UNIVERSIDADE FEDERAL DE SANTA CATARINA

CENTRO DE CIÊNCIAS DA EDUCAÇÃO

PEDAGOGIA

VICENTE MALLMANN

BLOCOS LÓGICOS: PLANOS OU ESPACIAIS?

FLORIANÓPOLIS

2017

VICENTE MALLMAN

BLOCOS LÓGICOS: PLANOS OU ESPACIAIS?

Trabalho de conclusão de curso, apresentado na Universidade Federal de Santa Catarina para a obtenção do grau de licenciatura em Pedagogia.

Orientador: Prof. Dr. Everaldo Silveira.

FLORIANÓPOLIS

2017

VICENTE MALLMANN

BLOCOS LÓGICOS: PLANOS OU ESPACIAIS?

Este Trabalho de Conclusão de Curso foi julgado adequado para a obtenção do grau de licenciatura em Pedagogia e aprovado em sua forma final pelo Centro de Ciências da Educação da Universidade Federal de Santa Catarina.

Florianópolis, 20 de Novembro de 2017.

____

Prof.ª Dr.ª Patrícia Laura Torriglia

Coordenadora do Curso de Pedagogia

BANCA EXAMINADORA

Prof. Dr. Everaldo Silveira - Orientador (MEN/CED/UFSC)	Prof. Dr. André Ary Leonel - Titular (MEN/UFSC)
Profª. Ms. Jussara Brigo - Titular (PPGECT/UFSC)	Prof.Ms. Juliano Espezim Soares Faria – suplente (PPGECT/UFSC)

AGRADECIMENTOS

Às pessoas que me ofereceram sorrisos, café, chimarrão e cerveja nesses últimos anos como forma de demonstrar carinho e apoio na construção da trajetória acadêmica.

Aos meus pais por dedicarem tanto de seu precioso tempo à minha educação.

Ao Evera por me lembrar que a Matemática não precisa ser feita só de números e lágrimas.

E à minha amiga Gabriela Calônico porque ela pediu.

LISTA DE IMAGENS

RESUMO

Esse texto relata uma pesquisa que teve como objetivo compreender, analisar e problematizar a utilização de nomenclaturas equivocadas ao se nomearem objetos geométricos tridimensionais com nomes de objetos geométricos bidimensionais, especialmente no caso específico dos Blocos Lógicos. Para tal, além de alguns estudos teóricos sobre o campo da Geometria e sobre a Educação Matemática no que tange ao ensino e aprendizagem de geometria, tomamos como objetos de estudo as obras de autores que tratam sobre o material manipulável estruturado conhecido como Blocos Lógicos. Segundo o que defendemos nessa pesquisa, todos esses estudos apresentam falhas, as quais chamamos de equívocos, no que tange à nomenclatura de objetos vastamente estudados desde Euclides de Alexandria. Na conclusão, apresentamos nossa posição acerca de como devem ser nomeadas as peças dos Blocos Lógicos, mantendo coerência com os pressupostos relativos à Geometria Plana e Espacial e suas nomenclaturas, apresentados anteriormente.

Palavras-Chave: Geometria. Ensino de Geometria. Blocos Lógicos.

SUMÁRIO

INTRODUÇÃO

Ao longo da minha trajetória enquanto graduando de Pedagogia na Universidade Federal de Santa Catarina, fui percebendo a grande importância da Matemática para educação de forma geral, sobretudo durante a infância. A pouca identificação com esse campo de estudo que tive ao longo da minha infância me estimulou a estudar as causas para essa desmotivação. Embora sejam as marcas negativas que me tomem maior espaço na memória, afirmo que sempre tive curiosidade em saber como a Matemática funcionava, mesmo que na escola pouco compreendesse sobre o assunto.

Em tempos de definição da temática para a elaboração do presente trabalho, encontramo-nos, aluno e orientador, Vicente e Everaldo, com algumas ideias. Assim, pensamos em algumas possibilidades ao pesquisar as temáticas mais recorrentes em trabalhos de conclusão de cursos e resolvemos nos direcionar para algo não tão comum. Foi quando o professor Everaldo me reapresentou aos estudos de Geometria. Mas por que eu desenvolveria um estudo sobre algo que me trouxe tanta dificuldade na infância? As primeiras memórias são as de tentar fazer as tarefas da escola aos prantos, já que as letras e números vinculados às linhas e um monte de palavras diferentes me confundiam. E, quanto aos resultados sobre esses, nem abro comentários.

Pois bem. Transformamos o desmotivo do passado em motivação para esse estudo. Ao longo das pesquisas, encontramos materiais concretos que podem cumprir funções semelhantes às dos blocos. Além de inúmeras atividades para desenvolver o pensamento geométrico. Atividades de grande potencial, porém, recorrentemente descritas de forma inadequada, com nomenclaturas equivocadas. Neste trabalho, então, expusemos algumas dessas atividades e seus desenvolvimentos, sempre questionando os ‘porquês’ desses equívocos de nomenclatura no campo da Geometria.

Sendo assim, estabelecemos como objetivo compreender, analisar e problematizar a utilização de nomenclaturas equivocadas ao se nomearem objetos geométricos tridimensionais com nomes de objetos geométricos bidimensionais, especialmente no caso específico dos Blocos Lógicos, com vistas à sua utilização em ambientes de ensino e aprendizagem.

Este trabalho foi organizado da seguinte forma:

No primeiro capítulo, apresentamos alguns aspectos da Geometria Plana e da Geometria Espacial, usando argumentação encontrada na obra “Os elementos” de Euclides (2009) para expor diferenças e semelhanças das suas propriedades.

No segundo capítulo, expusemos um breve histórico do uso da Geometria, apresentando o modo de ver a Geometria em suas utilidades.

No terceiro capítulo, expusemos algumas percepções sobre ensino e aprendizagem de Matemática e Geometria nos Parâmetros Curriculares Nacionais.

No quarto capítulo, apresentamos os Blocos Lógicos, suas características composicionais e sua utilização, através da exposição de algumas atividades, relacionando-as ao desenvolvimento de processos mentais na infância.

No quinto capítulo, apresentamos a teoria do casal Van Hiele(1959) sobre o desenvolvimento do pensamento geométrico, abordando os níveis e as fases.

O sexto capítulo dedicamos à linguagem geométrica, expondo autores que utilizam os Blocos Lógicos para elaborar atividades que desenvolvem as questões expostas nos capítulos anteriores (processos mentais, níveis e fases do pensamento geométrico).

Nas considerações finais, analisamos o desenvolvimento obtido neste trabalho, à luz dos objetivos propostos, e sugerimos adequações para nomear os objetos representados nos Blocos Lógicos.

1. GEOMETRIA PLANA E GEOMETRIA ESPACIAL

O desenvolvimento deste trabalho perpassa pela compreensão, mesmo que não aprofundada, de dois grandes campos da Geometria Euclidiana: a Geometria Espacial e a Geometria Plana. Dessa forma, a seguir, passaremos a expor algumas características dessas duas áreas, de modo a percebermos semelhanças e diferenças em suas propriedades, conhecimento essencial para compreendermos a discussão proposta na nossa pesquisa.

A Geometria Plana, ou Geometria Bidimensional, é parte da Geometria Euclidiana que se dedica ao estudo de figuras geométricas caracterizadas por conterem duas dimensões. Essas dimensões são comumente nomeadas de "base e altura", "largura e comprimento" "largura e altura" ou "altura e comprimento" e até de lados.

Euclides organizou mais de quatrocentas noções, conceitos, definições e axiomas voltados à composição de objetos pertencentes à Geometria Plana e Espacial, apresentando tudo isso na obra "Os elementos" (EUCLIDES, 2009). A seguir, expomos algumas dessas noções que têm maior importância para definir alguns objetos e características dos estudos da Geometria Plana.

Para Euclides (2009 p.97), "Ponto é aquilo que de que nada é parte." Sendo assim, o ponto é classificado pelo autor como adimensional. Ele ainda afirma que "[...] linha é o comprimento sem largura" (EUCLIDES, 2009, p.97). Aqui o autor está afirmando que a linha ou a reta são unidimensionais, ou seja, possuem apenas uma dimensão. Ao tratar sobre linha reta, Euclides a considera como "[...] aquela que está posta por igual com os pontos sobre si mesma [...]" (EUCLIDES, 2009, p.97).

Ainda, ao tratar sobre superfície, o autor afirma que "[...] é aquilo que tem somente comprimento e largura [...]. Superfície plana é a que está posta por igual com as retas sobre si mesma [...]." (EUCLIDES, 2009, p.97).

Ao acessar minhas memórias, lembro-me do quão comum era os professores de matemática tentarem "concretizar" a Geometria Plana afirmando, por exemplo, que folha de papel seria um retângulo, desconsiderando sua espessura. Dessa forma, imagino que tentavam tornar o assunto mais palpável visando ao seu ensino e à aprendizagem de seus alunos. Mas essa caracterização estaria certa?

Numa folha de papel pode ser observada uma terceira dimensão, ou seja, além de termos uma “largura” e um “comprimento” da folha, ainda temos uma “espessura” ou “profundidade”. É importante que se compreenda que não existe a possibilidade de segurar um objeto bidimensional, pois esse só existe no mundo das ideias, isto é, em um mundo no qual são possíveis objetos sem existência física concreta. Uma vez que o objeto de estudo seja pertencente ao mundo físico, certamente é um objeto tridimensional e deve ser tratado segundo as normas e convenções estabelecidas para tais objetos.

À Geometria Espacial, por sua vez, cabe descrever e organizar estudos sobre sólidos geométricos, ou seja, objetos possíveis também no mundo real, que possuem, além daquelas duas dimensões das figuras planas, uma terceira dimensão já nomeada anteriormente como “espessura” ou “profundidade”.

A seguir expomos algumas representações de objetos provenientes da geometria espacial e da geometria plana.

As primeiras são, a ‘Imagem 1’ uma representação de um sólido geométrico conhecido como prisma de base retangular, ou ‘paralelepípedo’ e ‘Imagem 2’, representação de uma figura plana conhecida como ‘retângulo’:

Imagem 1 - Prisma de base retangular

Fonte: Autor

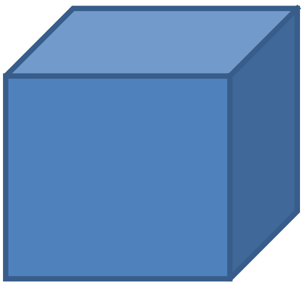
Imagem 2 - Retângulo

Fonte: Autor

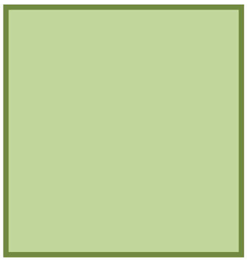
As imagens abaixo representam, a ‘Imagem 3’, um sólido geométrico, ao qual se atribui o nome ‘cubo’, ou prisma de base quadrada e a ‘Imagem 4’, uma figura plana que se chama ‘quadrado’:

Imagem 3 - Cubo

Imagem 4 - Quadrado



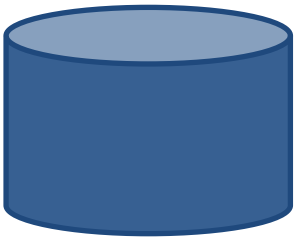
Fonte: Autor



Fonte: Autor

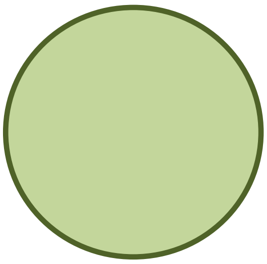
As imagens respectivamente apresentadas representam: ‘imagem 5’, um ‘cilindro’ ou prisma de base circular e, ‘Imagem 6’ uma figura plana conhecida como ‘círculo’:

Imagem 5 - Cilindro



Fonte: Autor

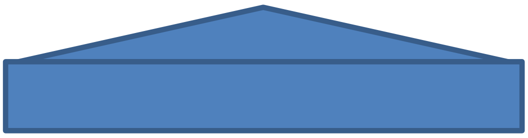
Imagem 6 - Círculo



Fonte: Autor

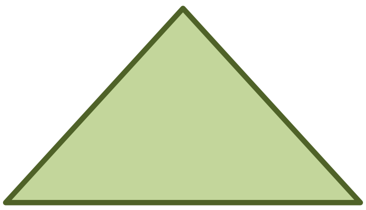
Das próximas imagens, a ‘imagem 7’ é um prisma de base triangular, enquanto a ‘Imagem 8’ é uma figura plana denominada ‘triângulo’:

Imagem 7 - Prisma de base triangular



Fonte: Autor

Imagem 8 - Triângulo



Fonte: Autor

As imagens aqui apresentadas evidenciam diferenças fundamentais nas representações dos elementos que compõem as Geometrias Plana e Espacial. As imagens 1, 3, 5 e 7 encontram-se representadas em três dimensões, que podem ser nomeadas como largura, comprimento e profundidade. Já as imagens 2, 4, 6 e 8 representam a Geometria Plana que é caracterizada por duas dimensões, que podem ser chamadas de largura e comprimento.

