

Janice de Freitas Pires

**A CONSTITUIÇÃO DE UMA REDE DE CONCEITOS DA
GEOMETRIA COMPLEXA DA ARQUITETURA
CONTEMPORÂNEA: DAS TEORIAS A MODELAGEM
PARAMÉTRICA DAS SUPERFÍCIES**

Tese submetida ao Programa de Pós
Graduação em Arquitetura e
Urbanismo da Universidade Federal de
Santa Catarina para a obtenção do
Grau de Doutor em Arquitetura e
Urbanismo
Orientador: Prof.^a Alice Theresinha
Cybis Pereira, PhD.

Florianópolis
2018

Ficha de identificação da obra elaborada pelo autor,
através do Programa de Geração Automática da Biblioteca Universitária da UFSC.

Pires, Janice de Freitas

A constituição de uma rede de conceitos da geometria complexa da arquitetura contemporânea : das teorias a modelagem paramétrica das superfícies / Janice de Freitas Pires ; orientadora, Prof.^a Alice Theresinha Cybis Pereira, 2018.

425 p.

Tese (doutorado) - Universidade Federal de Santa Catarina, Centro Tecnológico, Programa de Pós Graduação em Arquitetura e Urbanismo, Florianópolis, 2018.

Inclui referências.

1. Arquitetura e Urbanismo. 2. Geometria complexa da arquitetura contemporânea. 3. Modelagem paramétrica. 4. Ensino de arquitetura. 5. Transposição didática. I. Pereira, Prof.^a Alice Theresinha Cybis. II. Universidade Federal de Santa Catarina. Programa de Pós-Graduação em Arquitetura e Urbanismo. III. Título.

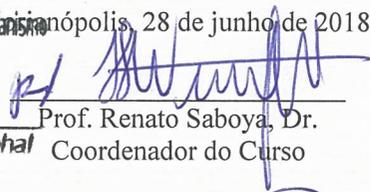
Janice de Freitas Pires

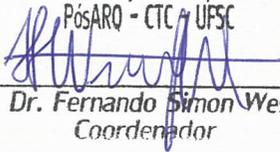
**A CONSTITUIÇÃO DE UMA REDE DE CONCEITOS DA
GEOMETRIA COMPLEXA DA ARQUITETURA
CONTEMPORÂNEA: DAS TEORIAS À MODELAGEM
PARAMÉTRICA DAS SUPERFÍCIES**

Esta Tese foi julgada adequada para obtenção do Título de Doutor e aprovada em sua forma final pelo Programa Pós Graduação em Arquitetura e Urbanismo da Universidade Federal de Santa Catarina.

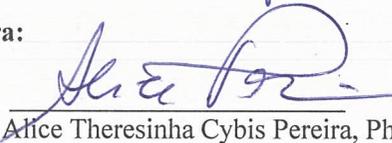
Programa de Pós-Graduação em Arquitetura e Urbanismo Florianópolis, 28 de junho de 2018.

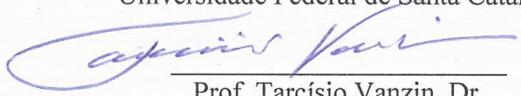
PósARQ - CTC - UFSC

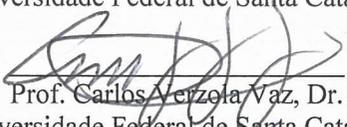

Prof. Renato Saboya, Dr.
Coordenador do Curso

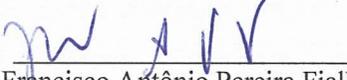

Prof. Dr. Fernando Simon Westphal
Coordenador

Banca Examinadora:


Prof.ª Alice Theresinha Cybis Pereira, PhD.
Orientadora
Universidade Federal de Santa Catarina

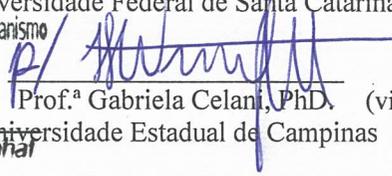

Prof. Tarcísio Vanzin, Dr.
Universidade Federal de Santa Catarina

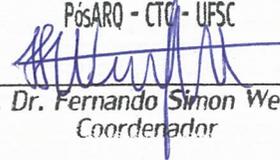

Prof. Carlos Azevêdo Vaz, Dr.
Universidade Federal de Santa Catarina


Prof. Francisco Antônio Pereira Fialho, Dr.
Universidade Federal de Santa Catarina

Programa de Pós-Graduação em Arquitetura e Urbanismo

PósARQ - CTC - UFSC


Prof.ª Gabriela Celani, PhD. (videoconferência)
Universidade Estadual de Campinas


Prof. Dr. Fernando Simon Westphal
Coordenador

Este trabalho é dedicado aos meus pais e familiares e aos colegas docentes da Universidade Federal de Pelotas (UFPEL) que possibilitaram meu afastamento das atividades acadêmicas no período de desenvolvimento da tese.

AGRADECIMENTOS

A professora Alice Theresinha Cybis Pereira por ter dado liberdade para a construção da proposta desta pesquisa assim como seu desenvolvimento. Também por seu companheirismo e por ter me guiado durante este percurso.

A Universidade Federal de Santa Catarina e ao Programa de Pós-Graduação em Arquitetura e Urbanismo pela oportunidade de realizar o doutorado e esta pesquisa.

Aos colegas do doutorado e do mestrado e professores do HIPERLAB pelo apoio técnico/tecnológico, pela amizade e pelo convívio. Especialmente ao colega Pedro Oscar Pizetti Mariano por estar sempre disposto a ajudar e por ter se disponibilizado a apresentar um artigo de minha autoria no evento SIGRADI DE 2017, ocasião em que eu não pude estar presente.

A minha colega de docência na Universidade Federal de Pelotas, RS, professora Adriane Borda, por ter me iniciado na pesquisa científica, principalmente apontando caminhos da educação em arquitetura e gráfica digital.

Às alunas da disciplina de Projeto Assistido por Computador – PAC, do ano de 2017, as quais possibilitaram avaliar a proposta desta tese e mostraram um grande envolvimento com as atividades didáticas desenvolvidas no contexto deste trabalho.

Ao laboratório de fabricação digital PRONTO 3D da UFSC, especialmente a professora Regiane Puppo (coordenadora do laboratório) e ao bolsista André Gustavo Lucas, por ter viabilizado a impressão dos modelos de superfície mínima produzidos pelos estudantes durante a proposta de aplicação.

À Universidade Federal de Pelotas e aos meus colegas de docência da mesma universidade que possibilitaram meu afastamento das atividades acadêmicas no período de quatro anos para desenvolver esta pesquisa.

Aos amigos que fiz em Florianópolis, SC, e os quais deram apoio para minha estadia nesta cidade no período de quatro anos, como S. Fernando Parucker e esposa (Elizabeth).

E especialmente aos meus pais e a todos que direta ou indiretamente tornaram possível a elaboração deste trabalho.

Sempre me pareceu estranho que todos aqueles que estudam seriamente esta ciência acabam tomados de uma espécie de paixão pela mesma. Em verdade, o que proporciona o máximo de prazer não é o conhecimento e sim a aprendizagem, não é a posse, mas a aquisição, não é a presença, mas o ato de atingir a meta.
(Johann Friederich Carl Gauss)

Todos os conhecimentos humanos começam por intuições, avançam para concepções e terminam com ideias.
(Emanuel Kant)

RESUMO

A arquitetura contemporânea, principalmente a produzida nos últimos vinte anos, incorpora um conjunto de conceitos e técnicas forjadas no desenvolvimento científico ocorrido na área da matemática a partir do século XVIII e na área da informática gráfica na última metade do século XX. Neste contexto, formas geométricas com elevado grau de complexidade são experimentadas e empregadas na prática arquitetônica, objetivando alcançar requisitos de projeto, funções estéticas, espaciais, estruturais, de desempenho e/ou sustentabilidade. A proposição de tais formas geométricas é dada por diferentes meios, sejam estes amparados em fundamentos teóricos da geometria, em técnicas experimentais de conformação geométrica, como são os modelos físicos submetidos a forças, cargas e deformações, ou em técnicas incorporadas em dispositivos computacionais, como ocorre com as simulações e a modelagem por algoritmos. Entre tais técnicas, tem se destacado na prática profissional de arquitetura a modelagem paramétrica, a qual possibilita obter dinamicamente um conjunto de soluções pela manipulação de parâmetros e de relações entre elementos geométricos constituintes da forma, ou elementos do próprio projeto de arquitetura. Frente à necessidade de considerar no contexto didático tais desenvolvimentos ocorridos na prática profissional, identificou-se a dificuldade que tais conceitos e técnicas apresentam para serem inseridos na formação de arquitetura. Devido principalmente a característica inerente do ‘saber’ que os envolvem. Tomando-se por base uma teoria didática desenvolvida na didática da matemática, identificou-se que este problema poderia ser tratado a partir da explicitação da própria estrutura deste saber. O estudo foi assim dirigido a explicitar a constituição do ‘saber’ envolvido na geometria complexa e na modelagem paramétrica em relação às superfícies matemáticas empregadas na arquitetura contemporânea, partindo-se das descrições apresentadas em autores para um conjunto de projetos de referência que utilizam tais superfícies, sejam eles: o Aeroporto de Beijing; o *Disney Concert Hall*; o *Australian Wildlife Health Centre*; e o *Main Station Stuttgart*. A explicitação deste ‘saber’ e a sua estruturação com vistas a uma transposição didática para arquitetura foi desenvolvida por meio do conceito de taxonomias e ontologias e expressa em mapas conceituais. Estas estruturas foram reunidas em uma rede de conceitos da geometria complexa da arquitetura contemporânea, especificamente para superfícies matemáticas, e disponibilizadas em um ambiente virtual de apoio a processos de aprendizagem em arquitetura, a rede TEAR_AD,

da Universidade Federal de Santa Catarina, Brasil. Um conjunto selecionado de tais ‘estruturas de saber’ foi inserido em um contexto de ensino de arquitetura no ano de 2017, com o objetivo de avaliar sua aplicação e as possíveis reformulações em relação à estrutura constituída. Os resultados principais alcançados foram: uma maior compreensão sobre os termos e descrições apresentados pelos autores que se dedicam a fazer análises da arquitetura contemporânea sob o aspecto geométrico; a identificação e estruturação de uma taxonomia envolvida em tais conceitos e técnicas, e suas relações com outras estruturas de saber referentes às geometrias e técnicas tratadas; e a possibilidade de inserção e aplicação didática em disciplinas de projeto de arquitetura das técnicas de geração de geometrias complexas pela modelagem paramétrica.

Palavras-chave: Geometria complexa. Arquitetura contemporânea. Modelagem paramétrica. Ensino de Arquitetura.

ABSTRACT

The contemporary architecture, especially the one produced in the last twenty years, incorporates a set of concepts and techniques forged in the scientific development that occurred in the area of mathematics from the 18th century and in the area of computer graphics in the last half of the twentieth century. In this context, geometric forms with a high degree of complexity are tried and used in architectural practice, aiming to achieve design, aesthetic, spatial, structural, performance and / or sustainability requirements. The proposition of such geometric forms is given by different means, be they based on theoretical foundations of geometry, experimental techniques of geometric conformation, such as physical models subjected to forces, loads and deformations, or techniques incorporated in computational devices, such as occurs with simulations and algorithm modeling. Among these techniques, parametric modeling has been highlighted in professional architecture practice, which allows to dynamically obtain a set of solutions by manipulating parameters and relationships between geometric constituents of the form, or between elements of the architecture project itself. Faced with the need to consider in the didactic context such developments occurred in professional practice, it was identified the difficulty that such concepts and techniques present to be inserted in the architecture formation, due mainly to the very characteristic of the 'knowledge' that surrounds them. Based on a didactic theory developed in didactics of mathematics, it was identified that this problem could be treated by explaining the very structure of these 'knowledge'. The study was thus directed to explain the constitution of the knowledge involved in complex geometry and parametric modeling in relation to the mathematical surfaces used in contemporary architecture, starting from the descriptions presented in authors for a set of reference projects that use such surfaces, be they: Beijing Airport; the Disney Concert Hall; the Australian Wildlife Health Center; and Main Station Stuttgart. The explanation of such knowledge and its structuring with a view to a didactic transposition for architecture was developed through the concept of taxonomies and ontologies and expressed in conceptual maps. These structures were gathered in a network of concepts of the complex geometry of contemporary architecture, specifically for mathematical surfaces, and made available in a virtual environment supporting learning processes in architecture, the TEAR_AD network, of the Federal University of Santa Catarina, Brazil. A selected set of such 'structures of knowledge' has been inserted in an architectural teaching context in the year 2017, with the objective

of evaluating its application and possible reformulations in relation to the constituted structure. The main results achieved were: a greater understanding of the terms and descriptions presented by the authors who are dedicated to make analyzes of the contemporary architecture under the geometrical aspect; the identification and structuring of a taxonomy involved in such concepts and techniques, and their relationships with other structures of knowledge concerning the geometries and techniques treated; and also de possibility of didactic insertion or application in disciplines for architecture design of the generation techniques of complex geometries by parametric modeling.

Keywords: Complex geometry. Contemporary architecture. Parametric modeling. Teaching Architecture.

LISTA DE FIGURAS

| | |
|---|-----|
| Figura 1 - Projetos de arquitetura contemporânea com geometria complexa | 50 |
| Figura 2 - Projetos que utilizam o conceito de Diagramismo, segundo Wacht (2015): Google HQ Back, por BIG Architecture; Library Tops Out, em Tianjin, por MVRDV Architects; e Veiled Xinhee Design Center, em Xiamen, por MAD Architects. | 52 |
| Figura 3 - Concordância entre superfícies regradas não planificáveis. | 55 |
| Figura 4 - Resultado da concordância entre tipos de superfícies regradas não desenvolvíveis com etapas dos processos de modelagem. | 55 |
| Figura 5 - Novos conceitos matemáticos na Arquitetura Contemporânea. | 58 |
| Figura 6 - Interface do Dynamo, com os arquivos associados a um caso de projeto e os metadados de descrição do projeto. | 64 |
| Figura 7 - Projeto Mace – Metadata for Architectural Contents in Europe. | 64 |
| Figura 8 - Obras de arquitetos que adotaram formas biomórficas na arquitetura, segundo Kolarevic (2003): Gaudí, Casa Batlló (1906); Einsteinurm (1921), Potsdam, Germany, architect Erich Mendelsohn; Finnish Pavilion at the 1939 World’s Fair in New York, architect Alvar Aalto; Chapel at Ronchamp (1955), architect Le Corbusier; e TWA Terminal (1962), New York, architect Eero Saarinen. | 74 |
| Figura 9 - Temas abordados por Burry e Burry (2010) para caracterizar processos matemáticos recorrentes na configuração da arquitetura contemporânea. | 77 |
| Figura 10 - Conceitos matemáticos relacionados à geometria na arquitetura, apresentados em Pottmann et al (2007). | 79 |
| Figura 11 - Estruturas de conceitos relacionados à geometria dos organismos naturais, associada à arquitetura, apresentados em Bertol (2011). | 80 |
| Figura 12 - Seleção dos conceitos de superfícies e serialidade, apresentados em Burry & Burry (2010). | 82 |
| Figura 13 - Conceitos selecionados sobre a estrutura de conceitos abordados em Pottmann et al (2007). | 82 |
| Figura 14 - Esquema dos elementos de uma praxeologia. | 95 |
| Figura 15 - Ontologia no Sentido Filosófico. | 98 |
| Figura 16 - Abordagens conceituais sobre ontologias. | 99 |
| Figura 17 - Exemplo de categorização de termos. | 100 |

| | |
|---|--------------------------------------|
| Figura 18 - Terminologia que descreve um material didático da rede TEAR_AD, segundo teorias e técnicas de geração..... | 115 |
| Figura 19 - Algoritmo relativo ao processo de geração da forma da obra 80' South Street..... | 116 |
| Figura 20 - Esquema com a descrição passo a passo do algoritmo e as etapas que o compõem..... | 117 |
| Figura 21 - Terminologia das transformações geométricas associadas ao material, a partir de Pottmann et al (2007) e da interface do Grasshopper (plug-in do Rhinoceros)..... | 117 |
| Figura 22 - Elementos de modelagem paramétrica delimitados no Grasshopper..... | 118 |
| Figura 23 - Transposição do algoritmo para a linguagem de programação visual em Grasshopper..... | 118 |
| Figura 24 - Elementos e estrutura da programação no software Grasshopper (Rhinoceros)..... | 119 |
| Figura 25 - Esquema gráfico com os elementos integrantes do contexto de estudo..... | 120 |
| Figura 26 - Aplicações de tilings e packings na arquitetura contemporânea, segundo Burry & Burry (2010)..... | 121 |
| Figura 27 - Mapa conceitual que destaca categorias de palavras-chaves associadas a conceitos arquitetônicos e geométricos relacionados à aplicação de tilings na arquitetura contemporânea. Desenvolvido na disciplina de MTED (EGC, USFC) em 2015..... | 121 |
| Figura 28 - Mapa conceitual que destaca subcategorias de palavras-chaves associadas a conceitos arquitetônicos na arquitetura contemporânea..... | 122 |
| Figura 29 - Mapa conceitual que destaca subcategorias de palavras-chaves relacionadas à aplicação de tilings na arquitetura contemporânea..... | 123 |
| Figura 30 - Mapa conceitual que categoriza e classifica em uma taxonomia os conceitos identificados durante o processo de análise..... | Erro! Indicador não definido. |
| Figura 31 - Formalização da taxonomia para web semântica, formato RDF/XML, no software Protegè. Desenvolvido na disciplina de MTEC (EGC, USFC) em 2015..... | 124 |
| Figura 32 - Esquema visual da taxonomia gerado pelo OntoGraf, no software Protegè. Desenvolvido na disciplina de MTED (EGC, USFC) em 2015..... | 125 |
| Figura 33 - Conjunto de obras e conceitos matemáticos apontados por Burry e Burry (2010) para caracterizar superfícies matemáticas e serialidade na arquitetura contemporânea..... | 127 |

| | |
|--|-----|
| Figura 34 - Obras e conceitos matemáticos selecionados a partir de Burry e Burry (2010) para caracterizar superfícies matemáticas na arquitetura contemporânea. | 132 |
| Figura 35 - Aeroporto Internacional de Beijing, na China, de Foster & Partners..... | 135 |
| Figura 36 - Mapa conceitual que expressa uma ontologia em linguagem natural relativa à descrição de Burry e Burry para o aeroporto de Beijing, na China..... | 138 |
| Figura 37 - Esquema gráfico com as imagens do aeroporto de Beijing, apresentadas em Burry e Burry. | 139 |
| Figura 38 - Fotografias e modelo paramétrico do Aeroporto de Beijing, Foster & Partners..... | 140 |
| Figura 39 - À esquerda o processo de geração de um toro circular. Ao centro e a direita, três tipos de toros circulares e seus parâmetros de definição..... | 141 |
| Figura 40 - À esquerda, identificação das geratrizes e dos paralelos de um toro. À direita, porção da superfície de um toro que se corresponde com o conceito de patch toroid..... | 142 |
| Figura 41 - Pontos elípticos, hiperbólicos e parabólicos sobre uma superfície curva..... | 145 |
| Figura 42 - Tipos de pontos encontrados na superfície de um toro circular..... | 145 |
| Figura 43 - Estrutura da superfície do aeroporto de Beijing, de Foster & Partners, e sua localização em um toro do tipo circular aberto..... | 146 |
| Figura 44 - Mapa com a classificação e atributos das Superfícies Propriamente Curvas, segundo Rodrigues (1960)..... | 147 |
| Figura 45 - Mapa com a classificação da superfície tórica, parâmetros de classificação e o seu processo de geração..... | 148 |
| Figura 46 - Análise geométrica (entes, relações dimensionais e processo de geração) da cobertura do Aeroporto de Beijing..... | 150 |
| Figura 47 - Algoritmo de representação da porção da superfície tórica correspondente à cobertura do Aeroporto de Beijing..... | 150 |
| Figura 48 - Detalhamento dos parâmetros envolvidos na modelagem paramétrica da geometria do Aeroporto de Beijing..... | 151 |
| Figura 49 - Programação da modelagem paramétrica da superfície do Aeroporto de Beijing, desenvolvida no plug-in Grasshopper para Rhinoceros..... | 152 |
| Figura 50 - Superfície gerada pela modelagem paramétrica em Grasshopper correspondente à cobertura do Aeroporto de Beijing..... | 153 |

| | |
|---|-----|
| Figura 51 - Esquema gráfico da estrutura geral da rede de conceitos a ser desenvolvida sobre a modelagem paramétrica da geometria complexa da arquitetura contemporânea..... | 154 |
| Figura 52 - Mapa conceitual de acesso à rede de conceitos. | 155 |
| Figura 53 - Estrutura da rede de conceitos do Aeroporto de Beijing..... | 156 |
| Figura 54 - Mapa conceitual com o detalhamento da modelagem paramétrica das curvas diretrizes da cobertura do Aeroporto de Beijing. | 157 |
| Figura 55 - Fotografia aérea do Disney Concert Hall, Gehry & Partners. | 163 |
| Figura 56 - Mapa conceitual que expressa uma ontologia em linguagem natural relativa à descrição de Burry e Burry para o Disney Concert Hall, nos Estados Unidos..... | 166 |
| Figura 57 - Mapeamentos isométricos das superfícies desenvolvíveis sobre o plano. | 167 |
| Figura 58 - Classificação de Gaspar Monge para as superfícies retilíneas desenvolvíveis e as propriamente curvas..... | 168 |
| Figura 59 - Processos de geração de uma superfície cilíndrica e de um cone de revolução..... | 169 |
| Figura 60 - Elementos principais das superfícies cilíndrica e cônica geral. | 169 |
| Figura 61 - Superfície cônica geral inclinada formada por diretrizes em curva livre..... | 170 |
| Figura 62 - Delimitação das superfícies da obra Disney Concert Hall a serem estudadas: à esquerda sobre a fotografia aérea e à direita sobre a implantação..... | 171 |
| Figura 63 - Análise das dimensões da superfície 1 em projeção superior e vista frontal, e representação da curva diretriz inferior no ambiente do Rhinoceros e do Grasshopper. | 172 |
| Figura 64 - Processo de geração e programação visual da superfície 1 do Disney Concert Hall..... | 173 |
| Figura 65 - Análise visual da curvatura Gaussiana da superfície 1 do Disney Concert Hall..... | 173 |
| Figura 66 - Análise das dimensões da superfície 3, em projeção superior e vista frontal, e representação da curva diretriz inferior no ambiente do Grasshopper..... | 174 |
| Figura 67 - Primeira parte do processo de geração e programação visual da superfície 3 do Disney Concert Hall..... | 175 |
| Figura 68 - Segunda parte do processo de geração e programação visual da superfície 3 do Disney Concert Hall..... | 176 |

| | |
|--|-----|
| Figura 69 - Análise da curvatura Gaussiana superfície 3 do Disney Concert Hall..... | 176 |
| Figura 70 - Análise e mapeamento das porções da superfície 4 sobre o modelo digital tridimensional..... | 177 |
| Figura 71 - Etapas do processo de geração da primeira porção da superfície 4 do Disney Concert Hall..... | 178 |
| Figura 72 - Algoritmo e programação visual do processo de geração da primeira porção da superfície 4 do Disney Concert Hall. . | 179 |
| Figura 73 - Etapas do processo de geração da segunda porção da superfície 4 do Disney Concert Hall..... | 181 |
| Figura 74 - Algoritmo e programação visual do processo de geração da segunda porção da superfície 4 do Disney Concert Hall... | 181 |
| Figura 75 - Primeira análise e mapeamento das porções da superfície 2 sobre o modelo digital tridimensional..... | 183 |
| Figura 76 - Segunda análise e mapeamento das porções da superfície 2 sobre o modelo digital tridimensional..... | 184 |
| Figura 77 - Etapas do processo de geração da primeira porção da superfície 2 do Disney Concert Hall..... | 185 |
| Figura 78 - Algoritmo e programação visual do processo de geração da primeira porção da superfície 2 do Disney Concert Hall. . | 185 |
| Figura 79 - Etapas do processo de geração da segunda porção da superfície 2 do Disney Concert Hall..... | 186 |
| Figura 80 - Algoritmo e programação visual do processo de geração da segunda porção da superfície 2 do Disney Concert Hall... | 186 |
| Figura 81 - – Etapas do processo de geração da terceira porção da superfície 2 do Disney Concert Hall..... | 187 |
| Figura 82 - Algoritmo e programação visual do processo de geração da terceira porção da superfície 2 do Disney Concert Hall... | 187 |
| Figura 83 - Etapas do processo de geração da quarta porção da superfície 2 do Disney Concert Hall..... | 188 |
| Figura 84 - Algoritmo e programação visual do processo de geração da quarta porção da superfície 2 do Disney Concert Hall..... | 188 |
| Figura 85 - Algoritmo e programação visual do segundo processo de geração da superfície 1 do Disney Concert Hall..... | 189 |
| Figura 86 - Estrutura da rede de conceitos da superfície do Disney Concert Hall..... | 192 |
| Figura 87 - Classificação de superfícies retilíneas de Monge, segundo Rodrigues (1960). | 193 |
| Figura 88 - Vistas exterior e interior do Australian Wildlife Health Centre, do arquiteto Paul Minifie, Austrália..... | 200 |

| | |
|---|-----|
| Figura 89 - Esquema com as palavras-chaves e expressões apresentadas em Burry e Burry, para descrever a obra do Australian Wildlife Health Centre..... | 202 |
| Figura 90 - Mapa conceitual com as imagens e descrições da obra dadas em Burry & Burry (2010). | 203 |
| Figura 91 - Uma película de sabão formada a partir de um contorno C..... | 206 |
| Figura 92 - Exemplo na arquitetura de uma superfície mínima a partir de um dado contorno. | 207 |
| Figura 93 - Superfícies mínimas encontradas por Meusnier em 1776: O catenoide gerado pela rotação de uma catenária e o helicoides gerado pela rotação e translação simultâneas de retas apoiadas em hélices. | 210 |
| Figura 94 - Superfície mínima obtida por Scherk. | 211 |
| Figura 95 - Família associada do catenoide: deformação do helicoides para o catenoide e regiões isométricas entre as duas superfícies. | 212 |
| Figura 96 - Superfície mínima de Catalã, contendo uma curva cicloides como geodésica (imagem à esquerda) e uma família de curvas parábolas (imagem à direita). | 212 |
| Figura 97 - Superfície de Enneper, obtida em 1864 por Alfred Enneper. | 213 |
| Figura 98 - Homeomorfismo de superfícies pela equivalência topológica a uma esfera com g asas. | 217 |
| Figura 99 - a. A projeção estereográfica é uma equivalência conforme entre a esfera menos um ponto e o plano. b. Uma transformação equivalente conforme (tal como o mapeamento esférico gaussiano de uma superfície mínima para a esfera de uma unidade) preserva ângulos de interseção de curvas..... | 218 |
| Figura 100 - A noção de fins de uma superfície mínima: À esquerda, um toro com três fins; À direita, caracterização dos fins de duas superfícies mínimas e a direção de seus vetores normais no fim. | 218 |
| Figura 101 - Superfície mínima completa da família de Jorge-Meeks. A superfície é conformemente equivalente a uma esfera menos três pontos, e os fins são mergulhados, mas a superfície não é mergulhada, ou seja, ela possui auto-intersecção, porque os vetores normais dos fins não são paralelos..... | 219 |
| Figura 102 - À esquerda e ao centro, a superfície de Costa e um corte da superfície por um plano vertical. Fonte da imagem: Carmo (1987, pág. 117-118); À direita, a topologia da superfície de Costa, a partir de um toro circular. | 220 |

| | |
|---|-----|
| Figura 103 - Os fins da superfície de Costa e as suas simetrias de reflexão e de rotação. | 221 |
| Figura 104 - Radiolária desenhada por E. Haeckel (1872) e forma geodésica do Planetário em Jena (C. Zeiss). | 224 |
| Figura 105 - Radiolária Callimetra desenhada por E. Haeckel (1872) com a forma de um tetraedro esférico e superfície mínima. | 225 |
| Figura 106 - Superfície mínima triplamente periódica. | 227 |
| Figura 107 - Processo de geração de um catenoide. | 229 |
| Figura 108 - Processos de geração de helicoides: à esquerda, o helicoides desenvolvível, gerado por uma reta apoiada em uma diretriz hélice (d_2) e uma diretriz circunferência (d_1); ao centro e à direita, o helicoides não desenvolvível, gerado por uma reta e que possui somente diretrizes hélices. | 230 |
| Figura 109 - À esquerda, o movimento helicoidal; Ao centro, a descrição geométrica de uma curva hélice cilíndrica; À direita, a configuração de uma hélice cilíndrica na superfície do cilindro e a transformada da curva sobre um plano. | 231 |
| Figura 110 - Algoritmo de modelagem do helicoides. | 231 |
| Figura 111 - Curvas hélices configuradas sobre superfícies: à esquerda a curva hélice cilíndrica, que é uma curva geodésica do cilindro. | 232 |
| Figura 112 - Etapas do processo de modelagem paramétrica do helicoides e parâmetros envolvidos. | 233 |
| Figura 113 - Algoritmo da modelagem paramétrica do helicoides de plano diretor. | 233 |
| Figura 114 - Modelagem paramétrica da composição de helicoides pela rotação do primeiro helicoides de superfície mínima. . | 234 |
| Figura 115 - Algoritmo inteiro da modelagem paramétrica dos helicoides (volta inteira). | 234 |
| Figura 116 - Imagens da superfície de Costa, ilustrando os fins e as curvas da superfície e suas simetrias de rotação e reflexão. | 235 |
| Figura 117 - Seções planas sobre o modelo digital de Hoffmann, obtendo as curvas para gerar a superfície. | 237 |
| Figura 118 - Modelagem das duas porções de superfícies que irão formar a superfície de Costa. | 238 |
| Figura 119 - Modelagem das simetrias da superfície de Costa. | 238 |
| Figura 120 - Primeiro processo de modelagem paramétrica da superfície de Costa. | 239 |
| Figura 121 - Esquema visual e gráfico/descritivo e algoritmo de programação visual correspondente à geração da superfície 1, que compõem a porção fundamental da simetria. | 239 |

| | |
|---|-----|
| Figura 122 - Esquema visual e gráfico/descritivo e algoritmo de programação visual correspondente à geração da superfície 2, que compõem a porção fundamental da simetria..... | 240 |
| Figura 123 - Modelagem paramétrica da superfície de Costa por simetrias de reflexão e de rotação..... | 241 |
| Figura 124 - Curvaturas variáveis no primeiro modelo da superfície de Costa..... | 242 |
| Figura 125 - Seções no modelo digital de Jim Hoffman para gerar as curvas geratrizes..... | 242 |
| Figura 126 - Etapas da segunda modelagem da superfície de Costa: porções 1 e 2..... | 244 |
| Figura 127 - Segunda modelagem da superfície de Costa: composição da superfície por simetrias de reflexão e de rotação das porções fundamentais (porções 1 e 2)..... | 244 |
| Figura 128 - Análise de curvatura média da superfície gerada no segundo processo de modelagem paramétrica..... | 245 |
| Figura 129 - A estrutura da rede de conceitos da geometria e modelagem paramétrica do centro de tratamento de animais nativos da Austrália..... | 247 |
| Figura 130 - Main Station Stuttgart, projeto Ingenhoven Architects..... | 253 |
| Figura 131 - – Esquema com as palavras-chaves e expressões apresentadas em Burry e Burry, para descrever a obra do Main Station Stuttgart..... | 256 |
| Figura 132 - A. Analogia de Robert Hooke entre corrente pendurada e arcos. B. Projeto de ponte usando um modelo suspenso. | 259 |
| Figura 133- À esquerda, um gráfico com a superposição das duas curvas: em vermelho, a catenária e em azul a parábola; ao centro outro gráfico ilustrando as diferenças sutis entre as duas curvas: em vermelho a catenária e em verde a parábola; à direita, para um comprimento igual, as parábolas são mais ‘curvadas’..... | 260 |
| Figura 134 - Funículos segundo as cargas atuantes e catenária com distintos empuxos..... | 261 |
| Figura 135 - A proposta de Tape para uma arquitetura catenária..... | 261 |
| Figura 136 - Perfil ideal de uma cúpula: Comparação entre a solução exata (eq. 12), a forma hemi-esférica e a parábola cúbica de Hooke (HEYMAN, 1998)..... | 263 |
| Figura 137 - À esquerda, modelo suspenso preliminar, feito por Gaudi para a Igreja da Colônia Güel e à direita, uso de sacos para aplicar pesos ao modelo de suspensão..... | 265 |

| | |
|--|-----|
| Figura 138 - Modelos funiculares empregados na arquitetura nos séculos XIX-XX: na linha superior, modelos de Gaudì para a Colonia Güell (à esquerda) e Sagrada Família (ao centro e à direita); na linha central, modelo de Frei Otto para o Mannheim gridshell; e na linha inferior, modelos de pano de Heinz Isler. | 266 |
| Figura 139 - Modelo de membrana tensionada de Otto, proposta para a estação de trem de Stuttgart. | 267 |
| Figura 140 - Modelos de superfície mínima e Modelo funicular de Frei Otto. | 268 |
| Figura 141 - Modelo funicular (de corrente de suspensão) proposto para o Main Station Stuttgart. | 269 |
| Figura 142 - Modelo paramétrico baseado em elementos finitos da estrutura de superfície mínima do Main Station Stuttgart. | 269 |
| Figura 143 - Projeto Manta Ray, de Vincent Callebaut, com princípios da arquitetura regenerativa e modelos funiculares, utilizando a estrutura de Frei Otto e uma porção de um parabolóide hiperbólico. | 273 |
| Figura 144 - Imagens do projeto da cobertura do Main Station Stuttgart. | 274 |
| Figura 145 - Análise geométrica: identificação das geratrizes e diretrizes da superfície do Main Station Stuttgart. | 276 |
| Figura 146 - Análise geométrica da superfície da estação de trem de Stuttgart. | 276 |
| Figura 147 - Representação dos polígonos envolventes da superfície. | 277 |
| Figura 148 - Algoritmo referente à modelagem paramétrica da superfície 1 do módulo básico da cobertura do Main Station Stuttgart. | 278 |
| Figura 149 - Superfície 1 resultante da modelagem e programação visual completa em Grasshopper. | 279 |
| Figura 150 - Algoritmo das etapas de modelagem paramétrica da superfície 2 da cobertura do Main Station Stuttgart. | 280 |
| Figura 151 - Algoritmo completo da modelagem paramétrica da superfície 2 da cobertura do Main Station Stuttgart. | 280 |
| Figura 152 - Algoritmo da etapa de modelagem paramétrica da simetria de translação da cobertura do Main Station Stuttgart. | 281 |
| Figura 153 - Algoritmo da etapa de modelagem paramétrica das simetrias de translação por matriz linear da cobertura do Main Station Stuttgart. | 282 |
| Figura 154 - Modelo final paramétrico da cobertura do Main Station Stuttgart. | 283 |

| | |
|--|-----|
| Figura 155 - Análise de curvatura do modelo paramétrico da cobertura do Main Station Stuttgart. | 284 |
| Figura 156 - A estrutura da rede de conceitos da geometria e modelagem paramétrica da estação de trem de Stuttgart. | 285 |
| Figura 157 - Conteúdos apresentados na introdução da proposta didática. | 298 |
| Figura 158 - Conteúdos teóricos do material de superfícies cilíndricas. | 299 |
| Figura 159 - Conteúdos referentes às técnicas de modelagem paramétrica de superfícies cilíndricas. | 300 |
| Figura 160 - Conteúdos referentes a hipóteses alternativas de definição dos arcos diretrizes de uma superfície cilíndrica. | 300 |
| Figura 161 - Processos de modelagem de uma superfície cilíndrica geral, por concordância de duas superfícies cilíndricas. | 301 |
| Figura 162 - Processo de modelagem de uma superfície cilíndrica inclinada. | 302 |
| Figura 163 - Processo de modelagem de uma superfície cilíndrica geral com diretriz em curva espiral. | 302 |
| Figura 164 - Recortes do material didático de modelagem paramétrica de superfícies retilíneas desenvolvíveis: modelagem do helicóide. | 303 |
| Figura 165 - Recortes do material didático de modelagem paramétrica de superfícies retilíneas não desenvolvíveis: o parabolóide hiperbólico. | 304 |
| Figura 166 - Modelagem paramétrica de superfícies retilíneas não desenvolvíveis: parabolóide hiperbólico com seção por um cilindro. | 305 |
| Figura 167 - Material didático apresentado para a modelagem paramétrica do Aeroporto de Beijing. | 306 |
| Figura 168 - Material didático apresentado para a modelagem paramétrica do Main Station Stuttgart. | 307 |
| Figura 169 - Seleção de um projeto de referência por um dos estudantes, empregando uma superfície que possui curvas semelhantes às empregadas na obra Main Station Stuttgart. | 309 |
| Figura 170 - Seleção de dois projetos de referência por dois estudantes, empregando a superfície mínima de Eneper. | 311 |
| Figura 171 - Proposta formal do estudante D, para uma superfície gerada a partir de uma rede de curvas catenárias. | 312 |
| Figura 172 - Proposta de um dos estudantes para um quiosque de praia, empregando curvas catenárias para gerar a superfície. | 312 |

| | |
|--|-----|
| Figura 173 - Proposta de projeto do estudante F, para uma capela com cobertura em curva inspirada na geometria do Main Station Stuttgart..... | 313 |
| Figura 174 - Análises pelo estudante A das superfícies a serem modeladas parametricamente..... | 315 |
| Figura 175 - Etapas de desenvolvimento da modelagem pelo estudante A..... | 316 |
| Figura 176 - Análises do estudante B da superfície a ser modelada parametricamente..... | 317 |
| Figura 177 - Processo de modelagem 1 do estudante B, de acordo com a primeira análise da superfície..... | 318 |
| Figura 178 - Processo de modelagem 2 do estudante B, de acordo com a segunda análise da superfície..... | 319 |
| Figura 179 - Análise da curvatura da superfície resultante da modelagem 2 do estudante B..... | 319 |
| Figura 180 - Primeiro processo de modelagem da superfície Enneper desenvolvido pelo estudante C..... | 320 |
| Figura 181 - Segundo processo de modelagem desenvolvido pelo estudante C..... | 322 |
| Figura 182 - Hipótese de geração da superfície proposta pelo estudante D..... | 323 |
| Figura 183 - Modelagem das diretrizes da superfície proposta pelo estudante D..... | 324 |
| Figura 184 - Modelagem das curvas geratrizes e geração da superfície pelo estudante D..... | 325 |
| Figura 185 - Geração das superfícies de borda, definição de aberturas na superfície e análise da curvatura média, desenvolvidas pelo estudante D..... | 326 |
| Figura 186 - Hipóteses de geração da geometria idealizada pelo estudante E..... | 327 |
| Figura 187 - Processo de modelagem da geometria idealizada pelo estudante E..... | 328 |
| Figura 188 - Modelo paramétrico da proposta idealizada pelo estudante E..... | 328 |
| Figura 189 - Processo de modelagem paramétrica e análise de curvatura da proposta idealizada pelo estudante F..... | 329 |
| Figura 190 - Inserção de mobiliário, aplicação de texturas, modelo em realidade virtual e modelo de impressão 3D da forma idealizada pelo estudante F..... | 330 |

| | |
|--|-----|
| Figura 191 - Relações estabelecidas entre os parâmetros das curvas catenárias formadoras da diretriz da superfície modelada pelo estudante D..... | 331 |
| Figura 192 - Modelagem paramétrica da geometria relacional entre os parâmetros de dimensão da malha da matriz retangular, desenvolvida pelo estudante E. | 332 |
| Figura 193 - Modelos com inserção de texturas e exportados para realidade virtual. | 333 |
| Figura 194 - Problemas de extrusão na superfície modelada pelo estudante C..... | 334 |
| Figura 195 - Configuração da espessura da superfície modelada pelo estudante F. | 335 |
| Figura 196 - A configuração da espessura das superfícies modeladas pelo estudante A, por equidistância das arestas e por extrusão no eixo z..... | 336 |
| Figura 197 - Problemas com espaços abertos na geometria modelada pelo estudante B e elevado número de polígonos na geometria modelada pelo estudante D. | 336 |
| Figura 198 - Modelos de impressão 3D das superfícies modeladas pelos estudantes. | 337 |
| Figura 199 - Na parte superior, geratrizes, diretrizes e superfícies diretoras de superfícies curvas tradicionais: cone de revolução, cilindro, hiperboloide de revolução e paraboloides hiperbólicos; Na parte inferior, processos de geração de superfícies curvas. | 376 |
| Figura 200 - Parâmetros de classificação de geometria, segundo Bertolini, 1997. | 377 |
| Figura 201 - Classificação de Gaspar Monge para superfícies curvas. | 378 |
| Figura 202 - Classificação de superfícies curvas a partir do parâmetro sistema e leis de geração, tipo de curva geratriz. | 379 |
| Figura 203 - Subclassificação a partir de atributos da curva geratriz relativos ao tipo de curva que descreve em seu movimento no espaço para as Superfícies Circulares em Geral e as Superfícies Quádricas em Geral..... | 380 |
| Figura 204 - Detalhe da programação em Grasshopper relativa aos componentes e parâmetros de definição do arco diretriz e suas linhas tangentes. | 381 |
| Figura 205 - Detalhe da programação em Grasshopper relativa aos componentes e parâmetros de definição do arco diretriz e suas linhas tangentes. | 382 |

| | |
|--|-----|
| Figura 206 - Programação em Grasshopper relativa aos componentes e parâmetros de definição das linhas de largura dos arcos geratrizes da cobertura do Aeroporto de Beijing..... | 383 |
| Figura 207 - Programação em Grasshopper relativa aos componentes e parâmetros de definição dos arcos geratrizes da cobertura do Aeroporto de Beijing..... | 384 |
| Figura 208 - Programação em Grasshopper relativa à geração das curvas diretrizes no lado direito da superfície, por reflexão do arco diretriz e de uma de suas linhas tangentes..... | 385 |
| Figura 209 - Programação em Grasshopper relativa ao quarto arco gerador da cobertura do Aeroporto de Beijing..... | 386 |
| Figura 210 - Programação em Grasshopper relativa à geração da superfície da cobertura do Aeroporto de Beijing..... | 387 |
| Figura 211 - Forma gerada pela modelagem paramétrica em Grasshopper da cobertura do Aeroporto de Beijing..... | 387 |
| Figura 212 - Elementos da Programação em Grasshopper após a adição do quarto arco e dos componentes de geração da superfície da cobertura do Aeroporto de Beijing..... | 388 |
| Figura 213 - Mapa conceitual com a descrição de Burry & Burry dada para o Aeroporto de Beijing..... | 389 |
| Figura 214 - Mapa conceitual com a descrição de Burry & Burry para o conceito de ‘porção toroide’..... | 390 |
| Figura 215 - Mapa conceitual com a descrição de Burry & Burry para o conceito de ‘curvatura’..... | 390 |
| Figura 216 - Mapa conceitual contendo as definições de superfícies e seus elementos geométricos..... | 391 |
| Figura 217 - Mapa conceitual com os parâmetros de classificação de geometrias..... | 392 |
| Figura 218 - Mapa conceitual com a classificação de superfícies curvas..... | 392 |
| Figura 219 - Mapa conceitual com a classificação de superfícies propriamente curvas..... | 393 |
| Figura 220 - Mapa conceitual com a definição, o processo de geração e os tipos de toro circular..... | 393 |
| Figura 221 - Mapa conceitual com os fundamentos sobre curvatura..... | 394 |
| Figura 222 - Mapa conceitual com os tipos de curvaturas..... | 394 |
| Figura 223 - Mapa conceitual com as definições sobre os tipos de pontos em uma superfície..... | 395 |
| Figura 224 - Mapa conceitual com os tipos de pontos em um toro do tipo circular aberto..... | 395 |

| | |
|--|-----|
| Figura 225 - Mapa conceitual que contém as descrições de Burry & Burry (2010) para as imagens do Aeroporto de Beijing. | 396 |
| Figura 226 - Mapa conceitual com a fundamentação para a modelagem paramétrica do Aeroporto de Beijing. | 396 |
| Figura 227 - Esquema visual do algoritmo descritivo das etapas de modelagem paramétrica (algoritmo) do Aeroporto de Beijing e o acesso ao mapa de cada etapa. | 397 |
| Figura 228 - Mapa conceitual com o detalhamento da modelagem paramétrica das retas tangentes ao arco diretriz da cobertura do Aeroporto de Beijing..... | 398 |
| Figura 229 - Mapa conceitual com o detalhamento dos parâmetros de modelagem paramétrica das linhas de largura da cobertura do Aeroporto de Beijing..... | 398 |
| Figura 230 - Processo de geração de um catenoide..... | 400 |
| Figura 231 - Processos de geração de helicoides: à esquerda, o helicoides desenvolvível, gerado por uma reta apoiada em uma diretriz hélice (d2) e uma diretriz circunferência (d1); ao centro e à direita, o helicoides não desenvolvível, gerado por uma reta e que possui somente diretrizes hélices..... | 401 |
| Figura 232 - Classificação do Helicoide de Plano Diretor, segundo Rodrigues (1960). | 401 |
| Figura 233 - À esquerda, o movimento helicoidal; Ao centro, a descrição geométrica de uma curva hélice cilíndrica; À direita, a configuração de uma hélice cilíndrica na superfície do cilindro e a transformada da curva sobre um plano. | 402 |
| Figura 234 - Algoritmo de modelagem do helicoides..... | 403 |
| Figura 235 - Etapas do processo de modelagem paramétrica do helicoides e parâmetros envolvidos. | 403 |
| Figura 236 - Etapa de modelagem paramétrica de uma porção de cilindro, superfície de base para a obtenção da hélice cilíndrica. | 404 |
| Figura 237 - Etapa de modelagem paramétrica da hélice 1 diretriz do helicoides de plano diretor..... | 405 |
| Figura 238 - Etapa de modelagem paramétrica da hélice cilíndrica 2 diretriz do helicoides de plano diretor. | 406 |
| Figura 239 - Etapa de modelagem paramétrica do helicoides de plano diretor 1..... | 406 |
| Figura 240 - Algoritmo inteiro da modelagem paramétrica do helicoides de plano diretor 1..... | 406 |
| Figura 241 - Modelagem paramétrica da composição de helicoides pela rotação do primeiro helicoides de superfície mínima. . | 407 |

| | |
|---|-----|
| Figura 242 - Algoritmo inteiro da modelagem paramétrica dos helicoides (volta inteira)..... | 408 |
| Figura 243 – Programação visual e esquema gráfico da etapa de seções planas no modelo de Hoffman, segundo processo de modelagem paramétrica da superfície de Costa..... | 408 |
| Figura 244 - Programação e esquema gráfico da etapa de translação em x das seções planas no modelo de Hoffman, segundo processo de modelagem paramétrica da superfície de Costa. | 409 |
| Figura 245 - Programação e esquema gráfico da etapa de modelagem das geratrizes e diretrizes da primeira porção da superfície. | 409 |
| Figura 246 - Programação e esquema gráfico da etapa de modelagem das geratrizes e diretrizes da parte 2 da superfície..... | 410 |
| Figura 247 - Programação e esquema gráfico da etapa de geração da primeira e segunda porção fundamental da superfície de Costa..... | 411 |
| Figura 248 - Programação e esquema gráfico da etapa de modelagem das simetrias de reflexão, gerando porções fundamentais da superfície de Costa. | 412 |
| Figura 249 - Programação e esquema gráfico da etapa de modelagem das simetrias de translação e rotação, gerando a superfície de Costa..... | 412 |
| Figura 250 - Representação da curva geratriz por curva interpolada entre os pontos extraídos de uma curva desenhada no software Rhinoceros..... | 413 |
| Figura 251 - Etapa de modelagem da superfície 1 do <i>Main Station Stuttgart</i> | 414 |
| Figura 252 - Etapa de modelagem do hexágono limite superior. | 414 |
| Figura 253 - Etapa de modelagem da seção pelo polígono. | 415 |
| Figura 254 - Programação inteira da modelagem da superfície 1. | 415 |
| Figura 255 - Algoritmo das etapas de modelagem paramétrica da geratriz 1 da superfície 2 da cobertura do <i>Main Station Stuttgart</i> | 416 |
| Figura 256 - Algoritmo das etapas de modelagem paramétrica da geratriz 2 da superfície 2 da cobertura do <i>Main Station Stuttgart</i> | 417 |
| Figura 257 - Algoritmo das etapas de modelagem paramétrica da geratriz 3 da superfície 2 da cobertura do <i>Main Station Stuttgart</i> | 418 |
| Figura 258 - Algoritmo das etapas de modelagem paramétrica do arco diretriz superior da superfície 2 da cobertura do <i>Main Station Stuttgart</i> | 418 |

| | |
|--|-----|
| Figura 259 - Algoritmo das etapas de modelagem paramétrica do arco diretriz inferior da superfície 2 da cobertura do Main Station Stuttgart..... | 419 |
| Figura 260 - Algoritmo das etapas de modelagem paramétrica da geração da superfície 2 da cobertura do Main Station Stuttgart..... | 420 |
| Figura 261 - Algoritmo da etapa de modelagem paramétrica da seção na superfície 2 da cobertura do Main Station Stuttgart. | 420 |
| Figura 262 - Programação inteira da modelagem da superfície 2. | 421 |
| Figura 263 - Parametrização entre os pontos inicial e final dos arcos da composição de superfícies cilíndricas..... | 422 |
| Figura 264 - Parametrização entre os arcos diretrizes da composição de superfícies cilíndricas, por relação matemática que define a posição do centro do arco 2..... | 423 |
| Figura 265 - Parametrização entre os arcos diretrizes da superfície cilíndrica geral, por relação de proporção áurea. | 425 |

LISTA DE TABELAS

| | |
|---|-----|
| Tabela 1 - Estruturas de conceitos relacionados a processos matemáticos na arquitetura contemporânea, apresentados em Burry & Burry (2010)..... | 77 |
| Tabela 2 - Objetivos didáticos das atividades de aplicação e da pesquisa..... | 337 |

CONCEITOS EMPREGADOS

Geometria complexa – Na maioria das definições apresentadas pelos autores de referência, a geometria complexa é definida como toda geometria que não pode ser representada ou descrita, como as geometrias euclidianas, por técnicas tradicionais de representação gráfica (manuais) e de construção; incluem as geometrias não euclidianas, que puderam ser descritas a partir do estabelecimento da Geometria Analítica e da Geometria Diferencial. No entanto, no decorrer da pesquisa foi identificado que algumas destas geometrias, principalmente as que puderam ser estudadas a partir da geometria analítica, possuem elementos geométricos e processos de geração que podem ser considerados simples, tais como as curvas circunferência, hipérbole e catenária e os processos de geração por revolução e por varredura das curvas apoiadas em suas diretrizes. Estas pertencem às geometrias da classe de superfícies curvas tradicionais, sistematizadas por Gaspar Monge na geometria descritiva. Tais curvas são bem conhecidas na matemática e geometricamente podem ser representadas por técnicas tradicionais de representação gráfica, baseadas em processos projetivos sobre um ou dois planos.

Geração de geometrias – O termo se refere ao processo integrador que um sistema de representação gráfica em meio informático incorpora para descrever, visualizar e controlar a geometria em seus diversos aspectos. Este processo é possibilitado pela Modelagem Geométrica (Monedero, 2000 a; Borda, 2002). O termo ‘descrever’ a geometria refere-se à descrição matemática (formal) que possibilita representar um modelo geométrico.

SUMÁRIO

| | |
|--|------------|
| CAPÍTULO 1 | 41 |
| Abordagem ao tema, problema de pesquisa e objetivos .. | 41 |
| 1 INTRODUÇÃO | 43 |
| 1.1 Abordagem ao tema | 43 |
| 1.2 O contexto profissional de arquitetura frente ao avanço das TICs: projeto paramétrico e arquitetura contemporânea dos últimos 20 anos..... | 45 |
| 1.3 O conhecimento da geometria complexa recorrente na arquitetura contemporânea dos últimos 20 anos como base para o projeto paramétrico | 50 |
| 1.4 Iniciativas no ensino de arquitetura para a inserção dos conceitos da modelagem paramétrica e de geometria na arquitetura | 58 |
| 1.5 Problema de Pesquisa..... | 67 |
| 1.6 Objetivo geral e objetivos específicos..... | 68 |
| 1.7 Justificativa e aspectos de inovação | 68 |
| 1.8 Estrutura da tese | 69 |
| CAPÍTULO 2 | 71 |
| Revisão Teórica | 71 |
| 2 INTRODUÇÃO | 73 |
| 2.1 A geometria complexa da arquitetura contemporânea | 73 |
| 2.2 Modelagem paramétrica na arquitetura..... | 83 |
| 2.3 A Noção Estruturada do Saber pela Teoria Antropológica da Didática (CHEVALLARD, 1999)..... | 89 |
| 2.3.1 A caracterização de um saber e do sistema didático | 89 |
| 2.3.2 A noção de organização praxeológica (CHEVALLARD, 1999, págs. 02-06):..... | 92 |
| 2.4 Taxonomias e Ontologias..... | 98 |
| CAPÍTULO 3 | 105 |
| Procedimentos metodológicos | 105 |

| | | |
|---|---|------------|
| 3 | INTRODUÇÃO | 107 |
| 3.1 | Métodos de Pesquisa..... | 107 |
| 3.2 | Etapas da pesquisa | 111 |
| 3.3 | Desenvolvimentos de pré-testes para refinar as etapas da pesquisa..... | 114 |
| 3.3.1 | Apropriação conceitual e tecnológica sobre os temas geometria, modelagem paramétrica e estruturação de ontologias..... | 114 |
| 3.3.2 | Seleção de conceitos da geometria complexa presentes na arquitetura contemporânea dos últimos 20 anos abordados em Burry & Burry..... | 126 |
| 3.3.3 | Fundamentos para as análises das superfícies: a classificação das Superfícies Curvas Tradicionais (RODRIGUES, 1960; POTTMANN et al, 2007) | 129 |
| 3.3.4 | Seleção das superfícies matemáticas analisadas em Burry & Burry | 130 |
| CAPÍTULO 4 | | 133 |
| A Geometria do Aeroporto Internacional de Beijing | | 133 |
| 4 | INTRODUÇÃO | 135 |
| 4.1 | Descrição e imagens da obra, a partir de Burry e Burry | 136 |
| 4.2 | Análise do saber envolvido em <i>Patch Toroid</i> (Porção toroide) e curvatura..... | 139 |
| 4.2.1 | O processo de geração de um toro circular pela teoria de superfícies curvas..... | 140 |
| 4.2.2 | A classificação de um toro circular pela teoria de superfícies curvas..... | 141 |
| 4.2.3 | O processo de geração do <i>patch toroid</i> do Aeroporto de Beijing..... | 142 |
| 4.2.4 | Caracterização do conceito de curvatura, tipos e as curvaturas de um toro circular | 142 |
| 4.3 | A Estruturação dos elementos de saber da superfície do aeroporto..... | 146 |
| 4.3.1 | As teorias associadas às superfícies do toro circular | 146 |
| 4.3.2 | As técnicas de modelagem paramétrica e os elementos de justificação/explicação de tais técnicas..... | 148 |

| | | |
|---|---|------------|
| 4.3.2.1 | Análise da superfície da obra | 149 |
| 4.3.2.2 | Delimitação do algoritmo de modelagem paramétrica da superfície do aeroporto..... | 150 |
| 4.3.2.3 | Transposição do algoritmo para a programação visual em Grasshopper..... | 151 |
| 4.3.3 | Estruturação dos elementos de saber associados à superfície do Aeroporto de Beijing..... | 153 |
| 4.4 | Reflexões para o ensino de Arquitetura | 158 |
| CAPÍTULO 5..... | | 161 |
| A Geometria do <i>Disney Concert Hall</i>..... | | 161 |
| 5 | INTRODUÇÃO | 163 |
| 5.1 | Descrição e imagens da obra, a partir de Burry e Burry | 164 |
| 5.2 | Análise do Saber para superfícies desenvolvíveis e curvatura | 166 |
| 5.3 | Modelagem paramétrica das superfícies desenvolvíveis do Disney Concert Hall..... | 170 |
| 5.3.1 | Análises geométricas e modelagens..... | 171 |
| 5.4 | A estruturação dos elementos de saber da superfície do Disney Concert Hall | 191 |
| 5.4.1 | A estrutura do conteúdo | 191 |
| 5.4.2 | A ampliação das estruturas de saber | 192 |
| 5.5 | Reflexões para o ensino de arquitetura | 193 |
| CAPÍTULO 6..... | | 197 |
| A Geometria do <i>Australian Wildlife Health Centre</i>..... | | 197 |
| 6 | INTRODUÇÃO | 199 |
| 6.1 | Conceitos iniciais: As descrições e as imagens da obra, de acordo com Burry e Burry (2010)..... | 201 |
| 6.2 | Análise de Estruturas de Saber: Superfície mínima e curvatura..... | 203 |
| 6.2.1 | As definições de Burry e Burry para superfície mínima e a evolução histórica da teoria de superfícies mínimas | 203 |
| 6.2.2 | Superfícies mínimas em estruturas da natureza | 223 |

| | | |
|-------------------|--|------------|
| 6.3 | A modelagem paramétrica de superfícies mínimas e da superfície do <i>Australian Wildlife Health Centre</i> | 227 |
| 6.3.1 | A Modelagem paramétrica do <i>catenoide</i> | 229 |
| 6.3.2 | A Modelagem paramétrica do <i>helicoide de superfície mínima</i> | 230 |
| 6.3.3 | A Modelagem paramétrica da <i>superfície de Costa</i> , empregada no <i>Australian Wildlife Health Centre</i> | 234 |
| 6.4 | A estruturação dos conceitos | 246 |
| 6.4.1 | A estrutura do conteúdo | 246 |
| 6.4.2 | A ampliação das estruturas de saber | 247 |
| 6.5 | Reflexões para o ensino de arquitetura | 248 |
| CAPÍTULO 7 | | 251 |
| | A Geometria do <i>Main Station Stuttgart</i> | 251 |
| 7 | INTRODUÇÃO | 253 |
| 7.1 | Conceitos iniciais: As descrições e as imagens da obra, de acordo com Burry e Burry (2010)..... | 254 |
| 7.2 | Análise de Saberes: Superfície mínima e modelos de catenária..... | 257 |
| 7.2.1 | As definições de Burry e Burry para modelos de catenária, associado à superfície mínima da obra <i>Main Station Stuttgart</i> e evolução histórica do conceito. | 257 |
| 7.3 | Modelos funiculares e a abordagem regenerativa na Arquitetura | 270 |
| 7.4 | A modelagem paramétrica do <i>Main Station Stuttgart</i> | 273 |
| 7.4.1 | O processo de modelagem paramétrica | 275 |
| 7.4.1.1 | Análise geométrica | 275 |
| 7.5 | A estruturação dos conceitos | 284 |
| 7.5.1 | A estrutura do conteúdo | 284 |
| 7.5.2 | Ampliação das estruturas de saber | 285 |
| 7.6 | Aplicações no ensino de arquitetura | 286 |
| CAPÍTULO 8 | | 289 |

| | | |
|---------|---|------------|
| | Aplicação em um contexto de ensino de arquitetura | 289 |
| 8 | INTRODUÇÃO | 290 |
| 8.1 | Procedimentos metodológicos | 290 |
| 8.1.1 | A seleção dos conteúdos e técnicas de modelagem paramétrica | 290 |
| 8.1.2 | A caracterização do contexto de aplicação | 291 |
| 8.1.3 | As estratégias didáticas (materiais didáticos, sequência de atividades, etc.)..... | 291 |
| 8.1.4 | A proposta de aplicação (etapas de desenvolvimento)..... | 294 |
| 8.2 | Materiais didáticos construídos..... | 297 |
| 8.3 | O desenvolvimento das atividades de modelagem paramétrica | 307 |
| 8.4 | O desenvolvimento das atividades de projeto | 308 |
| 8.4.1 | Seleção das obras de referência e proposta conceitual..... | 308 |
| 8.4.2 | A modelagem paramétrica das propostas..... | 313 |
| 8.4.2.1 | A modelagem da obra com uma curva semelhante à curva do <i>Main Station Stuttgart</i> | 314 |
| 8.4.2.2 | As modelagens das propostas para a superfície Enneper | 316 |
| 8.4.2.3 | As propostas de projeto com superfícies construídas por catenárias..... | 322 |
| 8.4.3 | A aplicação da geometria relacional | 330 |
| 8.4.4 | Superfícies em realidade virtual..... | 332 |
| 8.4.5 | Impressão 3D das superfícies..... | 333 |
| 8.5 | Análises das atividades quanto aos objetivos didáticos | 337 |
| 8.6 | Resultados e Discussão | 342 |
| | CAPÍTULO 9..... | 344 |
| | Conclusão, limitações da pesquisa e trabalhos futuros.. | 344 |
| 9.1 | CONCLUSÕES..... | 345 |
| 9.2 | Limitações da pesquisa e trabalhos futuros | 359 |
| | REFERÊNCIAS..... | 361 |

| | |
|--|-----|
| APÊNDICES | 375 |
| APÊNDICE 01: Elementos principais de superfícies | 376 |
| APÊNDICE 02: Parâmetros de classificação e classificação de superfícies curvas..... | 377 |
| APÊNDICE 03: Caracterização dos tipos de geratrizes e dos parâmetros de geração das superfícies Propriamente Curvas (Rodrigues, 1960) .. | 379 |
| APÊNDICE 04: Modelagem paramétrica da superfície do Aeroporto de Beijing..... | 381 |
| APÊNDICE 05: Mapas com o detalhamento dos conceitos geométricos da superfície do Aeroporto de Beijing | 389 |
| APÊNDICE 06: Detalhamento dos processos de modelagem paramétrica de superfícies mínimas | 399 |
| APÊNDICE 07: Detalhamento dos processos de modelagem paramétrica da superfície do Main Station Stuttgart..... | 413 |
| APÊNDICE 08: Modelagem da Geometria Relacional entre elementos geométricos paramétricos | 422 |

CAPÍTULO 1

Abordagem ao tema, problema de pesquisa e objetivos

1 INTRODUÇÃO

1.1 Abordagem ao tema

O tema desta pesquisa se insere na área do ensino de representação gráfica digital para arquitetura. Nos últimos 20 anos, o crescente desenvolvimento e emprego de ferramentas digitais na prática profissional de arquitetura têm refletido em práticas formativas que objetivam tanto efetivar o uso destas tecnologias quanto apoiar a atividade projetual e seu processo de aprendizagem. Este avanço tecnológico, particularmente a partir da década dos anos de 1990, vem influenciando de maneira mais intensa o modo de produzir arquitetura (KOLAREVIC, 2003; POTTMANN et al, 2007; BURRY & BURRY, 2010; WOODBURY, 2010; KATZ, 2011; SCHNABEL, 2007). Especificamente quanto aos aspectos geométricos da forma, tornou-se recorrente o uso das geometrias com nível elevado de complexidade, as quais não podem ser representadas ou descritas por técnicas tradicionais de representação gráfica e de construção como são as formas que utilizam a denominada geometria euclidiana¹ (GROBMAN, 2011). Devido a isso, até então, estas geometrias eram consideradas difíceis de serem tratadas no âmbito do projeto de arquitetura.

Com a adoção das tecnologias digitais na produção arquitetônica, houve a necessidade de se conhecer um conjunto de conceitos e técnicas de representação gráfica digital para projetar com tais geometrias.

Diante destas considerações, estrutura-se a argumentação desta pesquisa do seguinte modo: inicialmente trata-se o contexto profissional de arquitetura dos últimos anos, especialmente a partir da segunda metade dos anos 1990, frente à inserção das tecnologias digitais de representação gráfica, particularmente o projeto paramétrico e sua influência na produção da arquitetura contemporânea atual, caracterizada por sua complexidade formal. Logo se aborda a importância do conhecimento mais profundo da ‘geometria complexa’ neste contexto, destacando-se suas potencialidades tanto na

¹ A geometria euclidiana é aquela sistematizada e fundamentada nos postulados de Euclides; contempla a geometria plana, geometria de figuras semelhantes e esteriometria que estuda as relações métricas da pirâmide, do prisma, do cone e do cilindro, polígonos regulares, especialmente do triângulo e do pentágono (CAJORI, 2007); Trata assim de figuras que podem ter suas propriedades estudadas a partir de seu desenvolvimento ou planificação sobre um plano reto.

configuração da arquitetura contemporânea como para apoiar as atividades de representação gráfica digital e a própria concepção do objeto arquitetônico. Por fim, se identificam iniciativas de inserção de conhecimentos da representação gráfica digital no ensino de arquitetura, as quais disponibilizam referenciais teóricos que possibilitam estabelecer um marco metodológico para esta pesquisa.

O termo ‘geometria complexa’, empregado nesta tese, foi delimitado para abarcar alguns tipos de geometrias descritas por conceitos matemáticos que passaram a ser adotadas recentemente (principalmente nos últimos 20 anos) por alguns arquitetos contemporâneos. Muitos destes conceitos inserem-se no âmbito de geometrias não euclidianas, aquelas que tiveram seu desenvolvimento como uma consequência da impossibilidade de comprovar um dos postulados da geometria de Euclides, o das retas paralelas², fazendo com que fosse possível sistematizar geometrias descritas não apenas em espaços planos retos, mas principalmente em espaços curvos. Em uma abordagem arquitetônica, Grobman (2011, pág. 585) refere-se a “geometria que emprega tanto superfícies curvilíneas quanto superfícies inclinadas tesselladas, que não podem ser expressas no plano tradicional com base em convenções de desenho nem usando elementos de construção standards”³. No entanto, para que possa ser compreendida de maneira mais profunda, a definição e caracterização desta geometria e principalmente dos seus elementos de descrição necessitam ser mais bem explicitados.

² Há cerca de 2300 anos atrás, o matemático grego Euclides escreveu a obra matemática mais famosa e influente de todos os tempos: Os Elementos. Em treze livros, Euclides expõe resultados de Geometria Euclidiana, e não só, usando um sistema lógico-dedutivo constituído por postulados, noções comuns, proposições e teoremas. Um desses postulados, o 5º Postulado, conhecido como o Postulado das Paralelas, levantou desde logo alguma controvérsia devido à sua natureza mais complexa e menos intuitiva (http://www.atractor.pt/mat/GeomEsf/postulado_paralelas.html). Este se refere à existência de uma única linha reta paralela a outra linha e que passe por um ponto exterior a esta. A partir de estudos posteriores foi demonstrado que tal postulado não poderia ser comprovado para outros espaços geométricos fora do plano, permitindo desenvolver o campo teórico de geometrias como a esférica e a hiperbólica.

³ “Complex geometry in this context refers to both curvilinear and tessellated inclined surfaces which cannot be easily expressed in traditional plan based drafting conventions nor built using standard elements”.

1.2 O contexto profissional de arquitetura frente ao avanço das TICs: projeto paramétrico e arquitetura contemporânea dos últimos 20 anos

Nos últimos anos com o desenvolvimento das tecnologias digitais, novas técnicas de representação gráfica e de simulação tem mudado rapidamente o modo de produção da arquitetura. Esta mudança abrange o processo de projeto em arquitetura desde a fase de concepção e modelagem passando por estudos de comportamento do objeto concebido, utilizando simulação e/ou a materialização do edifício por meio de processos digitais.

Kolarevic (2003, pág. 07) caracteriza esta nova maneira de produzir arquitetura:

*...the digital age is forging a very different kind of architecture and, at the same time, providing unprecedented opportunities for the significant redefinition of the architect's role in the production of buildings. Digital technologies are enabling a direct correlation between what can be designed and what can be built, thus bringing to the forefront the issue of the significance of information, i.e. the issues of production, communication, application, and control of information in the building industry. By integrating design, analysis, manufacture, and the assembly of buildings around digital technologies, architects, engineers and builders have an opportunity to fundamentally redefine the relationships between conception and production.*⁴
(KOLAREVIC, 2003, pág. 07)

Segundo Oliveira et al, 2011 e Pereira et al, 2007, a amplitude de técnicas digitais disponíveis na atualidade, seja para a representação gráfica, simulação ou manufatura, traz possibilidades concretas de aplicação no ensino de projeto de Arquitetura, por permitir que o

⁴ ...a era digital está forjando um tipo muito diferente de arquitetura e ao mesmo tempo disponibilizando oportunidades para uma redefinição significativa do papel do arquiteto no desenvolvimento de edifícios. Tecnologias digitais estão permitindo a correlação direta entre o que pode ser projetado e construído, trazendo assim para o primeiro plano a questão da importância da informação, ou seja, as questões de produção, comunicação, aplicação e controle de informações na indústria da construção civil. Ao integrar design, análise, fabricação e montagem de edifícios em torno de tecnologias digitais, arquitetos, engenheiros e construtores têm a oportunidade de redefinir fundamentalmente as relações entre concepção e produção.

projetista explore claramente e com maior precisão os aspectos que o envolvem.

Sistemas como o BIM (Building Information Modeling) permitem manipular, simultaneamente e em conjunto, as informações e representações definidas em cada uma das etapas do projeto; Sistemas paramétricos e de geração de formas, permitem ter um maior controle das possibilidades de geração de geometrias complexas e um maior número de alternativas de projeto para avaliação e seleção do projetista; Sistemas de prototipagem rápida e fabricação digital possibilitam analisar conceitualmente propostas de projeto, avaliar e assim materializar a proposta em termos construtivos; Sistemas de simulação de desempenho da obra, tais como os de energia, fluxo de vento, de estrutura, etc., são alguns exemplos de tecnologias de apoio ao processo de projeto em arquitetura.

Neil Katz do escritório SOM - Skidmore Owings & Merrill (<http://www.som.com/>) destaca alguns fatores que têm impulsionado tais práticas contemporâneas desenvolvidas por meio de ferramentas computacionais sofisticadas (KATZ, 2010, pág. 01):

...competitive and economic requirements to work faster and with fewer resources; new construction and fabrication processes; collaborative opportunities among people in various disciplines involved in a project (for example: those specializing in developing forms and those who study structural and environmental considerations); requirements to create deliverables in electronic extremely specific formats; skills of Young professionals eager to implement techniques and tools used in academic environments.⁵

Katz (2010, pág.02) reitera que a própria empresa em que ele atua “foi inovadora em iniciar o desenvolvimento e utilização de ferramentas computacionais para o projeto arquitetônico”, atuando de maneira interdisciplinar em projetos grandes e complexos, visando “facilitar um processo de projeto mais eficiente (que inclui a concepção, análise e documentação)”.

⁵ ...requisitos competitivos e econômicos para trabalhar mais rápido e com menos recursos; novos processos de construção e fabricação; oportunidades colaborativas entre pessoas de várias disciplinas envolvidas em um projeto (por exemplo: aquelas especializadas em desenvolver formulários e as que estudam considerações estruturais e ambientais); requisitos para criar entregas em formatos eletrônicos específicos; habilidades de jovens profissionais ávidos por implementar técnicas e ferramentas utilizadas em ambientes acadêmicos.

Kolarevic (2003, pág. 09) traz um pensamento de Ignasi de Sola Morales para se referir a esta arquitetura: “a arquitetura abandona o discurso do estilo e passa a se caracterizar pela sua capacidade de tirar proveito das inovações oferecidas pela ciência e tecnologia atual”. O autor refere-se ao âmbito conceitual das arquiteturas produzidas por meios computacionais, as quais, segundo ele, estão suplantando arquiteturas definidas pelas tecnologias da construção (aço, concreto, madeira, etc.), com a adoção de espaços topológicos, geométricos não euclidianos, sistemas dinâmicos e algoritmos genéticos. Neste contexto, “processos de projeto são orientados digitalmente, caracterizados por transformações dinâmicas, abertas e imprevisíveis de estruturas tridimensionais, mas também consistentes” (KOLAREVIC, 2003, pág. 09). Para o mesmo autor, a partir desta realidade, permitiu-se também a produção e construção de formas muito complexas que eram, até recentemente, muito difíceis e custosas para projetar, produzir e montar usando tecnologias de construção tradicionais. Esta possibilidade se estabelece a partir de “um novo contínuo digital, um link direto desde o projeto até a construção”, havendo “uma abertura para novos territórios de exploração formal em arquitetura, em que as formas digitalmente geradas não são projetadas de maneira convencional” (KOLAREVIC, 2003, págs. 09 e 17).

Uma maneira não convencional de produzir formas e projetar em arquitetura que tem se constituído neste contexto é o denominado projeto baseado em modelagem paramétrica⁶ (MONEDERO, 2000 b). Hugh Whitehead (in: WOODBURY, 2010, pág. 01) expõe uma visão sobre o projeto paramétrico:

Parametrics is more about an attitude of mind than any particular software application. It has its roots in mechanical design, as such, for architects it is borrowed thought and technology. It is a way of thinking that some designers may find alien, but the first requirement is an attitude of mind that seeks to express and explore relationships. Embedded in this method of exploration is the idea of capturing design history and returning it in an editable form - that can be varied and then re-played. The power of the concept is the belief that design history can be extrapolated to produce design futures.⁷

⁶ Modelagem paramétrica é a descrição computacional de um modelo matemático com base em scripts, parâmetros e relacionamentos (MONEDERO, 2000 b).

⁷ “Parametrics” é mais uma atitude mental do que qualquer aplicativo de software específico. Tem suas raízes no design mecânico, como tal, para arquitetos são

Para situar a importância que o projeto paramétrico assume hoje na produção arquitetônica, Volker Mueller (in: WOODBURY, 2010, pág. 02) expressa que:

With increasing economic pressure, established practice gives way in favour of tight integration of design and delivery as well as innovation sharing risks and rewards. In parallel, climate change reinvigorates deep concern about for excessive use of resources, rebalancing values of capital costs and long term design performance. Integrated design teams make simultaneous, interrelated design decisions across disciplines and project phases. Such decisions concern interconnected subsystems with interfaces that propagate change through the overall system and allow the design team to create many design alternatives. In addition, investment in validation of design assumptions through analysis or simulation cycles can further reduce risks. With parametric modeling, early design models become conceptually stronger than conventional CAD models and less constrained than building information models. Parameters express the concepts contained in these new models and give interactive behaviour to building components and systems. This means a change in how tools need to support design activities. [...] Instead of building a single solution, designers explore an entire parametrically described solution space.⁸

repassados o pensamento e a tecnologia. É uma maneira de pensar que alguns designers podem achar estranho, mas o primeiro requisito é uma atitude mental que procura expressar e explorar relacionamentos. Junto a este método de exploração está a ideia de capturar o histórico do projeto e devolvê-lo de forma editável - que pode ser variada e depois reproduzida-. O poder do conceito é a crença de que a história do design pode ser extrapolada para produzir futuros de design.

⁸ Com o aumento da pressão econômica, a prática estabelecida abre caminho para uma integração correta de design e entrega, bem como riscos e recompensas de compartilhamento de inovação. Paralelamente, a mudança climática revigora a profunda preocupação com o uso excessivo de recursos, o reequilíbrio dos valores dos custos de capital e o desempenho do projeto de longo prazo. Equipes de design integradas fazem decisões sobre a forma simultaneamente e inter-relacionam disciplinas e fases do projeto. Tais decisões dizem respeito a subsistemas interconectados com interfaces que propagam mudanças através de um sistema geral e permitem que a equipe de projeto crie diversas alternativas de projeto. Além disso, o investimento na validação de premissas de projeto por meio de ciclos de análise ou simulação pode reduzir ainda mais os riscos. Com a modelagem paramétrica, os

O projeto paramétrico permite a geração de soluções customizadas que podem ser prototipadas e avaliadas nas diferentes etapas do projeto de arquitetura. Segundo Monedero (2000b), ele é entendido como um processo em que a descrição de um problema é criada usando variáveis. Ao alterar essas variáveis, uma gama de soluções alternativas pode ser criada, com base em alguns critérios selecionados de uma solução final, que podem ser relacionados com o desempenho, facilidade de construção, requisitos de orçamento, as necessidades do usuário, estética ou uma combinação destes. O autor destaca que, em termos computacionais, é o processo de desenvolvimento de um modelo de computador ou a descrição de um problema de design.

Segundo Woodbury (2010), sistemas paramétricos e de geração de formas permitem ter um maior controle das possibilidades de geração de geometrias complexas e um maior número de alternativas de projeto para avaliação e seleção do projetista.

Woodbury (2010, pág. 24) descreve que “o processo de criação de relacionamentos (necessariamente) requer uma notação formal e introduz conceitos adicionais que não tenham sido previamente considerados como parte do "pensamento de design", podendo assim alargar o âmbito intelectual do projeto”. Esta viabilidade de projetar formas com níveis mais elevados de complexidade geométrica, a partir de modelos descritos parametricamente, teve como consequência a necessidade de conhecer os aspectos e elementos geométricos mais específicos que permitem definir a forma, incluindo-se os seus processos de geração. No Brasil, a base de conhecimento da geometria nas escolas de arquitetura está essencialmente alicerçada na geometria euclidiana e nas técnicas projetivas de representação da Geometria Descritiva. Inserir uma base de conhecimento que amplie esta formação do arquiteto na atualidade, a partir de disciplinas básicas de geometria, poderá dar um incremento nas práticas desenvolvidas nas disciplinas de projeto de arquitetura.

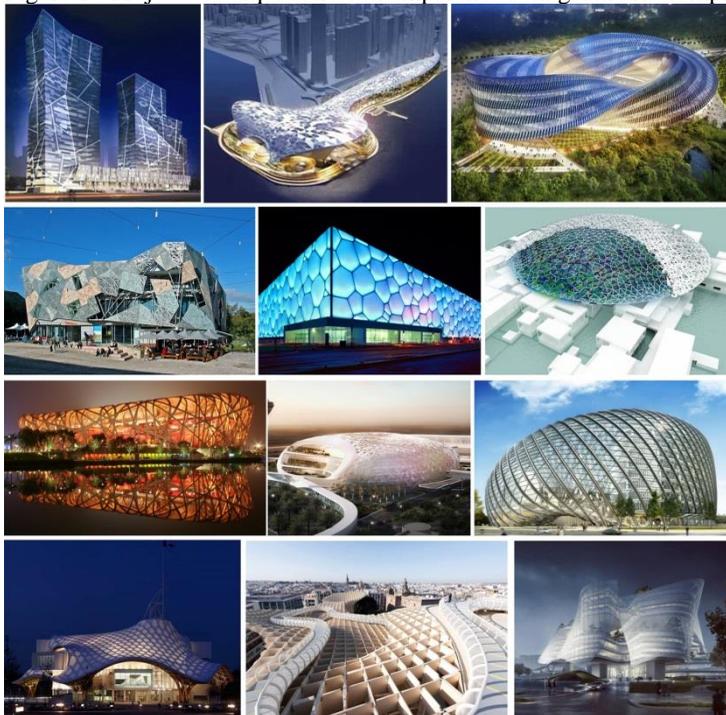
primeiros modelos de projeto tornam-se conceitualmente mais fortes que os modelos CAD convencionais e menos restritos do que os modelos BIM. Os parâmetros expressam os conceitos contidos nesses novos modelos e fornecem um comportamento interativo aos componentes e sistemas de construção. Isso significa uma mudança na maneira como as ferramentas precisam suportar as atividades de design. [...] Em vez de criar uma única solução, os projetistas exploram todo um espaço de solução descrito parametricamente.

1.3 O conhecimento da geometria complexa recorrente na arquitetura contemporânea dos últimos 20 anos como base para o projeto paramétrico

Com a evolução das tecnologias de representação gráfica digital, conforme mencionado anteriormente, a produção arquitetônica dos últimos 20 anos vem apresentando um repertório formal caracterizado por geometrias com alto nível de complexidade. Até então estas geometrias na arquitetura eram restritas a alguns arquitetos, como Gaudi (1852-1926), que as estudava em profundidade e desenvolvia pessoalmente técnicas artesanais para construí-las. Arquitetos com formação em engenharia também empregaram tais geometrias em seu repertório formal, tal como Santiago Calatrava a partir dos anos 1990 e Félix Candela, que propôs uma arquitetura baseada em cascas estruturais, desenvolvidas principalmente entre os anos de 1955 e 1960.

A figura 1 ilustra alguns edifícios contemporâneos desenvolvidos por escritórios de arquitetura que passaram a utilizar conceitos da geometria 'complexa' em seus projetos.

Figura 1 - Projetos de arquitetura contemporânea com geometria complexa



Fonte das imagens: junto às referências bibliográficas.

Como suporte a esta produção arquitetônica, existe, por um lado, um processo de projeto automatizado de busca da forma, denominado de ‘*form-finding*’, que estaria associado com o conceito de topologia, como relata Kolarevic (2003 págs. 14-15):

Inspired by the writings of thinkers ranging from Leibniz to Deleuze, as discussed earlier, some architects are exploring the spatial realms of non-Euclidean geometries, and some are basing their spatial investigations on topology, a branch of mathematics concerned with the properties of objects that are preserved through deformations. [...] The appeal of the topological geometries is in part aesthetic, in part technological, and in part ideological. Topology is ultimately about relations, interconnections within a given spatial context, and not about specific forms—a single topological construct is manifestable through multiple forms (and those forms need not be curvilinear). Topology is, in other words, less about spatial distinctions and more about spatial relations. [...] In the future, as buildings become more “intelligent,” it will be the information the surface transmits to and from the surrounding environment—and not its form—that will matter more.⁹

Para Wacht (2015), o estado atual do projeto arquitetônico incorpora muitas ideias contemporâneas que definem a geometria original. Basicamente considerando as novas técnicas surgidas, o autor as relaciona como novos movimentos que não são tendências estilísticas

⁹ Inspirados pelos escritos de pensadores que variam de Leibniz a Deleuze, como discutido anteriormente, alguns arquitetos estão explorando os domínios espaciais das geometrias não-euclidianas, e alguns estão baseando suas investigações espaciais na topologia, um ramo da matemática preocupado com as propriedades dos objetos são preservados através de deformações. [...] O apelo das geometrias topológicas é em parte estético, tecnológico e ideológico. Topologia é, em última análise, sobre relações, interconexões dentro de um dado contexto espacial, e não sobre formas específicas - uma única construção topológica é manifestada através de múltiplas formas (e essas formas não precisam ser curvilíneas). Topologia é, em outras palavras, menos sobre distinções espaciais e mais sobre relações espaciais. [...] No futuro, à medida que os edifícios se tornarem mais “inteligentes”, serão as informações que a superfície transmite para e do ambiente circundante (e não sua forma) que serão mais importantes.

distintas, mas modos de abordar o conceito de projeto, que geralmente são uma combinação de um conceito com outros ou até mesmo com movimentos estilísticos. O autor identifica nestes movimentos o que denomina de Diagramismo, Novo Brutalismo, Revitismo (em referência ao uso do *software* Revit), Scriptismo e Subdivisão, associando estas tendências a técnicas significativas para a definição de geometrias particulares e expressivas. O ‘Scriptismo’ e a ‘Subdivisão’, segundo o autor, são conceitos tipicamente encapsuladas pelo termo Parametricismo, que é um conceito computacional mais do que um movimento arquitetônico.

O autor descreve as seguintes características para uma destas tendências, o Diagramismo: No Diagramismo os arquitetos transferem grandes ideias derivadas dos pontos fortes particulares, limitações e atributos de um projeto, tais como circulação ou visualização de corredores de veículos, criam diagramas que demonstrem como um projeto potencial pode tirar proveito destas condições e usam estes diagramas para gerar uma forma tridimensional; exemplos que utilizam tais processos são os escritórios de arquitetura BIG (Grupo Bjarke Ingels, <http://www.big.dk/#projects>), MVRDV (arquitetos Winy Mass, Jacob van Rijs e Nathalie de Vries, <https://www.mvrdv.nl/>) e MAD Architects (arquitetos MA Yansong, DANG Qun, Yosuke HAYANO, Andrea D'Antrassi, LIU Huiying e LU Junliang, <http://www.i-mad.com/>), com projetos ilustrados na Figura 2.

Figura 2 - Projetos que utilizam o conceito de Diagramismo, segundo Wacht (2015): Google HQ Back, por BIG Architecture; Library Tops Out, em Tianjin, por MVRDV Architects; e Veiled Xinhée Design Center, em Xiamen, por MAD Architects.



Fonte das Imagens: <http://www.big.dk/#projects>, <https://www.mvrdv.nl/> e <http://www.i-mad.com/>.

Segundo Wacht (2015), um dos primeiros exemplos de Diagramismo foi possivelmente o Museu Guggenheim (1943-59) de Frank Lloyd Wright (1867-1959) em New York, pois sua forma espiral expressa a função da rampa contínua que repousa sobre uma base ortogonal ajudando a definir a forma resultante dentro de seu contexto. O autor ainda esclarece que esta tendência difere do Funcionalismo do movimento moderno por ter foco nas forças experienciais e dinâmicas que a forma do edifício pode incorporar, em oposição à ideia estática do programa que define uma forma.

O tipo de discurso apresentado por Wacht não faz referência aos tipos de geometrias que configuram tais projetos; o enfoque é exclusivamente em como o conceito de diagrama ou de outra abordagem qualquer (como a ‘Subdivisão’ e o ‘Scriptismo’, por exemplo) é aplicada para produzir formas expressivas, as quais podem pertencer a classes geométricas distintas. O mesmo tipo de processo ocorre quando se utiliza o conceito de topologia na arquitetura: se refere a determinadas relações entre elementos e não a uma forma geométrica específica, ou seja, ao se definirem relações topológicas fixas, pode-se gerar uma infinidade de formas geométricas que cumpram estas relações, as quais, então, mesmo geometricamente diferentes terão a mesma topologia. Embora estes enfoques não sejam sobre a definição da geometria como elemento matemático, o próprio autor conclui em seu trabalho que tais processos podem muitas vezes levar a geometrias desconfortáveis ou o que ele chama de discordantes e que seria importante então os arquitetos estarem conscientes do que estão produzindo quando empregam tais abordagens no projeto de arquitetura.

A este respeito, Szalapaj (2005, pág. 755-756) descreve:

NURBS curves and surfaces are increasingly being used for the representation of geometries such as conics and free-form shapes. However, anyone who has modelled with NURBS will be aware that complex forms made up of many NURBS components often have to be fixed to avoid holes and gaps between surfaces. This stymies the expression of parametric relationships between disparate surfaces. Furthermore, digital operations on NURBS objects, such composition, intersection and projection do not necessarily result in NURBS objects. All such issues distract from focusing on design interactions in order to resolve technical problems. This is just one

*example of how digital designers need to maintain a critical outlook whilst keeping an eye on new developments in modelling technology.*¹⁰

Um exemplo que pode tornar mais consciente o uso de superfícies geométricas distintas em suas propriedades geométricas, mas agrupadas em uma mesma composição formal sem perda da continuidade entre elas, é descrito geometricamente por Mateus (2006; 2011) como uma solução para a junção de superfícies curvas no espaço tridimensional. Este autor aborda em um material didático o conceito de concordância entre superfícies regradas não planificáveis, tais como paraboloides hiperbólicos, hiperboloides de revolução, helicoides de plano diretor, conoides e cilindroides. Para Fernández (2010), o uso de tais superfícies além de criar uma arquitetura rica e expressiva, alcança eficiência estrutural. A dupla curvatura de tais superfícies proporciona elevada rigidez e capacidade de transmissão das ações mecânicas através das bordas ou dos pontos de apoio.

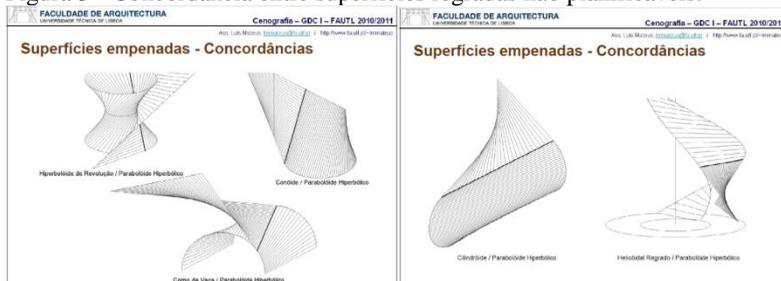
Mateus (2006; 2010) apresenta, a partir do conceito de concordância, cinco casos de combinação entre tais superfícies (Hiperboloide de Revolução, Conoide, ‘Corno de vaca’, Cilindroide e Helicoide de Plano Diretor, todos eles com Paraboloides Hiperbólicos) por meio de técnicas tradicionais de representação com base na Geometria Descritiva, conforme ilustrado na Figura 3.

No entanto, este autor não apresenta a descrição do processo em seus elementos principais e regras de composição e nem os processos digitais de representação destes casos de concordância, o que motivou os estudos experimentais descritos em Medeiros et al (2012) e Borda et al (2012). Em tal trabalho foram desenvolvidos processos de representação por meios digitais para quatro dos casos apresentados em Mateus (2006), levando em conta as condições (regras) necessárias para estabelecer a concordância entre as superfícies abordadas, tais como as

¹⁰ Curvas e superfícies NURBS são cada vez mais usadas para a representação de geometrias, como formas cônicas e formas livres. No entanto, qualquer pessoa que tenha modelado com NURBS estará ciente de que as formas complexas compostas de muitos componentes NURBS geralmente precisam ser corrigidos para evitar buracos e lacunas entre as superfícies. Isso dificulta a expressão de relações paramétricas entre superfícies diferentes. Além disso, as operações digitais em objetos NURBS, como composição, interseção e projeção, não resultam necessariamente em objetos NURBS. Todos esses problemas distraem o foco nas interações de design para resolver problemas técnicos. Este é apenas um exemplo de como os designers digitais precisam manter uma perspectiva crítica, enquanto observam os novos desenvolvimentos na tecnologia de modelagem.

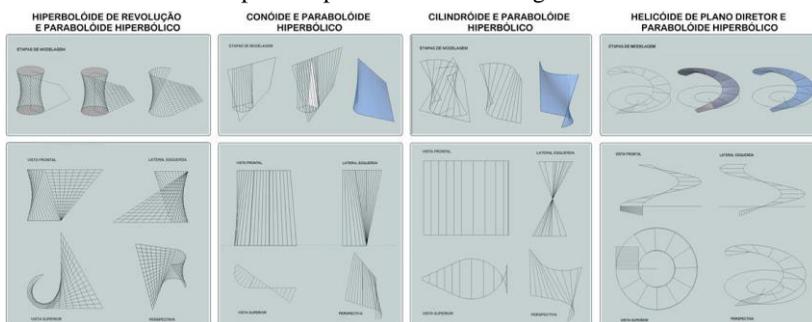
orientações das geratrizes e das diretrizes nos pontos que definem esta concordância (Figura 4).

Figura 3 - Concordância entre superfícies regradas não planificáveis.



Fonte: Mateus (2010).

Figura 4 - Resultado da concordância entre tipos de superfícies regradas não desenvolvíveis com etapas dos processos de modelagem.



Fonte: Medeiros, Pires, Nunes e Borda (2012).

Borda et al (2012) destacam que os meios digitais e as técnicas de representação atuais permitem agilidade no processo de representação possibilitando a visualização dinâmica e favorecendo a compreensão da forma, e, certamente ampliando as possibilidades de emprego destas formas na produção de arquitetura. Com este processo também foi possível mostrar que o conceito de concordância baseado nas regras identificadas pode ser utilizado para gerar composições complexas de superfícies curvas.

Os processos de modelagem foram aplicados num contexto didático em uma disciplina de geometria para arquitetura da Universidade Federal de Pelotas, entre os anos 2012-2014. A proposta foi de ilustrar o tema estudado também a partir de exemplos de obras de arquitetura servindo de modelo para os exercícios de representação e tratando de contribuir, já em processos iniciais de formação em

arquitetura, à aquisição de vocabulário e repertório geométrico para o projeto (BORDA et al, 2012).

Este tipo de conhecimento pode habilitar o arquiteto de maneira mais consciente para muitas construções formais baseadas em superfícies tridimensionais, embora esteja constituído sobre uma base de conhecimentos mais específicos de um determinado conceito geométrico. O que caracteriza a importância de sua abordagem na formação de arquitetura.

Pode-se supor que usar superfícies NURBS (superfícies flexíveis) como solução global para gerar uma forma é uma abordagem limitada, se considerarmos que o emprego de composições de vários tipos de superfícies que são selecionadas em função de algum critério específico pode alcançar soluções interessantes, com propriedades conhecidas a partir de geometrias combinadas livremente sem deixar de manter a continuidade entre elas. Considerando-se, principalmente, as citadas inconveniências técnicas que curvas e superfícies NURBS podem gerar, é importante o projetista possuir um vocabulário geométrico que possibilite traçar outros caminhos de construção/geração de superfícies para a proposição formal. Além disso, o emprego de tais superfícies incorpora uma liberdade formal que não contribui para o conhecimento das propriedades particulares da classe de geometrias conhecidas.

Nesta mesma direção, autores como Woodbury (2010) e Pottmann et al (2010) enfatizam a importância de conhecer os conceitos tratados no projeto principalmente quando relacionados com a descrição da forma geométrica. Woodbury (2010, págs. 37-38), por exemplo, chama a atenção para o fato de designers muitas vezes utilizarem a prática de "copiar e modificar" algo feito por especialistas para usar em seus projetos, indicando "uma tendência para copiar ingenuamente conceitos de um domínio para outro, modificando-os para caber nos projetos". Para o autor isso ocorre também com os conceitos matemáticos e geométricos, normalmente visualmente, sem realmente haver um entendimento da matemática por trás deles. Embora o autor reconheça a existência de processos projetuais diversos nesta era digital, tal como a busca de soluções, o retardamento de decisões de design e a divisão de problemas em pequenos subproblemas, para ele a ideia chave ainda é "copiar e modificar". O autor descreve que "é necessária uma compreensão mais profunda do que estamos copiando e modificando, a fim de nos tornarmos melhores como projetistas paramétricos" (WOODBURY, 2010, pág. 38). Para o autor, ao trabalhar com o projeto paramétrico, a compreensão dos projetistas sobre a matemática e especialmente a geometria e computação pode trazer alguns conceitos

de projeto para o trabalho. Ele destaca que, mesmo tendo-se descrições matemáticas específicas para cada forma, o que poderia restringir a gama de formas a serem expressas em termos de projeto paramétrico, pode-se obter uma linguagem rica em termos geométricos a qual não havia sido prevista. Exemplifica com transformações aplicadas em formas, as quais por recursividade (processo que é aplicado infinitamente sobre ele mesmo) além de gerar muitas instâncias da forma, produz uma hierarquia que é uma estratégia de design consagrada pelo tempo e que ainda tem um suporte limitado na maioria dos sistemas CAD.

O mesmo autor reitera que, às vezes, é necessário entender a matemática subjacente para efetivamente criar um modelo. No entanto ele identifica que os projetistas utilizam a matemática entendendo alguma coisa de seu mecanismo e o aplicando em seu projeto, mas raramente isso ocorre com a lógica da estrutura clássica de aprendizagem e compreensão da matemática.

Pottmann (2008, 2010) refere-se à geometria como conhecimento de projeto considerando ser necessária uma maior compreensão dos conceitos, dado o elevado nível de complexidade geométrica que se configurou na arquitetura a partir dos avanços tecnológicos dos últimos anos. Segundo Pottmann et al (2010) tais saberes não são abordados e ensinados em cursos de desenho ou Geometria Descritiva nas escolas de arquitetura. O autor destaca que a recente inserção do Projeto e/ou desenho paramétrico exige mais ainda aprofundar no estudo da geometria da forma.

Outras considerações poderão ser feitas em relação à necessidade dos projetistas conhecerem em maior profundidade a geometria implícita na forma arquitetônica, tanto para a proposição de projetos baseados em arquiteturas tradicionais como mais ainda para lidar com a complexidade da geometria da arquitetura contemporânea dos últimos anos. Burry & Burry (2010) descrevem-na como uma arquitetura concebida a partir de '*novos conceitos matemáticos*' e dedicam-se a identificar um conjunto destes conceitos (Figura 5), caracterizando-os por meio da análise das próprias obras de arquitetura e tomando por base o histórico de definição destes no contexto da matemática.

Os autores referem-se a crescente complexidade dos processos matemáticos em arquitetura, possibilitado em razão da assimilação quase universal de plataformas baseadas na informação de projeto, que se tornaram a base não apenas para a prática arquitetônica, mas, também, os próprios meios de comunicação através do qual as ideias são concebidas, fluem e proliferam.

Figura 5 - Novos conceitos matemáticos na Arquitetura Contemporânea.



Fonte: Burry & Burry (2010).

Burry e Burry (2010) destacam que o fato das descrições geométricas e a numeração literal estarem abrigadas e “escondidas” dentro de ambientes de modelagem deixou um vazio muito real na linguagem da arquitetura em relação ao que a matemática representou para a arquitetura ao longo da história.

Neste contexto, os autores consideram que os arquitetos tem tido novas oportunidades criativas para acessar o espaço geométrico que foi configurado pelos matemáticos do pós século XVII, e estão assim preocupados com a adoção pela arquitetura da definição ampliada de geometria para as múltiplas geometrias defendidas no programa de Erlangen de Felix Klein (1872), e não apenas a geometria como definida pelas transformações em que figuras euclidianas no plano permanecem inalteradas.

1.4 Iniciativas no ensino de arquitetura para a inserção dos conceitos da modelagem paramétrica e de geometria na arquitetura

As práticas didáticas que buscam integrar tais tecnologias no projeto de arquitetura têm sido levadas adiante no próprio âmbito dos grupos de pesquisa das escolas de arquitetura ou através de parcerias que buscam oferecer oficinas ministradas por profissionais liberais e/ou pesquisadores com experiência e conhecimentos específicos de aplicação destas tecnologias. Identifica-se que tais iniciativas, sejam para o desenvolvimento do projeto paramétrico ou para a manufatura

por meios digitais, ainda são predominantemente voltadas aos processos de aplicação.

Configura-se, desse modo, a necessidade de estruturar um corpo formal de conhecimentos para suportar esta inserção, o qual se entende que deva abarcar o conhecimento da geometria complexa aplicada na arquitetura e sua relação com as técnicas digitais de representação gráfica. Durante a revisão de bibliográfica encontrou-se uma única iniciativa em termos de currículo para inserção de tais conceitos desenvolvida por Consiglieri e Consiglieri (2003), baseada na estruturação de um conhecimento matemático de suporte a compreensão de este tipo de geometria. Os autores propuseram um curso de matemática de um ano para estudantes de arquitetura, tendo como objetivo analisar a relevância da matemática na arquitetura contemporânea em relação as suas formas mais representativas de edifícios. No entanto, esta iniciativa não trata da integração dos conhecimentos da geometria complexa aos das técnicas de representação gráfica por meios digitais. No Brasil, os currículos dos cursos de arquitetura estão formulados sobre uma base de conhecimento da Geometria Descritiva e suas técnicas tradicionais de representação e, formalmente, a inserção da tecnologia digital ocorre em disciplinas de representação técnica, denominadas de Desenho Arquitetônico (SCHLEE et al, 2010). As disciplinas normalmente não são dirigidas à inserção de conceitos e técnicas da representação gráfica digital como instrumento para ampliar o conhecimento de geometria construtiva e principalmente como meio de desenvolvimento do projeto de arquitetura em seus aspectos criativos e gerativos.

Para Pottmann et al (2007), em termos de configuração geométrica da forma, o enfoque exclusivo no ensino em métodos projetivos da Geometria Descritiva, sobre um ou dois planos, acaba por limitar os aspectos de exploração da forma e de geração de geometrias complexas.

Diante deste panorama, parece ser relevante a preocupação com a formação do futuro profissional, ou seja, do estudante de arquitetura, considerando-se a necessidade de atualização dos conhecimentos e métodos de ensino frente às possibilidades oferecidas pelo desenvolvimento tecnológico.

De acordo com estudos desenvolvidos em nível de mestrado, em 2010, pela autora desta pesquisa, a ausência de momentos didáticos voltados à exploração formal, no âmbito formativo de arquitetura, acaba por ter como consequência uma limitação do próprio vocabulário projetual do projetista. Em tais estudos, se pressupôs que a *construção de um vocabulário de geometria* para o projeto de arquitetura poderia

ser potencializada e ampliada ao explicitar-se o saber envolvido tanto nas técnicas de representação gráfica digital quanto em teorias de projeto de arquitetura que tem como foco a geometria (como a gramática da forma). Utilizando-se métodos de análise geométrica de obras de arquitetura e a exploração da forma no espaço digital, foram propostas atividades de identificação dos conceitos da geometria bidimensional e tridimensional, as suas diversas técnicas de geração e as tecnologias a partir da produção de modelos digitais. A partir da compreensão dos processos projetuais desenvolvidos por arquitetos referenciais, no âmbito da geometria, conseqüentemente, o próprio processo projetual do estudante se tornaria mais consciente (PIRES et al, 2009; PIRES, 2010). Aqui se distingue a abordagem tradicional de *aquisição de vocabulário geométrico* para a *construção* do mesmo para o projeto, pela possibilidade de reflexão do estudante sobre o seu próprio processo projetual, promovida a partir das diferentes abordagens analíticas e de síntese da geometria e da teoria de projeto. Isto é o que se almeja na formação de arquitetura.

Diante da preocupação de um grupo de pesquisadores da área de representação gráfica digital (Grupo de Estudos para o Ensino e Aprendizagem de Gráfica Digital/UFPel - GEGRADI), da FAUrb/UFPel, relativa ao processo de sistematização das práticas projetuais baseadas no projeto paramétrico e fabricação digital e sua conseqüente absorção em contextos de formação em arquitetura, estabeleceu-se em 2014 o projeto de pesquisa ‘ACORDA – Análise e Construção de Referenciais Didáticos para a inserção de Desenho paramétrico e prototipagem rápida em estágios iniciais de Formação em Arquitetura’. O projeto parte de referenciais teóricos e metodológicos adotados desde 2001 pelo referido grupo de pesquisa, destacando que “tais referenciais permitem compreender que a inserção do projeto paramétrico no contexto didático segue a lógica de processos de transposição didática (CHEVALLARD, 1991), que se refere ao reconhecimento, no âmbito do contexto educativo, de uma estrutura que está sendo veiculada em contextos científicos e profissionais” (Projeto ACORDA, 2014). Segundo o projeto, parte-se do princípio de que “o processo de validação e apropriação de novas estruturas de saber é lento e totalmente dependente dos contextos educativos específicos onde ocorre, sendo mais frequente se dar por iniciativas de professores/pesquisadores os quais aceitam os desafios de realizar os experimentos in loco, muitas vezes sem nenhum referencial didático previamente sistematizado”. No entanto, deve-se considerar que “transpor experiências didáticas de um contexto a outro é uma tarefa que

requer um projeto didático particular.” O projeto assim “ocupa-se em apoiar a atividade docente para a inserção de conceitos e procedimentos que permitam construir métodos relativos a esta outra maneira de projetar que se anuncia”. (ACORDA, 2014).

Buscando avançar para explicitar didaticamente os conceitos da geometria complexa, empregados nos últimos anos na arquitetura, esta tese se constituiu no âmbito de dois projetos de pesquisa, o próprio ACORDA e o Projeto intitulado ‘O Processo de Ensino e Aprendizagem de Projeto mediado pelas Tecnologias da Informação e Comunicação em Arquitetura e Design’, coordenado pelo laboratório HIPERLAB, da Universidade Federal de Santa Catarina, UFSC. Este surge de uma complexa e rápida mudança no processo de projeto de Arquitetura e Design a qual, segundo o projeto, “traz a necessidade de maior integração das tecnologias no ensino de projeto e conseqüentemente de apoio aos professores para que possam se atualizar e contribuir para uma prática de atelier mais atual e integrada”. O projeto propõe “Desenvolver métodos e procedimentos de ensino e aprendizagem de projeto mediado pelas tecnologias da informação e comunicação em arquitetura e design” e “Aplicar este plano em um curso a distancia ou semipresencial, avaliando seus resultados, para propor melhorias e adequações.” (O processo de Ensino e Aprendizagem de Projeto mediado pelas Tecnologias de Informação e Comunicação em Arquitetura e Design, 2013). Um dos principais desenvolvimentos do projeto é a sistematização de objetos de aprendizagem digitais para compor cursos a distancia e semipresenciais que integrem as Tecnologias da Informação e Comunicação no processo de projeto de Arquitetura e Design. Para isso, está sendo constituída uma rede virtual de interação entre as escolas de arquitetura e design do país, denominada TEAR_AD - Tecnologia no Ensino e Aprendizagem em Rede nas áreas de Arquitetura e Design (<http://www.tearad.ufsc.br/>), que irá disponibilizar os materiais educacionais produzidos pelos parceiros da rede, para serem reestruturados e/ou compartilhados e avaliados.

Duas teorias educacionais, de Yves Chevallard (1991; 1999), têm sido adotadas no âmbito do GEGRADI como referencial teórico e metodológico para a análise do saber a ser veiculado no contexto didático em nível de graduação e pós-graduação: A Teoria da Transposição Didática – TD e a Teoria Antropológica da Didática – TAD, esta última através de sua abordagem de estruturas de saber. Elas orientam tanto a constituição dos materiais didáticos como o desenho de atividades e sua aplicação. A Teoria Antropológica da Didática, em particular, considera que o saber possui uma estrutura constituída

dinamicamente pelos elementos problemas, teorias, técnicas e tecnologias, os quais serão mais enfatizados de acordo com o contexto em que o saber está transitando (contexto profissional, científico ou educativo). Esta teoria dá subsídios para a identificação dos elementos que compõem uma estrutura de saber, conforme esta se encontra constituída. Chevallard (1999), no entanto, enfatiza a importância ou a necessidade de, no contexto didático, o saber estar constituído em sua estrutura integral.

Como um exemplo simplificado dessa abordagem se pode recorrer ao trabalho de Burry & Burry (2010), no qual se observa que a caracterização dada pelos autores aos conceitos matemáticos da arquitetura contemporânea não os explicita de maneira que possam ser diretamente utilizados na descrição geométrica da forma, visando sua modelação. Há muito mais enfoque em uma linguagem do campo projetual de arquitetura. Aqui se pode identificar o que o educador francês Chevallard (1991) define como um problema de *transposição didática (TD)*, ou seja, a configuração de um problema de constituição deste saber para que possa ser transposto de um contexto a outro, a partir de como ele se encontra estruturado em sua origem.

A TAD (CHEVALLARD, 1999), por sua vez, se refere à natureza do saber. Ela busca apoiar a análise, seleção e estruturação destes saberes anteriormente ao seu processo de transposição, considerando-se que eles têm seu surgimento e evolução nos contextos científico e profissional antes de se estabelecerem no contexto educativo.

Uma maneira de explicitar tais estruturas de saber é por meio de taxonomias, as quais, segundo Novo (2007), são estruturas classificatórias do saber, que tem por finalidade permitir a agregação de informações e dados, e o entendimento de como o domínio do conhecimento é organizado em uma área ou saber específico. Estas estruturas constituem o que se pode denominar de uma taxonomia expressiva de tal conhecimento. Em Pires, Aguirre e Borda (2009) e em Pires e Borda (2010) tais estruturas foram associadas a um processo de explicitação de saberes, em um enfoque didático, referentes à representação gráfica digital para o projeto de arquitetura. As autoras delimitaram um processo de estruturação de uma taxonomia com o objetivo identificar a terminologia envolvida a partir da análise de materiais didáticos. Naquele momento, buscou-se, a partir de materiais convergentes sobre um mesmo tema, compor uma taxonomia de domínio do saber tratado nestes materiais, que estaria ampliada a partir das abordagens utilizadas como referência. Este processo de análise de

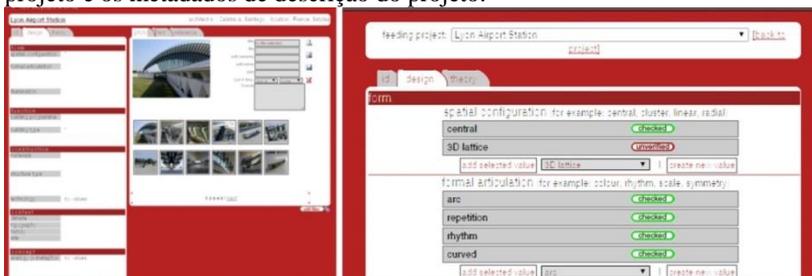
materiais visava explicitar os saberes envolvidos na representação gráfica digital como base de conhecimento para atividades de projeto.

Os referidos estudos, no entanto, foram além da proposta de uma metodologia de análise para a constituição de materiais didáticos. Os trabalhos buscaram atribuir um significado didático ao conjunto de saberes explicitado nos processos de análise desenvolvidos, sendo este compreendido como um ‘vocabulário construído sobre a forma arquitetônica’ (PIRES, 2010). Esta abordagem pode ser explicada pelos estudos desenvolvidos em Heylighen e Neuckermans, 2000, (baseado no conceito de memória dinâmica), e em Steinø, 2006, (sobre a explicitação de um vocabulário da forma durante o processo criativo de arquitetura).

Segundo Heylighen e Neuckermans (2000), em termos didáticos, as palavras-chave atribuídas ao caracterizar um projeto de arquitetura se constituem como ‘metadados’ que permitem ampliar a memória do estudante durante o processo de projeto. A autora destaca, com base em Schank (1982), que esta memória é formada dinamicamente, sendo alterada a cada nova experiência, provocando uma nova indexação de um determinado caso. Esta indexação se modifica através de mecanismos complexos relacionados com os significados que vão sendo atribuídos à informação armazenada. Baseado nestes estudos, os autores desenvolveram um sistema *online* (um repositório) denominado de DYNAMO (*Dynamic Architectural Memory On-line*, <http://dynamo.asro.kuleuven.be/testdyn/index.html>), que disponibilizou entre os anos de 2000 e 2014 uma coleção de casos de arquitetura com o objetivo de se constituir como uma memória externa de apoio ao processo projetual (HEYLIGHEN, 2007). A partir da implementação de uma estrutura dinâmica em que palavras-chave foram configuradas como metadados sobre os projetos (estrutura que poderia ser acessada por categorias e ao mesmo tempo ampliada pelos usuários), estes foram catalogados e indexados para serem utilizados durante atividades didáticas de arquitetura (NEUCKERMANS et al, 2007). A maioria destes metadados descreve os casos dentro de um contexto específico ou ontologia (por exemplo, configuração formal, conceitos de projeto, materiais de construção, etc.). Sendo, dessa maneira, um assistente de projeto baseado na web, que utiliza técnicas de inteligência artificial e raciocínio baseado em casos como apoio a comunicação e partilha do conhecimento. Fornece a estudantes e arquitetos casos concretos de projeto para desenhar informações a partir de um local interativo que tanto desenvolve o conhecimento do usuário como constrói um repositório de conhecimento (LALLY, 2014). Além do acesso as informações sobre os projetos de arquitetura catalogados também é

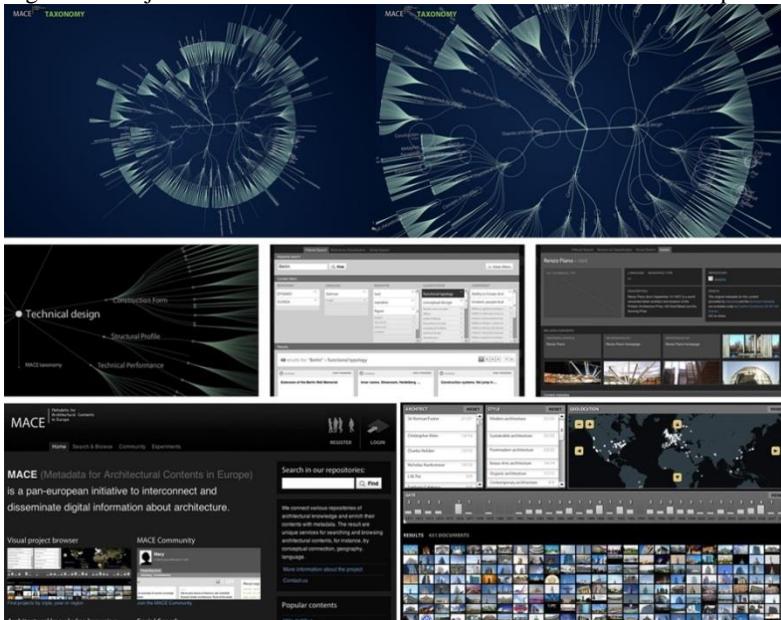
intuito do sistema que o estudante ou usuário atribua novas palavras-chave aos projetos, tanto para ampliar a taxonomia que os descreve, como para apoiar o seu próprio processo de aprendizagem (HEYLIGHEN et al, 2000; 2007; HEYNEN et al, 2007), conforme ilustrado na tabela à direita da figura 6. A caracterização dos metadados específicos para o domínio da arquitetura foi reconhecida através do projeto Mace (*Metadata Architectural Contents in Europe*), ilustrado na Figura 7.

Figura 6 - Interface do Dynamo, com os arquivos associados a um caso de projeto e os metadados de descrição do projeto.



Fonte: Heylighen e Neuckermans (2000).

Figura 7 - Projeto Mace – Metadata for Architectural Contents in Europe.



Fonte: <http://archive.stefaner.eu/projects/mace/>; <https://truth-and-beauty.net/projects/mace/>; <http://well-formed-data.net/archives/274/mace-portal-update>

Este projeto busca compartilhar, através de um conjunto de metadados, informações e materiais didáticos entre escolas de arquitetura e que estejam disponibilizados em repositórios distintos na Internet. O sistema teve sua implementação em 2008 e se manteve *online* até o ano de 2014, com uma estrutura de metadados de domínio associados aos materiais e que possibilitava o acesso a estes pela busca e recuperação de tais metadados, os quais descreviam os objetos em categorias de análise, relacionadas à sua natureza, representação e manifestação no mundo real (NEUCKERMANS et al, 2007).

Visando um processo de caracterização da forma geométrica no projeto de arquitetura, Steinø, 2006, destaca que a atribuição de significados dada a forma está associada ao conhecimento prévio, podendo ser exemplificada pela necessidade de se ter conhecimentos geométricos prévios para poder aguçar a capacidade de visualizar e compreender a forma arquitetônica. O autor considera que para essa atividade é importante o sentido que um vocabulário que descreve a forma pode ter para denotar o processo que produz o seu resultado, mais do que para denotar o modo da forma em si. Para Steinø (2006), construir um vocabulário da forma representa um enquadramento em termos de compreensão da própria forma. De acordo com Heylighen e Neuckermans (2000), esta compreensão da forma amplia a memória do projetista, que é acionada durante o processo projetual para subsidiar a atividade criativa.

Com este sentido, foi explorada, na dissertação de mestrado da autora desta tese de doutoramento, a atribuição de metadados de domínio de arquitetura como uma atividade de explicitação de estruturas de saber envolvidas em um processo de caracterização e compreensão sobre a forma arquitetônica. Segundo Pires, Aguirre e Borda (2009, pág. 396), “durante este processo, teorias, tecnologias e técnicas geométricas são ativadas e a descrição da forma será mais ou menos significativa de acordo com a amplitude ou abrangência destes elementos que compõem a estrutura do saber envolvida. Para esta descrição faz-se necessário o reconhecimento de uma terminologia específica, geométrica, configurando uma atividade de caracterização de metadados”.

Ao se reconhecer uma ampla terminologia geométrica e arquitetônica, ou seja, construir um conhecimento de geometria que é formado dinamicamente a partir de novas experiências sobre a compreensão da forma, a memória do arquiteto é aguçada, segundo Steinø (2006). Para Pires, Aguirre e Borda (2009, pág. 396), “a denotação e delimitação de um vocabulário específico são consideradas capazes de contribuir para a reindexação de estruturas formais através

do processo dinâmico de constituição da memória para o projeto da arquitetura”.

Os estudos desenvolvidos na área de projeto de arquitetura apoiado por tecnologias digitais, especificamente em relação à adoção de geometrias complexas e modelagem paramétrica, têm como foco a inserção de algum conhecimento da geometria e muito mais a exploração destas em atividades criativas de projeto. Não há expressamente uma preocupação dirigida para identificar como este conhecimento pode ter um sentido mais profundo na resolução dos problemas de arquitetura, desde que a relação que é tradicionalmente estabelecida entre a uma forma geométrica e o projeto é de analogia conceitual.

