

**OSVALDO SANGIORGI**

**ASPECTOS QUANTITATIVOS E FORMAIS DO SISTEMA  
FONOLÓGICO DA LÍNGUA PORTUGUESA  
CONTEMPORÂNEA NO BRASIL**

**Tese de DOUTORAMENTO apresentada ao  
Departamento de Comunicações e Artes  
da Escola de Comunicações e Artes, da  
Universidade de São Paulo.**

**São Paulo  
1972**

**Obs.:** A TESE, por inteiro, consta em pasta separada  
VOL X (DOC 613 - 614)

OS-T. 3. 1294

Doc 613



Diagrama  $\beta/\eta$  - Curvas de Aprendizagem

Osvaldo Sangiorgi - ECA, USP, 1972

1. CULCACAÇÃO DO PROBLEMA

A pergunta, qual de duas formas de ensino ou qual de duas combinações de meios de instrução é a "melhor" (por exemplo, texto de instrução programada ou TV educativa) tem pouco sentido mesmo que nos dois casos fosse apresentada a mesma matéria, ao mesmo aluno e com a mesma meta final.

A razão disso é que a "qualidade" da instrução é uma medida de muitas dimensões: por exemplo, em relação ao tempo minimizado de instrução, a TV educativa é superior ao texto de instrução programada; porém, em relação ao estado de conhecimento atingível (competência final) o texto da instrução programada é superior à TV educativa.

Portanto, a comparação da qualidade de instrução deve ser feita separadamente nas várias dimensões e, em cada caso, uma unidade diferente pode ser "útil" (primeiro critério de utilidade).

Podemos introduzir dois parâmetros deste tipo: A "eficácia"  $\eta$  (tempo teórico ideal de aprendizado dividido pelo tempo real necessário) e a "extensão ou profundidade relativa de exposição"  $\beta$  (tempo gasto para ensinar a matéria dividido pelo tempo mínimo de aprendizado necessário por unidade de matéria).

Depois de medir estes parâmetros para uma forma de instrução, a mesma pode ser representada por um ponto num sistema de coordenadas com eixos  $\beta$  e  $\eta$ . Uma representação deste tipo é chamada diagrama  $\beta - \eta$  (Frank, 1977).

A existência de várias medidas já feitas, permite-nos dispôr neste diagrama de vários pontos típicos para vários estilos de instrução (por exemplo instrução programada) e para vários métodos de instrução (por ex. TV educativa).

Desta maneira, a comunicação de  $\beta$  e  $\eta$  de um novo método de instrução, a um conhecedor do assunto permite a ele uma avaliação do mesmo. Os dois parâmetros são "úteis" portanto, também no sentido do nosso segundo critério.

Finalmente, a teoria cibernético-pedagógica, baseada neste diagrama permite, através dos valores  $\beta$  e  $\eta$  de um tipo de ensino, tirar conclusões a respeito do tempo necessário para ensinar uma matéria nova e fazer previsões do sucesso da instrução.

2. CONDIÇÕES PRÉVIAS2.1. Tipo da matéria a ensinar

A inclusão de um tipo de ensino no diagrama  $\beta - \eta$ , presuppõe que a matéria a ensinar é do tipo cognitivo (não afetivo ou psicomotor) e que a mesma pode ser exposta de maneira concisa porém completa num "Texto Básico", sem figuras.

2.2. Forma de ensino e modelo de aprendizado

A base teórica do diagrama  $\beta - \eta$  <sup>(1)</sup> consiste numa simplificação do modelo informático-psicológico do aprendizado <sup>(2)</sup>.

(1) Veja detalhes em Frank, 1972, e Frank, 1971

(2) Veja Frank, 1969, Vol.2, Cap. 5 e em vários artigos na coleção Meder e Schmid,



De acordo com ela, um elemento de matéria oferecido ao aluno pelo sistema de ensino é apreendido por ele pode ser aprendido com uma certa probabilidade por apresentação; a probabilidade de seu uso no aprendizado aumenta com o número das repetições.

No caso de formas de ensino sem realimentação dentro da própria aula (TV educativa) ou com pequena realimentação (aula universitária; aula em classe) há, durante a aula, uma perda de tempo irreversível devido a repetições desnecessárias de matéria que o aluno já fixou em sua memória. Se o sistema de ensino (professor) souber disso, o que só é possível através da realimentação, isto é, do fluxo de informação do aluno ao professor, então os esforços podem ser concentrados na repetição da matéria ainda não aprendida, evitando assim perdas de tempo.

Se  $I$  = Informação total da matéria a ensinar

$C_v$  = Velocidade máxima da captação da informação na memória

$I(t)$  = Informação fixada na memória em tempo  $t$

então para o tempo inicial vale

$$I(t) = C_v \cdot t \quad (1a)$$

(veja Frank, 1976, Fig. 13).

Em geral, quando não há realimentação ou se a mesma for muito pequena, na melhor das hipóteses, é válido

$$\begin{aligned} I(t) &= I \cdot (1 - (1 - p_0) \cdot e^{-C_v t / I}) \\ &= I(0) + (1 - p_0) \cdot (C_v t - C_v^2 t^2 / 2I + C_v^3 t^3 / 6I^2 - + \dots) \end{aligned} \quad (1b)$$

(veja Frank, 1976, Parte II.4.3), onde o "Conhecimento Prévio"  $p_0 = I(0)/I$  representa a porcentagem da matéria conhecida no início do ensino ( $t = 0$ ).

Naturalmente, a um método de ensino que necessita  $m$  vezes o tempo considerado acima para transmitir a mesma matéria ao mesmo aluno, atribuímos a "Eficácia"  $\eta = 1/m$  (Frank, 1976, Fig. 14).

Assim, quando a realimentação é desprezível, podemos em geral escrever

$$I(t) = I \cdot (1 - (1 - p_0) \cdot e^{-C_v \eta t / I}) \quad (1c)$$

### 2.3. Dependência da velocidade de aprendizado com a idade

A velocidade de aprendizado,  $C_v$ , depende da idade,  $A$ . Atinge o máximo,  $C_v \cong 0,7$  bits/s, ao redor de 13 a 21 anos. Em idades menores esta velocidade,  $C_v(A)$ , cresce com pequena dispersão individual conforme a função

$$C_v(A) \cong 0,8412 \cdot A \quad (2)$$

onde  $C_v(A)$  = velocidade, bits/s

$A$  = idade, anos

De outro lado, via de regra, após os 21 anos observa-se uma diminuição de  $C_v(A)$  até um valor final de aproximadamente 1,5 bit/s (veja Frank, 1976, Fig. 9 e os trabalhos básicos de Riedel e Lader, Schmidt, 1973, Vol.9) com uma dispersão individual muito grande.



## 2.4. Medida de informação

A medida de informação da matéria a ensinar,  $I$ , como também a medida da informação realmente aprendida durante o tempo  $t$  (chamada "Informação de Weltner" ou "Transinformação Didática"),  $U = I(t) - I(0)$ , pode ser feita de preferência pelo método simplificado de adivinhação de Weltner (1966; 1967).

Para isso a pessoa testada deve adivinhar, caráter após caráter, um texto básico (BT) composto de  $N$  caracteres; quanto maior o número de erros, mais difícil foi obviamente, para a pessoa testada, adivinhar o texto e portanto maior foi para ela a informação subjetiva,  $i(\text{BT})$ , porque a informação medida em bits foi introduzida e definida pela cibernética como medida da improbabilidade de uma mensagem para um determinado receptor e <sup>para</sup> uma determinada situação.

Um perfeito especialista ( $F$ ) poderá prever com menos erros um texto básico (BT) contendo a matéria, do que um perfeito leigo ( $L$ ), porém, o grande número de possibilidades de apresentação estilística, com o mesmo conteúdo semântico, funciona também para o especialista como uma improbabilidade adicional.

A informação subjetiva de BT para o especialista,  $i_F(\text{BT})$ , é obviamente a "Informação Estética" escondida na possibilidade de apresentação escolhida (Frank, 1972b). Se a informação subjetiva de BT para o leigo for  $i_L(\text{BT})$ , então é óbvio que a informação da matéria a ensinar é

$$I = i_L(\text{BT}) - i_F(\text{BT}) \quad (3)$$

Pelo mesmo processo de adivinhação podemos medir a informação  $i(\text{BT})$  da aula, antes ( $v$ ) e depois ( $n$ ). A "absorção"

$$U = i_v(\text{BT}) - i_n(\text{BT}) \quad (4)$$

é obviamente a informação transmitida pela aula sobre a matéria ensinada através da formulação num texto básico BT. Além disso, os alunos aprendem informação irrelevante, por exemplo particularidades da maneira de falar do professor.

Weltner provou empiricamente (seu método será descrito na parte 7) que a informação subjetiva média por caráter do texto básico (letra, dígito, sinal)

$$H = i(\text{BT})/N \quad (5)$$

depende quase exclusivamente da porcentagem e dos caracteres não adivinhados corretamente na primeira tentativa, de maneira que a medida pode ser simplificada: Se a pessoa testada adivinha corretamente o caráter isto é confirmado pelo experimentador, caso contrário o caráter correto é apresentado e o experimentador assinala um erro. Se finalmente para  $N$  caracteres são cometidos  $F$  erros, isto é, uma razão relativa de erros

$$c = F/N \quad (6)$$

então a função empírica (publicada em Frank, 1969, Vol. 1, p. 159 e baseada na comunicação pessoal do Professor Dr. Klaus Weltner),  $H = H(c)$ , no intervalo  $0,1 \leq c \leq 0,5$  e para textos básicos alemães, pode ser representada muito bem pela função

$$i(\text{BT}) = 3,9F - 0,08N \quad (7)$$



Pesquisas mais recentes conduzidas pela Dra. Brigitte J. Feder no Instituto de Pedagogia Cibernética do Centro de Pesquisas Paderborn, para a Internacia Lingvo - Esperanto e pelo Prof. Dr. V. Iužić na Universidade de Zagreb, para a Língua Croata, mostram que os parâmetros desta equação dependem, em parte, da língua em questão.

Como é quase sempre está dentro do intervalo mencionado, para textos básicos alemães, em geral, a equação (3) pode ser substituída por

$$I = 3,9(F_L - F_F) \quad (3a)$$

e a equação (4) por

$$U = 3,9(F_V - F_N) \quad (4a)$$

## 2.5. Extensão específica de apresentação do sistema de ensino

A extensão em tempo da apresentação, isto é o tempo de aula usado em média por bit de informação da matéria, é característica para o "Tipo do Sistema de Ensino", isto é para o meio usado e para o estilo de aula.

Uma transmissão por TV educativa é neste sentido menos "extensa" do que um texto linear de instrução programada e isto por sua vez menos extenso que uma aula tradicional em classe.

Evelyn Geisler e Horst Richter mediram, no Instituto de Pedagogia Cibernética do Centro de Pesquisas de Paderborn, a eficiência e a extensão do ensino de orientação em línguas ministradas aos alunos do primário de 8 - 10 anos (isto é do ensino semanal de 2 horas na Internacia Lingvo que aqui serve como modelo de língua estrangeira para racionalização do ensino de línguas estrangeiras ministrado em seguida).

Neste caso extremo ficou pela primeira vez claro, que no caso do mesmo tipo de sistema de ensino (programas audiovisuais para o sistema de ensino em classe "Robbimat"), em vista da menor velocidade de aprendizado (por causa da idade) dos alunos do primário, para cada uma das 80 meias lições (de aproximadamente 20 minutos) foi escolhida uma extensão bem maior do que, por exemplo, para os programas cibernéticos de ensino que foram desenvolvidos para os mesmos meios de ensino em uso de estudantes universitários.

Assim, invez (como em Frank, 1971) de introduzir como extensão o quociente

$$\beta^* = t/I \quad (8a)$$

foi aconselhável considerar também a velocidade de aprendizado dos alunos previstos. A extensão absoluta  $\beta^*$  é dividida pelo tempo necessário em média para aprender uma unidade de informação,  $1/C_V$ . Isso nos leva a definir a extensão relativa

$$\beta = C_V \cdot \beta^* = C_V t/I \quad (8) \quad (8b)$$

Desta maneira  $\beta$ , como  $\eta$ , fica uma grandeza sem dimensões. Normalizando a informação da matéria a ensinar, conhecida em tempo  $t$ , pela introdução da "Competência"

$$p_t = 1(t)/I \quad (9)$$



obtemos, de (1'), (8b) e (7), como fórmula para a medida de competência

$$p_t = 1 - (1 - p_0) \cdot e^{-\beta \eta} \tag{10}$$

**2.6. Relação com a medida da competência ideal**

O processo clássico (antecibernético) para determinar a "competência",  $0 \leq p \leq 1$ , consiste em apresentar perguntas sobre a matéria ensinada. Para evitar as dúvidas na interpretação das respostas, a cada pergunta são oferecidas a respostas a escolher, as quais tem, para o perfeito leigo, a mesma probabilidade.

Se a cada pergunta corresponde uma só resposta correta e se um aluno conhece uma porcentagem  $p$  da matéria ensinada (não diretamente mensurável) a qual foi coberta de maneira homogênea através de perguntas em quantidade suficiente (ao todo  $T$ ), então devemos esperar que o aluno responderá com certeza  $pT$  perguntas enquanto nas  $(1 - p)T$  perguntas restantes ele deve adivinhar; sua chance de adivinhar certo é  $1/a$ . Portanto, o número (mensurável) das respostas certas é

$$R = pT + \frac{1}{a}(1 - p)T \tag{11}$$

e a competência correspondente

$$\bar{p} = \frac{1}{a - 1} \left( \frac{a}{T} R - 1 \right) \tag{12}$$

Obviamente, para o perfeito especialista,  $R = T$ , portanto  $p = 1$ , enquanto que para o perfeito leigo que só adivinha  $R = T/a$  acertos por acaso,  $p = 0$ .

Se quisermos calcular a competência média,  $\bar{p}$ , de uma classe de alunos, dos quais em cada caso uma porcentagem  $v_i$  acertou a pergunta  $i = 1, 2, \dots, T$ , então a relação (12) é substituída pela fórmula geral

$$\bar{p} = \frac{1}{a - 1} \left( \frac{a}{T} \sum_{i=1}^T v_i - 1 \right) \tag{13}$$

Weltner (1966) provou empiricamente a relação linear entre esta medida clássica do conhecimento e da informação subjetiva  $i(BT)$ , isto é de (12) e (5).

Este resultado pode ser compreendido teoricamente com facilidade. Sob as pressuposições feitas, um aluno, com competência  $p$  conforme (12), domina a parte  $pI$  da informação da matéria ensinada; portanto, o texto básico tem para ele menos informação (parte  $pI$ ) do que para o leigo:

$$i(BT) = i_l(BT) - pI \tag{14a}$$

porém tem mais informação (parte  $(1 - p)I$ ) do que para o especialista:

$$i(BT) = i_f(BT) + (1 - p)I \tag{14b}$$

Esta relação linear entre  $p$  e  $i(BT)$  é muito útil para a determinação prática de  $I$ , porque o cálculo de  $I$  pelas relações (3) e (5) pressupõe um leigo perfeito, isto é uma pessoa com competência (conhecimento mínimo)  $p_0 = 0$ . Porém, um leigo tão perfeito (ao contrário de um especialista perfeito), frequentemente não é disponível.



Por causa da (14b) é suficiente, além de um especialista, dispor ainda de uma pessoa para a qual a relação (12) resulta numa competência  $p_0$  baixa mas não necessariamente 0.

Se para ela, a informação subjetiva do texto básico for  $i_0(BT)$ , medida por exemplo conforme (7), então pela transformação de (14b) obtemos:

$$I = \frac{i_0(BT) - i_f(BT)}{1 - p_0} \quad (15)$$

### 3. ALGORITMO PARA AVALIAÇÃO DE ENSINO PELO DIAGRAMA $\beta-\eta$ .

Para colocar no diagrama  $\beta-\eta$ , uma aula ministrada para avaliar uma certa maneira de ensinar, um meio de ensino ou um programa de ensino, procedemos da seguinte maneira:

1. A matéria a ensinar é formulada de maneira concisa num texto básico BT.
2. São preparadas T perguntas que podem ser respondidas com base no texto básico e que cobrem o mesmo de maneira homogênea; a cada pergunta é oferecido o mesmo número  $a$  de respostas a escolher (por exemplo,  $a = 4$ ), da mesma probabilidade, das quais uma só, em cada caso, é certa.
3. Pedimos a um especialista (por exemplo um colega da mesma especialidade) adivinhar o texto básico de acordo com o método simplificado de Leltner (parte 3.4). Determinamos pela relação (7) a informação estética do texto básico,  $i_f(BT)$ . Se necessário, no caso de textos básicos alemães muito concisos, ela pode ser aproximada por  $N/2$ , onde  $N$  é o número de caracteres do texto básico.
4. Para todos os alunos (ou alguns voluntários), antes da aula e aplicando o teste mencionado no passo 2, determinamos o conhecimento prévio médio,  $\bar{p}_0$ , de acordo com (13).
5. Dispondo de uma pessoa sem conhecimento prévio (portanto "leigo") então, usando o método do passo 3, determinamos a informação do texto básico  $i_L(BT)$ . (Se necessário, no caso de textos básicos alemães muito concisos, ela pode ser aproximada pelo número  $N$  de caracteres do texto básico). Caso contrário, antes da aula e usando o mesmo método de adivinhação como no passo 3 para alguns alunos, para os quais devemos calcular conforme o passo 4 o conhecimento prévio  $\bar{p}_0$ , determinamos a informação subjetiva do texto básico,  $i_0(BT)$ .
6. Calculamos pela (3) a informação da matéria a ensinar,  $I$ . Se, na falta de um leigo, foi determinado um conhecimento prévio,  $i_0(BT)$ , então calculamos  $I$  pela (15); neste caso usamos para  $i_0(BT)$  o valor médio dos resultados individuais obtidos no passo 5, e para  $p_0$  o conhecimento prévio médio obtido pela (13).
7. Ministramos a aula e medimos sua duração  $t$ . (No caso de alunos que progridem com velocidades diferentes - como especialmente no uso de instrução linear programada - colocamos como  $t$  o tempo médio de aprendizado).
8. Determinamos pela (2) o valor previsto de  $C_v$ . Para alunos de 18 a 21 anos usamos o valor máximo  $C_v = 0,7$  bits/s.
9. Determinamos com o mesmo processo do passo 4, no fim da aula, a competência média alcançada,  $p_t$ .



10. Os valores de  $p_0$ ,  $l$ ,  $t$ ,  $t_v$  e  $p_t$  são usados para calcular a eficácia  $\eta$  através da relação (16) transformada como segue:

$$\eta = \frac{1}{t t_v} \cdot \ln \frac{1 - p_0}{1 - p_t} \quad (16)$$

Desta maneira determinamos o valor da ordenada no diagrama  $\beta - \eta$ .

11. Finalmente, calculamos pela relação (9) a extensão da apresentação da matéria,  $\beta$ , pelo sistema de ensino, e portanto, o valor da abscissa.

#### 4. RESULTADOS PROVISÓRIOS

Os dados disponíveis das pesquisas sobre ensino descritas na literatura, e necessários conforme a parte 4, foram medidos de maneira insuficiente ou comunicados de maneira incompleta.

Para situar as várias maneiras de ensino pesquisadas (como representativas de um sistema de ensino determinado) deveriam os resultados das comparações pareadas publicadas ser comparados entre si (Frank, 1970) o que não só levanta o problema de propagação de erros mas também exige pressuposições que só aproximadamente poderiam ser satisfeitas.

Até agora, os resultados das numerosas e estranhas pesquisas desenvolvidas por muitos pesquisadores em educação e situadas na Figura, só podem ser considerados como uma ajuda provisória para orientação.

Os pontos de medidas na Figura são indicados por abreviações que caracterizam cada tipo de ensino. A descrição após cada abreviação indica o método básico da preparação da aula didática. As abreviações significam:

- AVE = Aula audiovisual individual através de programa linear de aprendizado seguido separadamente por cada aluno.
- AVG = Aula audiovisual em pequenos grupos de alunos que aprendem com o mesmo sistema de ensino e que se entendem entre si para responder às perguntas.
- AVK = Aula audiovisual em classe na qual não é permitida qualquer comunicação entre os alunos.
- BF = Aula pela TV em estilo comum.
- K = Aula comum em classe.
- LPT = Aprendizado individual do aluno através de programa linear (ensino programado).
- PIV = Aula pela TV que segue ao máximo o estilo da instrução programada.
- PRO = Aula através de equipamento para fitas de programas (como "Skinnerbox", "Promentaboy").
- V = Aula universitária comum.
- 4a...11b = Ensino de línguas planejado de acordo com o modelo de Paderborn.
- R = Robbinsmat.
- T = Filmes falados.

Muitas vezes, o ensino pesquisado foi preparado sem usar uma estratégia especial; por exemplo, muitos programas de ensino foram instituídos intuitivamente. Estes casos são assinalados na Figura com "/o".

Um método para programação didática de programas de aprendizado, nos quais são considerados sistematicamente alguns conhecimentos sobre o comportamento do aprendiz, é a didática w-t (veja Frank/Pader, 1971, Parte 3.322).



Através deste método foi produzida uma parte dos programas de aprendizado do ensino audiovisual em classe (Cibernética, Engenharia Civil). Na Figura, este processo de programação de aulas é simbolizado por "/wt".

Arlt (1972) fez pela primeira vez experiências comparativas com programas de ensino produzidos automaticamente através de uma instalação de processamento de dados. Os algoritmos didáticos usados nesses casos (chamados "didáticas formais") foram Alzudi (.../alz), Alskindi (.../als) e Cogendi (.../c). (Estas didáticas formais e a experiência ganha com elas são apresentadas por vários autores em vários trabalhos originais e reproduzidas nos volumes 1, 2 e 4 da Coleção de Heder e Schmid, 1970/74. Exposições curtas acham-se em Frank/Heder, 1971, Parte 3.33. Uma detalhada e crítica apresentação desta tendência de trabalho de pedagogia cibernética foi publicada por Graf, 1973 e 1974).

Conforme (10), a diminuição relativa da "Incompetência" inicial,  $1 - p_0$ , expressa como

$$\mu = (1 - p_t)/(1 - p_0) \quad (17)$$

depende só do produto  $\beta\eta$ .

Por isso, as hipérbolas da Figura podem ser consideradas como curvas de igual "Efeito". Assim vista a Figura, a despeito de todas as imprecisões existentes nos dados empíricos, permite tirar as seguintes conclusões:

- (1) Embora <sup>hája</sup> uma grande diferença na extensão e eficácia entre elas, a aula preparada pela didática formal, PRO/alz, e a aula universitária, V, formam um grupo comum de pequeno efeito ao qual pertencem também, a despeito de sua alta eficácia, a aula pela TV são métodos especiais de didática, BF/o, e a aula audiovisual em classe com ensino programado, AVK/o.
- (2) A atividade individual mais forte e a individualização do aprendizado na forma de ensino em grupos, como também no ensino individual (através de autómatos audiovisuais de ensino ou através de livros de ensino programado), e também naquelas transmissões de TV que obedecem em larga escala os princípios da instrução programada, aumentam o "efeito" a despeito da falta, até agora, de métodos didáticos conscientes de programação.
- (3) A aula audiovisual em classe, preparada de acordo com os princípios didáticos wt, é comparável em "efeito" ao ensino frontal comum em classe.

##### 5. APLICAÇÃO DO DIAGRAMA $\beta\eta$ .

Como foi dito na parte 2, o diagrama  $\beta\eta$  tem dupla finalidade: permite uma avaliação de um método de ensino já em uso como também permite previsões sobre ensino que está sendo planejado. A primeira função é satisfeita quando um ponto de medida, para um tipo de ensino sob avaliação, é introduzido no diagrama  $\beta\eta$ . A avaliação é favorável em relação a um ensino comparável tanto no caso de maior eficácia, como no caso de maior extensão relativa e como também no caso de maior produto destas grandezas de conhecimento.

Sem dúvida, o novo método só deve ser julgado negativo se o resultado fôr desfavorável em todos os três valores de comparação, e não ser que haja vantagens que se situam numa dimensão que não esteja incluída no diagrama  $\beta\eta$ .



Para uma nova situação de ensino (por exemplo, uso dos mesmos programas para outros alunos, ou uso pela primeira vez de um novo sistema de ensino, especialmente de um novo programa de ensino cujo tipo já tem seu ponto representado no diagrama  $\beta\eta$ , pode ser avaliado pela experiência correspondente no diagrama  $\beta\eta$  pelo tempo necessário

$$t = \beta / C_V \quad (18)$$

Consideramos como ponto de partida de que a cada tipo de ensino corresponde um efeito relativo natural que não deve ser diminuído, porém de outro lado não é perdido ultrapassá-lo. Este efeito relativo obtemos pela transformação de (10) e (17)

$$w_{df} = (1 - p_0)/(1 - p_t) = e^{\beta\eta} = 1/\mu \quad (19)$$

havendo a possibilidade de modificar a expansão relativa sob eficácia constante para obter uma competência final exigida  $p' = p_t$  devemos usar um tempo que é obtido através da (16)

$$t = \frac{I}{\eta C_V} \cdot \ln \frac{1 - p_0}{1 - p'} = \frac{I}{\eta C_V} \ln w \quad (20)$$



05. I. 3. 1295

.....

|



MEC - Universidade Federal do Ceará

Faculdade de Educação

1º Curso de Atualização Metodológica para Docentes Universitários

Tecnologia da Educação e Recursos Audio-Visuais

Período especial 24-29 Janeiro 1972

Nº de horas de atividades: 45

Regime: tempo integral

Prof. Oswaldo Sangiorgi da USP

Tecnologia da Educação

Programa

- 1.00 - Tecnologia da Educação: Introdução + 7 hs
- 1.01. Orientação dos Trabalhos. Cronograma
  - 1.02. A importância do raciocínio lógico
  - 1.03. Origem da palavra tecnologia
  - 1.04. Esboço de uma situação histórica da tecnologia
  - 1.05. Atitudes e estereotipagens relacionadas com a TE
  - 1.06. Definição da TE
  - 1.07. Exemplificação de TE: Projeto Homecom (W. Schramm)
  - 1.08. Ligeiras distinções entre os vários títulos:
    - Tecnologia da Instrução
    - Tecnologia do Ensino
    - Tecnologia Educacional
    - Tecnologia da Educação
  - 1.09. O que a TE não é
  - 1.10. As 5 Tecnologias (ou campos de atuação da TE), segundo classificação do Prof. Ofiesh
    - Tecnologia da Comunicação
    - da Informação
    - da Instrumentação
    - do Comportamento
    - da Bioquímica e Neuro-eletrônica



MEC - Universidade Federal do Ceará

Faculdade de Educação

1º Curso de Atualização Metodológica para Docentes  
Universitários

Tecnologia da Educação e Recursos Audio-Visuais

Período especial: 24-29 janeiro 1972

Número de horas de atividades: 45

Regime: Tempo Integral

Professor Oswaldo Sangiorgi da USP

Apresentação de:

Zélia Sá V. Camurça

(F.E., U.F.C.)



2.00 - Bases Teóricas da TE

2.01. As Leis do Pensamento (Boole)

Estrutura Mental e Computador

2.02. A evolução do Pensamento científico

As contribuições de Copernico

Bruno

Galileo

Descartes

Leibnitz

Boole

Darwin

Freud

2.03. A busca científica das características universais

Mendel

Boole

Levis-Strauss

2.04. Pesquisas conjuntas em T.E.: o Grupo Piaget

o Grupo Bourdaki

3.00 - Sistema Mental.

3.01. Estruturas de ordem. definição, exemplificações.

3.02. Estruturas algébricas. definição, exemplificações.

3.02.01. Estruturas algébricas. Tipos:

monóide

de grupo

de anel

de corpo

reticulado

3.02.02. Características das estruturas algébricas de grupo

3.02.03. Propriedade das operações de grupo:

associativas (A)

elemento neutro (N)

elemento inverso (I).

3.03. Estruturas topológicas

3.04. Respectivas propriedades das várias estruturas

4.00 - Practicum: Cálculo Proposicional ou Sentencial ± 5 hs

4.01. Expressão de CP com significado em 22 língua

4.01.01. Designações

02. Proposições

03. Sentenças abertas

4.02. Convenções relativas ao trabalho com sentenças atómicas

4.03. Alguns símbolos lógicos: Os quantificadores

$\forall$  = quantificador universal

$\exists$  = quantificador existencial

$\neg$  = símbolo de negação

4.04. Outros símbolos lógicos: os conectivos

$\wedge$  = conjuntivo

$\vee$  = disjuntivo

4.05. Exercícios

4.06. Tabua de Valores (ou tabuas verdades)

4.07. Esquemática das tabuas de valores

4.08. Construção de tabuas de valores de s ntenças atómicas

4.08.01. Construção de tabuas de valores de sentenças moleculares

4.09. Interpretação das tabuas de valores

4.10. Exercícios e "Homework".

5.00 - A Informação

± 5

5.01. O que é Informação

5.02. Componentes do Processo de Comunicação

5.03. Caracterização do Processo de Comunicação

5.04. Exemplificações: monólogo, diálogo, solilóquio.

5.05. Exercícios: Representação esquemática dos sistemas

de comunicação (rádio	cartas
(cinema	conversas
(teatro	surdo x mudo
(TV	2 bilíngues
(jornal (leitura)	telefone



5.06. Matrizes da Comunicação

6.00 - Comunicação

6.01. Comunicação e Contrôlo: Homem x Homem  
Homem x Máquina  
Máquina x Máquina

6.02. A contribuição de Norbert Weiner

6.03. Teoria da Informação

6.04. Informática e Educação

6.05. Informática e Bibliotecas Brasileiras

7.00 - Cibernética e Comunicação

+ 4 hs

7.01. Origem de palavra Cibernética

7.02. Conceituação de Cibernética

7.03. Divisões da Cibernética  
(de Engenharia  
Cibernética (Psicologia (Pedagógica  
(Educação) (Linguística)

7.04. Sistemas. Analogias entre Homem e Máquina

7.05. A Circulação da Informação na Sociedade

7.06. Linguagem como meio de comunicação

7.07. Tipos de linguagem (audível (L.A.)  
(visível (L.V.)

7.08. Linguagem audio-visual: cinema e T.V.

7.07.01 "Galaxia" da L.A. = rádio

7.07.02 "Galaxia" da L.V = Imprensa

7.07.03 Linguagens: sensoriais e estruturalistas

8.00 - Instrumentação multimeios

+ 5 hs

8.01. Aplicabilidade das tabuas de valores

8.02. Sentenças e esquematização de circuitos elétricos

8.02.01 circuitos elétricos em série

8.02.02 circuitos elétricos paralelos

8.03. Circuitos acoplados

8.04. Conceito de "peso" em Informação

8.05. Quantificação da Informação; sua medida.

8.06. Probabilidade. Estatística. Unidade de Informação: O Bit

8.07. Logaritmo, Potenciação, Radiciação: instrumentais matemáticos

- 8.08. Equivalências lógicas ou Leis da redutibilidade
- 8.09. Leis de idempotencia
- 8.10. Conjuntos. Teoria dos Conjuntos. Operações entre conjuntos: intersecção, reunião e complementação
  - 8.10.1. Conjunto unitário
  - 8.10.2. Conjunto vazio
- 8.11. Momentos significativos (xi)
- 8.12. Conceito de Entropia

9.00 - Cinema e TV Educativa: Audio-visuais + 5 hs

- 9.01. Os audio-visuais no ensino
- 9.02. Quantificação do ensino
- 9.03. TV Educativa e as experiências (mundiais - Toquio  
(nacionais - Anchieta  
(estaduais - Maranhão)
- 9.04. TV Educativa. Curso de Madureza (Film)
- 9.05. TV Educativa. Projeto Vila Sesamo nº 10 (Film)
- 9.06. Estudo de grupo: Avaliação da "Vila Sesamo nº 10"
- 9.07. A aplicação dos conceitos na TV Educativa.

"hardware"

"software"

"feedback"

custos

10.00 - Exposições orais e Verificação da Aprendizagem + 8 hs.

- 10.01. Exposição oral por aluno-mestre sobre  
CIBERNÉTICA - A Biónica
- 10.02. Apresentação oral por aluno-mestre sobre  
O Jogo de Empresas
- 10.03. Exposição oral por aluno-mestre sobre  
Implantação da TV Educativa no Maranhão
- 10.04. Exposição oral por alunos-mestre sobre  
Recursos Audio-Visuais
- 10.05. Exposição oral por aluno-mestre sobre  
Instrução Programada no Maranhão
- 10.06. Apresentação de experiência por aluno-mestre sobre  
Instrução Programada no Pará



10.07. Roteiro-chave do "Curso TE por O. Sangiorgi"

Apresentação escrita por aluno-mestre

10.08. Avaliação geral-mediante questionário - do Film Vila Sesamo nº 10 (6 equipes de 10)

10.09. Verificação da Aprendizagem pelo Professor

11.00 - Instrução programada na Educação

11.01 - Conceituação

11.02 - Axiomas

#### BIBLIOGRAFIA MÍNIMA

sobre Teorias de Informação e Comunicação para o Programa de Tecnologia da Educação

1. CASTRUCCI, B. - Teoria dos Conjuntos. GEEM nº 3 - São Paulo
2. G. CHERRY - Comunicação Humana. S. Paulo, Ed. da U. de S. Paulo
3. ECCO, Umberto - Obra Aberta. Cultrix, São Paulo
4. Edwards, Elwyn - Introdução à Teoria da Informação. Cultrix. S. Paulo
5. HEGENBERG, Leonidas - Lógica Simbólica. S. Paulo. Herder. S. Paulo
6. KAPLAN Abraham - A Conduta na Pesquisa, Ed. Herder e Ed. USP
7. MOLES, Abraham - Teoria da Informação e a Percepção Estética. Cultrix
8. MILLER A. George - Psicologia de la Comunicacion - Editora Paidós, Buenos Aires
9. SANGIORGI, O. - Lógica Matemática. GEEM nº 4 - São Paulo
10. WIERNER. N. - Cibernética e Sociedade. Cultrix

#### Mimeografias distribuidas

1. FROMM Netto, S. - Análise do Comportamento Humano, Tecnologia da Educação e Instrução Programada. Pp. 2.
2. SANGIORGI, O - Algumas Informações sobre Rádio e TV Educativa em São Paulo. Circuito Fechado e Circuito Aberto. Pp. 7
3. SANGIORGI, O. - Que é Tecnologia da Educação? P. 1 e mais
4. Nome e endereço dos Participantes do Curso de Atualização Metodológica para Docentes Universitários.

Obs. Número de participantes: 60 professores universitários do Norte e Nordeste

Observação:

Este trabalho foi organizado por Zélia Sá Viana Camurça (F.E., U.F.C.)

baseado em apontamentos de classe, exclusivamente. - compilação de dados, a pedido do Professor O. Sangiorgi. Revisto pelo professor.

Fortaleza, Ceará, 28 Janeiro de 1972

Zélia Sá Viana Camurça

Zélia Sá Viana Camurça



OS. I. 3 1296

SIMPÓSIO DE LINGUÍSTICA

UMA FORMALIZAÇÃO DAS FLEXÕES DOS SUBSTANTIVOS  
COMUNS SIMPLES, NO TAXEMA NÚMERO, PARA  
AS LÍNGUAS PORTUGUESA E FRANCESA.

- Osvaldo Sangiorgi  
- Michel Aymard

da Escola de Comuni-  
cações e Artes-USP.

SÃO PAULO  
1 972



UMA FORMALIZAÇÃO DAS FLEXÕES DOS SUBSTANTIVOS COMUNS SIMPLES, NO TAXEMA NÚMERO, PARA AS LÍNGUAS PORTUGUESA E FRANCESA.

## I - PROPOSIÇÕES E DEFINIÇÕES

### I.1 - Elementos linguísticos

P.G.I.1 - Na língua portuguesa do Brasil ( $L_p$ ), existem SIGNOS LINGUÍSTICOS MÍNIMOS denominados MORFEMAS ( $m$ ).

Os morfemas podem se apresentar como LEXEMAS ( $l$ ), quando suportam conceitos ou como GRAFEMAS ( $g$ ), quando são indicadores de função.

Sejam:

L, o conjunto dos lexemas  
G, o conjunto dos gramemas  
M, o conjunto dos morfemas

Então:

$$M = L \cup G \quad (I.1)$$

P.G.I.2 - Existem em  $L_p$  signos linguísticos, que envolvem no máximo um lexema com gramemas, denominados LEXIAS SIMPLES ( $\lambda$ ).

Seja  $\mathcal{L}$  o conjunto das lexias simples

Definição: denomina-se substantivo comun simples ( $sb$ ) a toda lexia simples que designa coisa ou ser.

Indicando por  $Sb$  o conjunto dos substantivos comuns simples, vem:

$$Sb = \left\{ \lambda \mid \lambda \in \mathcal{L} \text{ e } \lambda = sb \right\} \quad (I.2)$$



P.G.1.3 - Em  $L_p$ , existem gramemas que exprimem a maneira de ser do substantivo comum simples conforme ele seja um ou vários. Tais gramemas denominam-se formantes de número ( $f$ ).

Logo:

Existem  $g$  tais que  $g = f$

Diz-se que os formantes marcam o número dos seres ou das coisas. O conjunto dos formantes é indicado por  $F$

Definição: Quando um formante exprime o fato da coisa ou do ser ser apenas um, denomina-se formante de singular ( $f_s$ ).

Indicando por  $F_s$  o conjunto dos formantes de singular, vem:

$$F_s = \{ f \mid f \in F \text{ e } f = f_s \}$$

Definição: Quando um formante exprime o fato da coisa ou do ser ser vários, denomina-se formante de plural ( $f_p$ ).

Indicando por  $F_p$  o conjunto dos formantes de plural, vem:

$$F_p = \{ f \mid f \in F \text{ e } f = f_p \}$$

Então:

$$F = F_s \cup F_p \quad (I.3)$$

Definição: Substantivo comum simples singular ( $sb_s$ ) é todo substantivo comum simples marcado por um formante  $f_s$ . Indica-se por  $Sb_s$  o conjunto deles.

Definição: Substantivo comum simples plural ( $sb_p$ ) é todo substantivo comum simples marcado por um formante  $f_p$ . Indica-se por  $Sb_p$  o conjunto deles.

Então:

$$Sb = Sb_s \cup Sb_p \quad \text{com} \quad Sb \subset \mathcal{L} \quad (I.4)$$

## I.2 - Elementos gráficos

No domínio da expressão gráfica, um  $sb$  de  $L_p$  se apresenta como uma seqüência finita de  $n$  grafemas ( $n \in \mathbb{N}$ ) escritos no sentido "da esquerda para a direita", denominado sentido da escrita. Nesta seqüência é incluído o espaço (ou branco) que segue o  $sb$  no sentido da escrita; este espaço é denominado grafema nulo e é denotado por  $0\text{-gf}$ .

O grafema do  $sb$  que precede o espaço no sentido da escrita é denominado grafema final do  $sb$  e é denotado por  $l\text{-gf}$ .

Os dois grafemas do  $sb$  que precedem o espaço no sentido da escrita são denotados por  $2\text{-gf}$ .

Os  $k$  grafemas ( $k \in \mathbb{N}$ ,  $k \leq n$ ) do  $sb$  que precedem o espaço no sentido da escrita são denotados por  $k\text{-gf}$ .

Se um  $sb$  é um  $sb_s$ , então o  $k\text{-gf}$  é denotado por  $k\text{-gf}_s$

Se um  $sb$  é um  $sb_p$ , então o  $k\text{-gf}$  é denotado por  $k'\text{-gf}_p$

O conjunto dos  $k\text{-gf}_s$  é denotado por  $\underline{K}$  com  $\underline{K} \subset Sb_s$  (I.5)

O conjunto dos  $k'\text{-gf}_p$  é denotado por  $\underline{K}'$  com  $\underline{K}' \subset Sb_p$  (I.6)

e com:

$$F_s \subset \underline{K} \quad \text{e} \quad F_p \subset \underline{K}' \quad (I.7)$$

$$(I.8)$$



Definição:

Tem-se

$$k-gf_s = k' - gf_p \iff (k = k' \text{ e } gf_s = gf_p)$$

I.3 - Leis de composição - (eliminação) e + (acréscimo)

P.G.I.4 - O taxema número opõe um taxeme singular de marca zero (formante de singular zero) a um taxeme plural cuja marca é, em geral, o grafema  $\underline{s}$  (formante de plural).

I.3.1 - Lei de composição - (eliminação):

Seja a lei de composição -, denominada eliminação, definida em  $L_p$ . Consideremos o par ordenado  $(sb_s, k-gf_s)$  onde:

$$\forall sb_s \in Sb_s \text{ e } \forall k-gf \in K.$$

O resultado da aplicação da lei de composição - a este par denomina-se invariante i

$$(sb_s, k-gf_s) \xrightarrow{-} sb_s - k-gf_s = i \quad (I.9)$$

Diz-se que pela aplicação da lei de composição - ao par ordenado  $(sb_s, k-gf_s)$  elimina-se o  $k-gf_s$  do  $sb_s$ .

O conjunto dos invariantes é indicado por I.

Esiste o  $k-gf_s$  elemento neutro da lei de composição -, o  $0-gf_s$  denotado por  $\square$ , isto é:

$$\exists \square \in Sb_s \mid \forall sb_s \in Sb_s, \text{ tem-se: } sb_s - \square = i = Sb_s \quad (I.10)$$

Então:

$$I \cap Sb_s \neq \emptyset \quad (I.11)$$

I.3.2 - Lei de composição + (acréscimo)

Seja a lei de composição +, denominada acréscimo, definida em  $L_p$ . Consideremos o par ordenado  $(i, k'-gf_p)$  onde:

$$\forall i \in I \text{ e } \forall k'-gf_p \in K'.$$

O resultado da aplicação da lei de composição + a este par denomina-se substantivo comum simples plural sb\_s.

$$(i, k'-gf_p) \xrightarrow{+} i + k'-gf_p = sb_p \quad (I.12)$$

Diz-se que pela aplicação da lei de composição + ao par ordenado  $(i, k'-gf_p)$  acrescenta-se o  $k'-gf_p$  ao  $i$

Existe o  $k'-gf_p$  neutro da lei de composição +, o  $0'-gf_p$ , denotado por  $\square'$ , isto é:

$$\exists \square' \in Sb_p \mid \forall i \in I, \text{ tem-se: } i + \square' = i = Sb_p \quad (I.13)$$

Então:

$$I \cap Sb_p \neq \emptyset \quad (I.14)$$

Por se identificarem na escrita de  $L_p$ , como o espaço depois do grafema final dos sb, temos:

$$\square = \square' \quad (I.15)$$



A aplicação, nesta ordem das leis de composição - e + denomina-se: passagem dos  $sb_s$  do taxe singular para o taxe plural por substituição do  $k-gf_s$  pelo  $k'-gf_p$ ; esta passagem é denotada: taxe singular  $\longrightarrow$  taxe plural.

## II - FATOS DA LÍNGUA PORTUGUESA

P.G. II.1 - Existem substantivos comuns simples que, por apresentarem  $l-gf_s$  como a, e, i, o ou u ou n, efetuam a passagem do taxe singular para o taxe plural por substituição do  $0-gf_s$  pelo  $l-gf_p$  s. Diz-se que a passagem do taxe singular para o taxe plural se efetua por acréscimo do  $l-gf_s$  s

Exemplos:

taxe singular $\longrightarrow$	taxe plural
(um) caderno $\longrightarrow$	(vários) cadernos
(um) menino $\longrightarrow$	(vários) meninos

Se na igualdade (I.9) fizermos  $k = 0$ , obtemos:

$$sb_s - 0-gf_s = i \quad (II.1)$$

Transportando (II.1) em (I.13), obtemos:

$$(sb_s - 0-gf_s) + k'-gf_p = sb_p \quad (II.2)$$

Logo:

$$(sb_s - \square) + \underline{s} = sb_p \quad (II.3)$$

P.G.II.2 - Existem substantivos comuns simples que, por apresentarem  $l-gf_s$  como s ou x dúplice efetuam a passagem do taxe singular para o taxe plural por substituição do  $0-gf_s$ : , pelo  $0'-gf_p$ : '. Diz-se que a passagem do  $s$   $sb_s$  do taxe singular para o taxe plural se efetua por conservação do  $l-gf_s$   
( $l-gf_s = l-gf_p$ )

Exemplos:

taxe singular $\longrightarrow$	taxe plural
(um) pires_ $\longrightarrow$	(vários) pires_
(um) cais_ $\longrightarrow$	(vários) cais_
(um) torax_ $\longrightarrow$	(vários) torax_

Logo

$$(sb_s - ) + ' = sb_p \quad (II.4)$$

Como  $\square = \square$  (I.15), podemos escrever

$$(sb_s - \square) + \square = sb_p = sb_s \quad (II.5)$$

Então

$$Sb_s \cap Sb_p \neq \emptyset \quad (II.6)$$

$$F_s \cap F_p \neq \emptyset \quad (II.7)$$

P.G.II.3 - Existem substantivos comuns simples que, por apresentarem  $l-gf_s$  como m, efetuam a passagem do taxe singular para o taxe plural por substituição do  $l-gf_s$  pelo  $2-gf_p$  ns



Exemplos:

taxa singular	→	taxe plural
(um) <u>armazem</u>	→	(vários) <u>armazens</u>
(um) <u>espadim</u>	→	(vários) <u>espadins</u>
(um) <u>som</u>	→	(vários) <u>sons</u>
(um) <u>debrum</u>	→	(vários) <u>debruns</u>

Logo:

$$(sb_s - m) + ns = sb_p \quad (II.8)$$

III) Conclusões

III.1 - Conjuntos dos formantes

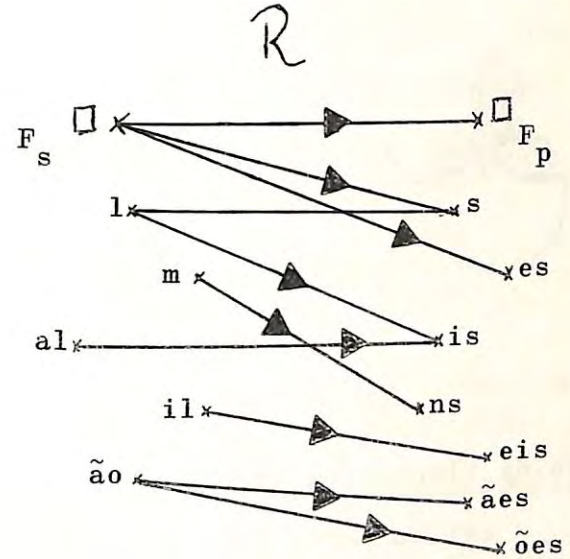
Das P.G. estudadas, infere-se que os conjuntos de formantes  $F_s$  e  $F_p$  da  $L_p$  possuem os seguintes elementos:

$$F_s = \{ \square, l, m, al, il, \tilde{a}o \}$$

$$F_p = \{ \square, s, es, is, ns, eis, \tilde{a}es, \tilde{o}es \}$$

III.2 - Relação entre os conjuntos de formantes

É o seguinte o diagrama sagital da relação  $F_s$   $F_p$ :



Os conjuntos  $F_s$  e  $F_p$  são subconjuntos de  $L_p$  e a relação de um sobre o outro não é uma aplicação (sentido da Matemática).

De certa forma, isto não é surpreendente pois  $L_p$  não resulta de uma construção matemática embora nela se encontrem estruturas matemáticas.

III.3 - Estrutura da passagem do taxe singular para o taxe plural para os substantivos comuns simples.

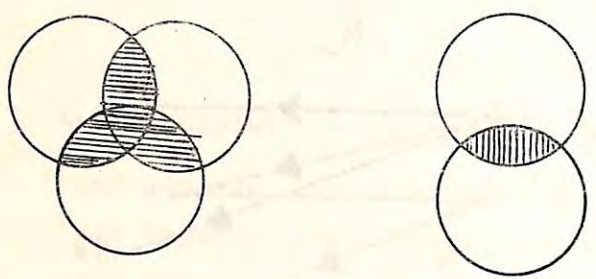
$$I \cap Sb_s \neq \emptyset \quad (I.11)$$

$$I \cap Sb_p \neq \emptyset \quad (I.14)$$

$$Sb_s \cap Sb_p \neq \emptyset \quad (II.6)$$

$$F_s \cap F_p \neq \emptyset \quad (II.7)$$





IV) - Fatos da língua francesa

O estudo feito em I permanece válido para o que se segue. Substitua-se  $L_p$  (língua portuguesa do Brasil) por  $L_f$  (língua francesa).

P.G. IV.1 - Existem substantivos comuns simples que, por apresentarem  $l - gf_s$  como a, b, c, d, e, f, g, h, i, k, l, m, n, o, p, q, r, t, ou u, efetuam a passagem do taxe singular para o taxe plural por substituição do  $0 - gf_s$  pelo  $l - gf_s$ . Diz-se que a passagem do  $sb_s$  do taxe singular para o taxe plural se efetua por acréscimo do  $l - gf_p$ .

Exemplos:

taxe singular	→	taxe plural
(um) bac_	→	(vários) bacs_
(um) pied_	→	(vários) pieds_
(um) poing_	→	(vários) poings_
(uma) fleur_	→	(várias) fleurs_

Se na igualdade (I.9) fizermos  $k = 0$ , obtemos

$$sb_s - 0 - gf_s = i \quad (IV.1)$$

Transportando (II.1) em (I.12), obtemos:

$$(sb_s - 0 - gf_s) + k' - gf_p = sb_p \quad (IV.2)$$

Logo:

$$(sb_s - \square) + \underline{s} = sb_p$$

P.G. IV.2 - Existem substantivos comuns simples que, por apresentarem  $l - gf_s$  como s, x ou z, efetuam a passagem do taxe singular para o taxe plural por substituição do  $0 - gf_s$  pelo  $0' - gf_p$ . Diz-se que a passagem do  $sb_s$  do taxe singular para o taxe plural se efetua por conservação do  $l - gf_s$  ( $l - gf_p = l - gf_s$ )

Exemplos:

taxe singular	→	taxe plural
(um) fils_	→	(vários) fils_
(um) époux_	→	(vários) époux_
(um) nez_	→	(vários) nez_

Logo

$$(sb_s - \square) + \square' = sb_p \quad (IV.4)$$

Como  $\square = \square$  por (I.15), podemos escrever

$$(sb_s - ) + = sb_p = sb_s \quad (IV.5)$$

Então:



$$Sb_s \cap Sb_p \neq \emptyset \quad (IV.6)$$

e

$$F_s \cap F_p \neq \emptyset \quad (IV.1)$$

P.G.IV.3 - Existem substantivos comuns simples que, por apresentarem 4 - gf<sub>s</sub> como oeil, efetuam a passagem do taxe singular para o taxe plural por substituição do 4 - gf<sub>s</sub> oeil pelo 4 - gf<sub>p</sub> yeux

taxe singular  $\longrightarrow$  taxe plural  
(um) oeil  $\longrightarrow$  (vários) yeux

Estabelecemos em I.2 que o substantivo comum simples se apresenta em L<sub>f</sub> como uma seqüência finita de n grafemas ou seja:

$$sb_s = n - gf_s \quad (IV.8)$$

e

$$sb_p = n' - gf_p \quad (IV.9)$$

Transportemos (II.8) em (I.9); obtemos:

$$(n - gf_s, k - gf_s) \longrightarrow n - gf_s - k - gf_s = i$$

Se agora fizermos  $n = k$ , obtemos:

$$(k - gf_s, k - gf_s) \longrightarrow k - gf_s - k - gf_s = i_0 \quad (IV.10)$$

O elemento  $i_0$ , que pertence a I, é denominado invariante nulo.

Por se identificarem na escrita de L<sub>f</sub> com o espaço :

$$i_0 = \square = \square' \quad (IV.11)$$

Logo:

$$(sb_s - oeil) + yeux = sb_p \quad (IV.12)$$

Então:

$$F_s \cap Sb_s \neq \emptyset \quad (IV.13)$$

e

$$F_p \cap Sb_p \neq \emptyset \quad (IV.14)$$

## V) Conclusões

### V.1 - Conjuntos dos formantes

Das P.G. estudadas, infere-se que os conjuntos de formantes  $F_s$  e  $F_p$  da L<sub>f</sub> possuem os seguintes elementos:

$$F_s = \{ \square, 1, il, oeil \}$$

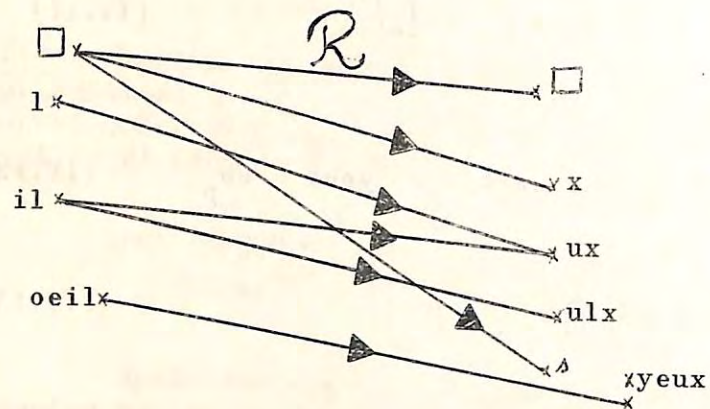
$$F_p = \{ \square, ux, x, yeux, s, ulx \}$$



## V.2 - Relação entre os conjuntos de formantes

É o seguinte o diagrama sagital da relação

$$F_s \overset{R}{\mathcal{B}} F_p :$$



Os conjuntos  $F_s$  e  $F_p$  são subconjuntos de  $L_f$  e a relação de um sobre o outro não é uma aplicação (sentido da Matemática).

De certa forma, isto não é surpreendente pois  $L_f$  não resulta de uma construção matemática embora nela se encontrem estruturas matemáticas.

V.3 - Estrutura da passagem do taxe singular para o taxe plural para os substantivos comuns simples em  $L_f$ .

$$I \cap Sb_s \neq \emptyset \quad (I.11)$$

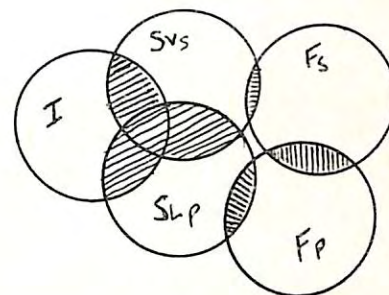
$$I \cap Sb_p \neq \emptyset \quad (I.14)$$

$$Sb_s \cap Sb_p \neq \emptyset \quad (IV.6)$$

$$F_s \cap F_p \neq \emptyset \quad (IV.1)$$

$$F_s \cap Sb_s \neq \emptyset \quad (IV.13)$$

$$F_p \cap Sb_p \neq \emptyset \quad (IV.14)$$



## VI) Conclusão final

Do exposto a respeito das flexões dos substantivos comuns simples, no taxema número, para as línguas portuguesa e francesa, deduz-se:

1) De acôrdo com os modelos considerados (Gramática Metódica da Língua Portuguesa de N. Mendes de Almeida e Grammaire Française de P. Crouzet e col.) a formalização elaborada revela revelou que, nas duas línguas, as flexões no taxema número obedecem à mesma estrutura por satisfazerem à única equação:

$$(sb_s - k - gf_s) + k' - gf_p = sb_p$$

2) Apesar da unicidade da equação obtida, constatou-se que os vários conjuntos definidos não satisfazem, nestas duas línguas latinas as mesmas operações lógicas.



OS. I. 3. 1297

A MATEMÁTICA COMO METALINGUAGEM DA  
CIÊNCIA DA LINGUAGEM

OSVALDO SANGIORGI

- 1974 -

É sabido que, em todo ato de comunicação, falamos de uma linguagem (linguagem-objeto) com auxílio de outra linguagem (metalinguagem). E, quanto mais distintas mantermos essas duas linguagens, tanto mais precisos ficarão os objetivos e a fundamentação do que se comunica.

Exemplificando: num dicionário inglês-português a linguagem-objeto é o inglês e a metalinguagem é o português. Já num dicionário português-inglês a linguagem-objeto é o português e a metalinguagem é o inglês.

É óbvio que, num dicionário da língua portuguesa, a linguagem-objeto e a metalinguagem são o próprio português, enquanto que o estudo da aritmética (linguagem-objeto), empregando o português ou inglês, ou francês.....(metalinguagem), jamais poderia ser feito usando como metalinguagem a própria aritmética.

De um modo geral, o lingüísta observa os enunciados da linguagem-objeto, formula hipóteses sobre o que ouve e o que vê e os exprime usando uma metalinguagem que lhe permita sistematizar e precisar conhecimentos, primordialmente na busca das estruturas e dos universais de uma língua.

Entre esses procedimentos a Matemática - linguagem universal por excelência- constitui uma metalinguagem específica pelo uso que faz de conjuntos, relações e estruturas na pesquisa lingüística. Generalização e abstração participam como eixo metodológico dessa metalinguagem, onde a teoria dos conjuntos, qual vasos comunicantes, fornece as chamadas informações de 1º grau do objeto lingüístico que se estuda.

A seguir, são estabelecidas as informações de 2º grau, por intermédio de relações (de ordem, de equivalência, funções particulares ...) que são desenvolvidas entre os elementos constituintes do objeto estudado.

Finalmente, são ativadas as estruturas que decorrem das propriedades dos tipos de relações encontradas, agora como informações de 3º grau.

Na verdade surgem três níveis de linguagem auxiliar: os conjuntos (metalinguagem), as relações (meta-metalinguagem) e as estruturas (metametalinguagem).

Todas as informações fornecidas por tal linguagem auxiliar podem ser quantificadas, isto é, expressas pelo quantificador universal ( $\forall$ ) e pelo quantificador existencial ( $\exists$ ). Também as relações ganham precisão com o uso das partículas lógicas do cálculo proposicional bivalente (a negação "não"  $\neg$  e os conectivos: conjunção "e" ( $\wedge$ ), disjunção "ou" ( $\vee$ ), condicional "se...então..." ( $\rightarrow$ ) e o bicondicional "...se e somente se..." ( $\leftrightarrow$ )), que permitem formalizar, no grau desejado, o estudo que se desenvolve.

Aparentemente o emprego da Matemática como metalinguagem, para estudar a ciência da linguagem, pode parecer oportuna somente no trato da lingüística quantitativa, estatística ou computacional, ou ainda, na lingüística algébrica. Na realidade o seu uso se revela particularmente significativo no estudo da língua considerada essencialmente como um conjunto de regras que constituem a competência de uma pessoa como emissora.

Assim, por exemplo, tais regras colocam uma classe ilimitada de orações à disposição do falante, das quais ele fará uso (criatividade lingüística) em situações concretas. Esse, aliás, é um dos traços mais surpreendentes da linguagem humana, pois todas as gramáticas são planejadas de tal forma que um emissor pode dizer e um receptor pode compreender orações que nunca tenham sido ditas antes.

Como toda língua agrupa suas palavras em conjuntos diferentes (partes do discurso) que se caracterizam por certas funções gramaticais pode-se, através de alguns modelos, mostrar o uso dos três níveis da metalinguagem em tela.

Por exemplo, em Português, o substantivo tem, entre outras funções, a de sujeito de uma oração e os verbos funcionam como elemento principal do predicado. Isto significa (aproveitando um exemplo de William G. Moulton, da Universidade de Princeton), que se forem dados 1.000 substantivos (água, fogo, neve, terra...) e 1.000 verbos (lavar, ferver, esfriar, sujar...) podemos formar:

$$1.000 \times 1.000 = 10^6 \text{ (um milhão!)}$$

de orações, usando o produto cartesiano (é uma operação entre conjuntos (água, ferver): A água ferve (água, lavar): A água lava  
(água, esfriar): A água esfria (fogo, sujar): O fogo suja  
.....  
(neve, ferver): A neve ferve (fogo, esfriar): O fogo esfria  
.....



cujas únicas limitações são as de cunho semântico ("A neve ferve". "O fogo esfria"...), pois embora seja possível construir orações que não devem ser empregadas num certo grau de atualidade (aparente limitação da generalização), poderão contudo ser ouvidas, normalmente, em outras épocas (quem diria em 1.500: "A Terra gira...")!

O Português permite ainda que um substantivo (moça, por exemplo) funcione não apenas como sujeito de uma oração (A moça canta), mas também como objeto de um verbo (O rapaz ama a moça). Nestas condições, dados somente 1.000 substantivos e 1.000 verbos que requeiram um objeto, podemos formar:

$$1.000 \times 1.000 \times 1.000 = 10^9 \text{ (um bilhão!)}.$$

de orações, já que cada substantivo pode funcionar de qualquer uma das duas maneiras (a ordem das palavras na oração dirá se o substantivo é sujeito ou objeto), como:

- |                      |                      |
|----------------------|----------------------|
| - O rapaz ama a moça | - A moça ama o rapaz |
| subj.                | obj.                 |

Além disso as línguas ganham flexibilidade com a transformação conhecida por inserção (da metalinguagem matemática): colocação de morfemas e palavras, não simplesmente em seqüência, mas como camadas sucessivas de construção, teoricamente sem limites:

- O rapaz ama a moça
- O rapaz bonito que ama a moça.
- O rapaz bonito de cabelos longos que ama a moça
- .....

Visto que outras inserções sucessivas podem ser acrescentadas a uma oração, não existe o que se poderia chamar "a mais longa oração", pois, por mais longa que fosse, poderíamos sempre alongá-la ainda mais, por meio de novas inserções... (a série dos números naturais é infinita!).

Que dizer do grau de generalidade (metalinguagem matemática) que representam as transformações (passiva, interrogativa, interrogativa-negativa...) aplicadas na estrutura básica de uma oração?

- O rapaz ama a moça
- A moça é amada pelo rapaz
- O rapaz ama a moça?
- O rapaz não ama a moça
- O rapaz não ama a moça?
- .....

As relações de equivalência (são aquelas que gozam das propriedades: reflexiva, simétrica e transitiva) permitem classificar os elementos de um conjunto e se constituem num importante instrumental meta lingüístico. Por exemplo, a relação

R: "x tem a mesma terminação que y" ( $x R y$ ) definida no conjunto dos verbos regulares, classifica os segundo os morfemas gramaticais - ar, -er e -ir.

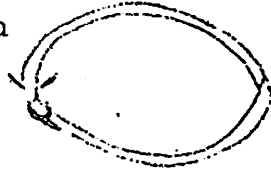
Uma relação de equivalência particiona o conjunto no qual está definida em subconjuntos disjuntos, denominados classes de equivalência, cujos elementos não são iguais mas, no que se refere à propriedade caracterizada pela relação, eles se comportam da mesma maneira.