A seguir apresentamos uma breve perspectiva sobre o desenvolvimento da Geometria.

2. BREVE HISTÓRICO DA GEOMETRIA

Pavanello (1989) descreve que a Geometria foi desenvolvida para solucionar questões práticas da vida, como encontrar mecanismos que pudessem auxiliar no aumento da eficiência do manejo das terras para a agricultura ou estudo das relações entre os astros.

A autora destaca, ainda, o conhecimento de Geometria como restrito às classes burguesas até determinado momento histórico. Passada esta primeira fase histórica, as classes populares perceberam a necessidade de ter acesso a conhecimentos que, até então, eram privilégio da burguesia, enquanto, nesse mesmo movimento, a burguesia decide conceder educação ao proletariado. Evidentemente, a educação oferecida ao povo era distinta da que a burguesia tinha para si, pois era voltada às questões relacionadas ao emprego fabril da sua força e controle social, em benefício do desenvolvimento industrial.

Martin Carnoy, citado por Pavanello (1989, p.77), descreve que o surgimento das novas necessidades formativas para o trabalho valoriza postos em que o lado físico da força de trabalho é menos exigido. Assim, novos cursos são desenvolvidos, com o intuito de capacitar o trabalhador para novas demandas de trabalho. Estes cursos ainda apresentavam algumas distinções quando comparados ao ensino clássico de geometria.

Segundo Pavanello (1989), às escolas foi atribuída a tarefa de formar para o trabalho. Conforme já mencionamos anteriormente, o mercado, ao se desenvolver, exige novas qualificações para os postos de trabalho e são as escolas e universidades os espaços responsáveis por essa formação.

De acordo com Miranda (2003), há, historicamente, a divisão (e posteriormente a fusão) da Matemática em três campos de saber: Álgebra, Aritmética e Geometria. Em se tratando de ensino e aprendizagem, o espaço desta última nos currículos é reduzido em decorrência das outras duas, visto um latente maior interesse pelo estudo do número e suas operações.

Dessa maneira, a Geometria que, via de regra, prioriza o raciocínio lógico dedutivo, com a análise de fatos e suas relações permitindo o questionamento e estabelecimento de relações entre novas questões e fatos, é preterida em função de outra forma, caracterizada como tradicional, que prioriza o uso mecânico de regras, conferindo, assim, aos indivíduos, uma característica de desmotivo no que toca à aprendizagem. A educação matemática, desta forma, se priva de um objetivo que, para além do conhecimento de normas e operações é de desenvolver estratégias e processos de pensamento (PINHO; BATISTA; CARVALHO, 2011, p.227).

Os autores comentam que o teorema de Pitágoras é um exemplo de como o ensino da Matemática não explora o significado das relações e dos objetos matemáticos:

> Uma observação importante sobre o teorema de Pitágoras é que o seu significado tem sido geralmente negligenciado no ensino básico. Isto se deve ao fato de que o ensino de matemática tem enfatizado principalmente as habilidades de manipulação algébrica por parte dos alunos. Como consequência, o teorema de Pitágoras é considerado apenas como uma relação algébrica obedecida pelos lados de um triângulo retângulo. Dificilmente se explora o real significado do teorema, que é uma relação entre as áreas dos quadrados sobre os lados de um triângulo retângulo.(PINHO; BATISTA; CARVALHO, 2011, P.227)

Na sequência, apresentam como o teorema é operacionalizado nos livros didáticos escolares:

> É comum em muitos livros didáticos e em muitas salas de aula a seguinte sequência de exercícios: 1) Dado um triângulo retângulo e conhecidas as medidas de seus catetos, calcular a medida da hipotenusa (são dúzias de exercícios desse tipo, disfarçados de problemas sobre o comprimento de escadas encostadas em paredes, ou distâncias entre carros que andam em ruas perpendiculares, mas não passam de um exercício numérico trivial). 2) Dado um triângulo retângulo onde são conhecidos os valores do comprimento da hipotenusa e de um dos catetos, encontrar o valor do outro (novamente, dezenas de exercícios desse tipo, recheados de exemplos de situações “reais”). 3) Finalmente, dado um triângulo onde são conhecidas as medidas dos três lados, decidir se esse triângulo é retângulo ou não (em geral são problemas em que o fato de se ter um triângulo retângulo facilita grandemente sua solução, caso contrário torna-se praticamente impossível). O grande problema desse item (3) é que ele utiliza a recíproca do teorema de Pitágoras que, em geral, não é sequer enunciado, muito menos demonstrado. (PINHO; BATISTA; CARVALHO, 2011, p.227).

Como nas aplicações iniciais da Matemática e da Geometria para a humanidade, conforme comentado no início do texto e para que possamos minimizar a questão evidenciada pelos autores, nas escolas deve-se considerar a necessidade do uso dessas ciências em benefício do mundo físico e real, conforme corrobora Ivan Niven em sua recomendação: “Relacione a geometria com as tendências da matemática e do mundo físico e real". (NIVEN, 1994, p.53). Essa recomendação afirma a necessidade do currículo escolar estabelecer conexões reais com o cotidiano das crianças.

No próximo capítulo apresentamos os Parâmetros Curriculares Nacionais para a Matemática e, dentre os assuntos tratados, abordaremos a Geometria escolar em algumas de suas características.

3.O ENSINO E APRENDIZAGEM DE MATEMÁTICA NOS PARÂMETROS CURRICULARES NACIONAIS

Os Parâmetros Curriculares Nacionais de Matemática – PCN (BRASIL, 1997), além de apresentarem a importância dessa área de conhecimento para o desenvolvimento individual e coletivo, entram em questões relacionadas à interdisciplinaridade, citam o papel da matemática para tanto, quando mostram um breve histórico do desenvolvimento do pensamento matemático, desde a importância para realização de atividades relacionadas à vida prática até o surgimento da necessidade de estabelecimento de relação com questões abstratas.

Os PCN (1997) indicam que, em determinado momento, houve excessiva preocupação com questões puramente teóricas, de pouca importância para a realidade dos aprendizes, oque acabou por criar, tanto para esses quanto para educadores, um caráter desmotivador para o ensino e aprendizagem de questões relacionadas à área que, ocorrendo logo nos primeiros anos de escola, compromete o decorrer de toda a trajetória escolar. Dentre outros trechos, afirma que

> Parte dos problemas referentes ao ensino de Matemática estão relacionados ao processo de formação do magistério, tanto em relação à formação inicial como à formação continuada. Decorrentes dos problemas da formação de professores, as práticas na sala de aula tomam por base os livros didáticos, que, infelizmente, são muitas vezes de qualidade insatisfatória. A implantação de propostas inovadoras, por sua vez, esbarra na falta de uma formação profissional qualificada, na existência de concepções pedagógicas inadequadas e, ainda, nas restrições ligadas às condições de trabalho. (BRASIL, 1997, p.22)

O excerto destacado acima constata que as deficiências da atuação docente no que se refere ao ensino de Matemática estão ligadas à falta de cuidado para a produção dos livros didáticos, somadas a questões ligadas à atuação e formação docente que toma estes por base para a construção do conhecimento.

Ainda sobre o ensino da Matemática nas escolas, agora tratando da Matemática Moderna, os PCN consideramque

> Ao aproximar a Matemática escolar da Matemática pura, centrando o ensino nas estruturas e fazendo uso de uma linguagem unificadora, a reforma deixou de considerar um ponto básico que viria se tornar seu maior problema: o que se propunha estava fora do alcance dos alunos, em especial daqueles das séries iniciais do ensino fundamental.(BRASIL,1997, p. 21).

Dessa forma, assim como Brasil (1997), consideramos que a constante revisão do currículo escolar é necessária, tendo em vista que os assuntos a serem tratados nas escolas devem estar distribuídos de forma a proporcionar aos educandos que tenham capacidade de desenvolver-se de forma interessante e motivadora.

Piaget, conforme Grando (2000, p. 13), é um dos críticos à forma e conteúdo de ensino da Matemática. Em seus estudos, ele garante que os aprendizes são desmotivados para aprender matemática pelo simples fato de ser a transmissão de conhecimentos prontos e acabados a forma adotada pelos professores ao expor os conteúdos que, alheios ao cotidiano, não estimulam a postura ativa, que tenderia a favorecer a aprendizagem de conteúdos relacionados à Matemática. Alguns professores, não só por acreditarem no potencial do modelo tradicional de ensino, além do caráter facilitador do trabalho, tem a descrença no potencial dos aprendizes. Os docentes, ao encararem determinados conteúdos e as formas teórico metodológicas que deveriam assumir para a construção do conhecimento nos ambientes de aprendizagem, assumemuma postura que caracteriza o conhecimento a ser sistematizado e trabalhado como demasiado complexo para os aprendizes, quando, na verdade, o portador da dificuldade em lidar com o conhecimento é da docência, conforme corrobora Lorenzato (1995).

Além dessa limitação magistral, um dos fatores atravancadores do ensino e aprendizagem de geometria nas escolas está exposto por Pavanello (1989, p.6), em que a autora afirma que "[...] o costume de programar o ensino de geometria para o final do ano letivo é, de outro modo, reforçado pelos livros didáticos que, pelo que pude observar, abordam esses temas quase sempre por último." Evidentemente que, sendo uma colocação datada de quase 30 anos, ela pode ser questionada quando atualizada, especialmente porque, se foi utilizada como indicativo aos produtores de livros didáticos, esses passaram a modificar a forma de apresentação da Geometria em seus materiais.

Em contrapartida ao pouco espaço nas grades curriculares, os PCN oferecem possibilidades para a organização do trabalho pedagógico relacionado à Matemática. Tal documento parametrizador faz referência à **Resolução de Problemas**, a história da matemática, às tecnologias da informação e aos **Jogos**, colocando situações em que o uso desses recursos pode favorecer o aprendizado, principalmente por facilitar a atribuição de sentido à aprendizagem de acordo com o contexto educativo e objetivo pré-estabelecido, favorecendo a motivação do educando ao oferecer-lhe desafios para dar continuidade ao uso de determinadas ferramentas para o aprendizado. Nesse sentido, a obra estabelece princípios norteadores para o ensino da Matemática nas escolas. Dentre eles destacamos este excerto a respeito:

> No ensino da Matemática, destacam-se dois aspectos básicos: um consiste em relacionar observações do mundo real com representações (esquemas, tabelas, figuras); outro consiste em relacionar essas representações com princípios e conceitos matemáticos. Nesse processo, a comunicação tem grande importância e deve ser estimulada, levando-se o aluno a "falar" e a "escrever" sobre Matemática, a trabalhar com representações gráficas, desenhos, construções, a aprender como organizar e tratar dados. (BRASIL,1997, p.19).