O foco da pesquisa proposta nesta tese difere desta abordagem: parte-se de processos de ensino adotados em contextos didáticos de geometria e representação gráfica digital, caracterizados por um enfoque teórico, técnico e tecnológico, e objetiva-se integrá-los as abordagens estabelecidas nos diversos métodos de ensino de projeto de arquitetura. Aqui não é proposto um método específico e sim um enfoque didático que pode ser integrado a diversos métodos e/ou processos de ensino.

Com isto, o conhecimento da geometria, em vez de ser ‘abordado parcialmente’ em atividades de projeto, ele é primeiro reconhecido em seus aspectos teóricos, analíticos e de síntese (análises sobre sua ocorrência na arquitetura associadas à representação das estruturas geométricas correspondentes) e a partir deste reconhecimento, busca-se aplica-lo na resolução de problemas de projeto. Ou seja, reconhecendo-se que é possível resolver determinadas ‘classes de problemas arquitetônicos’ a partir das estruturas de saber presentes no conhecimento da geometria e da representação gráfica digital, é suposta sua integração as atividades de projeto em arquitetura. A proposta é que a especificação e aprofundamento das estruturas que envolvem tal saber contribuam para que os próprios estudantes possam refletir sobre as estratégias projetuais dos arquitetos analisados e suas próprias estratégias. Por isso, nessa tese, serão adotados regularmente os termos “construção de um vocabulário e repertório geométrico” e “delimitação de estruturas de saber para o projeto de arquitetura”.

Na Ciência da Informação, a caracterização do conhecimento em um determinado domínio é ampliada por meio da constituição de ontologias, as quais se estruturam a partir da declaração de atributos, propriedades e relações entre os elementos (conceitos) de uma taxonomia (ALLEMANG e HENDLER, 2011). Estas são a base, por um lado, da constituição filosófica de um determinado conhecimento e, por

outro, dos sistemas de busca e recuperação da informação na Internet. A noção de ontologia será utilizada para estruturar os conceitos envolvidos na geometria complexa da arquitetura contemporânea com o objetivo de serem disponibilizados e transpostos ao ensino de arquitetura.

1.5 Problema de Pesquisa

Identificou-se que nos últimos anos, frente aos avanços tecnológicos, existem iniciativas de aplicação nos contextos profissionais e de ensino de arquitetura de técnicas de representação gráfica digital, baseadas em modelagem paramétrica, voltadas ao desenvolvimento das geometrias complexas que vêm sendo adotadas na arquitetura contemporânea. No entanto, não se encontrou iniciativas que tenham desenvolvido uma base estruturada de conhecimentos específicos da geometria e das técnicas de representação paramétrica de forma integrada para dar suporte a inserção de tais aplicações. Além disso, identifica-se um problema didático devido à própria característica do saber envolvido, o qual exige conhecimentos interdisciplinares, principalmente de geometria complexa e computação. Identificaram-se também iniciativas didáticas que apoiadas em aspectos cognitivos visam contribuir para a construção de referências para o projeto de arquitetura e o uso destes na resolução de problemas de concepção. Estas iniciativas, no entanto, ainda tratam de maneira limitada os aspectos mais específicos (conceitos explícitos) da geometria relacionados à configuração da forma e sua representação no espaço digital. Entende-se que é necessário explicitar profundamente as estruturas que integram este saber para poder avançar na caracterização da forma a partir principalmente da modelagem paramétrica e da geometria complexa da arquitetura contemporânea.

Identificou-se também que por meio de taxonomias e ontologias é possível especificar explicitamente o saber de domínio da geometria para arquitetura e das técnicas de representação gráfica digital, os quais dão apoio aos processos de aprendizagem em arquitetura.

Dessa maneira, frente aos avanços tecnológicos, a complexidade geométrica adotada na arquitetura contemporânea e a inserção, no contexto profissional e acadêmico, do projeto paramétrico, questionam-se:

- Como o ‘saber’ envolvido na geometria complexa e na modelagem paramétrica, relativo à arquitetura contemporânea, pode ser estruturado visando sua transposição para o ensino de arquitetura?

O pressuposto é de que a **explicitação** deste ‘saber’, por intermédio de sua **identificação, caracterização e explicação** em termos dos elementos teorias, técnicas e tecnologias associadas, permitirá compor

uma **estrutura de saber** apta a subsidiar processos de aprendizagem de modelagem paramétrica aplicada à geração de geometrias complexas da arquitetura contemporânea.

A estruturação de tal ‘saber’ seguindo os pressupostos teóricos da organização de ontologias, em que os conceitos são organizados hierarquicamente (taxonomias) por meio da declaração de relações e atributos entre eles, possibilitará constituir uma **rede explícita de conceitos da geometria complexa** da arquitetura contemporânea.

Tal rede objetiva dar suporte aos processos de ensino e de aprendizagem de geometria e modelagem paramétrica e, ao mesmo tempo, ampliar o acesso a materiais sobre estes temas em ambientes de aprendizagem na web, por meio da estrutura de relacionamentos dos conceitos.

1.6 Objetivo geral e objetivos específicos

Explicitar a constituição do ‘saber’ que envolve as superfícies presentes na geometria complexa de exemplares da arquitetura contemporânea e o referente às suas modelagens paramétricas, disponibilizando-a para que possam ser transpostos para os diferentes contextos formativos de arquitetura.

Para alcançar isto, têm-se os seguintes objetivos específicos:

- Caracterizar o ‘saber’ das superfícies presentes na geometria complexa adotadas na arquitetura contemporânea (etapas 1, 2 e 3 da metodologia).
- Estruturar métodos de modelagem paramétrica que abarquem estes conceitos (etapas 4 e 5 da metodologia).
- Ampliar a ‘estrutura de saber’ a partir dos métodos de modelagem estruturados (etapa 6 da metodologia).
- Representar em formato digital a ‘estrutura do saber’ construída (etapas 7, 8 e 9 da metodologia)

As etapas dos procedimentos metodológicos que se relacionam com cada objetivo específico encontram-se no capítulo 3.

1.7 Justificativa e aspectos de inovação

Foi identificado que existem iniciativas em universidades do exterior e do Brasil de aplicação das técnicas de modelagem paramétrica no ensino do projeto de arquitetura, geralmente utilizando métodos focados em oficinas (*workshops*). Estes investem predominantemente nos aspectos tecnológicos para a resolução de várias classes de problemas arquitetônicos, com abordagem pouco abrangente sobre a relação que se estabelece entre as teorias e técnicas que suportam este conhecimento.

A inovação desta pesquisa pode ser caracterizada tanto pela explicitação em um nível mais profundo dos saberes da geometria complexa da arquitetura contemporânea e sua modelagem paramétrica, ainda pouco tratados no contexto didático, quanto à aplicação de ontologias de modo a subsidiar a ‘transposição didática’ no ensino de arquitetura, por intermédio de uma rede de conceitos.

Essencialmente a complexidade inerente aos conceitos geométricos que suportam a geometria complexa da arquitetura contemporânea e as técnicas de modelagem paramétrica indica a necessidade de se avançar em uma representação mais aprofundada destes saberes de forma a subsidiar estudos de ‘transposição didática’ para arquitetura. A relevância social desta tese está em contribuir para a formação de profissionais que irão enfrentar um mercado de trabalho em profunda transformação quanto aos métodos de projetar. O que se reflete na necessidade de construir uma infraestrutura teórica e tecnológica no contexto didático, selecionando-se novos conteúdos (‘elementos de saber’) e atualizando os em curso, para responder a uma necessária transformação na educação arquitetônica demandada pelas mudanças ocorridas no contexto profissional. Considera-se que o reconhecimento da ‘estrutura de saber’ da modelagem paramétrica para o ensino de arquitetura deva abarcar a compreensão teórica e tecnológica dos processos de modelagem e também a representação de obras da arquitetura contemporânea, de maneira a explicitar as ações projetuais empregadas pelos seus arquitetos.

1.8 Estrutura da tese

A tese se estrutura da seguinte maneira:

No capítulo 1, contextualiza-se o tema desta pesquisa sob os aspectos relacionados às mudanças do contexto profissional de arquitetura com o avanço das TICs, mais especificamente a adoção do projeto paramétrico e sua influência na arquitetura contemporânea dos últimos 20 anos, o conhecimento da geometria complexa recorrente na arquitetura contemporânea dos últimos 20 anos como base para o projeto paramétrico e as iniciativas no ensino de arquitetura para a inserção dos conceitos da modelagem paramétrica e de geometria na arquitetura. A partir destas abordagens delimitam-se o problema de pesquisa, os objetivos, as justificativas e identificam-se os seus aspectos de inovação.

No capítulo 2 é feita a revisão de literatura dos mesmos temas adicionando-se uma teoria didática, a Teoria Antropológica da Didática, de Yves Chevallard, a qual foi adotada como referencial teórico e metodológico da pesquisa, e os conceitos de taxonomias e ontologias

como metodologias de estruturação de saberes. Esta revisão possibilitou definir de maneira mais precisa os materiais e métodos da pesquisa, os quais são apresentados no capítulo 3 da tese. No mesmo capítulo 3 são também abordados alguns resultados parciais da pesquisa, os quais levaram a reformular alguns métodos inicialmente definidos e também as etapas da pesquisa.

Nos capítulos 4, 5, 6 e 7 são realizadas as análises das geometrias complexas de obras de arquitetura, explicitando-se suas estruturas de saber de acordo com os pressupostos da teoria didática adotada na pesquisa e estruturando-se tal ‘saber’ no formato de ontologias leves para serem disponibilizadas em contextos de ensino de arquitetura. A disponibilização destas é abordada sob o aspecto da constituição de uma rede de conceitos.

No capítulo 8 relata-se o desenvolvimento de uma aplicação didática, em seus aspectos de proposição e estruturação, estratégias didáticas adotadas, análise dos trabalhos desenvolvidos pelos estudantes e avaliação dos resultados obtidos.

No capítulo 9 é apresentada a conclusão do trabalho e os limites da pesquisa com indicação de trabalhos futuros possíveis de serem desenvolvidos, principalmente a partir de tais limitações.

CAPÍTULO 2

Revisão Teórica

2 INTRODUÇÃO

O problema didático delineado no capítulo 1 foi caracterizado como um problema de estruturação de saberes que são pouco abordados nos cursos de arquitetura, ou quando são, ocorre de modo ainda intuitivo: os da geometria complexa da arquitetura contemporânea e a modelagem paramétrica de tal geometria. Para caracterizar, explicitar e estruturar tais saberes objetivando sua inserção em processos de ensino na arquitetura inicialmente selecionam-se os conceitos apresentados em um referencial teórico que descreve a presença de conceitos matemáticos na arquitetura contemporânea (BURRY & BURRY, 2010). A compreensão destes conceitos exige o aprofundamento das descrições, o que caracteriza um processo de análise do saber envolvido. Assim, se recorre a uma teoria didática que dá suporte a este tipo de análise de saberes, a Teoria Antropológica da Didática de Yves Chevallard (1999), e identifica-se que o processo de estruturação destes saberes pode ser amparado por metodologias de elaboração de ontologias. Neste contexto, tais referenciais serão abordados distintamente ao longo deste capítulo.

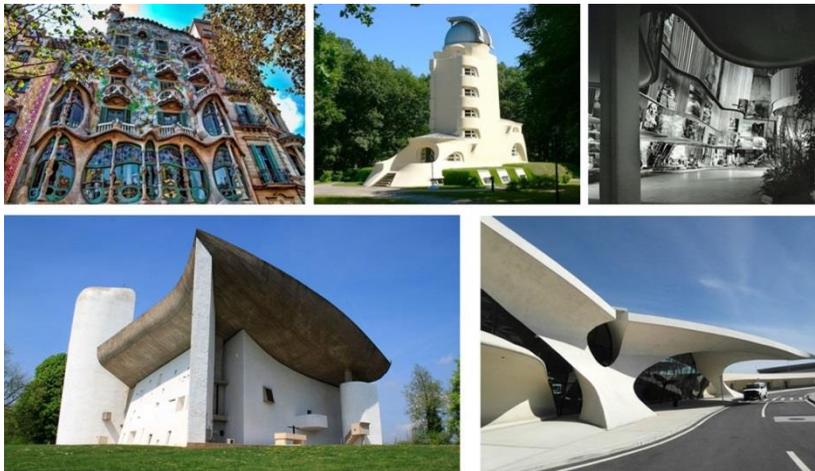
2.1 A geometria complexa da arquitetura contemporânea

As arquiteturas contemporâneas baseadas em processos digitais, segundo Kolarevic (2003, pág. 11), “configuram formas que podem ser não tipológicas, descontínuas, amorfas, não perspectivas, a-históricas, mas não sem precedentes”. O autor cita que desde o Barroco os arquitetos têm tentado ir além da grade cartesiana e normas de beleza e proporção estabelecidas na arquitetura. Formas biomórficas foram adotadas tanto neste período quanto no vocabulário de projeto orgânico dos séculos XIX e XX (Gaudi, Expressionismo da década de 1920, Art Nouveau, arquitetos do período modernista tais como Erich Mendelsohn com Einsteinturm em 1921, Alvar Aalto e seu Pavilhão Finlandês na Feira Mundial de 1939, em Nova Iorque, Le Corbusier com a Capela Ronchamp em 1955, Eero Saarinen com Terminal TWA em 1962, e outros mais) tendo influência sobre os arquitetos contemporâneos (Figura 2.1).

O autor destaca que muitos movimentos foram criados ao longo da segunda metade do século XX após a publicação do livro de Reyner Banham em teoria e projeto na Primeira Idade da Máquina, o qual forneceu uma mudança ideológica significativa para que as obras destes arquitetos, designers e pensadores oferecessem uma interpretação sobre o lugar da tecnologia na cultura e prática, transgredindo as normas de beleza e função. Kolarevic (2003) reitera que, embora o uso dos meios

digitais nas práticas de vanguarda tenha desafiado os processos tradicionais de concepção e construção, para muitos arquitetos o surgimento de formas curvilíneas apresenta dificuldades consideráveis, por serem difíceis de compreender tanto espacialmente como em sua estrutura geométrica. Mas para o autor existe um esquecimento de que estas arquiteturas são intrinsecamente amarradas a um discurso cultural e a um design mais amplo.

Figura 8 - Obras de arquitetos que adotaram formas biomórficas na arquitetura, segundo Kolarevic (2003): Gaudí, Casa Batlló (1906); Einsteinurm (1921), Potsdam, Germany, architect Erich Mendelsohn; Finnish Pavilion at the 1939 World's Fair in New York, architect Alvar Aalto; Chapel at Ronchamp (1955), architect Le Corbusier; e TWA Terminal (1962), New York, architect Eero Saarinen.



Fonte das imagens: <http://www.moodychicas.com/gaudi-barcelona/?lang=en>;
<http://www.triptod.com/Design/947/Einstein-Tower-by-Erich-Mendelsohn.html>; <https://br.pinterest.com/pin/355502964316693844/>;
<http://elposturededidiogenes.weebly.com/arquitectura-del-siglo-xx/arquitectura-del-siglo-xx-razionalismo-y-organicismo>

Kolarevic aborda alguns conceitos envolvidos na geração computacional da arquitetura contemporânea, tais como: topologia; geometrias não euclidianas; NURBS; parametricismo; dinâmicas e campos de forças; *datascape*s; metamorfose; e genética. Para o autor, “se abrem novos territórios para a exploração conceitual, formal e tectônica, articulando uma morfologia arquitetônica focada no emergente e propriedades adaptativas da forma” (KOLAREVIC, 2005, pág. 24).

Burry e Burry (2010, págs. 9-10) se referem à relação da matemática para a arquitetura na atualidade:

Ingeborg M. Rucker, in his article 'When Code Matters', has this to say: "Today, when architects calculate and exercise their thoughts, everything turns into algorithms! Computation, the writing and rewriting of code through simple rules, plays an ever-increasing role in architecture." Algebra is the primary meta-language of mathematics, in which both geometrical objects and numbers are further abstracted and generalized. The formal (logical) languages of computer code are not algebra, but algebra has provided the language in which to couch all the spatial, proximal and numerical relationships the algorithm-writing architect has in play. Its development marked the beginning of a progression to the ever-higher levels of abstraction and generalization that continue to empower mathematicians over new dominions of thought today¹¹.

Os autores descrevem o contexto de trabalho do arquiteto nesse domínio, reiterando que o conhecimento matemático no projeto de construção ficou quase que exclusivo à engenharia, principalmente após o século XVIII, quando o conhecimento da geometria descritiva foi apropriado pelos engenheiros, posteriormente reaparecendo nos projetos de grandes estaleiros navais e ferroviárias do século XIX. As obras projetadas e construídas no século XX, que não se alinharam ao dogma da forma retilínea do Modernismo, são, em grande número, de autoria atribuída à engenharia notável, que inclui Felix Candela, Pier Luigi Nervi, Heinz Isler e Frei Otto, entre outros. Estes engenheiros também

¹¹ Ingeborg M. Rucker, em seu artigo "When Code Matters", tem o seguinte a dizer: "Hoje, quando os arquitetos calculam e exercitam seus pensamentos, tudo se transforma em algoritmos! A computação, a redação e reescrita de código por meio de regras simples, desempenha um papel cada vez maior na arquitetura". A álgebra é a primeira meta-linguagem da matemática, na qual os objetos e números geométricos são ainda mais abstratos e generalizados. As linguagens formais (lógica) do código de computador não são álgebra, mas a álgebra forneceu a linguagem na qual se encaixam todas as relações espaciais, próximas e numéricas que o arquiteto criador de algoritmos tem em ação. Seu desenvolvimento marcou o início de uma progressão para os níveis elevados de abstração e generalização que continuam a capacitar os matemáticos sobre novos domínios do pensamento de hoje.

buscavam, a partir de modelos analógicos físicos, encontrar formas estruturalmente eficientes que proporcionariam o princípio geral do modelo como um sistema dinâmico responsivo.

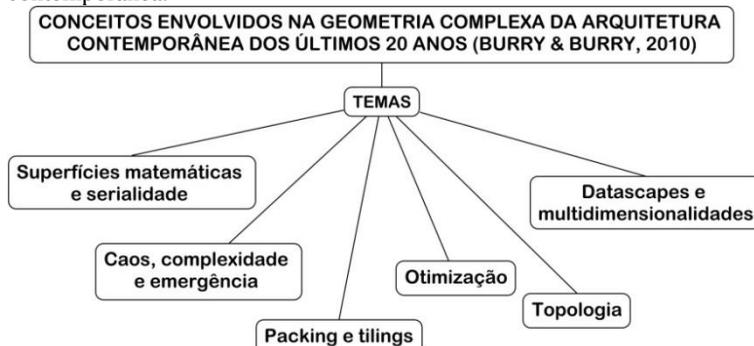
Alguns conceitos hoje utilizados na arquitetura contemporânea, para Burry e Burry (2010), já haviam sido empregados e defendidos por alguns arquitetos no século passado, mas tinham sido concebidos sem emprego da computação digital, como na Capela Rochamp de Le Corbusier, a qual foi discutida em princípios ausentes do enfoque geométrico de suas superfícies. Na arquitetura contemporânea da atualidade, os autores identificam a presença de um conjunto de conceitos matemáticos, sendo eles: superfícies matemáticas e serialidade; caos, complexidade e emergência; packing¹² e tiling¹³; otimização; topologia; *datascapes* e multidimensionalidade. Estes conceitos são relacionados tanto a geometria, como a estrutura construtiva e aos processos digitais de geração da forma. De acordo com Burke (2011, <http://architectureau.com/articles/the-new-mathematics-of-architecture/>), a arquitetura computacional é compreendida por Burry & Burry como um ambiente complexo de ideias e abordagens, práticas e técnicas as quais não são capazes de serem agrupadas sob um único título. A estrutura de tais conceitos inclui práticas baseadas em informações generativa (que possibilitam gerar os projetos a partir de um conjunto de atributos), analíticas e que emergem do próprio projeto arquitetônico, por meio da exposição de projetos e obras construídas durante uma década inteira. O esquema visual ilustrado na Figura 9 reúne os temas tratados por estes autores na caracterização dos processos matemáticos por trás de tal arquitetura.

Tais temas estão associados a conceitos matemáticos específicos, listados na Tabela 1.

¹² Refere-se à subdivisão do espaço segundo regras específicas. Para Burry e Burry (2010) é motivada a partir de duas direções: ser capaz de estabelecer o número de objetos semelhantes em um componente do mesmo e para desenvolver uma melhor compreensão da estrutura de materiais em escala molecular e atômica.

¹³ Tiling são partições do plano desenvolvidas também a partir de regras específicas tal como é para packings. Segundo Burry e Burry (2010) é uma tradição arquitetônica demasiada antiga para identificar com segurança suas origens mais remotas. Exemplos são as pequenas coleções de azulejos regulares que cobrem a superfície até o infinito sem lacunas (as simetrias) e os recentes padrões aperiódicos desenvolvidos a partir dos anos 1970.

Figura 9 - Temas abordados por Burry e Burry (2010) para caracterizar processos matemáticos recorrentes na configuração da arquitetura contemporânea.



Fonte: Elaboração própria.

Tabela 1 - Estruturas de conceitos relacionados a processos matemáticos na arquitetura contemporânea, apresentados em Burry & Burry (2010).

| Temas e conceitos matemáticos na arquitetura contemporânea (Burry e Burry, 2010) | |
|--|---|
| Superfícies matemáticas e serialidade | Modelos de catenária, curvatura, superfícies desenvolvíveis, geometria elíptica, superfícies funcionais, geometria hiperbólica, inversão, superfícies mínimas, geometria não euclidiana, NURBS, superfícies regradas, séries e sequencias, teoria da singularidade, trecho toroide. |
| Caos, complexidade, emergência | Automata celular, teoria do caos, teoria da complexidade, computabilidade, emergência, fractais, sistema de Lindenmayer, não linearidade, recursão. |
| Tilings e Packings | Tilings de Amman, tilings aperiódicos, Denzer packing, conjectura de Kelvin, tiling de Penrose, diagrama de Voronoi, modelo de Weaire-Phelan |
| Otimização | Otimização acústica, otimizador de Arup, relaxamento dinâmico, otimização evolutiva da forma, emergência, análise de elementos finitos, dinâmica de fluidos, <i>hill climbing</i> , otimização multiobjetos, otimização paveto. |
| Topologia | <i>Embedding</i> , Teorema dos pontos fixos, espaço de quarta dimensão, teoria dos grafos, homologia, imersão, teoria knot, superfícies não orientáveis, transformações topológicas, modelos topológicos. |
| Datascapes e multidimensionalidade | Algoritmo, computabilidade, teoria de controle, análise funcional, teoria dos jogos, espaços multidimensionais, <i>reactability</i> , sistemas dinâmicos. |

Fonte: Elaboração própria.

Inicialmente, houve um interesse em abordar três temas entre o conjunto de temas apresentados em Burry & Burry, sejam eles (p. 12-13):

- 'Superfícies e serialidade matemática' com soluções matemáticas para a definição de superfícies de forma livre, superfícies mínimas, superfícies hiperbólicas, superfícies geradas através de inversão em uma esfera, superfícies toroides que são utilizadas por suas qualidades racionais e superfícies moldadas por gravidade para resolver o problema de minimalismo estrutural;

- 'Caos, Complexidade, Emergência', por conter a ideia de fractais e auto-similaridade em sua expressão, os quais resultam de um sistema de elementos geométricos simples que interagem e emergem em diferentes escalas de um sistema;

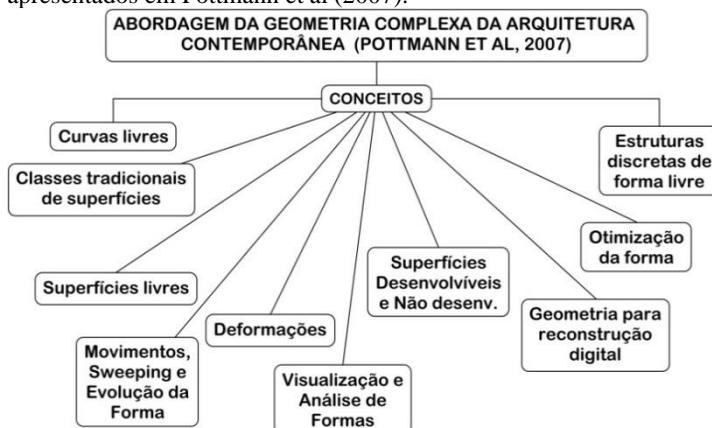
- E '*Packing e Tiling*' não periódicos por abordarem um elemento recente da área da matemática ao qual tem sido dada expressão arquitetônica, a aperiodicidade, uma transformação geométrica compositiva em que os elementos de composição não são mapeados em si quando transladados. A partir de Bertol (2011) foi possível identificar que em *tilings* e *packings* há muito mais do que uma simples tendência ou expressividade arquitetônica, existe uma relação profundamente direta com a conformação formal de organismos naturais, responsivos não somente quanto a sua eficiência estrutural, mas também adaptados ao uso econômico da energia dos sistemas.

A justificativa em abordar estes temas foi por possuírem uma relação mais direta com os conceitos geométricos que emergiram a partir do surgimento de vários ramos da geometria (matemática moderna), e que agora estão sendo adotados na configuração da arquitetura contemporânea.

Pottmann et al (2007), embora tenham uma abordagem mais ampla sobre a geometria da arquitetura, a qual inclui também a geometria clássica tradicional, nos apresentam conceitos geométricos e de técnicas digitais de representação que dão suporte a compreensão sobre a complexidade inerente a geometria da arquitetura contemporânea dos últimos 20 anos (Figura 10).

Os temas tratados são de fundamentos geométricos em geral, sejam eles: Curvas livres; Classes tradicionais de superfícies; Superfícies livres; Movimentos, *Sweeping* e Evolução da Forma; Deformações; Visualização e Análise de Formas; Superfícies Desenvolvíveis e Não desenvolvíveis; Prototipagem digital e fabricação; Geometria para reconstrução digital; Problemas de otimização da forma; e Estruturas discretas de forma livre.

Figura 10 - Conceitos matemáticos relacionados à geometria na arquitetura, apresentados em Pottmann et al (2007).



Fonte: Elaboração própria.

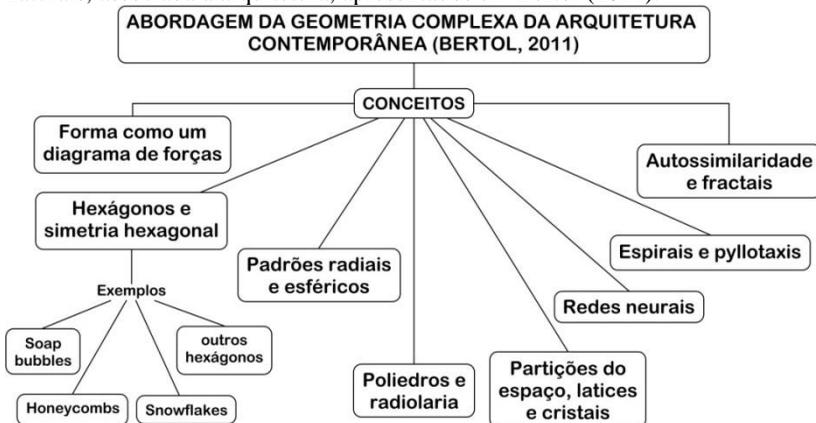
Outras referências teóricas para compreender os conceitos matemáticos da arquitetura contemporânea são dadas em Bertol (2011). Esta autora aborda a geometria na arquitetura contemporânea de maneira holística, destacando o valor da interdisciplinaridade e transdisciplinaridade para a geração de conhecimento, tal como ocorreu com o trabalho de Buckminster Fuller, arquiteto americano que cunhou a palavra sinérgica. Este termo além de definir uma condição geométrica, estabeleceu um sistema de interpretar as "estratégias de matemática estruturais da natureza". A autora destaca que nas disciplinas de design emerge também um processo de pensamento integrante transcendendo os limites da ciência e humanidades, principalmente nas últimas décadas, com a integração generalizada das tecnologias digitais em quase todas as áreas do conhecimento e da aplicação técnica. Para a autora, "a geometria na arquitetura contemporânea recente vai além do seu papel instrumental na definição de formas de construção para se tornar uma fonte de inspiração em si" (BERTOL, 2011, p. iii). O foco na natureza leva a uma abordagem interdisciplinar tanto como referência na definição de características estéticas como pela sua funcionalidade, oferecendo estratégias de projeto e eficiência estrutural.

Ela exemplifica com uma das tendências atuais do design influenciadas pelo surgimento do biomimetismo, disciplina que explora a aplicação de sistemas, processos e elementos encontrados na natureza para resolver problemas humanos, como ocorre com o desenvolvimento de materiais inteligentes. Estes exibem propriedades

que podem ser modificadas de forma controlada por estímulos externos, tais como temperatura, eletricidade, luz, umidade e estresse. A autora define que em tais processos existem diferentes taxonomias (estruturas classificatórias de conhecimento) relacionadas à morfologia dos organismos, mas em seu trabalho existe um interesse em descrever os aspectos geométricos destes organismos.

Para introduzir uma visão geral de muitas formas encontradas na natureza, Bertol (2011, pág. 35) identifica as seguintes configurações geométricas como as mais recorrentes em elementos naturais e fenômenos significativos para o design (Figura 11):

Figura 11 - Estruturas de conceitos relacionados à geometria dos organismos naturais, associada à arquitetura, apresentados em Bertol (2011).



Fonte: Elaboração própria.

- triângulos e hexágonos que são as formas fundamentais para o equilíbrio;
- divisão homogênea de espaço, arquivamentos e recheios do espaço, que incluem a repetição de configurações em duas dimensões, bem como um espaço tridimensional, como mostrado nos favos de mel, cristais e quasicristais;
- poliedros regulares são as únicas configurações baseadas em simetria no espaço tridimensional, e são encontradas em vários processos biológicos e de organismos;
- redes são configurações de pontos e suas conexões, como encontrado em moléculas e redes neurais biológicas;
- espirais são as formas que representam a expansão e regularidade, encontradas em conchas e formações de galáxias;

- iterações, recursões e fractais são formas com base na auto recursão, encontradas em várias formas na natureza, desde configurações de terreno e os flocos de neve a samambaias e árvores.

A autora destaca que existe uma flexibilidade nesta classificação, desde que muitas vezes duas ou mais categorias interagem e se sobrepõem nos organismos, como por exemplo, hexágonos e tilings é a base geométrica dos favos de mel de abelhas. Também são apresentadas por esta autora as bases geométricas mais específicas ao projeto.

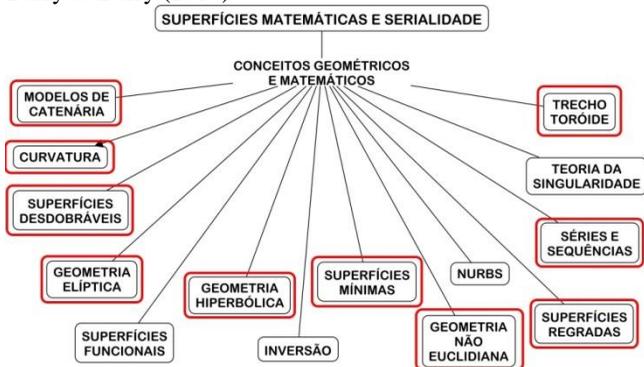
A partir desta revisão foi possível identificar os conceitos gerais tratados por cada autor que delimitam uma estrutura prévia de referência para a explicitação e aprofundamento dos conceitos propostos nesta tese. Inicialmente, havia se delimitado para o estudo três temas tratados em Burry & Burry. No entanto, no decorrer do desenvolvimento da pesquisa, identificou-se a amplitude de estruturas de saber que necessitavam ser reconhecidas para que tais temas e os conceitos associados a eles fossem compreendidos de fato, o que não seria possível em tempo hábil até a finalização da pesquisa. Em virtude disso, um único tema foi selecionado entre os apresentados em Burry e Burry, o de superfícies e serialidade, justificado por haver um interesse particular, didático, em abordar as superfícies geométricas da arquitetura contemporânea por estas se relacionarem com as superfícies curvas estudadas na geometria descritiva e por ser o tema inicial tratado pelos autores. Na Figura 12 estão marcados os conceitos previamente selecionados em relação ao tema ‘superfícies e serialidade’.

A seleção de alguns conceitos tratados em Bertol (2011) justifica-se por estarem relacionados ao significado funcional dos processos matemáticos expressos na geometria e nas estruturas que tais processos definem, considerando-se a importância de na atualidade buscar-se soluções formais mais adaptadas à natureza do ambiente, em função das questões de sustentabilidade ou ainda de regeneração¹⁴ na

¹⁴ A **arquitetura regenerativa**, para Littman (2009), exige uma compreensão total do funcionamento do meio natural como uma coleção de muitos sistemas naturais e fluxos de energia que estão integralmente ligados. “Ela incorpora mais do que apenas o edifício, sendo o lugar, o local, os sistemas, a energia, a construção, a fauna e flora, etc. Trata-se de uma arquitetura que é puramente embutida no lugar [...] Ela existe como uma única peça, um sistema que coevolui como uma entidade completa, sendo então uma prática de envolver o mundo natural como meio gerador da arquitetura” (Littman, 2009, p.04). [...] “Ela emprega uma compreensão completa e abrangente dos sistemas naturais e de vida no projeto de uma estrutura” (Littman,

arquitetura. O conceito de ‘arquitetura regenerativa’ foi identificado preliminarmente junto aos estudos desenvolvidos na disciplina de *Design Thinking*, do Programa de Pós-Graduação em Design da Universidade Federal de Santa Catarina, no ano de 2015.

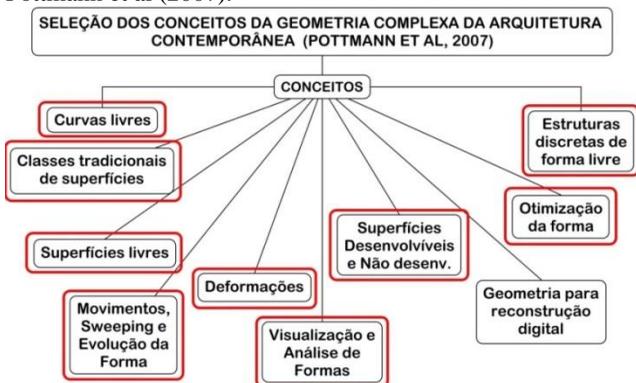
Figura 12 - Seleção dos conceitos de superfícies e serialidade, apresentados em Burry & Burry (2010).



Fonte: Elaboração própria.

No esquema da Figura 13 destacam-se alguns conceitos de Pottmann et al (2007) que foram selecionados previamente por apresentarem as técnicas de geração e as descrições formais (matemáticas) relativas à geometria em geral.

Figura 13 - Conceitos selecionados sobre a estrutura de conceitos abordados em Pottmann et al (2007).



Fonte: Elaboração própria.

2009, p.01). Tem o objetivo de melhorar a saúde do ecossistema produzindo mais do que consome, tendo assim uma existência positiva. Com isso, um dos princípios desta arquitetura é olhar para os padrões do lugar, inclusive os referentes à geometria das estruturas naturais, como um campo de forças funcionais.

Identificou-se que os autores apresentam estes conceitos ora como conceitos geométricos específicos, ora como classes de temas que agrupam vários conceitos da geometria.

Em Burry & Burry e nos demais autores de referência não se identificou uma terminologia formulada estruturalmente para suportar atividades de representação gráfica digital da geometria complexa da arquitetura contemporânea, principalmente considerando-se a modelagem paramétrica. Bertol (2011) apresenta exemplos de modelos digitais de tais geometrias, mas não explicita uma ontologia relativa às técnicas de geração de tais modelos, embora os descreva geometricamente. Dessa maneira, neste trabalho pretende-se analisar em maior profundidade os conceitos relativos a esta geometria, associando-os com outras abordagens que permitam tornar mais explícita sua caracterização, de maneira que possam apoiar a estruturação de processos de modelagem paramétrica voltada ao ensino de arquitetura.

Para tanto, se apresentam na sequência definições a cerca de: uma técnica de representação gráfica por meios digitais que tem potencial para explicitar os elementos descritivos da geometria complexa da arquitetura contemporânea, a modelagem paramétrica; uma teoria que fornece um modelo para analisar o saber, a Teoria Antropológica da Didática, de Chevallard (1999); e a caracterização de taxonomias e ontologias como métodos de explicitação, estruturação e organização do conhecimento em determinado domínio.

2.2 Modelagem paramétrica na arquitetura

A técnica de modelagem paramétrica passa a ser utilizada na arquitetura com a adoção do conceito de projeto paramétrico, ou *parametric design*, e das técnicas de fabricação digital, em que é possível a geração de soluções customizadas que podem ser prototipadas e avaliadas nas diferentes etapas do projeto de arquitetura. Segundo Monedero (2000 b), o projeto paramétrico é entendido como um processo em que a descrição de um problema é criada usando variáveis. Ao alterar essas variáveis uma gama de soluções alternativas pode ser criada, com base em alguns critérios selecionados que levariam a uma solução final. Com este sentido, pode-se dizer que todo o projeto é paramétrico. O autor destaca que, em termos computacionais, é o processo de desenvolvimento de um modelo de computador ou a descrição de um problema de design, com uma representação baseada em relações entre os objetos controlados por variáveis, possibilitando gerar modelos alternativos. A seleção de uma solução é feita de acordo com alguns critérios, tais como o desempenho, a facilidade de

construção, os requisitos de orçamento, as necessidades do usuário, estética ou uma combinação destes.

Para Schnabel (2007) as propriedades geométricas descritas nas representações podem explicar, retratar e orientar a construção de edifícios e ruas, aliadas alternativamente a especificações de desempenho que podem descrever comportamentos observados. Nesse sentido, uma variedade de relacionamentos de dados pode ser estabelecida no projeto de arquitetura, como base para gerar formas geométricas usando técnicas de projeto paramétrico em meio digital.

Monedero (2000 b) elaborou uma breve revisão e experiências em técnicas voltadas para projeto paramétrico. Naquele momento (final do século XX), ele destacava que o desenvolvimento de ferramentas computacionais destinadas a auxiliar o projeto para gerar formas arquitetônicas em uma maneira fácil e interativa não tinha tido um progresso comparável ao desenvolvimento das ferramentas de projeto assistido por computador. Estas eram essencialmente destinadas à apresentação e comunicação dos resultados dos projetos de arquitetura. Não havia um tipo de ferramenta que pudesse modificar interativamente um modelo uma vez que este tivesse sido criado, sendo mais alinhada com a própria atividade de projeto em que o projetista constantemente reelabora aspectos particulares, ou até mesmo necessita voltar a uma solução anterior, a qual havia abandonado temporariamente.

Para o autor, as técnicas tradicionalmente implementadas em tais ferramentas são basicamente de malhas poligonais, modelos sólidos ou superfícies paramétricas como NURBS. O autor destaca que a maioria dos modelos de arquitetura ainda é produzida utilizando o primeiro método, em conjunto com algumas interfaces apropriadas que permitem o uso de comandos que modificam a geometria inicial do modelo. Isto ocorre em grande parte porque os arquitetos constroem seus modelos arquitetônicos a partir de superfícies planas. As transformações geométricas disponibilizadas pelas ferramentas CAD que são utilizadas em tais modelos são, segundo Monedero (2000 a) e Mitchell (1990), extrusão, revolução de primitivas, deformações, transformações verdadeiramente isométricas (translação e rotação), transformações isométricas (reflexão), de semelhança (escala uniforme), de similaridade (estiramento ou escala não uniforme), etc. Os modelos de sólidos ainda permitem combinações específicas entre modelos ou partes de um mesmo modelo, tais como as operações booleanas de adição, subtração e interseção, que podem assim gerar formas mais complexas, segundo Monedero (2000 b). O autor se refere que até aquele momento, os modelos baseados em curvas ou superfícies paramétricas, como

NURBS, embora disponíveis nas ferramentas computacionais, eram raramente utilizados pelos arquitetos, devido aos orçamentos e a realidade construtiva da época, que não favoreciam a construção de superfícies ditas esculpidas ou livres. O mesmo autor considera que, no entanto, a situação já estaria amadurecida para uma mudança nas técnicas utilizadas em CAD, tal como já havia ocorrido em CAD/CAM, embora com a falta de consciência da maioria dos arquitetos que trabalham com técnicas computacionais.

Monedero (2000 b) identifica as seguintes limitações do ponto de vista de uma abordagem interativa para o projeto nas técnicas desenvolvidas desde o início dos anos 1960 até meados de 1970 (sejam elas primitivas 2D básicas, curvas paramétricas *splines*, malhas poligonais, superfícies de forma livre, modelagem sólida, etc.): Falta de recursos para editar superfícies, sendo isso particularmente importante para os locais que devem ser reformulados para receber um edifício; Falta de recursos para editar volumes de uma forma interativa; Falta de recursos para manter as relações entre partes de um volume durante modificações; Falta de integração entre as superfícies e sólidos.

O mesmo autor ainda destaca que o termo paramétrico designa, de uma maneira bastante restrita, a utilização de parâmetros para definir uma forma e que, no entanto, a principal característica da modelagem paramétrica é utilização de relações. Ou seja, o que é almejado neste tipo de modelagem, principalmente em modelos complexos, é que as relações sejam mantidas ao se modificar as partes ou componentes do modelo de modo independente.

Relações que limitam o comportamento de uma entidade ou um grupo de entidades são definidas como restrições. Estas podem ser vistas como regras que não podem ser violadas, tais como, por exemplo, um grupo de linhas restringido para as linhas configurarem-se perpendiculares ou paralelas entre si, ou uma linha restringida para ser tangente a um arco, ou também dois cilindros restringidos para que sejam concêntricos, ou ainda uma dada dimensão restringida para ser menor que uma magnitude particular ou igual a um múltiplo desta (MONEDERO, 2000 b).

Restrições também podem ser de dois tipos diferentes, sendo referidas como restrições geométricas, tais como paralelismo, perpendicularidade, tangência, dimensionalidade, etc., e restrições físicas ou de engenharia, que envolvem, por exemplo, dimensões de paredes, posição de janelas, conectividade entre ambientes, dimensões de elementos estruturais, etc. Nos programas CAD, as restrições que são intrínsecas às entidades geométricas (suas regras topológicas) estão

implementadas na programação de tais entidades, mas o que ocorre nestes sistemas é que não se tem acesso a estas restrições e muito menos é possível o usuário criar e definir outros tipos de restrições. Segundo Vaz (2011) o projetista deve antecipar quais os tipos de variação que ele quer explorar de modo a definir os tipos de transformações que o modelo deve fazer.

Segundo Monedero (2000 b) o projeto paramétrico com base na *geometria variacional*¹⁵ pode recalcular um design tendo em conta a situação real, independentemente da sequência que foi seguida para alcançar esta situação. O método se baseia na descrição dos parâmetros por meio de equações e da disponibilidade de um sistema capaz de resolvê-los. Este sistema não depende da maneira como o modelo foi criado e pode aceitar qualquer situação ou qualquer modelo como entrada (GOSSARD e LIGHT, 1981; 1982, apud MONEDERO, 2000 b).

Seis anos após a publicação de Monedero, 2000 b, houve um rápido desenvolvimento da tecnologia para sistemas sofisticados de CAD paramétricos (HERNANDEZ, 2006). Tais sistemas podem, segundo Vaz (2011, pág. 56-57) ser classificados em dois grupos diferentes: o primeiro deles está baseado em BIM (*Building Information Modeling*), uma filosofia de modelagem em que várias disciplinas são relacionadas através de descrições dos componentes de um edifício as quais são encapsuladas pelas relações paramétricas; o segundo grupo tem como base a geometria associativa, baseada em descrições matemáticas parametrizadas e associações entre elementos geométricos representados por componentes relacionados, os quais geram um diagrama. Neste contexto, Vaz (2011) define que existem sistemas em que o projetista manipula o diagrama indiretamente e outros em que a manipulação ocorre de forma direta sobre os componentes, por meio do que vem sendo denominado de linguagem de programação visual.

Woodburry (2010) considera que o projeto paramétrico, estruturado pela definição de relações e relacionamentos como parte integrante do processo de concepção mais amplo, exige que o designer se concentre na lógica que relaciona o projeto em conjunto. Dessa maneira, o projetista representa explicitamente as ideias que normalmente são tratadas de forma intuitiva, exigindo uma capacidade de explicar conceitos de forma explícita como parte de alguma compreensão real. Caracteriza-se desse modo, para o autor, um ato

¹⁵ É a modelagem relacional que permite variações o ou desenho baseado em restrições.

complexo de pensar, em que estratégias e habilidades são necessárias, algumas já conhecidas e outras ainda novas para os projetistas, tais como: habilidades de conceber fluxo de dados; habilidades de dividir para conquistar¹⁶, que se refere, de maneira geral, a subdivisão de problemas complexos em problemas mais simples; habilidade para elaborar nomes para as partes do objeto a ser modelado; habilidades de pensamento abstrato¹⁷; habilidades de pensamento matemático para poder confiar em um fato matemático estabelecido ao fazer uma construção; habilidades de pensamento algorítmico¹⁸; estratégias para

¹⁶ Descartes apresenta um pensamento no qual para solucionar um problema complexo é necessário dividi-lo tantas vezes quanto for necessário para chegar a subproblemas mais simples, resolvê-los, e, posteriormente, reunir os resultados obtidos para chegar a uma conclusão sobre o problema principal. Este pensamento é expresso em uma estratégia de desenvolvimento de algoritmos existente na área da ciência da computação, chamado dividir e conquistar (*divide and conquer*) em que problemas complexos são decompostos até que o processo de resolução seja simples o suficiente para a obtenção de uma resposta, combinando-se logo após soluções para se obter uma solução geral (CORMEN, 2009).

¹⁷ Para Woodburry (2010, pág. 30): “Abstração descreve um conceito geral, em vez de um exemplo específico. Em design, ideias abstratas são muitas vezes multiformes, ou seja, elas são usadas como uma base para gerar muitas alternativas. Neste sentido, ambas as conotações da palavra aplicam: um conceito geral que pode ser realizado de muitas maneiras, e um conceito vago ao qual podem ser administradas várias interpretações, cada um dos quais pode ter várias realizações. Na ciência da computação, a abstração tem o primeiro significado: uma abstração descreve uma classe de casos, deixando de fora detalhes não essenciais. Os cientistas da computação (e seus primos programadores) estão constantemente à procura de formalismos e códigos que se aplicam em muitas situações. Na verdade, a utilidade de uma ideia computacional está profundamente relacionada com a sua generalidade - o mais frequentemente que ela se aplica, mais útil se torna. Projetistas também conhecem e praticam tal abstração. Módulos tridimensionais, linhas de centro estruturais e padrões de detalhes todos são meios para ideias abstratas de design”.

¹⁸ Woodburry (2010, págs. 34-35) descreve que “Um algoritmo é um procedimento finito, escrito em um vocabulário simbólico fixo, regido por instruções precisas, movendo-se em passos discretos, [...] cuja execução não requer *insight*, perícia, intuição, inteligência ou perspicácia, e que, mais cedo ou mais tarde, chega ao fim. Em contraste, destaca que as representações de projeto estão repletas de imprecisão.” E que então “não é de surpreender muitos projetistas encontrarem dificuldade em integrar pensamento algorítmico em seu trabalho, apesar de mais de 30 anos de tentativas valentes para ensinar programação em escolas de design. Menos ainda é surpreendente que o projeto assistido por computador (*computer-aided design*) relega a programação para o segundo plano”. Por outro lado o autor destaca que todos os sistemas atuais de modelagem paramétrica têm uma linguagem chamada de *script*, que são linguagens de programação, as quais não possuem a

fazer esboços – que pode não funcionar devido ao desenho paramétrico ter estrutura complexa, levando a um desafio para os desenvolvedores do sistema no sentido de permitir a modelagem rápida; estratégias para lançar mão de códigos de fora, ou seja, empregar a reutilização e remodelação de códigos já desenvolvidos; estratégia para copiar e modificar tais códigos, o que exige uma comunidade de prática que gere tais códigos, como vem ocorrendo com grupos de modelagem na Internet; estratégia de busca da forma desde que exista “um processo em constante mudança no sentido de prospectar novas ideias de tomada de forma, usando quaisquer ferramentas e conceitos intelectuais que estiverem à mão” (WOODBURRY, 2010, pág. 39); estratégia de usar a matemática e computação para entender o projeto ou usá-la como as próprias estratégias de projeto; estratégias de adiar decisões, já que em um modelo paramétrico existe uma rede de relações que podem ser especificadas em qualquer etapa do processo, possibilitando até mesmo adiar o compromisso com a definição de locais e detalhes específicos; estratégia de desenvolver módulos, no sentido de reduzir a complexidade de um gráfico a ser reutilizado; estratégias de ajudar outros envolvendo padrões de cooperação entre os usuários; e estratégia para desenvolver sua própria caixa de ferramentas.

Woodburry (2010) propõem padrões de projeto paramétrico a serem usados pelos projetistas, considerando que tais padrões possibilitam uma maior compreensão sobre os elementos e as ideias por trás deste modo de projetar podendo ainda ser reutilizados, modificados e combinados para gerar novos projetos. Para o autor “um padrão é uma solução genérica a um problema bem descrito. Ele inclui tanto o problema como a solução, assim como outras informações contextuais” (pág. 189). A ideia do uso de padrões pode ser entendida, de certa forma, tanto como um princípio analítico quanto gerativo, ou seja, pode ser usado para analisar os elementos descritivos de uma parametrização e assim conhecer mais sobre estes, como para aplicar diretamente como elementos de geração do projeto. O autor descreve que os padrões (WOODBURRY, 2010, pág. 189)

By providing separate solutions to problem parts, they can help clarify the data through a model. Properly written, they are informal devices by which modules can be

representação visual interativa que projetistas estão acostumados, ou seja, estes sistemas trabalham em um domínio de instruções textuais, o qual o projetista também deverá trabalhar.

*expressed in principle. [...] They often combine geometric, mathematical and algorithmic insight. They demonstrate how to fuse these important and complementary skills.*¹⁹

De outro modo, o autor destaca que escrever os próprios padrões pode ajudar a reflexão e reutilização de ideias de design. Nesta pesquisa, devido ao objetivo de se estruturar conhecimentos específicos da geometria em linguagem de programação visual, naturalmente serão criados padrões de projeto capazes de serem reutilizados. O próprio autor apresenta alguns padrões que são essencialmente estruturas de conceitos geométricos.

Conforme referido na introdução, a noção de estruturas de saber, de Chevallard (1999), auxiliará na etapa de identificação de tais saberes, de modo que tenham um interesse didático. A teoria que introduz esta noção será apresentada a seguir.

2.3 A Noção Estruturada do Saber pela Teoria Antropológica da Didática (CHEVALLARD, 1999)

2.3.1 A caracterização de um saber e do sistema didático

Nesta tese formulou-se um problema de caráter didático, que considerou preliminarmente a necessidade de analisar em profundidade o saber relacionado com a geometria complexa da arquitetura contemporânea, o qual está sendo adotado no contexto profissional de Arquitetura e atingindo, em certa medida, as Escolas de Arquitetura. Para Borda (2002), a análise sobre um saber é uma primeira etapa para, posteriormente, tentar-se intervir com mais qualidade em seu ensino.

Segundo a mesma autora, para este tipo de análise, é necessário ter critérios que informem a qualidade didática do saber já sistematizado e constituinte do conteúdo a ser analisado, o que exige prioritariamente ter um dispositivo de avaliação amparado por uma estrutura teórica explícita prévia, que forneça uma determinada grade de análise da situação a ser avaliada. A autora aponta este quadro teórico como preliminar para fornecer um modelo sistêmico que permita a descrição da situação didática que será avaliada para ‘agir’ de forma controlada de acordo com esta avaliação. Ela entende que este modelo pode ser obtido na "Teoria Antropológica da Didática (TAD)" tal como proposto por

¹⁹ Ao fornecer soluções separadas para partes problemáticas, elas podem ajudar a esclarecer os dados através de um modelo. Devidamente escritos, são dispositivos informais pelos quais os módulos podem ser expressos em princípio. [...]. Eles frequentemente combinam insight geométrico, matemático e algorítmico. Eles demonstram como juntar essas habilidades importantes e complementares.

Yves Chevallard, uma teoria que interpreta "a atividade de estudo de uma disciplina dentro de um sistema social (particularmente o didático)". Este modelo é assim considerado como um passo prévio que o didata deve conhecer para poder passar para a 'ação didática', a partir de uma tecnologia didática que permita tratar com as questões práticas sobre como melhorar os desenhos e intervenções docentes.

Borda (2002) identifica a caracterização que tem sido dada na didática tradicional dos últimos anos aos processos de ensino, em que o problema didático se centra no estudo da relação professor-aluno e a problematização é direcionada ao polo estudantil. Nesse contexto, a contribuição para definir ou estabelecer as variáveis e as relações do sistema didático tem sido quase que exclusivamente advindas das teorias psicológicas. No entanto, configurou-se mais recentemente (década de 1990) um programa de pesquisa que propõe uma revisão fundamental dos princípios e métodos da didática dos saberes específicos. É, segundo Borda (2002), a chamada "didática fundamental", originária da didática da Matemática (BROUSSEAU, 1989; CHEVALLARD, 1992). Tal corrente acentua o polo dos "saberes" e tem como finalidade o estabelecimento de uma didática de natureza "epistemológica", embora considere os quatro elementos do sistema didático (o professor, os alunos, um conhecimento - um conteúdo de ensino-aprendizagem e um meio). Segundo a autora, esta corrente se justifica pelo fato de que, tradicionalmente as dificuldades de ensinar um conteúdo são atribuídas às dificuldades de aprendizagem dos alunos, mas, sem negar este fato, as dificuldades de ensino agora surgem devido à própria natureza do conteúdo a ser ensinado. Ou seja, por esta corrente, o conteúdo que chega à sala de aula, denominado de "saber-a-ensinar", aparece como problemático em si mesmo.

Borda (2002) ainda destaca as características essenciais do saber, dadas pelo seu caráter textual, as condições para a sua transposição, o marco antropológico que os define e a relação dele com a resolução de problemas. Em relação às condições para sua transposição, a autora declara ser importante salientar que os saberes científico-técnicos são gerados pela instituição científica (acadêmica) e que é razoável questionar como ele se mantém como saber a ser ensinado na instituição didática, sendo particularmente relevante investigar qual é a "distância" entre este "saber-a-ensinar" e o "saber-sábio" da instituição científica, ou qual é a relação que possui com o "saber-técnico" da instituição sócio-profissional. É exatamente a estas questões que a teoria da "transposição didática" (CHEVALLARD, 1991) se refere.

Esta nova Didática surge, segundo Borda (2002), consequentemente, como a ciência das modificações apresentadas pelos saberes no processo de sua difusão entre instituições. No entanto, para a autora, esta ciência exige a elaboração de uma didática que esteja amparada sobre um substrato comum ao conjunto de instituições (científica, educativa, profissional), a qual se vincula simplesmente à noção primitiva de "atividade humana" e se insere, por consequência, em uma teoria de base "antropológica".

A autora também destaca que, de acordo com Gáscon (1993), nas instituições de ensino é comum haver uma separação entre teoria (saber) e prática (saber-fazer), existindo uma grande variedade de meios de entender a prática, especificamente a de resolução de problemas, com base no modelo epistemológico implícito que está presente na instituição.

Borda (2002) considera que uma análise didática que leve em conta os possíveis efeitos transpositivos que ocorrem entre instituições, especificamente quanto à relação entre a teoria e a prática associadas a um dado conhecimento, necessita recorrer a uma teoria da didática que integre essa relação em sua própria estrutura. Neste caso, identifica a "Teoria Antropológica da Didática" (CHEVALLARD, 1999) como o referencial teórico da didática fundamental que se corresponde com esta noção.

O postulado de base dessa abordagem antropológica diz que a noção de praxeologia se destina a aplicar-se não apenas à descrição da atividade matemática (e em particular o ensino de matemática), mas a gama geral das atividades humanas. Borda (2002, pág. 26) apresenta uma definição de praxeologia com base nos estudos desenvolvidos em Gáscon, 1993:

Uma praxeologia é uma estrutura formal que constitui uma visão integrada do "saber" e "saber-fazer" sobre o mundo. É uma visão que inclui a ligação dupla de todo saber: com seu referente "mais teórico" que o explica e com seu referente "mais prático" do qual é sua explicação. O saber como um objeto problemático a ser teorizado, bem como um objeto teórico (modelo) para a solução de problemas.

Segundo Chevallard (1999) o significado em francês do adjetivo *didático*, associado ao substantivo *estudo* (e ao verbo *estudar*), é emprestado do grego *didaktikos*, "próprio para instruir", "relativo ao ensino", e como adjetivo verbal de *didaskain*, "ensinar, fazer saber". O

autor cita que “a ideia de didática, a ideia de estudo, ou seja, a ideia de fazer qualquer coisa a fim de aprender qualquer coisa (“saber”) ou de aprender a fazer qualquer coisa (“saber-fazer”) parece inerente às sociedades humanas” (CHEVALLARD, 1999, pág. 15). Ele considera que cada instituição, sobretudo quando referida as instituições didáticas, definem a sua própria noção de estudo, mas a qual terá imposições e permissões sobre determinadas obrigações e inclusive sobre os tipos de *praxeologias didáticas* adotadas.

Nesta noção de *praxeologias didáticas*, o autor considera que “existe estudo quando há cuidado, aplicação e atenção no acesso a qualquer realidade problemática – a realidade estudada” (CHEVALLARD, 1999, pág. 15).

A seguir apresentam-se as caracterizações dadas pelo autor para organização praxeológica.

2.3.2 A noção de organização praxeológica (CHEVALLARD, 1999, págs. 02-06):

A noção da educação matemática como "culturalmente correta" refere-se, primeiramente, sobre alguns objetos matemáticos distintos, e depois, solidariamente, a estudantes, professores, manuais, etc., excluindo quase todos os outros objetos, e em particular todos aqueles considerados muito rapidamente como não cientificamente relevantes porque parecem culturalmente distantes dos objetos considerados emblemáticos das questões didáticas da matemática.

O postulado básico do TAD é contrário a esta visão particularista do mundo social, ele admite que de fato toda atividade humana regularmente realizada se possa descrever com um modelo único, que se resume com a palavra *praxeologia*²⁰.

Em sua raiz, se encontram as noções de *tarefa t* e do *tipo* de tarefas, *T*, as quais estabelecem relação de pertencimento quando uma tarefa *t* faz parte de um tipo de tarefas *T* ($t \in T$). Na maioria dos casos, uma tarefa e o tipo de tarefas associado a ela se expressa por um verbo, tal como: limpar a casa; saudar um vizinho; ler um manual; subir uma escada; desenhar um croqui; modelar um objeto tridimensional; descrever a forma geométrica de um projeto de arquitetura, etc. Aqui o autor destaca o sentido antropológico que ele pretende empregar para especificar estas tarefas a fim de dar uma noção mais ampla em relação à linguagem corrente tratada. Neste sentido, para o autor, a noção de

²⁰ Do grego *praxis* (ação, prática), é uma metodologia que tenta explicar a estrutura lógica da ação humana.

tarafa ou do *tipo de tarefas* exige compreender uma diferenciação importante entre tipo e gênero de tarefas, tal como se segue: “*subir uma escada é um tipo de tarefa, porém simplesmente subir não é; assim como calcular o valor de uma função em um ponto é um tipo de tarefa, porém simplesmente calcular pode ser definido como um gênero de tarefas, o qual pede um determinante.*” (CHEVALLARD, 1999, pág. 02).

Chevallard (1999) explica que, concretamente, um gênero de tarefas só existe sob a forma de diferentes tipos de tarefas, cujo conteúdo está estritamente especificado. Para o autor, na educação matemática, ao longo dos diferentes estágios de escolarização, um determinado gênero se enriquece de novos tipos de tarefas, assim como também são tratados diferentes gêneros de tarefas, tais como Demonstrar..., Construir..., Expressar...em função de...,etc.

Importante ainda destacar segundo o autor que “as tarefas, tipos e gêneros de tarefas não são dados da natureza em si, mas sim artefatos, obras, construções institucionais, cuja reconstrução em tal instituição e, por exemplo, na classe, é um problema completo, que é ele mesmo o objeto da didática” (CHEVALLARD, 1999, pág. 03). Provisoriamente para apresentar os elementos das praxeologias, o autor não considerou estas questões em seu sentido dinâmico – a constituição do saber nas instituições, e em particular a questão da origem (gênese) de tais praxeologias.

Considerando-se *T* um *dado* tipo de tarefas, uma praxeologia relativa a este tipo requer uma maneira de realizar as tarefas contidas neste tipo *T*. A esta determinada maneira de fazer se chama de *técnica* (do grego *tekhnê*, saber fazer), a qual junto com o tipo de tarefas a que se refere, constitui uma praxeologia relativa a *T* e que caracteriza um bloco do tipo *prácticotécnico*, que será identificado genericamente como um *saberfazer* para um determinado tipo de tarefas. Esta “maneira de fazer”, no entanto, tem o que se denomina de *alcance*, ou seja, tem êxito não mais que sobre uma parte das tarefas do tipo *T* a que se refere. Assim ela pode fracassar sobre o conjunto inteiro de *T*, de maneira que se pode dizer que “não se sabe realizar as tarefas do tipo *T*”. Nesta visão, uma técnica pode ser *superior* à outra em relação a todo o *T* (para resolver o conjunto de tarefas que estão incluídas), o que deverá ser avaliado em tal praxeologia. Chevallard (1999) destaca a ocorrência do uso de uma só técnica ou um pequeno número de técnicas institucionalmente reconhecidas em dada instituição e a exclusão de possíveis técnicas alternativas que efetivamente podem existir, mas que são adotadas em outras instituições, sendo isso um “fazer natural”, que

considera as técnicas alternativas como *artificiais* e, portanto, “contestáveis” ou “inaceitáveis”.

É possível identificar que isto ocorreu com o emprego das técnicas digitais de representação entendidas como ilegítimas ou não adequadas durante muito tempo nas escolas de arquitetura no Brasil em relação ao desenho por técnicas tradicionais de representação, manuais. E mais recentemente na definição do uso do espaço digital como espaço de experimentação e exploração projetual, e não só como técnica de representação do objeto arquitetônico em suas variadas instâncias. Nesta perspectiva, novas técnicas foram sendo adotadas, como aquelas que dão suporte ao projeto gerativo (*generative design*).

Ainda como elemento constituinte de uma praxeologia, se tem a *tecnologia*, que é entendida como “um *discurso racional* – o logos – sobre a técnica – a *tekhne*, com o primeiro objetivo de *justificar* “racionalmente” a técnica, para ter assegurado de que ela permitirá realizar as tarefas de um tipo específico (T), ou seja, realizar o que se pretende” (CHEVALLARD, 1999, pág. 04). Dessa maneira, qualquer que seja o tipo de tarefas em uma instituição (contexto) a técnica relativa a este tipo está sempre acompanhada pelo menos de algum vestígio de tecnologia, ou alguns elementos tecnológicos estão *integrados na técnica*. Chevallard (1999, pág.04) exemplifica com a seguinte descrição:

Así ocurre tradicionalmente en la aritmética elemental, en la que el mismo pequeño discurso tiene una doble función, técnica y tecnológica, que permite a la vez encontrar el resultado pedido (función técnica) y justificar que es correcto el resultado esperado (función tecnológica), como cuando se dice: “Si 8 caramelos cuestan 10 Francos, 24 caramelos, o sea, 3 veces 8 caramelos, costarán 3 veces más, es decir, 3 veces 10 Francos”

O autor ainda destaca que uma segunda função da tecnologia é a de *explicar*, de *fazer inteligível*, de *aclarar* a técnica, expondo o porquê de ser correta. Ele observa que as duas funções, justificar e explicar a técnica são duas funções assumidas desigualmente por uma dada tecnologia. Na matemática, por exemplo, devido a sua exigência intrinsecamente demonstrativa, a função de justificação predomina tradicionalmente sobre a função de explicação.

Ainda existe uma terceira função a qual o autor identifica que corresponde a um emprego mais atual do termo tecnologia, que é a de *produção* de técnicas. Nesse sentido, Chevallard (1999, pág. 05) destaca

que “existem sempre tecnologias potenciais, a espera de técnicas, por ainda não serem tecnologias de alguma técnica ou que são de muito poucas técnicas”. Isso significa dizer que, a partir de uma justificação ou explicação baseada em um corpo de conhecimentos teóricos, é possível criarem-se técnicas para resolução de determinados problemas ou classes destes, ou seja, a tecnologia não é um elemento de explicação e justificação somente de técnicas já estabelecidas. Concretamente, as tecnologias digitais incorporam esta função.

Outro elemento existente na estrutura de uma praxeologia é identificado por afirmações mais ou menos explícitas no discurso tecnológico, das quais se pode questionar a razão, levando a um nível superior de justificação-explicação-produção, o da *teoria*. Ela retoma, em relação à tecnologia, o papel que a tecnologia tem em relação à técnica. Chevallard (1999) destaca que se pode imaginar que esta regressão justificativa se produza até o infinito, mas de fato, a descrição apresentada em três níveis (técnica/tecnologia/teoria) é em geral suficiente para dar conta da atividade que se quer analisar. Referindo-se ao efeito de abstração das teorias, Chevallard destaca que ele é correlativo ao que funda a grande geratividade dos enunciados teóricos, em sua capacidade para justificar, explicar e produzir.

Uma praxeologia ou organização praxeológica (Figura 14) está assim constituída por um bloco “prático-técnico” (tipo de tarefas e técnicas associadas, bloco do *saber-fazer*) e por um bloco “tecnológico-teórico” (tecnologias e teorias associadas, bloco do *saber*). De acordo com Chevallard, se designa também corretamente como “saber” a praxeologia completa, ou inclusive qualquer parte dela.

Figura 14 - Esquema dos elementos de uma praxeologia.



Fonte: Elaboração própria com base em Chevallard (1999).

Embora a um tipo de tarefa preceda geneticamente o bloco das teorias e tecnologias como meio de produzir e de justificar uma técnica apropriada, estruturalmente este bloco do saber pode não gerar as técnicas para contemplar todos os problemas relacionados. Por esta razão, muitas vezes é apresentado classicamente, no texto didático, o *saber-fazer*, como uma simples aplicação do *saber*.

Outra afirmação importante refere-se à impossibilidade de se ter um mundo institucional²¹ em que as atividades humanas estivessem regidas por praxeologias bem adaptadas, que permitissem realizar todas as tarefas desejadas de uma maneira eficaz, segura e inteligível. Isto ocorre devido à existência de toda uma dinâmica praxeológica, na qual algumas praxeologias envelhecem, ou seja, seus componentes teóricos e tecnológicos perdem crédito, ao mesmo tempo em que novas tecnologias emergem, colocando em questionamento a validade das técnicas estabelecidas. Chevallard define que neste contexto, é exigida a produção de novas técnicas e por consequência, de novas praxeologias.

Pode-se associar esta problemática com a recente emergência da técnica de modelagem paramétrica e as classes de problemas que envolvem esta representação quando se trata da geometria complexa da arquitetura contemporânea.

As praxeologias didáticas, segundo Chevallard, são respostas às questões que envolvem como estudar determinados problemas, sendo necessário saber que tipos de tarefas as constituem, ou que “gestos” podem ser vistos como didáticos. A questão depende, em última instância, do próprio conteúdo didático.

Borda (2002), fundamentando-se nos princípios desta teoria, desenvolveu uma análise transpositiva (CHEVALLARD, 1991; 1999) da constituição dos saberes da modelagem geométrica e visual por meios informáticos, desde os contextos científico e profissional ao contexto educativo de arquitetura. A autora descreve que, em vista da possibilidade de informatização da atividade de expressão gráfica arquitetônica, as escolas de arquitetura passavam a adotar ao mesmo tempo soluções táticas e estratégicas. A primeira no sentido de absorver a tecnologia a partir de procedimentos empíricos e a segunda no sentido de buscar reconhecer e sistematizar os saberes que pudessem justificar a presença de tais procedimentos. Os conteúdos dos livros de textos que passaram a incluir estes saberes na década de 1990 se enquadravam num

²¹ Segundo Chevallard (1991) um mundo institucional de um contexto de ensino envolve professores, alunos, currículos e todos os elementos pertencentes a uma instituição de ensino.

âmbito interdisciplinar no qual estão a Didática, a Expressão Gráfica Arquitetônica e a Informática Gráfica. A presença destes novos **conteúdos de ensino** naquele momento desencadeava nas escolas de arquitetura um desafio docente, pois a seleção e organização dos conteúdos não é um problema ‘transparente’ quando se trata do processo de ensino e aprendizagem. Evidenciava-se, com isso, um problema didático: o do estudo das condições em que estes saberes devem funcionar nas escolas de arquitetura, ou seja, o estudo de o que, como, quando ensinar, com referência aos mesmos saberes. O trabalho de investigação necessário para uma análise transpositiva de tais saberes, segundo a autora, passa por conhecer como eles se integram no âmbito curricular da Expressão Gráfica Arquitetônica. Em particular há um interesse em investigar como eles são apresentados nos livros de texto para arquitetura, em que marco teórico-procedimental eles são descritos e que correspondência possuem com seu desenvolvimento científico atual. A partir da Teoria Antropológica da Didática e de seus conceitos chave de organizações praxeológicas e de transposição didática, em tal investigação, o problema de análise destes novos ‘saberes’ foi tratado como um problema transpositivo, em que são comparados os ‘saberes’ referidos a descrição da geometria e da aparência do objeto arquitetônico apresentados nos textos dirigidos às escolas de arquitetura com ditos saberes tal como emergiram historicamente e como estão configurados atualmente nas instituições científicas sob o nome de Modelagem Geométrica e Visual. Ao mesmo tempo, estes são comparados com os saberes em uso na prática profissional do arquiteto.

Esta descrição sobre a pesquisa em nível de doutorado desenvolvida por Borda (2002) teve o propósito de situar as condições para adoção da Teoria Antropológica da Didática nesta tese: aqui se objetiva replicar em parte a metodologia empregada pela autora, no sentido de que o problema de descrição da geometria complexa da arquitetura contemporânea e da modelagem paramétrica associada a esta geometria se assemelha ao problema transpositivo delimitado em Borda em 2002 para os saberes da Modelagem Geométrica e Visual em relação ao ensino de arquitetura. Aqui também se identifica um problema de constituição de saberes e de transposição didática destes, em que os saberes da geometria complexa da arquitetura contemporânea e da modelagem paramétrica desta geometria necessitam de uma análise transpositiva em função de sua atual abordagem intuitiva nas escolas de arquitetura.

Para auxiliar na estruturação destes saberes, adota-se o conceito de taxonomias e ontologias, as quais permitem estruturar os saberes de uma área do conhecimento. Estas serão tratadas na seção a seguir.

2.4 Taxonomias e Ontologias

Na teoria da informação podem ser identificados diversos tipos de estruturas e métodos de organização da informação, sendo estas, de acordo com Morais e Ambrósio (2007): as que se organizam a partir da utilização de termos, como os glossários e dicionários; as que utilizam uma classificação e a criação de categorias, como os cabeçalhos de assunto e os esquemas de classificação ou taxonomias; e as que se organizam a partir de conceitos e seus relacionamentos, como as ontologias, os tesouros e as redes semânticas.

Ontologia tem sua origem na Filosofia e foi definida para estudar “o ser” ou “a existência” e suas características básicas; é o ramo da metafísica que estuda os tipos de entidades que existem no mundo. De acordo com Morais e Ambrósio (2007) deriva do grego *ontos*, ser, e *logos*, palavra. Mas seu termo de origem é a palavra aristotélica *categoria*, utilizada no sentido de classificação. Com esta função, Aristóteles apresentou categorias como base para classificar entidades, conforme ilustrado no esquema da Figura 15, que classifica o Reino Animal, introduzindo além da categoria que congrega espécies do mesmo gênero, o termo *Differentia* para os elementos com propriedades diferentes (ALMEIDA e BAX, 2003).

Figura 15 - Ontologia no Sentido Filosófico.



Fonte: Morais e Ambrósio (2007).

Para Blackburn e Marcondes (2007), é também a parte da filosofia que trata da natureza do ser, ou seja, da realidade, da existência dos entes e das questões metafísicas em geral. Já Smith (2006) destaca a

ontologia como um ramo da filosofia que estuda o mundo como ele é, ou seja, em sua realidade. Estuda os princípios e as causas do ser e de seus atributos essenciais.

Segundo Guarino (1995, 1998) ontologia é uma técnica de organização de informações que vem recebendo especial atenção nos últimos anos, principalmente no que diz respeito à representação formal de conhecimento. As abordagens conceituais dadas por estes autores estão esquematizadas na Figura 16.

Figura 16 - Abordagens conceituais sobre ontologias.



Fonte: Elaboração própria com base em Moraes e Ambrósio (2007) e Guarino (1995; 1998).

Uma ontologia define um vocabulário comum para domínios em que exista a necessidade de compartilhamento de informações; No contexto da Computação, inclui definições interpretáveis por máquinas de conceitos básicos em um domínio e relações entre estes, sendo definida como “Uma especificação formal e explícita de uma conceitualização compartilhada” (GRUBER, 1995).

Uma especificação ‘formal’ se refere a ser processável por máquina; ‘Explícita’ refere-se a uma definição sem ambiguidade de todos os conceitos, atributos e relacionamentos, por meio de funções, restrições e axiomas semânticos; ‘Conceitualização’ refere-se ao modelo conceitual de um dado domínio; e ‘compartilhada’ significa que os conceitos presentes representam um conhecimento consensual, aceito por um grupo de pessoas (STUDER et al, 1998).

Os conceitos de uma ontologia são organizados na forma de taxonomias, que são estruturas classificatórias em formato de hierarquia

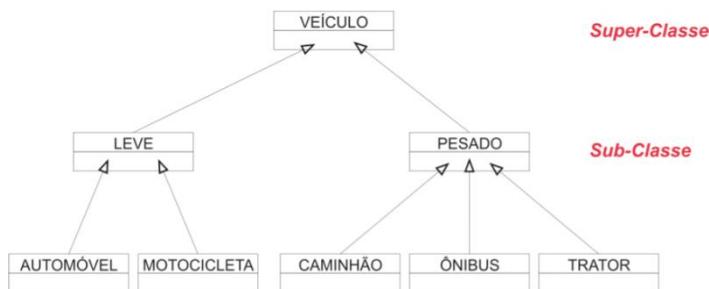
utilizando relações de generalização/especialização entre os termos que a compõem.

Segundo a W3C (World Wide Web Consortium), para se definir uma ontologia é necessário descrever os seguintes elementos: classes (ou “coisas”) nos vários domínios de interesse; relacionamentos entre estas classes; e propriedades (ou atributos) que as classes devem possuir. Os elementos que compõem as classes e subclasses podem representar, segundo Ramalho (2003), coisas físicas ou conceituais, desde objetos inanimados até teorias científicas ou correntes teóricas. Segundo o mesmo autor, as propriedades descritivas elencam características, adjetivos e/ou qualidades das classes; as propriedades de relacionamento ou relacionais descrevem e rotulam os tipos de relacionamentos entre as classes.

Os modelos de desenvolvimento de ontologias, de acordo com Studer et al (1998), são dos tipos *top-down* (definição dos conceitos mais gerais e sua especialização), *bottom-up* (definição dos conceitos mais específicos e posterior organização em classes mais gerais) e por combinação, em que são definidos os conceitos mais relevantes primeiro e então estes são generalizados e especializados simultaneamente, de maneira apropriada.

Considerando-se a generalidade ou especialização dos termos de uma ontologia, estes podem ser categorizados em *superclasses* ou em *subclasses*, conforme o exemplo da Figura 17.

Figura 17 - Exemplo de categorização de termos.



Fonte: Morais e Ambrósio (2007).

Em Almeida e Bax (2003) é descrito que as ontologias podem ser classificadas quanto ao seu grau de formalismo, aplicação, conteúdo ou função (estrutura). Quanto ao grau de formalismo, podem ser: altamente informais, quando expressas em linguagem natural; semi-informais, quando expressas em linguagem natural de forma restrita e estruturada;

semiformais, expressas em linguagem artificial definida formalmente; e rigorosamente formais, onde os termos são definidos com semântica formal, teoremas e provas.

Morais e Ambrósio (2007) definem que, em relação à aplicação, podem ser de autoria neutra, quando, por exemplo, um aplicativo é descrito em uma única língua e depois convertido para o uso em diversos sistemas, reutilizando-se as informações; de especificação, baseada em uma ontologia de domínio; e de acesso comum à informação, quando, por exemplo, um vocabulário é inacessível e a ontologia torna a informação possível de ser entendida, proporcionando conhecimento compartilhado dos termos. Quanto ao seu conteúdo, as ontologias podem ser terminológicas, quando representam termos que serão utilizados para modelar o conhecimento de um domínio específico; de informação, que especificam, por exemplo, a estrutura de registros de um banco de dados; de modelagem de conhecimento, que especificam as conceitualizações do conhecimento; de aplicação, que contém as definições necessárias para modelar conhecimento em uma aplicação; de domínio, que expressam conceitualizações que são específicas em um domínio; genéricas, que definem conceitos genéricos e comuns a várias áreas do conhecimento; e de representação, que explicam as conceitualizações que estão por trás dos formalismos de representação do conhecimento.

Outra classificação é a dada por Corcho et al (2003), dividindo as ontologias em: leves, que incluem conceitos, taxonomias de conceitos, relações entre conceitos e as propriedades que descrevem os conceitos; e pesadas, que adicionam a estes elementos, os axiomas e restrições.

Considerando-se as terminologias apresentadas, é possível delimitar previamente os tipos de ontologias mais adequados aos objetivos previstos nesta pesquisa, as quais seriam, segundo tais propósitos, as semi-informais, sendo que estas ainda seriam classificadas como: de especificação, porque irá descrever um conhecimento de domínio, o da geometria complexa da arquitetura contemporânea e da modelagem paramétrica associada a ela; terminológicas, porque representarão termos específicos para modelar o conhecimento de tal domínio; e do tipo leve, porque terão conceitos, taxonomias de conceitos, relações entre conceitos e as propriedades que descrevem os conceitos, sem haver a especificação de axiomas e restrições, que caracterizam as taxonomias pesadas. Estas, por sua complexidade, exigiriam o trabalho de especialistas em modelagem de ontologias, considerando-se também o tempo necessário para o seu

desenvolvimento. As ontologias leves cumprem dessa maneira os objetivos didáticos esboçados nesta pesquisa.

A escolha sobre ontologias leves e semi-informais se justifica pelo propósito de que a ontologia tenha como principal objetivo fazer com que os elementos de descrição (o vocabulário) da geometria complexa da arquitetura contemporânea possam ser compreendidos de maneira mais profunda como elementos construtivos da forma, conforme os pressupostos da Teoria Antropológica da Didática de Chevallard (1999), vistos na seção anterior.

Nesta pesquisa, a ontologia a ser representada não será modelada em linguagem formal, como, por exemplo, a linguagem OWL²² que se tornou uma recomendação da World Wide Web Consortium (W3C) em fevereiro de 2004 (HEFLIN et al, 2007).

Em relação à seleção de uma ferramenta para modelar a ontologia desta pesquisa, um aspecto relevante é a interface gráfica de representação da ontologia. Os aspectos visuais e informacionais, em um contexto didático, são fundamentais para que esta representação possa ser acessada e manipulada facilmente com vistas à exploração da ontologia. Nesse sentido, Vaz (2011) identificou um aplicativo, o *Touchgraph Navigator* (<http://www.touchgraph.com/navigator>), que além de apresentar visualmente o gráfico da ontologia em sua totalidade, também possibilita criar gráficos de nós interativos, sendo, na época da pesquisa desenvolvida por Vaz, um *software* de código aberto em linguagem Java²³. No entanto, atualmente, tal aplicativo não possui mais

²² OWL (WEB Ontologist Language) pode ser considerada uma das linguagens mais potentes para modelar ontologias, pois ela incorpora o que se denomina de Restrições, permitindo descrever as classes da ontologia em termos de outras coisas já modeladas. De modo mais geral, uma restrição em OWL é uma classe definida por descrever os indivíduos que ele contém. Esta ideia simples constitui a base para a extensão de modelos em OWL: Se você pode descrever um conjunto de indivíduos em termos de classes conhecidas, então você pode usar essa descrição para definir uma nova classe. Uma vez que esta nova classe é agora também uma classe existente, ela pode ser usada para descrever os indivíduos para a inclusão de uma nova classe, e assim por diante. Foi projetada para ser compatível com a eXtensible Markup Language (XML), bem como outros padrões W3C. Ela estende o Resource Description Framework (RDF) e RDF Schema, dois padrões iniciais da Web Semântica aprovado pelo W3C. Sintaticamente, uma ontologia OWL é um documento RDF válido e também um documento XML bem estruturado. Isto permite que a OWL seja processada pela ampla gama de XML e ferramentas RDF já disponíveis. Fonte: Allemang e Hendler, 2011 e Heflin et al, 2007.

²³ Java é uma linguagem de programação orientada a objetos (usa os princípios da abstração, encapsulamento e herança, segundo *TechMetrix Research*, 1999).

a versão de código aberto, ou uma versão que seja de uso gratuito. Devido a isso e ao fato de se ter a necessidade de compartilhar a ontologia em ambientes virtuais de aprendizagem, não foi possível considerar este aplicativo para os propósitos desta pesquisa, embora se tenha inicialmente cogitado utilizá-lo.

A utilização de um aplicativo de construção de mapas conceituais foi considerada uma alternativa válida em função dos objetivos traçados nesta tese para a estruturação da ontologia. A estrutura dos mapas conceituais se assemelha a de uma ontologia pelos seguintes aspectos: por meio destes é possível especificar um conjunto de termos ou conceitos, hierarquizar-los e alocá-los em categorias, desde os conceitos mais gerais aos mais particulares; é possível estabelecer relações entre os conceitos e especificar o tipo de relação a partir de palavras de ligação ou frases de ligação; é possível representar proposições, que contém dois ou mais conceitos conectados por palavras-chave ou frases de vinculação, objetivando formar uma declaração significativa (NOVAK e CAÑAS, 2006).

Os autores definem o conceito como uma regularidade percebida em eventos ou objetos (algo que se repete em um grupo de objetos ou eventos), ou registros de eventos ou objetos, e as proposições como declarações sobre algum objeto ou evento no universo, seja este natural ou construído. As proposições também são denominadas de unidades semânticas ou unidades de significado. Exemplos de eventos específicos ou objetos que ajudem a esclarecer o significado de um determinado conceito também podem ser adicionados ao mapa conceitual.

A estrutura hierárquica para um domínio particular de conhecimento depende também do contexto em que esse conhecimento está sendo aplicado ou considerado. Devido a isso, os mesmos autores indicam ser melhor construir mapas conceituais com referência a alguma questão específica a ser respondida ou entendida, denominada questão central, a qual fornece o contexto para o mapa conceitual.

Links cruzados são relacionamentos entre conceitos em diferentes segmentos ou domínios do mapa conceitual e tem o objetivo de explicitar como um conceito em um domínio de conhecimento representado no mapa está relacionado a um conceito em outro domínio mostrado no mapa. Os autores destacam que tais *links* cruzados representam saltos criativos por parte do produtor do mapa quando da

criação de novos conhecimentos. E apontam duas características dos mapas que são importantes para facilitar o pensamento criativo: a estrutura hierárquica que é representada em um mapa e a capacidade de buscar e caracterizar novos *links* cruzados.

Além destas propriedades e a característica dos mapas de facilitar ao entendimento de um conhecimento específico, eles podem representar de maneira fácil e visual uma ontologia em linguagem natural, diferentemente das ferramentas de formalização de ontologias, as quais ainda não incorporam uma representação visual facilmente manipulável pelos usuários.

A partir desta revisão teórica, no capítulo seguinte são definidos com maior precisão os procedimentos metodológicos da pesquisa.

CAPÍTULO 3

Procedimientos metodológicos

3. INTRODUÇÃO

Neste capítulo se busca delimitar a pesquisa em suas diferentes abordagens e categorias, por meio da identificação de suas características principais. Busca-se ainda associar tais características com os objetivos pretendidos a fim de definir com maior precisão as abordagens que serão adotadas e os tipos de instrumentos, procedimentos e métodos em cada etapa da pesquisa. Como meio de definir precisamente tais etapas, são descritos alguns resultados parciais obtidos durante as etapas iniciais da investigação, os quais tornaram possível compreender, identificar e selecionar os métodos e as técnicas a serem empregadas.

3.1 Métodos de Pesquisa

A partir de Gerhardt e Silveira (2009) identificaram-se as seguintes categorias de pesquisa, que se referem: ao tipo de abordagem (qualitativa; quantitativa); à natureza da pesquisa (básica; aplicada); aos objetivos da pesquisa (exploratória; descritiva; explicativa); seus procedimentos (experimental; bibliográfica; documental; pesquisa de campo; pesquisa ex-post-facto; de levantamento; pesquisa com *survey*; estudo de caso; pesquisa participante; pesquisa-ação; pesquisa etnográfica; pesquisa etnometodológica).

Inicialmente, partindo das definições apresentadas por estes autores quanto à abordagem, a presente pesquisa pôde ser classificada como do tipo qualitativa, pois se preocupa com o aprofundamento da compreensão de certo domínio de conhecimento, da geometria complexa da arquitetura contemporânea e os processos de modelagem paramétrica que lhe correspondem, o que é caracterizado por Gerhardt e Silveira (2009, pág. 32) como “métodos que buscam explicar o porquê das coisas, exprimindo o que convém ser feito, mas não quantificam os valores e as trocas simbólicas nem se submetem à prova de fatos, pois os dados analisados são não métricos (suscitados e de interação) e se valem de diferentes abordagens”.

Segundo Deslauriers (1991, p. 58), “o objetivo da amostra em tal tipo de pesquisa é de produzir informações aprofundadas e ilustrativas: seja pequena ou grande, o que importa é que ela seja capaz de produzir novas informações”.

Algumas das características deste tipo de pesquisa apontadas por Gerhardt e Silveira (2009, pág. 32) podem ser associadas a presente pesquisa:

Objetivação do fenômeno; hierarquização das ações de descrever, compreender, explicar,

precisão das relações entre o global e o local em determinado fenômeno; respeito ao caráter interativo entre os objetivos buscados pelos investigadores, suas orientações teóricas e seus dados empíricos; busca de resultados os mais fidedignos possíveis; oposição ao pressuposto que defende um modelo único de pesquisa para todas as ciências.

Por outro lado, pôde-se identificar que a pesquisa também possui características de pesquisa quantitativa, por ter o objetivo de analisar um conhecimento geométrico e detalhar os processos de modelagem paramétrica associados a estes, os quais envolvem “análise de dados brutos, recolhidos com o auxílio de instrumentos padronizados e neutros”. “[...] recorre à linguagem matemática para descrever as causas de um fenômeno, as relações entre variáveis”, conforme descrito em Fonseca (2002, p. 20). No contexto desta pesquisa, podem ser apontadas como instrumentos padronizados e neutros as classificações, as definições e as descrições das geometrias, delimitadas ao longo da história por matemáticos e geômetras do campo. A linguagem matemática neste caso será utilizada para descrever relações entre os elementos que podem ser considerados como variáveis de uma parte do saberes a serem analisados, aqueles específicos da modelagem paramétrica. Com base na caracterização apresentada em Gerhardt e Silveira (2009), para os tipos de pensamentos envolvidos na pesquisa quantitativa, foi possível identificar que tanto na etapa referida anteriormente, de descrição paramétrica como na de estruturação dos conceitos, o pensamento positivista lógico tende a estar presente, através do raciocínio dedutivo, para exprimir regras e atributos mensuráveis que serão transpostos tanto ao sistema adotado de modelagem paramétrica como às estruturas conceituais.

Reiterando a abordagem qualitativa exposta anteriormente, é favorável que a análise das informações em cada fase da pesquisa com vistas a alcançar um objetivo didático (de ensino) seja feita de *forma organizada, mas intuitiva*, conforme descrito em Gerhardt e Silveira (2009) para este tipo de pesquisa.

Quanto à sua natureza, é possível caracterizá-la como pesquisa aplicada, desde que seus objetivos são de gerar conhecimentos para aplicação prática, dirigidos à solução de problemas específicos. Com isto, pode-se dizer que corresponde com a caracterização dada por Gerhardt e Silveira (2009), os quais destacam que este tipo de pesquisa envolve *verdades e interesses locais*, tal como ocorre com a

caracterização de uma geometria específica (complexa) adotada em um campo particular de domínio, da arquitetura contemporânea frente as suas definições por meio das novas tecnologias digitais de representação gráfica (modelagem paramétrica).

Quanto aos seus objetivos, a pesquisa possui traços de pesquisa exploratória por buscar, de acordo com Gil (2007), uma maior familiaridade com o problema, com vistas a torna-lo mais explícito, visto que este ainda é pouco conhecido, pouco explorado. Envolve, dessa maneira, levantamento bibliográfico e análise de exemplos que estimulem a compreensão, conforme destacado pelo mesmo autor. Também possui características de pesquisa explicativa, desde que busca identificar os fatores que determinam ou que contribuem para a ocorrência dos fenômenos (GIL, 2007). Está envolvida de alguma maneira com questões descritivas, já que “a identificação de fatores que determinam um fenômeno exige que este esteja suficientemente descrito e detalhado” (GERHARDT e SILVEIRA, 2009, pág. 35).

Quanto aos seus procedimentos (modo operatório) associou-se esta pesquisa com os tipos de pesquisa bibliográfica e experimental. Bibliográfica, segundo a caracterização dada por Fonseca (2002), é uma pesquisa feita a partir do levantamento de referências teóricas já analisadas, como ocorreu quanto aos estudos já desenvolvidos em Burry e Burry (2010), Bertol (2011) e Pottmann et al (2007) para caracterizar a geometria complexa da arquitetura contemporânea e aquela presente em sistemas naturais. Ainda conforme Fonseca (2002) tem o objetivo de recolher informações ou conhecimentos prévios sobre o problema a respeito do qual se procura resposta. No caso específico deste trabalho, a pesquisa bibliográfica objetiva analisar diversas posições acerca de um problema, sendo este aspecto referido por Gil (2007) como um dos exemplos mais característicos desse tipo de pesquisa. A partir do mesmo autor também se identificou a pesquisa como de desenvolvimento experimental por tratar-se de um trabalho sistemático que se utiliza dos conhecimentos derivados de análises sobre saberes específicos e a explicitação ontológica destes saberes com o objetivo de produzir materiais (elementos didáticos) que visam à melhoria de sistemas (sistemas educacionais de arquitetura). Segundo o autor, consiste em determinar um objeto de estudo, selecionar as variáveis que seriam capazes de influenciá-lo, definir as formas de controle e de observação dos efeitos que a variável produz no objeto. Aqui se pode referir ao objeto de estudo como sendo a explicitação da geometria complexa da arquitetura contemporânea para o ensino de geometria na arquitetura. E as variáveis ‘descrição paramétrica e organização ontológica dos saberes

que configuram a geometria complexa da arquitetura contemporânea' como elementos de influência no ensino e aprendizagem de arquitetura. As formas de controle e de observação dos efeitos que estas variáveis produzem na explicitação da geometria complexa podem ser definidas como praxeologias didáticas de acordo com o referencial adotado de Chevallard (1999). Estas praxeologias serão desenvolvidas ao longo do estudo como subsídio ao processo de estruturação do saber analisado.

Os argumentos matemáticos (e que estão relacionados com o estudo da geometria), segundo Marconi e Lakatos, 2003 são conteúdos longe de serem óbvios, mesmo quando estão amparados em axiomas e postulados como ocorre com a geometria euclidiana. Dessa maneira, considera-se que, para dar apoio a processos de modelagem paramétrica, é necessário tornar tal conteúdo compreensível, o máximo possível, desde que os conceitos geométricos e as técnicas de geração das geometrias, na maioria das vezes, precisam ser explicados em maiores detalhes para que possam ser utilizados com maior facilidade e de maneira mais adequada em cada situação de modelagem. Isto poderá ser alcançado a partir da estruturação do saber baseada no conceito filosófico de ontologia, que seguirá em linhas gerais as seguintes premissas no seu desenvolvimento:

- **Análise dos conceitos geométricos** de cada geometria a ser tratada a partir de uma abordagem dedutiva, a qual permitirá elencar os atributos que se relacionam diretamente com seus elementos primários e seus processos de geração (**etapa de análise do saber**); Em cada etapa dedutiva serão identificadas as técnicas e tecnologias associadas aos conceitos tratados – as 'técnicas' a partir dos próprios processos de geração apontados na definição da forma e as 'tecnologias' a partir de dois momentos: a justificação da técnica de geração e a explicação sobre esta técnica (etapas 3.1 e 3.2 dos procedimentos metodológicos). Entende-se que cada um destes momentos irá produzir elementos adicionais para a caracterização da geometria e conseqüentemente da rede de saberes* que lhe representará;

- **Classificação das geometrias** (taxonomias e ontologias) segundo seus elementos principais e seus processos de geração, os quais foram identificados na etapa anterior, utilizando-se, igualmente, uma abordagem dedutiva. Envolve a **caracterização dos atributos** de cada geometria que permitirão definir suas relações intrínsecas, considerando-se além de seus elementos de caracterização também as técnicas de geração associadas (etapa 3.3 dos procedimentos metodológicos).

A classificação agrupará geometrias que contenham os mesmos elementos primários, processos de geração, técnicas e tecnologias associadas. Para abarcar estes aspectos poderá ser necessário delimitar-se diferentes tipos de classificação, as quais incluam categorias que possam contemplar os elementos acima citados. Entende-se também necessário verificar a possibilidade de incluir nesta categorização os aspectos tecnológicos, de justificação e explicação de técnicas de descrição associadas a cada geometria tratada e que foram definidos nas estruturas praxeológicas (etapa de construção da ontologia relativa à sua estruturação taxonômica); Etapa 3.3 de procedimentos metodológicos.

- **Proposição e Estruturação de processos de modelagem paramétrica** com base na classificação e caracterizações desenvolvidas nas etapas anteriores; (Etapas 3.4, 3.5 e 3.6 dos procedimentos metodológicos).

Nesta etapa também serão considerados como atributos os modelos de descrição paramétrica de cada geometria e os referenciais de projeto (obras) relacionados a estas geometrias;

- **Estruturação da rede de conceitos** relativa aos processos, técnicas e tecnologias reconhecidos e estruturados nas etapas anteriores – esta etapa será desenvolvida em linguagem natural empregando-se estruturas em formato de mapas conceituais. (Etapas 3.7 e 3.8 dos procedimentos metodológicos).

- **Disponibilização da rede de conceitos e avaliação** dos saberes que estas se propõem a explicitar – (Etapas 3.9, 3.10 e 3.11 dos procedimentos metodológicos).

Destaca-se que o uso de uma teoria para analisar saberes, a TAD, fundada na Didática da Matemática, tem como objeto, segundo D'Amore (2007), delimitar e estudar problemas que surgem durante os processos de organização, comunicação, transmissão, construção e valoração do conhecimento matemático, incluindo-se aqui a geometria. Para Braun (1996, apud D'AMORE, 2007, pág. 23): “A Didática, enquanto ciência da produção, organização e gestão dos bens do sistema de ensino-aprendizagem, conecta-se novamente à questão epistemológica relativa à transformação dos conhecimentos”.

A meta final é que os mapas conceituais representem a ideia de uma ontologia leve que expresse esta transformação dos saberes.

3.2 Etapas da pesquisa

O desenvolvimento da pesquisa se dará em 11 etapas que serão descritas a seguir visando abarcar 04 objetivos específicos.

Para **caracterizar** o ‘saber’ envolvido na geometria complexa adotada na arquitetura contemporânea (**objetivo 1**) serão desenvolvidas as seguintes etapas:

3.2.1 Identificação e seleção dos conceitos da geometria complexa encontrados na arquitetura contemporânea dos últimos 20 anos. Esta etapa envolve a revisão bibliográfica que aborda os temas geometria, matemática e arquitetura contemporânea, Burry & Burry (2010); Bertol (2011); Pottmann et al (2007). Em parte foi desenvolvida no capítulo 2, na revisão teórica, e em parte será desenvolvida ao longo dos capítulos de análise de cada superfície geométrica (capítulos 4, 5, 6 e 7); As estruturas de saber identificadas em Bertol (2010), relativas à geometria das estruturas da natureza, e que foram previamente revisadas no capítulo 2, serão abordadas nos capítulos 6 e 7 em sua relação estrita com as estruturas de superfícies mínimas.

A delimitação do ‘saber’ a ser analisados nesta pesquisa resultou da: apropriação conceitual e tecnológica sobre os temas de interesse da pesquisa que são a geometria complexa da arquitetura contemporânea, a modelagem paramétrica e os processos de estruturação de ontologias; análise prévia sobre os conceitos apresentados em Burry & Burry, 2010, Pottmann et al, 2007 e Bertol, 2011; estruturação de processos de modelagem paramétrica para alguns destes conceitos, inicialmente desenvolvida para geometrias tradicionais empregadas na arquitetura contemporânea e para geometrias complexas que empregam tilings não periódicos e packings.

3.2.2 Análise sobre a estrutura de saber que envolve tais conceitos. Esta etapa é desenvolvida com base na noção estruturada do saber de Chevallard (1999) e inclui a revisão sobre conceitos matemáticos da geometria não euclidiana a partir de Pottmann et al (2007) e outros autores, a serem adotados como referencial de acordo com a necessidade e caracterização dada a cada saber durante o processo de análise. É adotado o seguinte método de análise: Inicialmente apresenta-se a descrição geral de Burry e Burry para a obra em questão; sobre esta descrição são marcadas as palavras-chave que caracterizam e explicam a obra; logo, constrói-se um mapa conceitual com tal descrição e são selecionados os termos específicos que caracterizam e buscam explicar a geometria da obra; na sequência, cada um destes termos é aprofundado a partir de autores específicos da área da geometria, em um método exploratório, desde que alguns conceitos necessitam ser explicados por diferentes abordagens. Estas podem ser de característica técnica e formal como são as descrições matemáticas, ou de caráter intuitivo e visual, que explicam os conceitos de maneira a gerar uma

imagem mental (espacial e visual) relacionada a eles, o que pode ser facilitado a partir de imagens e modelos digitais da própria obra de arquitetura ou de sua superfície geométrica. Cabe destacar que se considera necessário em alguns momentos tratar de níveis mais específicos de saber, como a classificação da geometria relativa à superfície analisada e os tipos de parâmetros envolvidos em tal classificação. Isto se justifica porque os elementos de saber de cada tipo de classificação e subclassificação da geometria auxiliam a visualizar e compreender os próprios processos de geração das superfícies. Tais saberes são referências para o entendimento de outros conceitos geométricos tratados pelos autores, como, por exemplo, as associações entre a curvatura da superfície, o tipo de superfície e sua classificação.

3.2.3 Estruturação prévia dos conceitos, técnicas e tecnologias associadas a cada geometria estudada. As estruturas de saber relativas à classe tradicional de superfícies curvas sistematizadas por Gaspar Monge (geometria descritiva) e Rodrigues (1960), são estruturadas previamente, assim como aquelas das geometrias complexas identificadas ao longo do processo de análise. As estruturas de saber relativas à classe tradicional de superfícies curvas, quando necessário, são conectadas a estrutura de saber que é alvo do processo de análise. Isto se justifica porque, conforme Vygotsky (1978), ao se lidar com um problema a ideia é sempre conectar, não isolar. Desta forma, o ensino de geometria espacial e programação, devem ser, além de associados a problemas arquitetônicos reais, reportar ao conhecimento fundamental da geometria.

Com o propósito de **delinear e estruturar** processos de modelagem paramétrica que abarquem o conjunto de conceitos da geometria complexa da arquitetura contemporânea (**objetivo 2**) foram previstas as seguintes etapas de desenvolvimento:

3.2.4 Revisão sobre a técnica de modelagem paramétrica (MONEDERO, 2000; WOODBURY, 2010) e reconhecimento de uma tecnologia de modelagem paramétrica baseada em linguagem de programação visual;

3.2.5 Identificação das técnicas de modelagem paramétrica que abarquem a geração das geometrias caracterizadas nas etapas anteriores, dos parâmetros envolvidos em cada descrição paramétrica e das relações necessárias entre seus elementos. Aqui se inclui também a geometria de superfícies curvas clássicas, sistematizada em Rodrigues (1960);

Para atingir o **objetivo 3**, de **ampliar a estrutura de saber** a partir dos processos de modelagem estruturados, será desenvolvida a seguinte etapa:

3.2.6 Identificação de novos conceitos a partir dos métodos reconhecidos de modelagem paramétrica e inclusão destes conceitos nas estruturas de saber desenvolvidas na etapa 3.2.3;

Para **representar os conceitos e técnicas de modelagem**, reconhecidos e explicitados, com o propósito de disponibilizá-los para aplicação didática em arquitetura (**objetivo 4**), estão previstas as etapas:

3.2.7 Revisão sobre mapas conceituais para o reconhecimento de métodos de estruturação e disponibilização destes (NOVAK e CAÑAS, 2006) e seleção de uma ferramenta para sua implementação (Cmap tools, do IHMC – *Institute for Human & Machine Cognition*, <https://www.ihmc.us/>);

3.2.8 Estruturação dos mapas conceituais e formação de uma rede de conceitos, que abarque a estrutura de saber explicitada para caracterizar a geometria complexa da arquitetura contemporânea; A estruturação de tais mapas visa configurar uma rede de conceitos que mantenha a integridade alcançada pelas conexões entre os saberes que explicam o vocabulário utilizado (elementos constituintes das superfícies tais como geratrizes, diretrizes; leis e processos de geração, como, por exemplo, por revolução e circunvolução, parâmetros de classificação das superfícies, etc.), mas ao mesmo que se assemelhe a estrutura de uma hipermídia ou de um hipertexto, ou seja, tendo-se o cuidado para não configurar mais do que três níveis de acesso linear, o que desestimularia a exploração dos mapas conceituais.

3.2.9 Disponibilização da rede de conceitos desenvolvida em contextos de aprendizagem do projeto de arquitetura apoiados por ambientes virtuais de aprendizagem na Internet;

3.2.10 Aplicação em um contexto de ensino;

3.2.11 Avaliação e Discussão dos resultados.

3.3 Desenvolvimentos de pré-testes para refinar as etapas da pesquisa

3.3.1 Apropriação conceitual e tecnológica sobre os temas geometria, modelagem paramétrica e estruturação de ontologias

A exploração de uma tecnologia digital que implementa processos algorítmicos computacionais por meio de linguagem de programação visual permitiu reconhecer processos de modelagem paramétrica para a representação de geometrias tradicionais, a partir da estruturação, no contexto da rede TEAR_AD, de dois materiais didáticos: o primeiro deles sobre a modelagem de um edifício projetado pelo arquiteto

espanhol Santiago Calatrava, o 80' South Street, baseado no conceito geométrico de **simetria de translação**; e o segundo sobre a **modelagem paramétrica da classe tradicional de superfícies curvas**. Em relação ao edifício projetado por Calatrava, este já havia sido modelado anteriormente em Pires (2010) por técnicas tradicionais de modelagem geométrica, associadas ao conceito de gramática da forma como metodologia de análise e síntese formal.

Em função da necessidade de reconhecer os saberes envolvidos, estruturaram-se os conceitos que caracterizam a geometria da obra e as técnicas e tecnologias que deram suporte a sua representação gráfica (Figuras 18 e 19).

A partir de uma imagem da obra 80' *South Street* foi feita uma análise para identificar o conceito geométrico associado ao seu processo de geração, a simetria de translação, caracterizando-se em um esquema visual (Figura 18) seu principal invariante (as dimensões do objeto) e o tipo de movimento que é desenvolvido no espaço neste tipo de simetria. Figura 18 - Terminologia que descreve um material didático da rede TEAR_AD, segundo teorias e técnicas de geração.



Fonte: Pires e Pereira (2015).

Com o propósito de apoiar o processo de modelagem, neste mesmo esquema visual foi identificada a técnica de geração associada à simetria de translação, denominada de matriz linear (*Array Linear*) que significa mover objetos segundo uma direção determinada (*Move*). Destaca-se que estas são técnicas de geração normalmente encontradas em sistemas CAD e que são expressas por uma linguagem tecnológica para nomeá-las.

De acordo com Chevallard (1999), mesmo que neste esquema visual ainda não se tenham todos os elementos de saber associados a este material, já está configurada uma praxeologia que permite descrever os principais aspectos geométricos da forma do edifício.

Com base nesta primeira análise e na identificação do conceito geométrico de simetria de translação e das técnicas de descrição, foi

possível desenvolver um algoritmo simples de geração desta geometria (Figura 19).

Figura 19 - Algoritmo relativo ao processo de geração da forma da obra 80° South Street.

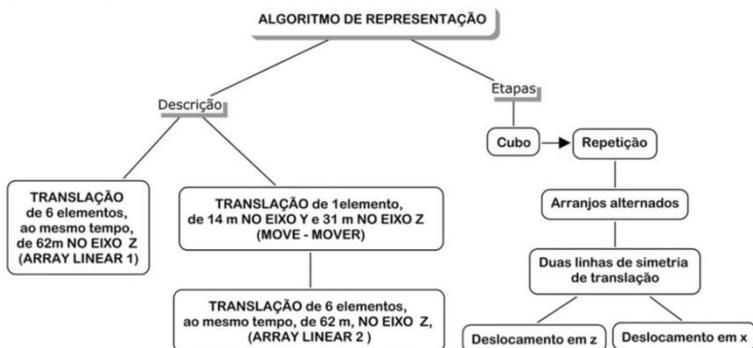


Fonte: Pires e Pereira (2015).

Este algoritmo contém: o elemento básico da obra, um cubo de 14 x 14 x 14 m, que se repete seis vezes em duas ‘fileiras verticais’; a aplicação de uma primeira transformação de translação de seis cubos segundo o eixo z, com uma grandeza de 34 m (14 + 14 + 3 + 3 m – altura de dois cubos mais os espaços entre eles), gerando uma primeira fileira vertical de cubos (marcada com círculos amarelos); a geração de uma instância do cubo, deslocada lateralmente (marcada com um círculo azul), que servirá de base para gerar por translação uma segunda fileira no eixo z, contendo mais seis cubos (marcada com círculos verdes). Para definir a instância do cubo é necessário ter uma cópia deste e movê-lo simultaneamente nos eixos y e z (operação marcada com um círculo azul), antes de aplicar a segunda matriz linear (marcada com círculos verdes). No esquema da Figura 20 tem-se a descrição deste algoritmo (os passos de desenvolvimento) e a delimitação das etapas que o compõem.

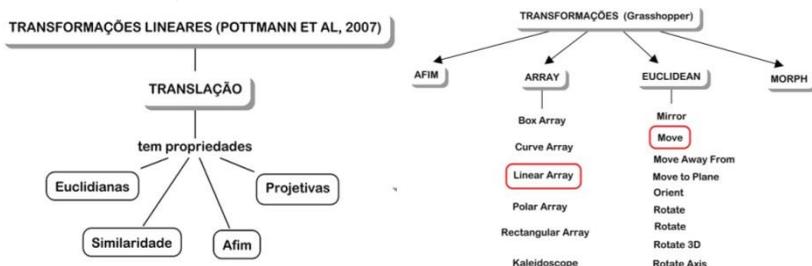
Os esquemas da Figura 21 apresentam uma caracterização relativa à classificação dada por Pottmann et al (2007) para o tipo de transformação que conforma a obra a ser representada por modelagem paramétrica e a identificação das técnicas de geração junto a interface do *Grasshopper* (plug-in do software *Rhinoceros*), selecionado como ferramenta de modelagem por integrar uma linguagem de programação visual, observando-se que existem diferenças terminológicas empregadas em tais definições.

Figura 20 - Esquema com a descrição passo a passo do algoritmo e as etapas que o compõem.



Fonte: Pires e Pereira (2015).

Figura 21 - Terminologia das transformações geométricas associadas ao material, a partir de Pottmann et al (2007) e da interface do Grasshopper (plugin do Rhinoceros).

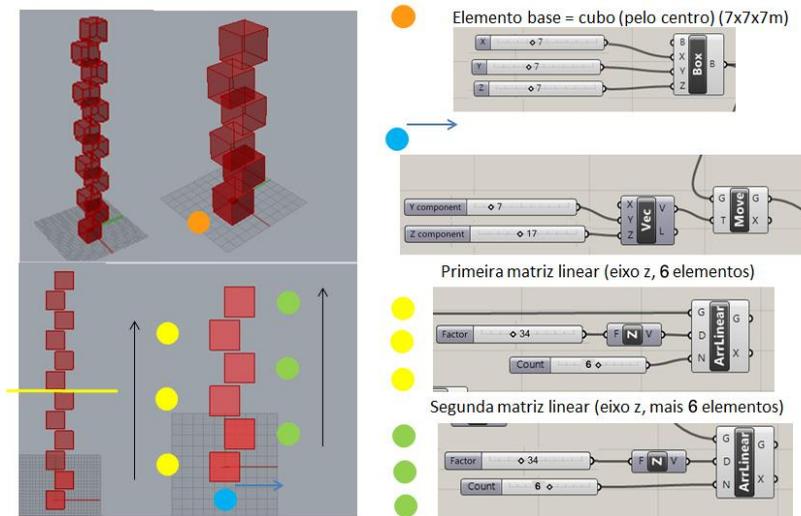


Fonte: Pires e Pereira (2015).

Na sequência foram reconhecidos os elementos básicos da modelagem paramétrica a partir da linguagem de programação visual em *Grasshopper*, relativos ao algoritmo desenvolvido anteriormente, conforme ilustrado na Figura 22.

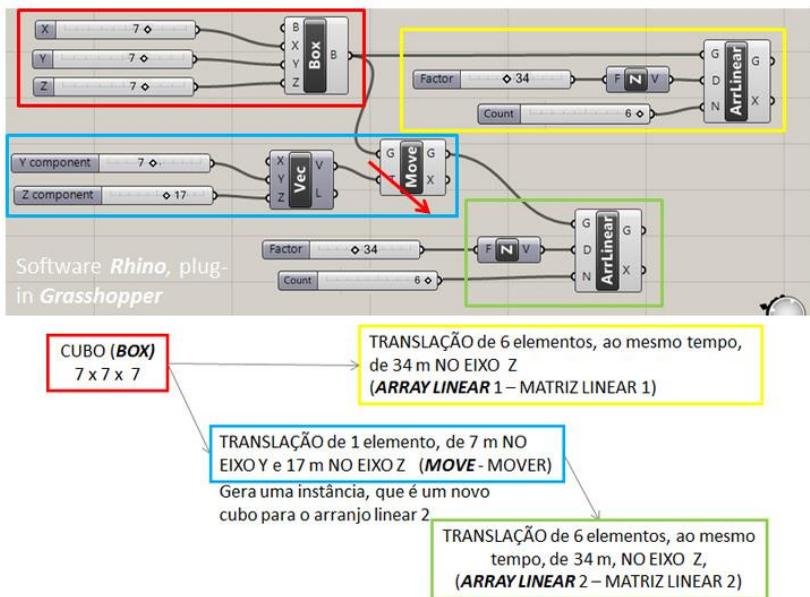
Estes correspondem à definição do elemento básico da composição, o cubo, e as transformações geométricas aplicadas a ele, as matrizes lineares no eixo z e os movimentos de translação nos eixos y e z. Tendo-se definido estes elementos, foi feita a transposição do algoritmo desenvolvido anteriormente para a linguagem algorítmica disponibilizada pelo *software* de modelagem paramétrica, conforme ilustra a Figura 23.

Figura 22 - Elementos de modelagem paramétrica delimitados no Grasshopper.



Fonte: Pires e Pereira, 2015.

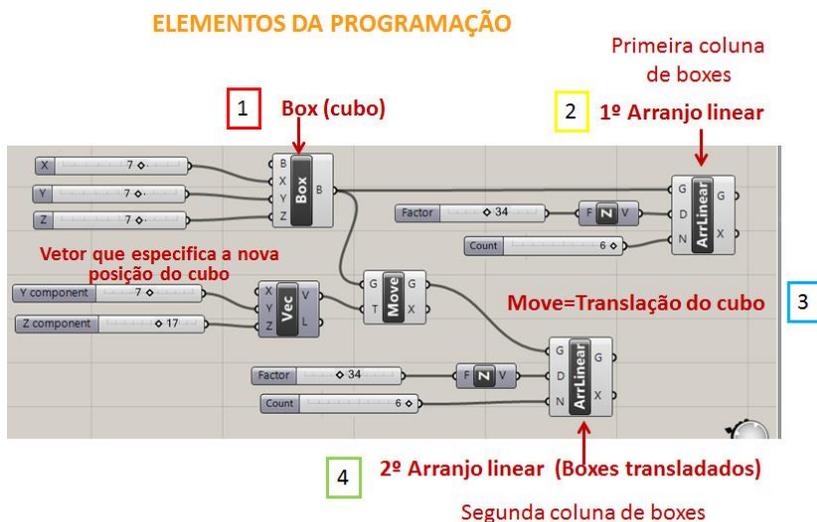
Figura 23 - Transposição do algoritmo para a linguagem de programação visual em Grasshopper.



Fonte: Pires e Pereira, 2015.

A Figura 24 ilustra os elementos e a estrutura de relações da programação. Estas estruturas integradas de conceitos, técnicas e tecnologias constituem os metadados associados ao material didático desenvolvido, os quais deram suporte ao processo de disponibilização de materiais didáticos na rede TEAR_AD.

Figura 24 - Elementos e estrutura da programação no software Grasshopper (Rhinceros).



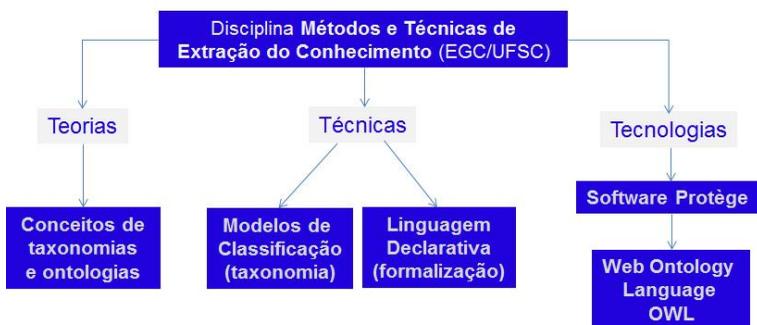
Fonte: Pires e Pereira, 2015.

Ao ser configurado como um estudo analítico de constituição das estruturas de saber de tal material didático, esta primeira etapa foi sistematizada em um artigo publicado no fórum SIGRADI de 2015 (PIRES e PEREIRA, 2015).

Simultaneamente à estruturação deste material didático, foram reconhecidos os contextos teórico, técnico e tecnológico de desenvolvimento de ontologias, a partir de uma disciplina cursada em 2015 no programa de Pós-graduação em Engenharia do Conhecimento, da UFSC, denominada de Métodos e Técnicas de Extração do Conhecimento (MTEC/EGC/USFC). Em tal disciplina foram tratados: conceitos de taxonomias e ontologias; os métodos para seu desenvolvimento; as técnicas como as linguagens descritivas utilizadas para formalizar ontologias; e as tecnologias para implementação de ontologias, destacando-se o *software* Protège no qual foram desenvolvidos alguns exercícios de aplicação. Como resultado final

desta disciplina desenvolveu-se uma aplicação das técnicas e tecnologias de estruturação de ontologias em linguagem OWL à estrutura de conhecimento anteriormente analisada, definindo-se naquele momento uma organização taxonômica para os saberes envolvidos. Os resultados deste estudo foram publicados no fórum científico SIGRADI de 2016 e serão detalhados na sequência. A Figura 24 traz um esquema gráfico dos elementos que compõe o contexto de estudo anteriormente descrito. Figura 25 - Esquema gráfico com os elementos integrantes do contexto de estudo.

Reconhecimento do contexto teórico, técnico e tecnológico de desenvolvimento de ontologias



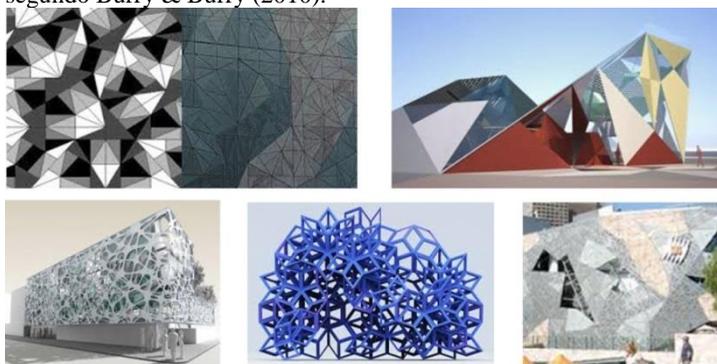
Fonte: Elaboração própria.