Praticando:

$x R x$   
↓ ↓

Propriedade reflexiva

amar

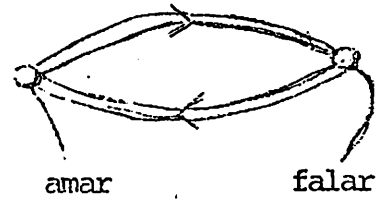


(amar tem a mesma terminação que amar)

Se  $x R y$  então  $y R x$   
↓ ↓ ↓ ↓  
amar falar falar amar

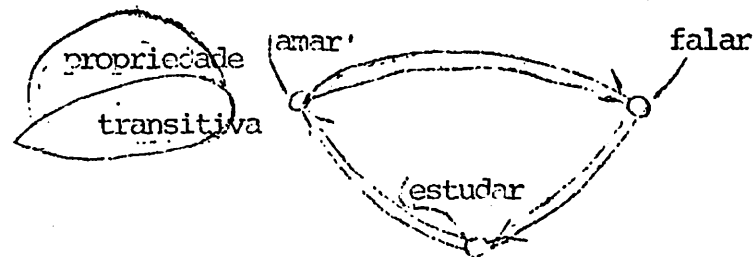
"Se amar tem a mesma terminação que falar então falar tem a mesma terminação que amar"

propriedade simétrica

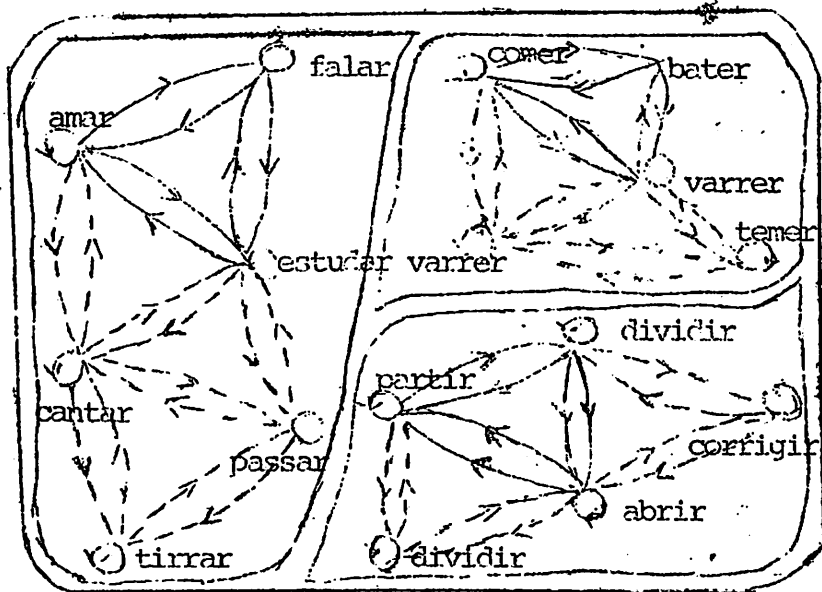


Se  $x R y$  e  $y R z$  então  $x R z$

"Se amar tem a mesma terminação que falar e falar tem a mesma terminação que estudar, então amar tem a mesma terminação que estudar."  
amar falar falar estudar amar estudar



O mesmo ocorre com os verbos regulares terminados em er (comer, bater, vender...) e os terminados em ir (partir, dividir, abrir...).





Ora, qualquer outro verbo regular, que se queira situar no conjunto dado, pertencerá necessariamente a uma das três classes de equivalência - que são bem distintas entre elas - cujos elementos se comportam da mesma maneira. Assim, se soubermos conjugar o verbo amar, saberemos também conjugar o verbo falar, estudar e todos os demais verbos "equivalentes" a amar, pois conjugar um verbo regular depende apenas de sua terminação e quanto à terminação todos os verbos de uma mesma classe de equivalência se comportam de uma mesma maneira.

Resta-nos, agora, lembrar - como a mais intensamente vivida metalinguagem matemática usada na lingüística contemporânea - as informações de 3º grau dadas pelas estruturas.

Nas gramáticas estruturais, concebidas como máquinas lógicas e denominadas gramáticas gerativas, distinguem-se três conjuntos fundamentais:

- de objetos gramaticais elementares;
- de operações que, aplicadas a objetos gramaticais elementares, geram objetos gramaticais complexos;
- de propriedades que definem a estrutura da gramática construída.

Os exemplos de gramáticas gerativas de N. Chomsky e a miniatura de língua artificial (língua "M") criada por S. K. Saunjam, possibilitam efetuar a distinção nítida das várias propriedades fundamentais das línguas naturais.

Outrossim, as gramáticas gerativas devem servir de base para a construção dos algoritmos da síntese automática e da análise da fala. Dessa maneira, a teoria das gramáticas gerativas entra em contacto com importantes campos de aplicação prática, como a criação de línguas mecânicas para máquinas de tradução automática.

Além disso, o estudo das gramáticas gerativas (estruturais) reabre, em outro nível, o tradicional problema das relações entre línguas e pensamento, onde a metalinguagem matemática permite estabelecer modelos de gramáticas de línguas naturais e de línguas abstratas para a informação mecânica.

Osvaldo Sangiorgi  
 Universidade de São Paulo  
 Escola de Comunicação e Artes.  
 Cidade Universitária - Butantan, S.P.

OS. I . 3 . 1298

## A MATEMÁTICA COMO METALINGUAGEM DA CIÊNCIA DA LINGUAGEM

OSVALDO SANGIORGI

É sabido que, em todo ato de comunicação, falamos de uma linguagem (linguagem-objeto) com auxílio de outra linguagem (metalinguagem). E, quanto mais distintas mantermos essas duas linguagens, tanto mais precisos ficarão os objetivos e a fundamentação do que se comunica.

Exemplificando: num dicionário inglês-português a linguagem-objeto e a metalinguagem são o próprio português. Já num dicionário português-inglês a linguagem-objeto é o português e a metalinguagem o inglês.

É óbvio que, num dicionário da língua portuguesa, a linguagem-objeto é o inglês e a metalinguagem é o português, enquanto que o estudo da aritmética (linguagem-objeto), empregando o português, ou o inglês, ou francês, ... (metalinguagem), jamais poderia ser feito usando como metalinguagem a própria aritmética.

De um modo geral, o lingüista observa os enunciados da linguagem-objeto, forma hipóteses sobre o que ouve e o que vê e os exprime usando uma metalinguagem que lhe permita sistematizar e precisar conhecimentos, primordialmente na busca das estruturas e dos universais de uma língua.

Entre esses procedimentos a Matemática — linguagem universal por excelência — constitui uma metalinguagem específica pelo uso que faz de *conjuntos, relações e estruturas* na pesquisa lingüística. Generalização e abstração participam como eixo metodológico dessa metalinguagem, onde a teoria dos conjuntos, qual vasos comunicantes, fornece as chamadas *informações de 1.º grau* do objeto lingüístico que se estuda.



A seguir, são estabelecidas as *informações de 2.º grau*, por intermédio de relações (de ordem, de equivalência, funções particulares,...) que são desenvolvidas entre os elementos constituintes do objeto estudado.

Finalmente, são ativadas as estruturas que decorrem das propriedades dos tipos de relações encontradas, agora como *informações de 3.º grau*.

Na verdade surgem três níveis de linguagem auxiliar: os *conjuntos* (metalinguagem), as *relações* (metametalinguagem) e as *estruturas* (metametametalinguagem).

Todas as informações fornecidas por tal linguagem auxiliar podem ser quantificadas, isto é, expressas pelo quantificador universal ( $\forall$ ) e pelo quantificador existencial ( $\exists$ ). Também as relações ganham precisão com o uso das partículas lógicas do cálculo proposicional bivalente (a negação "não"  $\neg$  e os conetivos: conjunção "e"  $\wedge$ , disjunção "ou"  $\vee$ , condicional "se...então..."  $\rightarrow$  e o bicondicional "...se e somente se..."  $\leftrightarrow$ ), que permitem formalizar, no grau desejado, o estudo que se desenvolve.

Aparentemente o emprego da Matemática como metalinguagem, para estudar a ciência da linguagem, pode parecer oportuna somente no trato da lingüística quantitativa, estatística ou computacional, ou ainda, na lingüística algébrica. Na realidade o seu uso se revela particularmente significativo no estudo da língua considerada essencialmente como um *conjunto de regras* que constituem a competência de uma pessoa como emissora.

Assim, por exemplo, tais regras colocam uma classe ilimitada de orações à disposição do falante, das quais ele fará uso (criatividade lingüística) em situações concretas. Esse, aliás, é um dos traços mais surpreendentes da linguagem humana, pois todas as gramáticas são planejadas de tal forma que um emissor pode dizer e um receptor pode compreender orações que nunca tenham sido ditas antes.

Como toda língua agrupa suas palavras em conjuntos diferentes (partes do discurso) que se caracterizam por certas funções gramaticais pode-se, através de alguns modelos, mostrar o uso dos três níveis da metalinguagem em tela.

Por exemplo, em Português, o substantivo tem, entre outras funções, a de sujeito de uma oração e os verbos funcionam como elemento principal do predicado. Isto significa (aproveitando um exemplo de William G. Moulton,

da Universidade de Princeton), que se forem dados 1.000 substantivos (água, fogo, neve, terra...) e 1.000 verbos (lavar, ferver, esfriar, sujar...) podemos formar:

$$1.000 \times 1.000 = 10^6 \text{ (um milhão!)}$$

de orações, usando o produto cartesiano (é uma operação entre conjuntos):

(água, ferver): A água ferve	(água, lavar): A água lava
(água, esfriar): A água esfria	(fogo, sujar): O fogo suja
.....	.....
(neve, ferver): A neve ferve	(fogo, esfriar): O fogo esfria
.....	.....

cujas únicas limitações são as de cunho semântico ("A neve ferve", "O fogo esfria"...), pois embora seja possível construir orações que não devem ser empregadas num certo grau de atualidade (aparente limitação da generalização), poderão contudo ser ouvidas, normalmente, em outras épocas (quem diria em 1.500: "A Terra gira...!").

O Português permite ainda que um substantivo (moça, por exemplo) funcione não apenas como sujeito de uma oração (A moça canta), mas também como objeto de um verbo (O rapaz ama a moça). Nestas condições, dados somente 1.000 substantivos e 1.000 verbos que requeiram um objeto, podemos formar:

$$1.000 \times 1.000 \times 1.000 = 10^9 \text{ (um bilhão!)}$$

de orações, já que cada substantivo pode funcionar de qualquer uma das duas maneira (a ordem das palavras na oração dirá se o substantivo é sujeito ou objeto), como:

— O rapaz ama a moça	— A moça ama o rapaz
subj.	obj.

Além disso as línguas ganham flexibilidade com a transformação conhecida por *inserção* (da metalinguagem matemática): colocação de morfemas e palavras, não simplesmente em seqüência, mas como camadas sucessivas de construção, teoricamente sem limites:

- O rapaz ama a moça
- O rapaz bonito que ama a moça.
- O rapaz bonito de cabelos longos que a ama a moça

Visto que outras inserções sucessivas podem ser acrescentadas a uma oração, não existe o que se poderia chamar "a mais longa oração", pois, por mais longa que fosse, poderíamos sempre alongá-la ainda mais, por meio de novas inserções... (a série dos números naturais é infinita!).

Que dizer do grau de generalidade (metalinguagem matemática) que representam as transformações (passiva, interrogativa, interrogativa-negativa...) aplicadas na estrutura básica de uma oração?

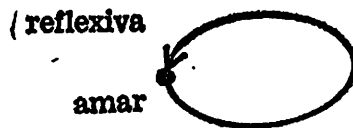
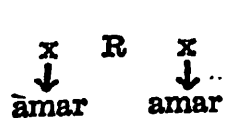
- O rapaz ama a moça
- A moça é amada pelo rapaz
- O rapaz ama a moça?
- O rapaz não ama a moça
- O rapaz não ama a moça?
- .....

As relações de equivalência (são aquelas que gozam das propriedades: reflexiva, simétrica e transitiva) permitem classificar os elementos de um conjunto e se constituem num importante instrumento metalingüístico. Por exemplo, a relação

R: "X tem a mesma terminação que y" ( $x R y$ ) definida no conjunto dos verbos regulares, classifica-os segundo os morfemas gramaticais — ar, — er e — ir.

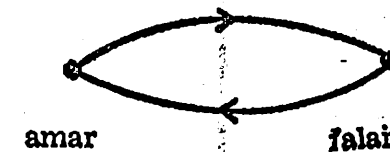
Uma relação de equivalência particiona o conjunto no qual está definida em subconjuntos disjuntos, denominados classes de equivalência, cujos elementos não são iguais mas, no que se refere à propriedade caracterizada pela relação, eles se comportam da mesma maneira.

Praticando:



Se  $x R y$  então  $y R x$   
 $\downarrow \quad \downarrow \quad \downarrow \quad \downarrow$   
 amar falar falar amar

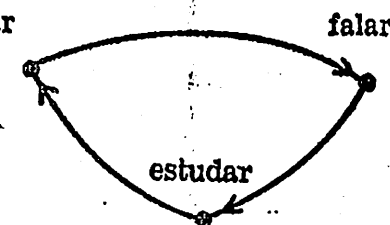
simétrica



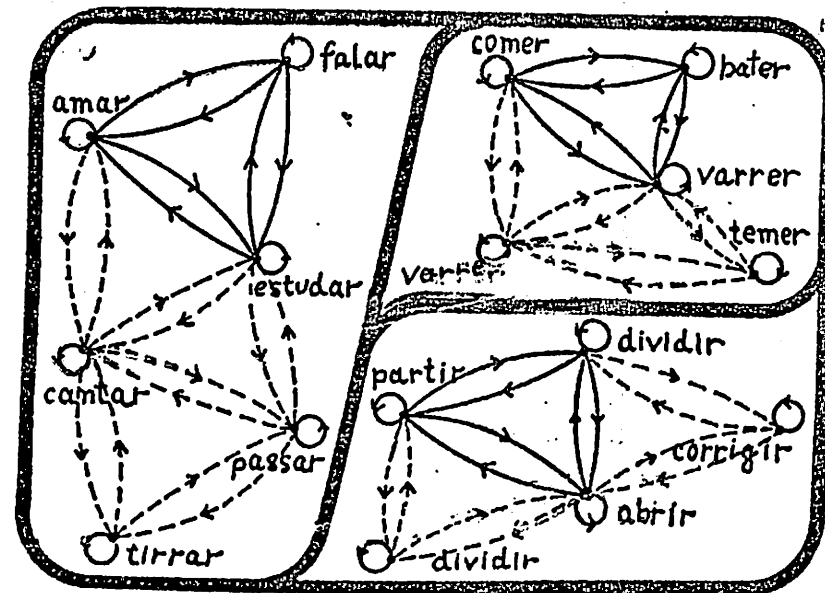
Se  $x R y$  e  $y R z$  então  $x R z$

amar falar falar estudar amar estudar

transitiva:



O mesmo ocorre com os verbos regulares terminados em er (comer, bater, vender...) e os terminados em ir (partir, dividir, abrir...).



Ora, qualquer outro verbo regular, que se queira situar no conjunto dado, pertencerá necessariamente a uma das três classes de equivalência — que são bem distintas entre elas — cujos elementos se comportam da mesma maneira. Assim, se soubermos conjugar o verbo amar, saberemos também conjugar o verbo falar, estudar e todos os demais verbos “equivalentes” a amar, pois conjugar um verbo regular depende apenas de sua terminação e quanto à terminação todos os verbos de uma mesma classe de equivalência se comportam de uma mesma maneira.

Resta-nos, agora, lembrar — como a mais intensamente vivida metalinguagem matemática usada na lingüística contemporânea — as informações de 3.º grau dadas pelas estruturas.

Nas gramáticas estruturais, concebidas como máquinas lógicas e denominadas gramáticas gerativas, distinguem-se três conjuntos fundamentais:

- de objetos gramaticais elementares;
- de operações que, aplicadas a objetos gramaticais elementares, geram objetos gramaticais complexos;
- de propriedades que definem a estrutura da gramática construída.

Os exemplos de gramáticas gerativas de N. Chomsky e a miniatura de língua artificial (língua “M”) criada por S. K. Saumjam, possibilitam efetuar a distinção nítida das várias propriedades fundamentais das línguas naturais.

Outrossim, as gramáticas gerativas devem servir de base para a construção dos algoritmos da síntese automática e da análise da fala. Dessa maneira, a teoria das gramáticas gerativas entra em contacto com importantes campos de aplicação prática, como a criação de línguas mecânicas para máquinas de tradução automática.

Além disso, o estudo das gramáticas gerativas (estruturais) reabre, em outro nível, o tradicional problema das relações entre línguas e pensamento, onde a metalinguagem matemática permite estabelecer modelos de gramáticas de línguas naturais e de línguas abstratas para a informação mecânica.

OSVALDO SANGIORGI  
 Universidade de São Paulo  
 Escola de Comunicações e Artes  
 Cidade Universitária — Butantan, S. Paulo

1	<i>O Tagmema</i>
1.1	Origem do Tagmema de Pike
1.2	A Analogia Bloomfieldiana
1.3	Definição do Tagmema
1.4	“Slots”
1.5	Classes de “Fillers”
1.6	Diferenças entre Análise I-C e Análise Tagêmica
2	<i>O Sintagma</i>
2.1	Manifestação minimal-maximal
2.2	Definição do Sintagma
3	<i>Trimodalismo</i>
3.1	Modalidades semi-autônomas
3.1.1	Fonologia
3.1.2	Morfologia
3.1.3	Léxico
3.2	Modalidades: L.S./M.F.D.
3.2.1	Manifestação
3.2.2	Traços
3.2.3	Distribuição
3.3	A Língua como Partícula-Onda-Campo
3.3.1	Partícula
3.3.2	Onda
3.3.3	Campo
3.4	A Equação do Trimodalismo
3.4.1	Partícula — Traços
3.4.2	Onda — Manifestação
3.4.3	Campo — Distribuição
3.5	Análise descritiva da Língua
4	A Representação de Tagmemas em Construções
5	Níveis Típicos da Gramática
5.1	Nível da Sentença



OS. I. 3 1298

1298

*[Faint, illegible text, likely bleed-through from the reverse side of the page]*

Teoria da Informação  
Matematização de Modelos Linguísticos

Oswaldo Sangiorgi - Escola de Comunicações e Artes - USP  
Abril, 1974

A formalização da linguística, tal como é entendida pela Matemática, deve ser recebida com entusiasmo mas também com ponderação. Com entusiasmo, pois a linguagem Matemática permite aos linguístas enunciarem suas teorias com mais rigor e precisão. Com ponderação, pois o uso dessa metodologia, que explodiu das duas componentes: Saussure Hjelmslev - Jakobson (europeia) e Schleicher - Bloomfield - Chomsky (americana), tem criado problemas complexos de comunicação entre os estudiosos de línguas.

A Matemática ajuda a fundamentar cientificamente o estudo da Linguística. Possibilita a criação de modelos de gramáticas, inspirados nos princípios de formalização consagrados pela Matemática de todos os tempos, em oposição à gramática como a conhecíamos um catálogo de modos corretos de expressão, que se preocupava muito mais com os valores dos elementos de um dado conjunto que com as várias possibilidades de relações entre eles.

A rígida normatividade gramatical impedia a pesquisa das relações possíveis (o que a língua popular sempre fez), mesmo quando elas atendiam os aspectos formais da teoria da comunicação. Até mesmo uma Semântica Formal, concebida por Greimas como um problema real da inteligibilidade do mundo humano, tem apresentado, com Ullmann, Fodor e Benet, pesquisas alicerçadas num eixo metodológico matemático.

Uma velada luta entre ilustres filólogos e os criadores de modelos linguísticos das gramáticas formais ou gerativas tem sido registrada, variando de intensidade conforme o pronunciamento de uma das partes porque a reação da outra.

Isto não só é uma constante em toda a história das ciências como é desejável para a afirmação da Linguística como ciência que está atingindo a sua maioridade.

Não é a sentença do filólogo português Sr. José Gonçalo Herculaniano de Carvalho, de que "estamos abandonando rapidamente uma cultura humanista para nos transformarmos num mundo de técnicos

insensíveis, homens que não contestam, não interrogam" e que "se limitam a cumprir suas funções programadas matematicamente por computadores eletrônicos" que nos preocupa. (Fora assim, e os estudiosos de ontem, apesar de terem recebido invejável cultura humanística, não permitiriam que as crianças de hoje soubessem que a Terra está girando em torno do Sol e que o homem já chegou a Lua, graças aos progressos contínuos da Cibernética que abrange todos os ramos do conhecimento humano, inclusive o da Lingüística).

Já se foi o tempo em que o estudioso escolhia Letras para cortar o estudo da Matemática... e vice-versa.

São bem conhecidos os resultados iniciais da aplicação da Matemática à Lingüística na concepção de modelos.

A Glossemática, designação dos lingüistas dinamarqueses Hjelmslev e Uldall, há mais de 30 anos permitiu a construção de modelos lingüísticos de nível matemático, por dar ênfase a conjuntos, relações e estruturas, com destaque à forma em oposição à substância, num verdadeiro tratamento lógico-matemático. Com a ajuda de um número restrito de elementos e com auxílio do modificador "não" e dos conectivos lógicos: "e", "o", "se... então..."... se e somente se...", estabeleceram-se relações entre esses elementos e, a seguir, relações acerca das primeiras relações (língua e metalingüagem).

(Assim, por exemplo, na Glossemática não se definem "vogais" como determinados tipos de sons e "consoantes" como outros tipos de sons, para depois falar da distribuição desses sons dentro das sílabas de uma determinada língua particular. Estabeleceram-se, sim, as várias relações possíveis entre as partes de uma sílaba: aquelas que satisfazem determinados tipos de relações são chamadas de vogais e as outras, que satisfazem outros tipos de relações, consoantes, independentemente do tipo de sons envolvidos.

Cabe, pois, ao lingüista descobrir, no estudo de uma língua particular, se ela apresenta vogais e consoantes, como elementos que satisfaçam aquelas relações definidas. Poderá, inclusive, deduzir que ela não apresenta tais elementos.

Já a gramática gerativa transformacional, introduzida pelo norte americano Chomsky, propiciou, a partir de 1956, a criação de modelos lingüísticos, usando de uma rigorosa formalização lógico-matemática, numa abertura de resultados que ainda estão



sendo pesquisados mas que, sem dúvida, abriu novos caminhos não são para o aprimoramento do aprendizado das línguas de maneira mais econômica e eficiente (vide os livros didáticos modernos) como também para novos rumos estruturais de outras ciências (psicologia, astrologia,...).

Empregando quantificadores ( $\exists, \forall$ ), a negação e os conectivos lógicos (conjunção, disjunção, condicionais e bicondicionais), relacionou as estruturas profundas com as estruturas da superfície de uma determinada língua. O modelo básico de Chomsky parte de existência de uma estrutura constituinte representada pelas regras lógicas (leis do pensamento) de produção de estruturas profundas. O sistema é gerativo por fazer uso finito de infinitos meios.

Ao nível da estrutura profunda  $\forall$  que refletem as propriedades básicas do pensamento (Álgebra de Boole) as línguas pouco diferem. Variam, porém, amplamente, ao nível da estrutura de superfície (interpretações semânticas). As pesquisas de Greimas, acerca de significação, acrescentam uma nova estrutura  $\forall$  a da manifestação -, que juntamente com as estruturas profunda e de superfície de Chomsky produzem e organizam os significantes. As gramáticas concebidas como máquinas lógicas são gramáticas gerativas, por utilizarem a mesma dinâmica da construção uma teoria formalizada em matemática.

É possível, portanto, construir uma gramática e até uma linguagem artificial, a partir de modelos linguístico-matemáticos. A sensação que um linguísta sente diante de uma gramática concebida como "máquina lógica" é a mesma que a de um matemático ao enfrentar uma axiomática de Peano ou de Hilbert. Ele partirá de conceitos primitivos (um conjunto de objetos

lhantes, caso existam. É, pois, a partir de modelos de línguas artificiais simples que se pode estudar, com profundidade, as estruturas de uma língua natural. 6.

Presentemente, uma das aplicações de maior importância desses fatos é a tradução automática (máquina de traduzir) de uma língua natural em outra língua natural, mediante o uso de uma língua artificial que estabelece uma correspondência entre as estruturas das duas línguas dadas.

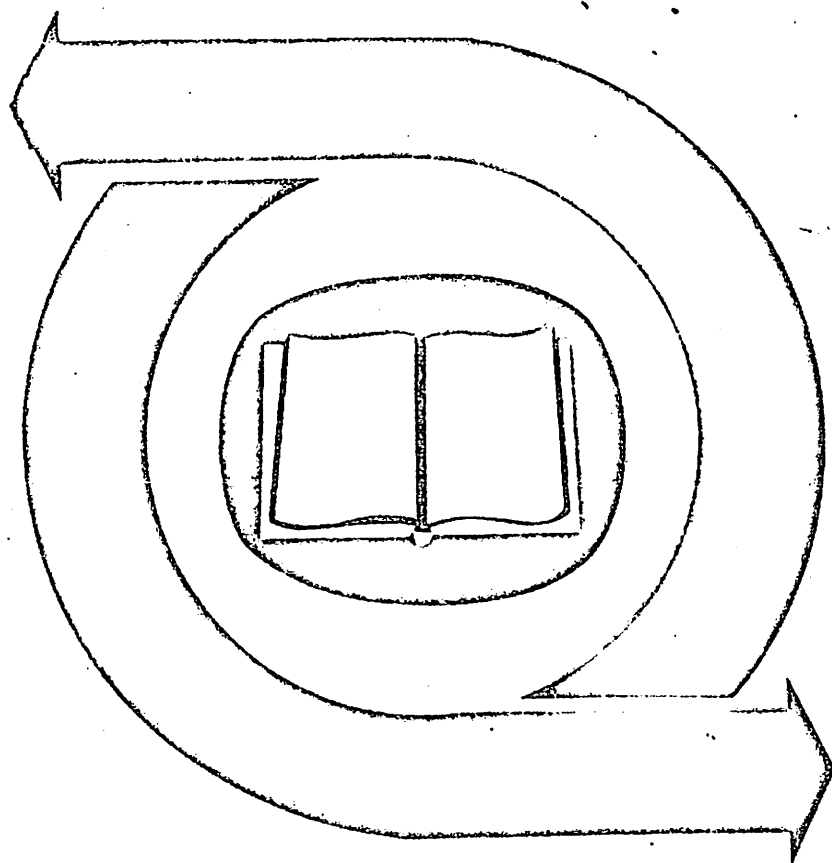
OS. I. 3. 1299

12



# ILCE-UNESCO

Instituto Latinoamericano de la Comunicación Educativa



Documento Básico

Mesa Redonda  
"Televisión en la Educación  
Media Básica"

México, D.F. 25 al 30 de Noviembre 1974

Resumo do documento: CURSOS SUPLETIVOS PELA TELEVISAO DESENVOLVIDOS NO BRASIL  
apresentado pelo Prof. Dr. Osvaldo Sangiorgi, da Fundacao  
"Padre Anchieta" de Sao Paulo

(Lei 5.692, 11/8/71)

Inicialmente foi feito um resumo do sistema educativo brasileiro a fim de poder situar a educacao média-básica e o correspondente tratamento pela televisao, que é o objeto principal do temário da Mesa Redonda sobre Televisao Educativa na America Latina.

Ensino do 1º grau

séries: 1a, 2a, 3a, 4a, 5a, 6a, 7a e 8a

Idade....: 7, 8, 9, 10, 11, 12, 13 e 14 anos

Ensino do 2º grau

1a, 2a e 3a

15, 16 e 17 anos

ensino médio-básico

Todo o ensino nao regular que visa, principalmente, dar oportunidade de estudar aos jovens ou adultos que nao o fizeram em epoca oportuna (por uma série de circunstancias) recebe o nome de SUPLETIVO e os exames de avaliacao, em processos especiais, EXAMES SUPLETIVOS (antigo EXAMES DE MADUREZA, art. 99 da Lei de Diretrizes e Bases)

A seguir foi exposto um pequeno histórico das experiencias de televisao e radio educativos em Sao Paulo, Brasil, a partir de 1960 até a criacao da Fundacao "Padre Anchieta" - Centro Paulista de Radio e TV Educativa, em 1967.

Mantida pelo Governo do Estado de Sao Paulo, a Fundacao "Padre Anchieta" dedica-se, exclusivamente, a producao e emissao de programas de televisao e radio, nao comerciais, nas áreas de educacao e cultura. Conta com uma estacao de televisao (TV Cultura, Canal 2, que transmite em VHF) e uma estacao de radio (Radio Cultura, que opera simultaneamente em ondas médias, ondas curtas e frequencia modulada, de prefixo ZYE-419, e frequencia modulada com som estereofonico 88,9 MHz. O Canal 2 atinge cerca de 85% da populacao total do Estado (que é de 25 milhes de habitantes) e cobre cerca de 80% da área estadual (que é de 250.000 km<sup>2</sup>).

Na área da televisao a TV Cultura emite diariamente programas das 12h às 24h, sendo presentemente um terco dessa programacao em cores. A Radio Cultura inicia a sua programacao às 6h da manha e vai ate as 24h. Em dias uteis, um terco da programacao da TV-2 corresponde a programas estritamente educativos.

A Fundacao "Padre Anchieta" possui edificios próprios num total de 10.000 m<sup>2</sup> de construo (atualmente) em área de 50.000 m<sup>2</sup> de sua propriedade, bem como transmissores de Televisao e Radio, em áreas que totalizam mais de 100.000m<sup>2</sup> nas cercanias de Sao Paulo, Capital.

Em seguida foram descritos os Cursos produzidos e emitidos pela Fundacao Padre Anchieta, que é hoje um Centro Nacional de Producao de TV e Radio, pois, alem de alinhar sua própria programacao de televisao e radiofonica, fornece programas tanto de televisao como de radio a maioria das emissoras do Pais, tendo em vista a Portaria 408 do Governo Federal que obriga as emissoras comerciais a emitirem 5h, no mínimo, por semana, de programas educativos. Atualmente, cerca de quatrocentas pessoas trabalham na Fundacao, alem de professores contratados da Secretaria da Educacao e da Universidade de Sao Paulo, para os diversos projetos que desenvolve, alem de colaboradores eventuais, como atores, locutores, etc..

Foram descritos, e completados com exibicao de filmes, os seguintes projetos relativos ao assunto em foco pela Mesa Redonda:

~~XXXXXXXXXXXXXXXXXXXX~~

1. CURSO SUPLETIVO DE 12 GRUPO - BÁSICO MÉDIO (Antigo MADUREZA GINASIAL)

Objetivo fundamental: atender a preparação e qualificação de jovens e adultos que não tiveram escolaridade regular

Quantificação: 450 programas de 20 minutos cada, produzidos em 1970/71, cobrindo as seguintes áreas:

Português, Matemática, Ciências Físicas e Biológicas, História, Geografia, Educação Moral e Cívica

O Curso é desenvolvido num período de 45 semanas e contém programas de Preparatório (10 programas) que abordam aspectos sobre a metodologia a ser empregada, aspectos psicológicos que mostram ao telealuno "como estudar" e uma sumula dos conteúdos a serem tratados.

Foi observado que a produção do Curso Supletivo, por sinal o primeiro produzido pela Fundação "Padre Anchieta", resultou de pesquisas e de estudos na busca do projeto prioritário, dentre os inúmeros ~~aspectos educacionais~~ necessidades educacionais que se apresentavam e que exigiam a aplicação de novas tecnologias para enfrentar com êxito os problemas acumulados pela educação convencional.

41.000 alunos acompanharam o Curso, regularmente inscritos na ~~Fundação~~ Divisão de Ensino da Fundação e cerca de 6.000 inscreveram-se nos 180 telepostos (Centros de Recepção Organizada) com controle e ~~avaliação~~ avaliação no processo, através do Setor de Telepostos da Fundação. Os Telepostos, classificados nos tipos: A (pertencentes à Fundação), B (pertencentes a instituições diversas: particulares, paróquias, clubes, etc...) e C (pertencentes a instituições públicas) distribuíram-se pelo Interior e Capital

Como material de apoio foram exibidos fascículos (algumas amostras) do total de 40 que compõem o Curso e redigidos por especialistas sob a supervisão da Divisão de Ensino. Também foi ressaltada a participação da Rádio Cultura como apoio, tendo em vista os 450 programas radiofônicos correspondentes emitidos em horários compatíveis com os da Televisão e que tem servido como excelente reforço para os alunos que acompanham o Curso.

Foi destacada o papel comunitário desempenhado pelos Telepostos e mostrados exemplos de organizações (redação de jornal mural, formação de biblioteca do Teleposto, excursões e competições esportivas, ...) providas dos próprios telealunos. Para os alunos que obtiveram as maiores notas em cada uma das disciplinas dos Exames Supletivos de 1972, foram oferecidas pela Governação do Estado ~~premiadas~~ como prêmio, pela aplicação que tiveram, uma viagem ao México. Também os monitores, responsáveis pelos Telepostos que abrigavam os telealunos vencedores, foram contemplados com o mesmo prêmio.

Ainda foi observado a grande participação que teve o Curso Supletivo junto aos telepostos instalados em Presídios e Hospitais públicos, ~~permitindo~~ permitindo a uma grande contingente de pessoas receber educação que dificilmente poderiam obter se não contassem com um sistema de ensino teleeducativo.

Os filmes exibidos e comentados (Matemática-69, Português-71) receberam do público uma calorosa aceitação que se traduziu em pronunciamentos elogiosos sobre a produção pedagógica e técnica dos mesmos.



## 2. PROJETO TELESOLA

Objetivo fundamental: utilizacao da televisao conjugada com o ensino em sala de aula, com acompanhamento científico diário do progresso de cada aluno.

Quantificacao: 60 programas de Ciências e Matemática, ao nível da 5a. série do 1º grau;  
60 programas de Ciências e Matemática, ao nível da 6a. série do 1º grau

O Projeto Telescola representa o marco de um Sistema Estadual de Teleducao, através da ~~inter~~ interacao das Secretarias de Educacao do Estado e do Municipio com a Fundacao Padre Anchieta.

Nos dias úteis, alunos e seus professores recebem, através da televisao, nas próprias salas de aula, emissoes especialmente planejadas nas áreas de Matemática e de Ciências (1973 : 50 classes de 5a. série, escolhidas da rede oficial de Ensino, envolvendo 100 professores efetivos e 2.000 alunos ; 1974: 50 classes de 5a.série e 50 classes de 6a.série, envolvendo 200 professores e 4.000 alunos)

O projeto conta com a participacao intensa de especialistas professores da Secretaria da Educacao do Estado, que, juntamente com pessoal especializado da Fundacao "Padre Anchieta", orienta, supervisiona e avalia o projeto, além de participar em numerosas outras atividades relacionadas com o mesmo.

As mensuracoes sao realizadas diariamente junto á rede escolar (pré-teste, antes do programa e pós-teste, depois da emissao do programa) e evidenciam resultados uniformemente positivos, no sentido de que os resultados em cada pós-teste foram superiores aos do pré-teste correspondente.

O filme exibido (Matemática-14) recebeu efusiva aprovacao do plenário.

## 3. CURSOS SUPLETIVOS PROFISSIONALIZANTES

05. T. 3. 1300

*Fundação Padre Anchieta - Centro Paulista de Estudos e Pesquisas em Educação*  
TV 2 CULTURA — RÁDIO CULTURA

São Paulo, 21 de Novembro de 1974  
Of. c. nº 896/PR/74

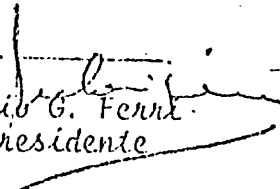
AO  
INSTITUTO LATINO-AMERICANO  
DE COMUNICAÇÃO EDUCATIVA  
ILCE / UNESCO

Prezados Senhores:

Tenho o prazer de dirigir-me a V.Sas. a fim de informar que o Prof. Dr. Osvaldo Sangiorgi foi indicado para representar esta Fundação Padre Anchieta / durante a realização da Mesa Redonda sobre Televisão Educativa e Educação Médica Básica, que o Instituto Latino Americano de Comunicação Educativa - ILCE/UNESCO promove-  
rá na cidade do México, de 25 a 30 do mes em curso.

Agradecendo a atenção de V.Sas., subscrevo-me,

Cordialmente,

  
Prof. Dr. Antonio G. Ferraz  
Diretor Presidente



OS. T. 3. 1301

UNIVERSIDADE DE SÃO PAULO

INSTITUTO DE MATEMÁTICA E ESTATÍSTICA

IV CURSO DE VERÃO

1 9 7 5

(Christiane Choffrut)

**DISCIPLINA:** INTRODUÇÃO AS TEORIAS DA INFORMAÇÃO E DA CODIFICAÇÃO

**PROGRAMA:** 1. Noções de incerteza e medida de informação. 2. Códigos (finitos) que geram um subgrupo livre. Caracterização. Algoritmo de Sardinas e Paterson. Caso particular: códigos prefixos (regulares). 3. Códigos corretores de erros (códigos verificando a paridade do código BCH).

(\*\*)

**PRÉ-REQUISITOS:** Elementos de Álgebra, de Probabilidades e de Teoria de Automata Finitos.

**POPULAÇÃO A QUE SE DESTINA:** Qualquer estudante de computação em nível de pós-graduação.

**HORÁRIO:** 4as. e 5as.: 9 às 12 hs.

**BIBLIOGRAFIA:** Information Theory, ASH, R., J. Wiley & Sons.

**DISCIPLINA:** INTRODUÇÃO AOS PROCESSOS ESTOCÁSTICOS ESTACIONÁRIOS

**PROGRAMA:** Processos com momentos de 2a. ordem finitos. Processos com incrementos ortogonais. Processos estacionários. Generalização e aplicação: processos vetoriais, harmônicos e campos homogêneos; sistemas lineares.

(\*\*)

**PRÉ-REQUISITOS:** Curso de Probabilidades, de preferência em nível intermediário (ou avançado) ou curso de Processo Estocástico.

**HORÁRIO:** 3as. e 4as.: 9 às 12 hs.

**BIBLIOGRAFIA:** H. Cramér & M.R. Leadbetter, Stationary Related Stochastic Processes, Wiley, 1967.

**CURSO DE EXTENSÃO UNIVERSITÁRIA PARA DOCENTES DE MATEMÁTICA NO CURSO SECUNDÁRIO - DE 06 A 31-01-1975**

**PROGRAMA:** A. Curso de Geometria

1. O plano euclidiano e o espaço vetorial  $\mathbb{R}^2$ ,
2. Distância e Separação. Isometrias de  $\mathbb{R}^2$ ,
3. Axioma das Paralelas.

B. Palestras

**BIBLIOGRAFIA:** E.E. Moise, Elementary Geometry from an advanced stand point; J. Dieudonné, Algèbre Linéaire et Géométrie Elementaire.

**HORÁRIO:** 2as, 3as, 5as, e 6as: das 14 às 16 hs: curso de Geometria  
16 às 17 hs: palestras  
das 12 às 14 ou 17 às 19 hrs: exercícios

(\*) = extensão universitária

(\*\*) = pós-graduação

IME - USP

- Introdução às Teorias da Inf. e Codificação
- Prova-Trabalho de Aproveitamento

Entrega até 12/1/75

Para cada um dos dois conjuntos finitos seguintes, prove ou disprove que ele é um código. Se ele não for um código, dê uma palavra com duas decomposições possíveis.

100  
1110  
1011  
0001  
11100  
11011  
10000  
010010  
A

10  
11  
000  
100  
001  
0101  
1101  
B

Mostre que para B a resposta é imediata (isto é não precisa do algoritmo de Sardinas e Patterson)

II Seja  $s$  ( $2 \leq s \leq 12$ ) a soma obtida lançando duas vezes um dado. Qual o número mínimo de "sim ou não" perguntas para adivinhar  $s$ ?

\* III Seja  $A \in \Sigma^*$ ,  $B \in \Delta^*$  dois códigos ( $\Sigma$  e  $\Delta$  são quaisquer). Suponhamos  $|A| = |\Delta|$  e seja  $\alpha: \Delta \rightarrow A$  uma bijeção qualquer entre  $\Delta$  e  $A$ . Mostre que  $C = \alpha(B) \in \Sigma^*$  é um código. (escreveremos  $C = B \otimes A$ )

Ex:  $A = \{0, 01, 11\}$   $B = \{a, bb, bc, cb\}$   
 $\alpha(a) = 0$   $\alpha(b) = 01$   $\alpha(c) = 11$   
 $C = \{0, 0101, 0111, 1101\}$



- B é prefixo  $\Rightarrow B \otimes A$  é prefixo
- A é prefixo e B prefixo completo  $\Rightarrow B \otimes A$  é prefixo
- A prefixo e B prefixo  $\Rightarrow B$  é prefixo
- B  $\otimes$  A prefixo  $\Rightarrow B$  prefixo
- B  $\otimes$  A prefixo completo  $\Leftrightarrow A$  e B prefixos completos

IV. Ache um código  $A \subseteq \{0,1\}^6$  que contenha 3 palavras ( $A = \{w_1, w_2, \dots, w_3\}$ ) tal que

$$\forall w_i \neq w_j \quad d(w_i, w_j) \geq 3$$

Mostre que não existe nenhum código  $A \subseteq \{0,1\}^6$  satisfazendo essa condição e possuindo 9 palavras.

V. Explique (em umas quinze linhas) o teorema de Shannon.

VI. Um suburbio A tem 2/3 da população de um outro suburbio B.

Em A 5% da população usa o taxi como meio de transporte, 50% o carro e 45% o onibus.

Em B as proporções são respectivamente 1%, 10%, 89%.

Qual a informação dada sobre a pertinência a A ou B pelo meio de transporte usado?

*Carloff*

05. T. 3. 1302



Panel de  
Tee. Ed

DOC. 294

B-5, 1971

Third International Congress  
on Mathematical Education



Exhibition of 22 August 1978

Proceedings of the  
Third International Congress  
on Mathematical Education



## B 5 A Critical Analysis of the Use of Educational Technology in Mathematics Teaching

Reporter: R. Heimer, USA

Chairman: E.D. Nichols, USA

Coordinator: H. Stever, FRG

Short Papers: J. Hunter, GB; K.-A. Keil, FRG; F. Nestle, FRG;

O. Sangiorgi, Brazil; S.A. Sloan, USA

### B 5.1

#### SURVEY-ABSTRACT BY THE REPORTER

The interpretation of educational technology as it is employed in this report will refer to '... the media born of the communications revolution which can be used for instructional purposes alongside the teacher, textbook, and blackboard'. The rationale for this approach is that the media of interest, including films, filmstrips and slides, television, and computers have entered education independently, and still operate more in isolation than in combination.

The *book* was the major technological advance of five centuries ago, and just as it had a revolutionary effect on education as it had existed up to that time, many educators feel that recent technological developments, particularly those involving computers, have the potential for equal or greater impact on the educational enterprise. The cause for such optimism, of course, is a direct outgrowth of the pedagogical attributes of the newer technologies, and a list of most of the important ones is given below:

(1) Media can do things - can create learning situations - that cannot otherwise be accomplished (like bringing current events into the classroom).

(2) Media can be used to present information in a variety of ways, which best meet particular learning objectives.

(3) By varying the medium, information can be presented to groups of many differing sizes - from individuals to national audiences - and it can be presented simultaneously to those differing audiences.

(4) Media can make learning more effective by increasing the realism, the dynamics, and the attitudinal impact of information; it can increase the motivation to learn.

(5) Some media, such as television, can make the best teachers and learning situations available to more students than would otherwise be possible.

(6) Media can extend common limitations of the learning situation by reinforcing and expanding the experience and background of teacher and student. In addition, they can extend limitations imposed by school plant and geographical location.

(7) Media can allow for individualization of curricula by presenting the same information, or variations, to different students at different times.

(8) Media can allow students to work under many situations without teacher guidance or supervision, freeing the teacher for individual assistance.

(9) Education can be made more efficient by using media to direct information to some people in shorter-than-conventional periods of time.

(10) Some educational objectives can be realized more economically by using media rather than by conventional means.

(11) The demands on our educational system require that every possible means of upgrading education be explored. The use of media forces educators to examine their goals and objectives more closely than before.

Each individual medium (technology) has its own special pedagogical capabilities and limitations, and so the educator must be aware of them in order to effectively plan for their use, either singly or in association.



The non-computer-related technologies of special interest are films, filmstrips, cassette tapes, video recordings, television and radiovision. The pedagogical attributes and potentials of these media are somewhat different. In the case of *films*, the major advantages are the prospects for increasing motivation, for providing students with experiences which they could not otherwise enjoy, for incorporating the illusion of motion through the technique of animation, and for making use of time-lapse photography and microcinematography.

Generally speaking, however, films do not provide *responsive* learning environments; that is they are not built to accept, or respond to, student inputs nor are they designed so as to be capable of making 'real time' adjustments based on the reactions of the learners who are viewing them. The proper incorporation of films into classroom settings, therefore, necessitates considerable planning and preparation on the part of the teacher. So, too, do the problems of setting-up and operating conventional film projection equipment, and collectively these matters have served as somewhat of a deterrent to the wider use of films for the purpose of teaching. Fortunately, the development of the 8mm cartridge projectors during the 1960's has helped ameliorate the problem.

Mathematics teachers seem to make more use of *filmstrips* than motion pictures, a circumstance that can be accounted for in part by the fact that filmstrips are cheaper and easier to store, access, and use than films. Another possible reason for this state of affairs is that many topics in mathematics must, by their very nature, be developed in a particular sequence. When a filmstrip is being shown, each frame can be viewed or discussed as long as necessary, the teacher can stop and answer questions as they arise, and the strip can be backed up, if desired, to examine previous frames. Filmstrips are flexible in that they can be used with an entire class, or they can be used on an individual basis. Some filmstrips also are coordinated with sound recordings, a combination which provides for an even richer learning environment. Individual or groups of students can employ such instructional packages in much the same way as cartridge films.

Essentially, most of what has been said about filmstrips applies to the 35mm *slide* technology. While the actual storing and handling of slides is a bit more cumbersome than filmstrips, the slide technology does have the special virtue of permitting changes and additions to teaching sequences on an ad hoc basis. Though there has been a continuing development of mathematical films and filmstrips, there is a distinct trend toward the construction of *multi-media* learning packages, and a long-term prognosis would seem to call for their increased development and use.

Fundamentally, *television* enjoys the same basic pedagogical characteristics as motion picture films. The conditions and pedagogical considerations undergirding the use of television in the classroom are somewhat different from the use of films, however. 'Film is a medium that is used by the teacher and is under his control. Television, at a national level, is essentially a medium that uses the teacher'. The point is that the teacher, or school, that wishes to make use of a television program must arrange class schedules to conform to broadcast times, and generally must build other aspects of the instructional program around the broadcasts; thus, television imposes a more rigid structure on the classroom and the teacher. One major consequence of this fact is that there is a need for considerable classroom materials in support of television broadcasts.

On the surface, the importance of the visual dimensions of learning and using mathematics would suggest that radio technology would have a very minor impact on mathematics education, but the concept of *radiovision*, radio accompanied by slides for classroom use, is on the rise, and promises to be an effective means to reach students in far-flung areas who are out-of-reach of other broadcast or basic communications media. Indeed, there are a multitude of important television and radiovision projects now underway in various parts of the world, and there is good reason to believe that these media could play important roles in the improvement of educational systems in the developing parts of the world where rapid educational progress is sought.

The computer-related technologies of concern are computer-managed instruction and computer-assisted instruction. *Computer-managed*

*instruction* (CMI) is one of the most rapidly growing uses of the computer in education. As the term suggests, this type of computer support utilizes the computer as a manager; student achievement assessment, management of classroom learning, student records, and information retrieval typically are considered to fall within the sphere of CMI. It is clear, therefore, that the CMI concept is associated with two of the major current pedagogical concerns of the educational enterprise, namely *accountability* and the *individualisation* of instruction. It follows that to the extent that these concerns remain in the forefront of educational thought, CMI would be expected not only to become increasingly sophisticated but also to become more and more of a potent force in the conduct of classroom instruction and learning.

The term *computer-assisted instruction* (CAI) as it is used here refers to the employment of a computer as a teaching machine, performing the functions of *tutor*, *tester* and *exerciser* (drill and practice). The pedagogical features of CAI, therefore, are essentially those attributed to programmed instruction by the futurists of twenty years ago. CAI certainly can offer the student an opportunity to proceed on an individual basis - in terms of content, in terms of pace, and in terms of learning mode. It can offer the opportunity to break down the customary monolithic educational units which start and end at specified points in time and which everyone must conform to. It can offer a highly interactive (responsive) learning environment that is capable of making 'real time' (adaptive) adjustments in conformance with individual learning outcomes. It can offer opportunities to engage in sophisticated forms of acquisition of student performance data and their analysis, and thereby remove much of the record-keeping routine that often prevents a teacher from being able to attend to the actual business of teaching. Computer-managed instruction and computer-assisted instruction constitute educational ideas that are still in their infancy, however, and thus the many analyses and prognostications that are now being put forward concerning them and their potentials for impact must be tempered by this fact.

In conclusion, there are several noticeable trends in the deve-

lopment and uses of media:

(1) There has been a massive and continuing improvement in the 'hardware' associated with the various technologies. A few years ago, projectors or video-tape recorders, for example, were operated by audio-visual specialists or by a few adventuresome teachers, but rarely by the learners themselves. All this has changed. Most of the hardware now being used has automatic controls and can easily be operated by students or teachers. Computers are also gradually becoming more accessible for day-to-day use in classrooms.

(2) Trends in the production of audio-visual materials have paralleled those of equipment. Films, filmstrips and slides, for example, are now being produced in great numbers to fulfill specific instructional needs.

(3) The applications of instructional television continue to grow, and it is becoming commonplace for many countries to offer instructional programs on a national basis. It is to be expected that the developing countries of the world will adopt such a practice.

(4) Methods of instruction are tending toward a greater emphasis on personalized learning, which, in turn, imposes the necessity for a much greater degree of flexibility. It is in this regard that technology seems to hold its greatest potential.

In 1972, the Carnegie Commission on Higher Education published a report entitled 'The Fourth Revolution' in which the role of technology in education is explored. The title of the report was derived from Eric Ashby's observation that four great revolutions have occurred in education. According to Ashby, the *first* revolution took place when the task of education for the young was shifted in part from parents to teachers and from home to school; the *second* revolution was the adoption of the written word as a tool of education; the *third* revolution was the invention of printing and the widespread availability of books; and the *fourth* revolution was the development of electronics, notably radio, television and the computer, though the computer is distinctly the imperative in the fourth revolution. This is the idea of par-

amount importance in any analysis of the contemporary technologies; the computer with its vast potential for impact is center stage.

## B 5.2

### DISCUSSION-SUMMARY BY THE COORDINATOR

About 60 participants attended the plenary sessions. The panel included the following participants:

H. Fiedler (FRG), W. Fraunholz (FRG), G. Chastenet de Géry (F), R.T. Heimer (reporter; USA), J. Hunter (GB), D.R. Lichtenberg (USA), S. Schuster (USA), H. Stever (coordinator; FRG).

R.T. Heimer's report was structured as follows:

- (1) A general view of technology and its import for mathematical education.
- (2) A critical analysis of the individual technologies, their pedagogical attributes and trends in their uses.
- (3) A synthesis and critical analysis of the past, present and future of educational technology in mathematics teaching.

The report was first discussed in the panel. The members of the panel made short statements along with critical remarks, additions and suggestions. No essential criticism was levelled at the general lines of the report. However, according to *Fraunholz* the following fundamental problem of educational technology had been neglected: How should/could the media be used in education, and where and when will teachers be trained to teach by using media? A contribution by *D.R. Lichtenberg* was concerned with the quality of the available teaching films. He estimated that at most 30% of the audio-visual media based on films could be used for teaching purposes. The question of the quantitative aspect of the use of such media was answered by the audience with a hint at a study conducted in 1974 by the 'Institut für Film und Bild' in Munich. Drawing on his own experience, *S. Schuster* analysed the reasons for the poor pedagogical quality

of educational films. In this connection *H. Stever* raised the question of finding a quality standard for evaluating films used in mathematics instruction. A further point which was unclear was the availability of studies on the differences between the pedagogical potentialities of slides, on the one hand, and of films on the other as seen from the point of view of the learner's behaviour. *S. Schuster* elucidated the potentialities of films referring to good examples, while *J. Hunter* advocated that only the positive aspects of the various media be used which could be done in an optimal way by producing multi-media learning sequences. A project headed by *J. Hunter* is based on this approach. Finally, *G. Chastenet de Géry* drew the attention of the participants to the problems of CAI. In his opinion, the feasibility of group work with CAI should influence the pedagogy of mathematics.

At this point, the panel discussion was terminated in order to give the general assembly an opportunity to discuss the report and the contributions by the panel members.

At the beginning of the *second session*, short communications on various problems and projects related to educational technology were submitted and discussed. *J. Hunter* reported on the 'Computer-Assisted Learning (CAL) Project in Mathematics at the University of Glasgow'. *K.-A. Keil* reported on his experience with the use of ready made computer programmes in mathematics education. *F. Nestle* analysed the reasons for the neglects of educational technology in teacher education, whereas *O. Sangiorgi* reported on experiments made in Brazil in including TV in a multi-media system for teaching mathematics. A special aspect of CAI was presented by *S.A. Sloan* in his contribution 'A Proven Use of the Computer to Improve Mathematics Skills and Teaching'.

All contributions were closely related to the report, so that the discussion of the short communications should serve as a continuation of the discussion of the first session, which, accordingly, needed not be continued separately. The discussion of the second session was also influenced by the poster session which had taken place the day before.

The main results of the discussion of R. T. Heimer's report, the short communications, and the poster-session may be summed up in the following theses, which found wide acceptance among the panel:

(1) There is a lack of subject-oriented pedagogical conceptions regarding different media. In most cases intuition serves as a substitute for a theoretical foundation. From the technological standpoint there are hardly any problems, from the pedagogical point of view there are many problems, all of them unsolved.

(2) A general criticism of educational technology in mathematics education is not possible. Only particular products can be criticized.

We cannot report here to the last detail the numerous aspects raised in the discussion sketched above. In spite of the fact that the pedagogical problems were often in danger of being overpowered by the technological aspects, there was a fruitful exchange of views on different approaches to the pedagogical use of the numerous possibilities of educational technology in mathematics teaching.

## B 6

### The Interaction between Mathematics and Other School Subjects (Including Integrated Courses)

Reporter: H.O. Pollak, USA

Chairman: J. Rosenmüller, FRG

Coordinator: W. Blum, FRG

Short Papers: U. Beck, FRG; P. Bhatnagar, India; B. Dudley, GB;  
P. Häussler, FRG; Z. Usiskin, USA

#### B 6.1

##### SURVEY-ABSTRACT BY THE REPORTER

The purpose of this report is to present an overview of the educational implications of the applications of mathematics. This means, first of all, that we must understand what actually goes on in the relationship between mathematics and other disciplines. We shall then use the systematic framework we will have developed in order to examine worldwide trends and issues in the teaching of the usefulness of mathematics.

In discussions of applied mathematics, a large amount of unnecessary difficulty is sometimes created by unspoken disagreements on the definition. We find it necessary to think in terms of *four* different definitions:

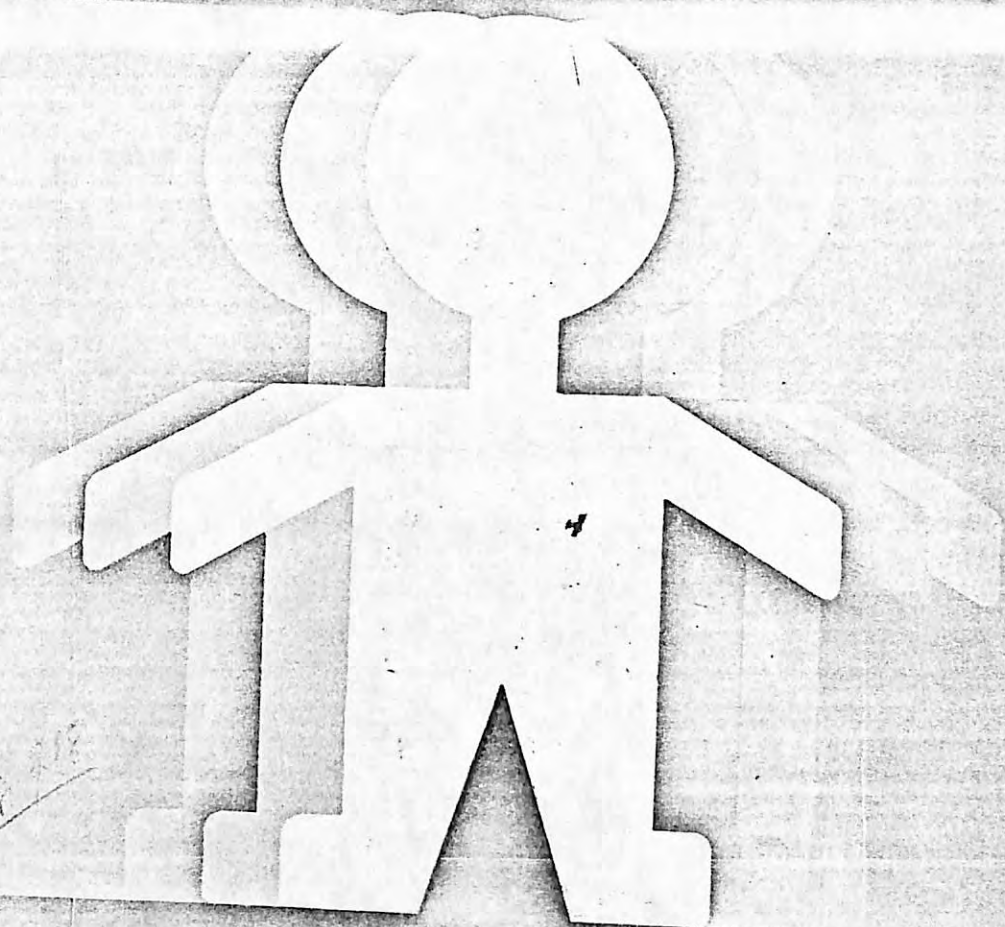
(1) Applied mathematics means classical applied mathematics, that is, the classical branches of analysis, parts of which apply to physics.

(2) Applied mathematics means all mathematics that has significant practical applications. This includes everything that has been considered world-wide for elementary and secondary school, almost everything at the tertiary level and much graduate mathematics. In this view, and in the eyes of many people, probability, statistics, linear algebra and computer science are as important as classical analysis.



05. I. 3. 1303

CAMARA DOS DEPUTADOS



A REALIDADE  
BRASILEIRA DO  
MENOR

BRASÍLIA 1976

PROF. OSVALDO SANGIORGI  
*Professor da Universidade Mackenzie e  
da Universidade de São Paulo*

Nos países desenvolvidos, as crianças passam mais tempo nas escolas. No Brasil, lamentavelmente, são educadas na escola da rua.

Metade da população brasileira tem menos de 20 anos de idade, e 1/4 desta população é constituída de menores abandonados.

Além do reduzido horário escolar, a evasão contribui para o abandono do menor. Da 1ª para a 2ª série, o abandono é de 56%; da 1ª para a 3ª, de 59%; da 1ª para a 4ª, de 73%. Destes 73%, grande percentagem está se "educando" na escola da rua.

A UNESCO declarou que o cidadão atual precisa de, no mínimo, 12 anos de escolarização para, modestamente, habilitar-se a sobreviver. Diante disso, a Constituição brasileira ficou obsoleta quanto ao limite de idade do trabalho do menor.

Poderíamos estabelecer uma filosofia de atendimento. Para uma experiência a longo prazo, poderíamos providenciar, para cada 30 novos brasileirinhos que chegassem, uma sala de aula, mais um professor, uma média de 5 ou 6 horas de trabalho nessa sala de aula, um leito hospitalar, etc.

Só um plano assistencial à família e ao menor poderia estancar o mal na fonte.

*Diretor - Pres.*

Os meios de transporte envolve o menor de

Os veículos de transporte envolvem os menores conscientizando a

A prevenção é necessária, mas deve ser feita pelo Governo.

A terapia do menor deve ser feita pelo

Seria melhor estabelecer a responsabilidade dos pais e dos menores que nela trabalham, e não seu aproveitamento

05. I. 3. 1304



2.1.7

TV AS A COMPONENT IN A MULTI-MEDIA SYSTEM FOR TEACHING  
MATHEMATICS

On Junior-High-School level, for children aged 11 to 15.  
1976

Communication presented by Prof. Dr. Osvaldo Sangiorgi,  
University of São Paulo. (Escola de Comunicações e Artes).

1. Generalities:

Can Mathematics be taught through television?

This question is contained in another one: can a TV-lesson (a didactical television programme) be characterized as a valid teaching instrument, as a real contribution to the main process of learning?

It is self-evident that, starting from an appropriate dosage, which should take into consideration the specific necessities of a defined public, the contents of a lesson of Mathematics can be transmitted through television, as it happens with the contents of the most diversified areas of human knowledge.

The question to be asked is not whether a TV-lesson would be able to substitute the conventional lesson, as taught by a normal teacher under normal classroom conditions in an average school, but whether the TV-lesson can be given an instrumental function as part of an educational technology, through which the pupil is confronted with a multi-media system, one of its elements being the TV-lesson. Television in itself, even when transmitting pure educational programmes, has a certain power of fascination. It sends messages which add verbal and visual impacts. By using an appropriate language, it is able to make every TV-pupil feel that he is the particular addressee of the message.

On the other hand it can be hoped that television should attain a high level of efficiency as teaching instrument, because it can skilfully combine practically all known audio-visual media.

Therefore, any TV-lesson can display a variety of resources which would be difficult to find even in the best of schools. Within a context of this kind, the discussion about the role of the teacher and the means for upgrading his efficiency loses much of its significance if it is not previously asked what grade of importance the teacher has in the whole of the learning process.

The right question is: Up to what point is the teacher, who is considered the principal agent of the learning process, being substituted by other agents for the transmission of knowledge, the formation of personality and the integration into society?

This is one of the principal parameters of the "Telescola"-Project. As it will be shown in the following description, this project teaches Mathematics through television without dispensing with the teacher. In fact, the producing staff includes a group of teachers of Mathematics, pedagogues with specialization in evaluation, supervisors, text authors and TV producers.

The whole project includes 120 lessons, distributed along 4 years, covering the 5th., 6th., 7th. and 8th school grades. It is being received in a network of about 50 public schools in São Paulo and it is the first systematic attempt of integrating conventional classroom teaching and TV education in Brazil.

## 2. Evolution of the project: (Project Telescola)

There were three starting points for this project:

- a) the need for more and better information and experience in the area of Sciences (Mathematics and Physical and Natural Sciences) both for teachers and pupils, as well as for new teaching technology;

- b) the possibility of putting at the reach of the conventional school network the unquestionable multiplying power of TV;
- c) the urgency of a democratization of learning.

And there were three institutions involved in the development of the project:

- a) Fundação Padre Anchieta, the São Paulo Centre for Educational Radio and TV, financed by the Government of São Paulo, who produced and transmitted the programmes through Channel 2 (TV Cultura) and collaborated in the evaluation process.
- b) The Secretary of Education of the State of São Paulo and
- c) The Secretary of Education of the City of São Paulo, who organized a network of 50 schools, with classes of the 5th. To 8th. grades and nominated the staff of teachers of Mathematics and Sciences, as well as specialists in Educational Psychology, Pedagogical Orientation and Evaluation Strategies.