Trata-se, no que se refere ao trabalho docente para a Matemática, de oportunizar momentos de aprendizagem e construção do conhecimento nos quais os educandos aprendam a nomear objetos e conceitos. Poderão eles, assim, estabelecer relações entre questões ligadas ao cotidiano concreto e outras questões conceituais, contribuindo para que não seja necessária a presença concreta de determinado objeto para que se possa fazer referência acerca de suas características.

Ademais, os PCN, ao indicar sobre possibilidades para o trabalho pedagógico com a Matemática nas escolas, trazem o alerta de que

> A recomendação do uso de recursos didáticos, incluindo alguns materiais específicos, é feita em quase todas as propostas curriculares. No entanto, na prática, nem sempre há clareza do papel dos recursos didáticos no processo ensino-aprendizagem, bem como da adequação do uso desses materiais, sobre os quais se projetam algumas expectativas indevidas. (BRASIL, 1997, p.23).

Conforme apresentado anteriormente, os materiais didáticos, embora ofereçam uma gama de alternativas para o trabalho, por vezes, podem confundir os professores que, por falta de conhecimento acerca de determinados assuntos, tomam por verdade o que encontram em suas fontes de consulta mais usuais. Além disso, talvez sejam levados a pressupor que podem ser desenvolvidas algumas atividades cujos objetivos não sejam os que o material proporciona para serem cumpridos.

Araújo, citada por Kakizaki (2014, p.16), acerca do ensino de Geometria nas escolas de ensino fundamental, comenta que

> É fácil encontrar-se entre alunos, das diferentes séries, ou até mesmo entre professores, aqueles que confundem o cubo com o quadrado; não identificam propriedades comuns ao quadrado e ao losango, ou ao quadrado e ao retângulo; (...).

> Todas essas observações demonstram que a percepção visual do espaço geométrico é confusa e equivocada.

Já discutimos anteriormente algumas justificativas encontradas não só em discursos de professores e professoras, mas também pelos PCN, que procuram explicar a razão do não ensino ou da dificuldade de ensinar Geometria nas escolas. Acreditamos, acrescentando à colocação da autora, que a dificuldade que os aprendizes encontram nos conteúdos relacionados à Geometria decorre em parte significativa da pouca compreensão que os professores e professoras construíram sobre o assunto ao longo de sua trajetória escolar e acadêmica.

Sobre as dificuldades em se ensinar e aprender Geometria,Usiskin (1994, p.22) sugere que "[...] o conhecimento de geometria dos alunos no final da escola elementar é irregular e bastante limitado [...]". O autor dá sustentação a essa afirmação mostrando dados sobre o conhecimento conferido em testes que perguntavam sobre ângulos complementares e definição de figuras, nos quais menos da metade dos avaliados respondeu corretamente. Usiskin(1994, p. 24) dá sequência ao texto afirmando que "[...] esse baixo desempenho acontece por conta de um ciclo em que os alunos que tem insucessos relacionados a esse conhecimento abandonam os estudos." Afirma, ainda, que "[...] para melhorar o desempenho dos alunos, precisamos ampliar o grupo de pessoas que desejam estudar geometria e, para ampliar esse grupo, é preciso que haja um número maior de alunos com bom desempenho em seus estudos de geometria."

Dando sequência, o teórico sugere medidas a serem tomadas para que isso aconteça, dentre as quais destacamos: "Não afastar os alunos do estudo de geometria por eles serem fracos em aritmética ou em álgebra." (USISKIN, 1994, p.24). Para ilustrar essa afirmação o autor apresenta uma ideia análoga: "Como você não é muito bom em basquete, também não vamos deixa-lo jogar boliche." (USISKIN, p.24).Complementa ainda afirmando que, às vezes, por se constatar que os alunos num dado momento não são capazes de realizar determinadas tarefas, as capacidades que eles já desenvolveram não tomam evidência.

A segunda medida apresentada pelo autor defende que se deve "Exigir que todos os futuros professores de matemática, da escola elementar ou secundária, estudem geometria na faculdade". (USISKIN, 1994, p.25). Para ele, poucos professores estudaram Geometria de modo suficiente, mesmo licenciados em Matemática.

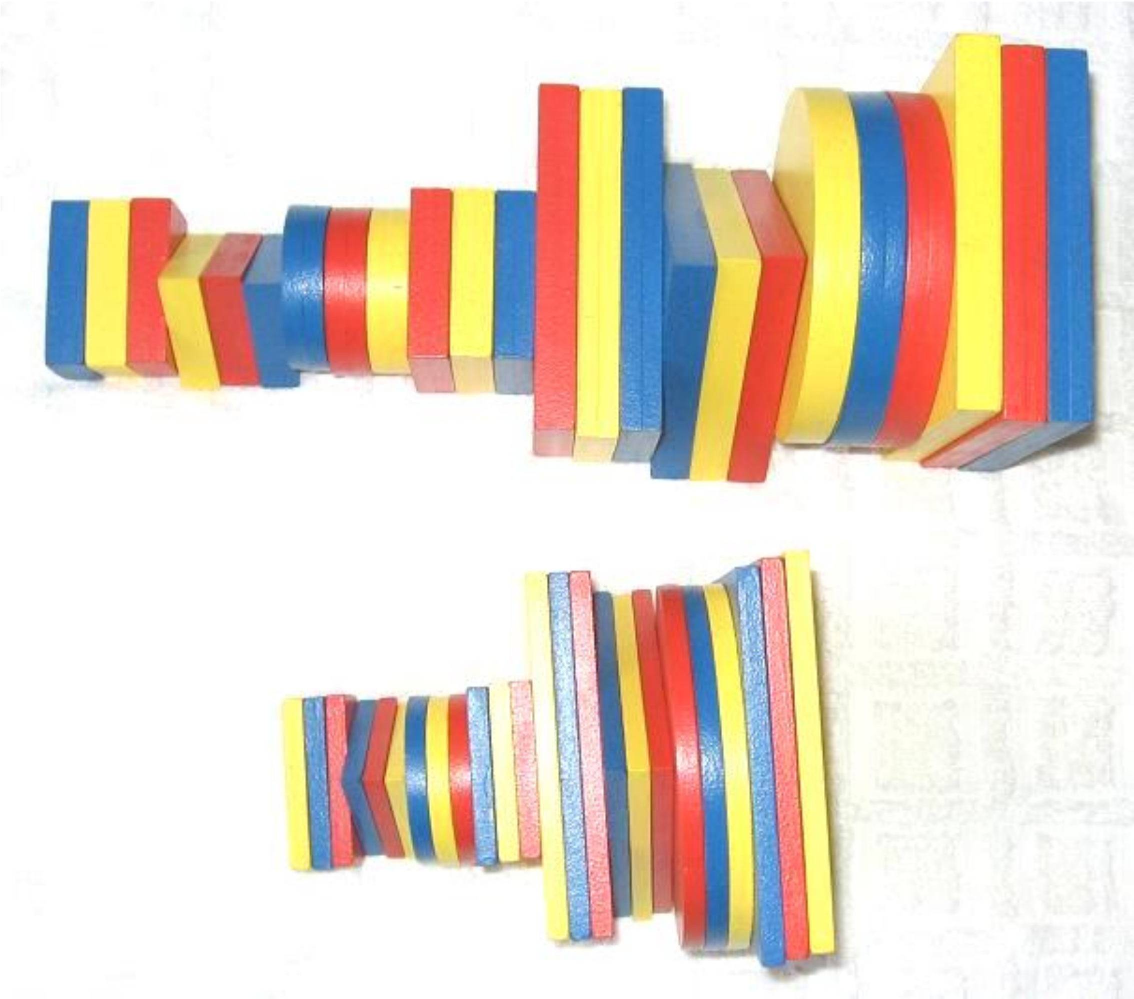
Essa situação se aplica ao curso de graduação em Pedagogia da Universidade Federal de Santa Catarina, em que dedicamos apenas 144 horas-aula para o estudo de Matemática, em um total de aproximadamente 3800 horas de aulas do currículo básico (UFSC, 2009). Essa situação não se aplica somente ao tempo dedicado à Matemática, mas a outras áreas de estudos. Essas 144 horas citadas como exemplo exigem que seja aplicada mais uma recomendação de Niven (1994, p.54): "Elimine a verborragia e evite a excessiva elaboração do óbvio." Ele exemplifica a afirmação citando dois teoremas de Euclides em que apenas uma palavra ao final do primeiro eliminaria a necessidade do segundo. Nesse sentido, compreendemos que a prolixidez ao ensinar Geometria pode tornar o aprendizado enfadonho, o que contribuiria para a pouca dedicação, docente e discente, aliado ao fato desta ciência abordar termos novos ao vocabulário infantil.

A seguir apresentamos os Blocos Lógicos, material estruturado que oferece potencial para o desenvolvimento cognitivo. No próximo capítulo, desenvolvemos a exposição dos processos mentais publicados por Lorenzato (2009), associando-as a atividades que permitem a utilização dos Blocos Lógicos.

4. OS BLOCOS LÓGICOS

Esse conjunto de blocos, desenvolvido por Dienes (1969) é composto por quarenta e oito peças sendo elas de bases quadradas, retangulares, triangulares e circulares, nas cores azul, vermelha ou amarela, e de duas espessuras, grossa e fina,, e dois tamanhos, pequeno e grande, de acordo a imagem a seguir:

Imagem 9 - Os Blocos Lógicos



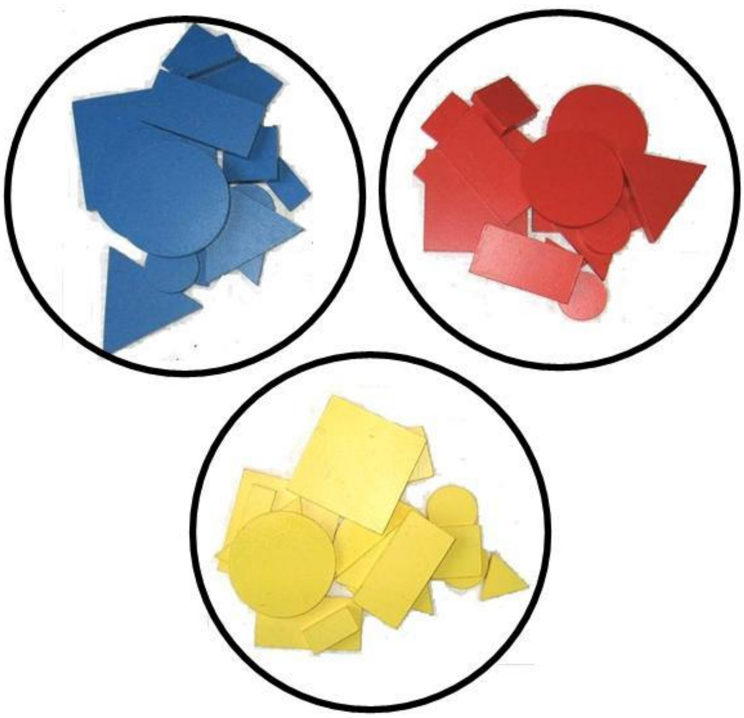
Fonte: Elaborado pelo autor

Dentre os conceitos que podem ser explorados com os Blocos Lógicos Lorenzato (2009) destaca os seguintes: classificação, comparação, conservação, correspondência, inclusão, sequenciação e seriação, os quais serão abordados mais adiante.

