos alunos demonstram que o emprego dos registros, de forma escalonada, facilitou o ensino da Função Afim e ajudou na detecção das dificuldades de conversão e tratamento, apontando em qual(is) das conversões ocorreram maiores facilidades e dificuldades.” (DELGADO, 2010, p. 88)
F	“[...] temos que considerar o erro como um processo fundamental na avaliação e quando o computador é usado como ferramenta na reconstrução desses erros este não pode ser o instrumento que ensina o aprendiz, mas somente como mediador do aprendizado”. (REIS, 2011, p. 135)
H	“Após as análises das atividades da sequência didática com uso do GeoGebra, foi possível perceber que os alunos conseguiram reconhecer a Função Afim nos registros de linguagem natural, algébrica, tabular e gráfica: compreender os procedimentos de tratamento nos diferentes registros e realizar o procedimento de conversão entre os diferentes registros. Dessa forma, foi observado a validade das atividades, e que uso do GeoGebra contribuiu para o aprendizado do objeto de estudo Função Afim”. (ALMEIDA, 2013, p.10)
I	“[...] destacou-se que a grande maioria dos sujeitos usados na pesquisa recorreu a processos de algoritmização para executar a maioria das conversões

	<p>realizadas. Por fim, muitos dos alunos usaram análise pontual e demonstraram não saber identificar e usar as variáveis visuais pertinentes para realizar as conversões.” (MENESES, 2014, p. 6)</p>
K	<p>“Com as análises feitas, podemos dizer que nossa pergunta de pesquisa foi respondida de forma satisfatória, ou seja, as articulações entre os diferentes registros de representação semiótica, aliadas as situações geométricas e ao software de matemática dinâmica, podem ajudar o processo de aprendizagem do conceito de função”. (SALIN, 2014, p. 183)</p>
L	<p>“Os resultados das atividades apresentadas por esta amostra de dados apontam para o fato de que o ambiente informatizado não parece ser fundamental para trabalhar esse assunto: função linear afim. Entretanto os registros gráficos que permitiram a visualização dos problemas foram muito importantes para o experimento. Aparentemente os alunos não tiveram grandes dificuldades em transitar entre os diversos registros.” (RAMOS, 2014, p. 181)</p>
M	<p>“Em nossas análises, o que se mostrou eficiente, no que tange a indícios de aprendizagens, na perspectiva de Raymond Duval, foi a diversidade de registros inserida na exploração de situação-problema. Pelo viés da Teoria das Situações Didáticas, propusemos situações adidáticas de tal forma que uma diversidade de representações semióticas permitiu tratamentos e conversões adequadas. A partir de produções protocoladas pelos estudantes, podemos considerar que a apropriação de mais de um registro de representação pode ser um indício de aprendizagem do objeto matemático função afim no contexto do movimento uniforme.” (BATISTA, 2015, p.111)</p>
U	<p>Com resultado da pesquisa observamos, a partir da aplicação da sequência didática, que os alunos se mostraram mais entusiasmados em aprender o assunto estudado, além de alcançarem o entendimento dos assuntos com mais rapidez, em um ambiente colaborativo e participativo, em que se viu avanço na autonomia desses, resultando em melhor desempenho nas resoluções das questões. (PINHEIRO, 2017, p. 7)</p>
X	<p>“As análises dos questionários mostram que a utilização das várias formas de representação da função afim proporciona ao aluno a construção de uma nova forma de interpretação e fixação do objeto matemático</p>

	constituindo-se em um recurso rico e criativo no ensino deste objeto matemático”. (LAGO, 2018, p. 76)
--	---

Fonte: Dados da pesquisa

Ponderamos, mediante as conclusões das pesquisas e de seus respectivos resultados, que a aplicação de uma sequência didática elaborada para o ensino de função afim trouxe resultados satisfatórios.

Apesar das dificuldades apresentadas pelos estudantes durante o processo de aprendizagem, os resultados obtidos nas atividades, desenvolvidas sob os princípios da teoria de Raymond Duval, comprovaram que os estudantes utilizaram diferentes registros de representação semiótica da função afim, realizando articulações entre essas representações, proporcionando a compreensão conceitual do objeto matemático em estudo.