Para a aplicação anteriormente citada, em formato de ontologia, foi feita uma revisão inicial dos conceitos associados à geometria complexa para configuração de *tilings* não periódicos e *packings* na arquitetura contemporânea, com base no estudo de Burry e Burry (2010). Realizou-se uma explicitação prévia destes conceitos utilizando-se de esquemas visuais ou mapas conceituais estruturados por meio do aplicativo Cmap Tools (<http://cmap.ihmc.us/?>). As Figuras 26 a 29 ilustram os conceitos associados à *tilings* não periódicos, a partir dos autores anteriormente citados, sendo a primeira destas Figuras relativa às aplicações na arquitetura contemporânea.

Os ‘*tiling*’ e ‘*packing*’, de acordo com Burry e Burry (2010), são definidos como “partições do plano ou de um espaço tridimensional” que podem abrigar espaços arquitetônicos. Sobre a estrutura de conhecimento analisada destacaram-se as palavras-chave que descrevem e caracterizam tais conceitos tentando-se distinguir tanto a abordagem arquitetônica como a do campo da matemática dada a estes termos, conforme ilustrado no esquema da Figura 27. Este mapa foi construído

de modo a categorizar os termos identificados no referencial teórico adotado, de maneira a associar a linguagem arquitetônica com a linguagem da geometria. Para categorizar os termos, definiram-se as classes **Arquitetura Tradicional** e **Arquitetura Contemporânea**, sinalizadas com a cor azul, assim como as subclasses **Simetria** e **Padrões Aperiódicos**, na cor bordô, associados respectivamente com as classes citadas. Também foram sinalizados em cor outros termos que se referem aos atributos das classes identificadas, seguindo a lógica da cor correspondente a abordagem a que o termo se relaciona, do campo arquitetônico em azul e do campo da geometria em bordô.

Figura 26 - Aplicações de tilings e packings na arquitetura contemporânea, segundo Burry & Burry (2010).



Fonte: Burry & Burry (2010).

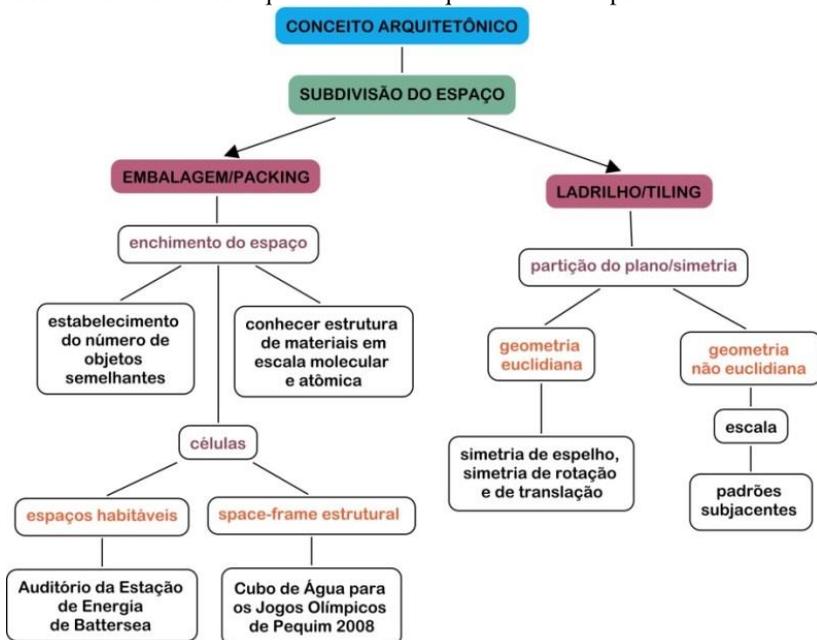
Figura 27 - Mapa conceitual que destaca categorias de palavras-chaves associadas a conceitos arquitetônicos e geométricos relacionados à aplicação de tilings na arquitetura contemporânea. Desenvolvido na disciplina de MTED (EGC, USFC) em 2015.



Fonte: Pires, Pereira e Gonçalves, 2016.

A aplicação de uma classificação por hierarquia possibilitou identificar tanto a generalidade quanto a especificidade de cada termo, alocando-os nas classes e subclasses identificadas, conforme esquematizado na Figura 28. No mapa apresentado nesta Figura, para categorizar dois conceitos geométricos específicos, *Packing* e *Tiling*, utilizou-se o chamado modelo *bottom-up* (STUDER et al, 1998) para o desenvolvimento de ontologias, alocando-se tais conceitos na classe mais geral denominada de **‘Subdivisão do Espaço’**.

Figura 28 - Mapa conceitual que destaca subcategorias de palavras-chaves associadas a conceitos arquitetônicos na arquitetura contemporânea.



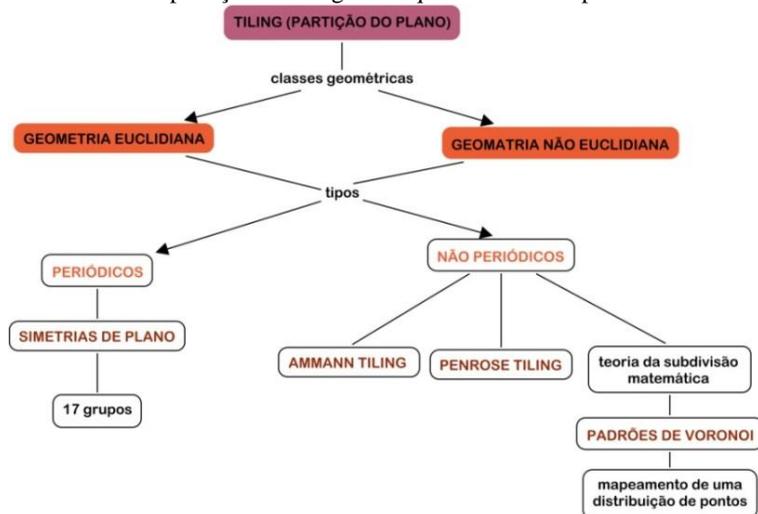
Fonte: Pires, Pereira e Gonçalves, 2016.

No mesmo mapa detalhou-se cada um destes conceitos, em um modelo *top-down*, criando-se novas subclasses de termos associadas, tais como **‘Enchimento do espaço’** e **‘Partição do plano’**, **‘Espaços habitáveis’**, **‘Space-frame estrutural’**, **‘geometria euclidiana’** e **‘geometria não euclidiana’**.

O conceito de *Tiling* sob as categorias **Geometria Euclidiana** e **Geometria não Euclidiana** foram alocados nas subcategorias **Periódicos** e **Não periódicos**, com a identificação de tipos para cada uma destas subcategorias (Figura 29). A atribuição das cores laranja e

marrom aos termos do mapa desta Figura foi feita para distinguir as abordagens do campo da geometria e da matemática presentes na definição e caracterização de *tilings*.

Figura 29 - Mapa conceitual que destaca subcategorias de palavras-chaves relacionadas à aplicação de *tilings* na arquitetura contemporânea.



Fonte: Pires, Pereira e Gonçalves, 2016.

As estruturas de saber encontradas ou palavras-chave destacadas e organizadas através dos mapas conceituais ilustrados foram reunidas em um único esquema, com o objetivo de categorizar os saberes analisados no formato de uma taxonomia (Figura 30).

Para isso utilizou-se o modelo combinado da abordagem *top-down* e *bottom-up* de desenvolvimento de ontologias, como referido anteriormente. Tal esquema constitui-se em uma taxonomia do saber tratado e foram ainda destacados exemplos de obras de arquitetura que se utilizam dos conceitos identificados, conforme descrito por Burry & Burry (2010).

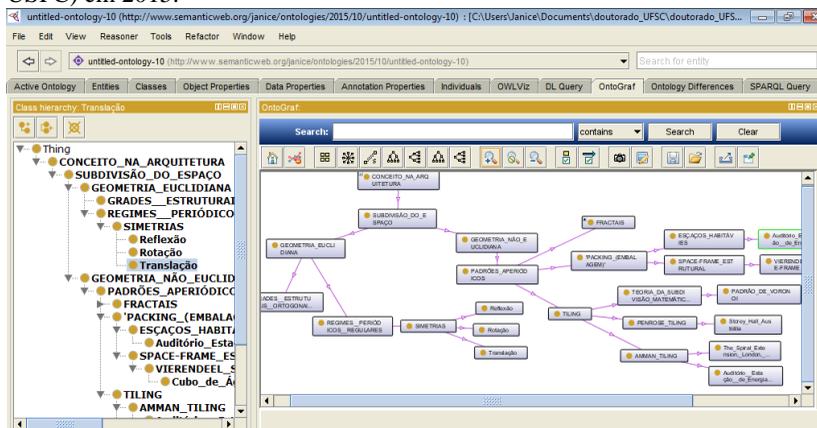
Para formalizar a taxonomia descrita, ela foi transposta para a *Web Ontology Language* (OWL), linguagem utilizada para definição de ontologias para a Web e endossada pelo W3C *Web Ontology Working Group*, por meio do *software* Protegè (Figuras 31 e 32). A Figura 31 destaca a taxonomia criada na interface do *software* e a Figura 32 destaca o gráfico Ontograph, do Protegè, para visualização de ontologias.

Figura 30 - Mapa conceitual que categoriza e classifica em uma taxonomia os conceitos identificados durante o processo de análise.



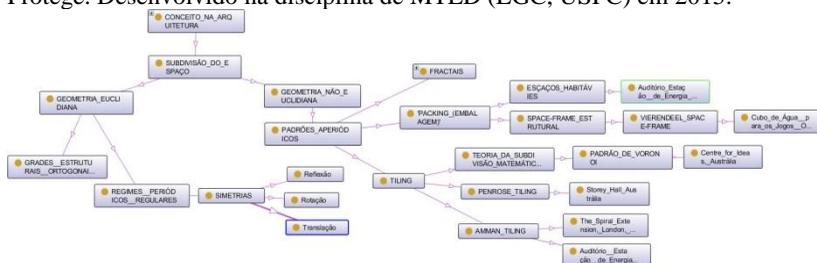
Fonte: Pires, Pereira e Gonçalves, 2016.

Figura 31 - Formalização da taxonomia para web semântica, formato RDF/XML, no software Protégè. Desenvolvido na disciplina de MTEC (EGC, USFC) em 2015.



Fonte: Pires, Pereira e Gonçalves, 2016.

Figura 32 - Esquema visual da taxonomia gerado pelo OntoGraf, no software Protegè. Desenvolvido na disciplina de MTED (EGC, USFC) em 2015.



Fonte: Pires, Pereira e Gonçalves, 2016.

A discussão deste trabalho focou nas possibilidades que a análise permitiu identificar no material estudado: sobreposições de linguagens do campo da arquitetura, da geometria e da matemática; a carência de referenciais suficientemente claros para apoiar a categorização do conteúdo por tipos, sendo que foi percebida maior facilidade em organizar a terminologia hierarquicamente; e o detalhamento insuficiente de determinados termos e conceitos empregados pelo autor tomado como referencial.

Também foi destacado que os exercícios de análise e estruturação de taxonomias permitiram compreender que para o contexto didático somente a categorização hierárquica não é suficiente para sistematizar a estrutura de saber tratada. E que é necessário categorizar por tipos e principalmente explicitar os relacionamentos entre os termos e suas características, o que exige a definição de atributos para cada entidade classificada, configurando assim a necessidade de especificação de uma ontologia.

É considerada como ideia conclusiva sobre o trabalho a pertinência ou necessidade de explicitar em um nível mais profundo a taxonomia desenvolvida, avançando para a descrição de uma ontologia que suporte o conhecimento tratado no material analisado. Principalmente para que possam ser explicitados processos de modelagem paramétrica das obras de arquitetura, uma melhor compreensão sobre alguns termos classificados se faz necessária a partir do reconhecimento de taxonomias específicas. Este trabalho também permitiu identificar que a definição de uma ontologia formalizada demandaria o trabalho de uma equipe de modeladores de ontologias, pela quantidade de procedimentos necessários para especificar todos os atributos dos conceitos tratados. A modelação de taxonomias demanda um trabalho menor, por esse motivo, o estudo descrito foi limitado à modelação da taxonomia

identificada para o saber que foi analisado. De qualquer maneira, uma taxonomia também é entendida como uma ontologia ou um nível desta.

Em 2016, a partir de Schultz (2010) e Austin (2017), fez-se um estudo de reconhecimento das estruturas de saber para um dos tipos de *tilings* não periódicos utilizados na arquitetura contemporânea, o *tilling* P2 do matemático Roger Penrose. Este estudo teve o objetivo de identificar as taxonomias específicas deste tipo de preenchimento do espaço e os seus resultados foram publicados na revista *Gestão e Tecnologia de Projetos* da USP, em 2017. O artigo configurou-se como uma ampliação do estudo publicado no fórum SIGRADI de 2016, devido a sua seleção para ser incluído em uma publicação especial da revista.

3.3.2 Seleção de conceitos da geometria complexa presentes na arquitetura contemporânea dos últimos 20 anos abordados em Burry & Burry.

Conforme foi explicado no capítulo 2, selecionou-se um único tema abordado em Burry e Burry (2010), referido ao emprego de superfícies e séries matemáticas na Arquitetura Contemporânea. Além do exposto anteriormente, a escolha deste tema se justifica particularmente por este possuir uma relação direta aos conceitos abordados na Geometria Descritiva, quando são estudados a classificação e métodos de representação das superfícies geométricas. Superfície geométrica é definida como o lugar de todas as posições que ocupa sucessivamente no espaço uma linha móvel que troca de posição, ou também de forma, segundo uma lei determinada e contínua (RODRIGUES, 1960). Para Burry e Burry (2010, pág. 15) é “um espaço bidimensional, inferior à fina teia de aranha [...] como superfície abstrata são os limites da matéria, a interface entre o material sólido ou líquido e elementos gasosos ou espaço. Elas geralmente são complexas e dinâmicas em escala molecular”. As séries e sequências matemáticas segundo estes mesmos autores trazem uma ideia unidimensional de elementos sequenciais que constroem, dentro de um relacionamento definido, um caminho de mudança.

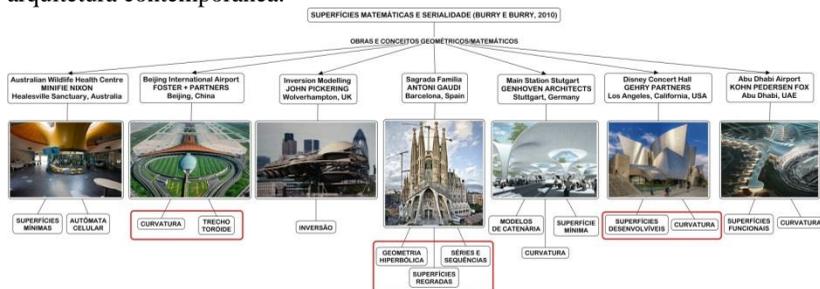
Para abordar superfícies e serialidade, Burry e Burry (2010) discutem, por meio de exemplos de obras de arquitetura, as superfícies denominadas de ‘matemáticas’, sendo tais superfícies as que podem ser descritas em geometria analítica²⁴. Segundo os autores, enquanto elas

²⁴ A **Geometria Analítica** estabelece conexões entre geometria e álgebra, de modo que os conceitos da geometria são analisados por meio de processos algébricos. Ela

pertencem a famílias genéricas que variam parametricamente, são levadas em conta as características particulares de sua forma, o que as difere de um acoplamento topológico com superfície em que as superfícies topologicamente homólogas (equivalentes) podem ser formalmente muito diferentes.

O mapa da Figura 33 ilustra as obras caracterizadas por Burry e Burry (2010) por superfícies matemáticas e serialidade e os conceitos do campo da matemática identificados pelos autores nestas obras.

Figura 33 - Conjunto de obras e conceitos matemáticos apontados por Burry e Burry (2010) para caracterizar superfícies matemáticas e serialidade na arquitetura contemporânea.



Fonte: Elaboração própria, a partir de Burry & Burry (2010).

Sobre esse esquema visual, selecionaram-se três obras de arquitetura que tem sua geometria caracterizada a partir de 06 conceitos matemáticos, que se considera que sejam mais facilmente associáveis aos conhecimentos da geometria de superfícies curvas tradicionais, por fazerem parte do campo da classe de geometrias estudadas por Gaspar Monge na Geometria Descritiva (RODRIGUES, 1960) sejam eles: curvatura, *patch toroid* (porção de um toro), geometria hiperbólica, superfícies regradas, séries e sequências e superfícies desenvolvíveis.

- **Curvatura** é associada às obras Aeroporto Internacional de Beijing de Foster e Partners, Disney Concert Hall de Gehry Partners e

foi criada pelo matemático francês René Descartes (1596 -1650) e, por isso, também é chamada de **geometria cartesiana**. Uma característica importante da Geometria Analítica apresenta-se na definição de formas geométricas de modo numérico, extraindo dados informativos da representação. Com base nesses estudos, a Matemática passa a ser vista como uma disciplina moderna, capaz de explicar e demonstrar situações relacionadas ao espaço. As noções intuitivas de vetores começam a ser exploradas de forma contundente na busca por resultados numéricos que expressem as ideias da união da Geometria com a Álgebra. Fonte: <http://mundoeducacao.bol.uol.com.br/matematica/geometria-analitica.htm>

Main Station Stuttgart de Ingenhoven Architects, é um conceito presente nos estudos de geometria desde curvas e superfícies esféricas até curvas e superfícies de forma livre (POTTMANN et al, 2007). A curvatura de uma circunferência é definida em termos de seu raio, sendo seu valor o inverso deste;

- **Patch toroide** foi associado por Burry e Burry (2010) à obra Aeroporto Internacional de Beijing de Foster e Partners (2003-2008), com uma superfície gerada por arcos diferentes em execução em direções ortogonais, o que produziu um teto com variação de curvatura em três dimensões;

- **Geometria hiperbólica**, associada à obra Sagrada Família, de Gaudi, refere-se tanto a classe das superfícies retilíneas, grupo das não desenvolvíveis (não planificáveis), para o paraboloide hiperbólico, como a classe das superfícies propriamente curvas, circulares em geral, de revolução, para o hiperboloide de revolução. Destaca-se que este último pode ser gerado tanto pela revolução de uma hipérbole sobre seu eixo principal, por isso é tido com superfície de revolução, ou pelo desenvolvimento de círculos de raios variáveis ao longo do eixo da superfície, de acordo com o perfil da hipérbole, tendo assim sempre a circunferência em sua estrutura, o que faz ser considerada com superfície circular em geral (RODRIGUES, 1960). No entanto, o hiperboloide de revolução de uma folha pode também ser gerado pelo deslocamento de linhas retas que se tornam reversas neste movimento, o que poderia ainda admitir ele ser classificado como uma superfície retilínea ou regrada (RODRIGUES, 1960; POTTMANN et al, 2007);

- **Superfícies regradas**, também associadas à Sagrada Família, são tidas aquelas geradas pelo movimento de linhas retas, conforme a classificação dada por Gaspar Monge;

- **Séries e seqüências** que para Burry e Burry (2010 pág. 18) é “uma ideia unidimensional de elementos sequenciais que constroem, dentro de um relacionamento definido, um caminho de mudança. [...] uma ideia que envolve métricas, em vez de apenas a proximidade matematicamente mais abstrata e conexidade das coisas como considerado na topologia. Uma série é igual à soma de uma seqüência de termos, e, portanto, não é apenas a ordem da seqüência ou conjunto de membros que são importantes, mas os valores reais de cada objeto e o seu valor coletivo [...] Algoritmos que aproveitam a ideia de série podem introduzir este nível de repetição com a sua variação ‘genética’ implícita na arquitetura dentro de um esquema geométrico que permite um meta-nível global de padrão a ser lido”.

- **Superfícies desenvolvíveis**, associadas por Burry e Burry (2010) ao *Disney Concert Hall*, de Gehry, refere-se aquelas superfícies que podem ser abertas sobre um plano reto, sem rasgos ou distorções, conforme Rodrigues (1960); nesta classe encontram-se tanto os cilindros quanto os cones de revolução. Os APÊNDICES 02, APÊNDICE 03 e APÊNDICE 04 trazem a classificação de superfícies curvas, propriamente curvas e retilíneas desenvolvíveis.

Destaca-se que duas outras obras, aquelas que possuem geometria de ‘superfícies mínimas’ (o *Australian Health Wildlife Centre* e o *Main Station Stuttgart*), não foram selecionadas para um reconhecimento inicial de seus conceitos geométricos, por terem maior complexidade e por não ter ficado claro na exposição de Burry & Burry se estariam associadas a alguma superfície da classe tradicional de superfícies curvas. O único conceito que aparentemente associava este tipo de superfícies as demais superfícies era o conceito de curvatura.

3.3.3 Fundamentos para as análises das superfícies: a classificação das Superfícies Curvas Tradicionais (RODRIGUES, 1960; POTTMANN et al, 2007)

Para desenvolver as primeiras análises sobre a estrutura de saber dos conceitos da geometria complexa da arquitetura contemporânea, selecionaram-se duas obras que foram associadas por Burry & Burry aos conceitos geométricos de trajetória toroide, superfícies regradas desenvolvíveis e curvatura, o Aeroporto de Beijing, que terá suas estruturas de saber reconhecidas no capítulo 04, e o *Disney Concert Hall*, que será estudada no capítulo 05.

Justifica-se a seleção do Aeroporto de Beijing para o capítulo inicial relativo às análises, devido a que, a partir da descrição de Burry & Burry, foi possibilitou identificar que o processo de geração desta superfície é bastante elementar, pois este envolve apenas a construção de arcos de circunferência e uma varredura destes arcos no espaço tridimensional. Isso quer dizer que a superfície da obra é uma pequena porção de um toro circular, gerada apenas pelo movimento de arcos, submetidos à determinada lei de geração. Ou seja, apenas com os saberes da Geometria Descritiva é possível analisar a obra e descrevê-la em termos de seus entes geométricos e processos de geração.

As estruturas de saber oriundas da Geometria Descritiva e que possibilitam traçar tal análise estão reunidas nos APÊNDICES da tese, sejam elas: a conceituação dos elementos principais das superfícies, no APÊNDICE 01; os parâmetros de classificação de geometrias, segundo Bertolini (1997) e a classificação de superfícies curvas, sistematizada

por Rodrigues (1960), no APÊNDICE 02; e a caracterização dos tipos de geratrizes e dos parâmetros de geração das superfícies classificadas em Rodrigues (1960) como ‘Propriamente Curvas’, no APÊNDICE 03. Destaca-se que para analisar as superfícies da obra *Disney Concert Hall*, apresentadas no capítulo 5 desta tese, classificadas como superfícies regradas desenvolvíveis, foi necessário incluir também a caracterização dos tipos de geratrizes e dos parâmetros de geração das superfícies classificadas em Rodrigues (1960) como “Retilíneas” (APÊNDICE 04).

A identificação destes elementos em cada superfície, além de permitir caracterizá-la e explicar e justificar seus processos de geração (o saber sobre a técnica, nível tecnológico), constituem-se também elementos de classificação destas superfícies, pois a partir deles é possível diferenciar uma classe ou subclasse de superfícies de outra.

A partir destas estruturas de saber da Geometria Descritiva, observa-se como a classificação de uma superfície e das geometrias em geral pode informar sobre seus elementos fundamentais e seus processos de geração, tornando muito mais compreensível o processo de configuração formal, desde que os aspectos desta classificação também estejam explicitados. Entende-se que esta classificação, assim como as apresentadas por outros autores, como Pottmann et al (2007), sejam parte considerável do saber necessário para apoiar o entendimento dos processos de geração das geometrias mais complexas.

Na abordagem de Pottmann et al (2007) existe um maior detalhamento matemático dos conceitos em relação à abordagem de Burry & Burry (2010), possibilitando explicar as definições e descrições dadas neste. Devido a isso, os conceitos matemáticos de Potmann et al serão usados como conhecimentos específicos para estudar os conceitos da geometria complexa apontados em Burry & Burry. Os mesmos não serão apresentados como conceitos de partida da investigação devido à amplitude e o aprofundamento matemático que apresentam, o que inviabiliza a sistematização integral de tais conceitos. Entende-se ser mais adequado fazer um recorte destes ao longo do desenvolvimento da pesquisa, já que poderá haver necessidade de complementá-los ou apresentar definições extras a estes.

3.3.4 Seleção das superfícies matemáticas analisadas em Burry & Burry

Burry e Burry analisam sete tipos de superfícies matemáticas, sendo estas (Figura 3.16): uma superfície do tipo ‘propriamente curva circular de circunvolução’, o toro circular, pelas definições dadas em Rodrigues (1960), a do Aeroporto de Beijing; uma superfície do tipo ‘retilínea desenvolvível’, pelas definições dadas no mesmo autor, a do *Disney*

Concert Hall; uma superfície do tipo ‘propriamente curva circular de revolução’, o hiperboloide de revolução de uma folha, configurando as superfícies hiperbólicas da Sagrada Família; duas superfícies mínimas, que em princípio não são identificadas como pertencentes à classe tradicional de superfícies curvas, configuradas nas obras *Australian Health Wildlife Centre* e *Main Station Stuttgart*; uma superfície denominada de funcional, que configura as superfícies da obra Aeroporto de Abu Dhabi; e uma superfície denominada de superfície de inversão, que configura um modelo conceitual desenvolvido por John Pickering.

Entre estas, inicialmente tinha-se selecionado cinco obras devido às características de suas superfícies geométricas: três claramente pertencentes à classe tradicional de superfícies, as obras com superfícies propriamente curvas (o Aeroporto de Beijing e Sagrada Família) e a obra com superfícies retilíneas planificáveis (o *Disney Concert Hall*); e duas com superfícies mínimas, embora a descrição de Burry e Burry apontasse um nível maior de complexidade para a descrição geométrica destas superfícies.

A obra configurada com superfícies hiperbólicas (Sagrada Família) foi inicialmente incluída nas análises desta pesquisa e as teorias, técnicas e tecnologias que constituem suas estruturas de saber chegaram a ser reconhecidas no ano de 2017, inclusive seus processos de modelagem paramétrica. No entanto, devido principalmente ao tempo e ao limite de páginas da tese, disponíveis para a explicitação destas estruturas, decidiu-se não incluir tais análises na formatação final desta tese. Também teve influência sobre esta decisão o fato de ter se identificado a existência de inúmeros estudos já desenvolvidos sobre as superfícies desta obra, pesquisas até mesmo em nível de doutorado como em Burry (1992) e Barrios (2006). Isto não exclui a possibilidade de elas serem associadas posteriormente a rede de conceitos que se pretende constituir.

Duas obras foram descartadas do escopo desta pesquisa, devido as seguintes questões:

- Uma delas, a obra que está caracterizada pelo conceito de ‘superfície funcional’ (Aeroporto de Abu Dhabi), embora possa ser representada por meio da geometria gráfica, tendo geratrizes e diretrizes em arcos em concordância, ela está basicamente amparada no conceito de superfície funcional, o qual envolve formulações matemáticas para calcular a superfície, por meio de funções que integram alguma funcionalidade ou requisito de projeto (BURRY & BURRY, 2010);

- A segunda é a ‘superfície de inversão’, devido ao fato de o modelo ou instância apresentado em Burry e Burry ser um modelo conceitual, ou seja, uma obra de arte que não está configurada como objeto arquitetônico contendo espaços habitáveis ou com algum tipo de uso, o que a torna inapropriada do ponto de vista exploratório para o ensino de projeto de arquitetura, desde que não é possível distinguir suas propriedades funcionais, de desempenho ou até mesmo estéticas; Além disso, é definida por uma geometria com alto grau de complexidade o que dificulta ser explorada pela geometria gráfica em processos de aprendizagem.

A seleção das superfícies e obras a serem estudadas nos capítulos que se seguem ficou definida conforme o esquema da Figura 34. Os capítulos de 04 a 07 apresentarão as análises, a explicitação e a estruturação dos elementos de saber identificados para cada uma das superfícies selecionadas.

Figura 34 - Obras e conceitos matemáticos selecionados a partir de Burry e Burry (2010) para caracterizar superfícies matemáticas na arquitetura contemporânea.



Fonte: Elaboração própria.

CAPÍTULO 4

A Geometria do Aeroporto Internacional de Beijing

4 INTRODUÇÃO

A obra do Aeroporto de Beijing, na China (Figura 35), foi escolhida para integrar o primeiro capítulo relativo às análises sobre os conceitos matemáticos presentes em obras da arquitetura contemporânea, descritos em Burry & Burry (2010), devido a sua geometria poder ser descrita por um processo de geração eminentemente simples, mas que resulta em uma configuração geométrica complexa.

Esta obra é do escritório de arquitetura Foster e Partners e foi projetada para ser a porta de entrada para a vigésima nona Olimpíada em 2008 e o maior e mais avançado edifício aeroportuário do mundo - não apenas tecnologicamente, mas também em termos de experiência de passageiros, eficiência operacional e sustentabilidade. Com o propósito de ser acolhedor e edificante, é também um símbolo do lugar pelo seu telhado aerodinâmico em forma de dragão como para comemorar a emoção e poesia do voo e evocar as cores e os símbolos tradicionais chineses (<https://www.fosterandpartners.com/projects/beijing-capital-international-airport/>).

Figura 35 - Aeroporto Internacional de Beijing, na China, de Foster & Partners.



Fonte: <https://www.fosterandpartners.com/projects/beijing-capital-international-airport/>

Para analisar a geometria desta obra, se recorre, inicialmente, as descrições apresentadas em Burry & Burry (2010), sobre as quais, na sequência, será feita uma análise dos conceitos referentes à geometria. Essencialmente, a partir do texto descritivo e do glossário, serão selecionados os termos que definem os conceitos geométricos, os quais serão posteriormente analisados e categorizados, utilizando-se os

referenciais teóricos e metodológicos de ontologias e mapas conceituais, apresentados no capítulo 02.

As análises deste capítulo estão estruturadas de acordo com a delimitação dada no capítulo 3 para o método de análise, ou seja, parte-se de uma descrição inicial apresentada por Burry e Burry para a obra em questão e sobre esta são selecionados os conceitos que caracterizam e explicam a obra, estruturando-se estes em um mapa conceitual; na sequência, é feita uma análise para explicitar cada um destes termos, tendo-se por base estruturas de saber constituídas por autores específicos da área da geometria, os quais podem ter diferentes abordagens. Níveis específicos de saber, como a classificação da geometria relativa à superfície analisada e os tipos de parâmetros envolvidos em tal classificação são adicionados à estrutura do saber por que os mesmos auxiliam a visualizar e compreender os próprios processos de geração das superfícies. Conceitos geométricos fundamentais como curvatura de superfícies também estão diretamente associados com o tipo de superfície e sua classificação.

4.1 Descrição e imagens da obra, a partir de Burry e Burry

A seguir é transcrita a descrição dos autores para caracterizar a obra do Aeroporto de Beijing na China, do escritório Foster e Partners (BURRY & BURRY, 2010, pág. 25-26):

A beleza desta proposta de um novo aeroporto internacional encontra-se na resolução do que pode ser o maior espaço coberto do mundo em um pequeno número de arcos de grande raio. O objetivo era criar uma sensação de calma através do uso de *geometria simples* e *curvas graduais*. “Quisemos simplificar a matemática”, diz o arquiteto Jonathan Parr. “Os planos para os terminais são baseados, por exemplo, em *curvas de tempo*”. Em última análise, toda a geometria foi gerada a partir de arcos e linhas retas para criar um vasto telhado duplamente curvado, duplamente abrangente que envolve mais de um milhão de metros quadrados.

Os arcos começam no plano, seus raios são determinados pelo arranjo ideal dos estandes de aeronaves, com base na extensão da asa dos aviões dispostas ao longo das curvas. [...] O telhado da estação de trem reutiliza a geometria empregada pela primeira vez pelos arquitetos na estação de Canary Wharf de Londres: o patch toroid, uma

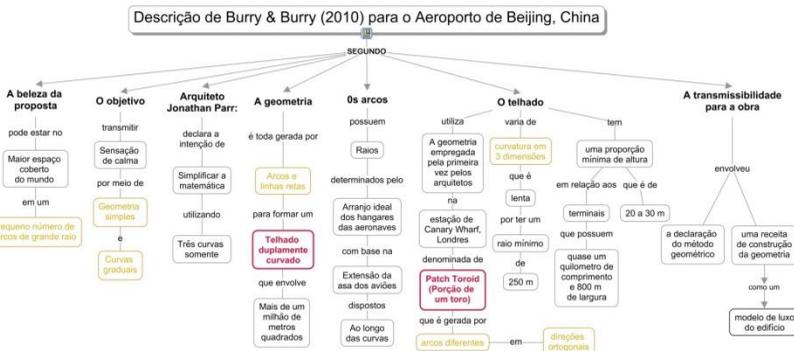
forma gerada por arcos diferentes em execução em direções ortogonais. Aqui, o *teto varia de curvatura em três dimensões.* A *curvatura lenta* (o raio mínimo de curvatura é de 250 m) permitiu que a geometria fosse encontrada levantando a grade de nós regular da estrutura espacial leve verticalmente do plano para a superfície. Teoricamente, a *curvatura variável* implicava que os 18.262 pontos de conexão e 76.924 membros seriam todos diferentes, mas, na prática, alguns eram suficientemente semelhantes para serem replicados. [...] Com os terminais de quase um quilômetro de comprimento e 80m de largura, a proporção mínima para a altura do teto foi estimada em 20 a 30 m. Dezesesseis tons de vermelho e amarelo variam em passos espectrais nos terminais, refletindo a *lenta mudança da geometria* e as sequências de chegada e partida (passageiros domésticos partem do dramático nível superior de seu terminal, enquanto viajantes internacionais têm um encontro comparável na chegada). Telhas triangulares erguem-se da rede do telhado como escamas de dragão para admitir o calor luz e calor passivo através do bosque do espaço acima. O sucesso da fórmula simples também estava em sua transmissibilidade. O empreiteiro recebeu do arquiteto uma declaração de método geométrico; na verdade, uma receita para construir a geometria como um poderoso modelo de luxo do edifício.²⁵

²⁵ The beauty of this proposal for a new international airport lies in the resolution what may be the world's largest covered grace into a small number of arcs of grand radii. The aim was to create a sense of calm through the use of simple geometry and gradual curves. 'We wanted to simplify the mathematics: says architect Jonathan Parr. The plans for the terminals are based on three curves, for example.' Ultimately, all of the geometry was generated from arcs and might lines to create a vast, doubly curved, doubly spanning roof that encloses over a million square meters. The arcs begin in plan, their radii determined by the optimal arrangement of the aircraft stands, based on the wing span of the planes arrayed along the curves. [...] The BIA train station roof reuses the geometry first employed by the architects at London's Canary Wharf station: the toroid patch, a shape generated by different arcs running in orthogonal directions. Here, the roof varies in curvature in three dimensions. The slow curvature (the minimum radius of curvature is 250m) allowed the geometry to be found by lifting the regular node grid of the lightweight space-frame vertically from the plan onto the surface. Theoretically, the variable curvature implied that the 18,262 connection points and 76,924 members would all be

As palavras e expressões assinaladas no texto referem-se à(s): os conceitos mais gerais (marcadas na cor cinza); descrições ou explicações dos conceitos (palavras sublinhadas); e termos e expressões relativos à geometria da superfície (palavras em formato *itálico*).

A Figura 36 apresenta um esquema desta descrição no formato de mapa conceitual, contendo os termos associados à obra, as relações entre os termos e os tipos de relação, buscando formatá-la como uma ontologia em linguagem natural. Sobre esta descrição foram marcados com retângulos na cor vermelha os conceitos geométricos a serem ampliados e na cor amarela os conceitos que se referem aos tipos de entes geométricos e seus atributos formais.

Figura 36 - Mapa conceitual que expressa uma ontologia em linguagem natural relativa à descrição de Burry e Burry para o aeroporto de Beijing, na China.



Fonte: Elaboração própria.

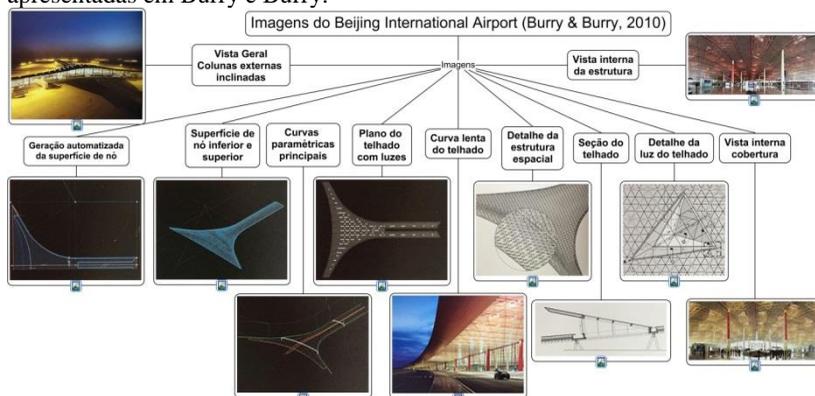
Na sequência será feita uma análise sobre os conceitos de *Patch Toroid* (Porção de um Toro) a partir da classificação de superfícies curvas e **Telhado duplamente curvado** a partir do conceito de

different, but in practice, some were sufficiently similar to be replicated. [...] With the terminals almost a kilometre in length and 800m across, the minimum proportion for the ceiling height was judged to be 20 to 30 m. Sixteen shades of red and yellow vary in spectral steps across the terminals, reflecting the slow change of the geometry and the arrival and departure sequences (domestic passengers depart from the dramatic upper level of their terminal, while international travelers have a comparable encounter on arrival). Triangular roof lights rise like dragon scales from the grid of the roof to admit light and passive warmth through the bosque of space-work above. The success of the simple formula was also in its transmissibility. The contractor received from the architect a geometrical method statement; in effect, a recipe for constructing the geometry as a mighty upscale model of the building.

curvatura de superfícies, termos demarcados na cor vermelha no mapa da Figura 36. Objetiva-se que os termos demarcados em cor amarela (geometria simples, pequeno número de arcos de grande raio, curvas graduais, arcos e linhas retas, arcos diferentes, direções ortogonais e curvatura em três dimensões) possam ser compreendidos a partir da especificação detalhada dos dois termos principais a serem analisados (marcados em vermelho) e incluídos de maneira clara e explícita na rede de conceitos que será constituída.

A Figura 37 apresenta um esquema gráfico que sistematiza as figuras apresentadas em Burry e Burry com a sua respectiva descrição.

Figura 37 - Esquema gráfico com as imagens do aeroporto de Beijing, apresentadas em Burry e Burry.



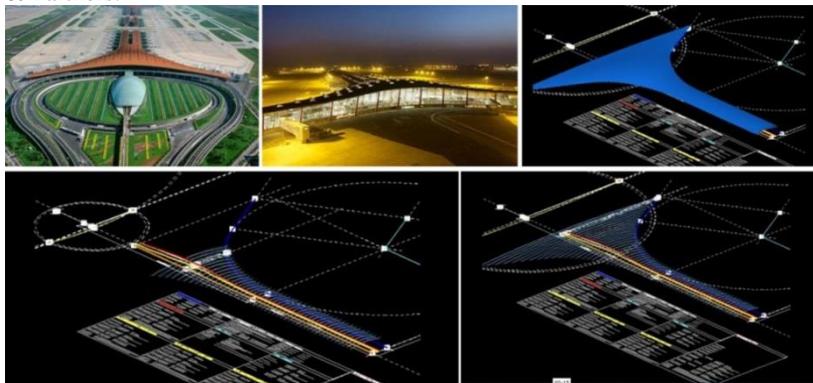
Fonte: Elaboração própria.

4.2 Análise do saber envolvido em *Patch Toroid* (Porção toroide) e curvatura

Partindo das estruturas de saberes prévias de geometria que foram delimitadas no capítulo 3, realizou-se uma primeira análise sobre a geometria do Aeroporto Internacional de Beijing, de Norman Foster.

A descrição de seus elementos geométricos primários e o seu processo de geração pôde ser obtida tanto a partir do relato destes autores, que se referem a arcos circulares que geram um *patch toroid*, como a partir da observação direta sobre o modelo parametrizado, disponibilizado na página do escritório de arquitetura Foster & Partners (<http://www.fosterandpartners.com/projects/beijing-airport/>), conforme apresentado na Figura 38.

Figura 38 - Fotografias e modelo paramétrico do Aeroporto de Beijing, Foster & Partners.



Fonte: <http://www.fosterandpartners.com/projects/beijing-airport/>

Os autores caracterizam a superfície de um *patch toroid* a partir da seguinte descrição (Burry e Burry 2010, pág. 266):

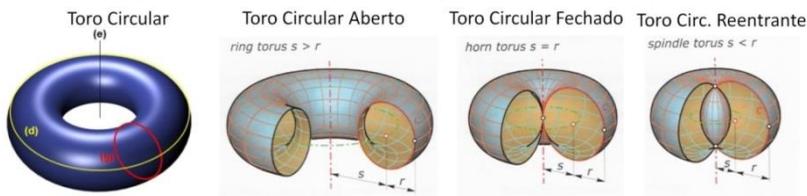
Um toro é descrito como o produto de dois círculos ou a revolução de um círculo ao redor de um eixo no mesmo plano, ou um 'doughnut'. Realizar a varredura (translação) de um arco circular ao longo de um caminho em arco circular é uma maneira arquitetonicamente útil de gerar uma superfície que é variável em termos de sua forma e curvatura; não visivelmente identificável imediatamente na forma de uma superfície esférica, mas simples para descrever e construir, pois possui uma seção circular em duas direções ortogonais.

4.2.1 O processo de geração de um toro circular pela teoria de superfícies curvas

Rodrigues (1960) detalha o processo de geração de um toro como de uma circunvolução de uma circunferência geratriz (g) ao redor de outra circunferência diretriz (d), perpendicular à primeira, sendo que o eixo desta diretriz (e) é uma reta contida no mesmo plano das geratrizes, mas que não passa pelo centro das mesmas. A Figura 39 ilustra o processo de geração de um toro circular e as condições para gerar três diferentes tipos de toros circulares, sejam elas: se o raio da geratriz (r) for menor que a distância do seu centro ao eixo (s), a superfície é tórica circular aberta; se o raio da geratriz (r) for igual à distância do seu centro ao eixo

(s), a superfície é tórica circular fechada; e se o raio da geratriz (r) for maior que a distância do seu centro ao eixo (s), a superfície é tórica circular reentrante (Pottmann et al, 2007).

Figura 39 - À esquerda o processo de geração de um toro circular. Ao centro e a direita, três tipos de toros circulares e seus parâmetros de definição.



Fonte: Pottmann et al (2007).

4.2.2 A classificação de um toro circular pela teoria de superfícies curvas

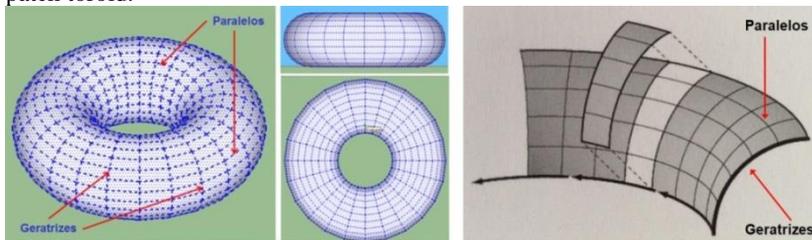
A partir da classificação de Superfícies Curvas apresentada em Rodrigues (1960), identifica-se que o toro circular é classificado como uma Superfície Propriamente Curva, da família das Circulares em Geral (por sua geratriz ser uma circunferência), e ainda classificado como Circular de Circunvolução (que se refere ao tipo de processo de geração). Um esquema visual e descritivo que explica os elementos que caracterizam esta classificação é dado no ‘APÊNDICE 02’ desta tese. Estes elementos permitem compreender que, por exemplo, se a geratriz do toro não fosse uma circunferência, e sim outra curva qualquer, como uma elipse, parábola ou hipérbole, o toro a ser considerado seria classificado como uma superfície Propriamente Curva, do grupo das Quádricas em Geral e não mais das Circulares em Geral. Também é possível compreender como a classificação dos subgrupos está relacionada ao processo de geração da superfície: o toro pertence ao subgrupo de 2ª espécie, por ser gerado pelo processo denominado de circunvolução (processo em que há uma ‘varredura’ de uma curva geratriz em torno de uma curva diretriz, com a particularidade de o eixo de ‘varredura’ não ser o mesmo eixo da curva em que esta é aplicada, ou seja, a geratriz da superfície). Rodrigues (1960) se refere a que, neste movimento, o eixo da geratriz descreve uma circunferência, por isso este movimento recebe o nome de circunvolução. As superfícies do subgrupo de 1ª espécie são geradas unicamente pelo processo denominado de revolução, que se distingue do anterior pelo fato de o eixo da geratriz durante o movimento descrever uma linha reta. Isso quer dizer que o eixo de revolução corresponde com o eixo da própria curva geratriz.

4.2.3 O processo de geração do *patch toroid* do Aeroporto de Beijing

Ao se analisar a descrição de Burry e Burry sobre a geometria do Aeroporto de Beijing foi possível identificar que a conformação da superfície não é feita a partir de uma circunvolução de um círculo em volta de um eixo que está em um plano ortogonal ao eixo deste círculo (Figura 39), como é o caso para a geração de um toro, conforme apresentado em Rodrigues (1960), para explicar a classe tradicional de superfícies curvas.

Observando-se uma imagem que acompanha a descrição de Burry e Burry para a superfície *patch toroid* (à direita da Figura 40), é possível identificar o processo de geração a que os autores estão se referindo. Tal processo não é a partir das circunferências que são geratrizes do toro, mas sim a partir de outros elementos que o conformam que se encontram em planos ortogonais as geratrizes: estes elementos são os ‘paralelos’ da superfície, os quais na obra analisada se correspondem com os arcos que geraram a superfície considerada.

Figura 40 - À esquerda, identificação das geratrizes e dos paralelos de um toro. À direita, porção da superfície de um toro que se corresponde com o conceito de *patch toroid*.



Fonte: GEGRADI/UFPEL (bolsista Cristiane Nunes) e Burry & Burry (2010).

4.2.4 Caracterização do conceito de curvatura, tipos e as curvaturas de um toro circular

Outro conceito associado à obra do Aeroporto de Beijing foi o de curvatura, sendo expressa, nesta superfície, como gerada por arcos de raios variáveis com alturas também variáveis e que se desenvolvem segundo uma trajetória circular. Com isso, segundo Burry e Burry (2010, pág. 25), “foi criado um telhado *duplamente curvado*, abrangendo uma área enorme de mais de um milhão de metros quadrados”.

A definição dada por Burry e Burry (2010, pág. 255) para curvatura é:

Curvatura é essencialmente o valor pelo qual uma curva ou superfície diferencia-se

respectivamente de uma linha reta ou de uma superfície plana. O caso mais simples é o de uma curva no plano. Sua curvatura pode variar em cada um dos pontos ao longo da curva, mas pode ser quantificada em cada ponto individual como sendo o inverso do raio de um círculo que mais proximamente se encaixa na curva localizada naquele ponto. Um círculo é uma figura com curvatura constante; um círculo pequeno tem alta curvatura e um círculo maior terá menos curvatura extrema, dessa maneira verifica-se a relação inversa ao raio. Curvatura Gaussiana é uma medida intrínseca de uma curvatura de superfície, é o produto das duas principais curvaturas da superfície em um determinado ponto. Superfícies convexas como esferas tem curvatura positiva, superfícies em sela como hiperboloides tem curvatura negativa e planos tem curvatura zero local e global.

A curvatura de uma superfície é a medida escalar da taxa de variação da direção de um vetor normal unitário em torno da superfície: Um plano tem direção normal constante e assim sua curvatura não existe, é zero; Em uma esfera, o vetor normal unitário tem variação constante de direção, assim diz-se que a curvatura da esfera é constante, sendo convencionalmente como positiva por qualquer de seus pontos encontrarem-se sempre do mesmo lado de um plano tangente a este ponto; Em superfícies hiperbólicas²⁶, a variação de direção do vetor normal não é constante, sendo convencionalmente como negativa porque em qualquer ponto sempre a superfície atravessará o plano tangente que passa no ponto dado (https://www.math.tecnico.ulisboa.pt/~lgodin/GEOII/Geometria/geometry_surfaces.html).

Segundo Pottmann et al (2007), as curvaturas principais da superfície em um ponto são obtidas tomando-se os valores máximo e mínimo das curvas geradas pela interseção de planos ortogonais aos planos tangentes a este ponto da superfície. Por um único ponto passam muitos planos ortogonais ao plano tangente e que geram muitas curvas de seção; uma destas curvas terá a maior curvatura e outra terá a menor curvatura entre todas elas.

²⁶ Superfícies geradas pela revolução de uma curva hipérbole em torno de um de seus eixos, ou pela revolução de linhas reversas apoiadas em duas circunferências diretrizes, contidas em planos paralelos.

A *curvatura Gaussiana* é o produto das curvaturas máxima e mínima da superfície ou curvaturas principais ($k_1 \times k_2$). Ela é intrínseca a superfície e não depende do modo como está imersa no espaço (POTTMANN et al, 2007).

Os pontos da superfície são classificados em função da orientação da superfície vizinha a um plano tangente neste ponto, dos sinais de suas curvaturas principais e da curvatura Gaussiana neste ponto (GORJANC, 2012, http://www.grad.hr/geomteh3d/Plohe/plohe1_eng.html; Pottmann et al, 2007):

- Um ponto é dito *elíptico* quando a superfície na sua vizinhança é no mesmo lado do plano tangente a esta superfície que passa por tal ponto (GORJANC, 2012); Em um *ponto elíptico*, ambas as curvaturas principais têm o mesmo sinal (negativo ou positivo) e, portanto, tem-se uma *curvatura Gaussiana* (o produto das curvaturas principais) positiva (POTTMANN et al, 2007). Este tipo de ponto caracteriza superfícies de **curvatura única**.

- Um ponto é dito *hiperbólico* quando a superfície na sua vizinhança é em ambos os lados do plano tangente a esta superfície que passa por tal ponto (GORJANC, 2012); Em um *ponto hiperbólico*, as curvaturas principais possuem sinal diferente e, portanto a *curvatura Gaussiana* é negativa (POTTMANN et al, 2007). Este tipo de ponto caracteriza superfícies de **dupla curvatura**.

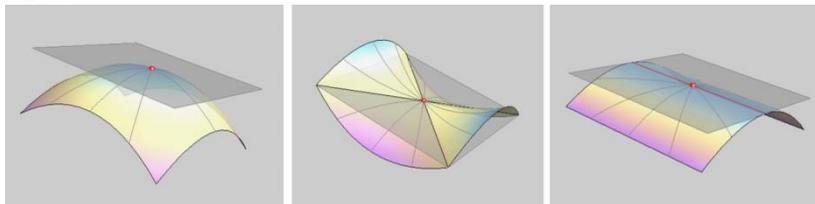
- Um ponto é dito *parabólico* quando a superfície na sua vizinhança é no mesmo lado do plano tangente, tal como ocorre com o elíptico, mas este plano tangente é também o plano tangente para todos os pontos de alguma curva da superfície perto de tal ponto. No ponto elíptico o plano tangente não é o mesmo para todos os pontos de alguma curva da superfície que estão próximos deste ponto (GORJANC, 2012); No ponto parabólico uma das curvaturas principais é nula e a outra é não nula, portanto a curvatura Gaussiana é nula também (POTTMANN et al, 2007). Este tipo de ponto também caracteriza superfícies de **curvatura única**, tal como o ponto elíptico. A Figura 41 ilustra os tipos de pontos em uma superfície.

Os pontos denominados de *planares* possuem as duas curvaturas principais nulas; E ainda existem os pontos denominados de *umbílicos*, os quais possuem as duas curvaturas principais com valores iguais (RUFINO, 2006).

O toro circular possui pontos elípticos, hiperbólicos e parabólicos, conforme ilustrado na Figura 4.8 Isto quer dizer que ele possui regiões da superfície com curvatura única (nas porções vermelha e azul) e regiões com dupla curvatura (porção na cor verde), sendo esta última, o

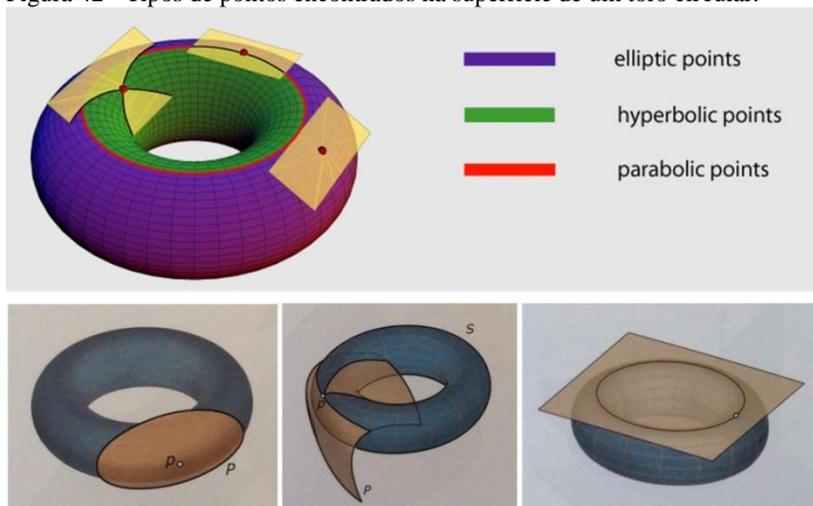
tipo de região que corresponde à porção de superfície do Aeroporto de Beijing. Este detalhamento dos conceitos associados ao conceito de curvatura possibilitou explicar a afirmação de Burry & Burry sobre a obra ter um telhado *duplamente curvado*.

Figura 41 - Pontos elípticos, hiperbólicos e parabólicos sobre uma superfície curva.



Fonte: Gorjanc, 2012, University of Zagreb,
http://www.grad.hr/geomteh3d/Plohe/plohe1_eng.html

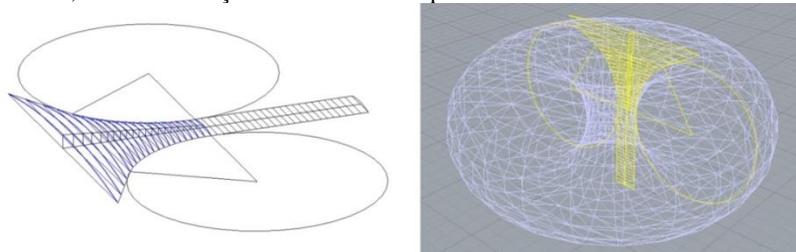
Figura 42 - Tipos de pontos encontrados na superfície de um toro circular.



Fonte: http://www.grad.hr/itproject_math/Links/sonja/gausseng/ehpp/ehpp.html
 e Pottmann et al, 2007.

A partir dos conceitos apresentados, é possível descrever a geometria da superfície do Aeroporto de Beijing, sendo ela uma porção de uma *superfície tórica do tipo aberta*, localizada na região de *pontos hiperbólicos* da superfície, conforme ilustrado na Figura 43.

Figura 43 - Estrutura da superfície do aeroporto de Beijing, de Foster & Partners, e sua localização em um toro do tipo circular aberto.



Fonte: Elaboração própria.

Segundo Heaton (2015), assim como a curvatura positiva de superfície de uma esfera está associada à geometria elíptica, há também algo chamado 'geometria hiperbólica' associada à curvatura Gaussiana negativa. O autor destaca que, na geometria hiperbólica, os ângulos de um triângulo sobre a superfície somam menos de 180° , mas o fato mais fundamental é que dados qualquer linha reta e um ponto fora desta linha, existe pelo menos duas linhas retas que passam através do ponto, mas não interceptam a primeira linha. É uma geometria menos intuitiva do que a geometria elíptica, mas superfícies com curvatura negativa ocorrem na natureza para muitos aspectos funcionais. O autor exemplifica os recifes de coral os quais muitas vezes têm curvatura Gaussiana negativa. Em Bertol (2011) estas estruturas naturais são estudadas em maior profundidade e os temas tratados pela autora serão abordados nos capítulos 6 e 7.

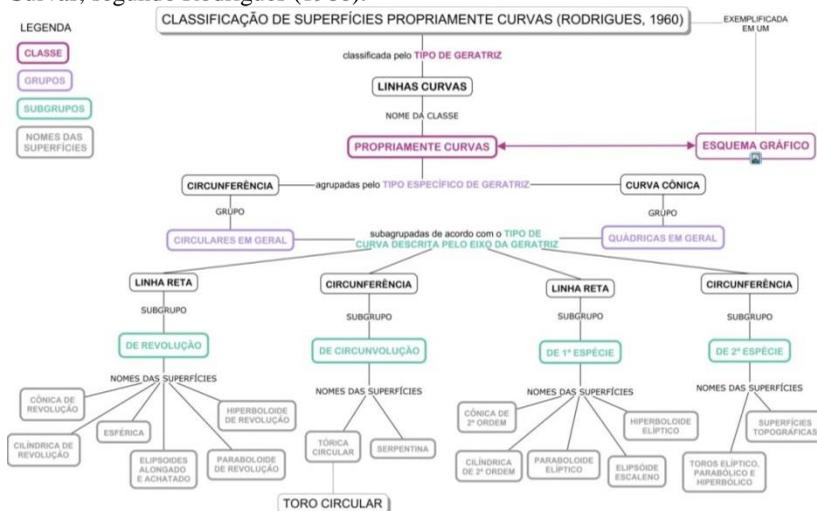
4.3 A Estruturação dos elementos de saber da superfície do aeroporto

4.3.1 As teorias associadas às superfícies do toro circular

Nesta seção, os saberes analisados na seção anterior são estruturados por meio de mapas conceituais, com base no conceito filosófico de ontologias, a partir do qual se podem distinguir os seguintes elementos:

- As classes, os entes geométricos e atributos, que se referem aos processos de geração e conceitos geométricos intrínsecos da geometria tratada (nível teórico); A estruturação em mapas conceituais visa dar uma organização taxonômica (classificatória) e ontológica (tipos de atributos e relacionamentos) aos elementos anteriormente citados. A classificação das Superfícies Propriamente Curvas (geometria do toro circular), contendo a identificação das classes, grupos, subgrupos e os nomes das superfícies correspondentes a estes, está esquematizada no

mapa da Figura 44. Os parâmetros e os atributos que norteiam esta classificação das superfícies estão descritos no mesmo mapa conceitual; Figura 44 - Mapa com a classificação e atributos das Superfícies Propriamente Curvas, segundo Rodrigues (1960).



Fonte: Elaboração própria.

- A justificação sobre a classificação e sobre os elementos e atributos da geometria; A explicação de seus processos de geração (nível tecnológico). O mapa da Figura 45 busca associar os parâmetros de categorização da Superfície Tórica do tipo Aberta à sua correspondente justificação, no que diz respeito ao tipo de classe, ao grupo e ao subgrupo identificados, sendo estes baseados no tipo de curva geratriz e nas condições particulares estabelecidas em seu processo de geração. Também são delimitados os parâmetros de descrição deste tipo de superfície.

Figura 45 - Mapa com a classificação da superfície tórica, parâmetros de classificação e o seu processo de geração.



Fonte: Elaboração própria.

Em apenas este esquema visual foi possível explicitar três níveis de saber relacionados à forma geométrica estudada: o nível teórico, por meio da identificação de atributos inerentes a classificação; o nível tecnológico pela justificação que se aplica a esta classificação; e o nível técnico, relativo aos processos de geração intrínsecos a tal geometria, os quais estão associados a uma ou mais técnicas de geração. A explicitação desta estrutura de saber a partir principalmente das teorias possibilitou identificar as técnicas de geração da superfície, constituindo saberes importantes para a estruturação dos processos de modelagem paramétrica desta superfície. Também são saberes fundamentais a serem considerados na rede de conceitos proposta na pesquisa.

Os elementos teóricos apresentados nesta seção se referem aos níveis de justificação/explicação dos conceitos inerentes às técnicas de geração da superfície do toro circular. Na próxima subseção, serão apresentados os elementos de justificação/explicação das técnicas postas em prática, ou seja, em seu processo de aplicação por meio da modelagem paramétrica da superfície do aeroporto de Beijing.

4.3.2 As técnicas de modelagem paramétrica e os elementos de justificação/explicação de tais técnicas

A partir dos elementos teóricos identificados na seção anterior é possível afirmar que a superfície da obra Aeroporto de Beijing (uma porção de um toro circular) é gerada por uma porção de circunferência (um arco como geratriz) em circunvolução ao redor de uma porção de

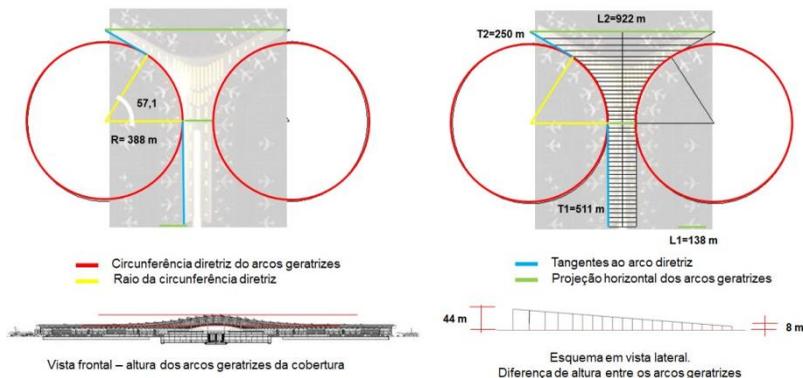
outra circunferência (um arco como diretriz) e que ambas as porções de circunferências estão contidas em planos ortogonais.

A representação desta porção de superfície do toro não a partir de uma seção na superfície e sim a partir da representação dos arcos, que são “partes” dos paralelos da superfície, pode ser em um primeiro momento considerada uma ideia mais abstrata em relação à primeira hipótese de representação (por seção em uma porção do toro). Mas, ao contrário, ela possibilita lidar com a identificação e compreensão sobre os elementos primários desta geometria, especificamente os paralelos, e sobre o reconhecimento de sua variação dimensional (raios) ao longo da superfície. Além disso, por haver uma sequência de arcos e retas na configuração da curva diretriz que forma o contorno da superfície do aeroporto, este tipo de processo de geração traz para o contexto didático conceitos mais específicos da geometria plana e espacial, tais como de concordância entre arcos de circunferência e retas. Este conceito se baseia na construção dos arcos pela especificação de parâmetros como os ângulos e as direções das tangentes nos seus pontos extremos. Didaticamente é relevante a inserção deste tipo de conceito pelos motivos a seguir: ele explicita a função das retas tangentes quanto à manutenção da continuidade nos pontos de conexão entre arcos e retas, o que pode ser generalizado para outros casos de concordância entre elementos geométricos iguais ou distintos; e ele promove a associação entre os saberes advindos das técnicas tradicionais de representação gráfica e os das técnicas digitais de geração de tal superfície, facilitando a transposição ao meio digital pela modelagem paramétrica.

4.3.2.1 Análise da superfície da obra

A análise sobre as imagens da obra (Figura 4.12), em vista superior e frontal, aponta os seguintes parâmetros para os elementos geométricos da superfície da cobertura: os valores dos raios da circunferência diretriz e dos arcos geratrizes da superfície; o valor do ângulo do arco de circunferência diretriz, sobre o qual ocorre o movimento circular dos arcos de circunferência geratriz; as dimensões das linhas tangentes aos pontos extremos do arco diretriz; as alturas de cada arco geratriz da superfície, assim como sua largura, para a definição dos pontos de construção dos arcos.

Figura 46 - Análise geométrica (entes, relações dimensionais e processo de geração) da cobertura do Aeroporto de Beijing.

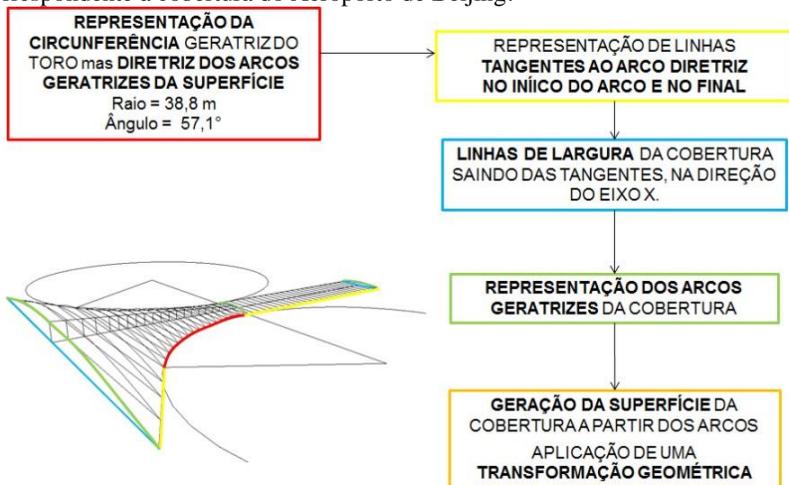


Fonte: Elaboração própria, com base em imagens disponíveis em:
<http://www.fosterandpartners.com/projects/beijing-airport/>

4.3.2.2 Delimitação do algoritmo de modelagem paramétrica da superfície do aeroporto

O algoritmo correspondente ao processo de geração, identificado por meio das análises ilustradas na Figura 46, está expresso nas etapas representadas na Figura 47.

Figura 47 - Algoritmo de representação da porção da superfície tórica correspondente à cobertura do Aeroporto de Beijing.



Fonte: Elaboração própria.

O detalhamento dos parâmetros relacionados às etapas do processo de representação está ilustrado no esquema da Figura 48.

Figura 48 - Detalhamento dos parâmetros envolvidos na modelagem paramétrica da geometria do Aeroporto de Beijing.



Fonte: Elaboração própria.

4.3.2.3 Transposição do algoritmo para a programação visual em Grasshopper

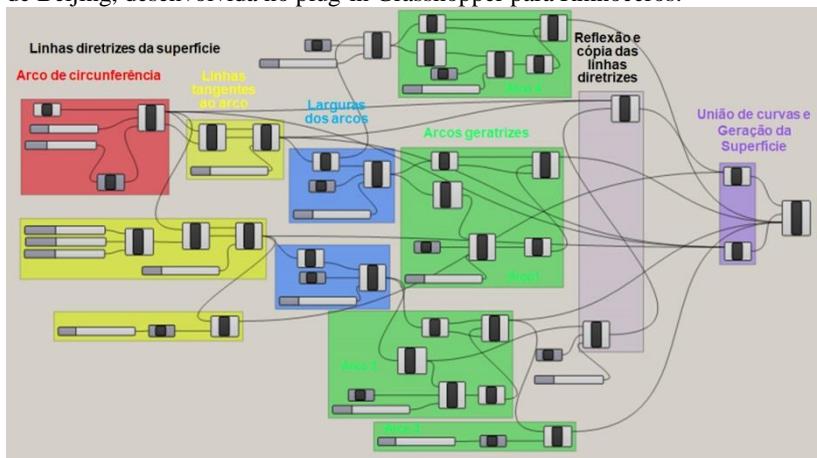
A transposição do algoritmo delimitado na seção anterior para um ambiente de modelagem paramétrica configurou-se por intermédio da programação visual do *plug-in Grasshopper (Rhinoceros)*. De maneira geral, este *plug-in* trabalha com componentes que recebem informações de entrada (*inputs*) e devolve, após o processamento, outras informações de saída (*outputs*) que podem ser usadas como novas informações de entrada para outras operações e construções geométricas.

A programação teve como base os elementos geométricos da superfície e as técnicas de representação destes elementos, abordando ao mesmo tempo o conceito de otimização do processo de descrição da geometria. A otimização trata do emprego de conceitos geométricos ou de transformações que integram mais de uma função geométrica, fazendo com que se reduza o número de etapas da programação sem perda da flexibilidade do modelo resultante. Um exemplo inserido no processo de programação do aeroporto de Beijing é o componente

denominado de ‘*Evaluate Curve*’, disponível junto ao conjunto de ferramentas de análise de curvas. Este componente permite delimitar um ponto específico na curva de acordo com algum parâmetro informado, como, por exemplo, o próprio comprimento da curva ou outro ponto qualquer sobre ela. O componente também permite delimitar a reta tangente a este ponto e o ângulo da curva, sendo estes os dados de saída do componente (a informação que ele devolve como resultado da análise da curva). Ou seja, um único componente identifica e delimita três informações geométricas da curva, as quais podem ser caracterizadas como dados de entrada para outras funções. A Figura 49 ilustra as etapas da programação correspondentes ao algoritmo anteriormente delineado (Figura 48), contendo a inclusão de mais dois arcos geratriz, os quais foram necessários para a geração da superfície e a inclusão da reflexão das linhas diretrizes para compor o contorno inteiro da superfície.

As técnicas referentes às etapas de modelagem serão explicadas a seguir de maneira resumida e os detalhes específicos dos procedimentos junto às técnicas e tecnologias (justificação e explicação das técnicas) estão descritos no **APÊNDICE 04** da tese.

Figura 49 - Programação da modelagem paramétrica da superfície do Aeroporto de Beijing, desenvolvida no plug-in Grasshopper para Rhinoceros.



Fonte: Elaboração própria.

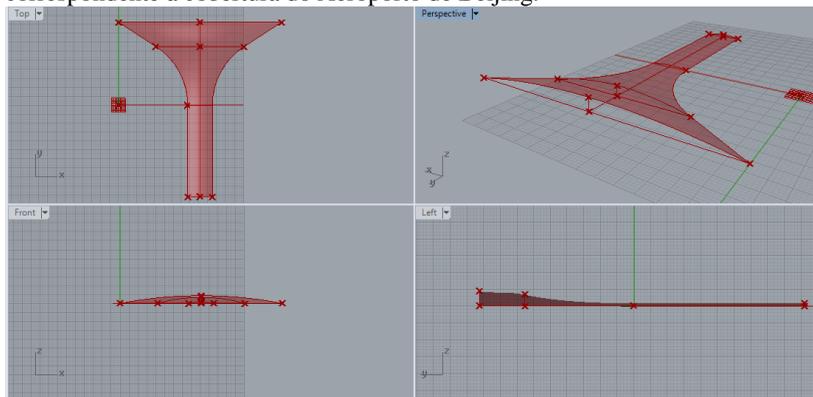
A programação inclui a representação: do arco da circunferência e das retas tangentes a este arco em seus pontos extremos que são as curvas diretrizes da superfície (1); das linhas de largura dos arcos geratrizes e dos arcos geratrizes, inicialmente previsto em número de dois, mas posteriormente ampliado para quatro arcos (2); da simetria de reflexão das diretrizes representadas no lado esquerdo da superfície (3);

e da geração da superfície a partir das geratrizes e diretrizes representadas anteriormente (4).

Na etapa 1 estão incluídos os **elementos de saber** referentes aos parâmetros de definição de um arco construído pelo ponto central, um plano e um valor de raio e os elementos referentes ao conceito de direção tangente aos pontos extremos do arco diretriz e a avaliação de curvas para definir tal direção; Na etapa 2 estão incluídos os elementos de saber referentes à direção segundo um vetor correspondente ao eixo x de coordenadas e aos parâmetros de construção de um arco por três pontos localizados no espaço tridimensional (por suas coordenadas x, y e z); Na etapa 3 estão incluídos os elementos de saber referentes aos parâmetros de definição da simetria de reflexão em torno de um eixo (uma linha), sejam eles a curva que define o eixo de reflexão (a qual por sua vez inclui o elemento direção do eixo a partir de um vetor em y) e a geometria a ser refletida; Na etapa 4 estão incluídos os elementos de saber referentes ao conceito de geração de superfície pela ‘varredura’ (*SWEEP*) de curvas geratrizes (seções) apoiadas em duas curvas diretrizes (‘rails’ ou ‘trilhos’, na linguagem tecnológica, da ferramenta de modelagem paramétrica).

A superfície final resultante está ilustrada na Figura 50, com suas vistas ortográficas e perspectiva.

Figura 50 - Superfície gerada pela modelagem paramétrica em Grasshopper correspondente à cobertura do Aeroporto de Beijing.



Fonte: Elaboração própria.

4.3.3 Estruturação dos elementos de saber associados à superfície do Aeroporto de Beijing

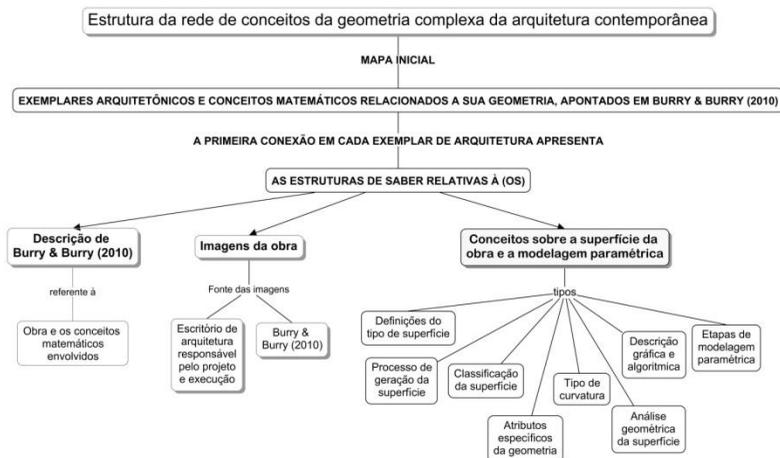
Conforme descrito no capítulo de revisão, de acordo com a Teoria Antropológica da Didática, um conteúdo didático possui uma

praxeologia que está constituída por elementos de saber: os problemas ou a classe de problemas associados; as técnicas de resolução deste problema; as tecnologias que permitem produzir, justificar e explicar as técnicas; e as teorias que dão suporte a tais explicações e justificações a respeito das técnicas. Dessa maneira, os elementos de saber da geometria complexa da arquitetura contemporânea associados à superfície matemática da obra Aeroporto de Beijing foram explicitados a partir do modelo teórico de *organização praxeológica*, que é o referencial de análise de saberes proposto na teoria de base desta pesquisa.

Uma estruturação de tais saberes é compreendida necessária para a sua transposição aos contextos de ensino de arquitetura. Tal estruturação é dada em mapas conceituais, por estes permitirem categorizar os conceitos e relacioná-los mutuamente assim como descrevê-los em seus aspectos de explicação e justificação, pela caracterização dos atributos dos conceitos geométricos tratados, tal como ocorre em uma ontologia leve em linguagem natural.

Nesta seção é realizada a estruturação de tais praxeologias, no formato de uma rede de conceitos que integra todos os elementos de saber anteriormente descritos ao longo deste capítulo. A estrutura geral da rede de conexão entre os conceitos da geometria complexa da arquitetura contemporânea para as superfícies matemáticas apresentadas em Burry & Burry está ilustrada no esquema visual da Figura 51.

Figura 51 - Esquema gráfico da estrutura geral da rede de conceitos a ser desenvolvida sobre a modelagem paramétrica da geometria complexa da arquitetura contemporânea.



Fonte: Elaboração própria.

Os tipos de estruturas de saber foram classificadas com base nos conceitos explicitados a partir dos autores de referência, sendo o mapa inicial a exemplificação de obras de arquitetura apresentadas nas análises de Burry e Burry. Este mapa inicial (Figura 52), de acesso a todos os demais mapas integrantes da rede de conceitos, foi construído a partir de dois elementos significativos para o ensino de geometria na Arquitetura, contidos nos discursos dos autores de referência: os exemplos arquitetônicos e os conceitos geométricos (matemáticos) atribuídos a cada obra exemplificada.

Figura 52 - Mapa conceitual de acesso à rede de conceitos.



Fonte: Elaboração própria.

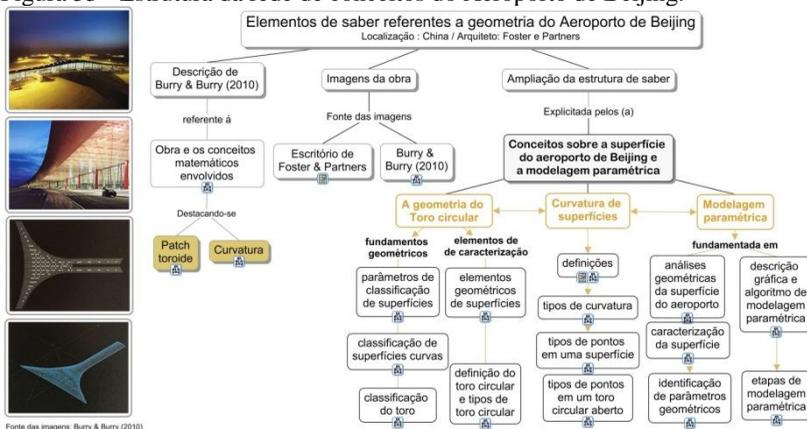
O mapa que dá acesso ao conteúdo do Aeroporto de Beijing (Figura 53) categoriza os tipos de saber tais como: a descrição de Burry & Burry; as imagens da obra; e a ampliação da estrutura de saber a partir dos conceitos da geometria do toro circular, curvatura de superfícies e da modelagem paramétrica da superfície do aeroporto.

Este segundo nível da estrutura de saber agrega categorias de conceitos mais específicos, que podem ser consultados no APÊNDICE 05 e que se referem:

- A descrição do projeto do Aeroporto e as definições apresentadas em Burry & Burry para os conceitos geométricos de ‘porção toroide’ e ‘curvatura’; e a ampliação dos conceitos geométricos apresentados nas descrições tomadas inicialmente como referência, estruturados em outros mapas conceituais. Estes mapas contém o aprofundamento dos seguintes temas: a definição de superfícies e seus elementos principais a partir de autores da área da geometria (RODRIGUES, 1960 e POTTMANN et al, 2007); os parâmetros de classificação de geometrias e superfícies

(RODRIGUES, 1960); a classificação de superfícies curvas (RODRIGUES, 1960); a classificação de superfícies propriamente curvas (RODRIGUES, 1960); a definição do toro e seu processo de geração (RODRIGUES, 1960 e POTTMANN et al, 2007); a definição de curvatura de superfícies (EULER, 1760); os tipos de curvaturas em superfícies (POTTMANN et al, 2007; CARMO, 1987; e GORJANC, 2012); os tipos de pontos em uma superfície (POTTMANN et al, 2007; e GORJANC, 2012); e os tipos de pontos em um toro circular aberto (POTTMANN et al, 2007 e GORJANC, 2012). Tais temas se complementam e ampliam os conceitos apresentados em cada um dos mapas.

Figura 53 - Estrutura da rede de conceitos do Aeroporto de Beijing.



Fonte: Elaboração própria.

Todos estes mapas possuem *links* para o mapa que permite o acesso a cada exemplo de obra de arquitetura e aos mapas específicos que contém as descrições do Aeroporto de Beijing, as imagens da obra, os conceitos da geometria e os fundamentos para a modelagem paramétrica. O acesso aos mapas não é exclusivamente linear, desde que é possível acessar cada tema ou conceito individualmente a partir do mapa inicial da rede de conceitos de cada obra. Há também uma indicação no mapa inicial de uma sequência lógica do conteúdo.

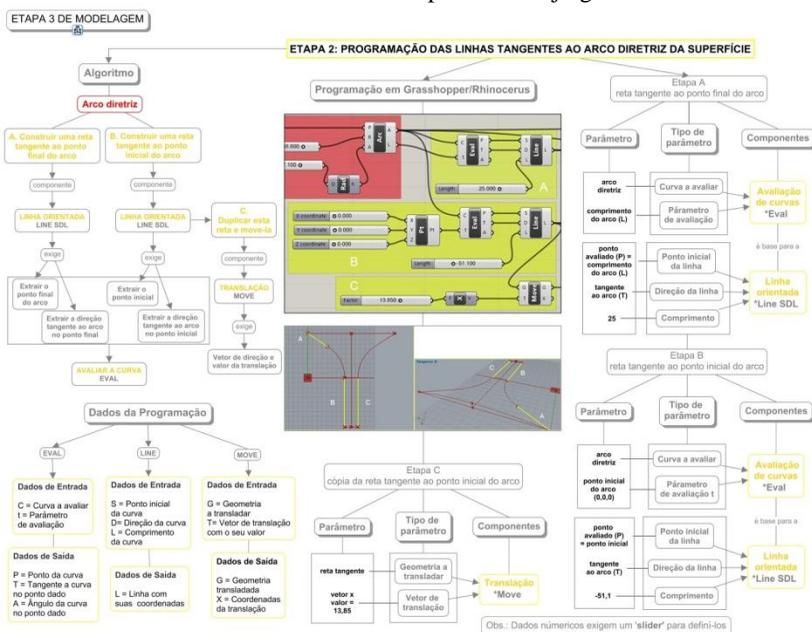
As estruturas de saber referentes à modelagem paramétrica foram categorizadas por meio de esquemas visuais que incluem a descrição detalhada das etapas de modelagem paramétrica: a representação por programação visual dos elementos fundamentais da superfície (as curvas

diretrizes – arcos e retas, e os arcos geratrizes); e o processo de geração da superfície, a partir de seus elementos fundamentais.

No próprio mapa que descreve a estrutura do algoritmo de modelagem paramétrica encontram-se os acessos aos mapas correspondentes a cada etapa de modelagem (Figura AP 15 do APÊNDICE 05).

Cada uma das etapas de modelagem compõe novas estruturas de saber, detalhadas em outros mapas conceituais, com esquemas gráficos que objetivam relacionar o respectivo algoritmo de modelagem paramétrica, a programação visual e a descrição dos tipos de parâmetros que caracterizam os dados de entrada e saída de tal programação (Figura 4.20). À esquerda desta Figura há uma explicação do algoritmo em termos das técnicas correspondentes; ao centro, imagens da programação e da geometria resultante do emprego das técnicas; à direita e ao centro embaixo, as estruturas de saber referentes aos parâmetros e os componentes que operacionalizam as técnicas de modelagem; e à esquerda embaixo, os dados de entrada e os de saída de cada componente.

Figura 54 - Mapa conceitual com o detalhamento da modelagem paramétrica das curvas diretrizes da cobertura do Aeroporto de Beijing.



Fonte: Elaboração própria.

O detalhamento de todas as demais etapas de modelagem paramétrica está estruturado em mapas conceituais, associados à rede de conceitos disponibilizada no ambiente *online* da REDE TEAR_AD com acesso no seguinte *link*: <http://tearad.ufsc.br/biblioteca/modelagem-parametrica-da-geometria-complexa-do-aeroporto-de-beijing/#open-modal>.

A constituição destas estruturas de saber permitiu delinear a estrutura geral de organização e constituição da rede de conceitos a ser desenvolvida para os demais tipos de superfície e exemplares arquitetônicos, conforme o esquema gráfico da Figura 51, ilustrado no início desta seção.

4.4 Reflexões para o ensino de Arquitetura

A partir da análise e explicitação das estruturas de saber relativas à geometria empregada no Aeroporto de Beijing, identificou-se que poderia ser um exemplo estratégico para a inserção dos conceitos e técnicas de modelagem paramétrica da geometria complexa no ensino de arquitetura. Isto se justifica pelas seguintes premissas:

- Embora a superfície tenha uma configuração visual complexa e com geometria de dupla curvatura, ela é definida por uma classe tradicional de superfícies curvas, sendo do tipo ‘toro circular de revolução’, superfície que é estudada em estágios iniciais de formação em arquitetura, nas disciplinas de geometria descritiva. O atributo de ser configurada a partir de arcos de circunferência em desenvolvimento ao longo de uma curva composta também por arcos de circunferência que estão em concordância com linhas retas torna o problema de compreensão desta geometria como um problema que engloba conceitos fundamentais de geometria plana e espacial. Tais conceitos referem-se, além da definição e representação dos parâmetros de construção dos arcos, à caracterização das condições de concordância destes com linhas retas, dada pela direção das linhas tangentes nos pontos de concordância. Isto permite inserir o conceito de tangência e as técnicas que garantam a sua definição, como o emprego de linhas orientadas e vetores de orientação, os quais são imprescindíveis em processos de modelagem paramétrica.

- Também foi possível reconhecer o tipo de processo de geração da superfície por revolução ou varredura de um arco geratriz em torno de um arco que é diretriz, ou como se refere Burry & Burry (pág. 25): “arcos em varredura gerando um telhado duplamente curvado”. Devido a estas questões, a representação desta superfície pode ser caracterizada como uma estratégia didática para o ensino e a aprendizagem da

modelagem paramétrica no ensino de arquitetura, além de trazer elementos de saber significativos para o projeto de arquitetura, principalmente a característica de dupla curvatura desta superfície, que resulta de suas condições de geração. Estes elementos referem-se também a racionalidade do seu processo de geração, em termos geométricos e construtivos, o que contribui tanto para a exploração da forma quanto para a economia no processo de sua construção no canteiro de obras, pela racionalidade no emprego dos materiais e mão de obra, conforme destacado em Burry & Burry (2010). Ao lidar com a racionalidade construtiva e a simplicidade de elementos geométricos em sua composição formal, este tipo de superfície pode vir a desmistificar a ideia de que a complexidade geométrica está intrinsicamente associada a um alto custo de construção. Este preceito é sistematicamente atribuído, de forma equivocada, às geometrias complexas empregadas na Arquitetura contemporânea, especialmente as que se conformam com dupla curvatura;

- A sua característica de superfície de dupla curvatura é importante para o reconhecimento e a inserção de conceitos que em geral não são abordados nos currículos de arquitetura, tais como: os tipos de curvatura de uma superfície e sua influência na caracterização geométrica da própria superfície; as diferentes conformações de uma geometria em função da variação em sua curvatura; e como estas variações influenciam no projeto, em termos do desempenho estrutural da superfície. A questão estrutural talvez seja uma das mais importantes no contexto de Arquitetura, já que geometrias com dupla curvatura possuem ótimo desempenho estrutural se forem comparadas as geometrias com curvatura única (como esferas e elipsoides) e de curvatura gaussiana nula (como cones e cilindros). Este aspecto também influencia na economia de material e racionalidade construtiva, já que é possível vencer grandes vãos com uma estrutura relativamente fina (pouca espessura para o vão livre a ser alcançado).

Conforme já assinalado, os conceitos apresentados possuem potencial para atividades exploratórias de geração paramétrica da forma durante o processo de projeto, desde que é possível atribuir na programação visual parâmetros e ações relativas a tais conceitos, tal como fixar valores de curvaturas e verificar por meio de componentes analíticos o quanto as instâncias geradas aproximam-se das curvaturas desejadas. Além disso, devido à geometria associativa, parâmetros e ações adicionais podem ser definidos, gerando um modelo paramétrico relacional que responde a vários aspectos arquitetônicos e geométricos;

- A superfície do Aeroporto de Beijing, ao parecer mais complexa do que realmente é e por poder ser facilmente representada, tem potencial para ativar a visualização espacial dos estudantes e facilitar a inserção da análise, identificação e explicitação de outros tipos de geometrias complexas da arquitetura contemporânea, especialmente as definidas matematicamente. Considera-se com isso a possibilidade de uma maior generalização dos conceitos apresentados a outros problemas de projeto e representação de superfícies.

CAPÍTULO 5

A Geometria do Disney Concert Hall

5 INTRODUÇÃO

O *Disney Concert Hall* (Figura 55) é uma sala de concertos, um espaço projetado por Gehry e Partners para ser a casa da Filarmônica de Los Angeles. É ao mesmo tempo uma escultura de forma livre. A concepção desta obra teve como premissa a evolução do projeto do espaço do salão em conjunto com a acústica, resultando em uma proposta de projeto de dentro para fora.

O cuidado com a acústica se evidencia na contratação de Minoru Nagata, responsável pelo projeto acústico do *Suntory Hall* de Tóquio, aclamado quanto aos seus aspectos de desempenho. Suas superfícies são revestidas de aço inoxidável, formando uma cortina ou pele independente, curvada, composta de superfícies onduladas convexas e côncavas (<http://wdch10.laphil.com/wdch/process.html>).

Para Shelden (2002), um dos fundadores e diretor de tecnologia do TCO (*Technology Officer*) da *Gehry Technologies*, a variedade de formas geométricas apresentadas nas obras de Gehry remete ao desenvolvimento de uma taxonomia abrangente. Em tais formas, existe um conjunto importante de intenções de construção comuns, unificadas por abordagens que são semelhantes à manipulação de materias de superfície, e que ficam sujeitas a um conjunto comum de restrições associadas de construtibilidade e economia.

Figura 55 - Fotografia aérea do Disney Concert Hall, Gehry & Partners.



Fonte: <https://mizoomi.wordpress.com/>

A partir de Pottmann et al (2007) e Rodrigues (1960), é possível identificar a classe de superfícies a qual pertence à geometria adotada na obra do *Disney Concert Hall*: estas são da classe de superfícies denominadas de regradas planificáveis (como definem os primeiros autores), ou, da classe das superfícies retilíneas desenvolvíveis (nomenclatura sistematizada em Rodrigues a partir dos estudos de Gaspar Monge para a geometria descritiva).

Shelden (2002, pág. 170) destaca que o comportamento destas superfícies é como o de uma folha de papel: “podem ser desenroladas em uma configuração plana sem deformação da superfície”. Este comportamento assinala o mesmo autor, é o esperado para uma folha de material de superfície fabricada, sendo tais superfícies um elemento importante no arsenal de técnicas utilizadas em Gehry e Partners para a modelagem da construtibilidade.

A seguir será feita uma análise dos elementos de saber que constituem esta classe de superfícies, inicialmente a partir das descrições de Burry e Burry (2010), e logo, por outras abordagens, visando compreender os principais conceitos geométricos intrínsecos a estas superfícies.

5.1 Descrição e imagens da obra, a partir de Burry e Burry

Nesta seção, diferentemente da transcrição do texto original como foi apresentado no capítulo anterior e como será apresentado nos demais capítulos, optou-se por apresentar um resumo da análise feita por Burry & Burry (2010) para a obra *Disney Concert Hall*, de Gehry e Partners (1988-2003). Isto se deve ao fato de tal descrição ser muito extensa e conter uma linguagem de difícil compreensão. Dessa maneira, apresentam-se as descrições mais significativas em relação à definição do projeto e principalmente a geometria da obra, objetivando facilitar a leitura e a análise de saberes que será desenvolvida na sequência. As palavras e expressões assinaladas no texto referem-se aos (às): conceitos (marcadas na cor cinza); descrições ou explicações dos conceitos (sublinhadas em cor preta); e termos e expressões relativos à geometria da superfície (palavras em formato itálico).

Quanto ao projeto, Burry & Burry citam o fato de este ter evoluído conjuntamente com os projetos acústicos, com destaque para o salão como elemento organizador central do projeto, visando ampliar o âmbito do edifício: “a ideia do público em casa, abraçando os artistas” (Burry & Burry, 2010, pág. 44). Os autores explicam que o projeto desenvolveu-se em uma linhagem tectônica, a qual havia sido adotada inicialmente por Gehry na década de 1980 com o Vitra Design Museum

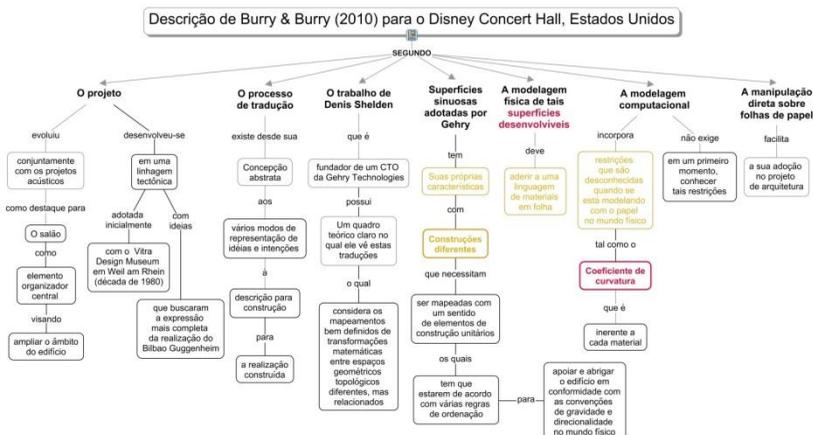
em Weil am Rhein, com ideias que buscaram a expressão mais completa da realização do Bilbao Guggenheim em 1997.

Segundo Burry & Burry (2010, pág. 44), assim como ocorre em toda a arquitetura construída, em Gehry “há um processo de tradução, desde a sua concepção abstrata aos vários modos de representação de idéias e intenções (geralmente iterativas), a descrição para construção, para a realização construída”. Os autores destacam o trabalho de Dennis Shelden, fundador de um CTO da Gehry Technologies, o qual possui “um quadro teórico claro no qual ele vê estas traduções, que considera os mapeamentos bem definidos de transformações matemáticas entre espaços geométricos topológicos diferentes, mas relacionados” (BURRY & BURRY, 2010, pág. 45). Para os autores, as superfícies sinuosas adotadas por Gehry “têm suas próprias características inerentes, tendo *tais geometrias construções diferentes*, mas que necessitam ser mapeadas com um sentido de elementos de construção unitários, os quais tem que estarem de acordo com várias regras de ordenação para apoiar e abrigar o edifício e em conformidade com as convenções de gravidade e direcionalidade no mundo físico”. Burry e Burry (2010) destacam que a modelagem física de tais superfícies *desenvolvíveis* deve aderir a uma linguagem de materiais em folha, mas a modelagem computacional incorpora restrições que são desconhecidas quando se está modelando com o papel no mundo físico, como por exemplo, de acordo com Shelden, 2002, o *coeficiente de curvatura inerente a cada material*, como o papel e o aço. No entanto Burry e Burry explicam que, por não haver necessidade, num primeiro momento, de se conhecer as restrições da modelagem computacional inerente a estas superfícies, a manipulação direta sobre folhas de papel facilita a sua adoção no projeto de arquitetura.

A Figura 56 apresenta um esquema desta descrição no formato de mapa conceitual, contendo os termos associados à obra, as relações entre os termos e os tipos de relação, buscando formatá-la como uma ontologia em linguagem natural. Sobre esta descrição foram marcados com retângulos na cor vermelha os conceitos geométricos a serem ampliados e na cor amarela os conceitos que se referem aos tipos de entes geométricos e seus atributos formais.

Na sequência estes termos e definições serão analisados a partir de referências específicas da geometria tais como Pottmann et al (2007) e Rodrigues (1960). Também será utilizado como referencial de análise o trabalho de doutorado de Shelden (2002), o qual é específico sobre as superfícies sinuosas da arquitetura de Gehry e a configuração de sua construtibilidade.

Figura 56 - Mapa conceitual que expressa uma ontologia em linguagem natural relativa à descrição de Burry e Burry para o Disney Concert Hall, nos Estados Unidos.



Fonte: Elaboração própria.

5.2 Análise do Saber para superfícies desenvolvíveis e curvatura

Segundo Burry e Burry (2010), estas superfícies caracterizam-se pelos conceitos de curvatura e superfícies desenvolvíveis. Para interpretá-las, existe uma preocupação com a sua ‘curvatura gaussiana’, conforme descrito em Burry & Burry (2010, pág. 255):

Uma superfície desenvolvível é uma superfície cuja curvatura Gaussiana tem valor igual à zero em todos os pontos. Essa superfície pode ser um plano, mas também um cilindro. Um cone ou qualquer uma das muitas outras formas curvadas ou dobradas que se pode criar a partir de uma folha plana com dimensões estáveis e que não pode ser esticada, mas pode ser cortada e colada.

As superfícies desenvolvíveis, adotadas por Gehry para o projeto do *Disney Concert Hall*, sendo de curvatura única e que podem ser desenroladas no plano, segundo Burry & Burry (2010, pág. 46), “podem ser exploradas diretamente para encontrar estruturas de apoio e para a construtibilidade no edifício”.

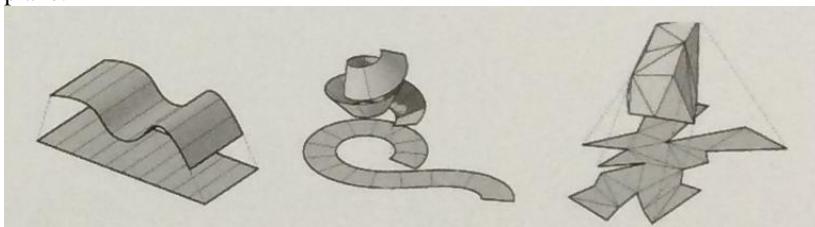
Todas as superfícies desenvolvíveis são superfícies regradas – uma de suas principais curvaturas em cada ponto é o produto da curvatura positiva da seção circular e a curvatura zero da linha reta da extensão do círculo na terceira dimensão. Superfícies desenvolvíveis são bastante significantes no projeto de arquitetura, proporcionando uma ampla gama

de formatos que podem ser fabricadas a partir de uma folha plana de algum tipo de material, ou de materiais planos que podem realizar somente uma única curvatura limitada. (BURRY & BURRY, 2010, pág. 255).

Conforme visto no capítulo 4, a curvatura Gaussiana é o produto das curvaturas principais. Tendo as superfícies regradas desenvolvíveis uma única curvatura, seus pontos são dos tipos elípticos e parabólicos, ou seja, um ponto qualquer desta superfície sempre terá em uma das direções principais uma curvatura que pode ser positiva ou negativa, e na outra direção principal curvatura nula, pela existência de uma linha reta contida em um plano que também contém as retas infinitamente próximas a esta linha (RODRIGUES, 1960). Se uma das curvaturas é nula, a curvatura Gaussiana como produto das duas curvaturas, também será nula.

Devido a este fato, Pottmann et al (2007) destacam que estas superfícies são caracterizadas pela propriedade de poderem ser mapeadas isometricamente no plano, ou seja, mapeamentos em que os comprimentos das curvas são preservados (Figura 57). O desdobraimento plano da superfície é também chamado de seu desenvolvimento. Como os mapeamentos isométricos preservam a curvatura gaussiana, uma superfície desenvolvível tem a mesma curvatura gaussiana que o plano (isto é, tem uma curvatura gaussiana em extinção) sendo seu desdobraimento em modelos de papel um meio importante no processo de projeto arquitetônico.

Figura 57 - Mapeamentos isométricos das superfícies desenvolvíveis sobre o plano.



Fonte: Pottmann et al, 2007.

A estrutura de saber que descreve os elementos geométricos primários e o processo de geração das superfícies desenvolvíveis foi analisada a partir de Rodrigues (1960) e Pottmann et al (2007). Para estes autores, tais superfícies são constituídas basicamente por superfícies cilíndricas, cônicas e superfícies tangentes de curvas espaciais (mais precisamente o helicóide desenvolvível). No helicóide

desenvolvível, as tangentes da hélice diretriz formam um ângulo constante α com o plano da circunferência diretriz de base, sendo este ângulo de inclinação fixo para todas as tangentes, as quais são as geratrizes do helicóide. Isto resulta em uma superfície com inclinação fixa, ou seja, conformada por curvas de declive constante (POTTMANN et al, 2007).

De acordo com a classificação de Monge (Figura 58), sistematizada por Rodrigues (1960), as superfícies em questão podem ser geradas pelo movimento de linhas retas (geratrizes) apoiadas em linhas curvas, o que as caracteriza como superfícies retilíneas, ou pela extrusão de linhas curvas ao longo de um eixo contido em um plano perpendicular ao plano que contém tais curvas, quando são então classificadas como superfícies propriamente curvas.

Figura 58 - Classificação de Gaspar Monge para as superfícies retilíneas desenvolvíveis e as propriamente curvas.

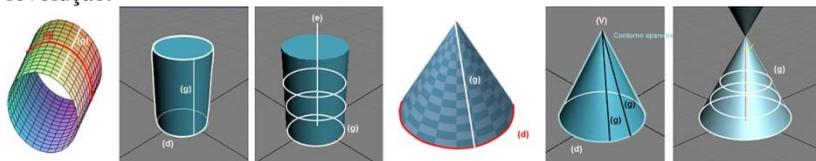


Fonte: elaboração própria a partir de Rodrigues (1960).

O cilindro e o cone (Figura 59), por exemplo, são classificados em Pottmann et al (2007) como superfícies retilíneas devido ao processo de geração pela rotação de uma reta ao redor de um eixo de rotação; em Rodrigues (1960) são classificados como superfícies propriamente curvas devido ao processo de extrusão de uma circunferência na direção de uma reta perpendicular ao seu plano (caso do cilindro) ou a extrusão

de circunferências de raios variáveis que convergem para um vértice (caso do cone).

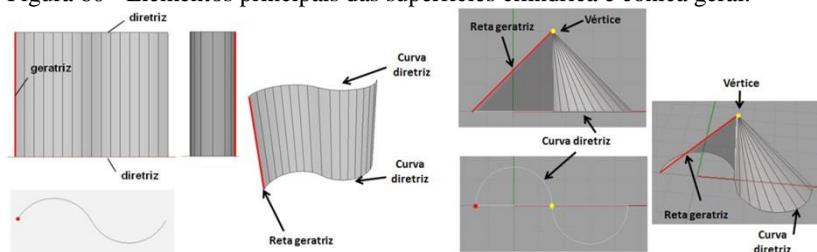
Figura 59 - Processos de geração de uma superfície cilíndrica e de um cone de revolução.



Fonte: <http://enciclopedia.us.es/index.php/Cilindro>; http://pt.wikipedia.org/wiki/Superf%C3%ADcie_c%C3%B4nica; e elaboração própria a partir de Rodrigues (1960).

As superfícies cilíndrica e cônica classificadas como superfícies retilíneas por Rodrigues (1960) são do tipo geral aberta, geradas pelo movimento de linhas retas apoiadas em arcos de circunferência (partes da curva) e estão ilustradas na Figura 60. Ou também podem ter como diretrizes *curvas livres*²⁷. No entanto, Pottmann et al (2007) consideram a classificação de *superfícies regradas*²⁸ também para o cone e o cilindro de revolução. A mesma Figura ilustra os elementos principais das superfícies cilíndrica e cônica geral.

Figura 60 - Elementos principais das superfícies cilíndrica e cônica geral.



Fonte: cilíndrica por Cristiane Nunes (bolsista GEGRADI/UFPel) e cônica por elaboração própria.

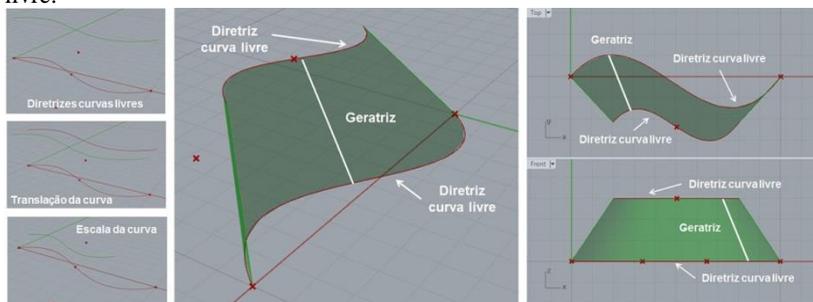
Inicialmente, por uma análise visual, identificou-se que estas poderiam ser as superfícies predominantes na estrutura geométrica do *Disney Concert Hall* de Gehry. Além destas, também se identificou o

²⁷ São curvas suaves que se pode formar e transformar por um pequeno número de pontos de controle, mantendo-se a continuidade da curva (POTTMANN et al, 2007).

²⁸ Nomenclatura utilizada para descrever superfícies em que as geratrizes são linhas retas que varrem o espaço tridimensional com base em regras específicas (POTTMAN et al, 2007).

emprego de superfícies retilíneas desenvolvíveis em que as diretrizes são *curvas livres* (flexíveis). Estas curvas podem ser representadas por meio de curvas paramétricas, tais como Splines²⁹, curvas de Bèzier³⁰ e NURBS³¹, que são conformadas por pontos de controle, sendo necessário compreender como cada curva é manipulada, suas características e as diferenças entre cada tipo dentro desta classe. Na Figura 61 está ilustrada uma superfície que possui como diretriz curvas livres que foram representadas digitalmente a partir de curvas NURBS. À curva superior diretriz desta superfície foi aplicada uma escala de redução, o que gerou uma superfície cônica. Esta curva também foi transladada no eixo y, gerando uma superfície cônica inclinada.

Figura 61 - Superfície cônica geral inclinada formada por diretrizes em curva livre.



Fonte: elaboração própria

5.3 Modelagem paramétrica das superfícies desenvolvíveis do Disney Concert Hall

²⁹ As curvas de *B-Spline* são curvas de forma livre que consistem em vários segmentos de curva de Bèzier de mesmo grau que observam conjuntamente a continuidade, por seus pontos finais serem amarrados com a maior suavidade possível, ou seja, tendo a mesma tangente, a mesma curvatura, e assim por diante (POTTMANN et al, 2007).

³⁰ Desenvolvidas por Pierre Bèzier, engenheiro da Renault, em 1962, a partir do algoritmo de Casteljaou, engenheiro da Citroen, o qual foi base para a construção das curvas denominadas SPLINES. A curva interpola o primeiro e último ponto do polígono de controle e todos os pontos de controle têm efeito *global* (POTTMANN et al, 2007).

³¹ É uma curva *B-spline* racional não uniforme. Racional refere-se ao tipo de descrição da curva, em que seus segmentos são expressos por razões entre polinômios cúbicos. Devido à propriedade "racional" de NURBS, é possível atribuir pesos aos pontos de controle. Isto permite um maior controle sobre a configuração da curva (POTTMANN et al, 2007).

5.3.1 Análises geométricas e modelagens

Para o estudo em questão, delimitaram-se quatro superfícies, as quais estão demarcadas sobre uma fotografia aérea do edifício *Disney Concert Hall* e sobre a vista ortográfica superior referente à sua implantação (Figura 62).

Figura 62 - Delimitação das superfícies da obra *Disney Concert Hall* a serem estudadas: à esquerda sobre a fotografia aérea e à direita sobre a implantação.



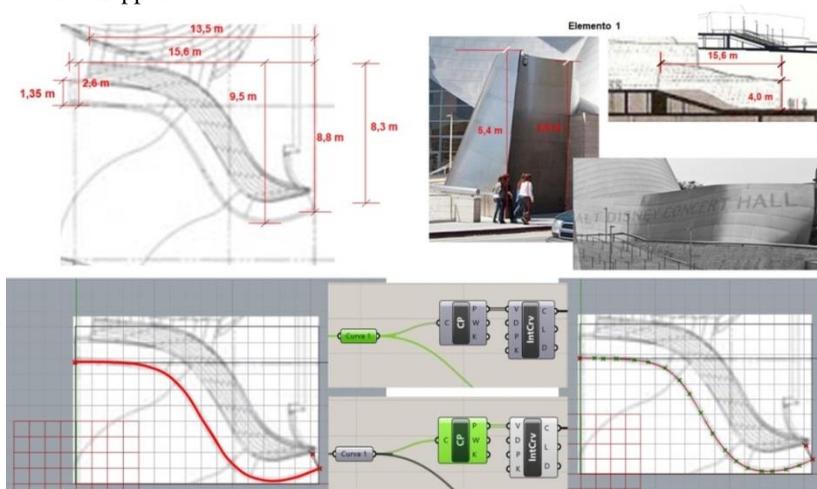
Fonte das imagens: <https://mizoomi.wordpress.com/> e <http://wdch10.laphil.com/wdch/process.html>

A análise tomou por base a ideia de que tais superfícies poderiam ser essencialmente configuradas por superfícies cilíndricas e cônicas. Em uma primeira análise sobre a planta-baixa da obra identificou-se visualmente que as curvas diretrizes das superfícies 1, 2, 3 e 4 podem ser descritas por curvas livres, sendo que: na superfície 1 a diretriz superior parece ser exatamente igual à diretriz inferior da curva, tanto em formato como em dimensão, configurando uma porção de uma superfície *cilíndrica geral*; na superfície 3 a curva diretriz superior tem uma semelhança para a curva diretriz inferior, com uma diferença de escala em relação a esta, configurando uma superfície *cônica geral*; e na superfície 4, ao analisarem-se imagens de sua estrutura construtiva, observou-se que parecem existir muitas porções de superfícies regradadas, podendo-se distinguir entre elas porções de *superfícies cônicas* e de *superfícies cilíndricas*. A superfície 2 visualmente remete a uma porção de uma *superfície cônica*, em que a diretriz é uma curva livre ou uma composição de arcos de circunferência. No entanto, somente uma análise detalhada e precisa destas superfícies poderá definir com exatidão as hipóteses traçadas a partir da análise visual. Destaca-se que, inicialmente, foram selecionadas as superfícies 1 e 3 para análise e representação, pela hipótese de poderem ser geradas a partir de apenas duas curvas diretrizes, nas quais existe igualdade ou semelhança entre elas, fazendo com que uma das curvas possa ser representada a partir da outra.

Superfície 1

A análise desta superfície visando sua modelagem paramétrica foi feita por meio de traçados sobre a projeção superior (planta-baixa) do projeto, conforme ilustrado na linha superior da Figura 63. Tomaram-se as medidas de largura, altura e profundidade da superfície, para representar um retângulo de referência para inserir esta imagem em vista superior no ambiente do *Rhinoceros* (Figura 63, linha superior à esquerda).

Figura 63 - Análise das dimensões da superfície 1 em projeção superior e vista frontal, e representação da curva diretriz inferior no ambiente do *Rhinoceros* e do *Grasshopper*.

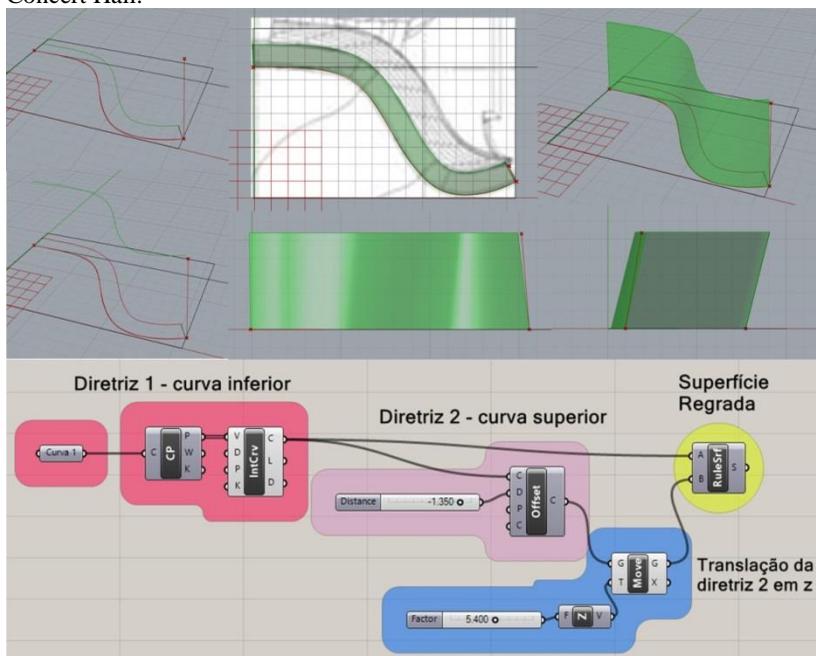


Fonte: Elaboração própria

A curva diretriz inferior foi traçada com curva livre a partir da imagem inserida no *Rhinoceros* em vista superior (Figura 63, linha inferior à esquerda). Esta curva foi importada para o ambiente de modelagem paramétrica do *Grasshopper* para extrair seus pontos de controle e gerar uma curva interpolada por estes pontos (Figura 63, linha inferior à direita).

A segunda diretriz, que se localiza na parte superior da superfície, pode ser obtida por equidistância (*offset*) e translação no eixo Z da curva inicialmente representada, a diretriz localizada na parte inferior da superfície (à esquerda da Figura 64). A superfície regrada pode então ser gerada entre as duas curvas diretrizes da superfície.

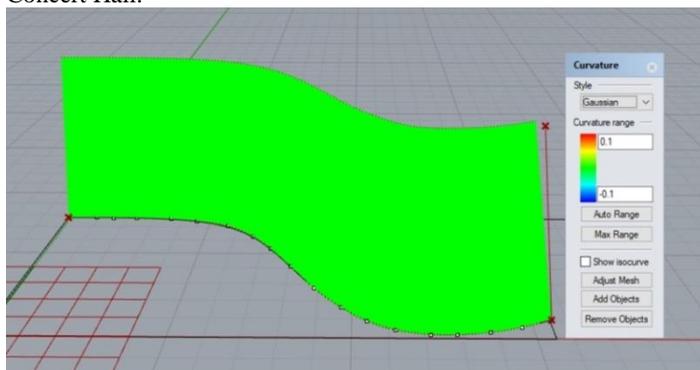
Figura 64 - Processo de geração e programação visual da superfície 1 do Disney Concert Hall.



Fonte: Elaboração própria.

Na análise visual da curvatura da superfície (Figura 65) é possível identificar o valor ao redor de zero para a curvatura gaussiana, o qual é caracterizado pela presença da cor verde na superfície.

Figura 65 - Análise visual da curvatura Gaussiana da superfície 1 do Disney Concert Hall.



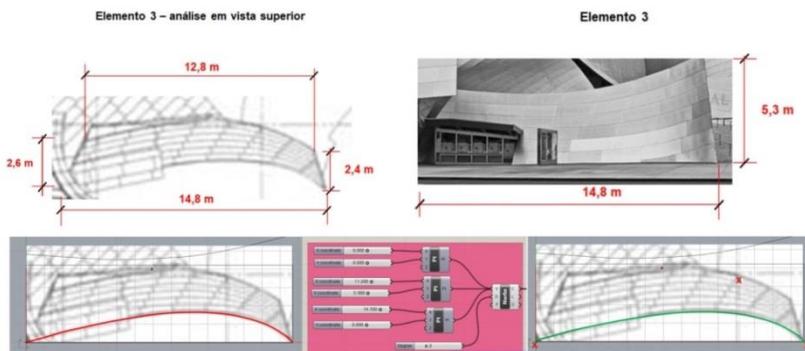
Fonte: Elaboração própria.

Superfície 3

A análise da superfície 3, da mesma maneira que para a superfície 1, se deu por meio de traçados sobre a projeção superior (planta-baixa) do projeto, conforme ilustrado na linha superior da Figura 66. Novamente, tomaram-se as medidas de largura, altura e profundidade da superfície, para representar um retângulo de referência para inserir esta imagem em vista superior no ambiente do *Rhinoceros* (Figura 66, linha superior à esquerda).

A partir da imagem em vista superior inserida, foi traçada uma curva livre que corresponde com a diretriz inferior, mas diferentemente da primeira superfície, usando-se o ambiente de modelagem paramétrica do *Grasshopper* e programando-se uma curva livre NURBS de grau 2, ou seja, com três pontos de controle, os pontos inicial, final e um ponto no interior da curva (Figura 66, linha inferior ao centro e à esquerda).

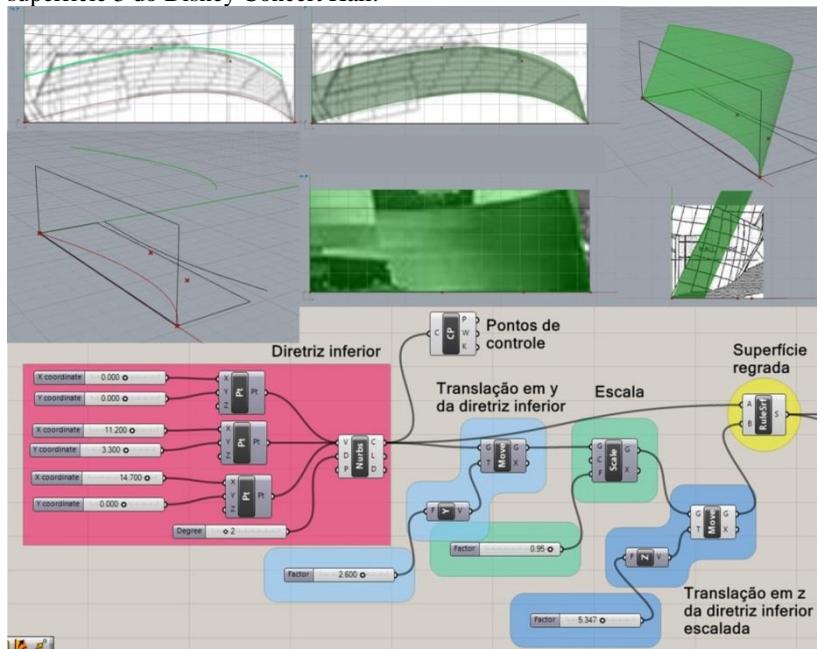
Figura 66 - Análise das dimensões da superfície 3, em projeção superior e vista frontal, e representação da curva diretriz inferior no ambiente do Grasshopper.