Segundo as orientações de Simons (2011), o manuseio dos Blocos Lógicos deve se dar, em primeiro momento, de forma livre por parte do aprendiz, para que este possa explorar as possibilidades oferecidas pelo material de forma a proporcionar estímulo à continuidade do trabalho.

Dentre as diversas possibilidades de trabalhos que os Blocos Lógicos oferecem, descreveremos, a título de exemplificação, algumas expostas por Simons (2011).A primeira atividade proposta sugere que os blocos sejam agrupados em três espaços separados (esses três espaços são delimitados por grandes círculos). Neles, o aprendiz separaria os objetos de acordo com suas cores, uma para cada círculo desenhado. De acordo com a autora, é adequado que se inicie o trabalho de classificação com as crianças pela diferenciação de cores, por este ser o primeiro critério percebido por elas.

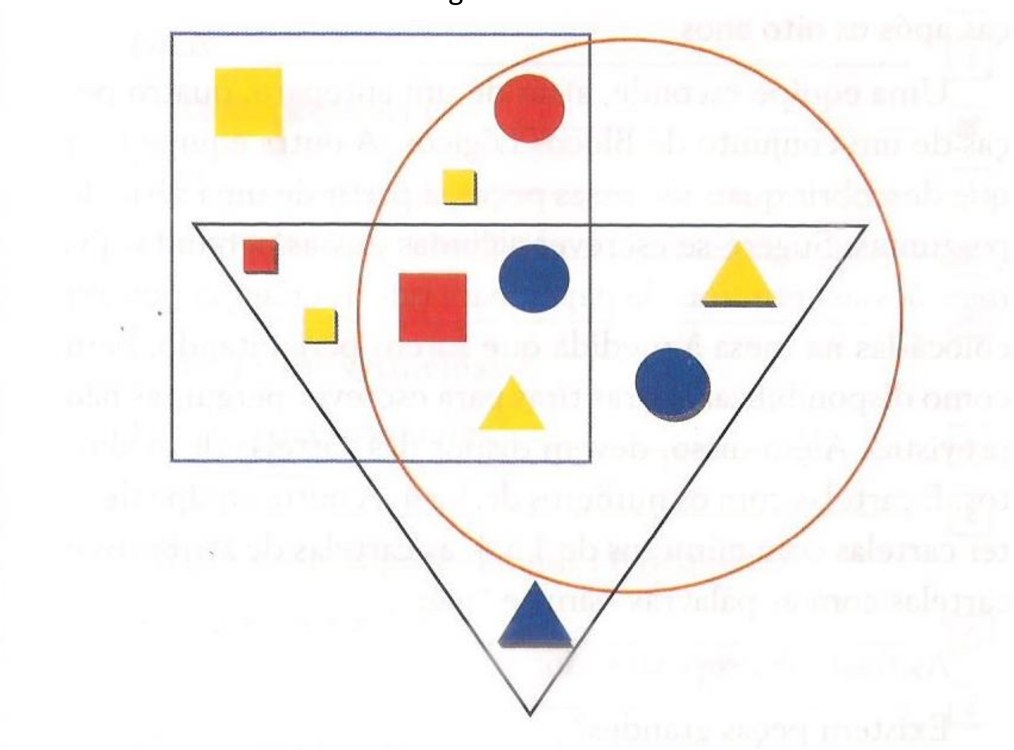
Imagem 10 -Atividade 1



Fonte: do Autor

Em uma segunda atividade, a autora sugere que sejam desenhados um quadrado, um triângulo e um círculo, de forma que as figuras estejam superpostas. Nelas, poderiam ser alocados os blocos da seguinte forma: onde há superposição do quadrado e do triângulo, prismas triangulares e quadrangulares podem ser alocados. Onde não há superposição, somente a forma correspondente à figura pode ser alocada. Se houver superposição das três figuras, três formas podem ser alocadas. (SIMONS, 2011, p.175). A autora descreve um trecho da atividade da seguinte forma: “Onde há superposição de quadrado e triângulo, podem ser feitas construções de quadrados e triângulos.” (2011, p.175). Observe que ela se refere aos Blocos Lógicos (sólidos tridimensionais) usando nomes de figuras planas.

Imagem 11 - Atividade 2



Fonte: SIMONS (2011, p.175).

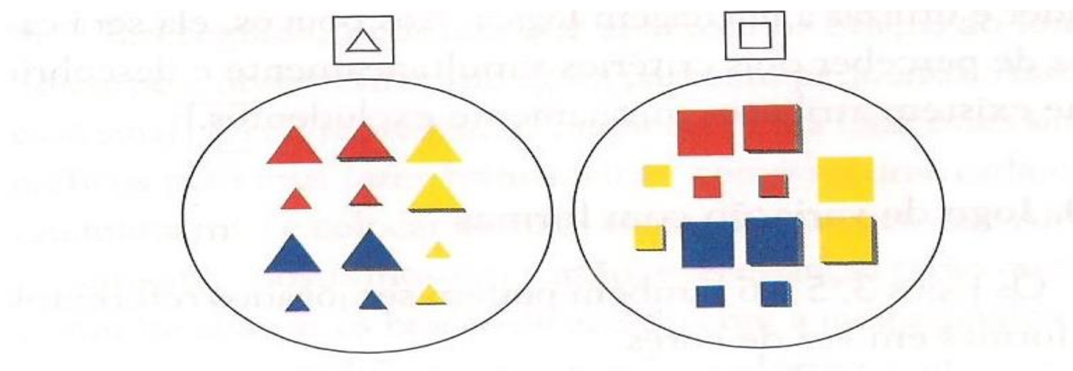
Como já mencionado, os conceitos possibilitados pelo trabalho com os Blocos Lógicos(classificação, comparação, conservação, correspondência, inclusão, sequenciação e seriação) serão descritos brevemente a seguir, com base nos estudos de Lorenzato (2009).

A **classificação** é a capacidade de categorizar de acordo com uma qualidade que distingue ou a iguala a determinados conceitos. A **comparação** se traduz na capacidade de reconhecer semelhanças ou diferenças entre conceitos. A **conservação** se observa quando a posição ou a forma não influem na quantidade. A **correspondência** é caracterizada quando há relações ‘um para um’. A **inclusão** se dá quando grupos de características distintas são unidos por uma delas, formando um grupo maior. A **sequenciação** acontece quando há sucessão entre elementos, sem que haja critério. A **seriação,** por sua vez, acontece quando há critério para o estabelecimento de uma ordem sequencial. Acerca desses processos mentais, Lorenzato (2009) lembra que não são exclusivos do campo da Matemática, constituindo-se, então, como fundamentais para o cotidiano das pessoas, independente de sua idade ou contexto social, porque colaboram com a organização do raciocínio.

A seguir, apresentamos algumas atividades que possibilitam o trabalho com cada um dos conceitos destacados no parágrafo anterior:

A **classificação**, que é exemplificada por Lorenzato (2009, p.5) "[...] na escola, a distribuição dos alunos por séries; [...] dadas várias peças triangulares e quadriláteras, separá-las conforme o total de lados que possuem." Pode ser ilustrada também com uma atividade publicada por Simons (2011 p.64-65), para qual a autora atribui o título "Jogo de classificação pelo critério forma." Nela, a autora explica que devem ser criados quatro espaços, identificados com as figuras correspondentes às faces dos Blocos Lógicos. A tarefa a ser realizada pelo aprendiz é a de separar os blocos, conforme o título, pelo critério 'forma', dessa maneira, alocando os blocos de base quadrada em um dos espaços, os de bases retangulares em outro e assim por diante. Separados os blocos, o aprendiz pode entender que há diversos critérios que podem ser escolhidos para organizar objetos. Poderia, por exemplo, ser escolhido o 'critério cor' ou o 'critério espessura'.

Imagem 12 - Atividade 3



Fonte: adaptado de SIMONS (2011, p.65).

A **comparação** é exemplificada por Lorenzato (2009, p.5) com as questões "esta bola é maior que aquela; moro mais longe que ela; somos do mesmo tamanho?" Para exemplo de atividade que tenha como objetivo construir e/ou desenvolver este conceito, sugerimos, com o uso dos Blocos Lógicos, atividades que ocasionem o confronto entre as peças e a necessidade de distinguir seus atributos, de forma que o aprendiz tenha que verbalizar frases como: “essa peça tem mais vértices que essa” ou “esta é maior que aquela” e as tantas comparações possíveis. Podemos ainda questionar: o que há de semelhante entre esse bloco e esse outro? E o que há de diferente entre eles?

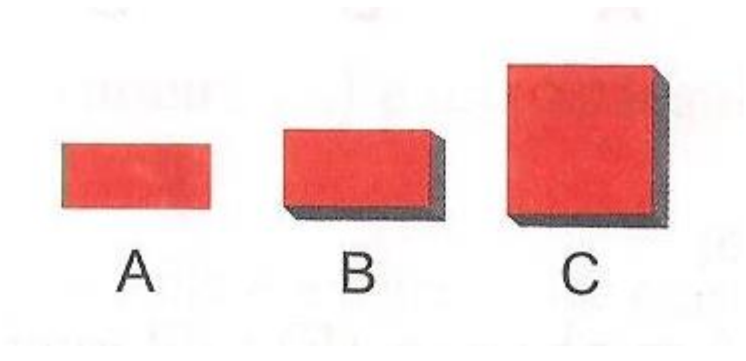
Dessa maneira, percebemos que a comparação está presente em todas as atividades que envolvem os Blocos Lógicos, pois é através dela que é possível perceber as semelhanças e diferenças.

Nesse sentido, Simons (2011) apresenta jogos que evidenciam essa questão. Um deles, denominado ‘Jogo de dominó com apenas uma diferença’, ela descreve como regra para a disposição de peças no jogo:

> A próxima peça deve ter uma diferença, apenas uma. Isto significa que, se começamos com um retângulo vermelho, grande e fino, a próxima peça pode ser um retângulo vermelho grande e grosso, tendo como diferença apenas a espessura; a seguinte, um quadrado vermelho, grande e grosso, tendo como diferença apenas a forma e assim por diante.(SIMONS, 2011, p. 82).

De modo a exemplificar uma resposta esperada, Simons (2011, p.82) descreve um diálogo: “[...]A minha peça [...] também é um retângulo, também é vermelha, também é grande, **mas** é grossa” Para a sequência do jogo ela exemplifica: “[...] A minha peça [...] também é vermelha, é grande, grossa, **porém** é quadrada.”

Imagem 13 - Atividade 4



Fonte: SIMONS (2011, p.82).

A autora expõe diversas variações dessa atividade, mudando a quantidade de atributos que devem ser distintos ou iguais.

A **conservação**, descrita por Lorenzato (2009, p.5) como a capacidade de perceber "[...] que a quantidade não depende da arrumação, da forma ouda posição [...]", pode ser exemplificada como uma caixa que, não importando a face sobre a qual está apoiada, conserva suas propriedades.

Uma maneira de verificar a capacidade de conservação pode envolver dinheiro: oferecendo cinco moedas de dez centavos ou uma de um real, determinar que seja feita a escolha sobre a preferência da criança. Pode essa acreditar que, ao escolher as cinco moedas, terá mais dinheiro que a outra que terá uma só. Frases como: "estas valem mais porque são douradas" ou "tenho mais moedas, então tenho mais dinheiro" contemplam a percepção de que a capacidade de conservação, neste caso ainda não é uma característica presente.