Referente ao emprego das tecnologias, por parte de algumas pesquisas, ficou evidente que o uso desse recurso contribuiu significativamente para o processo de ensino e aprendizagem, primeiro por motivar os estudantes através da abordagem diferenciada do conteúdo, mas principalmente por auxiliar no processo de compreensão e análise do comportamento do gráfico da função. Porém, essa contribuição proporcionada pela utilização de um ambiente informatizado não foi conclusiva nos resultados apontados pela Pesquisa L, que considerou não ser fundamental a utilização de um ambiente informatizado para se trabalhar com função linear afim. (RAMOS, 2014, p. 181)

Destacamos também os resultados apontados pela Pesquisa U, que conclui que a elaboração de uma sequência didática a partir dos princípios da Modelagem Matemática proporcionou aos estudantes detectar o que havia de matemática nas situações propostas. (PINHEIRO, 2017, p. 293)

Ainda, verificamos que a utilização de vários registros de representação de um mesmo objeto matemático possibilitou detectar em quais registros os estudantes apresentam maiores dificuldades, sugerindo futuros estudos que investiguem melhor o que pode estar por trás dessas dificuldades, além da falta de conhecimento na matemática básica.

## 6 CONSIDERAÇÕES FINAIS

Com este trabalho apresentamos uma visão geral do que vem sendo produzido em Educação Matemática a respeito das pesquisas que envolvem os Registros de Representação Semiótica e Função Afim, publicadas nos anos de 2008 à 2018, destacando os principais aspectos e perspectivas.

Na conclusão do levantamento, elencamos os seguintes resultados:

i) Detectamos um total de 23 pesquisas de mestrado, publicadas nos últimos 10 anos, que tiveram como objeto de estudo a função afim sob os preceitos da Teoria de Registros de Representação Semiótica. Não constatamos nenhuma pesquisa de doutorado.

ii) Do total, 10 pesquisas que desenvolveram e aplicaram sequências didáticas com estudantes do E.F. ou E.M., 2 pesquisas analisaram livros didáticos de Matemática do Ensino Médio, 7 pesquisas fizeram um estudo investigativo/exploratório com estudantes do E.F. e E.M. sem aplicação de sequência didática, 2 pesquisas trabalharam com licenciandos em Matemática e 2 pesquisas utilizaram a Modelagem Matemática sem aplicação de sequência didática.

iii) A quase totalidade das pesquisas, sobre o tema em questão, são oriundas de universidades públicas, entre estaduais e federais. Apenas 8 pesquisas são de universidades particulares.

iv) Os níveis de abrangência foram a Educação Básica (Ensino Fundamental e Ensino Médio) e Ensino Superior.

v) Dentre as diferentes metodologias utilizadas, temos: Estudo de Caso, Pesquisa Qualitativa, Engenharia Didática, Análise de Conteúdo, Resolução de Problemas, *Design Experiment*, Pesquisa Ação e Modelagem Matemática.

vi) Com relação aos referenciais teóricos utilizados nas pesquisas, ressaltamos a ocorrência de outros, além da teoria de Duval: Teoria das Situações Didáticas, Teoria da Aprendizagem Significativa, Teoria dos Campos Conceituais e Teoria da Análise Microgenética.

vii) Destacamos a utilização de tendências da Educação Matemática, por parte de algumas pesquisas, como o uso de tecnologias, a Modelagem Matemática e a Resolução de Problemas.

Observamos que os objetivos propostos em cada pesquisa tinham aspectos em comum. Sucintamente, objetivavam: (a) compreender como a utilização dos registros de representação semiótica contribui para o ensino de função afim; (b) investigar quais as maiores dificuldades e facilidades dos estudantes na mobilização de diferentes registros semióticos; (c) verificar se os livros didáticos de Matemática do Ensino

Médio abordam as diferentes representações da função afim e possibilitam a coordenação entre os registros; (d) analisar se o uso de recursos tecnológicos ou tendências da Educação Matemática contribuiu para uma melhor assimilação das representações semióticas; e (e) investigar como os licenciandos em Matemática mobilizavam os registros semióticos da função afim.