Fonte: Elaboração própria e imagens de Gehry & Partners.

A segunda curva, que se localiza na parte superior da superfície, pode ser obtida por translação em y e z da curva inicialmente representada, localizada na parte inferior da superfície, e a aplicação da transformação de escala, em um fator de 0.95 (uma redução de tamanho). A superfície regrada pode ser então gerada entre estas duas curvas, que são as diretrizes da superfície (Figura 67). A superfície resultante, devido à diferença de escala das curvas, é do tipo superfície cônica geral, sendo uma superfície planificável.

Figura 67 - Primeira parte do processo de geração e programação visual da superfície 3 do Disney Concert Hall.



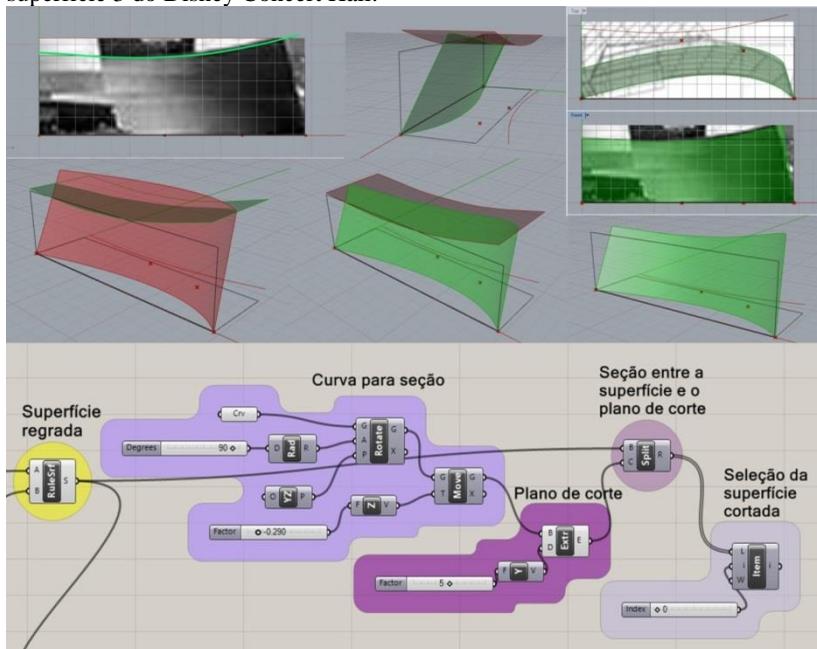
Fonte: Elaboração própria.

Na análise inicialmente desenvolvida também foi identificado que existe um recorte na parte superior da superfície, em formato curvo, sendo necessário, após gerar a superfície, traçar uma curva que se corresponda com este recorte para realizar uma seção entre a curva e a superfície inicialmente obtida.

Ao trabalhar-se com vistas ortográficas, destaca-se que a curva visualizada em tais vistas (como na vista frontal) é uma projeção da curva que está no espaço tridimensional, ou seja, esta curva que será representada diretamente sobre a imagem em vista ortográfica, por ser uma curva plana, não irá ajustar-se a superfície curva no espaço tridimensional. Isto se deve a que a superfície curva no espaço tridimensional possui pontos em diferentes planos. Uma hipótese para a representação é gerar um plano de seção com o formato desta curva, para que tal perfil contido neste plano possa seccionar a superfície em todos os seus pontos no espaço tridimensional.

Esta hipótese foi desenvolvida para completar o processo de modelagem paramétrica (Figura 68).

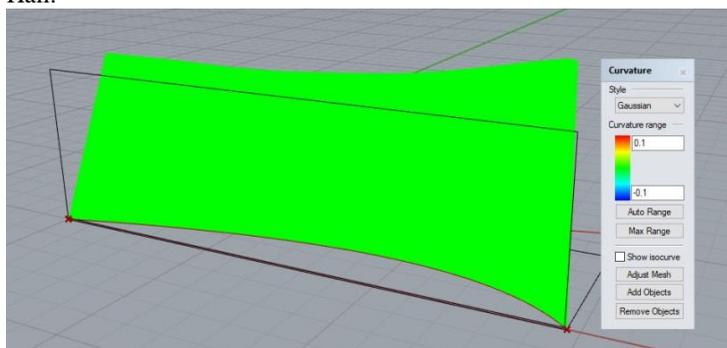
Figura 68 - Segunda parte do processo de geração e programação visual da superfície 3 do Disney Concert Hall.



Fonte: Elaboração própria.

A análise visual da curvatura Gaussiana da superfície mostra que os pontos possuem curvatura de valor ao redor de zero, sendo que esta análise visual leva a supor que a superfície está configurada como planificável (Figura 69).

Figura 69 - Análise da curvatura Gaussiana superfície 3 do Disney Concert Hall.



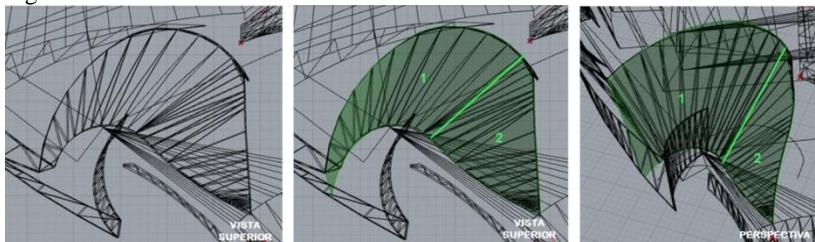
Fonte: Elaboração própria.

Superfície 4

A superfície 4 é mais complexa que as duas superfícies apresentadas (1 e 3). As explorações para gerar esta superfície tendo como base apenas imagens em projeção ortogonal não obteve resultado positivo, pois não se conseguiu representar com base nestas informações e dentro das restrições impostas pela classe de superfícies desenvolvíveis. Devido a isso, buscou-se um modelo digital tridimensional, o qual poderia auxiliar no mapeamento das porções de superfícies planificáveis constituintes do todo desta superfície. Encontrou-se tal modelo em <https://www.thingiverse.com/thing:960077>.

A superfície foi analisada diretamente sobre o modelo digital, identificando-se que poderia ser modelada a partir da composição de duas porções da superfície: a porção 1 é a que possui duas curvas planas diretrizes semelhantes em projeção superior (a diretriz de limite superior e a diretriz de limite inferior); a porção 2 possui uma curva plana suave no seu limite inferior e uma curva espacial com curvatura variável e mais abrupta no seu limite superior (Figura 70). Para cada uma destas porções foram lançadas hipóteses de representação, as quais serão descritas a seguir.

Figura 70 - Análise e mapeamento das porções da superfície 4 sobre o modelo digital tridimensional.

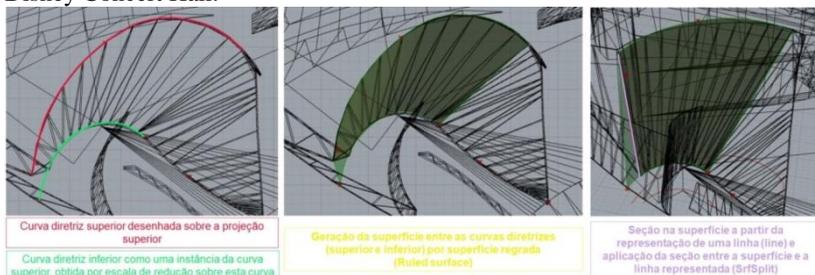


Fonte: Elaboração própria a partir do modelo digital.

Para a primeira porção desta superfície, a que possui duas curvas semelhantes como diretrizes, em um método dedutivo, lançou-se a hipótese de que a curva diretriz inferior poderia ser obtida como uma instância da curva diretriz superior, desde que esta é uma regra para gerar superfícies planificáveis. Explica-se que este é um método dedutivo por se transferir uma regra geral das superfícies planificáveis para aplica-la na representação particular da superfície 4. A obtenção de tal instância foi testada com aplicação de uma escala de redução de 0.5 e centro da escala no ponto inicial da curva diretriz superior, que resultou em uma curva muito próxima da curva do modelo digital, abrangendo

quase a totalidade da curva (primeira imagem da Figura 71). Com isto, foi gerada a superfície entre estas curvas diretrizes e posteriormente foi feita uma seção com uma linha reta para recortar a parte da superfície que não foi empregada na obra (última imagem da mesma Figura).

Figura 71 - Etapas do processo de geração da primeira porção da superfície 4 do Disney Concert Hall.

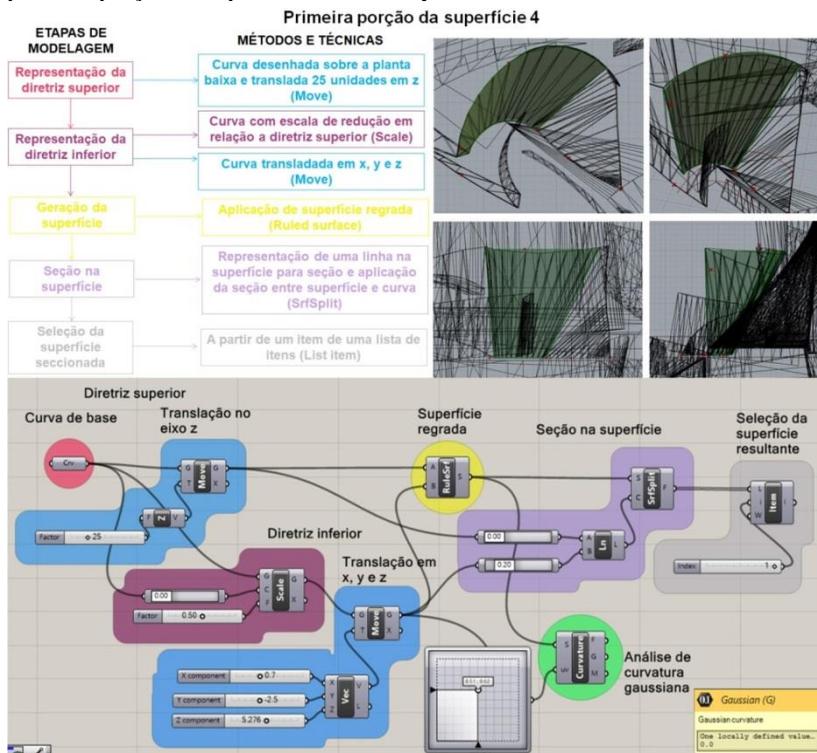


Fonte: Elaboração própria.

A Figura 72 ilustra as etapas de modelagem, o algoritmo, a programação visual, as vistas ortográficas e a perspectiva da superfície resultante. Como a regra de geração de superfícies planificáveis foi aplicada na definição das curvas diretrizes, a análise de curvatura indicou que todos os pontos possuem curvatura gaussiana igual a zero absoluto conforme pode ser visto na imagem localizada no canto inferior direito da mesma Figura.

Destaca-se que a análise de curvatura por meio da modelagem paramétrica possibilita identificar o valor numérico da curvatura e dar uma interpretação precisa da característica da curvatura. As análises visuais desenvolvidas no *Rhinoceros* e a qual foram apresentadas para as primeiras superfícies modeladas é um tipo de análise mais intuitiva em relação à análise feita no ambiente do *Grasshopper*. Embora isto possa facilitar a identificação da curvatura, observou-se que uma curvatura muito próxima à zero, mas não exatamente no valor de zero, perceptivamente não é distinguível pela cor que é aplicada na análise visual, pois ambos os casos (zero absoluto e valor muito próximo à zero) apresentam coloração verde clara, devido à proximidade dos valores.

Figura 72 - Algoritmo e programação visual do processo de geração da primeira porção da superfície 4 do Disney Concert Hall.



Fonte: Elaboração própria.

Ao analisar-se a curvatura gaussiana por meio da modelagem paramétrica para as superfícies 1 e 3, identificou-se que a superfície 1 não possui zero absoluto, embora apresente coloração verde clara na imagem gerada pelo *Rhinoceros*. Esta superfície teve uma das diretrizes gerada por transformação de equidistância aplicada sobre a primeira diretriz representada, a qual não é uma transformação de semelhança. Isto confirma o que diz a teoria para distinguir os tipos de transformações em que um ente geométrico gerado por instância (cópia) de outro, ou por escala, tem propriedades de semelhança, mas quando gerado por equidistância de outro, este atributo não é mais de semelhança e sim de afinidade (transformação afim, segundo POTTSMANN et al, 2007). Com tal tipo de transformação não é possível

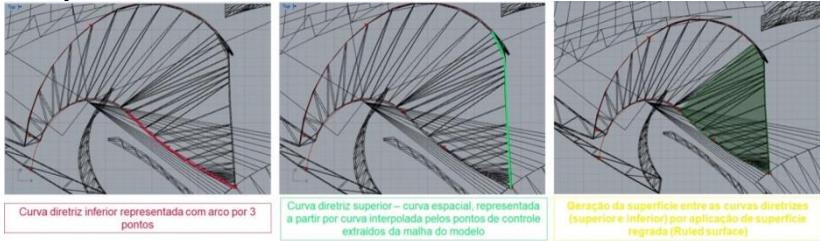
gerar curvas diretrizes de superfícies retilíneas que configurem uma superfície do tipo cônica ou cilíndrica.

A superfície 3, ao contrário, apresentou valor absoluto zero na análise por meio da modelagem paramétrica (análise numérica). Isto confirma a hipótese de empregar a regra de geração de superfícies desenvolvíveis para obter o valor de zero absoluto para a curvatura gaussiana. Esta superfície foi gerada por curvas diretrizes semelhantes em que uma é instância da outra, com fator de redução de escala uniforme, o que preserva a forma da curva embora modifique suas dimensões.

Para a segunda porção desta superfície, a que possui como diretriz inferior uma curva plana suave e como diretriz superior uma curva espacial com curvatura variável, lançou-se a hipótese de que a curva diretriz inferior poderia ser obtida a partir de um arco de circunferência e a superior a partir de uma curva hélice cilíndrica. Justifica-se esta hipótese pelo fato de que além das superfícies cônicas e cilíndricas, outro tipo de superfície desenvolvível é o helicóide desenvolvível, que possui uma diretriz em arco de circunferência e outra diretriz como uma curva hélice. No entanto, a análise da configuração da curva espacial de limite superior indicou que esta não se correspondia com a descrição de uma curva hélice cilíndrica, o que inviabilizou confirmar a hipótese traçada.

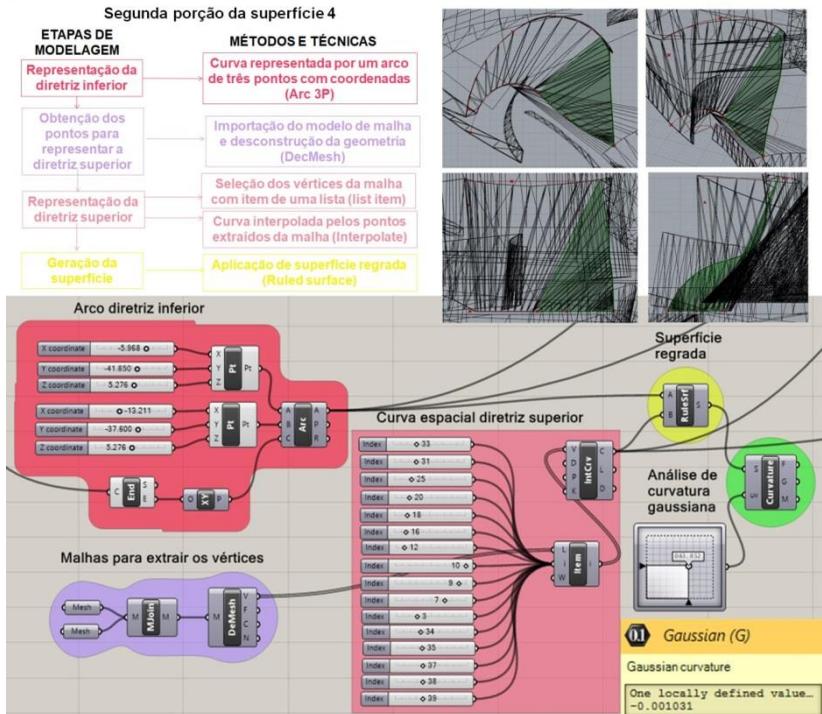
Mesmo com a probabilidade de não se obter uma superfície com valor de curvatura gaussiana em zero absoluto, as curvas diretrizes foram representadas a partir dos pontos da malha do modelo digital. A representação do arco de circunferência foi dada a partir de três pontos localizados sobre a curva do modelo em malha: o primeiro ponto do arco foi extraído da curva diretriz da primeira porção desta superfície, para atribuir a geometria relacional entre as duas superfícies; e o segundo e o terceiro ponto foram obtidos a partir da definição de suas coordenadas. A representação da diretriz espacial foi dada por meio de uma curva interpolada entre vários pontos, extraídos diretamente do modelo de malha a partir da inserção deste no ambiente do *Grasshopper*, sua desconstrução geométrica e a seleção dos pontos (vértices) que se corresponde com os pontos da curva a ser representada. A Figura 73 ilustra as etapas gerais de modelagem desta porção da superfície 4 e a Figura 74 ilustra o algoritmo de modelagem e a programação visual para esta mesma porção de superfície.

Figura 73 - Etapas do processo de geração da segunda porção da superfície 4 do Disney Concert Hall.



Fonte: Elaboração própria.

Figura 74 - Algoritmo e programação visual do processo de geração da segunda porção da superfície 4 do Disney Concert Hall.



Fonte: Elaboração própria.

A análise da curvatura gaussiana indicou um valor diferente do valor zero absoluto, embora muito próximo de zero, conforme ilustrado na parte inferior à direita da Figura 74. Isto se deve a que não foi aplicado o mesmo método anterior para a construção do arco diretriz superior, o qual seria gerado como instância do arco inferior, por transformações

que preservassem as propriedades essenciais da curva instanciada. A justificativa é a dificuldade encontrada para definir a forma da curva diretriz superior relacionada geometricamente com a diretriz inferior, em função da existência de recortes nesta porção da superfície. Tais recortes acabaram configurando uma curva espacial nesta porção superior da superfície.

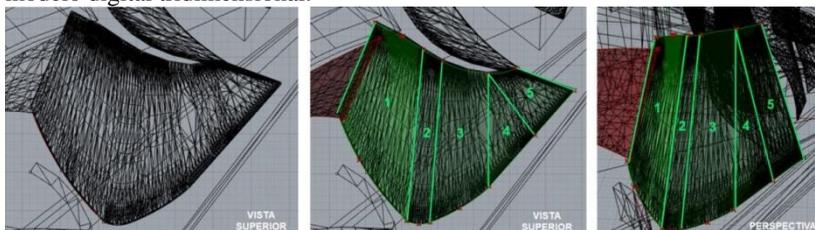
Superfície 2

A superfície 2 também se apresenta mais complexa que as duas superfícies inicialmente modeladas, as superfícies 1 e 3, em que suas representações foram dadas por um único elemento geométrico de superfície. A análise da superfície 2 indicou a necessidade de identificar porções desta superfície para obter uma representação mais próxima possível de uma superfície planificável. Ao se traçar as curvas diretrizes e gerar uma única superfície regrada entre estas curvas, observou-se que a curvatura da superfície resultante se distanciou consideravelmente do valor zero absoluto. As explorações para gerar esta superfície tendo como base apenas imagens em projeção ortogonal, tal como ocorreu para a superfície 4, não obteve resultado positivo, não sendo possível representa-la principalmente devido a falta informações da curva espacial diretriz superior. A exploração diretamente sobre o modelo digital, de outra maneira, possibilitou uma análise mais efetiva, no sentido de identificar e mapear porções da superfície e de suas curvas diretrizes inferiores e superiores. Este mapeamento por porções aproxima-se do processo de tradução para a construção, que é desenvolvido no TCO de Gehry e Partners, o qual incorpora as restrições geométricas impostas pela classe de superfícies desenvolvíveis, além das características do material de construção.

Em uma primeira análise, identificaram-se cinco porções de superfícies, as quais são descritas a seguir: a primeira porção possui na sua parte inferior uma curva plana diretriz em arco de circunferência com pouca curvatura e na sua parte superior uma curva espacial com curvatura muito pequena e média declividade (dada pela diferença de altura entre seus pontos); a segunda porção também possui um arco de circunferência em sua parte inferior, mas diferentemente da primeira, sua curvatura é acentuada, e na sua parte superior uma curva espacial suave com média declividade; a terceira porção possui, em sua parte inferior, uma diretriz suave em arco de circunferência, na sua porção superior, uma curva espacial com média declividade; a quarta porção é limitada na sua parte inferior por uma reta e na sua parte superior por um ponto; e a quinta porção é delimitada por uma reta na sua parte

inferior e por uma curva espacial com média declividade na sua parte superior. A Figura 75 ilustra o mapeamento de tais porções de superfícies sobre a superfície 2, dado no modelo digital tridimensional.

Figura 75 - Primeira análise e mapeamento das porções da superfície 2 sobre o modelo digital tridimensional.



Fonte: Elaboração própria a partir de um modelo digital tridimensional.

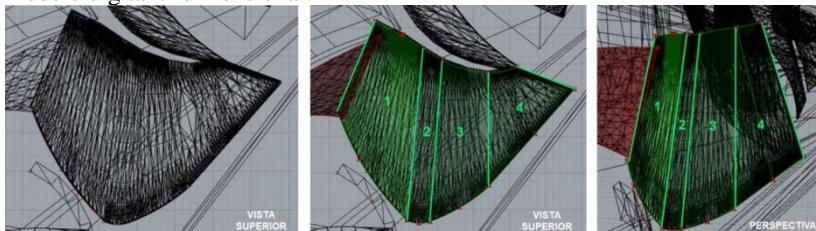
Visualmente também se observou que os arcos que compõem a diretriz inferior nas porções 1 e 2 não possuem concordância (existe uma quina na junção dos arcos), mas o mesmo não ocorre com a parte superior da superfície, parecendo haver uma composição de arcos que estão em concordância nestas porções. Esta hipótese pôde ser comprovada durante o processo de modelagem paramétrica de tais curvas diretrizes.

Esta primeira análise, a partir da qual se identificaram diretrizes compostas por arcos e retas nas porções 4 e 5 da superfície, serviu a um reconhecimento prévio e também experimental do processo de modelagem paramétrica. No entanto, identificou-se a necessidade de desenvolver uma segunda análise a qual traçou a hipótese de as curvas diretrizes inferiores das porções 4 e 5 serem representadas por um único arco de circunferência. Além de simplificar o processo de representação paramétrica, o objetivo foi também de gerar uma superfície em maior correspondência com as superfícies curvas e verificar as alterações nos valores da curvatura das superfícies geradas pelas duas hipóteses. O resultado após o processo de modelagem foi que a segunda hipótese com diretrizes representadas exclusivamente por um arco de circunferência gerou uma superfície com valor de curvatura mais próximo ao valor zero em relação à primeira hipótese, em que as diretrizes eram formadas por linhas retas na parte inferior e linhas curvas na parte superior. Destaca-se que a geração de superfícies regradas em que uma diretriz é uma reta e a outra diretriz é uma curva, resulta em geometrias que possuem outro tipo de estrutura geométrica: são superfícies com dupla curvatura, em que as retas geratrizes assumem direção reversa uma em relação à outra. No caso específico da superfície

gerada por uma diretriz reta e outra curva sua característica é de uma superfície não planificável denominada de *conoide* (RODRIGUES, 1960).

A Figura 76 ilustra a segunda análise da superfície 2 e o mapeamento das 04 porções a serem consideradas no processo de modelagem paramétrica.

Figura 76 - Segunda análise e mapeamento das porções da superfície 2 sobre o modelo digital tridimensional.

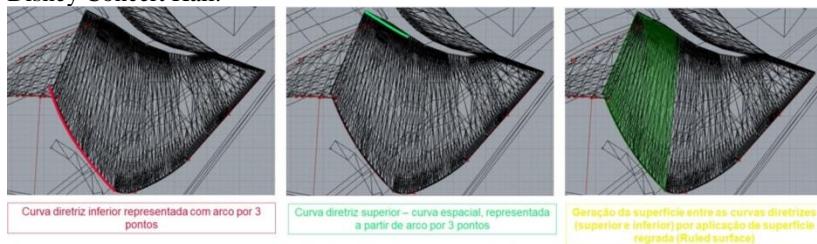


Fonte: Elaboração própria a partir do modelo digital tridimensional da obra.

Para cada uma das quatro porções de superfície foram lançadas hipóteses de representação, sendo estas: para a primeira porção desta superfície, que possui em sua parte inferior uma curva plana diretriz em arco de circunferência e na sua parte superior uma curva espacial, foi lançada a hipótese de representação a partir de arcos por três pontos (ponto inicial, ponto final e ponto interior ao arco), tanto para a diretriz inferior (curva plana) quanto para a diretriz superior (curva espacial); a mesma hipótese foi lançada para as porções 2, 3 e 4, sendo que a representação dos arcos adjacentes poderia abarcar a regra de concordância ao aplicar-se uma direção igual para tais arcos, que seria extraída da direção do arco imediatamente anterior, utilizando-se componentes de avaliação de curvas e de construção de arcos orientados; para a representação das diretrizes inferiores das porções 2 e 4 não foi possível aplicar a concordância com os arcos das porções 1 e 3, respectivamente, pois ao representar os arcos concordantes, estes assumiam uma configuração diferente dos arcos destas porções da diretriz; as demais curvas foram todas obtidas por representação de arcos com direções iguais nos pontos de conexão, ou seja, arcos em concordância.

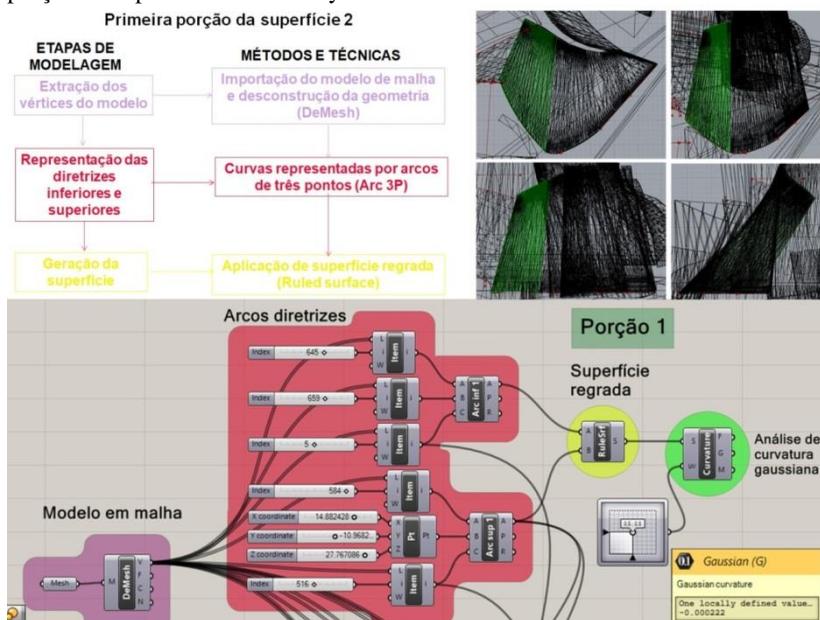
Para atribuir a concordância entre os arcos há a necessidade de associar mutuamente os pontos inicial e final dos arcos concordantes. As Figuras seguintes (77 a 84) ilustram as etapas e os algoritmos de modelagem de cada porção da superfície 2.

Figura 77 - Etapas do processo de geração da primeira porção da superfície 2 do Disney Concert Hall.



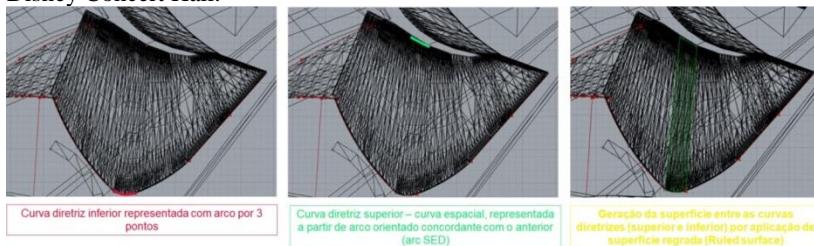
Fonte: Elaboração própria a partir de um modelo digital tridimensional.

Figura 78 - Algoritmo e programação visual do processo de geração da primeira porção da superfície 2 do Disney Concert Hall.



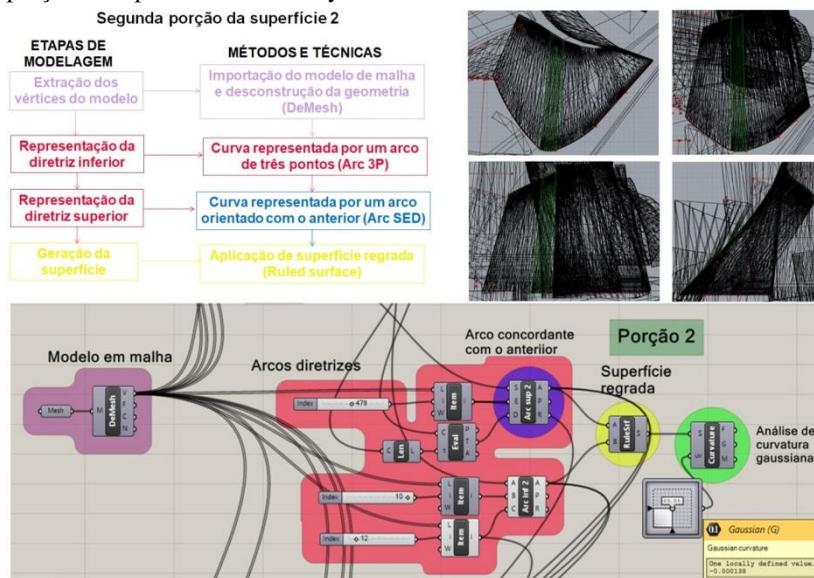
Fonte: Elaboração própria.

Figura 79 - Etapas do processo de geração da segunda porção da superfície 2 do Disney Concert Hall.



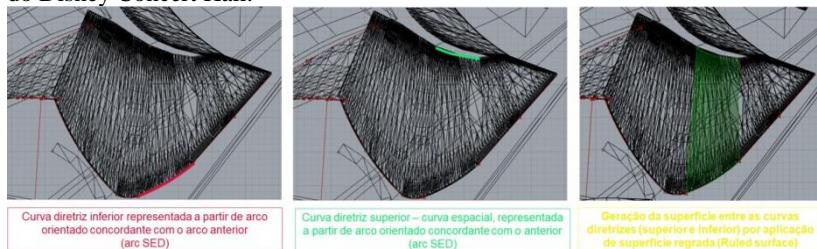
Fonte: Elaboração própria a partir de um modelo digital.

Figura 80 - Algoritmo e programação visual do processo de geração da segunda porção da superfície 2 do Disney Concert Hall.



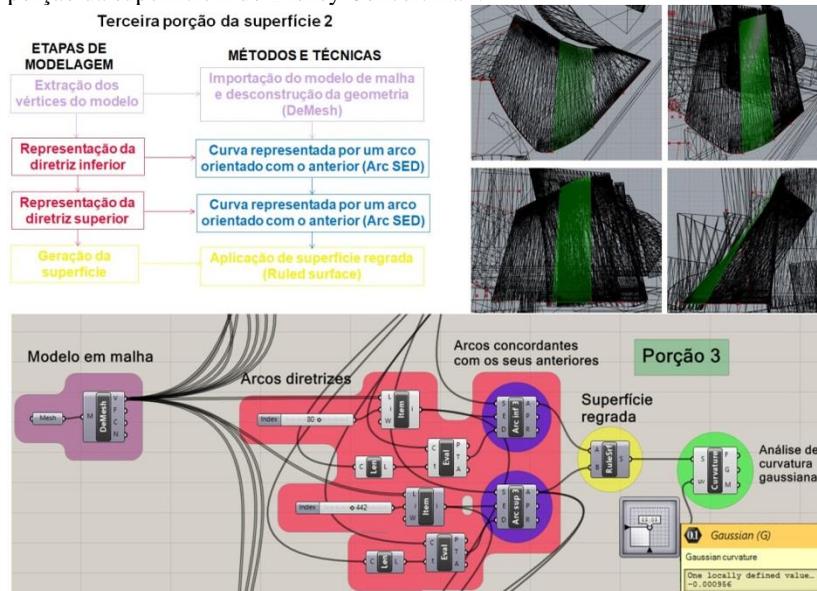
Fonte: Elaboração própria.

Figura 81 - – Etapas do processo de geração da terceira porção da superfície 2 do Disney Concert Hall.



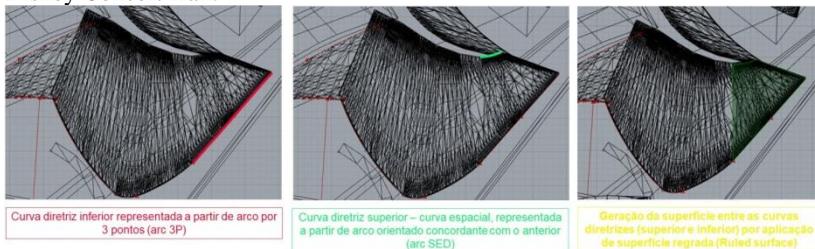
Fonte: Elaboração própria a partir de um modelo digital tridimensional.

Figura 82 - Algoritmo e programação visual do processo de geração da terceira porção da superfície 2 do Disney Concert Hall.



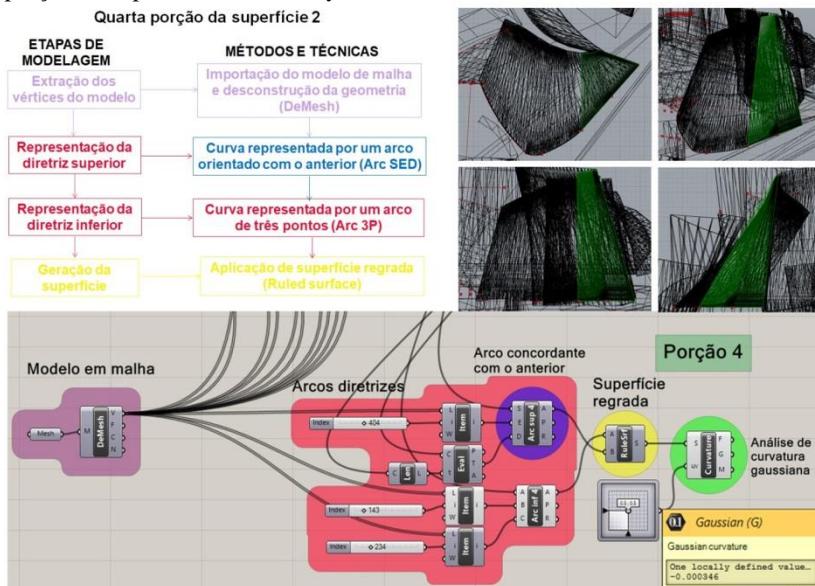
Fonte: Elaboração própria.

Figura 83 - Etapas do processo de geração da quarta porção da superfície 2 do Disney Concert Hall.



Fonte: Elaboração própria a partir de um modelo digital tridimensional.

Figura 84 - Algoritmo e programação visual do processo de geração da quarta porção da superfície 2 do Disney Concert Hall.

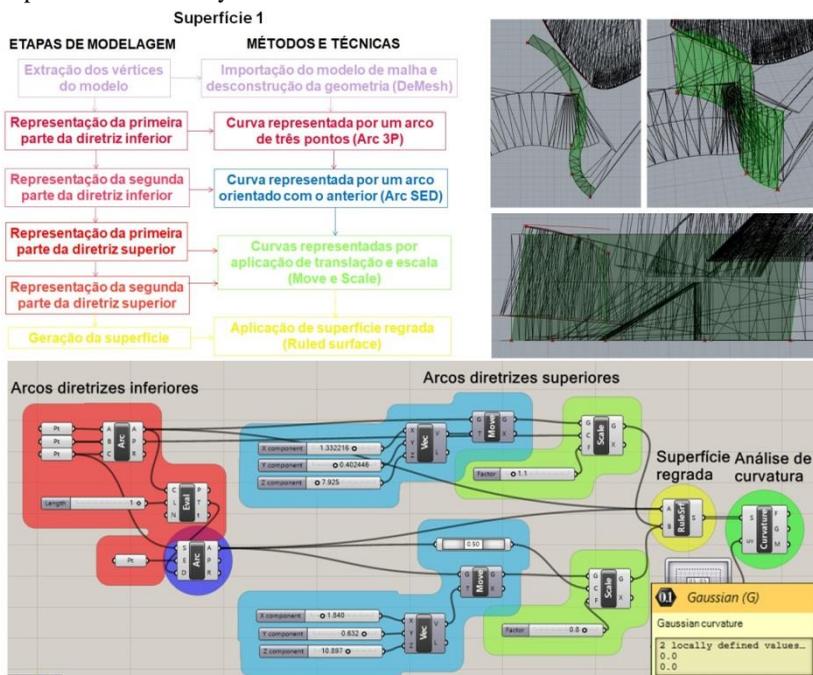


Fonte: Elaboração própria.

O elemento 1 foi refeito a partir das informações do modelo digital e com outra hipótese de modelagem, buscando aplicar a regra de superfícies planificáveis, ao estabelecer-se relações entre partes das curvas que compõem as diretrizes inferior e superior. Na primeira hipótese, descrita anteriormente, a curva diretriz inferior foi representada por uma curva do tipo NURBS e a curva superior por equidistância desta. Nesta segunda hipótese buscou-se representar a

curva diretriz inferior a partir da composição de dois arcos em concordância. A hipótese para gerar a diretriz superior foi por aplicação de transformações de translação e de escala aos dois arcos que compõem a curva diretriz inferior, individualmente, para explorar os valores que ajustavam tais arcos ao formato da curva diretriz superior do modelo tridimensional. Com este processo, foi mantida a regra de representação de superfícies cônicas (que são planificáveis), sendo que para configurar o primeiro arco superior, a escala aplicada foi de ampliação, e para o segundo arco, foi de redução. As superfícies resultantes são duas superfícies cônicas invertidas uma em relação à outra. A Figura 85 ilustra o algoritmo e a programação visual referente ao processo de modelagem paramétrica da superfície 1.

Figura 85 - Algoritmo e programação visual do segundo processo de geração da superfície 1 do Disney Concert Hall.



Fonte: Elaboração própria.

A curvatura gaussiana no valor de zero absoluto foi atingida para a superfície modelada por este processo de geração, conforme ilustrado na parte inferior direita da Figura 85.

Destaca-se que nestes processos de modelagem há a presença constante dos elementos de saber das teorias de superfícies curvas e das classes de transformações geométricas em associação as técnicas de geração. As hipóteses lançadas por meio de métodos dedutivos só puderam ser formuladas por haver um conhecimento prévio de tais estruturas de saber. Ou seja, aqui se apresenta de maneira mais clara a noção apresentada em Gascón (1993), do saber como um objeto problemático a ser teorizado, bem como um objeto teórico (um modelo) para a solução de problemas.

Os processos de modelagem da superfície 1 e de uma porção da superfície 2 do *Disney Concert Hall* permitiram identificar, precisamente nos termos da classificação apresentada em Rodrigues e Pottmann, os tipos de superfícies empregadas. Ambas são configuradas por porções de superfícies cônicas, e tem curvas planas como diretrizes, o que facilita aplicar as regras de geração de superfícies planificáveis. As demais superfícies da obra ou porções de superfícies são delimitadas por curvas espaciais, principalmente em sua parte superior, dificultando o emprego de tais regras de geração para representa-las. As curvas espaciais que aparecem nestas superfícies são devidas as seções que o arquiteto utiliza, com o objetivo de dar maior movimento, fluidez e estética as superfícies da obra.

Para a superfície 3, inicialmente foi feito uma análise e um processo de modelagem a partir de imagens, aplicando-se uma das regras de geração de superfícies cônicas a qual atribui uma relação intrínseca entre as curvas diretrizes inferior e superior. No processo de modelagem esta relação ficou estabelecida ao se gerar a curva diretriz superior por translação e escala da curva diretriz inferior, o que resultou em um modelo aproximado da superfície da obra, mas com curvatura gaussiana em zero absoluto. No entanto, ao se aplicar o mesmo processo sobre o modelo digital, obteve-se como resultado uma superfície com configuração diferente do modelo, desviando-se da superfície em um de seus extremos. Este resultado pôde ser compreendido a partir do trabalho de Shelden (2002), o qual explica o processo de conformação de tais superfícies pelos atributos do material em folha que foi empregado, e isto será contextualizado na seção 5.4.

Não se encontrou na literatura um método geométrico para mapear tais porções de superfícies curvas planificáveis a partir de uma superfície curva inteira. Pottmann et al (2007) e Shelden (2002) desenvolveram métodos com este propósito, mas os mesmos envolvem formulações matemáticas complexas para o atual contexto de ensino de arquitetura. As explorações apresentadas neste capítulo foram baseadas

exclusivamente na aplicação da regra geométrica de geração de superfícies cônicas e cilíndricas, em que as curvas diretrizes são instâncias uma da outra, por aplicação de unicamente transformações de translação (para superfície cilíndrica) e simultaneamente de translação e escala (para superfícies cônicas). As demais superfícies obtidas não resultaram em curvaturas gaussianas com valor zero absoluto, como ocorreu para a superfície 1, uma das porções da superfície 2 e a superfície 4 inteira. A caracterização destas superfícies quanto a sua curvatura gaussiana e a implicação desta na obtenção das superfícies de material em folha projetadas e empregadas por Gehry será discutida em maiores detalhes na seção relativa às aplicações no ensino de arquitetura.

5.4 A estruturação dos elementos de saber da superfície do Disney Concert Hall

5.4.1 A estrutura do conteúdo

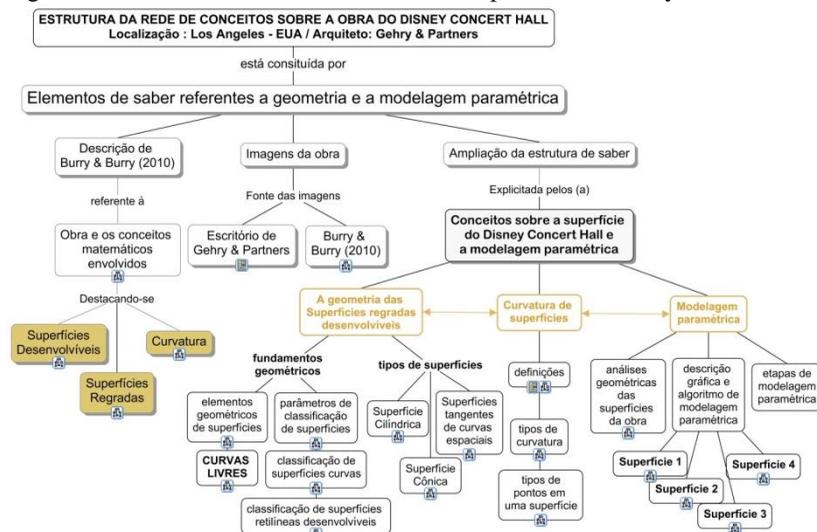
O mapa que dá acesso ao conteúdo do *Disney Concert Hall* (Figura 86) categoriza os tipos de saberes como: a descrição de Burry & Burry; as imagens da obra; e a ampliação da estrutura de saber a partir dos conceitos da geometria das superfícies regradas desenvolvíveis, de curvatura de superfícies e da modelagem paramétrica das superfícies que envolvem a sala de concertos.

Este segundo nível da estrutura de saberes traz categorias de conceitos mais específicos, que podem ser consultados na própria rede de conceitos disponível online (<http://tearad.ufsc.br/biblioteca/rede-de-conceitos-da-geometria-complexa-da-arquitetura-contemporanea-teorias-e-tecnicas-de-modelagem-parametrica-das-superficies-matematicas/#open-modal-closeopen-modal>) e que se referem:

- A descrição dada por Burry & Burry para o projeto da sala de concertos; As definições apresentadas em Burry & Burry para os conceitos geométricos de ‘superfícies regradas’, ‘superfícies desenvolvíveis’ e ‘curvatura’; e A ampliação dos conceitos geométricos apresentados nas descrições tomadas inicialmente como referência, estruturados em outros mapas conceituais. Estes mapas contém o aprofundamento dos seguintes temas: a definição de superfícies e seus elementos principais a partir de autores da área da geometria (RODRIGUES, 1960 e POTTMANN et al, 2007); as definições referentes às curvas livres; os parâmetros de classificação de geometrias e superfícies (RODRIGUES, 1960); a classificação de superfícies curvas (RODRIGUES, 1960); a classificação de superfícies retilíneas (RODRIGUES, 1960); as definições das superfícies cilíndricas, cônicas

e de aresta de reversão e os seus processos de geração (RODRIGUES, 1960 e POTTMANN et al, 2007); a definição de curvatura de superfícies (EULER, 1760); os tipos de curvaturas em superfícies (POTTMANN et al, 2007; CARMO, 1987; e GORJANC, 2012); e as estruturas de saber tratadas por Shelden referentes aos aspectos construtivos de tais superfícies. Tais temas se complementam e ampliam os conceitos apresentados em cada um dos mapas.

Figura 86 - Estrutura da rede de conceitos da superfície do Disney Concert Hall.



Fonte: Elaboração própria.

5.4.2 A ampliação das estruturas de saber

A classificação das Superfícies Retilíneas Desenvolvíveis, classe a qual algumas das superfícies do *Disney Concert Hall* pertencem, está esquematizada no mapa da Figura 87, contendo a identificação de tais classes, grupos e os nomes das superfícies correspondentes a estes. Os parâmetros e os atributos que norteiam esta classificação das superfícies estão descritos no mesmo mapa conceitual.

As estruturas de saber referentes à modelagem paramétrica, igualmente como realizado no capítulo 4 para a modelagem do aeroporto de Beijing, foram categorizadas por meio de esquemas visuais que incluem a descrição detalhada das etapas de modelagem paramétrica que se relacionam com as próprias etapas de geração da superfície, incluindo-se: a representação por programação visual dos elementos

quais não têm restrições sobre o tipo de geometria a ser criada. A restrição dada pela característica de mabeabilidade do material faz com que tais superfícies possuam atributos importantes do ponto de vista de descrição formal, de construtibilidade e economia no emprego de superfícies curvas na arquitetura. Importante também destacar que ao poderem ser geradas a partir da flexão do material em folha, como o papel, facilita sua adoção no processo de projeto arquitetônico, desde que esta técnica de curvamento do material produz modelos geométricos que podem ser desdobrados no plano, cortados e colados para gerar uma composição de superfícies curvas (POTTMANN ET AL, 2007).

Shelden (2002) destaca que as restrições geométricas destas superfícies são análogas as restrições dos materiais construtivos em folha, mesmo que de maneira aproximada. O autor afirma que esta característica pode ser suficiente para tratar diretamente com a construtibilidade durante o processo de concepção esquemática ou de modelagem das superfícies. Mas, deve-se ter consciência que existe uma interdependência destas formas aos materiais reais de construção, os quais condicionam a flexibilidade da geometria. Considera-se fundamental poder lidar com alguns destes materiais durante o desenvolvimento da concepção de tais geometrias em atividades de projeto. O autor cita materiais como papel, chapa de aço, placa de gesso, folha de alumínio e outros que impõem restrições que são significativamente diferentes sobre o conjunto de formas construtivas correspondentes. Para cada material, estas formas terão comportamentos diferentes, podendo em um material aparecer descontinuidades antes de atingir uma forma que foi habilitada suavemente por outro material. Se isto for desejado, naturalmente será ativada uma classe mais abrangente de formas do que as inicialmente pensadas. Nesse sentido, Shelden cita recursos como união de folhas, vincos, rasgos e rugas, que, se introduzidos, permitirão formas cada vez mais complexas.

Mesmo tendo-se conhecimento destas características qualitativas das superfícies planificáveis, segundo o mesmo autor, parece ser difícil desenvolver representações geométricas simples que captem estas qualidades em formas mais complexas. As representações das superfícies planificáveis são limitadas e as representações das formas livres, de outra maneira, são muito mais abrangentes. Isto leva o autor a postular que a primeira poderia ser formulada como uma condição de restrição imposta à descrição de superfícies de forma livre e assim, portanto, representaria uma subclasse dessa classe mais geral de descrições de superfícies.

Uma das métricas de restrição é a curvatura gaussiana, abordada durante o desenvolvimento dos processos de modelagem paramétrica das superfícies tratadas neste capítulo. Shelden explica que as qualidades da métrica de curvatura gaussiana tem uma razoável afinidade com a formação de folhas no espaço, mas algumas propriedades materiais das chapas metálicas podem impactar esta avaliação qualitativa da forma, quando, por exemplo, não é possível enrolar uma chapa grossa no entorno de um cilindro de raio pequeno. Isto faz com que em algum momento as propriedades materiais da chapa metálica começam a impactar esta avaliação qualitativa da forma. Por outro lado, em alguns casos, o comportamento material da folha pode ser desprezado para formas de superfície com curvatura gaussiana zero. Segundo o autor, a partir desta ideia também é possível presumir que os materiais em folha podem suportar alguma curvatura de superfície limitada, mas não nula. Nesta perspectiva, é possível identificar uma medida de curvatura de superfície que mesmo não sendo nula é aceitável dada à construção da superfície. Devido a esta ideia desenvolvida pelo trabalho de Shelden junto a Gehry e Partners foi possível a construção das superfícies da obra do *Disney Concert Hall* com superfícies em chapas metálicas com curvaturas gaussianas diferentes do valor zero absoluto, conforme visto nas explorações de modelagem paramétrica das superfícies, desenvolvidas na seção 5.3. Para cada uma das superfícies foi empregado um limite predeterminado de curvatura não nula, para o qual havia correspondência com a construtibilidade material da superfície. Em resumo, com isto foi possível construir superfícies em folhas de material metálico as quais geometricamente não são planificáveis se analisadas sob o aspecto de sua curvatura gaussiana, devido ao fato de que tal material em folha pôde suportar as curvaturas que foram assumidas na geometria.

O autor pontua que, durante o processo de projeto, a interação física, tátil e direta com folhas de algum material guia os projetistas para configurações viáveis em resposta ao comportamento destes materiais, protegendo-os de geometrias que não abrangem a classe de superfícies em folha.

CAPÍTULO 6

A Geometria do Australian Wildlife Health Centre

6 INTRODUÇÃO

O *Australian Wildlife Health Centre* (Figura 88) é um centro de tratamento de animais nativos e uma proposta arquitetônica de Paul Minifie, arquiteto australiano, que tem seu trabalho explicitamente considerado no uso de técnicas de design (MINIFIE, 2010). O arquiteto destaca esta questão em relação ao projeto do ambulatório e justifica que a escolha por uma técnica de design se dá pelo fato de que outros aspectos da arquitetura também se organizam em torno de técnicas diversas. Para ele, uma técnica pode ser entendida como algo que define as propriedades dos elementos, suas qualidades e as relações que podem ser estabelecidas no projeto de um edifício, sendo estes elementos capazes de ter uma instanciação material. A escolha de uma técnica de design para configurar o ambulatório foi estabelecida com o uso de uma ‘superfície mínima’ como elemento central e organizador do projeto da obra. Tal superfície foi ‘encontrada’ no final do séc. XX face ao avanço de diversas áreas do cálculo matemático, alcançado principalmente até a segunda metade do mesmo século. Segundo o arquiteto (MINIFIE, 2010, pág. 53), a superfície escolhida (denominada de superfície de Costa) é “difícil de compreender à primeira vista, os padrões de conexão e os fluxos e partições espaciais que ela cria são um tanto confusos.” O que fez com que Minifie em um primeiro momento tivesse a ideia de descartá-la de seu projeto, em vez de compreendê-la ao ponto de poder inseri-la no que ele denomina de “minha ontologia geométrica”. Mas, após este primeiro momento, o arquiteto convenceu-se de que poderia existir um lugar na “ontologia arquitetônica”, o que também parecia ser um desafio. Para Minifie, as pistas para isto residiram em instâncias arquitetônicas da superfície, particularmente os *catenoides* que, segundo relato do arquiteto, são coirmãos da superfície de Costa e foram utilizados principalmente em torres de resfriamento por alguns arquitetos e engenheiros no passado (entre o final do séc. XIX e início do séc. XX).

Figura 88 - Vistas exterior e interior do Australian Wildlife Health Centre, do arquiteto Paul Minifie, Austrália.



Fonte: <http://www.behmerwright.com.au/projects/australian-wildlife-centre-healesville/>; <http://www.archello.com/en/project/australian-wildlife-health-centre/image-2>

Com o objetivo de identificar as estruturas de saber que envolvem as descrições sobre a superfície escolhida por Minifie para o espaço central do ambulatório para animais nativos da Austrália é desenvolvida uma análise a qual segue os procedimentos metodológicos delimitados nesta pesquisa. Esta análise, tal como para as demais superfícies, está constituída das seguintes etapas: inicialmente é apresentada uma descrição geral da obra dada por Burry e Burry (2010); sobre esta descrição são marcadas as palavras-chave que caracterizam e explicam a obra; logo, é construído um mapa conceitual com tal descrição e são selecionados os termos que o autor destaca como conceitos matemáticos associados à geometria da obra; na sequência, cada um destes termos é aprofundado a partir de autores específicos do conhecimento da geometria e da matemática. Também aqui é dada uma abordagem arquitetônica relacionada às características próprias da superfície. Nesta abordagem exploratória de ampliação de estruturas de saber é necessário, em alguns momentos, tratar de níveis mais específicos de tais saberes, como ocorre neste capítulo em relação à abordagem histórica sobre a delimitação dos conceitos e propriedades associados às superfícies mínimas. Tais saberes possuem conexões com outros conceitos geométricos tratados pelos autores, como por exemplo, o de curvatura da superfície, o qual auxiliou os matemáticos a definirem vários exemplos de superfícies mínimas.

A partir das definições e caracterizações da superfície da obra, tal como realizado nos demais capítulos, são propostos processos de modelagem paramétrica e, por fim, são feitas reflexões sobre a importância destas estruturas de saber para o ensino de arquitetura.

6.1 Conceitos iniciais: As descrições e as imagens da obra, de acordo com Burry e Burry (2010)

O relato de Burry e Burry (2010, pág. 21-23) sobre o *Australian Wildlife Health Centre* é o seguinte:

A prática de 'Minifie Nixon' frequentemente se baseia em 'idéias matemáticas abstratas' como fonte de uma 'nova técnica de design'. Neste 'centro para a fauna nativa' perto de Melbourne, a 'técnica' escolhida contratou uma descoberta do século XX com fortes vínculos com o mundo natural: a 'superfície mínima de Costa-Hoffman-Meeks'. Central e emblemática ao edifício, sua forma é próxima à de uma 'válvula cardíaca'. [...] O 'edifício' é organizado em torno de uma 'entrada pública' e 'anel de espaços de exposição' que formam um 'ambulatório envidraçado', que tem vista para os 'cinemas e salas de tratamento' que são 'distribuídos radialmente' em torno dele. O projeto transforma o 'paradigma tradicional' 'de dentro para fora', colocando proeminentes procedimentos de exibição e operações que normalmente ocorriam fora da vista - uma abordagem única para envolver o público no processo de resgate e tratamento da vida selvagem.

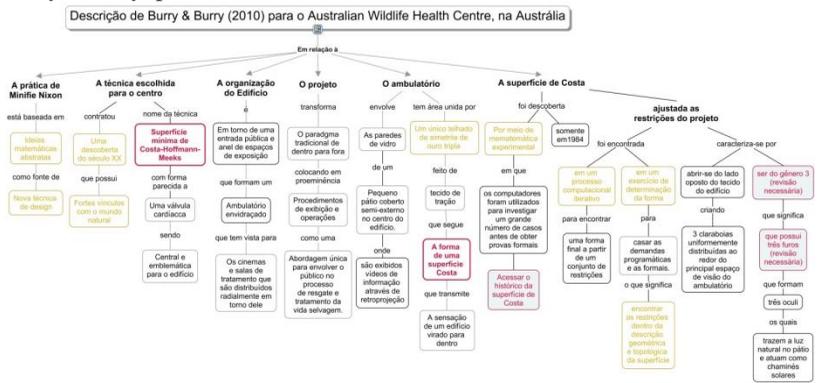
O 'ambulatório' envolve as 'paredes de vidro' de um 'pequeno pátio coberto, semiexterno', no 'centro do edifício', onde vídeos de informação são exibidos através de retroprojeção. Toda a área é unida por um 'único telhado de simetria 3 dourada' de 'tecido de tração' que segue a forma de uma 'superfície Costa', continuando a sensação de um 'edifício virado para dentro' através de sua ginástica da superfície.

A 'superfície mínima de Costa' só foi descoberta em 1984 através, como explica o arquiteto 'Paul Minifie', de "[...] 'matemática experimental', em que os computadores foram utilizados para investigar um grande número de casos antes de obter provas formais". Para 'encontrar' a 'superfície específica de Costa' que se ajustava às restrições do centro de saúde, era necessário um "[...] 'processo computacional' que encontra iterativamente' uma 'forma final' a partir de um

'conjunto de restrições' [...]". Com esse processo, foi possível casar as demandas programáticas de as intenções breves e as intenções formais do designer através de um exercício de determinação de forma' que determinaria uma forma final, que por si só iria encontrar essas restrições dentro da definição geométrica e topológica da superfície. A 'superfície' é o 'gênero 3' (que significa que tem três furos), com 'três oculi' que trazem a luz natural no pátio e que atuam como 'chaminés solares'. Ela se abre no lado oposto do tecido do edifício para criar 'três clarabóias' que são 'distribuídas uniformemente' ao redor do principal espaço de visão do ambulatório.

A Figura 89 apresenta um esquema que organiza a descrição acima, contendo palavras-chave destacadas nas cores vermelho e amarelo, e que se identificou como termos potenciais para a compreensão das definições e declarações apresentadas em Burry & Burry. As palavras marcadas em vermelho referem-se à própria geometria da obra e as palavras marcadas em amarelo são eminentemente caracterizações desta geometria, em seus aspectos teóricos, técnicos e tecnológicos. Também foram incluídas nesta marcação, termos e expressões que associam esta geometria aos desenvolvimentos de projeto mais recentes (como uma técnica de design) e a outros conceitos matemáticos não necessariamente de geometrias não euclidianas (como a simetria de ouro tripla). A explicitação dos elementos de saber envolvidos em tais termos possibilitará uma compreensão mais profunda desta superfície.

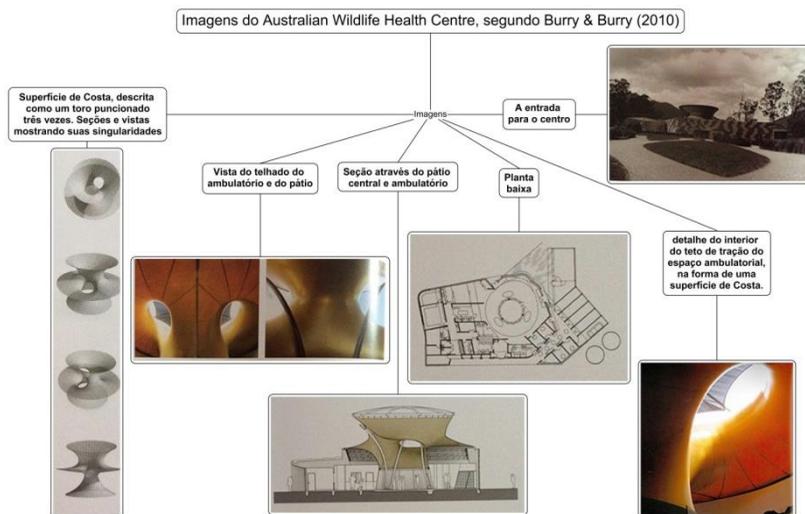
Figura 89 - Esquema com as palavras-chaves e expressões apresentadas em Burry e Burry, para descrever a obra do Australian Wildlife Health Centre.



Fonte: Elaboração própria.

A Figura 90 traz as imagens da obra e suas respectivas descrições apresentadas em Burry e Burry.

Figura 90 - Mapa conceitual com as imagens e descrições da obra dadas em Burry & Burry (2010).



6.2 Análise de Estruturas de Saber: Superfície mínima e curvatura.

6.2.1 As definições de Burry e Burry para superfície mínima e a evolução histórica da teoria de superfícies mínimas

Conforme citado anteriormente, o principal conceito geométrico intrínseco a obra de Minifie é o conceito de ‘superfícies mínimas’, ao qual Burry e Burry associam o conceito de curvatura. Os autores esclarecem que existem duas abordagens principais para a definição de superfícies mínimas: superfícies mínimas encontradas matematicamente e superfícies mínimas conformadas fisicamente (esta última está associada ao conceito de modelos de catenária, que será abordado no capítulo 07 para a análise da obra *Main Station Stuttgart*).

Importante esclarecer inicialmente que superfícies mínimas não pertencem à classe tradicional de superfícies curvas sistematizadas em Rodrigues (1960) e previamente apresentadas no capítulo 3. No entanto, um tipo destas superfícies é também uma superfície mínima, o helicóide não planificável, conforme será visto na sequência.

O conceito de ‘superfícies mínimas’ teve sua delimitação e sistematização a partir do desenvolvimento das geometrias não

euclidianas³² as quais permitiram o desenvolvimento da matemática na área do cálculo e da análise de curvas e superfícies.

Burry e Burry caracterizam o conceito de superfície mínima com a seguinte descrição (2010, pág. 261):

A definição técnica de uma superfície mínima é de uma superfície com valor de curvatura igual a zero (como um plano). Outros exemplos bastante conhecidos e que possuem igual curvatura total oposta são o catenoide (gerado pela varredura de uma curva catenária ao longo de um eixo); o helicóide (gerado pela rotação e translação simultânea de uma linha); a superfície Enneper; e a recentemente descoberta superfície Costa-Hoffman-Meeks, além de inúmeros outros exemplos. A investigação sobre superfícies mínimas iniciou-se com o trabalho de Joseph-Louis Lagrange (1736-1813), quando ele indagou se para cada curva limite arbitrária e complicada existe uma superfície de menor área. Lâminas de sabão em um contorno de arame deformável provaram ser um excelente meio para investigar essa questão. Superfícies mínimas incluem superfícies de área mínima, mas não se limitam a elas. A esfera, apesar de representar uma superfície de menor área para um dado volume, não é uma superfície mínima de acordo com a definição matemática.

³² Segundo Burry & Burry (2010, pág. 262), o matemático grego Euclides (300 a.C) foi o primeiro estudioso a desenvolver em seu tratado *Elements* uma exposição sistemática da geometria de planos e sólidos. No caso da geometria plana ele prova muitos teoremas baseando-se em cinco supostos axiomas. Desses, o quinto postulado, ou postulado das paralelas, sempre teve uma condição diferente dos primeiros quatro; a existência de uma linha reta entre dois pontos, a extensão infinita de uma linha reta, a descrição de qualquer círculo dado seu centro e raio, e a igualdade dos ângulos retos. Com a publicação da geometria hiperbólica e a geometria Riemanniana, que demonstraram múltiplas linhas paralelas através de um ponto e triângulos com soma angular maior que 180°, e nenhuma linha paralela e triângulo somando maior que 180° respectivamente, foi possível provar que nem toda geometria conformava-se ao *Elements* de Euclides. A publicação de Bernhard Riemann, *On the Foundation of Geometry* (Sobre a Fundamentação da Geometria) (1868) e o programa Erlangen de 1872 estabeleceram a ideia de várias geometrias, nem todas Euclidianas.

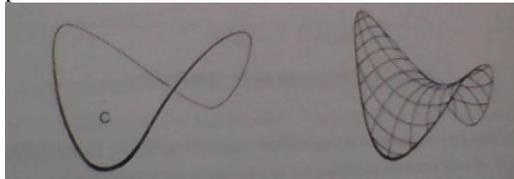
Para compreender as descrições dadas por Burry e Burry, inicialmente é preciso reconhecer o contexto histórico de delimitação do conceito de superfícies mínimas. O seguinte relato histórico baseia-se em Carmo (1987), o qual sintetizou os desdobramentos da teoria de superfícies mínimas a partir dos trabalhos publicados por diversos matemáticos entre os séculos XVIII e XX. A escolha deste autor justifica-se por o mesmo apresentar os conceitos e métodos desenvolvidos ao longo da história com a preocupação de explica-los a partir de um ponto de vista intuitivo, e não somente a partir de formalizações matemáticas, o que facilita a compreensão para aqueles que não possuem uma base matemática dos temas tratados. A maioria dos estudos encontrados que tratam de superfícies mínimas realizam formulações e análises das superfícies a partir de uma linguagem própria do cálculo diferencial (que inclui termos como derivadas, limite, integral, diferenciação, entre outros). Além disso, o relato de Carmo explicita as propriedades geométricas fundamentais das superfícies mínimas, sobre as quais os matemáticos puderam deduzir formulações que propiciaram um grande desenvolvimento da teoria de superfícies mínimas no século XX. O estudo de tais propriedades foi preponderante para a obtenção de vários exemplos de superfícies mínimas, particularmente a superfície mínima que foi utilizada no *Australian Wildlife Health Centre* e que foi obtida pelo matemático brasileiro Celso Costa em 1982. Cabe registrar que se teve acesso a alguns dos estudos mais importantes citados no livro de Carmo, tais como de Courant (1977), Costa (1991), e Osserman (1969; 1986), além de muitos outros trabalhos que decorreram destes estudos. No entanto, a linguagem utilizada por estes autores exige uma formação básica de nível superior em matemática, a qual este pesquisador não possui, pois os conceitos e as propriedades relativas às superfícies mínimas e a obtenção de exemplos são apresentados sempre de um ponto de vista formal. O trabalho de Carmo, de outra maneira, a partir de uma linguagem descritiva e explicativa propiciou um entendimento satisfatório da evolução dos saberes científicos relativos a estas superfícies.

Inicialmente é necessário introduzir uma primeira definição de superfície mínima: Uma *superfície mínima* é a superfície que possui menor área para um dado contorno fixo (OSSERMAN, 1986). Mas o principal atributo das superfícies mínimas está relacionado à característica de sua curvatura: são superfícies para a qual a curvatura média ($k_1 + k_2$) é zero em todos os pontos (CARMO, 1987; POTTMANN et al, 2007; Encyclopedia of Mathematics, 2011). Isto está relacionado ao fato de as superfícies mínimas possuírem equilíbrio

estável. Carmo (1987, pág. 32) introduz a noção de estabilidade das superfícies mínimas:

Imaginemos uma curva fechada C feita de um arame fino, e mergulhemos C em uma solução de água com sabão. Retirando cuidadosamente o contorno C da solução, aparece uma película fina de líquido, que tem em geral a forma de uma superfície regular tendo C como fronteira (Figura 91), e que está em equilíbrio sob a ação da tensão superficial do líquido. É possível provar que esta superfície de equilíbrio tem curvatura média $H=0$. Isto decorre de uma fórmula, devida a Laplace³³, que diz que a pressão em cada ponto exercida pela superfície sobre o meio ambiente é dirigida na direção da normal à superfície e proporcional a H ; como a superfície está em equilíbrio, tal pressão - donde H - se anula em todos os seus pontos. As películas de sabão que são superfícies regulares³⁴ são, portanto, superfícies mínimas. Além disto, tais películas são estáveis no sentido da mecânica, isto é, uma perturbação pequena dá origem a forças que fazem a película voltar à posição inicial.

Figura 91 - Uma película de sabão formada a partir de um contorno C .



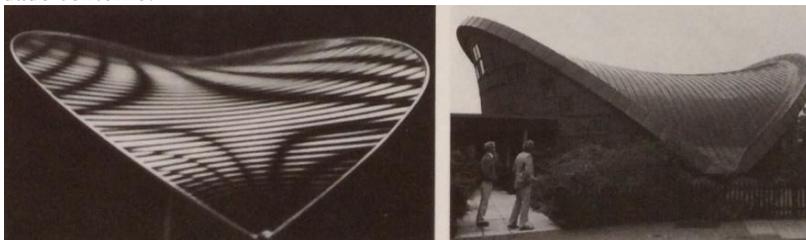
Fonte: Carmo (1987, pág. 32).

A mesma noção pode ser estendida a arquitetura, conforme o exemplo apresentado em Pottmann et al, 2007 (Figura 92).

³³ Pierre Simon Laplace foi um matemático, astrônomo e físico francês (1749 – 1827) que traduziu o estudo geométrico da mecânica clássica usada por Isaac Newton para um estudo baseado em cálculo conhecido como mecânica física. Fonte: https://pt.wikipedia.org/wiki/Pierre-Simon_Laplace

³⁴ É um conjunto bidimensional que é suave em todos os seus pontos. São as superfícies que possuem continuidade. Fonte: Carmo (1987, pág. 7).

Figura 92 - Exemplo na arquitetura de uma superfície mínima a partir de um dado contorno.



Fonte: Pottmann et al (2007, pág. 647).

A teoria da curvatura de superfícies teve seu início com a investigação do matemático Euler a partir de 1760 (trabalho este impresso em 1767) quanto à curvatura das seções planas de uma determinada superfície (Encyclopedia of Mathematics, 2011). Tal investigação resultou na delimitação das definições de ‘curvaturas principais de uma superfície (k_1 , k_2)’, ‘curvatura média (H)’ e ‘curvatura Gaussiana (K)’ de superfícies, conceitos apresentados no capítulo 4 desta tese, durante a caracterização dos conceitos geométricos atribuídos por Burry e Burry à obra do Aeroporto de Beijing.

Embora uma superfície mínima seja caracterizada pela curvatura média igual a zero em todos os seus pontos, os primeiros estudos de superfícies mínimas não foram desenvolvidos a partir da teoria da curvatura nem de explorações com películas de sabão, as quais ocorreram mais tarde com os experimentos de Plateau. As primeiras formulações em relação ao conceito são atribuídas a Lagrange em 1760. Segundo Carmo (1987), no tempo de Lagrange, as relações entre superfícies mínimas e películas de sabão não estavam esclarecidas, e o próprio Lagrange não deu exemplos de superfícies mínimas, exceto o exemplo trivial do plano.

No mesmo ano dos estudos de Euler para a teoria das curvaturas, Lagrange propôs o seguinte problema: ‘Dada uma curva fechada C (sem auto-interseções), achar a *superfície de área mínima que tem esta curva como fronteira*’. Carmo (1987, pág. 29) destaca que “Lagrange apresentou este problema sumariamente, como um mero exemplo de um método por ele desenvolvido para achar curvas ou superfícies que minimizassem certas quantidades, tais como área, comprimento, energia, etc., método hoje denominado de Cálculo das Variações³⁵”. O

³⁵ Cálculo de variações, ramo de matemática preocupado com o problema de encontrar uma função para a qual o valor de uma determinada integral seja o maior

autor destaca que Lagrange utilizou tal ‘método das variações’ para superfícies na forma $z = f(x, y)$ para obter uma equação como condição necessária para que uma superfície tivesse área mínima.

Segundo Carmo as definições de curvatura média e de curvaturas principais não eram conhecidas na época, pois os estudos de Euler não haviam ainda sido publicados. Somente dezesseis anos depois de Lagrange ter obtido tal equação, o matemático Jean Baptiste Meusnier mostrou em 1776 a relação das superfícies mínimas com a teoria das curvaturas, ou seja, “que uma superfície mínima era equivalente ao fato que $k_1 + k_2$ (curvatura média) = 0, e assim ele obteve duas soluções não triviais desta equação” (CARMO, 1987, pág. 35), ‘descobrimo’ mais duas superfícies mínimas além do plano. Carmo destaca que a questão na fórmula de Lagrange é que ela permitia muitas soluções possíveis para o problema proposto, o que a tornava complexa de aplicar para encontrar novas superfícies mínimas. Carmo relata que este fato instigou Meusnier a verificar se existiriam soluções com propriedades adicionais que simplificassem o problema. Uma das hipóteses, por exemplo, é (CARMO, 1987, pág. 36):

[...] se existe uma superfície que além de ser mínima, seja de rotação, gerada pela rotação de uma curva plana em torno de um eixo no plano da curva. A superfície ficaria assim determinada pela curva geratriz e a condição de mínima se transforma em uma condição sobre esta curva, tornando a equação mais simples, por envolver apenas ‘derivadas ordinárias’³⁶. Tais equações

ou o menor possível. Muitos problemas deste tipo são fáceis de indicar, mas suas soluções geralmente envolvem procedimentos difíceis do cálculo diferencial e equações diferenciais. <https://www.britannica.com/science/calculus-of-variations-mathematics>

Pioneiros de cálculo, como Pierre de Fermat e Gottfried Wilhelm Leibniz, viram que a ‘derivada’ deu uma maneira de encontrar máximos (valores máximos) e mínimos (valores mínimos) de uma função $f(x)$ de uma variável real x , uma vez que $f'(x) = 0$ em todos esses pontos. No entanto, os problemas reais de otimização de variáveis não foram os primeiros na história da análise. Desde a antiguidade, os matemáticos procuraram otimizar quantidades que dependiam de variar uma função. <https://www.britannica.com/topic/Calculus-of-Variations-1084417>

³⁶ Derivada, em matemática, é a taxa de mudança de uma função em relação a uma variável. As derivadas são fundamentais para a solução de problemas em cálculos e equações diferenciais. Para curvas geométricas e figuras, isso significa determinar a inclinação, ou tangente, ao longo de uma determinada direção. Ser capaz de calcular as taxas de mudança também permite determinar onde os valores máximos e mínimos ocorrem. Em geral, os cientistas observam a mudança de

são bem mais conhecidas, e a solução, no caso presente é que a curva geratriz é uma catenária, isto é, a curva de equilíbrio de um fio suspenso por suas extremidades e submetido à ação da gravidade. A superfície de rotação gerada pela catenária é chamada 'catenoide'.

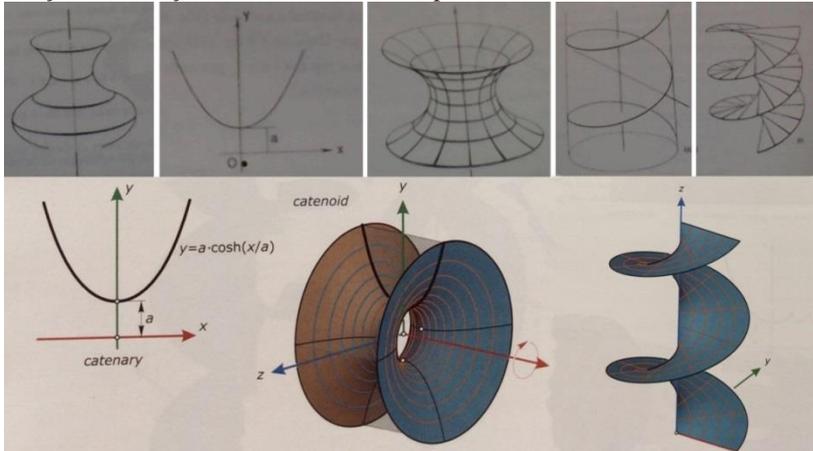
Carmo chama a atenção para o fato de que existe somente uma superfície mínima de rotação, no caso o catenoide, o primeiro exemplo de superfície mínima depois do plano, encontrado por Meusnier em 1776. O outro exemplo obtido por Meusnier é o helicóide, a superfície gerada pela rotação e translação simultâneas de uma linha reta apoiada em duas curvas hélices cilíndrica (POTTMANN et al, 2007). Segundo Carmo, a solução para este caso foi introduzir a condição adicional de “curvas de nível” com função constante, particularmente para expressar apenas retas, obtendo assim a descrição do helicóide de superfície mínima (Figura 6.6), que é o helicóide de plano diretor, de acordo com Rodrigues (1960). Mais tarde, em 1842, Catalan (matemático belga)

sistemas (sistemas dinâmicos) para obter a taxa de mudança de alguma variável de interesse, incorporam essa informação em alguma equação diferencial e usam técnicas de integração para obter uma função que pode ser usada para prever o comportamento original do sistema sob diversas condições. O cálculo de uma derivada é denominado de diferenciação. Essencialmente, a integração generaliza o processo de resumir muitos fatores pequenos para determinar algum todo. Fonte: Encyclopædia Britannica (<https://www.britannica.com/topic/derivative-mathematics>; <https://www.britannica.com/topic/analysis-mathematics/Calculus>)

Origem do termo Derivada: No século XVII Fermat percebeu que existia uma relação entre o problema de determinar extremos em geral e de determinar tangentes a curvas, sendo esta ideia o embrião do conceito de derivada. Fermat, contudo, não dispunha de notação apropriada para descrever uma derivada e o conceito de limite não estava ainda claramente definido. No séc. XVII Leibniz algebriza o Cálculo Infinitesimal, introduzindo os conceitos de variável, constante e parâmetro, bem como a notação dx e dy para designar a menor possível das diferenças em x e em y . Desta notação surge o nome do ramo da Matemática conhecido hoje como "Cálculo Diferencial". Assim, embora só no século XIX Cauchy introduza formalmente o conceito de limite e o conceito de derivada, a partir do séc. XVII, com Leibniz e Newton, o Cálculo Diferencial torna-se um instrumento cada vez mais indispensável pela sua aplicabilidade aos mais diversos campos da Ciência. Fonte: <https://www.somatematica.com.br/historia/derivadas.php>.

Equação diferencial ordinária, em matemática, é uma equação relativa a uma função f de uma variável a suas derivadas. O adjetivo ordinário aqui se refere às equações diferenciais envolvendo uma variável, como distinto de tais equações envolvendo várias variáveis, chamadas equações diferenciais parciais. Fonte: Encyclopædia Britannica (<https://www.britannica.com/topic/ordinary-differential-equation>)

provou que o helicóide é, exceto o plano, a única superfície mínima regrada, ou seja, gerada por retas, ou como descreve Carmo (1987, pág. 38) “por cada ponto da superfície passa uma reta contida na superfície”. Figura 93 - Superfícies mínimas encontradas por Meusnier em 1776: O catenoide gerado pela rotação de uma catenária e o helicóide gerado pela rotação e translação simultâneas de retas apoiadas em hélices.



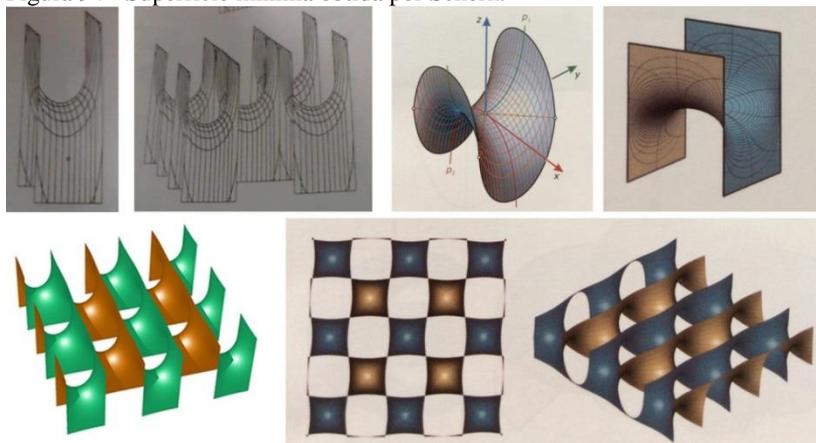
Fonte das imagens: Carmo (1987, págs. 36-38) e Pottmann et al (2007, pág. 651-652).

Carmo cita que durante muito tempo estes foram os únicos exemplos de superfícies mínimas e somente em 1835 Scherk (matemático alemão) obteve um novo exemplo introduzindo na equação de Lagrange a condição que as variáveis poderiam ser ‘separadas’, fazendo assim uma substituição das derivadas parciais³⁷ por derivadas ordinárias (derivadas de uma função com uma única variável), obtendo com isto uma equação cuja integração é facilmente obtida. Esta equação consegue representar uma parte de uma superfície que ficou conhecida como superfície de

³⁷ Derivada parcial, no cálculo diferencial, é a derivada de uma função de várias variáveis em relação à mudança em apenas uma de suas variáveis. Derivados parciais são úteis para analisar superfícies para pontos máximos e mínimos e dar origem a equações diferenciais parciais. Tal como acontece com os derivados comuns, uma primeira derivada parcial representa uma taxa de mudança ou uma inclinação de uma linha tangente. Para uma superfície tridimensional, duas primeiras derivadas parciais representam a inclinação em cada uma das duas direções perpendiculares. As derivadas parciais segundo, terceiro e superior dão mais informações sobre como a função muda em qualquer ponto. Fonte: Encyclopædia Britannica (<https://www.britannica.com/topic/partial-derivative>)

Scherk. Tal parte da superfície se estende sobre um quadrado, no qual residem retas que pertencem à superfície (Figura 94). Carmo (1987, pág. 39) destaca que “por uma propriedade geral das superfícies mínimas – uma superfície mínima que contém uma reta é simétrica em relação a esta reta – ela se estende por simetria de modo a cobrir uma parte do plano constituída por quadrados não consecutivos (como as casas de um tabuleiro de xadrez)”.

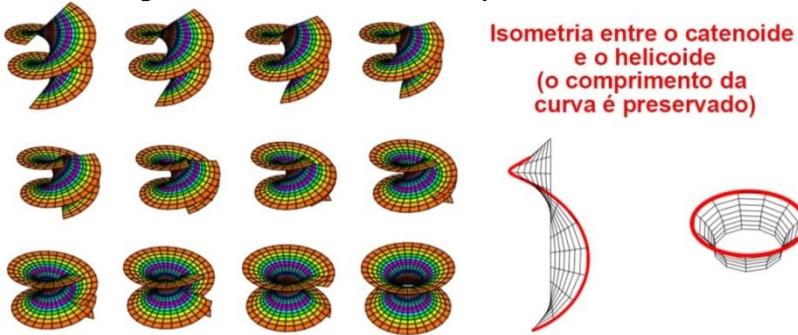
Figura 94 - Superfície mínima obtida por Scherk.



Fonte: Carmo (1987, pág. 41), Pottmann et al (2007, pág. 654) e <http://museosvirtuales.azc.uam.mx/emuseo/perceptualizacionmatematica/>.

Segundo o relato de Carmo, Scherk ainda obteve outros exemplos de superfícies mínimas e provou que o helicóide e o catenoide são apenas dois elementos de uma família de superfícies mínimas, denominada de ‘família associada’ ao catenoide, no qual é possível deformar continuamente o catenoide (a menos de um meridiano) em uma volta completa do helicóide (Figura 95). O autor explica que tal tipo de transformação é isométrica, isto é, os comprimentos das curvas são preservados ao longo da deformação.

Figura 95 - Família associada do catenoide: deformação do helicoides para o catenoide e regiões isométricas entre as duas superfícies.

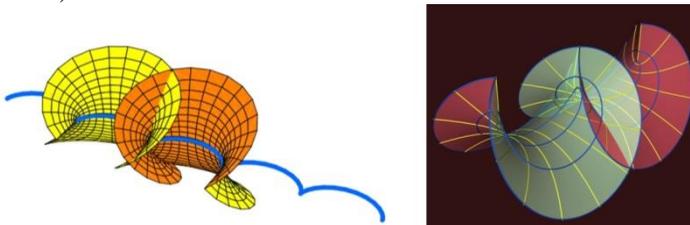


Fonte da imagem:

<http://webmath2.unito.it/paginepersonali/sergio.console/CurveSuperfici/AG16.pdf>

No ano de 1855, outra superfície mínima foi descoberta pelo matemático belga Eugène Charles Catalan (Figura 96), a qual, segundo o site da Universidade de Indiana (<http://www.indiana.edu/~minimal/archive/Bjoerling/Bjoerling/catalan/web/index.html>), possui uma curva central de cicloide³⁸ e é uma das poucas superfícies mínimas que foram encontradas antes do advento da representação de Weierstrass (representação paramétrica de superfícies mínimas, desenvolvida cem anos depois dos primeiros exemplos, em 1866).

Figura 96 - Superfície mínima de Catalã, contendo uma curva cicloide como geodésica (imagem à esquerda) e uma família de curvas parábolas (imagem à direita).



Fonte:

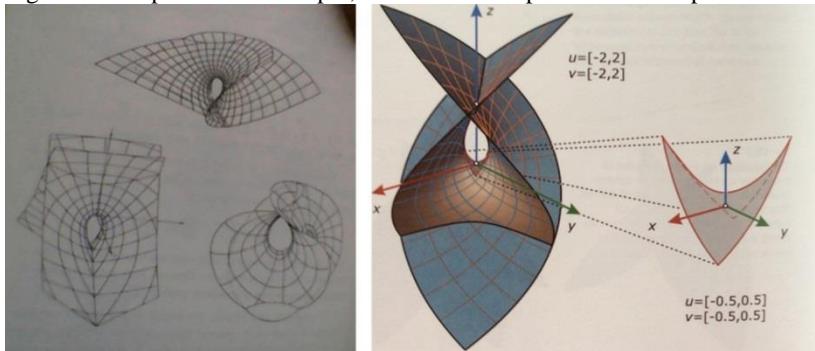
<http://webmath2.unito.it/paginepersonali/sergio.console/CurveSuperfici/AG16.pdf> e <http://www.indiana.edu/~minimal/archive/Bjoerling/Bjoerling/catalan/web/index.html>

³⁸ Chama-se **cicloide** a curva definida por um ponto de uma circunferência que rola sem deslizar sobre uma reta. Fonte: <https://pt.wikipedia.org/wiki/Cicloide>

Em Abbena et al (2006) é mencionado que tal cicloide é uma ‘geodésica’ da superfície (a curva em azul à esquerda da mesma Figura), sendo esta uma propriedade especial, e a superfície é também varrida por uma família de parábolas (curvas em amarelo à direita da mesma Figura).

Carmo, no entanto, não faz qualquer referência ao histórico de obtenção desta superfície. Carmo ainda inclui nestes primeiros exemplos de superfícies mínimas uma superfície descrita no ano de 1864 por Enneper (Figura 97), a qual, para o autor, se destaca pela simplicidade das funções que a representam, neste caso envolvendo somente somas e produtos. As superfícies anteriores tinham representações dadas por ‘funções transcendententes’ (que envolve de maneira essencial a função exponencial).

Figura 97 - Superfície de Enneper, obtida em 1864 por Alfred Enneper.



Fonte: Carmo (1987, pág. 44) e Pottmann et al (2007, pág. 650).

A particularidade desta superfície é que em sua representação paramétrica³⁹ os pontos u, v , de uma região suficientemente pequena do espaço bidimensional - em notação matemática o espaço \mathbb{R}^2 -

³⁹ Em uma representação paramétrica de uma superfície pertencente a um espaço tridimensional (E^3), as coordenadas x, y e z ficam definidas em função de dois parâmetros u, v , que percorrem um domínio (intervalo) aberto de um plano no qual u e v são introduzidos como coordenadas. As parametrizações embora introduzam elementos estranhos aos objetos geométricos, são às vezes indispensáveis para dar precisão na descrição de exemplos e para provar fatos gerais. Por exemplo, a maneira mais adequada de descrever a noção de suavidade é dizer que as funções de qualquer representação paramétrica admitem derivadas contínuas de todas as ordens e que, além disto, as derivadas primeiras satisfazem uma condição adicional, chamada condição de regularidade (em curvas isso significa que o vetor tangente, o vetor que exprime a velocidade da tangente à curva da parametrização, nunca se anula). Fonte: Carmo (1987, pág. 11).

conseguem descrever uma superfície regular no espaço tridimensional - em notação matemática o espaço R^3 - que é mínima, em que a imagem inteira se intersecta ao longo de duas curvas da superfície (Figura 97). Segundo Pottmann et al (2007) a superfície de Enneper é uma superfície mínima polinomial, cujas curvas assintóticas e linhas de curvatura principais são curvas cúbicas.

Para Carmo, embora tenha havido um esforço de várias gerações de matemáticos, uma solução completamente satisfatória da equação de Lagrange só foi obtida mais tarde por Weierstrass, em 1866, mais de cem anos após a definição de superfície mínima. O autor descreve que a solução de Weierstrass só foi possível com o desenvolvimento da teoria das ‘funções de variáveis complexas’⁴⁰ e sua relação essencial com as superfícies mínimas, sendo que o estudo específico desta teoria não faz parte do escopo desta tese. Weierstrass utilizando o conhecimento obtido até então sobre tal área da matemática, desenvolveu uma representação paramétrica de superfícies que resulta sempre na descrição de uma superfície mínima. Com este avanço, foi possível obter uma infinidade de exemplos de superfícies mínimas. Com a representação de Weierstrass também foi possível descrever parametricamente as superfícies mínimas que tinham sido obtidas até então. Esta representação tem um papel importante na investigação teórica de superfícies mínimas, pois permite definir-se toda uma família associada a uma superfície mínima (CARMO, 1987, pág. 46-47).

Entre 1843 e 1869 o físico belga J. Plateau realizou experimentos com películas de líquido sob a ação da tensão superficial. Tais experimentos permitiram comprovar fisicamente a existência de superfícies mínimas (estáveis) para qualquer contorno ‘razoável’ (CARMO, 1987). Com isto, tornou-se um desafio para os matemáticos obter uma prova dos resultados experimentais de Plateau e a questão proposta por Lagrange em 1760, que era, segundo Carmo (1987, pág. 68) “admitidamente vaga”, passou a ser conhecida como o *problema de Plateau*: “*Determinar a superfície mínima passando por uma curva*

⁴⁰ É a função definida como: Seja A um conjunto de números complexos. Se z denota qualquer um dos números do conjunto A , então z é denominado uma variável complexa. Se existe uma correspondência entre os valores da variável complexa z para com outra variável complexa w para cada valor possível de z (elementos do conjunto A), então w é uma função da variável complexa z no conjunto A sendo esta função denotada como $w = f(z)$. O conjunto A é usualmente algum domínio, chamado domínio de definição da função w .

Fonte: Wikipedia (https://pt.wikipedia.org/wiki/An%C3%A1lise_complexa)

fechada dada”. Vários matemáticos importantes da época (como Riemann, Weierstrass e Schwarz) foram atraídos por tal desafio e apenas alguns casos especiais puderam ser resolvidos (como certos tipos de contornos poligonais). No início do século XX, segundo Carmo (1987, pág. 68), “a situação era tal que Darboux⁴¹ escreveu no primeiro volume que publicou de um exaustivo tratado sobre superfícies: ‘*A análise matemática não pôde até agora imaginar um método geral que permita começar o estudo desta bela questão*’.” Estas tentativas eram no sentido de determinar explicitamente uma superfície mínima limitada pelo contorno dado.

Carmo destaca que no começo do séc. XX houve uma mudança do ponto de vista em relação a problemas de superfícies mínimas, renunciando-se a determinação de uma solução explícita e tentando-se primeiro provar a existência de famílias de superfícies mínimas para logo estudar suas propriedades.

Vários desdobramentos desta questão foram dados por matemáticos do século XX, cabendo destacar, segundo Carmo, como uma contribuição definitiva em torno de 1930, a aplicação de funções de minimização de área dada por J. Douglas (matemático americano) e T. Radó (matemático húngaro), ideia que foi um pouco modificada por Richard Courant (matemático alemão), ao substituir a minimização de área pela minimização de energia na função. Decorre que quando se minimiza a energia, a área também é minimizada, o que permitiu obter com este método uma parametrização especial, denominada de parametrização *isotérmica*. Carmo explica que de maneira geral as aplicações que minimizam a energia são denominadas de *aplicações harmônicas* e desempenham um papel importante em matemática. O autor descreve que a prova da existência de solução para o problema de Plateau, dada por Douglas-Courant, utilizou métodos de Análise desenvolvidos nas primeiras décadas do séc. XX, justificando desse modo as ideias profetizadas por Darboux sobre a necessidade da criação de novos métodos em Análise “para iniciar o estudo desta bela questão”.

⁴¹ Jean Gaston Darboux foi um matemático francês que fez várias contribuições importantes para geometria e análise matemática. Ele foi biógrafo de Henri Poincaré e editou as obras selecionadas de Joseph Fourier. Obteve Ph.D. da École Normale Supérieure em 1866. A contribuição de Darboux para a geometria diferencial das superfícies aparece na coleção de quatro volumes de estudos que publicou entre 1887 e 1896.

Fonte: Wikipedia (https://en.wikipedia.org/wiki/Jean_Gaston_Darboux).

Para Carmo o problema de Plateau e seus desdobramentos constituem hoje um domínio ativo e desafiante em Matemática, especialmente na conexão indistinguível da Geometria com a Análise, por ter desempenhado na história um papel essencial no desenvolvimento de novos métodos, talvez a função mais importante de um problema fundamental em Matemática.

Conforme anteriormente citado, a evolução dos estudos sobre superfícies mínimas no séc. XX residiu principalmente no estudo das propriedades dos exemplos encontrados até então, sua categorização e a utilização de tais propriedades para o desenvolvimento de formulações e provas essenciais ao cálculo matemático para obtenção de novos exemplos de superfícies mínimas. As propriedades estudadas, segundo Carmo, referem-se principalmente a curvatura total finita da superfície⁴², a sua equivalência topológica⁴³ (Figura 98), a estrutura conforme da superfície⁴⁴ (Figura 99), a característica de seus fins⁴⁵ (Figura 100) e a

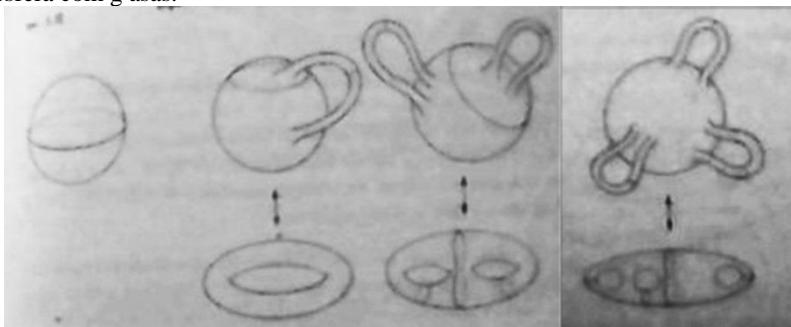
⁴² A curvatura de uma superfície pode ser medida por sua imagem esférica (denominada de aplicação normal, aplicação esférica ou aplicação de Gauss, que é uma projeção da superfície sobre a superfície da esfera): se ela for finita, cobrirá uma parte da esfera ou se sobreporá sobre a esfera um número limitado de vezes; se for infinita, o número de sobreposições sobre a esfera também será infinito, não podendo assim a curvatura total ser medida. Diz-se, neste caso, que a superfície tem **curvatura total infinita**. Exemplo: o helicóide. Fonte: elaboração própria a partir de Carmo (1987).

⁴³ Uma superfície é *equivalente topologicamente* (homeomorfismo) à outra superfície quando é possível passar de uma para outra por uma transformação bijetiva, contínua e cuja inversa também é contínua. Por exemplo, a esfera menos um ponto é homeomorfa ao plano (por projeção estereográfica ou ao deformá-la sobre um disco do plano), a esfera menos dois pontos é homeomorfa ao cilindro, etc. É possível dar uma descrição completa de todos os tipos topológicos possíveis para o caso das superfícies fechadas em R^3 que são orientáveis. O toro é decorrente de uma esfera com uma asa, o bitoro de uma esfera com duas asas, e em geral existem superfícies em R^3 que são homeomorfas a uma esfera com g asas. O número de asas da esfera original caracteriza o tipo topológico da superfície obtida por equivalência topológica. Fonte: Carmo (1987, pág. 93-95); Pottmann et al (2007); Mitchell (2008).

⁴⁴ Há uma *equivalência conforme* entre duas superfícies se existe uma transformação suave, bijetiva, com inversa suave, que preserve os ângulos das curvas que se cortam. Por exemplo, um plano e um disco são topologicamente equivalentes, mas não conformemente equivalentes. Já a esfera menos um ponto é ao mesmo tempo topologicamente e conformemente equivalente ao plano. A *estrutura conforme* de uma superfície mínima se refere à propriedade de uma superfície mínima completa de curvatura total finita ser conformemente equivalente a uma superfície fechada S menos um número finito de pontos. Por exemplo, o plano é conformemente equivalente a uma esfera menos um ponto; o catenoide é conformemente

propriedade de ser uma superfície mergulhada (que não possui auto-interseções). Segundo Carmo, as superfícies mínimas completas⁴⁶ e de curvatura total finita permitem obter-se uma descrição razoável de sua estrutura conforme, por isso a determinação de tais propriedades foi fundamental para a formalização de exemplos de superfícies mínimas.

Figura 98 - Homeomorfismo de superfícies pela equivalência topológica a uma esfera com g asas.



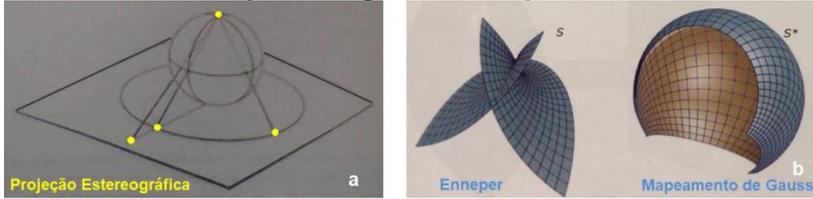
Fonte: Carmo (1987, pág. 95).

equivalente a uma esfera menos dois pontos; e assim sucessivamente outras superfícies mínimas podem ser definidas por uma transformação de *equivalência conforme* sobre uma superfície fechada em R^3 . Fonte: Carmo (1987, pág. 96-97). Segundo Pottmann et (2007), é um tipo de transformação não-linear em que os mapeamentos que preservam os ângulos são obtidos através de funções complexas.

⁴⁵ Carmo (1987, pág. 97 - 99) descreve que o conceito de fins de uma superfície mínima está relacionado com a sua estrutura conforme (mais especificamente o número de pontos omitidos pela transformação topológica) e com a direção do vetor normal unitário da orientação da superfície mínima S , o qual tende para um limite bem definido. Em outras palavras existe um domínio pequeno D_i (uma região) da superfície mínima que contém um ponto π_i que é chamado de fim da superfície. Por exemplo, o plano é conformemente equivalente a uma esfera menos um ponto (por projeção estereográfica) e tem um único fim; o catenoide é conformemente equivalente a uma esfera menos dois pontos e tem, portanto, dois fins. Do ponto de vista conforme, então, uma superfície mínima de curvatura total finita é uma esfera com g asas e k fins. A afirmação sobre o vetor normal significa que qualquer que seja a maneira que uma sequência de pontos de um fim “se afasta para o infinito”, os vetores normais desta sequência tendem para um mesmo limite que é denominado o vetor normal do fim. No catenoide, por exemplo, os vetores normais dos fins são dois vetores opostos.

⁴⁶ Uma superfície S é chamada completa se ela não possui pontos na fronteira que possam ser atingidos por uma curva em S de comprimento infinito. Intuitivamente, é aquela na qual se pode percorrer qualquer distância em qualquer direção sem sair da superfície. Fonte: Carmo (1987).

Figura 99 - a. A projeção estereográfica é uma equivalência conforme entre a esfera menos um ponto e o plano. b. Uma transformação equivalente conforme (tal como o mapeamento esférico gaussiano de uma superfície mínima para a esfera de uma unidade) preserva ângulos de interseção de curvas.



Fonte: Pottmann et al (2007, pág. 649).

Figura 100 - A noção de fins de uma superfície mínima: À esquerda, um toro com três fins; À direita, caracterização dos fins de duas superfícies mínimas e a direção de seus vetores normais no fim.

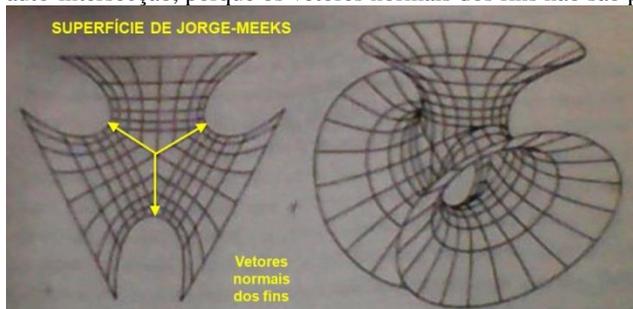


Fonte: Elaborado a partir de Carmo (1987, págs. 98 – 99).

Jorge e Meeks III, por exemplo, desenvolveram um teorema a respeito da relação entre a característica dos fins e a presença de auto-interseções na superfície, o qual permitiu delimitar várias superfícies com a particularidade de possuírem fins mergulhados (que não se intersectam), embora algumas superfícies apresentassem auto-interseção (por seus fins se intersectarem quando prolongados), conforme ilustrado na Figura 101.

Segundo Carmo (1987, pág. 110), “o teorema de Jorge-Meeks permite um melhor entendimento das superfícies mínimas completas com curvatura total finita, em particular, aquelas cujos fins são mergulhados”.

Figura 101 - Superfície mínima completa da família de Jorge-Meeks. A superfície é conformemente equivalente a uma esfera menos três pontos, e os fins são mergulhados, mas a superfície não é mergulhada, ou seja, ela possui auto-intersecção, porque os vetores normais dos fins não são paralelos.



Fonte: Carmo (1987, pág. 115).

Até 1982, de acordo com Carmo, acreditava-se que as únicas superfícies mergulhadas eram o plano, o catenoide, o helicoides e a superfície de Scherk. No entanto a superfície de Scherk não é do tipo topológico finito e o helicoides não possui curvatura total finita, sua curvatura total é de $-\infty$. Portanto, os únicos exemplos de superfícies mínimas mergulhadas e de curvatura total finita eram o plano e o catenoide. O autor destaca que a procura de um terceiro exemplo de superfície mergulhada e com curvatura total finita durante muito tempo encontrou dificuldades. Destaca-se que os matemáticos já tinham formulado que tal exemplo de superfície deveria ter mais de um fim, dado que somente o plano poderia se caracterizar como uma superfície deste tipo com um único fim. A generalização de R. Schoen⁴⁷ mostrou este resultado e também que uma superfície deste tipo e com dois fins só poderia ser um catenoide. Daí que o terceiro exemplo a ser procurado, teoricamente, deveria ter pelo menos três fins. Além disso, para que toda a superfície não tivesse auto-intersecção, os vetores normais aos seus fins deveriam ser paralelos no espaço tridimensional. Esta é a condição para que os fins não se interseccionem quando prolongados.

Outras propriedades para tal exemplo também foram comprovadas por Jorge e Meeks, tal como o número de pontos omitidos da esfera quando ocorre a transformação topológica entre a esfera e um tipo de superfície mínima, que deveria ser maior ou igual a seis. Até então já tinham sido obtidas superfícies mínimas que omitem 1, 2, 3 e 4 pontos

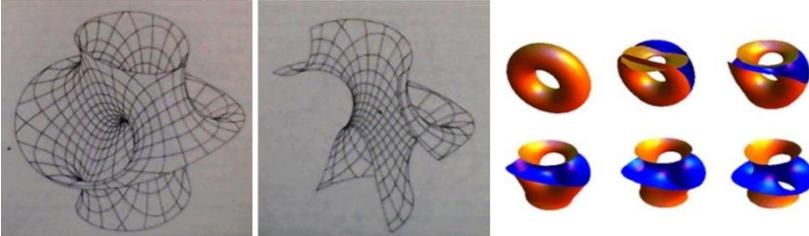
⁴⁷ Matemático americano conhecido por seu trabalho em Geometria Diferencial.

de uma esfera equivalente na transformação topológica. Mas nem todos os casos eram de superfícies mergulhadas e com curvatura total finita. Ainda havia uma questão em aberto em relação ao número de cinco pontos da esfera a serem omitidos, se esta condição poderia gerar uma superfície mínima ou não.

Ainda segundo o relato de Carmo, estas condições para encontrar uma superfície mínima com curvatura total finita e mergulhada pareciam tão contraditórias ao ponto que, alguns matemáticos tentaram provar, sem sucesso, que um exemplo nestas condições não existiria.

No entanto, em 1982, o brasileiro Celso José da Costa, em sua Tese de Doutorado no IMPA, obteve as equações do terceiro exemplo procurado. Trabalhando com a representação de Weierstrass para funções definidas em um toro (funções elípticas), Costa obteve um exemplo conformemente equivalente ao toro menos três pontos, que é mergulhada e de curvatura total finita. Dois dos fins de tal superfície são em catenoide e o terceiro fim se aproxima assintoticamente de um plano (fim planar), os fins são mergulhados e os vetores normais dos três fins são paralelos, como requerido pela teoria para que a superfície inteira seja mergulhada e não apenas os seus fins (Figura 102).

Figura 102 - À esquerda e ao centro, a superfície de Costa e um corte da superfície por um plano vertical. Fonte da imagem: Carmo (1987, pág. 117-118); À direita, a topologia da superfície de Costa, a partir de um toro circular.

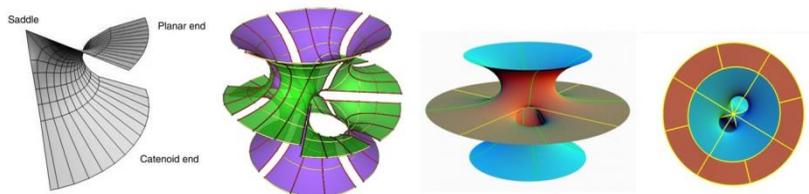


Fonte da imagem: Carmo (1987, pág. 117-118); À direita, a topologia da superfície de Costa, a partir de um toro circular. Fonte da imagem: <https://victorcdt.wordpress.com/2013/09/08/12/>

Carmo descreve que, em função da natureza da superfície, era fácil verificar que seus fins não se intersectavam, mas restava verificar se o mesmo acontecia com seu núcleo, ou seja, se ele não tinha auto-interseções. Costa não conseguiu provar este fato, mas os integrantes de sua banca de defesa, entre eles o prof. Jorge e o prof. Meeks, apontaram a importância, como trabalho futuro, de colocar as equações em um programa de computação gráfica, para verificar as condições do núcleo da superfície.

A existência de tal superfície foi comunicada por L. Jorge a Ossermann e este por sua vez comunicou o fato a David Hoffman, da Universidade de Amherst, que estava iniciando seu interesse em computação gráfica. Este com a colaboração de T. Hofman (um especialista em computação gráfica sem parentesco algum com David Hoffman) colocou as equações de Costa em um programa e pode verificar que era de fato mergulhada, inclusive em relação ao seu núcleo. Carmo descreve que a visão espacial permitiu ainda ver suas simetrias (Figura 103), as quais estavam “escondidas” nas equações de Costa, mas que eram de fácil verificação pelas imagens digitais. A partir destas simetrias foi possível obter em março de 1984 uma prova matemática de que a superfície de Costa é mergulhada e é de fato o terceiro exemplo procurado pelos matemáticos ao longo da história.

Figura 103 - Os fins da superfície de Costa e as suas simetrias de reflexão e de rotação.



Fonte das imagens: <http://www.indiana.edu/~minimal/essays/costa/index.html>;
<http://www.indiana.edu/~minimal/archive/Tori/Tori/Costa/web/index.html>;
<http://www.indiana.edu/~minimal/maze/costa.html>.

Em janeiro de 1985 D. Hoffman e W. Meeks comunicaram o fato no *Bulletin* da *American Mathematical Society*, assim como também a existência de outros exemplos mergulhados com três fins e simetrias que são semelhantes à da superfície de Costa. Calhban, Hoffman e Meeks ainda anunciaram a existência de outros exemplos de superfícies mínimas completas e mergulhadas, com quatro fins. Segundo Carmo, isto fez com que a situação no final do século XX estivesse em plena ebulição em relação à obtenção matemática de exemplos de superfícies mínimas, propiciando a definição de uma infinidade de exemplos com grau elevado de complexidade.

A exposição histórica anterior permitiu identificar a importância do papel desempenhado pela computação gráfica digital na comprovação de que o núcleo da superfície de Costa também era mergulhado. David Hoffmann (1987) conta em detalhes esta questão em seu artigo publicado no *Mathematical Intelligencer*.

A partir da explicitação da estrutura de saberes das superfícies mínimas é possível fazer alguns questionamentos iniciais sobre afirmações específicas do relato de Burry e Burry: a primeira delas é que a superfície utilizada no centro de tratamento de animais nativos é de Costa-Hoffman-Meeks, e não a superfície de Costa, somente. É certo que as investigações de Hoffman e Meeks comprovaram que a superfície de Costa não possuía autointerseções igualmente em sua parte interior, ou seja, em seu núcleo, já que Hoffman colocou as fórmulas de Costa em um programa de computação gráfica para visualizar a superfície e Meeks comprovou ser ela mergulhada obtendo uma prova matemática. No entanto, Costa foi quem imaginou esta superfície e comprovou sua existência ‘descobrimo-a’ por meio de cálculos, como resultado de uma tese de doutoramento. Importante destacar que o próprio arquiteto da obra, Paul Minifie, em sua tese de doutorado (MINIFIE, 2010), faz referência à superfície da obra em seu texto como sendo unicamente ‘a superfície de Costa’.

A segunda questão se refere à Burry e Burry afirmarem que a superfície é do gênero 3, por ter três furos. No entanto, o título da tese de Celso Costa, *Imersões mínimas completas em R^3 de gênero um e curvatura total finita*, traz explícito que a superfície é do gênero 1; Hoffman (1987, pág. 09) também afirma ser esta superfície de gênero 1; se forem analisadas as definições de Carmo (1987) para a atribuição do grau das superfícies em geral, ve-se que um toro com um furo é topologicamente equivalente a uma esfera com uma asa e esta distinção é que caracteriza o gênero da superfície. Como a superfície de Costa é equivalente topologicamente a um toro com um único furo, ou seja, um toro equivalente a uma esfera com uma alça, parece ser lógico a superfície de Costa ser do gênero 1. O fato de a superfície estar configurada com três furos pode ter gerado a confusão a respeito do seu gênero. Uma superfície de gênero três, segundo Carmo, é equivalente topologicamente a uma esfera com três alças, o que não é o caso da superfície de Costa. As caracterizações de Carmo quanto ao gênero de uma superfície deixam claro que, topologicamente, a superfície de Costa é equivalente a um toro com um único furo, o qual é equivalente a uma esfera com uma única alça, por isso o seu gênero é 1. Carmo (1987, pág. 120) cita que “Costa (na época o artigo de referência estava em preprint) (1989) anunciou que o seu exemplo é o único possível (a menos de movimentos rígidos e homotetias) para o caso de gênero 1 e três fins, contando que dois fins sejam do tipo catenoide e um do tipo planar, sendo que as técnicas de Costa provavelmente não se aplicam para gênero maior que 1”.

Segundo Verzea (2012), os primeiros exemplos definidos matematicamente, exceto o de Costa, integram superfícies mínimas cujas parametrizações são simples. O autor destaca que a superfície mínima descoberta por Celso Costa em 1982 possui uma parametrização bem mais complexa, mesmo pertencendo em álgebra ao mesmo grupo diédrico de simetrias. Enquanto Costa foi o primeiro a ter imaginado a superfície e tê-la descrito por meio de funções elípticas (CARMO, 1987), parametrizá-la seria muito difícil e a primeira parametrização teve que esperar até 1986 (VERZEA, 2012).

Cabe destacar que o relato histórico configurou-se como uma explicitação do saber relacionado às condições de obtenção dos diversos exemplos de superfícies mínimas, basicamente em função de suas propriedades essenciais que foram reconhecidas ao longo da evolução da teoria de tais superfícies. Estas propriedades auxiliam a compreender a estrutura geométrica que conformam as superfícies mínimas, sendo esta indispensável para as atividades de modelagem paramétrica e a utilização de tais superfícies em atividades de projeto.

No entanto, uma abordagem que promova uma relação mais efetiva entre superfícies mínimas e arquitetura se faz necessário. Esta relação foi encontrada nos estudos de Perez-Garcia e Gómez-Martínez (2009), Allgayer (2009) e Bertol (2011), que discutem as propriedades ‘naturais’ e arquitetônicas de tais superfícies.

6.2.2 Superfícies mínimas em estruturas da natureza

Instigada pelos estudos de Haeckel em fins do séc. XIX sobre a morfologia de organismos vivos, Bertol (2011) estabeleceu relações entre o conhecimento geométrico e exemplos de estruturas encontradas na natureza, desenvolvendo uma análise integradora entre a geometria, o processo de design e a eficiência estrutural de tais estruturas.

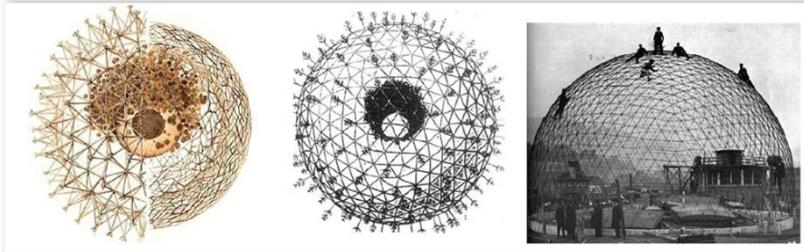
Segundo a autora, a motivação de que a natureza possa se caracterizar como uma tendência que leva a uma abordagem interdisciplinar em design reside no fato de a beleza das formas encontradas na natureza serem reforçada pela sua funcionalidade, oferecendo, além da inspiração estética, estratégias de design e eficiência estrutural.

Nesse sentido, as ‘ciências naturais’, auxiliam simultaneamente a compreender a lógica do mundo natural e oferecem “lições para o desenho de formas artificiais” (BERTOL, 2011, p. IV). Por meio do estudo das formas naturais é possível identificar que a geometria possui uma estrita relação com a estrutura de tais formas, a qual, de

acordo com a mesma autora, engloba uma caracterização que pode ser aplicada para a maioria dos fenômenos e objetos do mundo real.

Bertol (2011, pág. IV) remete a definição de D'Arcy Thompson (1917) da forma como ‘um diagrama de forças’ para justificar que esta ideia pode ser tomada como “um ponto de partida para um discurso arquitetônico contemporâneo”. Baseando-se em tal ideia, a definição das formas no ambiente construído deveria então ser impulsionada por intuição estrutural em um diálogo entre geometria, estética e materiais. Bertol cita, como fundamental para alcançar equilíbrio estrutural, a recorrência na natureza de triângulos e hexágonos (Figura 6.17), sendo o triângulo a figura de base para tal propósito.

Figura 104 - Radiolária desenhada por E. Haeckel (1872) e forma geodésica do Planetário em Jena (C. Zeiss).



Fonte das imagens: Perez-Garcia e Gómez-Martínez (2009).

Na arquitetura, as geodésicas propostas por Buckminster Fuller são um exemplo de aplicação desta abordagem. Segundo a autora, este princípio de equilíbrio pode ser alargado a processos biológicos, tais como a divisão celular e crescimento.

Bertol (2010) relata que Plateau ao fazer suas observações em bolhas de espuma de sabão identificou que estas no plano bidimensional se cruzam em três vértices de um ângulo que tende a ser de 120° e em três dimensões, via quatro vértices semelhantes aos ângulos de um tetraedro. Posteriormente aos experimentos de Plateau, D'Arcy Thompson (1917) reconheceu que os mesmos princípios geométricos se aplicam a células vivas, que seguem os princípios da tensão superficial com base na eficiência energética: Células *hexagonais* convergindo em agregados a cerca de ângulos 120° são uma característica muito comum de formas na natureza.