A **correspondência,** ocasionada quando há estabelecimento de relações "um a um", pode ser encontrada quando há relação de proporção entre duas ou mais coisas. Este conceito é exemplificado por Lorenzato da seguinte forma:

> [...]um prato para cada pessoa; cada pé com seu sapato; a cada aluno, uma carteira. Mais tarde, a correspondência será exigida em situações do tipo: a cada quantidade, um número (cardinal); a cada número, um numeral; a cada posição (numa sequência ordenada), um número ordinal. Pode haver, também, a correspondência "um para muitos"; por exemplo, Maria é um nome que se refere a várias pessoas. (LORENZATO, 2009, p.4).

Utilizando os Blocos Lógicos, a fim de desenvolver atividades que envolvam o conceito de correspondência, podem-se agrupar as peças em dois espaços: 'Para cada peça vermelha no espaço 1, coloque duas não vermelhas no espaço 2' ou ainda: 'para cada aresta no espaço 1, deposite uma peça vermelha no espaço 2'. Para exemplificar atividades que tenham como finalidade o exercício da correspondência, selecionamos Dienes-Golding (1969, p. 37-38), que descreve o "jogo de reprodução e cópia":

> Joga-se duas equipes postas face a face, dispondo cada uma de uma caixa completa de peças lógicas. [...] O primeiro tipo de reprodução será evidentemente uma forma de reprodução idêntica, ou seja uma cópia: uma equipe fará certo tipo de construção, não importa qual, com as peças, e a outra equipe deverá reproduzi-la exatamente, isto é, copiá-la.

Os autores seguem descrevendo o jogo e suas potencialidades, mostrando formas de torna-lo mais complexo ao sugerir que, por exemplo, seja jogado por mais de duas equipes. Jogado dessa forma, a atividade propicia que seja assumido mais de um critério para a cópia exata ou de correspondência. Uma forma de reelaborar o jogo é deliberando que a correspondência de cores não seja mais de igual para igual: para peças azuis na construção original, deve-se dispor de peças de mesma forma de mesmas dimensões, porém da cor amarela.

A **inclusão**, para Lorenzato

> [...]é o ato de fazer abranger um conjunto por outro, ou seja, considerar que um conjunto de coisas distintas pode ter uma qualidade que as inclua num conjunto maior. Exemplos: incluir as ideias de laranjas e de bananas, em frutas; meninos e meninas, em crianças; varredor, professor e porteiro, em trabalhadores na escola; losangos, retângulos e trapézios, em quadriláteros. (LORENZATO, 2009, p.5).

Tendo esclarecido este conceito, exemplificamos com a atividade publicada por Simons (2011) (representada na Imagem 11) em que as figuras quadrada, a triangular e a circular são desenhadas numa superfície plana, de forma a estarem superpostas. Os Blocos Lógicos, independendo da cor, devem ser dispostos tão somente nos espaços que estão compreendidos pela figura correspondente. Exemplo, quando houver somente a figura triangular, neste espaço poderão ser depositados apenas blocos de bases triangulares. Quando houver superposição entre figuras, poderão ser depositadas peças das formas correspondentes nos espaços. A inclusão, neste caso, acontece quando, estabelecidos os conjuntos, são criados novos, que fazem somar os conjuntos previamente definidos em um novo conjunto.

A **sequenciação,** definida por Lorenzato (2009, p.5) como sucessão de elementos sem estabelecimento predeterminado de critérios para seleção, acontece quando os aprendizes fazem escolhas “ao sabor do momento” sem que haja lógica entre os elementos escolhidos.

Assim, atividades que utilizem os Blocos Lógicos para a construção deste conceito podem conter itens dos mais variados, que são selecionados e dispostos numa sequência não necessariamente contendo características comuns.

A **seriação**, por sua vez, segundo Lorenzato (2009, p.5), é caracterizada quando a sequência é ordenada a partir de um critério preestabelecido. Ele exemplifica: “[...] fila de alunos, do mais baixo ao mais alto; lista de chamada de alunos em ordem alfabética; numeração das casas nas ruas; calendário.”

Dessa forma, uma atividade utilizando os Blocos Lógicos que auxilia no desenvolvimento desse processo mental poderia seria ser descrita assim:os blocos devem ser ordenados da esquerda para a direita, de modo que os que são dotados de menos arestas estejam mais à esquerda. Em caso de igualdade, os que são dotados de menos faces serão alocados seguindo esta lógica. Em caso de igualdade, serão dispostos primeiro os amarelos, depois os vermelhos e, por último, os azuis.

É necessário que essas definições estejam bem compreendidas pelos aprendizes e professores quanto às suas diferenças e semelhanças. Caso contrário, facilmente ocorrerá erro ao atribuir significados de um conceito para outro.

A seguir apresentamos a teoria do casal Van Hiele (1959) que trata do pensamento geométrico, bem como algumas elaborações dessa teoria que divide o pensamento em níveis e fases.

5. O CASAL VAN HIELE E A GEOMETRIA

Professores de Matemática, o casal Dina e Pierre Van Hiele tiveram sua tese de doutoramento concluída em 1959. Nela, o casal apresentou o modelo de desenvolvimento do pensamento geométrico, considerado referência, classificando a compreensão da Geometria em níveis **- reconhecimento, análise, dedução informal, dedução formal e rigor**.

A partir da tese desses docentes, outros autores e autoras aprofundaram e ampliaram o trabalho inicial, corroborando a compreensão da importância de se desenvolver ainda na primeira infância alguns conceitos que constituem a construção do pensamento lógico. Crowley (1994) explica a classificação da compreensão da Geometria em níveis (reconhecimento, análise, dedução informal, dedução formal e rigor). Curi (2013), além de discutir as colocações acerca da importância da Geometria na infância para o casal Van Hiele, relacionados ao aspecto da formação docente para o ensino e a aprendizagem da Geometria nas escolas. Já Santos; Sant'Anna (2015) descrevem cinco fases que estão compreendidas em cada nível, para que o trabalho docente possa obter êxito.

Expomos brevemente a seguir os níveis de compreensão da Geometria organizados pelo casal Van Hiele, segundo Crowley (1994).

O casal Van Hiele, citado por Crowley (1994), explica que **reconhecimento,** denominado também de visualização, é o nível inicial, em que os conceitos são percebidos de forma generalizada. Nesse estágio, é possível o aprendizado de termos voltados à Geometria,identificando formas e até as reproduzindo, porém, não especificando cada uma de suas propriedades.

Crowley (1994), citando Van Hiele, afirma que **análise** é o nível em que se reconhecem as partes de uma figura, usando algumas das propriedades conhecidas para resolver problemas. Isso por que ainda são ausentes as capacidades de estabelecer relações entre as propriedades agora definidas. Nesse estágio, é comum que seja conferida maior ênfase ao que distingue do que ao que se assemelha entre as figuras. Há ainda a capacidade de se discernir poliedros de não poliedros.

Crowley (1994)afirma, com base na teoria de Van Hiele que **dedução informal** é o nível em que há a capacidade de estabelecer relações entre as figuras e suas propriedades, além de deduzir propriedades que as caracterizem em classes de maneira informal, porém, ainda não há a compreensão de axiomas. Dessa forma, nesse nível, o aspecto empírico se une à dedução, mas a organização do pensamento é dada de acordo com demonstrações, não podendo ser alterada.

Segundo Crowley (1994), **dedução formal** é o nível em que, construídas todas as etapas anteriores, é percebida a necessidade de se atribuir definições precisas para os atributos. Aqui, a percepção sobre as relações entre os atributos ganham corpo: uma definição pode decorrer de outra. Há, então, a compreensão de axiomas. Desta forma, há a possibilidade de construção de raciocínios em que termos, teoremas, postulados são apresentados de maneira lógica e há a capacidade de resolver problemas de mais de uma maneira, elaborando provas de maneira a demonstrar que não apenas houve a memorização como recurso para resolver problemas.

Van Hiele, citado por Crowley (1994), atribui o nome **rigor** ao nível em que não se faz necessária a presença de objetos concretos para a análise formal e rigorosa das propriedades das figuras e/ou dos sólidos. Nesse estágio, há a capacidade de operar as geometrias de forma profunda, em análises dedutivas sobre as consistências, independências e completude dos postulados.

Depois de apresentar os níveis elaborados pelo casal Van Hiele de maneira semelhante ao apresentado por Crowley (1994). Santos;Sant'Anna(2015) descrevem cinco fases que estão compreendidas em cada nível, para que o trabalho docente possa obter êxito, sendo elas: **informação**, **orientação dirigida**, **explanação**, **orientação livre** e **integração**.

Na sequência, sintetizamos as cinco fases:"Fase 1 → **Informação/interrogação**: O professor deve identificar os conhecimentos prévios que os alunos possuem sobre o assunto a ser trabalhado." (SANTOS; SANT'ANNA, 2015, p.4). Nessa fase, cabe ao docente a pergunta 'onde está o aprendiz?' para que, a partir do conhecimento prévio, possa dar início ao desenvolvimento do trabalho, fazendo perguntas que motivem o aluno.

"Fase 2 → **Orientação dirigida**: O ensino precisa ser direcionado através de atividades concretas, que respeitem uma sequência didática."(SANTOS; SANT'ANNA, 2015, p.4). Nesse momento, são organizadas atividades concretas em função da presença palpável de objetos, não exigindo abstração. As autoras, ao desenvolver uma explicação sobre essa fase, orientam que a proposta, qualquer que seja, deve estar organizada etapa por etapa, descrita em papel impresso e acompanhada de material concreto, também sugerem o uso de softwares em computadores. A ideia final é ilustrar de forma correta questões relacionadas à Geometria Plana.

“Fase 3 → **Explanação**: Esta fase é baseada em experiências anteriores, os alunos devem ser capazes de expressar através da linguagem oral ou escrita os resultados obtidos a partir de suas experiências e argumentar sobre elas com o professor e os outros alunos.”(SANTOS; SANT’ANNA, 2015, p.4). Nessa etapa, as autoras ressaltam a importância do professor, que deve estar atento a facilitar o trabalho em grupo, de modo a “Estimular a participação dos alunos, incentivando o retorno de respostas e promovendo a construção coletiva *(estando atento)* para não inibir os alunos criticando suas colocações errôneas.” (SANTOS; SANT’ANNA, 2015, p.6. Adaptado pelo autor).

“Fase 4 → **Orientação livre**: Etapa em que os estudantes devem utilizar os conhecimentos adquiridos para resolver atividades e problemas diferentes dos anteriores.” (SANTOS; SANT’ANNA, 2015, p.4).As autoras sugerem que o professor aplique atividades mais complexas em relação às apresentadas inicialmente.

“Fase 5 → **Integração**: Os alunos reveem e sintetizam o que aprenderam com o objetivo de formar uma visão geral e uma nova rede interna de conhecimentos aprendidos.” (SANTOS; SANT’ANNA, 2015, p.4). Na última fase de cada nível deve ser feita uma síntese do conhecimento construído e organizado nas fases anteriores. De acordo com as autoras, cabe aos professores: “Estimular a participação dos alunos, incentivando o retorno de respostas e promovendo a construção coletiva.” E alerta que devem redobrara “Atenção para não inibir os alunos criticando suas colocações errôneas.” (SANTOS; SANT’ANNA, 2015, p.4).

Cabe destacar que os autores salientam, nessa teoria, que não há a possibilidade de ignorar um desses estágios para evoluir a aprendizagem. Ou seja, são os níveis anteriores que permitem a ‘passagem’ ao próximo, servindo todo o conhecimento construído em uma etapa para a construção mais elaborada na próxima. Afirmam também que a aprendizagem acima do nível real de compreensão é possível, mas que será desprovida de significados reais. Dessa forma, conteúdos que exigem determinado nível de compreensão, tem sua exigência reduzida a características de níveis anteriores.