Com os dados obtidos na análise das pesquisas que desenvolveram e aplicaram sequências didáticas com estudantes dos Anos Finais do Ensino Fundamental ou Ensino Médio, constatamos os seguintes resultados:

i) As atividades apresentadas abordaram, essencialmente, os seguintes conceitos da função afim: lei de formação, domínio, imagem, estudo dos coeficientes e gráfico.

ii) Apresentaram atividades que exigiam realizar tratamentos no mesmo registro e conversões (congruentes e não congruentes) em registros distintos.

iii) Não explicitaram a utilização da formação de uma representação identificável.

iv) Grande parte das pesquisas não mencionou que a coordenação entre os registros semióticos possibilita a economia de tratamento e a complementariedade de registros. Entretanto, mencionaram sobre a conceitualização.

v) Identificaram que as dificuldades dos estudantes na realização de tratamentos são consequências da falta de uma base matemática satisfatória.

vi) Apontaram as maiores dificuldades de conversão apresentadas pelos estudantes, nas quais destacamos: conversão partindo do registro em língua natural para o registro algébrico e conversão partindo do registro gráfico para o registro algébrico.

vii) Verificaram que a utilização das tendências de Educação Matemática contribuiu para a abordagem das diferentes representações semióticas da função afim e na mobilização dessas representações.

viii) Evidenciaram que a utilização de diferentes registros de representação semiótica na aprendizagem de função afim, contribuiu para uma melhor compreensão do objeto matemático.

Ressaltamos que, as pesquisas que tratam da Teoria de Registros de Representação Semiótica e Função Afim, de modo geral, estão centradas numa perspectiva de investigação sobre o processo de ensino e aprendizagem, nos Anos Finais do Ensino Fundamental e Ensino Médio, principalmente através do desenvolvimento de sequências didáticas ou

estudos exploratórios com estudantes. Abordam a Teoria de Registro de Representação Semiótica por meio do emprego de atividades que exploram o tratamento e a conversão. No entanto, salientamos que

[...] o que garante a apreensão do objeto matemático, a conceitualização, não é a determinação de representações ou as várias representações possíveis de um mesmo objeto, mas sim a coordenação entre esses vários registros de representação. (DAMM, 2008, p. 182)

Diante do exposto, esperamos que esta revisão de literatura tenha contribuído para situar o leitor à respeito de como a Teoria de Registros de Representação Semiótica vem sendo tratada nas pesquisas brasileiras sobre Função Afim. Acrescentamos também que, apesar do número expressivo de pesquisas encontradas, o tema em questão ainda carece de novas abordagens e investigações. Acreditamos que há necessidade de estudos que investiguem o entendimento do professor sobre as múltiplas representações semióticas da função afim e quais as consequências desse entendimento na utilização das múltiplas representações no processo de ensino e aprendizagem.

## REFERÊNCIAS

- ALMEIDA, Dionara Freire de. **Representações matemáticas nos processos de ensino e de aprendizagem da função afim com uso do software Geogebra**. 2013. 111 f. Dissertação (Mestrado) – Centro Universitário Univates, Rio Grande do Sul, 2013.
- ARTIGUE, M. **Ingeniere didactique. Recherches em didactiques des mathematiques**. Grenolbe. Lá Pensee Sauvage. Editions. 1990.
- AUSUBEL, D. P. **A aprendizagem significativa: a teoria de David Ausubel**. São Paulo: Moraes, 1982.
- BARBIER, René. **A pesquisa-ação**. Trad. Lucie Didio. Brasília: Plano Editora, 2002.
- BARDIN, L. **Análise de Conteúdo**. Lisboa: Edições 70, 1977.
- BATISTA, Rogério Cardoso. **Um estudo de representação de função afim em uma perspectiva de articulação entre Matemática e Física**. 2015. 128 f. Dissertação (Mestrado) – Universidade Federal do Mato Grosso do Sul, Mato Grosso do Sul, 2015.
- BERNARDO, Aislan Totti. **Os registros de representação no ensino de função polinomial do 1º grau: Uma proposta para o Caderno do Aluno do Estado de São Paulo**. 2011. 110 f. Dissertação (Mestrado) – Universidade Bandeirante de São Paulo, São Paulo, 2011.
- BICA, Luis Manuel Peliz Marques. **Funções em livros didáticos: relações entre aspectos visuais e textuais**. 2009. 146 p. Dissertação (Mestrado) – Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, São Paulo, 2009.
- BICUDO, M. A. Viggiane. org. **Educação Matemática**. São Paulo: Moraes, 1985.
- BRANDT, C. F; MORETTI, M. **O cenário da pesquisa no campo da educação matemática à Luz da Teoria dos Registros de Representação Semiótica**. Perspectiva da Educação Matemática. Campo Grande, v. 7, n. 13, p. 22-37. 2014.