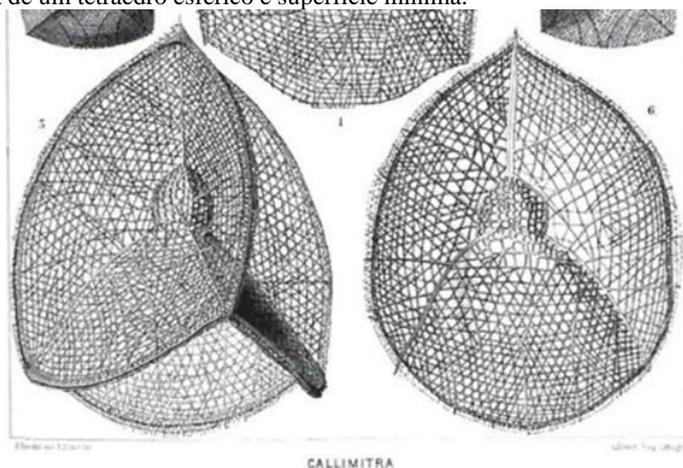
Os experimentos de Plateau com formas de bolhas de sabão e sua configuração evoluiu para o desenvolvimento de uma teoria de uma classe especial de superfícies, denominadas de *superfícies mínimas*,

conforme visto anteriormente, e que são superfícies recorrentes na natureza.

O hexágono tem a propriedade de minimizar áreas de superfícies, assim como ocorre com as superfícies mínimas descobertas por Plateau. O padrão hexagonal é descrito como ladrilho de área de superfície mínima: com este padrão, as abelhas minimizam a quantidade de cera necessária para a construção da colmeia (BERTOL, 2011). A autora destaca que o favo de mel é um exemplo perfeito de uma forma gerada como resposta à eficiência estrutural e economia de material. Outros padrões hexagonais que exercem princípios de equilíbrio e eficiência estrutural são o das asas das libélulas e da lama rachada de formações geológicas.

A radiolária (organismos unicelulares, caracterizados por um esqueleto mineral, que, na maioria dos casos, é feita de sílica - dióxido de silício) também integra os conceitos anteriormente citados. A *Callimetra Nassellaria*, desenhada por Haeckel (Figura 105), tem a forma de um tetraedro esférico, com as faces que se assemelham as superfícies experimentadas por Plateau para a definição das superfícies de área mínima.

Figura 105 - Radiolária *Callimetra* desenhada por E. Haeckel (1872) com a forma de um tetraedro esférico e superfície mínima.



Fonte: Bertol (2011)

Para Allgayer (2009) a questão fundamental em superfícies mínimas é o equilíbrio de tensões. Dessa maneira, as configurações

que são assumidas decorrem da busca em anular as forças externas e internas que atuam sobre os limites físicos da matéria que constitui estas superfícies. Ao buscar o equilíbrio, a superfície de área mínima é configurada, como o objetivo de alcançar o melhor aproveitamento de sua tensão superficial, tendo como principais características a redução de material, a otimização das tensões de trabalho e o equilíbrio energético.

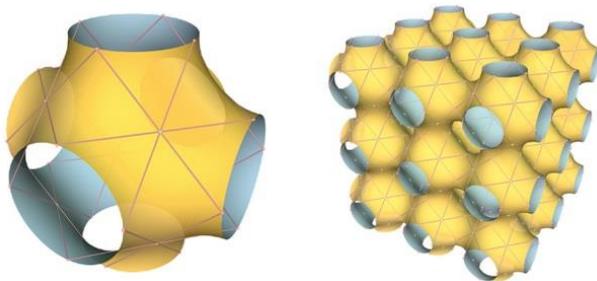
Perez-Garcia e Gómez-Martínez (2009) identificaram que os arranjos mais usuais na natureza são controlados por quatro fatores principais: a natureza das forças, a forma global, o design local e a qualidade do material. Segundo os autores, estes fatores determinam a geometria. No entanto, parâmetros adicionais, tais como padrão ou iluminação do material, irão influenciar outras características gerais como a flexibilidade, a integração, a continuidade ou a autotensão, envolvidos em alguns exemplos. Estes se configuram geralmente nas estruturas de pneus, conchas, árvores, teias e esqueletos.

Os autores esclarecem que as estruturas pneumáticas são as mais eficientes em termos de espaço / peso, sendo estabilizadas por si mesmas por terem um envelope dúctil tensionado, internamente pressurizado por um fluido e rodeado por um meio. Sendo assim estruturas muito adaptáveis que podem facilmente mudar a sua forma para acomodar a geometria circundante (PEREZ-GARCIA e GÓMEZ-MARTÍNEZ, 2009). Para os autores, na maioria dos casos, as estruturas finais da natureza, tais como ovos, ossos, esqueletos, conchas e teias, corresponde apenas a solidificação de pneus. Elas se combinam de modo a produzir grades ideais com comportamento de menos energia, sendo estruturalmente e energeticamente eficientes.

Segundo Bertol (2011) pode se identificar a ocorrência de partições uniformes do espaço também associadas a alguns tipos de superfícies mínimas, tal como a superfície de Schwarz, que é triplamente periódica. Ela se configura por translação de um elemento básico segundo uma grade regular (Figura 106). Osserman (1986) destaca que esta é a única superfície mínima obtida por translação.

Na arquitetura contemporânea, notadamente dos últimos 20 anos, modelos de superfícies mínimas têm sido empregados como princípio de encontrar a forma ótima, para critérios estruturais e de equilíbrio, além de economia de material, tal como os exemplos do *Main Station Stuttgart*, na Alemanha, que será apresentado no capítulo 7 desta tese, e o *Australian Wildlife Health Centre* na Austrália que está sendo analisado neste capítulo.

Figura 106 - Superfície mínima triplamente periódica.



Fonte:

<http://www.indiana.edu/~minimal/archive/Triply/genus3/PLines/web/index.html>

Uma importante relação entre as estruturas naturais e fontes de inspiração para a inovação em design de arquitetura foi identificada nos estudos de Littmann (2009), em que é delimitada uma metodologia de aplicação ‘regenerativa’ na arquitetura, a qual será apresentada no capítulo 7 desta tese.

Em face da relevância e atualidade do tema, identifica-se a necessidade de tratar tais conceitos no contexto formativo da arquitetura. Para tanto, uma das abordagens iniciais, segundo Bertol (2011), é o próprio conhecimento da geometria associada às estruturas da natureza. Considera-se que a sistematização do conhecimento associado à geometria das formas naturais tem o objetivo didático de inserir tal conhecimento como uma ontologia de apoio para a modelagem paramétrica da geometria da arquitetura contemporânea direcionada a regeneração, em particular quando se tratam de superfícies mínimas. Na seção 6.3 as estruturas geométricas de superfícies mínimas serão analisadas com o objetivo de propor algoritmos de modelagem paramétrica.

6.3 A modelagem paramétrica de superfícies mínimas e da superfície do *Australian Wildlife Health Centre*

Compreender a geometria complexa que conforma algumas superfícies presentes na natureza, tal como as de superfícies mínimas, é o primeiro passo para representar parametricamente estruturas naturais com potencial regenerativo para arquitetura. Tais modelos paramétricos de estruturas geométricas regenerativas podem ser usados para suportar: a atividade de análise de padrões que moldam as formas do local, no sentido de compreender como estes padrões influenciam nos processos de regeneração; a avaliação de desempenho das estruturas quanto ao

condicionamento térmico do edifício projetado; a proposição formal de estruturas em um processo generativo, alcançado por meio de técnicas paramétricas de representação digital (PIRES et al, 2016).

Para Bertol (2011), a criação de modelos digitais é a etapa inicial deste processo. Para a autora, por meio dos modelos digitais se podem gerar vários níveis de complexidade em diferentes escalas do mesmo modelo. Os modelos digitais incorporam propriedades e atributos que podem definir uma forma não apenas em seus aspectos geométricos, mas também como uma configuração dinâmica que muda com o tempo, definindo-os quase como um organismo vivo. A autora entende que as representações computacionais contemporâneas trazem ideias para a interpretação das formas naturais. Nesse contexto, a exploração de uma forma orgânica deve ir além do seu valor representacional, integrando o seu modelo computacional em vários aspectos, o que exige um conhecimento aprofundado de modelos (por exemplo, para simulações de aspectos físicos em interação com geometria e materiais).

No presente trabalho, o estudo será focado na representação da geometria em seus aspectos fundamentais (entes geométricos e processos de geração). Para tanto, foram desenvolvidos processos de modelagem paramétrica da geometria de algumas das superfícies mínimas descritas na seção anterior: o *catenoide*, o *helicóide* e a *superfície mínima descoberta por Costa*. Desde que estas superfícies possuem propriedades interessantes do ponto de vista arquitetônico e elas estão intrinsecamente relacionadas com a classe tradicional de superfícies curvas, as suas representações paramétricas fornecem uma estrutura de saber fundamental para compreender a geometria complexa de estruturas regenerativas para arquitetura.

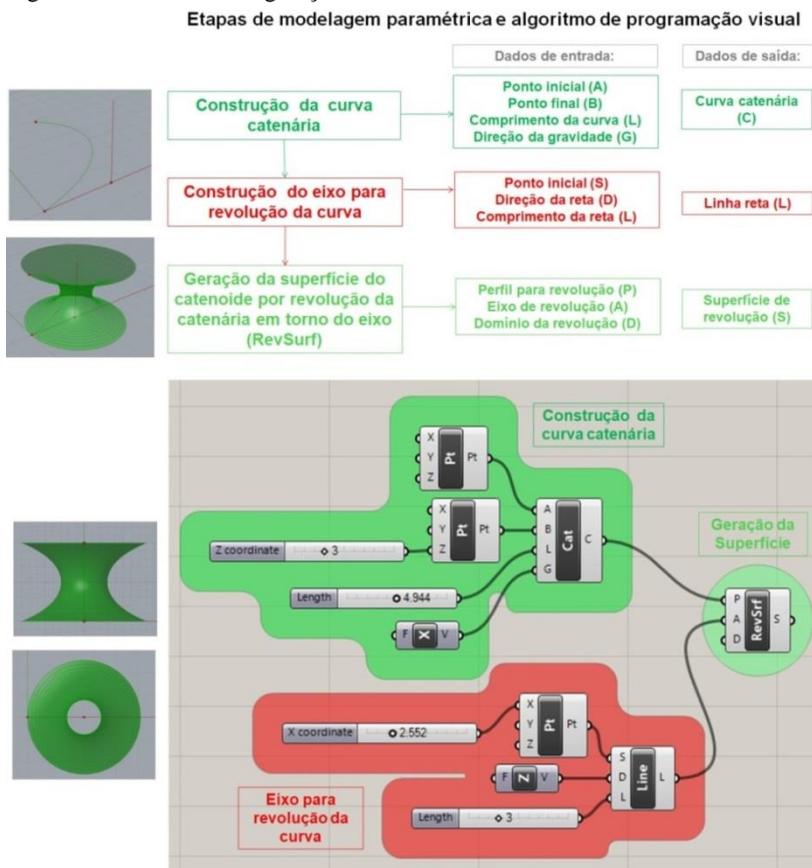
A modelagem paramétrica pode ser desenvolvida com base em vários tipos de representação, tais como: pelos entes geométricos fundamentais da superfície (geratrizes e diretrizes) e os processos de geração; por descrição paramétrica formal; e por aplicação das condições físicas que permitam obter suas conformações (envolve simulação de forças que atuam na expansão e no relaxamento de superfícies topologicamente equivalentes). Nesta pesquisa o objetivo é a representação paramétrica conceitual, utilizando-se o primeiro método de representação, em que as superfícies são conformadas por meio da modelagem de seus elementos geométricos fundamentais e os seus processos de geração. Nesta seção serão apresentados resumidamente os processos empregados, sendo que estes estão detalhados no APÊNDICE 06 da tese.

6.3.1 A Modelagem paramétrica do *catenoide*

Anteriormente foi definido o processo de geração de um catenoide de superfície mínima, superfície esta que é gerada pela revolução de uma curva catenária (geratriz) em torno de um eixo ortogonal ao seu eixo de simetria.

A esquematização das etapas, com os dados de entrada e saída e a programação visual da modelagem do catenoide está ilustrada na parte inferior da Figura 107.

Figura 107 - Processo de geração de um catenoide.



Fonte: Elaboração própria.

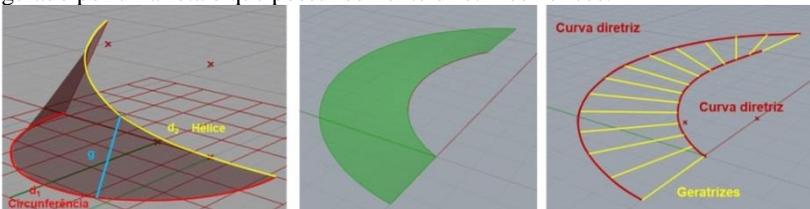
Os elementos de saber identificados na modelagem paramétrica da superfície referem-se: a definição da curva geratriz catenária e seus

parâmetros de construção (pontos da curva, seu comprimento e a direção da gravidade a qual está submetida, que é informada por um vetor de orientação, sendo a mesma direção do eixo de simetria da curva); a relação entre o comprimento da curva e a distância entre seus pontos inicial e final, em que existe um limite de valores de um em relação ao outro; e os parâmetros de entrada para aplicação do processo de revolução da curva (o perfil, o eixo de revolução e o domínio – intervalo da revolução em ângulos, que para o catenoide é de 360 graus).

6.3.2 A Modelagem paramétrica do *helicóide de superfície mínima*

O *Helicóide* é uma superfície gerada por uma *reta* que se apoia em diretrizes *hélices* (Figura 6.21), sendo da classe de superfícies *regradas* (POTTMANN et al, 2007) ou denominada de *retilíneas* de acordo com a classificação de Gaspar Monge adotada em Rodrigues (1960). Nesta classe, se tem os *helicóides desenvolvíveis* e *não desenvolvíveis*, sendo que esta última subclasse incluiu o *helicóide de plano diretor*, superfície gerada pelo movimento de uma linha reta apoiada em duas diretrizes hélices e na qual a geratriz reta se mantém, durante o movimento de geração, paralela a um plano diretor (RODRIGUES, 1960). Este é o helicóide de superfície mínima e os parâmetros de classificação desta superfície estão detalhados na Figura AP 34 do APÊNDICE 06 da tese.

Figura 108 - Processos de geração de helicóides: à esquerda, o helicóide desenvolvível, gerado por uma reta apoiada em uma diretriz hélice (d2) e uma diretriz circunferência (d1); ao centro e à direita, o helicóide não desenvolvível, gerado por uma reta e que possui somente diretrizes hélices.

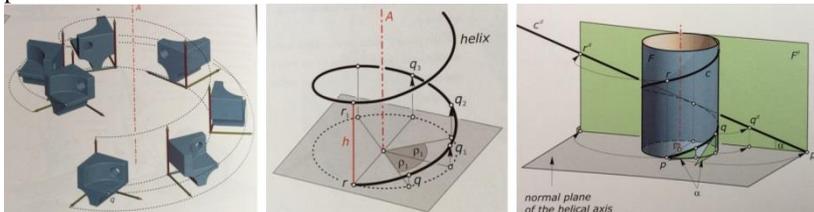


Fonte: Elaboração própria.

A definição da curva hélice, segundo Pottmann et al (2007), está relacionada à ocorrência de movimentos simultâneos de translação e rotação dos pontos que conformam a curva (transformação helicoidal). A hélice cilíndrica, configurada na superfície de um cilindro, é denominada de curva *geodésica* deste, ou seja, o caminho mais curto entre dois pontos da superfície (Figura 109). Este conceito de *geodésica*

foi utilizado para o processo de modelagem paramétrica do helicóide de plano diretor.

Figura 109 - À esquerda, o movimento helicoidal; Ao centro, a descrição geométrica de uma curva hélice cilíndrica; À direita, a configuração de uma hélice cilíndrica na superfície do cilindro e a transformada da curva sobre um plano.



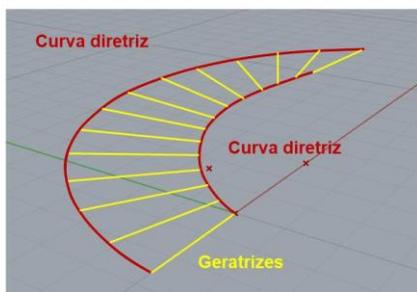
Fonte: Pottmann et al (2007) e <http://ditecni.blogspot.com.br/2016/12/dibujo-de-una-helice-cilindrica.html>

O esquema gráfico e visual correspondente às etapas de modelagem delimita uma descrição geométrica para gerar a superfície, a qual contém os seguintes elementos de saber: as curvas ‘hélice cilíndrica’ e ‘geodésica’; o conceito de ‘transformação por equidistância’ para gerar a segunda hélice cilíndrica da superfície; e o conceito de ‘geração de superfície regrada’ (Figura 110).

Figura 110 - Algoritmo de modelagem do helicóide.

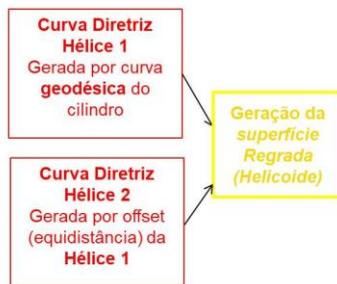
Helicóide de Plano Diretor

Esquema de geração



Preenchimento do espaço entre as retas diretrizes por superfície regrada (retas em varredura)

Algoritmo

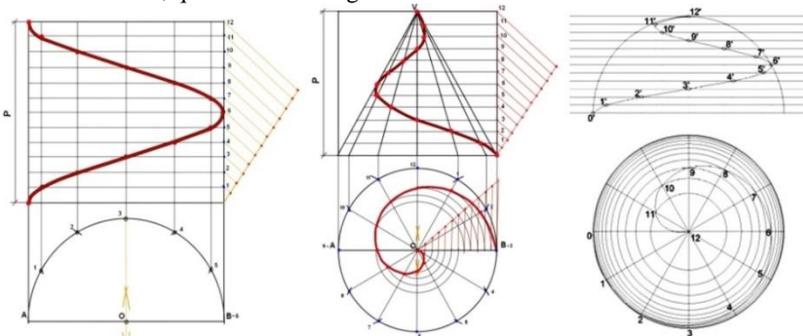


Parâmetros de geração das diretrizes:
Geodésica – superfície para extrair a curva, pontos inicial e final da curva
Offset – Curva a copiar por equidistância, Plano base e Valor da equidistância.

Fonte: Elaboração própria.

O conceito de *curva geodésica* pôde ser obtido preliminarmente a partir de Pottmann et al (2007). A *hélice cilíndrica* é uma curva chamada de geodésica, ou seja, o caminho mais curto entre dois pontos de uma superfície cilíndrica, de maneira que, ao planificar dita superfície, a hélice se transforma em uma linha reta. No entanto, as hélices cônicas e esféricas não constituem linhas geodésicas (<http://ditecni.blogspot.com.br/2016/12/dibujo-de-una-helice-cilindrica.html>) (Figura 111).

Figura 111 - Curvas hélices configuradas sobre superfícies: à esquerda a curva hélice cilíndrica, que é uma curva geodésica do cilindro.



Fonte: <http://ditecni.blogspot.com.br/2016/12/dibujo-de-una-helice-cilindrica.html>

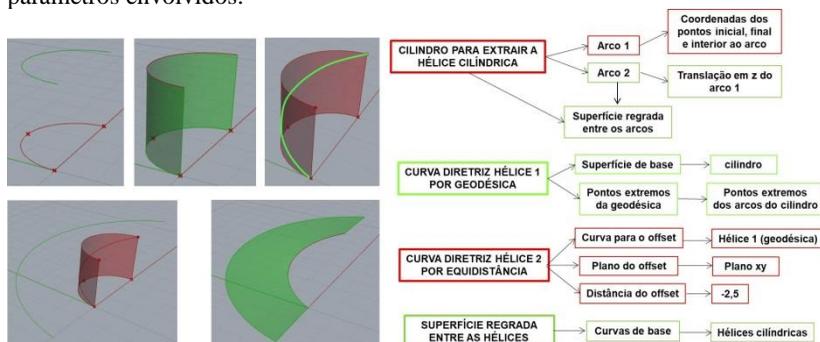
A escolha por trabalhar com o conceito de curva geodésica se deu pelas seguintes questões que se impuseram durante o processo de planejamento da modelagem: a configuração da curva hélice a partir dos pontos da curva exigia definir cada uma das coordenadas destes pontos e as transformações de rotação e de translação aplicadas sobre tais pontos, para então definir-se uma curva interpolada entre estes pontos; embora existam algoritmos que poderiam simplificar esta representação, tal como as matrizes (*arrays*) do tipo polar⁴⁸, que possibilitam definir um conjunto de pontos repetidos em uma única etapa de modelagem, havia ainda a necessidade de aplicar as transformações de translação no eixo z, em cada ponto, para definir o movimento helicoidal. A representação por curva geodésica, de outro modo, simplifica o processo ao reduzir o número de componentes e de etapas de modelagem para representar a hélice cilíndrica e ao mesmo tempo trata com um conceito geométrico

⁴⁸ Processo compositivo em que são geradas cópias de um elemento por rotação deste em torno de um eixo ou ponto.

fundamental de curvas e superfícies, que pode ser utilizado para representar outros tipos de curvas.

O algoritmo contendo o detalhamento dos parâmetros relacionados às etapas da modelagem anteriormente delimitada está ilustrado no esquema da Figura 112.

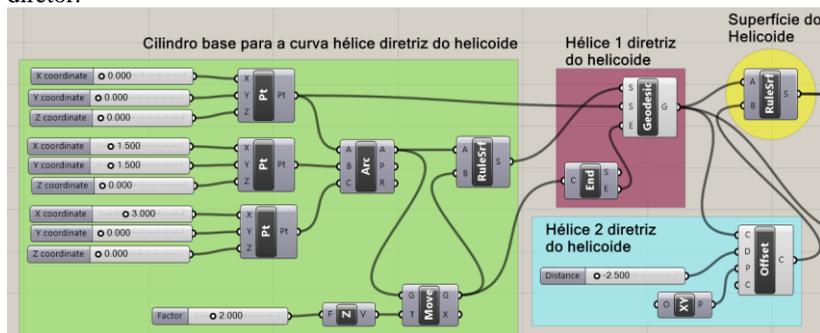
Figura 112 - Etapas do processo de modelagem paramétrica do helicóide e parâmetros envolvidos.



Fonte: Elaboração própria.

Na Figura 113 está ilustrada a programação visual de todo o processo de modelagem paramétrica do helicóide de superfície mínima.

Figura 113 - Algoritmo da modelagem paramétrica do helicóide de plano diretor.

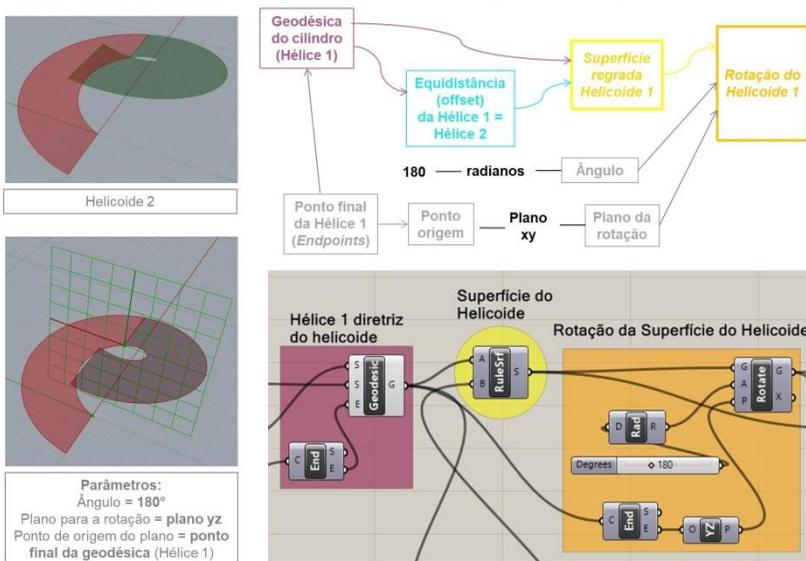


Fonte: Elaboração própria.

O helicóide gerado corresponde à meia volta sobre a projeção do cilindro. Na Figura 114 é ilustrada a programação para gerar uma composição de helicóides que se conforma com uma volta inteira sobre a projeção do cilindro, a partir de um processo compositivo de rotação do primeiro helicóide em um plano ortogonal a sua reta geratriz superior e que passa pelo ponto extremo desta geratriz.

Figura 114 - Modelagem paramétrica da composição de helicoides pela rotação do primeiro helicóide de superfície mínima.

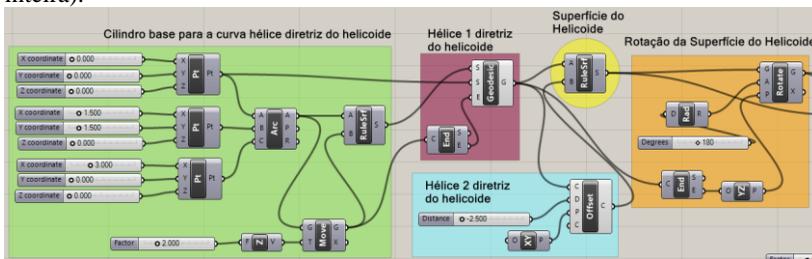
Algoritmo de Rotação da superfície do Helicóide 1 (volta inteira)



Fonte: Elaboração própria.

A Figura 115 apresenta a programação inteira referente ao processo anteriormente descrito de modelagem paramétrica.

Figura 115 - Algoritmo inteiro da modelagem paramétrica dos helicoides (volta inteira).



Fonte: Elaboração própria.

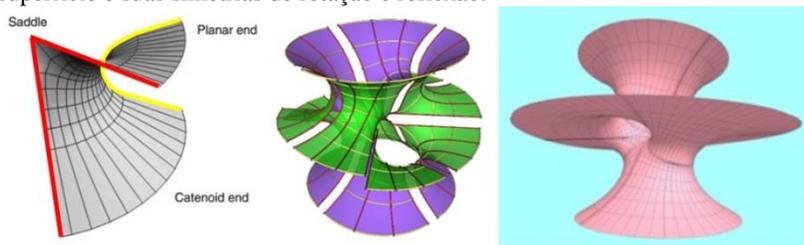
6.3.3 A Modelagem paramétrica da *superfície de Costa*, empregada no *Australian Wildlife Health Centre*

Conforme visto no início deste capítulo, o desenvolvimento da teoria de superfícies mínimas ao longo da história possibilitou Celso Costa ‘descobrir’ matematicamente uma superfície mínima completa,

incorporada, de curvatura total finita e com três fins: dois deles em *catenóide* e um deles *planar*, o que indica a presença de linhas retas nesta superfície (CARMO, 1987). Esta é a superfície que o arquiteto Paul Minifie escolheu para configurar o salão central do centro de tratamento de animais silvestres, o *Australian Wildlife Health Centre*. Além disso, conforme já mencionado, a superfície possui simetrias de rotação e reflexão, resultando na possibilidade de otimização do processo de modelagem. Para desenvolver o processo de modelagem, era necessário inicialmente fazer uma análise da geometria desta superfície. Os instrumentos disponíveis para analisar a superfície eram: fotografias, representações gráficas da superfície seccionada em partes simétricas, descrições e um modelo digital encontrado no site http://www.eg-models.de/models_noapplet.html, o qual está registrado com a autoria de Jim Hoffman. Há também informações sobre os formatos dos arquivos.

A partir da análise das imagens e do modelo digital identificou-se a presença de dois arcos circulares que delimitam a superfície na parte inferior e superior, uma curva catenária (marcada em amarelo na Figura 116, à esquerda) que se encontra inclinada aproximadamente 13 graus em relação ao eixo z e uma curva que se encontra unida a uma reta (marcada em vermelho na imagem à esquerda da mesma Figura). A inclinação da catenária e a curva unida a uma reta foram extraídas diretamente do modelo digital de Hoffmann. As simetrias de reflexão podem ser observadas na imagem ao centro da mesma Figura. A imagem à direita da mesma Figura ilustra as curvas que delimitam as simetrias da superfície.

Figura 116 - Imagens da superfície de Costa, ilustrando os fins e as curvas da superfície e suas simetrias de rotação e reflexão.



Fonte: <http://www.indiana.edu/~minimal/essays/costa/index.html>;
<http://www.indiana.edu/~minimal/archive/Tori/Tori/Costa/web/index.html>;
<http://profs.sci.univr.it/~baldo/tjs/costa.html>

As imagens e desenhos das seções permitiram compreender as simetrias da superfície e a localização de alguns tipos de curvas

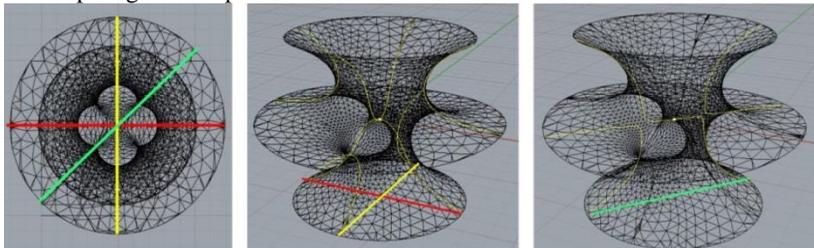
geratrizes e diretrizes, tais como as catenárias e os arcos de circunferência. No entanto, não se encontraram registros que indicasse qual eram os demais tipos de curvas presentes na superfície. Mesmo tendo acesso a uma ampla literatura, predominantemente da área da matemática, não se encontrou análises ou descrições sobre estas curvas, exceto um registro que apontava a presença de curvas de Jordan⁴⁹ na superfície. No entanto, acessando outros trabalhos sobre superfícies mínimas e curvas de Jordan, observou-se pelos relatos que tais curvas são recorrentes em superfícies mínimas em geral e também em outras superfícies, ou seja, estas curvas não são particulares a superfície de Costa e não possuem uma configuração específica (repetem-se em uma mesma superfície apresentando formatos variáveis). Ao analisar uma imagem que apresenta a configuração espacial de tais curvas sobre a superfície, observou-se, também, que tais curvas de Jordan não são as diretrizes nem as geratrizes da superfície, curvas as quais se buscam identificar para o desenvolvimento dos processos de modelagem paramétrica.

As curvas só poderiam então ser encontradas a partir do modelo digital de Hoffmann, aplicando-se seções planas que passassem exatamente nos pontos de simetrias da superfície. Com este processo seria possível extrair as curvas necessárias ao processo de modelagem e que não puderam ser definidas a priori além das catenárias e os arcos de circunferências identificadas nas imagens acessadas e a partir dos textos de referência. O modelo digital de Hoffman foi gerado em malha poligonal e não por técnicas de geração de superfície, o que inviabiliza selecionar diretamente curvas sobre o modelo, já que as malhas são formadas por segmentos de linhas retas. No entanto, ao se traçarem seções planas, obtém-se uma sequência de pequenos segmentos lineares que no conjunto se aproximam da configuração das curvas de seção (Figura 117). Tais seções foram obtidas pelos planos XZ (vermelho),

⁴⁹ São curvas fechadas sem auto-interseção que separam uma superfície em duas porções. No toro, por exemplo, existem curvas que não dividem o toro em duas porções, como a circunferência geratriz, a qual traçada sobre a superfície e se for recortada, resulta em uma única superfície que é topologicamente equivalente a um cilindro. Ou seja, nem todas as curvas traçadas no toro são curvas de Jordan, mas todas as superfícies possuem curvas de Jordan. O Teorema da Curva de Jordan foi enunciado e demonstrado, primeiramente, em 1887, por Marie Ennemond Camille Jordan (1838-1922). Fonte: Santos (2010) e <https://www.ime.usp.br/~colli/Aderbal/Textos/Cap04/CapIVpg2.html>

YZ (amarelo) e um plano inclinado 45° em relação ao plano XZ (verde), planos que passam pela porção fundamental da superfície.

Figura 117 - Seções planas sobre o modelo digital de Hoffmann, obtendo as curvas para gerar a superfície.



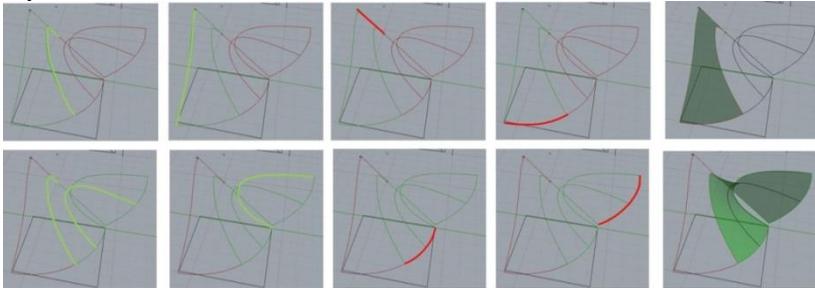
Fonte: Elaboração própria.

Foram desenvolvidos dois processos de modelagem desta superfície. Para o primeiro, houve um planejamento de modelagem em que se representariam as curvas a partir dos arcos diretrizes, de uma curva geratriz do tipo catenária e demais curvas espaciais com tipos não identificados, mas que poderiam ser modeladas por curvas NURBS; No entanto, a definição da curva NURBS que se correspondesse com as curvas espaciais obtidas pela seção com o modelo de Hoffmann, principalmente a curva unida a uma reta e que está marcada em vermelho na Figura 116, mostrou ser bastante trabalhosa, por não se conhecer as coordenadas dos vértices do polígono de controle da curva NURBS.

Uma maneira mais simples e direta de obter tais curvas, como já citado, seria então por meio das seções planas sobre o modelo digital e a importação das curvas resultantes da seção no ambiente de modelagem paramétrica. Neste primeiro processo de modelagem da superfície, as curvas geratrizes foram obtidas diretamente no ambiente de modelagem do software Rhinoceros e, após, foram inseridas no ambiente de modelagem paramétrica. As demais curvas (reta, catenária e arcos) foram modeladas parametricamente conforme o planejamento inicial da modelagem, ou seja, utilizando-se os componentes de construção de curvas e retas do *plug-in Grasshopper*.

A Figura 118 ilustra as etapas de modelagem de duas porções fundamentais da superfície: primeiramente, a representação das curvas geratrizes (em cor verde) e das curvas diretrizes (em cor vermelha); e, logo, a geração da superfície por uma rede de curvas (*Net surface*, à direita da mesma Figura).

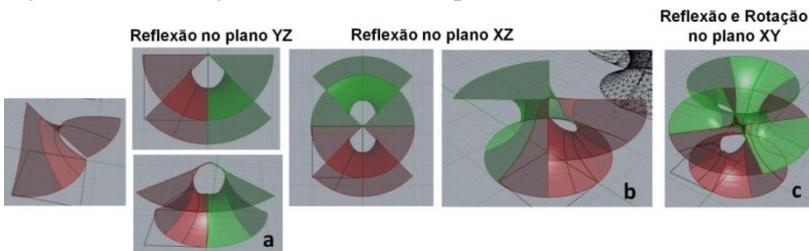
Figura 118 - Modelagem das duas porções de superfícies que irão formar a superfície de Costa.



Fonte: Elaboração própria.

As duas porções de superfícies, em um processo de repetição por simetrias irão conformar a superfície completa. Estas simetrias estão ilustradas na Figura 119.

Figura 119 - Modelagem das simetrias da superfície de Costa.



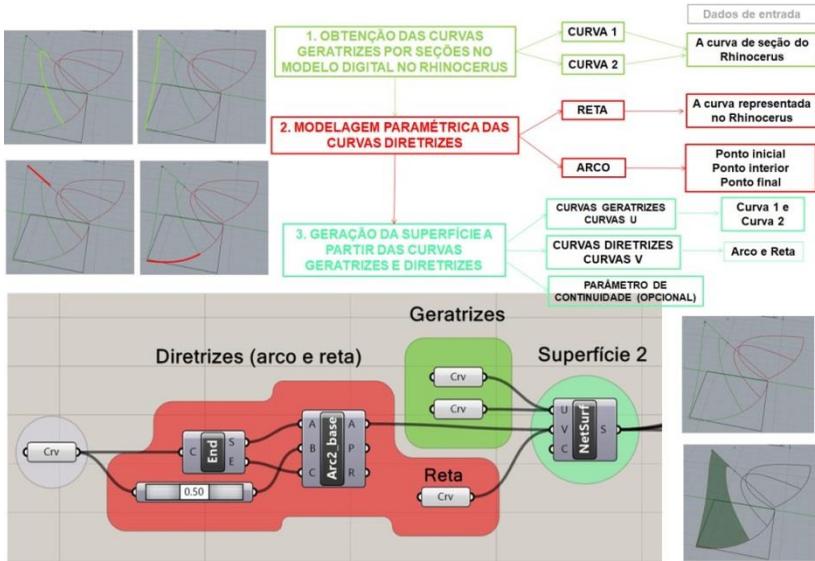
Fonte: Elaboração própria.

A Figura 120 traz um esquema visual e descritivo das etapas gerais da modelagem paramétrica.

As Figuras 121 e 122 apresentam o esquema e o algoritmo detalhado referente à geração das superfícies 1 e 2, respectivamente, contendo a descrição das etapas de modelagem, os dados de entrada para o cálculo/computação e a programação visual no plug-in Grasshopper. A Figura 123 traz o algoritmo da modelagem das simetrias da superfície.

Figura 122 - Esquema visual e gráfico/descritivo e algoritmo de programação visual correspondente à geração da superfície 2, que compõem a porção fundamental da simetria.

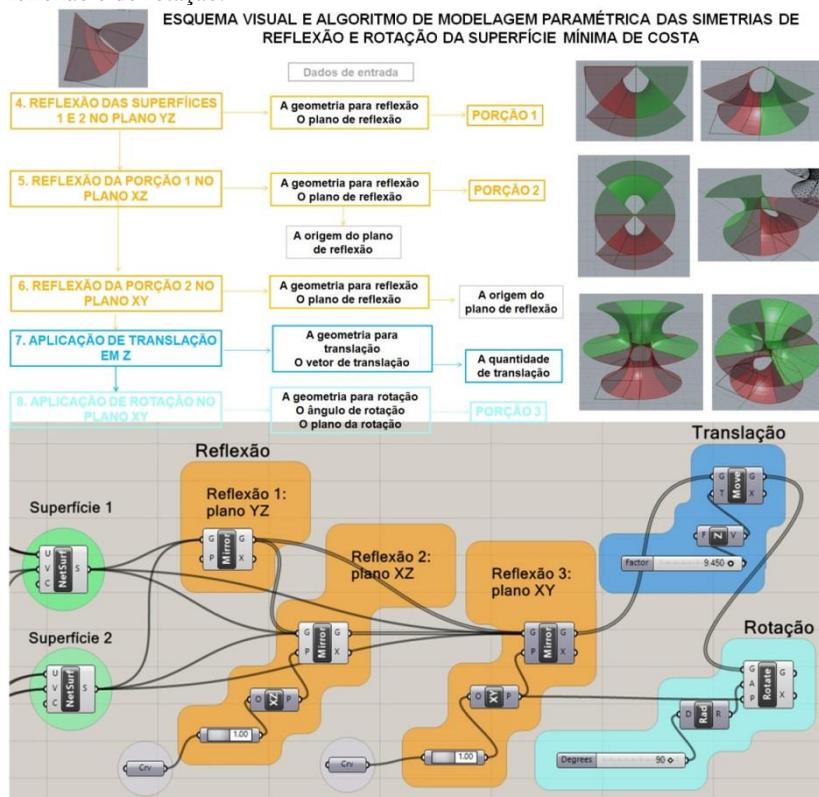
ESQUEMA VISUAL E ALGORITMO DE MODELAGEM PARAMÉTRICA DA SUPERFÍCIE 2



Fonte: Elaboração própria.

Este processo possibilitou ter uma primeira aproximação com a representação digital da superfície de Costa. No entanto, o resultado apresentou algumas falhas no modelo digital da superfície, identificadas como sendo principalmente por falta de continuidade das curvas de seção, particularmente a curva unida a uma reta que se encontra na borda da superfície 2.

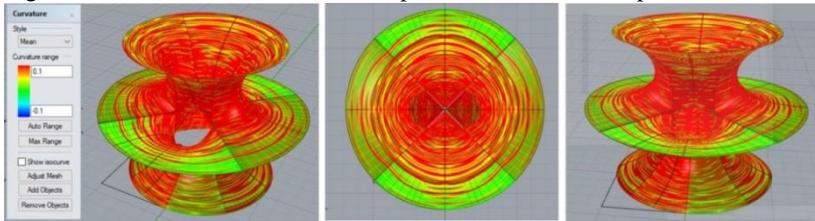
Figura 123 - Modelagem paramétrica da superfície de Costa por simetrias de reflexão e de rotação.



Fonte: Elaboração própria.

A análise da curvatura da superfície foi feita com o objetivo de verificar se ocorreria a curvatura média no valor zero em todos os pontos da superfície, mas a análise mostrou uma grande variação de valores de curvaturas nos pontos e também poucas regiões em que os pontos tinham valores iguais à zero (regiões em cor verde) (Figura 124), condição essencial para uma superfície mínima. As curvaturas de valores zero ocorreram particularmente na região do fim planar e com menos frequência nos fins em catenoide. Ou seja, o modelo desenvolvido é uma aproximação da superfície de Costa, mas não exatamente a superfície obtida matematicamente em 1982.

Figura 124 - Curvaturas variáveis no primeiro modelo da superfície de Costa.



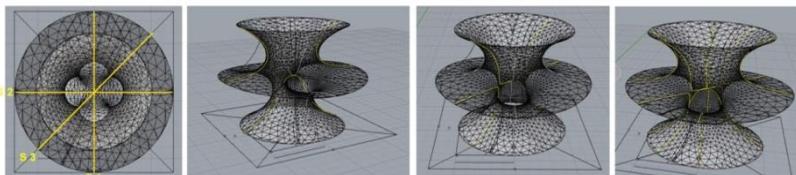
Fonte: Elaboração própria.

Foram lançadas algumas hipóteses de tais inconsistências neste primeiro processo de modelagem paramétrica: a imprecisão na construção da curva catenária com inclinação a 13 graus, a qual não ficou exatamente correspondida com a curva obtida diretamente na seção do modelo; a imprecisão na construção dos arcos diretriz e da curva unida a uma reta; e a imprecisão do próprio processo de geração da superfície, por uma rede de curvas com pontos em coordenadas u, v (*Net surface*) que se definem sobre um espaço plano. Outra hipótese também lançada se refere às curvas de seção que foram extraídas do modelo de Hoffmann, por estas não possuírem continuidade, conforme citado anteriormente.

Em uma tentativa de gerar um modelo mais próximo da superfície de Costa e de revisar a representação da curva que causou a falha em uma parte da superfície, foi desenvolvido um segundo processo de modelagem paramétrica, extraíndo-se as curvas de seção diretamente no ambiente de programação visual do *plug-in Grasshopper*. O resultado das seções sobre o modelo está ilustrado na Figura 125.

Figura 125 - Seções no modelo digital de Jim Hoffman para gerar as curvas geratrizes.

SEÇÕES NO MODELO DE JIM HOFFMAN PARA OBTEN AS CURVAS GERATRIZES DA SUPERFÍCIE



Fonte: Elaboração própria

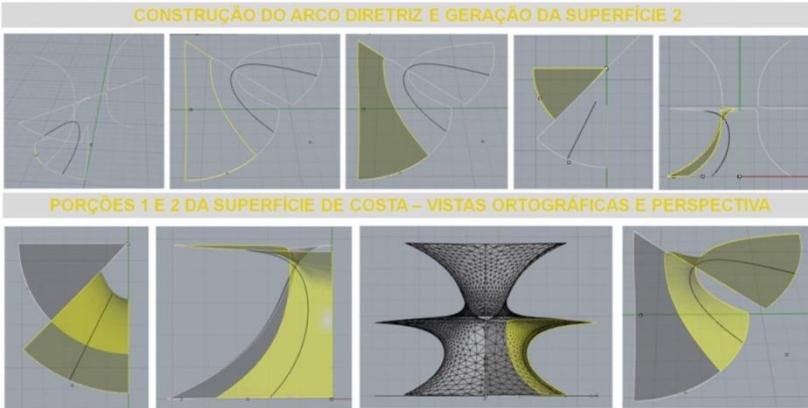
Este segundo processo de modelagem difere do primeiro basicamente quanto ao modo de extração das curvas feita no ambiente paramétrico e pelo uso de outra técnica de geração da superfície, denominada de *SWEEP 2*, ou seja, uma varredura com duas curvas

diretrizes (denominadas de ‘trilhos’) e várias curvas geratrizes (denominadas de seções). As demais etapas seguiram o que já havia sido proposto no primeiro processo de modelagem: A modelagem paramétrica das curvas diretrizes (arcos e uma linha reta); a geração das duas porções de superfícies, a partir das curvas geratrizes e curvas diretrizes; e a modelagem da superfície inteira por aplicação de processos compositivos (simetrias de reflexão e de rotação, e translação de uma das porções no eixo z antes de aplicar a rotação). A Figura 126 ilustra as etapas de representação das curvas e das porções fundamentais da superfície e a Figura 127 ilustra a modelagem das simetrias que permitiram obter o modelo completo.

Quanto ao algoritmo de modelagem deste processo, ao realizarem-se as seções diretamente no ambiente de modelagem paramétrica, foi necessário selecionar as curvas que seriam utilizadas como geratrizes da superfície (por seleção de item), devido ao fato de que as seções definem várias curvas sobre a superfície e nem todas elas são as geratrizes das porções fundamentais. Ao selecionar-se um item de uma lista (uma curva em um conjunto de curvas que se encontravam em uma mesma seção plana), ainda houve a necessidade de limitar um intervalo de tal curva, pois em alguns casos mesmo sendo uma única curva, ela continha porções que não seriam utilizadas para definir as superfícies fundamentais (superfícies 1 e 2). O componente de seleção de itens em uma lista denomina-se *list item** e o componente que permite selecionar uma parte de uma curva denomina-se *Subcurve**. Isto tornou a programação visual mais complexa do que a programação visual do processo anterior, no entanto, foram adicionados novos ‘elementos de saber’ (tecnologias) incluídos nas técnicas de modelagem paramétrica.

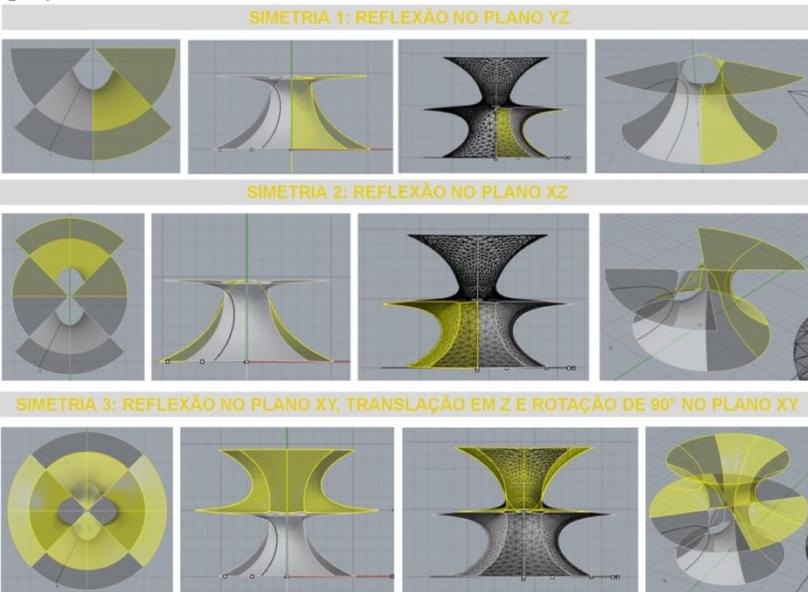
As etapas deste segundo processo de modelagem estão detalhadas e ilustradas nas Figuras AP 43 a AP 49 do APÊNDICE 06 desta tese (etapas de obtenção das curvas geratrizes e diretrizes, etapas de geração das porções fundamentais da superfície e etapas de geração das simetrias de reflexão e de rotação das porções fundamentais).

Figura 126 - Etapas da segunda modelagem da superfície de Costa: porções 1 e 2.



Fonte: Elaboração própria.

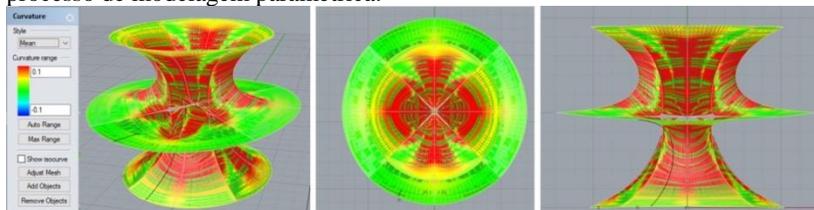
Figura 127 - Segunda modelagem da superfície de Costa: composição da superfície por simetrias de reflexão e de rotação das porções fundamentais (porções 1 e 2).



Fonte: Elaboração própria.

A análise de curvatura deste segundo modelo obteve pequena diferença em relação à análise de curvatura do modelo previamente desenvolvido, em função das correções na representação das curvas geratrizes e com a proposição de outro tipo de processo de geração da superfície (outra técnica de geração), mas ainda não obtendo a superfície desejada. Ou seja, a análise permitiu visualizar a presença de curvaturas variáveis nos pontos da superfície, mesmo que próximas ao valor zero (Figura 128). Os pontos com valor de zero concentram-se particularmente na região planar da superfície e com menor ocorrência na região dos fins em catenoide, da mesma maneira que no modelo anterior.

Figura 128 - Análise de curvatura média da superfície gerada no segundo processo de modelagem paramétrica.



Fonte: Elaboração própria.

Conforme visto durante o processo de reconhecimento dos conceitos de superfície mínima, esta condição não é suficiente para caracterizar a superfície como mínima. Uma superfície mínima tem curvatura zero em todos os seus pontos, o que não ocorre com os modelos desenvolvidos nesta pesquisa para a superfície de Costa.

Existem duas hipóteses para este fato: a primeira, tal como no primeiro processo, é a falta de continuidade das curvas geratrizes e diretrizes em uma modelagem por partes da superfície, ou seja, que não considera a totalidade das curvas para gerar o modelo; a segunda é pela imprecisão na representação das curvas diretrizes e geratrizes, desde que a modelagem é de caráter conceitual, ou seja, a descrição formal de tais curvas dadas pelo algoritmo de modelagem paramétrica não corresponde com a descrição formal das curvas da superfície de Costa, o que inviabiliza a sua representação precisa, além de que algumas curvas de seção não puderam ser mapeadas como curvas conhecidas sob o ponto de vista geométrico. Conclui-se que os referidos processos de modelagem resultaram em modelos aproximados da superfície de Costa, visualmente iguais, mas matematicamente diferentes desta.

Considera-se, no entanto, que tais processos de modelagem paramétrica são importantes para o reconhecimento da superfície, de seus entes geométricos fundamentais e seus processos de geração. Este reconhecimento traz possibilidades concretas de definir esta superfície como elemento projetual, desde que sua caracterização precisa possa ser obtida em processos mais avançados de refinamento da superfície, que são desenvolvidos utilizando-se *softwares* específicos e que já são adotados em alguns escritórios de arquitetura. Tal abordagem não faz parte do escopo desta pesquisa, mas é importante saber que existem processos de encontrar a forma ótima, mínima, e que fazer uma representação aproximada de carácter conceitual desta superfície é também uma abordagem útil.

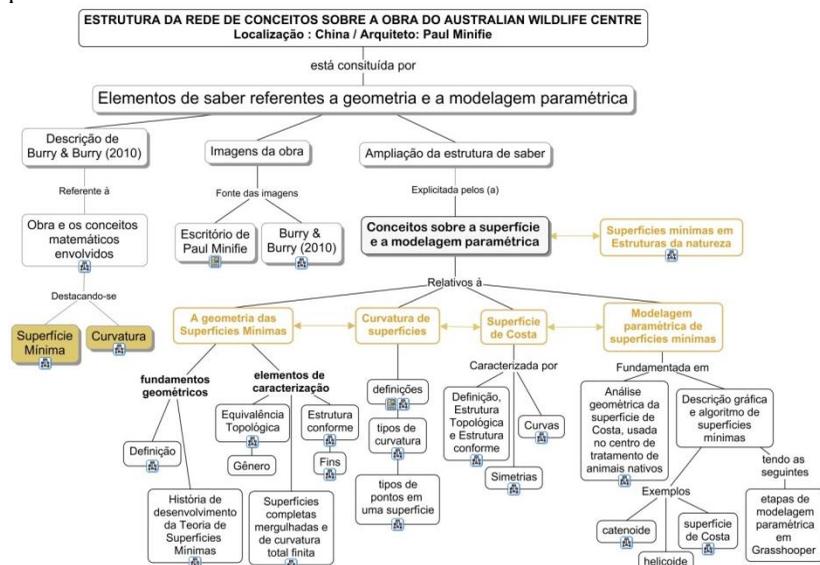
6.4 A estruturação dos conceitos

6.4.1 A estrutura do conteúdo

A estruturação dos conceitos e caracterizações apresentadas neste capítulo seguiu o método delineado no capítulo de procedimentos metodológicos, em uma organização de mapas conceituais que se estruturam a partir dos conceitos mais gerais para os conceitos particulares. Neste tipo de estrutura, foi considerada a existência de conceitos que agregam um conjunto de mapas conceituais com temas e fundamentos mais específicos.

Nesta lógica de organização, o acesso ao conteúdo relativo à geometria do centro de tratamento de animais nativos da Austrália apresenta a estrutura completa dos temas que compõem o seu conjunto de saberes (Figura 129). Esta estrutura se organiza a partir da (s): descrições apresentadas por Burry e Burry para a obra e sua superfície geométrica; descrição dos mesmos autores para os conceitos de Superfície Mínima e Curvatura de superfícies; imagens da obra disponibilizadas pelo escritório do arquiteto e por Burry e Burry; ampliação das estruturas de saber a partir dos conceitos geométricos e da arquitetura relacionados com a superfície da obra e a partir da modelagem paramétrica de tal superfície. Estes blocos integram o primeiro nível da estrutura de saberes da rede de conceitos relativa à geometria do centro de tratamento de animais nativos da Austrália.

Figura 129 - A estrutura da rede de conceitos da geometria e modelagem paramétrica do centro de tratamento de animais nativos da Austrália.



Fonte: Elaboração própria.

6.4.2 A ampliação das estruturas de saber

Na seção referente à ampliação dos conceitos geométricos, reconheceu-se o conceito de superfícies mínimas e o histórico de evolução da teoria relativa a estas superfícies. Estes temas foram assim considerados como fundamentos geométricos da superfície em questão, porque as estruturas de saber que foram explicitadas explicam as superfícies mínimas em seus aspectos conceituais (tal como ‘superfície que possui área mínima para um dado contorno’ ou ‘superfícies que possuem curvatura média igual à zero em todos os seus pontos’) e morfológicos (tal como ‘superfícies que possuem m alças e k fins’). Devido ao fato que as propriedades das superfícies mínimas que foram sendo descobertas com a evolução da teoria ao longo da história terem dado a possibilidade de obter outros exemplos e serem fundamentais para identificar a estrutura geométrica das várias superfícies que podem ser incluídas nesta classe, destacaram-se os conceitos de ‘estrutura topológica’ e ‘estrutura conforme’. A primeira está associada ao gênero da superfície, que é dado pela equivalência topológica a uma esfera com m alças ou a outra figura geométrica qualquer, como o toro, por exemplo, para a superfície de Costa. A segunda está associada com o

número de fins de uma superfície mínima, ou seja, o número de pontos que são omitidos após a transformação do tipo conforme que lhe dá origem (é descrito que em geral as superfícies mínimas possuem equivalência conforme a uma esfera, sendo que na transformação desta para a superfície mínima são lançados ao infinito alguns pontos da esfera; estes pontos são denominados de ‘pontos omitidos’, os quais caracterizarão o número de fins de uma superfície mínima). Tais elementos de saber foram agrupados como elementos de “caracterização das superfícies mínimas”. Ainda como elementos de caracterização, identificaram-se os conceitos de superfícies completas (aquelas em que, traçada qualquer trajetória sobre a superfície, sempre se permanece sem sair da superfície), mergulhadas (que não possuem auto-interseção) e de curvatura total finita (relativa à imagem esférica da curvatura da superfície ou mapa de Gauss).

Os conceitos de curvatura de superfícies, explicitados no capítulo 4, foram associados a este bloco de elementos de saber, porque são fundamentais para compreender a característica da curvatura das superfícies mínimas.

Como elementos de saber de base para as análises geométricas que suportarão a modelagem paramétrica da superfície de Costa, foram destacados e agrupados os temas relativos à sua (s): estrutura topológica (gênero da superfície), estrutura conforme (número de fins), simetrias e curvas geratrizes e diretrizes. As estruturas de saber, referentes à modelagem paramétrica, foram explicitadas por meio da análise da geometria, sua estrutura gráfica, o algoritmo e as etapas de modelagem, descritos em associação a gráficos visuais e a delimitação dos componentes e descrição dos dados de entrada e saída da programação visual. A rede completa encontra-se disponível em <http://tearad.ufsc.br/biblioteca/rede-de-conceitos-da-geometria-complexa-da-arquitetura-contemporanea-teorias-e-tecnicas-de-modelagem-parametrica-das-superficies-matematicas/#open-modal-closeopen-modal>.

6.5 Reflexões para o ensino de arquitetura

A proposta de sistematizar didaticamente os processos de modelagem paramétrica das superfícies mínimas, que são geometrias associadas às estruturas naturais, exigiu detalhar em um nível mais profundo as caracterizações apresentadas pelos autores de referência. O processo de revisão deste conhecimento envolveu principalmente a área da matemática e seu resultado mais significativo foi tornar possível

reconhecer novas estruturas de saber de geometria e modelagem paramétrica para inserção no ensino de arquitetura.

O desenvolvimento dos processos de modelagem paramétrica apresentados neste capítulo exigiu compreender alguns tipos de curvas envolvidas nas estruturas geométricas de superfícies complexas recorrentes na arquitetura contemporânea. Mesmo que as representações apresentadas caracterizem-se por ser de base conceitual, não abordando saberes mais específicos de cálculo matemático que envolveria álgebra, funções ou descrição paramétrica de curvas, e a lógica de programação, considera-se serem importantes para didaticamente explicitar estas geometrias e inserir processos de modelagem paramétrica.

Para Pottmann et al (2007) a realização de uma ideia de design de forma ótima é uma tarefa difícil e complexa, principalmente por sua formulação matemática e algorítmica, ainda mais se tendo que levar em conta requisitos funcionais. O autor destaca que as abordagens centrada em curvas, superfícies e malhas muito bem conhecidas podem ser tomadas como possíveis soluções de problemas de otimização (os quais são associados diretamente pelo autor às superfícies mínimas), merecendo atenção, de uma perspectiva arquitetônica.

Em uma abordagem para uma arquitetura de regeneração⁵⁰ dos sistemas ambientais em que o objeto arquitetônico se insere, Littmann (2009) apresenta conceitos e metodologias que estão associados à análise de padrões encontrados nestes ambientes, particularmente padrões da forma (incluindo-se a geometria). Esta abordagem será tratada no capítulo 7, mas o que importa é o reconhecimento de que a geometria de superfícies mínimas está presente em todos os padrões da natureza, conforme apontado pelos autores apresentados, sendo fundamental seu conhecimento para conceber a arquitetura levando em consideração abordagens contemporâneas de design.

Segundo Perez-Garcia e Gómez-Martínez (2009), a natureza desenvolve as suas estruturas a fim de alcançar sempre soluções energéticas ideais em longo prazo. O conhecimento sobre estruturas da natureza permite assim aprender sobre a morfologia ótima, integração funcional e eficiência, atributos relacionados com a sua geometria.

⁵⁰ A arquitetura regenerativa parte de uma premissa de que a arquitetura deva se integrar ao mundo natural como um parceiro igual, entendendo que a maneira como ocorre hoje com as tecnologias construtivas, ou seja, em que há uma entrada contínua de energia e recursos em uma estrutura, o funcionamento saudável e completo destas estruturas não pode ser sustentável por qualquer meio. (LITTMANN, 2009).

Na perspectiva desta pesquisa, a explicitação dos aspectos teóricos e das técnicas de modelagem paramétrica de tais geometrias oferece uma base teórica e tecnológica para a inserção de tais conceitos no ensino de arquitetura, podendo ser associada aos conceitos que serão tratados no capítulo 7, a seguir. Tais estruturas possuem grande potencial de uso didático em contextos de formação em arquitetura.

Artigo publicado como resultado deste capítulo:

Pires, J. F. Pereira, A. T. C. Modelagem paramétrica da geometria complexa de estruturas regenerativas na arquitetura. SIGRADI (2017) - XXI Congreso Internacional de la Sociedad Iberoamericana de Gráfica Digital. Chile. Blucher Proceedings, vol. 3 num. 12, Nov. 2017. Disponível em: <https://www.proceedings.blucher.com.br/>

CAPÍTULO 7

A Geometria do Main Station Stuttgart

7 INTRODUÇÃO

O *Main Station Stuttgart* é uma estação de trem integrante do projeto "Stuttgart 21", projetada pelo arquiteto Christoph Ingenhoven e equipe, que prevê um novo desenvolvimento da cidade sobre as pistas da estação a serem construídas abaixo do nível do solo. O projeto deve tornar este edifício o núcleo do desenvolvimento urbano e uma interface entre a cidade velha e a nova, resultando em uma melhor conexão com a Europa e mais ainda com o novo centro da cidade. O edifício antigo da estação, dos arquitetos Paul Bonatz e Friedrich Eugen Scholer, classificado como monumento histórico, será conservado, já que a nova estação ocupará um espaço de 12 metros abaixo dele (<http://www.ingenhovenarchitects.com/projects/more-projects/main-station-stuttgart/description>). Segundo o arquiteto, a construção abrangerá plataformas ferroviárias de 420 metros de comprimento e conectará as zonas urbanas de pedestres com o histórico parque Schlossgarten (Figura 130, à direita).

Sua geometria estrutural (Figura 130, à esquerda) foi desenvolvida em estreita colaboração interdisciplinar entre o escritório de arquitetura, engenheiros civis e em conjunto com Frei Otto. A estrutura é uma casca contínua, formada por 28 orifícios, que proporcionam luz e ventilação natural na estação de metrô. Além disso, o tipo de geometria da cobertura da estação é de carga altamente eficiente, atuando apenas em compressão. Os aspectos de sustentabilidade também foram pensados no projeto da obra: é uma estação de energia zero, em que está previsto quase nenhum consumo de energia primária. Aquecimento, arrefecimento e iluminação serão todos naturais. Para o arquiteto, neste projeto, o objetivo de traduzir a nova era no transporte ferroviário em uma forma contemporânea foi alcançado pelas qualidades de engenharia interdisciplinar e virtudes de design.

Figura 130 - Main Station Stuttgart, projeto Ingenhoven Architects.



Fonte das imagens: <https://www.lafargeholcim-foundation.org/projects/main-station-stuttgart-germany> <http://www.bahnprojekt-stuttgart-uhl.de/en/details/new-stations/stuttgart-main-station/history-of-stuttgart-main-station/>

Visando explicitar as estruturas de saber associadas à geometria escolhida por Ingenhoven para configurar o *Main Station Stuttgart* e seguindo o mesmo método dos capítulos anteriores para a análise da geometria das obras da arquitetura contemporânea, inicia-se apresentando uma descrição geral do projeto dada por Burry e Burry. A partir dos termos que os autores utilizam para definir a geometria da obra, são tomados como referências textos que explicam e aprofundam o entendimento sobre tal geometria. As diferentes abordagens dadas por tais referenciais fornecem uma estrutura de saber para fundamentar processos de modelagem paramétrica da geometria em questão. Estes se constituem como elementos de base para a estruturação da rede de conceitos da geometria complexa da arquitetura contemporânea e para as reflexões sobre sua importância para o ensino de arquitetura, o que será abordado no decorrer deste capítulo.

7.1 Conceitos iniciais: As descrições e as imagens da obra, de acordo com Burry e Burry (2010)

Inicialmente, destaca-se a descrição dos autores para o projeto da estação de trem (pág. 41-43) e sobre esta descrição identificam-se conceitos gerais (com marcação em cor cinza), conceitos específicos (sublinhados) e declarações sobre os mesmos (em negrito):

Esta proposta vencedora de uma nova estação principal de Stuttgart abordou os requisitos da rede ferroviária europeia propondo uma 'solução para a implantação de uma estação de passagem no centro da cidade', juntamente com uma das questões que resultam na 'localização de Stuttgart na bacia de um vale longo e estreito'. A 'estrada de ferro atualmente entra no vale' a partir do norte e prossegue para o sul até um terminal no centro da cidade, 'trazendo todas as viagens até o final de um beco sem saída', enquanto as linhas ferroviárias esculpiram a cidade em duas. "Stuttgart é uma cidade que um rei ordenou ao lado de seu castelo", observa o arquiteto Christoph Ingenhoven. "Não sabemos por que o rei amou este vale, mas sabemos que este lugar não é adequado para uma cidade".

A proposta colocava 'a nova estação a 90° da existente', 'orientada para novos túneis ferroviários' através dos lados da bacia. Que foram eles próprios orientados em todo o vale. O

salão monumental seria afundado abaixo do solo, permitindo que ‘a terra fosse devolvida à cidade’ ‘como espaços verdes’ e ‘liberando uma área que abrigaria 11 mil pessoas’ e onde ‘outras 24 mil pessoas trabalhariam como parte do plano diretor de Stuttgart 21’. Em seu coração, este grande projeto é ‘uma história de usar a superfície’, encontrada fisicamente, mas compreendida matematicamente, para ‘resolver dois problemas simultaneamente’. O primeiro é a questão da economia estrutural e material, e o segundo é a provisão de luz e ar para o vasto espaço subterrâneo, ‘sem criar consumo de energia significativo ou poluição de carbono’. O salão principal é um espaço público de ‘420m x 80m’, onde até ‘300.000 passageiros se reúnem’ a cada dia, deslizando sob o olhar da cidade.

No espírito da dimensão de desaparecimento (a magreza da superfície), desenvolveu-se uma estrutura de concha de concreto que ‘poderia ter uma extensão de 36 m’ ‘a uma profundidade de apenas 1/100 de sua extensão’.¹² A sua ‘concepção baseou-se’ em trabalho que foi realizado no Instituto de Estruturas Leves da Universidade de Stuttgart desde 1963, utilizando membranas de filme de sabão, nas quais as tensões são tensas, isotrópicas e uniformemente distribuídas. As cargas pontuais podem ‘ser suportadas por essas membranas’ ‘sem um pico de tensão local’. Essas superfícies mínimas podem ser ‘formadas em torno de um orifício’, chamado “olho”, onde o fluxo suave de tensões de tração significa que o ‘olho forma um laço dentro da membrana’. A partir deste princípio, um funil como cálice é formado como uma unidade modular protótipa que ‘combina telhado, suporte vertical e abertura para o céu’ em uma única superfície mínima.

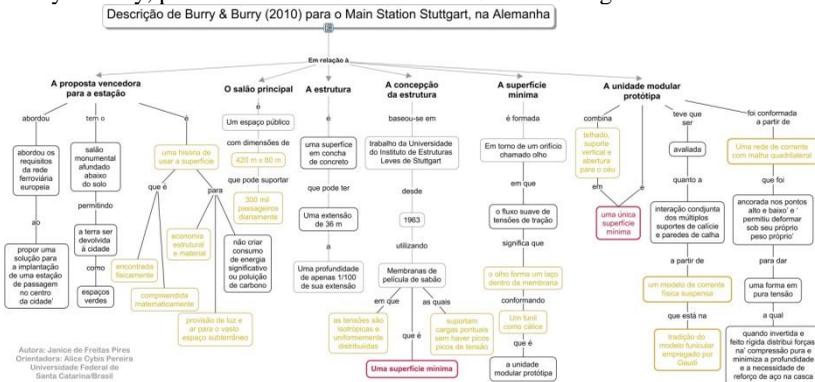
Um telhado de casca contínua ‘cobriria todo o espaço subterrâneo’, ‘admitindo luz natural e ventilação em todos os lugares’ através dos olhos cálice. Este espaço seria desenhado na Terra para aquecimento e resfriamento, e os túneis ‘para ventilação’. Uma maneira de descobrir como múltiplos suportes de cálice e

paredes de calha ‘interagiriam juntos’ em uma estrutura contínua de telhado era ‘construir um modelo de corrente física suspensa. Uma rede de corrente com malha quadrilateral foi ‘ancorada nos pontos alto e baixo’ e ‘permitiu deformar sob seu próprio peso próprio’ para dar uma forma em pura tensão. (Este modelo de corrente pendente está na tradição do modelo funicular empregado por Gaudí para encontrar as formas da torre para a capela de Colônia Guell.) ‘Quando invertida e feita rígida’, esta mesma forma de superfície ‘distribui forças na compressão pura, ‘minimizando a profundidade’ e a ‘necessidade de reforço de aço na casca’.

Seguindo a mesma metodologia aplicada anteriormente, construíram-se dois mapas conceituais que sistematizam as descrições e as imagens apresentadas por Burry & Burry.

A Figura 131 apresenta esta descrição no formato de mapa conceitual, contendo os termos associados à obra, as relações entre os termos e os tipos de relação, buscando formatá-la como uma ontologia em linguagem natural.

Figura 131 -- Esquema com as palavras-chaves e expressões apresentadas em Burry e Burry, para descrever a obra do Main Station Stuttgart.



Fonte: Elaboração própria.

Sobre esta descrição foram marcados em cor vermelha os termos que se referem exclusivamente à superfície da obra e em cor amarela, as caracterizações desta geometria em seus aspectos teóricos, técnicos e tecnológicos e seus atributos formais. As marcações em amarelo também contêm declarações sobre os aspectos arquitetônicos

relacionados com a superfície definida para a estação, assim como a respeito da técnica de formação física da superfície (modelo).

A explicitação dos elementos de saber envolvidos em tais termos objetiva explicar as descrições apresentadas em Burry & Burry e proporcionar a compreensão da estrutura formal desta superfície.

7.2 Análise de Saberes: Superfície mínima e modelos de catenária.

7.2.1 As definições de Burry e Burry para modelos de catenária, associado à superfície mínima da obra *Main Station Stuttgart* e evolução histórica do conceito.

A geometria da *Main Station Stuttgart*, analisada em Burry e Burry, é uma superfície mínima, tal como a geometria analisada no capítulo anterior, no entanto, ela não é obtida matematicamente, e sim fisicamente, conformada por meio de modelos que são submetidos a forças de tensão e relaxamento. Este modo de conformação geométrica está associado com uma técnica denominada de ‘modelos de catenária’.

O conceito de ‘modelos de catenária’ está relacionado à deformação a que são submetidos cabos suspensos sob a ação da gravidade, para obter uma forma (arcos) em pura compressão, que neste caso se conformam com a geometria da curva catenária. No caso da obra *Main Station Stuttgart* está associado a uma técnica para obter fisicamente um modelo geométrico de superfície mínima para a estação, que é distinta da técnica usada para encontrar a superfície de Costa, adotada na obra *Australian Wildlife Centre* (analisada no capítulo 06), e que foi obtida originalmente por meio de métodos de cálculo matemático. No entanto, inicialmente é necessário compreender a relação entre tais modelos e o conceito de superfícies mínimas. Burry e Burry (2010, pág. 253) apresentam a seguinte descrição para caracterizar ‘modelos de catenária’:

A catenária é uma curva matemática que, quando ‘rotada em torno de seu eixo X, dá origem’ ao catenoide, ou superfície mínima. A palavra ‘catenária’ é derivada da palavra catena que em latim significa ‘corrente’, de fato a catenária é a ‘forma resultante quando as duas extremidades de uma corrente são fixadas’ e a mesma ‘permanece pendurada por seu próprio peso’. Por coincidência, ‘quando refletida no eixo X’, ‘a catenária também descreve a linha de força de um arco de alvenaria que suporta seu próprio peso’. Um ‘arco construído nesse formato’ pode ‘sustentar-se por compressão’

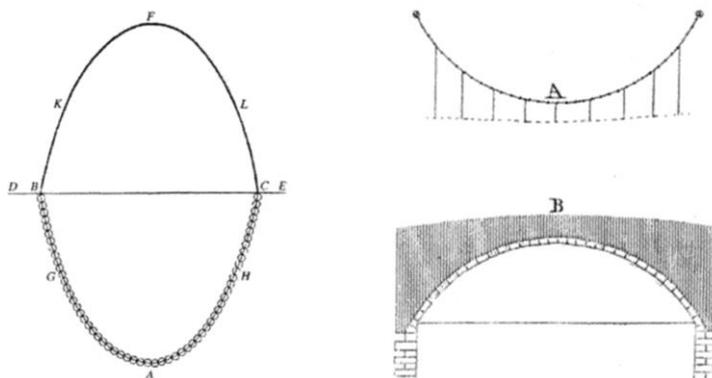
enquanto ‘a corrente sustenta-se por tensão’. Essa técnica ‘inspirou inúmeros projetistas’, notavelmente Gaudí, a encontrar a forma para suas estruturas de alvenaria a partir de modelos pendentes ou funiculares. A parábola é ‘uma aproximação da catenária’ (Galileo acreditava que ela fosse a forma de uma corrente pendurada). Ela tem uma ‘forma mais simples’ e é facilmente ‘construída ao definir os pontos equidistantes a partir de um ponto e uma linha’.

Para compreender os termos sublinhados no relato acima e as correspondentes declarações a respeito dos mesmos, marcadas em negrito, foi feita uma revisão teórica sobre ‘modelos de corrente de suspensão’, denominados por Burry e Burry ‘como modelos de catenária’. Na literatura a respeito identificou-se que tais modelos também são denominados de ‘modelos funiculares’ (OTTO, 1981; HUERTA, 2006; RIPPMMANN e BLOCK, 2013; CHILTON, 2000; CHILTON e CHUNG, 2017) ou ‘estruturas funiculares’ (PEREZ e GARCIA, 2009; RIPPMMANN e BLOCK, 2010; KANAIYA, 2013). A partir da literatura consultada foi possível compreender a distinção entre os termos ‘modelos de catenária’ e ‘modelos/ estruturas funiculares’: ela está relacionada com a caracterização que se pretenda atribuir em sua definição, seja ela para designar uma técnica de obtenção de formas (no caso de modelos de suspensão ou de catenária), ou para designar um modelo conceitual estrutural e tecnológico (no caso modelo funicular ou estrutura funicular). Os termos, neste caso, ficam totalmente dependentes um do outro; importante é saber que existe esta dependência e que um modelo de catenária pode ser caracterizado como um modelo funicular por ter igualmente uma ‘geometria funicular’.

De acordo com Kanaiya (2013), conceitualmente, uma estrutura funicular pode ser definida como uma estrutura que pode alcançar o estado de equilíbrio adotando um mecanismo de forma "correta" (forma / geometria) correspondente às cargas aplicadas. Essa forma "correta" é referida como a “geometria funicular”. A geometria funicular é, portanto, a geometria de uma estrutura funicular. Perez e Garcia (2009), citando trabalhos de Otto, referem-se às estruturas funiculares encontradas na natureza e entre estas destacam as conchas e tendas como princípios estruturais que são aplicados na arquitetura. Para estes autores, ambas são estruturas de forma ativa por terem a capacidade de carga por sua configuração espacial, trabalhando em regime axial. Enquanto tendas são flexíveis e atuam apenas em tensão, as conchas ou cascas são rígidas e têm normalmente tensão e compressão.

O primeiro emprego de estruturas funiculares pelo homem pode ser atribuído aos arcos com curva em catenária. Estes tem a propriedade de suportarem apenas esforços de compressão, de modo que não ocorrem momentos de torção significativos (LORENZI e FRANCAVIGLIA, 2010). Foram utilizados na Antiguidade (há registros na Mesopotâmia, segundo os mesmo autores) de maneira intuitiva, para a construção tanto de arcos como de abóbodas estáveis. As culturas grega e romana, no entanto, passaram a utilizar a curvatura circular em seus arcos e abóbodas semiesféricas, a qual é menos eficiente em termos estruturais. A redescoberta do arco catenário na idade moderna deve-se a Robert Hooke que, em 1671, anunciou que tinha encontrado uma verdadeira forma matemática e mecânica de todos os tipos de arcos para construção (HUERTA, 2006; LORENZI e FRANCAVIGLIA, 2010). Para tal arco ele apresentou uma solução criptograda em forma de anagrama, que foi publicada em 1675 em um livro sobre helioscópios: "Como pendura a linha flexível, assim ficará invertido o arco rígido" (HUERTA, 2006, pág. 324). A Figura 132, à esquerda, ilustra a solução de Hooke.

Figura 132 - A. Analogia de Robert Hooke entre corrente pendurada e arcos. B. Projeto de ponte usando um modelo suspenso.



Fonte: A. desenhado por Poleni 1748 in HUERTA (2006, pág. 325); B. Young 1807 in HUERTA (2006).

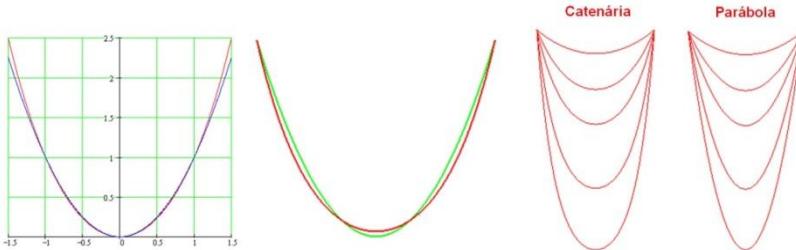
Segundo Huerta (2006), a idéia é entender o comportamento dos arcos por analogia com cabos suspensos por este ser o mesmo problema de equilíbrio. O autor destaca esta ser uma das mais brilhantes ideias na história da análise estrutural. A catenária é uma curva plana que representa a forma que uma corrente pendurada assume quando apoiada em suas extremidades e atuada sob a ação da gravidade (ilustrada ao centro da Figura 133). Seu nome deriva de catena (= corrente). Uma

definição mais técnica encontra-se em <https://www.mathcurve.com/courbes2d.gb/chainette/chainette.shtml>: “A catenária é a forma tomada por um fio inextensível, homogêneo, infinitamente fino, flexível e maciço pendurado em dois pontos, colocado em um campo gravitacional uniforme”.

Galileu definiu-a pela primeira vez, mas o fez de maneira equivocada ao acreditar ser uma curva parábola (LORENZI e FRANCAVIGLIA, 2010). Leibniz, Jean Bernoulli e Huygens mostraram mais tarde, em 1691, independentemente, que não era.

Huerta (2006) ressalta a diferença entre a curva catenária e uma parábola, termos que em muitos textos de Gaudi (arquiteto que posteriormente empregou largamente tais arcos em suas obras) são apresentados como sinônimos. Segundo Freitas (2015), a curva catenária está relacionada com a aplicação de funções hiperbólicas⁵¹.

Figura 133- À esquerda, um gráfico com a superposição das duas curvas: em vermelho, a catenária e em azul a parábola; ao centro outro gráfico ilustrando as diferenças sutis entre as duas curvas: em vermelho a catenária e em verde a parábola; à direita, para um comprimento igual, as parábolas são mais ‘curvadas’.



Fonte:

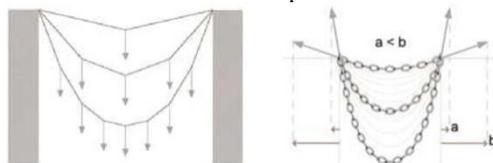
Segundo Gómez-Serrano (2002, pág. 97), se a carga suportada é horizontal e uniforme, ao se pendurar a corrente pelos seus dois pontos extremos, ela adota a forma da parábola, mas se as cargas forem diferentes e pontuais, a corrente ou cabo adota a forma denominada de ‘arco funicular’ (Figura 134):

En los arcos catenarios o funiculares de la misma longitud, cuanto mayor es la altura, menor es el empuje horizontal en el arranque y en la clave del arco, y cuanto menor es dicha altura,

⁵¹ Certas combinações de funções exponenciais que estão relacionadas com uma hipérbole aproximadamente da mesma maneira com que as funções trigonométricas estão relacionadas com o círculo. Tais funções são importantes em Matemática Aplicada. Fonte: Stewart, J. (2009)

mayor es dicho empuje, por las condiciones de equilibrio. Por tanto, los arcos más altos o esbeltos son los que menos empujes laterales tienen, y eran uno de los elementos que utilizaba habitualmente Gaudí. El arco catenario ideal puede modificarse en lo relativo a la forma por la acción gravitatoria de pesos insertados a lo largo que produzcan un arco funicular: cuando un gran peso central supera el resto de cargas simétricas, se obtiene la forma de un arco funicular apuntado en el centro; cuando las cargas son mayores en los laterales, la forma del arco funicular se acerca al carpanel o elíptico; cuando la carga es uniforme horizontalmente, la forma es la de una parábola.

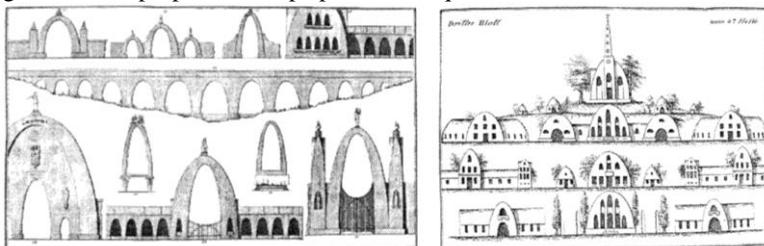
Figura 134 - Funículos segundo as cargas atuantes e catenária com distintos empuxos.



Fonte: GÓMEZ-SERRANO (2002).

Segundo Huerta (2006), a idealização de Hooke sobre arcos estáveis obtidos a partir da curva catenária levou diretamente ao uso de modelos simples pendurados para projetar e calcular. Isto pode ser exemplificado pelos arcos que os engenheiros ingleses do século XIX, notavelmente John Robison, construíram fazendo uso desta técnica; outro exemplo apontado pelo autor é o de modelos pendurados para dimensionar os contrafortes de uma igreja na Alemanha utilizados por Hübsch; e Tape que em 1818 publicou um livro propondo uma arquitetura de formas em catenária, a qual nunca implementou (Figura 135).

Figura 135 - A proposta de Tape para uma arquitetura catenária.



Fonte: Otto 1983, Graefe, 1985, in Huerta (2006, pág. 326).

Por volta de 1840, a teoria do impulso⁵² (de Newton) tornou esta abordagem, que era essencialmente intuitiva-experimental, mais rigorosa, dando unidade à teoria dos arcos, pela correlação entre linhas de impulso e mecanismos de colapso. Este fato permitiu calcular e desenhar uma linha de empuxo sem a necessidade dos modelos pendurados, usando análise matemática e métodos gráficos, delimitando-se assim a **estática gráfica**, que teve seus tratados divulgados a partir de 1870. Gaudí utilizou este método para configurar seus arcos e estruturas funiculares, especialmente para as obras Colônia Güell e Sagrada Família.

Huerta (2006, pág. 325) reitera que Gaudí, no entanto, fez uso do conceito de arcos catenários de uma forma totalmente original: no sentido de integrar o projeto estrutural no processo de projeto arquitetônico. Não se tratava de verificar a estabilidade de um determinado desenho, e sim de projetar desde o início usando formas estáveis. O autor ressalta que “Tanto quanto sabemos, é a primeira vez que essa tentativa é feita e explorada a toda a sua capacidade”.

Em relação ao emprego de modelos funiculares para configurar abóbodas (formas tridimensionais), Huerta afirma que o problema não é o de configurar uma catenária uniforme para um arco que se sustenta, o problema agora é encontrar a forma de um arco que suporta certa carga e que seja definido por duas linhas. A curva que o define deve ser de forma equilibrada e Rankine⁵³ chamou tal curva de “catenária transformada”.

Segundo o mesmo autor (pág. 326), “as **catenárias transformadas** implicam **cálculos matemáticos complexos** ou usam **métodos gráficos iterativos ou modelos suspensos**”. Ou seja, já em meados do século XIX (1858), Rankine afirma a diferença fundamental entre os modelos para formas bidimensionais (arcos) e os modelos para formas tridimensionais (superfícies ou abóbodas), a qual reside na complexidade para o cálculo e a determinação das curvas geratrizes de tais superfícies. Atualmente, a geometria de tais modelos é calculada a partir de *softwares* que simulam e trabalham com cálculos complexos,

⁵² Impulso é a grandeza física que mede a variação da quantidade de movimento de um objeto. É causado pela ação de uma força F atuando durante um intervalo de tempo Δt . Uma pequena força aplicada durante muito tempo pode provocar a mesma variação de quantidade de movimento que uma força grande aplicada durante pouco tempo. Ambas as forças provocarão o mesmo impulso.

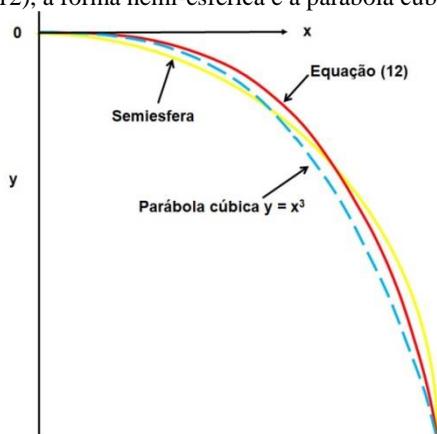
⁵³ Prof. William John Macquorn Rankine (1820 - 1872) foi um engenheiro mecânico escocês que também contribuiu para a engenharia civil, física e matemática. Fonte: https://en.wikipedia.org/wiki/William_John_Macquorn_Rankine

como os modelos baseados em elementos finitos (FEM), que será abordado mais tarde neste capítulo.

Analisando o trabalho de Gaudi o autor destaca que, na época, ele “precisava de uma **ferramenta de design** que lhe permitisse realizar cálculos rápidos e alterar o desenho à vontade” (HUERTA, 2006, pág. 327). O autor destaca que Gaudi, após suas investigações sobre o projeto de arcos, estudou o problema mais geral de projetar abóbodas e, finalmente, edifícios completos com formas equilibradas. Em relação aos métodos, Huerta afirma que Gaudi não preferia um ao outro, mas que havia um desejo evidente de investigar e considerar o problema a partir de diferentes perspectivas, tal como o **uso combinado de métodos gráficos e modelos**, permitindo obter uma compreensão profunda de problemas de estabilidade e forma em arcos de alvenaria.

Huerta cita que Hooke ainda no século XVII investigou previamente o problema das cúpulas, enquanto trabalhava com Wren no projeto da abóbada do St. Paul. Assim como aconteceu com o caso do arco de catenária, ele não conseguiu encontrar a expressão matemática correta, mas alguns dos projetos anteriores para a cúpula mostram o uso de **formas catenárias tipo cúpula** (a **catenária simples** é substancialmente diferente da **catenária para a superfície** de uma cúpula). O autor ainda cita que Hooke finalmente afirmou que o **perfil ideal para uma cúpula** é o de uma **parábola cúbica**, que está muito próxima da solução correta (a eq. 12, curva na cor vermelha, Figura 136, Heyman 1998, in HUERTA, 2006).

Figura 136 - Perfil ideal de uma cúpula: Comparação entre a solução exata (eq. 12), a forma hemi-esférica e a parábola cúbica de Hooke (HEYMAN, 1998).



Fonte: Redesenhado a partir de Huerta (2006, pág. 329).

O autor ainda cita que a análise matemática das formas de cúpula equilibradas teve seu primeiro desenvolvimento no século XVIII, na Europa, quando Bouguer⁵⁴ em 1734 encontrou a expressão matemática que Hooke estava procurando e declarou, pela primeira vez, o que hoje seria chamada de teoria ou abordagem de "membrana" (HUERTA, 2006). Nos séculos XVIII e XIX, o método de cálculo era no sentido de verificar a estabilidade de estruturas existentes ou de novos desenhos em que se conheciam a priori suas dimensões e curvas de seção. No entanto, não era um método de projetar abóbodas, como Gaudi almejava, no sentido de explorar diferentes curvas e dimensões espaciais para obter uma forma equilibrada, ou seja, um método iterativo para obter uma forma ainda não conhecida.

O autor destaca que, diante desse fato, Gaudi logo percebeu que, no caso mais geral, a única solução possível era usar **modelos de suspensão espacial**. Para o projeto e busca de formas, a idéia, segundo Huerta, é, provavelmente, original de Gaudi. Enquanto **modelos pendurados para arcos** são comuns na literatura da segunda metade do século XIX, há apenas uma menção ao uso de modelos pendurados para estudar o comportamento das abóbodas.

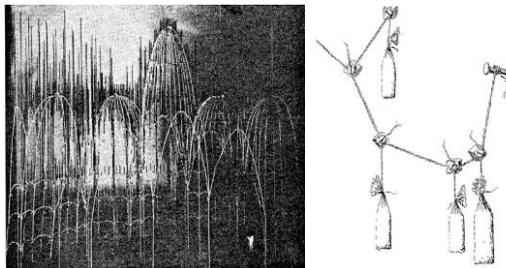
A descrição de Huerta (2006, pág. 331-332) referente a esta técnica é a seguinte:

Tal como no caso das catenárias transformadas, o problema não pode ser resolvido diretamente e é necessário efetuar iterações. Em primeiro lugar, o esqueleto principal é criado, onde os cabos principais representam os caminhos de impulso principais. Este primeiro modelo adota certa forma. Com base nessa configuração, calcula-se a área e o peso dos elementos e carrega-se o modelo utilizando pequenas saquetas cheias de areia (Figura 137). Estas cargas modificam a forma do modelo. O peso é então recalculado e as cargas são ajustadas no modelo para corresponder aos valores recém-calculados. O modelo adota uma forma muito aproximada à forma de equilíbrio (mesma Figura, à esquerda). A forma resultante

⁵⁴ Pierre Bouguer (1698 – 1758) foi um matemático francês, geofísico, geodesta e astrônomo. Ele também é conhecido como "o pai da arquitetura naval". Fonte: https://en.wikipedia.org/wiki/Pierre_Bouguer

pode ser observada, e pode ser alterada mudando a geometria e/ ou o carregamento.

Figura 137 - À esquerda, modelo suspenso preliminar, feito por Gaudi para a Igreja da Colônia Güel e à direita, uso de sacos para aplicar pesos ao modelo de suspensão.

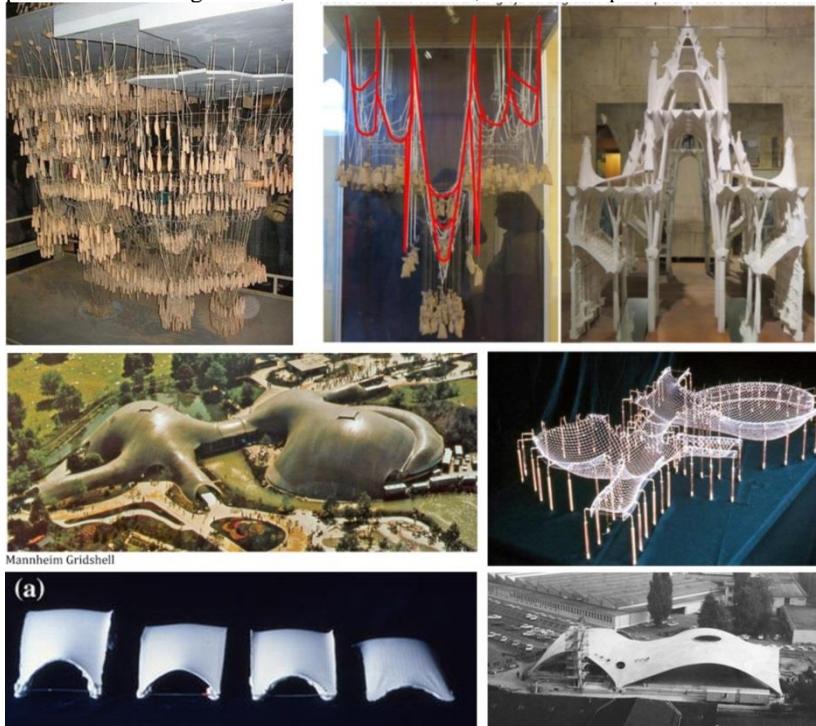


Fonte: Rafols, 1929 (in HUERTA, 2006); Rubid I Bellver, 1913 (in HUERTA, 2006).

Os modelos de suspensão (Figura 138), segundo Rippmann e Block (2013), além de terem sido utilizados na arquitetura por **Gaudi**, no processo de design da Cripta de Colônia Güell associados a métodos gráficos como ferramentas de design, também foram usados no século XX por **Frei Otto** e sua equipe para encontrar a forma para o Mannheim gridshell (BURKHARDT & BÄCHER, 1978) e **Heinz Isler**, que desenhou suas conchas de concreto com base em modelos de pano pendurado (CHILTON, 2000; 2017).

Uma diferença importante apresentada em [http://wiki.ead.pucv.cl/index.php/Estudio y relaciones entre Gaud%C3%AD \(sagrada familia\) y Frei Otto - \(estadio de munich / stuttgart 21\)](http://wiki.ead.pucv.cl/index.php/Estudio_y_relaciones_entre_Gaud%C3%AD(sagrada_familia)_y_Frei_Otto_-_(estadio_de_munich/_stuttgart_21).), relativa ao comportamento das membranas tensionadas e dos cabos perante uma distribuição de cargas, é que o cabo ao adotar uma forma funicular ele irá alterar sua forma se houver mudança na distribuição de cargas, ou seja, ele é funicular somente para uma determinada distribuição de carga; nas membranas isto não ocorre, pois se a força de compressão não supera um determinado valor, a membrana não altera sua curvatura, ou seja, as membranas são funiculares para várias diferentes distribuições de carga, pois podem distribuir as tensões entre seus mecanismos bidimensionais de tração e corte de várias maneiras.

Figura 138 - Modelos funiculares empregados na arquitetura nos séculos XIX-XX: na linha superior, modelos de Gaudí para a Colonia Güell (à esquerda) e Sagrada Família (ao centro e à direita); na linha central, modelo de Frei Otto para o Mannheim gridshell; e na linha inferior, modelos de pano de Heinz Isler.



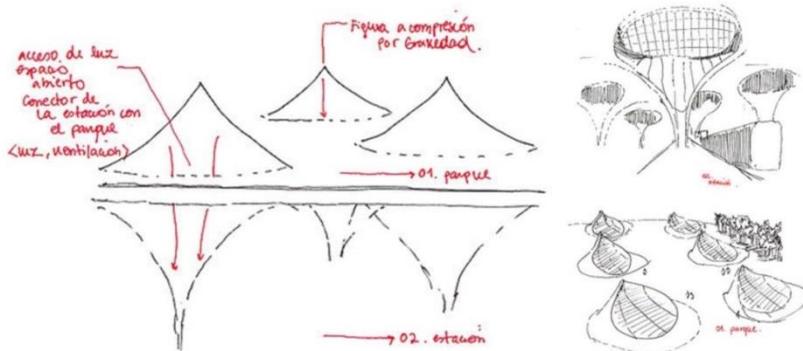
Fonte das imagens: <https://www.quora.com/What-is-Funicular-geometry-What-is-its-significance-in-Structures-in-Architecture>; Beraldo e Meirelles (2016, pág. 07); <https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S2214399815300011>; Chilton e Chuang (2017).

Para o projeto da estrutura da obra do *Main Station Stuttgart*, Ingenhoven Architects reuniram muitos especialistas em planejamento e procedimentos (https://src.lafargeholcim-foundation.org/dnl/7ede4aaf-e6f7-4ed4-a877-f56b0de47f33/HolcimAwards05_EUR_silver.pdf). Este processo foi referido como um ‘processo integrador’, no qual o principal objetivo era de minimizar a altura da estrutura do telhado na construção enquanto seria alcançada uma maximização do espaço livre interno do hall da estação. Dessa maneira, para desenvolver a forma, foram incorporados os resultados dos trabalhos em curso desde o ano de 1963 no *Institute for Lightweight Shell Structures (Institut für leichte*

Flächentragwerke da Universidade de Stuttgart), de Frei Otto. Em tais estudos, as membranas de filme de sabão foram utilizadas para desenvolver formas com uma distribuição completamente uniforme de tensões, as quais muitas vezes foram referidas como superfícies mínimas (segundo OSSERMANN, 1973, superfícies que minimizam área para um dado contorno fixo).

Esta quando invertida, resulta em uma estrutura de casca reforçada abobadada que suporta puramente tensões de compressão. Dessa maneira, a estrutura, denominada de casca de compressão pura, pode ser construída com uma altura estrutural mínima (ou seja, uma espessura muito pequena). O modelo de Frei Otto, experimentado inicialmente em película de sabão, utilizado como referência para obter esta estrutura, possui um formato de funil com um 'olho' em forma de laço (Figuras 139 e 140). A estrutura tensionada proposta para a estação proporciona continuidade ao espaço interior e trabalha a grandes esforços de compressão.

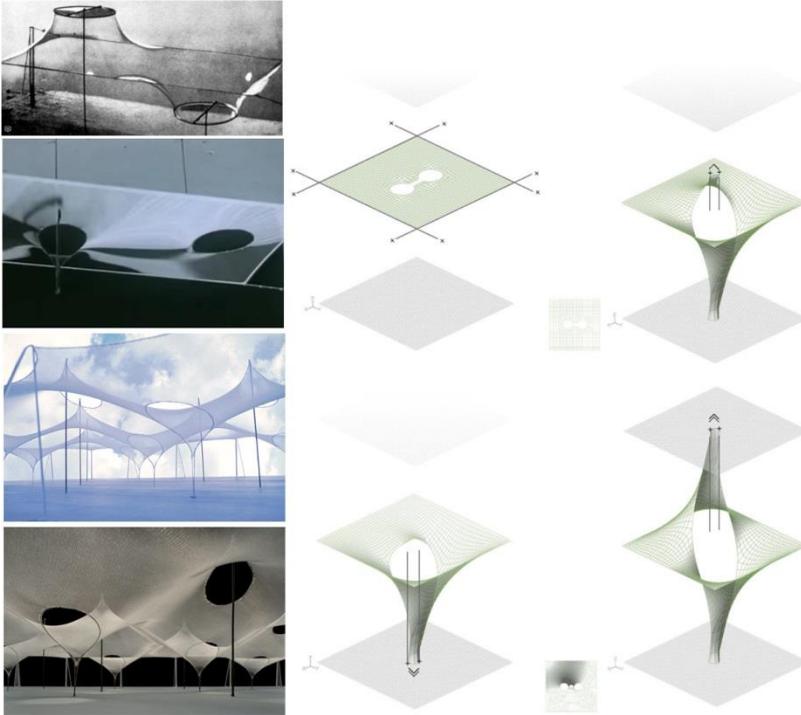
Figura 139 - Modelo de membrana tensionada de Otto, proposta para a estação de trem de Stuttgart.



Fonte:

[http://wiki.ead.pucv.cl/index.php/Estudio_y_relaciones_entre_Gaud%C3%AD\(sagrada_familia\)_y_Frei_Otto_-_estadio_de_munich/_stuttgart_21\)](http://wiki.ead.pucv.cl/index.php/Estudio_y_relaciones_entre_Gaud%C3%AD(sagrada_familia)_y_Frei_Otto_-_estadio_de_munich/_stuttgart_21)

Figura 140 - Modelos de superfície mínima e Modelo funicular de Frei Otto.



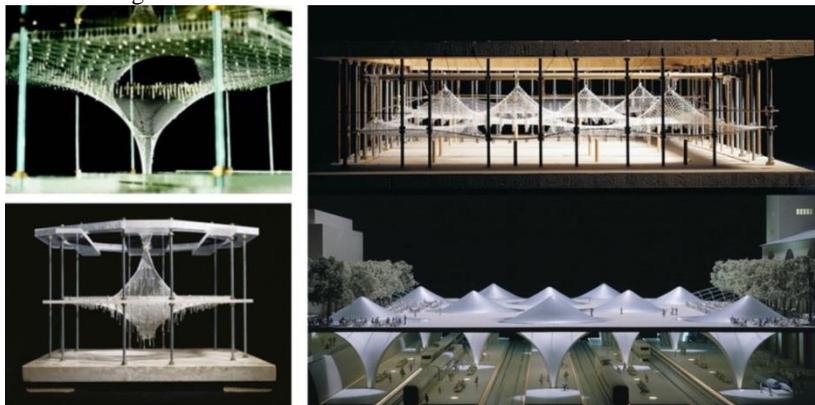
Fonte: https://www.archdaily.com.br/br/763770/pritzker-2015-frei-otto-e-a-importancia-da-experimentacao-na-arquitetura?ad_medium=widget&ad_name=navigation-prev; <https://www.archdaily.com.br/br/763720/video-frei-otto-experimentando-com-bolhas-de-sabao>; <https://archpaper.com/2015/05/frei-otto-1925-2015/>; <http://www.bmiaa.com/frei-otto-thinking-in-models-the-biggest-exhibition-ever-on-the-german-master/>; https://parametricsemiology.wordpress.com/2013/10/17/grp_06-session_01/

Ainda segundo os arquitetos da obra, em uma abordagem experimental, o elemento individual (olho e funil) juntamente com os suportes do funil e as paredes de calha foram desenvolvidos em modelos reais de corrente suspensa (Figura 141).

Em paralelo, houve um processo de busca de formas utilizando programas digitais com tecnologia CAD de superfícies de área mínima e os resultados de ambos os modelos foram comparados, para a configuração final do modelo de volume tridimensional do hall da estação. A geometria de dupla curvatura foi, ainda, otimizada e refinada

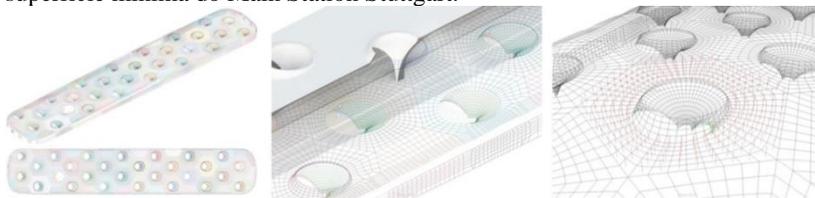
a partir de cálculos baseados em elementos finitos⁵⁵ (ROK OFFICE, <http://www.rok-office.com/projects/0990-stuttgart-21-parametric-fem/>). Com esse fim, foram desenvolvidos algoritmos específicos para gerar modelos complexos de elementos finitos para análise estrutural, os quais puderam ser implementados em software CAD como ferramentas flexíveis, para gerar e modificar modelos complexos de malha (Figura 142).

Figura 141 - Modelo funicular (de corrente de suspensão) proposto para o Main Station Stuttgart.



Fonte: <http://architecturehabitat.blogspot.com.br/2010/10/final-submission.html>

Figura 142 - Modelo paramétrico baseado em elementos finitos da estrutura de superfície mínima do Main Station Stuttgart.



Fonte: <http://www.rok-office.com/projects/0990-stuttgart-21-parametric-fem/>

⁵⁵ O **Método dos Elementos Finitos** (MEF) (**Finite Element Method - FEM**) é um procedimento numérico para determinar soluções aproximadas de problemas complexos, em que o domínio de um problema é subdividido em partes menores, denominadas de elementos finitos.

Fonte: https://pt.wikipedia.org/wiki/Método_dos_elementos_finitos

7.3 Modelos funiculares e a abordagem regenerativa na Arquitetura

Nas últimas cinco décadas, principalmente devido ao crescimento dos problemas ambientais que causam uma profunda preocupação em toda humanidade, o conceito de *sustentabilidade* tem sido amplamente incorporado na arquitetura. Gonçalves e Duarte (2006, p. 52) se referem a um período da história da arquitetura no qual a tecnologia de sistemas prediais foi impulsionada pela crença de que ofereceria meios para o controle total das condições ambientais de qualquer edifício, em detrimento ao uso da *arquitetura bioclimática*. A partir das preocupações com o consumo de energia, originadas na década de 1970, o tema da arquitetura sustentável evoluiu para outros aspectos do impacto ambiental da construção, como o gerado pelos processos de industrialização dos materiais e a busca por sistemas prediais mais eficientes.

Littman (2009), no entanto, aponta que sustentabilidade na arquitetura, como é entendida pela sociedade moderna hoje, é uma medida insuficiente para o projeto de arquitetura, atual e futura. O autor destaca que a entrada contínua de energia e recursos em uma estrutura para o funcionamento saudável e completo não é sustentável por qualquer meio e que o paradigma atual em arquitetura é a degeneração e o emprego de tecnologias obsoletas. Na concepção regenerativa, o único meio de um edifício ser "além de sustentável", ou seja, "regenerativo", é ter o potencial para a integração do mundo natural como um parceiro igual. O projetista deve assim conhecer o lugar em um nível íntimo e profundo com base nos padrões, forças e energias existentes, que desenvolvem um retrato único de tal local. Os dados tangíveis, revelados por sua dinâmica, são então usados como as informações generativas da arquitetura.

Littmann (2009) desenvolveu estudos em que buscou traçar alguns princípios para projetos de regeneração na arquitetura. Para ele, compreender o funcionamento do meio natural é uma das premissas da arquitetura regenerativa. Neste contexto, a arquitetura regenerativa envolveria o mundo natural como meio gerador da arquitetura, empregando uma compreensão completa e abrangente dos sistemas naturais e de vida no projeto de uma estrutura.

Segundo o autor, a análise do local exerce um papel central no desenvolvimento de um projeto de concepção regenerativa, em parte porque os tecidos são construídos em torno do fluxo de energia e tornam-se a expressão física ou forma de personificação desta energia. Neste processo, a natureza essencial do fluxo e a correspondente natureza do meio através do qual ele passa determinam a sua expressão

na forma. A percepção do lugar como um conjunto de padrões e sistemas interdependentes é o primeiro passo que o projetista deve dar no processo de concepção regenerativa.

Como um dos princípios orientadores para a regeneração, o autor destaca a *integração dos sistemas inteiros de design*, que está amparada nos seguintes critérios: Todos os sistemas e entidades são contabilizados e incorporados no projeto geral do sistema; Todos os sistemas estão envolvidos em comunidades de relações de apoio mútuo; Cada uma das entidades do sistema deve desempenhar mais do que uma função ou satisfazer mais do que uma necessidade dentro do sistema (multiplicidade); cada necessidade dentro do sistema é recebida com mais de uma solução, não existindo uma única solução para o seu funcionamento (redundância). Por exemplo, a aquisição de energia utilizável por meio de mais de uma solução (energia solar, eólica ou biomassa) fortalece o sistema, em termos energéticos, pois permite solidificar a entrada de energia, tornando-o mais confiável, eficiente e benéfico.

Outro princípio apontado pelo autor é da *integração na paisagem*, em que se destacam as seguintes ideias: a análise do local, seus elementos e sistemas naturais são a base geradora do projeto; a habitação e integração paisagística criam uma nova unidade / entidade inteira; a construção da habitação é naturalmente artificial ou artificialmente natural, tendo-se, na arquitetura regenerativa, a necessidade de transpor-se a lacuna entre o artificial e o natural, fazendo-se uma síntese da relação entre os dois.

O princípio dos *limites inteligentes* estabelece que cada programa tenha um limite mínimo exigido, com uma máxima potencialmente infinita. O projeto reflete o equilíbrio do programa e cada material e espaço é potencialmente maximizado e integrado em todo o seu potencial de entrada líquida positiva no sistema. A noção de "Limites inteligentes" é crucial para o processo de design, pois garante que o equilíbrio possa ser cumprido dentro do sistema, sem limitar o potencial de regeneração dentro do sistema.

O princípio da *construção inteligente* refere-se à construção da arquitetura, bem como a construção de sistemas e o local; respeita a eficiência dos materiais, maximização de seu potencial e construtibilidade.

O princípio da *ecologia ousada (Bold Ecology)* refere-se à implementação e proliferação de sistemas ecológicos que executam múltiplas funções, são regenerativos e fornecem uma produção líquida positiva.

As estruturas recorrentes na natureza, que foram discutidas no capítulo 6 com base nos trabalhos de Bertol (2011) e Perez-Garcia e Gómez-Martínez (2009), podem ser identificadas como estruturas com potencial para integrar estes princípios. Otto (1981) refere-se ao pneu⁵⁶ como responsável pelo crescimento destas estruturas, em um processo no qual a forma final é alcançada como resultado de um arranjo funicular produzido pelas cargas em tal pneu (material flexível). Perez-Garcia e Gómez-Martínez (2009) consideram ser este um *processo tecnológico muito elevado de encontrar a forma ótima*, a qual possui propriedade de superfícies mínimas.

A arquitetura contemporânea recente integra estes princípios visando à regeneração e a busca de modelos geométricos baseados em estruturas funiculares que imitam as estruturas da natureza. O arquiteto belga Vincent Callebaut (<http://vincent.callebaut.org>) desenvolveu um projeto de recuperação do parque Yeouido, em Seul, Coreia do Sul, que integra um terminal de ferry flutuante no rio Han, no qual foi empregada a mesma geometria estudada neste capítulo, ou seja, o modelo funicular de Frei Otto em combinação com uma superfície em formato de ‘sela’ (Figura 143). A ‘sela’ que se localiza na parte superior da superfície, é descrita pelo próprio arquiteto como uma porção de um parabolóide hiperbólico.

A ideia por trás do projeto pode ser compreendida a partir das explicações do próprio arquiteto (http://vincent.callebaut.org/object/170609_mantaray/mantaray/projects/user). O governo local de Seul pretende desenvolver o espaço urbano da área do parque Yeouido como um espaço experimental de desenvolvimento sustentável. A proposta integra a reabilitação do rio Han e dos ecossistemas urbanos e biodiversidade. O principal objetivo é melhorar a irrigação do lugar, transformando o parque em uma floresta ecológica de salgueiros, que criarão uma faixa de filtragem em forma de pântano fortalecendo a proteção natural dos bancos contra as inundações dos rios.

Ao todo o projeto urbano integra quatro núcleos com arquitetura densamente vegetada, que estão ligados ao sistema de trânsito público por frutas e hortaliças e por uma ponte de pedestres com suporte de cabos. O ferry flutuante (Yeoui-Naru) é o primeiro núcleo: sua principal característica é poder se adaptar às águas ascendentes de até 5 metros de

⁵⁶ Pneu ou as estruturas pneumáticas podem ser considerados como formas estruturais estabilizadas integralmente, ou parcialmente, pela atuação de pressão de gases na membrana (OTTO & TROSTEL, 1967).

acordo com as inundações sazonais e ser um marco para todo o projeto, gerenciando o trânsito dos moradores e do rio, com espaços culturais que apresentam a história e projetos de desenvolvimento relacionados ao rio.

Figura 143 - Projeto Manta Ray, de Vincent Callebaut, com princípios da arquitetura regenerativa e modelos funiculares, utilizando a estrutura de Frei Otto e uma porção de um parabolóide hiperbólico.



Fonte:

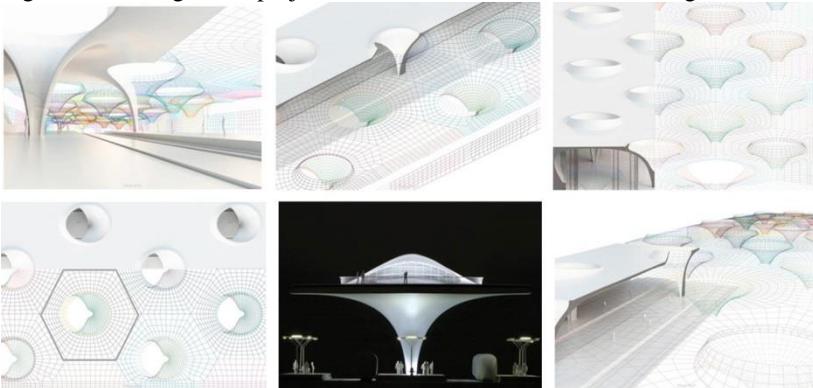
http://vincent.callebaut.org/object/170609_mantaray/mantaray/projects/user

7.4 A modelagem paramétrica do *Main Station Stuttgart*

O processo de modelagem proposto para a geometria desta obra, igualmente ao capítulo anterior para a superfície do *Australian Wildlife Health Centre*, foi desenvolvido de maneira conceitual, gerando um modelo aproximado da superfície da estação. Isso se justifica pelo objetivo nesta pesquisa de aprofundar o conhecimento da geometria complexa recorrente em obras da arquitetura contemporânea e da modelagem paramétrica a partir dos seus entes geométricos fundamentais e dos seus processos de geração. Com este objetivo, inicialmente buscaram-se imagens da cobertura da obra e informações relevantes, tais como: se havia alguma descrição explícita dos tipos de curvas envolvidas nesta geometria; e se havia alguma referência a modelos digitais desenvolvidos para identificar os possíveis processos

de geração da superfície. Nesta busca de informações, ao procurar-se na Internet pelas palavras-chave ‘3D model Main Station’, encontrou-se a página que continha as informações e as imagens do modelo FEM desenvolvido pela empresa ROK, conforme apresentado anteriormente. Tais imagens foram as primeiras encontradas que continham uma vista superior de toda a cobertura da estação e também uma imagem ampliada de uma parte dela, que poderia ser utilizada para delimitar a configuração do módulo básico que se repete ao longo da estrutura (hexágono marcado em cinza na parte inferior à esquerda da Figura 144). Também as imagens em perspectiva auxiliaram a compreender as curvas e o processo de geração da superfície, mas em tais imagens não havia um detalhe em vista ortográfica que permitisse obter o formato exato das curvas geratrizes. Dessa maneira, juntaram-se as informações destas imagens com as imagens apresentadas em Burry e Burry e no *site* de *Ingenhoven Architects*, em que haviam vistas ortográficas do projeto. Identificou-se que sobre tais vistas ortográficas era possível mapear graficamente as curvas geratrizes (imagem com fundo preto na mesma Figura).

Figura 144 - Imagens do projeto da cobertura do Main Station Stuttgart.



Fonte: ROK (<http://www.rok-office.com/projects/0990-stuttgart-21-parametric-fem/>) e *Ingenhoven Architects* (<http://www.ingenhovenarchitects.com/projects/more-projects/main-station-stuttgart/>)

Em relação às curvas de modelos funiculares em geral, a única referência que se encontrou foi sobre a identificação de Hooke das curvas ‘parábolas cúbicas’ (curvas com função $y = x^3$, ou seja, curvas cúbicas) como as curvas mais próximas que são configuradas nas

abóbodas (superfícies) funiculares, obtidas nos séculos XVIII e XIX, relatada em Huerta (2006).

Ainda procurou-se uma informação mais precisa sobre o tipo de curva para que fosse feita uma tentativa de definir esta curva de maneira mais exata, até mesmo utilizando a função matemática da curva. Esta busca foi focada tanto em textos como em modelos digitais, e ao digitar as palavras '*main station stuttgart 3d model*', encontrou-se um processo de modelagem paramétrica da cobertura da estação desenvolvida por Zhang (2014, <http://aggieyingzizhang.blogspot.com.br/2014/03/arch689-project-1.html>).

No relato do processo de modelagem, é citado que a curva da superfície da obra é definida pela equação matemática $y^3 = ax$. Ou seja, trata-se de uma curva definida por uma função de raiz cúbica. O processo desenvolvido não foi utilizado como referência para esta pesquisa, por não se corresponder com o tipo de modelagem aqui proposta, desde que a autora definiu uma geometria de revolução e fez seções nesta geometria, para configurar a estrutura inteira do módulo básico da cobertura, ou seja, a cobertura não foi exclusivamente gerada pelo movimento de suas curvas geratrizes sobre as diretrizes.

7.4.1 O processo de modelagem paramétrica

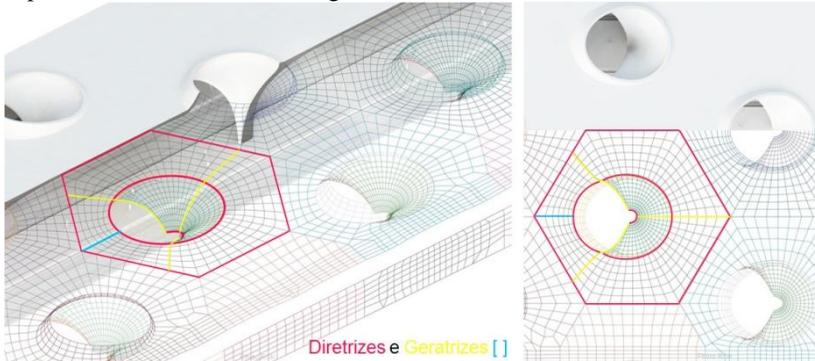
7.4.1.1 Análise geométrica

Para a obra *Main Station Stuttgart* é necessário precisar as porções de superfícies que compõem o módulo básico estrutural e as geratrizes e diretrizes que geram as superfícies destas porções. Para tanto, a atividade de análise sobre as imagens em vista superior, vistas ortográficas e perspectivas disponíveis torna-se essencial. Em tais análises é possível observar inicialmente a existência de duas porções distintas de superfícies, ou duas superfícies diferentes: uma superfície uniforme (superfície 1), na qual é possível distinguir um único tipo de curva geratriz em sua geometria, e uma superfície com dois tipos de curvas geratrizes (superfície 2), apoiadas em diretrizes circulares (Figura 145). Esta análise aponta para a inclusão de conceitos relativos às próprias técnicas de geração das superfícies: uma geometria com um único tipo de curva geratriz pode ser gerada com técnica distinta de uma geometria que possui dois tipos diferentes de curvas geratrizes.