### 3. Objectives and development of the Course:

The courses cover the whole subjects of Mathematics and Sciences of the 5th. to 8th. grades, i.e., classes integrated by children aged 11 to 15. The whole plan comprehends:

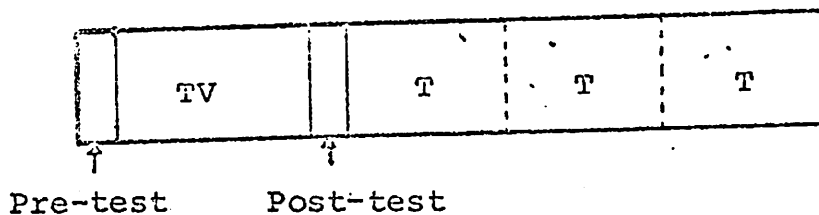
- 30 lessons of Mathematics and 30 lessons of Sciences for the 5th. grade;
- 30 lessons of Mathematics and 30 lessons of Sciences for the 6th. grade;
- 30 lessons of Mathematics and 30 lessons of Science for the 7th. grade;
- 30 lessons of Mathematics and 30 lessons of Sciences for the 8th grade.

The main aim of the TV-lesson is to offer basic information (concepts and/or operations), essential for the level to which they are destined, in order to supply the fundamental needs of the pupils.

In order to take account of the individual differences of both pupils and teacher, the latter, who are supposed to know directly the resources and possibilities of his pupils, will be in charge of deepening, directing and orienting the

development of the different themes which are first taught through TV.

Schematically, the course is developed following a weekly cycle like this:



TV                  Each weekly cycle starts with a pre-test, followed by the TV-lesson which introduces all the mathematical (or science) concepts needed. This is immediately followed by a post-test. Up to this point there has been no active participation of the teacher.

T                  The next three classes are conducted by the teacher. He will work with the class on problems and enforce the learning of the concepts introduced and their relationships and implications.

4. Scheme of the development of production

The annexed scheme shows the flow of production and evaluation of each TV-lesson, from its origin (the text written by the author), passing through the control of pedagogical orientation and through the execution by the group of producers and technicians, up to the reception at school, which is followed by the corresponding evaluation and feed-back.

5. Printed material:

The "teacher's guide" which precedes each TV-lesson has two main purposes:

a) To inform the teacher about the aims of the TV-lesson (i.e., about the final behaviours which are wished), to give him the key for the correction of pre and post-tests and to indicate a succinct bibliography for the programme.

b) To suggest activities related with the subject of the



lesson, and which can be developed within the three classes to be conducted by the teacher, following the TV-lesson.

6. Evaluation:

Taking into account the kind of public to which the programmes are destined, the following evaluation instruments and proceedings were adopted in order to control the efficiency of the TV-lessons:

a) Pre-test: It is applied some minutes before the transmission of the TV-lesson, without any didactical interference of the teacher, and aims at the knowledge of the input behaviour of the pupils in connexion with the specific teaching objectives aimed at in the following TV-lesson. The obtained data (% of correct and incorrect answers) indicate the degree of knowledge of the public on a certain subject and help to prepare a diagnosis of the population.

b) Post-test: It is applied immediately after the transmission of the TV-lesson and aims at the control of the measure in which the output behaviour of the public (manifested as knowledge acquired through the TV-lesson) can be related with each of the specific teaching objectives. Thus, the post-test, as compared with the pre-test, is a measure of the efficiency of the TV-lesson in attaining the objectives.

c) Evaluation cards: These cards are filled by teachers and supervisors immediately after the transmission of the TV-lessons and should reflect their opinion on the same, in order to supply additional information for the interpretation of data obtained from tests.

d) Group Meetings: Teachers, Supervisors and Pedagogical Orientators meet regularly in order to discuss the development of the system. The results of these discussions constitute a very important feed-back source, especially for the producers.

All information obtained by these instruments help to inter-

pret quantitative data, and to localize and explain the failures and successes of the system. In detail, statistical treatment of the obtained information can give data on the most suitable duration of the TV-lesson, on the density of its contents, on lack or excess of plastic elements, adequacy of language, legibility of visual material, etc.

The main aim of this evaluation system is to establish minimal patterns of acceptability for the TV-lessons as components of the system.

7. Final results:

When comparing the performance of those classes which utilize TV-lessons with those who, in the same schools, do not use them, the following results could be gathered in 1975:

Grade	Pupils passed in Mathematics	
	TV-classes	Other classes
5th.	84.0%	75.0%
6th.	85.1%	81.0%
7th.	82.4%	81.5%

Notes: 1) In several of the schools which utilized the system, TV-classes were formed by repetitioners, rebelling pupils, i.e., by so-called "problematic pupils".

2) TV-lessons for the 8th. grade are being transmitted only since 1976.

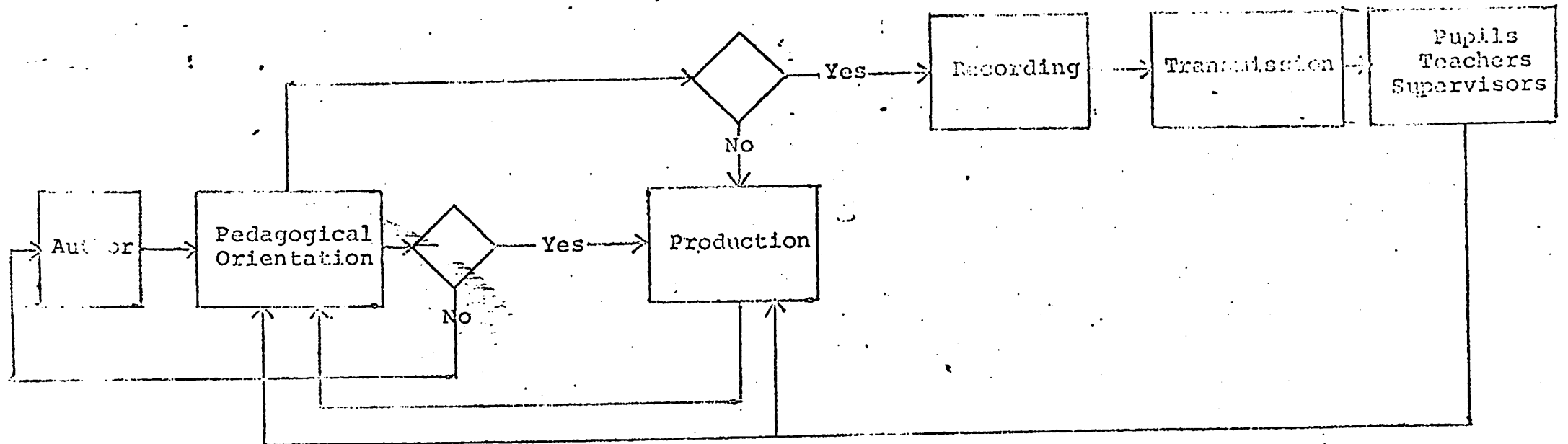
These results allow to conclude that MATHEMATICS CAN BE TAUGHT THROUGH TELEVISION, i.e., that the contents of a Mathematics lesson can be vehiculated through TV. There is a great trend among pupils for preferring TV-lessons, which confirms the attractiveness of the media, based upon the multiplicity of resources that can be used.

Although it does not forego the teacher, TV grants a grade of efficiency to the process of teaching, which is higher than that granted by conventional methods, as the comparison of the obtained data shows.

ANNEXES

01. The TELESCOLA System
02. Supervisor's observation card
03. Teacher's observation card
04. Tabulation card for data obtained in class
05. Grouping of data obtained in class, for the Quantitative Analysis of TV-lessons 14 and 24
06. Grouping of information obtained through observation cards, for the Qualitative Analysis of TV-lessons 14 and 24
07. Teacher's guide for TV-lesson 14, 6th. grade
08. Pre and post-test for TV-lesson 14, 6th. grade
09. Teacher's guide for TV-lesson 24, 7th. grade
10. Pre and post-test for TV-lesson 24, 7th. grade

ANNEX 1.





05. I. 3. 1305



FUNDAÇÃO PADRE ANCHIETA - CENTRO PAULISTA DE RÁDIO E TV EDUCATIVA  
DIVISÃO DE ENSINO - PROJETO TELESCOLA 1976 -  
FICHA DE OBSERVAÇÃO DO PROFESSOR

ESTABELECIMENTO: \_\_\_\_\_

DISCIPLINA: \_\_\_\_\_ SÉRIE \_\_\_\_\_ DATA: \_\_\_\_/\_\_\_\_/\_\_\_\_

PROFESSOR: \_\_\_\_\_ SUPERVISOR: \_\_\_\_\_

TÍTULO DA TELEAULA: \_\_\_\_\_

I - OBJETIVOS: \_\_\_\_\_  
\_\_\_\_\_  
\_\_\_\_\_  
\_\_\_\_\_

II - CONTEÚDO: \_\_\_\_\_  
\_\_\_\_\_  
\_\_\_\_\_  
\_\_\_\_\_

III - FORMA: \_\_\_\_\_  
\_\_\_\_\_  
\_\_\_\_\_

IV - TESTES: \_\_\_\_\_  
\_\_\_\_\_  
\_\_\_\_\_

V - GUIA: \_\_\_\_\_  
\_\_\_\_\_

VI - AVALIAÇÃO DA TELEAULA: \_\_\_\_\_  
\_\_\_\_\_  
\_\_\_\_\_  
\_\_\_\_\_  
\_\_\_\_\_

VII - OUTRAS OBSERVAÇÕES: \_\_\_\_\_  
\_\_\_\_\_  
\_\_\_\_\_  
\_\_\_\_\_  
\_\_\_\_\_  
\_\_\_\_\_  
\_\_\_\_\_  
\_\_\_\_\_  
\_\_\_\_\_  
\_\_\_\_\_





Quantitative analysis

The results of pre and post-tests of each TV-lesson are tabulated. The percentages for the two examples are the following:

Lesson 14, 6th. grade

Question	Pre-test % of correct answers	Post-test % of correct answers	Difference
1	30.12	83.26	53.14
2	29.28	53.55	24.27
3	29.70	79.07	49.37
4	27.19	89.53	62.34
Average	29.17	76.35	47.28

Lesson 24, 7th. grade

Question	Pre-test % of correct answers	Post-test % of correct answers	Difference
1.	40.49	79.14	38.65
2	34.35	74.23	39.88
3	34.35	60.73	26.38
Average	36.39	71.36	34.97

The average difference between pre and post-tests is about 30%. In some cases, the positive results exceeded 60%.

Qualitative analysis

Qualitative analysis is based on Evaluation cards, filled in by teachers and supervisors. Examples:

Lesson 14, 6th. grade:

- Contents easy (for some classes).
- Very good sequence of contents.
- Presentation pleased the pupils.
- Well formulated objectives.
- The numerated line and absolute value could have been included.
- Pupils were unable to identify the mass of whole positives with that of the natural numbers.
- Agreeable and motivating form.

Lesson 24, 7th. grade:

- Contents excessive (for some classes).
- Well prepared tests.
- Very good lesson; captured the pupils' attention.
- Good technique for fixing nomenclature.
- Too fast resumé. Some pupils were unable to follow it.

GUIA DO PROFESSOR Nº 14

ASSUNTO: Os números inteiros - Introdução  
MATEMÁTICA - 6a. série

1. Objetivos

- 1.1 Identificar o conjunto dos inteiros relativos como a reunião dos inteiros negativos, zero e inteiros positivos.
- 1.2 Identificar o conjunto dos inteiros positivos com o conjunto dos naturais, diferentes de zero.
- 1.3 Interpretar os números naturais, como inteiros absolutos.
- 1.4 Estabelecer a relação de inclusão existente entre o conjunto  $\mathbb{N}$  dos números naturais e o conjunto  $\mathbb{Z}$  dos números inteiros relativos.

2. Conteúdo

- 2.1 Números de contagem
- 2.2 Números naturais
- 2.3 Grandezas cuja medição pode ser feita em dois sentidos opostos
- 2.4 Números inteiros relativos
  - 2.4.1 negativos
  - 2.4.2 zero
  - 2.4.3 positivos
- 2.5 Identificação entre naturais e inteiros positivos
- 2.6 Inteiros absolutos
- 2.7 Inclusão  $\mathbb{N} \subset \mathbb{Z}$

3. Sugestões

3.1 Existem múltiplas introduções ao conjunto dos inteiros, porém algumas como a de pares ordenados, por exemplo, têm uma sofisticação matemática que excede, em muito, os objetivos deste curso. Por outro lado, existem algumas introduções usadas no secundário que, pela tentativa (sempre válida) de motivar os alunos, acatam se constituindo em jogos no máximo engraçados, mas sem o desejado suporte matemático.

Por esses motivos, demos uma introdução intuitiva e extremamente simples, procurando evitar o rigorismo descabido nesse nível e, ao mesmo tempo a "motivação" forçada, que não cabe em nível algum.

Ao professor que, dispondo de tempo de preparação e simultaneamente de uma boa clientela, sugerimos a introdução

por classes de diferenças equivalentes, definindo a relação em  $I \times II$ .

\* (Ver L.H.Jacy Monteiro - Elementos de Álgebra)

ou

\*\* (I.N.Herstein - Topics in Algebra)

#### 4. Bibliografia

4.1 Matemática Vol 2

Bóscolo-Castrucci - F.T.D.

4.2 Matemática Vol 2

Vários - Liceu

4.3 Matemática 6

Sangiorgi - O - Nacional

\* 4.4 L.H.Jacy Monteiro - Elementos de Álgebra

\*\* 4.5 Topics in Algebra

I.N.Herstein

#### 5. Gabarito

Pré-teste: Questão 1: (c); Questão 2: (d); Questão 3: (b);

Pós-teste: Questão 1: (b); Questão 2: (c); Questão 3: (a);



FUNDAÇÃO PADRE ANCHIETA - CENTRO PAULISTA DE RÁDIO E TV EDUCATIVA - PROJETO TELESCOLA - 1975 -

PRÉ E PÓS TESTE

MATEMÁTICA - 6a. SÉRIE - TELEAULA Nº 14 -

ASSUNTO: "OS NÚMEROS INTEIROS - INTRODUÇÃO"

1. INTEIROS RELATIVOS

O conjunto dos números inteiros relativos é constituído dos:

- a) inteiros absolutos, naturais e fracionários;
- b) racionais;
- c) inteiros negativos, zero e inteiros positivos.

2. NATURAIS  $\neq$  ZERO?

Os números naturais, diferentes de zero, podem ser identificados com os:

- a) racionais;
- b) inteiros positivos;
- c) inteiros negativos.

3. Podemos dizer que:

- a)  $N$  é igual a  $Z$  ( $N = Z$ )
- b)  $N$  pertence a  $Z$  ( $N \in Z$ )
- c)  $N$  está contido em  $Z$  ( $N \subset Z$ )

FUNDAÇÃO PADRE ANCHIETA - CENTRO PAULISTA DE RÁDIO E TV  
EDUCATIVA - PROJETO TELESCOLA - 1975 -

GUIA DO PROFESSOR - MATEMÁTICA - 7a. SÉRIE - TELEAULA Nº 24 -  
ASSUNTO: "ÂNGULOS CORRESPONDENTES, ALTERNOS E COLATERAIS"

1. OBJETIVOS

O aluno deverá ser capaz de:

- 1.1. dadas duas retas paralelas interceptadas por uma transversal, identificar os ângulos correspondentes alternos ou colaterais;
- 1.2. dadas duas retas paralelas interceptadas por uma transversal, identificar como congruentes os ângulos correspondentes e os alternos internos e externos;
- 1.3. dadas duas retas paralelas interceptadas por uma transversal, identificar como suplementares os ângulos colaterais internos e externos.

2. CONTEÚDO

- 2.1. Ângulos colaterais internos e externos
- 2.2. Ângulos alternos e externos
- 2.3. Ângulos correspondentes
- 2.4. Retas paralelas
- 2.5. Congruência de ângulos correspondentes, alternos, formados por duas paralelas cortadas por uma transversal
- 2.6. Ângulos colaterais suplementares

3. SUGESTÕES

- 3.1. As propriedades dadas (sem demonstração) são importantes para futuras aplicações. Sugerimos, portanto,
  - a) dar uma série de exemplos para que os alunos comprovem com o uso de cópias em papel de seda;
  - b) dar uma série de exemplos para que os alunos comprovem com o uso do transferidos;
  - c) dar uma série de exemplos, axiomatizando a congruência entre correspondentes e, "demonstrar" os demais, usando propriedades já conhecidas dos ângulos opostos pelo vértice e dos adjacentes.

4. BIBLIOGRAFIA

- 4.1. Matemática - 7a. Série - Osvaldo Sangiorgi - Editora Nacional -
- 4.2. Matemática 3 - Castrucci; Boscolo - F.T.D.

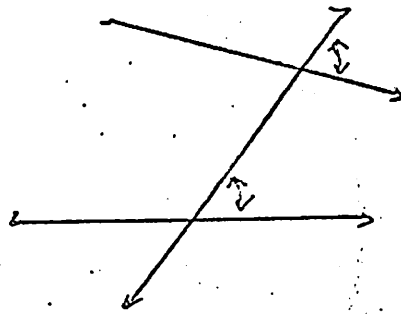
PRÉ E PÓS TESTE

MATEMÁTICA - 7ª. SÉRIE TELEAULA Nº 24

ASSUNTO: "ÂNGULOS CORRESPONDENTES, ALTERNOS E COLATERAIS"

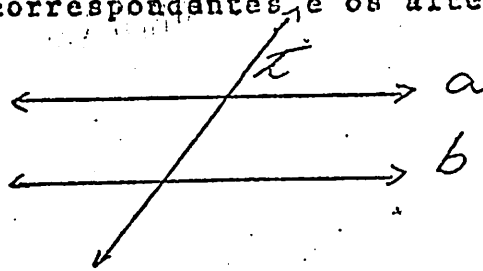
1 - Na figura, o par de ângulos assinalados, chama-se

- a) colaterais externos
- b) alternos internos
- c) correspondentes



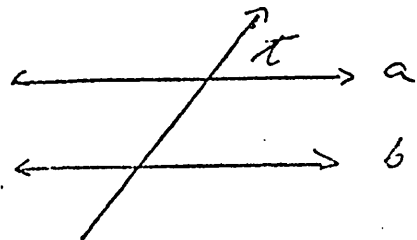
2 - Se  $a // b$  (reta "a" é paralela à reta "b") cortadas pela transversal "t", dos ângulos formados, são congruentes

- a) os adjacentes
- b) os correspondentes e os alternos (int. e ext.)



3 - Se  $a // b$  (reta "a" é paralela à reta "b"), cortadas pela transversal "t", dos ângulos formados, são suplementares

- a) os opostos pelo vértice
- b) os correspondentes e os alternos (int. e ext.)
- c) os colaterais (int. e ext.)



GABARITO:

1. c; 2. b; 3. c

05. I. 3. 1305

SS  
polidata

A I N F O R M Á T I C A E M

C O M U N I C A Ç Õ E S E A R T E S

Trabalho Realizado  
para a Escola de  
Comunicações e Artes  
da USP

Julho/76

Prof. Oswaldo Sangiorgi



  
polidata

A I N F O R M Á T I C A E M  
C O M U N I C A Ç Õ E S E A R T E S

Trabalho Realizado  
para a Escola de  
Comunicações e Artes  
da USP

Julho/76

Prof. Oswaldo Sangiorgi

  
olidata

*Todos os direitos de utilização  
deste trabalho de modo  
integral ou parcial, ficam  
reservados a Escola de  
Comunicações e Artes da USP,  
a qual poderá dar-lhe a  
finalidade que julgar  
conveniente.*

  
polidata

*Coordenadores*

*Prof. Oswaldo Sangiorgi*  
*Prof. Alfredo Hammar*

*Consultores*

*Fernando Albuquerque Lins*  
*Luiz Henrique Tadeu Ribeiro Pedroso*  
*Francisco Mário de Figueiredo Souza*

*Redator*

*Manoel Pestana*

*Datilógrafa*

*Mutilde Racoci*



## Í N D I C E

	Página
0 - INTRODUÇÃO .....	1
I - HISTÓRICO DO PROCESSAMENTO DE INFORMAÇÕES E SUAS APLICAÇÕES ...	4
1. HISTÓRICO DO PROCESSAMENTO DE INFORMAÇÕES .....	4
1.1 - Evolução .....	5
1.2 - Revolução (Idade Contemporânea - 1964 - hoje) .....	9
2. ÁREAS DE APLICAÇÃO DOS COMPUTADORES .....	10
2.1 - Computadores no Governo e Leis .....	10
2.2 - Computadores e Saúde .....	11
2.3 - Computadores na Educação .....	11
2.4 - Computadores nas Ciências Exatas e Engenharia .....	12
2.5 - Computadores na Administração .....	13
2.6 - Computadores e Ciências Humanas .....	13
3. APLICAÇÕES PEDAGÓGICAS .....	13
3.1 - Instrução Auxiliada por Computador (CAI) .....	14
3.2 - Instrução Administrada por Computador (CMI) .....	15
3.3 - Simulação do Processo Cognitivo .....	16
3.4 - Considerações Finais .....	16
II - SITUAÇÃO ATUAL DA ESCOLA DE COMUNICAÇÕES E ARTES - PERSPECTIVAS.	19
1. COMUNICAÇÕES E ARTES .....	21
1.1 - Modelos Cibernéticos .....	21
1.2 - Ciências Humanas .....	26
1.3 - Lingüística Computacional .....	28
1.4 - Considerações Finais .....	30
2. ARTES PLÁSTICAS .....	32
2.1 - Perspectivas .....	33
2.2 - Considerações Gerais .....	35

	Página
3. PROPAGANDA, RELAÇÕES PÚBLICAS E TURISMO .....	36
3.1 - Pesquisa de Mercado .....	36
3.2 - O Problema e o Processo de Seleção de Mídia .....	37
3.3 - Planejamento e Roteiros Turísticos .....	39
3.4 - Considerações Finais .....	39
4. JORNALISMO E EDITORAÇÃO .....	40
4.1 - Perspectivas .....	40
4.2 - Considerações Finais .....	42
5. BIBLIOTECONOMIA E DOCUMENTAÇÃO .....	43
5.1 - Sistemas de Informação .....	43
5.2 - Automação de Bibliotecas .....	44
5.3 - Bibliometria e Considerações .....	46
6. MÚSICA .....	49
6.1 - Perspectivas .....	49
6.2 - Considerações Gerais .....	52
7. CINEMA, TEATRO E RÁDIO/TELEVISÃO .....	53
7.1 - Cinema de Animação .....	54
7.2 - Coreografia e Cenografia - Considerações Finais ..	56
III - PLANO DE TRABALHO PROPOSTO .....	57
1. A NECESSIDADE DE UMA INFRA-ESTRUTURA .....	58
1.1 - Descrição dos Objetivos .....	58
1.2 - Descrição das Atividades .....	58
1.3 - Descrição de Recursos .....	59
2. IMPLANTAÇÃO DA INFRA-ESTRUTURA .....	62
3. PLANEJAMENTO DAS APLICAÇÕES .....	62
3.1 - Análise Geral .....	62
3.2 - Estudo de Viabilidade .....	63
3.3 - Classificação das Aplicações .....	64





	Página
4. DETALHAMENTO DO ANTEPROJETO .....	65
4.1 - Aprovação e Captação de Recursos .....	65
4.2 - Forma de Detalhamento .....	66
4.3 - Forma de Desenvolvimento .....	66
5. DIVULGAÇÃO, ATENDIMENTO E TREINAMENTO DE USUÁRIOS .....	66
6. CRONOGRAMA .....	67
IV - ALTERNATIVAS DE IMPLEMENTAÇÃO .....	69
1. DADOS QUANTITATIVOS .....	70
1.1 - Recursos Humanos .....	70
1.2 - Recursos Materiais .....	71
2. RECURSOS PRÓPRIOS .....	73
2.1 - Recursos Humanos .....	73
2.2 - Recursos Materiais .....	73
2.3 - Serviços de Terceiros .....	74
2.4 - Recursos Financeiros .....	74
2.5 - Vantagens e Desvantagens .....	75
3. SERVIÇOS DE TERCEIROS .....	76
3.1 - Recursos Financeiros .....	76
3.2 - Vantagens e Desvantagens .....	76
4. CONVÊNIOS .....	77
4.1 - Considerações .....	77
4.2 - Vantagens e Desvantagens .....	78
5. FUNDAÇÃO .....	
5.1 - Considerações Finais .....	78
5.2 - Recursos Necessários .....	79
5.3 - Vantagens e Desvantagens .....	80

	Página
V - CONCLUSÕES .....	81
1. OS OBJETIVOS .....	82
2. AS RAZÕES .....	82
3. AS NOSSAS CONDIÇÕES .....	83
4. AS NECESSIDADES .....	83
5. AS FORMAS DE IMPLEMENTAÇÃO .....	84
6. UM ALERTA .....	84
ANEXO I - LEVANTAMENTO DO ESTÁGIO ATUAL DA ECA .....	86

05. T. 3. 1306

05. I. 3. 1307

DOC. 337

# COMUNICAÇÕES E ARTES

Pedagogia Cibernética:  
Já não se dá mais aula de  
matemática como antigamente

Oswaldo Sangiorgi

PUBLICAÇÃO DA  
ESCOLA DE COMUNICAÇÕES E ARTES  
DA  
UNIVERSIDADE DE SÃO PAULO

Com. e Artes	São Paulo, Brasil	n. 7	p. 1-205	1977
--------------	-------------------	------	----------	------



# Pedagogia Cibernética: Já não se dá mais aula de matemática como antigamente

Oswaldo Sangiorgi

Pode a TV ser considerada uma máquina cibernética? Pode ajudar a facilitar tanto o aprendizado quanto a renovação dos processos de ensino, no caso da Matemática? No Projeto TELESOLA, o primeiro projeto brasileiro que integra a TV educativa dentro dos sistemas escolares convencionais, a TV é usada como máquina cibernética, seja substituindo subliminarmente ou auxiliando conscientemente o professor no seu trabalho. O Projeto TELESOLA resume o currículo de Matemática para as 5ª a 8ª séries em 120 teleaulas, que são precedidas de um pré-teste e seguidas de um pós-teste. O sistema é completado com guias para o professor, fichas de observação e orientação pedagógica, e funcionou satisfatoriamente na rede de cerca de 50 escolas de São Paulo na qual foi testado.

*Pedagogical Cybernetics: We don't teach Mathematics as we did before . . .*

Can TV be considered a cybernetic machine? Can it help to make both learning and the renovation of teaching processes easier, in the case of Mathematics? In Project TELESOLA, the first Brazilian project integrating instructional TV within conventional school systems, TV is used as a cybernetic machine which either substitutes subliminarily or consciously auxiliates the teacher in his work. Project TELESOLA packages the Mathematics curriculum for the 5th. to 8th. grades in 120 TV-lessons, which are preceded by a pre-test and followed by a post-test. The system is completed with teacher's guides, observation cards and pedagogical orientation, and has proved to work satisfactorily in the network of about 50 schools in São Paulo where it has been tested.



Vivemos num mundo apressado e curioso: muitas pessoas adquirem, cada vez mais, características de computadores, enquanto os computadores parecem assumir cada vez mais propriedades humanas!

#### *Pode-se ensinar Matemática através da TV?*

— Esta pergunta está contida em uma outra: pode-se caracterizar uma teleaula (aula-programa de TV) como instrumento realmente válido a colaborar no processo educacional?

É evidente que, criteriosamente dosado, a fim de satisfazer as necessidades específicas de um público definido, o conteúdo de uma aula de Matemática poderá ser veiculado pela televisão, a exemplo de outros conteúdos das mais diversas áreas do conhecimento. Não se trata de saber até que ponto uma teleaula de Matemática poderia substituir uma aula ministrada por um professor, em circunstâncias normais de classe, tendo-se em conta uma escola de padrão médio, e sim dar à teleaula uma função instrumental numa tecnologia de ensino, na qual o aluno tem a seu dispor um sistema de multimeios, entre os quais se encontra a aula televisada.

O aprendizado é um dos mais puros prazeres do ser humano. A TV, mesmo nos programas estritamente educativos tem certo poder de fascinação, veiculando mensagens que conjugam o impacto verbal e visual e utilizando-se de uma linguagem própria, faz com que cada telealuno sintam que a mensagem se dirige a ele particularmente. Esta linguagem individualizada acompanha o sentido mágico emprestado pelo canal e pela própria comunicação à distância.

Tudo isto é fundamentado cientificamente, dentro do atual quadro da Pedagogia Cibernética que, de acordo com Helmar Frank, Diretor do Instituto de Pedagogia Cibernética, de Berlim, se propõe a duas tarefas fundamentais: em primeiro lugar, facilitar a aprendizagem com auxílio de máquinas cibernéticas e, em segundo, facilitar a renovação desta aprendizagem. A Cibernética é uma teoria Matemática de otimização, do estudo da comunicação e do controle de máquinas e sistemas fisiológicos. O termo foi introduzido e popularizado pelo Matemático norte-americano Norbert Wiener no livro, com esse título, publicado em 1948.

A criação de máquinas, ou seja, de sistemas fabricados para executar determinadas ações, quando lhes é fornecida uma energia adequada tem caracterizado o progresso do homem. Na conhecida Primeira Revolução Industrial, a máquina motriz substituiu a força muscular do homem. Depois, automatizou-se, desempenhando sua própria ação e, agora, coordena e decide a execução de uma tarefa (máquinas cibernéticas), dentro de uma tecnologia que caracteriza a Segunda Revolução Industrial, ainda não concluída.

A "máquina cibernética" substitui o homem (ou pelo menos o auxilia) na solução de problemas lógicos ou de cálculos, na transformação de dados e, portanto, produz de certo modo "trabalho intelectual". Esse novo tipo de máquina ganha, com muita rapidez, importância, cada vez maior, para conduzir a aprendizagem e garantir a sua fixação.

No caso da TV, a máquina cibernética substitui subliminarmente o professor ou o auxilia pelo menos, no manejo da "máquina clássica", que é a aula convencional.

A rigor, os dois tipos de máquinas estão inter-relacionados como no homem o sistema nervoso e o muscular. É óbvio que a cibernética — ciência que condicionou o aparecimento das máquinas cibernéticas — não constitui apenas uma revolução no campo da tecnologia mas, e principalmente, uma revolução na Filosofia (H. Frank, L. Bertalanffy, R. Ashby, W. Heisenberg, L. Couffignal), nas Ciências Humanas, nas Comunicações e Artes (N. Wiener, L. Strauss, C. Shannon, A.M. Turing, N. Chomsky, . . .).

Desta forma a Cibernética é antes de mais nada "um pensar por analogia" que se utiliza largamente do método dos modelos dos simuladores.

A Pedagogia tem, em sua conceituação, estreito relacionamento com a Cibernética, tendo como polos principais a *Comunicação e o Controle*. Ora, Pedagogia também é *comunicação de informações* por sistema (Professor, quadro negro, giz, livro, máquinas de ensinar . . .) que pretende "informar" um outro sistema (alunos, receptores, máquinas de aprender . . .) que pretende "aprender".

É *controle*, na medida que avalia o que for aprendido.

Daf a Pedagogia Cibernética, com a preocupação de otimizar o relacionamento entre os sistemas que pretendem "informar" de um lado e "aprender" de outro lado, deixando de usar tão somente — os processos intuitivos — da "nobre arte de ensinar" da pedagogia clássica.

Os aspectos teórico e instrucional da Pedagogia Cibernética não se opõem um ao outro, mas se completam, pois a correlação de efeitos, entre um sistema de ensino e um sistema de aprendizado, é uma contínua permuta de informações.

Por outro lado, na linguagem da Teoria da Informação, a permuta de informações deve ser processada por uma seqüência de permutas de símbolos e sinais que podem ser quantificados na medida que representam valores novos para o receptor.

Lembremos, a propósito, que um sinal dentro de uma seqüência é tanto mais rico em informação quanto mais inesperado for para o receptor. A quantidade média de informação de um sinal é medida em bit. Um sinal tem uma quantidade média de informação de 1 bit, quando para o receptor tiver a probabilidade 1/2. Um sinal tem a probabilidade 1/2 quando o receptor só pode esperar dois sinais



equiprováveis. Assim, dispondo de uma unidade (bit), que mede quantidade média de informação já se pode analisar, por quantificação, a já citada permuta de informações, onde aparece como receptor o ser humano.

O ser humano, como receptor, absorve informações do meio ambiente, por meio de seus *sentidos* que, normalmente, filtram informações. O fluxo de informações, que pode ser percebido pelos sentidos, é de cerca de  $10^6$  até  $10^7$ , bit por segundo, e apenas uma parte extraordinariamente pequena do mesmo é processada pelos condutos nervosos (ligados aos órgãos dos sentidos) e convertidos em informações que alcançam a consciência.

Sabe-se, com base em mensurações psicológicas, que a informação percebida conscientemente é da ordem de 10 a 20 bit por segundo. Este valor varia com a idade: em crianças de 7 a 8 anos é de 7 bit por segundo; com pessoas de 20 anos, alcança um máximo de 18 bit por segundo e decai depois, lentamente. Em pessoas de 60 anos é de cerca de 12 bit por segundo.

Sabe-se, também, que a informação apreendida não permanece indefinidamente na consciência. Por espaço que varia de 6 a 10 segundos ela se conserva quase que completamente, num período, chamado por Klaus Weltner, de "perduração-presente". Decorrido essa perduração-presente, a informação apreendida decai rapidamente.

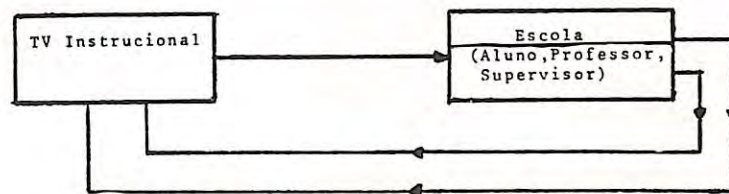
É dentro desse período que se verificam todos os processos reflexivos da consciência, onde os conteúdos: palavras, imagens, sentenças, correlação, podem ser combinados de novas maneiras para a formação de novos conceitos.

Na terminologia da Pedagogia Cibernética a consciência, com as funções acima descritas, ou seja, apreensão de informações, acumulação durante um tempo limitado e processamento das mesmas, é denominada *armazenagem consciente*. Só uma pequena parcela do conteúdo da consciência permanece armazenada em depósito — denominadas *memórias* — durante períodos mais prolongados.

Um modelo simples de recepção de informações no ser humano registra dois tipos de memórias: uma *memória imediata*, que armazena a informação durante horas e até dias, e uma *memória-mediata* (a longo prazo), que a guarda através de semanas, meses e até anos.

As velocidades de recepção de informações (velocidades do aprendizado) são bem menores que a capacidade de percepção. Para a memória-imediata (por exemplo quando você "guarda" um número de telefone no intervalo de tempo em que é ouvido até o ato de discá-lo), a velocidade de aprendizado é de cerca de 1 bit por segundo, isto é, vinte vezes inferior à capacidade de percepção. Este é o grande problema a ser enfrentado pelos pedagogos: *o ser humano pode perceber muito mais do que aquilo que pode reter na memória.*

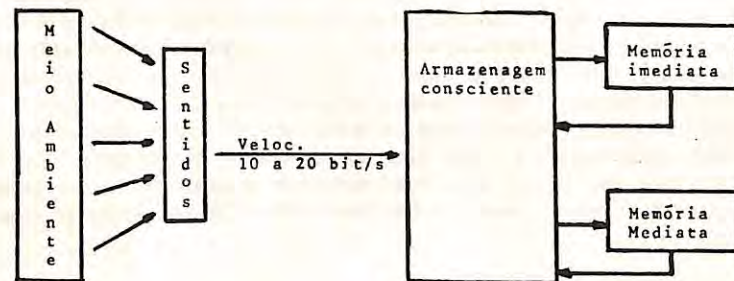
O modelo simplificado da recepção de informações e seu processamento no ser humano passa a ser:



Em matéria de ensino interessa especialmente a seleção dos sentidos que permitem maximizar a apreensão das informações por parte do aluno. No *processo televisionado*, objeto principal deste estudo, age-se sobre os sentidos mais sensíveis para esta apreensão: a visão e a audição (sinais ópticos e sonoros) que veiculam um fluxo de informações destinado a mudar o comportamento do aluno, isto é, a modificar o seu nível de conhecimento.

Não é demais lembrar que na história do ensino observa-se uma associação cada vez mais íntima dos sentidos da *visão* e da *audição*. Os peripatéticos utilizavam apenas a audição de seus alunos. Mais tarde acopla-se a leitura à audição. Perto de nós, os audiovisuais e multimeios já tornam simultânea a utilização, por parte dos alunos, daqueles dois sentidos. Esta simultaneidade encontra hoje o seu ápice na TV.

Reunindo esses fatos, procura-se, então, dentro da Pedagogia Cibernética, quantificar a informação provinda da "máquina TV", levando-se em conta a seqüência de permutas de notícias "vistas e ouvidas", pelo receptor (aluno), podendo esse sistema de ensino televisionado contar ou não com a participação (direta ou indireta) do professor e de outros agentes no controle da aprendizagem desenvolvida.



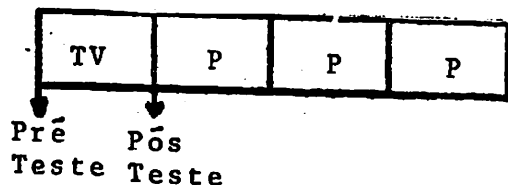
Vamos nos deter um pouco no sistema de ensino televisionado, denominado *Telescola*, que é o primeiro projeto brasileiro de integração do ensino convencional da sala de aula com o ensino pela televisão.

Três instituições foram envolvidas no Projeto Telescola.

- a) Fundação Padre Anchieta – Centro Paulista de Rádio e TV Educativa (do Governo do Estado de São Paulo), participando como agência produtora e emissora (Canal 2 – TV Cultura) das aulas-programas (teleaulas) e colaboradora no processo de avaliação das mesmas.
- b) Secretaria de Educação do Estado de São Paulo e Secretaria da Educação do Município de São Paulo, que organizaram uma rede de 50 estabelecimentos de ensino de 1º grau, de 5ª a 8ª séries (idade 11-15 anos) e designaram uma equipe de professores do ensino do 1º grau de Matemática e Ciências; professores especialistas em Psicologia, Orientação Pedagógica e de Estratégias de Avaliação.

Em particular com relação à Matemática, que se compõe de 120 programas distribuídos por 4 anos letivos (5ª a 8ª séries), existe uma equipe de professores de Matemática responsáveis pela elaboração de textos que constituem a matéria-prima de entrada de todo o sistema, desde a sua origem, passando pelo crivo dos orientadores pedagógicos, pela execução da aula programa junto ao grupo de produção, até a recepção do programa nas escolas, com a respectiva avaliação no processo.

No sistema televisionado de ensino Telescola, o curso de Matemática é desenvolvido por módulos semanais da seguinte forma:



A primeira componente é feita pela aula-programa (sem interferência alguma do professor), em cuja abertura figuram os *pré-testes* (2 a 3 minutos), objetivando avaliar os comportamentos de entrada do aluno, em relação a cada um dos objetivos de ensino visados. Imediatamente a seguir, a aula programa (teleaula), num segmento de 20 minutos, introduz determinados conceitos e/ou operações básicas fundamentais e, logo após, são aplicados os *pós-testes* (2 a 3 minutos), que medem os comportamentos de saída (conhecimentos adquiridos) pelos alunos, em relação a cada um dos objetivos propostos.

A diferença percentual entre o pós e pré-testes avalia em que medida foram atingidos tais objetivos.

As outras três componentes, que completam o módulo semanal, são constituídas de aulas desenvolvidas pelo professor destinadas a aprofundamentos e atividades acerca dos conteúdos introduzidos exclusivamente pela aula-programa. Integram, ainda, esse sistema de ensino televisionado: O *Guia do Professor* como material de apoio, que acompanha todas as aulas-programas com a finalidade de informar ao professor os objetivos da aula-programa (comportamentos finais desejados), bem como fornecer gabarito para correlação de pré e pós testes e bibliografia julgada útil para o programa.

*Fichas de observação*, impressos preenchidos pelos professores e supervisores, imediatamente após a emissão da aula-programa, que permitem refletir a opinião dos mesmos sobre a emissão, fornecendo informações que auxiliam a interpretação dos dados obtidos pelos testes. No modelo cibernético da Telescola (Anexo 1), que será descrito a seguir, serão ressaltados a *comunicação* gerada pela aula-programa (teleaula) envolvendo de um lado, os subsistemas: TV-Educativa, Aluno, Professor e Supervisor e Ensino Anterior e, de outro lado o controle de *aprendizagem* (avaliação) com os parâmetros fundamentais da retroalimentação do sistema:

- 1) pré-teste
- 2) pós-teste
- 3) fichas de observação
- 4) orientação pedagógica
- 5) repetição

A *Orientação Pedagógica* coordena o levantamento dos pontos positivos e negativos do sistema de ensino desenvolvido constituindo-se num elo de grande importância na cadeia de alimentação do setor de produção.

*Repetição* é dos parâmetros característicos do sistema televisionado pois pode-se receber, quantas vezes se desejar, a aula-programa, desde que essa operacionalidade participe do processo de avaliação. O anexo 2 representa o gráfico das permutas de informações (comunicações) desenvolvidas no Projeto Telescola através dos diversos canais utilizados:

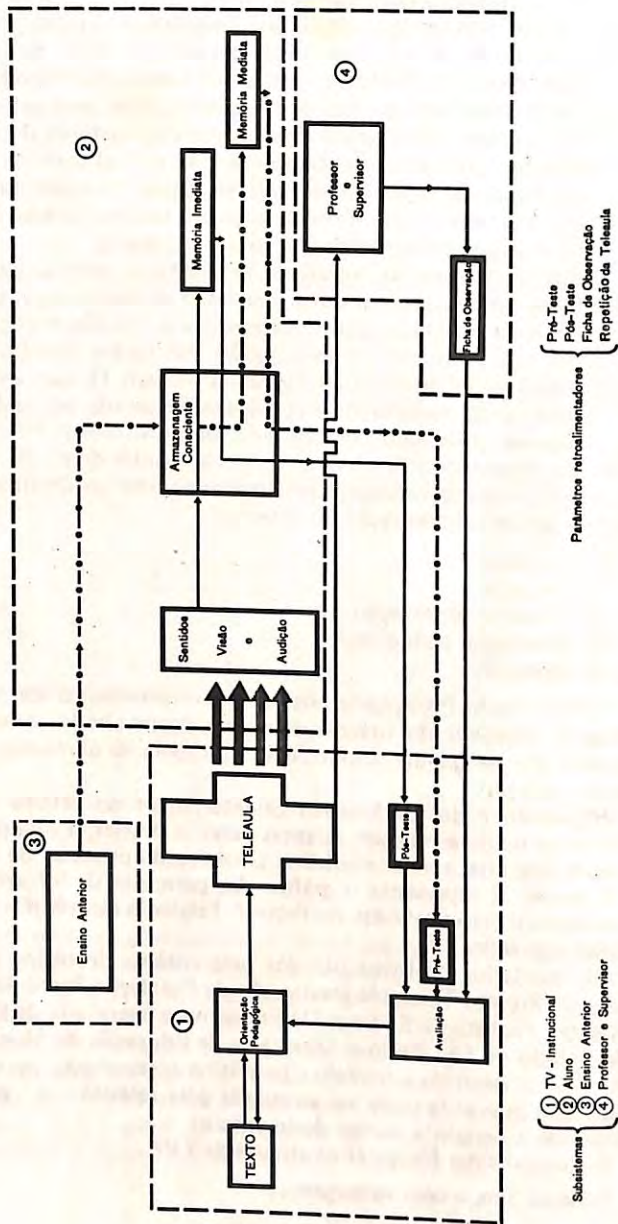
Os resultados positivos obtidos pelo sistema de ensino televisionado, do Projeto Telescola (realização da Fundação Padre Anchieta – Centro Paulista de Rádio e TV Educativa e Secretaria de Educação do Estado de São Paulo e Secretaria de Educação do Município de São Paulo), segundo o modelo cibernético apresentado, permitem concluir que uma aula pode ser veiculada pela televisão e, portanto, responde à pergunta inicial deste ensaio:

Pode-se ensinar Matemática através da TV?

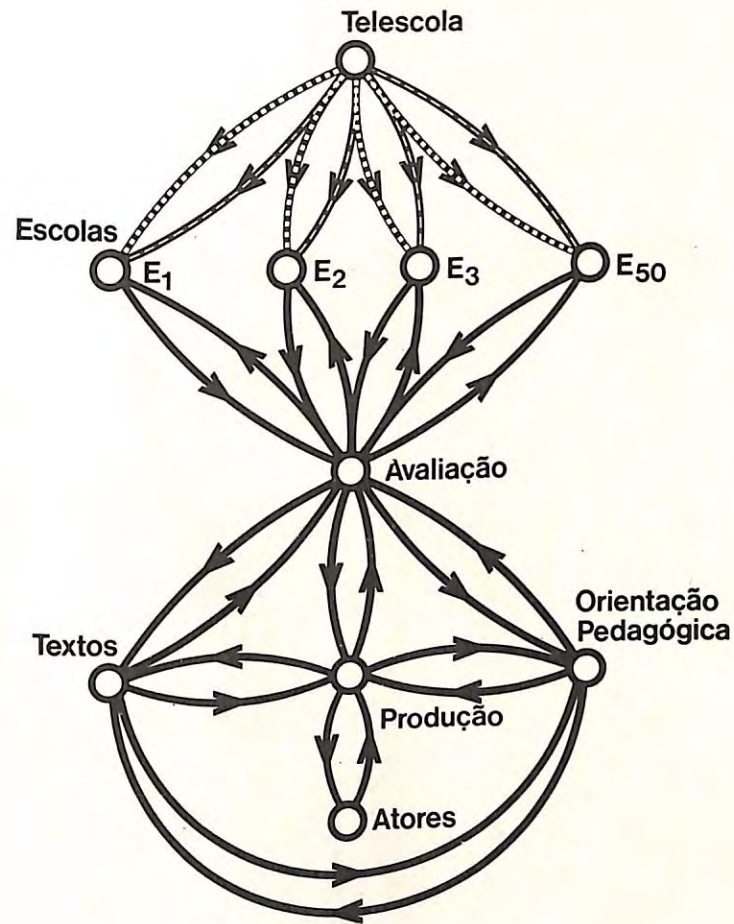
Pode-se, sim, e com vantagem . . .



MODELO CIBERNÉTICO DO PROJETO TELESCOLA



GRAFO DAS COMUNICAÇÕES NO PROJETO "TELESCOLA"



Pedagogia Cibernética: já não se dá mais aula de Matemática  
como antigamente ...

Osvaldo Sangiorgi  
(Departamento de Comunicações da ECA)  
São Paulo, julho/76

Vivemos num mundo apressado e curioso:  
muitas pessoas adquirem, cada vez mais,  
características de computadores, enquan  
to os computadores parecem assumir cada  
vez mais propriedades humanas!

Pode-se ensinar Matemática através da TV?

- Esta pergunta está contida em uma outra: pode-se caracterizar uma teleaula (aula-programa TV) como instrumento realmente vá lido a colaborar no processo educacional?

É evidente que, criteriosamente dosado, a fim de <sup>de</sup> satisfazer as necessidades específicas de um público definido, o conteúdo de uma aula de Matemática poderá ser veiculado pela televi são, a exemplo de outros conteúdos das mais diversas áreas do conhecimento. Não se trata de saber até que ponto uma teleaula de Matemática poderia substituir uma aula ministrada por um professor, em circunstâncias normais de classe, tendo-se em conta uma escola de padrão médio, e sim dar à teleaula uma função instrumental numa tecnologia de ensino, na qual o aluno tem a seu dispor um sistema de multimeios, entre os quais se encontra a aula televisionada.



O aprendizado é um dos mais puros prazeres do ser humano. A TV, mesmo nos programas estritamente educativos, tem certo poder de fascinação, veicula mensagens que conjugam o impacto verbal e visual e, utilizando-se de uma linguagem própria, faz com que cada telealuno sinta que a mensagem se dirige a ele particularmente. Esta linguagem individualizada acompanha o sentido mágico emprestado pelo canal e pela própria comunicação a distância.

Tudo isto é fundamentado cientificamente, dentro do atual quadro da Pedagogia Cibernética que, de acordo com Helmar Frank, Diretor do Instituto de Pedagogia Cibernética, de Berlim, se propõe a duas tarefas fundamentais: em primeiro lugar, facilitar a aprendizagem com auxílio de máquinas cibernéticas e, em segundo, facilitar a renovação dessa aprendizagem. A Cibernética é uma teoria Matemática de otimização, do estudo da comunicação e do controle de máquinas e sistemas fisiológicos. O termo foi introduzido e popularizado pelo Matemático norte-americano Norbert Wiener no livro, com esse título, publicado em 1948.

A criação de máquinas, ou seja, de sistemas fabricados para executar determinadas ações, quando lhes é fornecida uma energia adequada, tem caracterizado o progresso do homem. Na conhecida 1ª. Revolução Industrial, a máquina motriz substituiu a força muscular do homem. Depois, automatizou-se, desempenhando sua própria ação e, agora, coordena e decide a execução de uma tarefa (máq.-cibernéticas), dentro de uma tecnologia que caracteriza a 2ª. Revolução Industrial, ainda não concluída.

A "máquina cibernética" substitui o homem (ou pelo menos o auxilia) na solução de problemas lógicos ou de cálculos, na transformação de dados e, portanto, produz de certo modo "trabalho intelectual". Esse novo tipo de máquina ganha, com muita rapidez, importância, cada vez maior, para conduzir a aprendizagem e garantir a sua fixação.

No caso da TV, a máquina cibernética substitui subliminarmente o professor ou o auxilia, pelo menos, no manejo da "máquina clássica", que é a aula convencional.

A rigor, os dois tipos de máquinas estão inter-relacionados como no homem o sistema nervoso e o muscular. É óbvio que a cibernética - ciência que condicionou o aparecimento das máquinas cibernéticas - não constitui apenas uma revolução no campo da tecnologia mas, e principalmente, uma revolução na filosofia (H.Frank, L.Bertalanffy, R.Ashby, W.Heisenberg, L.Cunffignal), nas ciências humanas, nas comunicações e artes (N.Wiener, L.Strauss, C.Shannon, A.M.Turing, N.Chomsky,...).

Desta forma a Cibernética é antes de mais nada "um pensar por analogia" que se utiliza largamente do método dos modelos dos simuladores.

A Pedagogia tem, em sua conceituação, estreito relacionamento com a Cibernética, que tem como polos principais a Comunicação e o Controle. Ora, Pedagogia também é comunicação de informações por sistema (Professor, quadro negro, giz, livro, máquinas de ensinar ...) que pretende "informar" um outro sistema (alunos, receptores máquinas de aprender ...) que pretende "aprender".

É controle, na medida que avalia o que for aprendido.

Daí a Pedagogia Cibernética, com a preocupação de otimizar o relacionamento entre os sistemas que pretendem "informar de um lado e "aprender" de outro lado, deixando de usar tão somente - os processos intuitivos - da "nobre arte de ensinar" da pedagogia clássica.

Os aspectos teórico e instrucional da Pedagogia Cibernética não se opõem um ao outro, mas se completam pois a correlação de efeitos, entre um sistema de ensino e um sistema de aprendizado, é uma contínua permuta de informações.

Por outro lado, na linguagem da Teoria da Informação, a permuta de informações deve ser processada por uma sequência de permutas de símbolos e sinais que podem ser quantificados na medida que representam valores novos para o receptor.

Lembremos, a propósito, que um sinal dentro de uma sequência é tanto mais rico em informação quanto mais inesperado for para o receptor. A quantidade média de informação de um sinal é medida em bit. Um sinal tem uma quantidade média de informação de 1 bit, quando para o receptor tiver a probabilidade 1/2. Um sinal tem a probabilidade 1/2 quando o receptor só pode esperar dois sinais equiprováveis. Assim, dispondo de uma unidade (bit), que mede quantidade média de informação, já se pode analisar, por quantificação, a já citada permuta de informações, onde aparece como receptor o ser humano.

O ser humano, como receptor, absorve informações do meio ambiente, por meio de seus sentidos que, normalmente, filtram informações. O fluxo de informações, que pode ser percebido pelos

sentidos, é de cerca de  $10^6$  até  $10^7$ , bit por segundo, e apenas uma parte extraordinariamente pequena do mesmo é processada pelos condutos nervosos (ligados aos órgãos dos sentidos) e convertidos em informações que alcançam a consciência.

Sabe-se, com base em mensurações psicológicas, que a informação percebida conscientemente é da ordem de 10 a 20 bit por segundo. Este valor varia com a idade: em crianças de 7 a 8 anos é de 7 bit por segundo; com pessoas de 20 anos, alcança um máximo de 18 bit por segundo e decai depois, lentamente. Em pessoas de 60 anos é de cerca de 12 bit por segundo.

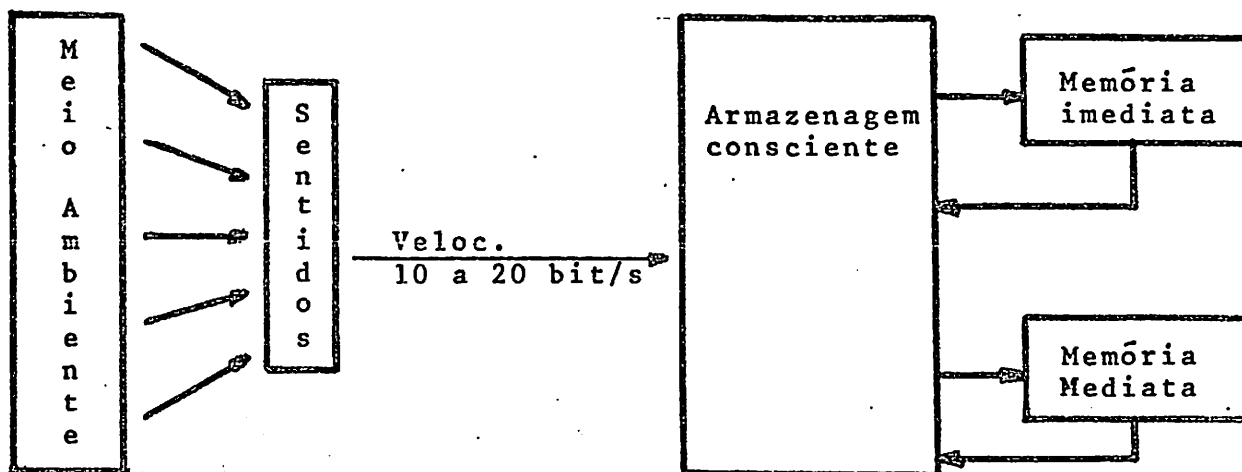
Sabe-se, também, que a informação apreendida não permanece indefinidamente na consciência. Por espaço que varia de 6 a 10 segundos ela se conserva quase que completamente, num período, chamado por Klaus Weltner, de "perduração-presente". Decorrido essa perduração-presente, a informação apreendida decai rapidamente.

É dentro desse período que se verificam todos os processos reflexivos da consciência, onde os conteúdos: palavras, imagens, sentenças, correlação, podem ser combinados de novas maneiras para a formação de novos conceitos.

Na terminologia da Pedagogia Cibernética a consciência, com as funções acima descritas, ou seja, apreensão de informações, acumulação durante um tempo limitado e processamento das mesmas, é denominada armazenagem consciente. Só uma pequena parcela do conteúdo da consciência permanece armazenada em depósito - denominadas memórias - durante períodos mais prolongados.

Um modelo simples de recepção de informações no ser humano registra dois tipos de memórias: uma memória imediata, que armazena a informação durante horas e até dias, e uma memória-imediata (a longo prazo), que a guarda através de semanas meses e até anos.

O modelo simplificado da recepção de informações e seu processamento no ser humano passa a ser:



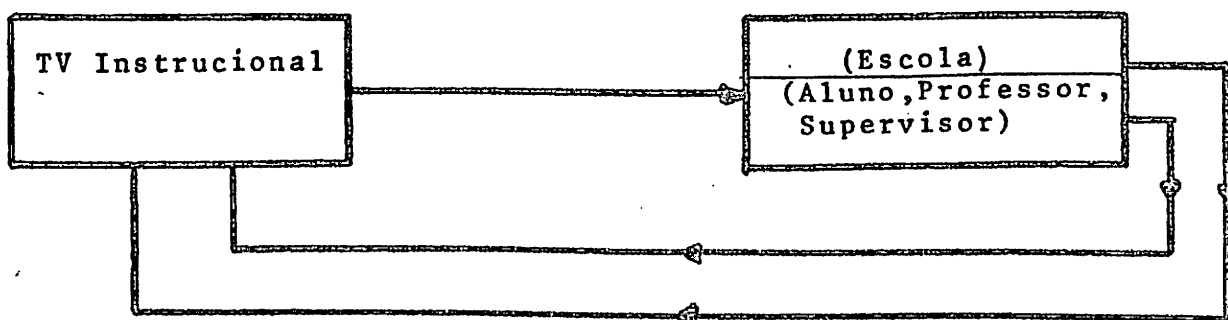
As velocidades de recepção de informações (velocidades do aprendizado) são bem menores que a capacidade de percepção. Para a memória-imediata (por exemplo quando você "guarda um nº de telefone no intervalo de tempo em que é ouvido até o ato de discá-lo), a velocidade de aprendizado é de cerca de 1 bit por segundo, isto é, vinte vezes inferior à capacidade de percepção. Este é o grande problema a ser enfrentado pelos pedagogos: o ser humano pode perceber muito mais do que aquilo que pode reter na memória.



Em matéria de ensino interessa especialmente a seleção dos sentidos que permitem maximizar a apreensão das informações por parte do aluno. No processo televisionado, objeto principal deste estudo, age-se sobre os sentidos mais sensíveis para esta apreensão: a visão e a audição (sinais ópticos e sonoros) que veiculam um fluxo de informações destinado a mudar o comportamento do aluno, isto é, a modificar o seu nível de conhecimento.

Não é demais lembrar que na história do ensino observa-se uma associação cada vez mais íntima dos sentidos da visão e da audição. Os peripatéticos utilizavam apenas a audição de seus alunos. Mais tarde acopla-se a leitura à audição. Perto de nós, os audiovisuais e multimeios já tornam simultânea a utilização, por parte dos alunos, daqueles dois sentidos. Esta simultaneidade encontra hoje o seu ápice na TV.

Reunindo esses fatos, procura-se então, dentro da Pedagogia Cibernética, quantificar a informação provinda da "máquina TV", levando-se em conta a sequência de permutas de notícias "vistas e ouvidas", pelo receptor (aluno), podendo esse sistema de ensino televisionado contar ou não com a participação (direta ou indireta) do professor e de outros agentes no controle da aprendizagem desenvolvida.



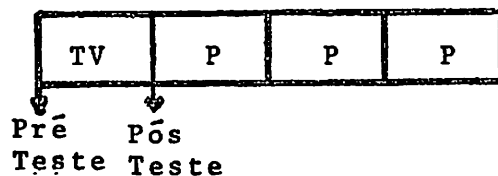
Vamos nos deter um pouco no sistema de ensino televisionado, denominado Telescola, que é o primeiro projeto brasileiro de integração do ensino convencional da sala de aula com o ensino pela televisão.

Três instituições foram envolvidas no Projeto Telescola.

- a) Fundação Padre Anchieta - Centro Paulista de Rádio e TV Educativa (do Governo do Estado de São Paulo), participando como agência produtora e emissora (Canal 2 - TV Cultura) das aulas-programas (teleaulas) e colaboradora no processo de avaliação das mesmas.
- b) Secretaria de Educação do Estado de São Paulo e Secretaria da Educação do Município de São Paulo, que organizaram uma rede de 50 estabelecimentos de ensino de 1º grau, de 5a. a 8a. séries (idade 11-15 anos) e designaram uma equipe de professores do ensino do 1º grau de Matemática e Ciências; professores especialistas em Psicologia, Orientação Pedagógica e de Estratégias de Avaliação.

Em particular com relação à Matemática, que é um pacote de 120 programas distribuídos por 4 anos letivos (5a. a 8a. séries), existe uma equipe de professores de Matemática responsáveis pela elaboração de textos que constituem a matéria-prima de entrada de todo o sistema, desde a sua origem, passando pelo crivo dos orientadores pedagógicos, pela execução da aula programa junto ao grupo de produção, até a recepção do programa nas escolas, com a respectiva avaliação no processo.

No sistema televisionado de ensino Telescola, o curso de Matemática é desenvolvido por módulos semanais da forma:



A primeira componente é feita pela aula-programa (sem interferência alguma do professor), em cuja abertura figuram os pré-testes (2 a 3 minutos), objetivando avaliar os comportamentos de entrada do aluno, em relação a cada um dos objetivos de ensino visados. Imediatamente a seguir, a aula-programa (tèleaula), num seguimento de 20 minutos, introduz determinados conceitos e/ou operações básicas fundamentais e, logo após, são aplicados os pós-testes (2 a 3 minutos), que medem os comportamentos de saída (conhecimentos adquiridos) pelos alunos, em relação a cada um dos objetivos propostos.

A diferença (%) entre o pós e pré-testes avalia em que medida foram atingidos tais objetivos.

As outras três componetes, que completam o módulo semanal, são constituídas de aulas desenvolvidas pelo professor destinadas a aprofundamentos e atividades acerca dos conteúdos introduzidos exclusivamente pela aula-programa. Integram, ainda, esse sistema de ensino televisionado: O Guia do Professor, como material de apoio, que acompanha todas as aulas-programas com a finalidade de informar ao professor os objetivos da aula-programa (comportamentos finais desejados), bem como fornecer

gabarito para correlação de pré e pós testes e bibliografia julgada útil para o programa.

Fichas de observação, impressos preenchidos pelos professores e supervisores, imediatamente após a emissão da aula-programa, que permitem refletir a opinião dos mesmos sobre a emissão, fornecendo informações que auxiliam a interpretação dos dados obtidos pelos testes.

No modelo cibernético da Telescola (Anexo 1), que será descrito a seguir, serão ressaltados a comunicação gerada pela aula-programa (teleaula) envolvendo, de um lado, os subsistemas: TV-Educativa, Aluno, Professor e Supervisor e Ensino Anterior e, de outro lado o controle de aprendizagem (avaliação) com os parâmetros fundamentais da retroalimentação do sistema:

- 1) pré-teste
- 2) pós-teste
- 3) fichas de observação
- 4) orientação pedagógica
- 5) repetição

A Orientação Pedagógica coordena o levantamento dos pontos positivos e negativos do sistema de ensino desenvolvido constituindo-se num elo de grande importância na cadeia de alimentação do setor de produção.