A seguir, desenvolvemos uma exposição e discussão sobre o uso da linguagem quando o objeto de estudo é a Geometria, abordando essa temática aplicada quando aplicada em alguns materiais, dentre eles os Blocos Lógicos e algumas pesquisas.

No próximo capítulo abordamos a questão do uso da linguagem no ensino de Geometria, expondo um caso de uso de termos que acreditamos serem equivocados, dadas a justificativas apresentadas

6. LINGUAGEM GEOMÉTRICA

As crianças, ao longo de sua infância, vão adquirindo vocabulário de acordo com a variabilidade de suas experiências (LEONTIEV, 1994). A Geometria é beneficiada, nesse sentido, logo nos primeiros anos, quando oportunizado o desenvolvimento do sentido espacial. Del Grande, citado por Bicho (2016), afirma que sentido espacial é representado pela capacidade de perceber o mundo, "[...] interpretar, modificar e antecipar transformações de objetos [...]." (BICHO, 2016 p.18).

A linguagem geométrica, portanto, apresenta algumas novidades para crianças em idade escolar, pois, logo nos anos iniciais do ensino fundamental, atividades que envolvem geometria são propostas às crianças. No entanto, o trabalho com a Geometria, além de ser reduzido, dadas diversas circunstâncias é, por vezes, conduzido de forma equivocada.

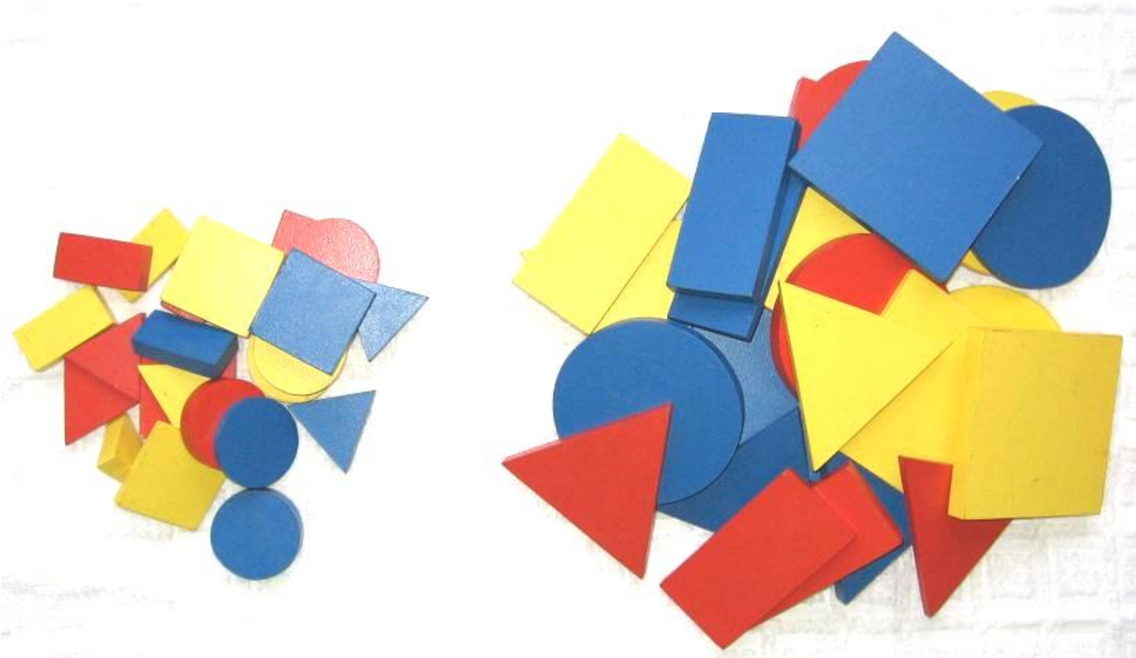
Usiskin (1994) expõe alguns problemas e sugere soluções. Ele aborda uma questão que discutimos neste trabalho: o uso da semântica de forma adequada. Mais adiante apresentaremos algumas obras em que a pouca precisão no uso dos termos pode prejudicar a aprendizagem. Aqui se enquadram, por exemplo, equívocos recorrentes durante a exposição de figuras geométricas, ou seja, objetos da Geometria Plana e da Espacial.

Dienes-Golding (1969), no primeiro volume da coleção 'Primeiros passos em matemática', fazem uma breve introdução sobre a importância da Matemática para a infância, afirmando que os currículos escolares deveriam ser alterados, de modo que o 'cálculo' cedesse lugar à 'matemática', o que mudaria a perspectiva do ensino de Matemática nas escolas, da mera instrução de processos mecânicos para o desenvolvimento dos processos de pensamento matemático. Nesse sentido, os autores seguem abordando questões relacionadas à importância do desenvolvimento de atividades voltadas à construção de determinados conceitos, fornecendo indicações acerca da organização do trabalho pedagógico voltado a esses, de forma que pudesse o erro ser minimizado, afirmando que a obra é resultado de experiências realizadas em diversos países (DIENES; GOLDING, 1969).

Porém, logo na primeira parte da obra, os autores apresentam os Blocos Lógicos, que chamam de peças lógicas, um a um, desta forma: "As peças lógicas compõem-se como segue: quadrado grande grosso vermelho, [...] retângulo grande grosso amarelo, [...] triângulo grande grosso azul, [...] círculo grande fino vermelho [...].” (DIENES; GOLDING, 1969, p.5-6). Na tradução da obra para a língua portuguesa, elaborada por Euclides José Dotto, os Blocos Lógicos são apresentados como sólidos, porém, conforme citado acima, dá-se a eles, nomes pertencentes a objetos da Geometria Plana.

Em confronto com o texto da tradução supracitada, questionamos: a imagem a seguir apresenta quadrados, retângulos, triângulos e círculos? De acordo com os argumentos expostos anteriormente, que explicam a Geometria Plana e a Geometria Espacial como objetos distintos, acreditamos que não.

Imagem 14 - Os Blocos Lógicos 2



Fonte: elaborado pelo autor

Na sequência da obra, Dienes-Golding (1969) fornecem diversas possibilidades para o trabalho com os Blocos Lógicos, continuamente ao longo dela, utilizando e se referindo a objetos tridimensionais fazendo uso de nomenclaturas pertencentes a figuras bidimensionais. O uso incorreto das nomenclaturas não destitui os Blocos Lógicos nem as atividades correlatas de importância e validade, mas é importante que se use a nomenclatura adequada para que uma criança não corra o risco de criar um problema futuro ao aprendizado matemático. Em outras palavras, estamos dizendo que os nomes atribuídos pelos autores Dienes-Golding (1969), Barguil (2014; 2016) e Simons (2011) às peças dos Blocos Lógicos não correspondem aos seus nomes reais. Apenas exemplificando, o bloco chamado pelos autores de "círculo" na realidade é um sólido geométrico cujo real nome é "cilindro".

De forma a ilustrar a continuidade da utilização dos Blocos Lógicos que acreditamos ser equivocada, bem como de outros materiais em sala de aula assim como em publicações, apresentamos a terceira edição da obra "Blocos lógicos: 150 exercícios para flexibilizar o raciocínio." (SIMONS, 2011). Na página 51, a autora apresenta os Blocos Lógicos da seguinte forma: "São compostos de 48 blocos, com quatro variáveis: cor, forma, tamanho e espessura. Existem[...] quatro formas: quadrado, retângulo, círculo e triângulo." Quadrado, retângulo, círculo e triângulo, reiteramos, são nomes de figuras bidimensionais e os Blocos Lógicos, sólidos, objetos físicos, são dotados de três dimensões.

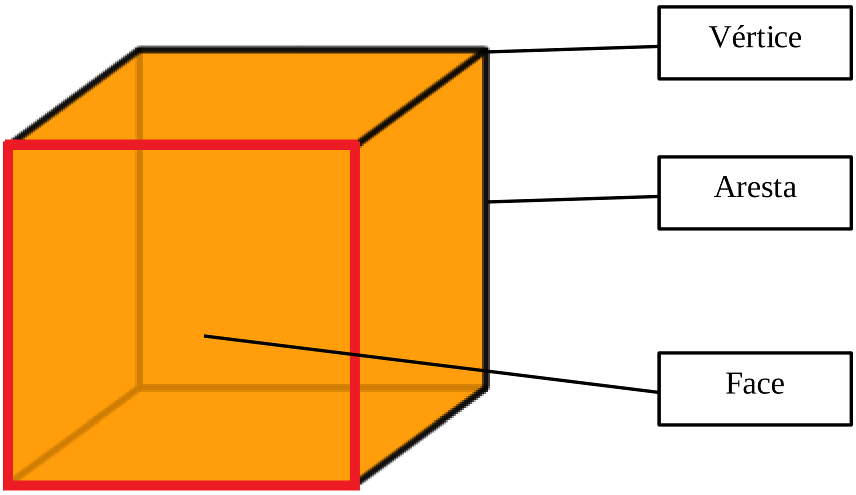
Na obra, a autora organiza os 150 exercícios que o título propõe, de maneira clara e concisa. Porém, continua se referindo aos Blocos Lógicos utilizando nomenclaturas pertencentes à Geometria Plana. Apresentamos alguns exemplos: "- O bloco quadrado, amarelo, pequeno, grosso pode estar de um lado **e** de outro?" (SIMONS, 2011, p.116). "O quadrado grande precisa ficar de pode entrar [...] e dos não quadrados." (2011, p.146). "Aqui só ficam de fora os quadrados finos." (2011, p.152). São apresentadas, ao longo do livro, atividades que exigem conhecimentos sistematizados pela Geometria Plana e pela Geometria Espacial para construção de novos conhecimentos. A autora usa de figuras planas exemplificadas em 'cartões' para fazer, dentre outras relações, a de correspondência com os Blocos Lógicos. No exemplo citado, referente à página 146, a atividade sugere que as crianças posicionem figuras e seus sólidos correspondentes de certa maneira. Porém, em nenhum momento ela descreve a correspondência dos atributos sendo relacionados entre a figura e o formato da base do prisma correspondente, dando por assim a entender que o nome que se dá à figura pode ser usado para fazer referência ao sólido em suas três dimensões, não somente à sua base. Barguil (2016), ao criticar o uso equivocado de nomenclatura para peçasque compõem os Blocos Lógicos em sala de aula, comenta:

> Entendo que essa situação é muito preocupante por dois motivos i.) quem utiliza a denominação errada, muitas vezes, ignora a denominação correta; e ii) as crianças se iniciam na geometria, na escola, de forma equivocada, com consequências danosas

> para a sua compreensão dessa área da Matemática, a qual acontece mediante signos. (BARGUIL, 2016, p. 236).

Visto que o trabalho com os Blocos Lógicos, mesmo que esse não seja seu objetivo principal, trabalha, de forma indireta, questões voltadas à Geometria Espacial, encontramos em Barguil (2016)elementos que corroboram nossa pesquisa. Segundo nossa compreensão, os Blocos Lógicos também podem ser utilizados para a compreensão de elementos relacionados à Geometria Plana, mas apenas com crianças que estão em fases mais avançadas, e que já consigam isolar partes de um objeto e compreendê-las separadamente, conforme a imagem seguinte ilustra:

Imagem 15 - Cubo com destaque às partes



Fonte: elaborado pelo ator

Na imagem acima, expusemos um cubo e destacamos seus principais elementos componentes: **arestas**, que compreendem cada segmento de reta, **vértices,** que compreendem a confluência dos segmentos de retas, e **faces**, que compreendem vértices, espaços delimitados por segmentos de reta que estão contidas num mesmo plano. O cubo é composto por doze arestas, oito vértices e seis faces. Essa nomenclatura (aresta, vértice e face)serve para todos os sólidos poliédricos, variando a quantidade de arestas, vértices e faces. Os prismas de base triangular que compõem os Blocos Lógicos, por exemplo, são dotados de nove arestas, seis vértices e cinco faces.