A análise sobre imagens da obra, em vista superior e frontal (Figuras 145 e 146), também teve o objetivo de identificar os seguintes elementos geométricos da cobertura: as circunferências diretrizes da superfície (em vermelho); o ângulo definido nos arcos de circunferência

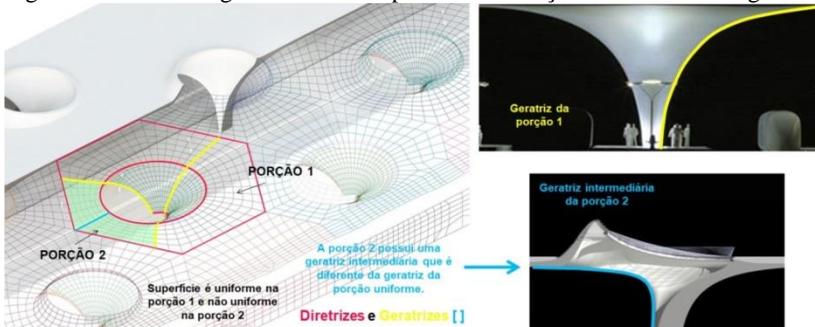
sobre o qual ocorre o movimento circular das curvas geratrizes; e as curvas geratrizes (em amarelo e azul nas mesmas Figuras). As alturas dos arcos diretrizes ficam definidas pelos pontos inicial e final das curvas geratrizes.

Figura 145 - Análise geométrica: identificação das geratrizes e diretrizes da superfície do Main Station Stuttgart.



Fonte: Elaboração própria a partir das imagens de ROK (<http://www.rok-office.com/projects/0990-stuttgart-21-parametric-fem/>)

Figura 146 - Análise geométrica da superfície da estação de trem de Stuttgart.



Fonte: Elaboração própria a partir das imagens de ROK (<http://www.rok-office.com/projects/0990-stuttgart-21-parametric-fem/>) e Ingenhoven Architects.

As geratrizes iguais da superfície 2 (marcadas na cor amarela na Figura 146) encontram-se nos extremos da superfície e a geratriz com configuração diferente (marcada na cor azul) localiza-se na parte intermediária da superfície. Esta porção se corresponde com a parte que fica ‘aberta’, configurando os orifícios da estrutura da estação. A existência de três geratrizes aponta para o emprego de um processo de

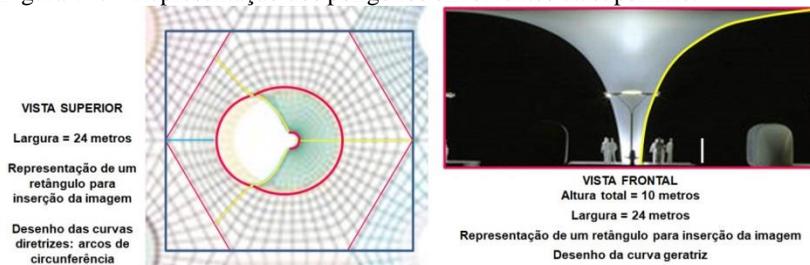
geração que considere estas três curvas geratrizes, além das curvas diretrizes. E a existência de um único tipo de geratriz na porção 1 aponta para um processo de geração diferente do anterior, em que seja considerada esta geratriz única juntamente aos arcos diretrizes.

As geratrizes são curvas de terceiro grau, conforme citado anteriormente. Sua representação paramétrica pode ser feita por meio de curvas interpoladas pelos pontos de controle da curva, os quais podem ser obtidos ao se desenhar uma curva livre diretamente sobre a imagem da obra. As diretrizes identificadas, além dos arcos de circunferência, incluem também um polígono de seis lados (um hexágono) que atua como curva de corte na parte superior da superfície.

Na análise das imagens identifica-se também que as diretrizes circunferências da superfície possuem o mesmo centro, ou seja, são concêntricas, mas a circunferência diretriz da superfície 2 não possui o mesmo centro das anteriores. Seu centro está deslocado para outro ponto, podendo-se associar ao fato anteriormente citado de que a geometria sofre uma deformação maior na porção em que esta circunferência é a diretriz da superfície. Destaca-se que esta construção por arcos e por geratrizes uniformes na porção 1 é uma aproximação da geometria, pois as curvas exatas que se conformam em todas as porções da superfície só podem ser obtidas em *softwares* que incluem simulações das condições físicas a que estas superfícies estão submetidas pelo modelo funicular de referência.

A Figura 147 apresenta uma análise das dimensões da superfície da obra e a representação dos polígonos envolventes para delimitar as curvas geratrizes e diretrizes, polígonos que serão utilizados e representados como traçados reguladores da modelagem paramétrica da superfície. As dimensões foram obtidas a partir da referência de Ingenhoven e da altura dos ‘calungas’ que representam a figura humana na imagem à direita da mesma Figura.

Figura 147 - Representação dos polígonos envolventes da superfície.



Fonte: Elaboração própria a partir das imagens disponíveis em ROK e *Ingenhoven Architects*.

As análises indicaram a delimitação de um algoritmo de modelagem paramétrica, o qual considera a existência de duas superfícies distintas para compor a superfície inteira do módulo básico da estação de trem. A primeira superfície (1) é definida por uma única geratriz e a forma como esta geratriz percorre o espaço tridimensional em varredura, que é em torno de um arco de circunferência, aponta para um processo de revolução da curva. Em um processo de revolução, a diretriz circular já está implícita, não necessitando da representação gráfica desta diretriz. Dessa maneira, tal processo pode ser considerado como parte do algoritmo de modelagem. Após a geração desta superfície por revolução é necessário delimitar um contorno hexagonal na superfície e isso pode ser obtido por uma seção dada por um polígono de seis lados. A partir desta lógica de pensamento, é possível construir previamente um algoritmo referente à modelagem paramétrica da primeira superfície (Figura 148) que considera 04 etapas de desenvolvimento: a representação da curva geratriz; a revolução da curva em torno de um eixo que passa pelo centro da superfície, considerando-se o intervalo dessa revolução; a representação do hexágono de limite superior; e a seção da superfície pelo hexágono.

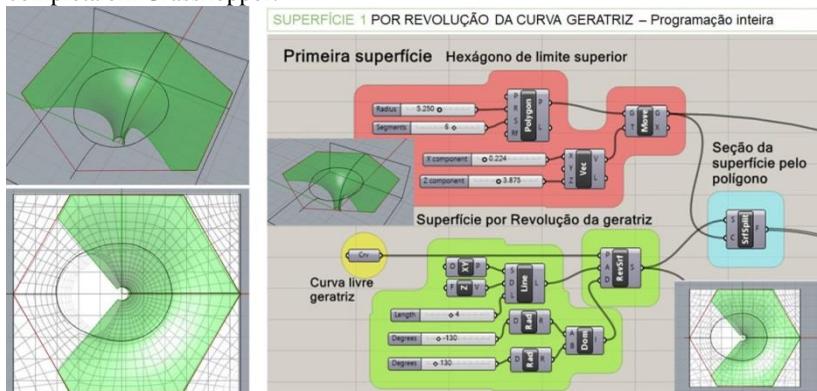
Figura 148 - Algoritmo referente à modelagem paramétrica da superfície 1 do módulo básico da cobertura do Main Station Stuttgart.



Fonte: Elaboração própria.

As etapas deste processo de modelagem estão detalhadas nas Figuras AP 52 a AP 56 do APÊNDICE 07 desta tese. A programação visual completa está ilustrada na Figura 149.

Figura 149 - Superfície 1 resultante da modelagem e programação visual completa em Grasshopper.



Fonte: Elaboração própria.

A segunda superfície (2) é definida por duas geratrizes iguais localizadas em simetria polar (rotação em torno do ponto central da superfície) e uma geratriz de configuração diferente, que se encontra na posição intermediária das geratrizes anteriores. As geratrizes extremas podem ser obtidas por extração das geratrizes que configuram a borda da superfície 1, sendo porções destas curvas. A geratriz intermediária pode ser obtida pelo desenho diretamente sobre a imagem da obra e a leitura de seus pontos de controle no ambiente de modelagem paramétrica, com posterior representação de uma curva livre interpolada por tais pontos.

A forma de geração identificada é por varredura em que existe uma interpolação da forma da curva entre as geratrizes extremas e a intermediária. Este processo de geração pode ser definido pela varredura com duas diretrizes e várias curvas geratrizes, o *SWEEP 2*, utilizado anteriormente no decorrer dos capítulos 4 e 6. As diretrizes são dois arcos de circunferência que tem seus pontos extremos localizados nos pontos extremos das curvas geratrizes. A partir desta afirmação é possível desenvolver um algoritmo que integre uma modelagem relacional entre os pontos de conexão das geratrizes e diretrizes. As demais etapas são idênticas as desenvolvidas no processo de geração da superfície 1, englobando a seção da superfície modelada pelo hexágono de limite superior. A esquematização geral desta modelagem está ilustrada na Figura 150.

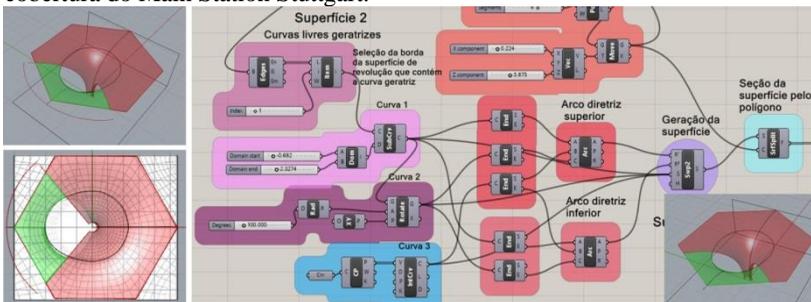
Figura 150 - Algoritmo das etapas de modelagem paramétrica da superfície 2 da cobertura do Main Station Stuttgart.



Fonte: Elaboração própria.

As etapas deste processo de modelagem estão detalhadas nas Figuras AP 57 a AP 64 do APÊNDICE 07 desta tese. A programação visual completa está ilustrada na Figura 151.

Figura 151 - Algoritmo completo da modelagem paramétrica da superfície 2 da cobertura do Main Station Stuttgart.

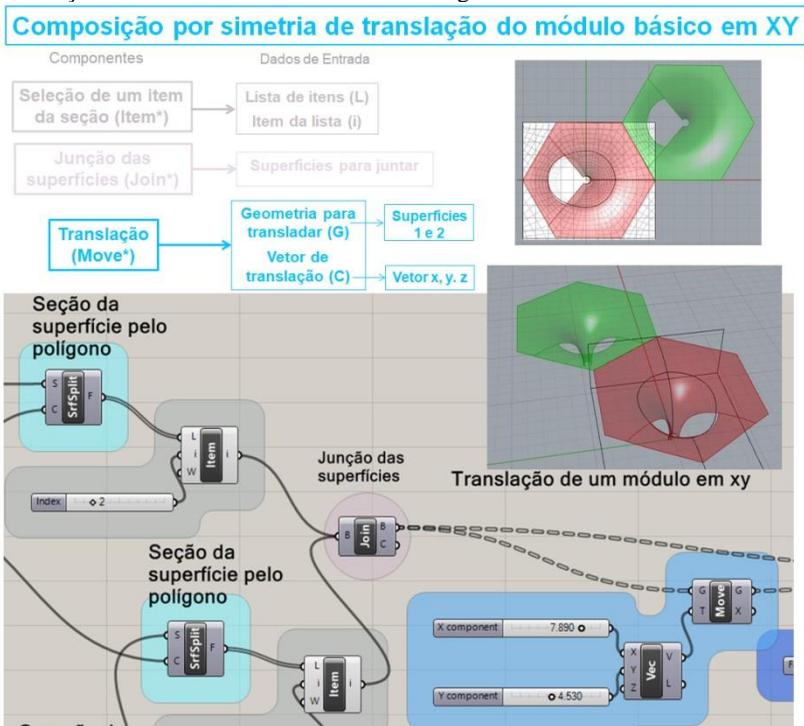


Fonte: Elaboração própria.

Para a geração de toda a estrutura do *Main Station Stuttgart* identificou-se um processo compositivo por simetrias de translação do módulo básico. Estas estão definidas por uma translação simples em x e y deste módulo (*Move*) e por simetrias múltiplas em x e y dos módulos resultantes da translação simples, as quais são representadas por meio de ‘matrizes lineares’ (*Linear array*). Antes de aplicar as translações, é necessário escolher entre as superfícies resultantes das seções nas superfícies 1 e 2, o item em cada seção que se refere a porção da

superfície. E após, pode-se juntar estes itens (as superfícies) com um componente de junção (*Join*) de *BREPS* – *boundary representations*, para realizar a translação dos itens em conjunto. A Figura 152 ilustra um esquema gráfico e a programação visual desta etapa de modelagem paramétrica.

Figura 152 - Algoritmo da etapa de modelagem paramétrica da simetria de translação da cobertura do Main Station Stuttgart.

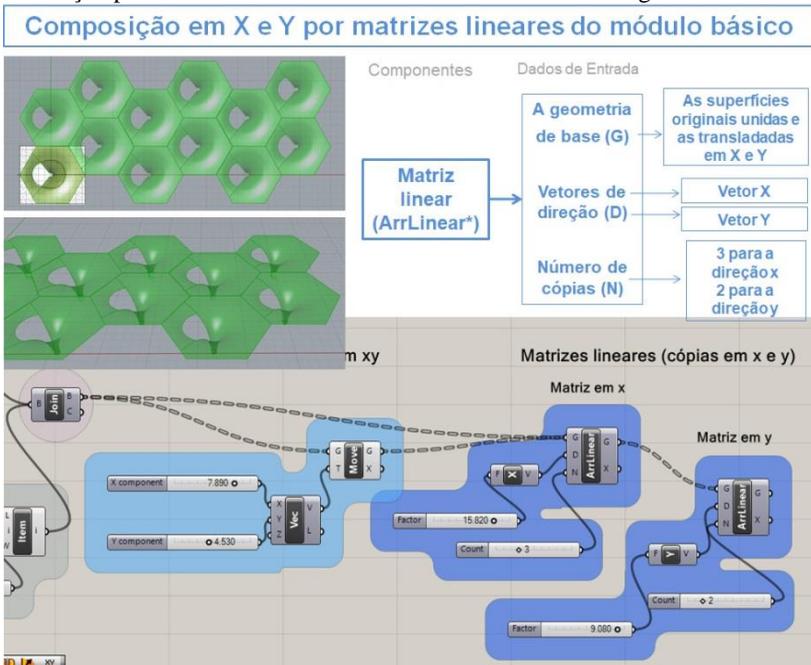


Fonte: Elaboração própria.

A composição final é obtida por aplicação de translações simultâneas em x e y dos dois módulos, sejam eles: o módulo originalmente modelado e o módulo resultante da etapa de translação em x e y. Este processo, denominado de matriz linear, tem como parâmetros de computação além das geometrias a serem transladadas, os vetores de translação, ou seja, vetores x e y, e o número de cópias em cada translação. A aplicação de matrizes de translação pode ser feita de maneira independente em x e em y, utilizando-se dois componentes do tipo *Linear array*, um para as translações em x e outro para as

translações em y, ou pode ser aplicada ao mesmo tempo para x e y, com um componente tipo matriz retangular. Na programação visual da Figura 153 foi utilizada a primeira hipótese, com duas matrizes lineares (para x e para y) aplicadas aos módulos que serão repetidos. No caso da segunda hipótese (matriz retangular), seria necessário incluir o polígono de seis lados (hexágono) como a célula de base para as repetições nos eixos x e y.

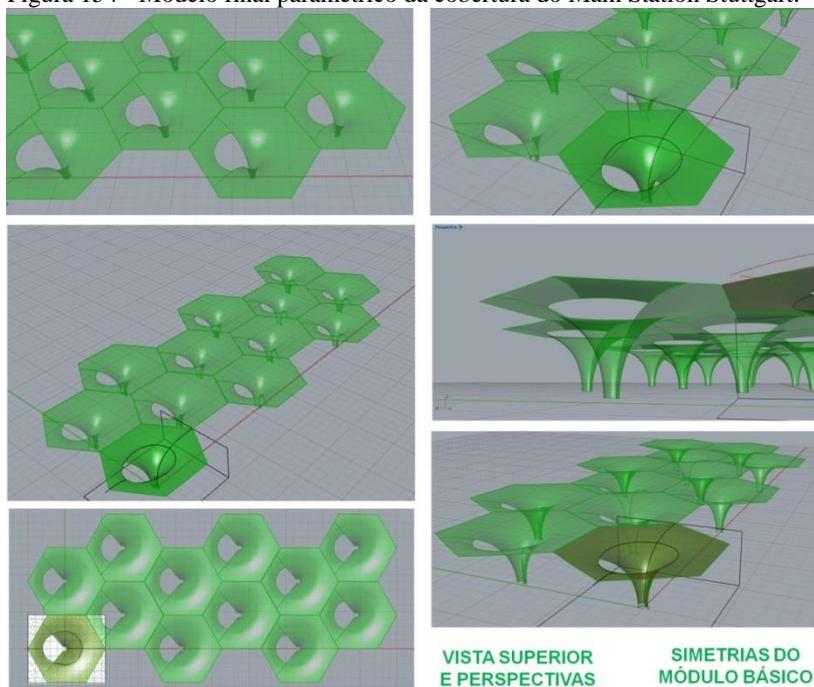
Figura 153 - Algoritmo da etapa de modelagem paramétrica das simetrias de translação por matriz linear da cobertura do Main Station Stuttgart.



Fonte: Elaboração própria.

A Figura 154 apresenta as imagens do modelo paramétrico resultante, em vista superior e em perspectivas, com tomadas em aproximações do ponto de vista visando facilitar a percepção da geometria do modelo final obtido.

Figura 154 - Modelo final paramétrico da cobertura do Main Station Stuttgart.

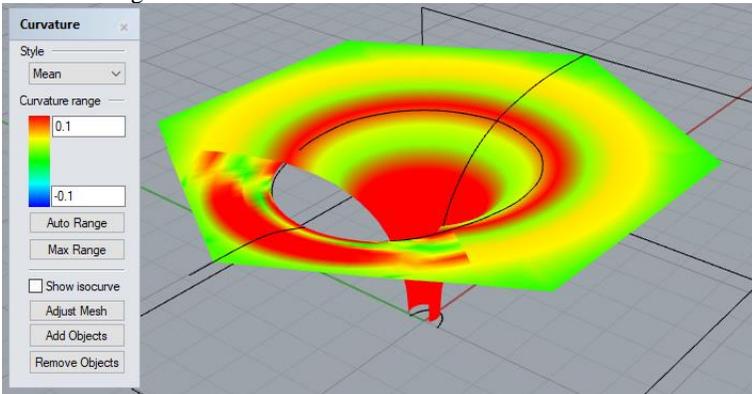


Fonte: Elaboração própria.

A verificação das curvaturas da superfície pode ser feita com o componente de análise de curvatura, para avaliar o comportamento que caracteriza uma superfície mínima, dado pela curvatura média (M). O componente ‘curvatura’ encontra-se na guia de análise de superfícies. Para testar um ponto sobre a superfície, é necessário inserir um *slider* multidimensional (*MD slider* – guia *Params - Input*), o qual extrai as coordenadas uv de tal ponto. Outra maneira mais intuitiva é avaliar a curvatura diretamente no *software* Rhinoceros, após transpor a geometria da programação para o ambiente deste *software*.

Na Figura 155 é possível observar a presença de curvaturas variáveis e poucos pontos com curvatura média igual a zero absoluto, os quais ocorrem próximos à região planar da superfície. Isto se deve, do mesmo modo como ocorrido para a superfície tratada no capítulo 6, a não precisão do modelo digital, para o *Main Station Stuttgart* em relação ao modelo funicular de referência, o qual foi obtido em experimentações físicas.

Figura 155 - Análise de curvatura do modelo paramétrico da cobertura do Main Station Stuttgart.



Fonte: Elaboração própria.

Explorações adicionais podem ser feitas como a definição precisa da curva geratriz das superfícies 1 e 2. A função de raiz cúbica que descreve tal curva pode ser programada diretamente no Grasshopper, por meio da inserção da fórmula desta função ou utilizando operações matemáticas. A utilização de operações matemáticas para representar a curva tem um interesse didático, porque que estas operações descrevem propriedades relacionais entre objetos parametrizados as quais existem, de fato, quando se trata dos objetos arquitetônicos.

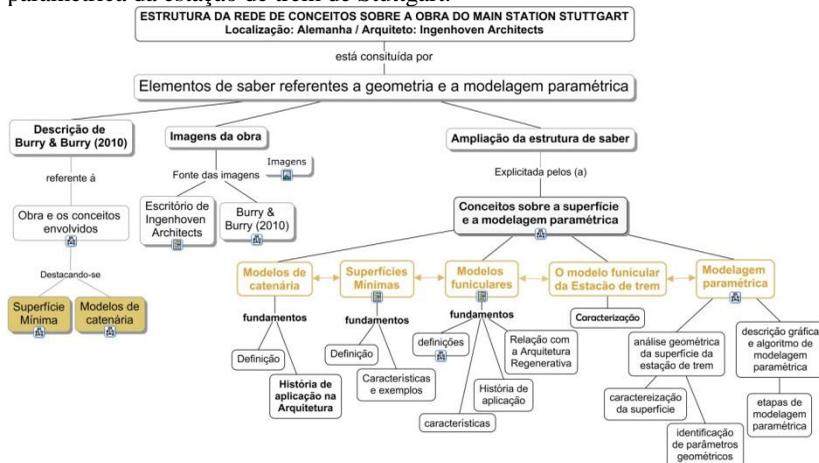
7.5 A estruturação dos conceitos

7.5.1 A estrutura do conteúdo

O mapa das estruturas de saber que busca representar os conceitos apresentados, tal como nos capítulos anteriores, foi estruturado a partir dos conceitos mais gerais para os conceitos particulares. O primeiro mapa específico da obra do *Main Station Stuttgart* apresenta a estrutura completa da organização dos temas relativos à geometria e a modelagem paramétrica (Figura 156).

Esta estrutura se organiza em torno da(s): descrições apresentadas por Burry e Burry para a obra e sua superfície geométrica; descrições dos mesmos autores para os conceitos de Superfície Mínima e Modelos de Catenária; imagens da obra disponibilizadas pelo escritório do arquiteto e por Burry e Burry; ampliação das estruturas de saber a partir dos conceitos geométricos e da arquitetura relacionados com a superfície da obra e a partir da modelagem paramétrica de tal superfície. Estes blocos integram o primeiro nível da estrutura da rede de conceitos.

Figura 156 - A estrutura da rede de conceitos da geometria e modelagem paramétrica da estação de trem de Stuttgart.



Fonte: Elaboração própria.

7.5.2 Ampliação das estruturas de saber

Na seção referente à ampliação dos conceitos geométricos, reconheceu-se o conceito de ‘modelos de catenária’ e de ‘modelos funiculares’ e o histórico da evolução destes conceitos em sua aplicação na arquitetura. Na estrutura de conceitos proposta, estes temas foram considerados como fundamentos geométricos da superfície em questão, porque as estruturas de saber que foram explicitadas explicam como se dá o funcionamento estrutural de tais modelos e a lógica de seu desempenho funcional na configuração de geometrias com características de superfícies mínimas.

Também foram inseridas estruturas de saber abordadas no capítulo 6, especificamente as definições de superfícies mínimas, porque estão relacionadas com a caracterização dos modelos funiculares em geral. Ou seja, superfícies mínimas e modelos funiculares compartilham as mesmas características funcionais pelo fato de haver um equilíbrio de tensões nas superfícies mínimas e nestes modelos. A associação entre os conceitos também é importante de um ponto de vista geométrico, pela abordagem matemática relativa à característica da curvatura destas superfícies. A abordagem da Arquitetura regenerativa foi inserida como fundamentos dos modelos funiculares por haver uma estrita relação entre estes modelos e tal perspectiva de design, desde que a aplicação de modelos funiculares na arquitetura visa representar o funcionamento geral das estruturas naturais e de seu crescimento. Estruturas concebidas

nesta abordagem e complementadas com materiais e sistemas que possibilitem obter uma relação de equilíbrio energético em relação ao meio ambiente em que se inserem, tem grande potencial para avançar em concepções regenerativas na arquitetura.

Na caracterização da geometria do modelo funicular da estação de trem estão incluídos elementos de saber que possibilitam compreendê-la de maneira mais explícita, de modo a facilitar a modelagem paramétrica. Esta por sua vez se fundamenta na (o): análise da superfície, sua caracterização quanto aos tipos de curvas geratrizes e diretrizes e a identificação de seus parâmetros geométricos, sua descrição gráfica e o algoritmo de modelagem, e, por fim, delineamento de suas etapas. A rede completa de conceitos está disponível em <http://tearad.ufsc.br/biblioteca/rede-de-conceitos-da-geometria-complexa-da-arquitetura-contemporanea-teorias-e-tecnicas-de-modelagem-parametrica-das-superficies-matematicas/#open-modal-closeopen-modal>.

7.6 Aplicações no ensino de arquitetura

A geometria funicular estudada neste capítulo é notadamente utilizada na arquitetura em processos projetuais que buscam a otimização estrutural da forma a ser construída como também para alcançar funcionalidades e estética. Os problemas de otimização, segundo Pottmann et al, 2007, em uma perspectiva de design que integre estética e requisitos funcionais, pertencem a uma área problemática, difícil e complexa. O que pode estar relacionado com o fato de algumas geometrias complexas da arquitetura contemporânea ser desenvolvidas com um apelo exclusivamente formal e estético.

Segundo Stals et al (2015) o objetivo de aliar a estética, a forma, e espaço e a função em uma proposição arquitetônica global e coerente foi testado e experimentado por diversos meios por arquitetos como Gaudi, Frank Lloyd Wright, Louis Henri Sullivan e Rudolf Steiner. Para as autoras, estratégias holísticas prosperaram nesse sentido com inspiração tanto nas formas naturais como em processos naturais. Frei Otto e Félix Candela iniciaram tais estudos com estruturas de tração ou conchas finas feitas de concreto armado, extraindo conceitos de construção e estrutura de princípios naturais e biológicos (STALS et al, 2015). Os modelos experimentais baseados no funcionamento das estruturas da natureza (modelos funiculares) de Gaudi e Frei Otto trouxeram novos desenvolvimentos para arquitetura, tanto do passado quanto do futuro. A arquitetura contemporânea apresenta exemplos do emprego destes modelos, principalmente quando o foco é a arquitetura regenerativa

(LITTMANN, 2009). Identifica-se desta maneira, a necessidade de, no contexto educativo de arquitetura, tratar da relação entre forma e estrutura a partir do conhecimento e experimentação com modelos funiculares desenvolvidos ao longo da história, também denominados de modelos de construção.

D'Arcy Thompson, conforme visto no capítulo 6, foi o primeiro a desenvolver pesquisas na área denominada de morfologia estrutural, definida como o estudo da forma em relação às vias de forças que transitam nos elementos estruturais, os quais a materializam (BAGNÉRIS, 2009). A forma, assim vista como consequência de deformações físicas, definida por leis e forças naturais, como tensão superficial ou gravidade, princípio que é ainda hoje aplicado pelos arquitetos. Stals et al (2015) entendem que o modelo forma/forças oferece modelos renovados de conhecimento e do processo de design, em nível cognitivo e operacional, os quais evoluíram para modelos construtivos e experimentais.

A compreensão da arquitetura contemporânea sob o aspecto morfológico pode trazer uma reconciliação entre a forma e estrutura, a construtibilidade, modelos cognitivos, operacionais e experimentais, além de conceitos geométricos e arquitetônicos importantes de serem tratados no contexto de formação em arquitetura. Dessa maneira, a didática arquitetônica pode ser favorecida se, em vez de abordar livremente formas geométricas as quais não são conhecidos seus entes geométricos fundamentais, tratar das geometrias que possuem um processo gerativo claro, mesmo que entendidas como complexas, como as geradas por modelos funiculares. Haveria um ganho consideravelmente qualitativo pelas propriedades funcionais particulares que estes modelos apresentam. A questão é que, no ensino de arquitetura, é dado muito mais interesse aos processos de obtenção das formas do que a geometria que as define como conhecimento de projeto.

No próximo capítulo se apresentará uma aplicação didática, que objetivou tratar ao mesmo tempo dos conceitos, dos processos de representação e da aplicação em objetos arquitetônicos, de alguns tipos de geometrias complexas da arquitetura contemporânea.

Artigo publicado como resultado deste capítulo:

Pires, J. F. Pereira, A. T. C. Modelagem paramétrica da geometria complexa de estruturas regenerativas na arquitetura. SIGRADI (2017) - XXI Congreso Internacional de la Sociedad Iberoamericana de Gráfica Digital. Chile. Blucher Proceedings, vol. 3 num. 12, Nov. 2017. Disponível em: <https://www.proceedings.blucher.com.br/>

CAPÍTULO 8

Aplicação em um contexto de ensino de arquitetura

8 INTRODUÇÃO

Os conceitos e técnicas de modelagem paramétrica, relacionados à geometria complexa da arquitetura contemporânea, apresentados nos capítulos anteriores, foram aplicados em um contexto didático de arquitetura. Tal contexto é uma disciplina integrante do currículo da pós-graduação em Arquitetura e Urbanismo da UFSC, denominada de Projeto Assistido por Computador, em que são experimentadas inserções com tecnologia digital no processo de projeto de arquitetura.

A partir da seleção de um conteúdo específico relativo aos temas tratados nesta tese, foram desenvolvidas atividades com características distintas, sejam elas: a inserção de teorias relativas à geometria complexa recorrente na arquitetura contemporânea com enfoque nas superfícies matemáticas e seus processos de geração; o reconhecimento de técnicas de modelagem paramétrica de tais geometrias por meio de atividades de representação gráfica digital; e o desenvolvimento de um processo projetual apoiado em tais conceitos e técnicas de modelagem paramétrica. Os resultados das atividades integraram as etapas de descrição pelos estudantes dos processos desenvolvidos, em termos teóricos e tecnológicos, e a apresentação dos modelos digitais em realidade virtual e protótipos obtidos por impressão 3D.

8.1 Procedimentos metodológicos

8.1.1 A seleção dos conteúdos e técnicas de modelagem paramétrica

A seleção de conteúdos se baseou, por um lado, na delimitação de um problema geral de projeto de arquitetura que envolvesse a representação gráfica de uma geometria complexa, como as superfícies matemáticas apontadas em Burry e Burry. Por outro lado, a proposta era iniciar por uma base de geometria que permitisse avançar na compreensão de tal geometria complexa, como as superfícies curvas pertencentes à classe tradicional de superfícies sistematizadas em Rodrigues (1960). Destacando-se que a aprendizagem de modelagem paramétrica pode ser potencializada se ensinada a partir da compreensão dos entes geométricos fundamentais e dos processos de geração destas superfícies tradicionais avançando para as de maior complexidade.

Nesse sentido, identificou-se que o tema de superfícies mínimas poderia abarcar o espectro do problema proposto, por estar relacionado de alguma maneira, tanto com a classe tradicional de superfícies curvas, quanto com os desdobramentos matemáticos e tecnológicos obtidos no século XX que influenciaram a produção de arquitetura nos últimos anos (como a modelagem paramétrica, por exemplo). Também foi preponderante o fato de que tais superfícies adicionam um

conhecimento mais amplo sobre técnicas desenvolvidas ao longo da história para a definição de formas arquitetônicas e possuem uma relação estrita com as estruturas naturais, as quais têm inspirado arquitetos em projetos de regeneração na arquitetura.

A relação com a classe tradicional de superfícies curvas se dá, conforme explanado no capítulo 06 desta tese, pelo fato de o helicóide de plano diretor, pertencente à classe das superfícies retilíneas não desenvolvíveis, ser também uma superfície mínima. A relação com modelos desenvolvidos ao longo da história dirigidos a conformação final de estruturas arquitetônicas se dá pela maneira de se obter superfícies mínimas utilizando modelos de corrente suspensa (modelos funiculares).

A escolha da modelagem paramétrica se deu em função dos objetivos traçados nesta pesquisa e devido a que este tipo de modelagem ativa os estudantes a terem um maior conhecimento em geometria, em linguagens descritivas e algorítmicas, potencializando a aprendizagem de tais temas para o projeto de arquitetura.

8.1.2 A caracterização do contexto de aplicação

A disciplina ‘Projeto Assistido por Computador’, em que se deu a aplicação, conforme já registrado, faz parte da grade curricular do Programa de Pós Graduação em Arquitetura e Urbanismo da Universidade Federal de Santa Catarina – POSARQ/UFSC. Ela tem a proposta de abordar diferentes aplicações com inserção da tecnologia digital em processos de projeto.

A turma era formada por 07 estudantes, seis deles com formação em Arquitetura e um com formação em Design. Todos os estudantes não possuíam experiência em modelagem paramétrica, ou seja, nunca haviam utilizado a programação visual em seus trabalhos e pouco sabiam sobre o seu funcionamento (a parte operacional). Em relação às geometrias complexas da arquitetura contemporânea, o conhecimento dos estudantes era restrito, e identificou-se também a necessidade de aprofundar os saberes relativos às superfícies curvas da classe tradicional de superfícies.

8.1.3 As estratégias didáticas (materiais didáticos, sequência de atividades, etc.)

Independentemente do perfil da turma de estudantes, já havia sido estruturado previamente uma proposta de aplicação que poderia também ser utilizada em outros níveis de formação em arquitetura, em função da base teórica desta pesquisa, a Teoria Antropológica da Didática, a qual

não particulariza situações didáticas, em princípio. Esta proposta partiria de conceitos fundamentais de geometria das superfícies curvas e de modelagem paramétrica e passaria por níveis crescentes de complexidade, até chegar-se a abordagem das geometrias complexas e das técnicas necessárias e parâmetros para modelá-las, fazendo com que os estudantes se apropriassem aos poucos de tais conceitos até o ponto de tornarem-se autônomos para reconhecer a geometria a ser representada e/ou concebida e desenvolver seus próprios processos de modelagem.

Dessa maneira, ao mesmo tempo, selecionaram-se conteúdos (geometrias) que seriam abordadas nesta proposta e também as técnicas de modelagem necessárias para representar estas geometrias. Mais do que isto, não bastava apenas identificar técnicas que resolvem os problemas de representação destas geometrias. Era necessário pensar também em como inserir alguns conceitos mais específicos da programação e da geometria relacional, de maneira que tais conceitos não se apresentassem com muita complexidade nas atividades iniciais e que tivessem relação com as geometrias representadas. Ou seja, tratar de conceitos de programação a partir das próprias relações existentes entre os entes geométricos de tais geometrias, as quais são dadas por suas regras de geração e ao mesmo tempo aumentando-se a complexidade de relações que podem ser estabelecidas. Esta conexão entre conceitos, técnicas e tecnologias faz parte dos pressupostos da teoria didática adotada nesta pesquisa, por isso ela dever estar presente o máximo possível na proposição de atividades em que o foco é didático.

Na proposta inicialmente delineada, considerou-se também a etapa das propostas de projeto que os estudantes deveriam desenvolver. Em tal etapa, as estratégias didáticas delineadas foram no sentido de apresentar aos estudantes exemplos importantes de projetos de arquitetura que estão adotando as geometrias que serão abordadas, principalmente os projetos com foco na arquitetura regenerativa e promover análises visuais de tais geometrias a partir de textos e imagens que buscam explicar as suas estruturas e requisitos funcionais. Como estratégia didática também foi proposto o acompanhamento das atividades e orientação pela pesquisadora junto aos estudantes, para promover momentos de interação e guiá-los nos processos de modelagem.

Após este delineamento inicial da proposta, desenvolveram-se materiais didáticos para abordar os conceitos e os processos de modelagem das geometrias escolhidas. Foram feitos materiais para a classe de superfícies curvas retilíneas desenvolvíveis e não desenvolvíveis e para a classe das superfícies propriamente curvas

(RODRIGUES, 1960). Tais materiais também incluíram esquematizações dos processos de geração de cada geometria, visando facilitar o entendimento sobre a descrição algorítmica, ou seja, o passo a passo a ser dado no processo de modelagem paramétrica (http://hiperlivro.tearad.ufsc.br/hiperlivro_visualizar.php?id_hiperlivro=17).

Em tais matérias incluíram-se também conceitos adicionais da geometria que permitiriam tratar de técnicas alternativas e otimizar as etapas do processo de modelagem, tornando menos complexo e trabalhoso o seu desenvolvimento. Um exemplo é a modelagem do helicóide de plano diretor em que a diretriz é uma curva chamada hélice cilíndrica, curva de média complexidade em sua representação. O uso do conceito de curva geodésica de uma superfície facilitou a representação desta curva, conforme visto no capítulo 06, tendo assim um grande potencial de ser abordado em estágios em que os estudantes estão iniciando a aprendizagem de modelagem paramétrica.

Outro exemplo é da superfície cilíndrica geral, configurada pela composição de duas superfícies cilíndricas abertas, que permitiu inserir o conceito de geometria relacional, ao se fazer uma relação mútua entre os pontos iniciais e finais dos arcos diretrizes destas superfícies. A geometria relacional também foi tratada a partir de exemplos que empregam relações numéricas entre os entes geométricos das superfícies. Um destes exemplos é a atribuição de valores que relacionam o raio de um arco de uma superfície cilíndrica com seu diâmetro, sobre o qual se localiza o ponto final deste arco. Esta relação numérica pode ser estendida para definir a distância necessária para localizar o ponto inicial de outro arco de superfície cilíndrica, a qual será adicionada nesta composição de superfícies cilíndricas.

A estruturação dos materiais didáticos de modelagem paramétrica abarcou a maior parte das superfícies curvas tratadas em Rodrigues (1960), mesmo havendo a limitação de tempo da aplicação, o que restringia os tipos a serem modelados em sala de aula pelos estudantes. A abordagem a praticamente todas as superfícies pertencentes à classe tradicional de superfícies curvas se justifica pela intenção de disponibilizar os materiais para que os estudantes interessados pudessem modelar tais tipos de geometria fora do horário de aula. Foram estruturados materiais didáticos de modelagem das superfícies retilíneas desenvolvíveis e não desenvolvíveis e das superfícies propriamente curvas, circulares em geral (conteúdo explanado no capítulo 03 desta tese).

Para esta aplicação, também foram desenvolvidos materiais didáticos para a modelagem dos exemplos de superfícies curvas complexas estudadas nos capítulos anteriores, particularmente a modelagem da superfície do Aeroporto de Beijing (capítulo 4) e a modelagem da superfície mínima da Estação de trem de Stuttgart (capítulo 7). A superfície do Aeroporto de Beijing (uma porção de um toro circular) foi escolhida tanto por pertencer à classe tradicional de superfícies curvas como por ser uma superfície que, embora tenha conformação complexa e de dupla curvatura, é gerada a partir de entes geométricos simples, fundamentais, como são os arcos de circunferência que integram as superfícies do tipo cilíndricas geral. Ou seja, utilizando-se os mesmos elementos geométricos e paramétricos desta é possível definir a superfície do aeroporto. A complexidade da superfície definida para o Aeroporto reside na delimitação da porção do toro, a qual se encontra na região em que os pontos têm dupla curvatura. E, além disso, esta superfície do aeroporto possibilita tratar de conceitos de concordância entre arcos e retas, que são fundamentais em geometria plana.

A superfície do *Main Station Stuttgart* foi escolhida por trazer os conceitos de superfícies mínimas para o contexto de arquitetura. Por ela ter sido originalmente definida de maneira experimental (um dos modelos de corrente suspensa de Frei Otto), em que se podem gerar muitas variações desta superfície, e por suas qualidades estruturais e funcionais, considerou-se que este exemplo poderia instigar os estudantes em torno de propostas projetuais e/ou de representações deste tipo de geometria. Outra consideração a destacar é o fato de que a modelagem paramétrica proposta para esta superfície (descrita no capítulo 07) envolve a representação de curvas livres e arcos de circunferência, os quais podem ser facilmente representados e manipulados pelos estudantes que ainda não possuem um conhecimento avançado em modelagem paramétrica. Aqui se destaca a importância de mostrar aos estudantes que, mesmo uma superfície complexa como esta da estação de trem, se analisada a partir do conhecimento da geometria construtiva, ela pode ser dissecada em partes fundamentais (as curvas geratrizes e diretrizes), vindo a facilitar a atividade de representação.

8.1.4 A proposta de aplicação (etapas de desenvolvimento)

A disciplina foi desenvolvida em 12 semanas tendo 4 horas-aula cada semana. Para esta proposta de aplicação, tinham-se disponíveis 08 semanas entre as doze totais. Visando haver um equilíbrio do tempo disponibilizado para as atividades, propôs-se que nas quatro semanas iniciais fossem tratadas as atividades de modelagem paramétrica: duas

semanas para as superfícies fundamentais e duas semanas para as superfícies complexas da arquitetura contemporânea; e para as quatro semanas restantes, as atividades de projeto, em que nas duas primeiras semanas seriam feitas explorações para a escolha da superfície a ser utilizada e para definir a proposta de projeto em termos conceituais. Nas duas últimas semanas da aplicação seriam então desenvolvidas as atividades de representação paramétrica das propostas projetuais de cada estudante.

Na sequência da disciplina, os estudantes iriam desenvolver aplicações em realidade virtual e por impressão 3D de suas propostas, com apresentação final destas atividades no último dia da disciplina, ou seja, na semana 12.

As etapas da aplicação com os temas, objetivos, métodos e atividades desenvolvidas estão descritas a seguir:

Primeira semana

Tema: Exercícios de representação - Geometria e Modelagem paramétrica

Objetivos: Abordar conceitos e técnicas de representação gráfica (modelagem paramétrica) da classe tradicional de superfícies curvas, especificamente as *superfícies retilíneas planificáveis*.

Métodos/Atividades: Apresentação e explicação dos conceitos envolvidos em tais geometrias e em seus processos de geração; introdução aos conceitos de modelagem paramétrica; atividades de modelagem paramétrica da superfície cilíndrica geral com a inserção de conceitos de geometria relacional.

Segunda semana

Tema: Exercícios de representação - Geometria e Modelagem paramétrica

Objetivos: Abordar conceitos e técnicas de representação gráfica (modelagem paramétrica) da classe tradicional de superfícies curvas, especificamente as *superfícies retilíneas não planificáveis*.

Métodos/Atividades: Apresentação e explicação dos conceitos envolvidos em tais geometrias e em seus processos de geração; atividades de modelagem paramétrica da superfície do helicóide e do parabolóide hiperbólico com a inserção de conceitos de geometria relacional, de geodésica de superfícies e de seções em superfícies.

Terceira semana

Tema: Exercícios de representação - Geometria e Modelagem paramétrica

Objetivos: Abordar conceitos e técnicas de representação gráfica (modelagem paramétrica) de geometrias complexas da arquitetura

contemporânea, especificamente a *superfície trecho de um toro, da cobertura do Aeroporto de Beijing, na China*.

Métodos/Atividades: Apresentação e explicação dos conceitos envolvidos em tal geometria e em seus processos de geração; atividades de modelagem paramétrica da superfície da obra com a inserção de conceitos de geometria relacional, de concordância entre arcos e retas e de porção de um toro com dupla curvatura.

Quarta semana

Tema: Exercícios de representação - Geometria e Modelagem paramétrica

Objetivos: Abordar conceitos e técnicas de representação gráfica (modelagem paramétrica) de geometrias complexas da arquitetura contemporânea, especificamente a *superfície mínima, da estação de trem de Stuttgart, na Alemanha*.

Métodos/Atividades: Apresentação e explicação dos conceitos envolvidos em tal geometria e em seus processos de geração; atividades de modelagem paramétrica da superfície da obra com a inserção de conceitos de geometria relacional entre as geratrizes e diretrizes da superfície, de representação de curvas livres e seleção das porções das curvas anteriormente definidas na própria superfície.

Quinta semana

Tema: Exercício de projeto com geometria complexa – Proposta conceitual

Objetivos: Abordar exemplos de arquitetura que empregam superfícies mínimas, geometria a ser usada nas propostas de projeto a serem desenvolvidas pelos estudantes; Exemplificar métodos de análise de superfície e de esquematização de seus processos de geração; Desenvolver a proposta conceitual.

Métodos/Atividades: Exposição sobre obras de arquitetura que empregam as geometrias estudadas; Desenvolvimento da proposta de projeto: seleção e descrição das superfícies a serem usadas (aplicação na arquitetura, objetivos, qualidades funcionais); esquematização da proposta.

Sexta semana

Tema: Exercício de projeto com geometria complexa – Proposta conceitual

Objetivos: Conceber a proposta conceitual.

Métodos/Atividades: Desenvolvimento das propostas projetuais; Esquematização das hipóteses para a representação paramétrica das propostas; Apresentação das propostas para discussão em aula.

Sétima semana

Tema: Exercício de projeto – Representação paramétrica da proposta conceitual

Objetivos: Desenvolver a representação paramétrica da proposta conceitual.

Métodos/Atividades: Modelagem paramétrica da proposta conceitual, a partir dos esquemas anteriormente desenvolvidos; Orientação para o processo de modelagem.

Oitava semana

Tema: Exercício de projeto – Representação paramétrica da proposta conceitual

Objetivos: Desenvolver a representação paramétrica da proposta conceitual e dar um formato aos esquemas de modelagem anteriormente desenvolvidos (sistematizar), para que possam ser incluídos na apresentação final dos trabalhos; Preparar os arquivos para a realidade virtual e impressão 3D.

Métodos/Atividades: Modelagem paramétrica da proposta conceitual, a partir dos esquemas anteriormente desenvolvidos; Orientação para o processo de modelagem; Sistematização da modelagem (esquemas em formato digital contendo o algoritmo desenvolvido e suas etapas); Texturização para realidade virtual; e Preparação e Correção dos arquivos para impressão 3D.

8.2 Materiais didáticos construídos

Algumas estratégias didáticas envolvidas na estruturação dos materiais didáticos foram explicadas na seção 8.1.3.

No primeiro dia da aplicação da proposta, foram apresentados conceitos envolvidos na área de gráfica digital, a partir do material intitulado ‘Interações didáticas entre geometria das superfícies curvas e a modelagem paramétrica’. Este material se refere à representação do objeto arquitetônico, especificamente quanto: a delimitação da área de gráfica digital; os tipos de modelos de representação (para imagens estáticas, animação, realidade virtual, realidade aumentada, modelos construtivos em impressão 3D e corte a laser, modelos para análises geométricas); a relação entre geometria e arquitetura; os tipos de transformações geométricas que podem ser aplicadas a uma forma arquitetônica para alcançar sua configuração final; classes de transformações geométricas e seus invariantes; análise geométrica e esquematização da hipótese de geração de um objeto arquitetônico; algoritmização ou a descrição passo a passo da geração de uma geometria relacionada à arquitetura; tipos de modelos digitais e

transformações que podem ser aplicadas a tais modelos. A Figura 157 ilustra recortes do material didático apresentado e as telas referentes aos conteúdos abordados.

Figura 157 - Conteúdos apresentados na introdução da proposta didática.



Fonte: Elaboração própria.

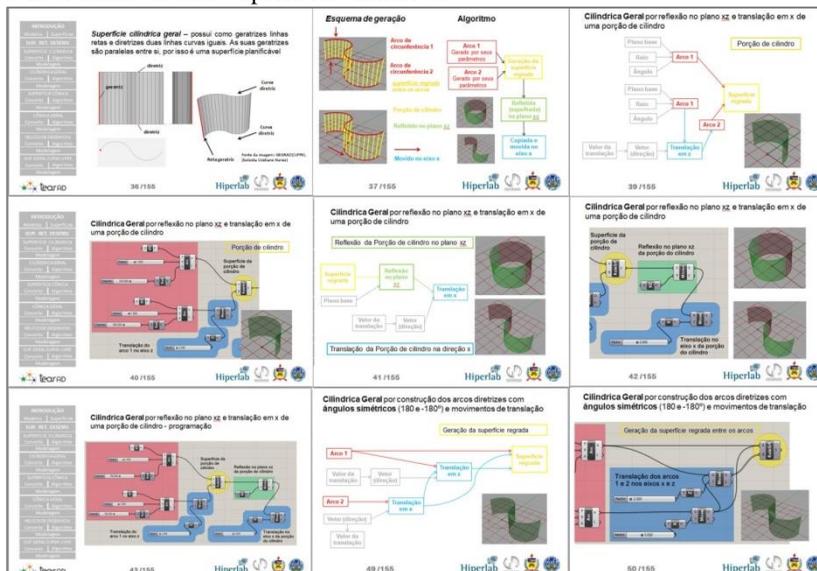
Os materiais aplicados durante o desenvolvimento das atividades de modelagem paramétrica, conforme já referido, são de modelagem paramétrica de superfícies cilíndrica geral, helicoides e paraboloides hiperbólicos (superfícies retilíneas planificáveis e não planificáveis), da superfície do Aeroporto de Beijing (porção de um toro circular, superfície propriamente curva não planificável) e do *Main Station Stuttgart* (superfície mínima). Outros materiais adicionais também foram construídos para exemplificar o uso de superfícies mínimas na arquitetura (disponíveis online no ambiente da rede TEAR_AD, <http://tearad.ufsc.br/biblioteca/modelagem-parametrica-de-superficie-curvas/#open-modal>).

Os materiais contêm definições sobre as superfícies curvas em geral, seus elementos principais e seus processos de geração, a classificação destas superfícies e as definições relacionadas com tais classificações, além dos exemplos que podem ser incluídos nestas classes e de obras de arquitetura que empregam tais superfícies. A Figura 158 apresenta esta sequência de conteúdos teóricos para o material das superfícies cilíndricas. Para o processo de modelagem das superfícies, são apresentadas as definições da superfície em questão, esquemas gráficos

partir de duas porções de superfície cilíndrica que se unem mantendo a continuidade entre suas curvas diretrizes.

Ao conceito de concordância de superfícies é agregado o conceito de reflexão, transformação isométrica na qual é modificada a orientação de uma figura geométrica em relação a um eixo (normalmente referida como ‘espelhamento’). Esta transformação foi aplicada à primeira porção da superfície cilíndrica para gerar outra superfície em concordância com a primeira (segunda linha da Figura 161). Na terceira linha da mesma Figura está a programação visual inteira deste processo e esquemas alternativos em que os arcos diretrizes são construídos com ângulos de valores opostos, o que intrinsecamente aplica uma transformação de reflexão em tais arcos diretrizes. Esta proposta alternativa simplifica o processo de modelagem, porque não há necessidade de aplicar-se a transformação de reflexão nas porções da superfície. A superfície inteira é assim gerada a partir de seus arcos diretriz que foram construídos em concordância.

Figura 161 - Processos de modelagem de uma superfície cilíndrica geral, por concordância de duas superfícies cilíndricas.



Fonte: Elaboração própria.

Aplicando-se transformações de translação no eixo y e aos arcos diretrizes superiores, é possível gerar outro tipo de superfície cilíndrica, as superfícies ‘inclinadas’ (Figura 162). O propósito de mostrar estas

variações se dá com o intuito de ativar a percepção espacial e visual dos estudantes sobre tais geometrias, a partir do conhecimento de conceitos fundamentais tais como translação, rotação, reflexão.

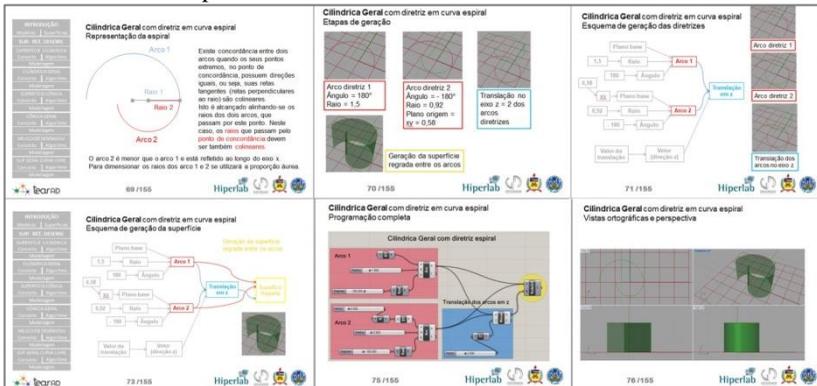
Figura 162 - Processo de modelagem de uma superfície cilíndrica inclinada.



Fonte: Elaboração própria.

A partir do mesmo tipo de superfície e de modelagem anterior foi inserido um novo conceito, o de **curva espiral** (Figura 163). O processo de modelagem de tal curva é feita por arcos de circunferência utilizando-se a mesma definição anterior de arcos com ângulos simétricos, mas agora tendo estes arcos raios diferentes. A localização do ponto origem de construção do arco menor teve que ser alterada do valor 0,0,0 para o valor 0,58,0,0. Isto significa que o ponto central do arco menor teve que ser deslocado em 0,58 no eixo x, para que seu ponto extremo coincidisse com o ponto extremo do arco maior.

Figura 163 - Processo de modelagem de uma superfície cilíndrica geral com diretriz em curva espiral.



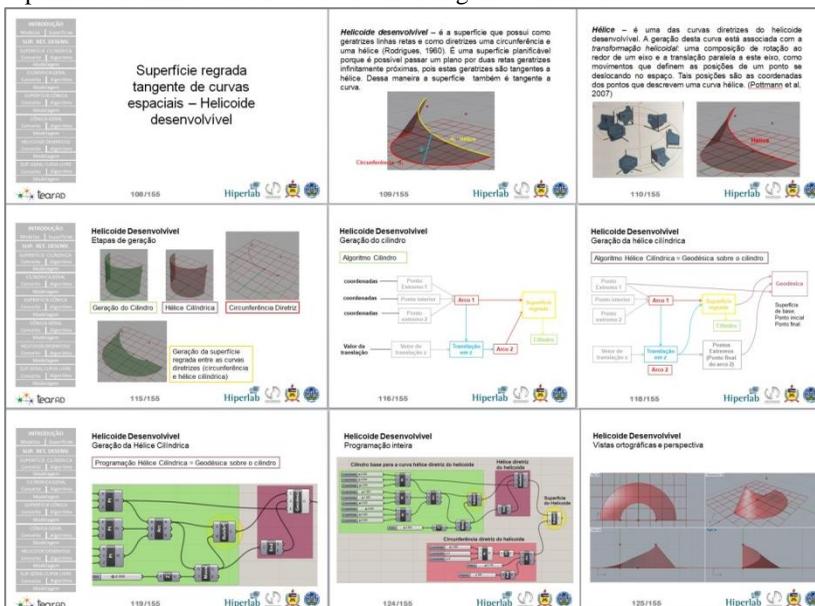
Fonte: Elaboração própria.

Os processos anteriores foram revisados visando incluir o conceito de **geometria relacional**. Para tanto, foi construído um material específico que exemplifica alguns problemas em que a modelagem da

geometria relacional se faz necessária. Este material inclui a parametrização entre os pontos iniciais e finais dos arcos diretrizes das superfícies cilíndricas abordadas nas modelagens, a qual mantém tais arcos conectados um ao outro. O detalhamento desta parametrização é apresentado no APÊNDICE 08 da tese (Figuras de AP 65 a AP 67)

Outro tipo de superfície curva, o helicóide da classe das retilíneas desenvolvíveis, foi modelado com o objetivo de inserir o conceito de curva hélice e de geodésica. Estes conceitos foram abordados no capítulo 06 na seção de modelagem paramétrica de superfícies mínimas, especificamente na modelagem do helicóide de plano diretor que é uma superfície mínima da classe das retilíneas não desenvolvíveis. A Figura 164 ilustra recortes deste material didático, com as definições para helicóide desenvolvível (que possui uma hélice e uma circunferência como diretrizes), curva hélice e movimento helicoidal, os esquemas gráficos das etapas de modelagem e do processo de geração, a programação visual da curva hélice, a programação inteira para gerar a superfície e as imagens em vista ortográfica e perspectiva do modelo geométrico obtido.

Figura 164 - Recortes do material didático de modelagem paramétrica de superfícies retilíneas desenvolvíveis: modelagem do helicóide.



Fonte: Elaboração própria.

O material correspondente à modelagem das superfícies retilíneas não desenvolvíveis incluiu as superfícies do parabolóide hiperbólico (que possui linhas retas como geratrizes e diretrizes), o helicóide de plano diretor (duas hélices como diretrizes), o conóide (uma curva e uma linha reta como diretrizes) e o cilindroide (duas curvas diferentes como diretrizes). Selecionou-se o parabolóide hiperbólico para as modelagens em aula, com o objetivo de inserir os conceitos de retas reversas, de seção de superfícies e de restrições. O parabolóide hiperbólico é um exemplo particularmente interessante em geometria e arquitetura por ser gerado pelo movimento de retas reversas sobre diretrizes retas que estão também em posição reversa. Esta posição relativa das retas no espaço tridimensional faz com que a geometria resultante tenha dupla curvatura, conceito apresentado no capítulo 4 e que também foi abordado em aula para os estudantes. O material didático inclui a definição e o processo de geração (primeira linha da Figura 165), exemplos de aplicação na arquitetura (segunda linha da mesma Figura) e os esquemas gráficos e a programação visual para a modelagem paramétrica do parabolóide hiperbólico (última linha da mesma Figura).

Figura 165 - Recortes do material didático de modelagem paramétrica de superfícies retilíneas não desenvolvíveis: o parabolóide hiperbólico.

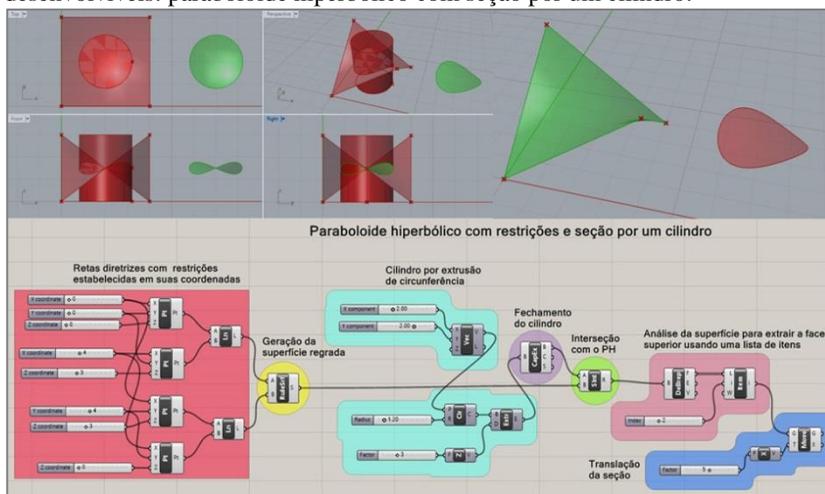
| | | |
|---|---|---|
| <p>Superfície parabolóide hiperbólico</p> <p>23/1/06</p> | <p>Parabolóide hiperbólico - Definição</p> <p>Superfície gerada por uma reta (geratriz) que se move apoiada em duas retas (diretrizes) que não pertencem a um mesmo plano. (BRUNO, 2008)</p> <p>Dois retas geratrizes g infinitamente próximas não podem ser contidas por um único plano, ou seja, estas retas, tem planos distintos que as contêm. Isso se deve ao movimento de rotação a que tais retas estão submetidas durante o processo de geração da superfície.</p> <p>Tais retas são chamadas de retas reversas.</p> <p>24/1/06</p> | <p>Parabolóide hiperbólico - Elementos principais</p> <p>Esta superfície é definida por um sistema de geratrizes retas em posição reversa e outro sistema de diretrizes também constituído de retas reversas, as quais se mantêm sempre paralelas a um plano diretor durante o movimento que gera a superfície.</p> <p>Pode-se dizer que, para gerar a superfície do parabolóide hiperbólico, as retas "vanem" o espaço tridimensional sob esta lei de geração.</p> <p>25/1/06</p> |
| <p>Parabolóide hiperbólico - Emprego na Arquitetura</p> <p>Projeto Igreja de La Milagrosa Localização: México, 1953 Arquiteto/engenheiro: Félix Candela</p> <p>27/1/06</p> | <p>Parabolóide hiperbólico - Emprego na Arquitetura</p> <p>Projeto Capela de Luiza de Cernandes Localização: México, 1959 Arquiteto/engenheiro: Félix Candela</p> <p>30/1/06</p> | <p>Parabolóide hiperbólico - Emprego na Arquitetura</p> <p>Estruturas em cascas</p> <p>Fonte: http://pedrovaconcarvalho.blogspot.com/2010_05_01_archive.html</p> <p>31/1/06</p> |
| <p>Parabolóide hiperbólico</p> <p>Esquema de geração</p> <p>34/1/06</p> | <p>Parabolóide hiperbólico - Programação</p> <p>Retas diretrizes</p> <p>35/1/06</p> | <p>Parabolóide hiperbólico - Programação</p> <p>Retas diretrizes com restrições</p> <p>39/1/06</p> |

Fonte: Elaboração própria.

A definição do parabolóide hiperbólico inclui a condição de que durante o movimento das retas reversas no espaço tridimensional, elas se mantenham paralelas a um plano diretor. Esta condição resulta que os pontos iniciais e finais das retas geratrizes e diretrizes estejam relacionados mutuamente por suas coordenadas de localização, pois alguns destes pontos necessitam estar alinhados sobre os eixos x e y para que seja mantido o paralelismo das retas a um plano diretor. Essa condição é dita uma restrição, que significa restringir o valor de coordenadas de determinados pontos a condição dada, a qual pode ser incluída na programação da geometria. As restrições foram aplicadas por meio de relações entre alguns pontos, ou seja, informando-se os mesmos valores de coordenadas para os pontos que necessitam ficar alinhados (última imagem da Figura 165) por meio de ligações mútuas.

A Figura 166 ilustra a programação do parabolóide hiperbólico com a seção por um cilindro. Esta seção da superfície pode ser exemplificada no Velódromo de Londres.

Figura 166 - Modelagem paramétrica de superfícies retilíneas não desenvolvíveis: parabolóide hiperbólico com seção por um cilindro.



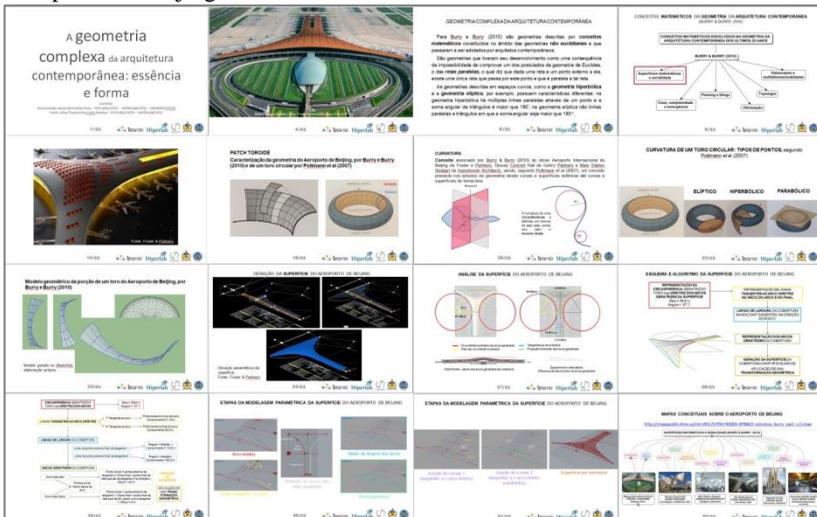
Fonte: Elaboração própria.

As atividades de modelagem do Aeroporto de Beijing e do *Main Station Stuttgart* foram desenvolvidas tendo como base materiais didáticos que incluam os temas e processos de modelagem apresentados nos capítulos 04 e 07 desta tese.

O material relativo ao Aeroporto de Beijing (Figura 167) incluiu: a apresentação da obra, a definição do conceito de superfícies

matemáticas dada em Burry & Burry, a apresentação dos conceitos de trecho toroide, curvatura de superfícies, tipos de pontos em função do tipo de curvatura, a identificação do trecho toroide da superfície do aeroporto a partir de um modelo digital, o processo de geração da superfície e as análises geométricas, a definição e esquematização de um algoritmo de modelagem desta superfície, a explicação das etapas de modelagem paramétrica seguindo o algoritmo definido e o acesso à rede de conceitos que foi estruturada para esta obra.

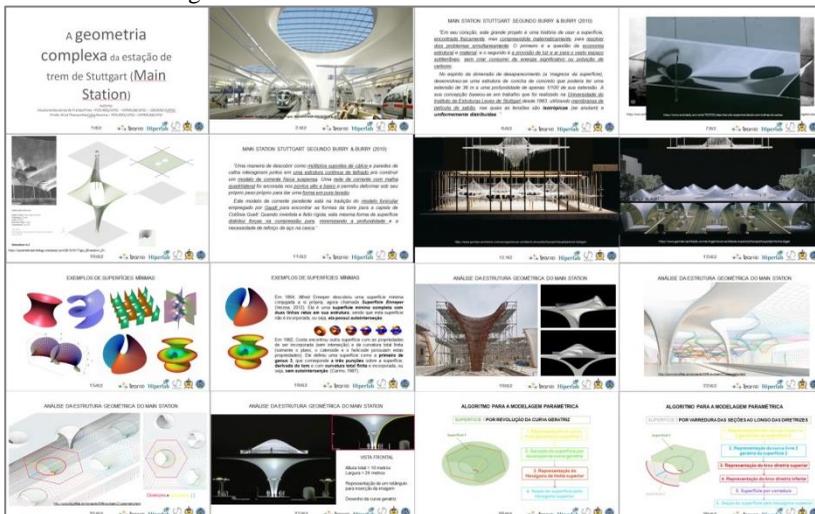
Figura 167 - Material didático apresentado para a modelagem paramétrica do Aeroporto de Beijing.



Fonte: Elaboração própria.

O material relativo ao *Main Station Stuttgart* (Figura 168) incluiu: a apresentação de imagens da obra, a descrição da obra dada em Burry & Burry, a definição e apresentação dos modelos de suspensão e de catenária, particularmente o modelo de Frei Otto adotado como referência no projeto, o modelo funicular de corrente de suspensão usado para configurar a estrutura final da obra, o conceito de superfícies mínimas, a evolução do conceito no âmbito da matemática, os primeiros exemplos de superfícies mínimas, a superfície mínima de Costa, a estrutura da obra com suas curvas geratrizes, o modelo FEM que refinou a geometria, as análises geométricas desenvolvidas a partir das imagens da obra e a delimitação dos algoritmos de modelagem das superfícies que conformam a obra, a partir das análises geométricas desenvolvidas.

Figura 168 - Material didático apresentado para a modelagem paramétrica do Main Station Stuttgart.



Fonte: Elaboração própria.

8.3 O desenvolvimento das atividades de modelagem paramétrica

O detalhamento das atividades foi dado na seção 8.1.4. Aqui se registra a percepção dos estudantes quanto: ao material apresentado pelo pesquisador, em sua estrutura, linguagem, conceitos e técnicas tratados; e ao processo de compreensão sobre tais conceitos e técnicas.

As atividades de modelagem paramétrica de superfícies curvas transcorreram de modo fluído, sem ter-se registrado momentos de expressiva falta de compreensão dos conceitos abordados e/ou dos processos de descrição da geometria. Isto também foi registrado em relação à adoção da técnica de modelagem paramétrica e da operacionalidade do *plug-in* de modelagem em linguagem de programação visual *Grasshopper*.

Também não se identificou momentos significativos de falta de compreensão da linguagem e das técnicas utilizadas, pois se buscou trata-los de maneira bastante explicativa. Houve sempre o cuidado de não utilizar somente a linguagem tecnológica (linguagem da ferramenta digital de modelagem) e sim preferencialmente a linguagem científica (a que explica e descreve teoricamente as ferramentas). Isto para que os estudantes pudessem compreender os tipos de dados de entrada que cada técnica incorpora durante a programação visual.

Registra-se que um dos temas iniciais, apresentados na primeira aula, foi exatamente destacar aos estudantes esta diferença entre as linguagens e o quanto é importante eles não se concentrarem na linguagem da ferramenta e sim no que ela significa em termos científicos, para uma maior compreensão de cada elemento envolvido na programação. Foi indicado e disponibilizado aos alunos um artigo desenvolvido no contexto do curso de especialização em gráfica digital, da Universidade Federal de Pelotas, RS, que aborda esta noção, denominado de ‘Linguagem Tecnológica x Linguagem Científica: estruturando discursos didáticos para a área de gráfica digital’ (BORDA et al, 2006), publicado no fórum da Sociedade Ibero-Americana de Gráfica Digital (SIGRADI), no ano de 2006.

8.4 O desenvolvimento das atividades de projeto

As etapas solicitadas aos estudantes a serem desenvolvidas nesta atividade estão elencadas a seguir:

a. Apresentação do projeto de referência e/ou conceitos de projeto e a geometria utilizada, justificando esta escolha; b. Descrição das hipóteses de representação com texto e esquemas visuais; c. Descrição algorítmica anterior ao desenvolvimento da modelagem; d. Emprego da linguagem científica; e. As imagens de cada etapa da programação com o respectivo resultado visual da geometria; f. Avaliação da superfície quanto as suas curvaturas; g. Relações paramétricas entre os elementos geométricos das superfícies.

8.4.1 Seleção das obras de referência e proposta conceitual

Na primeira semana de desenvolvimento desta etapa da aplicação, os estudantes passaram a delinear a geometria e o projeto que iriam desenvolver. A exigência para esta atividade era utilizar uma geometria complexa configurada como superfície mínima, podendo ser esta uma das geometrias dos exemplos apresentados na semana anterior. Optou-se por deixar a livre escolha representarem uma superfície já aplicada em projetos de arquitetura propondo um novo uso para tal geometria, ou proporem uma nova superfície semelhante às exemplificadas, dando um uso arquitetônico a elas. Isto foi feito para que os estudantes se motivassem com a atividade, ao não impor regras tão rígidas para as suas escolhas e até mesmo dar liberdade ao seu processo criativo. Desde que o propósito é avaliar a aplicação em seu aspecto qualitativo. A seleção das obras pelos estudantes foi acompanhada e orientada pela pesquisadora, principalmente para esclarecer as dúvidas em relação às geometrias encontradas em exemplos na Internet principalmente quanto

a pertencerem à classe de superfícies mínimas e quanto aos aspectos que poderiam orientar a escolha de uma ou de outra superfície. Ou seja, havia uma avaliação conjunta de qual superfície seria mais interessante de utilizar, mas a escolha final era dada para o estudante.

Um dos estudantes, por exemplo, registrou seu interesse em utilizar a superfície de uma obra (Figura 169) a qual ele mesmo havia visitado em Singapura, mas que ele não tinha certeza se a sua superfície era do tipo mínima. A hipótese foi traçada pelo estudante em função do perfil da superfície apresentar uma curva muito semelhante à curva do *Main Station Stuttgart*.

Figura 169 - Seleção de um projeto de referência por um dos estudantes, empregando uma superfície que possui curvas semelhantes às empregadas na obra *Main Station Stuttgart*.



Fonte: Elaborado pelo estudante A.

O estudante fez uma analogia visual entre tal curva e a curva da obra escolhida. Como a superfície e a obra eram interessantes do ponto de vista estético e arquitetônico, e como o estudante mostrou-se muito empolgado com a possibilidade de modelar a geometria desta obra, orientou-se que a mesma fosse utilizada pelo estudante, mas verificando

se a curvatura média de todos os pontos poderia indicar um comportamento de superfície mínima. Neste momento, a pesquisadora destacou junto ao estudante que embora não se alcançasse um modelo geométrico com a curvatura zero em todos os seus pontos, o exercício era válido do ponto de vista exploratório, configurando um dos objetivos de aprendizagem dos temas tratados.

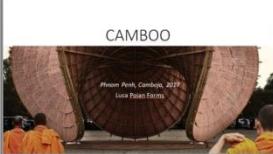
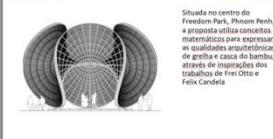
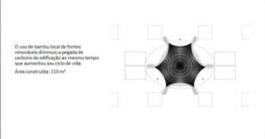
Na segunda semana dessa etapa, solicitou-se uma breve apresentação de cada estudante sobre a geometria escolhida e a proposta de projeto em termos conceituais, para que pudessem ser feitas algumas orientações iniciais quanto ao processo de modelagem e ao uso arquitetônico a ser dado para a superfície. A Figura 169 refere-se à apresentação da obra escolhida pelo estudante que fez uma analogia visual entre a curva da obra e a curva da superfície do *Main Station Stuttgart* (estudante A).

Nessa segunda semana ainda houve orientação para as escolhas das superfícies e um estudante que tinha selecionado uma obra de arquitetura como referência para o projeto, ao receber orientação de que a superfície escolhida não era do tipo superfície mínima, e sim uma superfície retilínea ou regrada, procurou por outros exemplos na Internet. Em tal busca, o estudante encontrou obras de arquitetura em que o arquiteto Luca Poian utiliza a superfície mínima descoberta por Eneaper, em configurações diferentes para cada obra (Figura 170), o que este pesquisador identificou como um aspecto potencial para a modelagem, por exigir explorações sobre as diversas curvas que se configuravam nas instâncias desta superfície. Devido a isso, outro estudante utilizou uma das obras de tal arquiteto.

As obras eram um terminal de Ferry e uma estrutura em bambu com função de ser o elemento central do Festival Internacional de Estruturas Construídas em Bambu (Camboo), no Camboja. Os estudantes apresentaram estas obras e incluíram algumas descrições, relativas aos projetos, e os esquemas da geometria de suas superfícies (estudantes B e C).

Quatro estudantes escolheram propor suas superfícies e o uso a dar a elas. Destes, dois estudantes escolheram trabalhar exclusivamente com curvas catenárias (estudantes D e E), mesmo tendo-se abordado nas apresentações que estas curvas sozinhas não geram superfícies mínimas, de acordo com a literatura amplamente estudada.

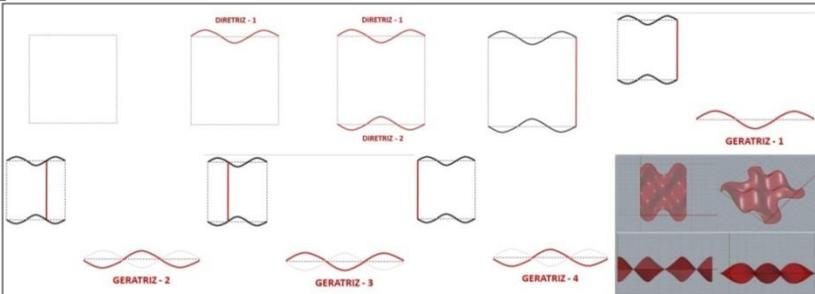
Figura 170 - Seleção de dois projetos de referência por dois estudantes, empregando a superfície mínima de Enneper.

| | | | |
|---|--|--|---|
| <p>Yeouin-naru Ferry Terminal</p>  | <p>Dados do projeto</p> <p>Cliente: Governo Metropolitano de Seul Parque Yeouido</p> <p>Uso: Terminal de Ferry</p> <p>Área: 2350 m²</p> <p>Escritório: LUCA POIAN FORMS</p> |  | <p>Formas - referencial do projeto</p> <p>Inspirado pelos experimentos de bolhas de sabão de Felix Otto em superfícies mínimas, e no trabalho de Felix Candela em estruturas complementares de conchas hiperbólicas, a abordagem estrutural e espacial do projeto utiliza conceitos matemáticos para produzir um sistema estrutural auto-suportado que esteja em conformidade com a geometria de um tipo de superfície mínima conhecida como superfície de Enneper.</p>  <p>Experimentos de Felix Otto. Estudo de Felix Candela.</p> |
| <p>Forma básica - Enneper</p>  <p>Variações da forma enneper. Vista parcial do terminal</p> | <p>Espaço</p> <p>Condição dentro da geometria ondulada do telhado da grade, o programa está contido dentro do perímetro de dois volumes retangulares, dispostos para produzir um espaço central que atua como um ponto central da circulação e contém as áreas de espaço.</p>  | <p>"Underpinning its role as a gateway to the Yeouido Park, our project proposes a simple, elegant, and contextual response to the liminal threshold between water and land" — Luca Poian</p>  | |
| <p>CAMBODJ</p>  <p>Phnom Penh, Cambodj, 2019 Luca Poian Forms</p> | <p>Elemento central do Building Trust's International Bamboo Festival, o projeto de uma estrutura de bambu celebra a rica história do Camboja, sua tradição e contexto etnográfico</p>  | <p>O resultado é um pavilhão orgânico, com uma estrutura de bambu que se adapta ao contexto local e oferece um espaço central para a comunidade.</p>  | |
| <p>Situada no centro do Freedom Park, Phnom Penh, a proposta utiliza conceitos matemáticos para expressar as qualidades arquitetônicas de grafite e casco do bambu, através de inspirações dos trabalhos de Frei Otto e Felix Candela</p>  | <p>O uso do bambu oferece de forma sustentável uma alternativa para a construção de estruturas de grande escala, especialmente em áreas com recursos limitados.</p>  | <p>Luca Poian</p> <ul style="list-style-type: none"> Luca Poian Forms é o escritório de arquitetura do arquiteto de mesmo nome Especializado em arquitetura, projetos urbanos e de infraestrutura, com novos métodos construtivos e métodos de design mais eficientes O arquiteto <ul style="list-style-type: none"> Formado pela Venice University of Architecture em 2003 Trabalhou com Foster and Partners em Londres. | |

Fonte: Elaborado pelos estudantes B e C.

A primeira proposta com uso de curvas catenárias (estudante D) se deu por meio de uma composição destas curvas como geratrizes e como diretrizes da superfície, ambas definidas nos eixos x e y de coordenadas. As curvas catenárias formariam porções das curvas geratriz e diretriz, sendo refletidas ao longo dos eixos x e y (diretrizes) e z (geratrizes) para configurar curvas suaves com continuidade. As curvas suaves geradas por composição destas catenárias refletidas foram novamente refletidas no eixo z para definir 4 curvas geratrizes da superfície, orientadas opostamente uma em relação a outra (última linha da Figura 171). No momento da apresentação para discussão das propostas, o estudante tinha a geometria praticamente definida e modelada, faltando apenas os fechamentos laterais da superfície. A mesma Figura ilustra a apresentação do estudante, em que é destacada a delimitação das curvas diretrizes e geratrizes e a geometria gerada a partir destas curvas.

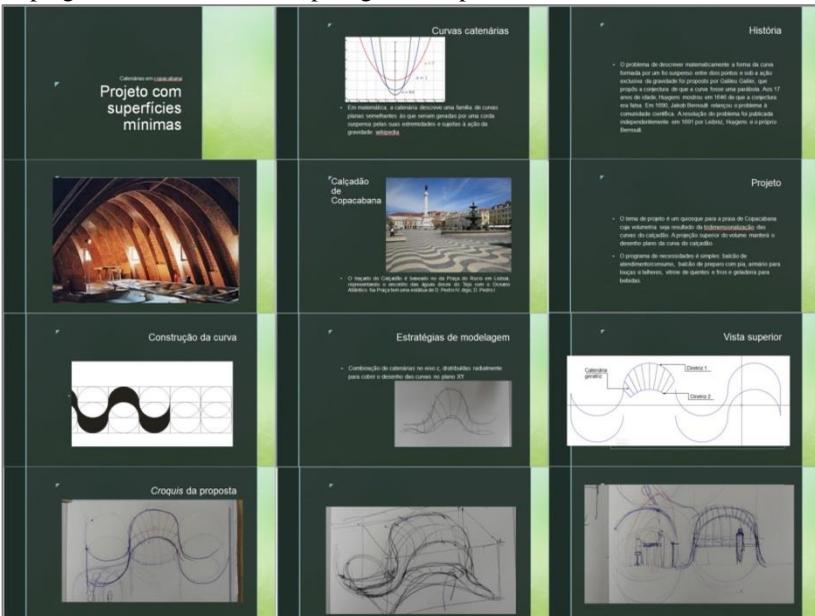
Figura 171 - Proposta formal do estudante D, para uma superfície gerada a partir de uma rede de curvas catenárias.



Fonte: Elaborado pelo estudante D.

A segunda proposta com o emprego de curvas catenárias como geratrizes (estudante E) foi para um quiosque de beira de praia utilizando uma inspiração no desenho das curvas do calçadão de Copacabana, no Rio de Janeiro. A proposta era de uma cobertura gerada por curvas catenárias, contidas em planos ortogonais (Figura 172).

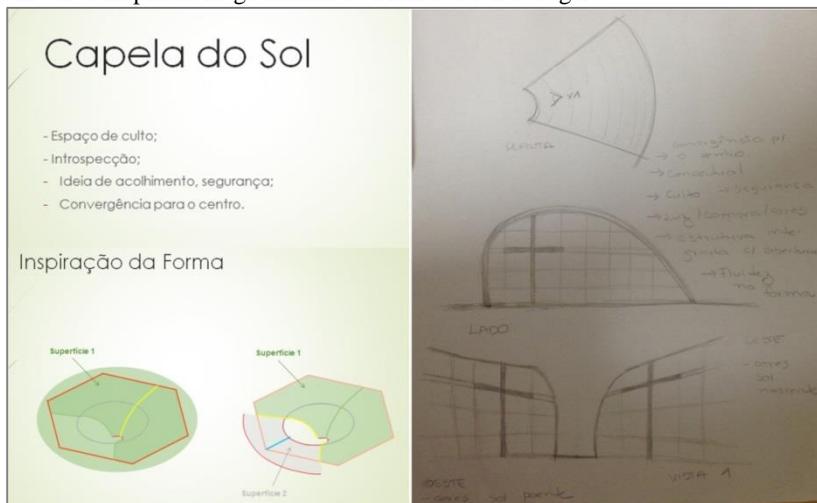
Figura 172 - Proposta de um dos estudantes para um quiosque de praia, empregando curvas catenárias para gerar a superfície.



Fonte: Elaborado pelo estudante E.

Um estudante (F) desenvolveu uma proposta de superfície em que a curva geratriz era semelhante à curva do *Main Station Stuttgart*, mas apenas em uma porção da curva, já que o estudante preferiu modificar a sua conformação em outra porção. Isso instigou a exploração da forma pelo estudante, embora houvesse grande probabilidade de que não seria configurada uma superfície mínima, já que tais superfícies possuem regras matemáticas rígidas ou são configuradas por modelos de suspensão. A proposta arquitetônica era de uma capela, em que o estudante, para conceituar sua proposta de projeto, utilizou os termos: Introspecção; Ideia de acolhimento, Segurança; Convergência para o centro; Espaço de culto. Outras palavras anotadas pelo estudante junto aos croquis de projeto são: Luz/sombra/cores; Estrutura integrada com cobertura; Fluidez na forma. O estudante destacou a ideia de caracterizar a fachada leste com as cores do sol nascente e a fachada oeste com as cores do sol poente. A Figura 8.17 sintetiza a proposta, contendo croquis das vistas superior e lateral do projeto, assim como uma perspectiva interna.

Figura 173 - Proposta de projeto do estudante F, para uma capela com cobertura em curva inspirada na geometria do *Main Station Stuttgart*.



Fonte: Elaborado pelo estudante F.

8.4.2 A modelagem paramétrica das propostas

A atividade de modelagem das propostas iniciou pela análise das geometrias a serem representadas, visando identificar a estrutura geométrica formada por curvas geratrizes e diretrizes das superfícies,

além de suas possíveis simetrias. Os estudantes que utilizaram projetos como referência, buscaram informações das obras, tais como textos, imagens e documentação técnica. A partir destas informações, foi possível compreender a geometria da superfície e delinear um algoritmo de modelagem paramétrica.

Os estudantes que não utilizaram projetos de referência tiveram que raciocinar como as curvas escolhidas iriam percorrer o espaço tridimensional para gerar a superfície desejada ou idealizada. Para dois entre os quatro estudantes que não usaram referências de projeto, este processo não se apresentou tão claro e isso fez com que houvesse um atraso no desenvolvimento da etapa de modelagem paramétrica para estes estudantes.

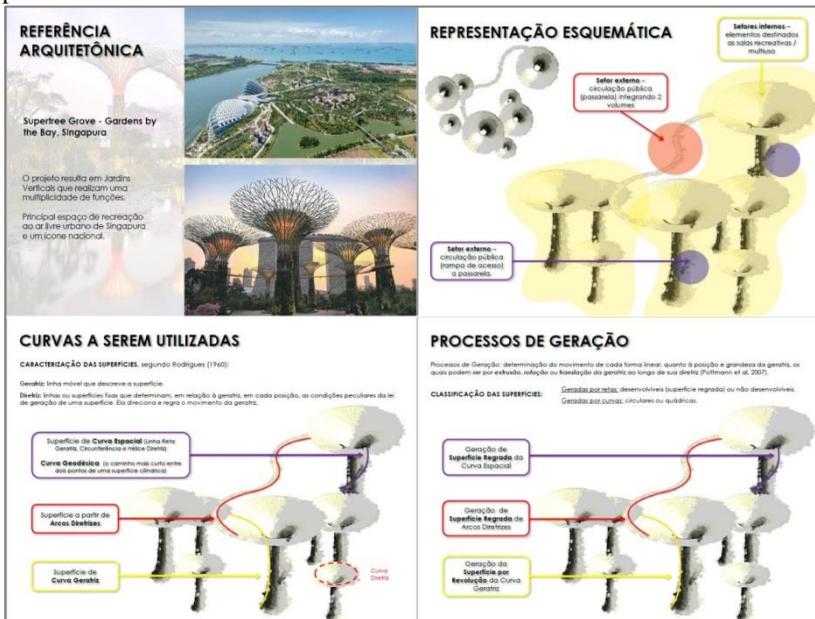
Os casos de modelagem serão descritos individualmente na sequência.

8.4.2.1 A modelagem da obra com uma curva semelhante à curva do *Main Station Stuttgart*

O estudante A identificou que, em relação ao projeto da obra a ser representada, a geometria dos módulos era gerada pela revolução de uma curva ao redor de um eixo vertical deslocado dos pontos da curva. A curva e a superfície são semelhantes às da estação de trem de Stuttgart, tendo a forma de um cálice. No interior e a redor destes cálices, estão localizadas rampas, as quais, geometricamente, são conformadas por helicoides de superfície mínima. A obra é constituída por várias superfícies do mesmo tipo, mas definidas com diferentes escalas. Estas superfícies abrigam unidades de convivência, salas recreativas e espaços multiuso no projeto, e são conectadas por intermédio de passarelas que se estendem sobre o espaço do parque (Figura 174).

O estudante identificou todos estes elementos e seus parâmetros de construção, assinalando, sobre as imagens do modelo, os usos de cada setor da obra e para cada superfície da composição (segunda imagem da linha superior da mesma Figura), assim como os seus elementos geométricos constituintes, curvas e processos de geração (as duas imagens da linha inferior da mesma Figura).

Figura 174 - Análises pelo estudante A das superfícies a serem modeladas parametricamente.



Fonte: Elaborado pelo estudante A.

A Figura 175 apresenta a sistematização pelo estudante de seu processo de modelagem de acordo com as etapas para a representação, as quais foram definidas para a superfície de revolução (os 'cálices' que configuram os espaços de convívio), os helicoides das rampas e as passarelas de conexão entre os espaços de convívio.

O processo de modelagem envolveu a representação de uma curva livre desenhada sobre o perfil da obra e a geração da superfície por revolução desta curva, obtenção de curvas hélices extraídas de cilindros para a representação da geometria das rampas (helicoides), arcos de circunferência para representar as passarelas de conexão, e a geração destas duas últimas superfícies por superfície regradada.

Figura 175 - Etapas de desenvolvimento da modelagem pelo estudante A.

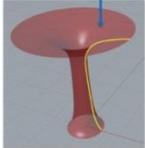
DESCRIÇÃO ALGORÍTMICA

1. Superfície por Revolução da Curva Geratriz
2. Superfície Regrada da Curva Espaço
3. Superfície Regrada de Arcos Diretrizes

1. SUPERFÍCIE POR REVOLUÇÃO DA CURVA GERATRIZ

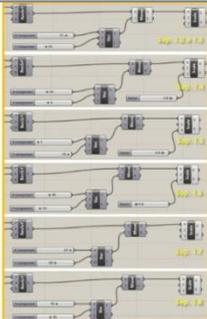
Algoritmo:

- 1.1 Representação da curva livre geratriz da superfície 1
- 1.2 Geração da superfície 1 por revolução da curva geratriz
- 1.3 Geração da composição das sup. por rev. da curva geratriz, valores de translação (X1) e fator escala



PROGRAMAÇÃO

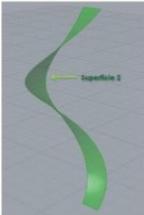
1 - SUPERFÍCIE POR REVOLUÇÃO DA CURVA GERATRIZ



1.3 Geração da composição das superfícies por revolução da curva geratriz, valores de translação (X1) e fator escala

ALGORÍTMO

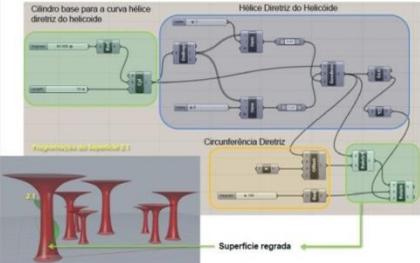
2. SUPERFÍCIE REGRADA DA CURVA ESPACIAL



- 2.1 Geração do cilindro
- 2.2 Hélice cilíndrica - curva geodésica sobre o cilindro
- 2.3 Circunferência diretriz
- 2.4 Geração da superfície regrada entre as curvas diretrizes (circunferência e hélice cilíndrica)
- 2.5 Rotação da superfície regrada nos vetores Y1 para geração da 2ª hélice
- 2.6 Geração da composição das superfícies por rotação e vetores de translação (X1)

PROGRAMAÇÃO INTEIRA

Cilindro base para a curva hélice diretriz do helicóide



Hélice Diretriz do Helicóide

Circunferência Diretriz

Superfície regrada

ALGORÍTMO

3. SUPERFÍCIE REGRADA DE ARCOS DIRETRIZES

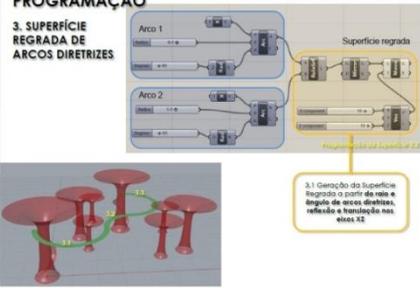
- 3.1 Geração da sup. a partir de arcos diretrizes de 3 p.
- 3.2 Geração da sup. a partir do raio e ângulo de arcos diretrizes
- 3.3 Geração da sup. a partir de arcos diretrizes de três pontos, rotação e translação nos pontos Y1
- 3.4 Geração de superfícies regradas

3.1 Geração da Superfície Regrada a partir de arcos diretrizes de três pontos



PROGRAMAÇÃO

3. SUPERFÍCIE REGRADA DE ARCOS DIRETRIZES



Arco 1

Arco 2

Superfície regrada

3.1 Geração da superfície regrada a partir de raio e ângulo de arcos diretrizes, reflexão e translação nos eixos Y1

Fonte: Elaborado pelo estudante A.

8.4.2.2 As modelagens das propostas para a superfície Enneper Atividades desenvolvidas pelo estudante B:

A atividade apresenta uma primeira análise geométrica da cobertura do terminal de *ferry* Yeoui-naru, em que é identificado que a superfície poderia ser composta em simetria de uma porção que estava limitada pelas retas da superfície. Esta identificação foi possível devido às imagens da superfície *Enneper*, as quais mostram tal reta sobre a superfície (canto inferior da última imagem na Figura 176). A superfície

seria formada por 08 partes iguais em simetria de reflexão e de rotação de 45 graus. As diretrizes ficariam determinadas pelas linhas retas e a geratriz por uma única curva. A superfície, pela hipótese traçada, seria gerada por superfície regrada (*ruled surface).

Figura 176 - Análises do estudante B da superfície a ser modelada parametricamente.

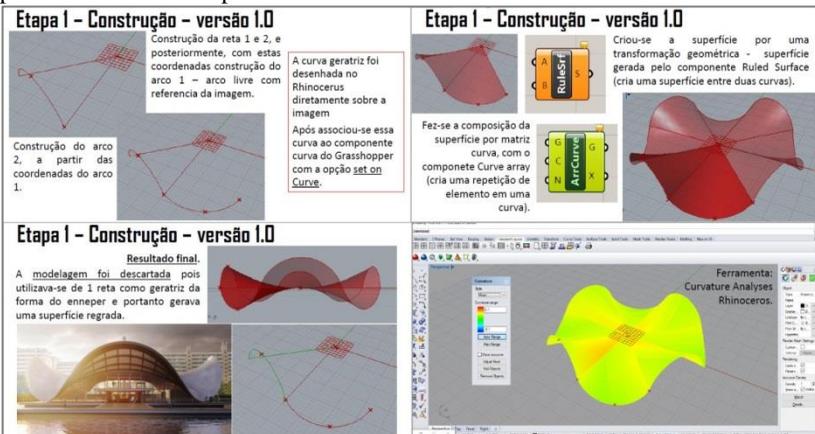


Fonte: Elaborado pelo estudante B.

Observa-se que nesta primeira análise apresentada há um equívoco quanto ao uso do processo de geração por superfície regrada, pois neste tipo de processo, as geratrizes são linhas retas, e na análise foi apontada como geratriz uma curva. Além disso, ainda há o problema da restrição de gerar superfícies mínimas por superfícies regradas, pois existe uma única exceção, que é o helicóide de plano diretor.

A proposta de representação é da curva geratriz como um arco de circunferência e a geração da superfície pela técnica de superfície regrada, conforme o material apresentado pelo estudante (Figura 177). A análise de curvaturas indicou um valor ligeiramente diferente de zero para a curvatura média, ilustrado na última imagem da mesma Figura, em que a superfície fica caracterizada pela cor amarela.

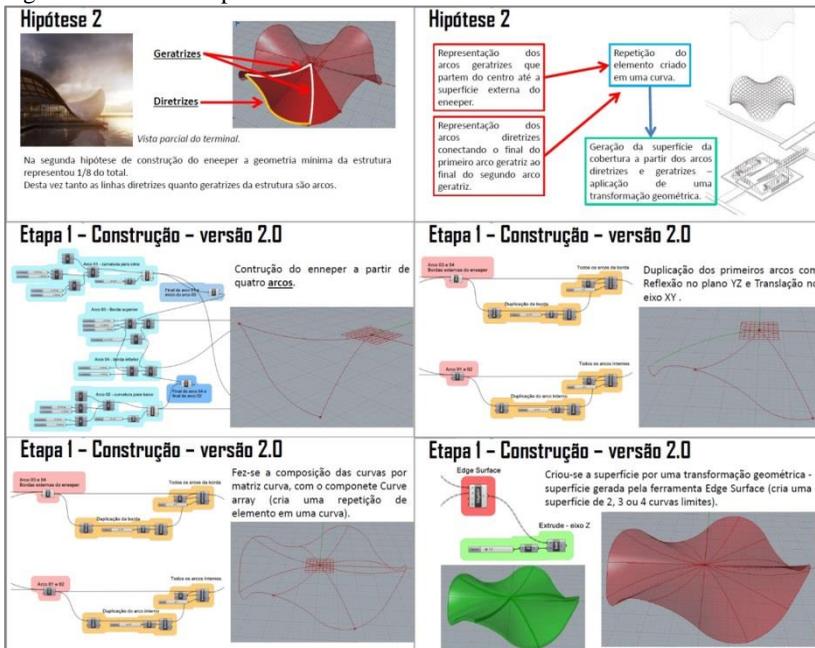
Figura 177 - Processo de modelagem 1 do estudante B, de acordo com a primeira análise da superfície.



Fonte: Elaborado pelo estudante B.

A segunda análise e hipótese de representação apresentadas no material didático foram desenvolvidas após esclarecimentos dados ao estudante sobre os equívocos ocorridos quanto à primeira análise e hipótese de geração e a correspondente proposta de modelagem, sendo que o principal deles refere-se ao processo de geração da superfície por superfície regrada. O equívoco está diretamente relacionado às definições de superfícies mínimas ao longo da história e que foram tratadas durante a apresentação do conteúdo de superfícies mínimas, em que é destacada por Carmo (1987) a existência de apenas uma superfície mínima que também é superfície retilínea (ou regrada), ou seja, com geratrizes de linhas retas: o helicóide de plano diretor. Dessa maneira, não existe lógica em gerar a superfície da Enneper usando a técnica de superfície regrada. Esta superfície precisa ser definida por varredura de curvas de seção. A segunda proposta de modelagem paramétrica apresentada no material didático do estudante partiu da identificação de uma porção da superfície delimitada somente por curvas (primeira imagem da Figura 178), embora pudesse ter sido escolhida uma porção que tivesse uma reta na superfície. As geratrizes seriam duas curvas da borda da porção e a diretriz outra curva situada na borda externa desta porção. A técnica de geração escolhida foi de superfície a partir das bordas (**Edge surface*).

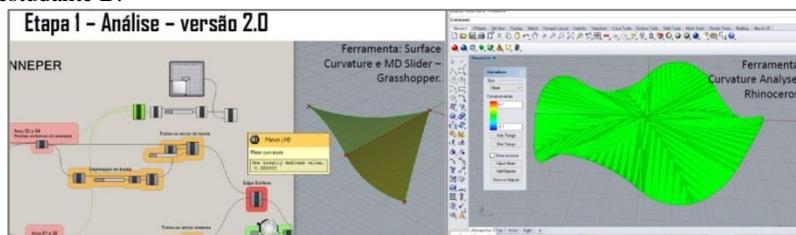
Figura 178 - Processo de modelagem 2 do estudante B, de acordo com a segunda análise da superfície.



Fonte: Elaborado pelo estudante B.

A análise de curvaturas (Figura 179), diferentemente da primeira superfície modelada, indicou valores praticamente iguais à zero para a curvatura média em todos os pontos da superfície, embora com pequenas variações na coloração verde clara sobre a superfície (cor que indica o valor zero para esta curvatura). Isto significa que a superfície gerada possui um comportamento muito próximo ao de uma superfície mínima.

Figura 179 - Análise da curvatura da superfície resultante da modelagem 2 do estudante B.

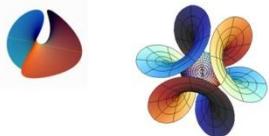
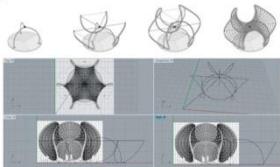
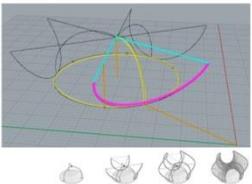
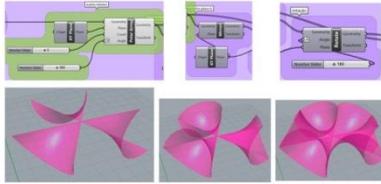


Fonte: Elaborado pelo estudante B.

Atividades desenvolvidas pelo estudante C:

O material didático desenvolvido pelo estudante C (Figura 180) apresenta uma análise geométrica do Pavilhão de Exposição CAMBOO, no Camboja, do arquiteto Luca Poian, partindo dos esquemas gráficos da geometria que acompanhavam a descrição da obra encontrada na Internet.

Figura 180 - Primeiro processo de modelagem da superfície Enneper desenvolvido pelo estudante C.

| | | |
|---|---|---|
| <p>Justificativa</p> <ul style="list-style-type: none"> Escolha da superfície/projeto de inspiração: forma interessante, aparente facilidade para construção no Grasshopper; Projeto escolhido: Pavilhão de Exposição Camboio, Phnom Penh, Camboja, 2017, por Luca Poian Formis Estrutura de bambu de 110 m² |  | <p>Enneper</p> <ul style="list-style-type: none"> Superfície mínima com duas linhas retas  |
| <p>Descrição algorítmica - tentativa 1</p>  | <p>Esquemas do processo</p> <ul style="list-style-type: none"> Base  | |
| <p>Esquemas do processo</p>  | <p>Etapas da programação - tentativa 1</p>  | |

Fonte: Elaborado pelo estudante C.

Em tais esquemas é possível visualizar a porção fundamental da superfície, delimitada pelas linhas retas e um arco em seu contorno. Partindo dessa ideia, o estudante identificou que havia uma simetria desta porção por repetição de seis módulos com aplicação de uma rotação de 180 graus, um espelhamento destes no eixo horizontal e uma matriz polar com 03 cópias da porção que resultou da rotação e espelhamento anteriores. A porção fundamental da superfície seria formada por duas diretrizes retas e um arco geratriz (primeira imagem da linha 03 da Figura 180). No processo de modelagem apresentado

pelo estudante, foram definidos os elementos fundamentais (as retas diretrizes e o arco geratriz) e a superfície foi gerada por superfície regradada.

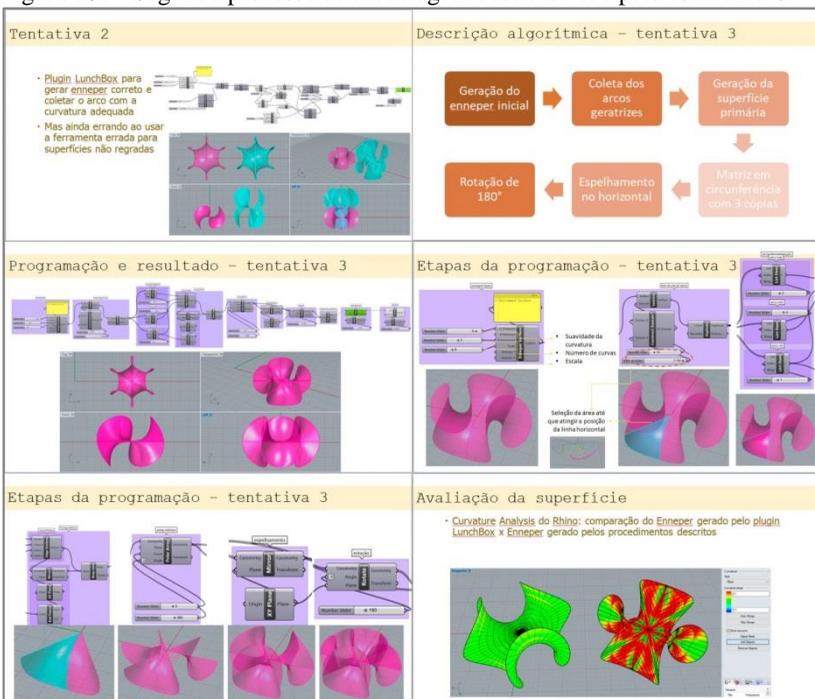
Durante o processo de orientação identificou-se que a geometria da superfície da obra era diferente da superfície obtida neste primeiro processo de modelagem, particularmente em suas curvas de borda. Concluiu-se que, diferentemente da obra e da superfície modelada pelo estudante B, sua borda possuía uma curva mais complexa que não poderia ser representada por um arco de circunferência, devido à deformação da superfície. Era necessário então, definir de alguma maneira esta curva diretriz para poder incluí-la no processo de modelagem. A ideia dada pela pesquisadora foi de conseguir um modelo digital da superfície Enneper, o qual poderia ser obtido por meio de *plug-ins* associados ao Grasshopper. Com isso, o estudante obteve, através da variação de alguns parâmetros, uma Enneper semelhante a da obra para extrair a curva de borda e utilizá-la como geratriz da superfície. No entanto, em um primeiro momento deste segundo processo, o estudante tal como o estudante B, gerou a superfície fundamental utilizando a técnica de superfície regradada.

Destaca-se este equívoco ocorrido com ambos os estudantes, os quais estavam desenvolvendo as atividades em conjunto, pelo fato de que a presença de retas nas bordas da porção fundamental foi tratada como a presença de geratrizes retas em toda a superfície, o que levou a conclusão de que o processo de geração poderia ser por superfície regradada. Ocorre que a análise tem que ser por outro ponto de vista: as retas que são integrantes desta geometria apenas limitam a geometria em uma porção fundamental, ou seja, elas não se repetem ao longo da superfície, elas existem apenas como limite desta porção. A ideia mais adequada é considerar tais retas como diretrizes da superfície e buscar as curvas que são as geratrizes da superfície. A solução dada como orientação da atividade foi considerar a parte da superfície delimitada pela metade do arco de borda, configurando uma porção da superfície que tem seus limites formados por uma reta e duas curvas, sendo uma das curvas localizada em um plano ortogonal a reta e a outra curva (porção em azul na segunda imagem da linha central da Figura 181).

Na primeira imagem da mesma Figura é ilustrado o processo de geração da superfície com a curva geratriz extraída do modelo digital gerado com o *plug-in* Lunch Box. A segunda imagem desta mesma Figura ilustra um esquema do processo de geração a ser desenvolvido. A terceira imagem ilustra o resultado da modelagem utilizando superfície por varredura de curvas geratrizes (neste caso foi usada a técnica de

superfície pelas bordas – *Edge surface*). Destaca-se que com esta técnica não fica definido a priori quais curvas serão tratadas como geratrizes e quais serão diretrizes, pois é feita uma interpolação entre todas as curvas limites para gerar a superfície. A quarta e a quinta imagens ilustram etapas da programação visual, relativas respectivamente à definição das curvas e da superfície fundamental e a geração da superfície inteira por simetrias da porção fundamental. E a última imagem ilustra a avaliação de curvatura da superfície original obtida pelo *plug-in* (modelo em cor verde clara) e da superfície modelada pelo estudante (modelo com variações de coloração entre a cor verde, amarela e vermelha).

Figura 181 - Segundo processo de modelagem desenvolvido pelo estudante C.



Fonte: Elaborado pelo estudante C.

8.4.2.3 As propostas de projeto com superfícies construídas por catenárias

Atividades desenvolvidas pelo estudante D:

A concepção da forma deste estudante baseou-se na geração de uma rede de curvas constituídas por catenárias, as quais seriam geratrizes e

diretrizes da superfície proposta. O estudante utilizou o conceito de concordância entre curvas, o qual foi apresentado durante o desenvolvimento das atividades de modelagem da composição de superfícies cilíndricas. A primeira imagem da Figura 182 ilustra uma parte do material desenvolvido pelo estudante, em que são apresentadas as hipóteses de representação das curvas geratrizes e diretrizes a partir das simetrias de reflexão nos eixos x , y e z , que foram definidas pelo parâmetro direção da gravidade (dado por um vetor no eixo y , com sinal positivo ou negativo, introduzindo um valor na entrada do vetor de direção); a segunda imagem, o modelo paramétrico da forma gerada; a terceira imagem traz a descrição de todas as etapas do processo de geração da forma e a quarta imagem apresenta a programação visual completa. Nesta imagem da programação visual, as etapas de modelagem estão delimitadas como geração das curvas diretrizes, geração das curvas geratrizes, geração das superfícies, seção plana na superfície, dada para produzir aberturas, e volumetria, que se refere a atribuir uma espessura na superfície.

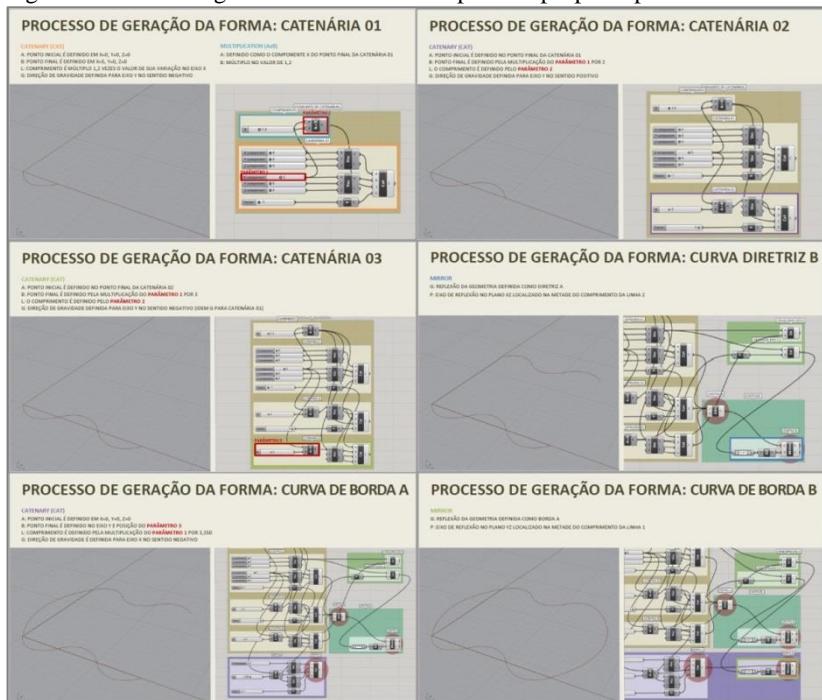
Figura 182 - Hipótese de geração da superfície proposta pelo estudante D.



Fonte: Elaborado pelo estudante D.

As etapas de modelagem paramétrica das curvas diretrizes, apresentadas pelo estudante, estão ilustradas na Figura 183, as quais são formadas por porções de catenárias e unidas a duas curvas de borda, conformando o contorno completo da superfície.

Figura 183 - Modelagem das diretrizes da superfície proposta pelo estudante D.



Fonte: Elaborado pelo estudante D.

As etapas de modelagem paramétrica das curvas geratrizes estão ilustradas na Figura 184. A curva geratriz 01 foi obtida por aplicação de três rotações na curva diretriz A, uma rotação no plano XY e outra no plano XZ, em 90° , e outra ainda de 180° no plano XZ. As curvas 2, 3 e 4, foram obtidas por cópias da geratriz 1 no eixo. A partir das geratrizes e diretrizes, a superfície foi definida por varredura (*SWEEP*).

O processo de geração adotado para completar a superfície junto às bordas laterais (Figura 185) foi por superfície regrada (**ruled surface*), da mesma maneira como ocorrido com os processos inicialmente desenvolvidos pelos estudantes que usaram a superfície de Enneper. Neste processo, em função de as duas curvas diretrizes serem diferentes e as geratrizes linhas retas, a superfície gerada é um cilindroide. O fato de esta parte da modelagem ter sido apresentada apenas no seminário final inviabilizou a correção a tempo do processo com vistas a sua adequação ao conceito de superfície mínima. A superfície foi seccionada por um plano horizontal, para gerar aberturas que seriam tratadas com

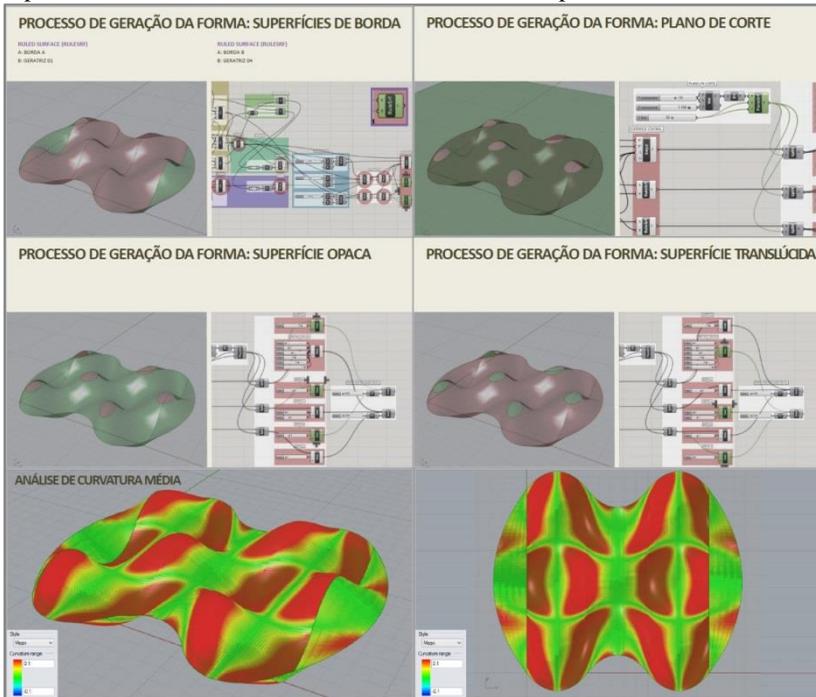
material translúcido (segunda imagem da primeira linha da mesma Figura). A avaliação da curvatura média está ilustrada pelas imagens da última linha da mesma Figura, sendo variável ao longo dos pontos da superfície.

Figura 184 - Modelagem das curvas geratrizes e geração da superfície pelo estudante D.



Fonte: Elaborado pelo estudante D.

Figura 185 - Geração das superfícies de borda, definição de aberturas na superfície e análise da curvatura média, desenvolvidas pelo estudante D.



Fonte: Elaborado pelo estudante D.

Atividades desenvolvidas pelo estudante E:

A Figura 186 apresenta a primeira parte da atividade desenvolvida pelo estudante E, que propôs uma superfície para um quiosque de praia inspirado pelas curvas do calçadão de Copacabana. Nesta etapa, o estudante lançou algumas hipóteses para gerar a superfície idealizada, que pudesse visualmente assemelhar-se as curvas do calçadão:

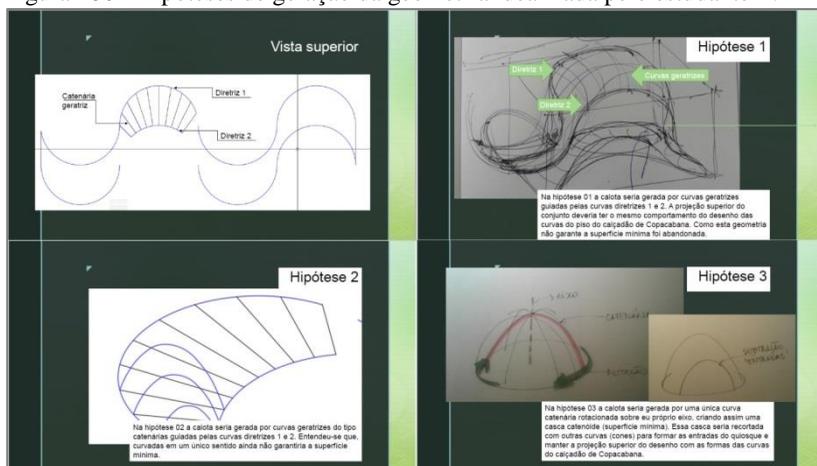
- por curvas geratrizes em varredura no espaço tridimensional apoiadas em curvas diretrizes, sendo estas últimas configuradas pelo perfil das curvas do calçadão (hipótese 1). Nesta hipótese, pela característica das curvas (catenárias para as geratrizes e arcos para as diretrizes), havia uma grande probabilidade de não ser produzida uma superfície mínima, por isso o estudante optou por lançar outras hipóteses de geração;

- por varredura de curvas catenárias, contidas em planos verticais, sobre curvas configuradas pelo perfil das curvas do calçadão (hipótese

2), contidas em um plano horizontal. O croqui da forma idealizada pelo estudante apresenta uma cobertura em que as curvas diretrizes estão contidas em planos verticais, residindo sobre planos distintos no espaço tridimensional e a hipótese de modelagem lançada é de curvas diretrizes contidas em um mesmo plano. Além disso, o processo de geração com tais curvas para configurar a geometria desenhada, igualmente ao processo 1, não garantia a obtenção de uma superfície mínima, por isso o estudante lançou uma terceira hipótese de geração.

- por revolução de uma curva catenária, formando um catenoide que seria seccionado por curvas no formato das curvas do calçadão (hipótese 3). Esta hipótese foi selecionada para a etapa de desenvolvimento da modelagem paramétrica.