Repetição é dos parâmetros característicos do sistema televisivo pois pode-se receber, quantas vezes se desejar, a aula-programa, desde que essa operacionalidade participe do processo de avaliação.

O Anexo 2 representa o gráfico das permutas de informações (comunicações) desenvolvidas no Projeto Telescola através dos diversos canais utilizados.

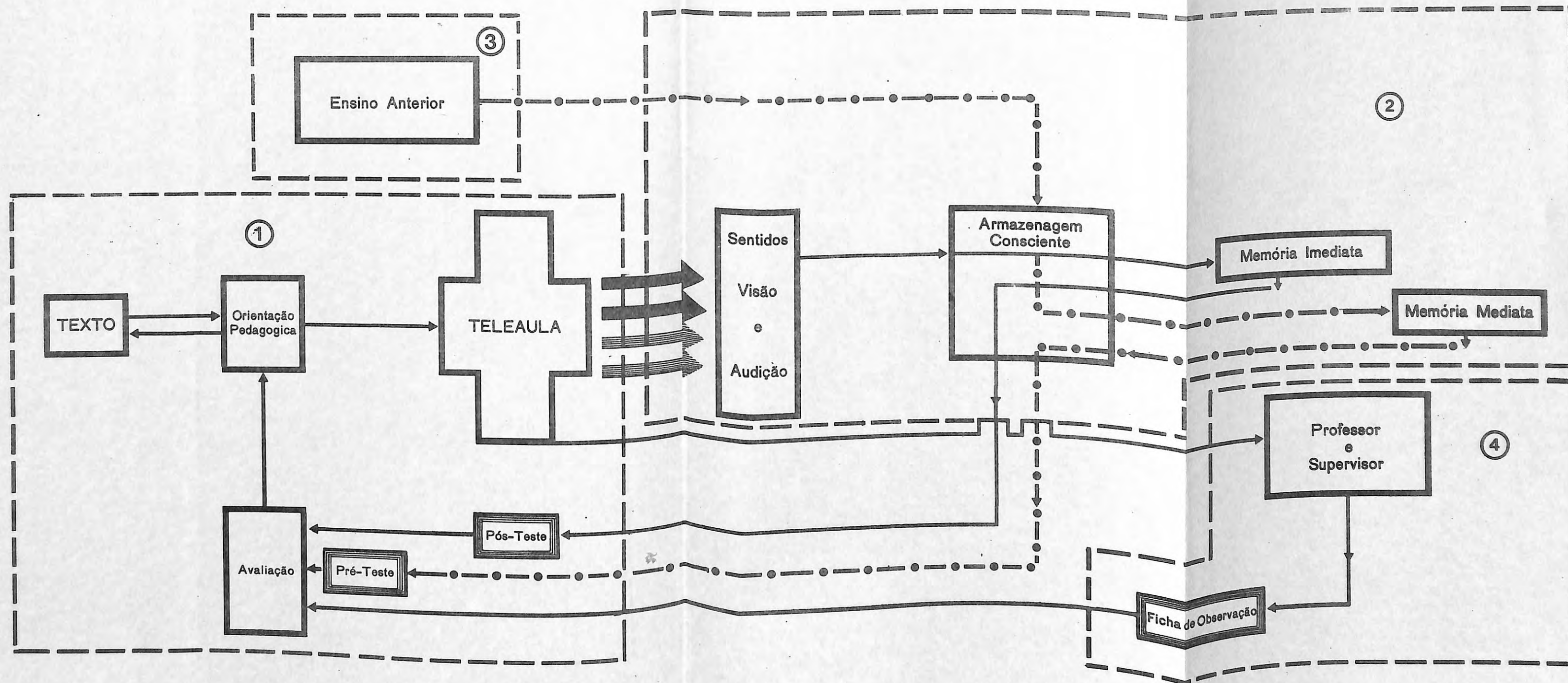
Os resultados positivos obtidos pelo sistema de ensino televisionado, do Projeto Telescola (realização da Fundação Padre Anchieta - Centro Paulista de Rádio e TV Educativa e Secretaria de Educação do Estado de São Paulo e Secretaria de Educação do Município de São Paulo), segundo o modelo cibernético apresentado, permitem concluir que uma aula pode ser veiculada pela televisão e, portanto, responde à pergunta inicial deste ensaio:

Pode-se ensinar Matemática através da TV?

Pode-se, sim, e com vantagem... .



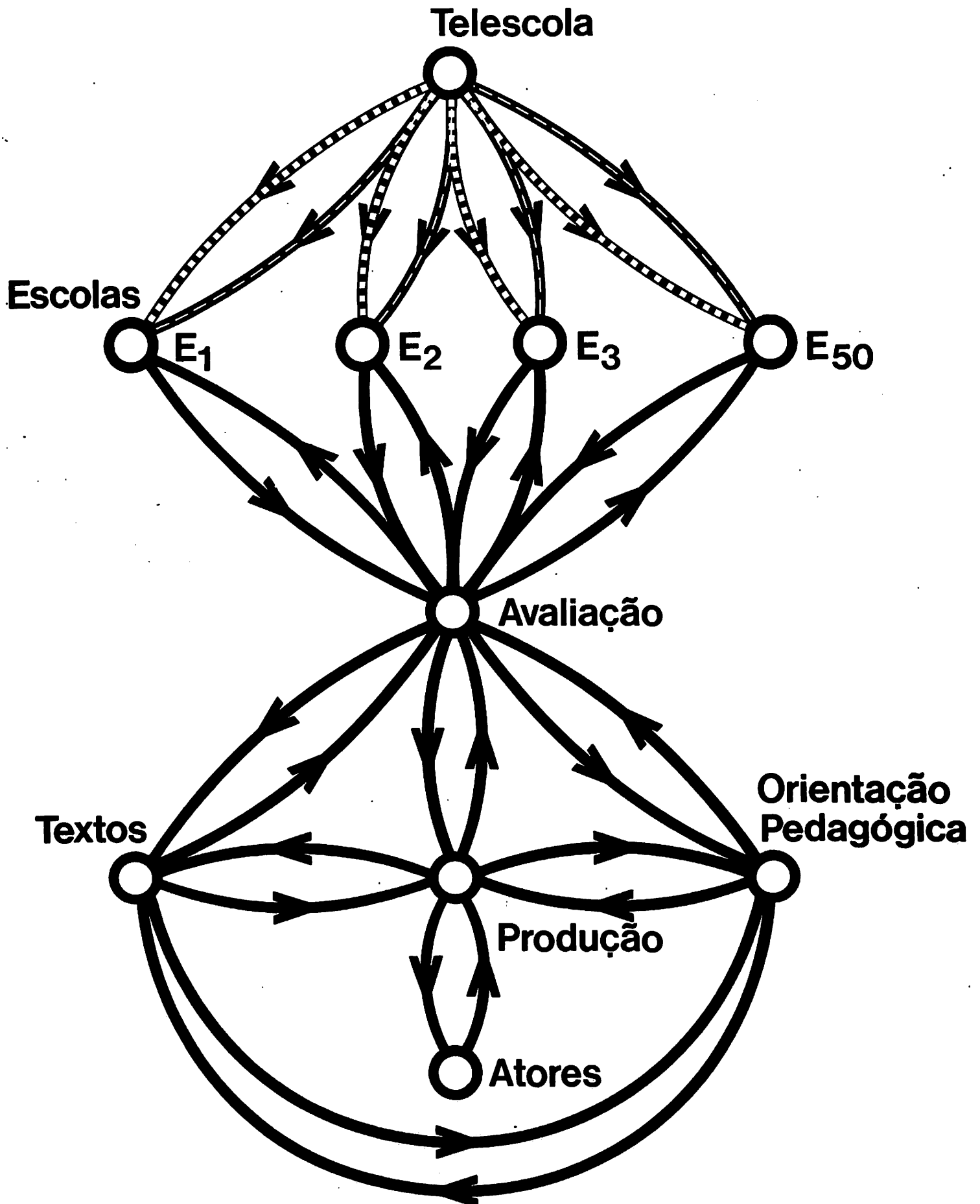
# MODELO CIBERNÉTICO DO PROJETO TELESCOLA



- Subsistemas {
- ① TV - Instrucional
  - ② Aluno
  - ③ Ensino Anterior
  - ④ Professor e Supervisor

- Parâmetros retroalimentadores {
- Pré-Teste
  - Pós-Teste
  - Ficha de Observação
  - Repetição da Teleaula

# GRAFO DAS COMUNICAÇÕES NO PROJETO "TELESCOLA"





## Prezado colega, Professor de Matemática:

*Nestes últimos treze anos, a reformulação do ensino da Matemática, que contou com a participação ativa de matemáticos, psicólogos e pedagogos, apresenta, sem dúvida, saldo positivo, principalmente na mudança de atitudes dos professores. De um conformismo profissional, às vezes presente em suas atividades, passou-se para uma atitude mais dinâmica, alicerçada em planejamentos efetivos.*

*Todavia, como é comum em todo processo evolutivo, foram e estão sendo cometidos alguns exageros de modernização, que têm provocado, em contrapartida, o pronunciamento e a ação de ilustres contestadores:*

*\*René Thom, renomado matemático da atualidade, em carta dirigida ao Prof. A. Lichnerowicz (pai da Reforma Francesa), mostrou sua apreensão, relativamente às experiências levadas a efeito em seu país, "que revelaram uma geração sacrificada, dados os inconvenientes da radicalização do ensino renovado". Demonstrou, inclusive, os exageros de formalização, preconizados através da álgebra dos conjuntos, que "cerceiam o poder de criatividade do jovem estudante".*

*\*Morris Klein, matemático norte-americano, revela também grande preocupação com os abusos que vêm ocorrendo em relação ao ensino da Matemática, pois, apesar de reconhecer que os métodos tradicionais eram imperfeitos, acha, também, que "excluir o ensino dos números e de suas operações, em favor das operações com conjuntos vazios, não satisfaz a necessidade dos estudantes, que vivem num mundo de outra realidade".*

*\*Zoltan Dienes, psicomatemático, dos mais sérios participantes na revolução científica do ensino da Matemática, com grandes serviços já prestados ao Brasil, relata: "os conceitos de Matemática Moderna que vêm sendo utilizados em muitos países não trouxeram nenhum grande avanço para a compreensão e aplicação da matéria; na França, onde trabalhei, a situação chega a ser catastrófica, pois as crianças continuam sendo orientadas para decorar, só que agora, ao invés de decorar, por exemplo, tabuada, decoram noções de conjuntos; e, sinceramente, os alunos lucravam muito mais em decorar tabuada".*

*Este quadro, com pequenas alterações, vale para o Brasil, onde a elaboração indiscriminada da maioria dos assuntos propostos, de Estado para Estado, de cidade para cidade, de escola para escola, ensejou a proliferação de audaciosos programas de Matemática, para o ensino de 1.º e 2.º graus, na sua maioria segundo modelos estrangeiros, que não tiveram aprovação satisfatória, nem sequer nos próprios locais de origem. Infelizmente, fato que poderia ser considerado auspicioso em país bem organizado em sistemas de ensino, passou a ser pesadelo pela "desorientação" dada aos professores, principalmente aos mais novos, sem muita experiência de magistério.*

*Em aparente paradoxo, diante de tão "alta matemática" exigida — como se todos os estudantes fossem transformar-se em matemáticos profissionais —, baixo nível de formação começou a ser constatado: nas 5.ª e 6.ª séries, alunos não sabem tabuada, nem frações; não sabem trabalhar com o sistema métrico decimal, básico para a vida em sociedade, e nem chegam a ser capazes de realizar simples operação aritmética, ou cálculo trivial de juros simples. O salutar hábito de resolver problemas, tarefa que educa o estudante e o ensina a pesquisar — e que sempre foi mantido na orientação dada em nossos livros didáticos —, tem sido perdido no emaranhado de proposições abstracionistas de certos planos de currículo que, embora a título de sugestão, têm servido de norma de ação para os professores.*

*Daí a necessidade premente da volta, sob os auspícios do MEC, dos Congressos Brasileiros de Ensino da Matemática, de tão bons serviços já prestados ao País. Neles poder-se-á, de fato, fazer balanço consciente dos avanços registrados e análise cuidadosa dos exageros cometidos, partindo para um programa mínimo de Matemática, de âmbito nacional, bem como para metodologias a serem empregadas.*

*Nós, que tivemos o privilégio de lançar os primeiros livros didáticos brasileiros de características modernas, com uso dos conceitos unificadores da Matemática, sem nunca perder de vista a importância do cálculo com números, a resolução de problemas (estrutura da repartição), a praticidade de conhecimentos geométricos, vamos, juntamente com outros colegas, pleitear a realização do 6.º Congresso Brasileiro do Ensino da Matemática, com a finalidade precípua de propor diretrizes para o ensino da Matemática, com base na realidade brasileira. No folheto anexo, o colega encontrará um painel de assuntos mínimos de Matemática, destinados à formação de alunos que completam o ensino do 1.º grau, com destaque para aspectos profissionalizantes (Lei 5.692/71).*

*O desenvolvimento de tais assuntos (conteúdo e prática) consta da nossa coleção de livros didáticos (5.ª a 8.ª séries), que continuarão vigorando até a realização do próximo Congresso Brasileiro do Ensino da Matemática, possivelmente em Brasília, em 1977.*

Atenciosamente,

São Paulo, dezembro de 1976.

  
Osvaldo Sangiorgi



OS. I. 3. 1308

COMUNICAÇÃO & BOOLE - I

Oswaldo Sangiorgi  
ECA - CCA - 1977

A PROPÓSITO DO CONTROLE DA COMUNICAÇÃO ENTRE APRENDIZ E FEITICEIRO ...

A palavra comunicação se origina, etimologicamente, do latim "communicare" que significa "tornar comum", "partilhar".

Não é sem sentido que, no popular, se diz: mas sim o que os outros entendem...

Tornar comum, partilhar, portanto, comunicar ocorre, por exemplo, quando alguém, viajando, envia um cartão postal com o objetivo de manter informada outra pessoa; emissor e receptor estarão tornando algo em comum ... o que, precisamente, equivale a dizer que a intersecção entre os seus universos de discurso não é vazia.

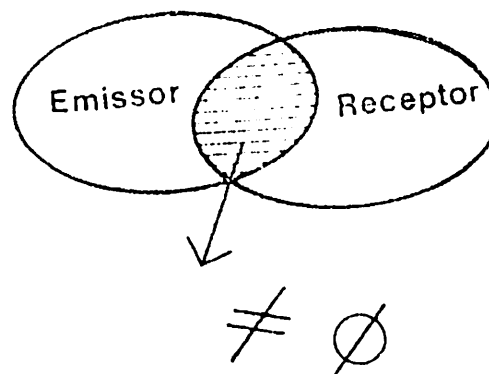


fig. 1

Desde as moléculas do DNA (ácido desoxirribonucleico), que são moléculas informacionais portadoras do código genético, pois nelas se podem armazenar informações, através de uma linguagem atômico-molecular, até as linguagens artificiais entre máqui-



nas, passando pelas linguagens "naturais" entre os seres vivos (homens, animais, plantas ...) todos "conversam", todos se comunicam, por intermédio de diálogos, monólogos ou solilóquio.

Assim, se pretendemos conhecer o que se passa em torno de nós ou pelo resto do mundo, adquirimos um jornal, ouvimos o rádio, assistimos a televisão, ou seja, estamos "partilhando" informações entre emissor e receptor. Ao leitor deste artigo, deve tornar-se conhecida uma série de informações sobre Comunicações & Boole emitidas pelo autor, para que haja realmente comunicação...

A conexão entre emissor e receptor é estabelecida por um canal de comunicação, cujo suporte é o meio que torna possível o transporte da mensagem.

A comunicação verbal (onde o meio é a linguagem escrita ou oral) e a comunicação visual (cujo meio é constituído pelos recursos de ordem gráfica, gestual ou pictórica) devem ser destacadas como as mais gerais, para os que se iniciam na Teoria Geral da Comunicação onde são abordados, pormenorizadamente, os aspectos qualitativos (sociológicos, antropológicos, psicológicos) da informação bidirecional entre emissor e receptor.

Os aspectos quantitativos da Comunicação já são da alçada da Teoria da Informação.

A partir do enfoque de Claude Elwood Shannon (1916 - ); apresentado no The Mathematical Theory of Communication, em 1949, e no não menos clássico artigo de Warren Weaver, "Recent Contributions to the Mathematical Theory of Communication" (Shannon e Weaver, 1964), são criadas condições para medir informações e previsões para aumento da capacidade dos entes envolvidos no processo de comunicação, unindo fonte e destinatário:

foto  
(fig 2)  
Shannon

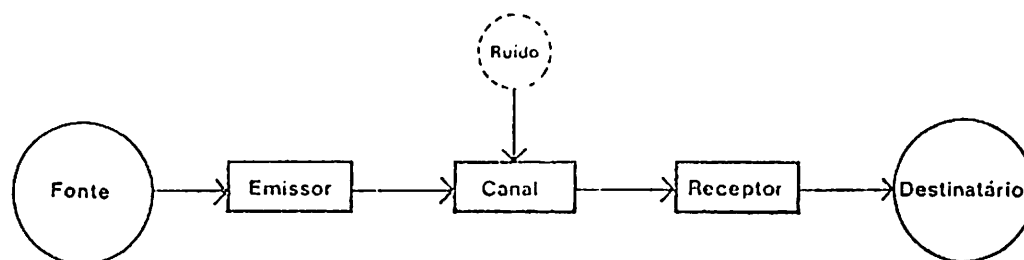


fig. 3

Quantificação de informação, caráter discreto ou contínuo, capacidade do canal, seletividade da mensagem, luta contra o ruído, entropia, fazem parte do acervo de conceitos de Teoria da Informação. As propostas de Shannon, que exige maior participação de matemática e probabilidade, são:

1) com que exatidão os símbolos podem ser transmitidos? (problema técnico); 2) com que precisão os símbolos transmitidos transferem o significado desejado? (problema semântico); 3) com que eficiência a significação recebida influencia a conduta no sentido desejado? (problema de eficiência).

Substitua-se "símbolos" por momentos significativos, para o receptor, e, estamos em condições de medir a quantidade de informação trazida por qualquer fonte, seja provinda de um quadro, de uma sinfonia de Beethoven, de um cartaz de propaganda, de um painel das cotações da Bolsa, de uma peça teatral, da televisão, do cinema, etc.

Há 50 anos Hartley propôs: a quantidade de informação, gerada por uma fonte, depende da grandeza do seu estoque de informações possíveis. Quanto maior esse estoque, tanto maior a incerteza, e, conseqüentemente, maior a informação: maior é a entropia.

Assim como para medir comprimentos pode-se introduzir o metro como unidade de medida, para medir informações foi introduzida a unidade bit (de binary digit), que é uma medida precisa de quantidade de informação que a memória pode conter.

Que é um bit de informação?

É a quantidade de informação trazida pela realização de entre dois momentos significativos equiprováveis. É uma decisão binária. Assim, por exemplo, a quantidade de informação trazida pelo lançamento de uma moeda, por um de seus dois momentos significativos: cara ou coroa, dá ao receptor 1 bit de informação, qualquer que tenha sido sua escolha (se escolheu coroa e deu coroa, sabe que acertou, e se deu cara; sabe que errou).

Uma escolha entre os quatro ( $2^2=4$ ) pontos cardeais, vale 2 bits e a escolha de um momento significativo entre oito ( $2^3=8$ ) equiprováveis, necessita 3 bits. Por exemplo, no caso de se querer "adivinhar" uma carta entre oito propostas, pode-se, na certa, adivinhá-la, usando-se 3 perguntas de decisão binária (3 bits), pois a primeira pergunta (1 bit), diz respeito a em qual das duas metades (4 e 4) está situada a carta escolhida; a seguir, na metade apontada, faz-se a segunda pergunta (2 bits) procurando-se, novamente, saber em qual das duas metades (2 e 2) se encontra a carta desejada e, finalmente, a terceira pergunta (3 bits) terá como resposta a carta procurada (última divisão binária que coincide com a escolha da cara ou coroa no exemplo do lançamento da moeda).

Quantos bits de informação traz qualquer uma das seis ( $2^X=6$ ) faces de um dado? Agora, 6 não é uma potência "exata" de 2, e o número de bits não é inteiro (está entre 2 e 3) e é dado por  $\log_2 6$  bits. Então, a quantidade de informação trazida por qualquer um, entre n momentos significativos equiprováveis, gerados por uma fonte de informação discreta, é igual a  $\log_2 n$  bits.

No caso mais geral de não serem equiprováveis os momentos significativos, como por exemplo a quantidade de informação trazida por qualquer letra componente das palavras que constituem uma sentença, ou pelos tons de cores que compõem um quadro, ou pelos acordes de uma sinfonia, então a fórmula (de Shannon) que dá a quantidade média de informação, trazida por momento significativo  $x_i$ , de probabilidade  $p_i$ , de uma fonte  $X$ , é:

$$H(X) = - \sum_{i=1}^n p_i \cdot \log_2 p_i \text{ bits}$$

A quantidade de informação, da linguagem do código genético na molécula de DNA, pode ser medida em bits. No DNA existem certas componentes chamadas bases e o número de bits pode então ser calculado pelo número dessas bases. Então, a própria noção de vida, de acordo com a afirmação do físico Sérgio Mascarenhas, depende da existência da informação no sistema biológico.

Sem informação não há mensagem, não há reprodução, não há processos e mecanismos de controle e comando.

Mas ainda, a engenharia genética atual, valendo-se dos bits detectados nos gens, os quais são portadores de todas as informações que programa a vida, desde a forma dos dedos até a inteligência, passando pela resistência às doenças e a cor dos olhos, possibilita a interferência dos geneticistas nos gens portadores de defeitos e enfermidades. Ressalta-se, ao lado da importância da quantificação da informação no campo biológico, os riscos de certas experimentações perigosas para a humanidade, lembradas por James Watson, Prêmio Nobel que, quase superando ficção científica, receia a criação eminente de novas formas de vida, microorganismos de poder desconhecido que poderiam, mesmo, exterminar a vida humana sobre a Terra.

Assim, controlando e quantificando informação, no mundo cibernético em que vivemos, o cientista moderno é um sério candidato ao papel de aprendiz de feiticeiro ...

#### A PROPÓSITO DO CONTROLE DA COMUNICAÇÃO POR BOOLE ...

George Boole (1815-1864) introduziu, em seu livro In Investigation of the Laws of Thought o primeiro tratamento sistemático da lógica e com este propósito desenvolveu um sistema algebrico conhecido hoje com o seu nome: Álgebra Booliana. Nos últimos 100 anos poucas obras de matemática têm tido mais

foto Boole  
54.4
 impacto na Matemática e na filosofia que esta famosa obra. Augustus de Morgan assim se exprimiu sobre esta famosa obra de Boole: "Nunca se poderia acreditar que os processos simbólicos da álgebra, inventados como instrumento para o cálculo numérico, resultassem tão adequados para exprimir atos do pensamento e para estabelecer a gramática e o dicionário de um sistema de lógica, como foi demonstrado nas Leis do Pensamento".

Com a publicação de The Mathematical Theory of Communication, Shannon deu a conhecer uma nova área de aplicação da álgebra booliana mostrando que as propriedades básicas de combinações série-paralelo de dispositivos elétricos biestáveis poderiam ser representados adequadamente mediante esta álgebra. Desde aí a álgebra booliana tem tido um papel importante na delicada tarefa de desenhar circuitos telefônicos, de comutadores, dispositivos de controle automático e computadores eletrônicos.

As Leis do Pensamento, caracterizadas por uma Álgebra de Boole, podem ser expressas, através dos seguintes axiomas estabelecidos numa classe de elementos  $\beta$ , munida de duas operações binárias ( $\square$ ) e ( $\circ$ ) e uma operação unária ( $'$ ):

A1: As operações  $\square$  e  $\circ$  são comutativas.

A2: Existem dois elementos neutros distintos  $\xi$  e  $\gamma$ , relativos às operações  $\square$  e  $\circ$ , respectivamente.

A3: Cada operação é distributiva em relação à outra.

A4: Para cada elemento  $a$  de  $\beta$  existem um elemento  $a'$  de tal que:

$$a \square a' = \gamma \text{ e } a \circ a' = \xi$$

A Álgebra dos Conjuntos, estudada desde o ensino de 1º grau, é uma Álgebra de Boole (as operações binárias são a união e a intersecção, e a unária, a complementação; os elementos neutros são o conjunto vazio e o conjunto universo, respectivamente). A Álgebra das Proposições também é uma álgebra booliana, onde as operações binárias agora são: ou e e, e a operação unária: não; os elementos neutros são a proposição falácia e a proposição tautologia, respectivamente. A Álgebra dos Comutadores



em circuitos elétricos é uma Álgebra de Boole; as operações binárias são: ligação em paralelo e ligação em série, e a operação unária: desligar; os elementos neutros 0 (comutador desligado) e 1 (comutador ligado), respectivamente.

Alguns teoremas, facilmente demonstráveis, precisam ser conhecidos para justificar os resultados que queremos apresentar e que constituem a principal informação deste trabalho.

Numa Álgebra de Boole  $\beta$ , para qualquer elemento  $a \in \beta$ , tem-se:

$$T1: a \oplus a = a \quad \text{e} \quad a \odot a = a$$

$$T2: a \oplus 1 = 1 \quad \text{e} \quad a \odot 0 = 0$$

Para o leitor menos afeito à Matemática, os resultados anunciados pelos teoremas são facilmente compreendidos quando se substitui as operações  $\oplus$  e  $\odot$ , respectivamente por  $\cup$  e  $\cap$  ou  $\vee$  e  $\wedge$ ; os elementos neutros 1 e 0, por  $\mathcal{U}$  e  $\emptyset$  ou  $v$  e  $f$ , respectivamente.

Comunicação genuína significa troca de informação ou um fluxo bidirecional de informação, onde emissor e receptor são os terminais.

Assim, dois sistemas do tipo apresentado na fig.3, acoplados em direções opostas, descrevem o modelo de um fluxo bidirecional de informação. Um duplo sistema pode ser arranjado de tal modo que cada emissor é dependente do receptor e vice-versa.

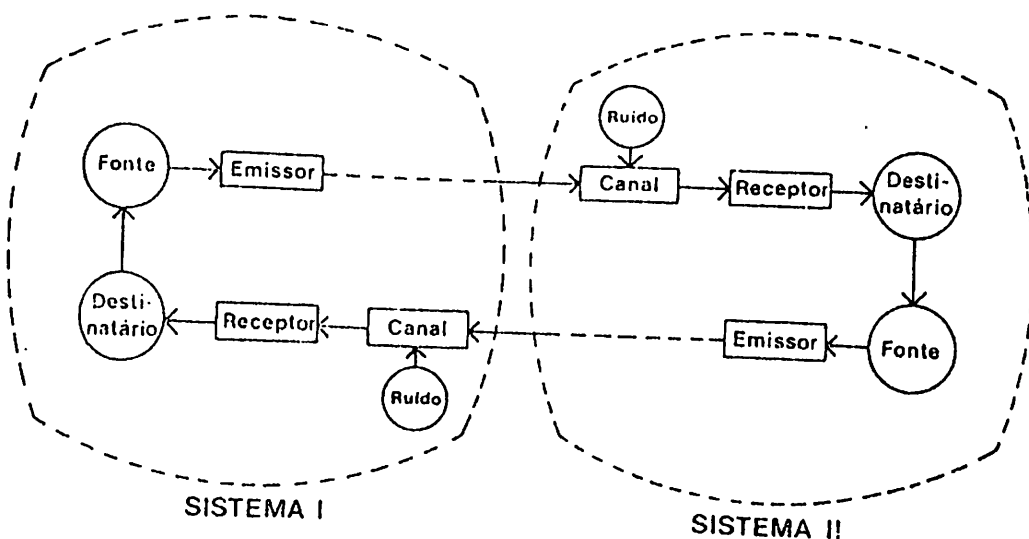


fig.5

Um sistema de comunicação bidirecional, entre o sistema I e o sistema II, pode ser simplificado essencializando os terminais; emissor e receptor, e, com uma linha o canal:

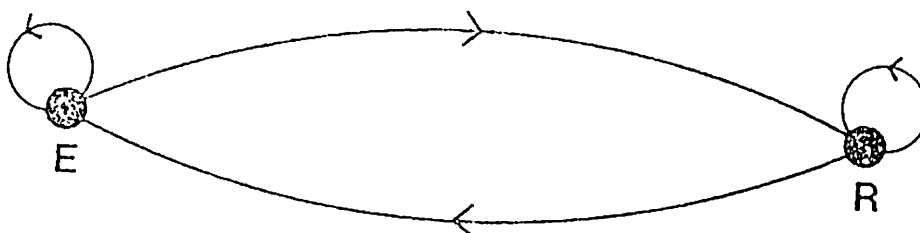


fig. 6

Pensemos, agora, numa simples aplicação dos resultados apresentados por Boole, acerca das três modalidades fundamentais da comunicação entre emissor(es) de um lado e receptor(es) do outro, que se apresentam ora como diálogo, ora como monólogo ou como solilóquio.

A tripla:  $(E_i, C_j, R_k)$  com  $i, j, k \in \mathbb{N}^*$ , onde os  $E_i$  representam os emissores, os  $C_j$  os canais empregados, e os  $R_k$ , os receptores, auxilia a formalização dessas modalidades de comunicação.

Consideremos por exemplo:

1. Diálogos a um canal (exteriorizado pelo som, por exemplo), como a conversa telefônica entre duas pessoas E e R:

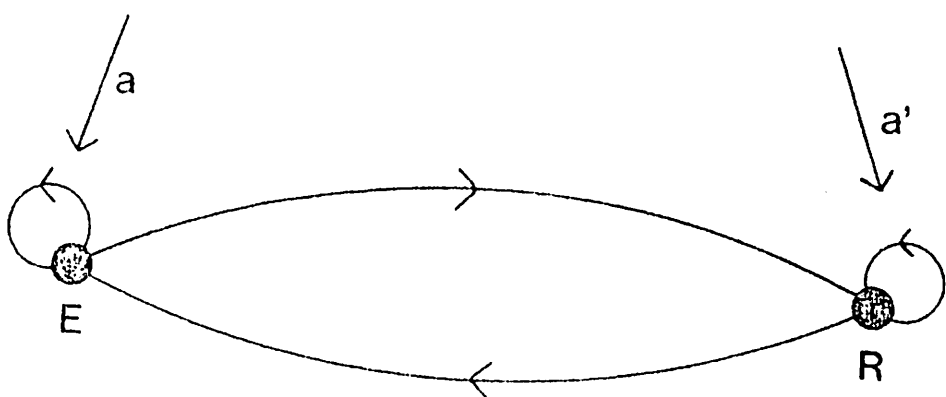


fig.7

Pares cartesianos: (E,E), (E,R), (R,R), (R,E) com os seguintes significados:

(E,E): reflexão do emissor (comunica-se consigo mesmo antes de se comunicar com o receptor).

(E,R): comunicação direcional emissor-receptor.

(R,R): reflexão do receptor.

(R,E): comunicação direcional receptor-emissor.

Expressões booleanas: suponhamos uma mensagem a a ser emitida por E e a resposta de conteúdo informacional a' de R, dentro do Universo-discurso ( $U=1$ ), no contexto onde se realiza o diálogo.

As Leis do Pensamento permitem que sejam verificadas as seguintes relações:

- i)  $a \neq 0 \mid a \oplus a = a$  e  $a \odot a = a$   
 ii)  $a' \neq 0 \mid a' \oplus a' = a$  e  $a' \odot a' = a'$   
 iii)  $a \oplus a' = a$  e  $a \odot a' = 0$   
 (universo-discurso) (não-simultaneidade)

Se a conversa fosse ao vivo entre duas pessoas, com uso de dois canais, exteriorizados por som e imagem, os pares cartesianos seriam em número de 16 ( $2^2$ ).

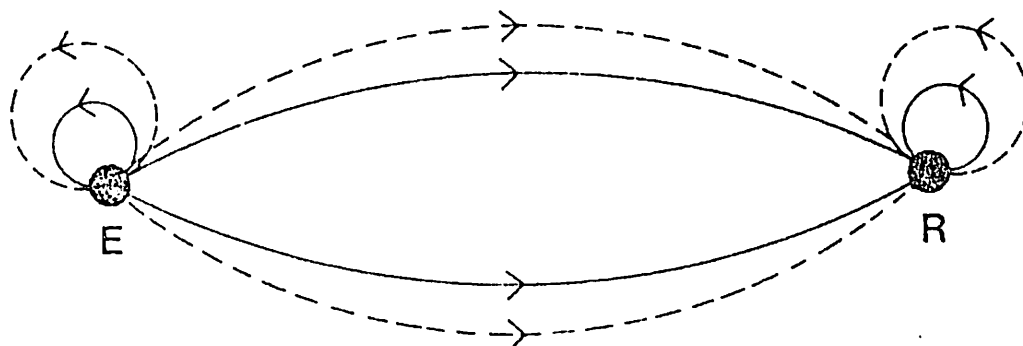


fig. 8

Entre eles, por exemplo, figura o par (E,R) que significa o emissor E comunicando-se através de um dos canais - som - (perguntando, por exemplo, ao receptor se vai a um determinado lugar) e o receptor responde através de outro canal - imagem (por exemplo, mediante um sinal com a mão responde "não").

2. Monólogo a um canal exteriorizado pelo som, como, por exemplo uma pessoa (E) que estivesse gravando a voz num gravador (R).

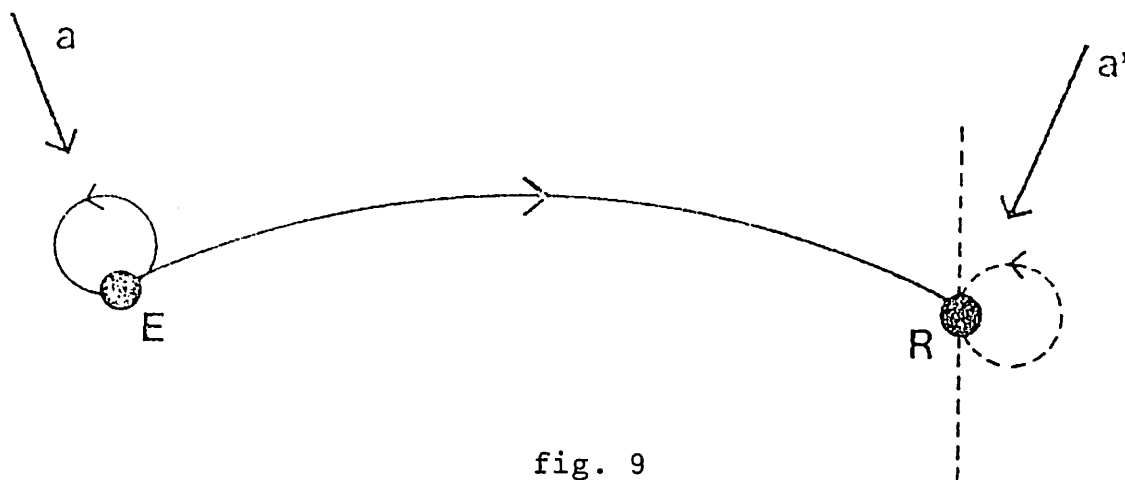


fig. 9

Pares cartesianos: (E,E), (E,R).

Expressões booleanas:

- i)  $\exists a \neq 0 \mid a \oplus a = a$  e  $a \odot a = a$
- ii)  $\exists a' \neq 0 \mid a' \oplus a' = 0 \oplus 0 = 0$
- iii)  $a \oplus a' = a \oplus 0 = a = 1$  (universo-discurso)

No caso de monólogo, o universo-discurso se restringe tão somente ao emissor, embora haja uma copresença do receptor.

Pode ainda participar do monólogo um par ( $\mathcal{R}, \mathcal{R}$ ) de valor abstrato, significado a reflexão do receptor. Por exemplo no caso de um ouvinte ( $\mathcal{R}$ ) que se limite a ouvir, numa conferência, um conferencista (E), embora haja reflexão, não há retorno, e, portanto,  $\mathcal{R}$  não participa da comunicação. É óbvio que se houver debates, então haverá estrutura de diálogo (comunicação bidirecional) para cada participante que debater com o conferencista.

3. Solilóquio com qualquer número de canais. Nesse caso o emissor (E) e o receptor (R) coincidem (uma pes

soa "conversando" consigo mesma, por exemplo).

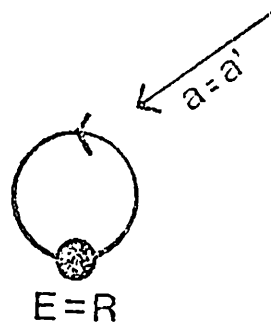


fig.10

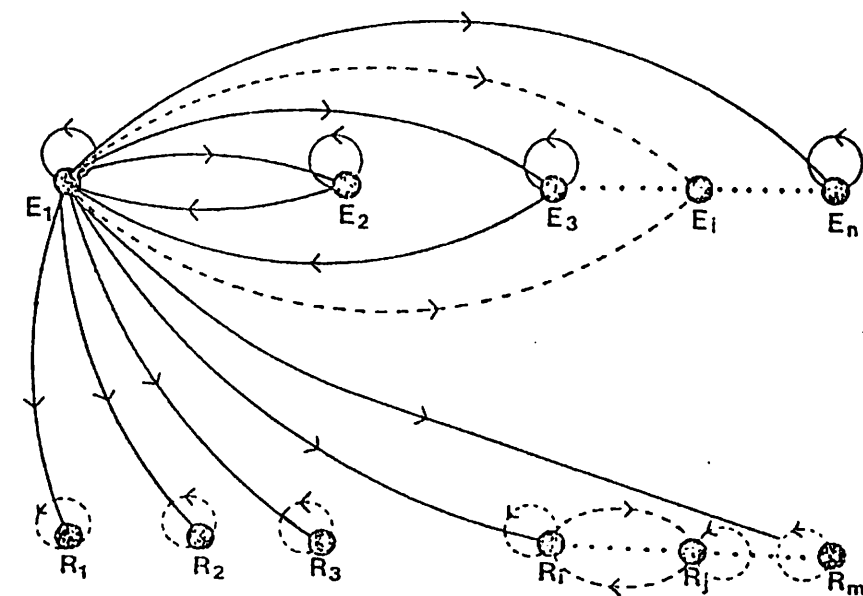
Pares cartesianos  $(E,E) = (E,R) = (R,R) = (R,E)$ .

Expressões booleanas: i)  $\exists a=a' \mid a \oplus a' = a \oplus a = a' = 1$ .

O universo discurso é o emissor = receptor.

Toda situação de comunicação que envolve fluxo bidirecional de informações pode ser formalizada através de pares cartesianos e expressões booleanas, de modo que reciprocamente, conhecidos determinados pares cartesianos e expressões booleanas se torne possíveis, identificar a estrutura da comunicação projetada.

Para situações mais complexas (teatro, por exemplo) toda comunicação desenvolvida é estabelecida através de matrizes características;  $M(E_i)$  dos emissores (artistas trabalhando);  $M(R_j)$  dos receptores (assistentes do espetáculo) e a matriz  $M(E_i \times R_j)$  dos emissores x receptores, com as correspondentes expressões booleanas.



$i, j \in \mathbb{N}' \quad (m > n)$

fig.11



$$\begin{array}{l}
 M(E_1) = \begin{array}{|c|} \hline (E_1, E_1) \\ \hline (E_2, E_1) \\ \hline \cdot \\ \hline \cdot \\ \hline \cdot \\ \hline (E_n, E_1) \\ \hline \end{array} \quad \begin{array}{|c|} \hline (E_1, E_2) \\ \hline (E_2, E_2) \\ \hline \cdot \\ \hline \cdot \\ \hline \cdot \\ \hline (E_n, E_2) \\ \hline \end{array} \quad \begin{array}{|c|} \hline (E_1, E_n) \\ \hline (E_2, E_n) \\ \hline \cdot \\ \hline \cdot \\ \hline \cdot \\ \hline (E_n, E_n) \\ \hline \end{array} \\
 \\
 M(R_k) = \begin{array}{|c|} \hline (R_1, R_1) \\ \hline \cdot \\ \hline \cdot \\ \hline \cdot \\ \hline (R_m, R_1) \\ \hline \end{array} \quad \begin{array}{|c|} \hline (R_1, R_2) \\ \hline \cdot \\ \hline \cdot \\ \hline \cdot \\ \hline (R_m, R_2) \\ \hline \end{array} \quad \begin{array}{|c|} \hline (R_1, R_m) \\ \hline \cdot \\ \hline \cdot \\ \hline \cdot \\ \hline (R_m, R_m) \\ \hline \end{array} \\
 \\
 M(E_1 \times R_k) = \begin{array}{|c|} \hline (E_1, R_1) \\ \hline (E_2, R_1) \\ \hline \cdot \\ \hline \cdot \\ \hline \cdot \\ \hline (E_n, R_1) \\ \hline \end{array} \quad \begin{array}{|c|} \hline (E_1, R_2) \\ \hline (E_2, R_2) \\ \hline \cdot \\ \hline \cdot \\ \hline \cdot \\ \hline (E_n, R_2) \\ \hline \end{array} \quad \begin{array}{|c|} \hline (E_1, R_m) \\ \hline (E_2, R_n) \\ \hline \cdot \\ \hline \cdot \\ \hline \cdot \\ \hline (E_n, R_m) \\ \hline \end{array}
 \end{array}$$

E, assim por diante, sendo que o leitor pode estruturar toda sorte de comunicação bidirecional, envolvendo homem x homem, homem x máquina, máquina x máquina, por exemplo, através dos parâmetros apresentados: pares cartesianos e expressões booleanas correspondentes, ao fluxo de informação das mensagens trocadas.

Mais importante é a recíproca: estabelecidos determinados pares cartesianos, envolvendo canais distintos entre emissor e receptor e as respectivas expressões booleanas, acerca das mensagens a serem trocadas, caracterizar o tipo de comunicação resultante.

Assim George Boole, que viveu numa época em que nem se sonhava com um simples termostato bimetálico ou com os "inteligentes" computadores lógicos, com sua maravilhosa rede de fios coloridos é -- por ser o introdutor das Leis do Pensamento ou da sublime Álgebra do Pensamento -- o responsável direto pela estruturação científica da comunicação.

Um novo elemento, inconfundível pela sua obrigatória presença em todos os sistemas, veio juntar-se à matéria e à energia: a informação. Mas ela cobra caro sua aparição: para seu controle e sua medida, em qualquer campo, só a dominaremos agindo... booleanamente.

REFERÊNCIAS

1. Boole, G. An investigation of the laws of thought. Dover Publications, England, 1958.
2. Mascarenhas, S. Biofísica da Informação e evolução da inteligência. Ciência e Cultura, SBPC, Vol. 30, São Paulo, 1978.
3. Pinto, H. F. "A Cibernética no mundo contemporâneo". Dados e Idéias, Vol. 3, Rio de Janeiro, 1977.
4. Sangiorgi, O. "Pedagogia Cibernética: já não se dá mais aula de Matemática como antigamente"  
Revista Comunicações e Artes, ECA-USP, nº 7 - 1977.
5. Shannon, C. & Weaver, W. The Mathematical Theory of Communication. The University of illinois Press, USA, 1967.
6. Whitesitt, J. E. Álgebra Booleana Y sus aplicaciones. Continental Editora, México, 1971.

OS. I. 3. 1310



# Teoria da Informação

## Matematização de Modelos Linguísticos

Dr. Osvaldo Sangiorgi - Escola de Comunicações e Artes - USP  
~~USP - USP~~ - abril, 1974

A formalização da Linguística, tal como é entendida pela Matemática, deve ser recebida com entusiasmo, mas também com ponderação. Com entusiasmo, pois a linguagem Matemática, permite aos linguistas enunciarem suas teorias com mais rigor e precisão.

Com ponderação, pois o uso dessa metodologia, que explodiu das duas componentes:

Saussure-Hjelmslev - Jakobson (européia) e Schleicher-Bloomfield-Chomsky (americana), # tem criado problemas complexos de comunicação entre os estudiosos <sup>de</sup> das línguas.

A Matemática, ajuda <sup>a</sup> ~~o~~ estudo da Linguística, <sup>a</sup> ~~como~~ ciência. Possibilita a criação de modelos de gramáticas, inspirados nos princípios de formalização consagrados pela Matemática de todos os tempos, em oposição à gramática como a conhecíamos; # um catálogo de modos  $\gamma$  corretos de expressão, <sup>que se</sup> preocupando-se <sup>va</sup> muito mais com os valores dos elementos de um dado conjunto que com as várias possibilidades de relações entre eles.

A rígida normatividade gramatical impedia a pesquisa das relações possíveis (o que a língua popular sempre fez), mesmo quando elas atendiam os aspectos formais da teoria da comunicação.

Até mesmo uma Semântica Formal, concebida por Greimas como um problema real da inteligibilidade do mundo humano, tem apresentado, com <sup>Ullmann</sup> ~~Nelmann~~, Fodor e Benet, pesquisas alicerçadas num eixo metodológico matemático.

Uma velada luta entre ilustres filólogos e os criadores de modelos linguísticos das gramáticas formais ou gerativas tem sido registrada, variando de intensidade conforme <sup>o</sup> ~~o~~ pronunciamento de uma das partes ~~provoca~~ a reação da outra.  
*Provoque*



Isto não só é uma constante em toda a história das ciências como é desejável para a afirmação da Linguística como ciência que está atingindo a sua maioridade.

Não é a sentença do filólogo português, <sup>de</sup> Jose Gonçalo Merculano de Carvalho, de que "estamos abandonando rapidamente uma cultura humanista para nos transformarmos num mundo de técnicos insensíveis, homens que não contestam, não interrogam" e que "se limitam a cumprir / suas funções programadas matematicamente por computadores eletrônicos" que nos preocupa. ] Ora assim, e os estudiosos, de ontem, que, apesar de receberem <sup>ido</sup> uma invejável cultura humanística, não permitiriam que as crianças de hoje soubessem que a Terra está girando em torno do Sol e que o homem já chegou a Lua, graças aos <sup>progressos</sup> ~~preferências~~ contínuos da Cibernética que abrange todos os ramos do conhecimento humano, inclusive o da Linguística. ]

Já se foi o tempo em que o estudioso escolhia Letras para <sup>estudar</sup> ~~estudar~~ <sup>estudo</sup> ~~estudo~~ da Matemática... e vice-versa.

São bem conhecidos os resultados iniciais da aplicação <sup>da</sup> ~~da~~ Matemática à Linguística na concepção de modelos.

A Glossemática, designação dos linguistas dinamarqueses / Hjelmslev e Uldall, há mais de 30 anos, permitiu a construção de modelos linguísticos de nível matemático, por dar ênfase a conjuntos, relações e estruturas, com destaque à forma em oposição à substância, num verdadeiro tratamento lógico-matemático.

Com a ajuda de um número restrito de elementos e com auxílio do modificador "não" e dos <sup>e)</sup> conectivos lógicos: "e", "ou", "se...então...", ~~se~~, "...se e somente se...", estabeleceram-se relações entre esses elementos e, a seguir, relações acerca das primeiras relações (língua e metalinguagem).

] Assim, por exemplo, na Glossemática não se define <sup>v</sup> "vogais" como determinados tipos de sons e "consoantes" como outros tipos de sons, para depois falar da distribuição desses sons dentro das sílabas de uma determinada língua particular. Estabeleceu-se, <sup>na</sup> ~~se~~, sim, as várias relações

Ao nível da estrutura profunda - que refletem as propriedades básicas do pensamento  $\frac{1}{2}$  (álgebra de Boole)-as línguas pouco diferem. Variam, porém, amplamente, ao nível da estrutura de superfície (interpretações semânticas). As pesquisas de Greimas, acerca de significação, acrescenta<sup>v</sup> uma nova estrutura - a da manifestação -, que juntamente com as estruturas profunda e de superfície de Chomsky, produzem e organizam os significantes.

As gramáticas concebidas como máquinas lógicas são gramáticas gerativas, por utilizarem a mesma dinâmica da construção de ~~uma~~ <sup>uma</sup> teoria formalizada em matemática.

É possível, portanto, construir uma gramática e, até uma língua gen artificial, a partir de modelos lingüísticos - matemáticos.

A sensação que um lingüista sente diante de uma gramática concebida como "máquina lógica" é a mesma que a de um matemático ao enfrentar uma axiomática de Peano ou de Hilbert.

Ele partirá de conceitos primitivos (um conjunto de objetos / gramaticais elementares), de postulados (conjunto de regras que, aplicadas a objetos gramaticais elementares, geram objetos gramaticais / complexos) e de propriedades estruturais (conjunto de propriedades que caracterizam a estrutura dos objetos gramaticais complexos gerados).

Nestas condições a elaboração de uma gramática pode ser comparada ao jogo "Mecano" onde se distinguem :

- um conjunto de elementos básicos (peças distintas, que permitem composições de peças mais complexas);
- instruções, que indicam as operações necessárias para a construção de objetos complexos, a partir dos elementos básicos;
- descrições estruturais, ou diagramas, que são normalmente apresentados como modelos, que serão concretizados, a partir dos objetos complexos gerados.

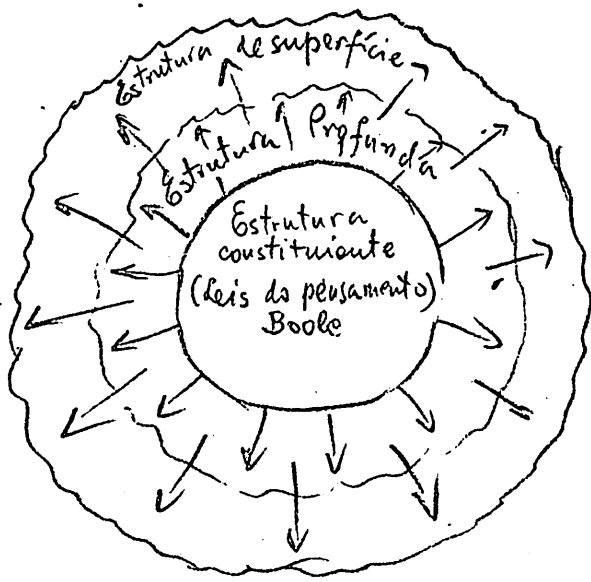
De um modo geral, a construção de gramáticas gerativas, concebidas como máquinas lógicas, servem de base para a construção de algo

possíveis entre as partes de uma sílaba : aquelas que satisfazem determinados tipos de relações são chamadas de vogais e as outras, que satisfazem outros tipos de relações, consoantes, independente do tipo de sons envolvidos.

Cabe, pois, ao linguísta descobrir, <sup>no</sup> ~~ao~~ <sup>estudar</sup> ~~uma~~ <sup>o</sup> língua particular, se ela apresenta vogais e consoantes, como elementos que satisfazam aquelas relações definidas. Poderá, inclusive, deduzir / que ela não apresenta tais elementos.

Já a gramática gerativa <sup>transformacional</sup>, ~~introduzida~~ <sup>por</sup> ~~Chomsky~~ <sup>Chomsky</sup>, ~~propiciou~~ <sup>propiciou</sup>, a partir de 1956, a criação de modelos linguísticos, usando de uma rigorosa formalização lógica-matemática, numa abertura de resultados que ainda estão sendo pesquisados mas que, sem dúvida, abriu novos caminhos não só para o aprimoramento do aprendizado das línguas, de maneira mais econômica e eficiente (vide os livros didáticos modernos) como também para novos rumos estruturais de outras ciências (psicologia, antropologia,...).

Empregando quantificadores ( $\forall, \exists$ ), a negação e os conectivos lógicos (conjunção, disjunção, condicionais e bicondicionais), relacionou as estruturas profundas com as estruturas de superfície de uma determinada língua. O modelo básico de Chomsky parte de existência de uma estrutura constituinte representada pelas regras lógicas (leis do pensamento) de produção de estruturas profundas. O sistema é gerativo no <sup>por</sup> sentido de que faz <sup>uso</sup> ~~uso~~ <sup>finito</sup> de infinitos meios.



rítmos, como a criação de línguas mecânicas para as máquinas de tradução automática, campo que vem recebendo grande desenvolvimento na ~~U.S.S.R.~~ Rússia, Romênia, França e Estados Unidos.

No campo específico da lingüística, as gramáticas gerativas / propiciam a criação de línguas artificiais, de grande interesse, principalmente porque, por meio delas, pode-se fazer a distinção nítida entre as propriedades fundamentais das línguas naturais.

Mais importante, ainda: concretamente, toda gramática pensada como uma máquina lógica é encontrada em "brinquedos" de montagem que, na verdade, partindo de elementos simples e obedecendo a determinadas regras, permitem a composição de elementos complexos. Estes, podem ser reunidos atendendo a modelos que correspondem a diversas estruturas.

~~Concretamente, a gramática pensada como uma máquina lógica é encontrada em "brinquedos" de montagem que, na verdade, partindo de elementos simples e obedecendo a determinadas regras, permitem a composição de elementos complexos. Estes, podem ser reunidos atendendo a modelos que correspondem a diversas estruturas.~~

Como não existe um número limitado de modelos, o seu número pode ser aumentado graças à imaginação criadora. Os chamados brinquedos pedagógicos, surgidos recentemente no Brasil (blocos lógicos Dienes, mecano, blocos para construir Polly,...), que substituem muitas vezes os brinquedos tradicionais, baseiam-se em modelos lógico-matemáticos.

Quando os psicólogos, que estudavam problemas de aprendizagem, passaram a receber formação matemática ou trabalhavam associados a lógicos e matemáticos (como no Centro Internacional de Epistemológica Genética de Genebra, presidido por J. Piaget), foi possível, a partir de 1950, destacar uma série importante de relações úteis para a formação de conceitos. Tais relações foram utilizadas na construção de modelos teóricos de acordo com os estágios do desenvolvimento mental.

Uma das aplicações práticas desses modelos é a criação de jogos lógicos permitindo que a descoberta dessas relações, de grande valia para a aprendizagem e desenvolvimento do raciocínio, seja feita

fora da Escola.

Ora, a construção de uma gramática como uma máquina lógica e de modelos de mini-línguas artificiais dentro dessa Gramática, constitui um exercício análogo aos objetivos perseguidos pelos "brinquedos" lógicos acima descritos. Como exemplificação, consideremos, inspirados em Sebastian K. <sup>Saujan</sup> Sa~~u~~jam, chefe do Departamento de Linguística Estrutural, da Academia de Ciências da União Soviética, a construção de uma mini-língua artificial "X", cujos objetos gramaticais simples são:

a: interpretado como substantivo.

b: interpretado como adjetivo.

c: interpretado como verbo (intransitivo ou transitivo).

As regras de composição dos objetos gramaticais simples, que permitem gerar objetos gramaticais compostos (expressões), são as seguintes :

R1: podem-se formar expressões que comecem por a ou que comecem por a seguido de um número qualquer de b. (Ex: a, ab, abb, abbb, abbbb,...)

R2: podem-se formar expressões que comecem por c ou que comecem por c seguido de qualquer objeto gerado por R1. (Ex: c, ca, cab, cabb,...)

R3: podem-se formar expressões que resultem da combinação de objetos gerados por R1 e R2, nessa ordem. (Ex: ac, abc, abca,...).

Exemplos práticos :

R1: carro (a); carro novo (ab); carro novo azul (abb); carro novo azul metálico (abbb); apartamento (a); apartamento grande (ab); apartamento grande claro (abb).

R2: # sonhei (c) (verbo intransitivo); comprei carro (ca) (verbo transitivo e objeto direto); comprei carro novo (cab); comprei carro novo azul (cabb).

R3: # rapaz dorme (ac); rapaz beija moça(aca); rapaz alto beija moça baixa (abcab).

Tais exemplos são ingênuos, mas a língua artificial gerada por



essa gramática - pensada como máquina lógica - pode produzir um número ilimitado de combinações de acordo com as regras R1, R2 e R3.

Convém observar que a simplicidade do pequeno número de objetos gramaticais elementares admitidos e das regras citadas permitem, através das estruturas que se evidenciam espontaneamente, analisar com mais precisão as línguas naturais, destacando-lhes estruturas se semelhantes, caso existam. É, pois, a partir de modelos (línguas artificiais simples que se pode estudar, com profundidade, as estruturas de uma língua natural.

Presentemente, uma das aplicações de maior importância desses fatos é a tradução automática (máquina de traduzir) de uma língua natural em outra língua natural, mediante o uso de uma língua artificial que estabelece uma correspondência entre as estruturas das duas línguas dadas.

OS. T. 3. 1311



**senai**  
DEPARTAMENTO REGIONAL DE SÃO PAULO

Coordenadoria da Administração  
Divisão de Pessoal

CURSO : Aperfeiçoamento para Professores de  
Matemática

APOSTILA : Matemática Moderna :  
15 anos de acertos e erros

AUTOR : Oswaldo Sangiorgi

Janeiro de 1978

05. I. 3. 1312

MATEMÁTICA MODERNA : 15 ANOS DE ACERTOS E ERROS

Oswaldo Sangiorgi  
São Paulo, março de 1976

- Joãozinho, quanto é 4 mais 3?
- Ora, papai, 4 mais 3 é a mesma coisa que 3 mais 4, pela propriedade comutativa da adição.
- Como, Joãozinho? Quanto dá 4 laranjas mais 3 laranjas?
- Já respondi, papai. Dá o mesmo que 3 laranjas mais 4 laranjas, pela propriedade comutativa da adição.

.....  
... e o pai percebe, meio desesperado, que o Joãozinho não é capaz de dizer 7, como no seu tempo.

Este é um dos inúmeros diálogos reais comentados pelo matemático norte-americano Morris Kline, da Universidade de Nova Iorque, em seu livro Why Johnny can't add (First Vintage Books Edition, 1974). Tal livro, que tem se constituído "best seller" junto aos estudiosos da matemática e educadores em geral, não pretende em absoluto deslustrar a excelente produtividade e a abertura propiciada pelos grupos de estudos americanos que, a partir de 1960, propuseram sérias reformulações no conteúdo e métodos de abordagem na Matemática a ser ensinada aos jovens estudantes.



U.S.A.

Na época, ainda sob o impacto emocional do lançamento do Sputnik, houve uma mobilização geral dos centros de ciências dos E.U.A., num dos maiores programas de reciclagem de professores, no sentido de uma reavaliação científica e, principalmente, saber o que ensinar e como ensinar uma nova Matemática para a geração presente.

Kline, ilustre matemático, que acompanha cientificamente os resultados que vêm sendo colhidos, após dez anos de atuação dos bem formados Grupos de Estudos: SMSG ( School Math Study Group), UICSM (University Illinois Committee School Mathematics), UMMaP (University of Maryland Mathematics Project), ESTCEP (Ball State Teachers College Experimental Program), MSSMC (Minnesota School Science and Mathematics Center), GCMP (Greater Cleveland Mathematics Program) está bastante preocupado com os abusos que vêm ocorrendo em nome da Matemática Moderna pois, apesar de reconhecer que os métodos tradicionais eram imperfeitos (boa parte de seu livro mostra com muito acerto as deficiências do ensino convencional), acha, também, que "excluir o ensino dos números e de suas operações em favor das operações com conjuntos vazios não satisfaz a necessidade dos estudantes, que vivem num mundo de outra realidade".

Mais ainda - continua Morris Kline - apesar das recomendações do The American Mathematical Society e do The National Council of Teachers of Mathematics, que supervisionaram, desde 1960, as coleções de livros escritos (parte do mestre e do aluno) pelos citados grupos, bem como as

experiências levadas a efeito com classes-piloto e o lançamento de revistas especializadas em metodologia da matemática, onde eram propostas certas moderações, é chegada a hora de os educadores em geral, e dos matemáticos em particular, julgarem os acertos (que são muitos) e os erros (que não são poucos em termos de exageros de abstração em detrimento da praticidade), escolhendo os remédios necessários. A razão é clara, continua Kline, "a Matemática Moderna passou a ser dirigida para um mínimo de estudantes que se deveriam transformar em matemáticos profissionais, contra a esmagadora maioria, que não é capaz de realizar uma simples operação aritmética ou um cálculo trivial de juros simples".

Howard Fehr, da Universidade de Colúmbia, outro ilustre matemático norte-americano e participante ativo das Conferências Interamericanas de Educação Matemática, já propunha, em 1971, em face de alguns abusos que se vinham registrando, uma reconstrução dos programas de matemática a serem ensinados nas escolas médias de seu país "sob um ponto-de-vista global, porém prático", através do movimento de revisão de currículos promovido pelo SSMCIS (Secondary School Mathematics Curriculum Improvement Study). Em 1972, quando de sua passagem pela Universidade de São Paulo, apresentou para discussão o seu trabalho "Why School Mathematics should be taught in a contemporary setting", onde expõe programas em linguagem moderna, contendo praticamente as mesmas noções fundamentais que já figuravam há quinze anos, e com êxito comprovado, um pouco de novos símbolos e ênfase nas

quatro operações, para a resolução de problemas que nos cercam na vida real.

O The New York Times, de 4 de maio de 1975, tem o seu maior destaque na parte de Educação com o artigo: "Math: Integrating the new and the old", de Fred M. Hechinger. Nele, depõem famosos matemáticos, professores e educadores ligados aos grandes movimentos da modernização do ensino da Matemática nos E.U.A. nestes últimos anos. Um denominador comum é registrado nessas falas: menos abstrações, através de muitos símbolos para as crianças, e mais atenção à tabuada e às manipulações operatórias simples, independentemente do uso das maquininhas de calcular, devido a sua importância na formação de estruturas operatórias.

Merece destaque, pelo fato de ser um mal quase que comum, o depoimento de J. Kilpatrick, professor associado de Matemática do Teachers College, da Universidade de Colúmbia: "a maioria dos professores das escolas elementares não têm contato algum com qualquer espécie de Matemática, velha ou nova; alguns não recebem cursos de matemática desde que deixaram suas escolas e, portanto, nunca estão à vontade com qualquer tipo de matemática!".

#### EUROPA

Não são diferentes os quadros que se desenvolvem atualmente nos países europeus, notadamente na França e na Bélgica, onde mais se fizeram sentir alguns contestadores dos abusos

registrados por algumas escolas responsáveis pelo ensino da chamada Matemática Moderna, em face de algumas transformações, cujas consequências não são consideradas tão frutíferas pelos educadores. A auspiciosa abertura foi propiciada pela Comissão Internacional para o Aprimoramento do Ensino da Matemática (A. Lichnerowicz, J. Dieudonné, G. Choquet, E.W. Beth, C. Gattegno e J. Piaget), a partir de 1950, e os trabalhos de grande mérito realizados por Lucienne Félix (Exposé moderne des mathématiques élémentaires, Dunod, Paris, 1962), seguidos pelos seminários do Centro de Sèvres, das experiências originais de renovação do ensino da matemática na escola primária, dirigidas por C. Hug (L'enfant et la mathématique, Collection d'Études supérieures, Bordas, 1969), de Grenoble e mais o 1º Congresso Internacional de Ensino da Matemática, que teve lugar em Lyon, 1969, com a presença das mais representativas correntes no que respeitava à modernização e o aprimoramento do ensino da Matemática. (Entre outros: B. Christiansen, da Dinamarca; G. Maslova, da Rússia; S. Begle, dos E.U.A; Z. Dienes, do Canadá; A. Krygovska, da Polônia; F. Papy, da Bélgica; H. Steiner, da Alemanha Ocidental). A França demonstrava, mais uma vez, a sua invejável e participante tradição cultural.