BROUSSEAU, G. Fundamentos e Métodos da Didáctica da Matemática. In: BRUN, J. **Didática das Matemáticas**. Tradução de: Maria José Figueiredo. Lisboa: Instituto Piaget. p. 35-113. 1996.

CARDOSO, Mikaelle Barboza. **Múltiplas representações semióticas no ensino de função afim: Enfoque na formação inicial de professores de Matemática**. 2015. 173 f. Dissertação (Mestrado) – Universidade Estadual do Ceará, Ceará, 2015.

COBB, P.; CONREY, J.; DISESSA, A.; LEHRER, R.; SCHAUBLE, L. (2003). **Design experiments in education research**. Educational Researcher, v.32, n.1, pp.9-13.

COLOMBO, J. A. A.; FLORES, C. R.; MORETTI, M. T. **Registros de representação semiótica nas pesquisas brasileiras em educação matemática: pontuando tendências**. Zetetiké – Revista de Educação Matemática, Campinas, v. 16, n. 29, p. 41-72, jan./jun. 2008.

DAMM, R. F. **Registros de Representação**. In: MACHADO, Silvia D. A. Educação Matemática: uma (nova) introdução. São Paulo: EDUC, 2012, p.135-154.

DELGADO, Carlos José Borges. **O ensino da função afim a partir dos registros de representação semiótica**. 2010. 153 f. Dissertação (Mestrado) – Universidade do Grande Rio “Prof. José de Souza Herdy”, Rio de Janeiro, 2010.

DOMINGUES, Estefane Costa Rosa. **O aplicativo Winplot no ensino e aprendizagem de funções à luz da teoria dos registros de representação semiótica**. 2014. 66 f. Dissertação (Mestrado) – Universidade Federal do Norte Fluminense Darcy Ribeiro, Rio de Janeiro, 2014.

DUVAL, R. **Registros de representação semiótica e funcionamento cognitivo da compreensão em matemática**. In: MACHADO, S. D.A. (Org.). Aprendizagem em matemática: registros de representação semiótica. Campinas: Papirus, p.21, 2003.

DUVAL, R. **Registros de representação semiótica e funcionamento cognitivo do pensamento**. Revemat: Revista Eletrônica de Educação

Matemática, Florianópolis, v. 07, n. 2, p. 226-297, 2012. Trad. Méricles Thadeu Moretti.

FARIA, Renata Aparecida de. **Integração multimodal e coordenação de representações semióticas em atividades de função do 1º grau.** 2017. 120 f. Dissertação (Mestrado) – Universidade Estadual de Londrina, Paraná, 2017.

FERREIRA, F. A.; SANTOS, C. A. B.; CURI, E. **Um cenário sobre pesquisas brasileiras que apresentam como abordagem teórica os registros de representação semiótica.** Revista de Educação Matemática e Tecnológica Iberoamericana. Recife, v. 4, n. 2, p. 1-14. 2013.

FERREIRA, Norma Sandra de Almeida. **As pesquisas denominadas “Estado da Arte”.** In Educação & Sociedade. Ano XXIII, no. 79, agosto, 2002.

GOÉS, M. C. R. de. **A abordagem microgenética na matriz histórico-cultural: uma perspectiva para o estudo da constituição da subjetividade.** V.20, Campinas: Cadernos Cedes, 2000.

GOMES, Gabriel dos Santos Souza. **A função afim através da resolução de problemas: Um estudo de caso analisando os registros de representação semiótica.** 2017. 143 f. Dissertação (Mestrado) – Universidade Estadual da Paraíba, Paraíba 2017.

LAGO, Willanickson Jacksemuller Santos. **As contribuições dos registros de representação semiótica no processo de ensino e aprendizagem da função afim: um experimento com alunos do 1º ano do Ensino Médio do Instituto Federal do Maranhão/IFMA – Campus Avançado Rosário.** 2018. 83 f. Dissertação (Mestrado) – Universidade Estadual do Maranhão, Maranhão, 2018.

LEITE, Luciano Roque. **Considerações sobre o processo ensino-aprendizagem de funções.** 2016. 80 f. Dissertação (Mestrado) – Universidade Estadual de Ponta Grossa, Paraná, 2016.