Contestando os trabalhos com os Blocos Lógicos, Barguil (2014; 2016) apresenta outros materiais que, em substituição aos Blocos Lógicos, poderiam ser utilizados para o trabalho com conceitos da Geometria Plana: o Conjunto de Figuras Planas - Fiplan e as "Formas Lógicas." Conforme descrito pelo autor, o Fiplan pode ser construído utilizando-se diversos materiais, tais como plástico, EVA, madeira, papel, entre outros.

Contudo, o problema é que Barguil (2016) acaba incorrendo no mesmo erro que critica em todo o seu trabalho. O autor afirma, na apresentação do Fiplan, que o critério espessura, pode ser desconsiderado nas peças. Para nós, segundo nossa compreensão, não existe a possibilidade de descartar a terceira dimensão em um objeto, pois, por mais fino que ele seja, a espessura continua a existir e o objeto continua sendo um sólido geométrico. Nesse sentido, convencer uma criança que uma folha de papel A4 ou uma tábua são retângulos é insistir em ensinar um equívoco que pode trazer sérias consequências ao futuro aprendizado da criança

O autor, justificando que a espessura, quando se trata das formas lógicas e do Fiplan, deve ser desconsiderada, apresenta diversas possibilidades de trabalho que seguem características semelhantes às que existem com o trabalho com os Blocos Lógicos. Ratificamos que, a nosso ver, as atividades são válidas, porém, destacamos que devem passar por uma revisão semântica, a fim de readequar a nomenclatura dos objetos de que se utilizam.

Barguil (2016) sugere que conceitos da Geometria Plana sejam apresentados às crianças na educação infantil, de forma que o trabalho com os Blocos Lógicos seria inadequado para esse nível de ensino.De acordo com ele, quando bem compreendidas as questões da Geometria Plana é que a Geometria Espacial poderá ser mais facilmente desenvolvida.Nesse contexto, Lorenzato (1995) explica motivações para que o ensino de Geometria Plana fique para fases mais avançadas de compreensão da Geometria.

Na descrição do material, o autor especifica as medidas das três dimensões das peças, porém insiste em atribuí-las os nomes de figuras bidimensionais. Ao justificar a substituição dos materiais, ele afirma ser

> [...] comum as pessoas dizerem, erroneamente, que as formas dos blocos lógicos são círculo, triângulo, quadrado e retângulo. Os blocos lógicos são tridimensionais, enquanto que essa nomenclatura se refere a objetos bidimensionais, os quais são a base de cada bloco. A denominação correta de cada peça dos Blocos Lógicos é apresentada no Quadro 1, que está no final deste trabalho.

> O mais preocupante nessa situação, além do fato de que quem os comete muitas vezes não sabe a denominação correta, é que as crianças se iniciam na Geometria de forma equivocada. Para evitar isso, sugiro que a utilização dos Blocos Lógicos na Educação Infantil seja trocada pelas Formas Lógicas, explicadas a seguir.
>
> Os Blocos Lógicos poderão ser adotados no Ensino Fundamental, quando as crianças já tiverem desenvolvido adequadamente os conceitos dessas formas bidimensionais.
>
> Proponho que na Educação Infantil o professor trabalhe com as Formas Lógicas, que são 36 peças, as quais se diferenciam por 3 critérios: forma (círculo, triângulo, quadrado e retângulo), cor (amarelo, azul e vermelho) e tamanho (pequeno, médio e grande).” (BARGUIL, 2016, p.3).

Observe que ao sugerir a substituição de um material por outro, Barguil (2014; 2016), reelabora objetos tridimensionais, variando em quantidade de peças e formas, mas mantendo o uso das cores primárias.

No primeiro parágrafo, ele denuncia a falta de preocupação com o uso correto dos conceitos. De fato, os nomes dos Blocos Lógicos não são triângulo, retângulo, circulo nem quadrado. Até então a elaboração de Barguil apresenta total coerência.

Sua crítica principal aos Blocos Lógicos, tendo afirmado que se deve ensinar a Geometria Plana na educação infantil, consiste em justificar que o material é inadequado para tal tarefa, por ser dotado de três dimensões. Porém, os materiais desenvolvidos por ele também o são e isso está claramente especificado nas duas publicações. Repare que, no primeiro parágrafo da citação anterior, ele denuncia o erro da atribuição de nomenclatura, no entanto, três parágrafos abaixo comete o mesmo erro, descrevendo as Formas Lógicas chamando-as de ‘peças’ em seguida denominando-as como “Forma (círculo, triângulo, quadrado e retângulo) [...].” (BARGUIL, 2014, p.3). E segue justificando:

> As duas alterações implementadas pelas Formas Lógicas em relação aos Blocos Lógicos são: i) O critério espessura, que permite a tridimensionalidade, foi excluído; e ii) No critério tamanho, foi incluída uma terceira peça.
> As peças das Formas Lógicas devem ser elaboradas em papel (cartolina, papel 60kg...), de modo que mantenham a bidimensionalidade e tenham a cor nos dois lados.
>
> Sugiro que as Formas Lógicas tenham as dimensões 3 cm, 6 cm e 9 cm. No caso dos triângulos, são essas as medidas da base e da altura de cada polígono. No caso dos círculos, são essas as medidas dos diâmetros de cada polígono. No caso dos quadrados, são essas as medidas dos lados de cada polígono. No caso dos retângulos, as medidas dos lados de cada polígono são: 3 cm e 6 cm (pequeno), 6 cm e 12 cm (médio) e 12 cm e 18 cm (grande). (BARGUIL, 2014, p.3).

As alternativas desenvolvidas por Barguil (2014; 2016) só mudam o objeto, mas reproduzem o equívoco. Segue a questão: como desconsiderar um atributo de um objeto que está presente fisicamente? Nesse caso, como desconsiderar que a cartolina seja destituída de sua espessura. Por outro lado, como explicar essa destituição de atributo para crianças da educação infantil?

Na conclusão do trabalho em que Barguil apresenta o Fiplan, ele escreve:

> Os Blocos Lógicos, em virtude de sua tridimensionalidade, não são adequados para ensinar as figuras geométricas planas, devendo ser substituídos pelo Fiplan, cujas peças, em virtude de suas características, ampliam sobremaneira as possibilidades pedagógicas proporcionadas por aqueles, além de favorecer que o professor não cometa equívocos conceituais, os quais atrapalham o desenvolvimento dos estudantes. (BARGUIL, 2016, p.9).

Os Blocos Lógicos, por serem tridimensionais, não carregam como objetivo principal em propostas de ensino o desenvolvimento de atividades que visem o aprendizado de conceitos voltados à Geometria Plana para fases iniciais de aprendizagem, porém, tem sim serventia para tal finalidade em fases mais avançadas. Lorenzato (1995) expõe que a questão é que não se deve desenvolver tal assunto com indivíduos que não tenham conhecimento sobre a Geometria Espacial, tendo em vista que o mundo concreto e palpável é mais latente nos primeiros anos de vida, quando comparado às questões abstratas que vão aparecendo de acordo com a ocorrência de vivências. O principal problema segue sendo, no entanto, a confusão que é ocasionada pela compreensão equivocada de determinados conceitos.

Ressaltamos, ainda, que esses equívocos não se restringem às publicações aqui citadas. Rabaiolli (2013, p. 54)expõe, em sua dissertação, um relato de experiência com professoras do ensino fundamental. Segue o excerto

> [...]fui perguntando o nome de alguns sólidos. Quando segurei o cubo mágico na mão, a primeira resposta que ouvi de uma das professoras foi que se tratava de um quadrado. [...] segurei um prisma de base retangular e o nome que deram foi retângulo. Expliquei para as professoras a diferença entre o quadrado (figura geométrica plana) e o cubo (sólido geométrico em que as faces são quadradas), e da mesma forma fui nomeando cada um dos sólidos.[...]peguei uma folha de ofício e pedi que nomeassem essa figura, todas sem exceção responderam que se tratava de um retângulo. Não se dando conta da espessura da folha.

Este trecho da dissertação expõe a consequência de anos de trabalho descuidado de professores e professoras dos anos iniciais. Ao não saber nomear sólidos geométricos, esses profissionais causam prejuízo à formação discente, perpetuando um erro.

Rabaiolli (2013) relata que o erro, que considerou ser surpreendente, gerou empolgação por parte das professoras envolvidas e que estas, propuseram atividades de planificação de sólidos aos seus alunos. Será que o fizeram nomeando figuras tri e bidimensionais da maneira correta?

Essas e outras questões apareceram ao longo da trajetória de pesquisa sobre Figuras e formas. Embora o conhecimento acerca dessas duas temáticas possa ser encontrado sistematizado de forma correta em algumas publicações, porque professores e professoras, psicólogos, insistem em utilizar da nomenclatura de forma equivocada? Acreditamos que as razões sejam as mais variadas, porém, desde o clássico 'eles vão entender' até o temerário 'não faz diferença', é o descuido com o detalhamento dos conteúdos o que mais preocupa. Conforme citamos, a Geometria em alguns casos, é deixada para o fim do ano letivo, sendo assim, pela confluência de fatores exposta neste trabalho, é desenvolvida nas aulas com certa despreocupação por parte do docente.

Contudo, lembramos que não há como se ensinar algo de que não se tenha domínio.Com a Geometria não é diferente. O modelo elaborado pelo casal Van Hiele é claro ao definir as fases e estágios da compreensão da Geometria. Lorenzato escreve:

> Sem estudar Geometria as pessoas não desenvolvem o pensar geométrico ou o raciocínio visual e, sem essa habilidade, elas dificilmente conseguirão resolver as situações de vida que forem geometrizadas; também não poderão se utilizar da Geometria como fator altamente facilitador para a compreensão e resolução de questões de outras áreas de conhecimento humano. Sem conhecer a Geometria a leitura interpretativa do mundo torna-se incompleta, a comunicação das ideias fica reduzida e a visão da Matemática torna-se distorcida. (LORENZATO, 1995, p.5).

Por isso destacamos a importância, não só enquanto discente, mas também enquanto docente,de se estudar Geometria. Tal relevância se fundamenta no dever de expor os assuntos corretamente, sem achismos e convicções senso comum extraídas da própria vivência escolar, e da reprodução de como aconteceu consigo quando estava aprendendo determinado assunto.

Sobre a importância do estudo aprofundado da Geometria por parte dos professores e professoras, dados os exemplos que expusemos anteriormente, reiteramos: é imprescindível que, no que toca ao vocabulário usado para estudar Geometria, sejam expostas com clareza diversas palavras e expressões adotadas. Citamos exemplos: vértice, aresta, face, segmento de reta, quadrado, cubo, prisma, poliedro. É importante que se tenha clareza sobre cada um desses conceitos (e muitos outros) e seus significados, para que não seja aberto espaço para confusão entre definições e suas características. Quando expusemos anteriormente Simons (2011) e Barguil (2014; 2016) e a tradução das obras de Dienes e Golding (1969), evidenciamos que, ao tratar-se de assuntos distintos, ainda que pertencentes à mesma área de conhecimento de forma geral, deve-se ser cuidadoso. Nas referências supracitadas, são encontrados erros na adoção de nomes e significados pertencentes às Geometrias Plana e Espacial. Essas referidas obras estão disponíveis para serem usadas como referências para a prática docente, o que é grave, pois, dado o exposto sobre as deficiências do ensino de Geometria, mesmo quando executado, o que é extremamente necessário, há a possibilidade de que ele seja feito de maneira equivocada.