Excelentes contribuições, provindas da moderna escola francesa, através de revistas especializadas, boletins, e livros didáticos, constituíram passaportes para que outros países fossem sensibilizados pelos ventos de renovação no ensino da matemática. Algumas direções seguras, com classes experimentais, foram imprimidas pela Seção de Matemática, do Instituto Nacional de Documentos e Pesquisas Pedagógicas.

gicas, através dos professores J.Coulomb, C.Cranney e B. Belouzer.

Tão efusivas eram as manifestações na época, que até um "Abaixo Euclides!" foi pronunciado por J.Dieudonné, como clímax de uma reunião internacional de ensino da Matemática. (A propósito, registra-se a resposta dada nessa reunião pelo matemático brasileiro Omar Catunda: "No meu país, pelo menos Euclides!")

A revista Science et Avenir, nº 164, 1960, apresentava em sua capa uma criança em atitude de reflexão, observando um maravilhoso conjunto colorido de relações, sob o título "Revolução no ensino da Matemática". No seu interior, eram reveladas as sensacionais experiências realizadas por George Papy, na Escola Normal da Bélgica.

O notável trabalho, em "tecnicolor", desenvolvido por Papy e, posteriormente, pela sua esposa Frédérique Papy, no Centro de Pedagogia da Matemática, em Bruxelas, gerou durante alguns anos o ensejo de grandes inovações no ensino da Matemática, por intermédio de classes-piloto, que realizavam proezas em experiências muito bem conduzidas e que atraíam para aquele centro grande contingente de estudiosos, entre os quais muitos brasileiros. Em que pese a contestação do próprio ensino oficial belga, que não permitiu a generalização para os seus estudantes das inovações de Papy, consideradas demasiadamente ambiciosas para a realidade presente, a história da Matemática Moderna



tem obrigação de registrar a sua brilhante atuação, ressaltada pela tradução, em diversas línguas, de seus espetaculares livros.

Em março de 1972, a revista Science & Vie, nº 654, tornou pública uma carta do prof. René Thom dirigida ao prof. André Lichnerowicz (pai da Reforma Matemática Francesa) e que foi, de 1962 a 1966, presidente da Comissão Internacional do Ensino da Matemática, sob o título: "Maths modernes - les raisons logiques d'enterrer la réforme".

Thom, considerado um dos grandes matemáticos atuais (seus trabalhos em Geometria valeram-lhe a medalha Field, a mais alta distinção internacional, equivalente ao Prêmio Nobel de Ciências Físicas), discordava dos termos da "modernização" como se pretendia colocar a programação de matemática na França. Dizia mesmo que as experiências revelavam uma geração sacrificada, dados os inconvenientes da radicalização do ensino renovado aplicado em nome da Matemática Moderna. Mostrou, inclusive, os exageros de formalização preconizados através da álgebra dos conjuntos, que cerceariam o poder de criatividade do jovem estudante.

"Que uma evolução de programas seja necessária, não se discute. Mas que essa evolução se transforme numa revolução contínua, sem se saber por quê, é falso". Com estas palavras, René Thom refere-se às duas correntes presentes na reforma: a primeira, formada de matemáticos formalistas que desejam introduzir seus conceitos no ensino logo após o pré-escolar,

em oposição à segunda, forma de psicopedagogos que desejam promover um ensino mais vivo, mais concreto, associado a uma pedagogia direta.

Nesse mesmo ano, a revista L'Express, nº 1072, abre uma nova sequência de artigos de Renaud de la Taille, contra a Reforma Francesa. Contendo declarações de inúmeros professores franceses em serviço, a pesquisa revela que o atual ensino da Matemática na França "está muito abstrato e pouco prático". A força desses artigos esteve ainda no depoimento de dois Prêmios Nobel de Física: Alfred Kastler ("o ensino da matemática na França está sem contato com o mundo real ") e Louis Néel (" a matemática não deve ser sempre redutível a conceitos puramente abstratos "). e do grande matemático André Weil, mundialmente famoso e atual professor do Instituto de Estudos Avançados de Princeton (" nada pode ser mais fatal aos verdadeiros matemáticos, que considerar que a Matemática somente consiste em definições, conceitos abstratos e axiomas ").

Outro artigo "Le cauchemar des maths modernes", no L'Express nº 1073, reafirma o "pesadelo" que está enfrentando a matemática moderna na Reforma Francesa.

Registrem-se, nessa discussão científica, as respostas - sem sentido de polêmica - do ilustre Prof. A.Lichnerowicz, que justifica as suas proposições reformistas "com o objetivo não só de preparar melhor os futuros matemáticos franceses, como também permitir aos estudantes que se destinam

às ciências ou às letras, um melhor acesso às bases matemáticas".

Também o matemático J. Dieudonné respondeu, com muita altivez, a um dos artigos de René Thom: "Modern Mathematics: An educational and philosophic erros?", através da revista American Scientist, Vol.61, de fevereiro de 1973, onde aquele emérito professor da Universidade de Nice, França, e um dos fundadores do Grupo Bourbaki, com seu artigo "Should we teach "modern" mathematics?", mostra o que se entende por "rigor" em matemática (pura); o que significa ensino da matemática em nível universitário e o que significa o ensino da matemática em nível secundário, procurando situar seus pontos-de-vista diante da crítica feita por Thom.

A Hungria, que é berço do notável psicomatemático Zoltan Paul Dienes, também realizou transformações de vulto com relação ao ensino da Matemática, comandadas pelo matemático Tamás Varga, professor da Universidade de Budapeste. Há doze anos que Varga participa com muita atividade na avaliação das novas idéias implantadas na escola húngara, baseadas na metodologia Dienes. Reconhecemos em nossas experiências, declara Varga (Revista Veja, nº 362, agosto 1975), por ocasião de sua coparticipação com Dienes, no curso que desenvolveram em São Paulo de 1 a 8 de agosto a convite do Grupo de Estudos do Ensino da Matemática - GEEM, que a matemática moderna diminui a habilidade de calcular. Porém, nós nos preparamos para enfrentar essa queda, avaliando melhor o trabalho com números, não deixando de propor cálculos feitos

individualmente e lembrando que "somar vários números de muitas parcelas não é utilização humana de seres humanos". O grande problema do ensino da Matemática, para esse mestre húngaro, ainda são os professores: "Não basta reciclá-los, eles têm de mudar seu comportamento em relação à classe; um bom professor aprende das crianças e reconhece os próprios erros".

Quanto a Zoltan Paul Dienes, é, entre todos os grandes reformuladores, o que maior contribuição científica trouxe ao ensino da Matemática nestes últimos 15 anos. Suas primeiras classes experimentais surgiram em 1960, na Inglaterra, país onde obteve sua formação superior, doutorando-se em Psicologia e Matemática. Dono de personalidade invulgar no tratamento com as crianças, é ele participante ativo na revolução científica do ensino da Matemática, através de jogos lógicos (utilizando largamente um estado inconsciente da criança quando "brinca" com diversos tipos de elementos que irão um dia ajudá-lo a classificar os acontecimentos do mundo de um modo mais adequado), blocos lógicos e blocos multibase.

Dienes é autor consagrado de diversos livros (O poder da Matemática e As seis etapas do processo de aprendizagem em Matemática são os mais recentes, publicados em 1975, pela E.P.U. - Editora Pedagógica e Universitária Ltda., em convênio com o Instituto Nacional do Livro, do MEC) e o mais harmonioso "condottier!" da Matemática Moderna, pois, através dos jogos, que servem para quase tudo (inclusive para aprender a calcular), a criança é encorajada para o processo de abstração.

Participante ativo na revolução científica do ensino da Matemática, ditou cursos nas Universidades de Harvard e Columbia, nos E.U.A., na Austrália, foi o fundador e diretor do Centro de Pesquisa em Psicomatemática, da Universidade de Sherbrooke, Canadá, de onde se irradiaram mensagens extraordinárias de suas pesquisas para todas as partes do mundo, inclusive o Brasil, que já vem desfrutando com êxito da metodologia Dienes, principalmente em São Paulo e em Porto Alegre. Atualmente Zoltan Dienes é professor da Universidade Brandon, em Winnipeg, Canadá, realizando extraordinária experiência com crianças filhas de índios em estágio de aculturação.

O próprio Dienes declarava em 1973, quando veio ao Brasil pela primeira vez a convite do GEEM, que "os conceitos de Matemática Moderna que vêm sendo utilizados em muitos países não trouxeram nenhum grande avanço para a compreensão e aplicação da matéria; na França, onde trabalhei, a situação estava simplesmente catastrófica, pois as crianças continuavam a ser orientadas para decorar, só que agora ao invés de decorar, por exemplo, tabuada, decoram as noções de conjuntos e, sinceramente, os alunos lucravam muito mais em decorar a tabuada".

Outros países de tradicional educação matemática, como a Inglaterra, Alemanha Ocidental, Itália, Suíça, Espanha, Holanda, entre outros, deram brilhantes contribuições européias ao desenvolvimento da modernização do ensino da Matemática. São conhecidos os bons resultados dos estudos obtidos nos encontros de Gândia, Valência - Espanha (1968), Giessen -



Alemanha (1968), Eupen - Bélgica (1969), Florença - Itália (1970), no 2º Congresso Internacional do Ensino da Matemática, Exeter - Inglaterra (1972), que sempre contaram com grandes conferencistas e demonstrações de experiências conduzidas em diferentes países. Dessas reuniões sempre participaram estudiosos brasileiros, figurando entre eles representantes do GEEM, que traziam para São Paulo observações, sempre úteis, que foram usadas em sessões de estudos, classes experimentais e cursos de férias.

Também as Conferências Interamericanas sobre Educação Matemática, realizadas em países da América do Sul (Bogotá, Colômbia, - 1964; Lima, Peru, 1966; Bahía Blanca, Argentina, 1972), Caracas, Venezuela - 1975), que reuniam educadores e professores de matemática de todas as Américas, contando inclusive com expressivas figuras do cenário europeu, sempre constituíram fontes de emulação para professores, na discussão e análise de experiências sobre as mais modernas tendências do ensino da Matemática, em todos os seus níveis. É de se salientar, numa enumeração de acontecimentos ligados às reformulações do ensino da Matemática na América Latina, o grande encontro que se constituiu o 5º Congresso Brasileiro de Ensino da Matemática, realizado de 10 a 15 de janeiro de 1966, em São José dos Campos, SP, no campus do ITA e que trouxe pela primeira vez ao Brasil as figuras que mais se destacavam na época (Marshall Stone, George Papy, Hector Merklen, Helmuth Völker, entre outros). Esse Congresso, por sinal o último realizado em nosso país até o presente momento, pode ser considerado realmente um marco na história da reformulação, em bases modernas, do ensino da Matemática entre nós.

### JAPÃO E RÚSSIA

Preliminarmente seja feito um ingênuo contejo entre as reformas que, a partir de 1968 se realizavam em Tóquio (Instituto Nacional de Educação Matemática, sob a presidência do Prof. Y. Akisuki), Moscou e Leningrado (Instituto Nacional de Pedagogia, dirigido por N. Popova) e as dos países ocidentais. Embora os objetivos perseguidos fossem os mesmos (reestruturar conteúdos e métodos de abordagem), havia uma dinâmica diferente em conduzir as reformulações: menos aceleração na nova metodologia da Matemática Moderna, a fim de que não se prejudicasse toda uma estrutura científica que se refletia nas próprias potencialidades que se apresentavam como as de mais <sup>alte</sup> índice em todo o mundo. Daí o fato de não se conhecerem nesses países (pelo menos é o que se deduz dos boletins recebidos do Instituto Nacional de Educação Matemática, incluindo artigo da Universidade de Sophia, março de 1975) contestações dos que encontram exageros de vulto cometidos em nome da Matemática Moderna, como ocorre em alguns países ocidentais de grande tradição cultural.

### BRASIL

Com relação à implantação da Matemática Moderna no Brasil muito já se escreveu e os problemas decorrentes são, de um modo geral, os mesmos apresentados pelos E.U.A. e por alguns países europeus, principalmente pelos exageros cometidos, apesar da justa luta realizada num país sem tradição de pesquisa em ensino. Pode-se mesmo dizer que na última década muita coisa importante foi registrada no Brasil com relação a novos currículos de Matemática em

*nao se trata de uma reforma*  
*de conteúdo*

oposição aos tradicionais programas rígidos, simplesmente calcados em modelos de outros países sem levar em conta a nossa realidade. Muita ênfase foi dada à teoria dos conjuntos, às relações e às estruturas na redação de novos programas. Foi modificado - no bom sentido - o panorama geral do ensino brasileiro relativamente ao ensino de uma Matemática, até então considerada "truculenta" e inacessível a maioria dos alunos, para uma Matemática Moderna, cheia de atrativos, de livros didáticos coloridos e de uma avaliação mais flexível, graças aos planejamentos que começavam a ser exigidos, além da importante missão de eixo metodológico de outras disciplinas, num caráter integrativo preconizado pela lei maior 5.692.

Até aí nada de mais. Ao contrário, rejubilava-se por se ver a Matemática transitando para uma situação de agrado, uma vez que ao lado das reformulações de conteúdo introduziam-se, com muito entusiasmo, mudanças nos métodos de abordagem, com trabalhos de classe, jogos lógicos etc.

A maior parte desse mérito coube, no Estado de São Paulo, ao Grupo de Estudos do Ensino da Matemática - GEEM que, fundado em 31/10/1961, com sede na Universidade Mackenzie, contou desde logo com uma plêiade de professores universitários (da USP, do Mackenzie e da Católica), dispostos a levarem avante as reformulações exigidas na época. Nesse tempo a chamada Matemática Moderna - que chegava a galope até nós - exigiu do GEEM longa folha de serviços prestados que, durante 14 anos, ininterruptamente, ofereceu aos professores do

ensino do 1º e do 2º graus, Cursos de Aperfeiçoamento, em colaboração com o Ministério de Educação e Cultura e a Secretaria de Educação do Estado, sempre interessados em levar avante o trabalho do Grupo que passou a ser, posteriormente, de Utilidade Pública.

Toda essa receptividade, sem dúvida benéfica, trouxe um novo estado de espírito para os educadores em geral, que reconheciam ser a Matemática, entre outras ciências que progrediam, aquela que mais se metamorfoseava na sua maneira de ensinar, quase como uma réplica ou desafio do longo tempo de hibernação em que se encontrava. Até um conhecido programa de Televisão de São Paulo, nos idos de 1968, levou ao ar, em horário considerado nobre, um encontro: "Matemática Moderna versus Matemática Clássica", tal o interesse que despertavam em todas as classes os novos enfoques que então se registravam no ensino da Matemática.

Inclusive um Curso de Matemática Moderna para Pais - pois os pais se sentiam meio frustrados em não poder auxiliar seus filhos com a nova Matemática - foi realizado com grande êxito em São Paulo, sob a coordenação do GEEM.

Sobretudo, a partir de 1963, a presença em São Paulo para ministrar palestras ou cursos no GEEM, de ilustres matemáticos - expoentes da modernização do ensino da Matemática em seus países - como Lucienne Felix, Marshall Stone, George Papy, Howard Fehr, Gunther Rickert, Jacques Coulomb,

entre outros e mais a decisiva colaboração de eminentes psicólogos e pedagogos, como Jean Piaget, Hans Aebli, Jerome Bruner e Zoltan Dienes, sem falar de eminentes matemáticos e psicólogos brasileiros que colaboraram de maneira extraordinária nas sessões de estudos "geemistas", um verdadeiro movimento científico foi montado em São Paulo, em torno do ensino da Matemática.

Ficaram famosas, no país as Olimpíadas de Matemática promovidas pelo GEEM, em 1967 e 1969, envolvendo milhares de alunos numa competição intelectual que marcou época pelos magníficos resultados obtidos e pelos reflexos que tiveram em outros países sul-americanos.

#### SITUAÇÃO ATUAL

Mas, com o advento da Reforma do Ensino (Lei 5.692, de 11/8/71), a participação da Matemática, com aspecto integrativo, no Núcleo Comum e mais a sua essencial participação nas qualificações profissionais a nível de 2º grau, previstas em Lei, começaram a surgir, também no Brasil, sinais vermelhos contra a aceleração exagerada que se fazia em nome da Matemática Moderna. A liberdade da elaboração de programas e de currículos, de Estado para Estado, de cidade para cidade, de escola para escola, ensejou a maior produção de livros didáticos de Matemática para ensino de 1º grau que se poderia imaginar. Infelizmente, um fato que poderia ser considerado auspicioso para um país bem organizado em sistemas de ensino, passou a ser um pesadelo pela "desorientação" dada aos professores,



principalmente aos mais novos, sem muita experiência de magistério.

Muita Matemática Moderna escrita indevidamente figura em livros "didáticos", muitos dos quais se limitam a transplantar, pura e simplesmente, tópicos de livros estrangeiros baseados em programas ambiciosos que nem em seus países de origem foram aprovados.

Num aparente paradoxo, diante de tão "alta matemática, um baixo nível de formação começou a ser constatado. O que se nota em grande escala no ensino do primeiro grau?

1. O abandono paulatino do salutar hábito de calcular (não sabendo mais "tabuada" em plena 5a. e 6a. séries!) porque as operações sobre conjuntos (principalmente com os vazios!) prevalecem acima de tudo; acrescenta-se ainda o exclusivo o prematuro uso das maquininhas de calcular, que se tornaram populares do mesmo modo que brinquedos eletrônicos.
2. Deixa-se de aprender frações ordinárias e sistema métrico decimal - de grande importância para toda a vida-para se aprender, na maioria das vezes incorretamente, a teoria dos conjuntos, que é extremamente abstrata para a idade em que se encontra o aluno.
3. Não se sabe mais calcular áreas das figuras geométricas planas e muito menos dos corpos sólidos que nos cercam,

4 . Não se resolvem mais problemas elementares - da vida quotidiana - por causa da invasão de novos símbolos e de abstrações completamente fora da realidade, como: "o conjunto das partes de um conjunto vazio é um conjunto vazio?", proposto em livro da 5a. série.

O professor Dr. Elon Lages Lima, do Instituto de Matemática Pura e Aplicada (IMPA), declarou, durante a realização do 9º Colóquio Brasileiro de Matemática, realizado de 9 a 28 de julho de 1973, em Poços de Caldas: "a importância da Matemática está situada no fato de ser fundamental por suas aplicações tanto na vida prática, como em todas as outras ciências; entretanto, no Brasil, o seu ensino, além de seguir modelos estrangeiros que não tiveram aprovação satisfatória nos próprios locais de origem, está sendo prejudicial pelo exagerado desligamento da realidade e por ser excessivamente moderno."

A tese de Elon Lages Lima sobre o ensino da Matemática em nível médio e apresentada naquele Colóquio é a que há uma necessidade de se estabelecer um meio termo entre a abstração matemática e a realidade, isto é, uma Matemática que seja substancialmente rigorosa e extremamente simples, porque os erros do método clássico são os mesmos do moderno. Não se pode orientar os alunos - garante aquele professor - como se todos fossem acabar matemáticos, porque apenas uma pequena parte seguirá esse ramo. Um exemplo é a resolução de problemas, tarefa que educa o estudante, que o ensina pesquisar, mas que está sendo perdida no abstracionismo do método moderno.

Outra manifestação do IMPA, agora no trabalho apresentado no Seminário de Ciências e Matemática (Rio de Janeiro, outubro de 1973), promovido pelo Departamento de Ensino Fundamental do MEC e realizado pelo Programa de Expansão e Melhoria do Ensino (PREMEN), pelo Prof. Dr. Manoel Perdigão do Carmo, analisa de modo substancial os abusos cometidos no Brasil, em nome da Matemática Moderna. O excesso de formalização, como tem sido usado frequentemente com jovens estudantes - diz aquele professor - pode facilmente se transformar em um freio ao processo criador; não deve confundir pensar corretamente com pensar axiomáticamente. É mais, "a Matemática brasileira já atingiu uma maturidade suficiente para determinar, de maneira independente, os caminhos que mais nos convêm".

A partir de 1973 o GEM vem-se preocupando com os problemas relacionados com os abusos decorrentes de indevidas modernizações por que passa o ensino da Matemática. É sabido que toda reformulação - mormente aquela sofrida pelo ensino da Matemática - traz, por parte de alguns, interpretações mais do que exageradas. Estas atitudes sempre existiram - poucas eram registradas no início das atividades do Grupo - por parte de professores levados mais pelo prazer de inovar ou por ingenuidade.

Porém, agora, principalmente em face de guias curriculares que vêm sendo apresentados em São Paulo e em outros Estados, mesmo em caráter de sugestão, o Grupo de Estudos do Ensino da Matemática, dos maiores responsáveis pela reformulação do ensino da Matemática no Brasil, está procurando pesqui-

sar e analisar certas causas que ganharam maior dimensão este ano, em virtude de inúmeras solicitações de professores que se declaram desorientados e desajustados no desenvolvimento de seu trabalho.

No Curso de Férias do GEEM, em janeiro de 1975, uma mesa redonda, constituída por professores dos mais representativos do Estado de São Paulo e mais a representante oficial da Secretaria da Educação do Estado, permitiu mais uma vez destacar o alto significado que passariam a ter estudos que relatassem um balanço após 15 anos da implantação da matemática Moderna em nosso país. É o que se pretende fazer como contribuição de São Paulo, no III Congresso Internacional sobre Educação Matemática, a ser realizado em Karlsruhe, Alemanha, de 16 a 21 de agosto de 1976.-

#### GUIAS CURRICULARES

Em 1973, A Secretaria da Educação do Estado, através do Centro de Recursos Humanos "Prof. Laerte Ramos de Carvalho" (CERHUPE), num magnífico esforço destinado a renovar o nível ensino de 1º grau, com estruturação de uma escola fundamental de oito anos de escolarização, propôs Guias Curriculares para as matérias componentes do núcleo comum. "Um fato novo se registrava: pela primeira vez um diálogo fecundo estabelecia-se entre professores de todos os níveis, diálogo que, espera-se, tenha prosseguimento no desenvolvimento das etapas subsequentes de difusão, acompanhamento e controle dos guias curriculares", são as palavras da ilustre educadora Therezinha Fram, que abrem a finíssima publicação dos Guias.

É justamente a partir destas palavras que, construtivamente, dentro do clima de respeito que merecem todos os trabalhos educativos que procuram se fundamentar cientificamente, que faremos alguns comentários, com relação ao Guia Curricular de Matemática.

Em que pese a boa intenção e competência dos que nele trabalharam na época (justamente quando o termômetro da modernização atingia os graus "mais elevados" entre nós e já se iniciavam em outros centros educacionais contestações a tais "elevações" o Guia Curricular de Matemática apresenta, entre outros, os mesmos defeitos já apontados com ênfase por uma série de estudiosos de outros países:

1. Demasiada abstração e pouca praticidade, envolvendo assuntos que, por serem difíceis e desconhecidos da maioria dos professores, exigiriam sugestões acessíveis aos professores e citação bibliográfica para consulta. Não nos esqueçamos de que o atual corpo docente do ensino de 1º grau (do antigo ensino primário e 1º ciclo do antigo ensino secundário) em São Paulo, se constitui de, pelo menos, seis grupos distintos, a saber:
  - a) Professores normalistas (o maior contingente), que podem lecionar Matemática até a 6a. série;
  - b) Bacharéis e Licenciados em Matemática;
  - c) Licenciados em cursos que, possuindo um Certificado da cadeira "Complementos de Matemática" (Pedagogia, Psicologia, Ciência Sociais), têm o direito de lecionar a disciplina em várias séries do 1º grau;
  - d) Portadores de diploma de Licenciatura curta em Ciências;

e) Portadores de Certificados (F e D) expedidos pelo Ministério de Educação e Cultura;

f) Outros (alunos, por exemplo).

Então, se o corpo docente disponível no sistema estadual de ensino apresenta tal grau de heterogeneidade no tocante à qualificação profissional, resta saber, antes de quaisquer outras indagações relativas a esquemas teóricos de análise crítica ou avaliação, se o Guia estaria construído de forma a caracterizar-se como roteiro e plano de trabalho adaptável à ampla diversificação de ambientes e flexível ao ajustamento à diferenciação dos alunos. Para a atual realidade brasileira um programa de escola do 1º grau deverá ter um peso muito maior nos assuntos capazes de servir como "ferramenta" para a solução dos problemas do "dia a dia", ou para desenvolver conhecimentos no momento em que desejar, sem grande sobrecarga de estudos teóricos, quase impraticáveis.

2. O Guia está redigido numa linguagem de nível alto, acessível apenas a bacharéis ou licenciados em Matemática ou Física, por escolas em que os alunos tenham obtido uma formação completa (grupo b), não atingindo portanto, a maioria dos professores aos quais é destinado, maioria que não está a par (nem poderia estar) ou não tem a devida segurança no lidar com a linguagem específica da matéria (nem poderia tê-la), segurança que também não será encontrada entre a maioria dos professores (mesmo do grupo b), formada há mais de dez ou quinze anos.

Contrariamente ao que acontece em outros países, onde uma



orientação do nível do Guia Curricular só existe em situação rigorosamente experimental, abrangendo apenas classes-piloto, o Guia Curricular de Matemática (que, apesar de ter caráter de sugestão, se apresenta com timbre oficial), destina-se à totalidade dos alunos do ensino do 1º grau, num pré-julgamento do êxito de sua filosofia e de sua aplicabilidade.

Encontra-se ainda no Guia uma contradição entre a orientação nitidamente elitista que se preconiza para o ensino da Matemática em São Paulo e os princípios democratizadores da Lei 5.692, segundo a qual "o ensino do 1º grau destina-se para a grande faixa de educação para todos e que coloca o do 2º grau em termos de ensino planejado" partindo de que todos, num país como o Brasil, devem chegar à idade adulta com algum preparo (principalmente matemático, acrescentamos nós) para o trabalho, ou pelo menos com uma opção de estudos claramente definida.

Mesmo louvando-se a iniciativa do CERHUPE que, com ingêntes esforços, forma equipe de monitores para dar andamento a um processo inadiável de reciclagem da enorme gama de formações diferentes dos atuais professores de Matemática do ensino do 1º grau de todo o Estado, parece-nos pouca rentabilidade a ser conseguida, em tempo hábil, se não se dispuser de uma mais ampla estrutura de apoio.

É imperioso que a Secretaria da Educação do Estado, que tão bem está colocando o treinamento de professores como uma de suas metas prioritárias, passe a contar com maior número de colaboradores na grande empreitada encetada pelo

CERHUPE que, temos certeza, apoiará a chegada de novos parâmetros.

Das Universidades, dos Grupos de Estudos (os quais, acompanhando com continuidade a reformulação do ensino da Matemática, dispõe de elementos categorizados que permitem distinguir os aspectos positivos da modernização, face à realidade brasileira), dos Institutos Isolados do Ensino Superior hoje reunidos na terceira Universidade Estadual "Julio de Mesquita Filho" que cobrem os quadrantes de todo o Estado de São Paulo, dos grandes estudiosos do nosso Conselho Estadual de Educação deverão surgir matrizes que forjarão modelos reais de aprimoramento do professorado paulista, no que respeita aos conteúdos programáticos e respectivas metodologias.

O grande contingente de professores em serviço vai necessitar de diferentes dinâmicas para poder ser bem atingido: colaboração mais acentuada dos meios de comunicação de massa (Rádio, Televisão, Correspondência), bem como a participação ativa de novos tecnólogos da comunicação, tendo em vista o "cliente" aluno de hoje.

Fechamos o artigo respondendo, conscientemente, à pergunta que se poderia inferir do título proposto: o nosso saldo, nesses 15 anos de renovação do ensino da Matemática, que é um movimento irreversível, é bem maior do que os erros cometidos. O essencial, mesmo, foi a mudança nas atitudes. Em todo esse tempo, novos caminhos se abriram, novos

comportamentos se efetuaram e todos - ligados ao importantíssimo problema da educação - estamos conscientizados da responsabilidade que nos cabe no preparo da geração que já está sendo solicitada para dirigir este País.

OS. I. 3. 1312

TAKSADO DE LECCION-PROGRAMOJ DE MATEMATIKO, SENDITAJ PER TV, PERE  
DE DIAGRAMO  $\beta$ - $\eta$  (PROJEKTO TELELERNEJO, 1978 - TV2 CULTURA,  
SÃO PAULO, BRASILO)

Oswaldo Sangiorci

(Lernejo pri Komunikigo kaj Artoj-USP)

Unu el la rezultatoj de la aplikado de la kibernetikaj-pedagogiaj metodoj en la edukado estas la diagramo  $\beta$ - $\eta$  (H. Frank, 1977) kiu, unuflanke, ebligas la taksadon de difinita instrumentodologio, kompare al aliaj konataj rezultatoj kaj, aliflanke, ebligas la antaŭvidojn pri la instrumentodologioj kiuj estas projektataj.

En la diagramo  $\beta$ - $\eta$  estas enkondukataj la parametroj kaj signifikantaj:

$\eta$  (efikanco): teoria ideala tempo por ellernado  
tempo efektive necesa por ellernado

$\beta$  (amplekso de lernobjekto prezentata):  
tempo foruzata por instrui tutan lernobjekton  
minimuma tempo de ellernado po ero de la lernobjekto.

Oni determinas la koordinatojn de punkto  $(\beta, \eta)$  kiu kunrespondas al la mezuro de la instruo oferita de la metodologio kiun oni estas taksanta (en nia laboro per TV). La determinado de tiu punkto estas farita pere de algoritmo kiu enhavas la jenajn variantojn:

a: nombro de testoj ellaboritaj el la enhavo de la lecionprogramo.

$r_0$ : mezprocentaĵo de trafaj de la ricevanto (lernanto) dum la antaŭtesto.

$r_t$ : mezprocentaĵo de trafaĵoj de la ricevanto (lernanto) dum la posttesto.

$p_0$ : kompetenteco de la ricevanto en la antaŭtesto.

$p_t$ : kompetenteco de la ricevanto en la posttesto.

$t$ : meztempo de daŭrado de la lecionprogramo.

$w^*$ : kvanto de mezinformo en teksto kiu originis la lecionprogramon.

$I = \frac{w^*}{p_t - p_0}$  : kvanto de mezinformo devenanta de la kompetenteco de la aplikitaj testoj

$c_j$ : lernrapideco en la agozono de la ricevanto

$w$ : kvanto de mezinformo de la trafaĵoj konstatitaj en la aplikitaj testoj.

La valoroj de la parametroj  $\eta$  kaj  $\beta$  estas akiritaj, respektive, el la jenaj esprimoj:

$$\eta = \frac{I}{t \cdot c} \cdot \ln \frac{1 - p}{1 - p_t} \quad (\text{efikanco de la lecionprogramo})$$

$$\beta = \frac{\ln w}{\eta} \quad (\text{amplekso de la prezentata lernobjekto})$$

La taksado estas favora, rilate al komparebla instruo kiu uzas alian metodologion, kiam  $\eta$  estas pli granda, au pligranda la parametro  $\beta$  au ankoraŭ kiam estas pligranda la produkto  $\beta \cdot \eta$ . Kontraŭe, oni povas juĝi malfavoran la novan metodologion.

La lokigo de la punkto  $(\beta, \eta)$  en la diagramo ebligas kvalifigi la deziratan taksadon, uzante kiel referencoj la hiperbolojn devenatajn de la variado de la produkto  $\beta \cdot \eta$  (efikanco kaj amplekso estas, komence, inverse proporciaj varantoj) kiujn oni povas konsideri kurboj kun egala efiko.



En la subapoga diagramo, por la taksado prezentata en ĉi tiu verko, estas konataj la lokigoj de kelkaj punktoj ( $\beta, \eta$ ) kunrespondantaj al la ordinare uzataj metodologioj:

- Ordinara leciono en lernoĉambro (OLL)
- Leciono por programita instruo (LPI)
- Leciono kun aŭdvidaĵo en malgrandaj lernantaroj (LAV).

Tiuj punktoj ebligas defini la taksadon de la metodologio kiu uzas TV-n, rilate al efikanco (alta aŭ malalta) kaj de amplekso, rilatigita ankoraŭ al la efiko (granda aŭ malgranda), montrita en la diagramo tra la punktaro de la konataj metodologioj.

#### Operaciebleco kaj taksado akirita

Specimeno: leciono programo (TV) de Matematiko (n-ro 24), kunrespondanta al la 7-a serio de unugrado (aĝozono de la lernantoj: 12 - 13 jaroj).

Teksto (BT): Kunrespondantaj anguloj, alternaj kaj samflankaj (aneksaĵo 1)

Algoritmo uzata en la determinado de  $\eta$  kaj  $\beta$ :

1. Oni konstruas resumon de la baza teksto (BT), enhavanta ĉiujn bazajn informojn transsendotaj. Por tio oni pretigas tri resumetojn (1), (2) kaj (3) (Aneksaĵo 2), kiuj interpretas, koncize, tiujn informojn de la lecionprogramo n-ro 24 de matematiko.

2. Oni kalkulas la valoron de  $I$ , laŭ la metodo anticipado de Weltner, pere de la semantika informo de la resumetoj:

$$i_{\text{sem}} = \frac{i_{\text{(BT)}}}{L_{\text{(Laikoj)}}} - \frac{i_{\text{(BT)}}}{E_{\text{(Fakuloj)}}}$$

au

$i_{\text{sem}} = 4 (i_E - i_L)$ , uzante la faktoron 4, biel korektigilo de portugallingvo.

Resumeto (1):	162 karakteroj:	72 bits
Resumeto (2):	172 karakteroj:	76 bits
Resumeto (3):	<u>168</u> karakteroj:	<u>77</u> bits
	502 karakteroj	225 bits = $w^*$

Por tio, oni mezuras la mezajn antaŭvidaĵojn (kompetentecoj) de la lernantoj, pere de la procentaĵoj de trafoj de la antaŭ ( $r_0$ ) kaj post ( $r_t$ ) testoj aplikitaj ( $a=3$ ), respektive, antaŭ kaj post la elsendo de la lecionprogramo kiun oni taksas (aneksejo 3):

$$p_0 = \frac{a \cdot r_0 - 1}{a - 1} \quad (\text{kompetenteco en la antaŭtesto})$$

$$p_t = \frac{a \cdot r_t - 1}{a - 1} \quad (\text{kompetenteco en la posttesto})$$

$$p_0 = \frac{3 \times 0,36 - 1}{3 - 1} = \frac{1,08 - 1}{2} = \frac{0,08}{2} = 0,04$$

$$p_t = \frac{3 \times 0,71 - 1}{3 - 1} = \frac{2,13 - 1}{2} = \frac{1,13}{2} = 0,56$$

$$p_t - p_0 = 0,52$$

$$I = \frac{w^*}{0,52} = \frac{225 \text{ bits}}{0,52} \approx 432,69 \text{ bits}$$

3. Antaŭtaksado de valoro de daŭrotempo ( $t$ ) de instruado de lecionprogramo n-ro 24 de Matematiko:

$$t = 15 \text{ min} = 900 \text{ sek}$$

4. Antaŭtaksado de valoro de lernrapideco ( $C_v$ ) de la lernantoj, 13- jaraĝaj mezume:

$$C_v = 0,5 \text{ bits/sek.}$$

5. Oni kalkulas la valoron de  $\eta$  :

$$\eta = \frac{I}{t \cdot C} \cdot \ln \frac{1 - p_0}{1 - p_t}$$

$$\eta = \frac{432,69 \text{ bits}}{900 \text{ sek.} \cdot 0,5 \text{ bits/sek}} \cdot \ln \frac{1 - 0,04}{1 - 0,56}$$

$$\eta = \frac{432,69}{450} \cdot \ln \frac{0,96}{0,44} = 0,961 \times 0,77 \approx 0,740$$

$$\boxed{\eta = 0,740}$$

6. Oni kalkulas la valoron de

$$w = \frac{1 - r_0}{1 - r_t}$$

$$w = \frac{1 - 0,36}{1 - 0,71} = \frac{0,63}{0,28} \approx 2,20$$

$$\text{aŭ } \beta \cdot \eta = \ln w$$

$$\ln w = \ln 2,20 \approx 0,8$$

$$\beta \cdot \eta = 0,8$$

aŭ

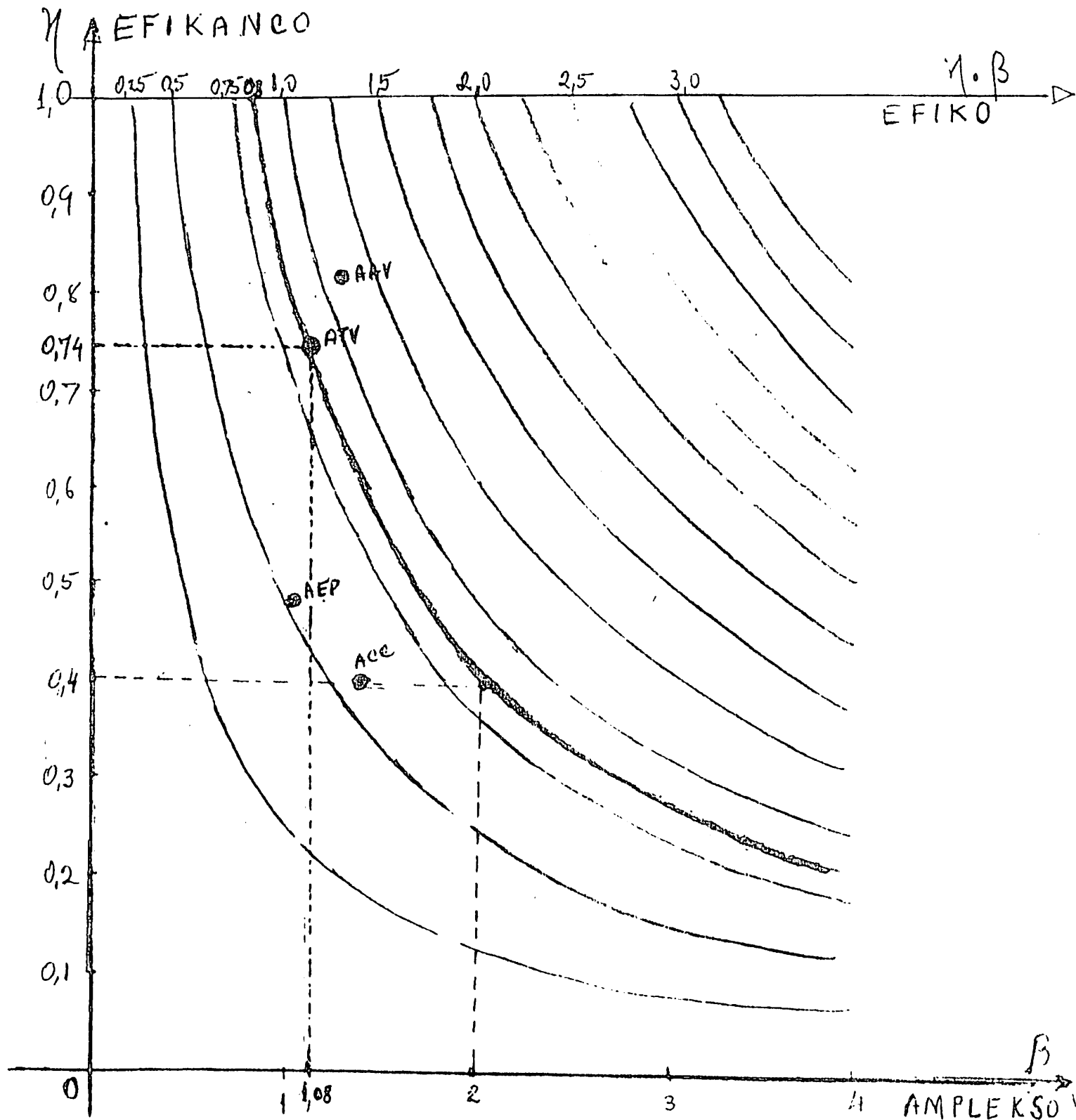
$$\beta = \frac{0,8}{0,740} \approx 1,08$$

$$\boxed{\beta = 1,08}$$



CIDADE UNIVERSITÁRIA  
 "Armando de Salles Oliveira"  
 EDIFÍCIO DA E.C.A.  
 SÃO PAULO - BRASIL

UNIVERSIDADE DE SÃO PAULO  
 ESCOLA DE COMUNICAÇÕES E ARTES



$\eta \cdot \beta = 1$   
 $1,0 \leftarrow 1(\beta)$   
 $1,0 \leftarrow 1(\eta)$   
 $1,0 \leftarrow 2(\beta)$   
 $1,0 \leftarrow 0,5(\eta)$   
 $1,0 \leftarrow 3,0(\beta)$   
 $1,0 \leftarrow 0,33(\eta)$

$\eta \cdot \beta = 0,5$   
 $0,5 \leftarrow 1(\beta)$   
 $0,5 \leftarrow 0,5(\eta)$   
 $0,5 \leftarrow 2(\beta)$   
 $0,5 \leftarrow 0,25(\eta)$

$\eta \cdot \beta = 0,25$   
 $0,25 \leftarrow 1(\beta)$   
 $0,25 \leftarrow 0,25(\eta)$   
 $0,25 \leftarrow 2(\beta)$   
 $0,25 \leftarrow 0,125(\eta)$

$\eta \cdot \beta = 0,8$   
 $0,8 \leftarrow 1(\beta)$   
 $0,8 \leftarrow 0,8(\eta)$   
 $0,8 \leftarrow 2(\beta)$   
 $0,8 \leftarrow 0,4(\eta)$

Finkonkluda interpreto de taksado de la lecionprogramo de Matematiko (n-ro 24), por TV, de la Projekto TELELERNEJO :

La lokigado de la punkto  $(\beta, \eta) = (1,08; 0,74)$  elmontras ke la lecionprogramo de Matematiko, por TV, (ATV):

- 1) entenas efikancon kiu alproksimiĝas de la efikanco de instruado aŭdovidaĵa (AAV) en aretoj de lernantoj (kaj jam prijuĝita bona) kaj multe pli granda ol tiuj registritaj en la programita instruado (AEP) kaj en la instruado en ordinara lernoĉambro (ACC).
- 2) entenas la faktoron amplekso pli granda ol tiu de la programita instruado (AEP) kaj malpli granda ol tiu de instruado kun aŭdovidaĵo (AAV) kaj de la instruado en ordinara lernoĉambro (ACC).
- 3) apartenas al grupo de la metodologioj de efiko, kiu alproksimiĝas al la metodologio de instruado kun aŭdovidaĵo (AAV) kaj multe pli bona ol tiuj de instruado en lernoĉambro (ACC) kaj de programita instruado (AEP).

Sao Paulo, Brazilo  
marto, 1979

*Quilho*

PROJEKTO TELELERNEJO

Lernobjekto: Matematiko

Serio : 7-a serio de 1-a grado

Teleleciono n-ro 24: kunrespondaj anguloj, alternoj, samflankaj.

BAZA TEKSTO

La transversa rekto  $t$  tranĉanta la rektojn  $r$ ,  $s$ , formas 8 angulojn kies verticoj estas la interkruciĝaj punktoj de la rekto  $t$  kun la rektoj  $r$ ,  $s$ . Konsiderante tiujn angulojn 2 po 2, oni povas ilin klasifiki, laŭ la transversa rekto  $t$  en: samflankaj, se ili estas de la sama flanko, kaj alternaj se estas unu de ĉiu flanko; laŭ la rektoj  $r$ ,  $s$ ; internaj kaj eksteraj. Ĉiu paro de anguloj internaj, lokitaj en sama duonplano rilate al la transversa rekto nomiĝas internaj samflankaj kaj ĉiu paro de eksteraj anguloj nomiĝas eksteraj samflankaj. Ĉiu paro de internaj anguloj, ne apudaj kaj lokitaj en kontraŭaj duonplanoj rilate al la transversa rekto, nomiĝas internaj alternaj kaj ĉiu paro de eksteraj anguloj nomiĝas eksternaj alternaj. La paroj de anguloj, unu interna kaj la alia ekstera, ne apudaj, lokitaj en sama duonplano, rilate al la transversa rekto estas nomitaj kunrespondaj. Kiam la rektoj ne kruciĝas, estas paralelaj. Se du paralelaj rektoj estas krucigitaj de rekto transversa  $t$ , estas kongruaj la anguloj: kunrespondaj, alternaj-internaj kaj eksteraj-alternaj; estas suplementaj la anguloj samflankaj internaj kaj eksteraj.



Resumetoj kiel interpretas koncize la bazajn informojn de la lecionprogramo de Matematiko (n-ro 24).

- 1) En la plano, du rektoj tranĉitaj de transversa rekto, formas ok angulojn kiuj, konsideritaj 2 po 2, povas esti klasifikitaj kiel: samflankaj, alternaj kaj kunrespondaj.
- 2) La samflankaj estas en la sama flanko de la transversa rekto, kaj la alternaj en kontraŭaj flankoj de ĝi. La kunrespondaj estas samflankaj, neapudaj, unu interna kaj alia ekstera.
- 3) Kiam la du rektoj estas paralelaj, estas kongruaj: la kunrespondaj, la alternaj (internaj aŭ eksteraj); la samflankaj estas suplementaj (internaj aŭ eksteraj).

PROJEKTO TELELERNEJOAsimiliga TabeloLERNOBJEKTO: MATEMATIKO SERIO: 7-a LECIONO: 24 DATO: 22/10/73KVANTECA ANALIZO

"ANGULOJ KUNRESPONDAZ, ALTERNAJ, SAMFLANKAJ"

Demandoj	Numero de Lernantoj	Antaŭtesto	$\gamma_0$	Posttesto	$\gamma_T$	% trafo $\neq$ inter %
		malneta trafo	% trafo	malneta trafo	% trafo	
1a.	163	66	40,49	129	79,14	38,65
2a.		56	34,35	121	74,23	39,88
3a.		56	34,35	99	60,73	26,38
4a.		-	-	-	-	-
	$\bar{x}$	59,33	36,39	116,33	71,36	34,97

06. I. 3. 1313

*Usos e Abusos das Maravilhosas  
Máquinas de Tecnologia Educacional*

*PROF. OSWALDO SANGIORGI  
Escola de Comunicações e Artes  
da Universidade de São Paulo*

- Joãozinho, quanto é 4 mais 3?

- Ora, papai, 4 mais 3 é a mesma coisa que 3 mais 4, pela propriedade comutativa da adição.

- Como, Joãozinho? Quanto dá 4 laranjas mais 3 laranjas?

- Já respondi, papai. Dá o mesmo que 3 laranjas mais 4 laranjas, pela propriedade comutativa da adição.

.....  
..... e o pai percebe, meio desesperado, que o Joãozinho não é capaz de dizer 7, como no seu tempo.

Este é um dos inúmeros diálogos reais comentados pelo matemático norte-americano Morris Kline, da Universidade de Nova York, em seu livro *Why Johnny can't add* (First Vintage Books Editions, 1974).

Tal livro, que se tem constituído num "best-seller" junto aos estudiosos da matemática e educadores em geral (já foi traduzido para o português, em edição IBRASA) não pretende em absoluto deslustrar a excelente produtividade e a abertura propiciada pelos grupos de estudos, que, a partir de 1960 (no Brasil através do Grupo de Estudos do Ensino da Matemática-GEEM de São Paulo), propuseram sérias reformulações no conteúdo e métodos de abordagem da Ma-

temática a ser ensinada aos jovens estudantes.

Na verdade, o fato acima citado é o resultado do uso indevido da Matemática Moderna que, como nova tecnologia de abordagem, jamais pretendes que os alunos não aprendessem a somar.

O emprego abusivo, exagerado, de propriedades sobre as operações acabou invertendo os objetivos desejados. O que deveria representar uma salutar explicação lógica de certos fatos às mentes que se formam passou a ser um pesadelo pela "desorientação" dada por alguns professores, principalmente os mais novos, ainda incapazes de conseguir dosar a satisfação que trazem, em causa própria, quando abusam do direito do emprego de novas técnicas.

Infelizmente, muita tinta foi usada em nome da Matemática Moderna para escrever livros "didáticos", muitos dos quais se limitam a transplantar, pura e simplesmente, tópicos de livros estrangeiros baseados em programas ambiciosos, desejosos em apresentar as últimas técnicas de abordagem, que nem em seus países de origem foram aprovados.

Num aparente paradoxo diante de tão "alta matemática", um baixo nível de formação começou a ser constatado não só em matemática como em outras disciplinas.

O que se nota, fundamentalmente, é que o trinômio: ler, escrever e contar, por força do uso indevido de tecnologias sofisticadas — de muito agrado eletrônico — perderam sua força de grandes responsáveis pelas aberturas racionais, que propiciam o desenvolvimento do nosso sistema mental.

O abandono paulatino do salutar hábito de calcular com números (os alunos não sabem mais tabuada em plena 5ª e 6ª séries!) não são porque grande parte do tempo é empregado para trabalhar com abstrações sobre conjuntos



mas, também, pelo uso prematuro das maravilhosas maquininhas de calcular, esta belezca um vazio — ou preguiça mental — altamente prejudicial aos que deveriam exercitar o ato de pensar.

É óbvio que para cálculos enormes, usando grandes expressões, é desumano fazer as contas usando a cabeça; porém, ver uma criança (até adulto) calcular 8 vezes 7 com a maquininha chega a ser anti-humano!

Os racionais pagam um sublime tributo em oposição aos irracionais: têm a capacidade invulgar de decorar certos fatos fundamentais, que são verdadeiros "motores de arranque" do funcionamento de seu sistema mental. Como se foram auto-ordens às linhas de aprendizagem de nosso cérebro.

Por isso, decoramos o nosso nome; o nosso endereço, a nossa idade, etc.; ninguém, solicitado a dizer o seu nome, responde: momento, vou consultar a minha maquininha... o mesmo ocorre com a tabuada. Ela também precisa ser decorada sem nenhum vexame, pois, se empurrarmos essa "tarefa inicial" para a maquininha, estaremos desservindo o nosso sistema mental, que deixa de adquirir "pontos" para seu desenvolvimento. E mais ainda: como depender somente da maquininha para viver em comunidade, onde — e isto é certo! — a pilha pode falhar ou faltar eletricidade num determinado instante? Ah, adeus racional, e a perda da memória pelo tato é um fato...

Então, ressaltando mais uma vez: as máquinas de calcular são mais do que bem-vindas, pois elas representam progresso tecnológico que honra a nossa época. O que se condena é o seu uso prematuro em horas erradas (no ensino do 1º grau, por exemplo), tal como um excelente remédio que passa a ser condenado se usado impropriamente.

Voltemos ao outro ato solene tão raro hoje: escrever.

Não se escreve mais como antigamente... Não vai nenhum saudosismo nessa afirmação e sim uma constatação imediata, Quem escreve já começa estabelecer linhas de pensamento utilíssimas, outra vez, para o desenvolvimento de seu sistema mental. Benditos ditados (como as tabuadas!) que nos ensinaram a dominar o nosso código de comunicação: o Português. Para que escrever, se podemos fazer com que alguém o faça por nós?....

Também, agora, o uso indevido das maravilhosas maquininhas de gravar emperra mais este trabalho mental.

É mais do que óbvio que o gravador é sempre bem-vindo (para gravar o que se discute numa reunião, músicas, etc., ou ainda para lembrar o que poderá ser esquecido ou confundido, como o gravador usado pelo cacique Mário Juruna, autor de uma sentença muito feliz: "Os civilizados estão chegando, vamos nos defender..."), mas nunca para substituir as escritas iniciais que todo racional deve praticar, pois, sem dúvida, elas se constituem numa excelente ponte entre o ato de pensar e o ato-motor de executar, fazendo oposição à natural tendência de preguiça mental a que leva o abusivo uso dos artefatos modernos.

Para terminar, falta falar sobre o último termo do trinômio: ler. Para que ler os livros: "A Moreninha", de Joaquim Manuel de Macedo, ou "Gabriela, Cravo e Canela", de Jorge Amado, se podemos ver, pela televisão? Ora, a televisão é das tecnologias modernas a de maior fascínio para todos nós, mas nem por isso deve substituir o outro ato solene do sistema mental: desenvolver-se pela leitura, cujo início é feito pela mais ingênua e pura das realizações do racional, que é alfabetizar-se.

A televisão, usada com muita propriedade para nosso lazer, para divulgar e ilustrar noticiários instantâneos ou propiciar vendas incríveis de bons e maus produtos, ou ainda formar correntes de opiniões diversas é, sem dúvida alguma, a mais categorizada tecnologia de comunicação.

Por isso, a TV, tomada como tecnologia, pode ser considerada como elemento central da quarta revolução em educação, após a invenção da escola, da imprensa e dos testes psicométricos. Basta ver, entre nós, a importante colaboração das TV Educativas, através de projetos altamente positivos no âmbito do ensino profissionalizante (TV2 Cultura e Senai); regular do 1º grau (Projeto Telescola: Secretaria da Educação do Estado, Secretaria da Educação do Município e Fundação Padre Anchieta); supletivo do 2º grau é educação permanente (Fundação Padre Anchieta e Fundação Roberto Marinho), e outros altamente motivadores que auxiliam a formação de bons alunos e a reciclagem de professores (Projeto Treinamento de Professores do Ensino do 1º grau, da Secretaria da Educação de São Paulo, PRONTEL e Fundação Padre Anchieta).

Então, reconhecamos méritos inegáveis das tecnologias que pretendem ser sempre educativas. O grande perigo é não saber instrumentalizá-las.

Cabe aos educadores definirem seu uso, para termos certeza que não será interrompido o circuito da existência de mentes que poderão criar novas tecnologias, para criar novas mentes, para criar....

E tudo isso, com uma segurança: as gerações alicerçadas no *ler, escrever, e contar*, portanto, formadas para *pensar e agir*, foram capazes de criar tais máquinas maravilhosas. Foram capazes, sim, mas perguntamos: será que a geração, formada no uso indiscriminado dessas máquinas, seria capaz de criar outras máquinas tão ou mais maravilhosas que as atuais?

\* \* \*

#### DEBATES

1ª pergunta: *Quais os limites que o professor deve conhecer para usar adequadamente a tecnologia na escola atual?*

*Resposta:* Não é fácil conhecer-se os confins de um método tradicional e o de um método não tradicional, principalmente na época de muitas "novidades", em todos os ramos do conhecimento humano, em que vivemos.

Não basta ser "curioso" em educação. O binômio de sempre: Professor x aluno, presente na maioria dos atos de aprendizagem, pode ser aqui-nhoados recursos que facilitarão - chegando mesmo, à otimização - a comunicação, entre seus termos do binômio.

Para isso o professor deveria possuir uma formação do uso devido de recursos não tradicionais ("slides", filmes, rádio, televisão, etc.) que na maioria das vezes, não possui.

Mesmo que saiba, "sponte sua", trabalhar com os "aparelhos", isto não significa muita coisa em educação. É imprescindível que saiba integrar os objetivos, que são perseguidos no ato de ensinar, com os multimeios que dispõe.

Uma boa sugestão seria, com a máxima urgência, tornar obrigatória, em todas as fases da instrução dos futuros professores, uma disciplina "multimeios didáticos". Com isso, oferecer-se-ia oportunidades para os novos mestres dominarem cientificamente os meios de comunicação existentes.

*2ª pergunta:* Na sua opinião, não está havendo um uso indevido de tecnologia no ensino pela T.V.?

*Resposta:* Em especial, o meio T.V. é o que exerce maior fascínio em educação, pela própria força de comunicação que possui. Daí a facilidade com que são multiplicados erros do seu indevido uso.

Um programa-aula de Matemática, por exemplo, se for de apresentação muito sofisticada, teatralizada exageradamente - para gaúdio dos produtores - pode perfeitamente não atingir os objetivos desejados pelo professor.

tinuo  
Padre  
nicipi  
dores  
como o  
série  
desenv  
cia al  
com o  
dos ob  
leaula  
fundam  
dem os  
ção a  
medida  
são co



Então, este é fato que traduz o uso indevido da T.V., que continuou somente na sua função de produzir lazer.

O projeto *Telescola*, produzido em colaboração pela Fundação Padre Anchieta, Secretaria de Educação do Estado e Secretaria da Educação do Município de São Paulo é um exemplo de *uso devido*, segundo toda equipe de Orientadores Pedagógicos, Professores de Matemática e Ciências, produtores de T.V., bem como os responsáveis pela avaliação do Projeto.

São 60 programas de Matemática e 60 programas de Ciências por série (5ª à 8ª) do ensino de 1ª grau. Os cursos de Matemática e de Ciências são desenvolvidos por módulos semanais, da seguinte forma:

TV	P	P	P
Pré-teste	Pós-teste		

O primeiro componente é a aula-programa T.V., sem interferência alguma do professor, em cuja abertura figuram os pré-testes (2 a 3 minutos), com o fim de avaliar os comportamentos de entrada do aluno, em relação a cada um dos objetivos de ensino visados. Imediatamente a seguir, vem a aula-programa (te~~le~~aula), de 20 minutos; introduz determinados conceitos e/ou operações básicas fundamentais e, logo após, são aplicados os pós-testes (2 a 3 minutos), que medem os comportamentos de saída (conhecimentos adquiridos pelos alunos), em relação a cada um dos objetivos propostos.

A diferença percentual entre o pós e pré-testes avalia em que medida foram atingidos tais objetivos.

Os outros três componentes, que completam o módulo semanal, são constituídos de aulas *desenvolvidas* pelo professor, destinadas a aprofunda-

mentos e atividades acerca dos conteúdos introduzidos exclusiva  
mente pela aula programa de T.V.

Observemos que foi do acoplamento do programa-au  
la com o Professor que resultou um parâmetro medidor do uso devi-  
do da T.V. O Professor ainda é o paradigma de qualquer multimeio  
que se use.

É óbvio que o uso indevido do Professor, em qual  
quer sistema de ensino, traduz de forma eloquente o mau uso de  
qualquer multimeio.

Voltando à primeira resposta: é preciso que os  
educadores recebam, em nome das matérias pedagógicas, uma boa for-  
mação sobre o uso devido das novas tecnologias do ensino.

*3ª pergunta: Poderia nos informar como está sen-*  
*do realizado o treinamento de Professores pela T.V.? Quais os re-*  
*sultados obtidos?*

*Resposta:* No Brasil o primeiro projeto educati-  
vo dirigido ao professor, utilizando harmonicamente com integra-  
ção de objetivos a televisão, o rádio e material impresso, é "Trej-  
namento de Professores do Ensino de 1º grau por multimeios", sob  
a rubrica "Por um ensino melhor". Desenvolvido a partir de 1978,  
pelo Programa Nacional de Teleducação (Prontel), Secretaria de  
Educação de São Paulo e Fundação Padre Anchieta, a experiência em  
São Paulo contou com sede de 163 escolas oficiais de 1º grau mu-  
nidas de T.V. e rádio, sendo as emissões através da TV 2 Cultura  
e Rádio Cultura, respectivamente.

O objetivo principal é a utilização de Professo



res de 1º grau, tendo em vista o aperfeiçoamento do ensino nas áreas do núcleo comum, onde participa a Matemática. O projeto desenvolve-se em seis módulos, sendo o de nº 4 (com 6 programas de T.V.) relativo ao Número, Operação e Problemas e o de nº 7 (com 6 programas de T.V.), relativo a Geometria, Figuras Geométricas e Medidas.

Em cada um desses módulos, a informação que chega ao professor, através do acoplamento da T.V., rádio e texto de apoio, diz respeito à atualização de conteúdos, métodos de abordagem dos mesmos e como utilizar no dia-a-dia da sala de aula algumas técnicas e procedimentos didáticos.

A avaliação, que constou do projeto como um módulo especial para esse fim, vem sendo desenvolvida pela Coordenação de Ensino e Normas Pedagógicas da Secretaria de Educação de São Paulo.

05. I. 3. 4314

Aplikad-Ekzercaro de la Kibernetika Pedagogio

Problemaro de la inform-mezurado

Ekzerco 1

Problemo:

Simio ludas per elektriĉa skribmaŝino, de kiu 32 klavoj funkcias, kaŭzante la presadon de po unu el 32 diversaj signoj. La simio produktas hazardan sinsekvon de signoj, kiu plenigas 4 liniojn po 35 literoj.

Ein Affe spielt mit einer elektrischen Schreibmaschine, von der 32 Tasten durch Ausdruck eines von 32 verschiedenen Zeichen funktionieren. Der Affe erzeugt eine Zufallsfolge von Zeichen, die 4 Zeilen mit je 35 Buchstaben füllt.

Kiom da informo enhavas unu signo el tiu ĉi sinsekvo?

Wieviel Information enthält ein Zeichen aus dieser Folge?

Kiom da tempo minimume bezonas lernanto ĉirkaŭ 14jara, se li volas parkeri la "simian tekston"? (En tiu aĝo oni sukcesas lerni ĉirkaŭ 0,5 bitojn/sekunde.)

Wieviel Zeit benötigt ein etwa 14-jähriger Lerner mindestens, wenn er den "Affentext" auswendig lernen will? (In jenem Alter vermag man etwa 0,5 bit/sec zu lernen.)

Kiom da tempo bezonus por la sama celo studento de pedagogio, ĉirkaŭ 20jara? (Inter la 18a kaj la 21a vivjaro la "lernrapideco" estas maksimuma:  $C_v \approx 0,7$  bitoj/sekunde.)

Wieviel Zeit würde für dasselbe Ziel ein Student der Pädagogik im Alter von etwa 20 Jahren benötigen? (Zwischen dem 18. und dem 21. Lebensjahr ist die "Lerngeschwindigkeit" maximal:  $C_v \approx 0,7$  bit/sec)

Solvo.

Speciala vojo:

La simio nek preferas iun klavon resp. signon, nek preferas certajn sinsekvojn. Ĉie en la sinsekvo la probablo, ke la simio estis tajponta ĝuste tiun signon, kiu nun tie staras, estas 1/32, ĉar la simio havis la elektelecon inter 32 signoj.