LUCAS, Anderson Barros. **Equações e Funções: Descontinuidades conceituais.** 2009. 130 f. Dissertação (Mestrado) – Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, São Paulo, 2009.

MELO, Alex Gonçalves de. **Modelagem matemática no estudo das funções afim e quadrática.** 2017. 69 f. Dissertação (Mestrado) – Universidade Federal de Alagoas, Alagoas, 2017.

MENESES, Leonel Ricardo Machado. **Representações mobilizadas nas turmas de 1º ano do colégio de aplicação da Universidade Federal de Sergipe no ensino de função afim e quadrática.** 2014. 133 f. Dissertação (Mestrado) – Universidade Federal de Sergipe, Sergipe, 2014.

MOSSI, Shayene Vieira. **Análise discursiva das representações semióticas mobilizadas por licenciandos em Matemática no ensino e na aprendizagem de funções.** 2016. 91 f. Dissertação (Mestrado) – Universidade Federal de Santa Maria, Rio Grande do Sul, 2016.

NASCIMENTO, Maria José Almeida. **Os contextos explorados no ensino de função afim nos livros de matemática do Ensino Médio.** 2009. 121 f. Dissertação (Mestrado em Educação) – Universidade Federal de Pernambuco, Recife, 2009.

PINHEIRO, Antonio Cleyton da Silva. **O Ensino de Função Polinomial do 1º e 2º grau por construção de aplicativos: uma Análise Semiótica.** 2017. 362 f. Dissertação (Mestrado) – Universidade do Estado do Pará, Pará, 2017.

PINHEIRO, Tássia Cristina da Silva. **Análise de Registros de Representação Semiótica em uma Atividade Matemática com Ribeirinhos Muanenses.** 2015. 145 f. Dissertação (Mestrado) – Universidade do Estado do Pará, Pará, 2015.

POLYA, G. **A arte de Resolver Problemas;** (Heitor Lisboa de Araújo, trad.) Rio de Janeiro: Interciência, 1995. (trabalho original publicado em 1944).

PONTES, H. M. S.; FINCK, C. B.; NUNES, A. L. R. **O estado da arte da teoria dos registros de representação semiótica na educação matemática.** Educação Matemática Pesquisa, São Paulo, v. 19, n.1, p. 297-325, 2017.

RAMOS, Cristiano Souza. **Um experimento apoiado na teoria dos registros de representações semióticas sobre o ensino de função linear**

**afim em um ambiente computacional.** 2014. 210 f. Dissertação (Mestrado) – Universidade Anhanguera de São Paulo, São Paulo, 2014.

REIS, Adinilson Marques. **Uma proposta dinâmica para o ensino de função afim a partir de erros dos alunos no primeiro ano do ensino médio.** 2011. 167 f. Dissertação (Mestrado) – Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, São Paulo, 2011.

ROMANOWSKI, Joana Paulin; ENS, Romilda Teodora. **As pesquisas denominadas do tipo “estado da arte” em educação.** In Diálogo Educacional. Curitiba, v.6, n. 19, p. 37-50, set./dez., 2006.

SALIN, Eliana Bevilacqua. **Matemática dinâmica: uma abordagem para o ensino de funções afim e quadrática a partir de situações geométricas.** 2014. 206 f. Dissertação (Mestrado) – Universidade Federal do Rio Grande do Sul, Rio Grande do Sul, 2014.

SCANO, Fabio Correa. **Função Afim: Uma sequência didática envolvendo atividades com o Geogebra.** 2009. 149 f. Dissertação (Mestrado) – Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, São Paulo, 2009.

SILVA, Cintia Rosa da. **Conversão de Registros de Representação: desenvolvimento de aplicativos para o ensino – aprendizagem de funções.** 2009. 157 f. Dissertação (Mestrado) – Universidade do Sul de Santa Catarina, Tubarão, 2009.

TOZO, Fábio Luiz Dias. **Tarefas exploratórias-investigativas para a aprendizagem de função afim.** 2016. 81 f. Dissertação (Mestrado) – Universidade Federal de São Carlos, São Paulo, 2016.

VERGNAUD, G. A. Teoria dos Campos Conceituais. In: BRUN, J. (Org.). **Didática das Matemáticas.** Lisboa: Instituto Piaget. p. 155-191. 1996.