Ademais, salientamos que a importância da Geometria para as pessoas, por vezes, passa despercebida em função da justificativa colocada anteriormente. Além da dificuldade de falar sobre algo que não se compreende, há a sobreposição da dificuldade ainda maior deensinar algo sobre o que não se tem domínio. Portanto, existe a tendência de se trabalhar com base naquilo que está de fácil acesso, como os livros que citamos, em especial o de Dienes e Golding (1969) que é referência em se tratando dos Blocos Lógicos e sua manipulação.

Para finalizar, Dana (1994) justifica a constante inclusão de conteúdos que tratem de Geometria em suas aulas por que ela está “[...] convencida de que se trata de uma fonte inesgotável de ideias, processos, e atitudes inteiramente adequados à escola elementar.” (DANA, 1994, p.141). Conforme a autora afirma, os professores são postos a ensinar Geometria usando seu nível de compreensão e trajetória escolar para compor suas aulas. Para a autora, circula um pensamento de que a “A geometria é maçante, sem importância, irrelevante e inadequada para a escola elementar.” (DANA, 1994, p.14).

CONSIDERAÇÕES FINAIS

Nossa pesquisa se baseou no estudo de algumas publicações que tratam sobre a utilização dos Blocos Lógicos. Segundo aquilo que defendemos nessa pesquisa, todos esses estudos apresentam falhas, as quais chamamos de equívocos, no que tange à nomenclatura de objetos vastamente estudados desde Euclides de Alexandria. Além de apresentarmos diversos autores que utilizam as nomenclaturas de figuras planas para formas geométricas espaciais, ainda apresentamos e discutimos o caso de Barguil, que, na tentativa de resolver o problema, apenas troca as peças dos Blocos Lógicos tradicionais por algumas criadas por ele, mantendo a falsa noção de que é possível isolar determinada dimensão de um objeto tridimensional, desconsiderando-a.

Para não que não incorramos no risco de sermos acusados de apenas apresentar críticas, apontar erros e não apresentar possibilidades de solução, decidimos assumir uma posição quanto à forma como as peças dos blocos devem ser nomeadas.

Em se tratando de objetos tridimensionais, seus nomes devem obedecer à nomenclatura oficial que já possuem. Não creiamos que sejam adequadas argumentações do tipo "os nomes dos objetos tridimensionais são muito complexos para as crianças, vamos chama-los por nomes mais simples". Chamar um bloco de base triangular de triângulo ocasiona para a criança dois tipos de problemas: primeiro é que ela está chamando por um nome um objeto que tem outro nome e o segundo é que ela vai usar o nome de um objeto em outro.

Dessa forma, os nomes a serem atribuídos são:

Para o bloco chamado pelos autores de quadrado, o nome correto deve ser prisma de base quadrada ou bloco de base quadrada.

Para o bloco chamado atualmente de triângulos, o nome correto deve ser prisma de base triangular ou bloco de base triangular.

O bloco chamado de retângulo deverá ser chamado corretamente de prisma de base retangular ou bloco de base retangular.

O bloco chamado de círculo será chamado corretamente de cilindro.

Por fim, entendemos que a elaboração deste trabalho nos proporcionou momentos de análise, reflexão e discussão acerca da temática do ensino e aprendizagem de geometria. Encontramos motivação para dar sequência aos estudos, desenvolvendo novas estratégias, materiais e conteúdos que possam proporcionar a professores e alunos melhor compreensão sobre o ensino e aprendizagem de geometria, tanto no âmbito da Educação Infantil quando nos Anos Iniciais do Ensino Fundamental.

REFERÊNCIAS

BARGUIL, P. M. Geometria na educação infantil e nos anos iniciais:contribuições do Fiplan. In: ANDRADE, F. A; TAHIM, A. P.; CHAVES, F. M. (Org.) **Educação saberes e práticas**. Curitiba: CRV, 2016. p.233-250.

______.A Geometria na educação infantil:Formas Lógicas. In:**Encontro Brasileiro de Didática e Prática de Ensino. XVII**, 2014, Fortaleza, Anais, Fortaleza, EBDPE, 2014.p.1-5.

______. FIPLAN: Recurso didático para o ensino e a aprendizagem de geometria na educação infantil e no ensino fundamental. In:**XIIEncontro Nacional de Educação Matemática**. São Paulo:2016.

XIIENCONTRO NACIONAL DE EDUCAÇÃO MATEMÁTICA.**Educação Matemática na Contemporaneidade**: desafios e possibilidades. São Paulo: Sbem, 2016. p. 1-10. Disponível em: <http://www.sbem.com.br/enem2016/anais/pdf/6707_4204_ID.pdf>. Acesso em: 01 set. 2017.

BICHO, Teresa Carrilho. **Trabalhar com a Matemática em Educação de Infância**: a atividade de resolver problemas.2016. 110 f. Dissertação (Mestrado) -Curso de Mestrado em Educação Pré-escolar. Instituto Politécnico de Setúbal, Setúbal, 2016.

BRAITT, M. S.; WHITLEY, W. G. **Geometria III**. 2. ed. Florianópolis.UFSC/EAD/CED/CFM, 2011, 241p.: il.;grafs.,tabs.

BRASIL. Secretaria de Educação Fundamental. **Parâmetros curriculares nacionais**: matemática/Secretaria de Educação Fundamental. Brasília: MEC/SEF, 1997. 142p.

CROWLEY, Mary L. O modelo Van Hiele de desenvolvimento do pensamento geométrico. In: LINDQUIST, Mary Montgomery; SCHULTE, Alberto P. (Org.). **Aprendendo e ensinando geometria**. São Paulo: Atual, 1994. Cap. 1. p. 1-20.

CURI, E., VECE, J. P. **Relações espaciais**: práticas educativas de professores que ensinam Matemática.São Paulo: Terracota, 2013.

DANA, Marcia E. Geometria:um enriquecimento para a escola elementar. In: LINDQUIST, Mary Montgomery; SCHULTE, Alberto P. (Org.). Aprendendo e ensinando geometria. São Paulo: Atual, 1994. Cap. 10. p. 141-155.

DIENES, Z. P; GOLDING, E. W. **Primeiros passos em matemática**: Lógica e jogos lógicos. Vol. 1. São Paulo: Editora Herder, 1969.

DORIA, C. M. **Geometria II**.Florianópolis UFSC/EAD/CED/CFM, 2007.246p.

BARGUIL, Paulo Meireles. FIPLAN: RECURSO DIDÁTICO PARA O ENSINO E A APRENDIZAGEM DE GEOMETRIA NA EDUCAÇÃO INFANTIL E NO ENSINO

FUNDAMENTAL. In: ENCONTRO NACIONAL DE EDUCAÇÃO MATEMÁTICA, 12., 2016, São Paulo. **Anais.** São Paulo: Sbem, 2016. p. 1 - 10. Disponível em: <http://www.sbem.com.br/enem2016/anais/pdf/6707_4204_ID.pdf>. Acesso em: 1 set. 2017

EUCLIDES. **Os elementos**. São Paulo: Editora UNESP, 2009. 600p.

FIORENTINI D. **Alguns modos de ver e conceber o ensino de Matemática no Brasil.** Revista Zetetikê, Ano 3, n.º 4, Unicamp, Campinas/São Paulo: 1995, p. 1-35.

GRANDO, Regina Célia. **O conhecimento matemático e o uso de jogos na sala de aula.** Campinas, SP. [s.n.], 2000.

KAKIZAKI. E. Y. **Uma análise e reflexão para uma aprendizagem significativa no estudo da Geometria**. Guarapuava, PR, v26, n1. 2014. Disponível em: <http://www.diaadiaeducacao.pr.gov.br/portals/pde/arquivos/703-4.pdf>. Acesso em: 19 jul. 2017.

LEONTIEV, Alexis N. Os princípios psicológicos da brincadeira pré-escolar. In: VYGOTSKY, L.S.; LURIA, A.R.; LEONTIEV, A.R. **Linguagem, desenvolvimento e aprendizagem.** Tradução: Maria da Penha Villalobos. São Paulo. Ícone Editora Ltda. 1994.

LINDQUIST, Mary Montgomery; SCHULTE, Alberto P. **Aprendendo e ensinando geometria.** São Paulo: Atual, 1994. 308 p.

LORENZATO, Sergio Apparecido. Porque não ensinar geometria?In: **A Educação Matemática em Revista**. Blumenau: SBEM, Ano III, n.4, 1995 p. 3-13.

LORENZATO, S.Que matemática ensinar no primeiro dos nove anos do ensino fundamental?In: **17.º COLE - Congresso de Leitura do Brasil**, 2009, Campinas. 17.º COLE - Congresso de Leitura do Brasil. Campinas: ALB, 2009.

MANDEL, AmbrogioGiacomo. **A filosofia da matemática**. Lisboa: Edições 70, 1994.

MIRANDA, Marilene Moussa. **A experiência norte-americana de fusão da Aritmética, Álgebra e Geometria e sua apropriação pela educação matemática brasileira.** 2003. 98 f. Dissertação (Mestrado) - Curso de Educação Matemática, PUC/SP, São Paulo, 2003.

NIVEN, Ivan. A geometria pode sobreviver no currículo do curso secundário? In: LINDQUIST, Mary Montgomery; SCHULTE, Alberto P. (Org.). **Aprendendo e ensinando geometria.** São Paulo: Atual, 1994. Cap. 4. p. 47-58.

PAVANELLO, R. M. **O abandono do ensino de geometria**:Uma visão histórica. Dissertação de Mestrado, Unicamp, 1989.

PINHO, J. L. R.; BATISTA, E.; CARVALHO, N.T. B.**Geometria I**. 2. ed. Florianópolis: EAD/UFSC/CED/CFM, 2010. 330p.

POLYA, G. **A arte de resolver problemas.** Rio de Janeiro, Interciência, 1977.

RABAIOLLI, Leonice Ludwig. **Geometria nos anos iniciais**: uma proposta de formação de professores em cenários para investigação. 2013. 134 f. Dissertação (Mestrado) - Curso de Mestrado Profissional em Ensino de Ciência Exatas, Univates, Lajeado, 2013.

SANTOS, M.S.;SANTANNA, N. F. P.O Ensino de Geometria e a Teoria de Van Hiele: uma abordagem através do laboratório de ensino de matemática no 8.º ano da Educação Básica. In: **XIX EBRAPEM - Encontro Brasileiro de Estudantes de Pós-Graduação em Educação Matemática**, Juiz de Fora/MG, 2015.

SIMONS, U. M. **Blocos lógicos**: 150 exercícios para flexibilizar o raciocínio. 3.ed. Petrópolis: Vozes, 2011.

SMOLE, K. C.S. e CENTURIÓN, Marilia**. A matemática de jornais e revistas**. RPM n.º 20, 1.º quadrimestre de 1992.

SMOLE, Katia Cristina Stocco; DINIZ, Maria Ignez de Souza Vieira; CÂNDIDO, Patrícia Terezinha. **Figuras e Formas**: Matemática de 0 a 6. 2. ed. Porto Alegre: Penso, 2014.
UNIVERSIDADE FEDERAL DE SANTA CATARINA - UFSC. Licenciatura em Pedagogia. Currículo do curso. Florianópolis: CED, 2009. Disponível em:<pedagogia.ufsc.br/currículo>. Acesso em: 12 nov. 2017.

USISKIN, Zalman. Resolvendo os dilemas permanentes da geometria escolar. In: LINDQUIST, Mary Montgomery; SCHULTE, Alberto P. (Org.). **Aprendendo e ensinando geometria.** São Paulo: Atual, 1994. Cap. 2. p. 21-39.

VYGOTSKY. L. S. **Formação social da mente**. Martins Fontes. São Paulo. 2007.