1.  $\frac{1}{32}$

2. stocastic process information:

1. fuzen:  $(z_1, z_2, \dots, z_{16}) \cdot (z_{17}, z_{18}, \dots, z_{32})$

2.  $(z_1, z_2, \dots, z_8) \cdot (z_9, z_{10}, z_{11}, z_{12}) \cdot ( ) \cdot ( ) \cdot ( ) \cdot ( ) \cdot ( ) \cdot ( )$

3.  $(z_1, z_2, z_3, z_4) \cdot (z_5, z_6, z_7, z_8) \cdot ( ) \cdot ( ) \cdot ( ) \cdot ( ) \cdot ( ) \cdot ( ) \cdot ( ) \cdot ( )$

Y  $(z_1, z_2) (z_3, z_4) \dots (z_{15}, z_{16})$

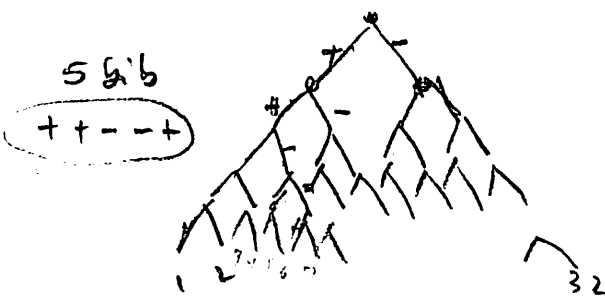
J  $z_1, z_2 \dots z_{32}$

En tiu kazo oni rajtas kompreni per "informo" la nombron de duonigoj de la tuta aro da signoj, ĝis kiam ĉiu subaro ampleksas nur je unu signo. La unua duonigo havigas 2 subarojn po 16 signoj, la dua duonigo havigas 4 subarojn po 8 signoj, la tria 8 subarojn po 4 signoj, la kvara jam 16 po 2 kaj fine la kvina 32 subarojn po 1 signo. La informenhavo de ĉiu signo estas do laŭ ĉi tiu difino 5 "bitoj" (=binaraj elementoj).

Sinsekvo de  $4 \times 35 = 140$  signoj havas do  $140 \times 5$  bitojn = 700 bitojn da informo.

Se la 14jarulo lernas 0,5 bitojn/sekunde, t.e.: se li bezonas 2 sekundojn por lerni 1 biton, li evidente bezonas minimume  $2 \times 700$  sekundojn por lerni 700 bitojn, t.e. 23 minutojn kaj 20 sekundojn.

La studento bezonas malpli, ĉar li iam lernas 0,7 bitojn/sekunde, t.e. 7 bitojn



$i(\text{signal}) = 5 \text{ bit}$   
 $i(\text{texto}) = 700 \text{ bit}$   
 140 bitoj



dum 10 sekundoj, do 700 bitojn en minimume 100 x 10 sekundoj, t.e. en 16 minutoj kaj 40 sekundoj.

Generala vojo:

La "repertuaro" (aŭ "alfabeto") de la signoj skribeblaj per la maŝinokun kiu ludas la simio ampleksas  $u = 32$  signojn. Pro ilia egalprobableco kaj sendependeco en la sinsekvo, ĉiu signo povas ĉie aperi laŭ probableco

(1)  $p = 1/u = 1/32$

La informenhavo de iu signo por iu ricevanto, en situacio, en kiu ĉi tiu atendas ĝin laŭ probableco  $p$ , estas laŭ difino

(2)  $i = \lg 1/p = \lg u$

La simio tajpas  $N=4 \times 35 = 140$  signojn, po  $\lg u$  bitoj. La informenhavo de la sinsekvo do estas

(3)  $i = N \cdot \lg u = 140 \cdot \lg 32 \text{ bitoj} = 140 \cdot 5 \text{ bitoj} = 700 \text{ bitoj}$

(Alimaniere trapensite: La sinsekvo estas unu el

(4)  $U = u^N = 32^{140}$

eblaj kaj egalprobablaj, do la informo de ĉiu tia "teksto" estas laŭ formulo 2:

$i = \lg u^N = N \cdot \lg u$  .)

La (aĝdependa) lernrapideco estu  $C_v(A)$ ; tiam la lerntempo evidente estas

(5)  $t \approx i/C_v = \frac{N \cdot \lg u}{C_v(A)}$

Enmeto rezultigas 1000 sekundojn por la studento kaj 1400 en la kazo de la lernanto.

Rimarkigo:

(1) La valoroj donitaj por  $C_v(A)$  validas nur por perfekte sinkoncentrada lernado dum kelkaj minutoj - neniel por plurhora lernado (ĉar intertempe jam ekestis forgesado!)

(2) La aĝdependecon de  $C_v$  montras la kunmetita bildo, kiun bone priskribas la RIEDEL-kurbo - almenaŭ ĝis ĉirkaŭ 20 jaroj - poste ekestas multe pli granda varianco.

(6a)  $\frac{C_v(A)}{\text{bitoj/sek}} \approx 0,0412 \cdot \frac{A}{\text{jaroj}}$  por  $A$  ĝis 17 jaroj

(6b)  $C_v(A) \approx 0,7 \text{ bitoj/sek}$  por  $A = 18 \dots 21$  jaroj

(6c)  $\frac{C_v(A)}{\text{bitoj/sek}} \approx 0,9156 - 0,01008 \cdot \frac{A}{\text{jaroj}}$  ek de  $A \approx 22$  jaroj

Literaturo:

Frank: Kybernetische Grundlagen der Pädagogik, 2.Aufl. 3.11;5.56.

lerntempo

0,5 bit/sek

2 sek po bit : 700bit → 1400sek

$t \geq 23 \text{ min } 20 \text{ sek}$

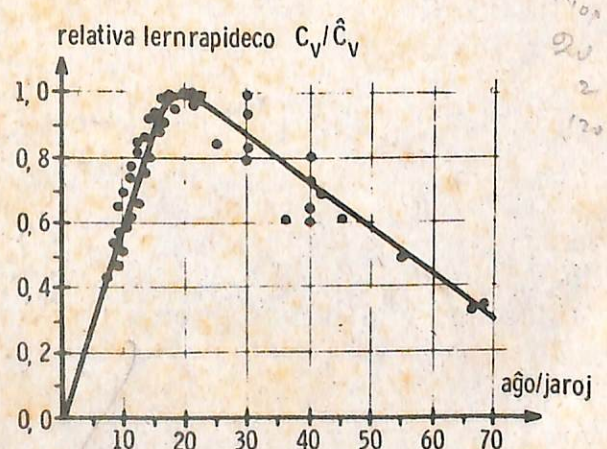
student

0,7 bit/sek (lernel)

10 sek ≈ 7bit

1000 sek ≈ 700bit

$t \geq 16 \text{ min } 40 \text{ sek}$



Frank:  $0,7 \times 0,6 \text{ bit/sek} = 0,42 \text{ bit/sek}$



Aplikad - Ekzercaro de la Kibernetika Pedagogio

Problemario de la ekzamenado - 08/11/1979

Ekzerco 1

Problemo

Iu instruisto decidis, ke ĉiuj lernantoj, kiuj montris per ĝustaj respondoj, ke ili scias almenaŭ la duonon de la priekzamenita instruaĵo, ricevu minimume la noton "sufice", alikaze la noton "nesufice". Al tiuj, kiuj montris scion de almenaŭ du trionoj resp. tri kvaronoj resp. kvar kvinonoj, la sama instruisto decidis atribui (almenaŭ) la noton "kontentige" resp. "bone" resp. "tre bone". La instruisto mezuras la scion per sufiĉe multaj demandoj pri diversaj, hazarde elektitaj eroj de la prieksamenenda instruaĵo. Li ofertas po 3 eblajn respondojn, el kiuj neniu ŝajnis esti preferinda por ignoranto. Alberto, Beatrika, Cezaro kaj Daniela fakte scias 40% resp. 50% resp. 60% resp. 70% de la instruaĵo. Kiujn notojn ili povas esperi?

Solvo

Speciala vojo

Alberto scias 40%, do plej verŝajne tiom da demandoj li povas kun certeco ĝuste respondi. La aliajn demandojn li respondas per elekto de unu el la po 3 ofertitaj respondoj samprobablaj por li; ĉar tiel li havas en ĉiu kazo la ŝancon  $\frac{1}{3}$ , ke lia respondo hazarde estas bona. Tio signifas, ke plej verŝajne al ĉirkaŭ unu triono de la sufiĉe multaj demandoj, kies ĝustan respondon li ignoras, li hazarde tamen ĝuste respondas. Unu triono de la 60% far li ne certe respondeblaj demandoj etas 20%. De ĉiuj demandoj do Alberto bone respondis al 40% pro scio, al 20% pro bonŝanco, entute do al 60%. Tio estas pli ol  $\frac{1}{2}$ , sed malpli ol  $\frac{2}{3}$ , sekve li povas esperi la noton "sufiĉe". (malgraŭ lia ne sufiĉa scio).

Beatrika scias la duonan instruaĵon, klopodas diveni la ĝustajn respondojn al la alia ĉirkaŭa duono de la demandoj - havante ĉiam la ŝancon  $\frac{1}{3}$ ; do plej verŝajne ŝi trafas hazarde la ĝustan respondon al  $\frac{1}{2} \cdot \frac{1}{3} = \frac{1}{6}$  de la demandoj. Entute la frakcio de la far ŝi pro scio au pro bonŝanco ĝuste responditaj demandoj estas plej verŝajne ĉirkaŭ  $\frac{1}{2} + \frac{1}{6} = \frac{4}{6} = \frac{2}{3}$ ; matematike dirite: ŝi rajtas esperi, ke ŝi plenumas la minimuman kondiĉon por ricevi la noton "kontentige" (malgraŭ



tio, ke ŝi nur plenumas la minimuman kondiĉon por meriti la noton "sufiĉe"!).

Cezaro verŝajne pligrandigas la montreblan laŭprocentan scion de 60% per triono de la ignoritaj 40%; li donas  $60\% + 13\frac{1}{3}\% = 73\frac{1}{3}\%$  da bonaj respondoj. Tiu procentaĵo situas inter  $\frac{2}{3}$  kaj  $\frac{3}{4}$ . Do meritante la noton "sufiĉe" li tamen plej verŝajne per bonŝanco ricevos la noton "kontentige".

La rezulto de Daniela, kies scio fakte estas "sufiĉa", estas laŭ la sama kalkulo  $70\% + \frac{1}{3} \cdot 30\% = 80\% = \frac{4}{5}$ ; ŝi do egalas al la minimumo necesa por ricevi la noton "tre bone".-

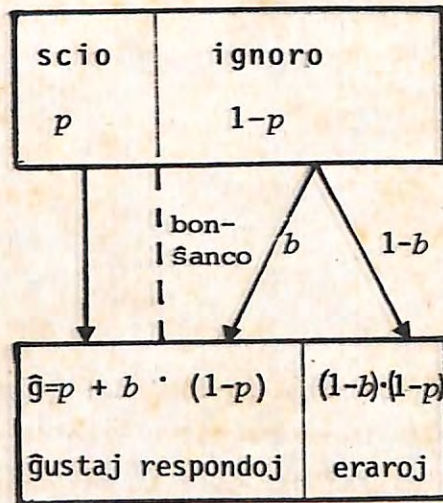
Generala vojo

stato  
interna

retro-  
kalkulenda  
el la far ĝi  
kaŭzita

observebla

sinteno  
ekstera



Se iu scias la procentaĵon  $p$ , do ne scias (ignoras) la reston  $1 - p$ , li kun certeco bone respondas al la procentaĵo  $p$  de la demandoj, sed per bonŝanco li krome povas kazarde trafi la taŭgan respondon al aliaj  $b \cdot (1-p)$  procentoj de la demandoj, se  $b$  estas la ŝanco en ĉiu tiu kazo. Por la stimenda (= teorie atendenda) procentaĵo da ĝustaj respondoj do validas

(1)  $\hat{g} = p + b(1-p) = p \cdot (1-b) + b$

La kondiĉo ricevi almenaŭ la noton  $n$  ( $1 \hat{=}$  tre bone,  $2 \hat{=}$  bone,  $3 \hat{=}$  kontentige,  $4 \hat{=}$  sufiĉe) estas

(2)  $\frac{5 - n}{6 - n} \leq \hat{g}$

La t.n. "infimoj"  $\frac{5 - n}{6 - n}$  estas por  $n = 1; 2; 3; 4$  respektive  $0,8; 0,75; 0,6 \dots; 0.5$ .

En nia kazo validas  $b = \frac{1}{3}$ , ĉar estas 3 samprobablaj elektelecoj. Se oni substituas en (1)  $p$  sinsekve per  $p_A = 0,4, p_B = 0,5, p_C = 0,6$  kaj  $p_D = 0,7$  oni ricevas  $\hat{g}_A = 0,6, \hat{g}_B = 0,6 \dots, \hat{g}_C = 0,73 \dots, \hat{g}_D = 0,8$ ; tial pro (2) Alberto povas esperi la noton "sufiĉe", Beatrika same kiel Cezaro la noton "kontentige" kaj Daniela la noton "tre bone".



### Rimarkigo

La problemo rilatas al la kalkulo de probabloj. Ties asertoj ne estas senc-  
havaj en unuopaj okazoj. Se ekzemple Alberto devas respondi al demando, kies  
ĝustan respondon li ne konas, la scio, ke li, per hazarda respondelekto, tra-  
fos kun probablo  $1/3$  la bonan respondon, sciigas nenion realan. Sed al ju pli  
da tiaj demandoj Alberto harzarde respondas, des pli verŝajne li donos ĉirkaŭ  
unu trionon da bonaj respondoj. Ne estus ĝuste diri: " $1/3$  etas la plej ver-  
ŝajna frakcio da bonaj respondoj hazarde trovitaj far Alberto". Ĉar tiu frak-  
cio plej ofte havas la probablon nulo: ekzemple el 100 demandoj Alberto povas  
eble al  $33/100$  aŭ  $34/100$  sed neniam al  $1/3$  bone respondi! Ĝusta estas la eldiro:  
"Se Alberto ofte - aŭ se multaj "Albertoj" - estas en tia sama situacio, la frak-  
cio da bonaj respondoj estas en la "teori a mezumo"  $1/3$ .

### Pliprofundiga literaturo:

Martin Hengst: Statistische Aspekte der Auswertung und Beurteilung von Prü-  
fungen und Leistungstesten. (Ankoraŭ ne publicita).

## Ekzerco 2

### Problemo

Alberto prepariĝas al kemia ekzameno. Li scias, ke li devos respondi al granda aro da demandoj, sed ĉiam per elekto el 4 proponataj respondoj, el kiuj nur unu estos ĝusta kaj unu alia tiel stulta, ke nur kandidato sen kono eĉ de la nura fakvortaro kemia tiel povus respondi. Alberto ankaŭ scias, ke li sukcesos la ekzamenon, se almenaŭ la duono de la respondoj donotaj far li estos ĝustaj. Li decidas unue al kutimiĝi (sen kompreno) al la fakvortaro per kelkfoja tralego de la indekso je la fino de ampleksa lernolibro, kaj poste lerni el kompleta kolekto da ekzamen-demandoj (kun la koncernaj respondoj) tiun procentaĵon, pro kiu li povas esperi, ke ĝi, post aldono de la hazarde trovotaj bonaj respondoj, sufiĉos por sukcesi la ekzamenon. Kium procentaĵon de la kolekto Alberto lernos?

### Solvo

#### Speciala vojo

Alberto fidas, ke li, pro sia al kutimiĝo al la fakvortaro, el ĉiu kvaropo da respondeblecoj facile trovos la sensencan respondon, do lia ŝanco hazarde trovi la ĝustan respondon al iu demando ne certe respondebla far li, estos  $1/3$  - la risko erari en tiaj kazoj do ĉiam  $2/3$ . Sekve li devas kalkuli, ke  $2/3$  de la ne lernota instruaj-procentaĵo estos la procentaĵo da malbonaj respondoj - nome maksimume  $1/2$ , ĉar Alberto ja celas sukcesi la ekzamenon. La maksimume ne lernenda instruaj-procentaĵo do estas tiu, de kiu du trionoj faras  $1/2$ , t.e.  $3/4$ . Minimume  $1/4$  de la instruajo Alberto sekve klopodos lerni.

#### Generala vojo

Se  $p$  estas la probablo ke la kandidato scias hazarde elektitan instruajeron,  $b$  la ŝanco hazarde trovi la bonan respondon al demando pri ne sciata instruajero, la probablo  $\hat{g}$  de ĝusta respondo estas

$$(1) \hat{g} = p + b \cdot (1-p)$$

(vidu ekzercon 1!). Se ekzistas  $e$  elekteblecoj inter kiuj 1 veras,  $n$  evidente ne eblas, kaj la aliaj  $e-s$  samprobablas, la ŝanco hazarde trovi la bonan respondon estas

$$(2) \quad b = \frac{1}{e - n}$$

En nia kazo validas  $e = 4$ ,  $n = 1$ , do  $b = 1/3$ . Serĉata estas taŭga  $p$  por ke  $\xi$  estu minimume  $1/2$ . Per inverskalkulo sekvas el (1)

$$(3) \quad p = \frac{\xi - b}{1 - b}$$

kaj post substituo de  $b$  laŭ (2):

$$(4) \quad p = \frac{\xi - \frac{1}{e - n}}{1 - \frac{1}{e - n}}$$

La emeto de niaj specialaj valoroj  $\xi = 1/2$ ,  $e = 4$ ,  $n = 1$  kondukas al  $p = 1/4$ .

### Rimarkigo

Same kiel en ekzerco 1 temas pri probablo-kalkula tasko. Gravas la fakto, ke la ekzameno konsistos ne nur el unu demando (tiukaze Alberto devus ĉion lerni por certe sukcesi la ekzamenon) kaj eĉ ne el nur du (aŭ iom pli) - ĝenerale: el  $N$  - demandoj, ĉar por esti certa pri la bona ekzamen sukcesoj Alberto povus ignori nur malmultajn el ĉiuj (eble multegaj!) instruajeroj, nome maksimume  $N/2$ . (Se temas - kiel plej ofte - pri granda nombro  $M$  da instruajeroj, tiel ke  $M \gg N$ , evidente "preskaŭ" ĉio estus lernenda!) Se Alberto tion ne farus, povus ja esti, ke la ekzameno temos eksklusive pri la instruajeroj ne konataj far li. Sed tio estas des malpli probabla, ju pli granda estas la nombro  $N$  da demandoj, ĉar la ekzamenonto ja ne anticipas la nesciaĵojn de la kandidato.

Pli precize: eĉ se tamen validas  $M \gg N$ , la procentaĵo de la certe respondeblaj demandoj estos des pli precize  $p$ , ju pli granda estos  $N$ . Se  $N$  ne estas sufiĉe granda, Alberto, malgraŭ tio, ke li konas  $p = 1/4$  de la instruajeroj kaj povas kalkuli per la bonŝanco  $b = 1/3$  rilate la reston, ris-

kas, ke li estos konfrontata hazarde al iom malpli ol  $1/4$  da certe respondeblaj demandoj, kaj ke de la resto li divenos bone la respondojn de hazarde iom malpli ol  $1/3$ , - tiel ke li hazarde malsukcesas. Oni devas kontentiĝi kun "sufiĉe malgranda probablo de tia hazardo" - kaj nur sub tiu kondiĉo la solvo de nia problemo valoras.

Alivorte: Ni antaŭkondiĉas por nia problemsolvo, ke la nombroj  $M$ ,  $N$  de la koncernaj eroj (instruaĵeroj, ekzamendemandoj) estas tiel grandaj, ke la diferencoj inter la probabloj ( $p$ ,  $b$ ,  $g$ ) kaj la reala observeblaj procentaĵoj estos "neglektinde malgrandaj" - krom en teorie eblaj esceptaj kazoj, kies probabloj tamen ankaŭ estas "neglektinde malgrandaj". Tio estas tipa aliĝmaniero en empiriaj, eksplikaj faktoj-sciencoj, kie mankas kompleta informo pri la unuopaj eroj - en la natursciencoj same kiel en la sociaj sciencoj. Sed pro la multegnombreco de la eroj en klasike natursciencaj problemoj tie la menciita antaŭkondiĉo kutime estas plenumita; en la sociaj sciencoj indas ĉiam kalkuli per matematike-statistikaj rimedoj (konkludiĝantaj el la probablo-kalkulo) iun gradon de la rezult-certeco. En nia ekzemplo: Se  $p = 1/4$ ,  $b = 1/3$ , tiam sciindas la probablon, ke la reala procentaĵo da bonaj respondoj estos minimume 50%, la ekzamenado sukcesplena. Pli ĝenerale oni ŝatas sci la probablon, ke la observota reala procentaĵo kaj la anticipe kalkulita probablo (la "teoria procentaĵo") pli diferencas ol iu tolerebla maksimumo.

Pliprofundiga literaturo:

Martin Hengst: Statistische Aspekte der Auswertung und Beurteilung von Prüfungen und Leistungstesten. (Ankoraŭ ne publicita).

### Ekzerco 3

#### Problemo

Alberto, Beatrika, Cezaro kaj Daniela malfermas po unu rapidlernejon por ekzamenpreparado kaj intencas varbi unuflanke per malmultekosteco kaj aliflanke per repag-promeso de la kurskosto en la kazo de ekzamenfiasko. La kvar ekzercigistoj planas ŝpari tempon - kaj tiel moderigi la kurskostojn - elektante el la ampleksa instruaĵo nur certan procentaĵon por la ekzercado: Alberto elektas 40%, Beatrika 50%, Cezaro 60% , Daniela 70%. Ekzamenos la profesoroj Racino, Sokrato kaj Ticiano, kiuj ĉiuj - laŭ la valida ekzamenregularo - agnoskas sufiĉan scion de kandidato, kiu almenaŭ al la duono de la demandoj bone respondas, sen havi elekteblecon (do nelektinde malgrandan ŝancon ĝuste diveni la respondon). La ekzamenistoj ŝparas ankaŭ tempon: Racino ĉiam nur faras unu demandon (kompreneble ne ĉiam la saman, sed hazarde elektante el la sciendaĵo denove, kiam alvenas nova kandidato!), Sokrato ĉiam faras nur du demandojn, Ticiano ĉiam nur tri. La kandidatoj rajtas elekti la ekzameniston. Kiujn elektojn konsilu la ekzercigistoj, kaj kiom ili gajnos per kandidato (en la teoria mezumo) entute kaj kiom per leciono (sciiganta po 1 procenton), se ili postulas 10,- DM por ĉiu sciota procento de la priekzamenota sciendaĵo?

#### Solvo

##### Speciala vojo

Ĉiu lernanto de Alberto pagas 40% oble  $10,- \text{ DM}/\% = 400,- \text{ DM}$ . Se Racino ekzamenos la  $K$  kandidatojn, pli-malpli 40% de ili ricevos respondeblan demandon kaj sukcesos - la aliaj proksimume  $0,6 K$  de la kandidatoj pro malsukceso postulos la repagon de la  $400,- \text{ DM}$ . Alberto do enspesus  $400 K$  germanajn markojn, kaj elspesus  $400 \cdot 0,6 \cdot K = 240 \cdot K$  germanajn markojn, do gajnus  $160 K \text{ DM}$ , sekve po  $160,- \text{ DM}$  per unu kandidato, aŭ po  $160,- \text{ DM} : 40 = 4,- \text{ DM}$  per unu leciono donita al tiu kandidato. Laŭ la sama kalkulo Beatrika, post ricevo de  $500 K$  germanaj markoj, devus repagi  $500 \cdot 0,5 \cdot K$ , se Sokrato ekzamenus - la gajno de Beatrika per unu kandidato do estus  $250 K \text{ DM}$  aŭ  $5,- \text{ DM}$  per leciono. La perkandidata gajno de Cezaro estus sub la sama kondiĉo la  $K$ -ono de  $600 K - 0,4 \cdot 600 K$  germanaj markoj, do  $360,- \text{ DM}$ ; la rezulto de Daniela etas  $700,- - 0,3 \cdot 700 = 490,-$  germanaj markoj per unu kandidato ekzamenota far Racino.

Se ekzamenus Sokrato evidente la ŝanco de ĉiu kandidato estus pli granda, ĉar aŭ li jam respondus bone la unuan demandon - tiam li sukcesus same kiel se Racino ekzamenontus, kaj la dua demando ne plu gravas, aŭ la ekzamenrezulto dependas de la dua respondo, kiu havigus refoje la saman ŝancon. De la K kandidatoj de Alberto teorie 0,4 K respondos bone al la unua demando, kaj de la 0,6 K, kiuj malsukcesis, estus refoje 40% , do  $0,4 \cdot 0,6 K = 0,24 K$ , kiuj sukcesus la ekzamenon pro bona respondo al la dua demando malgraŭ malsukceso rilate la unuan, entute estus teorie  $0,4 K + 0,24 K = 0,64 K$ . Tio estus 64% anstataŭ 40% ĉe Racino! La per - kandidata gajno de Alberto post repago al la malsukcesintuloj estas tial 64% de la enspezigitaj kurskotizoj, do  $400 \cdot 0,64 \text{ DM} = 284,- \text{ DM}$ . Ankaŭ Beatrika pli profitas, ĉar de ŝiaj kandidatoj 50% sukcesas jam pro la unua demando, kaj 50% de la resto pro la dua; ŝi tial povus esperi mezuman gajnon de 75% de la kurskostoj, t.e.  $500 \cdot 0,75 \text{ DM} = 375,- \text{ DM}$ . El la kandidataro de Cezaro oni povas esperi sukceson de 60% + 60% de 40%, do de 84%; tial la mezuma gajno per kandidato estus 84% de 600,- DM do 504,- DM. Daniela finfine rajtas esperi , ke  $70\% + 0,7 \cdot 30\% = 91\%$  de ŝiaj kandidatoj sukcesus, kaj ke ŝi sekve gajnus  $0,91 \cdot 700,- \text{ DM} = 637,- \text{ DM}$  per unu kandidato.

Ankaŭ se ekzamenus Ticiano 40% de la kandidatoj de Alberto bone respondus la unuan demandon (kiu ja ne estas la sama por ĉiuj kandidatoj!), sed tio ankoraŭ ne estas la duono de la demandoj. La dua demando refoje estus respondita bone far 40% de la kandidatoj - kaj de tiuj, kiuj jam bone respondis al la unua demando, kaj de la aliaj. De 40% de 40% de la kandidatoj, do de  $0,4 \cdot 40\% = 16\%$  jam nun certus la ekzamensukceso, ĉar ili estus respondintaj bone al pli ol la duono, nome al 2 demandoj. Same por  $0,6 \cdot 60\% = 36\%$  jam la fiasko estas certa. Pri la resto, do pri  $100\% - 16\% - 36\% = 48\%$  de la kandidatoj decidus la tria demando (nome pri la  $0,6 \cdot 40\%$ , kiu bone respondi al la unua demando sed malbone al la dua, plus la  $0,4 \cdot 60\%$  kiuj malbone respondis al la unua sed bone al la dua). Pro la komplete sendependeco de la tri demandoj kaj pro la samkvaliteco de la kandidatoj 40% de tiu resto, do  $0,4 \cdot 48\% = 19,2\%$  de la tuta kandidataro de Alberto, sukcesus dum tiu tria pruvero, do sukcesus entute  $16\% + 19,2\% = 35,2\%$  . Pro tio Alberto gajnus mezume nur  $0,352 \cdot 400 \text{ DM} = 140,80 \text{ DM}$  per unu kandidato. Pro tio Alberto avantaĝe rekomendu la elekton de Sokrato kaj avertu kontraŭ Ticiano. La kunmetita tabelo montras la analogan kalkulon por la aliaj rapidlernejoj. Evidentiĝas, ke ankaŭ Beatrika rekomendu Sokraton sen



speciala averto kontraŭ alia ekzamenisto, kaj ke Sokrato estas preferinda ankaŭ por la anaro de la lernejoj "Cezaro" kaj "Daniela", sed ke tiuj du avertu kontraŭ Racino.

El la kandidatoj de	Alberto		Beatrika				Cezaro			Daniela						
laŭprocente respondos																
- la unuan demandon bone/malbone	40	60	50	50	60	40	70	30								
(tial sukcesus ĉe Racino)	(40)		(50)		(60)		(70)									
- la eventualan duan demandon bone/malbone	16	24	24	36	25	25	25	25	36	24	24	16	49	21	21	9
		48			50				48			42				
(tial sukcesus ĉe Sokrato:)	(64)			(75)				(84)				(91)				
- la eventualan trian demandon bone/malbone	19,2	28,8			25	25			28,8	19,2			29,4	12,6		
(tial sukcesus ĉe Ticiano:)	(35,2)			(50)				(64,8)				(78,4)				
mezuma gajno per kandidato (kaj leciono) se ekzamenus																
Racino	160,—	(4,—)	250,—	(5,—)	360,—	(6,—)	490,—	(7,—)								
Sokrato	256,—	(6,40)	375,—	(7,50)	504,—	(8,40)	637,—	(9,10)								
Ticiano	140,80	(3,52)	250,—	(5,—)	388,80	(6,48)	548,10	(7,84)								

Generale vojo

Se  $p$  estas la probablo, ke certa kandidato scias hazarde elektitan instruaferon, la probablo ke li bone respondas al unu demando malgraŭ foresto de ŝanco hazarde diveni tiun respondon, estas evidente  $p$ ; la probablo de malsukceso estus  $1 - p (= q)$ . Se ekzameno konsistas el 2 sendependaj demandoj, la kandidato povas bone respondi al ambaŭ (++), aŭ nur al la unua (+-) aŭ nur al la dua (-+) aŭ al neniu demando (--). La jena "kampo" montras la probablojn de tiuj kvar unuopaj rezultoj de 2-demanda ekzameno:

$$E_2 = \begin{pmatrix} ++ & +- & -+ & -- \\ p \cdot p & p \cdot (1-p) & (1-p) \cdot p & (1-p) \cdot (1-p) \\ = p^2 & = p \cdot q & = q \cdot p & = q^2 \end{pmatrix}$$

Sammaniere  $E_3$  enhavas la eblajn rezultojn de 3-demanda ekzameno kune kun la probabloj de tiuj rezultoj ("++-" ekzemple signifas sukceson rilate la unuan kaj la duan demandon, sed malsukceson rilate la trian; la probablo de tiu detala rezulto evidente estas  $p \cdot p \cdot q$ ):

$$E_3 = \begin{pmatrix} +++ & ++- & +-+ & +-- & -++ & -+- & ---+ & --- \\ p^3 & p^2q & p^2q & pq^2 & p^2q & pq^2 & pq^2 & q^3 \end{pmatrix}$$

Se ĉiuj demandoj ne nur estas samfacilaj (do estos bone respondataj laŭ sama probablo - kion ni jam antaŭkondiĉis per uzo de la nura simbolo  $p$ ) sed ankaŭ samvaloraj - kiel estas por la ekzamenistoj Sokrato kaj Ticiano - la ekzaminsukceso nur dependas de la nombro  $z$  de bonaj respondoj. Oni do povas kunigi la samvalorajn detalrezultojn al klaso, kies probablo evidente estas la sumo de la unuopaj, egalaj probabloj, do ties  $x$ -oblo, se la koncerna klaso enhavas  $x$  disjunktajn detalrezultojn. Ni donas al la klaso de detalrezultoj enhavantaj  $z$  bonajn respondojn al la  $n$  demandoj la simbolon " $(n; z)$ ". Tiel oni ricevas el  $E_2$  resp.  $E_3$  la jenajn "kunigkampojn":

$$E_2^* = \begin{pmatrix} (2;2) & (2;1) & (2;0) \\ p^2 & 2pq & q^2 \end{pmatrix}$$

$$E_3^* = \begin{pmatrix} (3;3) & (3;2) & (3;1) & (3;0) \\ p^3 & 3p^2q & 3pq^2 & q^3 \end{pmatrix}$$



La nombro  $x$  da detalrezultoj en la klaso  $(n; z)$  evidente estas la  
 dunominala koeficiento

$$(1) \quad x = \binom{n}{z} = \frac{n!}{z! (n-z)!}$$

(difino de la faktorialo:  $m! = m \cdot (m-1) \cdot (m-2) \cdot \dots \cdot 2 \cdot 1$ ;  
 $1! = 0! = 1$ )

Ĉar laŭ elementa teoremo de la kombinatoriko ekzistas tiom da eblecoj  
 distribui  $z$  plusojn al  $n$  lokoj. Pro tio eblas ĝeneraligi jene: la eblajn,  
 sukcesdecidajn rezultojn de  $n$ -demanda ekzameno priskribas la kunigkampo:

$$E_n^* = \begin{pmatrix} (n;n) & (n;n-1) & \dots & (n;z) & \dots & (n;1) & (n;0) \\ \binom{n}{n} p^n q^0 & \binom{n}{n-1} p^{n-1} q^1 & \dots & \binom{n}{z} p^{n-z} q^z & \dots & \binom{n}{1} p^1 q^{n-1} & \binom{n}{0} p^0 q^n \end{pmatrix}$$

Se ekzamenisto postulas por certiĝi pri la taŭgeco de kandidato minimume  
 $c$  bonajn respondojn al la  $n$  demandoj ("ekzamenplano  $(n; c)$ ") la probablo  
 $L(p)$ , ke la kandidato per sia  $p$ -procenta kono estos prijuĝata kiel  
 lerta, do sukcesos la ekzamenon, estas evidente

$$(2) \quad L(p) = \binom{n}{n} p^n q^0 + \binom{n}{n-1} p^{n-1} q^1 + \dots + \binom{n}{c} p^c q^{n-c} = \sum_{x=c}^n \binom{n}{x} p^x q^{n-x}$$

Se finfine la ekzamenregularo postulas minimuman procentaĵon  $k$  de korek-  
 taj respondoj, kaj la unuopa ekzamenisto nur rajtas decidi pri la nombro  
 $n$  da demandoj, lia propra ekzamenplano estos  $(n; c = n \cdot k)$ , kaj kandi-  
 dato, kiu konas  $p$  procentojn de la priekzamenota sciendaĵo, havas la  
 jenan ŝancon esti agnoskita kiel sufiĉe lerta:

$$(3) \quad L(p) = \sum_{x=\lceil nk \rceil}^n \binom{n}{x} p^x q^{n-x}$$

kie  $\lceil nk \rceil$  signifas la plej malgrandan entjeron kiu ne malsuperas  $nk$ .

Se ekzercigisto postulas de ĉiu el siaj  $K$  kandidatoj pro ĉiu alcelita  
 kono-procento de la sciendaĵo la pagendan sumon  $S$ , la kurskosto por ĉiu  
 kandidato do estas  $100pS$ , kaj la tuta enspezo  $100pSK$ . Sed la ekzerci-  
 gisto povas nur esperi, ke restos la gajno

$$(4) \quad G = L(p) \cdot 100p \cdot S \cdot K$$

post repago de proksimume  $(1-L(p)) \cdot pSK$  al la fiaskularo. Per substituo de  $L(p)$  el ekvacio (3) oni ricevas la gajnon

$$(5) \quad G = 100 p \cdot S \cdot K \cdot \sum_{\lfloor nk \rfloor}^n \binom{n}{x} p^x q^{n-x}$$

aŭ - dividante  $G$  per la nombro  $K$  de la kandidatoj kaj per la nombro  $100p$  da lecionoj - la relativan gajnon per "kandidatleciono"

$$(6) \quad g = S \cdot \sum_{\lfloor nk \rfloor}^n \binom{n}{x} p^x q^{n-x}$$

La rezultojn de nia problemo oni ricevas, se oni substituas  $q$  per  $1-p$ , poste  $p$  por la kandidatoj de la kvar ekzercigistoj resp. per  $p_A = 0,4$ ,  $p_B = 0,5$ ,  $p_C = 0,6$  kaj  $p_D = 0,7$ ,  $n$  por la tri ekzamenistoj respektive per  $n_R = 1$ ,  $n_S = 2$  kaj  $n_T = 3$ , la postulitan minimuman procentaĵon  $k$  da korektaj respondoj per  $0,5$  kaj la lecionkoston  $S$  per  $10,-$  DM.

### Rimarkigo

La rekomendoj resp. la avertoj far la kvar ekzercigistoj rilate la elekton de avantaĝa ekzamenisto estas racie legitimeblaj, ĉar pro la granda nombro  $K$  da kandidatoj, kiujn ili celas ekzercigi, la reala gajno laŭprocente ne plu multe diferencos de la rezulto kalkulebla laŭ la ekvacio (5) - aŭ alivorte: la mezumo kalkulita laŭ (6) estas des pli preciza ju pli granda estas  $K$ . La rekomendo resp. averto estas do kaŭzo de la alteco de gajno. Sed ĉu la unuopa kandidato, kiu ja havas la elekteblecon, akceptu la konsilon profitcele donitan? Li ja estas unuopulo en unika situacio, kaj la pli aŭ malpli granda sukcesprobablo sciigas nenion realan pri unuopa kazo. Tamen ĉiu mense sana homo feliĉe preferas sukcesŝancon de 64,8% al sukcesŝanco de 60% eĉ en situacio unika por li. Se ne estus tiel, ekestus duobla konsekvenco:

- (1) La sumo de ĉiuj sukcesoj en la diversaj riskaj situacioj de unuopula vivo estus senteble - eĉ danĝere! - malpli granda; pro tio laŭ la evoluteorio malpli granda procentaĵo de tiaj unuopuloj heredigos la menciitan mensan malsanecon.
- (2) Popolo, kies individuoj ne preferas en unika situacio egala al ĉiuj tion, kio pli probable utilas aŭ probable pli utilas, entute havas malpligrandan sukceson kiel konkurenca popolo ĉi-rilate "mense sana" - do ĝi pereos.

Ce Sokrato same kiel ĉe Ticiano la sukceso de kelkaj kandidatoj jam antaŭ la lasta demando estas certa - ili do povas ŝpari ekzamentempon. Ce Ticiano krome certas de aliaj kandidatoj la malsukceso jam antaŭ la lasta, do senutila demando. Ce Sokrato temas pri 40% de la lernantoj de Alberto, 50% de tiuj de Beatrika, 60% de tiuj de Cezaro kaj 70% de tiuj de Daniela. Ce Ticiano la respektivaj nombroj estas (sukcesuloj + fiaskuloj)  $16\% + 36\% = 52\%$ ;  $25\% + 25\% = 50\%$ ;  $36\% + 16\% = 52\%$ ;  $49\% + 9\% = 56\%$ . Ju pli granda estas la diferenco inter la minimume postulita kaj la reala scio, des pli facile Ticiano do povas jam decidi post du demandoj - tio signifas: des pli malofte li eraras. Laŭ la ekzamena standardo estus dezirinde, ke ĉiuj lernantoj de Alberto, per scio de malpli ol la duono, fiasku, ĉiuj aliaj sukcesu!

Se oni ne konsideras la lernantojn de Beatrika (kies scio ja situas sur la limo, kio dependigas ĉiam de la hazardo!), jam montriĝas la tendenco, ke la eraro de la ekzermanisto malpligrandiĝas, kiam pligrandiĝas la nombro da demandoj - aŭ, alivorte: oni devas pligrandigi tiun nombron, se iu supera oficejo postulas malpligrandan riskon, ke taŭgaj kandidatoj hazarde fiaskos resp. ke maltaŭgaj hazarde sukcesos. Pro tiu plilongigo de la demandsinsekvo kreskas la utilo de procedo, laŭ kiu la demandado finiĝas, kiam la postulita certeco estas akirita. (Vidu la procedon de Wald kaj Hengst en la ekzerco 5!).-

Menciindas, ke plejofte la daŭro de la lernado ne proporcias la lernitan procentaĵon, tiel ke normale la gajno per kandidat-leciono komencas mal kreski, kiam la laŭprocenta scio eksuperas certan "optimumon".

Pliprofundiga literaturo:

Martin Hengst: Einführung in die mathematische Statistik und ihre Anwendung.

OS. T. 3. 1315



Aplikad - Ekzerco de la Kibernetika Pedagogio

Problemario de la ekzameno - 08/11/1979

Ekzerco 1

Problemo

Iu instruisto decidis, ke ĉiuj lernantoj, kiuj montris per ĝustaj respondoj, ke ili scias almenaŭ la duonon de la priekzamenita instruaĵo, ricevu minimume la noton "sufice", alikaze la noton "nesufice". Al tiuj, kiuj montris scion de almenaŭ du trionoj resp. tri kvaronoj resp. kvar kvinonoj, la sama instruisto decidis atribui (almenaŭ) la noton "kontentige" resp. "bone" resp. "tre bone". La instruisto mezuras la scion per sufiĉe multaj demandoj pri diversaj, hazarde elektitaj eroj de la prieksamenenda instruaĵo. Li ofertas po 3 eblajn respondojn, el kiuj neniu ŝajnis esti preferinda por ignoranto. Alberto, Beatrika, Cezaro kaj Daniela fakte scias 40% resp. 50% resp. 60% resp. 70% de la instruaĵo. Kiujn notojn ili povas esperi?

Solvo

Speciala vojo

Alberto scias 40%, do plej verŝajne tiom da demandoj li povas kun certeco ĝuste respondi. La aliajn demandojn li respondas per elekto de unu el la po 3 ofertitaj respondoj samprobablaj por li; ĉar tiel li havas en ĉiu kazo la ŝancon  $1/3$ , ke lia respondo hazarde estas bona. Tio signifas, ke plej verŝajne al ĉirkaŭ unu triono de la sufiĉe multaj demandoj, kies ĝustan respondon li ignoras, li hazarde tamen ĝuste respondas. Unu triono de la 60% far li ne certe respondeblaj demandoj etas 20%. De ĉiuj demandoj do Alberto bone respondis al 40% pro scio, al 20% pro bonŝanco, entute do al 60%. Tio estas pli ol  $1/2$ , sed malpli ol  $2/3$ , sekve li povas esperi la noton "sufiĉe" (malgraŭ lia ne sufiĉa scio).

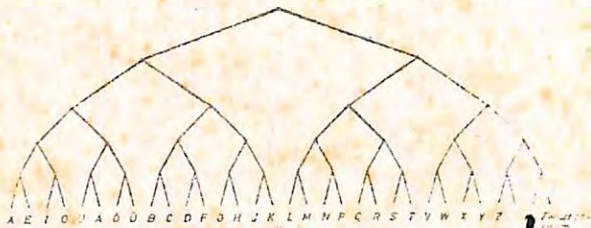
Beatrika scias la duonan instruaĵon, klopodas diveni la ĝustajn respondojn al la alia ĉirkaŭa duono de la demandoj - havante ĉiam la ŝancon  $1/3$ ; do plej verŝajne ŝi trafas hazarde la ĝustan respondon al  $\frac{1}{2} \cdot \frac{1}{3} = \frac{1}{6}$  de la demandoj. Entute la frakcio de la far ŝi pro scio au pro bonŝanco ĝuste responditaj demandoj estas plej verŝajne ĉirkaŭ  $\frac{1}{2} + \frac{1}{6} = \frac{4}{6} = \frac{2}{3}$ ; matematike dirite: ŝi rajtas esperi, ke ŝi plenumas la minimuman kondiĉon por ricevi la noton "kontentige" (malgraŭ



Ekzerco 2

Problemo

Instruisto verkis bazan tekston enhavanta koncize la kompletan instruaĵon de duobla instruhoro po 45 minutoj. La baza teksto ampleksas je 40 linioj po 75 skribaŝinaj signoj. Por mezuri la informenhavon de la teksto resp. de la instruaĵo antaŭvidita, la instruisto divenigis sian lernanton Ana, kiu certe havas neniom da koncernaj antaŭkonoj, la bazan tekston laŭ la klasika WELTNERA (t.e. kodarba) divenmetodo. Ana do devis unue diveni biton post bito de la 5-bita unua kodvorto (laŭ la prezentita kod-arbo) de la



unua signo (litero) - ni diru: E; ĉiufoje, kiam ŝi eraris, la instruisto tuj informis pri la mala binara signo, ĝis kiam, post eble 2 eraroj, Ana certis pri la unua kodvorto oool, do pri la komenca litero E. Tiam ŝi same penis diveni la duan literon ktp. Entute ŝi eraris 1500-foje. La instruisto ripetis kontrolcele la procedon kun kolego kiel testpersono; kvankam ĉi tiu perfekte konas la instruaĵon, do la semantika informon de la baza teksto, ĉi tiu neniel estis seninforma por li, do far li neniel senerare divinebla, ĉar li ja ne povis antaŭvidi la stilon, do la estetikan informon. Tial ankaŭ li kelkfoje eraris, tamen malpli ofte: entute nur 750-foje. Finfine la instruisto ripetis simpligite la teston kun Bruno (kiu kiel ripetulo disponis pri iom da memoraĵo pri la instruaĵo): li devis diveni politere antaŭpobite, eraris entute 754-foje (Ana ne senerare divenis la kodvortojn de 831 tekst-literoj, la kolego de la instruisto eraris pri la kodvortoj de 446 signoj!), kaj li tuj ricevis la informon pri la ĝusta signo. Post la 9ominuta instruado estis testita Cecilia laŭ la kodarba divenmetodo; Cecilia ankaŭ estis estinta sen antaŭaj konoj pri la instruaĵo; nun ŝi eraris pri 1000 bitoj de la baza teksto (574 skribaŝin-signojn ŝi ne tuj bone divenis). -  
Kiom da (subjektiva) informo enhavis la baza teksto por Ana, Bruno, la kolego kaj Cecilia je la koncerna test-komenco?

Übungsbeispiel 2

Aufgabe

Ein Lehrer schrieb einen Basaltext, der den vollständigen Lehrstoff einer Unterrichtsdoppelstunde zu je 45 Minuten knapp enthält. Der Basaltext umfaßt 40 Zeilen zu je 75 Schreibmaschinenzeichen.  
Um den Informationsgehalt des Textes bzw. des Lehrstoffs, der vorgesehen ist, zu messen, läßt der Lehrer seine Schülerin Anna, die sicher keine betreffenden Vorkenntnisse hat, den Basaltext nach der klassischen Weltnerschen (Codebaum-) Rate- methode durchraten. Anna mußte also zuerst Bit für Bit das erste Codewort für das erste Zeichen (den ersten Buchstaben) gemäß dem gezeigten Codebaum erraten - nehmen wir an den Buchstaben E; jedesmal wenn sie sich irrte, nannte der Lehrer das entgegengesetzte Bit, bis Ana nach vielleicht 2 Fehlern Gewißheit über das erste Codewort oool, also über den Anfangsbuchstaben E, erlangt hatte. Dann bemühte sie sich, ebenso den zweiten Buchstaben zu erraten usf. Insgesamt irrte sie 1500 mal. Der Lehrer wiederholte zur Kontrolle die Prozedur mit einem Kollegen als Testperson; obgleich dieser den Lehrstoff vollständig kennt, also die semantische Information des Basaltextes, war dieser für ihn keineswegs informationslos, also von ihm fehlerfrei vorhersehbar, denn er konnte ja den Stil nicht vorhersehen, also die ästhetische Information. Deshalb irrte auch er manchmal, jedoch weniger oft: insgesamt 750 mal. Schließlich wiederholte der Lehrer den Test in vereinfachter Weise mit Bruno (der als Wiederholer über etwas Erinnerung über den Lehrstoff verfügte): er mußte nur Buchstabenweise statt bitweise raten, irrte sich dabei insgesamt 754 mal (Anna hatte die Codewörter von 831 Textzeichen nicht einwandfrei vorhergesagt, der Kollege des Lehrers irrte sich bei den Codewörtern von 446!), und er erhielt stets sofort die Information über das richtige Zeichen. Nach dem Unterricht wurde Cecilia nach dem Codebaum-Rateverfahren getestet; Auch Cecilia hatte zuvor keinerlei Kenntnisse über den Lehrstoff; nun irrte sie sich bei 1000 Bit des Basaltextes (574 Schreibmaschinenanschläge konnte sie dabei nicht einwandfrei vorhersagen). -  
Wieviel (subjektive) Information enthielt der Basaltext für Anna, Bruno, den Kollegen und Cecilia jeweils zu Beginn des Tests?  
Wieviel Zeit hätten sie anschließend benötigt, (mindestens!), um den Basaltext auswendig zu lernen, wenn die Lerngeschwindigkeit der Kinder 0,5 Bit/sek beträgt, die Lerngeschwindigkeit des Lehrers 0,7 bit/sek?  
Wieviel Information enthält der Lehrstoff?  
Wieviel didaktische Information enthält er noch für Bruno?



Kiom da tempo ili tiam estus bezonintaj minimume por lerni parkere la bazan tekston, se la lernrapideco de la infanoj estas 0,5 bitoj sekunde, la lernrapideco de la kolego 0,7 bitoj sekunde?

Kiom da informo enhavas la instruaĵo? Kiom da didaktika informo ĝi ankoraŭ enhavas por Bruno? Kiom da WELTNERa (t.e. didaktika trans-)informo havigis la instruado al Cecilia (kaj same al Ana kaj al la aliaj samkondiĉe lernintaj infanoj)? Kia procentaĵo de la lern-tempo estus minimume bezonata por encerbigi tiom da informo?

Kiom laŭprocente sciis Bruno pri la instruaĵ-informo jam antaŭ la instruado, kaj kiom Cecilia poste?

### Solvo

#### Speciala vojo

La baza teksto ampleksas je 40 oble 75, do je 3000 skribmaŝinaj signoj (literoj, interspaco, komo, punkto), po 5 bitoj. De la entute 5 oble 3000 (do 15 000) bitoj misdivenis Ana 1500, Cecilia 1000 kaj la kolego 750. Minimume ili do ricevis tiom da informo pri la teksto - sed fakte pli: ĉar ĉiun biton, kiun la diveninto ne konis, li havis ŝancon hazarde diveni ĝuste kun probablo 1/2. Alivorte: pro tio ke la sama procentaĵo de la bitoj, pri kiuj ekzistis necerteco, estis ĝusta kaj malĝusta, la nombroj de la bitoj de la bitoj ne anticipablaj ĉiukaze estas duoblo de la eraroj, do por Ana 3000, por Cecilia 2000 kaj por la kolego 1500. Guste tiom da ("subjektiva") informo (informo ja mezuras ne-anticip-eblecon!) la baza teksto havas por la tri lernejoj. Por kalkuli la minimuman lerntempon por akiri parkeron de la baza teksto oni devas dividi per la lernrapideco de la tri personoj; oni ricevas por Ana 3000 bitojn dividite per 0,5 bitoj/sekunde, do 6000 sekundojn, t.e. 100 minutojn. Sammaniere oni kalkulas, ke Cecilia bezonus 4000 sekundojn resp. 67 minutojn, kaj la iom pli rapide lernanta kolego (1500 bitoj : 0,7 bitoj/sek =) 2143 sekundojn, t.e. 36 minutojn. La diferenco de la informenhavo de la baza teksto por Ana unuflanke kaj por la kolego aliflanke respegulas rekte la lernendan informenhavon de la instruaĵo, kies kono malpligrandigas la erarnombro de la kolego relative al la nombro da eraroj de Ana: la informenhavo de la instruaĵo estas do 3000 bitoj minus 1500 bitoj, sekve 1500 bitoj! Bruno ankoraŭ memoras iom de ĉi tiu informenhavo kaj do nur devas lerni la reston, t.e. la diferencon de la subjektiva informenhavo por li resp. por la kolego: tiu ĉi "didaktika informo" estas por

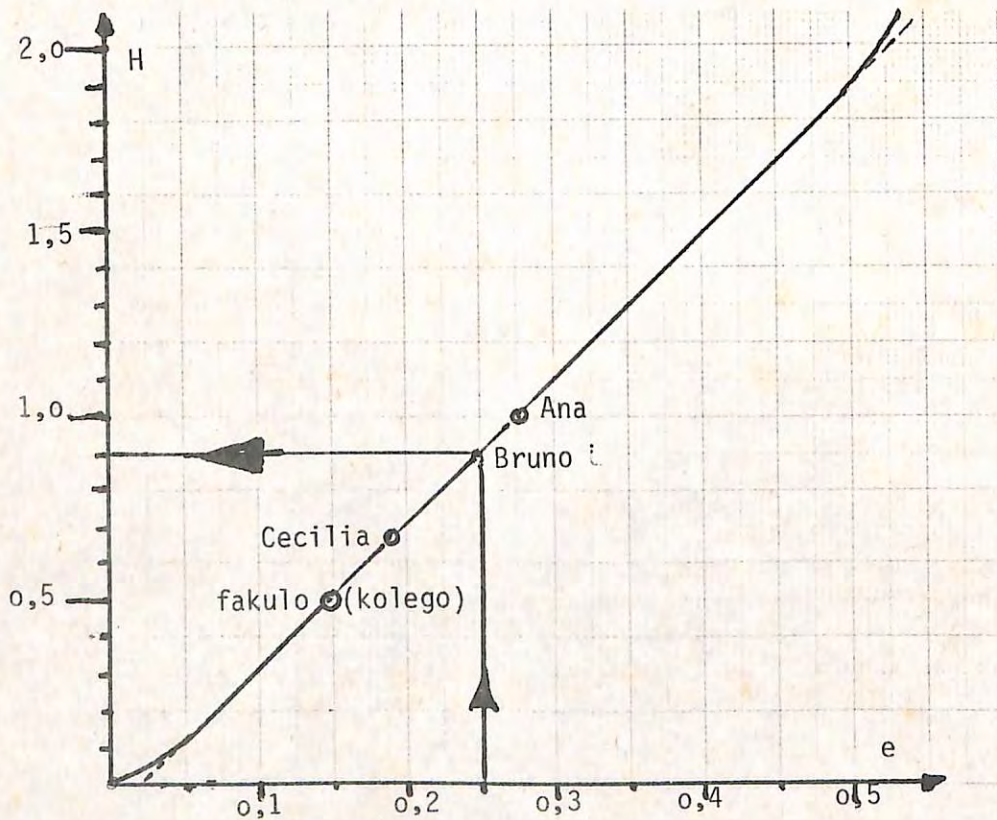
Wieviel Weltnerinformation (d.h. didaktische Transinformation) vermittelte der Unterricht an Cecilia (und ebenso an Anna und die anderen unter gleichen Umständen lernenden Kinder)? Welcher Prozentanteil der Lernzeit wäre mindestens nötig gewesen, um soviel Information ins Gehirn aufzunehmen? Wieviel wußte Bruno prozentual über die Lehrstoff-information schon vor dem Unterricht, und wieviel Cecilia im Anschluß daran?



Bruno malpli granda ol la didaktika informo por Ana kaj Cecilia, kiu ja egalas la kompletan instruaĵ-informon. La parto de la instruaĵinformo lernita dum la instruado far Cecilia (la WELTNERa informo) estas la diferenco de la subjektiva informo de la baza teksto antaŭ resp. post la instruado, do 3000 bitoj (rezulto de Ana antaŭ la instruado) minus 2000 bitoj (rezulto de Cecilia poste) t.e. 1000 bitoj da didaktika transinformo, laŭ-procente 1000 bitoj/1500 bitoj = 67%.

Lernantoj, kies lernrapideco estas 0,5 bitoj/sekunde, bezonas minimume 2000 sekundojn (33 minutojn) por encerbigi tiun ĉi didaktikan transinformon, t.e. 37% de la reale uzita lerntempo. La procentaĵo de la literoj ne tuj bone divenitaj far Ana, Bruno, Cecilia kaj la kolego estas  $831/3000 = 27,7\%$ , resp.  $754/3000 = 25,1\%$ , resp.  $574/3000 = 19,1\%$  resp.  $446/3000 = 14,9\%$ .

Ni sekvas la elproviditan metodon de WELTNER por plifaciligi la divenmetodon:



la supra diagramo enhavas la rezultpunktojn por Ana, Cecilia kaj la kolego; la abscisaj valoroj estas la elkalkulitaj erarprocentoj e, kaj kies ordinatoj estas la mezuma subjektiva informo de unu signo de la baza teksto, t.e. por Ana 3000 bitoj/3000 signoj = 1 bito/signe, por Cecilia 2000 bitoj/3000 signoj = 0,67 bitoj/signe, por la kolego 1500 bitoj/3000 signoj = 0,5 bitoj/signe.

Evidentiĝas, ke la punktoj sufiĉe bone situas sur rekta linio. Do, tre verŝajne ankaŭ la punkto de Bruno troviĝus tie: el la erarprocentaĵo eblas do elkalkuli la mezuman subjektivan informon  $H = 0,9$  bitoj/signe. La informenhavo de la tuta baza teksto por Bruno do estas la 3000-oblo, t.e. 2700 bitoj - 300 bitoj malpli ol en la kazo de Ana, ĉar Bruno ja ripetas la klason kaj havas tiom da antaŭscio, laŭprocente:  $300/1500 = 20\%$ .

#### Generala vojo

La baza teksto konsistas el  $S$  skribmaŝinaj signoj el repertuaro de  $u = 2^k$  ( $32 = 2^5$ ) signoj. Dum la klasika WELTNERa divenmetodo oni do devas diveni  $N = S \cdot \log u = S k$  binarajn signojn (15000). Estu  $M$  la absoluta nombro da malĝuste divinitaj binaroj, do  $m = M/N$  la procentaĵo. La ĝuste divinitaj binaroj  $G = 1 - m$  estas pli grandnombraj ol dirus la procentaĵo  $p$  de la vere sciitaj, ĉar per probable eblas hazarde trafi la nekonatan ĝustan. Laŭ la formulo 3 de ekzercio 1.2 estas  $p = (G - b) / (1 - b)$ ; konsiderante, ke la ŝanco ĝuste diveni binaron en la kodo de teksto estas 0,5, oni ricevas

$$(1) p = 2G - 1 = 1 - 2m.$$

La baza teksto resp. ties kodo donas tie informo, kie la binaro estis aŭ erare aŭ hazarde ĝuste divinita, kaj la informo estas ĉiam 1 bito, ĉar oni povas supozi, ke la sciigo samprobable estas "jes" aŭ "ne". La informo de la baza teksto tial estas

$$(2) i(BT) = N(1 - p) = 2mN = 2mkS.$$

Mezume do ĉiu signo de la  $S$  signojn longa teksto enhavas la informon

$$(3) H(BT) = i(BT)/S = 2mk.$$

Se oni lernas maksimume per rapideco  $C_V$ , oni bezonas la lerntempon

$$(4) t \approx i(BT)/C_V = SH/C_V$$

ĝis kiam oni parkeras la bazan tekston. Se la informenhavo de baza teksto por fakulo, kiu konas la semantikan enhavon komplete sed neniel la stilon, estas  $i_F(BT)$ , kaj se por kompleta ignoranto (laiko) la same baza teksto havas la pli grandan informon (ne-antaŭvideblecon)  $i_L(BT)$ , tiam evidente la diferenco estas la semantika informo, aŭ, en nia problemo, la informenhavo de la instruado:

$$(5) I = i_L(BT) - i_F(BT).$$

Se por iu lernanto la subjektiva informo de la instruado estas je la tempo-punkto  $t$   $i(BT)$ , li konas certan procentaĵon  $p_t$ , nome

$$(6) p_t = (i_L(BT) - i(BT))/I,$$

kio estas en la kazo  $t=0$  la antaŭscio  $p_0$  antaŭ la komenco de la instruado (Bruno!), en la kazo de  $t=d$  la kompetenteco  $p$  atingita per la instruado kies daŭro estis  $d$ . La ankoraŭ lernenda instruajinformo estas nomita "didaktika informo"  $W$ :

$$(7) W = (1 - p_0)I = i(BT) - i_F(BT)$$

La parto de la instruajinformo  $I$ , kiun lernis lernantoj dum la instruado, estas nomita "didaktika transinformo" aŭ WELTNERa informo de la



instruado:

$$(8) W = (p_d - p_o)I = i_{t=0}(BT) - i_{t=d}(BT)$$

Por ĝin lerni en idealaj cirkonstancoj (sen forgesado, individue kaj sen nenecesa ripetado) oni bezonus la lernotempon  $W/C_v$ , kiu en realaj lernsitacioj nur estas iu procentaĵo de la reala lernotempo  $d$ .

Se nur  $E$  de la  $S$  signoj de la baza teksto ne estis ĝuste divinitaj (t.e.: se ĉiuj  $k$  binaroj de la kodvortoj de  $S-E$  signoj estis ĝuste divinitaj), la simpligita WELTNERa testo kondukus al procentaĵo  $e = E/S$  da eraroj.

La empirio montras, ke la rezultoj de diventestoj tre bone situas sur rekta linio en  $e-H$ -koordinatsistemo, kondiĉe ke validas  $0,1 \leq e \leq 0,5$ :

$$(9) i = ae + b$$

$$(10) i(\text{teksto}) = aE + bS$$

La koeficientoj  $a$  kaj  $b$  dependas de la lingvo de la teksto. En nia ekzemplo ni ricevas la valorojn por la germana lingvo:  $a = 3,9$ ;  $b = -0,08$ .

Enmetante en la suprajn formulojn

$$S = 40 \cdot 75 = 3000$$

$$k = 5$$

$$d = 2 \cdot 45 \cdot 60 \text{ (sekundojn)}$$

kaj la individuajn erarnombrojn  $M$  resp.  $E$  de la testpersonoj, oni ricevas la kunmetitan tabelon.

	M	m	i(BT)	H(BT)	I	Cv	W	W	Po	Pd	t <sub>min</sub>	t <sub>min</sub> /d	E	e
laiko (p <sub>o</sub> =0)	1500	,100	3000	1,00	1500	0,5	1500	1000	0	0,667	2000	0,37	831	0,277
lernonto (p <sub>o</sub> > 0)	-	-	2701	0,90	1500	0,5	1201	200	0,2	?	?	?	754	0,251
lerninto (p <sub>d</sub> > 0)	1000	,067	2000	0,67	1500	0,5	-	1000	0	0,67	2000	0,37	574	0,191
fakulo (p = 1)	750	,05	1500	0,50	-	0,7	0	0	1	1	0	0	446	0,149

6/12/79

Aplikad-Ekzercaro de la Kibernetika Pedagogio

Problemario de la instru-efiko

Ekzerco 1

Problemo

Estis ĝuste sovataj 40% de la taskoj antaŭ klerigtelevida leciono, kaj 70% post ĉi tiu. Estis ofertitaj po 3 samprobablaj elektrespondoj al la demandoj. Kiom granda estis la klerig-inkremento  $w$ , la antaŭscio  $p_0$  kaj la atingita kompetenteco  $p_d$ ? Bv. elkalkuli  $w$  dumaniere!

Solvo

Speciala vojo

Pro la ŝanco, hazarde - laŭ probablo  $1/3$  - diveni la ĝustan respondon al demando pri nesciata instruaĵo, la antaŭscio  $p_0$  estas malpli granda ol 40%,  $p_d$  malpli granda ol 70%. Inverse: la procentaĵo de la instruaĵo ne sciata antaŭ la klerigtelevida leciono estis pli granda ol  $100\% - 40\% = 60\%$ , ĉar nur du trionojn de la ne respondeblaj demandoj la lernontoj malĝuste divenis. Se  $2/3 = 60\%$ , do  $1/3 = 30\%$ , la procentaĵ antaŭe ne jam konata evidente estis 90%, do la antaŭscio  $p_0 = 100\% - 90\% = 10\%$ . Post la leciono la du trionoj de la ankoraŭ nekonata instruaĵo estis  $100\% - 70\% = 30\%$ , do la nekono ankoraŭ estis 45%, sekve la kompetenteco  $p_d = 55\%$ .