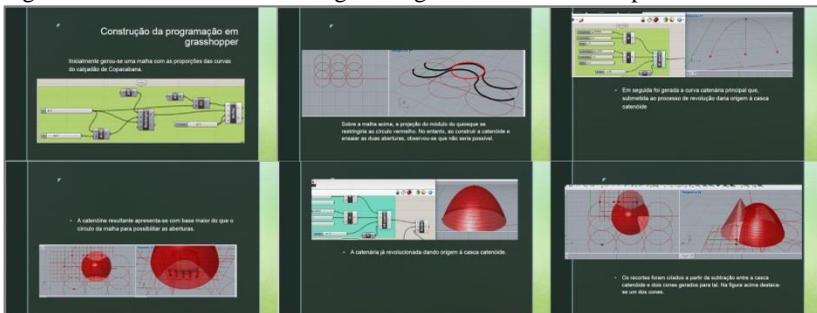
Figura 186 - Hipóteses de geração da geometria idealizada pelo estudante E.



Fonte: Elaborado pelo estudante E.

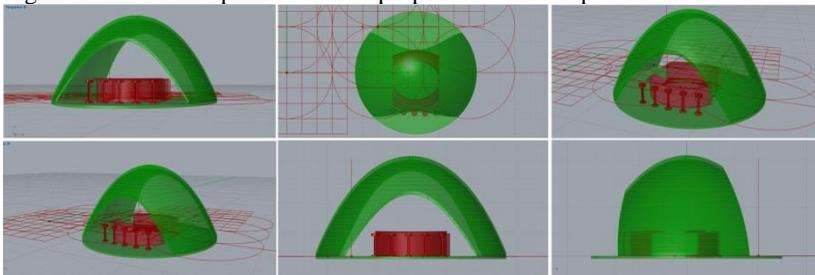
A Figura 187 ilustra as etapas de programação visual que incluem: a representação de um traçado regulador composto de arcos de circunferência, para localizar as curvas diretrizes da superfície; a representação da catenária geratriz da superfície, com o eixo de revolução; a geração da superfície; e as seções por cones de revolução. A Figura 188 apresenta imagens das vistas ortográficas e perspectivas do modelo paramétrico resultante.

Figura 187 - Processo de modelagem da geometria idealizada pelo estudante E.



Fonte: Estudante E.

Figura 188 - Modelo paramétrico da proposta idealizada pelo estudante E.



Fonte: Estudante E.

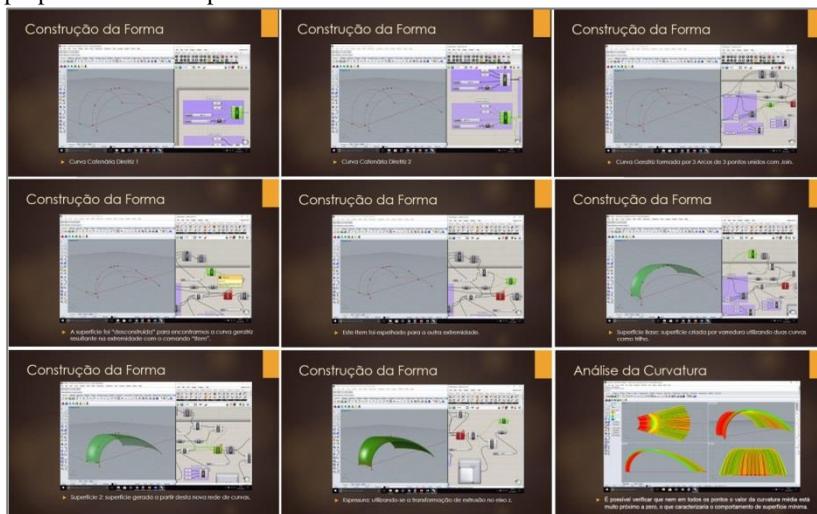
Quanto a este processo de modelagem desenvolvido pelo estudante E, destaca-se que a geometria formada não é de superfície mínima, pois o catenóide para tal superfície é obtido pela revolução não em torno do eixo da curva e sim em torno de um eixo ortogonal a este eixo. Este é um processo que não ficou claro para o estudante, por não se ter incluído a modelagem paramétrica desta superfície nos exemplos tratados nas atividades de modelagem. A geometria do catenóide de superfície mínima foi apresentada em aula de maneira explicativa e com destaque aos dois tipos de catenoides, no entanto a ausência de um processo de modelagem de tal superfície fez com que não houvesse a clareza necessária ao reconhecimento das diferenças entre os dois tipos de catenoides. Aqui se pode salienta a importância da conexão integral entre os conceitos da geometria e as atividades de modelagem, ou seja, a necessidade de sempre haver uma abordagem de aplicação (técnicas com tecnologias associadas) para a compreensão de um conteúdo teórico de geometria e vice-versa.

Atividades desenvolvidas pelo estudante F:

O estudante F, para desenvolver a sua proposta para uma capela, delimitou as curvas diretrizes da superfície como arcos de circunferência, os quais foram inicialmente representados no processo de modelagem paramétrica (as duas primeiras imagens da Figura 189). As curvas geratrizes também foram construídas por segmentos de arcos de circunferência, em número de três.

A configuração das geratrizes seguiu a forma traçada pelo estudante nos croquis que ilustram a proposta, sendo representada uma primeira geratriz localizada na borda da superfície. Para definir a geratriz da borda oposta, o estudante fez uma rotação da primeira geratriz. A geratriz intermediária entre estas duas geratrizes, foi também representada por três arcos de circunferência. A superfície foi gerada pelo processo de varredura destas geratrizes, guiadas pelas diretrizes circulares (última imagem da segunda linha da Figura 189). O estudante aplicou uma extrusão em z para dar volume à superfície e a análise de curvatura trouxe a informação de que a superfície possui variação de curvatura nos seus pontos, não sendo assim um modelo com características de superfície mínima.

Figura 189 - Processo de modelagem paramétrica e análise de curvatura da proposta idealizada pelo estudante F.



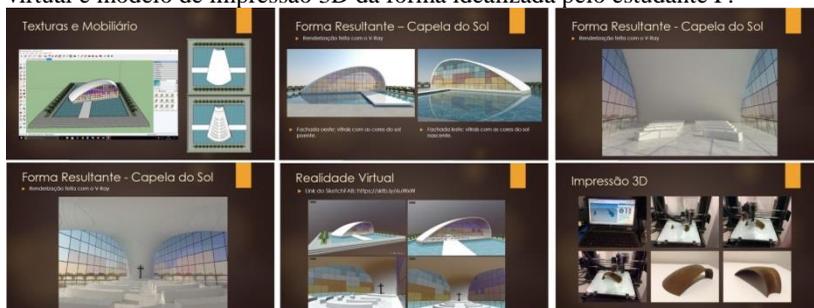
Fonte: Elaborado pelo estudante F.

Como esta superfície não é do tipo das superfícies mínimas encontradas matematicamente, a questão que fica em aberto para esta

proposta do estudante F é se há possibilidades de refinamento da geometria para alcançar uma configuração de superfície mínima. Seria necessário, para responder a esta questão, avançar no conhecimento de modelos de suspensão para identificar quais parâmetros geométricos indicam que a superfície poderia ser alterada até atingir a condição de superfície mínima.

A Figura 190 ilustra a inserção de mobiliário e texturas no modelo do estudante F, a geração de imagens por meio do uso de um renderizador, o modelo em realidade virtual e o modelo de impressão 3D.

Figura 190 - Inserção de mobiliário, aplicação de texturas, modelo em realidade virtual e modelo de impressão 3D da forma idealizada pelo estudante F.



Fonte: Elaborado pelo estudante F.

Para as superfícies dos estudantes D e E é possível afirmar que não são modelos de superfícies mínimas e é muito remota a possibilidade de refinamento para atingir esta condição, devido à presença de somente curvas catenárias como geratrizes (caso do estudante D) e da não correspondência correta do processo de geração para curvas catenárias gerarem superfície mínima (caso do estudante E). Já para a proposta do estudante F não é possível fazer tal afirmação em princípio, seria necessário aprofundar a pesquisa quanto à abordagem de modelos funiculares (modelagem física ou simulação) em relação à definição geométrica de tais modelos sob a ação de forças físicas.

8.4.3 A aplicação da geometria relacional

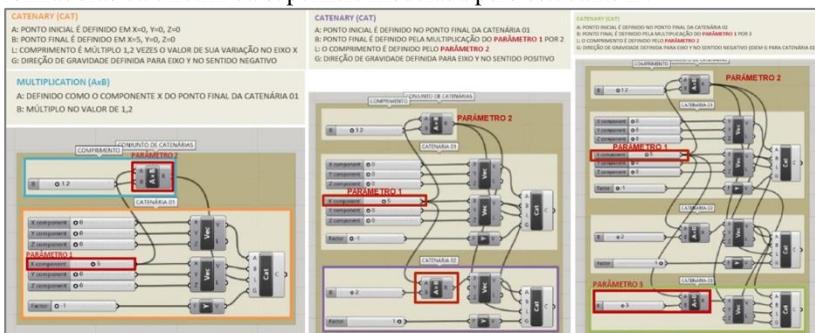
O conceito de geometria relacional foi tratado pelos estudantes B, C, D e E da seguinte maneira:

- Os estudantes B e C utilizaram a geometria relacional de modo mais simples que os estudantes D e E. Os primeiros relacionaram os pontos final e inicial dos arcos geratrizes das superfícies por meio da

seleção de pontos extremos, informando tais pontos como origem dos planos de rotação e reflexão das porções fundamentais das superfícies.

- O estudante D utilizou a geometria relacional não somente para estabelecer vínculos e proporções entre as partes constituintes da superfície, mas também para relacionar os próprios parâmetros das curvas, atribuindo fatores de multiplicação entre a distância dos pontos extremos e o comprimento das três curvas catenárias que formam a diretriz da superfície (Figura 191). Para definir o comprimento da primeira curva catenária (curva 1), foi estabelecida uma relação com a distância entre seus pontos extremos (imagem à esquerda da mesma Figura), em um fator de multiplicação de 1,2 sobre a coordenada x de seu ponto final (o parâmetro 1). O resultado desta multiplicação foi denominado de parâmetro 2, e foi utilizado como parâmetro de comprimento também para a representação das catenárias 2 e 3. O parâmetro 1 (a coordenada do ponto final da curva 1) foi usado para definir a coordenada x do ponto final da catenária 2, em uma relação de multiplicação pelo valor 2, que corresponde com uma distância igual a duas vezes a própria curva (imagem ao centro da mesma Figura). Como a catenária 3 se localiza sobre a representação de três curvas, o fator de multiplicação para localizar o ponto final desta catenária é de valor 3 em relação a coordenada x do ponto final da primeira curva catenária da composição (imagem a direita da mesma Figura).

Figura 191 - Relações estabelecidas entre os parâmetros das curvas catenárias formadoras da diretriz da superfície modelada pelo estudante D.

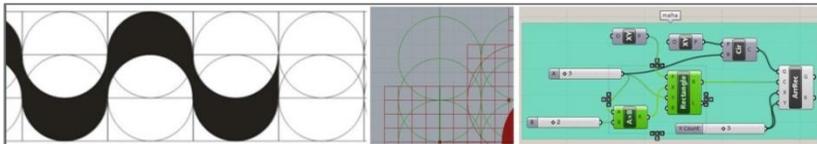


Fonte: Elaborado pelo estudante D.

- O estudante E parametrizou o tamanho da célula que informa a unidade de base da matriz retangular e a qual regula a distância entre os círculos do traçado regulador referente ao desenho das curvas do calçadão de Copacabana. Esta parametrização aplica uma medida em x

para distância entre os círculos, igual ao valor de duas vezes o valor de seu raio, e uma medida em y que é igual ao valor do raio. Esta condição faz com que os círculos se tangenciem no eixo X e se sobreponham pelo centro no eixo Y , configuração que se corresponde com o traçado regulador do desenho do calçadão (Figura 192).

Figura 192 - Modelagem paramétrica da geometria relacional entre os parâmetros de dimensão da malha da matriz retangular, desenvolvida pelo estudante E.



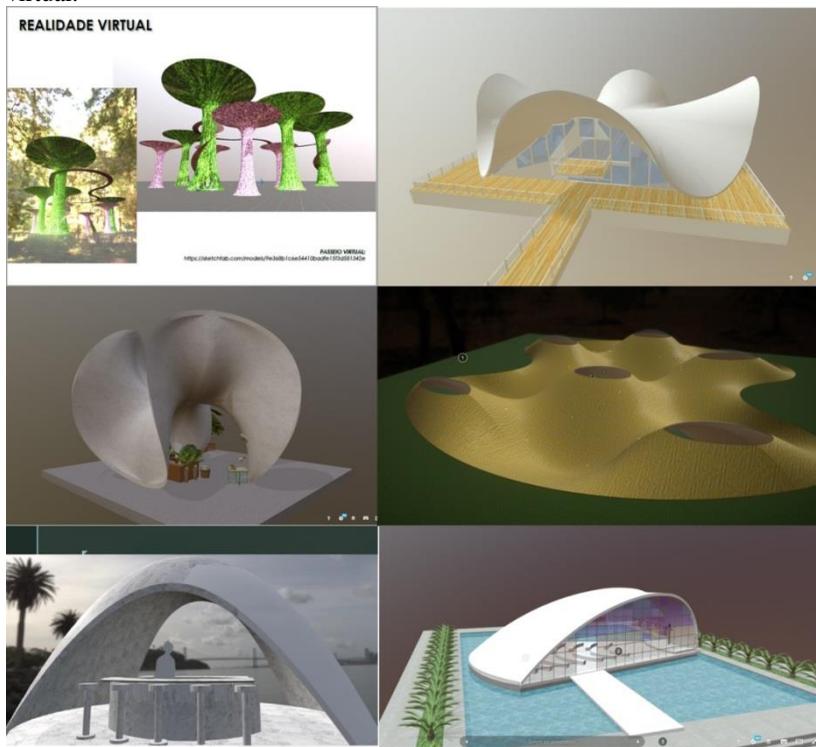
Fonte: Elaborado pelo estudante E.

8.4.4 Superfícies em realidade virtual

A discussão principal dos modelos exportados para realidade virtual foca-se em que as técnicas muitas vezes não resultam em geometrias totalmente corretas, sem haver falhas na superfície conformada. Houve a necessidade de reparar tais falhas em alguns casos para que os estudantes pudessem aplicar texturas nas superfícies (conteúdo que não faz parte do escopo desta tese), necessária à visualização em realidade virtual (Figura 193).

A mesma Figura ilustra os modelos em realidade virtual, desenvolvidos pelos estudantes dos projetos analisados. Alguns destes modelos apresentaram superfícies não totalmente fechadas, como o segundo modelo da linha 1 e o primeiro modelo da linha 2 desta Figura, os quais foram reparados novamente para os modelos de impressão 3D.

Figura 193 - Modelos com inserção de texturas e exportados para realidade virtual.



Fonte: Estudantes da disciplina de Projeto Assistido por Computador.

8.4.5 Impressão 3D das superfícies

A materialização dos modelos teve o objetivo de proporcionar uma maior percepção da geometria modelada e foi desenvolvida por impressão 3D, que é uma tecnologia de fabricação aditiva, em que ocorre a sobreposição sucessiva de camadas de material, até que o objeto tridimensional seja formado (VOLPATO, 2007). As tecnologias aditivas de fabricação digital podem utilizar os seguintes materiais: sólido (e.g. sinterização seletiva a laser e impressão 3D), líquido (estereolitografia) ou em lâminas (laminated-object-manufacturing) (CELANI e PUPO, 2008).

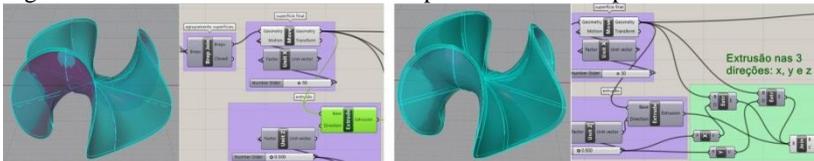
O material utilizado no processo de impressão 3D dos modelos produzidos pelos estudantes foi o poliácido láctico (**plástico PLA**) o qual tem como principal componente o ácido láctico obtido da fermentação do amido de beterraba, mandioca, entre outros.

Em geral, os *softwares* que acompanham as impressoras possibilitam gerar os suportes que são colocados nas partes do modelo que não possuem apoio até o solo ou que possuem uma mudança abrupta de direção. A questão é que como o plástico é largado quente e derretido, é necessário que exista uma camada sólida que lhe sirva de apoio. Quando a mudança de direção é abrupta, a camada que está sendo depositada, por estar deslocada em relação a sua antecessora, não possui este apoio na camada anterior. Neste caso o ideal é adicionar tanto quanto suportes forem necessários, sendo que a inclusão de muitos suportes, aumenta consideravelmente o tempo de impressão.

Quanto ao modo operatório da maioria das impressoras, é exigido que o modelo tivesse uma espessura mínima de 1,5 mm, para que a camada possa ser criada. A espessura de um modelo de superfície pode ser atribuída principalmente de duas maneiras: **por extrusão** com uma determinada direção (x, y, z); ou **por equidistância** (offset) da superfície e **criação de superfícies de fechamento das porções laterais** entre as duas superfícies exteriores. Estas duas maneiras precisam ser avaliadas em função da característica geométrica dos modelos, principalmente quanto a sua curvatura no caso de superfícies curvas. Para os modelos criados no contexto desta aplicação, foi necessário utilizar tanto um tipo quanto o outro. Os problemas surgidos na atribuição de espessura a estes modelos serão relatados a seguir.

Para as superfícies Enneper, no caso do estudante B, foi possível utilizar a extrusão simples no eixo z, a qual conformou a espessura do modelo de maneira adequada. Já para o modelo do estudante C, não foi possível usar este processo, pois devido a maior curvatura da superfície em relação a do estudante B, e por esta ser em todas as direções, a extrusão da superfície apenas na direção z fez com a espessura não fosse atribuída nas direções x e y (imagem à esquerda da Figura 194). De outra maneira, a aplicação da extrusão da superfície em x, y e z fez com que o modelo tivesse espessura em todas as direções, sendo possível imprimi-lo (imagem à direita da mesma Figura).

Figura 194 - Problemas de extrusão na superfície modelada pelo estudante C.

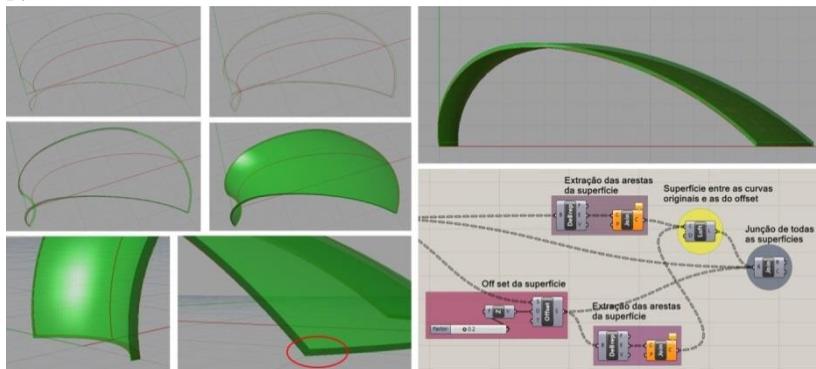


Fonte: Estudante C.

A aplicação de equidistância (*offset*) a uma porção da mesma superfície fez com que houvesse uma inclinação acentuada de uma das curvas, não sendo adequada a solução final após as repetições do modelo em simetrias desta porção.

Para o modelo desenvolvido pelo estudante F, a aplicação de extrusão da superfície na direção z fez com que o modelo não tivesse espessura em uma das laterais, não sendo possível imprimi-lo (imagem à direita na linha superior da Figura 195). A segunda opção foi aplicar equidistância da superfície e gerar superfícies de fechamento das porções laterais (imagens à esquerda da mesma Figura e imagem à direita na linha inferior). A superfície resultante teve que ser nivelada, a partir de uma seção por um plano horizontal.

Figura 195 - Configuração da espessura da superfície modelada pelo estudante F.



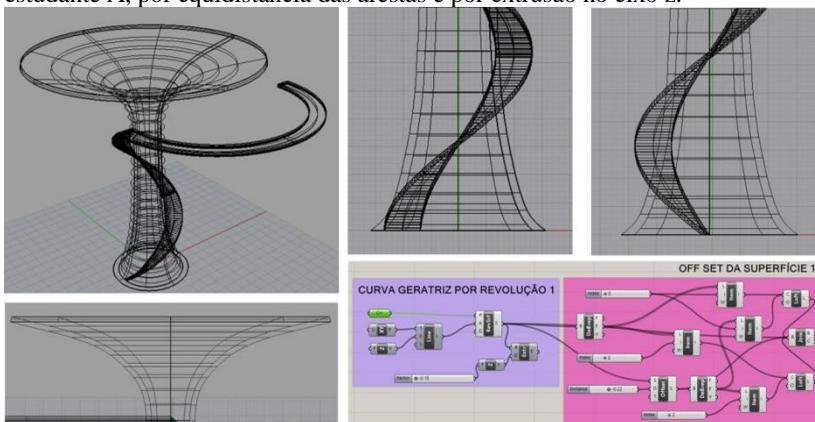
Fonte: Estudante F.

O processo anteriormente descrito também teve que ser aplicado as superfícies dos espaços de convivência da obra modelada pelo estudante A (Figura 196), porque a extrusão em uma única direção não possibilitou atribuir espessura as superfícies verticais deste elemento. Para as rampas e a passarela de conexão entre os módulos, foi possível utilizar o modelo com espessura dada em uma única direção, no caso a direção do eixo z.

Em relação às incorreções da geometria das superfícies modeladas nesta aplicação, identificadas no momento de preparação dos arquivos para realidade virtual, o mesmo aconteceu com os arquivos para impressão 3D, em que, mesmo com os arquivos reparados para realidade virtual, alguns tiveram que passar por novo processo de reparação, até que a geometria não apresentasse erro algum que

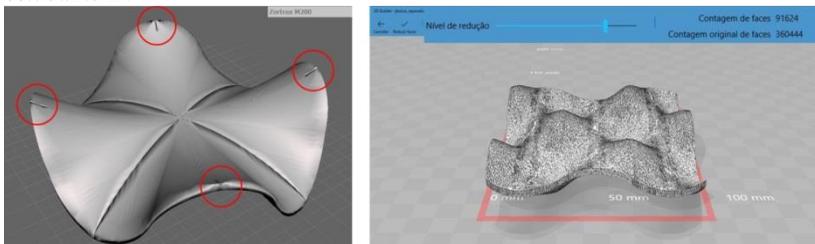
impedisse a leitura da superfície pelo *software* de impressão 3D. Os problemas relacionados à construção da geometria foram: espaços abertos e número elevado de polígonos, tornando o arquivo muito complexo para ser processado pelo *software* de impressão 3D. Houve a necessidade de corrigir os espaços abertos, particularmente da superfície modelada pelo estudante B (imagem à esquerda da Figura 197), e diminuir consideravelmente o número de polígonos da superfície modelada pelo estudante D (imagem à direita da mesma Figura). Os espaços abertos da superfície do estudante B puderam ser corrigidos na própria programação, ao estabelecer uma relação paramétrica nos pontos de origem do plano de rotação das porções fundamentais da superfície.

Figura 196 - A configuração da espessura das superfícies modeladas pelo estudante A, por equidistância das arestas e por extrusão no eixo z.



Fonte: Elaborado pelo estudante A.

Figura 197 - Problemas com espaços abertos na geometria modelada pelo estudante B e elevado número de polígonos na geometria modelada pelo estudante D.



Fonte: Elaboração própria e estudantes B e D.

A Figura 198 ilustra os modelos de impressão 3D de cada uma das geometrias modeladas parametricamente pelos estudantes.

Figura 198 - Modelos de impressão 3D das superfícies modeladas pelos estudantes.



Fonte: Elaborado pelos estudantes da disciplina de Projeto Assistido por Computador e impresso no laboratório PRONTO 3D da UFSC.

8.5 Análises das atividades quanto aos objetivos didáticos

Visando contextualizar a proposta de aplicação frente aos objetivos traçados nesta pesquisa, realizou-se uma análise sobre o desenvolvimento das atividades pelos estudantes. Esta análise teve como base os objetivos traçados na proposta didática, os quais se correspondem com os elementos de saber presentes nos propósitos da Teoria Antropológica da Didática. Na tabela 1 estão elencados estes objetivos. Esta análise se concentrará na proposição das atividades e nos respectivos desenvolvimentos pelos estudantes.

Tabela 2 - Objetivos didáticos das atividades de aplicação e da pesquisa.

| OBJETIVOS DIDÁTICOS DAS ATIVIDADES DE APLICAÇÃO |
|---|
| a. Compreensão da geometria e das técnicas de modelagem associadas |
| b. Apropriação da linguagem científica |
| c. Postura investigativa e busca de soluções de representação |
| d. Questionamento e uso correto dos conceitos abordados |
| e. Entendimento da lógica da representação paramétrica e proposição de soluções próprias alternativas |
| f. Experimentação e auto avaliação sobre o processo de desenvolvimento do trabalho. |

Fonte: Elaboração própria.

a. Compreensão da geometria e das técnicas de modelagem associadas

As atividades desenvolvidas pelo estudante A apresentam um resultado o qual está em plena correspondência com o objetivo de

compreensão da geometria e das técnicas de modelagem associadas. Nestas atividades foi explicitado pelo estudante um conhecimento avançado, que ele não possuía, no início da aplicação da proposta. Analisando-se o processo de desenvolvimento inicial proposto para representar a geometria da obra, o estudante não havia atingido o presente objetivo, devido ao fato de não haver participado dos momentos didáticos que abordaram tal tipo de geometria (superfície mínima). Após esclarecimentos sobre esta geometria e orientações dadas pela pesquisadora quanto aos materiais didáticos que abordam tais superfícies, o estudante atingiu um grau mais profundo de compreensão, tendo total autonomia no processo de modelagem subsequente a este primeiro momento.

As atividades desenvolvidas pelos estudantes B e C atingiram também plenamente este objetivo, apresentando uma análise correta e integral da superfície em suas partes constituintes e em relação aos seus processos de geração e de composição (os tipos de simetrias e seus parâmetros), necessários para configurar a totalidade das superfícies tratadas. Quanto ao processo de desenvolvimento, a adoção inicial da técnica de geração de superfície regrada caracterizou um equívoco de ambos os estudantes, já que existe apenas uma superfície mínima que também é regrada, o helicóide de plano diretor. Em um segundo momento, a partir de orientações, os processos inicialmente propostos foram revisados e substituídos por novos processos de modelagem para as superfícies das obras, geradas por varredura de curvas. Para o caso do estudante B, este mostrou em seu material didático que na primeira hipótese havia selecionado uma porção da superfície que continha uma única curva identificável de maneira direta em sua estrutura, o que inviabilizava gerar a superfície a partir de curvas geratrizes. Isto fez, naquele momento, com que ele aplicasse equivocadamente o processo de geração por superfície regrada (movimento de linhas retas sobre curvas diretrizes). Ao reformular o processo, o estudante identificou a condição necessária de selecionar outra porção da superfície, que seria delimitada em suas bordas somente por linhas curvas, ou seja, obtendo as curvas geratrizes e diretrizes necessárias para gerar a superfície em correspondência com o processo de geração de superfícies mínimas (por movimento de linhas curvas sobre diretrizes curvas e retas). A resolução deste problema de modelagem da superfície trouxe uma grande satisfação a ambos os estudantes, ao ponto de ficarem bastante ansiosos quanto à obtenção dos modelos por impressão 3D.

A atividade desenvolvida pelo estudante D atingiu plenamente este objetivo, pelo emprego totalmente autônomo dos conceitos geométricos

compositivos (essencialmente por reflexão de curvas), aplicados sobre curvas catenárias para representar uma rede complexa de curvas geratrizes e diretrizes e uma superfície curva também complexa, a partir de transformações geométricas simples.

A atividade apresentada pelo estudante E não apresenta um entendimento completo da geometria de superfície mínima e de seus processos de geração, embora tenha resultado em uma geometria aproximada à superfície idealizada como proposta de projeto. Esta falta de entendimento, conforme comentado anteriormente, refere-se ao tipo de catenoide que é de superfície mínima e o qual não é o catenoide empregado nesta atividade do estudante. Em relação à apropriação das técnicas de modelagem paramétrica considera-se que esta foi satisfatória, embora não totalmente ótima como ocorreu com as atividades anteriormente analisadas.

A atividade desenvolvida pelo estudante F apresenta um resultado interessante do ponto de vista estético e arquitetônico, em função da ocupação como espaço de culto e dos conceitos de projeto que puderam ser expressos em tal espaço a partir da geometria utilizada. Os principais conceitos de projeto apontados pelo autor da proposta e que podem ser associados mais diretamente com a geometria concebida são luz/sombra/cores, estrutura integrada com cobertura, fluidez na forma. Em termos de compreensão do conceito de superfície mínima e de seus processos de geração, esta proposta de atividade atingiu de maneira mediana tal objetivo. Por um lado, houve uma apropriação limitada das técnicas de geração de tal geometria por modelagem paramétrica, pois o estudante se restringiu a replicar o processo desenvolvido na atividade de modelagem da obra do *Main Station Stuttgart*. Em termos geométricos, a única proposição original do estudante foi a configuração da curva geratriz de sua proposta de superfície, baseada em parte na curva geratriz da obra anteriormente citada e em parte na idealização do estudante da forma da cobertura de seu projeto. Por outro lado, esta proposta apresentou de maneira mais clara e efetiva em uma aplicação de projeto, o uso dos conceitos da geometria e da modelagem paramétrica, tratados ao longo das atividades.

b. Apropriação da linguagem científica

Em relação a este objetivo, considera-se que as atividades dos estudantes B e D apresentam um nível elevado de apropriação da linguagem científica. Na atividade do estudante C o emprego da linguagem científica é mais restrito do que o emprego em B e D. As atividades dos estudantes A e E empregam a linguagem científica, mas com algumas incorreções em determinados momentos. Na atividade do

estudante F o emprego da linguagem científica é menos efetivo do que nas demais atividades analisadas. Ao comparar-se o alcance deste objetivo em cada uma das atividades analisadas com o primeiro objetivo que foi analisado nas mesmas atividades, é possível afirmar a existência de uma interdependência entre eles. Isto quer dizer que o nível de entendimento da geometria e dos processos de geração associados influencia a apropriação da linguagem científica e vice-versa.

c. Postura investigativa e busca de soluções de representação

Destacam-se com um nível pleno de atingimento deste objetivo, em particular, as atividades propostas pelos estudantes B e D. Justifica-se esta análise pelo fato de o estudante B ter buscado outra maneira de analisar a geometria a ser representada e ter formulado alternativas de representação em relação as tais análises geométricas, resolvendo o problema com o qual havia se deparado ao gerar uma superfície regrada. Mais do que isso, sua proposta de configuração da geometria foi a que chegou mais próxima, de fato, de uma superfície mínima, relativamente ao valor da curvatura média dos pontos da superfície em torno de zero. A justificativa segue com a proposta do estudante D, o qual idealizou uma forma geométrica a partir de uma rede de curvas catenárias e transpôs de maneira autônoma tal idealização para o ambiente de modelagem paramétrica, reconhecendo que o emprego de transformações simples de simetrias por reflexão sobre curvas poderia gerar tal superfície, tendo esta alto grau de complexidade. Considera-se que tal fato caracteriza-se com um elevado nível de postura investigativa, em que o estudante tanto visualizou a geometria da superfície detalhadamente antes de efetivar a modelagem quanto concebeu uma geometria complexa com base nos conceitos relativamente simples de geometria apresentados nas atividades didáticas (curvas e processos de geração). A atividade do estudante E apresenta algum nível de postura investigativa, pela exploração de alternativas de geração da geometria idealizada, mas as quais não se corresponderam efetivamente com o conceito de superfícies mínimas solicitado para a atividade.

d. Questionamento e uso correto dos conceitos abordados

As atividades dos estudantes B, C e D novamente atingiram este objetivo, pelas mesmas justificativas anteriores em relação aos demais objetivos. Os estudantes B e C reformularam o seu entendimento sobre os conceitos tratados e a atividade do estudante D não apresentou incorreção dos conceitos, atingindo um nível ótimo quanto a estes, exceto em relação ao fato de não alcançar uma superfície mínima em função do tipo de geratriz da superfície, restrita as curvas catenárias. As

atividades dos estudantes A e E possuem alguma incorreção na abordagem de tais conceitos. Estas incorreções se referem, para a atividade do estudante A, à descrição do processo de geração da superfície do helicóide de plano diretor (superfície não planificável), o qual foi confundido com o processo de geração do helicóide desenvolvível. E, para a atividade do estudante E, ao processo de obtenção do catenoide de superfície mínima, o qual foi referido, na atividade, ser pela revolução da catenária sobre seu eixo de simetria, mas que efetivamente não é, pois esta superfície é obtida pela revolução da catenária em torno de um eixo ortogonal ao seu eixo de simetria.

e. Entendimento da lógica da representação paramétrica e proposição de soluções próprias alternativas

Este objetivo foi alcançado com maior ênfase nas atividades apresentadas pelos estudantes B, C e D, novamente, com justificativas que estão relacionadas às anteriores para os demais objetivos. Ou seja, existe de fato uma interdependência entre a compreensão da geometria e seus processos de geração, a apropriação da linguagem científica, a postura investigativa e busca de soluções de representação, o questionamento e o uso correto dos conceitos abordados e o entendimento da lógica da representação paramétrica e proposição de soluções alternativas. Pode-se dizer que estes objetivos influenciam-se mutuamente, agindo como uma cadeia interconectada que irá refletir na postura dos estudantes quanto ao seu desenvolvimento frente à proposta das atividades. Já as atividades dos estudantes A, E e F foram mais limitadas que as anteriores em relação a tais aspectos.

f. Experimentação e auto avaliação sobre o processo de desenvolvimento do trabalho

As atividades dos estudantes B e C sintetizam o aspecto de auto-avaliação sobre o desenvolvimento da proposta, ao sistematizarem as reformulações de suas propostas e os tipos de aprendizagem resultantes destas. A atividade do estudante D sintetiza um alto nível de experimentação, principalmente pela configuração complexa obtida de uma rede de curvas geratrizes e diretrizes, exclusivamente formada por curvas catenárias. Destaca-se também que esta atividade explorou seções na parte superior da superfície, que em termos arquitetônicos tem o propósito de gerar aberturas que seriam tratadas com material translúcido em contraste com o resto da superfície tratada em material opaco. Este modelo, no entanto, inicialmente não foi possível de transpor para o ambiente de realidade virtual, devido ao fato de a geometria resultante ter um número elevado de polígonos, o que inviabilizou a aplicação de texturas sobre tal geometria e o

processamento necessário para gerar a visualização neste ambiente. Devido a isso, a geometria do modelo teve que ser simplificada pelo estudante, para esta aplicação. As demais atividades novamente foram insipientes quanto a estes objetivos, com exceção da atividade do estudante E, a qual avalia de certa maneira o processo de desenvolvimento do trabalho, ao analisar as hipóteses de representação que foram investigadas.

8.6 Resultados e Discussão

Além dos resultados analisados na seção anterior, destaca-se o quanto as atividades de modelagem chamaram a atenção para aspectos teóricos não totalmente compreendidos durante a apresentação destes ou não associados pelos estudantes com o processo de modelagem (as próprias técnicas de geração de superfícies). Isto ocorreu com a geração das superfícies mínimas da Enneper pela técnica de superfície regrada e pela geração do catenoide por revolução em torno do eixo que corta a curva, não gerando o catenoide de superfície mínima. Este é gerado pela revolução em torno do eixo ortogonal ao eixo de simetria da curva e que não passa pela curva. No entanto, tais aspectos da teoria em associação as técnicas não seriam identificados se não houvesse tido uma exploração mais profunda da teoria de tais superfícies (que permite também entender o significado de cada técnica de geração).

Outro exemplo é a inadequação do tipo de afirmação apresentada pelo estudante E ao se referir a uma limitação do programa de modelagem paramétrica quando se deparou com problemas no cálculo das seções sobre a superfície do catenoide. Na realidade o que ocorreu foi que o processo de geração da superfície pela revolução de uma curva inteira sobre seu eixo de simetria resultou em uma sobreposição desta curva sobre si mesma, fazendo com que não fosse possível calcular as seções na superfície por esta conter muitos polígonos. A solução foi utilizar metade da curva para gerar a superfície de revolução do catenoide.

Ocorre que não há uma limitação de construção do programa, devido a que um programa de modelagem incorpora regras geométricas para gerar geometrias a partir delas: a questão está relacionada com a definição geométrica deste modelo ou deste tipo de superfície. Ou seja, no caso específico, o processo de geração definido geometricamente é por revolução da metade da catenária sobre o eixo de revolução, pois se a revolução for da curva inteira é lógico que ao completar 360 graus, a segunda metade da curva irá sobrepor-se a primeira metade desta mesma linha. Alternativamente poderia ter sido aplicada uma rotação de 180

graus sobre a curva inteira. Estas regras necessitam estar claras aos estudantes, para que os mesmos tenham autonomia em suas representações.

Quanto ao aspecto projetual, ficou claro que a representação de geometrias já aplicadas em obras de arquitetura é mais simples do que as geometrias idealizadas. Em estágios mais avançados pode ser interessante trabalhar com esta liberdade de projeto, mas em estágios iniciais de aprendizagem isso pode não ser positivo em termos de aprendizagem, pela falta de experiência dos estudantes. Assim como frequentemente em estágios iniciais do ensino de projeto são usados referenciais estabelecidos da arquitetura moderna para análises e até mesmo para atividades de projeto, o estudo da geometria complexa da arquitetura contemporânea com foco nas superfícies matemáticas pode ser mais potente se ensinado a partir de exemplos significativos e projetos de arquitetos reconhecidos. Devido a que tais obras de arquitetura empregam geometrias já descritas matematicamente, as quais são conhecidas suas propriedades funcionais e arquitetônicas.

Destaca-se por fim a contribuição que a Teoria Antropológica da Didática forneceu a esta experiência didática, a partir do emprego do próprio saber da geometria e das técnicas de modelagem paramétrica como um meio para resolução dos problemas de modelagem e proposição das superfícies pelos estudantes. Este teoria foi enriquecida ao ser aplicada no contexto de ensino de arquitetura, já que normalmente a modelagem paramétrica das geometrias complexas é feita de maneira intuitiva e exploratória, com pouco conhecimento sobre as propriedades que tais geometrias possuem e sobre seus entes geométricos fundamentais e processos de geração.

CAPÍTULO 9

Conclusão, limitações da pesquisa e trabalhos futuros.

9.1 CONCLUSÕES

Nesta tese foi configurado um problema didático relativo à dificuldade que as geometrias complexas da arquitetura contemporânea, empregadas principalmente nos últimos 20 anos com o crescente advento das ferramentas digitais, apresentam em relação a sua adoção no projeto de arquitetura. Isto se deve principalmente a que estas não podem ser descritas ou representadas por técnicas tradicionais de representação gráfica, fazendo com que frequentemente não sejam compreendidas efetivamente por quem as propõem. Elas resultam muito mais de explorações intuitivas ou, de certa maneira, explorações que acabam incorporando alguns requisitos de projeto, do que uma intenção em alcançar atributos funcionais e arquitetônicos que tais geometrias possuem, devido as suas características inerentes.

Em termos de conhecimento para tratar com as tecnologias de representação gráfica houve a necessidade de se conhecer um conjunto de conceitos e técnicas relacionadas tanto com as geometrias tradicionais quanto com a geometria complexa da arquitetura contemporânea. Principalmente em relação ao emprego da técnica de *modelagem paramétrica*, configurou-se a possibilidade de ‘obter’ tais geometrias de maneira mais dinâmica. Uma gama de soluções alternativas é possibilitada devido à capacidade de manipulação de parâmetros e geração de instâncias geométricas, além da atribuição de relações entre elementos geométricos fundamentais.

No entanto, para que este uso possa ser explorado em toda sua potencialidade, identificou-se ser essencial conhecer de maneira profunda tais geometrias, explicitando principalmente seus parâmetros de construção. Tendo-se tal conhecimento, é possível ampliar-se consideravelmente a consciência sobre as potencialidades de tais geometrias na configuração da arquitetura contemporânea e apoiar as atividades de representação gráfica digital para a concepção do objeto arquitetônico.

A partir de iniciativas desenvolvidas em contextos de ensino de geometria e representação gráfica digital para arquitetura, identificou-se também que tal base de conhecimento pode ser inserida a partir das disciplinas iniciais de geometria, nas quais existe o propósito de uma integração mais efetiva com as práticas de projeto. É sobre este conhecimento, ou uma parte deste, que tal tese procurou se concentrar, com o objetivo de explicitá-lo para que possa ser transposto para o ensino de geometria na arquitetura.

Com esta delimitação inicial, foi possível caracterizar que o processo de transposição de tal conhecimento para o ensino de

arquitetura segue o mesmo tipo de processo de transposição didática apontado em Chevallard (1991), exigindo o reconhecimento, no âmbito do ensino, de uma estrutura de saberes que está sendo veiculada em contextos científicos e profissionais.

O referencial da Teoria Antropológica da Didática, outra teoria desenvolvida por Chevallard (1999), possibilitou compreender que um saber possui uma estrutura constituída dinamicamente pelos elementos: problemas, teorias, técnicas e tecnologias. A identificação de tais elementos é uma atividade essencial para a referida transposição de saberes entre os contextos científico, profissional e educativo. A constituição de uma estrutura integral do saber (tal como é denominado por esta teoria) com vistas a uma transposição didática exige também a sua sistematização (estruturção e disponibilização), a qual pode ser obtida utilizando-se o conceito de taxonomias e ontologias. Estas, ao classificar e promover relações entre os elementos de um saber, por meio da caracterização dos seus atributos, produz o entendimento de como este é organizado em uma área ou saber específico.

O problema de pesquisa ficou assim definido pelo entendimento de como a geometria complexa e a modelagem paramétrica vêm sendo abordadas na arquitetura contemporânea e como os saberes relativos a elas podem ser estruturados visando sua transposição para o ensino de arquitetura.

Para lidar com tal problema, traçou-se o pressuposto de que a **explicitação** da estrutura que envolve tal saber por meio da **identificação, caracterização e explicação** em termos dos elementos: problemas, teorias, técnicas e tecnologias associadas, a partir do conceito de taxonomias e ontologias, poderia configurar uma estrutura apta a subsidiar processos de aprendizagem de modelagem paramétrica aplicada à geração de geometrias complexas da arquitetura contemporânea. Esta estrutura ao ser disponibilizada em uma **rede explícita de conceitos da geometria complexa** da arquitetura contemporânea daria suporte aos processos de transposição ao ensino de arquitetura. Dessa maneira, o objetivo geral desta pesquisa ficou definido como: **Explicitar a constituição da estrutura de saber** das superfícies presentes na geometria complexa de exemplares da arquitetura contemporânea e de sua modelagem paramétrica, disponibilizando-a para que possam ser transpostos para os diferentes contextos formativos de arquitetura. Os objetivos específicos ficaram definidos como: 1. Caracterizar a estrutura de saber envolvida na geometria complexa adotados na arquitetura contemporânea; 2. Estruturar métodos de modelagem paramétrica que abarquem estes

conceitos; 3. Ampliar a estrutura de saber a partir dos métodos de modelagem estruturados; e 4. Representar em formato digital a estrutura do saber construída disponibilizando-a para ser transposta ao contexto de ensino de arquitetura.

O reconhecimento inicial de uma parte dos conceitos matemáticos presentes na arquitetura contemporânea (Burry & Burry, 2010), relatado no capítulo 2, possibilitou identificar que a compreensão dos mesmos exigia um aprofundamento sobre as descrições dadas pelos autores (objetivo específico 1), caracterizando um processo de análise do saber envolvido.

A Teoria Antropológica da Didática, de Chevallard (1999) indicou, na revisão de literatura, que poderia disponibilizar um modelo de análise, amparado por uma estrutura teórica prévia explícita. Este modelo, segundo Borda (2002), ao integrar em sua própria estrutura a relação entre a teoria e prática associada a um dado saber, possibilitaria analisar os possíveis efeitos transpositivos deste entre as instituições científicas, educativas e profissionais.

Em relação ao processo de análise, para abarcar o aprofundamento necessário à explicitação do saber, limitou-se o conteúdo a ser analisado ao tema de Superfícies matemáticas, o qual é apresentado por Burry & Burry (2010). A partir deste autor, reuniram-se outros referenciais que tratam de níveis mais profundos de descrição, definição e explicação dos conceitos apresentados (objetivo específico 1). A partir destas estruturas de saber, foram propostos processos de modelagem paramétrica (objetivo específico 2), os quais configuraram novas estruturas de saber e que foram agregadas às estruturas teóricas já identificadas (objetivo específico 3), com o propósito de constituir uma rede de conceitos sobre tais superfícies empregadas na arquitetura contemporânea (objetivo específico 4).

Estes referenciais teóricos possibilitaram tratar com o primeiro objetivo traçado, o da caracterização dos conceitos geométricos relativos às superfícies complexas da arquitetura contemporânea. A adoção de teoria antropológica da didática permitiu explicitar os elementos de saber que envolvem tais geometrias.

Para atingir o objetivo específico 3, de 'Representar em formato digital a estrutura do saber construída', identificou-se na revisão de literatura que, a constituição desta estrutura com vistas a sua disponibilização como referencial didático, poderia ser efetivada pela sua estruturação com base nos conceitos de taxonomias e ontologias. As taxonomias possibilitaram classificar as definições relativas às superfícies estudadas por meio da criação de categorias. O conceito de

ontologias trouxe a noção de se caracterizarem as relações entre os conceitos e se definirem atributos para estas relações. A estruturação fundamentada em taxonomias e ontologias também facilitou o próprio processo de análise, tendo influência sobre a caracterização de tais saberes (objetivo específico 1).

A formatação final escolhida para tal estruturação em mapas conceituais possibilitou atribuir aspectos visuais e informacionais que são fundamentais em um contexto didático para que esta representação possa ser acessada e manipulada facilmente com vistas à sua exploração (objetivo específico 4). Além disso, a estrutura dos mapas conceituais, por se assemelhar à de uma ontologia e poder ser facilmente modificada por revisões ou adições de conceitos e outras estruturas de saber e relações entre estes, auxiliou ao processo de análise e estruturação dos saberes em questão (objetivos específicos 1 e 2).

A seleção dos temas específicos da pesquisa, feita no capítulo 3, possibilitou delimitar o seu escopo a quatro tipos de superfícies a serem estudadas: duas delas são classificadas em Rodrigues (1960) como pertencentes à classe tradicional de superfícies, presentes em uma obra com superfícies propriamente curvas (o Aeroporto de Beijing, que é descrito por uma porção de um toro circular) e uma obra com superfícies retilíneas planificáveis (o *Disney Concert Hall*); e duas são superfícies mínimas, presentes no *Australian Wildlife Health Centre* e no *Main Station Stuttgart*. Esta delimitação influenciou consideravelmente no aprofundamento, detalhamento e explicação que foi possível alcançar para as superfícies analisadas (objetivo específico 1), o que não teria sido atingido caso todas as superfícies descritas em Burry & Burry fossem incluídas no estudo.

Ainda no capítulo 3, definiram-se as etapas de desenvolvimento, relacionadas a cada objetivo específico traçado no capítulo 1, sejam elas: a **identificação e seleção dos conceitos da geometria complexa** da arquitetura contemporânea dos últimos 20 anos, a **análise sobre a estrutura de saber** que envolve tais conceitos e a **estruturação prévia** destes conceitos, das técnicas e tecnologias associadas a cada geometria estudada (objetivo 1); a **identificação de uma tecnologia de representação** gráfica baseada em programação visual e a **estruturação didática das técnicas de modelagem** para gerar as geometrias caracterizadas na primeira etapa (objetivo 2); a **identificação de novos conceitos** relacionados aos métodos reconhecidos (objetivo 3); a **representação** dos conceitos e técnicas de modelagem, reconhecidos e explicitados e sua **disponibilização** por meio de mapas conceituais, estruturados no formato de uma rede de conceitos disponível em

ambiente virtual de aprendizagem na Internet (objetivo 4); e a **aplicação** em um contexto de ensino, com a avaliação e discussão dos resultados obtidos (objetivo 4).

O capítulo 4 tratou da análise da obra do **Aeroporto de Beijing**, sobre a qual Burry & Burry se referem à simplicidade do processo geométrico de obtenção da superfície que forma a sua cobertura. A descrição dada pelos autores possibilitou identificar um conjunto de **palavras-chave significativas** para iniciar-se uma análise voltada a explicar os conceitos e as afirmações apresentadas.

Estes autores destacam essencialmente que a partir de um **pequeno número de arcos de grande raio** foi possível gerar **o maior espaço coberto do mundo**, o qual **abriga mais de um milhão de metros quadrados**, sob um **telhado duplamente curvado**. Ou seja, toda a geometria foi gerada a partir **de arcos e linhas retas**, o que os autores denominam de **geometria simples com curvas graduais**. A descrição destaca que a ideia foi de trazer uma sensação de calma pelo uso de **arcos com pouca curvatura**, devido ao **tamanho grande de seus raios**, os quais configuram uma superfície denominada de **patch toroid**, uma forma gerada pela execução de **arcos diferentes em direções ortogonais**.

O conceito de **patch toroid** refere-se à **porção de um toro circular**, superfície tratada nos estudos de Gaspar Monge para a geometria descritiva, sistematizados posteriormente em Rodrigues (1960), sendo gerada pelo processo de **circunvolução** de um **arco de circunferência** em torno de um **eixo que não está alinhado** com o eixo do arco que gera a superfície. Este autor destaca a classificação desta superfície e a diferença que possui para as superfícies de revolução, desde que em uma circunvolução o eixo da curva descreve no espaço tridimensional uma circunferência e em uma revolução este mesmo eixo descreve uma linha reta.

Além das **diferenças de vocabulários empregados** por diferentes autores, a análise buscou **integrar elementos de saber** que pudessem ampliar a compreensão das afirmações dadas em Burry e Burry, como por exemplo, o **significado de curvatura de uma superfície** em relação a: como este conceito foi delimitado, quais os **tipos de curvatura** que existem e qual sua **influência na configuração** de superfícies (de **curvatura nula**, com **uma única curvatura** e de **dupla curvatura**).

Esta ampliação permitiu uma maior compreensão da superfície em questão, como também delimitou uma **estrutura de saber apta a explicar a influência deste conceito na conformação** das demais superfícies que foram analisadas no decorrer da pesquisa.

Os **mapas construídos** sobre a estrutura de saber desta superfície, relativamente a **sua classificação**, possibilitaram explicitar **três níveis ou elementos de saber** relacionados à forma geométrica estudada: o **nível teórico**, por meio da identificação de **atributos inerentes** a tal classificação; o **nível tecnológico** pela **justificação** que se aplica a esta **classificação**; e o **nível técnico**, relativo aos **processos de geração** intrínsecos a tal geometria, os quais estão associados a uma ou mais **técnicas de geração** (objetivos específicos 1 e 2). Estes elementos de saber foram usados como base para a delimitação dos **processos de modelagem paramétrica** desta superfície (objetivo específico 2).

A análise sobre os processos de geração desta superfície apontou a presença do conceito de **concordância entre arcos de circunferência e retas**, em que a construção dos arcos e das retas está baseada na especificação de parâmetros específicos. Estes se referem à **direção das tangentes nos pontos extremos** das curvas, a qual deve ser igual para ambos os entes geométricos. Este tipo de conceito, além de **explicar a função do conceito de tangência** (ou das **retas tangentes nos pontos de uma curva**) em relação à **manutenção da continuidade** entre tais curvas, também promove a **associação entre os saberes próprios das técnicas tradicionais de representação** gráfica e os das **técnicas digitais de geração** de tal superfície, facilitando a **transposição ao meio digital** pela modelagem paramétrica (objetivo específico 2).

A delimitação didática dos **processos de modelagem** a partir de um **algoritmo geral** o qual define as etapas a serem desenvolvidas, em associação com **esquemas visuais**, objetivou **ilustrar os entes geométricos (arcos e retas)** e o **processo de geração da superfície**. Em relação a estes processos, foi possível tratar com **elementos de saber de caráter tecnológico**, os quais **justificam as técnicas e os parâmetros** de construção da geometria (objetivos específicos 1, 2 e 3).

Cada uma destas etapas foi explicitada e estruturada em novos mapas conceituais, visando sua disponibilização em uma **rede de conceitos** relativa à geometria desta obra (objetivo 4). Esta rede ficou estruturada pelas **descrições, imagens e definições** de Burry & Burry para porção toroide (patch toroid) e curvatura, pelas **imagens do escritório de arquitetura** que propôs o projeto, os elementos de saber referentes à **geometria da superfície**, os que definem **curvatura de superfícies** e os da **modelagem paramétrica** de tal superfície (que inclui também a análise da superfície do aeroporto).

Em termos didáticos esta superfície do aeroporto foi identificada como estratégica quanto à inserção no ensino de arquitetura dos saberes da geometria complexa da arquitetura contemporânea e da modelagem

paramétrica, por ter uma **configuração complexa** e com **geometria de dupla curvatura**, mas definida por uma classe tradicional de superfícies curvas e por conceitos fundamentais de geometria plana e espacial. Tendo um **significado funcional**, a característica de **dupla curvatura** desta superfície é resultado de suas condições de geração. A **racionalidade** de seu **processo de geração** e de **construção** é outra característica importante para o projeto de arquitetura, trazendo **elementos concretos** para a **exploração da forma** e para **propor soluções** que priorizem **economia** e **racionalidade** no emprego dos **materiais** e **mão de obra** na construção.

Por fim, o **resultado mais significativo extraído da análise** desta superfície e da **proposição de processos de modelagem** paramétrica refere-se à possibilidade de trazer para o contexto didático **elementos de saber que possibilitam compreender** como **ela incorpora**, ao mesmo tempo, **racionalidade construtiva** e **simplicidade no seu processo de definição** (objetivo específico 4).

A análise da obra do *Disney Concert Hall*, de Gehry & Partners, realizada no capítulo 5, partiu das descrições de Burry & Burry, nas quais foi indicada a presença no projeto de uma **linhagem tectônica** e a adoção de superfícies **sinuosas** e **onduladas** que possuem **construções geométricas diferentes**, mas com **características próprias inerentes**. A descrição apontou que a **modelagem física** de tais superfícies deve aderir a uma **linguagem de materiais em folha** os quais incorporam **restrições** como o **coeficiente de curvatura do material de construção**, mas as quais não são conhecidas na modelagem em papel. Os autores identificaram que tais superfícies são **retilíneas desenvolvíveis**, possuindo **curvatura única**, e que **podem ser desenroladas no plano**. Outra caracterização apontada pelos autores é sua **curvatura Gaussiana igual à zero** (o produto das curvaturas principais), em função de que uma das curvaturas principais é nula, pela **existência de retas** em uma de suas extensões.

As análises deste tipo de superfície e a indicação de que as superfícies da obra poderiam ser geradas essencialmente por **porções de superfícies cilíndricas e cônicas** configurou-se como uma estrutura de saber fundamental para a modelagem paramétrica.

No entanto, mesmo que a modelagem de quatro superfícies da obra tenha indicado a existência de tais porções descritas por **composições de superfícies cônicas e cilíndricas**, identificou-se que o mesmo não era aplicável para todas as superfícies.

Isto está relacionado com o fato de que **as superfícies da obra**, em sua maior parte, **não são superfícies planificáveis** em termos

geométricos, porque suas curvas diretrizes não podem ser representadas como instância uma da outra a partir de transformações geométricas que preservam suas características essenciais. Mas de outra maneira, estas superfícies **podem ser construídas em material em folha**.

O trabalho de doutorado de Sheldon (2002) trouxe uma explicação fundamental para o entendimento desta questão, referente aos processos de obtenção destas superfícies e a relação destes com a construtibilidade e as curvaturas gaussianas. O autor concluiu que os materiais em folha podem **suportar alguma curvatura limitada da superfície**, que não seja absolutamente nula. Ou seja, o material em folha pôde suportar as curvaturas que foram assumidas na geometria, explicando porque na modelagem das superfícies da obra **caracterizaram-se curvaturas próximas ao valor zero**. Esta constatação tornou possível a construção das superfícies da obra e outras superfícies projetadas por Gehry, em que para cada uma delas foi empregado um **limite predeterminado de curvatura não nula**, correspondente com a **construtibilidade do material**.

A importância para o contexto didático desta explicitação dos **aspectos geométricos e construtivos** de tais superfícies é o potencial que tal estrutura de saber possui para guiar a **concepção de configurações viáveis** que são definidas por meio de **interações física, tátil e direta com folhas de algum material**.

No capítulo 6 foi estudada a superfície da obra *Australian Wildlife Health Centre*, um centro de tratamento de animais nativos da Austrália, no qual foi utilizado, pelo arquiteto Paul Minifie, uma superfície que pertence à classe denominada de **superfícies mínimas**. Estas superfícies diferem-se das demais, por apresentarem **um equilíbrio estável**, o qual está diretamente relacionado com a **curvatura média** de tais superfícies (média das curvaturas principais) **igual à zero em todos os seus pontos**. A partir do trabalho de Carmo (1987) foi possível explicitar esta noção de equilíbrio estável destas superfícies assim como todo o desenvolvimento da teoria de superfícies mínimas. Esta teoria possibilitou que vários exemplos fossem encontrados ou obtidos, principalmente após os estudos de suas propriedades geométricas fundamentais, sobre as quais os matemáticos puderam deduzir formulações que propiciaram um grande desenvolvimento de tal teoria no século XX. Inclusive a descoberta da superfície da obra em questão, pelo **matemático brasileiro Celso Costa** em 1982.

Esta superfície, por exemplo, foi obtida por meio do conhecimento da **propriedade de equivalência conforme** em superfícies mínimas e

da relação entre a **característica dos fins** e sua configuração como uma **superfície mergulhada**. A propriedade de equivalência conforme possibilitou que Costa imaginasse haver uma superfície conformemente equivalente ao toro pela omissão de três pontos deste (os quais são lançados ao infinito) e com três fins, como resultado desta omissão. E a condição para ser mergulhada (sem auto-intersecção) possibilitou Costa afirmar a existência de tal superfície em função da **característica dos fins da superfície imaginada** (em que os vetores normais dos fins são paralelos). A obtenção de exemplos de superfícies mínimas está diretamente associada com algumas destas propriedades, como por exemplo, **não possuir auto-intersecção** e ter **curvatura total finita**, desde que a partir destas propriedades o cálculo matemático torna-se operacionalmente mais simples. Estas foram as principais propriedades definidas como condição para encontrar o **exemplo de Costa**, além de sua **equivalência topológica e conforme ao toro circular**.

O entendimento de todos os desdobramentos e a evolução desta teoria, além de facilitar a compreensão das propriedades geométricas que distinguem os exemplos de superfícies mínimas obtidas matematicamente, constitui-se uma estrutura de saber fundamental para **colocar em prática** a representação gráfica de tais superfícies. Além disso, esta estrutura de saber aliada a novas estruturas que foram identificadas em estudos relacionados aos **atributos estruturais** e a relação destas superfícies com a **arquitetura regenerativa** trouxe o reconhecimento da importância em adotá-las no projeto de arquitetura.

Em relação à superfície de Costa, a identificação de suas **simetrias de rotação e reflexão** e a ocorrência destas junto às **curvas catenárias** da superfície tornou possível desenvolver um **algoritmo relativamente simples** de modelagem paramétrica, em que a superfície inteira é obtida a partir de **duas porções pequenas da superfície**. A **otimização** do processo de modelagem de toda a superfície, pelo emprego de **processos compositivos por simetrias** de pequenas porções desta, pode ser considerada um **estratégia didática** no sentido que **facilita a própria modelagem paramétrica**, a **sua aprendizagem** e traz **novas aplicações** de tal conceito geométrico (**simetria**), as quais diferem das abordagens estéticas no projeto.

No capítulo 7 foi estudada a superfície da obra *Main Station Stuttgart*, uma estação de trem da Alemanha, em que o arquiteto Christoph Ingenhoven concebeu o projeto como o núcleo do desenvolvimento urbano da cidade sobre as pistas da estação que serão construídas abaixo do nível do solo. O projeto utiliza a **geometria estrutural** desenvolvida em colaboração com engenheiros civis e com

Frei Otto, o qual desenvolveu pesquisas na década de 1960 relativas à concepção de **modelos** denominados de **funiculares**. Esta geometria é uma **casca contínua** resultante de **deformações aplicadas** sobre uma **malha quadrilateral**, ancorada em seus extremos contendo um orifício central que também é ancorado. Ela é construída em **corrente de suspensão**, modelo este que após **invertido e feito rígido** forma uma estrutura que trabalha em **pura compressão**. Isto **minimiza a espessura** e a necessidade de reforço da estrutura da casca. Um **módulo básico do modelo** é repetido por **simetria de translação**, formando a estrutura completa, na qual os **orifícios** proporcionam **luz e ventilação natural** para o edifício. A estação destaca-se por ter **consumo de energia primária baseado em fontes naturais**, o que a caracteriza de **energia zero**.

Este modelo de superfície possui as mesmas características apontadas para as superfícies do capítulo 6, superfícies com **equilíbrio estável de tensões** e com **curvatura média igual à zero** em todos os seus pontos. A diferença desta superfície da estação é que ela se baseia em **modelos obtidos por experimentos físicos**, em que existe a atuação de forças buscando tal equilíbrio de tensões, diferentemente das superfícies mínimas descritas matematicamente, por intermédio de cálculos. Ou seja, ambas são **superfícies mínimas em sua descrição geométrica**, mas que **empregam técnicas diferentes para sua obtenção/descrição**. Os modelos de suspensão (de corrente pendente) baseiam-se na tradição do modelo funicular empregado por Gaudì para encontrar as formas da torre da capela da Colônia Guell.

A partir da **ampliação dos termos** e declarações empregadas em Burry e Burry para definir ‘**modelos de catenária**’ e ‘**modelos de suspensão**’ (a técnica empregada para encontrar fisicamente a geometria da obra), foi possível compreender a diferença que estes modelos apresentam quando são utilizados para **definir arcos** (geometria bidimensional) e para **definir superfícies** (geometria no espaço tridimensional).

A explicitação desta diferença possibilitou identificar sua influência preponderante na **conformação das curvas** de tais modelos de superfícies, sendo que, um **modelo de superfície mínima** se conforma **com pelo menos uma curva catenária**, mas não **somente** com esta curva. Existe uma amplitude de curvas diferentes em tais superfícies e uma superfície conformada a partir de catenárias unicamente não possui característica de superfície mínima, exceto se for **uma porção de um catenoide**. Já para um **modelo de superfície mínima em um arco** há

somente **uma curva catenária**, pois esta curva é a única que resulta da atuação da gravidade sobre o arco.

Outros **elementos de saber** importantes para o contexto de ensino de projeto se referem à caracterização da obra por **várias unidades protótipas** que foram construídas em **modelo real de corrente suspensa**, para verificar como seria o seu comportamento, e ao **refinamento da geometria final** obtida por cálculos baseados em elementos finitos, em que algoritmos específicos foram utilizados para gerar **modelos complexos para análise estrutural**.

O **modelo digital** gerado a partir da modelagem paramétrica da superfície mesmo sendo um **modelo aproximado** pode ser considerado uma parte importante da estrutura de saberes relativa a esta superfície. Para este modelo não foi possível, como na superfície do capítulo 6, identificar precisamente um número maior de curvas pertencentes a sua geometria, por não se ter encontrado referências que as abordassem e um modelo digital sobre o qual se pudesse desenvolver um estudo mais detalhado das curvas.

O conhecimento desta obra e de sua geometria desperta para a importância da **aplicação dos modelos experimentais** que exemplificam a **integração entre forma e estrutura**, como ocorre com o **funcionamento das estruturas da natureza**. Tal como apontado para o capítulo 6, a noção da **relação entre estes modelos e a proposição de projetos direcionados a uma arquitetura de regeneração** configuram-se como saberes fundamentais para tratar com projetos em que o foco é a sustentabilidade.

No capítulo 8 foi desenvolvida uma **proposta de aplicação em um contexto didático de arquitetura** das estruturas de saber explicitadas ao longo da pesquisa. Este contexto foi uma disciplina da pós-graduação em Arquitetura e Urbanismo da UFSC, ‘Projeto Assistido por Computador’, em que são experimentadas inserções com tecnologia digital no processo de projeto de arquitetura. Foi selecionado o tema de **superfícies mínimas** para esta aplicação, o qual foi abordado a partir da inserção das teorias e das técnicas de modelagem paramétrica relativas a estas superfícies. Estas **foram integradas ao projeto de arquitetura**, pelo **desenvolvimento de um processo projetual baseado em tais estruturas de saber**.

A abordagem destas superfícies e de sua modelagem paramétrica a partir das estruturas de saber relativas às superfícies curvas tradicionais, sistematizadas em Rodrigues (1960), trouxe uma maior compreensão das superfícies mínimas. Isto foi alcançado com o desenvolvimento de duas etapas de atividades de modelagem paramétrica destas superfícies

tradicionais e mais duas para superfícies com geometria complexa, uma delas com superfícies mínimas.

Outro resultado a destacar nestas atividades foi a possibilidade de incluir nos processos de modelagem paramétrica o conceito de **geometria relacional**, aplicada a **elementos primários** das superfícies, ou seja, relações entre seus entes geométricos, tais como curvas diretrizes e geratrizes. Ou também a aplicação **de relações entre elementos** baseadas no conceito de **proporção áurea**, a partir da qual é reconhecida uma das funções que pode ser atribuída ao uso de **operadores matemáticos**. Isto fez com os estudantes tivessem maior clareza da aplicação deste conceito e da própria **técnica de modelagem paramétrica**, resultando que alguns estudantes propusessem **relações mais complexas** em seus projetos do que aquelas dadas nas atividades didáticas.

As **estratégias didáticas** incluíram estas aplicações e a disponibilização de **materiais didáticos** construídos com o propósito de fazer com que os estudantes se apropriassem aos poucos de tais conceitos até o ponto de **tornarem-se autônomos** para **reconhecer a geometria** a ser representada e/ou concebida e **desenvolver seus próprios processos de modelagem paramétrica das superfícies** em questão. A **sistematização pelos estudantes** das etapas de descrição de suas propostas de projeto, da geometria e dos processos de modelagem desenvolvidos, em termos teóricos e tecnológicos, teve o propósito de avaliar seu **processo de aprendizagem** quanto aos temas tratados e a **aquisição de um vocabulário associado às geometrias** reconhecidas.

A avaliação destas atividades indicou níveis ótimos relacionados a (o): **Compreensão** da geometria e das técnicas de modelagem associadas; **Apropriação** da linguagem científica; **Postura** investigativa e busca de soluções de representação; **Questionamento** e uso correto dos conceitos abordados; **Entendimento** da lógica da representação paramétrica e proposição de soluções próprias alternativas; **Experimentação** e auto avaliação sobre o processo de desenvolvimento do trabalho. Embora se tenha identificado tais níveis ótimos no desenvolvimento das atividades, houve momentos de não compreensão pelos estudantes de todos os conceitos e características dos processos de geração de tais superfícies mínimas. Os equívocos, tal como a utilização da técnica de superfície regrada para gerar a superfície da Enneper, de outro modo, foram revisados durante o processo de desenvolvimento das propostas projetuais e de sua modelagem paramétrica.

Destaca-se, por fim, que a aplicação de **uma teoria didática** que adota **o próprio saber** como **modelo de análise de conteúdos didáticos**

e de seleção destes com vistas a um **processo transpositivo** (Chevallard, 1991) possibilita trazer para o contexto didático os saberes científicos (**saber sábio**) aliados aos **saberes a ensinar**. Um exemplo é o trabalho de doutorado de Shelden, o qual **explicitou a característica** das superfícies adotadas por Gehry e o fato de o material em folha empregado na construção de tais superfícies poder suportar uma geometria não planificável em relação ao valor de sua curvatura gaussiana.

Nesta **explicitação de estruturas de saber** identificam-se todos os elementos apontados na teoria de Chevallard (1999), sejam eles: as classes de problemas; as maneiras de resolver estes problemas (técnicas); os elementos que possibilitam justificar e explicar estas maneiras de resolução (tecnologias); e, por fim, os elementos de saber que justificam e explicam em um nível mais aprofundado as justificações e explicações sobre as técnicas (teorias).

Estes elementos de saber também trouxeram maiores esclarecimentos sobre alguns conceitos apresentados em Burry e principalmente permitiram **reconhecer a limitação de algumas descrições**. Uma destas é exatamente o fato de Burry & Burry apresentarem as superfícies do *Disney Concert Hall* como sendo **superfícies regradas planificáveis**, sem haver menção ao trabalho de Shelden, o qual, de outra maneira, aponta que tais superfícies nem sempre são superfícies planificáveis ou **na maioria delas de fato não são**. E os saberes relativos à **justificação** de tais **superfícies não planificáveis** em seu rigor formal terem sido adotadas neste projeto: esta se refere principalmente ao fato que as **superfícies planificáveis** (essencialmente cônicas e cilíndricas) **são muito restritivas** para as formas projetadas por Gehry. Mas o **material em folha**, de outro modo, permite **conceber formas mais maleáveis em sua geometria** sem o risco de projetar **geometrias não almeçadas**, que o material em folha não consiga suportar sem rasgos ou vincos. Além disso, tais saberes mostram concretamente a **relação entre projeto e construção**.

Um aspecto importante a destacar entre os resultados da pesquisa é a **constituição das taxonomias e ontologias** que foram caracterizadas na **rede de conceitos** estruturada. A disponibilização destas, relativas aos saberes que foram explicitados na pesquisa, traz para o contexto de arquitetura uma **maior clareza do vocabulário** que envolve a forma geométrica e **seus processos de geração e modelagem**. A **taxonomia** especificamente permite **compreender a especificidade e a generalização** dos termos, como por exemplo, o emprego dos termos que caracterizam transformações geométricas fundamentais como

rotação, translação, movimento helicoidal, reflexão e varredura. O que **estes termos têm em comum** ou qual destes termos **possui um nível maior de generalização** e quais termos **são mais específicos**. Muitas vezes existe uma confusão ao adotar tais termos, como por exemplo, foi identificado, no decorrer da pesquisa, que um estudante em nível de mestrado utilizou de maneira equivocada o termo ‘translação’ como sinônimo de ‘sweeping’ (que é ‘varredura’) ao traduzir a definição dada por Burry & Burry para o catenoide de superfície mínima. A translação é um conceito geométrico bastante particular, já o termo ‘varredura’ refere-se a um conceito mais geral por abarcar os movimentos de rotação, translação, movimentos helicoidal e muitos outros tipos de movimentos.

Com esta tradução, a descrição de Burry & Burry ficou entendida como uma superfície gerada pela ‘translação’ da catenária em torno de seu eixo x. No entanto, o texto original em língua inglesa empregava o termo ‘sweeping’, ou seja, ‘varredura’. A partir de outra definição dada pelos mesmos autores, foi possível compreender que esta geometria é gerada pela ‘rotação’ de uma curva catenária em torno de seu eixo x. Comparando-se com a primeira definição, se reconhece que o termo ‘varredura’ foi utilizado para caracterizar de maneira mais geral o movimento de ‘rotação’. Mas que não pode ser empregado como ‘translação’. Considera-se que **tal vocabulário** tem que estar **muito claro** em **atividades de representação gráfica digital** em geral e em particular a **modelagem paramétrica**, assim como em **atividades de projeto**, sendo esta uma das metas da taxonomia descrita e estruturada nesta pesquisa.

Este exemplo se corresponde com o **papel** mais importante das **taxonomias** nesta pesquisa, as quais, ao terem possibilitado **categorizar os termos e conceitos** associados à geometria complexa da arquitetura contemporânea para as superfícies matemáticas, fizeram com que fosse compreendida a **distinção** entre os **termos** que muitas vezes **são empregados como sinônimos** por autores que analisam a geometria na arquitetura. Pela teoria de Chevallard (1999) isso pode **ser aplicado irrestritamente a qualquer termo** ou **conceito** que se **pretenda explicitar**.

A conclusão do estudo desenvolvido nesta tese é que a **explicitação dos elementos de saber** da geometria e da matemática, específicos de formas complexas, **contribui para o entendimento destas** e de como **modelar e propor formas semelhantes** gerando a possibilidade de uso em projetos autorais. No entanto, o processo em si, **de como modelar**, exige a **análise e a explicitação do saber envolvido**

e isto é o que a **teoria didática** adotada nesta pesquisa enfoca em seu princípio, ou seja, **o processo é totalmente dependente e reflexo do saber que o envolve.**

9.2 Limitações da pesquisa e trabalhos futuros

A pesquisa teve um alcance limitado, mas nem por isso menos importante para o contexto didático de arquitetura, o qual envolveu a explicitação da estrutura de saber que permite compreender algumas superfícies complexas da arquitetura contemporânea, essencialmente: as superfícies em porções de um toro circular do Aeroporto de Beijing; as superfícies regradadas desenvolvíveis ou as que podem ser construídas em materiais em folha, propostas por Frank Gehry; e as superfícies mínimas obtidas matematicamente e as obtidas fisicamente, por modelos de suspensão, não abarcando assim todos os tipos de superfícies apresentadas em Burry & Burry.

Entre estas, não foram estudadas as superfícies de inversão, pela complexidade que sua geometria possui e por não ter se encontrado exemplos de aplicação desta geometria em projetos construídos ou concebidos com espaços habitáveis. Também não foram estudadas as superfícies funcionais, por envolver descrições por funções matemáticas. Tais conteúdos e superfícies podem ser alvo de futuras pesquisas. As superfícies hiperbólicas da Sagrada Família, de Gaudi, também não foram incluídas no escopo da pesquisa. Estas se configuram com saberes importantes para abordar conteúdos da geometria descritiva no contexto de ensino de arquitetura. No entanto, existem muitas pesquisas que abordam tais superfícies, inclusive seus processos de geração e modelagem digital, as quais podem ser utilizadas como referências para atividades didáticas de modelagem paramétrica de tais superfícies.

Em relação ao tipo de descrição das geometrias estudadas, a pesquisa não pode atingir as descrições formais da matemática, em função dos saberes específicos necessários para que tais descrições pudessem ser compreendidas, principalmente em relação às superfícies mínimas. De outro modo, algumas curvas que se configuram a partir de funções matemáticas simples, como a curva do *Main Station Stuttgart*, que é descrita por uma função de raiz cúbica, podem trazer uma relação mais direta com o conceito de parametrização e de geometria relacional. Devido a que esta função pode ser atribuída com o uso de operadores matemáticos para relacionar entre si os valores das coordenadas x e y dos pontos de tal curva. Em trabalhos futuros que possuam um foco

didático isto pode ser explorado para descrever o conjunto de todas as curvas pertencentes às superfícies estudadas.

Conforme citado, os modelos de suspensão abordados nas descrições da obra *Main Station Stuttgart* (capítulo 7) podem ser usados para apoiar as atividades de projeto desde que tais modelos sejam estudados com a integração de conhecimentos específicos da área de estruturas, além da geometria e representação gráfica digital, por meio, por exemplo, de simulações para conformar tais modelos. Este também é um escopo que a pesquisa não abrangeu, mas que, no entanto, indica o desenvolvimento de pesquisas futuras com foco no ensino integrado de projeto.

Um **aspecto arquitetônico** importante que a pesquisa não abrangeu pode ser citado pelo próprio discurso do arquiteto Minifie, o qual se refere à dificuldade, em uma primeira vista, na percepção da superfície de Costa devido a certa confusão que os **padrões de conexão** e os **fluxos e partições espaciais** criam, mas os quais instigaram o arquiteto a explorar se haveria alguma possibilidade de incluir esta superfície em sua ontologia arquitetônica. Este pode ser um tema importante a ser explorado em estudos futuros.

Um desenvolvimento posterior desta pesquisa pode ser avaliar como os integrantes de um contexto didático se apropriam destas estruturas de saber, como eles utilizam estas estruturas, que tipos de atividades e que habilidades podem ser desenvolvidas relacionadas aos processos de ensino e aprendizagem do projeto de arquitetura. Esta apropriação e aplicação das estruturas de saber explicitadas ao longo desta tese podem ser avaliadas em integração com várias áreas de conhecimento, tais como estruturas, conforto ambiental, geometria, projeto, como ocorre em propostas interdisciplinares de ensino.

REFERÊNCIAS

- ABBENA, E. SALAMON, S. GRAY; A. Modern Differential Geometry of Curves and Surfaces with Mathematica - CHAPTER 16. **A Selection of Minimal Surfaces**, Chapman & Hall/CRC Press, Taylor & Francis Group, Third Edition: Edition 3, 2006. Disponível em:
 <<http://webmath2.unito.it/paginepersonali/sergio.console/CurveSuperfici/AG16.pdf>> Acesso: 05 fev. 2018.
- ALLEMANG, D.; HENDLER, J. **Semantic Web for the Working Ontologist: Effective Modeling in RDFS and OWL**. Waltham, MA/USA: Morgan Kaufmann Publishers, 2011.
- ALLGAYER, R. Formas naturais e estruturação de superfícies mínimas em arquitetura. **Dissertação de mestrado**. Universidade Federal do Rio Grande do Sul, Porto Alegre, 2009. 157 p. Disponível em:<
<http://www.lume.ufrgs.br/handle/10183/24723?show=full>> Acesso: maio 2017.
- ALMEIDA, M; BAX, M. Uma visão geral sobre ontologias: pesquisa sobre definições, tipos, aplicações, métodos de avaliação e de construção. **Revista Ciência da Informação**, 32(3), 2003.
- AUSTIN, D. Penrose tiles talk across miles. **American Mathematical Society**: feature column, Providence, 13 ago. 2005a. Disponível em: <<https://goo.gl/7VynQ8>>. Acesso em: 31 out. 2017.
- _____. Penrose tilings tied up in ribbons. **American Mathematical Society**: feature column, Providence, 5 dez. 2005b. Disponível em: <<https://goo.gl/R4aT5U>>. Acesso em: 31 out. 2017.
- BAGNERIS, M. Contribution à la conception et à la réalisation des morphologies non-standard: les formes pascaliennes comme outil. **PhD Thesis**, University of Montpellier 2, 2009.
- BARRIOS HERNANDEZ, C. R. Design procedures: a computational framework for parametric design and complex shapes in architecture. **Thesis (Ph. D.)** - Massachusetts Institute of Technology, Dept. of Architecture, 2006. Disponível em:
 <<https://dspace.mit.edu/handle/1721.1/35507>> Acesso em: 31 de maio de 2018.
- BERALDO, P. N. MEIRELLES, C. R. M. Análise das Técnicas Construtivas de Antoni Gaudí e sua Aplicação em Projetos Contemporâneos. In: **XII Jornada de Iniciação Científica e VI Mostra de Iniciação Tecnológica, 2016**. Universidade Presbiteriana Mackenzie (UPM).

- BERTOL, D. **FORM GEOMETRY STRUCTURE: from nature to design**. Exton, Pennsylvania: Bentley Institute Press, 2011.
- BORDA, A. A. S. Los saberes constitutivos del Modelado Geométrico y Visual, desde las instituciones científicas y profesionales a las Escuelas de Arquitectura: Un Análisis de Transposición Didáctica. **Tese de doutorado**. Universidad de Zaragoza. 2002.
- BORDA, A., PIRES, J. F., DALLA VECCHIA. L, CELANI, G. Produção e Compartilhamento de Objetos de Aprendizagem Dirigidos ao Projeto de Arquitetura [Production and sharing of learning objects, aimed at architecture design projects] In: SIGRADI 2010, 2010, Bogotá. **Proceedings of the 14th Congress of the Iberoamerican Society of Digital Graphics**. Bogotá: Ediciones Uniandes, v.01. p.104 – 107, 2010.
- BORDA, A.; PIRES, J. F.; MEDEIROS, R. R.. A Representação de Superfícies Regradas em Concordância: uma abordagem didática para a formação em Arquitetura. In: **IV Congresso Internacional de Expresión Gráfica e IX Congreso Nacional de Profesores de Expresión Gráfica**, 2012, La Plata. La Plata: Color Magenta Gráfica, v. 01, p. 45-49, 2012. Disponível em: https://issuu.com/lucasfabianolivero/docs/egrafia_iv_cieg_01_issuu
Acesso em: maio de 2016.
- BLACKBURN, S; MARCONDES, D. **Dicionário Oxford de Filosofia**. Tradução de Murcho et al. Jorge Zahar: Rio de Janeiro, 1997.
- BROUSSEAU, G. Fundamentos de la Didáctica de las Matemáticas. **Seminario Matemático García Galdeano**, Serie II, Sección 6, nº 2, Universidad de Zaragoza, 1989.
- BURKE, A. **The New Mathematics of Architecture. An authoritative reference text and guide to computational work in architecture**. 2011. Disponível em: <http://architectureau.com/articles/the-new-mathematics-of-architecture/>
- BURKHARDT, B. BÄCHER, M. **Multihalle Mannheim, Institute for Lightweight Structures**. (IL), 13, University of Stuttgart. 1978.
- BURRY, J. Mindful Spaces: Computational Geometry and the Conceptual Spaces in which Designers Operate. **IJAC, International journal of architectural computing**, issue 04, volume 05, 2008.
- BURRY.J. BURRY, M. **The New Mathematics of Architecture**. London: ed. Thames e Hudson, 2010.
- CAJORY, F. **Uma História da Matemática**. Rio de Janeiro: Editora Ciência Moderna, 2007.

- CARMO, M. P. **Superfícies Mínimas**. Rio de Janeiro: Instituto de Matemática Pura e Aplicada – IMPA, 1987.
- CELANI, G.; PUPO, R. T. **PROTOTIPAGEM RÁPIDA E FABRICAÇÃO DIGITAL PARA ARQUITETURA E CONSTRUÇÃO: Definições e Estado da Arte no Brasil. Rapid Prototyping and Digital Fabrication for Architecture and Building: Definitions and State of the Art in Brazil. CADERNOS DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ARQUITETURA E URBANISMO**, 2008.1, 31.
- CHEVALLARD, Y. **La Transposición didáctica. Del saber sabio al saber enseñado**. Buenos Aires: Aique Grupo Editor, 2013. 3ª ed. 4ª reimp. Título original: *La transposition didactique. Du savoir savant au savoir enseigné*. Grenoble: Pensée Sauvage, 2ème édition, 1991.
- _____. **Concepts fondamentaux de la Didactique: Perspectives apportées par une approche anthropologique, Recherches en Didactique des Mathématiques**, Vol 12, nº 1, pp 73-112, 1992.
- _____. **El Análisis de las Prácticas Docentes en la Teoría Antropológica de Lo Didáctico. Recherches en Didactique de Mathématiques**, Grenoble, Vol. 19, nº 2, pp. 221-266, 1999. (Traducción de Ricardo Barroso, Universidad de Sevilla). Disponível em: <http://www.aloj.us.es/rbarroso/Pruebas/CHEVALLARD.PDF>
- CHILTON, J. **The Engineer's Contribution to Contemporary Architecture: Heinz Isler**. London: Thomas Telford Press, 2000.
- CHILTON, J. Chung, C. C. **Rooted in Nature: Aesthetics, Geometry and Structure in the Shells of Heinz Isler. Nexus Network Journal**, v. 19, issue 3, pp. 763-785, 2017.
- CONSIGLIERI, L.; CONSIGLIERI, V. **A Proposed Two-Semester Program for Mathematics in the Architecture Curriculum. Nexus Network Journal**, Vol.5, No.1, 2003, p. 127- 134, 2003.
- CORCHO, O. FERNÁNDEZ-LÓPEZ, M. GÓMEZ-PÉRES, A. **Methodologies, tools and languages for building ontologies. Where is their meeting point? Data & Knowledge Engineering**, 46, 41-64, 2003. Disponível em: <http://oa.upm.es/2637/1/JCR02.pdf> Acesso em: maio de 2016.
- CORMEN et al. (org.). **Introduction to algorithms**. London: Press Cambridge, 2009.
- COSTA, C. J. **Imersões mínimas completas em R3 de gênero um e curvatura total finita, Tese de Doutorado**, IMPA, Rio de Janeiro, Brasil, 1982.

- _____. **Funções Elípticas, Algébricas e Superfícies Mínicas.** 18º Colóquio Brasileiro de Matemática. Rio de Janeiro: Instituto de Matemática Pura e Aplicada – IMPA, 1991.
- D'AMORE, B. **Elementos de Didática da Matemática.** São Paulo: Editora Livraria da Física, 2010. 452 páginas
- DESLAURIERS, J. & KÉRISIT, M. O delineamento de pesquisa qualitativa. In: POUPART, Jean et al. **A pesquisa qualitativa: Enfoques epistemológicos e metodológicos.** Petrópolis, RJ: Vozes, 2008 (p. 127/153).
- FERNANDEZ, J. L. R. Superfícies Regladas y Minimales. 2010. Disponível em: <<http://masquemates.blogspot.com.br/2010/06/superficies-regladas-y-minimales.html>> Acesso em: julho de 2012.
- FONSECA, J. J. S. **Metodologia da pesquisa científica.** Fortaleza: UEC, 2002. Apostila.
- FREITAS, M. B. C. S. B. As Funções Hiperbólicas e suas Aplicações. **Dissertação de Mestrado.** Centro de Ciências Exatas e da Natureza, Departamento de Matemática, Universidade Federal da Paraíba, 2015.
- GASCÓN, J. Desarrollo del conocimiento matemático y análisis didáctico: del patrón análisis-síntesis a la génesis del lenguaje algebraico. **Recherches en Didactique des Mathématiques**, Vol 13, nº 3, pp 295-332, 1993.
- GERHARDT, T. E. SILVEIRA, D. T. Orgs. **Métodos de pesquisa.** Coordenado pela Universidade Aberta do Brasil – UAB/UFRGS e pelo Curso de Graduação Tecnológica – Planejamento e Gestão para o Desenvolvimento Rural da SEAD/UFRGS. – Porto Alegre: Editora da UFRGS, 2009.
- GIL, A. C. **Como elaborar projetos de pesquisa.** 4. ed. São Paulo: Atlas, 2007.
- GIRALT-MIRACLE, D. **Gaudí. La búsqueda de la forma.** Espacio, geometría, estructura y construcción. Ayuntamiento de Barcelona: Institut de Cultura Lunweg Editores SA, 2002.
- GÓMEZ-SERRANO, JOSEP. **Arcos Catenarios. Gaudí. La búsqueda de la forma. Espacio, geometría, estructura y construcción.** DA N I E L G I R A LT- M I R A C L E (director). Ayuntamiento de Barcelona: Institut de Cultura Lunweg Editores SA, 2002.
- GONÇALVES, J. C. S.; DUARTE, D. H. S. Arquitetura sustentável: uma integração entre ambiente, projeto e tecnologia em experiências de pesquisa, prática e ensino. Sustainable architecture: integration among environment, design and technology in research, design

- practice and education. **Ambiente Construído**, Porto Alegre, v. 6, n. 4, p. 51-81 out./dez. 2006. Associação Nacional de Tecnologia do Ambiente Construído. Disponível em: <<http://www.seer.ufrgs.br/index.php/ambienteconstruido/issue/view/289>> Acesso em: maio 2015.
- GORJANC, S. **Introduction to Surfaces, Tangent Planes and Normal Lines**. Translated by Helena Halas and Iva Kodrnja - **3DGeomTeh** - Developing project of the University of Zagreb. 2012. Disponível em: <http://www.grad.hr/geomteh3d/Plohe/plohe1_eng.html> Acesso em: agosto de 2016.
- GROBMAN, J. Y. **Soft[ware] boundaries - complex geometry in architectural design**. The Beauty of Japheth in the Tents of Shem: Studies in Honor of Mordechai Omer, Publisher: Tel Aviv University, Editors: Taraga H, Gal N, pp.585-599, 2013. Disponível em: <<http://grobman.net.technion.ac.il/files/2013/01/Software-Boundaries-Complex-Geometry-in-Architectural-Design.pdf>> Acesso: agosto de 2016.
- GRUBER, T. Toward Principles for the Design of Ontologies Used for Knowledge Sharing. **International Journal Human-Computer Studies**, v.43, n.5-6, 1995.
- GUARINO, N. Formal ontology, conceptual analysis and knowledge representation. **International Journal of Human and Computer Studies**, v. 43, n. 5-6, p. 625-640, 1995.
- _____. Formal ontology in information systems. In: **IOS Press**, A, editor, FOIS'98, TRENTO, ITALY, 06, p. 3-15, 1998.
- GUIZZARDI, G. Desenvolvimento para e com reuso: Um estudo de caso no domínio de vídeo sob demanda. **Tese de Doutorado**. Universidade Federal do Espírito Santo, 2000.
- HEFLIN, Jeff et al. An Introduction to the OWL Web Ontology Language. **Lehigh University. National Science Foundation (NSF)**, 2007. Disponível em: <<http://www.cse.lehigh.edu/~heflin/IntroToOWL.pdf>>
- HERNANDEZ, Carlos Roberto Barrios. Thinking parametric design: introducing parametric Gaudi. **Design Studies**, v. 27, n. 3, 2006. Disponível em: <<http://sophclinic.pbworks.com/f/Hernandez2006.pdf>>
- HEYLIGHEN, A. & NEUCKERMANS, H. DYNAMO: Dynamic Architectural Memory On-line, **Journal Educational Technology and Society**, Vol.3, No.2, pp.86-95, April 2000. Disponível em: <http://www.ifets.info/journals/3_2/heylighen.html> Acesso em: 15 set. de 2009.

- HEYLIGHEN, A. NEUCKERMANS, H. CASAER, M. GEERT P. M. Dewulf.: Building Research & Information. **Special Issue: Visual Practices - Images of Knowledge Work**. Building memories, Volume 35, n. 1, pp. 90 – 100, 2007.
- HEYNEN, H. L., A. HEYLIGHEN, A. NEUCKERMANS, H. The four faces of architecture: On the dynamics of architectural knowledge. L. Villner & A. Abarkan (eds.), **Constructing a memory for architecture - two didactical tools in Leuven**, School of Architecture, Royal Institute of Technology, Stockholm, pp. 17-24, 2005.
- HUERTA, S. Structural Design in the Work of Gaudi. **Architectural Science Review**. Volume 49.4, pp 324-339, 2006.
- KANAIYA, M. **What is Funicular geometry? What is its significance in Structures in Architecture? Uses geometry in architecture**. 2013. Disponível em: <<https://www.quora.com/What-is-Funicular-geometry-What-is-its-significance-in-Structures-in-Architecture>>
- KATZ, N. C. Algorithmic Modeling; Parametric Thinking: Computational Solutions To Design Problems. Conceptual Explorations and Practical Applications. CAAD - Cities - Sustainability [**5th International Conference Proceedings of the Arab Society for Computer Aided Architectural Design** (ASCAAD 2010 / ISBN 978-1-907349-02-7), Fez (Morocco), 19-21 October 2010, pp. 19-36. Disponível em: <http://papers.cumincad.org/data/works/att/ascaad2010_019.content.pdf> Acesso: junho 2016.
- KLEIN, F. **A comparative review of recent researches in geometry**. 1872. Disponível em: <<https://arxiv.org/abs/0807.3161>> Acesso em: maio de 2016.
- KOLAREVIC, B. **Architecture in the Digital Age: Design and Manufacturing**. New York: Spon Press, 2003.
- LITTMAN, J. A. Regenerative Architecture: A Pathway Beyond Sustainability. **Dissertação de Mestrado**. University of Massachusetts – Amherst. 2009. 68 p. Disponível em: <<http://scholarworks.umass.edu/cgi/viewcontent.cgi?article=1389&context=theses>> Acesso em: abril 2015
- LORENZI, M. G. FRANCAVIGLIA, M. ART & MATHEMATICS IN ANTONI GAUDÍ'S ARCHITECTURE: "LA SAGRADA FAMÍLIA". **Aplimat – Journal of Applied Mathematics**, volume 3, n.1, 2010, p. 125 – 146.
- MARCONI, M. A. LAKATOS, E. M. **Fundamentos de Metodologia Científica**. São Paulo: Editora ATLAS S.A., 2003, 5ª edição.

- MATEUS, Luís Miguel Cotrim. **Estudo das Superfícies**. 2006.
Disponível em:
<<http://home.fa.utl.pt/~correia/00%20Estudo%20Superfícies-1-LMateus.pdf>> Acesso em: julho 2012.
- MATEUS, Luís Miguel Cotrim. **Estudo das Superfícies**. 2010-11.
Disponível em:
<http://home.fa.utl.pt/~lmmateus/1011_1_sem/1011_Cenografia_teorica_12.pdf> Acesso em: maio 2011.
- MÁXIMO, A. C.; ALVARENGA, B. **Projeto Voaz Física Volume único**. Editora Scipione. 576 p.
- MEDEIROS, R. R.; PIRES, J. F.; NUNES, C. S. BORDA, A. A. S. A REPRESENTAÇÃO DE SUPERFÍCIES REGRADAS EM CONCORDÂNCIA: Uma Abordagem Didática para a Formação em Arquitetura. **Anais do XXI Congresso de Iniciação Científica da UFPel**. 2012.
- MINIFIE, P. Design Domains: THEIR RELATIONS AND TRANSFORMATIONS AS REVEALED THROUGH THE PRACTICE OF PAUL MINIFIE. **Tese de Doutorado**. Doctor of Philosophy, 2010, RMIT University (School of Architecture and Design). Disponível em:
<<https://researchbank.rmit.edu.au/eserv/rmit:160677/Minifie.pdf>>
Acesso: fevereiro de 2018.
- MITCHELL, W. J. **The Logic of Architecture**. Cambridge: MIT Press, 1990.
- MONEDERO, J. I. (a) **Aplicaciones informáticas en arquitectura**. EDICIONS UPC: Barcelona, 2ª ed., 2000.
- MONEDERO, J. Parametric design. (b) A review and some experiences. **Automation in Construction**, 2000. Disponível em:
<<http://info.tuwien.ac.at/ecaade/proc/moneder/moneder.htm>> Acesso em: dezembro de 2014.
- MORAIS, E. A. M; AMBRÓSIO, A. P. L. **Ontologias: conceitos, usos, tipos, metodologias, ferramentas e linguagens. Technical Report - INF_001/07 - Relatório Técnico** Dezembro de 2007 – Instituto de Informática, Universidade Federal de Goiás. Disponível em: <http://www.portal.inf.ufg.br/sites/default/files/uploads/relatorios-tecnicos/RT-INF_001-07.pdf> Acesso em: junho de 2016.
- NEUCKERMANS, H. WOLPERS, M. CASAER, M. HEYLIGHEN, A. Data and metadata in architectural repositories. CAADRIA 2007 [Proceedings of the 12th International Conference on Computer Aided Architectural Design Research in Asia] Nanjing (China) 19-21 April 2007.

- NIEMEYER, P. KNUDSEN, J. **Learning Java**. Sebastopol, CA: O'Reilly Media, 2005.
- NOVAK, J. D. CAÑAS, A. J. The Theory Underlying Concept Maps and How to Construct and Use Them. **Technical Report IHMC CmapTools**, 2006-01 Rev 2008-01. Disponível em: <<http://cmap.ihmc.us/docs/theory-of-concept-maps.php>> Acesso em: abril de 2017.
- NOVO, H. F. A elaboração de taxonomia: princípios classificatórios para domínios interdisciplinares. **Dissertação de Mestrado**, Programa de Pós-graduação em Ciência da Informação, Universidade Federal Fluminense, 2007. 172 p.
- OLIVEIRA, L. C.; PEREIRA, A. T. C. Mudanças Metodológicas Decorrentes da Implantação Recente de BIM em Escritórios de Arquitetura. In: **XV SIGRADI - Congresso de la Sociedad Iberoamericana de Gráfica Digital**, 2011, Santa Fé - Argentina. SIGRADI 2011 – Cultura Aumentada, vol. XV, p. 134-137, 2011.
- OSSERMAN, R. **A Survey of Minimal Surfaces**. 2. New York: Dover Publications, Inc. 1986.
- OTTO, F. **Natural Building**. Allemagne: Institut für leichte Flächentragwerke. 1981.
- PEREIRA, A.T.C., GONÇALVES, B. G, BRITO, R.F. Ambiente Virtual de Aprendizagem em Arquitetura e Design. In: PEREIRA, Alice Cybis. **Ambientes Virtuais de Aprendizagem – em Diferentes Contextos**. Rio de Janeiro: Editora Ciência Moderna Ltda., 2007.
- PEREZ-GARCIA, A.; GÓMEZ-MARTÍNEZ, F. Natural structures: strategies for geometric and morphological optimization. **Proceedings of the International Association for Shell and Spatial Structures (IASS) Symposium 2009**, Valencia Evolution and Trends in Design, Analysis and Construction of Shell and Spatial Structures 28 September – 2 October 2009, Universidad Politecnica de Valencia, Spain. Alberto DOMINGO and Carlos LAZARO (eds.)
- PIRES, J. F. Construção do Vocabulário e Repertório Geométrico para os estágios iniciais da prática projetual de arquitetura. **Dissertação de Mestrado**, 2010, Programa de Pós-Graduação em Arquitetura e Urbanismo – PROGRAU, UFPEL, Pelotas. 154 p. Disponível em: <http://www.ufpel.edu.br/faurb/prograu/documentos/documentos2010/dissertacao_janice.pdf> Acesso em: 25 maio 2011.
- PIRES, J. F. BORDA, A. S. Construção de Vocabulário e Repertório Geométrico para o Projeto de Arquitetura. In: **XIX Simpósio Nacional de Geometria Descritiva e Desenho Técnico e VIII**

- Conference on Graphics Engineering for Arts and Design - Linguagens e Estratégias da Expressão Gráfica: Comunicação e Conhecimento.** BAURU: UNESP, v. 01, p. 1167-1181, 2009.
- PIRES, J. F.; AGUIRRE, N. M.; BORDA, A. Ativação da memória para o projeto de arquitetura através de metadados para caracterização da forma. In: **CONGRESS OF THE IBERO-AMERICAN SOCIETY OF DIGITAL GRAPHICS**, 13., 2009, São Paulo. *Proceedings...* São Paulo: Mackenzie, v. 1, p. 396-398, 2009.
- PIRES, J. F.; BORDA, A. Identificação de estruturas de saber implícitas em materiais didáticos para a delimitação de uma taxonomia de domínio. In: **1º Congresso Internacional de Educação a Distância da UFPel**, Pelotas, Brasil, 2010.
- PIRES, J. F. PEREIRA, A. C. Acessibilidade aos Materiais Didáticos da Rede TEAR_AD através da Delimitação de uma Taxonomia de Domínio. In: **XIX Congresso da Sociedade Ibero-americana de Gráfica Digital**, 2015, Florianópolis. Anais do XIX Congresso da Sociedade Ibero-americana de Gráfica Digital 2015. São Paulo: Editora Edgard Blücher, 2015, p. 823-826.
- PIRES, J. F. GONÇALVES, A. PEREIRA, A. T. C. Taxonomias de Geometria da Arquitetura Contemporânea como elementos didáticos para a prática do Projeto Paramétrico. In: **XX Congresso de la Sociedad Iberoamericana de Gráfica Digital**, 2016, Buenos Aires. XX Congreso de SIGraDi "Crowdthinking". Buenos Aires: Facultad de Arquitectura, Diseño y Urbanismo (UBA), 2016. v. 01
- PIRES, J. F. SILVEIRA, C. E. FIALHO, F. A. P. 2016. ARQUITETURA REGENERATIVA: O Ensino e Aprendizagem para uma Nova Concepção em Arquitetura. **Travessias**, 10 (2), p. 14-34. 2016.
- PIRES, J. F. PEREIRA, A. T. C. GONÇALVES, A. Taxonomias de Geometria da Arquitetura Contemporânea: UMA ABORDAGEM DIDÁTICA AO ENSINO DA MODELAGEM PARAMÉTRICA NA ARQUITETURA. **Gestão & Tecnologia de Projetos**, v. 12, p. 27-45, 2017.
- POTTMANN, H. ASPERL, A. HOFER, M. KILIAN, A. **Architectural Geometry**. Exton, Pennsylvania: Bentley Institute Press, 1ª ed., 2007.
- POTTMANN, H. Architectural Geometry as Design Knowledge. **Architectural Design**, v. 80, p. 72-77, 2010. Disponível em: <http://onlinelibrary.wiley.com/doi/10.1002/ad.1109/abstract>> Acesso em: outubro 2015.

- PROJETO ACORDA – Análise de Referenciais Didáticos para a Inserção da Modelagem Paramétrica e Fabricação Digital em Estágios Iniciais de Formação em Arquitetura – Universidade Federal de Pelotas – CNPQ universal, 2014.
- PROJETO O Processo de Ensino e Aprendizagem de Projeto mediado pelas Tecnologias da Informação e Comunicação em Arquitetura e Design – Universidade Federal de Santa Catarina – CNPQ universal, 2013.
- RAMALHO, R.A.S. Desenvolvimento e utilização de ontologias em Bibliotecas Digitais: uma proposta de aplicação. **Tese** (Doutorado em Ciências da Informação) – Universidade Estadual Paulista, 2003.
- RIPPMANN, M. BLOCK, P. Funicular Shell Design Exploration. **ACADIA 2013**, ADAPTIVE ARCHITECTURE. 2013.
- RODRIGUES, Á. **Geometria Descritiva: Projetividades, Curvas e Superfícies**. 1a ed. Rio de Janeiro: Ao Livro Técnico Ltda., 1960.
- RUFINO, E. O. CURVATURAS MÉDIA E GAUSSIANA DE SUPERFÍCIES QUÁDRICAS. **Monografia** (Especialização). Curso de Pós-Graduação em Matemática, Universidade Federal de Roraima, Centro de Ciências e Tecnologia, Departamento de Matemática. 2006.
- SCHLEE, A. R. **Trajatória e Estado da Arte da Formação em Engenharia, Arquitetura e Agronomia - Volume X Arquitetura e Urbanismo**. Brasília: Instituto Nacional de Estudos e Pesquisas Educacionais Anísio Teixeira, 2010.
- SCHNABEL, M. A. PARAMETRIC DESIGNING IN ARCHITECTURE. A parametric design studio. In: A Dong, A Vande Moere & JS Gero (eds.). **CAAD Futures'07**. Netherlands: Springer, 2007, Cap. 07, p. 237-250.
- SCHULTZ, K. Penrose tilings. **Class Page for Kyle Schultz**, Athens, GA, 13 mar. 2010. Disponível em: <<https://goo.gl/BrNNUe>>. Acesso em: 31 maio 2017.
- SHELDEN, D. R. Digital Surface Representation and the Constructibility of Gehry's Architecture. **Thesis (Ph. D.)**. Massachusetts Institute of Technology, Dept. of Architecture, 2002. Disponível em: <<https://dspace.mit.edu/handle/1721.1/16899>>
- SMITH, B. **Ontology: Philosophical and computational**. Disponível em: <<http://wings.buffalo.edu/philosophy/faculty/smith/articles/ontologies.htm>> Acesso em: outubro de 2016.
- STEINØ, N. Getting Design Teaching into Shape: A Systematic Approach to Design Pedagogy. In: **CSAAR 2006 - The First**

- International Conference of the Center for the Study of Architecture in the Arab Region: Changing Trends in Architectural Design Education: Sharing experiences and building partnerships across the Mediterranean Rim. Rabat: CSAAR – The Center for the Study of Architecture in the Arab Region, 2006, v.1, p. 563-576.
- STALS, A.; ELSEN, C.; JANCART, S.; DELVAUX, F. Challenges in Teaching Architectural Morphogenesis. **Learning x Design – The 3rd International Conference for Design Education Researchers**. 2015. Disponível em:
- STEWART, J. **Cálculo – Volume 1**. CENGAGE Learning. 6ª edição. São Paulo, 2009.
- STUDER, Rudi; BENJAMINS, V. R.; FENSEL, D. Knowledge Engineering: Principles and Methods. **Data & Knowledge Engineering**, v. 25, n. 1–2, p. 161-197, 1998.
- SZALAPAJ, P. The Digital Design Process in Contemporary Architectural Practice. Digital Design: The Quest for New Paradigms [23nd eCAADe Conference Proceedings / ISBN 0-9541183-3-2] Lisbon (Portugal) 21-24 September 2005, pp. 751-759.
- TECHMETRIX RESEARCH. **Java Application Servers Report**. 1999. Disponível em: <<http://www.fscript.org/prof/javapassport.pdf>> Acesso em: agosto de 2016.
- THOMPSON, D. A. **On Growth and Form**. Cambridge: Cambridge University Press, 1971. 345 p.
- VAZ, C. V. Um método de ensino de projeto baseado no conhecimento: sistemas generativos e ontologias aplicadas no ensino de arquitetura paisagística. **Tese de Doutorado**, Programa de Pós Graduação em Arquitetura e Urbanismo, Universidade Estadual de Campinas, 2011.
- VERZEA, A. **Superfícies Mínimas**. 2012. Disponível em: <http://www.math.mcgill.ca/gantumur/math580f12/minimal_surface_s.pdf> Acesso em: abril 2017.
- VOLPATO, N. **Prototipagem Rápida. Tecnologias e Aplicações**. São Paulo: Editora Blucher, 1ª ed., 2007.
- VYGOTSKY, L. S. **Mind in Society**. Cambridge, MA: Harvard University Press, 1978.
- WACHT, M. **Defining a More Purposeful Architecture: A Guide to Current Architectural Trends**. 2005. Disponível em: <<http://www.archdaily.com/585599/defining-a-more-purposeful-architecture-a-guide-to-current-architectural-trends>> Acesso em: maio 2016
- WOODBURY, R. **Elements of Parametric Design**. London: Routledge, 2010.

Fonte das imagens da página 08:

<https://fashiondetailsandcupcakemeetings.wordpress.com/2012/06/14/soho-shangdu/>

<http://tiromancino.blogspot.com.br/2012/12/west-kowloon-cultural-district.html>;

<http://vincent.callebaut.org/page1-img-swallow.html>;

<https://urban.melbourne/forum/federation-square>;

<http://www.englishexercises.org/makeagame/viewgame.asp?id=309>;

<http://www.widewalls.ch/louvre-guggenheim-abu-dhabi/>;

[http://www.vogue.it/en/magazine/editor-s-](http://www.vogue.it/en/magazine/editor-s-blog/2015/11/november-13th#ad-image)

[blog/2015/11/november-13th#ad-image](http://www.vogue.it/en/magazine/editor-s-blog/2015/11/november-13th#ad-image);

http://www.shigerubanarchitects.com/works/2010_centre-pompidou-metz/index.html;

<http://www.unstudio.com/projects/changi-airport-complex>

[http://www.archdaily.com/165746/in-progress-phoenix-](http://www.archdaily.com/165746/in-progress-phoenix-international-media-center-biad-ufo/rendering01-3)

[international-media-center-biad-ufo/rendering01-3](http://www.archdaily.com/165746/in-progress-phoenix-international-media-center-biad-ufo/rendering01-3)

[http://www.archdaily.com/792988/mad-architects-design-veiled-](http://www.archdaily.com/792988/mad-architects-design-veiled-xinhee-design-center-in-xiamen/57ab21e7e58ecee3d000014d-mad-architects-design-veiled-xinhee-design-center-in-xiamen-image)

[xinhee-design-center-in-xiamen/57ab21e7e58ecee3d000014d-mad-architects-design-veiled-xinhee-design-center-in-xiamen-image](http://www.archdaily.com/792988/mad-architects-design-veiled-xinhee-design-center-in-xiamen/57ab21e7e58ecee3d000014d-mad-architects-design-veiled-xinhee-design-center-in-xiamen-image)

<http://www.archdaily.com/792988/mad-architects-design-veiled-xinhee-design-center-in-xiamen>

Referências bibliográficas sobre a evolução da teoria de superfícies mínimas, citadas em Carmo (1987)

CATALAN E. *Sur les surfaces réglées dont l'aire est un minimum*, J. Math. P. Appl., 1942, pág. 203 – 211.

COSTA, C. J. da. *Imersões mínimas completas em R^3 de gênero um e curvatura total finita*, Tese de Doutorado, IMPA, Rio de Janeiro, Brasil, 1982.

_____ *Uniqueness of minimal surfaces embedded in R^3 with total curvature - 12π* , J. DIFFERENTIAL GEOMETRY 30, 1989, págs. 597-618. Disponível em: <https://projecteuclid.org/download/pdf_1/euclid.jdg/1214443825>

COURANT, R. Dirichlet's principle, conformal mapping, and minimal surfaces, Interscience Publishers Inc., New York, 1950.

DARBOUX G., *Théorie Générale des Surfaces* (reimpressão da segunda edição, Paris, 1914), Chelsea Pub. Co., 1972.

DOUGLAS, J. *Solution to the problem of Plateau*, Trans. A. M. S., 1931, págs. 263 – 321.

ENNEPER A., *Analytisch-geometrische Untersuchungen*. Z. Math. U. Phys., 1864, págs. 96-125.

HOFFMAN, D. *The computer-aided discovery of new embedded minimal surfaces*. The Mathematical Intelligencer, Vol. 9, No. 3, págs. 8 – 211, 1987.

HOFFMAN, D. MEEKS III, W. *Complete minimal surfaces of finite total curvature*, Bull. A. M. S., January, 1985, págs. 134 – 136.

HOFFMAN, D. MEEKS III, W. *Properties of properly embedded minimal surfaces of finite topology*, BULLETIN (New Series) OF THE AMERICAN MATHEMATICAL SOCIETY Volume 17, Number 2, October 1987. Disponível em: https://projecteuclid.org/download/pdf_1/euclid.bams/1183554179

HUBER, A. *On subharmonic functions and differential geometry in the large*, Comment. Math. Helv., 1957, págs. 13 – 72.

LAGRANGE, J. L. *Essai d'une nouvelle méthode pour déterminer les mazima et les mínima des formales intégrales indéfinies*, Miscellanea Taurinensia Tome II (1760 -1761), págs. 172 – 195. Oeuvres de Lagrange, Gauthier-Villars, Paris Vol. 1, 1867, págs. 335 – 362.

MEUSNIER, J. B. M. C. *Memoire sur la courbure des surfaces*, Mémoires de Savants Étrangères, 1785, págs. 477 – 510 (apresentado à Academia em 1776).

OSSERMAN, R. *Global properties of minimal surfaces in E3 and En*. Ann. of Math, 1964, págs. 360 – 364.

RADÓ, T. *Plateau's problem*. Ann. of Math., 1930, págs. 457 – 469.

SCHWARZ, H. A. *Gesammelte Abhandlungen*, J. Springer, Berlin Band I, 1890, págs. 224 – 264.

SCHERK, H. F. *Bemerkung über die kleinste Fläche innerhalb gegebener Grenzen*, J.r. angew. Math, 1835, págs. 185 – 208.

SCHOEN, R., *Uniqueness symmetry and embeddedness of minimal surfaces*, J. Diff. Geometry, 1983, págs. 791 – 809.

WEIERSTRASS, K. *Über die Flächen deren mittlere Krümmung überall gleich null ist*, Monatsberichte der Berliner Ak., 1866, págs. 612 – 625.

APÊNDICES

APÊNDICE 01: Elementos principais de superfícies

A seguir reúnem-se noções básicas que caracterizam os elementos principais das superfícies, sejam eles segundo Rodrigues (1960):

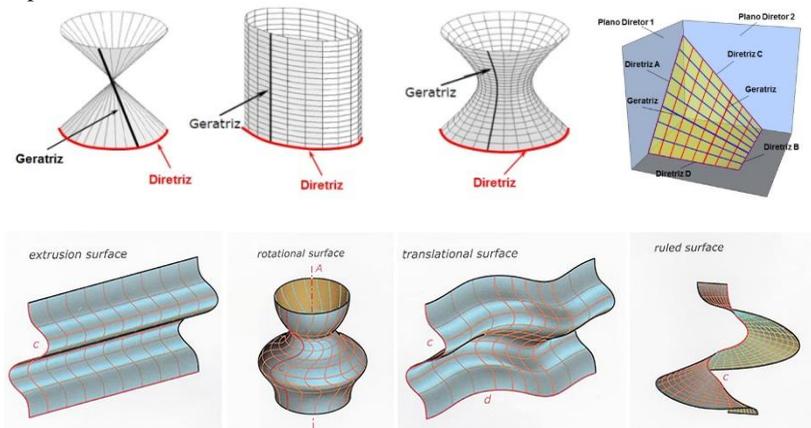
Geratriz: linha móvel que descreve a superfície (exemplificada na Figura 199);

Diretriz: linhas ou superfícies fixas que determinam, em relação à geratriz, em cada posição, as condições peculiares da lei de geração de uma superfície (exemplificada na mesma Figura). Ela direciona o movimento da geratriz;

Superfície diretora: superfície em relação a qual uma geratriz deve assumir uma determinada posição constante durante o seu movimento gerador (exemplificada na mesma Figura);

Lei de geração: é a determinação do movimento de cada forma linear sem deixar nada de arbitrário, quanto à posição e grandeza da geratriz, pela exigência de condições especiais à superfície descrita. Associado a lei de geração de uma superfície, tem-se o que se denomina de *processo de geração*, que pode ser por *extrusão*, *rotação* ou *translação* (Pottmann et al, 2007) da geratriz ao longo de sua (s) diretriz (es), conforme ilustrado na parte inferior da Figura 199.

Figura 199 - Na parte superior, geratrizes, diretrizes e superfícies diretoras de superfícies curvas tradicionais: cone de revolução, cilindro, hiperboloide de revolução e paraboloides hiperbólico; Na parte inferior, processos de geração de superfícies curvas.

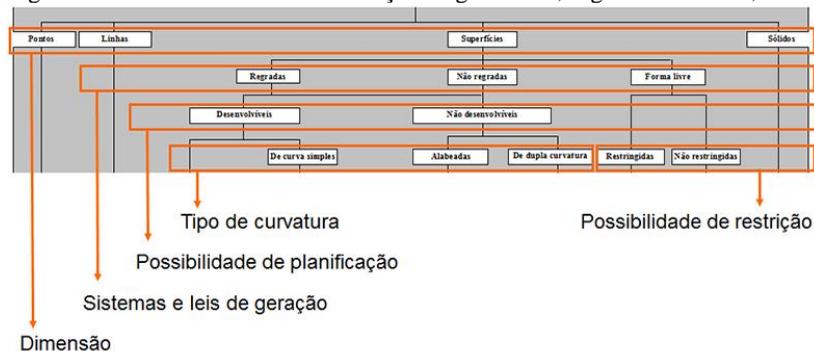


Fonte: Linha superior por elaboração própria e bolsista Cristiane Nunes (GEGRA/UFPEL); Linha inferior imagens de Pottmann et al (2007).

APÊNDICE 02: Parâmetros de classificação e classificação de superfícies curvas

Bertolini (1997) apresenta alguns parâmetros classificatórios de geometrias (Figura 200), sendo estes de acordo com a dimensão (adimensional, unidimensional, bidimensional e tridimensional), os sistemas e leis de geração (Regradas, Não regradas e de Forma livre), a possibilidade de planificação (Desenvolvíveis e Não desenvolvíveis), o tipo de curvatura (de Curva Simples, Alabeadas⁵⁷ e de Dupla Curvatura) e a possibilidade de restrição (Restringidas e Não restringidas).

Figura 200 - Parâmetros de classificação de geometria, segundo Bertolini, 1997.



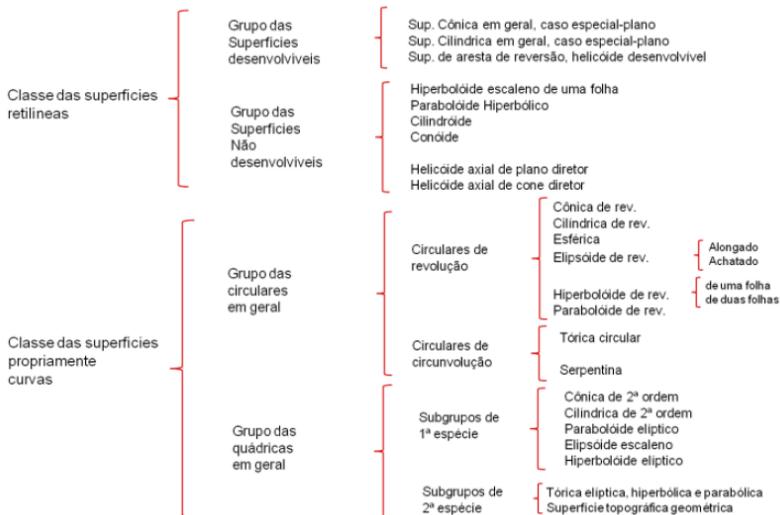
Fonte: Bertolini, 1997, p. 226.