Laŭ difino la kleriginkremento  $w$  estas la kvociento de la amplekso de nesciata instruaĵo antaŭ la instruado dividite per la amplekso de informo nesciata ankoraŭ post instruado:

$$w = \frac{90\%}{45\%} = 2.$$

Sciante, ke la kleriginkremento estas mezuro, kiu ne dependas de la probablo hazarde trovi bonajn respondojn, oni povas ankaŭ kalkuli jene:

Antaŭ la leciono la erar-kvanto estis 60%, poste 30%, la kvociento estas

$$w = \frac{60\%}{30\%} = 2.$$

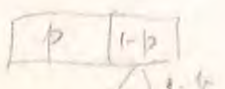
Generala vojo

Se la parto  $p$  de instruaĵo estas konata, kaj se  $b$  estas la probablo hazarde ĝuste diveni la respondon al ne pro scio respondebla demando, oni eraras pri  $(1-b)(1-p)$  de la demandoj - alivorte: oni ĝuste respondas al

$$(1) \hat{g} = 1 - (1-b)(1-p)$$

Laŭ inverskalkulo sekvas el (1) la laŭprocenta kompetenteco

$$(2) p = \frac{\hat{g} - b}{1 - b}$$



$$1 - \hat{g} = (1-b)(1-p)$$

$$p = \frac{\hat{g} - b}{1 - b}$$

Übungsbeispiel 1

Aufgabe

Bei einer Bildungsfernsehlektion konnten im Vortest 40%, im Nachtest 70% der Aufgaben richtig gelöst werden. Zu den Aufgaben waren je drei gleichwahrscheinliche Auswahlantworten angegeben. Wie groß waren das Bildungsinkrement  $w$ , die Vorkenntnis  $p$  und die erreichte Kompetenz  $p_d$ ? Berechnen Sie  $w$  auf zweifache Weise!

Handwritten solution for the German example:

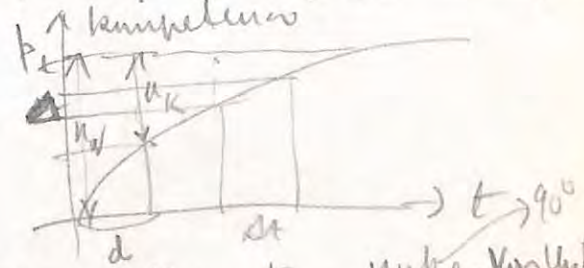
$\hat{g}_0 = 40\%$   
 $1 - \hat{g}_0 = 60\%$   
 (2/3 von nichtgehtta)  
 $\checkmark 30\% = \frac{1}{3}$  " b)  $b = \frac{1}{3}$   
 $\checkmark 90\% = 1 - p$  " c)  $1 - b = \frac{2}{3}$   
 Also  $\checkmark$  ant. =  $100\% - 90\% = 10\%$

Nachunterricht

Handwritten notes for Nachunterricht:

$\hat{g}_d = 70\%$   
 nicht gewertet 30%  $\frac{1}{3}$  von nichtgew.  
 45%  $\frac{1}{3}$  von  
 $p_d = 100\% - 45\% = 55\%$

Bilden heißt unverändert verringern



Bildung Inkremento =  $\frac{\text{unke-Vorwert}}{\text{unke-nach}}$

or  $w = \frac{1 - p_0}{1 - p_d} = \frac{90\%}{45\%} = 2$   $\checkmark 45\%$

# Aplikad-Ekzerco de la Kibernetika Pedagogio

## Problemario de la instru-efiko

### Ekzerco 2

#### Problemo

Pri instrufilmo oni jam eksciis kiel klerig-inkrementon  $w = 2,0$ . Bv. grafike kaj kalkule determini

- la kompetentecon atingeblan pere de ĉi tiu filmo ĉe celitaj lernantoj sen antaŭscio;
- la finan sintenon mezurotan per la procentaĵo  $\hat{g}_d$  de testdemandoj ĝuste respondotaj far celitaj lernantoj, kies tia komenca sinteno estis  $r_0 = 60\%$ ;
- la kompetentecon  $p_{2d}$  atingeblan per dufoja prezentado de la sama filmo al celitaj lernantoj kies antaŭscio estas  $p_0 = 20\%$ .

#### Solvo

#### Speciala vojo de la kalkulado

a)  
La klerecinkremento laŭ difino estas la kvociento el la antaŭa nescio dividite per la fina nescio. En nia ekzemplo tiu ĉi kvociento devas esti  $w = 2$ . Tio signifas, ke la procentaĵo de la instruado, kiun la lernantoj ne sciis, estis antaŭ la instruado la duoblo de la posta nescio. Nun estis en nia ekzemplo la lernantoj sen antaŭscio, do la antaŭa nescio estis 100%. Tio estas la duoblo de 50%. Sekve la fina nescio egalas al 50%. La fina kompetenteco estas la komplemento:  $p_d = 100\% - 50\% = 50\%$ .

b)  
Sciante ke la klerecinkremento ne dependas de la probablo, hazarde trovi bonajn rezultojn, oni povas kalkuli per la procentaĵo de ĝustaj respondoj al testdemandoj anstataŭ per la kompetenteco. Se do la klerecinkremento estas  $w=2$ , la procentaĵo de eraraj respondoj estis komence la duoblo kompare kun la fina erarofteco. Car en nia ekzemplo la lernantoj donis komence  $100\%n - 60\%n = 40\%n$  da malĝustaj respondoj, tio procentaĵo duoniĝis pro la instruado: en la fina testo la erarprocentaĵo estis 20%. Sekve la procentaĵo de bonaj respondoj kreskis de 60% al  $100\% - 20\% = 80\%$ .

c) Lernantoj, kies antaŭscio estas 20%, ne scias antaŭe 80% $n$ . Se por ili iu filmo havas klerecinkrementon  $w=2$ , tio signifas: se la filmo duonigas la antaŭan nescion, ĉi tiu nescio malkreskas dum la unua prezentado de 80% al 40%, dum la dua de 40% al 20%. Dum la du prezentadoj la kompetenteco de ĉi tiuj lernantoj do kreskas ĝis  $100\% - 20\% = 80\%$ .

### Übungsbeispiel 2

#### Aufgabe

Für einen Lehrfilm wurde das Bildungsincrement  $w=2,0$  ermittelt. Bestimmen Sie graphisch und rechnerisch

- die durch Einsatz dieses Filmes erreichbare Kompetenz bei vorkenntnisfreien Adressaten;
- das durch den Prozentsatz  $\hat{g}_d$  richtig beantworteter Testfragen gemessene Endverhalten von Adressaten, deren Anfangsverhalten  $\hat{g}_0 = 60\%$  betrug;
- die durch zweimalige Präsentation des Filmes vor Adressaten der Vorkenntnis  $p_0 = 20\%$  erreichbare Kompetenz  $p_{2d}$ !

Grafika vojo

La kurbaro en la kunmetita bildo montras - kun la klerec-inkremento  $w$  (resp. ties natura logaritmo  $\eta \cdot \beta = \ln w$ ) kiel kurbar-parametro - la malkreskon de la subjektiva informo  $i$  (BT) de la baza teksto (ordinato) - do la kreskon de la kompetenteco  $p$  (malordinato, dekstre) - dum la instrutempo normigita rilate la instrudaŭron  $d$  (absciso).

Oni desegnu paralelon de la absciso tra  $p_0$  (la bildo montras la ekzemplon  $p_0 = 0,2=20\%$ ), marku ties intersekción kun la kurbo, kies parametro estas  $w = 2$  (cerkleto en la bildo); tiam oni desegnu paralelon de la ordinato tra tiu ĉi intersekcia punkto por ricevi intersekción kun la absciso-paralelo tra  $p = 1$ . De tie oni iru dekstren tiom, kiom korespondas al la instrutempo (en la bildo je  $d$ , sed je  $2d$ , se oni volas solvi la parton c de nia problemo!), desegnu ordinatparalelon kaj tra ties intersekción kun la kurbo  $w=2$  abscisparalelon, kiu iras tra  $p_d$ .

Oni povas - por solvi la problemparton b - anstataŭi  $p$  per  $\hat{g}$ .

Generalala vojo de la kalkulado

a)

El la difino

$$(1) w = \frac{1 - p_0}{1 - p_d}$$

sekvas

$$1 - p_d = \frac{1 - p_0}{w}$$

do

$$(2) p_d = 1 - \frac{1 - p_0}{w} = \frac{w - 1 + p_0}{w}$$

Enmetante  $w = 2, p_0 = 0$  oni ricevas

$$p_d = \frac{2 - 1 + 0}{2} = 0,5 = 50\%$$

b)

Pro

$$p_t = \frac{\hat{g}_t - b}{1 - b}, \quad t = 0; d$$

sekvas el (1)

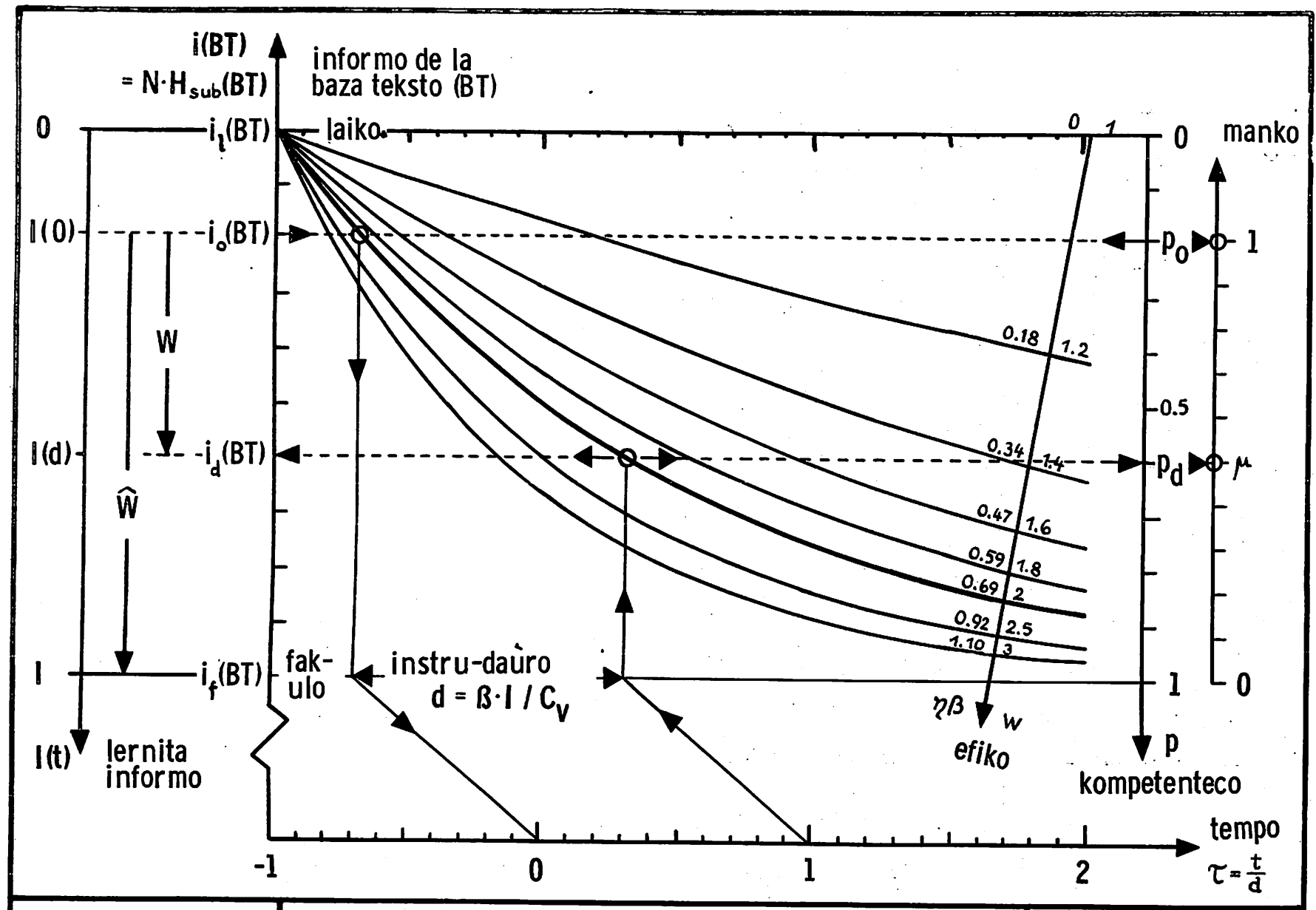
$$(3) w = \frac{1 - \frac{\hat{g}_0 - b}{1 - b}}{1 - \frac{\hat{g}_d - b}{1 - b}} = \frac{1 - \hat{g}_0}{1 - \hat{g}_d}$$

do analoge al (2)

$$(4) \hat{g}_d = \frac{w - 1 + \hat{g}_0}{w}$$

Enmetante  $w=2$  kaj  $\hat{g}_0 = 0,6$  oni ricevas

$$\hat{g}_d = \frac{2 - 1 + 0,6}{2} = 0,8 = 80\%.$$



Institut für Kybernetik

Lern-efiko kaj prognoso de lern-efiko

Frank/Lieske  
1977 - 25



c)

Se lernantoj atingis per la instrufilmo kompetentecon  $p_d$  kaj ripetas la rigardadon de la filmo, iliĉa nuna antaŭscio estas  $p'_o = p_d$ , kaj el (2) sekvas la nova kompetenteco

$$(5) p'_d = p_{2d} = \frac{w - 1 + p_d}{w} = \frac{w-1+\frac{w-1+p_o}{w}}{w} = \frac{w^2 - 1 + p_o}{w^2}$$

Generale:

$$(6) p_{nd} = \frac{w^n - 1 + p_o}{w^n}$$

( $w^n$  do estas la klerigec-inkremento de  $n$  ripetaĵoj de instruado, kies klerigecinkremento estas  $w$ )

Se oni enmetas  $w = 2$ ,  $p_o = 0,2$  oni ricevas el (5)

$$p_{2d} = \frac{4 - 1 + 0,2}{4} = 0,8 = 80\%.$$

#### Rimarkigo

Gravas la adjektivo "ĉelita" de "lernantoj". Ĉar inkremento  $w$  de filmo mezurita ĉe aliaj lernantoj ol la celitaj certe estas alia valoro!

# Aplikad-Ekzerco de la Kibernetika Pedagogio

## Problemario de la instru-efiko

### Ekzerco 3

#### Problemo

Oni determinis la klerec-inkrementon  $w=2,5$  por aŭvida surbendigo de  $d=50$ -minuta instruero por 18-jaraj abiturientoj, kies antaŭscio estis  $p_0 = 10\%$ .

- Kiom granda estas la logaritma inkremento?
- Kiom da kompetenteco  $p_d$  estis atingita post la instruado, kiom ( $p_{2d}=?$ ) post ripetado kaj kiom ( $p_{0,5d}=?$ ) jam post la duona instruero?
- Kiom granda estas la relativa malkoncizeco  $\beta$ , kondiĉe ke oni prave kalkulas per efikanco  $\eta = 0,8$ ?
- Kiom da informo enhavas la pritraktita instruaĵo?
- Kiom da Weltnera informo ricevis la celita lernanto?
- Kiom longa proksimume estas germanlingva baza teksto por ĉi tiu leciono?
- Kiom da subjektiva informo enhavas tiu ĉi baza teksto post la instruero, se ĝi enhavas por fakulo  $0,5$  bitojn/signe?

#### Solvo

#### Speciala vojo

a)  
La logaritma inkremento estas dua efik-mezuro, kiu tamen estas funkcio de la inkremento  $w$ , nome ties logaritmo natura  $\ln w$ , t.e. la logaritmo kun bazo  $e = 2,718\dots$  - alivorte: la eksponento, per kiu oni devas potenci e por ekhavi  $w$ . Car  $w=2,5$  estas ja pli granda ol 1 sed malpli granda ol  $e$ , devas esti  $0 < \ln w < 1$ . Helpe de tabelo de logaritmoj naturaj oni kalkulas  
$$\ln w = \ln 2,5 = \ln \frac{25}{10} = \ln 25 - \ln 10 = 3,2189 - 2,3026 = 0,9163.$$

b)  
La klerec-inkremento  $w=2,5$  estas la kvociento de la antaŭa nescio  $100\% - 10\% = 90\%$ , kaj la posta ne-scio. El

$$2,5 = \frac{90\%}{x} \text{ sekvas } x = \frac{90\%}{2,5} = 36\%.$$

La fina kompetenteco estas do  $p_d = 100\% - 36\% = 64\%$ . La fina ne-scio  $36\%$  estas la antaŭa ne-scio de la ripetado, kiu malpligrandigas tiun ĉi nescion al

$$\frac{36\%}{2,5} = 14,4\%.$$

La fina kompetenteco do estas  $p_{2d} = 100\% - 14,4\% = 85,6\%$ .

### Übungsbeispiel 3

#### Aufgabe

Für die Videoaufzeichnung einer 50-minütigen Unterrichtsstunde für 18-jährige Abiturienten mit der Vorkenntnis 10% wurde das Bildungsinkrement  $w=2,5$  ermittelt.

- Wie groß ist das logarithmische Inkrement?
- Welche Kompetenz ist nach Unterricht erreicht, welche bei Wiederholung der Darbietung und welche schon nach Ablauf der Hälfte der Unterrichtszeit?
- Wie groß ist die relative Breite, wenn mit der Effizienz  $0,8$  gerechnet werden darf?
- Wie groß ist die zugrundeliegende Lehrstoffinformation?
- Wieviel Weltnerinformation wurde den Adressaten vermittelt?
- Welches ist die ungefähre Länge eines deutschsprachigen Baslertextes für diese Lektion?
- Wieviel subjektive Information enthält dieser Basaltext nach der Unterrichtsstunde, wenn er pro Zeichen für einen Fachmann  $0,5$  bit Information enthält?

La klerec-inkremento  $v$  de duona instruĥoro evidente estas malpli granda ol  $w=2,5$ . Kondiĉe, ke la dua duono de la instruĥoro efikas tiom kiom la unua, oni povas kalkuli la nescion je la fino de la instruĥoro

$\bar{a}_u$  dividante la antaŭan nescion per  $2,5 = w$ ,  
 $\bar{a}_u$  per ties dufoja<sub>2</sub>divido per  $v$ , t.e. per  
divido per  $vv=v^2$ .

Do  $v$  estas la nombro, kies kvadrato estas  $w=2,5$ ,

nome  $v = \sqrt{w} = \sqrt{2,5} = 1,58$ .

Do malpligrandiĝas post duona instruĥoro la nescio al  $90\%:1,58 = 56,96\%$ ; la scio (la kompetenteco) kreskas al  $p_{0,5} = 100\% - 56,96\% = 43,04\%$ .

c)

Oni povas pligrandigi la efikon de instruado (do la klerecinkrementon)  $\bar{a}_u$  per pligrandigo de la efikanco  $\eta$  (t.e. de la procentaĵo de la reala instrudaŭro kiu eĉ por idealaj instrucirkonstancoj necesus por atingi la saman kompetentecon),  $\bar{a}_u$  per pligrandigo de la instrudaŭro, do de la malkoncizeco  $\beta$  (valoro, kiu proporcias la kvocienton el instrudaŭro dividite per la informenhavo; la lernrapideco  $C_v$  de la celita lernanto estas la faktoro de proporcieco). Do la klerecinkremento (same kiel ties logaritmo) nur dependas de la produkto  $\beta\eta$ . Validas formulo

$$(1) \quad \eta\beta = \ln w$$

do en nia ekzemplo

$$0,8 \cdot \beta = \ln 2,5 = 0,9163$$

do  $\beta = 1,145$ .

d)

18-jaruloj lernas kun la maksimuma rapideco  $C_v = 0,7$  bitoj/sekunde, do ili bezonas mezume la lerntempon  $1/C_v = 1,429$  sekundojn por lerni 1 biton da informo. Instruado havas la malkoncizecon  $\beta = 1,145$ , se mezume unu bito de la instruaĵo estas prezentata dum

$\beta \cdot 1/C_v = 1,145 \cdot 1,429$  sekundoj = 1,636 sekundoj,  $\bar{a}_u$ , inverse, se dum unu sekundo nur estas prezentata  $1/1,636$  bitoj = 0,611 bitoj. Dum 50 minutoj = 3000 sekundoj do estas prezentataj  $3000 \cdot 0,611$  bitoj = 1834 bitoj. Car la leciono daŭras 50 minutojn, temas pri la kompleta informenhavo de la instruaĵo.

e)

La Weltnera informo estas la parto de la instruaĵo-informo lernita dum instruado ĝi do proporcias la kreskadon de la kompetenteco (vidu la bildon en ekzerco 2), ĉi tiu ja kreskis de  $p_0 = 10\%$  al  $p_d = 64\%$ , do je  $54\%$ .  $54\%$  de  $I=1834$  bitoj estas  $0,54 \cdot 1834$  bitoj = 990,4 bitoj.

f)

Bazaj tekstoj estas tekstoj tre koncizaj. Ili pro tio povas (almenaŭ en la germana lingvo) enhavi mezume 0,5 bitojn da instruaĵo-informo en unu signo, alivorte: ilibezonas ĉirkaŭ 2 signojn por esprimi unu biton. Por esprimi la in-

struaĵinformon  $I=1834$  bitoj, oni do bezonos  
 $2 \cdot 1834 = 3668$  signojn.

g) Por la fakuloj la baza teksto enhavas  
 $0,5 \cdot 3668$  bitojn da subjektiva informo (nome tiom  
da estetika informo), t.e. 1834 bitoj. Por la  
laiko la subjektiva informo estas pli granda je  
la instruajinformo  $I=1834$  bitoj, kiun la laiko ja  
ankoraŭ ne konas. La nescio de la lernanto post  
la instruado ampleksas je 36% de ĉi tiu informo,  
do la subjektiva informo de la baza teksto por li  
superas nur je  $0,36 \cdot 1834$  bitoj la subjektivan in-  
formon por la fakulo, do je 660 bitoj. Ĝi do am-  
pleksas  $1834$  bitojn +  $660$  bitojn =  $2450$  bitojn.

### Generala vojo

a)  
La logaritma klerecinkremento estas  $\ln w = \ln 2,5$   
 $= 0,9163$ .

b)  
Generala formulo por la kompetenteco atingata  
pro instruado dum la tempo  $t$  sen (konsiderinda)  
retrokuplado estas

$$(2) p_t = 1 - (1 - p_0) \cdot e^{-\eta C_v t / I}$$

Laŭ difino estas

$$(3) \beta = \frac{C_v d}{I}$$

El (2) kaj (3) sekvas - se  $\tau = t/d$  -

$$(4) p_{\tau d} = 1 - (1 - p_0) \cdot e^{-\eta \beta \tau}$$

aŭ por (1)

$$(5) p_{\tau d} = 1 - (1 - p_0) \cdot e^{(\ln w) \cdot (-\tau)} = 1 - (1 - p_0) \cdot w^{-\tau}$$

Enmetante  $p_0 = 0,1$ ,  $\tau = 1; 2; 0,5$  oni ricevas  
 $p_{\tau d} = 0,4308; 0,64; 0,856$ .

c)  
El (1) sekvas  
(6)  $\beta = \frac{\ln w}{\eta}$

do, enmetante  $w = 2,5$ ,  $\eta = 0,8$ ,  
 $\beta = 1,145$ .

d)  
El (3) sekvas  
(7)  $I = \frac{C_v d}{\beta}$

Enmetante  $C_v = 0,7$  bitoj/sek,  $d = 50$  minutojn =  
 $3000$  sekundojn,  $\beta = 1,145$ , oni ricevas

$$I = 1834 \text{ bitojn.}$$

e)  
El (8)  $W = i_0(BT) - i_d(BT) = (p_0 - p_d) \cdot I$

sekvas, enmetante  $p_0 = 0,1$ ,  $p_d = 0,64$ ,  $I = 1834$  bitojn:  
 $W = 990,4$  bitoj.

f)  
Por germanlingvaj bazaj tekstoj, N signojn lin-  
gaj, validas proksimume

$$(9) I = 0,5N$$

do en nia kazo:  $N = 2 \cdot 1834 = 3668$ .

g)  
Por lernanto de kompetenteco p la subjektiva in-  
formenhavo de la baza teksto estas

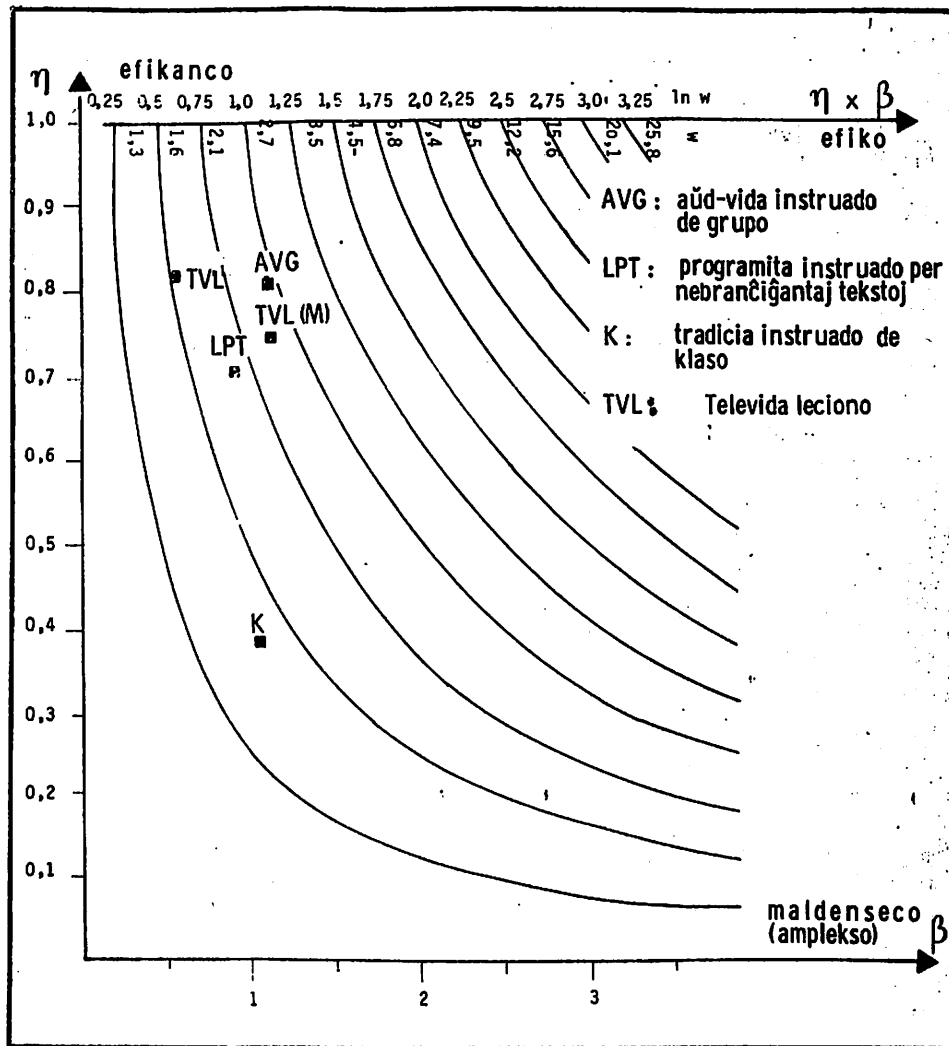
$$(10) i(BT) = i_F(BT) + (1-p)I = i_L(BT) - pI,$$

kie la indekso F signifas la fakulon, L la laik-  
on. Enmetante  $i_F(BT) = 0,5N$  bitojn,  $I = 1834$  bit-  
ojn kaj  $p = 0,64$  oni ricevas

$$i(BT) = 2414 \text{ bitojn.}$$

### Rimarkigo

Por komparo de la efikanco, maldenseco kaj efiko  
(mezurite aŭ per la klerec-inkremento  $w$  aŭ per  
ties natura logaritmo) taŭgas la  $\beta$ - $\eta$ -diagramo  
(vd. la kunmetitan bildon).





Semantische Information de BT :

$$I = i_L(BT) - i_F(BT)$$

(Anna)                      (Kollege)

didaktische Transinformation (Wertuen)

$$W = i_{sum}(BT) - i_{cec.}(BT)$$

$$= 3.000 \text{ bit} - 2.000 \text{ bit} = 1.000 \text{ bit}$$

did. Inf.  $\hat{W} = I$   
Anna, Cecilia

Lernzeit für W

$$t_{min} = \frac{1.000 \text{ bit}}{9,5 \text{ bit/s}} = 2000 \text{ ms} \approx 33 \text{ min}$$

$$\frac{t_{min}}{d} = \frac{33 \frac{1}{2} \text{ min}}{90 \text{ min}} = 0,37 \rightarrow 37\%$$

$$H = \frac{i(BT)}{S}$$

inf. zeit

$$\text{Anna} = \frac{3000 \text{ bit}}{3000 \text{ ms}} = 1$$

$$\text{Cecilia} = \frac{1500 \text{ bit}}{3000 \text{ ms}} = 0,5$$

(\*) Fehler gem. Budanovsky :  $E = 831 \quad 574 \quad 446$

$$E; S = e$$

$$\frac{831}{3000} = 0,277 = e$$

USP 15 bit

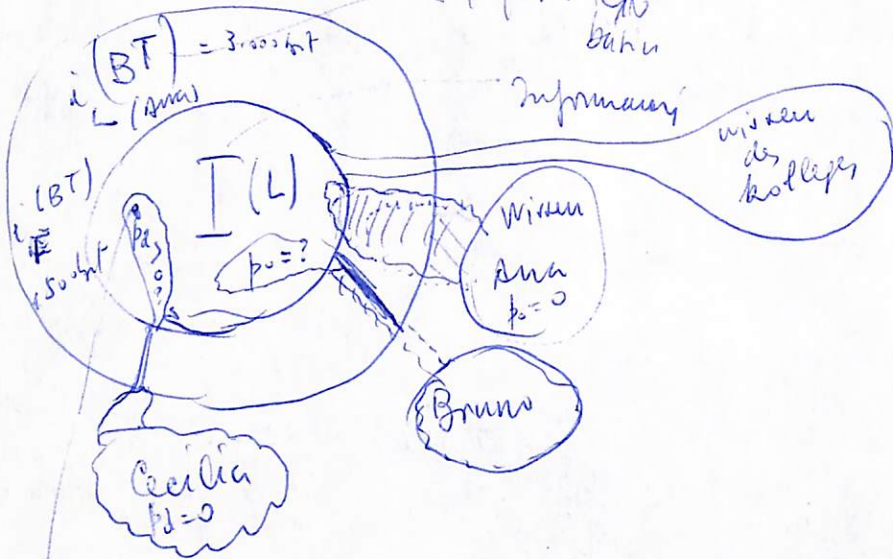
Ummantelung

29/11/79

9h 15m  
11h



$$B = B_1 \oplus B_2 \oplus B_3 \oplus B_4 \oplus B_5$$



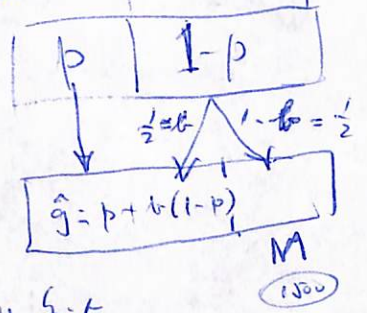
$$\left. \begin{array}{l} i(BT)_{\text{Anna}} \\ i(BT)_{\text{Bruno}} \\ i(BT)_{\text{Cecilia}} \end{array} \right\} > i_F(BT)$$

Didaktische Transformierung

Solve:

1. Bestimmung der Inf.  $i(BT)$   $S = 40 \times 75 = 3.000$  Zeichen  
zu je  $h = 5$  Bit

Zu errate Binärzeichen:  $N = k \cdot S = 15.000$  Binärzeichen (Bit)  
Fehler gesteuert (Missigniff):  $M = 1500$  Zeichen / 1000 Zeichen / 150  
Anna u Cecilia u Kollege



Nicht gewusst also:  $2M = 3000$  " von 1500 bit

in je Binär 1 bit Inf.

$$i(BT) = 3000 \text{ bit} + 2000 \text{ bit} + 1.500 \text{ bit}$$

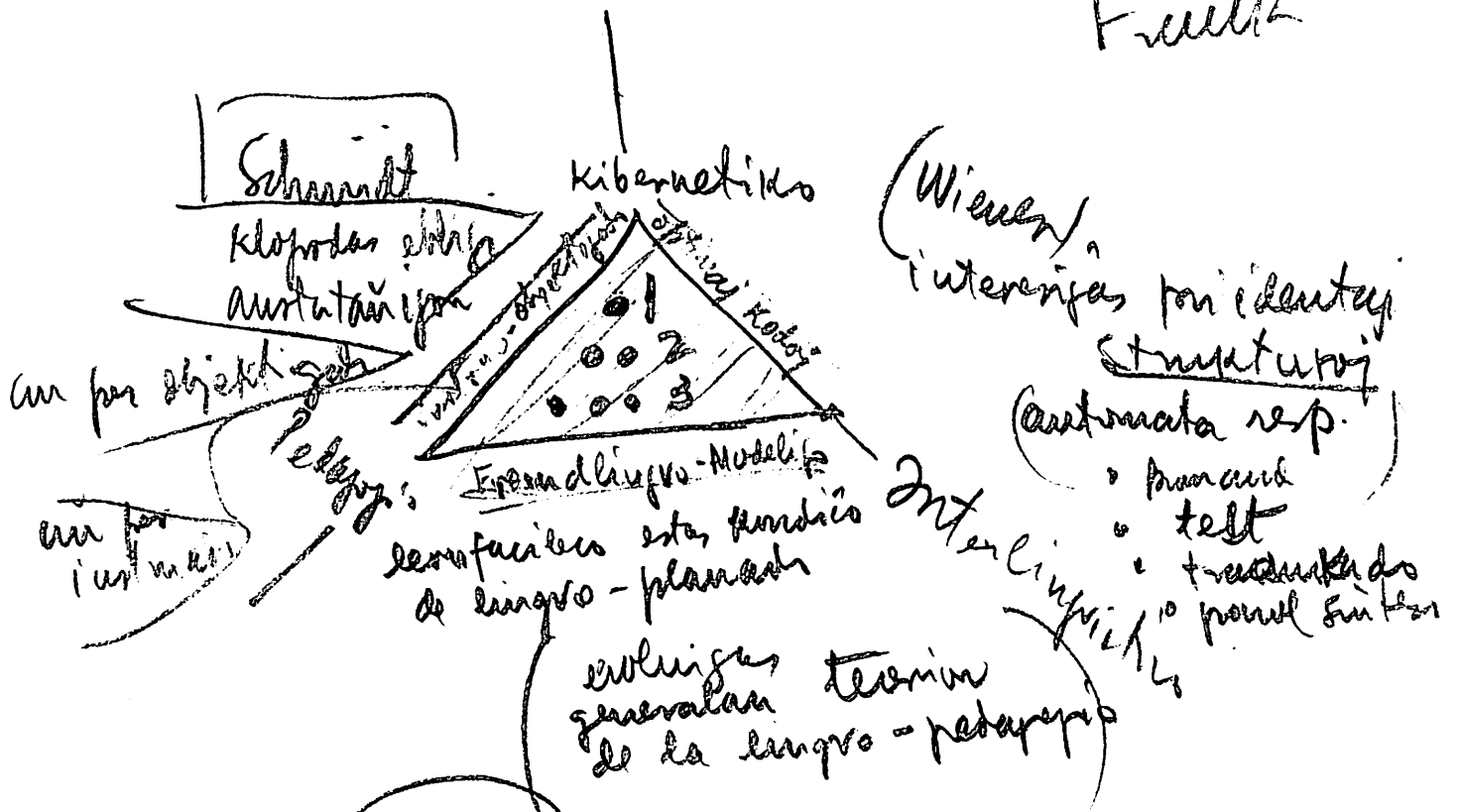
Lehrzeit:  $0,7 \text{ bit/seg} \hat{=} 2 \text{ seg} + 1 \text{ bit}$ , also p Anna:  $3000 \times 2 \text{ seg} = 6000 \text{ seg} = 100 \text{ min}$

" Cecilia:  $2000 \times 2 \text{ seg} = 4000 \text{ seg} \hat{=} 67 \text{ min}$

$$C_0 = 0,7 \text{ bit/seg} \quad \sim \quad \frac{i(BT)}{e_v} = \frac{1500 \text{ bit}}{0,7 \text{ bit/seg}} \approx 2143 \text{ seg} \approx 36 \text{ min}$$

kib. Ped und Interling.

Seimaris 7/11/74  
Freud



04) informeca teoro  
pri trajektas informejon

002) interfaca Metodo  
(eksploras inter diversaj-bazaj fakoj-grandparte laŭ  
kalkula metodo)

003) celo  
(celas "kiel ekzemple, ke eblas interveni")

Kibernetika  
Schuy / Wiener

Pelaporia  
Strupa 2 3

Intelligence

1960

infocum  
prikologis

1965

Informasi dan  
Komunikasi

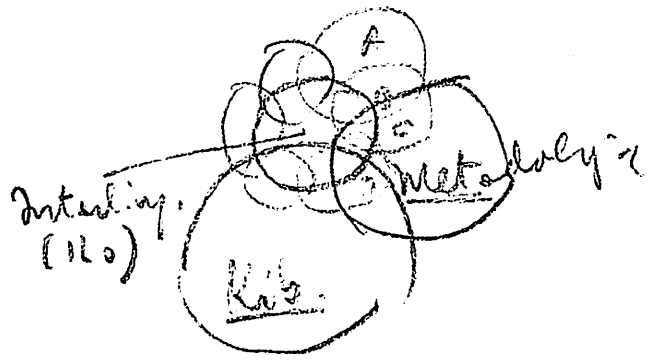
5 tahun  
eksperimental  
di  
RRI

1970

1975

Sektio Int. Raga dan Kibernetika  
Lingua orientalis instruksi  
GPI



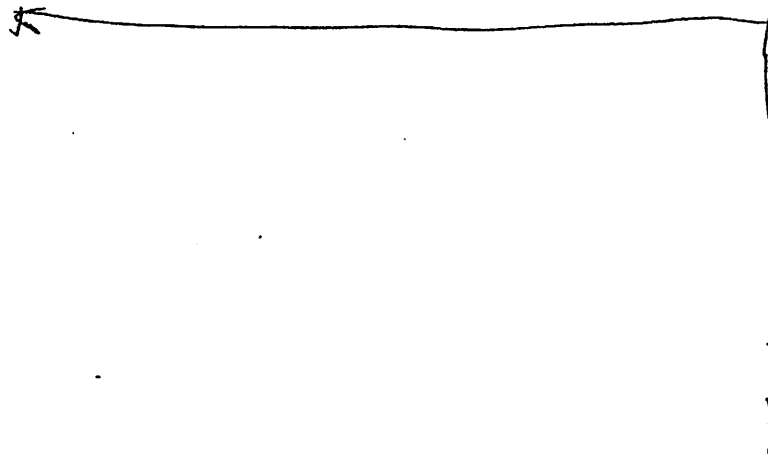


Kib | Communication  
 Analysis

Analysis | Communication specific

Interling. part | control

$H_{sub} (2M/mso)$

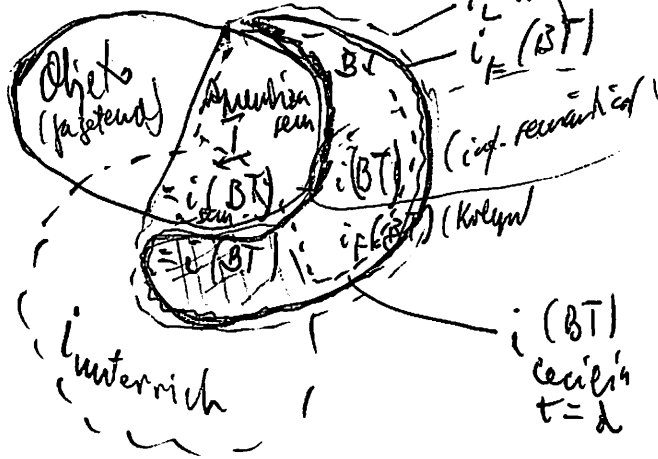


~~new~~  
~~old~~  
~~change~~  
~~feels~~



6/12/79

$z = \text{and} - \frac{9h(\sqrt{m})}{A_{\text{max}}} = \text{Cecilia für unterricht}$   
 $t=0$



$$W = \dot{i}_L(BT) - \dot{i}(BT)$$

$t=0 \qquad t=d$

$$1-p = 1 - (1-2m) = 2m$$

②  $i(BT) = N \cdot 2m = S \cdot p \cdot 2m$   
 Also im Mittel jede schnelle Maschine zeichnen:

$$H = \frac{i(BT)}{S} = \frac{fk \cdot 2m}{S} = \frac{2km}{S}$$

$$i(BT) = S \cdot H = \frac{2km}{S} \cdot S = 2km$$

$$I = \frac{i_L(BT) - i_F(BT)}{S} = \frac{2}{S} (M_L - M_F)$$

$$= 2(M_L - M_F)$$

Wieviel % der Lehrenden ist mit der Unterrichtsplanung beauftragt?

$$W = i_o(BT) - i_d(BT)$$

$$p_d = \frac{i_L(BT) - i_d(BT)}{I}$$

$$1 - p_p = \frac{i_d(BT) - i_f(BT)}{I}$$

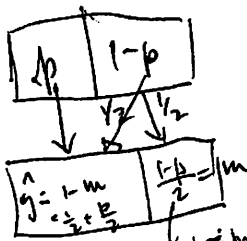
Besatztest habe  $S$  sch-maschine

Repetoire:  $\mu = 2^k = 2^5$  (zehern  $k=5$ )  
 $(S=40, 75 = 3.000 \text{ zeich})$

Zu den zu binaria

$$N = S \cdot \mu = S \cdot K (= 3000 \times 5 = 15.000)$$

M binaria mit falsch ferato:  $m = \frac{M}{N}$



$$\frac{p}{2} = \hat{g} - \frac{1}{2}$$

$$p = 2\hat{g} - 1$$

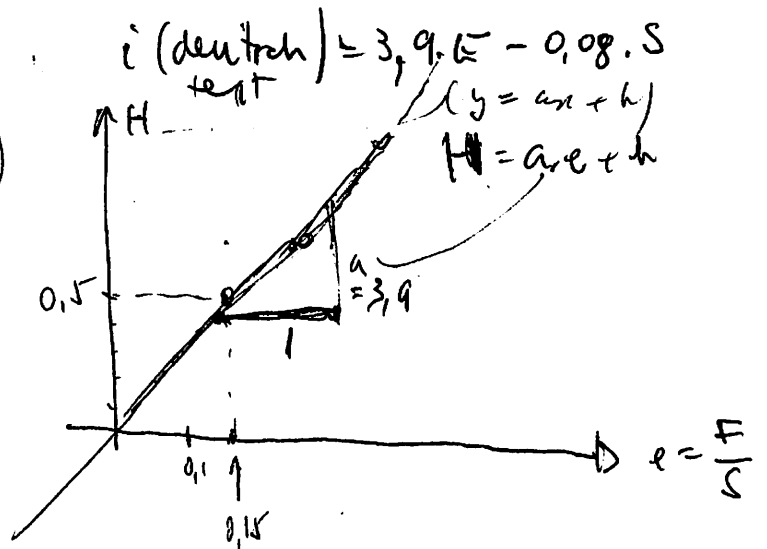
$$p = 1 - 2m$$

Wieviel information fehlt?  
 Wieviel are binaria? unbekannt

Arvore

0 1 1 0 1 1 1 0 0 0 1 0 0 1 0 1 0 1  
 z u R

$$\frac{F}{S} = e$$



7.11 : Seminars  
Resumo

14.11 : Saugiorqi  
Mathematik als

21.11 :

28.11 : Nolte - Kylvan. Arbeit  
von Untertier

5.12 :

12.12 : Feiler

19.12 :

\* det-a distancia entre cada  $f_{i,j}$  e  $a_j$   $\mu$   $\mu$   
equivalente ao div.  $\mu$ .

1  
2  
3  
4  
5

	p	1-p
Alberto	40%	
Beatrice	50%	
Cezaro	60%	
Daniela	70%	

1  
2  
3  
4

Prüfung  
1 Frage  
2 "  
3 "4 "

$\frac{1}{2}$  rep — suf. ( $\neq \frac{1}{2}$   $\pi$  suf.)

$\frac{2}{3}$  rep — kontextige

$\frac{3}{4}$  rep — bone

$\frac{4}{5}$  rep — true sense

Tag - 08/11/79 -

I

- Lernen Sie Deutsch?
- Ja, wir lernen Deutsch.

- Und was machen Sie?

- Wir hören und wiederholen  
Sie fragen, und wir antworten  
Sie ~~es~~ erklären, und wir verstehen

Wir üben viel:

- Schreiben Sie auch?

- Ja wir lesen und schreiben auch.

---

gern - *con placer*, *con gusto* - 2 -

Lehr gern - *con mucho placer* / *con mucho gusto*

die Fahrt - o paseo

} Wir machen eine Fahrt?  
} ¿Vamos a una vuelta?

Wie finden Sie es?

Que le parece?

Wieviel macht das (~~Zusammen~~)? (¿Cuánto  
costa?)  
Einmal Zigarette ("Una vez un paquete  
de cigarrillos")

Wann?

Quando?

Um wieviel Uhr?

A que hora

Ein Uhr zehn

11 10 min

spät

tarde

Wie spät ist es?

Que horas são?

Es ist 12 Uhr 40

20 Minuten vor eins

20 para um

Ich nehme ein Taxi —

Aproucho um taxi

Wieviel Uhr ist es?



FEOLL-GmbH, 4790 Paderborn 1, Postfach 467

4790 Paderborn 1  
Rathenaustraße 69-71  
Postfach 467

Telefon (05251) 23641/27021  
Telegramm: Forschungszentrum  
Stadtsparkasse Paderborn Nr. 52381

Ihr Zeichen

Ihre Nachricht

Unser Zeichen

Datum

Welter - 1/8 - signal con significado

(meaning moment)

$$\begin{array}{r}
 88 \\
 16 \\
 1 \\
 1 \\
 2 \\
 \hline
 108
 \end{array}$$

Durația de percepție : 6 sec (Pichet, 1967)

Com. prin rapidele se poate  
 Aprecierea e com. prin viteză.  
 se poate aprecia?

tempo de  
 apariție perceptivă  
 tempo de  
 apariție aperi  
 creșterea em  
 viteză  
 și a probab.  
 la care se pot realiza  
 de a realiza un  
 aperi

$$t_{aper} = \frac{1}{p_i} \quad t_{apend} = \frac{1}{p_j}$$

prop. cu  $\log_2 \frac{1}{p} = \underline{1 \text{ bit inf}}$

$e_v$  (viteză de apariție pt. aperi):  $= 0,7 \text{ bit/s}$

Quant. Inf conținută în conștientă  $C_k \cdot T_n \leq 160 \text{ bit}$

A inf. depinde atât de emisor și receptor și de canal în funcție de condiții.

inf. semnif. (cu transformarea)  $t(S_k, v_i)$  la sig.  $S_k$   
 unde  $v_i$  este valoarea semnificativă (inf. stabilă)

$$i_{sem}(S_k) = \text{def } t(S_k, v_i) = \text{def } i(S_k) - i(S_k/v_i)$$

$i(S_k/v_i)$  : denota inf. conștientă care  $S_k$  conține  
 înainte de  $v_i$  și  $v_i$  este valoarea semnificativă  
 de  $S_k$

Ajn - quer que (fejal) Kialo-motivo  
 in ajn - qualquer um  
 nacional - língua Nacional  
 alman

EDUCAÇÃO MATEMÁTICA EM DEBATEOswaldo Sangiorgi  
1979

Alguns resultados e problemas em aberto da 5a. Conferência Interamericana de Educação Matemática - 5a. CIAEM - realizada em Campinas, de 13 a 16 de fevereiro último.

É a primeira vez que uma Conferência Interamericana de Educação Matemática se realiza no Brasil (1a. Bogotá, 1961; 2a. Lima, 1966; 3a. Bahia Blanca, 1972, 4a. Caracas, 1975). Cerca de 600 professores de matemática, representando 28 países, participaram da 5a, CIAEM que contou com a colaboração de organizações interamericanas (UNESCO, OEA) e de instituições nacionais e estaduais (MEC, Prefeitura de Campinas, Secretaria de Educação, Secretaria da Cultura, Ciência e Tecnologia, Grupo de Estudos do Ensino da Matemática), com destaque para o Instituto de Matemática, Estatística e Computação da UNICAMP, cujo diretor, Prof. Ubiratam D'Ambrosio, foi o presidente da Comissão Organizadora e de cujo trabalho profícuo resultou, na sessão final, sua indicação para presidir os novos destinos do Comitê Interamericano de Educação Matemática, substituindo, ao Prof. Luis A. Santaló, da Argentina.

O fato de não estar entre os objetivos da 5a. CIAEM tirar conclusões dos problemas apresentados, e sim fornecer apenas subsídios aos educadores dos países latino-americanos, levou alguma confusão aos leitores de nossa imprensa diária. Assim, por exemplo, no discutível e importantíssimo problema apresentado no Painel B, sobre o uso de maquininhas de calcular no ensino do 1º grau, surgiram títulos contravertidos, de um dia para outro, resultantes de depoimentos pessoais, quase sempre de

conferencistas, que expunham seus pontos de vista - precisamente os que os trouxeram a Conferência - e que não representavam, como se poderia inferir, "resultados" da 5a. CIAEM e nem o consenso dos 600 professores de matemática que participavam do conclave, pois uma grande maioria destes professores se surpreendiam com títulos como: "Matemáticos de fedem o uso do computador na escola"; "Matemáticos rejeitam o uso da máquina de calcular no ensino da Matemática", embora surgissem títulos menos incisivos: "Desaconselhada adoção de calculadoras no ensino do 1º grau"; "O uso das calculadoras no ensino da matemática requer orientação"; Fazer  $4 \times 5$  com a maquininha de calcular é anti-humano"; "É preferível e mais útil decorar tabuada, do que decorar respostas para questões como: o conjunto das partes de um conjunto é um conjunto vazio?".

Nas CIAEMS anteriores eram votadas em plenário, na sessão final, algumas importantes conclusões e recomendações aos estudiosos e responsáveis pela educação matemática nas Américas. Esse processo, em virtude do número sempre crescente de participantes foi abolido na 5a. CIAEM, que passou a ter uma nova dinâmica, muito semelhante à empregada no 3º Congresso Internacional de Educação Matemática (Karlsruhe, 1976, Alemanha Ocidental), isto é, realização de Conferências Plenárias para todos os participantes, Painéis (realizados simultaneamente, com opção de escolha para os participantes), Posters (sobre Geometria, Computação, Avaliação e Novos Métodos de Ensino) e Workshops (envolvendo mesas-redondas, comunicações e mini-cursos), com exceção dos enunciados das conclusões finais, que ainda prevaleceram naquele congresso internacional.

Na verdade, faz falta o estabelecimento de algumas das mais importantes conclusões, produto de maduras discussões e debates de especialistas, que não têm muitas oportunidades de se reunirem, face aos desafios existentes, por força do acelerado progresso tecnológico que vivemos, onde frequentemente são confundidos objetivos educacionais com outros de conotação industrial e comercial. Basta atentar para o fato de uma importante firma multinacional ter indicado um cronograma de atividades, sobre o uso das maquininhas de calcular no ensino elementar, sem sequer

enunciar um suporte educativo para o mesmo!

Daí a necessidade de os educadores em geral e os professores de matemática em particular conhecerem os resultados de experiências, fundamentadas cientificamente, sobre a educação matemática atual, resultados estes que deveriam provir, precisamente, de reuniões de alto nível, como a 5a. CIAEM. Nas escassas reuniões internacionais, que nunca se realizam em períodos constantes, deveriam ser dadas melhores informações para um grande número de professores "quadrados" e ainda desinformados de tanta carga de modernização, boa parte da qual já contestada por ilustres matemáticos de todo o mundo pelas distorções feitas em seu nome.

Com exceção das grandes conferências plenárias, as demais sessões realizavam-se simultaneamente. Com isso, muitos professores foram privados de acompanharem a apresentação de assuntos que mais os interessavam. Na realidade, há grandes dificuldades para, em quatro dias de atividades, compatibilizar a apresentação e debates sobre os temas que mais interessam aos professores. É preciso optar, e nessa opção o professor deixa de receber as informações que buscava para determinados assuntos, discutidos em outra sessão.

Na melhor das hipóteses foi possível a participação em dois painéis, em dias distintos. Os painéis foram as atividades mais concorridas, em termos de informação, embora com platéias passivas, tendo em vista que as respostas às perguntas feitas por escrito só eram dadas 24 horas depois. Talvez esse tempo de espera tenha sido muito grande, fazendo com que se perdesse, em tempo oportuno, a contribuição da opinião ou do debate, dos participantes interessados no tema do painel, que contavam com a exposição de quatro especialistas e de um coordenador, especialmente convidados.

#### ABERTURA E HOMENAGENS

Na sessão de abertura, dia 13, 10h, Teatro Municipal "José de Castro Mendes", sob a presi



dência do então Ministro de Educação e Cultura, Euro Brandão (que pronunciou substancial discurso sobre Educação Matemática e seus problemas, por ele também vividos como professor de matemática que foi), presença do prefeito de Campinas, reitor da UNICAMP - reitor da PUC de Campinas e autoridades responsáveis pela 5a. CIAEM, foi homenageado o Prof. Omar Catunda, como Presidente de Honra, e o matemático norte-americano Marshall Stone, Presidente Honorário. Tanto Catunda como Stone (fundador da CIAEM) e ainda Santaló, da Argentina, são as mais antigas e representativas figuras de matemáticos (tradicional e/ou modernos) das Américas, ligados às atividades do Comitê Interamericano de Educação Matemática e sempre devotados, em seus países, aos problemas relativos ao ensino de Matemática.

No caso de Omar Catunda, hoje professor catedrático aposentado da USP, é mais do que justa a homenagem que lhe foi prestada pela 5a. CIAEM. Foi ele o principal iniciador do Departamento de Matemática da importante Faculdade de Filosofia, Ciências e Letras, em 1934, que na época ensejou a criação da Universidade de São Paulo. Trabalhou juntamente com eminentes matemáticos da escola italiana da época (Luigi Fantappiè, Giacomo Albanese, Gleb Wathagin, Giuseppe Occhialini), que, graças aos esforços de Theodoro Ramos, sob o comando do grande estadista Armando de Sales Oliveira, participaram do primeiro núcleo de desenvolvimento e pesquisa da matemática superior no país.

Ao lado de sua sempre elogiada competência em Matemática, Omar Catunda sempre se revelou um profundo estudioso dos assuntos ligados à Educação Matemática, em todos os níveis de ensino. Participou, no Brasil e no Exterior, de todos os eventos relacionados com o ensino da Matemática, colaborando decisivamente nos Congressos Nacionais e, principalmente, nas atividades exercidas no Grupo de Estudos do Ensino da Matemática - GEEM, de São Paulo, do qual é um dos fundadores (31/10/1961).

Ficou famosa, na 1a. CIAEM, em Bogotá, a sentença pronunciada por Omar Catunda, como réplica a um dito do matemático Jean Dieudonné que, deslumbrado com o então movimento de modernização do ensino da Geometria, disse enfaticamente-: Abaixo Euclides!

Respondeu Catunda: No meu País, pelo menos, Euclides! Quanta verdade traz hoje a lembrança desse episódio, ocorrido nos idos de 1961, quando se constata que a maioria de nossos alunos já não estudam mais geometria alguma. Há toda uma geração que desconhece por completo a geometria dedutiva e, por conseguinte, todos os benefícios resultantes de saber desencadear logicamente raciocínios. Uma das espúrias razões apontadas para não se ensinar mais geometria: os testes de múltipla escolha, tão empregados como eixo de avaliação dos alunos de hoje, não se prestam para avaliar geometria dedutiva! E, então... esses alunos são mais tarde transformados em professores de matemática, que, por sua vez, também não ensinam geometria... .

Tudo isso, recordando palavras da juventude daquele que foi o maior cientista do século XX, Albert Einstein, cujo centenário de nascimento está - se comemorando - "é notável que o homem, através unicamente do pensamento, possa atingir tamanho grau de segurança e pureza de raciocínio, graças a geometria, como nos demonstraram os gregos, em primeiro lugar".

A 5a. CIAEM prestou, também, homenagem a um dos maiores matemáticos brasileiro totalmente desconhecido da geração presente: Joaquim Gomes Sousa - o renomado Sousinha, cujo sesquicentenário de nascimento ocorreu no último 15 de fevereiro, durante as atividades da Conferência. Joaquim Gomes de Sousa nasceu no Maranhão, município de Itapicuru-Mirin, em 1829. Considerado o Arquimedes brasileiro, foi matemático, filósofo, médico, financista, astrônomo, engenheiro, jurista, historiador, crítico literário, num período de menos de 35 anos de vida. Doutor em Ciências Matemáticas e Físicas, pelo Rio de Janeiro, e em Ciências Médicas, por Paris, Sousinha, que também chegou a pertencer às Academias de Ciências de Berlim, Viena e Londres (onde faleceu em 1863), deixou uma extraordinária bagagem de trabalhos científicos que o honram e o dignificam como uma das maiores intelectualidades científicas produzidas no País.

#### CONFERÊNCIAS PLENÁRIAS

1a. "Aprendendo Matemática para a vida futura", proferida pelo matemático norte-americano

Hassler Whitney, do Institute for Advanced Studies, Princeton, New Jersey. Esse grande matemático, já um pouco idoso, conquistou a platéia por ter falado num português esforçado, porém com muita vivacidade. Pensar, este é o problema maior proposto por Whitney. Basicamente, desde cedo a criança assume a atitude de "aprender o que deve" em vez de "posso pensar sobre isso", reduzindo significativamente a predizagem. O foco está na resposta, quando deveria ser no processo de raciocínio. A cura está em devolver-lhes, pouco a pouco, a responsabilidade de seu próprio raciocínio; isto dará novamente sentido à aprendizagem. Ainda, de acordo com a exposição de Hassler Whitney, o mais básico é obter a habilidade de usar a matemática como ferramenta para a solução de problemas em qualquer área, tanto em problemas do dia a dia, ciência e engenharia, ou na própria matemática. Para problemas de maior dificuldade, a melhor maneira de atacá-los é estudar e explorar assuntos relacionados aos problemas. Isto é o que pré-escolares e pesquisadores fazem nas escolas, o que às vezes é chamado de "brincar", "adivinhar" "sonhar" ou "perder tempo". Tal exploração é muito mais importante do que a aprendizagem direta de habilidades; o fundamental não está apenas em entender mas em saber se foi entendido. Para isso, antes de resolver um grupo de problemas (e foram dados alguns exemplos em plenário) o aluno deveria perguntar: "Posso fazê-los?" - com uma verdadeira tentativa de responder. Escolhendo, então, um ou dois dos de maior dificuldade, ao resolver esses, terá adquirido alguma segurança para realizar mais alguns com facilidade para treino, e poderá deixar de fazer os outros.

2a. "Talento, Criatividade e Expressão", a cargo do Prof. Leopoldo Nachbin, um dos grandes matemáticos brasileiros (Prêmio Moinho Santista, primeira área de Matemática, 1962) professor do Instituto de Matemática da Universidade Federal do Rio de Janeiro. De modo pitoresco e cheio de humor, Leopoldo Nachbin prendeu os participantes com perguntas e respostas extraídas de sua própria experiência de estudante aplicado, que confessou sempre ter sido.

Para que serve a Matemática? Como ensiná-la em todos os níveis, de modo a adequá-la às nossas necessidades sem perder o ponto de vista intelectual? Como pre

servar o espírito matemático? O ensino da Matemática e o seu próprio desenvolvimento não sofreriam pela influência que a computação tem hoje em dia?

Na minha fase de Grupo Escolar em Recife, relata Nachbin, fui considerado bom aluno (tinha ótima caligrafia, ordem nas coisas...) e imgressei com 10 anos (vencendo o primeiro desafio que era o exame de admissão ao ginásio...) no Ginásio Pernambucano. A primeira dificuldade que enfrentei, apesar de tudo certinho, foi entender problemas artificiais que envolviam as idades de Joãozinho e Mariazinha (Joãozinho tinha o dobro da idade de Mariazinha, quando esta tinha a idade...).

Hã, pois, que se evitar no ensino a abstração pernicioso; toda a abstração, própria da Matemática, deve ser vivida de um modo atraente para o aluno considerado normal. Aí a criatividade estará sempre presente.

Citou, a seguir, experiência realizada na Universidade John Hopkins pelo (Grupo de Estudos Psico-Matemático para Jovens), destinado a identificar jovens bem dotados (3.500 jovens dessa natureza foram submetidos a testes em que se revelaram ótimos em raciocínio matemático e defendeu os dois seguintes princípios fundamentais:

- a) A Matemática a ser ensinada na Escola Primária deve ser simples e atraente, para poder explorar toda a criatividade da criança.
- b) Deve-se pensar em desenvolver o talento dos que o possuem, com métodos fundamentados cientificamente.

3a. "Geometria no ensino" - "Pela sua beleza e seu grande valor estético, pela elegância de suas construções e a nitidez, a geometria tem sido sempre um dos ramos mais queridos da Matemática" - foram as palavras iniciais da conferência do Prof. Emílio Lluis, da Universidade Nacional Autônoma do México.

Para o pedadogo, a geometria se distingue como uma disciplina mais apropriada para desenvolver a capacidade de raciocínio do aluno e para despertar seu interesse pela matemática de todos os níveis. Reconhece, ainda, Emílio Lluis que o ensino da geometria sofreu muitas mudanças nas últimas décadas, em todo os níveis: de um admirável modelo matemático (Hilbert), valioso auxiliar didáti

co, transformou-se, na maioria das vezes, num aborrecido jogo lógico de álgebra linear...

Que aconteceu com o ensino da geometria? Sem dar resposta global a esta pergunta, o Prof. Lluís comenta os diferentes métodos empregados para transmitir conhecimentos geométricos (os métodos axiomáticos antigos e os clássicos (Euclides, Hilbert, Hadamard, Birkhoff,...)); os métodos construtivos da geometria linear e algébrica, assinalando as principais vantagens e as maiores dificuldades que se apresentam em utilizar cada um desses métodos, principalmente quando se cometem exageros que "desligam" os verdadeiros objetivos perseguidos pela geometria.



05. I. 3. 1317.

## Beurteilung mathematischer Fernseh-Programmlektionen mit dem $\beta$ - $\eta$ -Diagramm

von Osvaldo SANGIORGI, São Paulo (Brasilien)

aus der Escola de Comunicações e Artes/Universidade de São Paulo und TV2-Cultura, São Paulo

### 1. Grundbegriffe und Fragestellung

Eines der Ergebnisse der Anwendung kybernetisch-pädagogischer Methoden in der Bildungswirklichkeit ist das  $\beta$ - $\eta$ -Diagramm (Frank, 1977 a, b), welches einerseits die Beurteilung einer bestimmten Lehrweise im Vergleich zu schon bekannten anderen Beurteilungsergebnissen ermöglicht und andererseits Voraussagen hinsichtlich geplanter Lehrweisen erlaubt.