Rodrigues (1960) sistematizou uma classificação de superfícies curvas com base no conhecimento desenvolvido por Gaspar Monge no século XVIII, para a Geometria Descritiva (Figura 201). Esta classificação adota alguns parâmetros referidos anteriormente para alocar os tipos de superfícies em classes, grupos e subgrupos, sendo considerados nesta classificação os parâmetros relacionados aos tipos de geratrizes e diretrizes, os sistemas e leis de geração, e a possibilidade de planificação das superfícies. Primeiramente, as superfícies são divididas em duas classes mais abrangentes, de acordo com o tipo de geratriz admitida para a geração da superfície: se gerada por linhas retas são

⁵⁷ Uma superfície alabeada contém seus pontos não coplanares. A superfície alabeada é gerada por retas que se apoiam em três linhas diretrizes. As três linhas diretrizes podem ser retas ou curvas e a diretriz ser própria ou imprópria. Além de ser alabeadas, se elas podem ser construídas com linhas retas, obtemos as regradas alabeadas. (<http://curvas-y-superfícies.blogspot.com.br/2010/11/regladas-alabeadas.html>).

denominadas de *Retilíneas*; se por linhas curvas são denominadas de *Propriamente Curvas*. Logo, estas classes são subdivididas em grupos, de acordo com: a ‘possibilidade de planificação’ para as Superfícies Retilíneas, como *Desenvolvíveis* ou *Não Desenvolvíveis*; e o ‘tipo de geratriz’ (circunferência ou curva cônica) para as superfícies *Circulares em Geral* e *Quádricas em Geral*. Por fim, somente as Superfícies Propriamente Curvas são subdivididas novamente em subgrupos, de acordo com o ‘tipo de curva descrita pela geratriz’ durante o processo de geração: se uma linha reta, elas serão de *Revolução* ou de *1ª Espécie*; se uma circunferência, elas serão de *Circunvolução* ou de *2ª Espécie*.

Figura 201 - Classificação de Gaspar Monge para superfícies curvas.



Fonte: Rodrigues (1960).

APÊNDICE 03: Caracterização dos tipos de geratrizes e dos parâmetros de geração das superfícies Propriamente Curvas (Rodrigues, 1960)

Visando compreender primeiramente a classificação da classe de Superfícies Propriamente Curvas, foram feitos esquemas visuais identificando-se e caracterizando-se os parâmetros relativos aos ‘tipos de Geratrizes’, ‘tipos de Diretrizes’ e aos ‘Sistemas e Leis de Geração’ para cada classe, grupos e subgrupos de tais superfícies (Figuras 202 e 203). Na Figura 202 está ilustrada a categorização quanto ao ‘tipo de curva admitida como geratriz da superfície’, sendo uma circunferência para as superfícies denominadas de Circulares em Geral e uma curva cônica qualquer para as superfícies denominadas de Quádricas em Geral.

Figura 202 - Classificação de superfícies curvas a partir do parâmetro sistema e leis de geração, tipo de curva geratriz.



Fonte: Elaboração própria.

Na Figura 203 é detalhada a classificação das superfícies circulares em geral quanto aos ‘atributos da curva diretriz em seu movimento no espaço tridimensional’, relativos aos ‘tipos de curvas descritas pela geratriz em tal movimento’, que pode ser uma linha reta (definindo as superfícies de revolução) ou uma circunferência (definindo as superfícies de circunvolução, como são o toro circular e a serpentina).

Na mesma Figura são detalhados os mesmos atributos anteriores, mas agora para a classe das Quádricas em Geral, sendo que quando o centro da curva diretriz em seu movimento no espaço tridimensional descreve uma linha reta perpendicular ao seu plano têm-se definidas as superfícies Quádricas de 1ª Espécie e quando descreve uma circunferência têm-se definidas as de 2ª Espécie.

Figura 203 - Subclassificação a partir de atributos da curva geratriz relativos ao tipo de curva que descreve em seu movimento no espaço para as Superfícies Circulares em Geral e as Superfícies Quádricas em Geral.



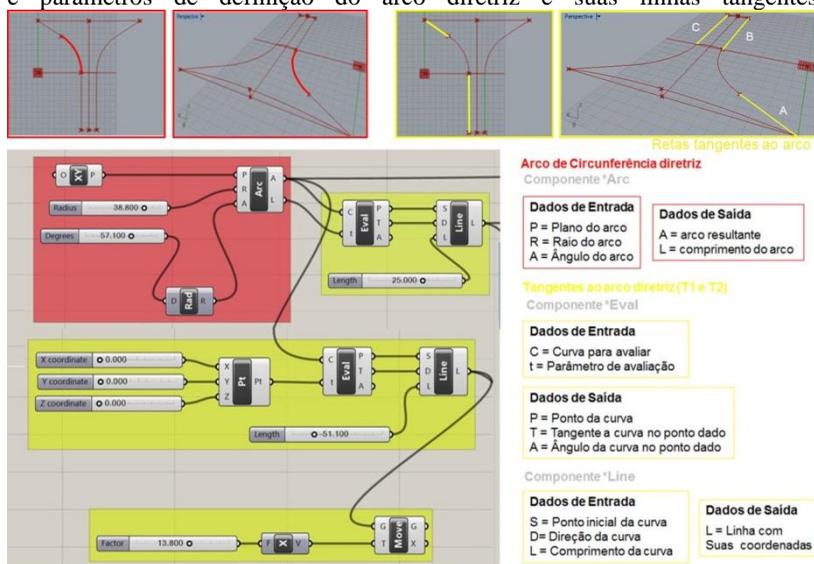
Fonte: Elaboração própria.

APÊNDICE 04: Modelagem paramétrica da superfície do Aeroporto de Beijing

1. Programação relativa à definição do arco da circunferência diretriz e as retas tangentes (T1 e T2) a ele, nos dois pontos extremos do arco.

O arco diretriz (em vermelho na Figura 204) está definido pelos seus parâmetros 'o plano' a ser inserido (plano xy), 'raio de 38,8 metros' e 'ângulo de 57,1 graus'.

Figura 204 - Detalhe da programação em Grasshopper relativa aos componentes e parâmetros de definição do arco diretriz e suas linhas tangentes.



Fonte: Elaboração própria.

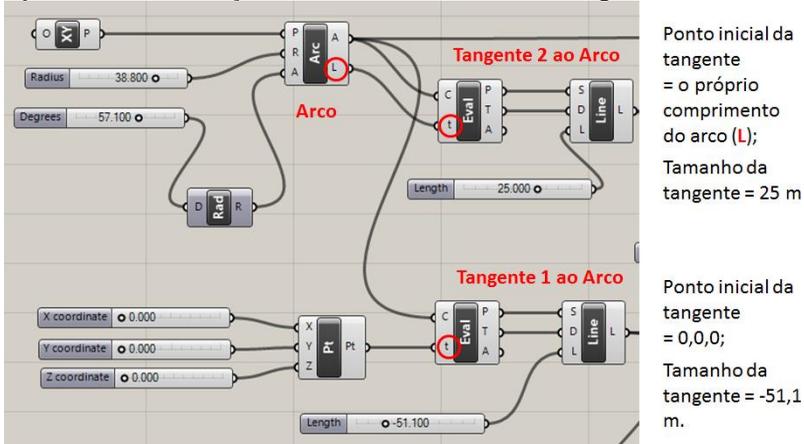
As retas tangentes ao arco estão definidas nas suas duas extremidades do arco. Tais retas poderiam ter sido definidas por muitos meios, sendo um destes a partir da própria definição de tangente pela qual esta reta faz um ângulo de 90 graus em relação ao raio da curva no ponto dado. No entanto, o componente que permite avaliar e delimitar alguns dos elementos desta curva (*Eval) tem como dado de saída a tangente a curva no ponto de avaliação, sendo apropriado para encontrar as tangentes aos pontos inicial e final da curva. O parâmetro de avaliação para a primeira tangente (que parte do ponto inicial do arco) é o ponto correspondente ao centro do arco, o qual está localizado na

origem do sistema (0,0,0). O parâmetro de avaliação da curva para definir a segunda tangente ao arco é o comprimento do arco, desde que sobre este comprimento se localize o ponto final do arco. Este é um dado de saída do componente *Arc.

As linhas tangentes estão definidas pelo componente *Line SDL (linha orientada), o qual representa uma linha que é representada a partir de um ‘ponto inicial da linha’ (neste caso, tem-se como pontos iniciais os pontos do arco de circunferência diretriz), da ‘direção tangente da linha’ (neste caso, a direção tangente ao arco no ponto dado) e seu ‘comprimento’.

Nesta programação, as relações paramétricas estão expressas, por exemplo, na atribuição das coordenadas do ‘ponto inicial da tangente 1 ao arco’ na origem do plano deste arco (correspondente ao centro do arco) e na atribuição do ‘ponto inicial da tangente 2 ao arco’ em um ponto que se corresponde com o comprimento do arco, ou seja, seu ponto final (Figura 205).

Figura 205 - Detalhe da programação em Grasshopper relativa aos componentes e parâmetros de definição do arco diretriz e suas linhas tangentes.



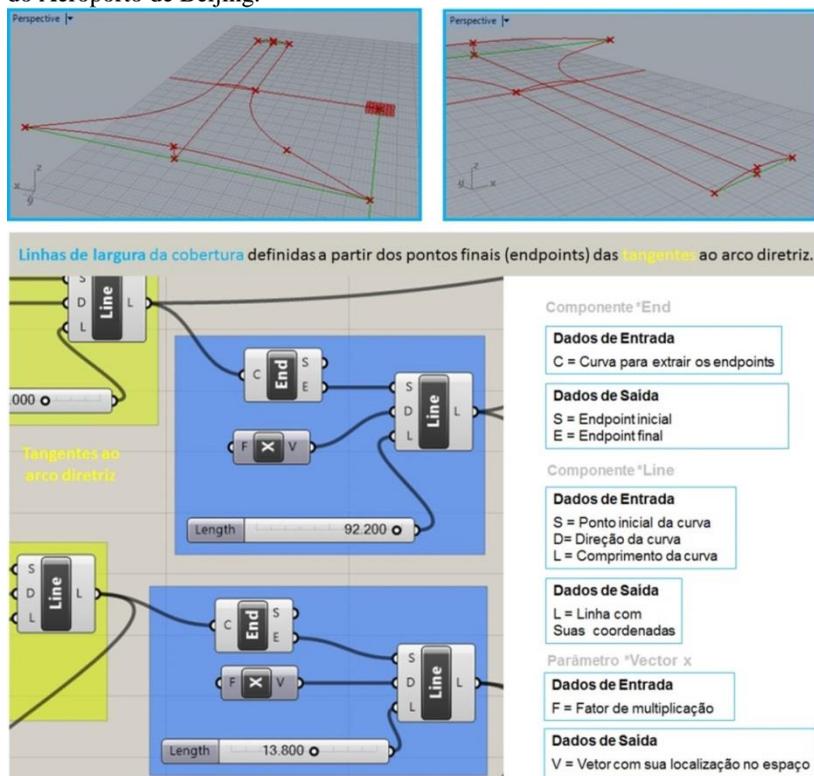
Fonte: Elaboração própria

2. Programação relativa à definição dos arcos geratrizes e das linhas de largura de tais arcos

Os arcos geratrizes representados são em número de quatro, sendo três destes definidos da seguinte maneira: dois sobre uma linha no eixo x que tem seu início nos pontos finais das tangentes ao arco diretriz (representadas na etapa 01) e um deles sobre a linha que sai do ponto inicial do arco diretriz no sentido do eixo x, sendo um prolongamento de

seu raio (Figura 206). As linhas de suporte a largura destes três arcos geratrizes da cobertura estão definidas por retas no eixo x que se conectam as retas tangentes ao arco. Duas destas linhas foram construídas como linhas do tipo SDL, sendo seus pontos iniciais definidos a partir dos pontos finais das retas tangentes ao arco. Os pontos finais estão definidos pelo componente de análise de curvas, denominado de **End*, o qual extrai os pontos extremos da curva (*end points*).

Figura 206 - Programação em Grasshopper relativa aos componentes e parâmetros de definição das linhas de largura dos arcos geratrizes da cobertura do Aeroporto de Beijing.

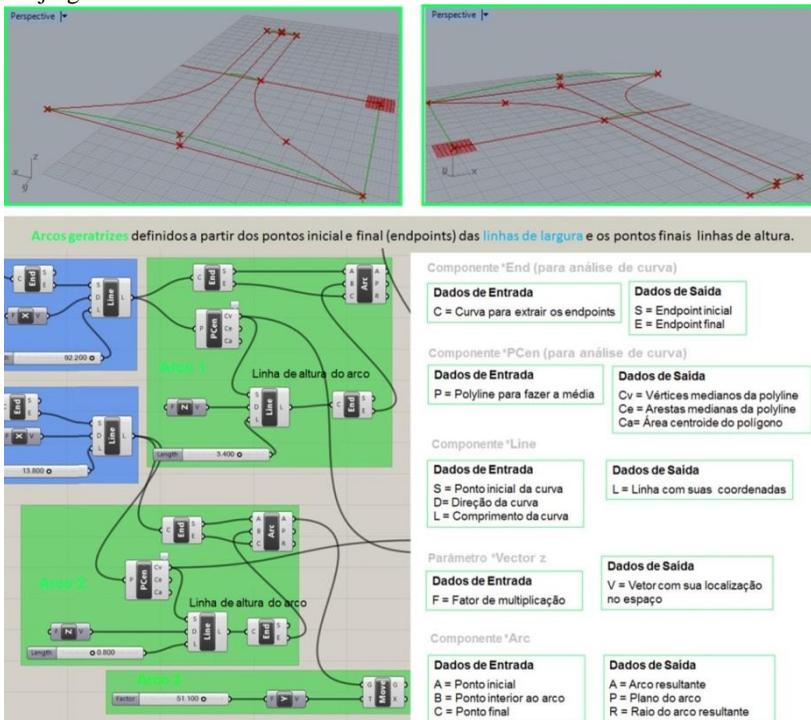


Fonte: Elaboração própria.

Na mesma Figura estão detalhadas as etapas de representação das linhas de largura dos três arcos geratrizes, assim como os componentes e os parâmetros utilizados. Para informar a direção da linha utilizou-se um parâmetro do tipo vetor em x (**Vector x*). A representação das linhas de

largura se deu em função da necessidade de definir um ponto médio entre os pontos extremos do arco para poder fornecer os parâmetros construtivos de localização do ponto interior do arco.

O detalhamento da programação relativa à representação paramétrica dos arcos geratriz está ilustrado na Figura 207. Cada arco geratriz da superfície está representado a partir de seus pontos inicial e final e o seu ponto interior, o qual está sobre o vértice da flecha do arco. Figura 207 - Programação em Grasshopper relativa aos componentes e parâmetros de definição dos arcos geratrizes da cobertura do Aeroporto de Beijing.



Fonte: Elaboração própria.

Os pontos inicial e final dos arcos estão definidos a partir dos pontos extremos das linhas de largura. E o seu ponto interior (da flecha do arco) está delimitado pelo ponto final de uma linha de altura correspondente a cada arco, desde que as alturas dos arcos são variáveis. Tais linhas de altura encontram-se no ponto médio da reta correspondente a largura dos arcos, por este motivo este ponto está demarcado sobre a reta, pelo componente *PCen (*Polygon Center*), o

qual demarca o ponto central ou a média de uma *polyline*. Este componente também é um tipo de componente de análise de curvas.

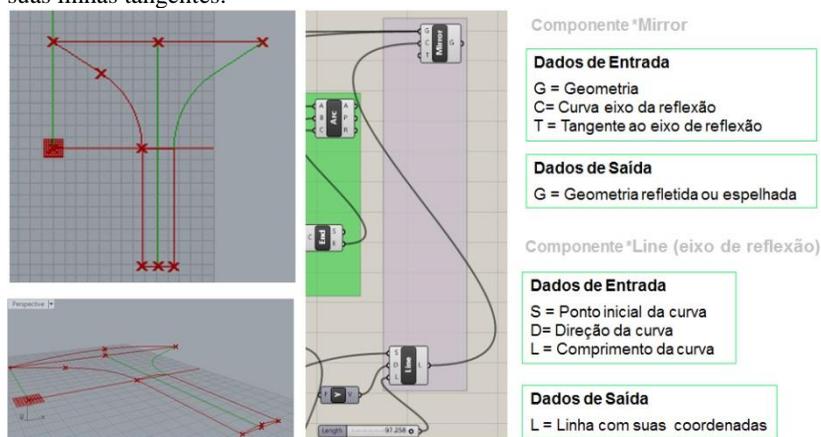
O arco geratriz 03 que tem seu ponto inicial sobre o ponto final da linha tangente ao primeiro ponto do arco está definido como uma cópia do arco 2, desde que estes são iguais, a partir do componente **Move*, o qual move o arco (neste caso o arco 02) para uma determinada localização e ao mesmo tempo copia tal ente geométrico.

3. Programação relativa à definição das curvas diretrizes no lado direito da superfície

As curvas diretrizes no lado direito da superfície estão definidas pela transformação de reflexão (espelhamento) do arco diretriz e das suas linhas tangentes, que foram inicialmente representados no lado esquerdo da superfície. Estas complementam as curvas de base (diretrizes) para a geração da superfície, configurando o contorno da cobertura do edifício.

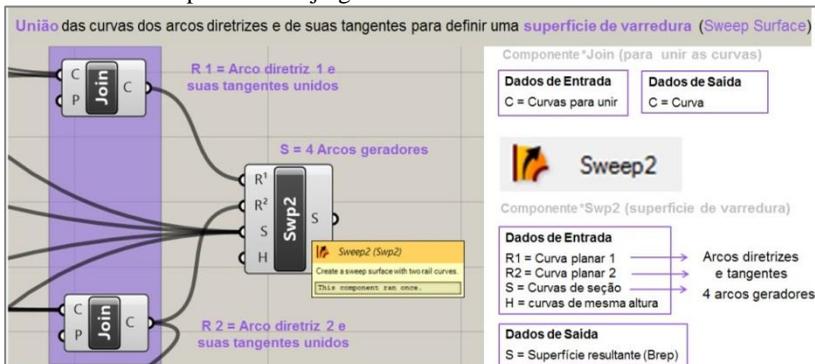
A transformação de reflexão no plano é dada a partir de um eixo, representado por uma linha do tipo **SDL*, sendo o ponto inicial desta linha o ponto médio de uma das linhas de largura do arco, a que parte do ponto final da linha tangente ao ponto inicial da circunferência diretriz. A direção em y e o comprimento são os dados de entrada para a construção da linha (Figura 208).

Figura 208 - Programação em Grasshopper relativa à geração das curvas diretrizes no lado direito da superfície, por reflexão do arco diretriz e de uma de suas linhas tangentes.



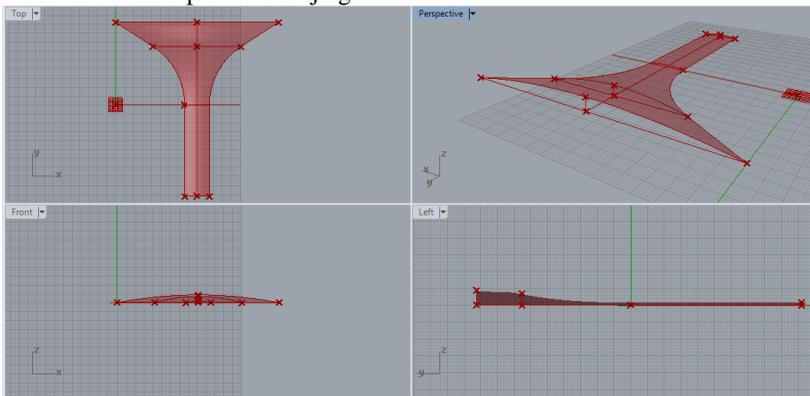
Fonte: Elaboração própria.

Figura 210 - Programação em Grasshopper relativa à geração da superfície da cobertura do Aeroporto de Beijing.



Fonte: Elaboração própria.

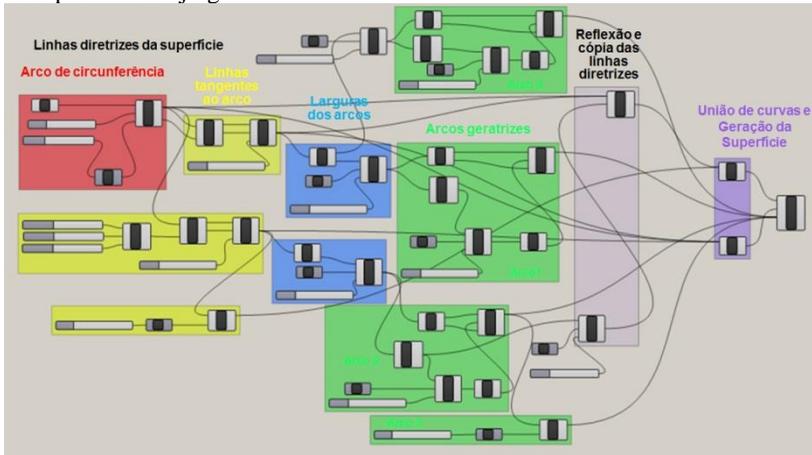
Figura 211 - Forma gerada pela modelagem paramétrica em Grasshopper da cobertura do Aeroporto de Beijing.



Fonte: Elaboração própria.

A estrutura completa da programação após a adição do quarto arco geratriz e do processo de geração da superfície ficou conforme ilustrado na Figura AP 14.

Figura 212 - Elementos da Programação em Grasshopper após a adição do quarto arco e dos componentes de geração da superfície da cobertura do Aeroporto de Beijing.



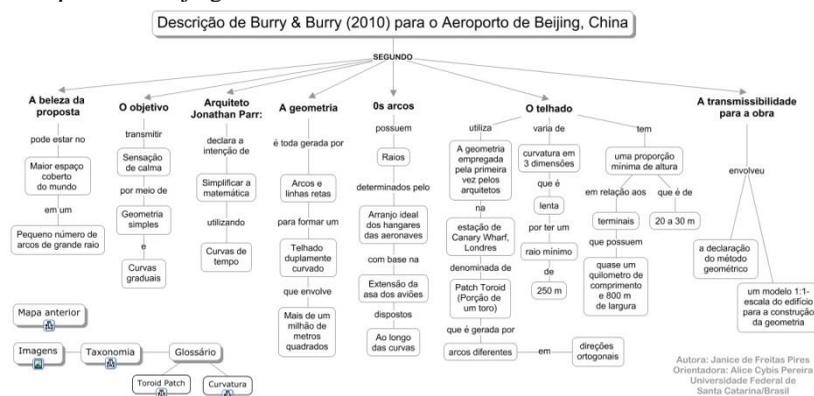
Fonte: Elaboração própria.

APÊNDICE 05: Mapas com o detalhamento dos conceitos geométricos da superfície do Aeroporto de Beijing

O segundo nível da estrutura de saberes da superfície do Aeroporto de Beijing traz categorias de conceitos mais específicos, sendo estas:

- A descrição dada por Burry & Burry para o projeto do Aeroporto, estruturada no formato de uma ontologia em linguagem natural (conceitos e tipos de relacionamentos), ilustrada no mapa da Figura 213;

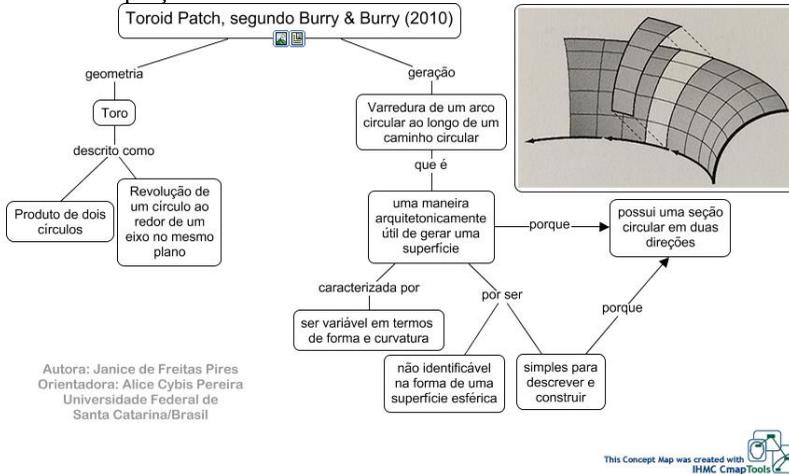
Figura 213 - Mapa conceitual com a descrição de Burry & Burry dada para o Aeroporto de Beijing.



Fonte: Elaboração própria.

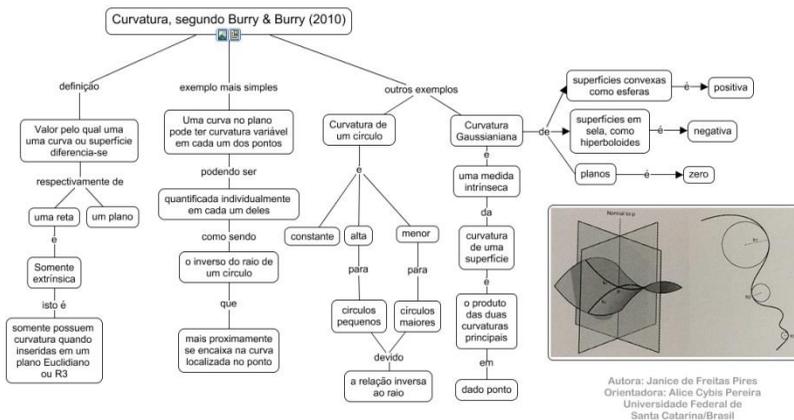
- As definições apresentadas em Burry & Burry para os conceitos geométricos de ‘porção toroide’ e ‘curvatura’ (detalhadas nos mapas das Figuras 214 e 215), contendo os conceitos e os tipos de relação entre os conceitos (ontologia estruturada em linguagem natural).

Figura 214 - Mapa conceitual com a descrição de Burry & Burry para o conceito de ‘porção toroide’



Fonte: Elaboração própria

Figura 215 - Mapa conceitual com a descrição de Burry & Burry para o conceito de ‘curvatura’.

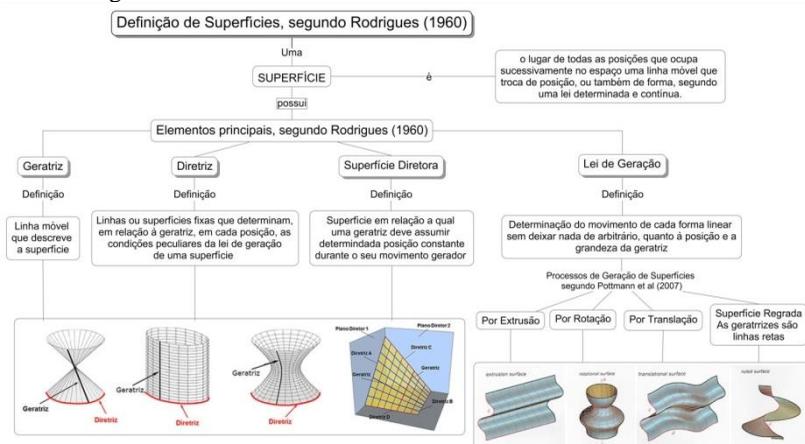


Fonte: Elaboração própria.

- A ampliação dos conceitos geométricos apresentados nas descrições tomadas inicialmente como referência, estruturados em outros nove mapas conceituais (Figuras de 216 a 224), que contém o aprofundamento dos seguintes temas: a definição de superfícies e seus elementos principais a partir de autores da área da geometria

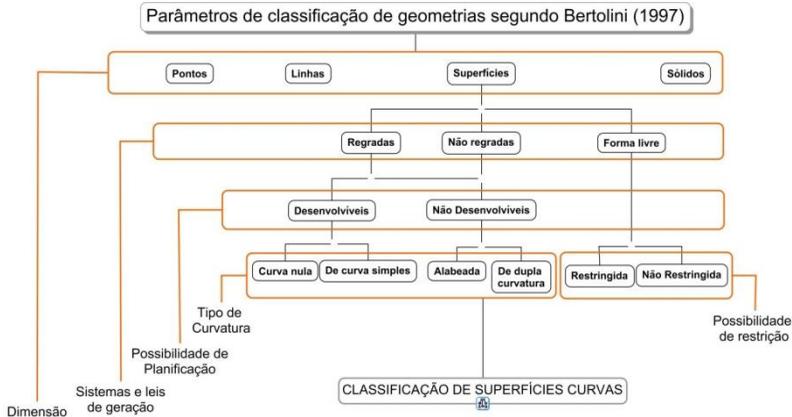
(RODRIGUES, 1960 e POTTMANN et al, 2007); os parâmetros de classificação de geometrias e superfícies (RODRIGUES, 1960); a classificação de superfícies curvas (RODRIGUES, 1960); a classificação de superfícies propriamente curvas (RODRIGUES, 1960); a definição do toro e seu processo de geração (RODRIGUES, 1960 e POTTMANN et al, 2007); a definição de curvatura de superfícies (EULER, 1760); os tipos de curvaturas em superfícies (POTTMANN et al, 2007; CARMO, 1987; e GORJANC, 2012); os tipos de pontos em uma superfície (POTTMANN et al, 2007; RUFINO.... e GORJANC, 2012); e os tipos de pontos em um toro circular aberto (POTTMANN et al, 2007 e GORJANC, 2012).

Figura 216 - Mapa conceitual contendo as definições de superfícies e seus elementos geométricos.



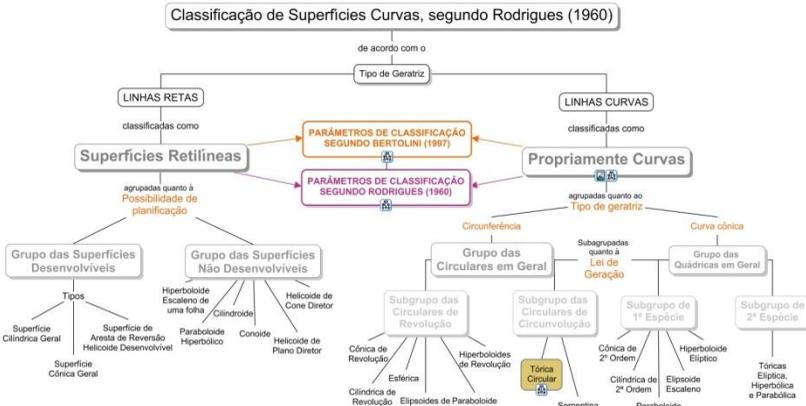
Fonte: Elaboração própria

Figura 217 - Mapa conceitual com os parâmetros de classificação de geometrias.



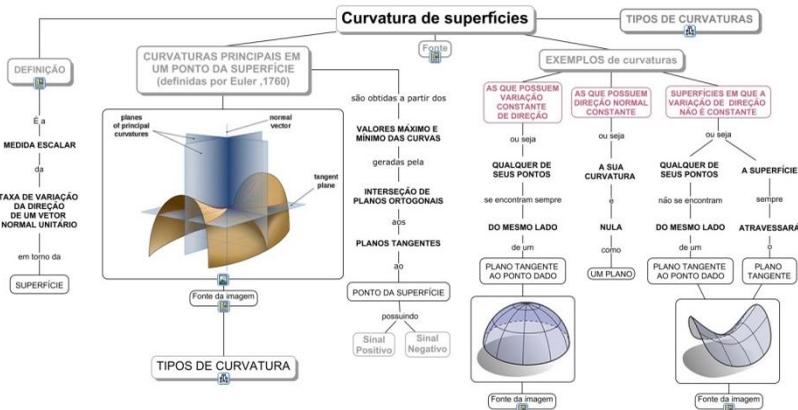
Fonte: Esquema reconstruído a partir de um material didático produzindo no GEGRAADI/UFPEL no ano de 2003.

Figura 218 - Mapa conceitual com a classificação de superfícies curvas.



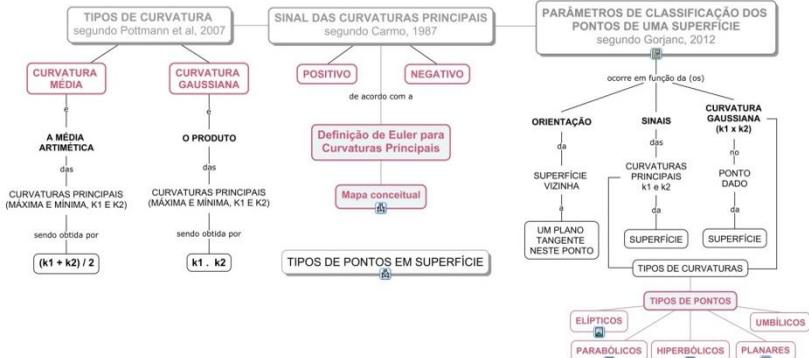
Fonte: Elaboração própria com base em Rodrigues (1960).

Figura 221 - Mapa conceitual com os fundamentos sobre curvatura.



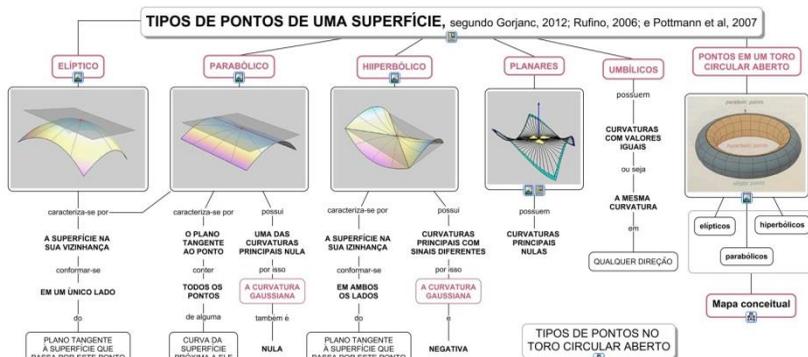
Fonte: Elaboração própria com base em https://www.math.tecnico.ulisboa.pt/~lgodin/GEOII/Geometria/geometry_surfaces.html

Figura 222 - Mapa conceitual com os tipos de curvaturas.



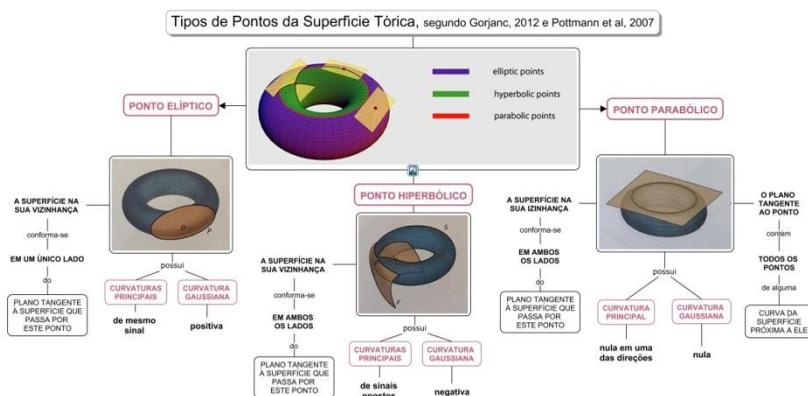
Fonte: Elaboração própria com base em Pottmann et al (2007), Carmo (1987) e Gorjanc (2012).

Figura 223 - Mapa conceitual com as definições sobre os tipos de pontos em uma superfície.



Fonte: Elaboração própria com base em Gorjanc (2012), Rufino (2006) e Pottmann et al (2007).

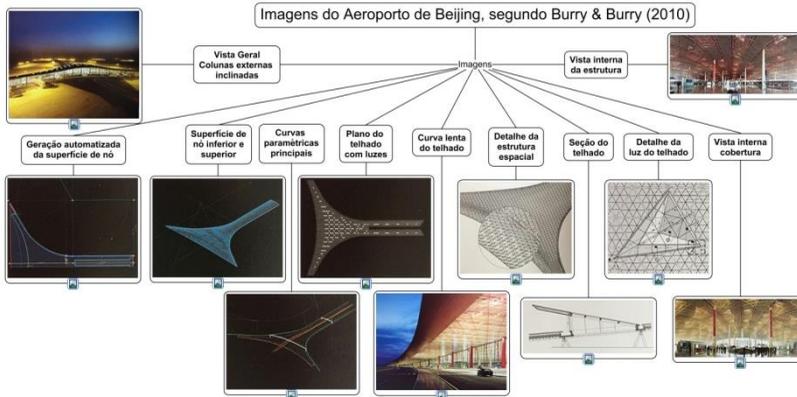
Figura 224 - Mapa conceitual com os tipos de pontos em um toro do tipo circular aberto.



Fonte: Elaboração própria com base em Gorjanc (2012) e Pottmann et al (2007).

- As imagens da obra a partir de um link externo ao site do Arquiteto Norman Foster e um mapa conceitual com as imagens e descrições apresentadas por Burry & Burry dadas pelos autores (Figura AP 27);

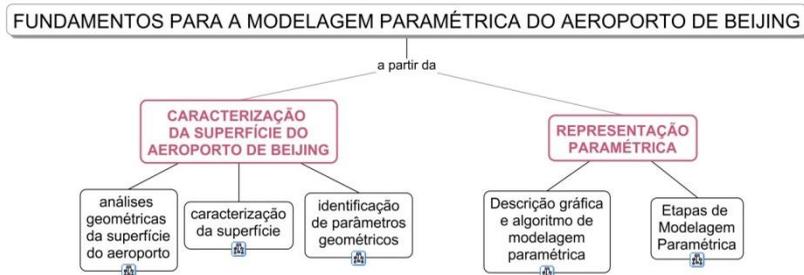
Figura 225 - Mapa conceitual que contém as descrições de Burry & Burry (2010) para as imagens do Aeroporto de Beijing.



Fonte: Elaboração própria.

- A fundamentação para o desenvolvimento da modelagem paramétrica, apresentada em um conjunto de mapas associados de modo mais direto com os conceitos que visam dar suporte à representação da geometria do aeroporto. Estes mapas incluem as seguintes estruturas de saber classificadas em subtemas: a caracterização geométrica da superfície do aeroporto; a análise geométrica da superfície da cobertura do Aeroporto; a identificação de parâmetros geométricos; a representação gráfica e a definição de um algoritmo de descrição de sua geometria (elementos fundamentais e processo de geração), além das etapas de modelagem propriamente ditas (Mapa da Figura 226).

Figura 226 - Mapa conceitual com a fundamentação para a modelagem paramétrica do Aeroporto de Beijing.

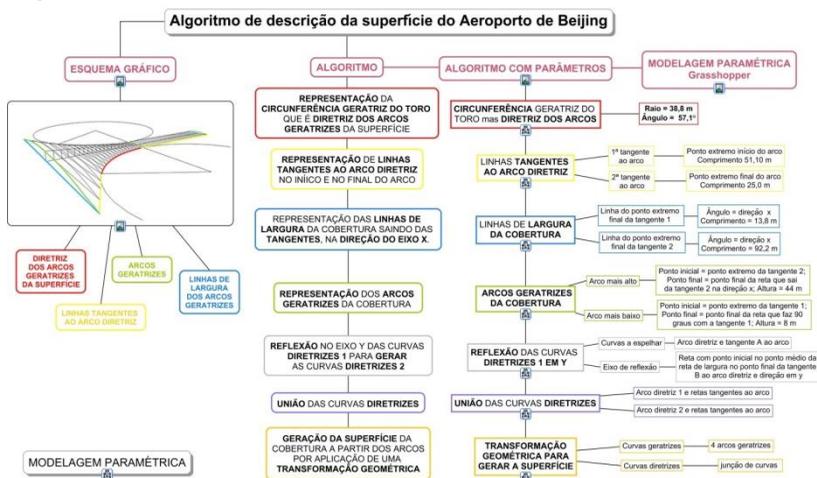


Fonte: Elaboração própria.

O mapa que trata do algoritmo de modelagem (Figura 227) inclui a descrição detalhada das etapas de modelagem paramétrica, conforme

apresentado na seção anterior. Estas se relacionam com as próprias etapas de geração da superfície, incluindo-se: a representação por programação visual dos elementos fundamentais da superfície (os arcos e as retas diretrizes e os arcos geratrizes); e o processo de geração da superfície, a partir de seus elementos fundamentais.

Figura 227 - Esquema visual do algoritmo descritivo das etapas de modelagem paramétrica (algoritmo) do Aeroporto de Beijing e o acesso ao mapa de cada etapa.

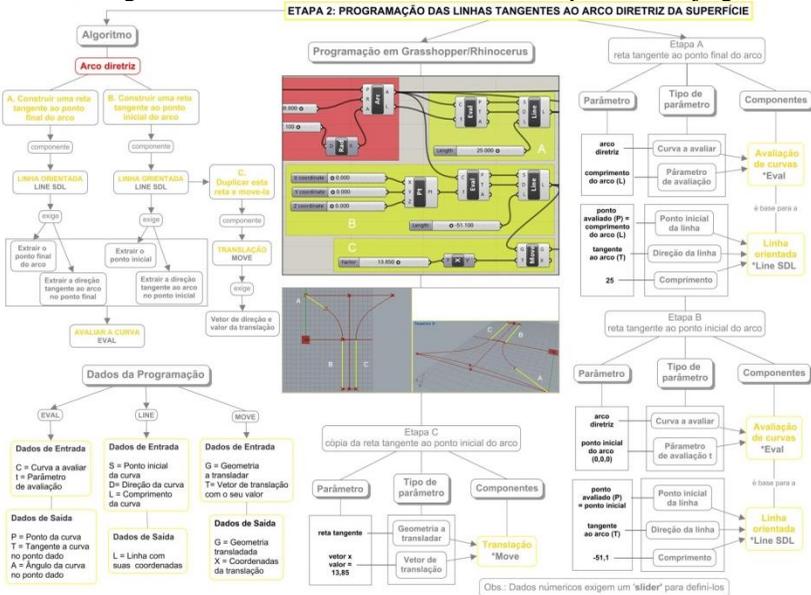


Fonte: Elaboração própria.

Cada uma destas etapas é detalhada em novos mapas conceituais, contendo esquemas gráficos com o objetivo de ilustrar o respectivo algoritmo de modelagem paramétrica (ações, parâmetros e relações entre ações e parâmetros), a programação visual desenvolvida e a descrição dos tipos de parâmetros que são utilizados como dados de entrada e saída da programação.

O mapa da Figura 228 refere-se, por exemplo, ao detalhamento da modelagem paramétrica das retas tangentes ao arco diretriz da cobertura do Aeroporto de Beijing incluindo a descrição das etapas, a programação visual e os tipos de parâmetros utilizados. Ele contém: uma explicação do algoritmo em termos de técnicas empregadas; as imagens da linguagem de programação visual em *Grasshopper*; as imagens da geometria resultante em cada etapa de modelagem; os parâmetros e componentes empregados em cada etapa e os dados de entrada e de saída dos componentes.

Figura 228 - Mapa conceitual com o detalhamento da modelagem paramétrica das retas tangentes ao arco diretriz da cobertura do Aeroporto de Beijing.



Fonte: Elaboração própria.

O mapa da Figura 229 refere-se aos tipos de parâmetros da etapa de representação das linhas de largura, integrante do algoritmo ilustrado na figura 227.

Figura 229 - Mapa conceitual com o detalhamento dos parâmetros de modelagem paramétrica das linhas de largura da cobertura do Aeroporto de Beijing.



Fonte: Elaboração própria.

APÊNDICE 06: Detalhamento dos processos de modelagem paramétrica de superfícies mínimas

1. A modelagem do catenoide

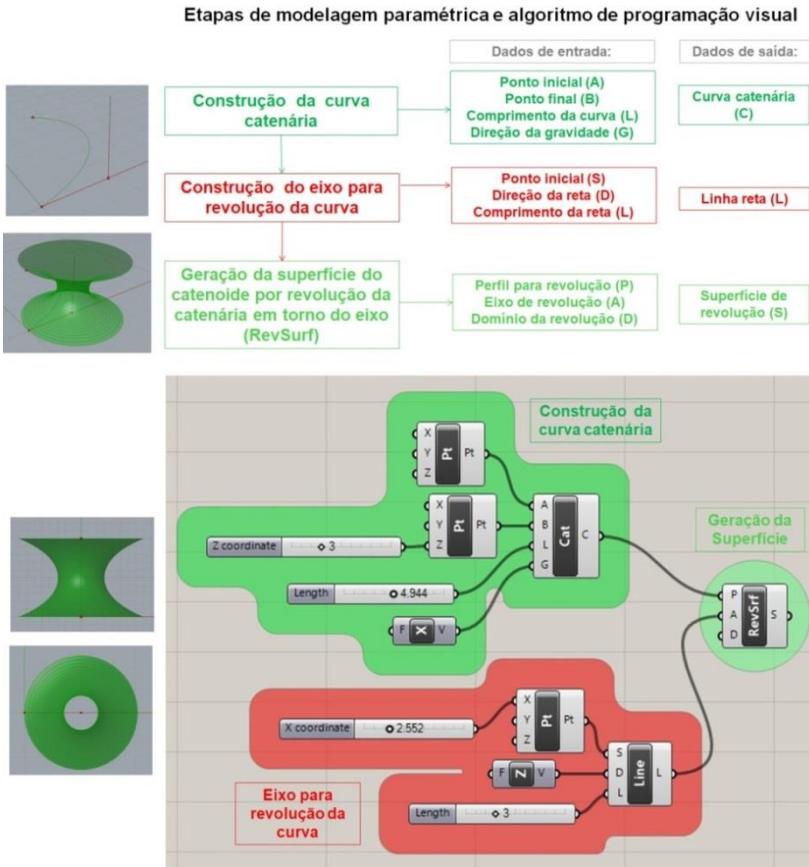
O catenoide de superfície mínima é gerado pela revolução de uma curva catenária (geratriz) em torno de um eixo ortogonal ao seu eixo de simetria.

A modelagem de uma superfície de revolução exige que se construa a curva que será o perfil da revolução, para o catenoide a curva catenária geratriz da superfície (marcada em verde na Figura 230), que possui os seguintes parâmetros de representação: os pontos inicial e final da curva (A) e (B); o comprimento da curva (L) e a direção da gravidade (G), que neste caso encontra-se no eixo y, já que a curva está orientada lateralmente para a revolução em torno de um eixo vertical. O ponto inicial da curva pode ser definido na origem (0,0,0) do sistema e, no exemplo esquematizado na mesma Figura, o seu ponto final foi definido nas coordenadas (0,0,10) desde que a catenária está orientada com seu eixo de simetria disposto na horizontal, havendo em relação ao ponto inicial uma variação de valor de coordenada na coordenada no eixo z (na altura). O comprimento da curva foi definido com um valor 15 e a direção da gravidade no eixo y, como referido anteriormente. Importante ressaltar que a direção de gravidade é a mesma direção do eixo de simetria da curva.

O eixo de revolução da superfície (marcado em vermelho na mesma Figura) foi definido por uma curva orientada SDL no eixo z (uma reta vertical), com parâmetros ponto inicial, direção da curva e comprimento, e a revolução (*RevSrf*) exigiu informar os parâmetros: perfil para a revolução (P – a curva catenária), o eixo de revolução (A – a reta vertical) e um domínio (D), que é dado pelo ângulo de revolução.

A geração da superfície de revolução possui como dados de entrada a curva catenária e o eixo da revolução, além de um domínio (intervalo) angular, que se não for especificado, será considerado como de 360 graus, ou seja, uma revolução completa em torno do eixo de revolução, que é o caso do catenoide. A esquematização das etapas, com os dados de entrada e saída e a programação visual da modelagem do catenoide, está ilustrada na parte inferior da mesma Figura.

Figura 230 - Processo de geração de um catenoide.



Fonte: Elaboração própria.

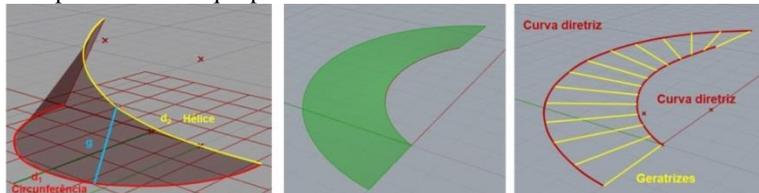
2. A Modelagem paramétrica do *helicóide de superfície mínima*

O *Helicóide* é uma superfície gerada por uma *reta* que se apoia em diretrizes *hélices* (Figura 231), sendo da classe de superfícies *regradas* (Pottmann et al, 2007) ou denominada de *retilíneas* de acordo com a classificação de Gaspar Monge adotada em Rodrigues (1960).

Nesta classe, se tem os *helicóides desenvolvíveis* e *não desenvolvíveis*, sendo que esta última subclasse incluiu o *helicóide de plano diretor*, superfície gerada pelo movimento de uma linha reta apoiada em duas diretrizes hélices e na qual a geratriz reta se mantém, durante o movimento de geração, paralela a um plano diretor

(Rodrigues, 1960). Este é o helicóide de superfície mínima. A Figura 232 ilustra a classificação do Helicóide de Plano Diretor.

Figura 231 - Processos de geração de helicóides: à esquerda, o helicóide desenvolvível, gerado por uma reta apoiada em uma diretriz hélice (d2) e uma diretriz circunferência (d1); ao centro e à direita, o helicóide não desenvolvível, gerado por uma reta e que possui somente diretrizes hélices.



Fonte: Elaboração própria.

Figura 232 - Classificação do Helicóide de Plano Diretor, segundo Rodrigues (1960).

Classificação das Superfícies Curvas segundo Rodrigues (1960)

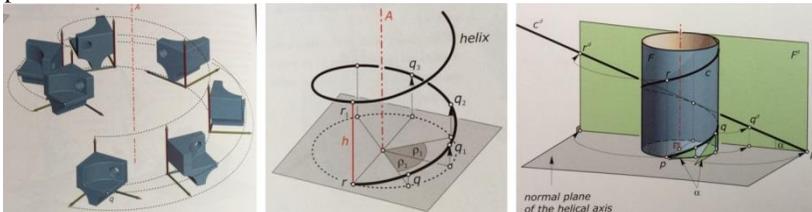


Fonte: Elaboração própria, a partir de Rodrigues (1960).

Segundo Pottmann et al (2007), a *hélice* é uma curva descrita simultaneamente por movimentos de *translação* e *rotação*: os pontos que conformam a curva têm uma translação ao longo de um eixo z e uma rotação ao redor do mesmo eixo. Este movimento simultâneo é denominado de *transformação helicoidal*: uma composição de rotação

ao redor de um eixo e a translação paralela a este eixo, como movimentos que definem as posições de um ponto se deslocando no espaço. Tais posições são as coordenadas dos pontos que descrevem uma curva hélice (Figura 233, à esquerda). Estas hélices se encontram configuradas sobre as superfícies de cilindros, cones ou esferas e, dentre estas, a hélice cilíndrica (que reside na superfície do cilindro, ilustrada na mesma Figura) é definida como uma curva *geodésica*. Tal curva é o caminho mais curto entre dois pontos de uma superfície (Pottmann et al, 2007). No caso do cilindro, ao ser planificado, a hélice se corresponde a imagem de uma linha reta, que é o caminho mais curto entre dois pontos de um plano (mesma Figura, à direita).

Figura 233 - À esquerda, o movimento helicoidal; Ao centro, a descrição geométrica de uma curva hélice cilíndrica; À direita, a configuração de uma hélice cilíndrica na superfície do cilindro e a transformada da curva sobre um plano.



Fonte: Pottmann et al (2007) e <http://ditecni.blogspot.com.br/2016/12/dibujo-de-una-helice-cilindrica.html>

Para desenvolver o processo de modelagem paramétrica do helicóide não desenvolvível, inicialmente foram estruturados um esquema visual e um esquema gráfico, correspondentes às etapas de modelagem, os quais delimitam uma descrição geométrica para gerar a superfície (Figura 234). Tal descrição contém os ‘elementos de saber’ para a definição de um algoritmo de modelagem paramétrica, contendo também o detalhamento dos parâmetros envolvidos e os dados de entrada para o cálculo da superfície.

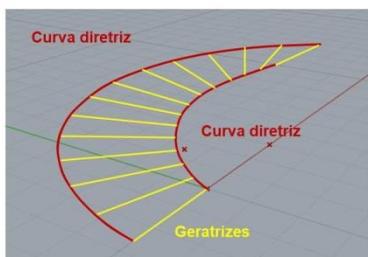
O conceito de *curva geodésica* pôde ser obtido preliminarmente a partir de Pottmann et al (2007), que destaca estar relacionado à configuração de curvas que percorrem o menor caminho entre dois pontos de uma superfície. A *hélice cilíndrica* é uma curva chamada de geodésica, ou seja, o caminho mais curto entre dois pontos de uma superfície cilíndrica, de maneira que, ao planificar dita superfície, a hélice se transforma em uma linha reta. No entanto, as hélices cônicas e esféricas não constituem linhas geodésicas (<http://ditecni.blogspot.com.br/2016/12/dibujo-de-una-helice-cilindrica.html>)

[helice-cilindrica.html](#)). Estas curvas minimizam, localmente, distâncias sobre superfícies. Por exemplo, as geodésicas no plano são as retas, pois, dados dois pontos quaisquer, o “menor caminho” entre eles é a linha reta que os une (Carmo, 1979).

Figura 234 - Algoritmo de modelagem do helicóide.

Helicóide de Plano Diretor

Esquema de geração



Preenchimento do espaço entre as retas diretrizes por superfície regrada (retas em varredura)

Algoritmo

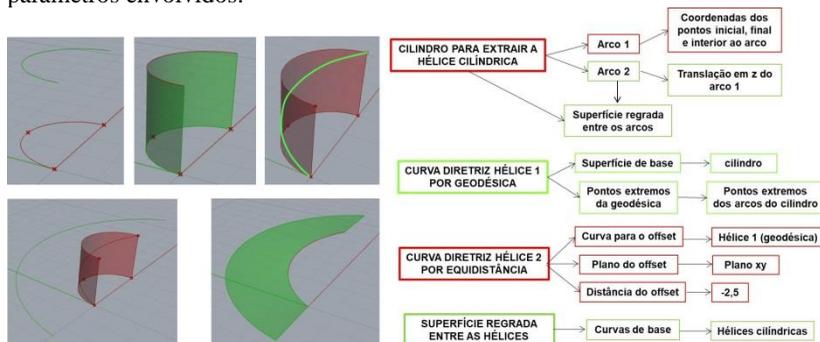


Parâmetros de geração das diretrizes:
Geodésica – superfície para extrair a curva, pontos inicial e final da curva
Offset – Curva a copiar por equidistância, Plano base e Valor da equidistância.

Fonte: Elaboração própria.

O algoritmo contendo o detalhamento dos parâmetros relacionados às etapas da modelagem anteriormente delimitada está ilustrado no esquema da Figura 235.

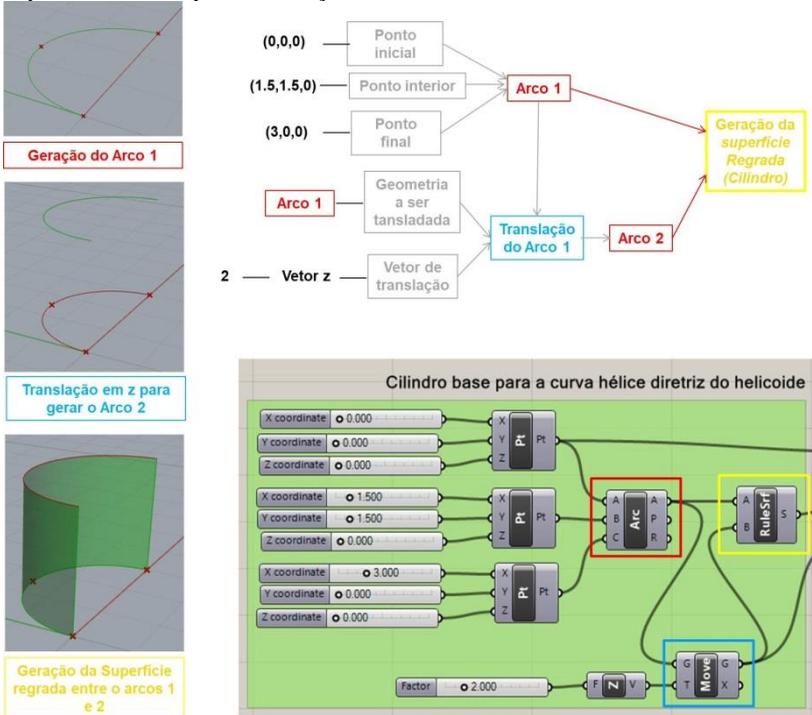
Figura 235 - Etapas do processo de modelagem paramétrica do helicóide e parâmetros envolvidos.



Fonte: Elaboração própria.

De acordo com o algoritmo delimitado, para representar as *hélices cilíndricas*, inicialmente é necessário gerar a superfície de um cilindro, a partir de dois arcos transladados um em relação ao outro no eixo vertical e a geração da superfície entre os arcos por superfície regrada (*ruled surface*). A programação visual correspondente a esta etapa está ilustrada na Figura 236.

Figura 236 - Etapa de modelagem paramétrica de uma porção de cilindro, superfície de base para a obtenção da hélice cilíndrica.

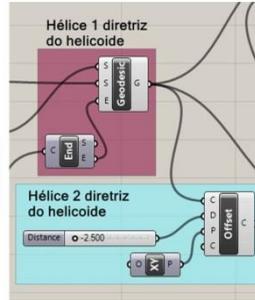
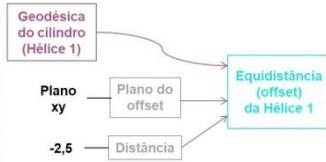


Fonte: Elaboração própria.

Justifica-se a modelagem de apenas uma porção de cilindro e não o cilindro inteiro devido ao fato de que os pontos inicial e final da curva geodésica, que são selecionados sobre a superfície do cilindro, não podem estar sobre uma linha reta da superfície, porque esta condição gera exatamente esta linha reta como geodésica. Sobre uma porção de cilindro é possível selecionar dois pontos extremos que não estão sobre uma linha reta contida na superfície, ou seja, os pontos nesta condição são os próprios pontos extremos dos arcos que geram a porção de cilindro (o ponto inicial de um dos arcos e o final do outro arco).

Figura 238 - Etapa de modelagem paramétrica da hélice cilíndrica 2 diretriz do helicóide de plano diretor.

Algoritmo geração da Curva Diretriz Hélice 2 gerada por equidistância (offset) da Hélice 1 (geodésica do cilindro)

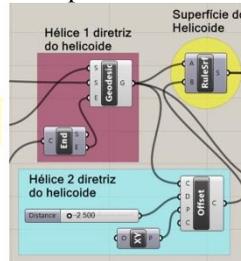
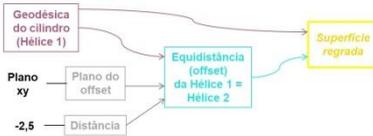
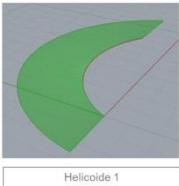


Fonte: Elaboração própria

A última etapa refere-se à geração da superfície do helicóide, por superfície regrada (*ruled surface*) em que as curvas de base (A e B) são as duas hélices cilíndricas obtidas como geodésicas de uma porção de um cilindro (Figura 239). A Figura 240 ilustra a programação visual de todo o processo de modelagem paramétrica do helicóide de superfície mínima.

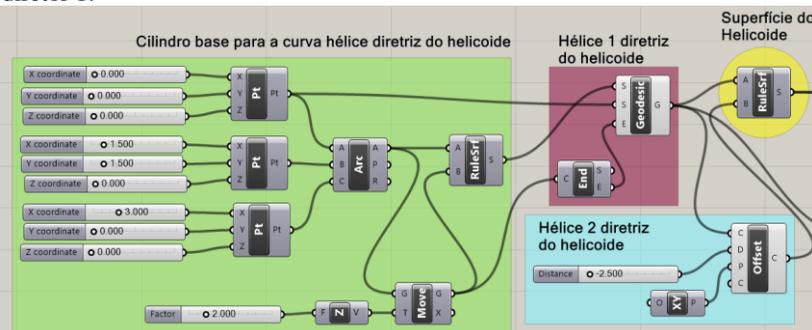
Figura 239 - Etapa de modelagem paramétrica do helicóide de plano diretor 1.

Algoritmo geração da superfície do Helicóide 1 (meia volta)



Fonte: Elaboração própria

Figura 240 - Algoritmo inteiro da modelagem paramétrica do helicóide de plano diretor 1.

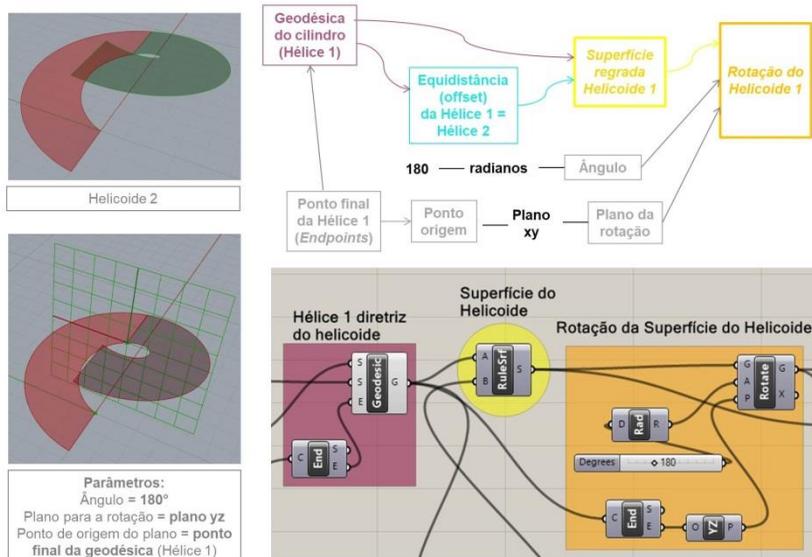


Fonte: Elaboração própria

O helicóide gerado corresponde à metade de uma volta sobre a projeção do cilindro. Na Figura 241 é ilustrada a programação para gerar uma composição de helicóides que se conforma com uma volta inteira sobre a projeção do cilindro. Para isso, foi aplicado um processo compositivo por transformação de rotação do primeiro helicóide em um plano ortogonal a geratriz superior e que passa pelo ponto extremo desta geratriz. Os dados necessários para a rotação são a geometria de base para a rotação (G), o ângulo de rotação (A) e o plano de rotação (P). Destaca-se que o ponto origem da rotação (ponto final da hélice 1) é informado diretamente na origem (O) do plano de rotação (o plano yz).

Figura 241 - Modelagem paramétrica da composição de helicóides pela rotação do primeiro helicóide de superfície mínima.

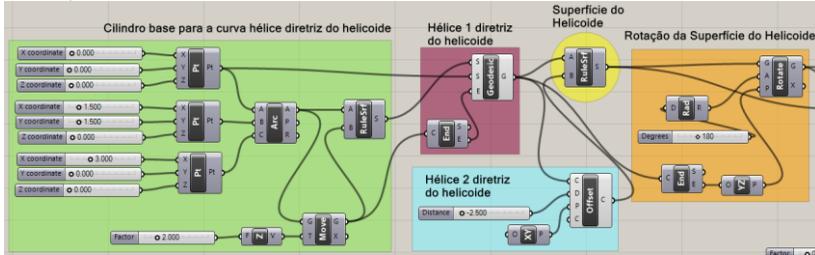
Algoritmo de Rotação da superfície do Helicóide 1 (volta inteira)



Fonte: Elaboração própria.

A Figura AP 242 apresenta a programação inteira referente ao processo anteriormente descrito de modelagem paramétrica.

Figura 242 - Algoritmo inteiro da modelagem paramétrica dos helicoides (volta inteira).



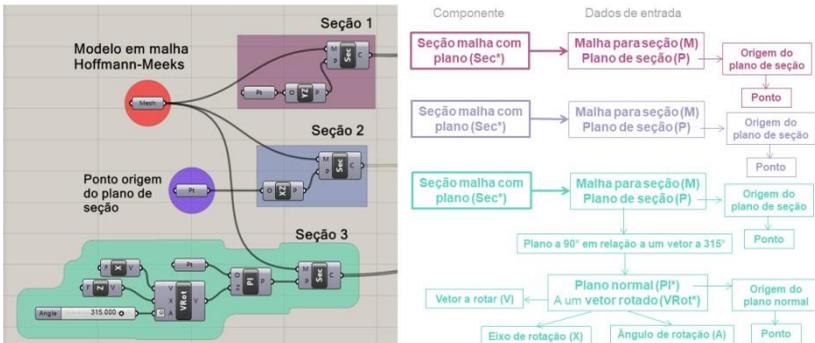
Fonte: Elaboração própria.

3. O segundo processo de modelagem paramétrica da superfície de Costa

Para localizar o plano de seção, foi definido um ponto no centro do modelo. Este ponto é informado como um dado de entrada (origem do plano de seção) (Figura 243).

Figura 243 – Programação visual e esquema gráfico da etapa de seções planas no modelo de Hoffman, segundo processo de modelagem paramétrica da superfície de Costa.

Algoritmo da etapa de Seções planas no modelo digital de Hoffman para obter as curvas geratrizes



Fonte: Elaboração própria.

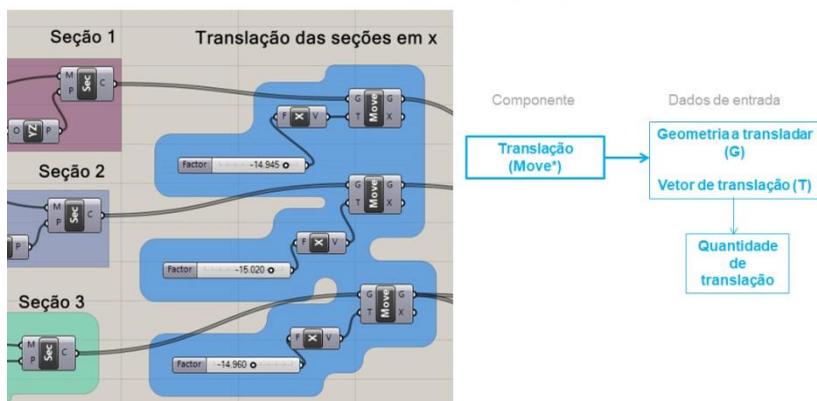
As seções foram transladadas no eixo x (Figura 244) para que não ficassem sobrepostas ao modelo de referência (o modelo de Hoffman).

A definição do arco diretriz inferior da primeira porção (arco de 45°) foi feita como uma sub curva de um arco a 90° (que faz parte da segunda porção), para evitar a ruptura da continuidade da curva na junção das duas superfícies (1 e 2). Para o arco diretriz superior, não há

necessidade de o mesmo procedimento, já que a segunda porção é definida por uma diretriz reta (Figura 245).

Figura 244 - Programação e esquema gráfico da etapa de translação em x das seções planas no modelo de Hoffman, segundo processo de modelagem paramétrica da superfície de Costa.

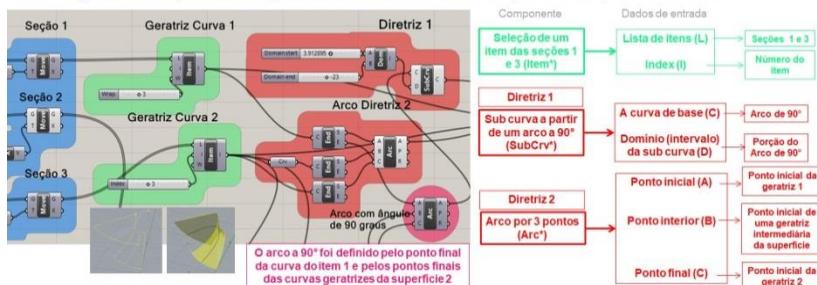
Algoritmo da etapa de translação das Seções planas no eixo x



Fonte: Elaboração própria.

Figura 245 - Programação e esquema gráfico da etapa de modelagem das geratrizes e diretrizes da primeira porção da superfície.

Algoritmo da etapa de modelagem das Geratrizes e Diretrizes da parte 1 da superfície de Costa



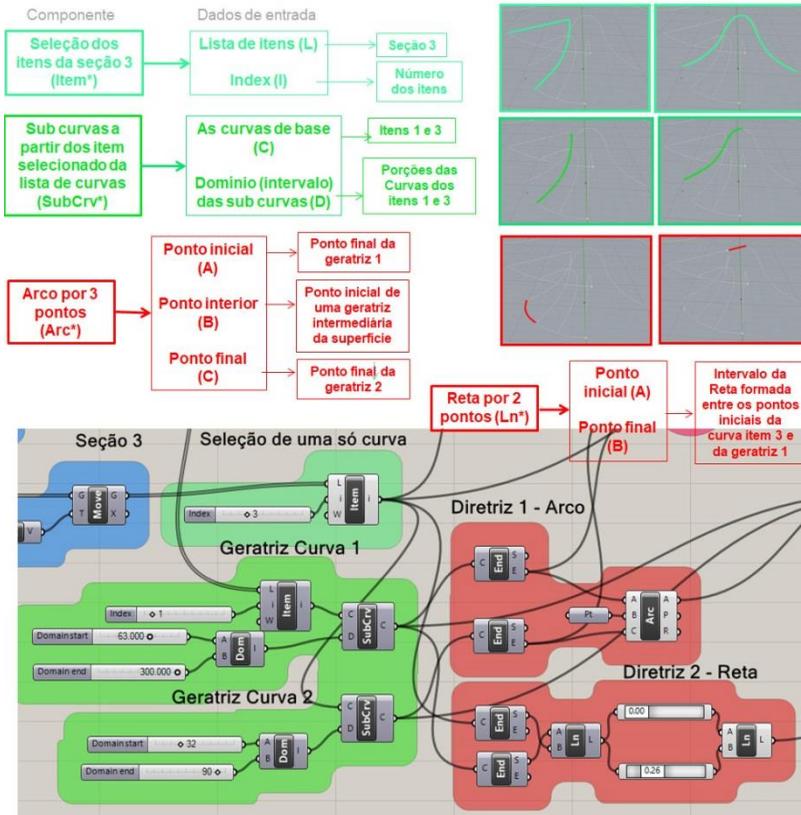
Fonte: Elaboração própria.

O esquema algorítmico e a programação visual da modelagem paramétrica das geratrizes e diretrizes da segunda porção estão ilustrados na Figura 246. A partir da seção 3, foram selecionadas as curvas a serem utilizadas (itens 1 e 3) e, posteriormente, os intervalos destas curvas (sub curvas que correspondem as curvas geratrizes 1 e 2 da superfície). Estas geratrizes, de acordo com a lógica de construção do

modelo paramétrico, têm seus pontos iniciais na porção superior da superfície e seus pontos finais na porção inferior da superfície. A diretriz 1, localizada na porção inferior, um arco circular, foi definida por um arco de 3 pontos, sendo o ponto inicial (A) o ponto final da geratriz 1 e o ponto final (C) o ponto final da geratriz 2 (ambos na parte inferior da superfície). O ponto intermediário (B) foi definido por um ponto sobre uma geratriz intermediária, a qual foi extraída do modelo de Hoffman, mas que só foi utilizada para informar este ponto do arco. Esta geratriz intermediária não foi utilizada como informação no processo de geração da superfície, pois não houve necessidade de incluí-la em tal processo.

Figura 246 - Programação e esquema gráfico da etapa de modelagem das geratrizes e diretrizes da parte 2 da superfície.

Algoritmo da etapa de modelagem das Geratrizes e Diretrizes da parte 2 da superfície de Costa



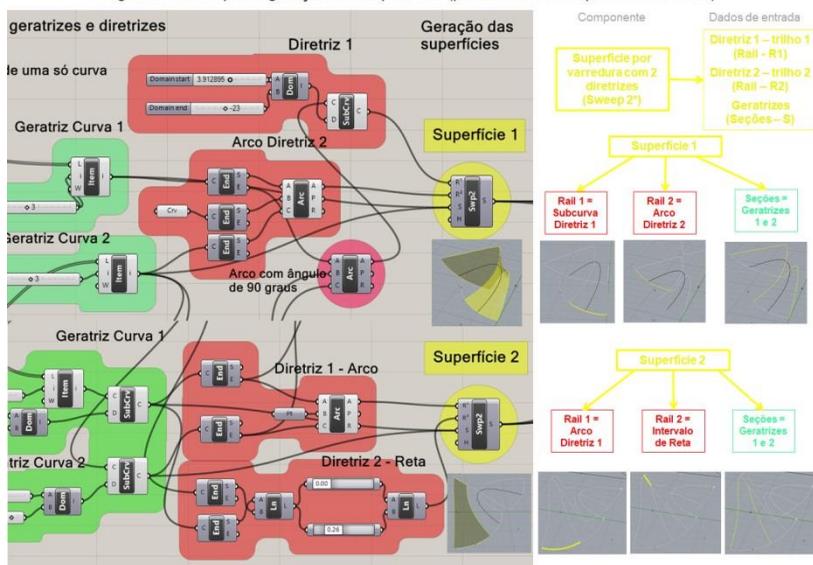
Fonte: Elaboração própria.

A segunda diretriz está caracterizada por uma reta que se une com a geratriz 1 e é uma porção de uma reta com pontos extremos nas geratrizes 1 e 2 (respectivamente a sub curva sobre o item 1 e a curva do item 3). Foi modelada selecionando-se os pontos relativos ao intervalo desta reta, os pontos zero (inicial) e 0.26.

A Figura 247 refere-se ao processo de geração da primeira e segunda porção da superfície, utilizando-se as curvas geratrizes e diretrizes anteriormente modeladas.

Figura 247 - Programação e esquema gráfico da etapa de geração da primeira e segunda porção fundamental da superfície de Costa.

Algoritmo da etapa de geração das superfícies (partes 1 e 2 da superfície de Costa)



Fonte: Elaboração própria.

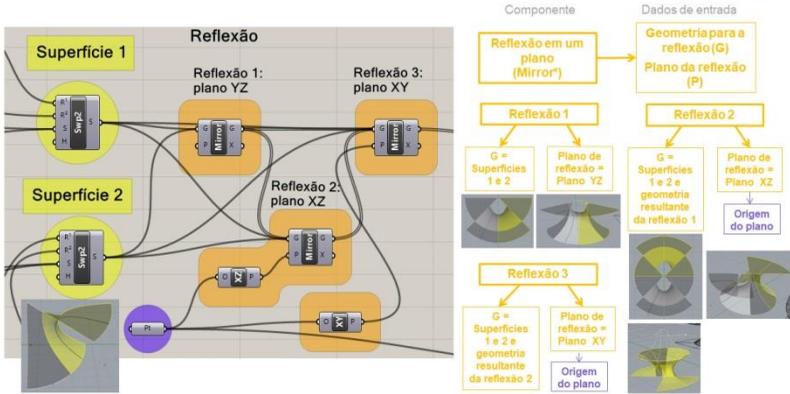
As Figuras 248 e 249 referem-se à modelagem das simetrias da superfície, obtidas a partir das porções fundamentais (1 e 2), e das porções que são obtidas nas etapas intermediárias de aplicação das simetrias, conforme já mencionado. Na primeira Figura estão ilustrados os processos de reflexão nos planos YZ, XZ e XY. E na segunda Figura, o processo de translação no eixo Z da porção obtida na última etapa de reflexão e o processo de rotação aplicado sobre a geometria resultante da etapa de translação da porção no eixo Z.

Detalhadamente, as transformações de reflexão e de rotação sobre as duas superfícies iniciais ocorreram da seguinte maneira (Figura 248): A

primeira reflexão (*Mirror*) é aplicada no plano YZ, gerando a porção 1 da composição (a); a segunda no plano XZ aplicada sobre a porção 1, gerando a porção 2 da composição (b) e a terceira no plano XY aplicada sobre a porção 2. Por fim, é necessária uma translação e uma rotação (*Rotate*) de 90 graus sobre a última composição obtida para obter a totalidade da superfície (c).

Figura 248 - Programação e esquema gráfico da etapa de modelagem das simetrias de reflexão, gerando porções fundamentais da superfície de Costa.

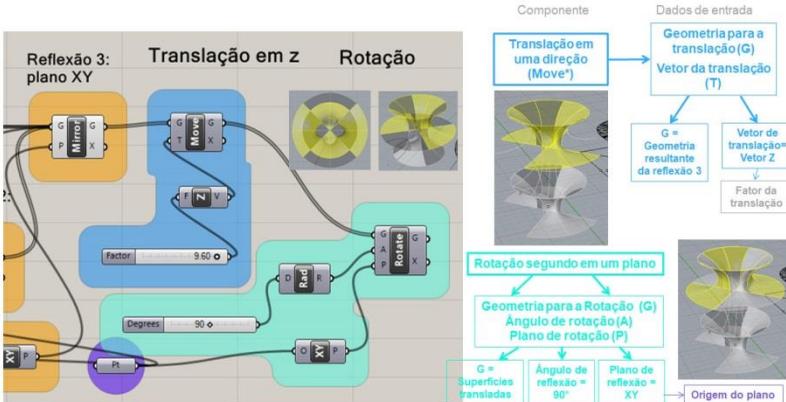
Algoritmo da etapa de geração das simetrias de reflexão (porções fundamentais da superfície de Costa)



Fonte: Elaboração própria.

Figura 249 - Programação e esquema gráfico da etapa de modelagem das simetrias de translação e rotação, gerando a superfície de Costa.

Algoritmo da etapa de geração das simetrias de translação e rotação para gerar a superfície de Costa)



Fonte: Elaboração própria.

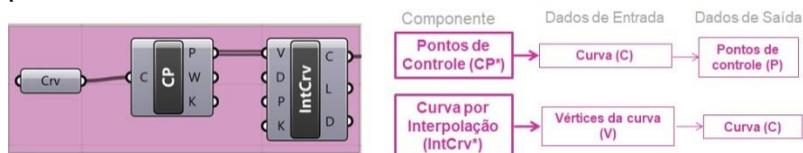
APÊNDICE 07: Detalhamento dos processos de modelagem paramétrica da superfície do Main Station Stuttgart

1. A modelagem da superfície 1

A representação da curva geratriz (etapa 01) inclui: o desenho da curva diretamente sobre a imagem da obra inserida no Rhinoceros, por intermédio de uma curva livre por pontos de controle; e a associação desta curva ao componente *parâmetro curva* do Grasshopper, para que as coordenadas de seus pontos possam ser extraídas e utilizadas para a representação paramétrica da curva por interpolação dos seus pontos de controle.

A etapa de geração da superfície (etapa 02) considerou a curva diretamente desenhada no Grasshopper, mas poderia ser utilizada uma curva interpolada pelos pontos de controle extraídos da curva desenhada, processo ilustrado pela programação visual da Figura 250.

Figura 250 - Representação da curva geratriz por curva interpolada entre os pontos extraídos de uma curva desenhada no software Rhinoceros.



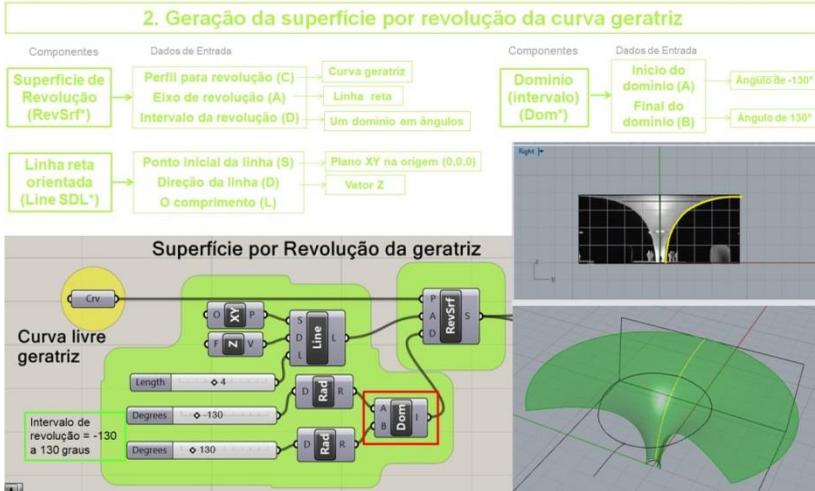
Fonte: Elaboração própria.

Para o processo de revolução da geratriz é necessário informar o eixo de revolução (uma linha reta passando pelo centro da superfície, com um componente de curva orientada SDL) e um intervalo angular, já que a revolução não é completa em 360 graus, informando com o componente “*construct domain*” o ângulo a ser percorrido. O esquema com os componentes e os dados de entrada e a programação visual, relativos a esta etapa, estão ilustrados na Figura 251.

A representação do polígono de limite superior da superfície (etapa 03), o hexágono, pode ser obtida pela modelagem de um polígono de seis lados (Figura 252). As dimensões deste polígono, tomadas diretamente sobre a imagem em vista ortográfica superior, são informadas nos parâmetros de construção do polígono. A partir da análise sobre a imagem, identificou-se um deslocamento do polígono no eixo x, em relação ao ponto origem do sistema de coordenadas, havendo a necessidade de aplicar uma transformação de translação neste polígono. Outra translação também é necessária, para localizar o polígono na parte

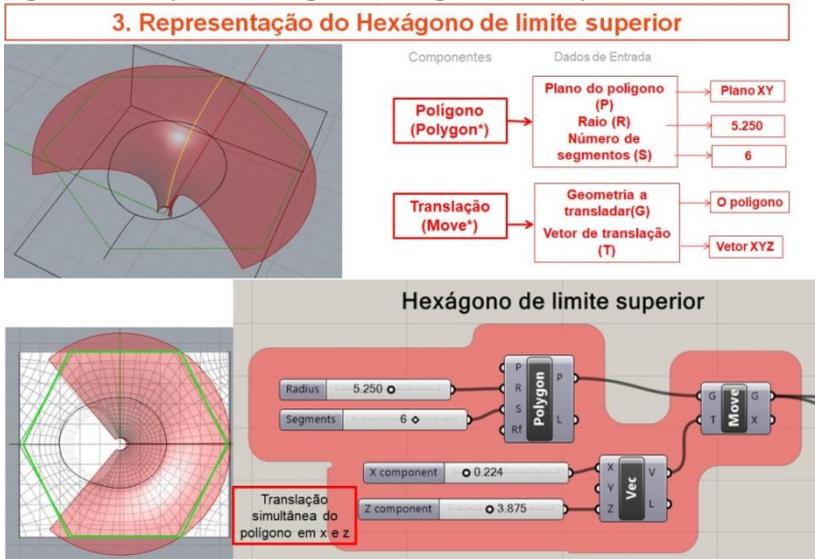
superior da superfície. Está se dará no eixo z, eixo das alturas, utilizando-se um vetor de coordenadas para esta translação e simultaneamente para a translação no eixo x, descrita anteriormente.

Figura 251 - Etapa de modelagem da superfície 1 do *Main Station Stuttgart*.



Fonte: Elaboração própria.

Figura 252 - Etapa de modelagem do hexágono limite superior.

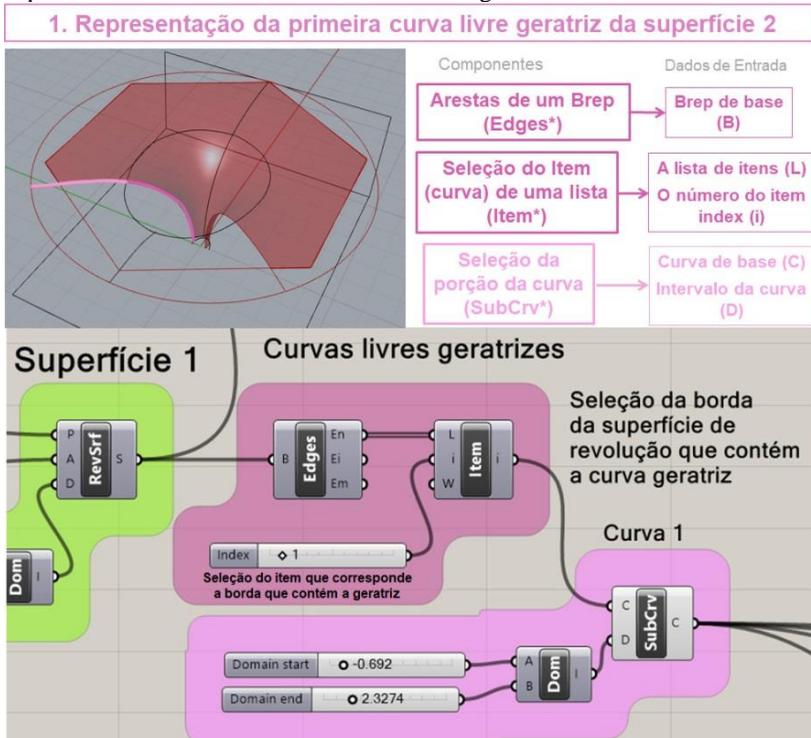


Fonte: Elaboração própria.

2. A modelagem da superfície 2

A etapa 1 (Figuras 255 e 256), correspondente a geração das curvas livres geratrizes que são iguais, obtidas por extração da geratriz da superfície 1 e a delimitação de uma porção desta, pode ser realizada a partir do uso dos componentes *Brep Edges* (avaliação das bordas da superfície) e *SubCurve* (seleção de uma porção da curva). Para selecionar a borda correspondente à primeira geratriz, utiliza-se a seleção de itens (*List item*) e para informar a porção exata desta curva pode ser usado o componente *Subcurve*, sendo necessário definir o domínio (intervalo – *construct domain*) da curva.

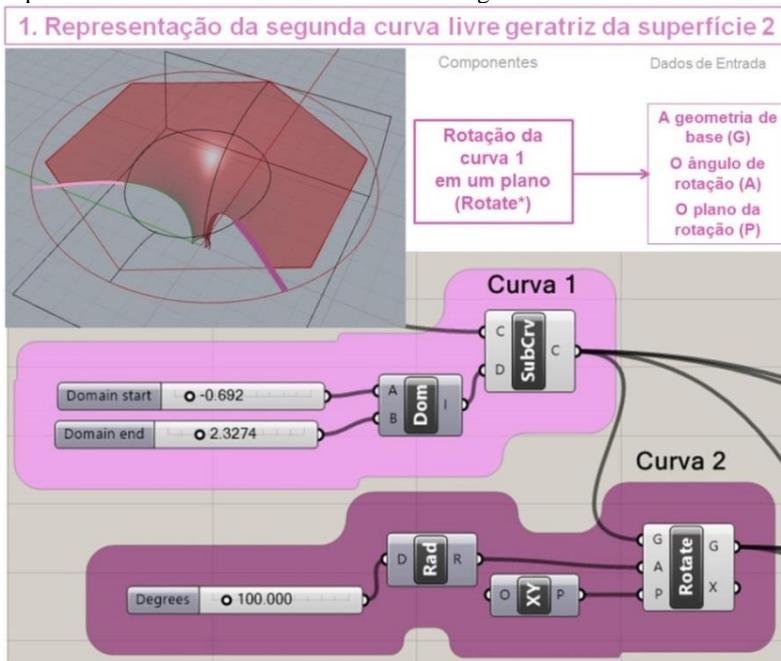
Figura 255 - Algoritmo das etapas de modelagem paramétrica da geratriz 1 da superfície 2 da cobertura do Main Station Stuttgart.



Fonte: Elaboração própria.

A geratriz que se encontra em posição de simetria polar em relação à primeira geratriz, pode ser obtida com uma rotação desta geratriz, informando-se o ângulo exato de rotação (Figura 256).

Figura 256 - Algoritmo das etapas de modelagem paramétrica da geratriz 2 da superfície 2 da cobertura do Main Station Stuttgart.

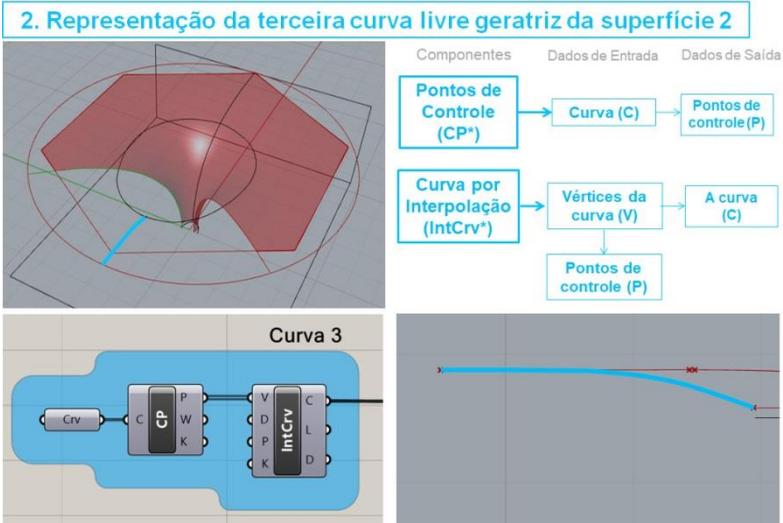


Fonte: Elaboração própria.

O processo de obtenção da terceira geratriz (etapa 2 da superfície 2) está ilustrado na Figura 257. A curva, conforme já referido, pode ser gerada por uma curva interpolada, a partir das coordenadas dos pontos de controle da curva.

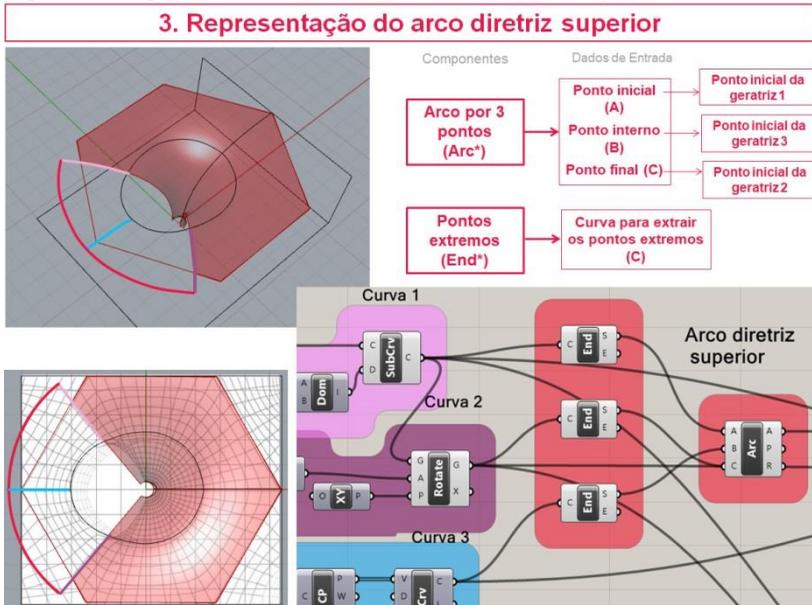
O arco superior diretriz da superfície (etapa 3 da superfície 2) pode ser representado com um arco por três pontos (*Arc**), informando-se os pontos iniciais, intermediário e final deste arco, extraíndo-se os pontos iniciais das geratrizes, que serão conectados a tal arco (Figura 258).

Figura 257 - Algoritmo das etapas de modelagem paramétrica da geratriz 3 da superfície 2 da cobertura do Main Station Stuttgart.



Fonte: Elaboração própria.

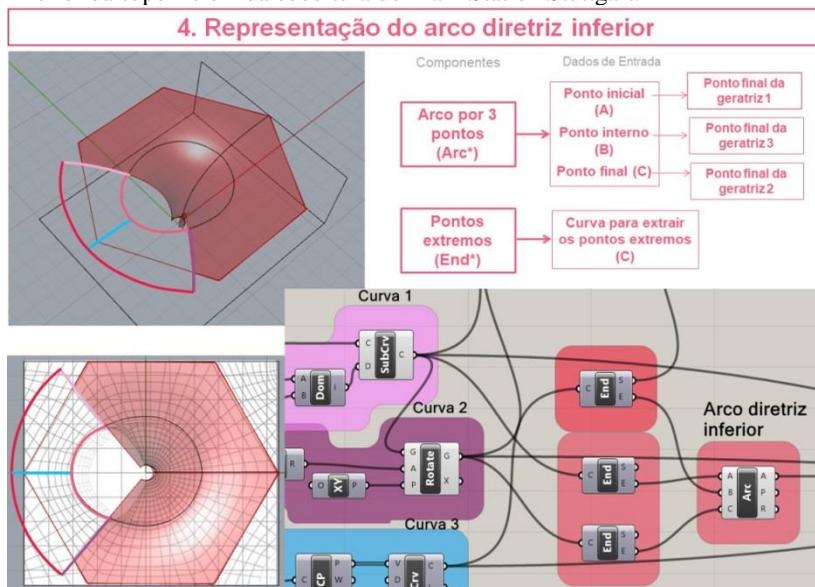
Figura 258 - Algoritmo das etapas de modelagem paramétrica do arco diretriz superior da superfície 2 da cobertura do Main Station Stuttgart.



Fonte: Elaboração própria.

A representação paramétrica do arco diretriz inferior (etapa 4 da superfície 2) pode ser desenvolvida novamente com arco definido por três pontos e tal como para o arco superior, por questões de precisão na geração da superfície, é indicado que os pontos inicial, intermediário e o ponto final do arco sejam conectados aos pontos finais de cada uma das curvas geratrizes (Figura 259).

Figura 259 - Algoritmo das etapas de modelagem paramétrica do arco diretriz inferior da superfície 2 da cobertura do Main Station Stuttgart.

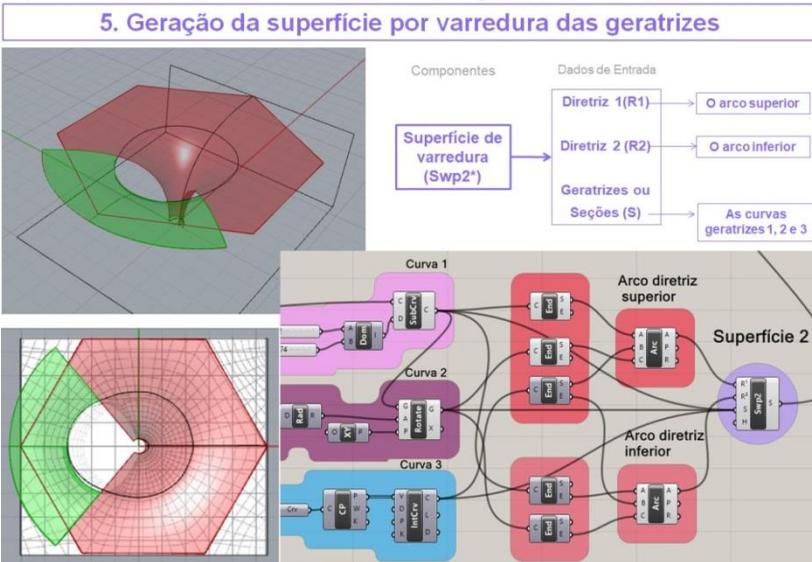


Fonte: Elaboração própria.

A etapa de geração superfície por varredura (etapa 5 da superfície 2), por técnica de **Sweep 2*, exige informar as diretrizes (os dois arcos) como 'trilhos' (rails) e as três curvas geratrizes como seções (Figura 260). A geometria desta superfície e da superfície 1 está toda modelada em geometria relacional, devido a associação entre os pontos extremos das curvas diretrizes e geratrizes das superfícies, e entre a curva geratriz da superfície 1 e a geratriz da superfície 2.

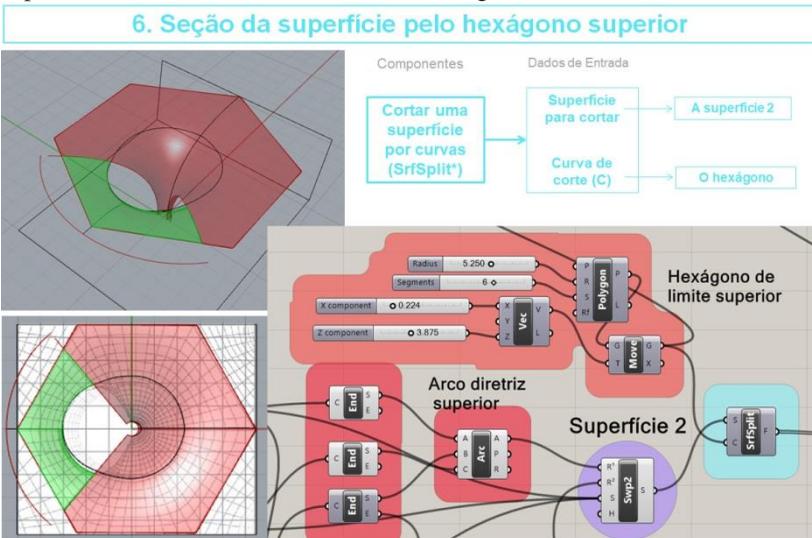
A delimitação da superfície pelo hexágono de limite superior (Figura 261), tal como na superfície 1, pode ser feita por um corte da superfície por uma curva (*Surface Split*), que se localiza na guia de interseções - físicas. Os dados de entrada para o cálculo são a superfície a ser cortada e a curva de corte. A Figura 262 ilustra a programação completa referente à modelagem da superfície 2.

Figura 260 - Algoritmo das etapas de modelagem paramétrica da geração da superfície 2 da cobertura do Main Station Stuttgart.



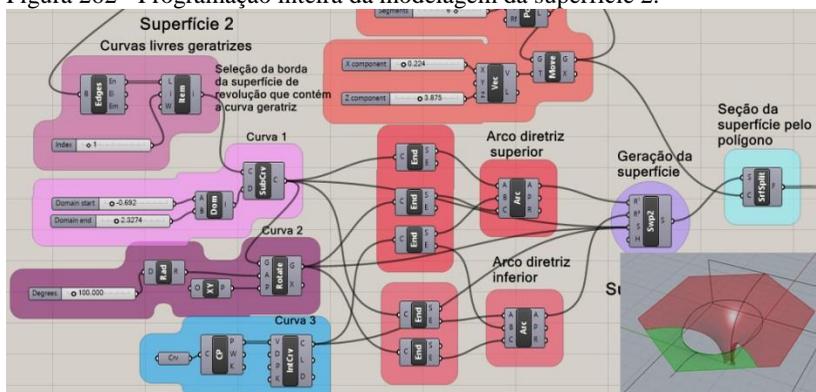
Fonte: Elaboração própria.

Figura 261 - Algoritmo da etapa de modelagem paramétrica da seção na superfície 2 da cobertura do Main Station Stuttgart.



Fonte: Elaboração própria.

Figura 262 - Programação inteira da modelagem da superfície 2.



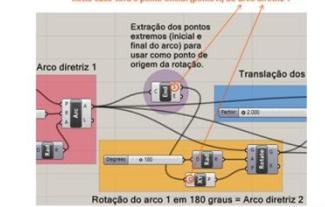
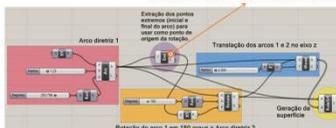
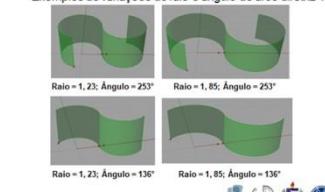
Fonte: Elaboração própria.

APÊNDICE 08: Modelagem da Geometria Relacional entre elementos geométricos paramétricos

1. Parametrização dos arcos diretriz de uma superfície cilíndrica geral

O segundo arco diretriz inferior que compõe a estrutura geométrica de uma superfície cilíndrica foi representado a partir de uma rotação do primeiro arco diretriz inferior. A parametrização entre o ponto final do primeiro arco e o ponto inicial do segundo arco foi atribuída na definição do ponto origem do plano da rotação que gera o segundo arco (segunda imagem na primeira linha da Figura 263), o qual deve ser no ponto inicial do arco 1.

Figura 263 - Parametrização entre os pontos inicial e final dos arcos da composição de superfícies cilíndricas.

| | | |
|---|---|---|
| <p>SUPERFÍCIES CILÍNDRICA GERAL</p> <p>PROBLEMA PROPOSTO</p> <p>PARAMETRIZAÇÃO Exemplo 1 Exemplo 2</p> <p>MODELAGEM Exemplo 3 Exemplo 4</p> <p>CILÍNDRICA GERAL, COM RELAÇÃO DE PROPORÇÃO ÁREA</p> <p>COMPOSIÇÃO DE CONDIÇÕES</p> <p>Para se obter o ponto da rede, utilize o ponto inicial do arco diretriz inferior.</p> <p>Para se obter o ponto final do arco diretriz inferior, utilize o ponto final do arco diretriz inferior.</p> <p>COMPOSIÇÃO DE CONDIÇÕES INCLINADAS</p> <p>tearAD</p> | <p>Composição de Cilíndrica Geral com variação de parâmetros (ângulo e raio do arco diretriz)</p> <p>Parametrização entre os pontos iniciais dos arcos</p> <p>3. Análise da aplicação de rotação ao arco diretriz pelo ponto inicial do arco (A).</p>  <p>Rotação do arco 1 de 180 graus com ponto de rotação pelo ponto inicial (A) do arco diretriz</p> <p>Mas existe uma maneira de atornar diretamente a localização do ponto de união dos arcos, sem necessidade de aplicar uma translação do arco rotado. Isto é feito definindo-se a origem (porto) do plano de rotação. Neste caso a origem deve ser no ponto inicial do arco 1.</p> <p>8 / 37</p> <p>Hiperlab</p> | <p>Programação da aplicação da rotação ao arco diretriz pelo ponto inicial do arco 1 (ponto A) como ponto de origem do plano de rotação.</p> <p>O ponto origem de rotação é informado no plano de rotação, neste caso será o ponto inicial (ponto A) do arco diretriz 1</p>  <p>Exatidão dos pontos extremos (inicial e final) do arco para usar como ponto de origem de rotação.</p> <p>Translação dos</p> <p>Rotação do arco 1 em 180 graus = Arco diretriz 2</p> <p>9 / 37</p> <p>Hiperlab</p> |
| <p>SUPERFÍCIES CILÍNDRICA GERAL</p> <p>PROBLEMA PROPOSTO</p> <p>PARAMETRIZAÇÃO Exemplo 1 Exemplo 2</p> <p>MODELAGEM Exemplo 3 Exemplo 4</p> <p>CILÍNDRICA GERAL, COM RELAÇÃO DE PROPORÇÃO ÁREA</p> <p>COMPOSIÇÃO DE CONDIÇÕES</p> <p>Para se obter o ponto da rede, utilize o ponto inicial do arco diretriz inferior.</p> <p>Para se obter o ponto final do arco diretriz inferior, utilize o ponto final do arco diretriz inferior.</p> <p>COMPOSIÇÃO DE CONDIÇÕES INCLINADAS</p> <p>tearAD</p> | <p>Composição de Cilíndrica Geral com variação de parâmetros (ângulo e raio do arco diretriz)</p> <p>Parametrização entre os pontos iniciais dos arcos</p> <p>Programação da aplicação da rotação ao arco diretriz pelo ponto inicial do arco 1 (ponto A) como ponto de origem do plano de rotação.</p> <p>O ponto origem de rotação é informado no plano de rotação, neste caso será o ponto inicial (ponto A) do arco diretriz 1</p>  <p>Exatidão dos pontos extremos (inicial e final) do arco para usar como ponto de origem de rotação.</p> <p>Transição dos arcos 1 e 2 no eixo z</p> <p>Gerção da superfície</p> <p>Rotação do arco 1 em 180 graus = Arco diretriz 2</p> <p>10 / 37</p> <p>Hiperlab</p> | <p>Composição de Cilíndrica Geral com variação de parâmetros (ângulo e raio do arco diretriz)</p> <p>Exemplos de variações de raio e ângulo do arco diretriz 1</p>  <p>Raio = 1, 23; Ângulo = 253°</p> <p>Raio = 1, 85; Ângulo = 251°</p> <p>Raio = 1, 23; Ângulo = 136°</p> <p>Raio = 1, 85; Ângulo = 136°</p> <p>11 / 37</p> <p>Hiperlab</p> |

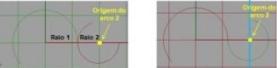
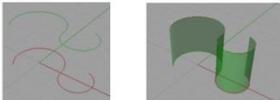
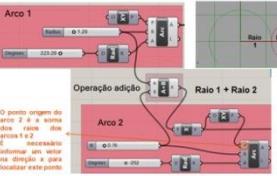
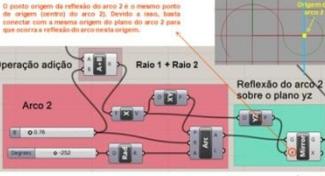
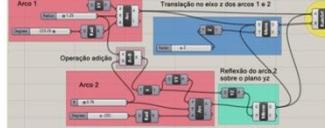
Fonte: Elaboração própria.

A partir desta rotação do arco inicial que compõe a curva diretriz da superfície, manteve-se a direção de crescimento do ângulo do arco (primeira imagem na primeira linha da mesma Figura), para que fosse possível gerar configurações de curvas diferenciadas. Em um processo de reflexão de tal arco, não é mantida esta direção de crescimento do ângulo, o que faz com que, ao se aumentar o ângulo em um valor acima

de 90°, as curvas se interceptem e se cruzem. Com isto, é possível manipular os valores dos ângulos dos arcos sem perder a relação de concordância entre eles e sem desconectá-los um do outro (segunda linha da mesma Figura).

Um segundo exemplo foi desenvolvido com o intuito de, ao mesmo tempo, obter uma superfície cilíndrica geral em que se podem controlar independentemente os valores dos raios dos arcos diretriz e inserir o conceito de operações matemáticas entre os elementos da composição (Figura 264).

Figura 264 - Parametrização entre os arcos diretrizes da composição de superfícies cilíndricas, por relação matemática que define a posição do centro do arco 2.

| | | |
|--|--|---|
| <p>SUPERFÍCIES CILÍNDRICA GERAL</p> <p>PROBLEMA PROPOSTO</p> <p>PARAMETRIZAÇÃO</p> <p>MODELAGEM</p> <p>CILÍNDRICA GERAL, COM RELAÇÃO DE PROPORÇÃO ALGEBRA</p> <p>COMPOSIÇÃO DE CONDIÇÕES</p> <p>COMPOSIÇÃO DE CÔNICAS INCLINADAS</p> <p>tearad</p> | <p>Composição de Cilíndrica Geral com variação de parâmetros (ângulo e raio do arco diretriz)</p> <p>Proposta de parametrização entre os pontos iniciais dos arcos e controle independente dos raios e ângulos dos arcos 1 e 2</p> <p>1. Inicialmente constroem-se os arcos 1 e 2, tendo o arco 2 seu ponto origem (centro) no ponto de soma entre os raios dos dois arcos</p> <p>2. Logo, faz-se uma reflexão do arco 2 sobre o plano yz, tendo como ponto base desta reflexão o seu ponto origem (centro).</p>  <p>12/37</p> <p>Hiperlab</p> | <p>Composição de Cilíndrica Geral com variação de parâmetros (ângulo e raio do arco diretriz)</p> <p>Parametrização entre os pontos iniciais dos arcos e controle independente dos raios e ângulos dos arcos diretrizes 1 e 2</p> <p>3. Aplica-se uma translação em z aos arcos 1 e 2</p> <p>4. Gera-se a superfície regrada entre os arcos originais e os arcos trasladados em z.</p>  <p>13/37</p> <p>Hiperlab</p> |
| <p>SUPERFÍCIES CILÍNDRICA GERAL</p> <p>PROBLEMA PROPOSTO</p> <p>PARAMETRIZAÇÃO</p> <p>MODELAGEM</p> <p>CILÍNDRICA GERAL, COM RELAÇÃO DE PROPORÇÃO ALGEBRA</p> <p>COMPOSIÇÃO DE CONDIÇÕES</p> <p>COMPOSIÇÃO DE CÔNICAS INCLINADAS</p> <p>tearad</p> | <p>Composição de Cilíndrica Geral com variação de parâmetros (ângulo e raio do arco diretriz)</p> <p>1. Construção dos arcos 1 e 2 parametrizados pela origem</p> <p>Operação adição</p> <p>Raio 1 + Raio 2</p> <p>O ponto origem do arco 2 é a soma dos raios dos arcos 1 e 2. É necessário relacionar seu valor na direção x para localizar este ponto.</p>  <p>14/37</p> <p>Hiperlab</p> | <p>Composição de Cilíndrica Geral com variação de parâmetros (ângulo e raio do arco diretriz)</p> <p>2. Reflexão do arco 2 sobre o plano yz</p> <p>Operação adição</p> <p>Raio 1 + Raio 2</p> <p>Reflexão do arco 2 sobre o plano yz</p> <p>O ponto origem da reflexão do arco 2 é o mesmo ponto de origem (centro) do arco 2. Devido a isso, basta conectar esta a mesma origem do plano do arco 2 para que ocorra a reflexão do arco sobre a origem.</p>  <p>15/37</p> <p>Hiperlab</p> |
| <p>SUPERFÍCIES CILÍNDRICA GERAL</p> <p>PROBLEMA PROPOSTO</p> <p>PARAMETRIZAÇÃO</p> <p>MODELAGEM</p> <p>CILÍNDRICA GERAL, COM RELAÇÃO DE PROPORÇÃO ALGEBRA</p> <p>COMPOSIÇÃO DE CONDIÇÕES</p> <p>COMPOSIÇÃO DE CÔNICAS INCLINADAS</p> <p>tearad</p> | <p>Composição de Cilíndrica Geral com variação de parâmetros (ângulo e raio do arco diretriz)</p> <p>3. Translação no eixo z dos arcos 1 e 2 (MOVE)</p> <p>Reflexão do arco 2 sobre o plano yz</p>  <p>16/37</p> <p>Hiperlab</p> | <p>Composição de Cilíndrica Geral com variação de parâmetros (ângulo e raio do arco diretriz)</p> <p>Programação inteira</p> <p>Operação adição</p> <p>Raio 1 + Raio 2</p> <p>Reflexão do arco 2 sobre o plano yz</p> <p>Translação no eixo z dos arcos 1 e 2</p> <p>Geração da superfície</p>  <p>18/37</p> <p>Hiperlab</p> |

Fonte: Elaboração própria.

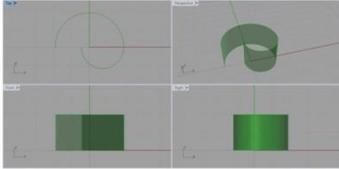
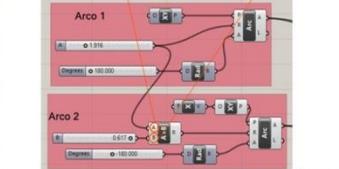
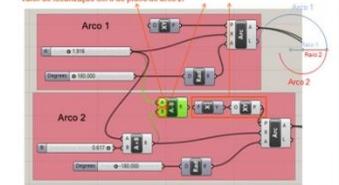
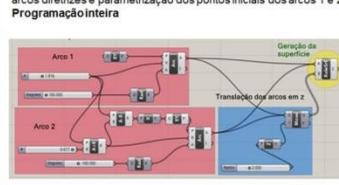
Dessa maneira, os arcos foram construídos independentemente para permitir a manipulação de cada um separadamente, e a parametrização entre eles foi feita para posicionar o segundo arco em função de sua distância relativamente ao valor do raio do primeiro arco (já que os arcos são construídos pelos seus centros), o que é informado ao definir o ponto de origem do plano de construção. Tal distância é igual à soma dos raios dos dois arcos, definindo-se uma relação matemática de adição dos raios dos arcos a qual foi inserida na programação visual (primeira imagem da linha central da mesma Figura). Na sequência é dada uma reflexão do segundo arco com o plano de reflexão em YZ, estabelecendo-se a sua origem por meio de uma direção x definida com a mesma relação matemática anterior para localizar o centro do segundo arco (segunda imagem da linha central da mesma Figura).

Com isso, exemplifica-se uma lógica relacional mais complexa, a qual utiliza uma operação matemática para estabelecer mais de um tipo de relação entre os elementos de composição da superfície. Ao mesmo tempo, as porções de superfícies podem ser controladas independentemente, sem perder conexões e a continuidade das curvas. A partir da representação das curvas diretrizes da parte superior da superfície, é possível gerar a superfície entre as curvas diretrizes (última linha da mesma Figura).

Uma relação matemática também foi usada para abordar o conceito de proporção áurea a ser aplicado na construção da espiral, desde que existem formas em espiral na natureza que incorporam esta relação de ouro (Figura 265). A proporção áurea é dada pela relação de 1 para 1,619 (denominado de número de ouro). Ela indica que para uma quantidade de valor 1 existe outra quantidade de valor 1,619, que define esta proporção. A aplicação da proporção áurea se deu nos valores dos arcos diretrizes da composição. Estabelecendo-se o valor do arco maior como 1,619, o arco menor fica com seu raio definido por uma operação de multiplicação de 0,617 aplicada ao arco maior (segunda imagem da primeira linha da mesma Figura). Este é o fator de multiplicação da medida maior para obter a medida menor em proporção áurea. Sempre que se alterar o valor do arco maior, o arco menor será alterado nesta relação de proporção áurea.

A localização do ponto central do arco menor também foi atribuída a partir desta relação de proporção, dada no ponto origem do plano que contém o arco (primeira imagem na segunda linha da mesma Figura).

Figura 265 - Parametrização entre os arcos diretrizes da superfície cilíndrica geral, por relação de proporção áurea.

| | | |
|---|---|---|
| <p>SUPERFÍCIE CILÍNDRICA GERAL</p> <p>PROBLEMA PROPOSTO</p> <p>PARAMETRIZAÇÃO</p> <p>Exemplo 1 Exemplo 2</p> <p>MODELAGEM</p> <p>Exemplo 1 Exemplo 2</p> <p>CILÍNDRICA GERAL, COM RELAÇÃO DE PROPORÇÃO ÁUREA</p> <p>COMPOSIÇÃO DE CONDIÇÕES</p> <p>Parâmetros: entre os pontos da lista e arcos diretrizes</p> <p>Parâmetros: entre os pontos e arcos diretrizes</p> <p>Restrições: de parâmetros</p> <p>COMPOSIÇÃO DE CÔNICAS INCLINADAS</p> <p>tearad</p> | <p>Composição de Cilíndrica Geral com proporção áurea entre os arcos diretrizes e parametrização dos pontos iniciais dos arcos 1 e 2</p> <p>Vistas ortográficas e perspectiva</p>  <p>24 / 37</p> <p>Hiperlab</p> | <p>Programação da aplicação da multiplicação entre os valores dos raios (do maior para obter o menor) em um fator de proporção áurea.</p> <p>O elemento A da multiplicação é o valor do raio do arco 1 e o elemento B é o fator ao qual se quer multiplicar, neste caso o de proporção áurea (0,617).</p>  <p>21 / 37</p> <p>Hiperlab</p> |
| <p>SUPERFÍCIE CILÍNDRICA GERAL</p> <p>PROBLEMA PROPOSTO</p> <p>PARAMETRIZAÇÃO</p> <p>Exemplo 1 Exemplo 2</p> <p>MODELAGEM</p> <p>Exemplo 1 Exemplo 2</p> <p>CILÍNDRICA GERAL, COM RELAÇÃO DE PROPORÇÃO ÁUREA</p> <p>COMPOSIÇÃO DE CONDIÇÕES</p> <p>Parâmetros: entre os pontos da lista e arcos diretrizes</p> <p>Parâmetros: entre os pontos e arcos diretrizes</p> <p>Restrições: de parâmetros</p> <p>COMPOSIÇÃO DE CÔNICAS INCLINADAS</p> <p>tearad</p> | <p>Programação da parametrização da localização dos pontos iniciais dos arcos diretrizes (1 e 2)</p> <p>O elemento A da subtração é o valor do raio do arco 1 e o elemento B é o valor do raio do arco 2 (que é menor que do arco 1), sendo o resultado desta subtração o valor de localização em x do plano do arco 2.</p>  <p>22 / 37</p> <p>Hiperlab</p> | <p>Composição de Cilíndrica Geral com proporção áurea entre os arcos diretrizes e parametrização dos pontos iniciais dos arcos 1 e 2</p> <p>Programação inteira</p>  <p>23 / 37</p> <p>Hiperlab</p> |

Fonte: Elaboração própria.

Embora exista no programa de modelagem paramétrica um componente específico para atribuir relação de proporção áurea, o objetivo em usar operações matemáticas simples visou alcançar uma maior compreensão de como esta relação é estabelecida numericamente e como os operadores matemáticos podem ser utilizados para outras situações.