Die eingeführten Parameter  $\beta$  und  $\eta$  sind wie folgt definiert:

$$\text{Effizienz } \eta = \frac{\text{theoretische Mindestlernzeit}}{\text{tatsächlich benötigte Lernzeit}}$$

$$\text{Breite der Lehrstoffdarbietung } \beta = \frac{\text{benutzte Lehrzeit pro Informationseinheit}}{\text{theoretische Mindestlernzeit pro Informationseinheit}}$$

Man bestimmt die Koordinaten des Punktes  $(\beta, \eta)$ , welcher dem Meßergebnis über einen Unterricht der zu beurteilenden Unterrichtsweise (in unserem Falle dem Bildungsfernsehen) entspricht. Die Bestimmung jenes Punktes erfolgt mittels eines Algorithmus, der die folgenden Variablen enthält:

$a$ : Zahl der Antwortalternativen, welche in den Testen über den Lehrstoff der Programmlektion angeboten werden

$r_0$ : mittlerer Prozentsatz richtiger Antworten des Adressaten (Lerners) im Vortest

$r_t$ : mittlerer Prozentsatz richtiger Antworten des Adressaten im Nachtest

$p_0$ : Kompetenz des Adressaten im Vortest

$p_t$ : Kompetenz des Adressaten im Nachtest

$t$ : mittlere Dauer der Programmlektion

$W$ : mittlere gelernte Information über den Basaltext der Programmlektion (sog. „didaktische Trans-“ oder „Weltner-Information“), die sich aus einer Ratetest-anwendung ergibt (vgl. z.B. Weltner, 1967)

$I = \frac{W}{p_t - p_0}$  im Basaltext enthaltene Lehrstoffinformation, die aufgrund der angewandten Kompetenzteste aus  $W$  erschließbar ist

$C_v$ : Lerngeschwindigkeit auf der Altersstufe der Adressaten

$w$ : Irrtumsprozentsatz im Vortest dividiert durch Irrtumsprozentsatz im Nachtest, also  $(1 - r_0) / (1 - r_t)$

Die Werte der Parameter  $\eta$  und  $\beta$  sind wie folgt zu ermitteln:

$$\eta = \frac{I}{t \cdot C_v} \cdot \ln \frac{1-p_o}{1-p_t} \quad (\text{Effizienz der Programmlektion})$$

$$\beta = \frac{\ln w}{\eta} \quad (\text{Breite der Lehrstoffdarbietung})$$

Ein Unterricht schneidet im Vergleich zu einem methodisch anderen Unterricht günstiger ab, wenn  $\eta$  oder  $\beta$  oder das Produkt  $\eta\beta$  größer ist. Andernfalls kann man die zu beurteilende neue Lehrweise als ungünstiger bewerten.

Die Einordnung des Punkts ( $\beta, \eta$ ) in das Diagramm vermittelt einen Eindruck von der gewünschten Beurteilung, indem als Bezugslinien die  $\beta\eta$ -Hyperbeln verwendet werden, die man als Kurven gleicher Wirkung ansehen kann.

Im beigefügten Diagramm (Bild 2) waren schon die Einordnungen verschiedener  $\beta\eta$ -Werte für üblicherweise benutzte Lehrmethoden vorab bekannt, nämlich für

- herkömmlichen Klassenunterricht (K)
- Programmierter Instruktion durch lineare Lehrprogramm-Texte (LPT)
- audiovisuelle Gruppenschulung AVG

(Vgl. Geisler und Richter, 1977).

Diese Punkte ermöglichen die Beurteilung der Bildungsfernsehmethode im Vergleich zu den durch diese Punkte repräsentierten bekannten Lehrweisen hinsichtlich Effizienz, Breite und Wirkung.

## 2. Vorgehensweise und Ergebnis

Gewählte Stichprobe: Bildungsfernsehlektion Mathematik 24. Altersbereich der Adressaten: 12–13 Jahre. Thema: Stufenwinkel und Wechselwinkel.

Algorithmus zur Bestimmung von  $\eta$  und  $\beta$ :

1. Man konstruiert einen Knapptext des Lektionsinhalts, welcher die zugrundezuliegende Information für die vorgesehene Sendung vollständig enthält (Basaltext BT).
2. Nach dem Weltnerverfahren (Weltner, 1967) ermittelt man den Wert  $I$  als semantische Basaltextinformation aus der didaktischen Transinformation und der Kompetenzzunahme:

$$I = i_{\text{sem}}(\text{BT}) = \text{Basaltextinformation für Laien} - \text{Basaltextinformation für Fachleute}$$

$$= 4 \text{mal Differenz der Ratefehlerzahl zwischen Fachleuten und Laien.}$$

(Für die portugiesische Sprache darf mit dem Faktor 4 gerechnet werden.) Hierfür<sup>a</sup>

wendet man das Weltnerverfahren auf Adressaten vor der Programmdarbietung („Pseudolaien“) bzw. nach der Programmdarbietung („Pseudofachleute“) an; aus der dabei ermittelten Weltnerinformation – im Falle unserer Stichprobe waren es  $W = 225$  bit – erhält man die Lehrstoffinformation  $I$  durch Division durch den Kompetenzzuwachs:

$$p_t - p_o = \frac{a \cdot r_o - 1}{a - 1} - \frac{a \cdot r_t - 1}{a - 1}$$

Bild 1 enthält die absoluten und die relativen Häufigkeiten richtiger Antworten in den drei Testfragen und im Gesamtmittel. Daraus erhält man gemäß der eben genannten Umrechnung einen Kompetenzzuwachs von  $p_o = 0,04$  auf  $p_t = 0,56$ , also um 52%, also eine Lehrstoffinformation von  $I = 225 \text{ bit} : 0,52 = 432,7 \text{ bit}$ .

Frage	Vortest		Nachttest	
	Richtige Antworten absolut	% ( $100 \cdot r_o$ )	Richtige Antworten absolut	% ( $100 \cdot r_t$ )
1	66	40,49	129	79,14
2	56	34,35	121	74,23
3	56	34,35	99	60,73
Mittel:	59,33	36,39	116,33	71,36

Bild 1: Quantitative Ergebnisse der Auswahlantworttests ( $a = 3$ ) für die Fernsehprogrammlektion Mathematik 24, ausgestrahlt am 24.10.78. Zahl der getesteten Adressaten: 163

- Dauer der Programmlektion Mathematik 24:  $t = 15$  Minuten = 900 Sekunden
- Abschätzung der Lerngeschwindigkeit der im Mittel 13jährigen Adressaten:  
 $C_v = 0,5$  bit/sek.
- Ermittlung der Effizienz  $\eta$ : die Einsetzung der Daten führt auf eine Effizienz von  $\eta = 0,74$ .
- Man errechnet die Wirkung  $w$  aus den in Bild 1 aufgeführten Prozentwerten zu  $w = 2,2$ . Daraus folgt  $\ln w = 0,8$  und daraus  $\beta = \frac{\ln w}{\eta} = 1,08$ .  
Damit kann der Punkt  $(\beta, \eta)$  für die Fernsehlektion (BF) in das Diagramm eingezeichnet werden (Bild 2).

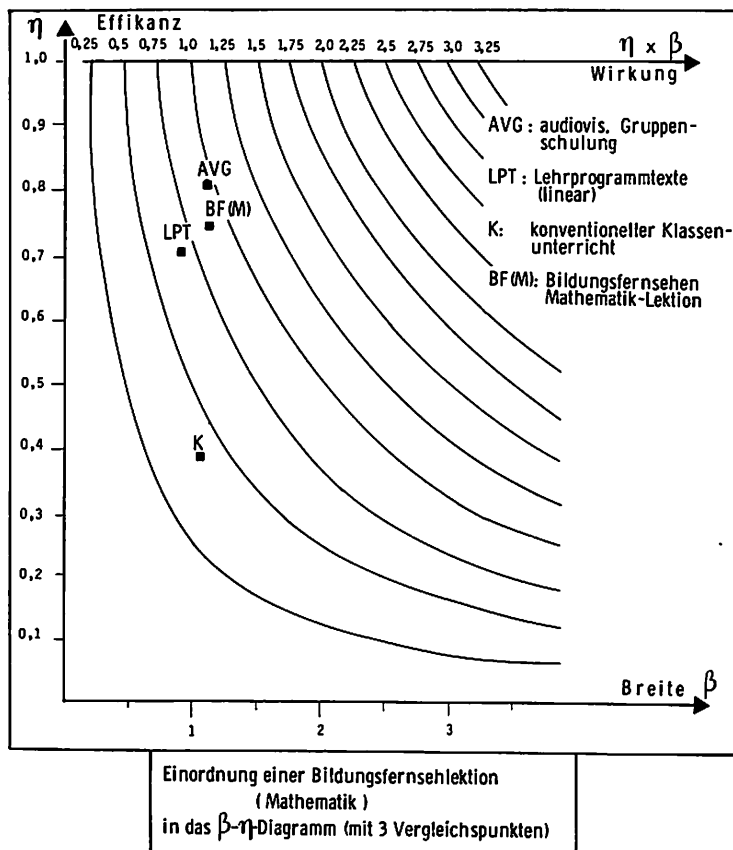


Bild 2: Einordnung der Fernsehprogrammlektion (BF) Mathematik 24 in das  $\beta$ - $\eta$ -Diagramm; zum Vergleich sind aus Geisler/Richter, 1977, drei Punkte für herkömmliche Lehrweisen eingetragen: AVC = audiovisuelle Gruppenschulung, LPT = Programmierter Instruktion durch lineare Lehrprogrammtexte, K = herkömmlicher Klassenunterricht

### Abschließende Beurteilung

Die Einordnung des Punktes  $(\beta, \eta) = (1,08; 0,74)$  zeigt, daß die Bildungsfernsehlektion Mathematik

1. eine Effizienz aufweist, die jener der audiovisuellen Gruppenschulung (die als gut beurteilt wird) nahekommt und bei weitem jener der Programmierter Instruktion mit Texten (LPT) sowie der traditionellen Klassenschulung (K) überlegen ist;
2. eine Breite hat, welche größer ist als bei Lehrprogrammtexten, aber kleiner als bei audiovisueller Gruppenschulung (AVG) und bei Klassenunterricht;



3. zu der Gruppe der Lehrweisen gehört, deren Wirkung ungefähr der Wirkung der audiovisuellen Gruppenschulung (AVG) entspricht und viel besser ist als die Wirkung des herkömmlichen Klassenunterrichts (K) und der Lehrprogrammtexte (LPT).

#### *Schrifttum*

- Frank, H. (1977a): Die Lehrerfolgs- und Zeitbedarfsprognose mit dem  $\beta$ - $\eta$ -Diagramm. GrKG 18/2, 1977, S. 45–56
- Frank, H. (1977b): Begriff, Eigenschaften und Anwendung des Bildungsinkrements als Maß des Lernerfolgs. GrKG 18/4, S. 105–112
- Geiser, E. und Richter, H. (1977): Zur Einordnung des Sprachorientierungsunterrichts nach dem Paderborner Modell in das  $\beta$ - $\eta$ -Diagramm. GrKG 18/4, 1977, S. 122–126
- Weltner, K. (1967): Zur Bestimmung der subjektiven Information durch Ratetests. In: J. Schröder (Red.): Praxis und Perspektiven des Programmierten Unterrichts. Bd. II, Schnelle, Quickborn, 1967, S. 69–74

Eingegangen am 23. April 1979

Anschrift des Verfassers:

Prof. Dr. Osvaldo Sangiorgi, fta, TV kultura-rádio kultura, Rua Carlos Spera 179, BR-05036 São Paulo-Lappa

## Verwendung funktionaler Cluster-Analysen in der phänomenologischen Phase der Objektivierung

von Wolfgang F. SCHMID, Flensburg  
aus der Pädagogischen Hochschule Flensburg

### 1. Problemstellung

„Im neunzehnten Jahrhundert versuchten viele Philosophen, in allgemeinen Begriffen zu beschreiben, wie der Wissenschaftler an seine Arbeit heranging, vielleicht in der Hoffnung, Hinweise zu finden, die den Menschen führen könnten im Streben nach Erkenntnis.“ (Travers, 1972, S. 21)

Der Neopositivismus restringiert diese Intention auf die Erfassung von Vorgängen der systematischen Überprüfung einer Hypothese (vgl. Popper, 1973, S. 6). Dennoch beschäftigen „sich verschiedene struktur- und einzelwissenschaftliche Disziplinen, wie Methodologie, Kybernetik, Psychologie und Informationstheorie usw. mit dem Entstehungsprozeß neuen Wissens“ (Korch, 1972, S. 140). In der kybernetischen Pädagogik wird die Entwicklung von Denkalgorithmen sogar zur Bedingung der Möglichkeit für das wissenschaftliche Arbeiten erklärt. Diese Erklärung ergibt sich aus der Zielsetzung der kybernetischen Pädagogik, d.i. die „Objektivierung der geistigen Arbeit des Menschen“ (Frank, 1969, S. 38).

„Die Kybernetik ist der Versuch, kalkülisierende Methoden auf die geistige Arbeit anzuwenden, um diese weitestmöglich zu objektivieren.“ (Frank/Meder, 1971, S. 22)

„Zur Methode der Kybernetik gehört also wesentlich die Einführung von Kalkülen durch die wissenschaftliche Kybernetik ...“ (Frank, 1969, S. 29).

„Der Einführung von Kalkülen hat stets eine phänomenologische Analyse des kalkülmäßig zu erfassenden Gegenstands des Denkens vorauszugehen.“ (ebd.)

Mit der Begründung der kybernetischen Pädagogik durch H. Frank vollzog sich in der Geschichte der Metaphysik eine radikale Wende, die sich philosophiegeschichtlich mit der sokratischen Entdeckung des Begriffs vergleichen läßt. Aristoteles sieht in der Entdeckung und Ausarbeitung der Begriffsbildung durch Sokrates in der Geschichte des Menschen zum ersten Mal die Möglichkeit, Denkprozesse so zu formulieren, daß sie von jedem nachvollzogen werden können (vgl. hierzu die Ausführungen des Aristoteles im 13. Buch der Metaphysik). Durch die Begründung der kybernetischen Pädagogik geschieht insofern ein Rückgang auf die sokratische Idee, als sich die Formulierung von Denkvorgängen zur Bildung von Denkkalkülen verdichtet. Damit wird die Metaphysik auf ihren zureichenden Grund zurückverwiesen, d.i. die Reflexion auf die Entwicklung



mg 58

# TECNOLOGIA EDUCACIONAL



27  
Mar./Abr. - 1979

*Tecnologias Educacionais*



# TRES SOLUÇÕES À PROCURA DE UM SÓ PROBLEMA: COMUNICAÇÃO

Oswaldo Sangiorgi \*

— Um novo elemento, de obrigatória presença em todos os sistemas, veio juntar-se à matéria e à energia: a *informação*.

Neste artigo são apresentadas três soluções: diálogo, monólogo e solilóquio, ao problema comunicação, através de adequações às propostas do lógico-matemático George Boole e do matemático-informador Claude Shannon.

## Proposta Shannon:

Medir informações (solução) provindas de uma determinada fonte, em qualquer sistema de comunicação (problema), é, hoje em dia, o maior dos investimentos disponíveis.

Desde que sejam precisados os momentos significativos da mensagem emitida — da qual se deseja medir o "quantum" de informação — podemos determinar a quantidade de informação originada de um texto de Graciliano Ramos, de uma poesia de Vinícius de Moraes, de uma abertura de Beethoven. De dois cartazes de propaganda, sobre o mesmo produto, estamos aptos a "calcular" qual deles traz mais informação e, mais sofisticadamente, o número de "bits" trazido por um quadro de Modigliani.

Também, com um eixo metodológico matemático, estamos habilitados a estimar, numericamente, o grau de cultura de um povo, bem como o seu pendor musical, a sua capaci-

dade para artes, esportes, política ou religião.

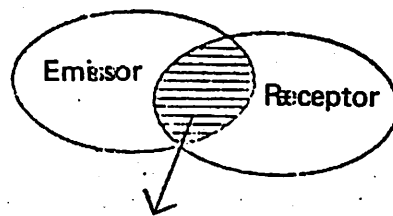
Um dos maiores responsáveis pela existência dessa solução-medida de informações é Claude Elwood Shannon — (1916), matemático americano que, aos 32 anos na Bell Telephone Laboratories criou a Teoria Matemática da Comunicação, juntamente com Warren Weaver.

Parodiando Pirandelo, podemos até dizer: três soluções (diálogo, monólogo e solilóquio) estão a procura de um problema (todo ato de comunicação). Algumas considerações gerais ilustrarão o leitor.

Qual, por exemplo, a quantidade de informação adquirida até agora por quem está lendo este artigo? Trata-se de um ato de comunicação-monólogo, onde a fonte-jornal emite o artigo (mensagem) e o leitor é o receptor.

Vamos, pois, às considerações gerais para uso da solução Shannon. A palavra comunicação se origina, etimologicamente, do latim "communicare", que significa "tornar comum", "partilhar".

Tornar comum, partilhar, portanto, *comunicar* ocorre, por exemplo, quando alguém, viajando, envia um cartão postal com o objetivo de manter informada outra pessoa; emissor e receptor estarão tornando algo comum... o que, precisamente, equivale a dizer que a interseção entre os seus universos de discurso não é vazia.



Desde as moléculas do DNA (Ácido desoxirribonucleico), que são moléculas informacionais portadoras do código genético, pois nelas se podem armazenar informações, através de uma linguagem atômico-molecular, até as linguagens artificiais entre máquinas, passando pelas linguagens "naturais" entre os seres vivos (homens, animais, plantas...) todos conversam.

Assim, se pretendemos conhecer o que se passa em torno de nós ou pelo resto do mundo, adquirimos um jornal, ouvimos o rádio, assistimos a televisão ou seja, estamos "partilhando" informações entre emissor e receptor.

A conexão entre emissor e receptor é estabelecida por um canal de comunicação, cujo suporte é o meio que torna possível o transporte da mensagem.

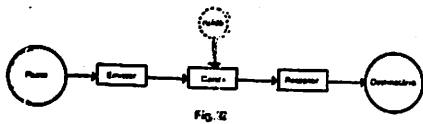
A comunicação verbal (onde o meio é a linguagem escrita ou oral) e a comunicação visual (cujo meio é constituído pelos recursos de ordem gráfica, gestual ou pictórica) devem ser destacadas como as mais gerais, para os que se iniciam na Teoria Geral da Comunicação onde são abordados, pormenorizadamente, os aspectos qualitativos (socioló-

\* Escola de Comunicação e Artes — USP e do Departamento de Ensino da Fundação Padre Anchieta de SP.

gicos, antropológicos, psicológicos) da informação bidirecional entre emissor e receptor.

Os aspectos quantitativos da Comunicação já são da alçada da Teoria da Informação.

A partir do enfoque de Shannon, apresentado no *The Mathematical Theory of Communication*, em 1949, e no não menos clássico artigo de Warren Weaver, "Recent Contributions to the Mathematical Theory of Communication" (Shannon e Weaver, 1954), são criadas condições para medir informações e previsões para aumento da capacidade dos entes envolvidos no processo de comunicação, unindo fonte e destinatário:



Quantificação de informação, caráter discreto ou contínuo, capacidade do canal, seletividade da mensagem, luta contra o ruído, entropia, fazem parte do acervo de conceitos de Teoria da Informação. As propostas de Shannon, que exigem maior participação de matemática e probabilidade, são:

1) com que exatidão os símbolos podem ser transmitidos? (problema técnico); 2) com que precisão os símbolos transmitidos transferem o significado desejado? (problema semântico); 3) com que eficiência a significação recebida influencia a conduta no sentido desejado? (problema de eficiência).

Substitua-se "símbolos" por momentos significativos, para o receptor, e estaremos em condições de medir a quantidade de informação trazida pelos mesmos: quer sejam considerados discretos (como as palavras que são formadas por letras, ou as frases de palavras, ou as melodias de notas musicais, ou as gravuras de pontos distintos de diversas cores, ...) ou contínuos (tais como a voz humana com sua contínua variação de diapasão e energia).

Há 50 anos, Hartley propôs: a quantidade de informação, gerada por uma fonte, depende da grandeza do seu estoque de informações possíveis. Quanto maior esse estoque, tanto maior a incerteza, e, conseqüentemente, maior a informação e maior a entropia.

Assim como, para medir comprimentos, pode-se introduzir o metro como unidade de medida, para medir informações foi introduzida a unidade *bit* (de *binary digit*), que é uma medida precisa de quantidade de informação que a memória pode conter.

Que é um bit de informação?

É a quantidade de informação trazida pela realização de um entre dois momentos significativos equiprováveis. É uma decisão binária. Assim, por exemplo, a quantidade de informação trazida pelo lançamento de uma moeda, por um de seus dois momentos significativos: cara ou coroa, dá ao receptor 1 bit de informação, qualquer que tenha sido sua escolha (se escolheu coroa e deu coroa, *sabe* que acertou; e se deu cara, *sabe* que errou).

Uma escolha entre os quatro ( $2^2 = 4$ ) pontos cardeais vale 2 bits e a escolha de um momento significativo entre oito ( $2^3 = 8$ ) equiprováveis, necessita 3 bits. Por exemplo, no caso de se querer "adivinhar" uma carta entre oito propostas, pode-se, na certa, adivinhá-la usando-se 3 perguntas de decisão binária (3 bits), pois a primeira pergunta (1 bit), diz respeito a em qual das duas metades (4 e 4) está situada a carta escolhida; a seguir, na metade apontada, faz-se a segunda pergunta (2 bits) procurando-se, novamente, saber em qual das duas metades (2 e 2) se encontra a carta desejada, e, finalmente, a terceira pergunta (3 bits) terá como resposta a carta procurada (última divisão binária que coincide com a escolha da cara ou coroa no exemplo do lançamento da moeda).

Quanto bits de informação traz qualquer uma das seis ( $2^X = 6$ ) faces de um dado? Agora, 6 não é uma potência "exata" de 2, e o número de bits não é inteiro (está entre 2 e 3) e é dado por  $\log_2 6$  bits.

Então, a quantidade de informação trazida por qualquer um, entre  $n$  momentos significativos equiprováveis, gerados por uma fonte de informação discreta, é igual a  $\log_2 n$  bits.

No caso mais geral de não serem equiprováveis os momentos significativos, como por exemplo a quantidade de informação trazida por qualquer letra componente das palavras que constituem uma sentença, ou pelos tons de cores que compõem um quadro, ou pelos acordes de uma sinfonia, então a fórmula de Shannon que dá, em bits, a quantidade média de informação  $H(X)$  trazida por momento significativo  $x_j$ , de probabilidade  $p_j$ , de uma fonte  $X$ , é:  $H(X)$  igual à somatória, precedida com o sinal menos, do produto  $p_j \cdot \log_2 p_j$ .

A quantidade de informação, da linguagem do código genético na molécula de DNA, pode ser medida em bits. No DNA existem certos componentes chamados bases e o número de bits pode, então, ser calculado pelo número dessas bases. Então, a própria noção de vida, de acordo com a afirmação do físico Sérgio Mascarenhas, depende da existência da informação no sistema biológico. Sem informação não há mensagem, não há reprodução, não há processos e mecanismos de controle e comando.

Mais ainda, a engenharia genética atual, valendo-se dos bits detectados nos gens, os quais são portadores de todas as informações que programam a vida, desde a forma dos dedos até a inteligência, passando pela resistência às doenças e à cor dos olhos, possibilita a interferência dos geneticistas nos gens portadores de defeitos e enfermidades. Ressalta-se, ao lado da importância da quantificação da informação no campo biológico o risco de certas experimentações perigosas para a humanidade lembradas por James Watson, Prêmio Nobel, que, quase superando a ficção científica, receia a criação eminente de novas formas de vida, microorganismos de poder desconhecido que poderiam, mesmo, exterminar a vida humana sobre a Terra.



Assim, conhecendo soluções, por controlar e quantificar informações, no mundo cibernético em que vivemos, o cientista moderno é um sério candidato ao papel de aprendiz de feiticeiro, dependendo do problema que pretenda resolver...

**Proposta Boole:**

George Boole (1815-1864) introduziu, em seu livro *An Investigation of the Laws of Thought*, o primeiro tratamento sistemático da lógica e, com este propósito, desenvolveu um sistema algébrico conhecido hoje com o seu nome: Álgebra Booliana.

Nos últimos 100 anos, poucas obras de matemática tem tido mais impacto na Matemática e na filosofia que esta famosa obra. Augustus de Morgan assim se exprimiu sobre esta famosa obra de Boole:

"Nunca se poderia acreditar que os processos simbólicos da álgebra, inventados como instrumento para o cálculo numérico, resultassem tão adequados para exprimir atos do pensamento e para estabelecer a gramática e o dicionário de um sistema de lógica, como foi demonstrado nas "Leis do Pensamento".

Com a publicação de *"The Mathematical Theory of Communication"*, Shannon deu a conhecer uma nova área de aplicação da Álgebra Booliana, mostrando que as propriedades básicas de combinações série-paralelos de dispositivos elétricos biestáveis poderiam ser representados adequadamente mediante esta Álgebra. Desde aí, a Álgebra Booliana tem tido um papel importante na delicada tarefa de desenhar circuitos telefônicos, de comutadores, dispositivos de controle automático e computadores eletrônicos. As Leis do Pensamento de Boole, propiciam condições para equacionar segmentos de comunicação (diálogo, monólogo e solilóquio), podem ser expressas, para os mesmos afeitos à Matemática, através de axiomas estabelecidos para a classe de todas as *setenças*, possíveis de serem emitidas num determinado contexto. Tais *setenças* devem satisfazer as condições de uma lógica

bivalente, onde qualquer *setença* é verdadeira (1) ou falsa (0).

Nessa classe de *setenças*, estão definidas duas operações binárias: conjunção "e" ( $\wedge$ ) e disjunção "ou" ( $\vee$ ) e uma operação unária: "não" ( $\sim$ ). Os axiomas são:

1º As operações "e" e "ou" são comutativas.

Assim, por exemplo, se as *setenças* forem:

a: *eu votei*

b: *eu moro na Liberdade* (bairro de São Paulo), a informação provinda da *setença* composta pela operação "e": a e b é a *mesma* que a informação provinda da *setença* composta b e a.

O mesmo se pode dizer das informações provindas das *setenças* compostas: a ou b e b ou a pela operação "ou".

2º Existem duas *setenças* neutras, distintas, relativas às operações "e" e "ou".

No exemplo acima a *setença* neutra para a operação "e" é a *setença* *eu sou eleitor*, que é logicamente verdadeira (1), pois, a emissão da *setença* composta:

*eu votei e eu sou eleitor* não acrescenta informação alguma à emissão da *setença* *eu votei*.

Para a operação "ou" a *setença* neutra é a *setença* logicamente falsa (0), por exemplo, *o número de minha casa é maior e menor que 200*, pois, a emissão da *setença* composta: *eu moro na Liberdade ou o número de minha casa é maior e menor que 200*, não acrescenta informação alguma à emissão da *setença* *eu moro em Liberdade*.

Para poder justificar os resultados que serão apresentados, como condições necessárias para a existência de um segmento de diálogo entre emissor e receptor, é preciso conhecer algumas consequências (teoremas) provenientes do uso dos axiomas enunciados.

1 - a e a = a e a ou a = a (reflexão)  
Por exemplo: a informação provin-

da da *setença* *eu votei* é a *mesma* da provinda da *setença* composta: *eu votei e eu votei e eu votei* . . . . . O mesmo ocorre usando a operação *ou*: *eu votei ou eu votei ou eu votei* . . . traz a *mesma* formação da *setença* *eu votei*.

II - a e a' = 0 e a ou a' = 1  
Isto é, para cada *setença* a, existe uma única *setença* a' (prevista para o diálogo existir), tal que na comunicação não pode haver simultaneidade (a e a' = 0) e a reunião delas é verdadeira (a ou a' = 1).

Pensemos, agora, numa simples aplicação dos resultados apresentados por Boole, acerca das três modalidades fundamentais da comunicação entre emissor (es) E de um lado e receptor (es) R do outro, que se apresentam ora como diálogo, ora como monólogo ora como solilóquio.

Consideremos, por exemplo :

1. *Diálogo*: a um canal (externalizado pelo som; por exemplo), como a conversa telefônica entre duas pessoas E e R:

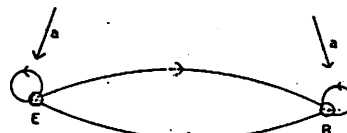


fig. 3

*Pares cartesianos*: (E,E), (E,R), (R,R), (R,E) com os seguintes significados:

- (E,E): reflexão do emissor (comunica-se consigo mesmo antes de se comunicar com o receptor);
- (E,R): comunicação direcional emissor - receptor;
- (R,R): reflexão do receptor;
- (R,E): comunicação direcional receptor - emissor.

*Expressões Boolianas*: Suponhamos uma mensagem a emitida por E e a resposta a' de R, dentro do contexto do diálogo entre E e R. As Leis do Pensamento permitem individualizar a e a', entre todas as possíveis *setenças* que poderiam ser escolhidas dos inventários disponíveis de E e R, por intermédio das relações:

- 1a)  $a e a = a$  e  $a ou a = a$
- 2a)  $a' e a' = a'$  e  $a' ou a' = a'$
- 3a)  $a e a' = 0$  e  $a ou a' = 1$

Exemplificando:

No diálogo telefônico entre duas pessoas: uma fala e a outra ouve e reciprocamente. A emissão simultânea de  $a$  e  $a'$  não gera comunicação por isso:  $a e a' = 0$ .

Vejamos um caso típico: rrrriimm.

- 1) - Ahô ( $a'$ )
- 2) - Quem fala ( $a$ )
- 3) - 962-9875 ( $a'$ )
- 4) - O Carlos está? ( $a$ )
- 5) - Quem? ... ( $a'$ )
- 6) - O Carlos está? ( $a$ )
- 7) - Quem? ... ( $a'$ )
- ... (Meu Deus, o cara é surdo!).
- 8) - O Carlos está? !! ( $a$ )
- 9) - Ah! o Carlos? Um momento ( $a'$ )

As sentenças (1) e (2) já evidenciam a comunicação existente, pois, houve troca de informações não simultâneas. As sentenças (4), (6) e (8) satisfazem a condição ( $a e a = a$ ), pois, a informação continua sendo sempre a mesma. Fato análogo está ocorrendo com as sentenças (5) e (7) ( $a' e a' = a'$ ).

Já as sentenças (1), (2), (3) e (9) caracterizam o segmento do diálogo que realmente, trazem informações aproveitáveis na comunicação e que possibilitarão a sua quantificação, isto é, o cálculo do número de "bits" resultante da conversão efetuada.

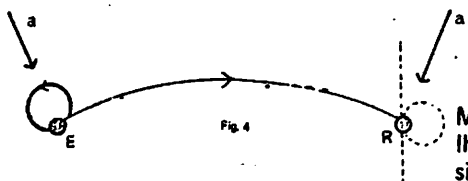
Pares cartesianos: (E,E), (E,R).

Expressões booleanas:

- 1a)  $a e a = a$
- 2a)  $a' e a' = a'$
- 3a)  $a ou a' = a$  ou  $0 = a = 1$

Nesse monólogo, o universo-discurso se restringe tão somente ao emissor, embora haja uma co-presença do receptor.

2. *Monólogo*: a um canal exteriorizado pelo som, como, por exemplo uma pessoa (E) que estivesse gravando a voz num gravador (R).



Exemplificando:

Estou gravando a minha voz ( $a$ ) interpretando  $u'$  a música.

No receptor - gravador não há reflexão alguma e nem volta ( $9' = 0$ ). Agora, trata-se de um monólogo ( $a$  ou  $a' = a$  ou  $0 = (1 = 1)$ , onde só a minha emissão ( $a$ ) constitui segmento de comunicação passível de ser quantificado.

3. *Solilóquio*: com qualquer número de canais. Nesse caso, o emissor (E) e o receptor (R) coincidem (uma pessoa "conversando" consigo mesma, por exemplo).

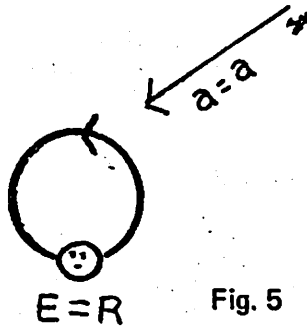


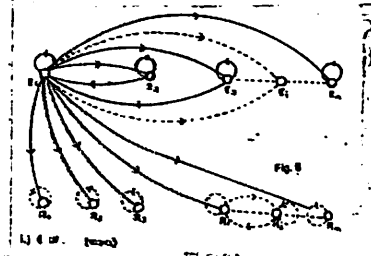
Fig. 5

Pares cartesianos: (E,E) = (E,R) = (R,R) = (R,E).

Expressões booleanas:  $a = a' = 1$

Toda situação de comunicação que envolve fluxo bidirecional de informações pode ser formalizada através de pares cartesianos e expressões booleanas, de modo que, reciprocamente conhecidos determinados pares cartesianos e expressões booleanas, se torne possível identificar a estrutura da comunicação projetada.

Para situações mais complexas (teatro, por exemplo) toda comunicação desenvolvida é estabelecida através de matrizes características:



M (E) dos emissores (artistas trabalhando); M (R) dos receptores (assistentes do espetáculo) e a matriz

M (E x R) dos emissores x receptores, com as correspondentes expressões booleanas.

E, assim por diante, sendo que o leitor pode estruturar toda sorte de comunicação bidirecional, envolvendo homem x homem, homem x máquina, máquina x máquina, por exemplo através dos parâmetros apresentados: pares cartesianos e expressões booleanas correspondentes, ao fluxo de informação das mensagens trocadas.

Mais importante é a recíproca:

Estabelecidos determinados pares cartesianos, envolvendo canais distintos entre emissor e receptor e as respectivas expressões booleanas (soluções), acerca das mensagens a serem trocadas, caracterizar o tipo de comunicação resultante (problema). No caso da leitura deste artigo, o segmento de comunicação estabelecido entre o emissor (E: Suplemento Cultural) e o receptor (R: leitor) é o de *monólogo*.

Para cada mensagem ( $a$ ) lida, não há resposta ( $a' = 0$ ), a menos que o leitor respondesse por carta ao responsável pelo artigo (nesse caso o segmento de comunicação seria diálogo).

Portanto:

Pares cartesianos: (E,E), (E,R)

Expressões booleanas:

- $a e a = a$
- $a' e a' = 0$
- $a ou a' = a$  ou  $0 = a = 1$

Nesse monólogo, o universo-discurso restringe-se somente ao emissor (Suplemento Cultural), embora haja co-presença do receptor (leitor).

A quantificação da informação trazida por esse monólogo, isto é, a determinação do número de bits adquirido pelo leitor pode ser feito usando-se a fórmula de Shannon, tomando-se como momentos significativos as palavras, componentes da mensagem lida, e as *funções gramaticais* respectivas.

Este trabalho deixa de ser feito agora, pela natural limitação desta publicação, porém oferece uma excelente oportunidade ao leitor mais aguçado ao cálculo e/ou interessado em saber quantos bits de informação pode ter adquirido ao final da leitura...

05. I. 3. 1319

46

SEMINÁRIO NACIONAL DE EDUCAÇÃO MATEMÁTICA

Rio de Janeiro - 16 a 20 de julho de 1979

"Métodos não tradicionais de ensino e seus reflexos na  
educação Matemática"

Osvaldo Sangiorgi

A grande lição da história da Pe  
dagogia, segundo Durkheim, é que "cada sistema de educa  
ção durou porque nada tinha de arbitrário e, ainda, por  
que era resultante de estados sociais determinados, com  
os quais era harmônico".

Metodologias tradicionais e meto  
dologias não tradicionais de ensino, com a natural difi  
culdade de se estabelecer os confins de umas e de ou  
tras, cabem dentro do segmento de duração previsto para  
os sistemas de educação. Concebidas as instituições de  
ensino, principalmente como fenômenos sociais, o seu de  
senvolvimento depende, e muito, das potencialidades de  
comunicação disponíveis e do bom uso que se fizer das  
mesmas no sentido de aprendizagem.

No ensino direto de qualquer as  
sunto, foi uma constante metodológica a presença do pro  
fessor diante do aluno. Esse é um início histórico: dis  
tância física praticamente zero entre aluno e professor  
(que não passava de um aluno mais amadurecido).

Com o advento de novos ramos de  
conhecimento e com a aceleração contínua dos progressos  
científicos, essa metodologia de ensino começou a se  
modificar: mais de um professor para um mesmo aluno. A  
seguir, nova complexidade evolutiva exigiu vários alunos  
para vários professores. E a distância física entre eles  
começou a se tornar positivamente grande, cada vez mais.

Mais professores para mais alunos  
e a necessidade de se controlar o novo sistema, fizeram  
surgir a Escola e, com ela, novos parâmetros para poder  
funcionar: administrativos, de orientação educacional, coor  
denação pedagógica, etc., todos eles influenciando os  
métodos de ensino, principalmente com o uso de livros di  
dáticos e de recursos áudio-visuais, como auxiliares di

retos do professor.

Nessa sistematização, ocorreu, paradoxalmente, um maior distanciamento entre professor e aluno, sobrevivendo, em muitos casos, o enfraquecimento do próprio sistema escolar.

Hoje, com o emprego de certas tecnologias (correspondência, ensino programado, rádio, filmes, áudio-visuais, televisão, computador, satélites), dentro da chamada "teleducação por multimeios", procura-se voltar às origens, cobrindo todas as distâncias possíveis entre professor e aluno, integrados mediante uma filosofia de uso e de interação de objetivos.

Assim, registra-se na maioria dos países desenvolvidos e alguns em desenvolvimento, o uso de uma metodologia não tradicional para atingir objetivos tradicionais.

Algumas informações, sobre métodos não tradicionais de ensinar matemática, serão dadas a seguir e ilustradas, em hora e recinto oportunos, através de filmes e programas-aula de Matemática.

#### ENSINO POR CORRESPONDÊNCIA

Os princípios do ensino por correspondência, tanto quanto os de outros tipos de ensino, derivam de leis gerais sobre a aquisição de conhecimentos. Genericamente, o ensino por correspondência apela para um procedimento no qual intervêm pelo menos, dois professores: o autor ou redator do curso e o professor encarregado de corrigir os trabalhos dos alunos e de lhes fornecer, nas observações que formula, as indicações complementares que julgar úteis. Essa metodologia, onde o aluno e professor não se encontram no mesmo local, é empregada em numerosos países.

A Matemática é disciplina que figura em quase todas as ofertas de ensino por correspondência, desde o nível primário até o superior.

Mesmo não havendo dados específicos de avaliação da Matemática ensinada por correspondência, principalmente para a grande clientela situada no nível de 1º grau, pode-se dizer que este é um método que

Ensino por Correspondência  
"Tecnologia Educacional"  
Revista ABT  
nº 14.



permite divulgar a Matemática para um grande número de pessoas que, de outra maneira, jamais poderiam conhecê-la. O grande destaque do ensino da Matemática por correspondência é dado, em nível superior, pela Universidade Aberta de Londres, embora se deva ressaltar que essa metodologia participa como um entre outros meios oferecidos de forma combinada por essa Universidade.

Estima-se que, durante o ano escolar

Ensino por Correspondência  
Tecnologia Educacional.  
Revista ABT, nº 22

de 1960/1961 um e meio milhão de pessoas foram beneficiadas, nos Estados Unidos, pelo ensino por correspondência. No Canadá, nesse mesmo período, mais de 200.000 estudantes estavam inscritos em cursos universitários.

Em 1960/1961 dos quase dois e meio milhão de pessoas que realizavam estudos superiores na União Soviética, um milhão e meio o fazia por correspondência, sob a orientação dos mesmos professores que os outros estudantes.

No Brasil, mais de um milhão de alunos acham-se inscritos em cursos por correspondência, altamente promovidos por revistas populares. Os cursos de Matemática, oferecidos, na sua grande maioria, em nível de primeiro grau, compõe-se de apostilas calcadas na matéria geralmente constante de livros didáticos adotados nos cursos regulares. Como é raro o controle oficial dos  cursos por correspondência (e isto ocorre em quase toda a América), não se dispõe de controle e nem de avaliação científica, quanto à educação matemática recebida pela grande clientela inscrita nos cursos oferecidos por organizações particulares deste tipo.

### ENSINO POR TELEVISÃO

Dos métodos não tradicionais de ensino, o que mais fascínio exerce, pela própria força de comunicação que possui, é a televisão. Televisões Educativas existem atualmente em todo o mundo e, num aparente paradoxo, com mais intensidade nos países mais pobres, onde a TV é parte integrante dos móveis e utensílios de muitos lares.

Há inúmeros exemplos, nas três Américas, do desenvolvimento da TVE, diretamente ligada à realidade educacional de cada país. A TV tem desempenhado um dos mais importantes papéis em educação desde uma função meramente auxiliar (como ocorre na maioria dos países), até à de substituir o próprio professor, onde não há mestres.

Com relação ao ensino da Matemática através da TV, muitas experiências de alto nível são conhecidas nas Américas. El Salvador, Venezuela, Colômbia, Perú, Equador, Argentina, Uruguai, Brasil, apresentam contribuições diversificadas, que responderam positivamente as necessidades locais.

Em particular no Brasil, país sabidamente com dimensões continentais, a TVE encurtou distâncias e levou a Matemática para uma enorme clientela que não dispunha de sistemas escolares convencionais suficientes. É o caso do Projeto desenvolvido pela Fundação Maranhense de TVE, em 1970, onde um grande número de alunos recebeu aulas de Matemática somente pela TV, por não dispor o Estado do Maranhão (que se insere entre os carentes do País) de um número de professores suficiente para atender o seu sistema de ensino convencional. Mesmo sem falar na qualidade de produção do programa-aula de Matemática empregado, pode-se dizer que, no caso em apreço, multiplicou-se o professor de Matemática para poder atender as necessidades educativas locais. E isto é um fator positivo: graças à TV, foi possível ensinar-se Matemática a uma clientela que, de outra maneira, não teria possibilidade de estudá-la.

As fórmulas mais recentes para se ensinar Matemática através da TV, em âmbito nacional, são conhecidas por intermédio de diversos projetos desenvolvidos, principalmente, pela Fundação Centro Brasileiro de TVE, (FCBTVE) do Rio de Janeiro e Fundação Padre Anchieta, de São Paulo (FPA).

No Projeto "João da Silva" (FCBTVE) a Matemática, de nível primário, foi inserida numa novela. Sem dúvida, o curso foi altamente motivador e refletiu-se,

Ensino por TV:  
Projeto "Maranhão"

Ensino por TV  
Projeto "João da  
Silva" (Exibição  
filme-aula de Ma  
temática)

diretamente, na faixa das pessoas adultas, de classe modesta, que puderam conhecer Matemática, sem sair do seu esquema de lazer. A avaliação da aprendizagem foi positiva e pode-se mesmo afirmar que foi uma forma de sociabilizar a Matemática.

Na área específica do ensino supletivo, na qual a teleducação tem, graças à sua característica de multiplicadora das mensagens de ensino, um papel primordial, foram realizados vários projetos pela FPA de São Paulo, que incluíam cursos de matemática e ciências correlatas. A partir de 1969, e até 1975, a Fundação Padre Anchieta produziu e emitiu um curso completo de "madureza ginasial" (que hoje chamar-se-ia "Supletivo de 1º Grau") pioneiro no Brasil, como curso sistemático que, praticamente, foi transmitido por todas as emissoras do país (privadas e educativas). Esse curso incluía a disciplina Matemática distribuída por 78 aulas-programa, acompanhadas de fascículos, como material de apoio impresso. Cabe salientar que também nela, tradicionalmente considerada a mais difícil das disciplinas para o ensino supletivo, os resultados obtidos nos exames pelos alunos que para eles se prepararam pelo curso em questão, foram marcadamente melhores que os que se preparavam por outros meios, entre os quais, os tradicionais "cursinhos" (ver Publicação "O Madureza em São Paulo" - pag. 62 - F. Carlos Chagas).

A partir de 1973, a Fundação Padre Anchieta vem emitindo diariamente, uma programação de Matemática e Ciências através do chamado Projeto Telescola, realização feita em colaboração com as Secretarias de Educação do Estado e do Município de São Paulo.

Neste ano de 1978, associaram-se às emissões da Telescola mais dois canais de T.V. comercial: T.V. Tupi e T.V. Record e os Jornais "Diário de São Paulo" e "Diário da Noite", veiculando os "guias" destinados à orientação dos Professores sobre o conteúdo das teleaulas.

Considerando-se que a rede oficial de ensino conta, presentemente, com 763 aparelhos de televisão instalados em suas unidades escolares, pode-se imaginar como foi enriquecido o ensino da Matemática graças a este projeto.

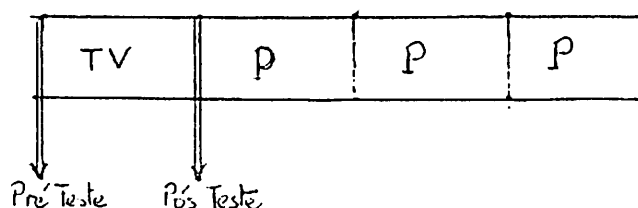
Ensino por TV  
Projeto "Madureza  
Ginasial" (Exibição  
filme-aula de  
Matemática)

Ensino por TV  
Projeto "Telescola"  
(Exibição filme-aula de Matemática nº 14, 6a. série: Números Inteiros Relativos; ganhador do Prêmio "Japão" de 1974)

Somando-se as emissões em 3 horários, por três canais de T.V., o guia do professor publicado pelos dois jornais, as salas de aulas, os professores e toda estrutura de apoio do projeto, pode-se considerá-lo internacionalmente importante.

Com relação à série de Matemática, que se compõe de 120 programas distribuídos por 4 anos letivos (5a. a 8a. séries), existe uma equipe de professores de Matemática, responsáveis pela elaboração de textos que constituem a matéria-prima de entrada de todo o sistema, desde a sua origem, passando pelo crivo dos orientadores pedagógicos, pela execução da aula-programa junto ao grupo de produção, até a recepção do programa nas escolas, com a respectiva avaliação do processo.

No sistema televisionado de ensino "Telescola", o curso de Matemática é desenvolvido por módulos semanais da seguinte forma:



A primeira componente é a aula-programa (sem interferência alguma do professor), em cuja abertura figuram os pré-testes (2 a 3 minutos), com o fim de avaliar os comportamentos de entrada do aluno, em relação a cada um dos objetivos de ensino visados. Imediatamente a seguir, a aula-programa (teleaula), num segmento de 20 minutos, introduz determinados conceitos e/ou operações básicas fundamentais e, logo após, são aplicados os pós-testes (2 a 3 minutos), que medem os comportamentos de saída (conhecimentos adquiridos pelos alunos) em relação a cada um dos objetivos propostos.

A diferença percentual entre o pós e pré testes avalia em que medida foram atingidos tais objetivos.

As outras três componentes, que completam o módulo semanal, são constituídas de aulas desenvolvidas pelo professor, destinadas a aprofundamentos e atividades acerca dos conteúdos introduzidos exclusiva

Ensino por TV  
Projeto "Telescola"  
(Exibição filme-aula de Matemática nº 24, 7a. série: Ângulos Congruentes)

mente pela aula-programa. Integram, sistema de ensino televisionado:

Ensino por TV  
Projeto "Telescola"  
 Amostras:  
 Guia do Professor  
 publicado por jornais.  
 Fichas de Observação

1. Guia do Professor como material de apoio, que acompanha todas as aulas-programas com a finalidade de informar ao professor os objetivos da aula-programa (comportamentos finais desejados), bem como de fornecer gabarito para correlação de pré e pós-testes e bibliografia julgada útil para o programa.

2. Fichas de observação: impressos preenchidos pelos professores e supervisores, imediatamente após a emissão da aula-programa, que permitem refletir a opinião dos mesmos sobre a emissão, fornecendo informações que auxiliam a interpretação dos dados obtidos pelos testes.

O modelo pedagógico empregado nos programas-aula de Matemática do projeto Telescola recebeu, no Concurso Internacional de TVE, realizado em Tóquio, em 1975, o "Prêmio Japão", que é mais alta laurea concedida em TV Educativa.

Uma outra maneira de se empregar a televisão no ensino da Matemática é a aplicação dos seus recursos para o treinamento de pessoal, por exemplo na área da leitura e interpretação de desenho técnico-mecânico.

Trabalhadores em atividade nas empresas (especialmente no campo das indústrias mecânicas e metalúrgicas), estudantes de engenharia, alunos de cursos profissionalizantes, candidatos a exames supletivos, alunos de ensino regular de 1ª e 2ª graus e vestibulandos, estão se beneficiando com as teleaulas do Projeto F.P.A./ SENAI, elaborado e desenvolvido por especialistas das duas instituições, inicialmente com vistas a cobrir o ensino do desenho técnico mecânico, nas escolas Senai, de São Paulo através da T.V.

Aos 38 programas de televisão correspondem fascículos elaborados pela equipe técnica-pedagógica do SENAI, versando sobre cada assunto específico.

A geometria, sobretudo, é o fulcro principal a conduzir o aprendiz pelo caminho da leitura do desenho mecânico, sua interpretação e utilização, como linguagem do profissional mecânico, metalúrgico, marceneiro e

Ensino por TV  
Projeto "F.P.A./  
SENAI"  
 (Filme-aula nº 04)

Ensino por TV  
Projeto "FPA/SENAI"  
 Material de apoio  
 impresso



outros, servindo de intermediário entre os vários elementos do sistema de trabalho.

Atualmente a Fundação Padre Anchieta e a Fundação Roberto Marinho, desenvolvem mais um importante projeto: Telecurso 2º Grau.

#### Ensino por TV

Projeto "Telecurso 2º Grau" programas-aula de Matemática n.ºs 2, 6, 25.

Trata-se da primeira experiência de ensino a distância em escala nacional, a nível de 2º grau, que inclui a Matemática como uma de suas disciplinas.

A concepção inicial do curso imprimia aos programas de T.V. um caráter eminentemente motivador e para isso se valeu dos seguintes elementos: dramatização de fatos históricos e pitorescos da Matemática, personagem de ficção (robô), um ator apresentador que, embora não se apresentando como professor, estabelecia certas ligações entre as cenas dramatizadas e contracenava com os personagens do programa.

O teste realizado em São Paulo, antes de sua difusão em âmbito nacional, revelou que a sofisticação dos programas e a concepção ambiciosa do modelo pedagógico tornavam os programas inadequados para o público visado. A população carente, ansiosa por uma aprendizagem mais prática e exclusivamente voltada para os exames supletivos, rejeitou o formato dos programas e solicitou que a televisão passasse a apoiar ou sustentar diretamente os fascículos (textos impressos, componentes do sistema), ao invés de complementá-los com novas dimensões do conhecimento matemático.

Ensino por TV  
Projeto "Telecurso 2º Grau"  
Material de apoio impresso (Fascículos)

Por essa razão, foram reformulados os programas de Matemática do Telecurso que se apresentam agora, do ponto de vista formal, mais tradicionais; porém, respondem a uma necessidade prática do público a que se destina.

A produção do Telecurso tem sido avaliada junto a uma amostra de alunos sediados em telepostos. É desse "feed-back" que decorreram as principais modificações ou ajustes do curso à clientela.

A grande e principal medida da eficiência do Telecurso serão os exames supletivos promovidos pelas Secretarias de Educação dos vários Estados brasileiros. Nessa oportunidade, ter-se-á a comprovação, a exemplo do que ocorreu com outras disciplinas da 1ª. etapa

pa do curso, de que o Telecurso está cumprindo o seu papel também no campo da Matemática, como projeto de ensino a distância que inclui a televisão como um dos meios instrucionais.

Na área do ensino superior, registra-se a experiência desenvolvida na UNICAMP a partir de 1976, quanto ao emprego da T.V. no ensino de cursos de Matemática: Geometria Analítica, Cálculo e Álgebra Linear, destinados ao Curso Básico.

A experiência continua, atualmente, na elaboração de cursos para outras disciplinas do Curso Básico.

Ensino por TV  
Projeto UNICAMP  
(Exibição de filme-  
aula de Matemática)  
(Cálculo)

#### ENSINO POR RÁDIO

O rádio, como meio universalmente conhecido, compartilha a sua reconhecida capacidade de informar com a função de educar-ensinar.

Os estudantes que ouvem a transmissão de um programa educativo, elaborado dentro das técnicas de otimização do áudio, podem experimentar um certo sentido de participação que lhes pode servir como motivação para o aprendizado. É óbvio que para certos tipos de ensino, o rádio é um meio particularmente apropriado. O aprendizado da música, por exemplo, tem sido bem atendido pelo rádio. As vantagens da abordagem oral para o aprendizado de línguas estrangeiras, são confirmadas pelo recente desenvolvimento dos laboratórios de línguas e por inúmeras séries de emissões consagradas às línguas estrangeiras, transmitidas por estações educativas. Fundamentalmente, o impacto pedagógico do rádio está ligado à organização da recepção.

A recepção não organizada é a primeira razão do fracasso registrado em algumas operações radiofônicas (falta de enquadramento dos ouvintes, inadequação dos documentos de acompanhamento, inexistência de exploração, por parte de um monitor, após a emissão...)

Há países que mantêm sistemas de Ensino Radiofônico e Televisual com grande êxito (Japão, principalmente). Nas Américas, atendendo a realidades específicas, destaca-se a Radioprimary Experimental no México

Ensino por Rádio  
"Tecnologia Educa-  
cional".  
Revista ABT, nº 20

(a partir de 1970, para atendimento ao ensino elementar das zonas rurais, por falta de professores qualificados), Colômbia, El Salvador e Nicarágua.

O ensino sistematizado de Matemática por Rádio, mesmo acompanhado de material de apoio impresso, é uma operação das mais delicadas, principalmente pela dificuldade de se levar ao aluno a capacidade de abstrair - própria da Matemática - através de um meio exclusivamente sonoro e, com isso, não se poder tirar o proveito do estímulo visual na aprendizagem.

Uma experiência que se mostrou positiva, pelas avaliações realizadas, foi o programa de Matemática levada, exclusivamente através da Rádio, no Projeto Escolar Elementar da Nicarágua. Os programas-aula de Matemática, destinada às primeiras séries elementares, conforme depoimento da Profa. Dra. Jamesine Friend, em Seminário realizado pelo Prontel em 1976, no Rio de Janeiro cumpriu os objetivos procurados. Esse projeto mereceu a laureia internacional Prêmio "Japão", de Rádio, nesse mesmo ano.

No Brasil, desenvolveram-se algumas experiências:

1) Curso de Matemática, inserido dentro do Projeto Madureza Ginásial (1971), abrangendo conteúdos de 5a. à 8a. série do 1º grau. Todos os programas de rádio dispunham de material de apoio impresso.

2) Projeto Minerva - criado pelo Serviço de Radiodifusão Educativa do Ministério de Educação e Cultura (1972) implantado os seguintes cursos por rádio: Capacitação Ginásial e Madureza Ginásial, da Fundação Educacional Padre Landell de Moura (Rio Grande do Sul) e Primário Dinâmico, da Fundação Padre Anchieta (S.Paulo), todos eles tendo a Matemática como disciplina.

Ensino por Rádio  
Projeto "Nicarágua"  
(Exibição de cassette aula de Matemática ganhador do Prêmio Japão, 1976)

Material impresso informativo extraído da "Evaluating Educational Television and Rádio - publicação do The Open University Press, 1976.

Ensino por Rádio  
Projeto "Madureza Ginásial" (Exibição de cassette aula de Matemática da F.P.A.)

#### INSTRUÇÃO PROGRAMADA (I.P)

A técnica da I.P. é dividir o estudo em pequenos passos, para que o estudante, com base na psicologia do reforço, alcance por meio de respostas sucessivas, a aprendizagem ideal. Essa técnica pode processar-se

por meio de impressos ou máquinas. Segundo alguns estudiosos, à medida que se eleva o nível do conhecimento a ser transmitido, decresce a necessidade do professor, que será, em período intermediário, substituído por um simples monitor, para posteriormente desaparecer por completo.

Com relação a aplicação dessa tecnologia do ensino da Matemática pode-se citar que uma das primeiras máquinas de ensinar foi precisamente a de se "ensinar aritmética" (Universidade de Pittsburgh, 1954). O material didático, uma igualdade a ser completada, por exemplo aparece na abertura, da parte superior, impressa numa fita de papel. Na fita, estão perfurados orifícios correspondentes ao que falta na igualdade.

O aluno, movendo cursores, faz com que apareçam nos orifícios os números desejados. Uma vez que os cursores tenham sido manejados, o aluno gira um botão na frente da máquina que, por sua vez "lê" a resposta. Se estiver certa, o botão gira livremente e uma nova questão aparece sob a abertura. Se o ajuste dos cursores não tiver sido feito de modo a completar corretamente a igualdade o botão não gira e o aluno precisa corrigir a posição dos cursores.

Podéria se aplicar a técnica da I.P. para se ensinar qualquer parte da Matemática, a geometria por exemplo?

Pode-se afirmar, de acordo com trabalhos realizados nos Estados Unidos, que qualquer aprendizagem pode ser conseguida através da I.P., desde que os objetivos sejam devidamente operacionalizados e o material produzido tenha as qualidades técnicas para modelar os comportamentos desejados.

Não são conhecidas, na América do Sul e Central, realizações de vulto do uso da I.P. no campo do ensino da Matemática. Existe sim, um grande desenvolvimento da técnica da I.P. no campo da instrução especializada dentro da área empresarial (não são raras as empresas que produzem seus próprios materiais em I.P. para treinamento de seu pessoal nas mais diversas áreas de atividade profissional).

Existem algumas iniciativas governamentais do Brasil ligadas à I.P. no campo do ensino da Mate-

Instrução Programada  
da  
"The Technology of  
Teaching" - B.F.  
Skinner  
(Máquina de ensinar  
aritmética)

mática:

a) Projeto desenvolvido pela Secretaria da Educação do Estado da Bahia, que produziu e imprimiu textos de Matemática para o ensino do 1º grau.

b) Projeto de ensino da Física Aplicada (PEFA) desenvolvido pelo CENAFOR (S.Paulo), financiado pelo Ministério da Educação, que inclui textos programados sobre Gráficos, Leitura e Interpretação e sobre Precisão de Medidas. Estes materiais já foram elaborados e testados, aguardando impressão e distribuição pelo MEC.

Instrução Programada

Excertos dos textos  
"Precisão de Medidas"  
Volumes I,II,III

Desde 1972, uma máquina de ensinar, montada com um simples gravador e um projetor de slides, vem funcionando como auxiliar de ensino, dentro da cadeira de Estatística, na Faculdade de Odontologia de Bauru. Esta máquina, modelo montado pelo Prof. Eymar Sampaio Lopes, consta de um gravador mini-cassete de fita magnética adaptado a um circuito eletrônico que comanda o projetor de slides. Na alça do gravador, quatro botoões correspondem às alternativas apresentadas e a máquina só funciona se for apertado o botão correto, pois, caso contrário, a luz indicadora no painel se apaga, bloqueando todo o circuito.

ENSINO POR MULTIMEIOS

O maior desafio, que atualmente envolve educadores, e em especial professores ansiosos em utilizar nas suas aulas os fabulosos recursos eletrônicos existentes, é o de se otimizar o uso dos diferentes meios de comunicação na aprendizagem.

A dificuldade é patente pelo desconhecimento quase total da boa utilização dos multimeios, como sistema de ensino, onde deve prevalecer uma integração de objetivos. Principalmente, no caso do ensino da Matemática, não sabendo explorar as características do meio empregado é comprometedor, para o receptor, a aquisição ou aprimoramento das qualidades de abstrair e generalizar.



De positivo, registra-se como atividade digna de ser imitada, a atuação do Ministério da Cultura da República Federal Alemã (RFA): tornar obrigatória (setembro, 1978) a disciplina meio-didática em todas as fases da instrução dos futuros professores. Com isso espera oferecer-lhes oportunidades para "dominar" cientificamente os meios existentes, não mais dispensado-lhes tratamento de "brinquedos eletrônicos".

Ressalta-se, também, na floresta de meios oferecidos, que uma das tarefas mais importantes, a ser desempenhada pelos centros responsáveis no preparo de mestres, é melhorar a atitude dos professores para com a televisão educativa, sem dúvida o de maior potencialidade popular, dos meios disponíveis. A esse respeito, uma das oportunas combinações oferecidas pelo Ministério da Cultura, da RFA é a programação para professores de um curso por correspondência sobre televisão educativa. Os pontos principais desse curso serão aspectos específicos didactológicos, a fim de se facilitar, ao menos a alguns dos professores, uma perfeita apreciação pedagógica do meio TV.

Ensino por Múltiplos Meios  
"Projeto "Treinamento de Professores".  
(Amostras de material de apoio de TV e Rádio).

No Brasil o primeiro projeto educativo dirigido ao professor, utilizando harmonicamente com integração de objetivos a Televisão, o Rádio e Materiais Impressos, é "Treinamento de Professores do Ensino do 1º grau por múltiplos meios", sob a rubrica "Por Um Ensino melhor". Desenvolvido a partir de 1978, pelo Programa Nacional de Teleducação (PRONTEL), Secretaria de Educação de São Paulo e Fundação Padre Anchieta, a experiência em São Paulo, contou com rede de 763 escolas oficiais do 1º grau munidas de TV e Rádio, sendo as emissões através da TV2 Cultura e Rádio Cultura, respectivamente.

O objetivo principal é a atualização de professores do 1º grau, tendo em vista o aperfeiçoamento do ensino nas áreas do Núcleo Comum, onde participa a Matemática.

O projeto desenvolve-se em sete módulos, sendo o de nº 4 (com seis programas de TV) relativo ao Número, Operações e Problemas (com seis programas de TV), e o de nº 7 (com seis programas de TV) relativo à Geometria, Figuras Geométricas e Medidas.

Em cada um desses módulos a informação que chega ao professor, através do acoplamento de TV, rádio e texto de apoio, diz respeito a atualização de conteúdos, métodos de abordagem dos mesmos e como utilizar, no dia a dia da sala de aula, algumas técnicas e procedimentos didáticos.

A avaliação, por contar o projeto com um módulo especial para esse fim, vem sendo desenvolvida pela Coordenadoria de Ensino e Normas Pedagógica, da Secretaria de Educação de São Paulo.

#### UMA OBSERVAÇÃO FINAL:

Não acreditamos que se possa afirmar, a priori, que uma determinada metodologia seja boa ou má para o ensino da Matemática. Tudo depende da maneira como ela for aplicada e desenvolvida. Temos visto que, tendo-se consciência das potencialidades inerentes a cada um dos métodos, ou melhor, a cada um dos meios utilizados para aplicação desses métodos, e melhor ainda, integrando-se uma série de meios, respeitadas suas características próprias, num sistema de multimeios, é possível aproximar-se cada vez mais do que se poderia chamar um sistema ideal de ensino. É evidente, porém, que a realidade em constante mudança do nosso tempo dificilmente permite estabelecer os parâmetros do que seria esse sistema ideal - ou, pelo menos, não permite afirmar que o que hoje consideramos ideal possa ser considerado obsoleto amanhã mesmo.

Ensino por Multimeios  
Projeto "Treinamento de Professores".  
(Exibição de filmes aula-programas de Matemática: Número; Geometria)

OS. I. 3. 1320